

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BEN YAHIA-JIJEL  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

*Projet de fin d'étude*

*Présenté pour l'obtention du diplôme de Master en Electrotechnique*

*Option : Machines électriques*

## THÈME

*Optimisation des performances de la machine synchrone à aimant permanent pour l'entraînement à basse vitesse*

ENCADRÉ PAR :

❖ M<sup>m</sup> : Belli Zoubida

RÉALISÉ PAR :<sup>1</sup>

❖ Lahmar Ammar

*Promotion 2021*

## *Remerciements*

*Je remercie en premier lieu Dieu le tout puissant pour m'avoir donné la force, la patience, le courage et la volonté d'accomplir ce travail.*

*Je tiens, avant tout, à exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur M<sup>m</sup> Belli zoubida professeur à l'université de Jijel pour son dévouement, ses conseils et son soutien moral tout le long de l'élaboration de ce travail.*

*Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.*

*Enfin, je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

# *Dédicaces*

*À mes parents*

*Mes frères et mes sœurs*

*À ma famille*

*Et Toutes mes amis tout avec son nom.*

# Sommaire

---

<b><i>Introduction générale</i></b>	01
<b><i>Chapitre I : Machines synchrones à aimants permanents : Etat de l'art</i></b>	
I.1 Introduction	03
I.2 Généralités sur les machines synchrones	03
I.3 Machines synchrones à aimants permanents	04
I.3.1 Constitution de la MSAP	05
I.3.1.1 Stator	05
I.3.1.2 Rotor	05
I.3.2 Principe de fonctionnement des MSAP	07
I.3.3 Topologies des MSAP	08
I.3.3.1 Bobinage	08
I.3.3.2 Sens du flux	09
I.3.4. Conception du rotor	12
I.3.4.1 Position des aimants	12
I.3.5 Conception du stator	14
I.4 Types d'aimantation	16
I.4.1 Forme de l'induction magnétique dans l'entrefer	17
I.5 Alimentation des moteurs synchrones à aimants	18
I.5.1 Structure avec alimentation par courant	18
I.5.1.1. Alimentation par courants sinusoïdaux	18
I.5.1.2 Alimentation par courants rectangulaires	18
I.5.2 Alimentation par onduleur	19
I.5.3 Structure avec alimentation en tension	20
I.6 Aimants permanents	20
I.6.1 Matériaux pour aimants permanents	22
I.6.1.1 Alnico	22
I.6.1.2 Ferrites	23
I.6.1.3 Alliages métaux – terres rares	24
I.7 Couple des machines synchrones à aimants permanents	25
I.7.1 Couple de détente	25

I.7.2	Couple réluctant	25
I.7.3	Couple mutuel	26
I.8	Domaines d'applications des MSAP	26
I.8.1	Avantages et inconvénients des MSAP	26
I.8.1.1	Avantages	26
I.8.1.2	Inconvénients	26
I.9	Conclusion	27
<b>Chapitre II : Dimensionnement des machines synchrones à aimants permanents</b>		
II.1	Introduction	28
II.2	Etapas de dimensionnement	28
II.3	pré-dimensionnement de la MSAP	28
II.3.1	Modèle analytique et équations de dimensionnement	28
III.3.1.1	Coefficient de bobinage	28
III.3.1.2	Coefficient de remplissage d'encoches	30
III.3.1.3	Force électromotrice fondamentale	30
III.3.1.4	Facteur de forme $K_f$	31
III.3.1.5	Courant dans une phase	31
III.3.1.6	Densité surfacique du courant	31
III.3.1.7	Dimensionnement du stator	31
III.3.1.8	Dimensionnement du rotor	33
II.3.2	Calcul des volumes et masses des différentes parties de la MSAP	35
II.3.2.1	Volume et masse du stator	35
II.3.2.12	Volume et masse du rotor	35
II.4	Analyse des pertes	36
II.4.1	Pertes Joules	36
II.4.2	Pertes fer	37
II.4.2.1	Pertes fer statoriques	37
II.4.2.2	Pertes fer rotoriques	37
II.4.3	Pertes totale	38
II.5	Rendement	38
II.6	Conclusion	39
<b>Chapitre III : Techniques d'optimisation</b>		
III.1	Introduction	40
III.2	Formulation mathématique d'un problème d'optimisation	40
III.2.1	Choix des variables	40

III.2.2 Expression de l'objectif	40
III.2.3 Expression des contraintes	40
III.3 Principes généraux de l'optimisation	41
III.3.1 Notions de base	41
III.3.2 Minimums locaux et globaux	42
III.3.2.1 Minimum local	42
III.3.2.1 Minimum global	42
III.4 Méthodes d'optimisation	42
III.4.1 Méthodes déterministes	42
III.4.1.1 Méthodes heuristiques	43
III.4.1.2 Méthodes mathématiques	43
III.4.2 Méthodes stochastiques	46
III.4.2.1 Méthodes de trajectoire	47
III.4.2.2 Méthodes à base de population	47
III.5 Conclusion	50
<b>Chapitre IV : Application et résultats</b>	
IV.1 Introduction	51
IV.2 pré-dimensionnement de la MSAP	51
IV.2.1 Analyse des résultats de pré-dimensionnement	53
IV.3 Dimensionnement optimal de la MSAPBV	55
IV.3.1 Approche indirecte par algorithme d'optimisation	55
IV.3.2 Formulation du Problème d'optimisation	56
IV.3.2.1 Fonction objectif	56
IV.3.2.2 Variables d'optimisation	57
IV.3.2.3 Contraintes	57
IV.3.3 Choix de la méthode d'optimisation	58
IV.3.3.1 Résultats d'optimisation obtenus avec le BFGS	58
IV.3.3.3 Comparaison entre les résultats de BFGS et de l'AG	62
IV.3.3.4 Paramètres de conception de la MSAPBV après optimisation	63
IV.5 Modélisation numérique de la structure optimale de la MSAPBV	65
IV.6 Conclusion	66
Conclusion générale	67
Annex	

## **Introduction générale**

Les énergies renouvelables sont des énergies propres, non polluantes, et inépuisables. Elles se renouvellent sans aucune intervention de l'homme et n'ont aucun impact nocif sur sa santé. La production conventionnelle de l'énergie électrique, jugée très polluante, domine le secteur de production avec plus de 90.5% de la consommation d'énergie primaire par rapport à celle renouvelable, dont l'exploitation semble encore impuissante à satisfaire la demande qui ne cesse pas d'augmenter. Pour parvenir à une réelle transition énergétique, il faut trouver des moyens de production à la hauteur des besoins électriques.

L'énergie éolienne qui connaît une forte croissance ces dernières années, présente actuellement une source importante pour la production de l'énergie électrique. Les éoliennes convertissent l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique, puis en électricité. Les pales du rotor éolien captent une partie de l'énergie contenue dans le vent et la transfèrent au moyeu qui est fixé sur l'arbre de l'éolienne. Celui-ci transmet ensuite l'énergie mécanique au générateur électrique qui transforme l'énergie mécanique en énergie électrique. En effet, les chaînes de conversion d'énergie associées utilisent souvent un générateur synchrone à aimants permanents. Afin de maximiser l'efficacité de l'aérogénérateur éolien, diverses solutions ont été examinées à différents niveaux de la chaîne de conversion.

Ce travail de Master est versé dans la thématique de la conception optimale des machines synchrones à aimants permanents, où une démarche basée sur les méthodes d'optimisation associées à un dimensionnement analytique est adoptée.

Ce manuscrit se compose de quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous décrirons l'état de l'art de la machine synchrone à aimants permanents

En second chapitre nous présenterons une démarche de dimensionnement préliminaire de la machine synchrone à aimants permanents à Basse Vitesse (MSAPBV) par entraînement direct (direct-drive), sans boîte de vitesses. Cette méthode utilise des équations analytico-empiriques simples.

Le troisième chapitre concernera les techniques d'optimisation partant de la formulation mathématique des différents problèmes d'optimisation jusqu'à les méthodes utilisées pour leur résolution.

Finale­ment, dans le qua­trième cha­pitre, nous pré­sen­te­rons l'ensem­ble des ré­sul­tats issus de l'ap­pli­ca­tion du pro­ces­sus de di­men­sion­ne­ment op­ti­mal adop­té dans ce tra­vail, basé sur l'as­so­cia­tion des é­qua­tions ana­ly­ti­ques de pré-di­men­sion­ne­ment de la MSAPBV aux dif­fé­ren­tes stra­té­gies d'op­ti­mi­sa­tion.

Nous ter­mi­ne­rons en­fin, ce mé­moire par une con­clu­sion gé­né­rale et des per­spec­tives.



# **Chapitre I**

## **Machines synchrones à aimants permanents : Etat de l'art**

## I.1 Introduction

Les machines synchrones jouent un rôle important dans l'industrie. Leur domaine d'emploi consiste à transformer l'énergie mécanique en énergie électrique ou vice-versa. C'est une machine caractérisée par sa vitesse de rotation synchronisée avec la fréquence du réseau [1]. Cette famille de machines comprend en fait plusieurs sous familles :

- ✚ Machines synchrones à rotor bobiné (MSRB).
- ✚ Machines synchrones à reluctance variable (MSR).
- ✚ Machines synchrones à aimants permanents (MSAP).

Nous sommes particulièrement intéressés par cette dernière catégorie.

## I.2 Généralités sur les machines synchrones

Une machine synchrone est une machine dont la vitesse de rotation de l'arbre est égale à la vitesse de rotation du champ tournant au stator. On définira ici les principales familles de machine synchrone en fonction des courants circulant dans les phases statoriques et du choix de l'excitation du circuit magnétique. On rappelle dans le tableau ci-dessous une classification des principales familles des machines synchrones.

MACHINE SYNCHRONE						
Courant	Sinusoïdaux			Non-Sinusoïdaux		
Excitation	Absente	Aimant permanent	Rotor Bobiné	Absente	Aimant permanent	Rotor Bobiné
Familles	MSR	MSAP	MSRB	MRV	Brushless	MCC
		MSDE			MCC	
					MPP	

Tableau. I.1. Classification des principales familles des machines synchrones

### Notations :

MSAP : Machine Synchrone à Aimants Permanents

MSRB : Machine Synchrone à Rotor Bobiné

MSDE : Machine Synchrone à Double Excitation

MRV : Machine à Réductance Variable

MCC : Machines à Courant Continu

MPP : Machine Pas à Pas

MSR : Machine Synchro-Reluctante

Machine Brushless : Machine sans balai.

### I.3 Machines synchrones à aimants permanents

Les machines synchrones à aimants permanents sont ont en général un bon rendement du fait que l'excitation du rotor se fait sans apport extérieur d'énergie. Elles possèdent également des propriétés dynamiques très intéressantes, car l'épaisseur importante de l'entrefer diminue la valeur des inductances statoriques des bobines. Mais la puissance massique, ou volumique, des machines à aimants est sûrement le facteur le plus important dans le succès de ces machines. On peut malheureusement reprocher à ces machines leurs prix élevés lorsque les aimants en terres rares, jugés de très performants, sont utilisés. Elles peuvent prendre quatre formes : MSAP, « brushless », MCC ou MPP. On peut les différencier en fonction des courants traversant le bobinage statorique : sinusoïdale et non-sinusoïdale

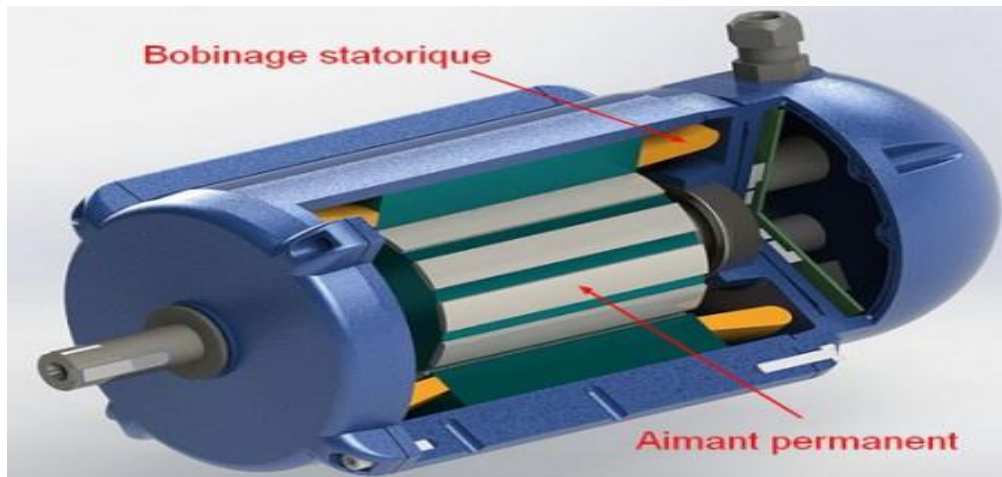


Figure I .1 Machine à aimants permanents.

Dans ce qui suit on s'intéresse beaucoup plus aux MSAP.

### I.3.1 Constitution de la MSAP

Comme toutes machines tournantes, la machine synchrone est constitué d'une partie mobile « le rotor » et d'une partie fixe « le stator »

#### I.3.1.1 Stator

Le stator est habituellement l'induit (siège de la transformation de puissance). Le stator est constitué d'un bobinage triphasé généralement couplé en étoile, découpé en  $p$  paires de pôles. Les bobinages sont insérés dans des encoches au sein de la culasse en ferrite.



Figure I.2 Stator machine synchrone à aimant permanent

#### I.3.1.2 Rotor

C'est une partie mobile, se compose d'aimants permanents. Les aimants permanents apportent beaucoup de simplicité comme l'élimination des ballais (donc les pertes rotoriques). Cependant, le flux rotorique n'est plus commandable.

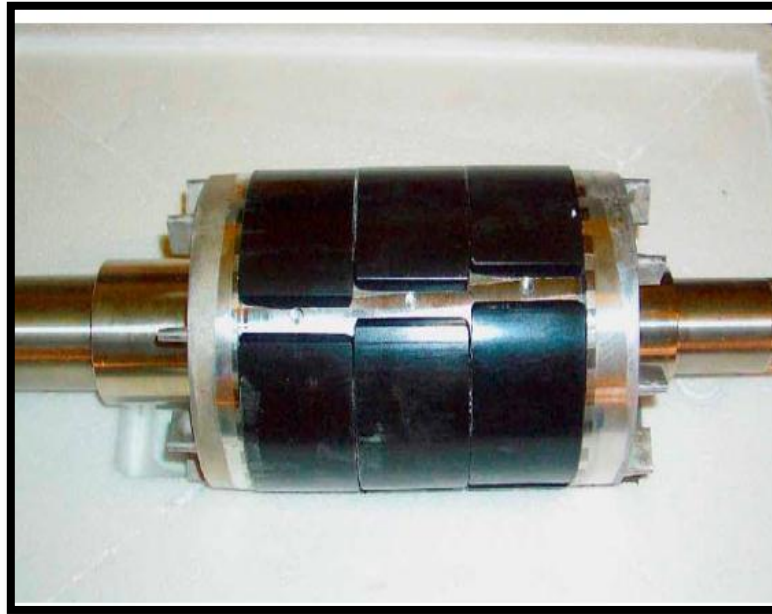


Figure I.3 Photographie d'un rotor avec des aimants permanents.

#### ➤ Position du rotor

On discernera ici deux styles de rotors: **les rotors intérieurs** et **les rotors extérieurs**. Dans la configuration à flux radial, les machines à rotors intérieurs sont les machines les plus classiques avec le rotor qui est confiné dans le stator. Les machines à rotor extérieur sont donc des machines avec leur rotor se trouvant à la périphérie de la machine. Ces machines sont couramment employées en moteur dans le domaine de la traction électrique. Ils sont encore appelés des « moteurs roues » [2], [3].

**a- Machines à rotor intérieur :** sont faciles à réaliser. De plus, elles possèdent une bonne évacuation des pertes statoriques, car le stator se trouve en périphérie. En effet, il y a généralement peu de pertes au rotor du fait de l'utilisation d'aimants permanents (figure I.4).

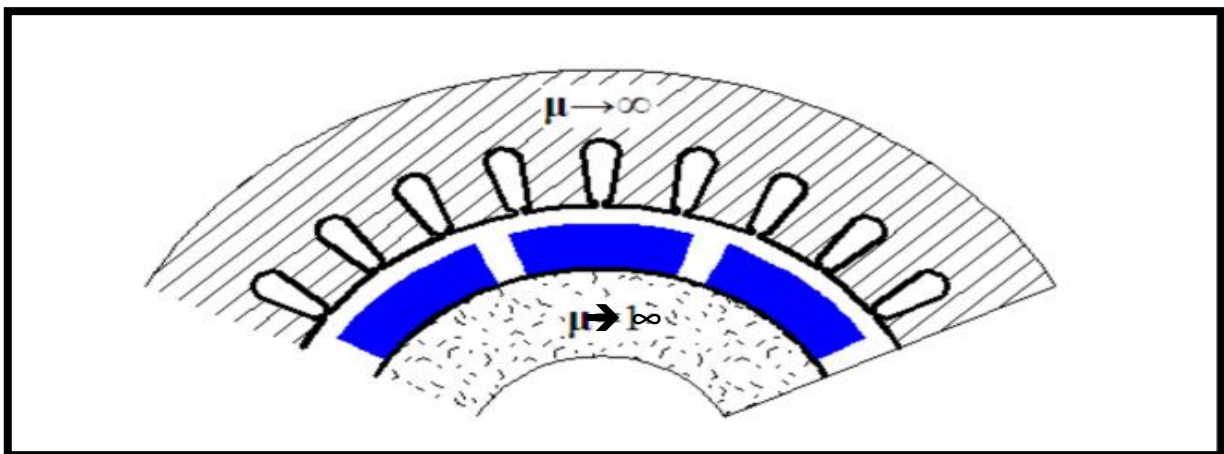


Figure I.4 Machines à rotor intérieur

- b- **machines à rotor extérieur** : ont toutefois une bonne tenue mécanique des aimants permanents en surface dus à la force centrifuge. De plus, les échanges convectifs avec l'air ambiant sont accrus du fait de la rotation. La réalisation et l'insertion dans un système sont plus complexes, notamment dû au montage en porte-à-faux qui entraîne un risque de déséquilibre (figure I.5).

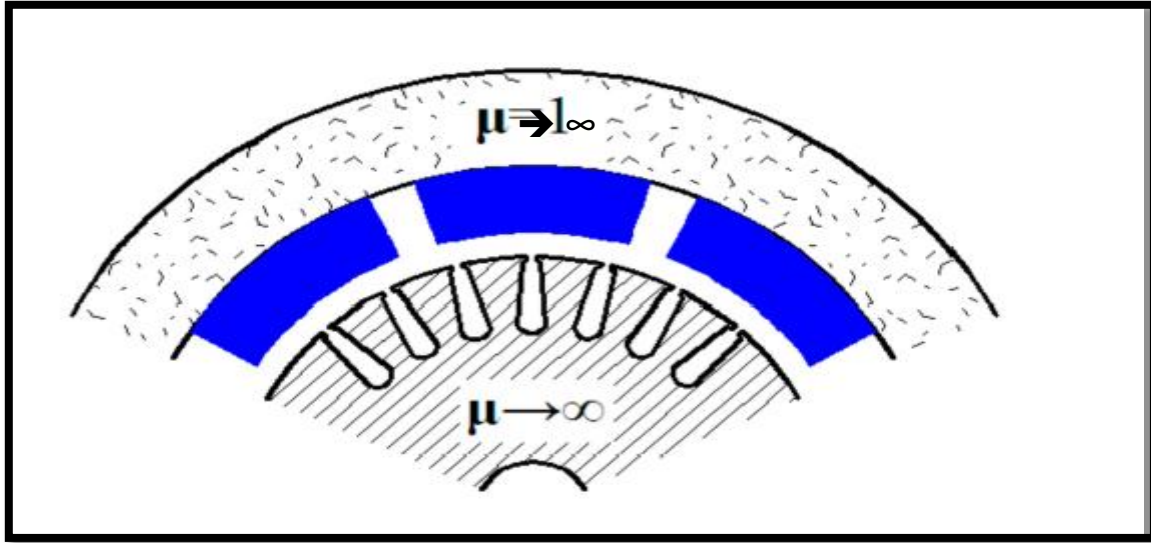


Figure I.5 Exemple de structures à rotor externe

### I.3.2 Principe de fonctionnement des MSAP

Le Principe des moteurs à aimants permanents est assez simple. Seules les bobines sont alimentées. Le champ créé par les enroulements oriente le rotor qui est constitué par des aimants. La Figure (I.6) présente un moteur ayant un rotor bipolaire et un stator comportant une paire de pôles. Les phases a et b et sont portées par des enroulements opposés. La présence de courants dans les phases oriente le rotor. On définit un “pas élémentaire  $\theta_p$ ” comme étant le déplacement angulaire du rotor lorsque l'alimentation est commutée d'une phase à la suivante.

Nous obtenons pour cette structure  $\theta_p = 90^\circ$ . Ceci correspond au passage de la figure (I.6.a) à la figure (I.6.c). Les demi-bas sont obtenus en alimentant deux phases à la fois (figure (I.6.b)). De nombreux moteurs sur le marché utilisent ce genre de structure [4].

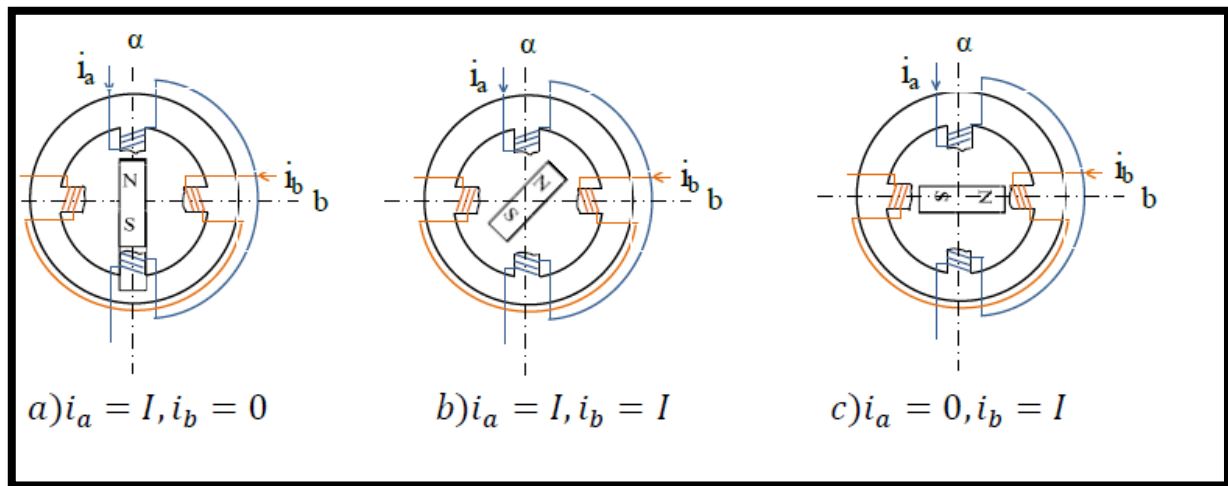


Figure I.6.Principe de fonctionnement du moteur à aimants permanents.

