

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

*Ministère de l'Enseignement Supérieur*

*Et de la Recherche Scientifique*



*Université Mohammed Sadik Ben Yahia –JIJEL*

*Faculté des Sciences et de la technologie*

*Département d'Automatique*

*Mémoire de Fin d'Etudes en Vue de l'Obtention Du  
Diplôme*

*Master Académique En Automatique*

*Option : Automatique et systèmes*

***Thème***

*Commande par Backstepping adaptative d'un  
système de suspension active avec contraintes*

*Présenté par :*

- *Sayoud Fahima*
- *Bouhaddiche Mounya*

*encadrée par :*

*Mme. Aicha Zibra*

*Année Universitaire 2020/2021*

## ***Remerciements***

*Nous tenons à remercier profondément Dieu, le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, ainsi que la santé pour réaliser ce modeste travail.*

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à Mme. Aicha zibra, pour ses directives et ses orientations concernant notre projet de fin d'étude.*

*Nous remercions les membres de jury qui ont fait l'honneur de participer au jugement de ce travail.*

*Nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué au bon déroulement de ce projet de fin d'étude :*

- *A tous les enseignants de département automatique qui ont contribué à notre formation.*
- *A nos parents.*
- *A nos frères et sœurs.*
- *A tous nos amis.*



## *Dédicace*

- *Je dédie ce modeste travail à:*
- *Mes très chers parents qui ont fait de moi ce que je suis aujourd'hui et qui ont veillé de guider mes pas durant toute ma vie par leurs aides, leur grands émotions, leur sacrifices, et leur soutien et encouragement durant tous mes années d'apprentissage.*
- *Mes très chers frères : Sabir et sa femme Amira ainsi mon petit frère Mouloud.*
- *Mes très chères sœurs : Nezha, Widad, Nesrine, Rahma.*
  - *Mon époux ainsi ma belle-famille.*
  - *Mon binôme : Fahima.*
  - *Mes Amis.*
  - *Mes collègues de la promotion.*
  - *Toute la promotion Automatique 2021.*

*Mounya*





## *Dédicace*

- *Je dédie ce modeste travail à:*
- *Mes très chers parents qui ont fait de moi ce que je suis aujourd'hui et qui ont veillé de guider mes pas durant toute ma vie par leurs aides, leur grands émotions, leur sacrifices, et leur soutien et encouragement durant tous mes années d'apprentissage.*
- *Mon très cher frère : **Hichem**.*
- *Mon binôme : **Mounya**.*
- *Mes Amis.*
- *Mes collègues de la promotion.*
- *Toute la promotion Automatique 2021.*

*Fahima.*



## Table des matières

Introduction générale .....	I
<b>Chapitre I : Généralités sur les systèmes de suspension</b>	
<b>I.1 Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>I.2 Historique sur les suspensions .....</b>	<b>1</b>
<b>I.3 Système de suspension .....</b>	<b>3</b>
<b>I.4 Le Rôle de la suspension dans un véhicule .....</b>	<b>3</b>
<b>I.4.1 Confort .....</b>	<b>3</b>
<b>I.4.2 Tenue de route .....</b>	<b>3</b>
<b>I.5 Les différents organes d'une suspension.....</b>	<b>4</b>
<b>I.5.1 Les ressorts .....</b>	<b>4</b>
<b>I.5.2 La barre anti-roulis .....</b>	<b>5</b>
<b>I.5.3 Les amortisseurs .....</b>	<b>5</b>
<b>I.5.4 Le pneumatique .....</b>	<b>6</b>
<b>I.6 Classification de suspension .....</b>	<b>6</b>
<b>I.6.1 Suspension passive .....</b>	<b>7</b>
<b>I.6.2 La suspension semi- active .....</b>	<b>7</b>
<b>I.6.3 La suspension active .....</b>	<b>8</b>
<b>I.7 Principe de fonctionnement .....</b>	<b>9</b>
<b>I.8 Comparaison des performances des trois types de suspension .....</b>	<b>10</b>
<b>I.9 Domaines de fonctionnement de chaque type de suspensions .....</b>	<b>10</b>
<b>I.10 Conclusion .....</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre II : Modélisation d'un système de suspension actif</b>	
<b>II.1 Introduction .....</b>	<b>12</b>
<b>II.2 Mouvements du véhicule.....</b>	<b>12</b>
<b>II.3 Modélisations des véhicules .....</b>	<b>13</b>
<b>II.3.1 Modèle un quart de véhicule .....</b>	<b>13</b>