### I.3.3 Topologies des MSAP

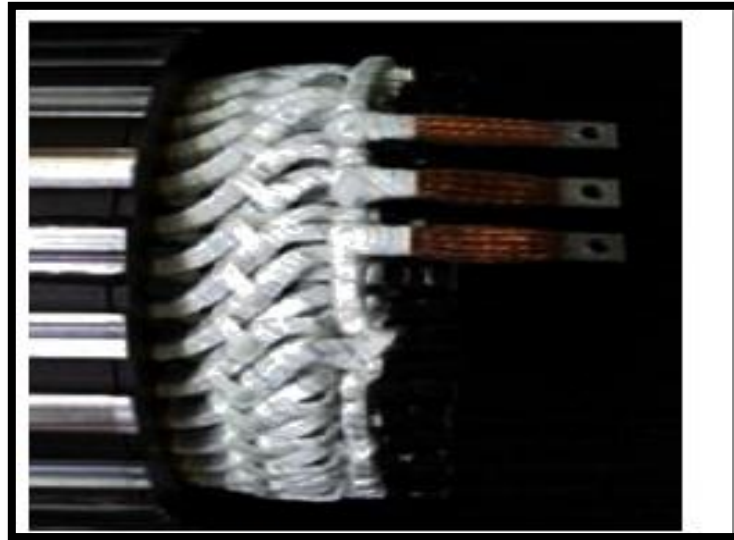
On rencontre différentes topologies de machines synchrones à aimants. Plusieurs critères permettent de les distinguer :

- ✚ Bobinage : réparti ou concentré.
- ✚ Sens du flux : radial, axial ou transversal.
- ✚ Position du rotor : intérieure ou extérieure.
- ✚ Position des aimants : en surfaces ou enterrées.

#### I.3.3.1 Bobinage

Il existe deux grandes familles de bobinage, le bobinage réparti et le bobinage concentré (figure I.7).

- a. **Bobinage réparti (encore appelé distribué)** : c'est la technique de bobinage la plus utilisée dans l'industrie. Sa particularité première est qu'elle permet une répartition quasi-sinusoidale du bobinage dans la machine et par conséquent du champ dans l'entrefer. De ce fait, la capacité du bobinage statorique à récupérer le flux rotorique est très élevée (pertes magnétiques faibles). La machine est alors capable de développer plus de couple. L'inconvénient majeur est l'important volume du cuivre nécessaire à sa mise en place, causé par les têtes de bobine (figure I.7.a).
- b. **Bobinage concentré (encore appelé dentaire)** : c'est une ancienne technique de bobinage qui regagne de l'intérêt à cause des avancées majeures réalisées en électronique de puissance [5]. Ses avantages majeurs sont sa facilité de réalisation, la diminution du volume du cuivre utilisé et ses coefficients de bobinage qui sont plus élevés (figure.I.7.b).



a. Bobinage réparti



b. Bobinage concentré

Figure .I.7. Les deux grandes familles de bobinage [5]

### I.3.3.2 Sens du flux

Les machines synchrones à aimants permanents peuvent se distinguer en plusieurs catégories, en fonction de la direction principale du flux dans la machine :

#### a. Machines à flux radial (RFPM)

La machine synchrone à flux radial (RFPM) est la machine à aimants la plus conventionnelle. Elle est employée couramment pour l'entraînement direct. Son stator est identique à celui d'une machine à induction classique. Ces structures peuvent se présenter, soit avec un rotor



placé à l'intérieur ou à l'extérieur (Figure I.8). Les différents types de rotor de machines à flux radial sont munis d'aimants montés soit en surface, soit encastrés ou enterrés [6].

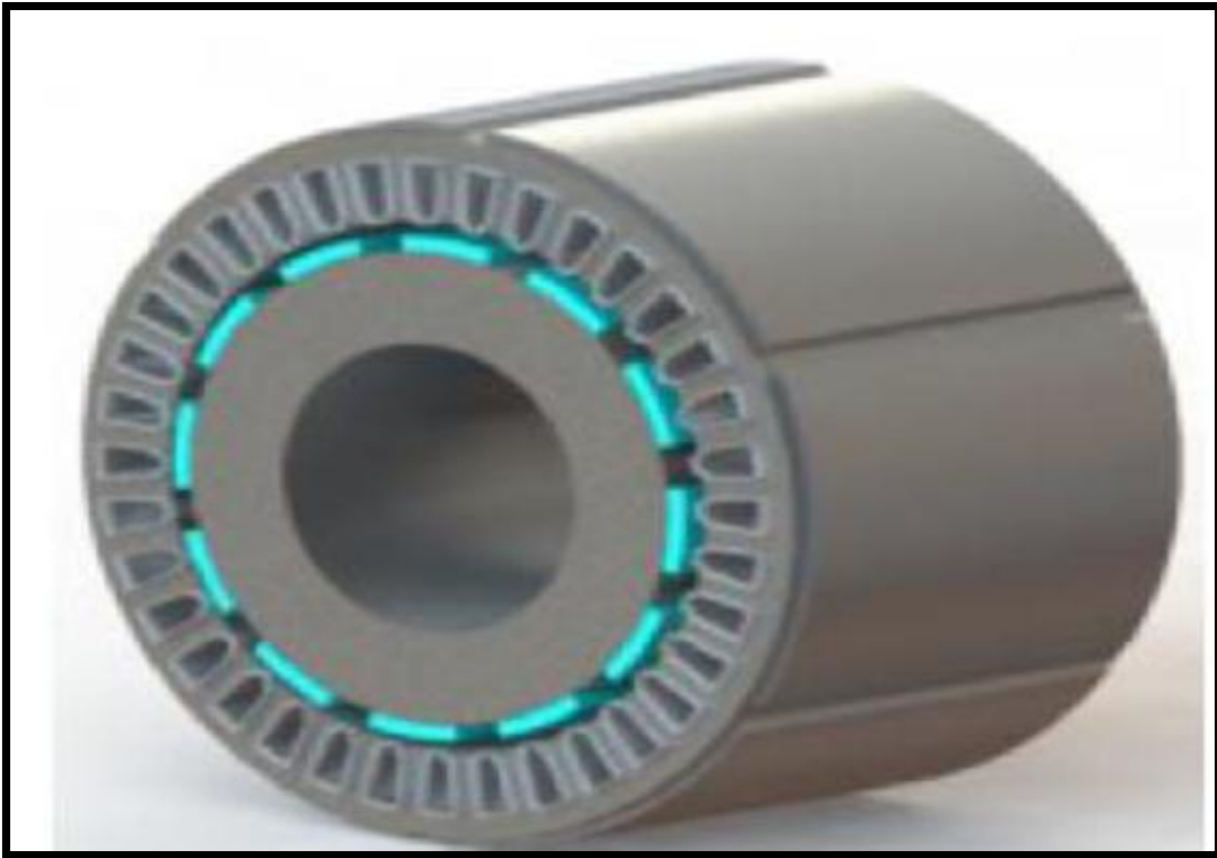


Figure I.8 Exemple de structures à rotor interne et à rotor externe.

### b. Machines à flux axial (AFPM)

Ces machines dites « discoïdales » ou AFPM représentent une autre solution possible pour les entraînements directs à basse vitesse. Elles comportent un ou plusieurs disques fixes bobinés et un ou plusieurs disques mobiles supportant les aimants permanents. Leur principal avantage est l'optimisation de la surface utile de génération du couple, qui se traduit par une puissance volumique importante. Cependant, leur assemblage est très compliqué, à cause des contraintes mécaniques liées aux poussées axiales [7].

Comparées à la structure à flux radial, ces machines se caractérisent par un plus grand diamètre et une longueur axiale relativement plus courte. Le flux provenant des aimants est axial tandis que le courant est dans la direction radiale. Différentes configurations à flux axial existent: celle à structure simple avec un seul rotor associé à un seul stator (figure I.9) et celles à double entrefer avec soit, un seul stator inséré entre deux rotors (figure I.10) ou un seul rotor inséré entre deux stators (figure I. 11).

L'exploitation de ces machines dans le domaine de traction (vélo électrique et voiture hybride) est très prometteuse [8].

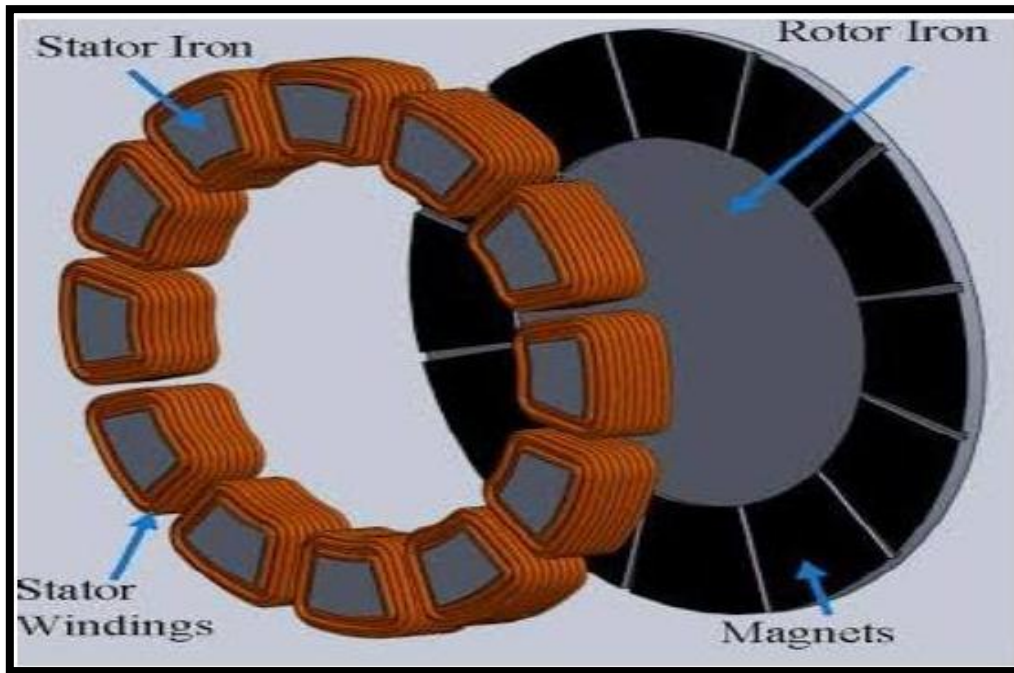


Figure I.9. Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator.

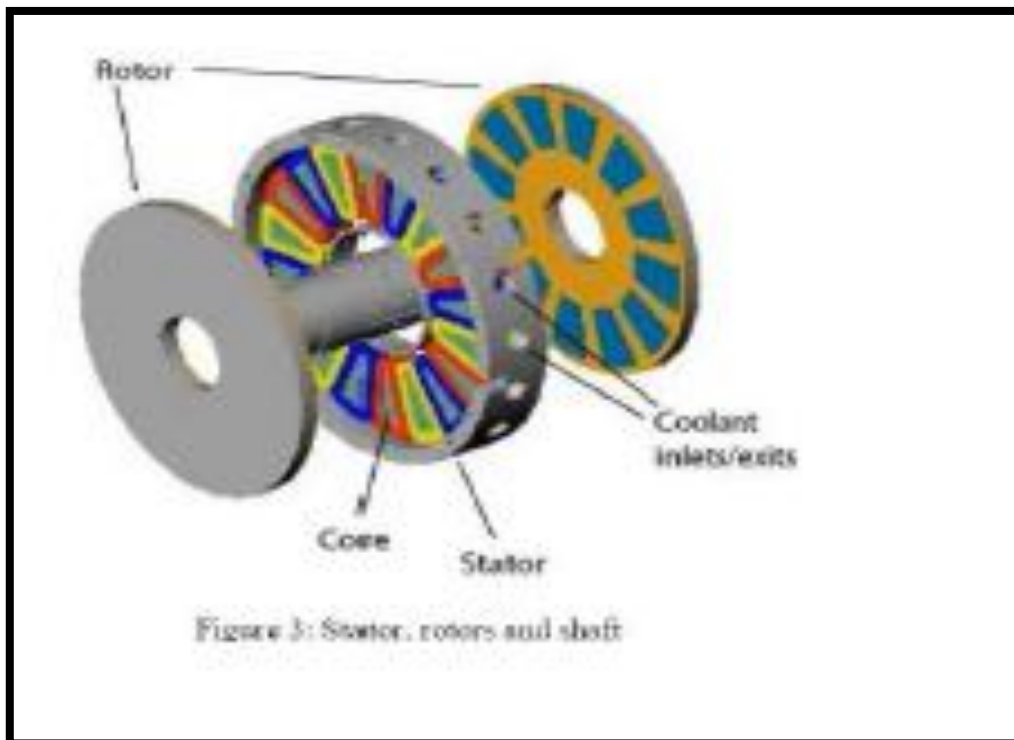


Figure I.10. Structure à flux axial avec double rotor et un stator.

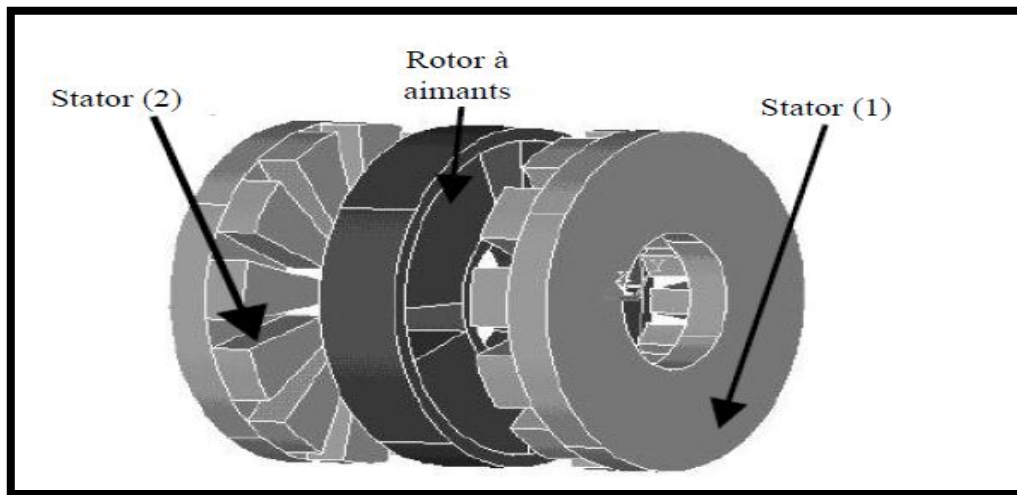


Figure I.11. Structure à aimantation axiale avec double stator et un rotor.

### c. Machines à flux transverse (TF)

Le trajet du flux se fait de manière transverse, c'est-à-dire que le trajet se fait à la fois de façon perpendiculaire et parallèle à l'axe de rotation de la machine (figure I.12).

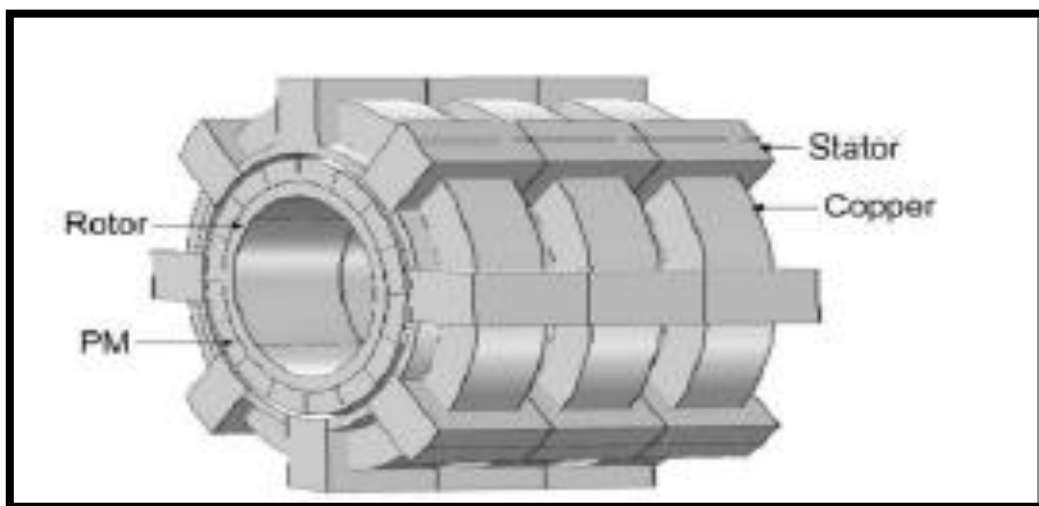


Figure I.12. Structure à flux transverse.

## I.3.4 Conception du rotor

Les machines à aimants permanents peuvent être construites avec plusieurs configurations rotoriques. Leur classification globale en termes de placement des aimants dans le rotor est donnée dans la section ci-dessous.

### I.3.4.1 Position des aimants

Il existe différentes topologies de rotor (figure I.13). On s'intéressera ici uniquement aux machines à flux radial. Sur la figure I.13 sont représentées les topologies de rotor les plus couramment utilisées. Sur la première ligne, on trouve des rotors dits à aimants en surface (a), insérés (b) et chapeautés (c). Sur la seconde ligne, on trouve des rotors à aimants dits à aimants

enterrés (d), à concentration de flux (e) et à structure en « U », « V » ou « W » pouvant être sur un ou plusieurs niveaux (f).

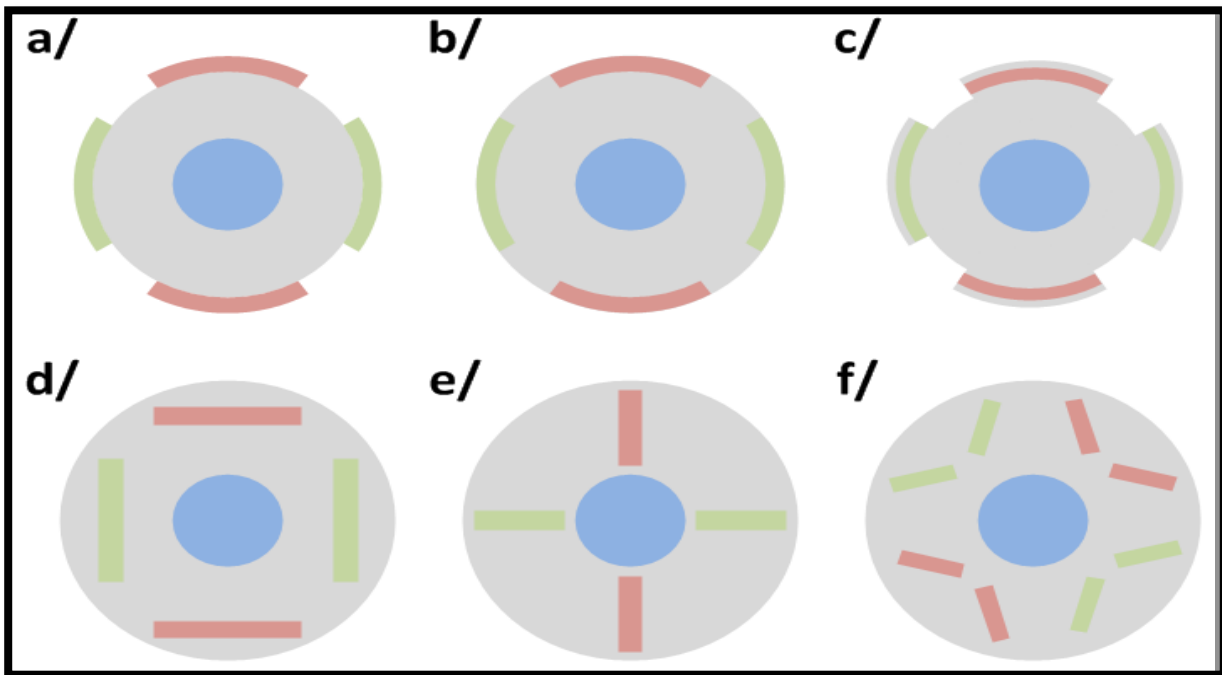


Figure I.13. Positions classiques des aimants des machines synchrones à aimants permanents.

➤ **Aimants en surface (a)**

C'est la configuration la plus classique. Les aimants sont fixés au rotor avec de la colle. Cette structure a l'avantage d'être relativement simple et économique [9]. Toutefois, cette configuration rend les aimants vulnérables. Tout d'abord, ils sont fortement exposés aux champs issus de la réaction magnétique d'induit qui peuvent entraîner des démagnétisations partielles ou totales. Ils sont de plus très difficiles à défluxer. Ensuite, dans une configuration avec le rotor à l'intérieur, les aimants sont soumis à des forces centrifuges importantes qui peuvent entraîner leur détachement du rotor. Les aimants peuvent être maintenus par frettage. Cela permet de retrouver certains avantages des machines avec aimants insérés à l'intérieur du rotor. L'avantage principal est de protéger les aimants : de la corrosion, des impacts mécaniques et des poussières.

➤ **Machines à aimants insérés (b)**

Possèdent des caractéristiques très proches des machines à aimants en surface, à cela près que le fer entre les aimants rajoute un couple réactant qui améliore le couple volumique de la machine [10], [11]. Mais l'ajout de fer dans l'espace interpolaire diminue l'entrefer et augmente également les fuites entre les aimants.

➤ **Machines à aimants chapeautés (c)**

Sont également proches de la structure des machines à aimants montés en surface. Au-dessus des aimants sont placées des pièces polaires, généralement en acier doux. Celles-ci permettent d'améliorer l'allure de la force électromotrice en agissant sur la forme de la pièce polaire. C'est d'ailleurs le cas des autres structures avec des aimants à l'intérieur du rotor. De plus, du fait qu'elles sont massives et conductrices, les pièces polaires peuvent également jouer le rôle d'amortisseurs.

➤ **Machines à aimants enterrés (d)**

Simplifient le processus de fabrication des aimants. Tandis que les machines à aimants en surface sont généralement en forme de tuiles et à aimantation radiale, les machines à aimants enterrés ont des aimants de forme parallélépipédique et à aimantation parallèle. Néanmoins, pour pallier les dangers de court-circuit magnétique des aimants, il faut évidemment ériger des barrières de flux. Les flux de fuites dans les barrières de flux comparé aux flux entre les aimants dans le cas des machines à aimants en surface sont plus importants. Ces fuites viennent diminuer le flux dans l'entrefer.