II.3.2 Modèle demi-véhicule .....	16
II.3.3 Modèle véhicule complet ou 3D .....	18
II.4 Simulation en boucle ouvert de model demi véhicule .....	22
II.5 Conclusion .....	25

### **Chapitre III : Commande par backstepping adaptative**

III.1 Introduction.....	26
III.2 Historique et domaine d'application du backstepping.....	26
III.3 Notions de bases .....	26
III.3.1 Systèmes non linéaires .....	27
III.3.2 Point d'équilibre .....	27
III.3.3 Cycle limite.....	27
III.4 Stabilité au sens de Lyapunov .....	27
III.4.1 La première méthode.....	28
III.4.2 La deuxième méthode.....	28
III.5 Principe du Backstepping .....	28
III.6 Application de la commande Backstepping sur un système de 3 <sup>ème</sup> ordre .....	29
III.6.1 Algorithme de base pour les systèmes d'ordre 3.....	29
III.6.2 Algorithme de base pour les systèmes d'ordre n.....	33
III.7 Conclusion .....	35

### **Chapitre IV : Commande par backstepping adaptative avec des contraintes**

IV.1 Introduction.....	36
IV.2 Commande par backstepping adaptative d'un demi- véhicule.....	36
IV.3 Position du problème .....	37
IV.4 Synthèse de la commande.....	38
IV.4.1 Calcul de la commande du mouvement vertical .....	39
IV.4.2 Calcule de la commande du mouvement de tangage .....	42
IV.5 Stabilités de la dynamique des zéros .....	43

<b>IV.6 Contraintes sur performances</b> .....	45
<b>IV .7 Trajectoire de référence</b> .....	46
<b>IV.8 Résultat de simulation</b> .....	46
<b>IV.9 Conclusion</b> .....	52
<b>Conclusion générale</b> .....	III

***Table des figures***

Figure I. 1. Illustration exprime le système de suspension.....	3
Figure I. 2. Modèle complet d'une suspension.....	4
Figure I. 3. Type des ressorts.....	5
Figure I. 4. La barre anti-roulis .....	5
Figure I. 5. Amortisseur hydraulique .....	6
Figure I. 6. Suspension passive .....	7
Figure I. 7. Suspension Active.....	8
Figure I. 8. Suspension semi-Active.....	8
Figure I. 9. Domaines de fonctionnement de chaque type de suspension. ....	11
Figure II.1. Illustration des mouvements linéaires et angulaires sur une voiture .....	13
Figure II. 2. Modèle d'un quart de véhicule .....	14
Figure II. 3. Modèle de suspension un demi-véhicule latéral à 4 degrés de liberté .....	17
Figure II. 4. Modèle de véhicule complet.....	19
Figure II. 5. Profile du la route .....	23
Figure II. 6. Déplacement vertical de la carrosserie du véhicule $z_c$ .....	23
Figure II. 7. Déplacement vertical de carrosserie du véhicule $\dot{z}_c$ .....	23
Figure II. 8. Rotation de la carrosserie du véhicule selon y (tangage) .....	23
Figure II. 9. Vitesse angulaire de la carrosserie du véhicule.....	24
Figure II. 10. Déplacement vertical de la roue avant $z_1$ .....	24
Figure II. 11. Vitesse verticale de la roue avant $\dot{z}_1$ .....	24
Figure II. 12. Déplacement vertical de la roue arrière $z_2$ .....	24
Figure II. 13. Vitesse vertical de la roue arrière $\dot{z}_2$ .....	24
Figure III. 1. Schéma illustratif de la commande par backstepping .....	29
Figure IV. 1. Schéma de structure du sous-système de mouvement vertical .....	42
Figure IV. 2. Signal de référence $x_{1r}$ .....	47
Figure IV. 3. Signal de référence $x_{3r}$ .....	47
Figure IV. 4. Profile de la route.....	48



---

Figure IV. 5. Déplacement vertical de la carrosserie de véhicule $z_c$ .....	48
Figure IV. 6. vitesse de la carrosserie de du véhicule $\dot{z}_c$ .....	48
Figure IV. 7. vitesse angulaire de la carrosserie de du véhicule .....	48
Figure IV. 8. La rotation de la carrosserie du véhicule selon y (tangage).....	49
Figure IV. 9. Déplacement vertical de la roue avant $z_1$ .....	49
Figure IV. 10. Déplacement vertical de la roue avant $z_2$ .....	49
Figure IV. 11. Déplacement vertical de la roue avant $z_1$ .....	50
Figure IV. 12. Déplacement vertical de la roue arrière $z_2$ .....	50
Figure IV. 13. Charge dynamique du pneu avant $F_f$ .....	50
Figure IV. 14. Charge dynamique du pneu arrière $F_r$ .....	50
Figure IV. 15. Espace de suspension de la roue avant $Dy_f$ .....	51
Figure IV. 16. Espace de suspension de la roue arrière $Dy_r$ .....	51
Figure IV. 17. Signal de commande $u_1$ .....	51
Figure IV. 18. Signal de commande $u_2$ .....	52
Figure IV. 19. L'erreur $e_1$ .....	52
Figure IV. 20. L'erreur $e_3$ .....	52



## **Liste des Tableaux**

Tableau II.1 paramètres de simulation du modèle demi véhicule .....	22
Tableau IV.1 paramètres de simulation du modèle demi véhicule.....	47

## Notations et définitions

$f_k$  : Effort exercé par le ressort suspension.

$f_b$  : Effort exercé par l'amortisseur.

$f_t$  : Effort exercé par le pneu.

$m_s$  : La masse suspendue (c.à.d. quart de la masse posée sur les suspensions).

$m_u$  : La masse non suspendue (c.à.d. la masse des pièces mécaniques constituant l'assemblage de la roue).

$z_s$  : Le déplacement vertical de  $m_s$  autour de sa position statique.

$z_u$  : Le déplacement vertical de  $m_u$  autour de sa position statique.

$z_r$  : Représente le profil vertical du sol.

$u$  : La force générée par l'actionneur.

$x$  : Le déplacement longitudinal du centre de gravité (CG) du véhicule.

$y$  : Le déplacement latéral du centre de gravité (CG) du véhicule.

$z$  : Le déplacement vertical du centre de gravité (CG) du véhicule.

$\psi$  : Rotation de cap (lacet).

$\phi$  : Rotation de roulis (ressentie dans un virage).

$\theta$  : Rotation de tangage (ressentie lors de l'accélération ou du freinage).

# *Introduction générale*

---

## *Introduction Générale*

---

Le véhicule automobile est un système très complexe qui fait entrer en jeu dans sa constitution de nombreux sous-systèmes fonctionnels très différents les uns des autres : roues, moteur et système de transmission, système de freinage, suspensions, direction, de plus en plus d'électronique embarquée... Tous ces systèmes ont pour but de faire fonctionner la voiture dans les meilleures conditions. Ils doivent permettre au véhicule de s'adapter au mieux au milieu extérieur : type de route, conditions atmosphériques, tout en garantissant au conducteur et aux passagers la plus grande sécurité et le plus de confort possible [1].

Ce système (le véhicule) est un système en général intrinsèquement non linéaire de par sa cinématique et ses caractéristiques dynamiques (actionneurs, moteur). La commande d'un tel système est donc un problème, pour qu'il soit résolu de façon satisfaisante, on doit prendre ces non linéarités en considération.

Dans un véhicule l'élément responsable sur comportement dynamique du véhicule est la suspension on doit citer trois type : suspension passive, semi active, active ce dernier est le thème de notre étude.

Une suspension active est appelée une suspension dont les paramètres peuvent changer pendant le fonctionnement. En d'autres termes, la suspension active peut contrôler le mouvement vertical des roues de la voiture. Cela se fait à l'aide d'un système embarqué qui analyse la route, l'inclinaison, la vitesse et la charge globale du véhicule. Ce type de système commandé est représenté par un ensemble d'équations différentielles, traduisant la variation des états spécifiques du système dans un intervalle de temps. L'influence d'un certain nombre d'états finis et choisis nous permet évidemment d'accomplir certains objectifs de commande désirés. Sur la base de certaines considérations adoptées pour le modèle dynamique du système nous pouvons aboutir nos objectifs par l'application de l'une des technique de commande des systèmes non linéaires : linéarisation par retour d'état ; commande adaptative ; commande par mode glissant ; commande backstepping, ...etc.