➤ **Machines à aimants à concentration de flux (e) et les structures en U, V ou W (f)**

Concentrent le flux généré par les aimants permanents dans le rotor. Cela permet d'obtenir ainsi plus d'induction dans l'entrefer ou bien d'utiliser des aimants à plus faible induction rémanente. Ces structures sont bien adaptées aux aimants en ferrites. Il est à souligner que dans ces machines, les pôles magnétiques se forment au niveau des parties ferromagnétiques

### I.3.5 Conception du stator

La structure du stator d'une machine synchrone à aimant est similaire à celle d'une machine à induction. Selon l'application, la distribution de la force-électromotrice pourrait être sinusoïdale ou trapézoïdale.

Basés sur le courant d'excitation, les machines à aimants peuvent être classées en deux types :

- ✚ Machine à FEM sinusoïdale
- ✚ Machine à FEM trapézoïdale

#### 1. Machine à FEM sinusoïdale

Les machines à aimants parcourues par des courants sinusoïdaux sont les MSAP. Cette stratégie d'alimentation permet d'avoir une répartition quasi-sinusoïdale du flux dans l'entrefer et ainsi de posséder de meilleures performances que ses consœurs à aimants [12]. Le point faible de ces machines est le coût et la complexité de l'électronique (commande et puissance) inhérente à ces machines. En effet, pour fonctionner à vitesse variable, les MSAP sont alimentées par des onduleurs qui permettent de faire circuler dans la machine des courants de fréquence variable. Toutefois, pour

éviter que le moteur ne décroche, l'onduleur doit tenir compte de la position du rotor. Cette estimation de la position est la plus couramment réalisée au moyen d'un codeur. On parle alors de machines synchrones autopilotées. Elles sont très utilisées dans les applications de grandes puissances.

## 2. Machine à FEM trapézoïdale

Les machines à aimants parcourues par des courants non-sinusoidaux sont les machines « Brushless », MCC et MPP à aimants. Même si les performances de ces machines sont moins bonnes, l'avantage est de simplifier l'électronique de puissance et de commande, ce qui réduit le prix de l'ensemble convertisseur-machine [13]. Les machines MCC à aimants sont bien évidemment alimentées en continu, tandis que les machines Brushless sont alimentées par des signaux en formes de créneau ou de trapèzes. Les MPP se différencient des machines « brushless au niveau de la commande. Il n'est donc pas nécessaire de connaître la position du rotor pour alimenter les phases au bon moment. Malgré de faibles performances, elles sont également très présentes, car elles jouissent de coût très faible et d'un fonctionnement relativement simple.

Les machines à aimants peuvent aussi être classées en fonction de la présence ou non des encoches dans le stator :

- ✚ Machine avec stator encoché conventionnelle.
- ✚ Machine avec stators sans encoches (surface enroulée)

Dans une machine sans encoches statoriques, le couple de détente est presque nul. Pour les moteurs ayant les mêmes dimensions et les mêmes matériaux magnétiques, le niveau de couple moyen dans un moteur sans encoches est plus faible que le couple moyen dans un moteur encoché. Il y a plusieurs formes pour les encoches statoriques, la figure I.14 illustre quelques formes d'encoches utilisées dans les machines à aimants.

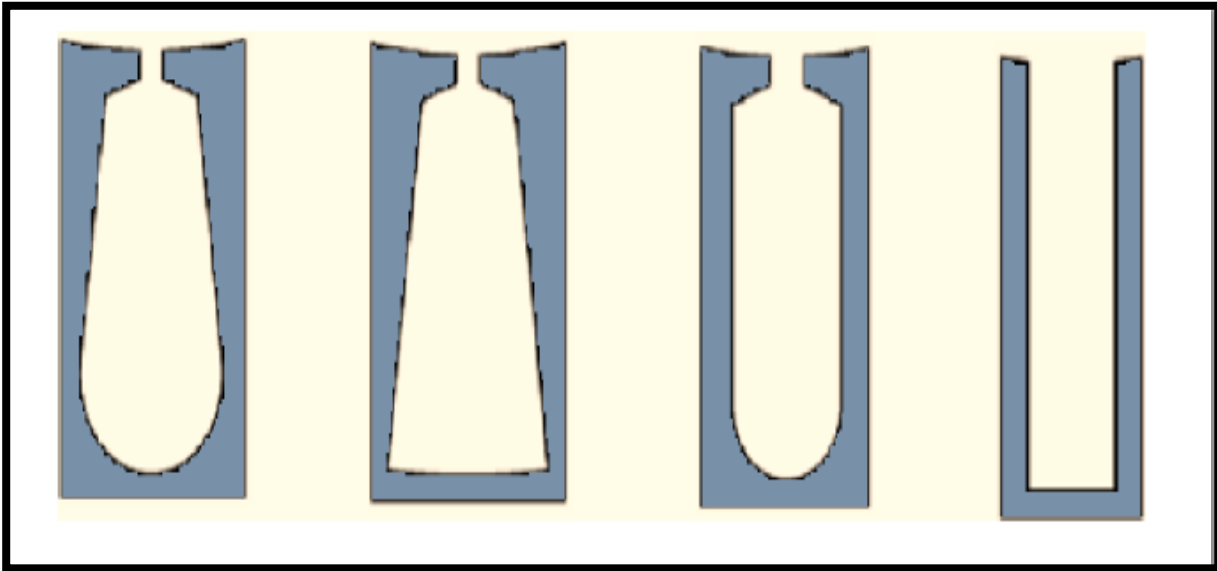


Figure. I.14. Formes des encoches du stator.

## I.4 Types d'aimantations

Une combinaison des types tangentielle et radiale peut être utilisée dans la conception des rotors en introduisant autres types d'aimantations par exemple on trouve : aimants avec aimantation mixte ou tournante, comme il est présenté dans la figure I.15.

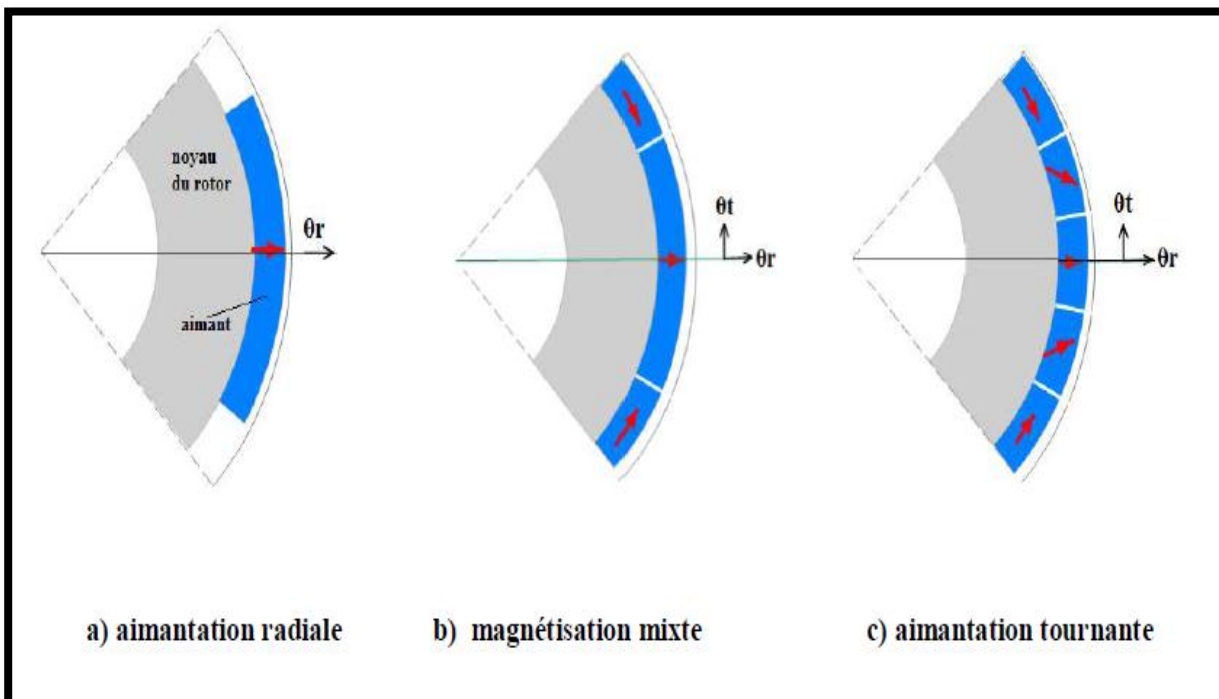


Figure I.15. Types d'aimantations des aimants sous un pôle.

### I.4.1 Forme de l'induction magnétique dans l'entrefer

La connaissance précise de la distribution du champ magnétique dans l'entrefer est un élément clé de l'évaluation des performances des moteurs synchrones à aimants, tels que, les inductances d'enroulement, la force électromotrice (FEM), limite de démagnétisation, les pertes du stator, les pertes par courants de Foucault dans les parties tournantes, le couple moyen et le couple de détente, les vibrations et le bruit acoustique, la configuration magnétique (par exemple : l'épaisseur des aimants, le rapport entre l'ouverture des aimants et l'ouverture du pôle, etc.), direction de l'aimantation (par exemple, radial, parallèle...etc.), l'épaisseur de l'entrefer, et la combinaisons entre le nombre des pôles et le nombre des encoches ont des effets significatifs sur la distribution du champ magnétique dans l'entrefer [14].

Différentes méthodes ont été proposées dans la littérature pour avoir une forme proche de la sinusoïde de la distribution d'induction magnétique dans l'entrefer pour réduire les fluctuations du couple électromagnétique.

Une méthode simple consiste sur l'élimination d'un ou plusieurs harmoniques en ajustant la largeur de l'aimant sous un pôle. Cependant, cette méthode peut réduire la densité de force de l'aimant et le couple de la machine, car ils sont aussi influencés par la largeur des pôles.

Une autre méthode présentée dans [15], basée sur l'utilisation de blocs d'aimants de différentes hauteurs sous un pôle, comme indiqué dans la figure I.16. Cependant, ce type de configuration lorsqu'il est utilisé dans une machine à aimant, provoque un écart non uniforme dans l'entrefer de la machine provoquant un bruit audible, ainsi la résistance de l'air conduit à la détérioration des performances de la machine. Cette méthode a besoin des pièces d'aimants avec des dimensions différentes, qui à son tour accroître la complexité et le coût de fabrication du pôle.

La troisième méthode est traduite par la conception d'un pôle comprenant des blocs d'aimants d'intensité de champ différente, tel que le bloc situant en centre ayant une forte intensité par rapport aux autres blocs. Cette conception résulte une aimantation non uniforme par rapport aux autres pièces. Cette méthode présente des problèmes, parmi lesquels la présence d'un entrefer non-uniforme.



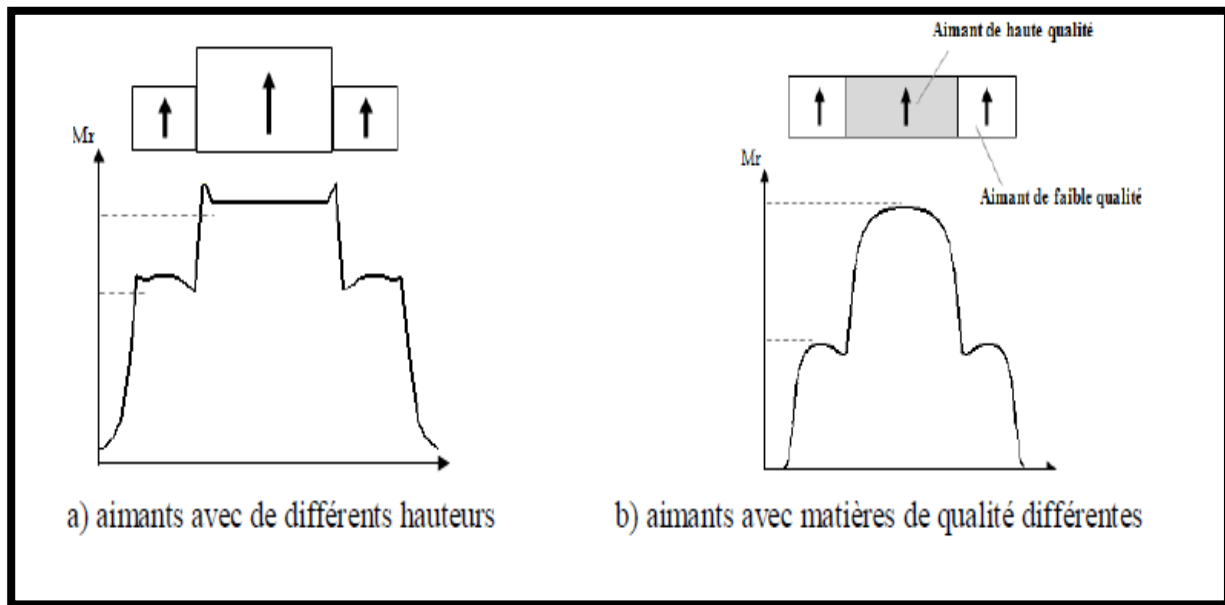


Figure. I.16. Conception des aimants et leurs aimantations dans l'entrefer.

## I.5 Alimentation des moteurs synchrones à aimants

Les machines synchrones à aimants permanents peuvent être alimentées par deux principaux types d'alimentation :

- ✚ Structure d'alimentation en courant.
- ✚ Structure d'alimentation en tension.

### I.5.1 Structure avec alimentation par courant

#### I.5.1.1 Alimentation par courants sinusoïdaux

Pour réaliser des courants de référence de forme sinusoïdale, il faut disposer d'un codeur de la position du rotor possédant une bonne définition angulaire ou bien, plus rarement, faire l'estimation de celle-ci. En pratique, les courants de référence de forme sinusoïdale sont obtenus au moyen de mémoires adressées à partir du codeur de position et lues par des convertisseurs numérique-analogique.

L'amplitude de ces courants peut être ajustée en changeant la valeur de la tension de référence de ces convertisseurs. Les courants réels circulant dans la machine sont mesurés par des capteurs qui doivent nécessairement posséder un isolement galvanique. Pour mettre en œuvre le système de contrôle des courants qui élabore la commande des interrupteurs de l'onduleur à partir de la comparaison des courants réels et des courants de références.

#### I.5.1.2 Alimentation par courants rectangulaires

Les courants ont la forme de créneaux de  $120^\circ$  de largeur. Il y a toujours deux phases alimentées simultanément en série par un courant constant. Tous les  $60^\circ$ , le courant est commuté d'une phase à l'autre comme est présenté dans la figure I.17.

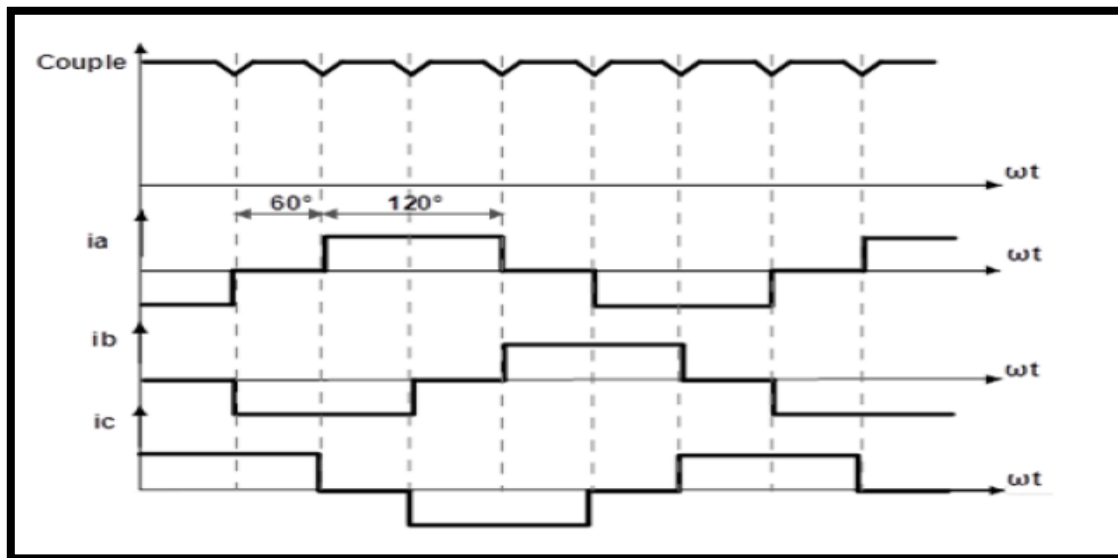


Figure I.17 Alimentation par courants rectangulaires et couple résultant.

Le couple apparaît donc comme la juxtaposition des courbes de couple à courant constant développé par la machine pendant les différentes séquences du fonctionnement. Il est clair que si l'on cherche à minimiser les ondulations du couple résultant, les courbes des FEM de deux phases alimentées à courant constant doivent avoir une variation trapézoïdale en fonction de la position du rotor, avec un palier de largeur suffisante (plus de  $60^\circ$ ).

On peut également noter que si le critère essentiel est la minimisation des ondulations du couple, les courants doivent être centrés par rapport aux courbes des FEM. Cela revient à un décalage nul entre les ordres de commutation et les FEM.

La différence essentielle entre ce type d'alimentation et l'alimentation par courants sinusoïdaux réside dans le fait qu'elle nécessite un capteur de position du rotor plus simple. En effet, pour générer des courants rectangulaires, seule la position du rotor au moment des commutations est nécessaire. [16].

### I.5.2 Alimentation par onduleur

Plusieurs moteurs synchrones sont de type alimentation par courant. Dans les gammes de puissance plus élevée, s'est engagé directement avec les onduleurs, et dans les gammes de puissance plus faible, il est avec des onduleurs à modulation de largeur d'impulsion.

Cette structure est basée sur le schéma de principe du pont de Great à six thyristors. Ce commutateur a pour rôle d'aiguiller le courant dans les enroulements statoriques de la machine, à partir d'un courant continu fourni par une source de courant. En général, cette source de courant est constituée d'un pont redresseur à interrupteur statique, à partir d'une source d'alimentation triphasée, régulée en courant et associée à une inductance dite de « lissage » servant à réduire les ondulations du courant et rendant la source plus proche d'une source idéale comme indiqué sur la figure I.18.

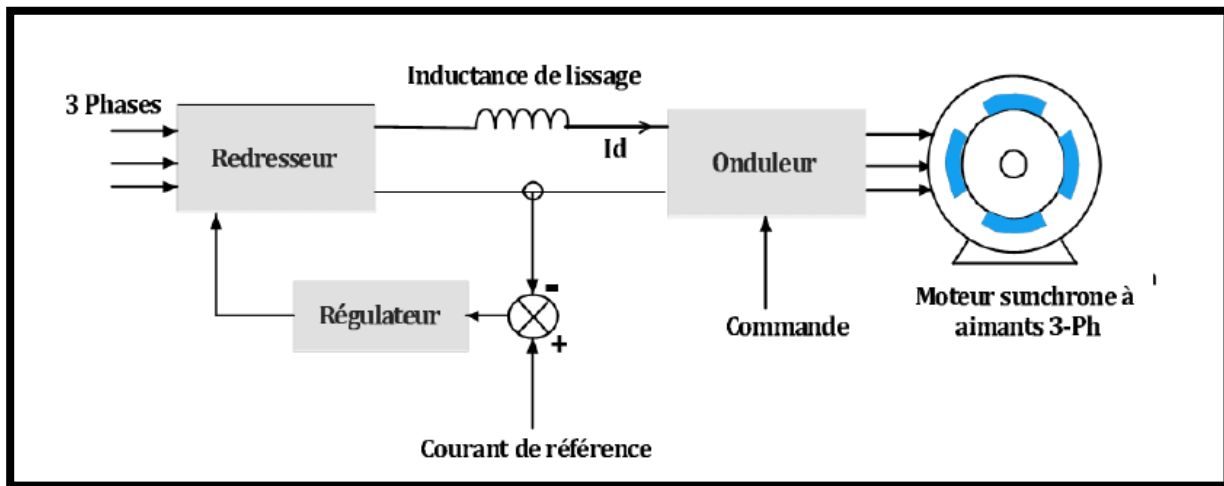


Figure I.18 Structure d'alimentation par onduleur de courant d'un moteur à aimants de 4-pôles.

### I.5.3 Structure avec alimentation en tension

Dans ce cas, l'alimentation à fréquence variable de la machine s'effectue à partir d'une source de tension continue  $V_c$  et par modification périodique de la tension aux bornes de la machine. La structure de la figure I.19 diffère peu de celle de la commutation en courant. Cependant, on ajoute un condensateur en parallèle sur la sortie du redresseur afin d'absorber les ondulations de tension du redresseur en vue d'obtenir une tension continue.

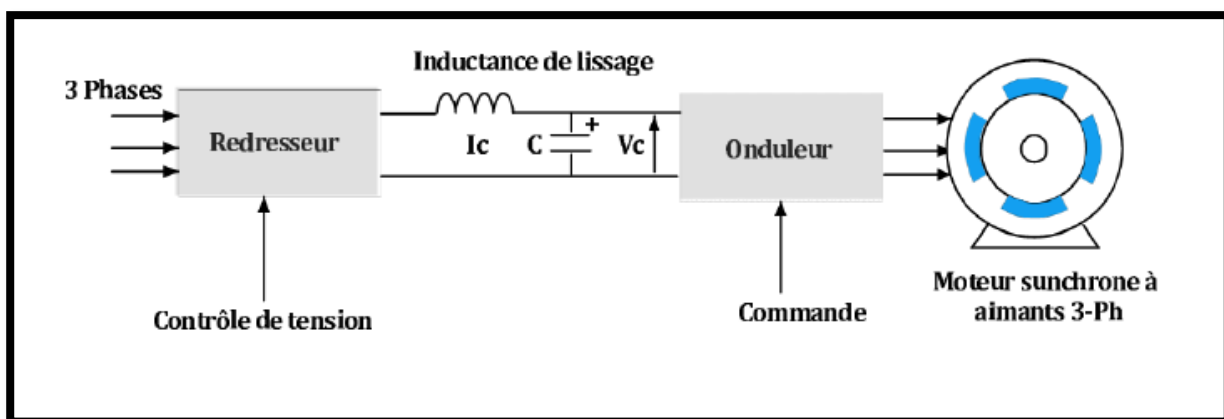


Figure I.19 Structure d'alimentation par onduleur de tension d'un moteur à aimants

## I.6 Aimants permanents

Les aimants permanents sont une matière première pour diverses applications dans le monde industriel [17]. Ils ont donc un rôle important dans la fabrication des machines électriques. Les aimants permanents sont des matériaux magnétiques durs, c'est-à-dire, qu'ils gardent leurs propriétés magnétiques même en absence d'un champ magnétique extérieur.

Le cycle d'hystérésis de l'aimant permanent est tracé sur la figure I.20. On trouve : le cycle de polarisation ( $H$ ), en noir, et le cycle d'induction  $B(H)$ , en rouge, ils sont affichés sur les quatre quadrants.