La commande adaptative backstepping est l'une des approches principales de ces recherches attentives. Cette technique a été développée initialement par Kanellakopoulos et étoffée, d'une part, par Feurier et Morse, et d'autre part, par Tsiniakos Kokotović et Sussmann. Elle offre une méthode systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires. L'idée de cette stratégie clarifie qu'un système, modélisé par une

structure triangulaire dans l'espace d'état, peut être stabilisé étape par étape en commençant par le premier état. Parallèlement, les lois d'adaptation pour les paramètres inconnus du système et les lois de commande peuvent être déduites d'une manière adéquate. Cette technique repose essentiellement sur l'utilisation du formalisme de Lyapunov. Ce dernier est très simple, très commode et garant principal de la stabilité et convergence du système.

Dans ce mémoire on s'intéresse à l'élaboration d'une commande par backstepping adaptative appliqué sur le system de suspension actif sous certaines conditions (**saturation des actionneurs, espace d'état limité**), le travail est divisé en chapitres :

**Chapitre 1** est une synthèse bibliographique sur les suspensions automobiles, avec une description ; rôle de la suspension du véhicule ; principe de fonctionnement ; formes mécaniques et les différents types de système de suspension.

**Chapitre 2** est composé de deux parties, une partie pour la modélisation de suspension et une autre pour la validation du modèle par un test de simulation en boucle ouverte.

**Chapitre 3** présente le développement de notre approche de commande la commande backstepping et la commande backstepping adaptative.

**Chapitre 4** présente le développement de la commande backstepping adaptative pour le système de suspension active incertain avec saturation de l'entrée et un espace d'état limité et la validation de l'approche de commande par une simulation.

Nous finissons par une conclusion générale reprenant les principaux points traités dans ce travail.

*Chapitre I*  
*Généralités sur la suspension*



## **Chapitre I**

### **Généralités sur la suspension**

*Dans ce chapitre nous parlerons d'une manière générale de la suspension, nous commencerons par une petite histoire sur la suspension. Par la suite, nous parlerons des éléments essentiels d'une suspension dans un véhicule. Enfin, nous y montrerons le rôle et les catégories de suspensions les plus répandues : la suspension passive, active et semi-actives.*

#### **I.1 Introduction**

La plupart des machines mécaniques sont soumises à différents niveaux de vibrations provenant de sources variées. Les automobiles, comme toutes les machines mécaniques, n'échappent pas à ce phénomène et c'est pour cette raison que toutes les automobiles sont munies de suspensions. La suspension automobile a pour but de réduire et ultimement d'éliminer ces vibrations qui sont néfastes pour les passagers et pour le véhicule.

Le système de suspension est l'un des éléments essentiels d'un véhicule, principalement il se compose d'un ensemble de ressort et d'un élément d'amortissement, cet ensemble peut être modifié selon le type de suspension.

Un système de suspension doit d'abord supporter le poids de véhicule, et en parallèle assurer le contact des roues au sol en toutes circonstances, En absorbant les chocs dus à l'état de la route, par conséquent diminuer la vibration du châssis, et ainsi assurer le confort au conducteur et aux passagers. De plus, il doit assurer au véhicule une conduite dynamique lors des virages, obstacles et au freinage. D'une manière générale, les principaux rôles de la suspension sont définis à travers deux critères : le confort et la tenue de route du véhicule [2].

#### **I.2 Historique sur les suspensions**

Pendant des siècles des chariots n'ont été équipés d'aucune sorte de suspension. Seulement plus tard, au huitième siècle, avait lieu une suspension primitive basée sur un système développé de chaîne de fer. Des ressorts en métal ont été développés la première fois au 17<sup>ème</sup> siècle et peu après ressorts a lame. De diverses conceptions ont été élaborées

jusqu'au siècle dernier, qui a vu le développement du concept de la suspension basée sur un ressort et un amortisseur.

Les débuts des études sur le domaine du véhicule remontent aux années 1920 et aux années 1930 Lanchester en 1936. La recherche sur la dynamique de manipulation et de direction a été suivie plus tard dans les années 1950 comme rapporté par Milliken WF et Milliken DL 1995 la théorie aléatoire de vibration de l'étude du véhicule a été appliquée.

Les suspensions commandées (actif et semi-actif) ont fait appel à des ingénieurs automobiles pendant beaucoup de décennies. Des amortisseurs semi-actifs ont été développés par des fabricants tels que ZF Sachs. Maintenant beaucoup de véhicules offrent un certain genre de suspensions commandées. Des suspensions actives ont été développées la première fois pour des voitures de la formule 1 : Le Lotus était le premier véhicule équipé d'un système actif en 1983 Baker en 1984, Milliken en 1987. En plus des voitures de course, des systèmes actifs ont été étudiés pendant longtemps et également développés pour les véhicules routiers (typiquement voitures de salle).

Hillebrecht en 1992, 15 ans avant la différence était entre l'avantage de client et le défi technologique de l'angle d'un fabricant de voiture. Mercedes agit pendant des années sur les suspensions actives. Le coupé de CL de Mercedes Cross en 1999 équipé de commande entièrement intégrée de suspension et de traction. Le modèle de Citroën BX fourni d'un système d'individu-niveleur et le Xantia Activa mécanisé par des barres anti-roulement actives ; quant à Toyota préfère les suspensions commandées, par exemple dans le Toyota Celica par Yokoya et autres en 1990, aussi bien que Volvo par Tiliback et Brood en 1989 récemment l'abondance des voitures de haut-segment sont généralement équipées par des suspensions semi-actives (des véhicules de Mercedes, de Lamborghini et de Ferrari) [3]. Des suspensions semi-actives Magnétorhéologiques sont employées sur un certain nombre de voitures du marché de haut-segment qui utilisent Delphes MagneRide™, système basé sur des amortisseurs magnétorhéologiques. Le système est adapté sur quelques véhicules comportent quelques modèles de Cadillac (Imaj, Séville, SRX, XLR, STS, DTS), le Chevrolet Corvette et récemment l'Audi TTT, l'Audi R8 et le Ferrari 599 GTB [3]. Un autre type de suspension intéressant mentionne que ; la suspension électromagnétique linéaire de Bose® conçue par Dr. Amar Bose est basée sur un moteur électrique et un amplificateur de puissance linéaires au lieu d'un ressort et un amortisseur [3].

### I.3 Système de suspension

La suspension de voiture est un élément indispensable, autant pour la sécurité que pour le confort sur la route. En automobile, ce que l'on appelle suspension, ce sont les parties qui relient les roues au châssis. Alor la suspension est l'élément qui relie les masses suspendues (châssis) aux masses non suspendues (chenille) grâce à un élément élastique : un ressort et un élément dissipatif : un amortisseur.

Elles sont nécessaires car le sol sur lequel se déplace une voiture est souvent irrégulier. Il faut donc s'assurer que les roues restent en contact avec le sol en réduisant l'impact de ces irrégularités. Cela permet également d'éviter une usure prématurée de l'auto et d'assurer le confort de ses occupants [4].

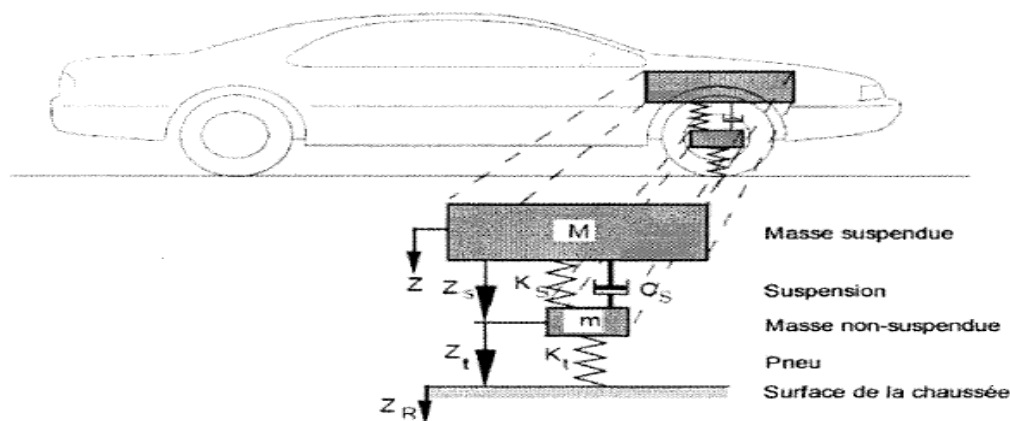


Figure I.1. Illustration exprime le système de suspension.