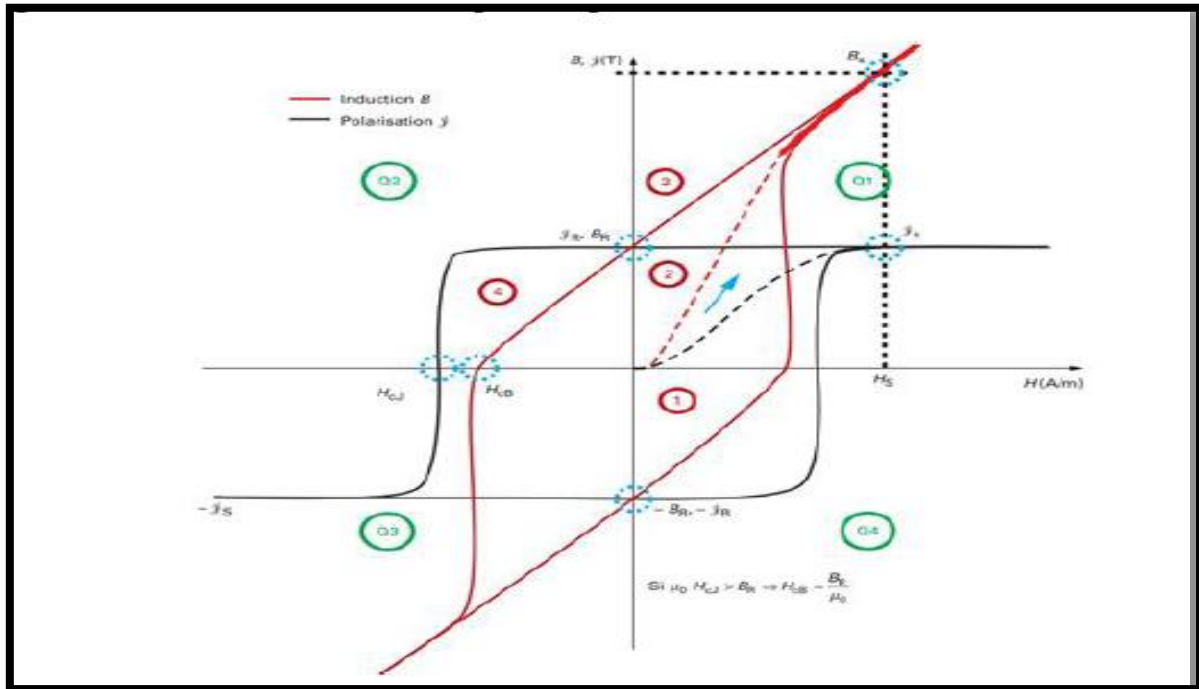


Figure I.20. Cycles d'hystérésis magnétique d'un aimant permanent [18].

Les aimants travaillent principalement dans le quadrant Q2, appelé la zone de démagnétisation. Dans cette zone, les caractéristiques suivantes sont définies :

- ✚ l'induction rémanente  $B_R$  (champ magnétique nul),
- ✚ le champ coercitif de l'induction  $H_{cB}$  (induction nulle),
- ✚ le champ coercitif de la polarisation  $H_{cJ}$  (polarisation nulle), et le produit énergétique maximal  $(BH)_{ax}$ .

Ces caractéristiques dépendent fortement de la température de fonctionnement. L'élévation de température fait diminuer les caractéristiques pour tous les types d'aimants, sauf pour la ferrite dont le champ coercitif de la polarisation augmente. Deux coefficients de température sont définis :

- ✚ Coefficient de réversibilité en température de l'induction rémanente  $\alpha_{Br}$
- ✚ Coefficient de réversibilité en température du champ coercitif  $\alpha_{cJ}$ .

Ces paramètres permettent de calculer le point de fonctionnement de l'aimant  $(H_{A,A})$ , qui est l'intersection entre la droite de charge, définie par le circuit magnétique, et la courbe de démagnétisation  $B(H)$ , figure I.21. Cette courbe est caractérisée par :

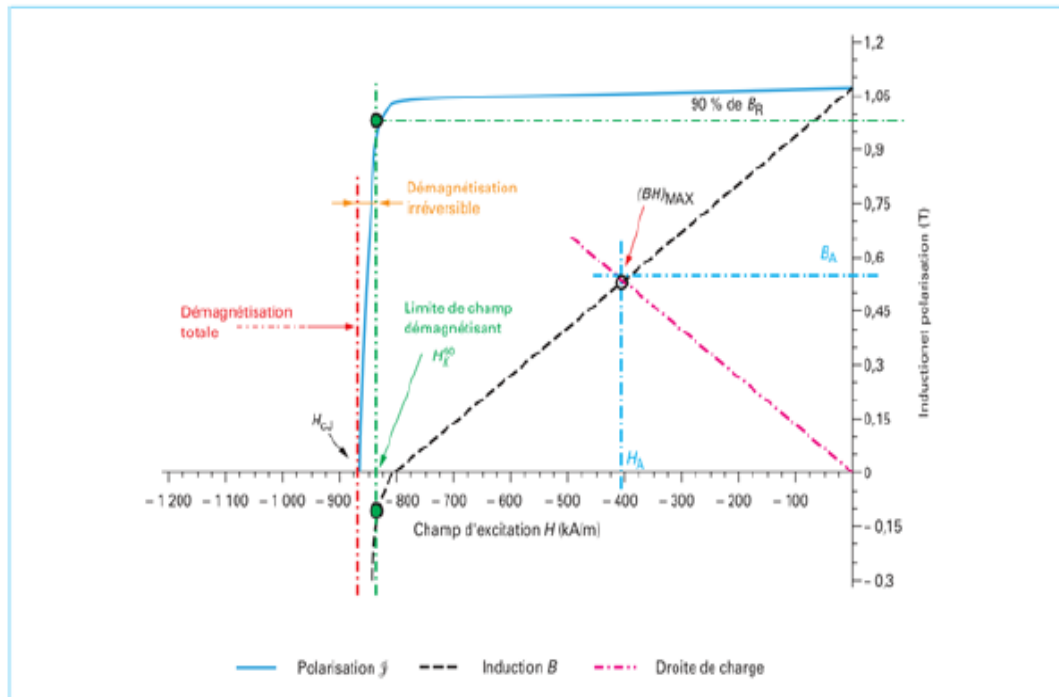


Figure I.21. Limites de fonctionnement de l'aimant permanent [18]

- ✚ L'induction rémanente ( $B_r$ ), c'est -à-dire l'induction résiduelle au circuit fermé, ce qui signifie une induction de la puissance potentielle de l'aimant.
- ✚ Le champ coercitif ( $H_{cb}$ ), caractérise le champ démagnétisant annulant l'induction, plus sa valeur est élevée plus l'aimant est stable.
- ✚ Produit d'énergie volumique ( $BH$ ) max, ce produit est couramment appelée énergie spécifique de l'aimant ; cette énergie caractérise la qualité du matériau.

En effet pour un entrefer donné, le volume est d'autant plus faible, que l'énergie spécifique est élevée.

### I.6.1 Matériaux pour aimants permanents

Il existe une grande variété de matériaux, pour aimants permanents, dont les propriétés et les applications sont diverses. Dans le cas des machines tournantes, on distingue trois types:

#### I.6.1.1 Alnico

Aimants permanents réalisés à partir d'un alliage Aluminium-Nickel-Cobalt. Caractérisés par une induction rémanente élevée et un champ coercitif faible. Ils sont donc de caractéristiques énergétiques médiocres. En effet, de part leur composition métallique ils sont le siège de pertes fer, et le procédé de fabrication induit une direction privilégiée de l'aimantation, qui est celle de la plus grande longueur. Actuellement, en raison de leur basse qualité, ils ne sont presque plus utilisés, figure I.22.



Figure I.22. Aimants Alnico

### I.6.1.2 Ferrites

Aimants permanents, formés de matériaux de la famille des céramiques et donc électriquement non-conducteurs et quasiment ferromagnétiques. Ils sont caractérisés par une faible induction rémanente mais ont un champ coercitif élevé. Ils sont surtout intéressants pour leur bon rapport densité d'énergie – prix, figure I.23.



Figure I.23 Aimants ferrites

### I.6.1.3 Alliages métaux – terres rares

Ils sont, actuellement, les plus performants des aimants permanents utilisés dans la construction des machines synchrones. La version la plus courante est l'alliage samarium cobalt, caractérisé par une induction rémanente et un champ coercitif élevés. A taille égale, la densité d'énergie emmagasinée dans l'aimant est trois fois plus grande que celle des Alnico et six fois plus que celle des ferrites, réduisant ainsi de façon considérable le volume du rotor, ce qui permet donc d'augmenter le couple massique de la machine et de réduire son inertie. Leur prix est cependant élevé.



Figure I.24 Aimants terres-rares

Il faut souligner que les aimants permanents utilisés dans les machines électriques présentent une très grande rigidité magnétique (associée à une perméabilité magnétique dynamique proche de la perméabilité de l'air :  $\mu_0$ ) qui garantit une grande résistance à la désaimantation nécessaire pour le fonctionnement démagnétisant dans les machines.

La figure I.125 donne les courbes de désaimantation des principaux types d'aimants

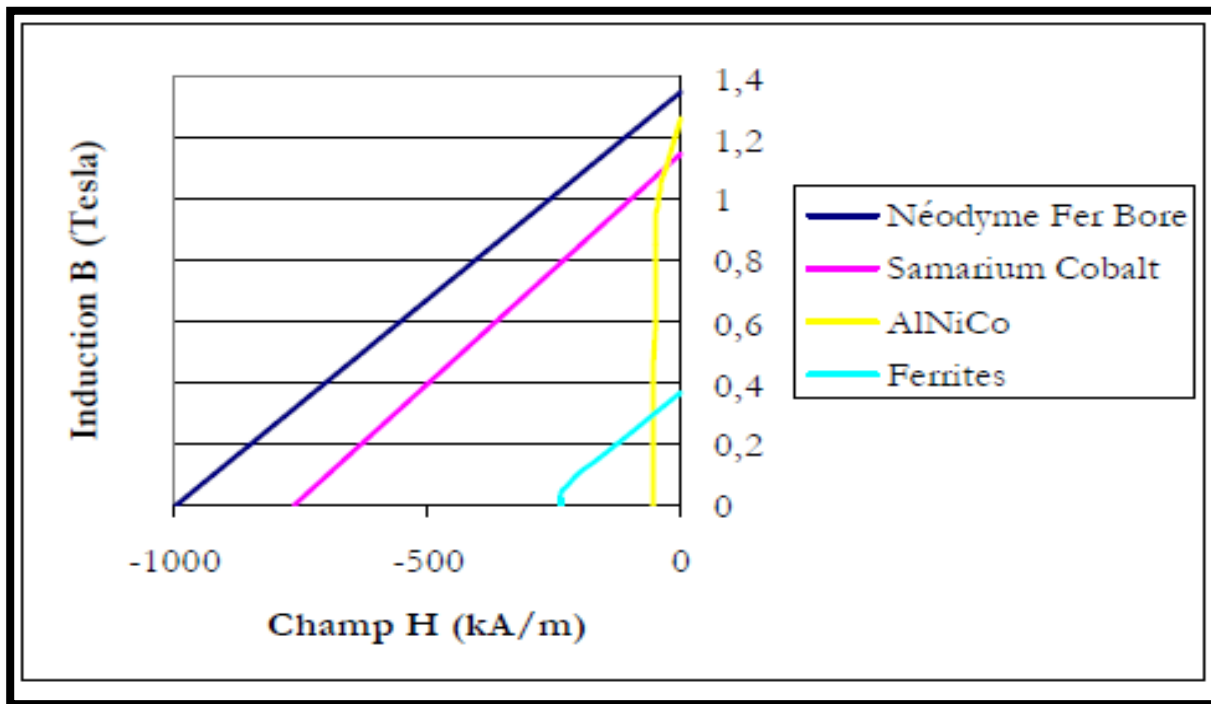


Figure I.25. Courbes de caractérisation des aimants.

## I.7 Couple des machines synchrones à aimants permanents

Les performances d'une machine à aimants permanent se jugent sur certains critères qui sont :

- ✚ Maximum de puissance ;
- ✚ Minimum de volume total ;
- ✚ Minimum de volume d'aimant ;
- ✚ Minimum de pertes ;
- ✚ Minimum d'ondulation du couple.

### I.7.1 Couple de détente

Quand les aimants tournent avec le rotor et passent devant les dents du stator, ils rencontrent une réluctance variable qui entraîne un couple de valeur moyenne nulle que l'on appelle couple de détente; pour le minimiser, les encoches peuvent être inclinées d'un pas d'encoche, mais cela rend plus difficile l'opération de bobinage, il est donc préférable d'incliner les aimants plutôt que les encoches.

### I.7.2 Couple réluctant

Aussi appelé couple de saillance, il est dû aux variations des inductances des enroulements statoriques en fonction de la position du rotor. Il faut noter que dans le cas des aimants montés en



surface, le flux d'induit rencontre la même réluctance quelle que soit la position du rotor ,il n'y a pas donc pour ces moteurs de couple de réluctance à prendre en compte.

### I.7.3 Couple mutuel

Il est dû à l'interaction des champs statorique et rotorique.

## I.8 Domaines d'application des MSAP

Les machines synchrones à aimants sont employées dans de nombreuses applications :

- ✚ Véhicules électrique routiers (motorisation, essuies glaces.....).
- ✚ Processus d'automatisation .
- ✚ Equipements des parcs d'attraction systèmes de sécurité (portails automatique des garages par exemple).
- ✚ Ascenseurs.
- ✚ Escaliers roulants.
- ✚ Navettes.
- ✚ Chemins de fer et les tramways.
- ✚ Actionnements des pistes de décollage pour le contrôle des vols aériens.

### I.8.1 Avantages et inconvénients des MSAP

#### I.8.1.1 Avantages

Les machines synchrones à aimants permanents présentent plusieurs avantages par rapport aux autres types de machines : à courant continu, synchrone à excitation électrique et asynchrone [9]. Parmi ces avantages, on peut citer :

- ✚ Meilleures caractéristiques thermiques, la localisation des pertes Joules et des pertes fer au stator simplifie le refroidissement de la machine.
- ✚ Puissance massique et volumique importantes.
- ✚ Un rendement et facteur de puissance élevés.
- ✚ Aucun courant d'excitation (30% de pertes en moins).
- ✚ Une capacité à fonctionner à haute, voire très haute vitesse.
- ✚

#### I.8.1.2 Inconvénients

Comme inconvénients de la MSAP on cite :

- ✚ Coût élevé des aimants.
- ✚ Interaction magnétique due au changement de structure.
- ✚ Influence des vibrations et des chocs sur la structure de la machine.
- ✚ Diminution de l'aimantation selon une loi logarithmique en fonction du temps.

## **I.9 Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté un état de l'art de la machine synchrone à aimant permanent. En effet, la constitution, la conception, le principe de fonctionnement, la classification et les matériaux pour aimants permanents sont des points qui ont été abordés.

Dans le prochain chapitre, un modèle semi-empirique, basé sur des expressions purement analytiques, dédié au dimensionnement des MSAP sera présenté.

**Chapitre II**  
**Dimensionnement des machines  
synchrones à aimants permanents**

## II.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente un modèle pour le pré-dimensionnement et le calcul des paramètres des machines synchrones à aimants permanents montés en surface (MSAP). Dans ce modèle, des fonctions analytiques sont utilisées afin de prédéterminer les caractéristiques géométriques, électriques, les pertes et le rendement de la machine étudiée.

## II.2 Etapes de dimensionnement

Le processus de dimensionnement des machines électriques passe par plusieurs étapes à savoir :

### + pré-dimensionnement (dimensionnement rapide)

Dans cette étape on cherche à trouver une solution initiale qui servira de point de départ pour le dimensionnement optimal de la structure. Pour cela, des méthodes basées sur des modèles analytiques simplifiés et les données du cahier de charges sont généralement utilisées pour faire un premier dimensionnement rapide dont les résultats peuvent être relativement réalistes.

### + dimensionnement optimal (final)

Dans cette étape, les dimensions initiales, déterminées précédemment, servent comme base pour une démarche de conception optimale utilisant des modèles (analytique ou numérique) souvent plus précis que ceux utilisés dans le pré-dimensionnement. Ces modèles doivent prendre en compte l'ensemble des caractéristiques de la machine telles que : les expressions des performances de la machine (couple moyen, force électromotrice, rendement ....etc.), les critères à optimiser et l'ensemble des contraintes posées par le cahier de charges. Donc, cette étape nécessite des modèles suffisamment précis et des méthodes d'optimisation adaptées à ce genre de problème (multi-objectif, non linéaire, contraint et à variable discrètes).

### + validation par éléments finis (vérification)

Cette étape a pour but de vérifier les performances de la structure optimale issue de l'étape précédente (dimensionnement final). Ces performances sont généralement : le couple, la FEM et les niveaux des inductions dans les différentes régions du moteur, cette phase permet aussi de vérifier la démarche de conception et les modèles analytiques utilisés.

## II.3 pré-dimensionnement de la MSAP

### II.3.1 Modèle analytique et équations de dimensionnement

#### II.3.1.1 Coefficient de bobinage

Ce coefficient reflète la qualité du couple généré. Il permet la correction de la *f.é.m* réellement produite par rapport à sa valeur théorique. Le coefficient de bobinage est le produit des trois coefficients suivants [20] :

- ✓ Coefficient de distribution ;
- ✓ Coefficient de raccourcissement ;
- ✓ Coefficient d'inclinaison.

On aura donc en général :

$$K_{bn} = K_{dn} * K_{rn} * K_{in} \quad (\text{II.1})$$

Dans le cas idéal, parfait, le coefficient de bobinage est égale à 1.

$K_{bn}$  : Coefficient de bobinage

$K_{dn}$  : Coefficient de distribution

$K_{rn}$  : Coefficient de raccourcissement

$K_{in}$  : Coefficient d'inclinaison

### 1. Coefficient de distribution

C'est le rapport entre ce qui donne le bobinage réel et celui à pas diamétrale (pas normal).

Soient :

**Z** : Nombre total d'encoches dans la machine;

**P** : Nombre de paire de pôles;

**m** : Nombre d'encoches par pôle et par phase est donnée comme suit :

**q** : Nombre de phases.

$$m = \frac{z}{q \cdot 2 \cdot p} \quad (\text{II.2})$$

Pour l'harmonique de rang n :

$$K_{dn} = \frac{\sin(n \cdot m \cdot \frac{\alpha_e}{2})}{m \sin(n \cdot \frac{\alpha_e}{2})} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$\alpha_e = p * \frac{2\pi}{Z}$  : C'est le déphasage électrique entre deux encoches adjacentes, il correspond au pas dentaire  $\tau_d$  donné par :

$$\tau_d = \frac{\pi D}{Z} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

D : Diamètre d'alésage

### 2. Coefficient de raccourcissement

Soit  $\beta$  l'angle de raccourcissement des spires de l'enroulement où :

$$\beta = \frac{\tau_b}{\tau_p}$$

$\tau_b$  : Ouverture de la bobine ou pas de bobinage.

$\tau_p$  : Pas diamétrale qui correspond au pas polaire  $\tau_p$

Avec :

$$\tau_p = \frac{\pi}{p} \text{ [Radian]}$$

Pour l'harmonique de rang n le coefficient de raccourcissement est donné par :

$$K_{rn} = \sin\left(n \frac{\beta\pi}{2}\right) \quad (\text{II.5})$$

Si  $\tau_b = \tau_p$ , la bobine à pas diamétrale, le coefficient de raccourcissement est égale à 1.

### 3. Coefficient d'inclinaison

Pour un rang d'harmonique n impaire le coefficient d'inclinaison est donné par :

$$K_{in} = \frac{\sin\left(n \frac{\alpha_e}{2}\right)}{\frac{\alpha_e}{2}} \quad (\text{II.6})$$

Le coefficient d'inclinaison est égal à 1 en absence d'inclinaison.

#### II.3.1.2 Coefficient de remplissage d'encoche

Les encoches sont des trous usinées dans les culasses statorique et/ou rotorique près de l'entrefer, et dans lesquelles des conducteurs électriques sont logés. Uniquement la partie active du bobinage se trouve dans l'encoche, la partie frontale des conducteurs ou les têtes de bobines se trouvent à l'extérieur du fer. Ce coefficient permet de tenir compte des pertes de performances dues au positionnement des conducteurs dans l'encoche [20]. Il est défini comme étant le rapport entre la section des conducteurs en cuivre et la section de l'encoche.

$$\text{Coefficient de remplissage d'encoche} = \frac{\text{section de conducteur en cuivre}}{\text{section d'encoche}}$$

#### II.3.1.3 Force électromotrice fondamentale

La force électromotrice, f-é-m, fondamentale est donnée par l'expression suivante :

$$E = 4.44 * N_s * f * K_b * \widehat{\Phi} \quad (\text{II.7})$$

Où :

$N_s$  : Nombre de spires en série par phase.

$\widehat{\Phi}$  : Valeur maximale du flux magnétique par pôle produit par les aimants et qui est exprimé par l'équation suivante:

$$\widehat{\Phi} = \widehat{B}_e * L_a * \tau_p * \frac{2}{\pi} \quad (\text{II.8})$$

Où :

$L_a$  : Longueur active de la machine ;

$\tau_p$  : Pas polaire donné par l'équation suivante :

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot D}{2p} \quad (\text{II.9})$$

$\widehat{B}_e$  : Induction maximale dans l'entrefer est exprimée par l'équation suivante :

$$\widehat{B}_e = \widehat{B}_m \quad (\text{II.10})$$

Avec :

$\widehat{B}_m$  L'induction maximale dans l'entrefer

#### II.3.1.4 Facteur de forme $K_f$

Le facteur de forme est donné par l'expression suivante :

$$K_f = \frac{4}{\pi} \sin\left(K_a \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{II.11})$$

Avec :

$K_a$  : Coefficient d'aimant.

#### II.3.1.5 Courant dans une phase

Le courant dans une phase est donné comme suit :

$$I = \frac{P_u}{3 \cdot E \cos \varphi} \quad (\text{II.12})$$

Où:

$P_u$  : Puissance électrique.

$\cos \varphi$  : Facteur de puissance

#### II.3.1.6 Densité surfacique du courant

La densité surfacique du courant est donnée par l'expression suivante :

$$J = \frac{I}{S_{enc}} \quad (\text{II.13})$$

Où:

$S_{enc}$ : Section d'encoche.

#### II.3.1.7 Dimensionnement du stator

##### ✚ Diamètre d'alésage D

Le diamètre d'alésage est donné par l'expression suivante :

$$D = \frac{2 \cdot p \cdot \tau_p}{\pi} \quad (\text{II.14})$$

##### ✚ Coefficient d'ouverture d'encoche

Le Coefficient d'ouverture d'encoche de la machine est donné par l'expression suivante :

$$k_{enc} = \frac{b_z}{b_{z0}} \quad (\text{II.15})$$

$b_z$  : Largeur d'encoche.