### I.4 Le Rôle de la suspension dans un véhicule

D'une manière générale, les principaux rôles de la suspension sont définis à travers deux critères : le confort et la tenue de route.

**I.4.1 Confort :** le but premier des suspensions automobiles est d'atténuer les perturbations causées par les imperfections de la route et idéalement d'éliminer les vibrations néfastes pour le véhicule et pour les passagers afin d'assurer un meilleur confort et un bien être des passagers dans le véhicule.

**I.4.2 Tenue de route :** La tenue de route représente la stabilité d'un véhicule. C'est le pneu qui génère les forces longitudinales et latérales nécessaires aux changements et aux corrections de trajectoire. Cette force varie en fonction du glissement, de l'angle de dérive,

de l'angle de carrossage et de la force normale. Le glissement et l'angle de dérive sont contrôlés par le conducteur afin de diriger le véhicule. L'angle de carrossage varie selon la géométrie de la suspension, mais la force générée par le pneu varie largement en fonction de la force normale. Pour assurer une force du pneu constante, la suspension doit réduire les variations de la force normale appliquée sur le pneu [2].

## I.5 Les différents organes d'une suspension

La fonction et la forme de base d'une suspension est identique indépendamment du type du véhicule ou de suspension. Le système de suspension traditionnel est constitué d'un ressort et d'un amortisseur hydraulique. Certains véhicules sont dotés de barres anti-roulis qui relient les deux roues (droite et gauche) de l'avant (et/ou) de l'arrière du véhicule. Le pneumatique représente un élément très important, qui est commun à tous les modèles de véhicules (quart, demi).

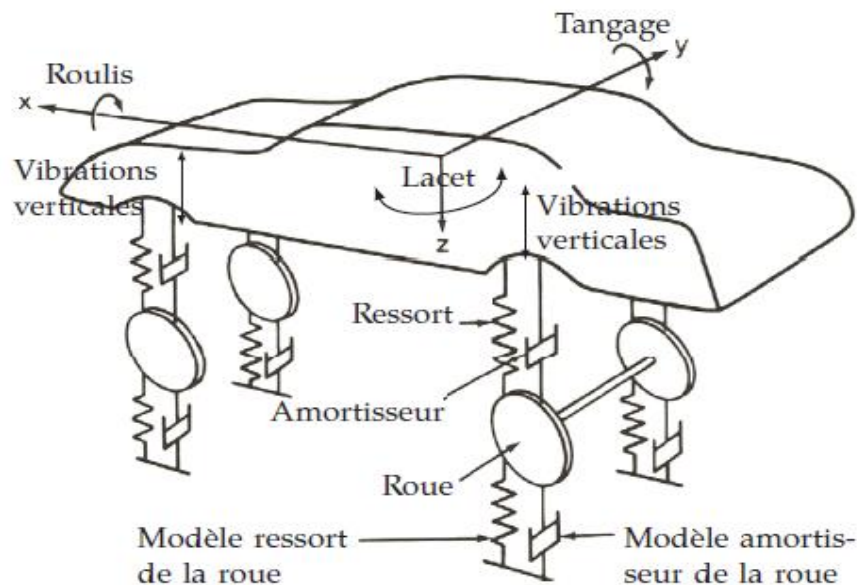


Figure I.2. Modèle complet d'une suspension.

### I.5.1 Les ressorts

Le rôle essentiel du ressort dans le système de la suspension d'un véhicule est de soutenir le poids statique du véhicule. Il existe différents types de ressorts. Les ressorts hélicoïdaux sont couramment rencontrés sur les véhicules légers. Les ressorts à lames se trouvent surtout sur des véhicules lourds ou sur certains véhicules utilitaires. Des technologies récentes ont introduit des ressorts pneumatiques sur les véhicules poids lourds. Du fait de son coût et sa complexité, cette innovation est réservée aux véhicules de haute gamme.



(a) Ressors à lames



(b) Ressors hélicoïdale

Figure I.3. Type des ressorts.

### I.5.2 La barre anti-roulis

C'est une barre de métal travaillant en torsion, qui raccorde transversalement les suspensions (avant et/ou arrière) de la voiture, et dont la fonction est de freiner les inclinaisons latérales (roulis) dans un virage. Il est à noter que cette barre n'a pas d'effet si les deux roues bougent indépendamment en même temps.