$b_{z0}$  : Largeur de l'ouverture d'encoche.

### ✚ Rayon intérieur du stator

Le rayon intérieur du stator est donné par l'expression suivante :

$$R_{ints} = \frac{D}{2} \quad (\text{II.16})$$

$D$  : Diamètre d'alésage.

### ✚ Longueur active de la machine

La longueur active de la machine est donnée par l'expression suivante :

$$L_a = R_{ints} * M \quad (\text{II.17})$$

$M$  : Rapport de la longueur active et le rayon intérieur du stator.

### ✚ Largeur des encoches $b_z$

La largeur des encoches  $b_z$  est donnée par l'expression suivant :

$$b_z = K_{ids} * \frac{2p}{Z} * R_{ints} \quad (\text{II.18})$$

$K_{ids}$  : Coefficient qui représente un arbitrage entre les pertes Joule et les pertes fer.

### ✚ Entrefer de la machine

L'épaisseur de l'entrefer de la machine  $e$  est déterminée par une relation empirique donnée par l'expression suivante :

$$e = 0.003 + 0.003 \text{sqrt}(R_{ints} * L_a) \quad (\text{II.19})$$

### ✚ Coefficient de Carter et l'entrefer fictif

Dans le cas des machines synchrones à aimants permanents montés en surface, il se trouve que l'entrefer réel augmente car les aimants ont une perméabilité proche à celle de l'air.

$$e_{réel} = e + \frac{h_{aim}}{\mu_r} \quad (\text{II.20})$$

Où :

$h_{aim}$  : Epaisseur de l'aimant.

La prise en compte de la présence des aimants et l'augmentation de l'épaisseur de l'entrefer réel revient à calculer l'épaisseur de l'entrefer fictif. Cela est effectué par l'utilisation du coefficient de Carter, où de nouvelles expressions plus adaptées aux MSAP ont été développées. Parmi elles on trouve l'expression suivante [21] :

$$K_c = \frac{\tau_z}{2\pi e} \left[ \left(1 + \frac{b_z}{\tau_z}\right) \ln \left(1 + \frac{s}{\tau_z}\right) + \left(1 - \frac{b_z}{\tau_z}\right) \ln \left(1 - \frac{b_z}{\tau_z}\right) \right] + 1 \quad (\text{III.21})$$

Où :

$e$  : Epaisseur de l'entrefer réel.

$\tau_z$  : Pas dentaire (pas d'encoche donné par II.4)



$b_z$  : Largeur de l'encoche (supposée à section droite ou rectangulaire).

L'épaisseur de l'entrefer fictif correspondant de à la MASP est donnée comme suit :

$$e' = K_c e \quad (\text{II.22})$$

#### ✚ profondeur des encoches $h_z$ :

La profondeur des encoches  $h_z$  est donnée par :

$$h_z = R_{dr} * R_{ints} \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$R_{dr}$  : Rapport entre la profondeur de l'encoche et le rayon d'alésage

$$R_{dr} = \frac{h_z}{R_{ints}}$$

#### ✚ hauteur de la culasse statorique

La hauteur de la culasse statorique de la machine est déterminée par une relation empirique donnée par l'expression suivante :

$$h_{cs} = k_{cs} * h_z \quad (\text{II.24})$$

La valeur du coefficient  $k_{cs}$  est généralement prise égale à 1.5

#### ✚ Diamètre extérieur de la machine

Le diamètre extérieur de la machine est calculé par l'expression suivante :

$$D_{exts} = D_{ints} + 2 * (h_{cs} + h_z) \quad (\text{II.25})$$

#### ✚ Hauteur des dents $h_d$

La hauteur des dents  $h_d$  est calculée par l'expression suivante :

$$h_d = R_{exts} - R_{ints} - h_{cs} \quad (\text{II.26})$$

$R_{exts}$  : Rayon extérieure statorique.

#### ✚ Espace angulaire entre deux encoches voisines

L'espace angulaire entre deux encoches voisines est calculé par l'expression suivante :

$$\gamma = \frac{2 * p}{z} \quad (\text{II.27})$$

### II.3.1.8 Dimensionnement du rotor

#### ✚ Epaisseur de l'aimant

L'épaisseur de l'aimant est estimée à partir de la valeur de l'induction maximale  $B_m$  [22] :

$$B_m = \frac{h_m}{h_m + e' \mu_r} \quad (\text{II.28})$$

Il en résulte donc :

$$h_m = \frac{B_m * e' * \mu_r}{B_r - B_m} \quad (\text{II.29})$$

Où :

$B_r$ : Induction rémanente de l'aimant.

$\mu_r$ : Perméabilité relative de l'aimant.

$B_m$  : Induction maximale dans l'entrefer.

#### ✚ Diamètre intérieur rotorique

Le diamètre intérieur rotorique est calculé par l'expression suivante :

$$D_{intr} = D - 2 * e' - 2 * h_m \quad (II.30)$$

#### ✚ Rayon intérieure du rotor

Le Rayon intérieure du rotor est donné par :

$$R_{intr} = \frac{D_{intr}}{2} \quad (II.31)$$

#### ✚ Diamètre extérieur rotorique

Le diamètre extérieur rotorique est calculé par l'expression suivante :

$$D_{extr} = D - 2 * e' \quad (II.32)$$

#### ✚ Rayon extérieur rotorique

Le rayon extérieur rotorique est calculé par l'expression suivante :

$$R_{extr} = R_{ints} + h_{aim} = \frac{D_{extr}}{2} \quad (II.33)$$

#### ✚ Angle d'ouverture de l'aimant

L'angle d'ouverture de l'aimant est déterminé par par l'expression suivante :

$$\theta_{aim} = k_a * \frac{\pi}{p} \quad (II.34)$$

Le coefficient  $k_a$  varie entre 0 (absence d'aimants) et 1(absence d'espace inter-aimant).

#### ✚ Angle entre deux aimants

L'angle entre deux aimants adjacents, dit aussi l'espace angulaire entre deux aimants voisins) est donné comme suit :

$$\beta_{aim} = \frac{\pi}{p} - k_a * \frac{\pi}{p} \quad (II.35)$$

#### ✚ Largeur d'aimant dans un pôle

La largeur d'aimant dans un pôle est donnée comme suit :

$$b_{aim} = \theta_{aim} * \tau_p \quad (II.36)$$

#### ✚ hauteur de la culasse rotorique

La hauteur de la culasse rotorique de la machine est déterminée par la relation suivante :

$$h_{cs} = R_{intr} - R_{arb} \quad (II.37)$$

Avec :  $R_{arb}$ : Le rayon de l'arbre

### II.3.2 Calcul des volumes et des masses des différentes parties de la MSAP

Le modèle et les dimensions géométriques de la machine établis précédemment permettent d'estimer les volumes et les masses de chaque partie de la MSAP (stator, rotor et aimant) ainsi que le coût des parties actives.

#### II.3.2.1 Volume et masse du stator

Le stator est décomposé en deux matériaux distincts : ferromagnétique doux tel que le FeNi (culasse et dents) et conductrice, généralement le cuivre, (encoches, têtes de bobines) ; son volume est donc donné par :

$$V_S = V_{S-FeNi} + V_{S-cuivre} \quad (II.38)$$

A leur tour, le volume de l'acier peut être décomposé en deux parties distinctes (culasse, et dents) alors que le volume du cuivre peut être décomposé en deux parties distinctes (encoches et têtes de bobines) selon les expressions suivantes:

$$V_{S-cuivre} = V_{encoche-cuivre} + V_{têtes-cuivre} \quad (II.39)$$

Qui peuvent être approchées comme suit :

$$V_{S-culasse} = 2\pi L_a h_{cs} (R_{ints} + h_z + \left(\frac{h_{cs}}{2}\right)) \quad (II.40)$$

$$V_{S-dents} = \pi L_a R_{ints} h_z \quad (II.41)$$

$$V_{slot-cuivre} = \pi L_a h_z k_r (h_z + (R_{ints}/2)) \quad (II.42)$$

$$V_{tetes-cuivre} = \pi L_W h_z b_z m k_r \quad (II.43)$$

Avec :

$k_r$  Définissant le coefficient de remplissage des encoches.

$$L_W = \frac{\pi^2 (R_{ints} + 0.5h_z)}{2p} \quad (II.44)$$

Finalement, la masse totale du stator s'exprime facilement en fonction de la masse volumique d'acier  $\rho_{FeNi}$  et du cuivre  $\rho_{cui}$  selon :

$$M_S = M_{S-FeNi} + M_{cuivre} \quad (II.45)$$

$$M_{S-acier} = V_{S-FeNi} * \rho_{FeNi} \quad (II.46)$$

$$M_{cuivre} = V_{S-cuivre} * \rho_{cui} \quad (II.47)$$

#### II.3.2.12 Volume et masse du rotor

Le rotor est décomposé en deux matériaux distincts : acier (culasse) et matériaux magnétique (aimant) ; ainsi, le volume du rotor est donné par :

$$V_r = V_{r-acier} + V_{aimant} \quad (II.48)$$

Où les volumes d'acier du rotor et d'aimant sont calculés par

$$V_{r-FeNi} = \pi L_a (R_{r-ext}^2 - R_{r-arb}^2) \quad (II.49)$$

$$V_{aimant} = \pi L_a K_p (R_{r-ext}^2 - R_{r-int}^2) \quad (II.50)$$

A partir de là, la masse totale du rotor s'exprimera facilement en fonction de la masse volumique d'acier  $\rho_{FeNi}$  et d'aimant  $\rho_{aimant}$  selon:

$$M_r = M_{r-FeNi} + M_{cuivre} \quad (II.51)$$

$$M_{r-acier} = V_{r-FeNi} * \rho_{FeNi} \quad (II.52)$$

$$M_{aimant} = V_{aimant} * \rho_{aimant} \quad (II.53)$$

Finalement, la masse active de la MSAP est la somme des masses des différents éléments actifs statoriques et rotoriques, cette masse totale vaut alors :

$$M_{MSAPBV} = M_s + M_r \quad (II.54)$$

## II.4 Analyse des pertes

Pour l'évaluation des pertes dans les parties actives de la machine, on se concentre sur des formulations analytiques basées sur des approches classiques. Ces pertes sont localisées dans les tôles ferromagnétiques et dans le bobinage. Les pertes dans les enroulements se manifestent sous forme des pertes par effet Joule. Les pertes ferromagnétiques dans la culasse sont modélisées en se basant sur la formule de Steinmetz.

### II.4.1 Pertes Joules

Les pertes dans les conducteurs sont obtenues à partir de leur résistance et du courant. On peut ramener ces pertes à une phase en utilisant la résistance d'une phase et le courant efficace d'une phase, les pertes sont alors obtenues à partir de l'expression suivante [23].

$$P_j = q * R * I^2 = q * \rho_{cui} * V_{cui} * J^2 \quad (II.55)$$

Avec :

R : Résistance de conducteur est donnée comme suite :

$$R = \frac{\rho_{cui} * l}{S_{cui}} \quad (II.56)$$

l : c'est la longueur d'une tête de bobine, elle est donnée comme suit :

$$l = L_a + \frac{\pi * R_{ints}}{Z} - \frac{b_d}{2} \quad (II.57)$$

$\rho_{cui}$ : Résistivité du cuivre qui dépend de l'échauffement des conducteurs.

$V_{cui}$ : Volume du cuivre par encoche définie par l'équation (II.58) en fonction des paramètres géométriques et la longueur active  $L_a$  et la section du cuivre  $S_{cui}$ .

$$V_{cui} = 2 * S_{cui} \left[ La + \frac{3\pi}{Z} \left( 2R_{ints} + \frac{h_{ds}}{2} - \frac{b_d}{2} \right) \right] \quad (\text{II.58})$$

## II.4.2 Pertes fer

Les pertes magnétiques traduisent l'effet de la circulation du flux dans un matériau perméable. Plusieurs modèles ont été exploités dans la littérature, essentiellement, celui de Bertotti et Steinmetz. Selon la formulation de Steinmetz [24] trois termes se sont exprimés :

- ✚ Pertes classiques par courants de Foucault qui sont proportionnelles au carré de la fréquence :  $f^2$ .
- ✚ Pertes par hystérésis qui sont proportionnelles à  $f$  et qui sont significatives uniquement à faibles fréquences.
- ✚ Pertes excédentaires qui sont proportionnelles à  $f^{1.5}$ .

### II.4.2.1 Pertes fer statoriques

On divise les pertes fer statoriques en deux parties principales :

- **Pertes fer dans la denture  $P_{sd}$**

Elles sont données comme suit :

$$P_{sd} = \left[ k_h f B_{sd}^\beta + \pi^2 \frac{\sigma d^2}{6} B_{sd}^2 f^2 + 8.76 K_c f^{1.5} B_{sd}^2 \right] * V_{sd} \quad (\text{II.59})$$

- **Pertes fer dans la culasse statorique  $P_{cs}$**

Les pertes fer dans la culasse statorique sont données comme suit :

$$P_{cs} = \left[ k_h f B_{cs}^\beta + \pi^2 \frac{\sigma d^2}{6} B_{cs}^2 f^2 + 8.76 K_c f^{1.5} B_{cs}^2 \right] * V_{cs} \quad (\text{II.60})$$

Donc l'expression des pertes fer statoriques est la suivante :

$$P_{fs} = P_{sd} + P_{cs} \quad (\text{II.61})$$

### II.4.2.2 Pertes fer rotoriques

Les pertes fer dans la culasse rotorique sont données comme suit :

$$P_{cr} = \left[ k_h f B_{cr}^\beta + \pi^2 \frac{\sigma d^2}{6} B_{cr}^2 f^2 + 8.76 K_c f^{1.5} B_{cr}^2 \right] * V_{cr} \quad (\text{II.62})$$

Avec :

$V_{sd}$  : Volume de la denture statorique ;

$V_{cs}$  : Volume de la culasse statorique

- $V_{cr}$ : Volume de la culasse rotorique ;  
 $B_{sd}$  : Induction de la denture statorique ;  
 $B_{sc}$  : Induction de la culasse statorique ;  
 $B_{cr}$  : Induction de la culasse rotorique ;  
 $d$  : Epaisseur de la tôle ;  
 $\sigma$ : Conductivité de la tôle ;  
 $K_h$  : Coefficient de pertes par hystérésis ;  
 $K_a$ : Coefficient désigne les pertes par excès

### II.4.3 Pertes totales

Les pertes totales dans la machine sont données comme suit :

$$p_t = P_{cr} + P_{fs} + P_j \quad (\text{II.63})$$

## II.5 Rendement

Le rendement de la machine utilisée en générateur est défini par l'expression :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \sum \text{pertes}}{P_a} \quad (\text{II.64})$$

## **II.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté une démarche de dimensionnement préliminaire de la machine synchrone à aimants permanents. Cette méthode directe utilise des équations analytiques simples tout en supposant que l'induction magnétique dans les différentes parties de la machine est au-dessous de celle de la saturation.

Dans le troisième chapitre, on va présenter le problème d'optimisation ainsi que les méthodes souvent utilisées pour l'optimisation des dispositifs électrotechniques tels que la MSAP.

**Chapitre III**  
**Techniques d'optimisation**



## III.1 Introduction

Le recours à des techniques et des stratégies d'optimisation est actuellement une nécessité impérieuse pour satisfaire les besoins d'amélioration et de perfectionnement des différents produits existants.

En général, l'optimisation peut être définie comme la science qui détermine la meilleure solution à certains problèmes mathématiquement définis, qui sont souvent des modèles de physique réelle. Autrement dit, c'est une technique qui permet de "quantifier" les compromis entre des critères parfois non commensurables [25].

Ce chapitre est dédié à la présentation des différentes notions relatives au domaine d'optimisation, partant du formalisme mathématique du problème, contraints ou non, jusqu'à les techniques souvent employées pour le résoudre.

## III.2 Formulation mathématique d'un problème d'optimisation

La formulation d'un problème d'optimisation comporte toujours trois étapes :

- ✚ Choix des variables du modèle.
- ✚ Formulation de l'objectif.
- ✚ Formulation des contraintes.

### III.2.1 Choix des variables

La variable peut être définie comme étant toute quantité utile à la résolution du problème dont le modèle doit déterminer sa valeur [27]. Cette définition permet de différencier les variables des paramètres, qui sont des données qui peuvent varier, par exemple d'une période à l'autre.

### III.2.2 Expression de l'objectif

Consiste à formuler la fonction objectif qui traduit le problème d'optimisation posé, objectif réel, en un autre purement mathématique.

### III.2.3 Expression des contraintes

Les contraintes du problème sont définies comme toutes les relations limitant le choix des valeurs possibles des variables [27]. Ces relations peuvent être de simples bornes sur les variables ou bien des relations mathématiques établies entre elles.

## III.3 Principes généraux de l'optimisation

### III.3.1 Notions de base

Par définition, une optimisation consiste en une minimisation ou une maximisation d'une ou de plusieurs fonctions objectifs avec ou sans contraintes. D'un point de vue mathématique, un problème d'optimisation se formule de la façon suivante [28]:

**Problème sans contraintes :**

$$\min F(X) / X \in R^n \quad (\text{III.1})$$

**Problème avec contraintes :**

$$\min F(X) / X \in C \quad (\text{III.2})$$

$F$  : est une fonction composée de  $p$  objectifs et définie par :

$$F : R^n \rightarrow R^n$$

$$F(X) = [f_1(X) \dots \dots \dots f_p(X)] \quad (\text{III.3})$$

Le vecteur  $X = [x_k](k = 1, \dots, n)$ , de dimension  $(n)$  présente les variables d'optimisation. Chaque variable  $x_k$  est bornée entre deux valeurs  $x_k^{\min}$  et  $x_k^{\max}$  qui viennent limiter l'espace alloué à la recherche de l'optimum.

$C$  : c'est l'ensemble des contraintes qui limitent les résultats à un certain espace de recherche.

Ces contraintes peuvent être de type inégalités ou égalités :

$$C = \{X \in R^n \text{ tels que : } \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \varphi_j(X) \leq 0\} \rightarrow \text{contraintes d'inégalités}$$

$$C = \{X \in R^n \text{ tels que : } \forall j \in \{1, 2, \dots, J\}, \varphi_j(X) = 0\} \rightarrow \text{contraintes d'égalités}$$

Avec  $\varphi : R^n \rightarrow R^n$  (fonction formée de  $p$  contraintes)

On note que maximiser ( $F$ ) est équivalent à minimiser ( $-F$ ). Donc, tout problème d'optimisation peut être traduit en un problème de minimisation.

Une optimisation est dite **mono-objectif** si elle consiste en une minimisation d'une fonction objectif unique ( $p=1$ ). Pour une **optimisation multi-objectif** ( $p \neq 1$ ), il s'agit d'optimiser simultanément plusieurs objectifs. Généralement, lors de la conception de machines électriques, il est courant de définir une optimisation dans le but de maximiser les performances et de minimiser le coût, le volume ou la masse.

### III.3.2 Minimums locaux et globaux

#### III.3.2.1 Minimum local

$x^*$  est un minimum local (solution de la fonction objectif) :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\exists \varepsilon > 0 \text{ tel que } f(x) - f(x^*) \geq 0) \\ (\forall x \neq x^* \text{ tel que } \|x - x^*\| < \varepsilon) \end{array} \right\} \quad (\text{III.4})$$

#### III.3.2.1 Minimum global

$x^*$  est un minimum global :

$$f(x) - f(x^*) \geq 0 \forall x \neq x^* \quad (\text{III.5})$$

## III.4 Méthodes d'optimisation

Une fois le problème d'optimisation est formulé, on s'intéresse aux méthodes de résolution. Ces méthodes sont classées en deux catégories principales [29], [30], [31]:

- ✚ Méthodes déterministes
- ✚ Méthodes stochastiques.

### III.4.1 Méthodes déterministes

Les algorithmes déterministes, comme leur nom l'indique, parcourent d'une façon bien déterminée l'espace de recherche. Ainsi, pour un même problème et même point de départ, ils convergent toujours vers le même optimum. Cette famille d'algorithmes peut être divisée en plusieurs sous-familles comme on peut le voir sur montre la figure III.1 [32]:

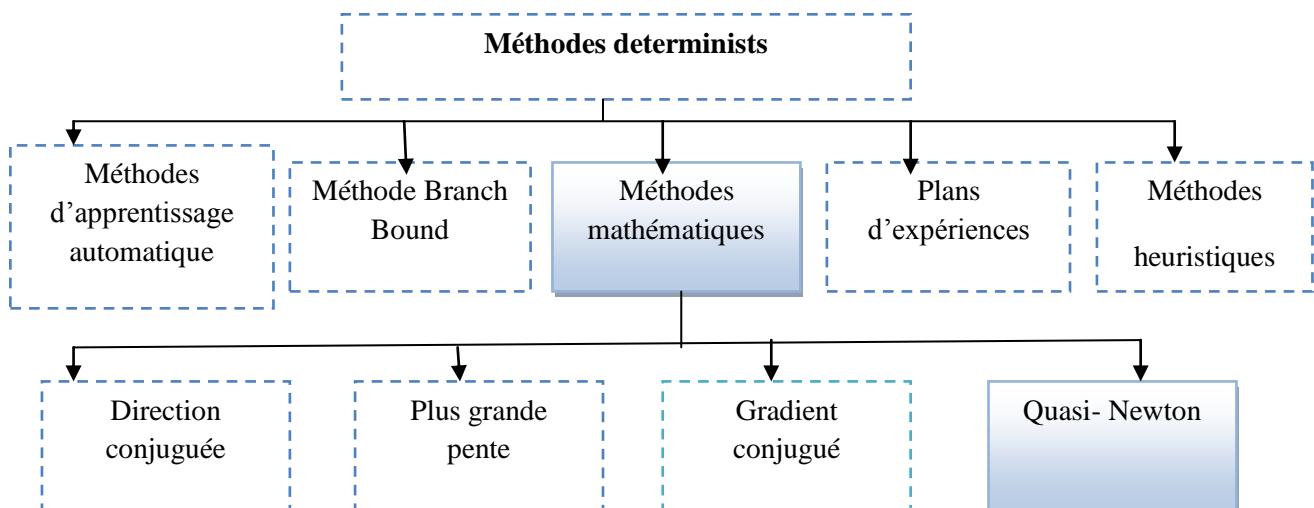


Figure III.1. Méthodes d'optimisation déterministes.

### III.4.1.1 Méthodes heuristiques

Ces méthodes, dites directes, se basent uniquement sur les valeurs de la fonction objectif sans la nécessité de calculer des dérivées partielles. Elles consistent à explorer l'espace de recherche par essais successifs en recherchant dans les directions les plus favorables. Parmi les stratégies les plus connues on peut citer les méthodes de Hooke et Jeeves [33], le simplexe de Nelder et Mead [34] et la stratégie de Rosenbrock [35]. Ces méthodes peuvent devenir moins robustes lorsque le nombre de paramètres est important.

### III.4.1.2 Méthodes mathématiques

À l'inverse des méthodes heuristiques, les méthodes mathématiques sont dites indirectes. Pour déterminer l'optimum, ces méthodes se basent sur la connaissance d'une direction de recherche donnée par les dérivées partielles de la fonction objectif. Ces familles d'algorithmes peuvent être divisées en plusieurs sous-familles :

#### 1. Méthode du gradient conjugué

La méthode du gradient conjugué est une variante améliorée de la méthode de la plus grande pente, qui consiste à suivre la direction opposée au gradient. Cette méthode à l'inconvénient de créer des directions de recherche orthogonales, ce qui ralentit la convergence de l'algorithme. La méthode de Fletcher et Reeves [36] résout ce problème en déterminant la nouvelle direction de recherche à partir du gradient aux pas courant et précédent.

#### 2. Méthode des directions conjuguées de Powell

Lorsqu'il n'est pas possible de calculer le gradient, la méthode de direction conjuguée propose de trouver l'optimum uniquement par des recherches linéaires [37]. Elle effectue  $n$  recherches linéaires successives suivant des directions conjuguées qui sont modifiées à chaque itération pour accélérer la convergence.

#### 3. Méthode de Newton

Alors que la méthode du gradient utilise une approximation linéaire pour trouver une direction de recherche, l'idée de la méthode de Newton est de minimiser à chaque itération l'approximation quadratique de  $f$  au point courant  $x^k$  et donnée par le développement de Taylor d'ordre 2 [28]:

$$q^k(x) = f(x^k) + \nabla f(x^k) \cdot (x - x^k) + \frac{1}{2} (x - x^k) \cdot \nabla^2 f(x^k) \cdot (x - x^k) \quad (\text{III.6})$$

Une condition nécessaire pour que le minimum de  $q^k(x)$  soit atteint est :  $\nabla q^k(x) = 0$ .

Soit :

$$\nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k) \cdot (x - x^k) = 0 \quad (\text{III.7})$$

Le vecteur généré à l'itération  $(1+k)$  est le vecteur minimisant  $q^k(x)$ , c'est-à-dire le vecteur satisfaisant l'équation précédente, soit :

$$x^{k+1} = x^k - (\nabla^2 f(x^k))^{-1} \nabla f(x^k) \quad (\text{III.8})$$

La méthode nécessite l'évaluation de la matrice hessienne, elle ne peut être utilisée que si  $f$  est deux fois continuellement différentiable (la méthode de Newton requiert même l'évaluation de l'inverse de cette matrice, ce qui est coûteux en terme de calculs).

### Critère d'arrêt

On peut remarquer que la méthode s'arrête également lorsque :  
 $\nabla f(x^k) = 0$ , car il s'ensuit que  $x^{k+1} = x^k$ .

### Avantages

L'avantage principal de la méthode de Newton est qu'elle bénéficie d'une convergence quadratique.

### Inconvénients

La méthode de Newton présente plusieurs inconvénients :

- ✚ L'inverse de la matrice hessienne  $(\nabla^2 f(x^k))^{-1}$  peut ne pas exister, auquel cas la méthode échoue. Cela intervient typiquement lorsque la méthode atteint une région où  $f$  est linéaire (ses secondes dérivées partielles valent zéro).
- ✚ La méthode de Newton n'est pas une méthode de descente : il est possible que  $f(x^{k+1})$  soit supérieur à  $f(x^k)$ .
- ✚ Elle est attirée aussi bien par les minima que par les maxima locaux (cette propriété est liée à la précédente). En effet, la méthode, à chaque itération, recherche uniquement un point tel que le gradient de l'approximation quadratique soit égal au vecteur nul, que ce soit un maximum, un minimum ou un point stationnaire.

### Convergence de la méthode

La méthode ne converge donc pas en général, notamment si elle est démarrée (point initial) loin d'un minimum local, pour les première et troisième raisons (inconvénients). Cependant, elle converge sous certaines restrictions : si elle est exécutée à partir d'un point suffisamment proche d'un minimum local et que  $\nabla^2 f(x^k)$  n'est pas singulière, alors la méthode de Newton convergera vers ce minimum (mais pas de manière finie, de sorte qu'une condition d'arrêt est requise de façon analogue à la méthode du gradient).

#### 4. Méthodes Quasi-Newton

Une méthode de quasi-Newton est une méthode du type [28] :

$$\begin{cases} d_k = -B_K G_k \\ x_{k+1} = x_k + \rho_k d_k \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

où

$$\begin{cases} d_k = -H_K^{-1} G_k \\ x_{k+1} = x_k + \rho_k d_k \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Où  $B_K$  (respectivement  $H_K$ ) est une matrice destinée à approcher l'inverse du hessien de  $f$  (respectivement le hessien de  $f$ ) en  $x_k$ .

On dit que les matrices  $B_{k+1}$  et  $H_{k+1}$  vérifient une relation de quasi-Newton si on a [4] :

$$H_{k+1}(x_{k+1} - x_k) = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \quad (\text{III.11})$$

Où

$$(x_{k+1} - x_k) = B_{k+1} \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \quad (\text{III.12})$$

Il reste un problème à résoudre : comment mettre à jour  $B_K$  tout en assurant  $B_K > 0$  ?

##### ➤ Formules de mise à jour de l'approximation du hessien

Le principe de la mise à jour consiste, à une itération donnée de l'algorithme (III.9) à appliquer une formule du type :

$$B_{k+1} = B_K + \Delta_k \quad (\text{III.13})$$

Avec  $\Delta_k$  symétrique, assurant la relation de quasi-Newton.

Ainsi que  $B_{k+1} > 0$ , sous l'hypothèse que  $B_K > 0$ .

##### a. Formule de Broyden

La formule de Broyden est décrite sous la forme :

$$B_{k+1} = B_K + \frac{(s_k - B_K y_k)(s_k - B_K y_k)^T}{(s_k - B_K y_k)^T y_k} \quad (\text{III.14})$$

Où :

$$\begin{cases} s_k = B_{k+1} y_k \\ y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

##### b. Formule de Davidon, Fletcher et Powell (DFP)

La formule de mise à jour de Davidon, Fletcher et Powell est une formule de correction de rang 2 donnée par :

$$B_{k+1} = B_K + \frac{s_k s_k^T}{s_k^T y_k} - \frac{B_k y_k y_k^T B_k}{y_k^T B_k y_k} \quad (\text{III.16})$$

Le résultat suivant montre que sous certaines conditions, la formule (III.16) conserve la propriété de définies positives des matrices  $B_K$

### c. Méthode de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno (BFGS)

La formule de mise à jour de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno est une formule de correction de rang 2 qui s'obtient à partir de la formule DFP en intervertissant les rôles de  $s_k$  et  $y_k$  [4]. La formule obtenue permet de mettre à jour une approximation  $H_k$  du hessien possédant les mêmes propriétés, à savoir  $H_{k+1} > 0$  si  $H_k > 0$  et vérifiant la relation de quasi-Newton :  $y_k = H_k s_k$ . La formule est donc la suivante :

$$H_{k+1} = H_K + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k} - \frac{H_k s_k s_k^T H_k}{s_k^T H_k s_k} \quad (\text{III.17})$$

#### Convergence de la méthode :

Du point de vue de la vitesse de convergence, cette méthode est reconnue comme étant beaucoup moins sensible que la méthode DFP aux imprécisions dans la recherche linéaire.

#### Avantages :

En pratique la mise à jour de  $H_K$  est faite directement sur le facteur de Cholesky  $C_K$  où  $H_K = C_K C_K^T$  ce qui ramène le calcul de  $d_k$  au même coût que pour la formule de DFP. De plus, cette technique permet de contrôler précisément la définie positivité de  $H_K$ .

#### Inconvénients :

Les performances de l'algorithme changent sensiblement lorsque des recherches linéaires inexactes sont exécutées

## III.4.2 Méthodes stochastiques

Les méthodes d'optimisation stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation [29], [30], [31].

Ces méthodes ont une grande capacité à trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Elles sont d'ordre zéro. Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif. La figure III.2 présente les méthodes stochastiques les plus utilisées.

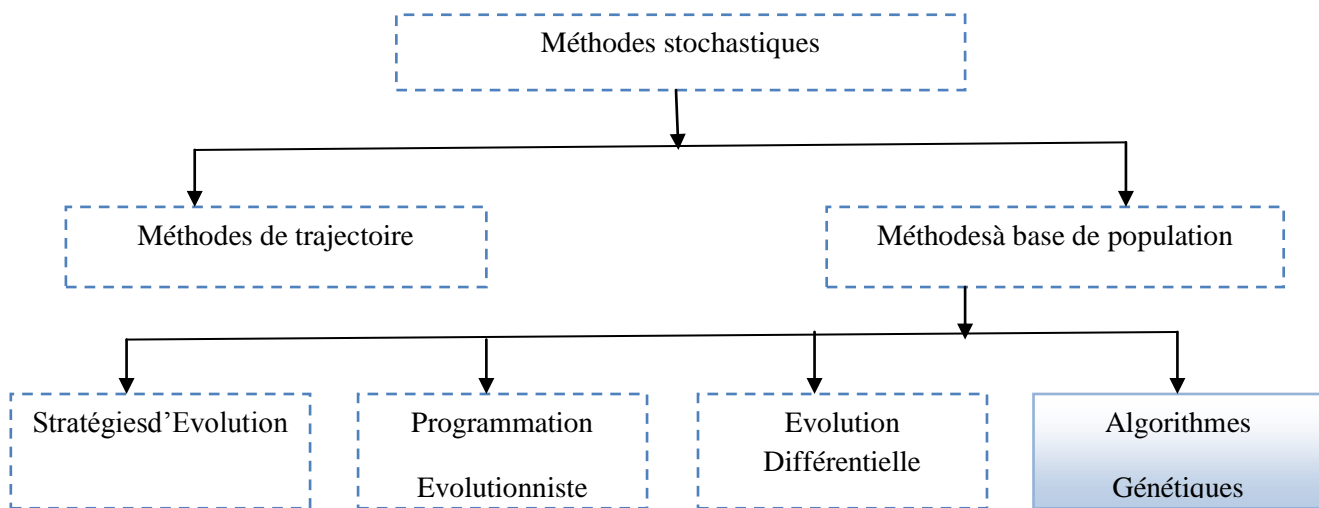


Figure III.2 Méthodes stochastiques.

### III.4.2.1 Méthodes de trajectoire

Elles construisent une trajectoire dans l'espace des solutions en tentant de se diriger vers des solutions optimales. Les exemples les plus connus de ces méthodes sont : la recherche taboue et le recuit simulé. Ce dernier est basé sur une technique utilisée dans la métallurgie qui, pour obtenir un alliage sans défaut, alterne les cycles de réchauffage (recuit) et de refroidissement lent des métaux. Par analogie avec le phénomène thermodynamique, la fonction à minimiser deviendra l'énergie interne du matériau. Cette approche a été proposée par [38].

### III.4.2.2 Méthodes à base de population

Ce type de méthodes démarre par un groupe ou une population des solutions initiales. Dans ce type, on trouve les méthodes évolutionnistes et les méthodes d'Intelligence d'Essaim ou Swarm Intelligence, comme l'Optimisation par Essaim de Particule ou (Swarm Optimization) PSO, l'Optimisation par Colonie de Fourmis ou (Ant Colony Optimization) ACO, l'Optimisation Basée sur l'Enseignement Apprentissage ou (Teaching \_Learning based Optimization) TLBO, et Algorithme de Chauves -Souris ou (Bat Algorithm) BA.

#### 1. Méthodes évolutionnistes

Sont des méthodes stochastiques à base de population, elles font appel à un ensemble ou un groupe des méthodes pour simuler le mécanisme de l'évolution des espèces ou la théorie de Darwin, parmi ces méthodes, on trouve les Algorithmes Génétiques, les Stratégies d'Évolution, la Programmation Évolutionniste et la Programmation Génétique [39] et [40]. Ces méthodes



utilisent des mécanismes composés permettant de conduire une nouvelle génération ou une nouvelle population par quelques opérations comme la sélection et la mutation [40]. La méthode des algorithmes génétiques est la plus utilisée, dans ce qui suit on donne une présentation sommaire de la méthode.

### Algorithme génétique

Cet algorithme était développé par Holland en 1975, inspiré de l'évolution naturelle de Darwin, qui dit que les êtres vivants les plus adaptés à leur environnement ont plus de chance pour vivre, tandis que les autres meurent. Aussi la science de la génétique qui explique la méthode du transfert de l'information génétique par les parents vers les enfants. Dans le tableau (III.1), on présente l'analogie existante entre l'algorithme génétique et le théorème de sélection de Darwin.

<b>Théorème de sélection naturelle de Darwin ou d'évolution naturelle</b>	<b>L'algorithme génétique</b>
Population	Ensemble de solutions
Environnement	Espaces de recherche
Génération	Itérations
Gènes	Paramètres d'optimisation
Chromosomes ou individus	Individus (Ensemble de paramètres d'optimisation)
Adaptation de l'individu	Evaluation de la fonction objectif

Tableau III.1 Analogie entre les algorithmes génétiques et la théorie de l'évolution Darwinienne

Dans le domaine d'optimisation, le critère à minimiser est formulé sous forme d'une fonction mathématique, dite fonction objectif, et selon ses valeurs on peut connaître ce que l'individu, contenant les paramètres d'optimisation, est adapté ou non à l'objectif d'optimisation. A chaque génération les plus mauvais individus (fonction objectif maximale) sont éliminés. Dans la théorie de la sélection naturelle les meilleurs individus, construits par des gènes, possèdent plus de chance pour se marier et créer des enfants de la nouvelle génération, en optimisation l'algorithme génétique et par des opérateurs tels que la sélection, le croisement et la mutation simule ce comportement et permet d'obtenir une nouvelle population (solutions) [41]. Le processus d'optimisation par l'algorithme génétique est illustré dans la figure III.3.

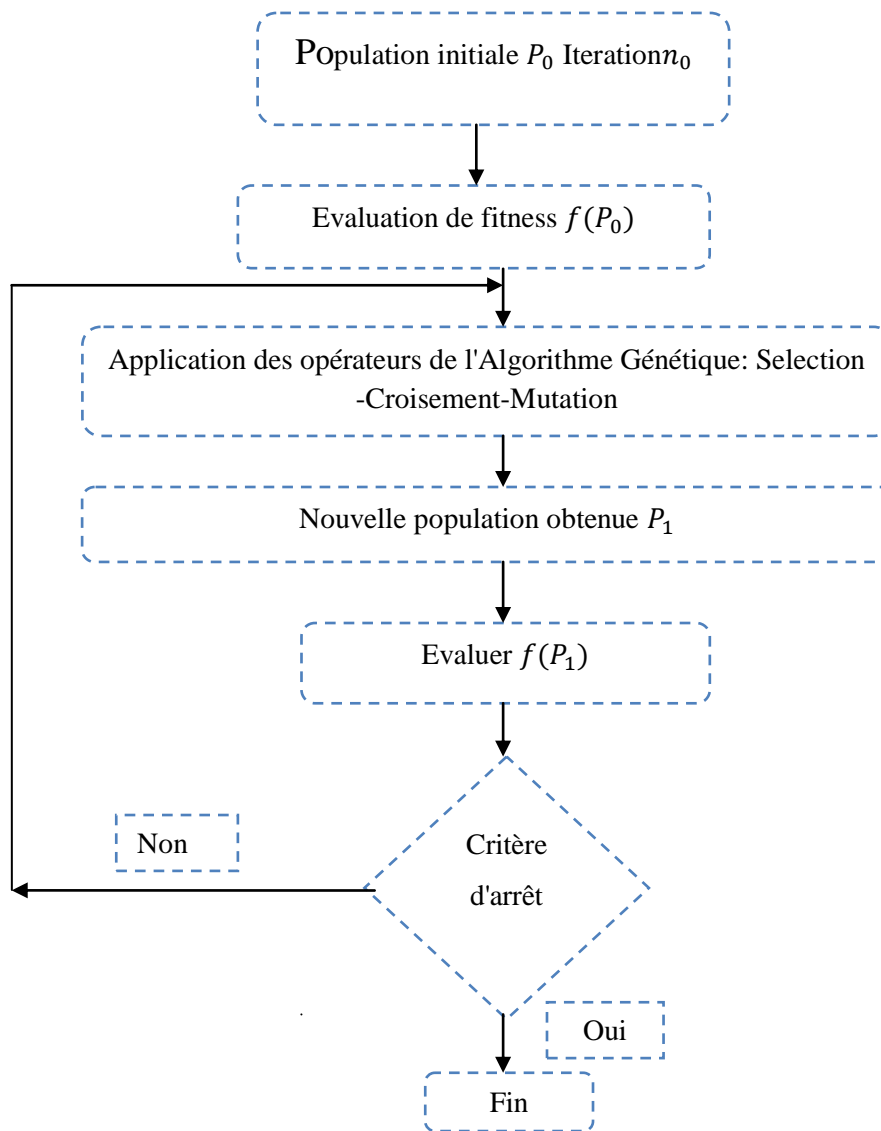


Figure III.3 Processus d'optimisation par l'algorithme génétique

## III.5 Conclusion

Les formulations mathématiques des problèmes d'optimisation, contraints ou non, ainsi que les différentes techniques souvent appliquées pour leur résolution ont fait l'objet de ce chapitre.

Dans le chapitre suivant, deux stratégies d'optimisation, l'une déterministe et l'autre stochastique, seront adoptées et appliquées pour optimiser la structure d'une MSAP à basse vitesse.

**Chapitre IV**  
**Application et résultats**

## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse au dimensionnement optimal d'une machine synchrone à aimants permanents montés en surface à basse vitesse, MSAPBV, entraînée directement par la turbine d'une éolienne.

Au début, et en partant des données d'un cahier de charges, un processus de pré-dimensionnement de la MSAPBV, pour le calcul des différentes dimensions principales de la machine, l'estimation des pertes dans ses parties actives et de son volume, est effectué sur la base des expressions purement analytiques, développées sous l'hypothèse que le matériau magnétique n'est pas saturé, induction magnétique dans les différentes sections de la machine est au dessous de l'induction de saturation.

Après, une démarche d'optimisation basée sur le couplage de calcul analytique préliminaire, équations de pré-dimensionnement, et des méthodes d'optimisation, déterministe par la méthode BFGS et autre stochastique par l'algorithme génétique est réalisée. Ainsi, le problème de conception de machines électriques est transformé en un problème d'optimisation sous contraintes.

## IV.2 Pré-dimensionnement de la MSAP

Le moteur synchrone à aimants permanents montés en surface auquel on s'intéresse dans ce travail a déjà fait l'objet d'un travail de Doctorat [42]. Il s'agit d'un aérogénérateur, entraîné par une turbine éolienne de grande puissance. La vitesse de rotation de la MSAP à basse vitesse, MSAPBV, à entraînement direct est égale à 1.55 [rad/s].

Un modèle de pré-dimensionnement, sur la base des équations analytiques présentées dans le chapitre II, a été développé à partir des paramètres de conception associés à la MSAPBV. Le tableau (IV.1) rassemble les différentes données exigées par le cahier de charge de la MSAP étudiée.

<i>paramètres de conception</i>	<i>Notations</i>	<i>Valeurs</i>	<i>Unités</i>
<b>Puissance nominale</b>	$p_1$	1.5378e+006	MW
<b>Vitesse de rotation</b>	$\Omega$	1.55	rad/s
<b>Fréquence</b>	$f$	50	Hz
<b>Nombre de phases</b>	$Q$	3	-
<b>Facteur de puissance</b>	$\cos \varphi$	0.95	-
<b>Nombres de paires de pôles</b>	$P$	204	-
<b>Nombres d'encoches/pôle/phase</b>	$M$	1	-
<b>Nombres d'encoches</b>	$Z$	1224	-
<b>Induction dans la culasse</b>	$B_y$	1.4	T
<b>Coefficient de bobinage</b>	$K_d$	1	-
<b>Type d'aimant permanent</b>	NdFeB	-	-
<b>Induction rémanente d'aimant</b>	$B_r$	1.1	T
<b>Perméabilité relative d'aimant</b>	$\mu_r$	1.05	-
<b>Coefficient de l'aimant</b>	$k_a$	0.85	-
<b>Coefficient du remplissage d'encoches</b>	$k_r$	0.8	-
<b>Pertes fer spécifiques w/kg</b>	$p_{fers}$	0.84	W/kg
<b>Résistivité du cuivre</b>	$\rho_{cui}$	$1.7 \cdot 10^{-8}$	$\Omega$
<b>Masse volumique du fer nickel</b>	$r_u$	$7.6 \cdot 10^3$	Kg/m <sup>3</sup>
<b>Masse volumique du cuivre</b>	$r_{cui}$	$8.9 \cdot 10^3$	Kg/m <sup>3</sup>
<b>Masse volumique des aimants Nd-Fe-B</b>	$r_{aim}$	$8.4 \cdot 10^3$	Kg/m <sup>3</sup>
<b>Courant</b>	$I$	40	A
<b>Nombre de conducteurs par encoche</b>	$N$	1	-
<b>Diamètre intérieur du stator, diamètre d'alésage</b>	$D_{ints}$	4.5	M
<b>Rayon d'arbre</b>	$R_{arb}$	0.8	M
<b>Longueur active de la machine</b>	$L_a$	0.6	M

Tableau.IV.1. Paramètres de conception associés à la MSAPBV étudiée.

### IV.2.1 Analyse des résultats de pré-dimensionnement

Les résultats analytiques issus de l'application du code de calcul qu'on a développé sous l'environnement MATLAB, à partir des équations de dimensionnement données dans le chapitre II concernant l'MSAPBV étudiée, sont résumés dans le tableau (IV.2). Le programme de calcul développé sous MATLAB est présenté dans l'annexe A.

Résultats analytiques	Notations	Valeurs	Unités
Nombre de conducteurs par phase	$N_s$	408	CON/PHASE
Pas polaire	$\tau_p$	0.0346	m
Coefficient d'ouverture d'encoche	$k_{enc}$	1	-
Rapport longueur active / rayon intérieur du stator	$M$	0.2667	-
Pas dentaire	$\tau_{enc}$	0.0115	m
Induction fondamentale dans L'entrefer	$\widehat{B}_e$	0.74	T
Flux maximal par pôle	$\phi_e$	0.0099	Wb
Rayon intérieur du stator	$R_{ints}$	2.25	m
Rayon extérieure de la machine	$R_{exts}$	2.4250	m
Rayon extérieur rotorique	$R_{extr}$	2.24	m
Rayon intérieure du rotor	$R_{intr}$	2.2389	m
Largeur de la dent	$bd$	0.0058	m
Hauteur de la culasse statorique	$H_{cs}$	0.105	m
Coefficient de carter	$K_c$	1.13	-
Epaisseur de l'entrefer	$e$	0.0036	m
Epaisseur fictive de l'entrefer	$e'$	0.0041	m
Largeur d'encoche	$B_z$	0.0058	m
Profondeur des encoches	$h_z$	0.070	m
Epaisseur de l'aimant	$h_{aim}$	0.0070	m
Angle d'ouverture de l'aimant	$\theta_{aim}$	0.0131	Radian
Largeur totale des pièces d'aimant dans un pôle	$b_{aim}$	$4.53566e - 04$	m

<b>Hauteur de la culasse rotorique</b>	hcr	1.4389	m
<b>Volume de la culasse statorique</b>	Vsc	0.9391	m <sup>3</sup>
<b>Volume de la denture statorique</b>	Vsd	0.2969	m <sup>3</sup>
<b>Volume du cuivre</b>	Vscui	0.1261	m <sup>3</sup>
<b>Volume des têtes de bobine</b>	Vtcui	2.3371	m <sup>3</sup>
<b>Volume de l'aimant</b>	Vaimant	9.956684854e-07	m <sup>3</sup>
<b>Volume de la culasse rotorique</b>	Vr	8.2425	m <sup>3</sup>
<b>Masse de la culasse rotorique</b>	Mr	6.2642660622e+04	Kg
<b>Masse de la culasse statorique</b>	Msc	7.137403199246573e+03	Kg
<b>Masse des aimants</b>	Msa	0.008363618882476	Kg
<b>Masse de la denture statorique</b>	Msd	2.256291843808190e+03	Kg
<b>Masse totale de la machine</b>	Mt	7.20363675e+04	Kg
<b>Pertes fer</b>	$P_{fer}$	6.05105417187e+04	W
<b>Pertes Joules</b>	$P_j$	2.732524577762557e+04	W
<b>Pertes totales</b>	$P_{fer}+P_j$	8.7836e+004	W
<b>Rendement</b>	ε	0.942	%

Tableau.IV.2 Résultats du pré-dimensionnement de la MSAPBV.

Après avoir fait ce dimensionnement préliminaire de la machine en utilisant des expressions analytiques, pré-dimensionnement, on passe maintenant à la deuxième étape dans le processus qui est le dimensionnement optimal. Pour ce but, une stratégie d'optimisation automatique, associant le calcul analytique avec des méthodes d'optimisation, est adoptée.



## IV.3 Dimensionnement optimal de la MSAPBV

### IV.3.1 Approche indirecte par algorithme d'optimisation

Dans le cas des machines électriques, l'objectif est souvent de maximiser leur puissance tout en réduisant leur volume ou leur masse en respectant les différentes contraintes du cahier de charges. La modélisation de la fonction objectif et des contraintes permet alors de déterminer les différentes variables d'optimisation qui constituent l'ensemble des dimensions et des grandeurs physiques. Au terme de l'optimisation, ces variables sont établies pour répondre à l'objectif du dimensionnement et assurer un fonctionnement respectant l'ensemble des contraintes.

Le dimensionnement optimal s'effectue à partir d'un algorithme d'optimisation. D'itération en itération, l'algorithme va modifier les variables d'optimisation de manière à maximiser (ou minimiser) la fonction objectif tout en respectant les contraintes du dimensionnement.

On résume à travers l'organigramme de la figure IV.1, l'ensemble des étapes permettant d'effectuer un dimensionnement optimal via les méthodes d'optimisation.

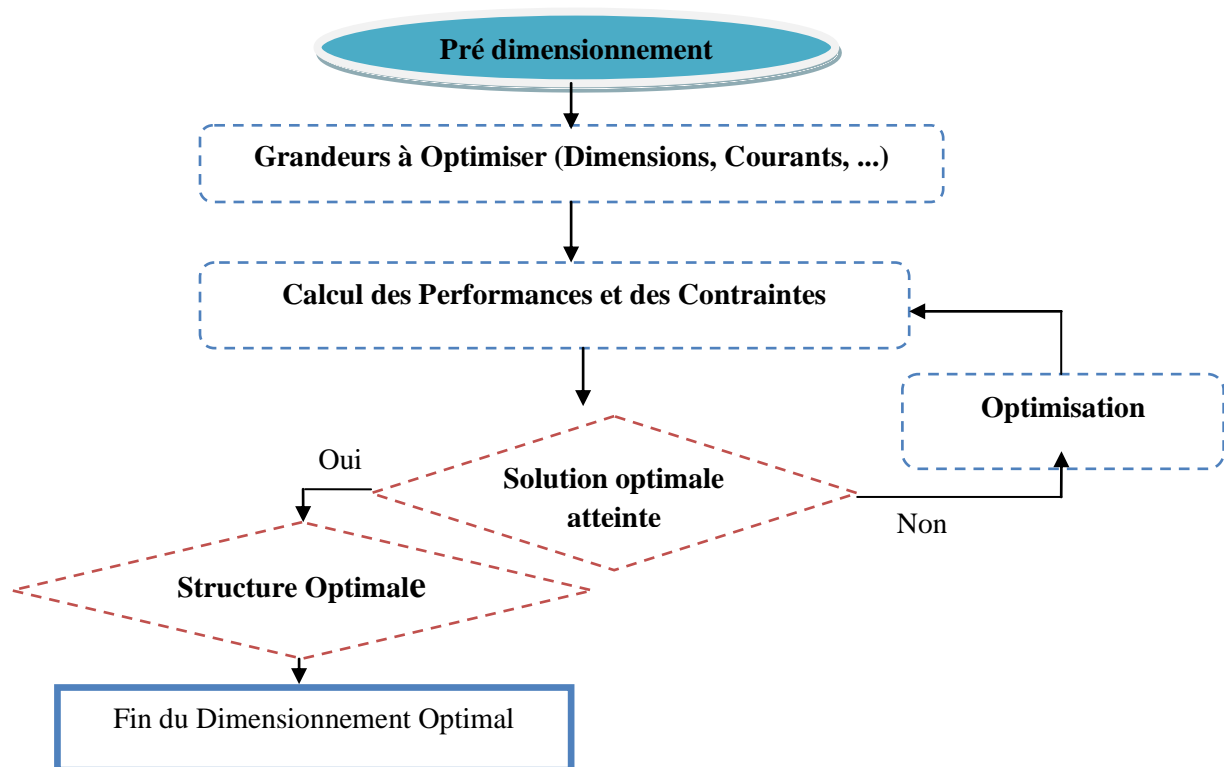


Figure.IV.1. Organigramme du processus du dimensionnement optimal des machines électriques.

### IV.3.2 Formulation du Problème d'optimisation

Habituellement, les machines électriques sont dimensionnées par optimisation du rendement ou de la puissance. Dans ce travail, on a opté pour la minimisation de pertes générées dans les parties actives de la machine (pertes fer + pertes Joules) de la machine. La valeur de ces pertes affecte directement le rendement de la machine. En outre, elles dépendent des paramètres géométriques et physiques de la machine.

#### IV.3.2.1 Fonction objectif

Dans ce travail, on a opté pour la minimisation de pertes générées dans les parties actives de la machine (pertes fer + pertes Joules) de la machine.

Rappelant ci-dessous les expressions analytiques des pertes considérées :

$$P_j = q * R * I^2 = q * \rho_{cui} * V_{cui} * J^2 \quad (IV.1)$$

Avec :

q : Nombre de phases de la MSAPB ;

R et  $\rho_{cui}$  : Sont la résistance et la résistivité du cuivre de l'enroulement ;

$V_{cui}$  : Volume du cuivre ;

J : Densité du courant dans les conducteurs.

$$P_f = \left[ k_h f B_{cs}^\beta + \pi^2 \frac{\sigma d^2}{6} B_{cs}^2 f^2 + 8.76 K_c f^{1.5} B_{cs}^2 \right] * V_{cs} + \left[ k_h f B_{sd}^\beta + \pi^2 \frac{\sigma d^2}{6} B_{sd}^2 f^2 + 8.76 K_c f^{1.5} B_{sd}^2 \right] * V_{sd} + \left[ k_h f B_{cr}^\beta + \pi^2 \frac{\sigma d^2}{6} B_{cr}^2 f^2 + 8.76 K_c f^{1.5} B_{cr}^2 \right] * V_{cr} \quad (IV.2)$$

Avec :

$V_{sd}$  : Volume de la denture statorique ;

$V_{cs}$  : Volume de la culasse statorique ;

$V_{cr}$  : Volume de la culasse rotorique ;

$B_{sd}$  : Induction de la denture statorique ;

$B_{sc}$  : Induction de la culasse statorique ;

$B_{cr}$  : Induction de la culasse rotorique ;

d : Epaisseur de la tôle ;

$\sigma$  : Conductivité de la tôle ;

$K_h$  : Coefficient de pertes par hystérésis ;

$K_d$ : Coefficient désignant les pertes par excès

Donc la fonction objectif est définie comme suit :

$$f(x) = \min(p_t(x)) \quad (\text{IV.3})$$

Où :

$p_t$  : Pertes totales ( $P_j + P_f$ ).

$x$  : Vecteur des paramètres de conception (paramètres d'optimisation).

### IV.3.2.2 Variables d'optimisation

Sur la base de pré-dimensionnement de la MSAPBV fait dans le chapitre II, on a choisi l'ensemble de paramètres géométriques ayant un impacte direct sur la valeur de la fonction objectif considérée ainsi que la valeur efficace du courant. Le tableau IV.3 montre ces variables et leurs limites de variation.

Variable	Dimension	Désignation	Valeur minimale	Valeur maximale
Diamètre intérieur du stator (m)	Dints	X(1)	3	5.6
Longueur active de la machine (m)	La	X(2)	0.5	0.9
La hauteur de l'encoche (m)	hz	X(3)	0.0726	0.363
Hauteur de la culasse statorique(m)	Hcs	X(4)	0.07	0.14
hauteur de l'aimant(m)	hm	X(5)	0.005	0.01
Courant	I	X(6)	20	90

Tableau.IV.3. Limites de variation des paramètres d'optimisation.

On a donc 6 paramètres à optimiser pour dimensionner de manière optimale la MSAPBV.

### IV.3.2.3 Contraintes

La notion de contraintes est extrêmement importante puisqu'elles garantissent qu'une solution respectera des critères définis au préalable. Dans notre cas, les contraintes sont directement liées à l'induction dans les dents et dans les culasses qui ne doivent pas dépasser l'induction de saturation du matériau ferromagnétique.

Donc la fonction de contrainte est donnée comme suit :

$$C(x) \leq B_{sat}$$

Où :

$C(x)$  : Induction dans les dents et la culasse statorique ;

$B_{sat}$  : Induction de saturation dans le fer, généralement prise égale à 1.7.

Le problème d'optimisation est alors défini comme suit :

$$\min f(X)$$

$$X = \{ \text{Dints}, La, hz, hcs, hm, I \}$$

Sous contraintes :

$$C(x) \leq 1.7$$

### IV.3.3 Choix de la méthode d'optimisation

Dans ce travail, deux approches d'optimisation sont adoptées. La première est déterministe, méthode quasi-Newton : BFGS. Tandis que la deuxième est stochastique utilisant l'algorithme génétique.

#### IV.3.3.1 Résultats d'optimisation obtenus avec le BFGS

Dans cette étape, la méthode Quasi-Newton (BFGS) est appliquée pour la résolution du problème d'optimisation considéré. La qualité de la solution fournie par cette classe de méthodes dépend essentiellement du contexte initial.

Dans ce travail on a effectué une seule simulation, correspondant à un seul point initial.

Le vecteur des paramètres de conception initial est le suivant :

Dints=4.5 m ;

La=0.6 m ;

hz=0.08 m ;

hcs =0.08 ;

hm=0.007 ;

$I=30$  A.

$X0=[4.5 \ 0.6 \ 0.08 \ 0.08 \ 0.007 \ 30]$  ;

Les résultats d'optimisation correspondants sont résumés dans le tableau IV.4. La figure IV.2, montre la variation de la fonction objectif avec les itérations de la méthode.

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps (Seconds)	Nombre d'itérations
<b>X(1)</b>	3	20460.7	1.678162	6
<b>X(2)</b>	0.5			
<b>X(3)</b>	0.0773			
<b>X(4)</b>	0.07			
<b>X(5)</b>	0.01			
<b>X(6)</b>	20			

Tableau IV.4. Résultats d'optimisation obtenus par la méthode BFGS.

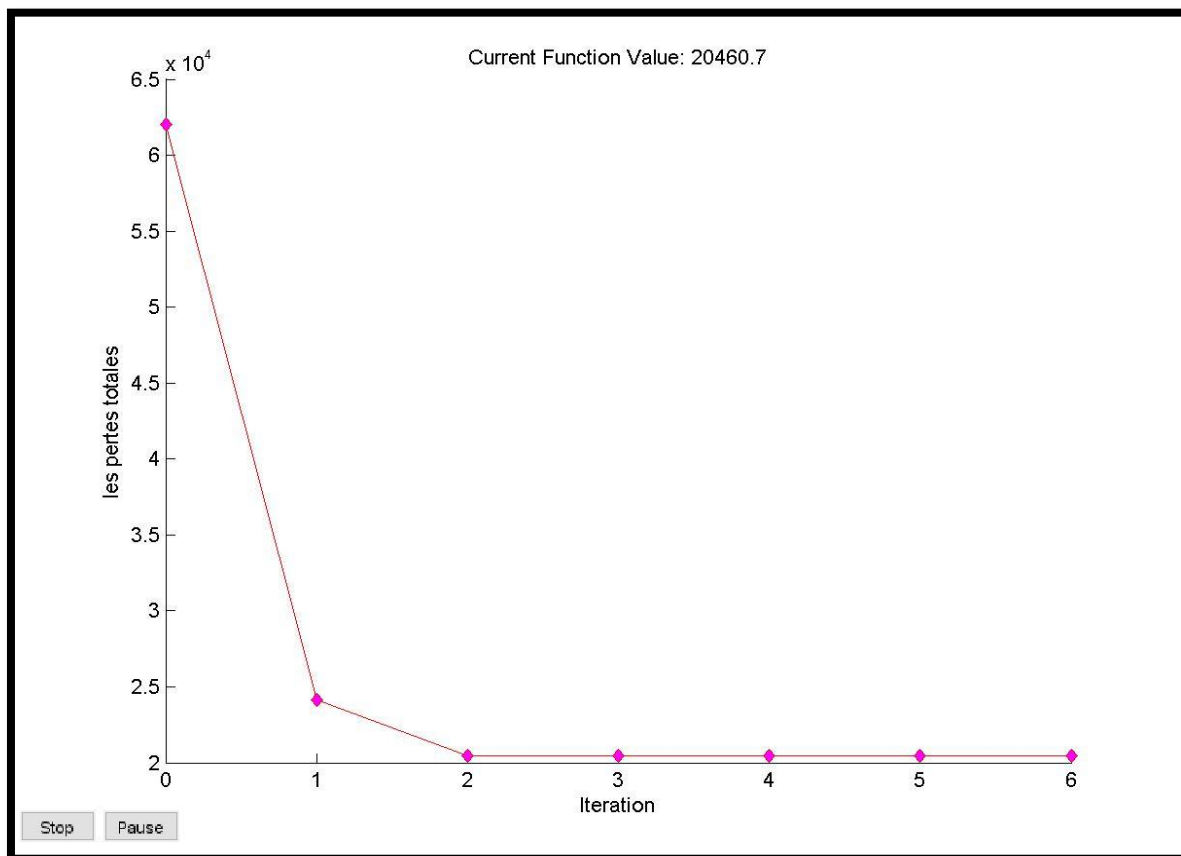


Figure.IV.2. Evolution de la fonction objectif avec les itérations du BFGS.

### ✚ Interprétation des résultats

La Figure IV.2, montre l'évolution de la fonction objectif (pertes fer + pertes Joule) en fonction des itérations. Après 6 itérations et pendant 1.678162 seconds, l'algorithme atteint une solution optimale correspondante à une configuration optimale de la MSAPBV avec un minimum de pertes dans ses parties actives.

- ✚ On remarque que l'algorithme BFGS atteint une solution optimale équivalente à une valeur de pertes totales proche de 20460.7W. Par comparaison avec celles de la configuration initiale 87836 W, on estime qu'elle est largement satisfaisante.
- ✚ On remarque que les paramètres optimaux, qui assurent la minimisation de la fonction objectif, prennent les valeurs limites définies dans leur intervalle de variation, la valeur minimale du diamètre intérieur du stator; longueur active de la machine; hauteur de la culasse statorique et le courant, et la valeur maximale de la hauteur d'aimant. Uniquement, la valeur de la profondeur d'encoche se situe dans l'intervalle de variation. Par rapport à la fonction objectif considérée, les pertes totales, les valeurs optimales des paramètres de conception sont tout à fait logiques.
- ✚ A partir de la figure (IV.2), on remarque qu'à partir de la 4<sup>ème</sup> itérations la valeur de la fonction objectif ne change plus (optimum atteint).

#### IV.3.3.2 Résultats d'optimisation obtenus avec l'algorithme génétique

Dans cette étape et afin de s'assurer d'avantage de la justesse des résultats obtenus avec le BFGS, on applique une autre méthode stochastique, jugée plus robuste que les méthodes de la première famille. Il s'agit de la méthode des algorithmes génétiques, basée sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Ainsi, pour un même problème et une même configuration de départ, plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats intermédiaires différents avant la convergence. Ces algorithmes ont tendance à explorer tout l'espace des solutions et donc de ne pas se laisser piéger par un optimum local. Contrairement à la plupart des algorithmes déterministes, ils ne nécessitent ni le choix d'un point de départ, ni la connaissance de la dérivée de la fonction objectif. Cependant, la convergence de ce type d'algorithmes est généralement lente particulièrement lorsque ils sont associés à un outil de calcul numérique, comme la méthode des éléments finis. Généralement, ces méthodes nécessitent un grand nombre d'évaluations pour atteindre la solution optimale.

Pour tenir compte du mécanisme de recherche probabiliste et aléatoire de l'algorithme génétique, on a effectué 10 exécutions différentes, le meilleur résultat est retenu.

Les valeurs des paramètres optimaux obtenus avec la méthode de l'algorithme génétique sont résumées dans le tableau IV.5.

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps (Seconds)	Nombre d'itérations
<b>X(1)</b>	3	20461	2.833669	50
<b>X(2)</b>	0.5			
<b>X(3)</b>	0.0773			
<b>X(4)</b>	0.07			
<b>X(5)</b>	0.01			
<b>X(6)</b>	20			

Tableau IV.5. Résultats obtenus par la méthode de l'algorithme génétique.

La Figure IV.3, montre l'évolution de la fonction objectif (pertes fer + pertes Joule) en fonction des itérations de la méthode de l'algorithme génétique. Donc avec 6 variables et après 2.833669 seconds et 50 itérations, la conception de la MSAPBV est optimisée vers un minimum de pertes dans ses parties actives.

On remarque que la méthode des AG a donné presque les mêmes résultats que la méthode BFGS. Donc on constate les mêmes remarques que le cas précédent.

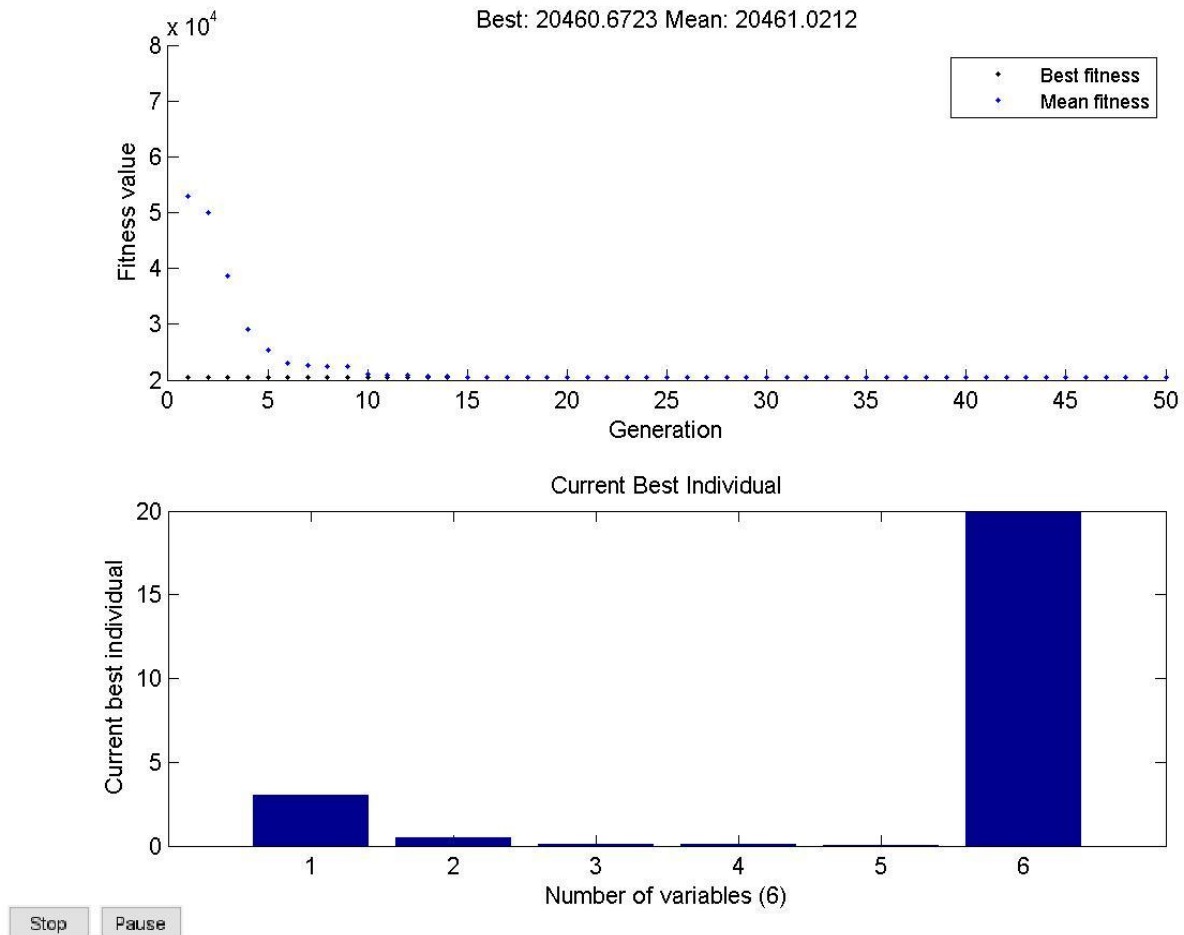


Figure.IV.3. Evolutions de la fonction objectif avec les itérations de l'algorithme génétique.

### IV.3.3.3 Comparaison entre les résultats de BFGS et de l'AG

A partir des résultats fournis dans les tableaux IV.4, IV.5 et les figure IV.2, et IV.3, on remarque bien que les deux algorithmes utilisés convergent vers presque la même solution, valeur optimale de la fonction objectif. Une légère différence dans les valeurs des résultats, plus nette pour la fonction objectif, en faveur de celle obtenue avec le BFGS par rapport à celle de l'AG.

Les méthodes déterministes sont des méthodes rapides mais elles dépendent fortement du point de calcul initial ou vecteur des paramètres initiaux. Par contre, les méthodes stochastiques sont indépendantes du contexte initial, plus coûteuse que l'autre type de méthodes. Dans ce travail, le temps que l'AG requiert pour converger est réduit (2.833669 seconds), cela est dû au fait que le calcul de la fonction objectif est purement analytique.



#### IV.3.3.4 Paramètres de conception de la MSAPBV après optimisation

Lors du processus d'optimisation, uniquement six paramètres ont été considérés comme variables d'optimisation, dont la valeur a été modifiée durant le cycle d'optimisation vers celle assurant le minimum de la fonction objectif. Cependant, les paramètres de conception de la MSAPBV sont interdépendants et leurs valeurs changent aussi avec les six variables d'optimisation. Le tableau IV.6 présente les valeurs de ces paramètres correspondants à la structure optimale de la MSAPBV.

Résultats de dimensionnement optimal	Notations	Valeurs	Unités
Nombre de conducteur par phase	$N_s$	408	CON/PHASE
Pas polaire	$\tau_p$	0.0231	m
Coefficient d'ouverture d'encoche	$k_{enc}$	1	-
Rapport la longueur active / le rayon intérieur du stator	$M$	0.33	-
Pas dentaire	$\tau_{enc}$	0.0077	M
Induction fondamentale dans L'entrefer	$\widehat{B}_e$	0.9334	T
Flux maximal par pôles	$\phi_e$	0.0069	Wb
Rayon intérieur du stator	$R_{ints}$	1.5	m
Rayon extérieure de la machine	$R_{exts}$	1.64	m
Rayon extérieur rotorique	$R_{extr}$	1.4973	m
Rayon intérieure du rotor	$R_{intr}$	1.4873	m
Largeur de la dent	$bd$	0.0038	m
Hauteur de la culasse statorique	$hcs$	0.07	m
Coefficient de Carter	$kc$	1.13	-
Epaisseur de l'entrefer	$e$	0.002400	m
Epaisseur fictive de l'entrefer	$e'$	0.002720	m
Largeur de l'encoche (bz) en [m]	$bz$	0.0038	m
Profondeur des encoches	$h_z$	0.0773	m
Epaisseur de l'aimant	$h_{aim}$	0.01	m
L'angle d'ouverture de l'aimant	$\theta_{aim}$	0.0131	Radian

<b>Largeur total des pièce d'aimant dans un pôle</b>	$b_{aim}$	$3.023775858e - 04$	m
<b>Hauteur de la culasse rotorique</b>	hcr	0.68	m
<b>Volume de la culasse statorique</b>	$V_{sc}$	0.3546	$m^3$
<b>Volume de la denture statorique</b>	$V_{sd}$	0.1821	$m^3$
<b>Volume du cuivre</b>	$V_{scui}$	0.075047	$m^3$
<b>Volume des têtes de bobine</b>	$V_{tcui}$	1.1586	$m^3$
<b>Volume de l'aimant</b>	$V_{aimant}$	$1.69e-06$	$m^3$
<b>Volume de la culasse rotorique</b>	$V_r$	2.46	$m^3$
<b>Masse de la culasse rotorique</b>	$M_r$	$1.87e+04$	Kg
<b>Masse de la culasse statorique</b>	$M_{sc}$	$2.6947e+03$	Kg
<b>Masse des aimants</b>	$M_{sa}$	0.0142	Kg
<b>Masse de la denture statorique</b>	$M_{sd}$	$1.30e+03$	Kg
<b>Masse totale de la machine</b>	$M_t$	$2.28e+04$	Kg
<b>Pertes fer</b>	$P_{fer}$	$1.91e+04$	W
<b>Pertes Joules</b>	$P_j$	$1.27e+03$	W
<b>Rendement</b>	$\eta$	0.98	%

Tableau.IV.6. Résultats du dimensionnement optimal de la MSAPBV.

## IV.5 Modélisation numérique de la structure optimale de la MSAPBV

Après le dimensionnement optimal de la machine vient l'étape de la modélisation. Généralement la modélisation par le calcul du champ électromagnétique est la voie la plus adaptée pour ce type de dispositif. Les équations différentielles aux dérivées partielles du champ sont résolues numériquement par la méthode des éléments finis, considérée comme étant la méthode la plus générale et la plus fréquemment utilisée surtout dans le cas de géométries complexes et pour les fortes non-linéarité physiques.

Les figures IV.4 et IV.5 présentent respectivement des zooms de la géométrie optimale de la machine étudiée et le maillage éléments finis, éléments triangulaires du premier ordre, correspondant en utilisant le mailleur automatique de Matlab.

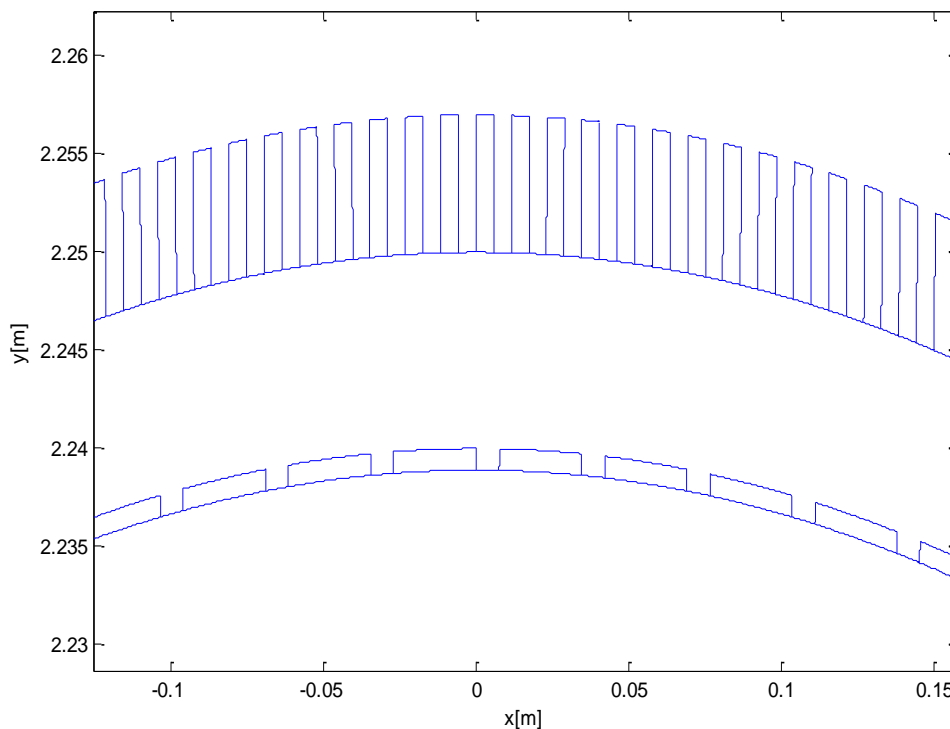


Figure.IV.4. Zoom de la géométrie optimale de la MSAPBV.

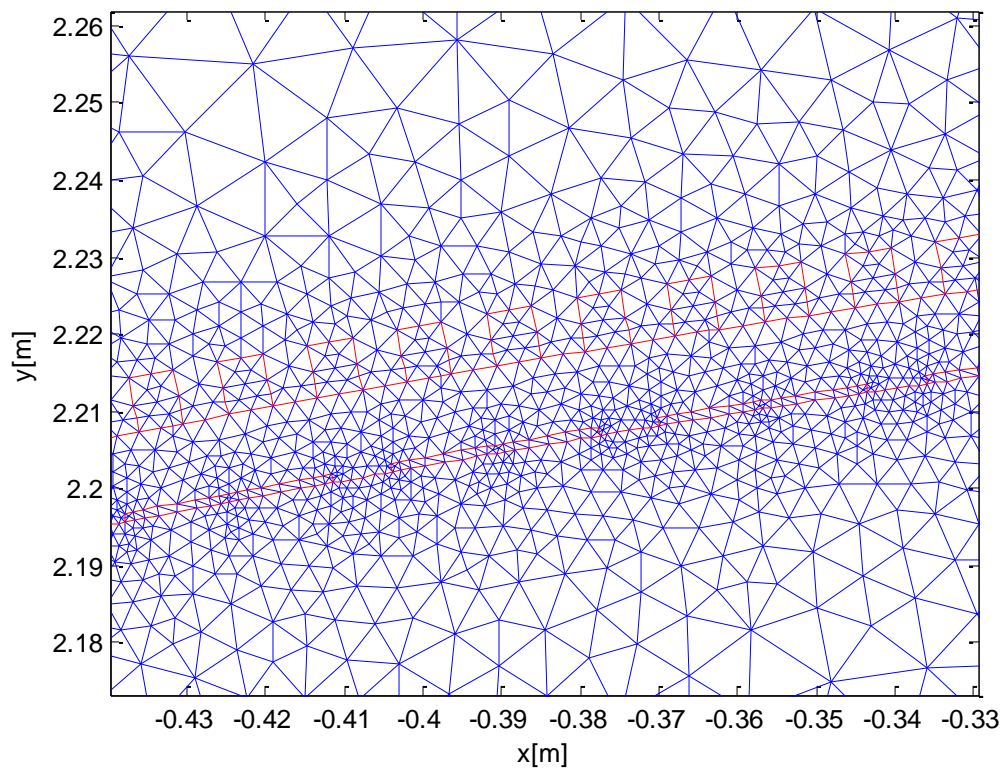


Figure.IV.5. Zoom du maillage éléments finis appliqués à la géométrie optimale de la MSAPBV. étudiée.

## IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les résultats de pré-dimensionnement d'un générateur synchrone à aimants permanent montés en surface, issus de l'application d'un modèle purement analytique. Ce modèle a été intégré dans une démarche de conception optimale par voie d'optimisation, où deux méthodes ont été utilisées, le BFGS et l'AG. Le processus d'optimisation a été orienté vers la détermination des paramètres de la machine permettant d'assurer un minimum de pertes dans ses parties actives.

## Conclusion générale et perspectives

Le travail de Master que nous avons mené a été porté sur le dimensionnement et l'optimisation des performances de la machine synchrone à aimant permanent monté en surface et à basse vitesse, MSAPBV.

L'étude réalisée s'inscrit dans un contexte qui vise à améliorer les performances énergétiques de la machine synchrone à aimant permanent monté en surface. La problématique posée était la conception optimale d'une machine destinée à des applications à entraînement direct, et susceptible d'avoir un rendement élevé et des pertes réduites.

Le travail réalisé est réparti en deux grands volés :

Le premier a été consacré à la démarche de pré-dimensionnement de la machine synchrone à aimant permanent monté en surface sur la base des équations analytico-empiriques simples, dans le cas linéaire. Le modèle permet le calcul des dimensions principales de la machine, la masse totale et le volume total de la machine ainsi que les pertes : pertes Joule dans le bobinage et les pertes fer dans la culasse statorique et rotorique et les dents. Les pertes Joule dans le bobinage sont déterminées en fonction des dimensions des encoches, du nombre de spires et du courant par phase en considérant la résistance du bobinage. Les pertes fer sont déterminées en fonction de l'induction et le volume dans les dents et dans les culasses statorique et rotorique. Nous avons réalisé un code de calcul sur la base de ce modèle sous Matlab.

Le deuxième volé a porté sur la conception ou le dimensionnement optimal de la MSAPBV étudiée. Où les équations analytiques de pré-dimensionnement ont été intégrées dans une stratégie d'optimisation sous contraintes visant à déterminer les paramètres de la machines qui assurent un minimum de pertes totales, voir donc un rendement maximal. Deux méthodes d'optimisation, disponibles dans la bibliothèque d'optimisation du logiciel MATLAB, ont été utilisées, la méthode déterministe de quasi-Newton, BFGS, et la méthode stochastique des algorithmes génétiques. Les résultats obtenus suite à l'application de cette démarche sont très satisfaisants et nous a permis d'une part, de mieux comprendre les mécanismes et les caractéristiques des deux méthodes retenues dans cette étude et d'autre part, de mettre en évidence la difficulté liée à la dépendance des deux outils, dimensionnement et optimisation.

Comme perspectives de ce travail, nous citons :

- ✚ Utilisation des résultats issus du dimensionnement optimal de la MSAPBV comme base pour la modélisation numérique, par la méthode des éléments finis, afin de calculer les différentes grandeurs nécessaires à l'exploitation de la machine.
- ✚ Optimisation multi-objectif sous différentes contraintes pour mieux s'approcher du cas réel de la MSAPBV.

- [1] S. Arab, O. Loucif, «réglage et contrôle de la vitesse de la machine synchrone a aimant permanent » Mémoire de Master, Université de Bejaia, 2015.
- [2] H. C. M. Mai, “Conception optimale d’une motorisation électrique pour application à un véhicule hybride léger,” Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, 2011.
- [3] C. Espanet, “Contributions à la conception des machines à aimants permanents : aspects méthodologiques et applications à des moteurs à forte intégration fonctionnelle,” Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Franche Comté, 2005.
- [4] N. Bounasla, « Commande Par Mode de Glissement D’ordre Supérieur de la Machine Synchrone à Aimants Permanent », mémoire de Magister en Electrotechnique, Université Ferhat ABBAS Sétif -1 (ALGERIE) 2014
- [5] F. Dubas and C. Espanet, « Analytical Solution of the Magnetic Field in Permanent-Magnet Motors Taking Into Account Slotting Effect: No-Load Vector Potential and Flux Density Calculation », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 5, pp. 2097–2109, 2009.
- [6] A. Parviainen., “Design of axial flux permanent magnet low speed machines and performance comparison between radial flux and axial flux machines,” thèse de Doctorat, Lappeenranta University of Technology, Finland, 2005.
- [7] R. Saou, “Modélisation et optimisation de machines lentes à aimants permanents : Machines à double saillance et à inversion de flux“, Thèse de Doctorat d’état, ENP d’Alger,
- [8] B. Singh, B.P. Singh, S. Dwivedi, « A State of Art on Different Configurations of Permanent Magnet Brushless Machines” IE(I) Journal–EL, , vol.87, June 2006, pp. 63-73.
- [9] Z. Q. Zhu and D. Howe, « Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. II. Armature-reaction field », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 1, 1993, pp. 136–142.
- [10] T. Sebastian, G. Slemon, and M. Rahman, « Modelling of permanent magnet synchronous motors », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 22, no. 5, 1986 , pp. 1069–1071.
- [11] T. Sebastian and G. Slemon, « Transient torque and short circuit capabilities of variable speed permanent magnet motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no. 5, 1987, pp. 3619–3621.
- [12] R. D. Braun and I. M. Kroo, « Development and application of the collaborative optimization architecture in a multi-disciplinary design environment, », *Multi-disciplinary design optimization: state of the art*. SIAM, pp. 98–116, 1997.
- [13] H. Polinder and M. J. Hoeijmakers, « Effect of a shielding cylinder an the rotor losses in a rectifier-loaded PM machine », in *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*, 2000, vol. 1, pp. 163–170.
- [14] F. Dubas, A. Sari, J-M. Kauffmann, and C. Espanet, « Cogging Torque Evaluation through a Magnetic Field Analytical Computation in Permanent Magnet Motors », *IEEE International Conference on Electrical Machines and Systems*, pp. 1-5, 2009.

- [15] A.H. Isfahani, S. Vaez-Zade and M.A. Rahman, « Performance improvement of permanent magnet machines by modular poles», IET. Electr. Power Appl, Vol. 3, Iss. 4, pp. 343.
- [16] F. Mezaâche , « Analyse des performances électromagnétiques de machines à aimants montés sur la surface du rotor», mémoire de Magistère, janvier2012, USTBH 2012
- [17] L. Lechevallier, J.M. Le breton, Ph. Tenaud, A. MoreL, S. Brassard, « Aimants permanents – Applications et perspectives ». Techniques de l'ingénieur, D2102, pages 1-17, Mai 2007.
- [18] P. Dumas et A. Miraoui, «Aimants permanents – Fonctionnement des circuits magnétiques ». Techniques de l'ingénieur, D2085, pages 1-18, Fév. 2012.
- [20] Z. Belli, « Cours construction des machines électriques», Université de Jijel, 2020.
- [21] H.S. Zir, « Conception des moteurs à aimants destinés à l'entraînement direct » Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2005.
- [22] V.X. Hung, « Modeling of exterior rotor permanent magnet machines with concentrated windings », Ph.D. Dissertation, Faculty of electrical engineering, mathematics and computer science, Netherlands, 2012.
- [23]A. Daanoone, A. Foggia, L. Garbuio, J-C Mipo and L. LI, « A new method for design and optimization of ahybrid excitation synchronous machine by combining analytical and finite element models”, INTERMAG, Vancouver : Canada, Mai 2012.
- [24] A. Boglietti, A. Cavagnino, M. Lazzari, M. Pastorelli, « Predicting iron losses in soft magnetic materials with arbitrary voltage supply : an engineering approach”, IEEE Transactions. On Magnetics, vol. 39, no 2, pp. 981-989, March 2003.
- [25] L. Andrieu, « Optimisation sous contraintes en probabilité » Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Décembre 2004
- [26] R. Fletcher, « Practical Methods of Optimization », Department of Mathematics, University of Dundee, Scotland, U.K.1980.
- [27] D. DE WOLF, « Théorie et pratique de l'optimisation », Université Charles de gaulle - Lille 3, UFR de mathématiques, sciences économiques et sociales, Villeneuve d'ASC, Octobre 2002.
- [28] S. Mottelet, M. Elbagdouri, « RO04/TI07-Optimisation non-linéaire », Université de Technologie de Compiègne , 2003



- [29] B. Daguse, « Modélisation analytique pour le dimensionnement par optimisation d'une machine dédiée à une chaîne de traction hybride à dominante électrique, » Thèse de Doctorat, Supélec, 2013.
- [30] P. Lapointe, « Développement d'un composite magnétique doux avec revêtement de ferrite nanométrique », Mémoire de master, Université Laval, Canada, 2010.
- [31] D. Prieto, « Modélisation et optimisation des machines synchro-réductantes à aimants permanents et de leur électronique », Thèse de Doctorat, Supélec, 2015.
- [32] O. Hajji, « contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques. Application à la conception des dispositifs électrotechniques » Université de Lille, 2003
- [33] R. Hooke and T. A. Jeeves, « Direct Search' Solution of Numerical and Statistical Problems », J. ACM , vol. 8, no. 2, pp. 212–229, Apr. 1961.
- [34] J. A. Nelder and R. Mead, « A Simplex Method for Function Minimization », The Computer Journal, vol. 7, no. 4, pp. 308–313, Jan. 1965.
- [35] H. Rosenbrock, « An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function », The Computer Journal , vol. 3, no. 3, pp. 175–184, Jan. 1960.
- [36] R. Fletcher, « Practical methods of optimization » , Department of Mathematics, university of Dundee, U.k.1980
- [37] M. J. D. Powell, « An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives », The Computer Journal, vol. 7, no. 2, pp. 155–162, Jan. 1964.
- [38] E. Aarts and J. Korst, « Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing », New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [39] M. C. COSTA, « Optimisation de dispositifs électromagnétiques dans un contexte d'analyse par la méthode des éléments finis », Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [40] L. MOKRANI, « contribution à la C.A.O optimisée des machines électriques, application au moteur linéaire à induction », Thèse de Doctorat, Université de Batna 2, 2005.

[41] K. MENGHOUR, « Approches Bio-inspirées pour la Sélection d'Attributs », Thèse de Doctorat, Université Badji Mokhtar-Annaba, 2015.

[42] A. Iebzir « Performances Comparées de Machines Synchrones à Aimants Permanents et à Réductance Variable Associées à une Chaîne de Conversion d'Énergie Renouvelable » Thèse de Doctorat, Université des Frères Mentouri Constantine, 2016.

### ملخص

خلال رسالة الماجستير هذه، درسنا التصميم وتحسين الأداء لمولد مغناطيسي دائم متزامن مع دوار داخلي عالي الطاقة وسرعة دوران منخفضة لمحرك مباشر ، MSAPBV .  
تم تطوير نموذج تحجيم مسبق لمولد الرياح ، MSAPBV من 204 زوجًا من الأقطاب وسرعة دوران تبلغ 1.55 راد / ثانية ، بناءً على المعادلات التحليلية في النظام غير المشبع. تم تحقيق الحجم الأمثل لهذا الأخير أيضًا أثناء الجمع بين معادلات التحجيم المسبق وطرق التحسين ، وتم استخدام طريقة BFGS وطريقة الخوارزمية الجينية. سمحت عملية التحسين في ظل القيود بتحديد المعلمات المثلى للحد الأدنى من الخسائر في الأجزاء النشطة من MASPVB ، وبالتالي عائد أفضل. تم تنفيذ العملية العامة للتصميم الأمثل لـ MSAPBV تحت MATLAB.

---

### Résumé

Au cours de ce travail de Master, on a étudié la conception et l'amélioration des performances d'un générateur synchrone à aimant permanent avec rotor interne de haute puissance et à faible vitesse de rotation pour l'entraînement direct, MSAPBV.

Un modèle de pré-dimensionnement de l'aérogénérateur, MSAPBV, de 204 paires de pôles et une vitesse de rotation de 1,55 rad/seconde, a été développé sur la base des équations analytiques en régime non-saturé. Un dimensionnement optimal de ce dernier a été également réalisé toute en associant les équations de pré-dimensionnement avec des méthodes d'optimisation, la méthode de BFGS et celle de l'algorithme génétique ont été utilisées. Le processus d'optimisation sous contraintes a permis la détermination des paramètres optimaux pour un minimum de pertes dans les parties actives de la MASPVB, voir donc un meilleur rendement. Le processus général de la conception optimale de la MSAPBV a été réalisé sous MATLAB.

---

### Abstract

During this work, design and performances improvement of a permanent magnet synchronous generator with internal rotor of high power and low rotational speed for direct drive, PMSMLS, was studied. A pre-sizing model of the wind generator, PMSMLS, of 204 pole pairs and a rotational speed of 1.55 rad/second, was developed on the base of analytical equations in none saturated regime. An optimal sizing of this one was also achieved through combining the pre-sizing equations with optimization methods; the BFGS method and genetic algorithm one were used. The optimization process under constraints allowed the determination of the optimal parameters for minimum losses in the active parts of the PMSMLS, so for a better efficiency. The general process of the optimal design of the PMSMLS was carried out under MATLAB.