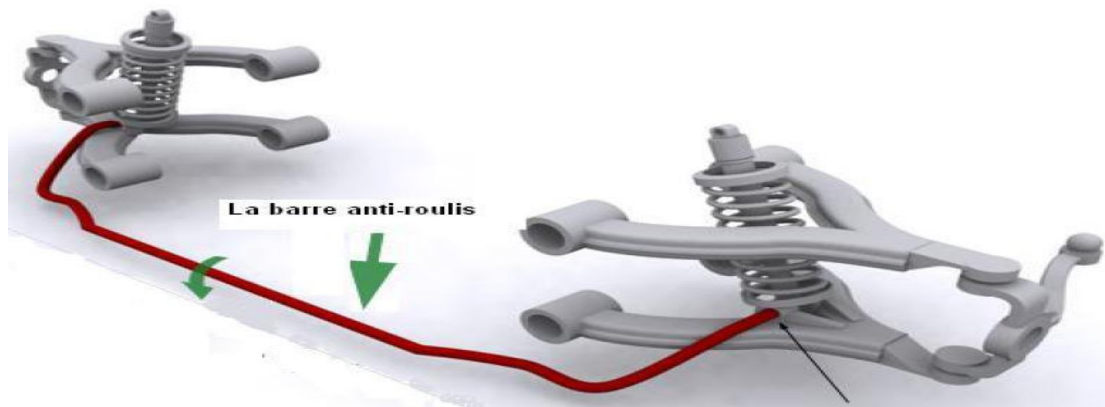


Figure I.4. La barre anti-roulis.

### I.5.3 Les amortisseurs

L'amortisseur hydraulique s'est imposé aujourd'hui de manière quasi-universelle, le plus souvent dans sa forme télescopique, soit bi-tube, soit mono-tube. Le rôle d'un amortisseur est d'absorber l'énergie vibratoire et de commander en générant une force de résistance proportionnelle à la vitesse de déflexion. Les amortisseurs circulent dans une enceinte fermée. Le freinage des mouvements (vibration) est réalisé par l'huile qui passe d'un piston à l'autre avec plus ou moins de facilité.



Figure I.5. Amortisseur hydraulique.

Tous ces éléments fonctionnent afin d'assurer les tâches suivantes :

- Absorption des différents chocs.
- Elimination des vibrations.
- Support du poids du véhicule et de sa charge.
- Tenue de route (contact permanent avec la chaussée).
- Précision de la direction et puissance du freinage.
- Empêcher le roulis, tangage et lacet (mouvements indésirables).

#### I.5.4 Le pneumatique

Le pneu est la composante la plus importante dans le comportement d'un véhicule routier. En effet, la dynamique du véhicule dépend, en grande partie, de la dynamique des pneus. Le pneu étant le seul contact du véhicule avec le sol, la précision du mouvement du système dépend en majeure partie de la validité du modèle du pneu.

Il existe de nombreux modèles du pneumatique, intégrant notamment la description faite par les modèles d'interface roue-sol.

#### I.6 Classification de suspension

Il existe de nombreuses manières de classer l'ensemble des suspensions de véhicule allant d'un point de vue énergétique (système passif, actif ou semi-actif) à un point de vue fonctionnel (capacitif, résistif au sens bond graph) en passant par un point de vue organique et technologique (hydraulique, mécanique, électrique, ...). Toute la suite de ce mémoire est concentrée sur la distinction d'un point de vue énergétique des différentes suspensions existantes.

Cette classification est obtenue selon la méthode et le principe de contrôle requis et aussi l'ensemble des éléments mécaniques qui relient les roues à la structure principale du véhicule (châssis).

### I.6.1 Suspension passive

La suspension passive est la plus utilisée par les constructeurs d'automobile, et elle est installée dans la majorité des véhicules du monde entier. Généralement se compose d'un ressort et d'un amortisseur sous forme d'un support parallèle, ça fonctionnement est basée sur le principe de la dissipation d'énergie par l'amortisseur.

D'abord le ressort fourni une force qui dépend de l'écart de position entre le châssis et la roue. D'autre part l'amortisseur exerce une force en fonction de la différence entre la vitesse de la roue et celle du châssis.

L'un des points faibles de ce type de suspension c'est que Les coefficients de ressort et d'amortissement sont fixes, par conséquent ses performances sont limitées.

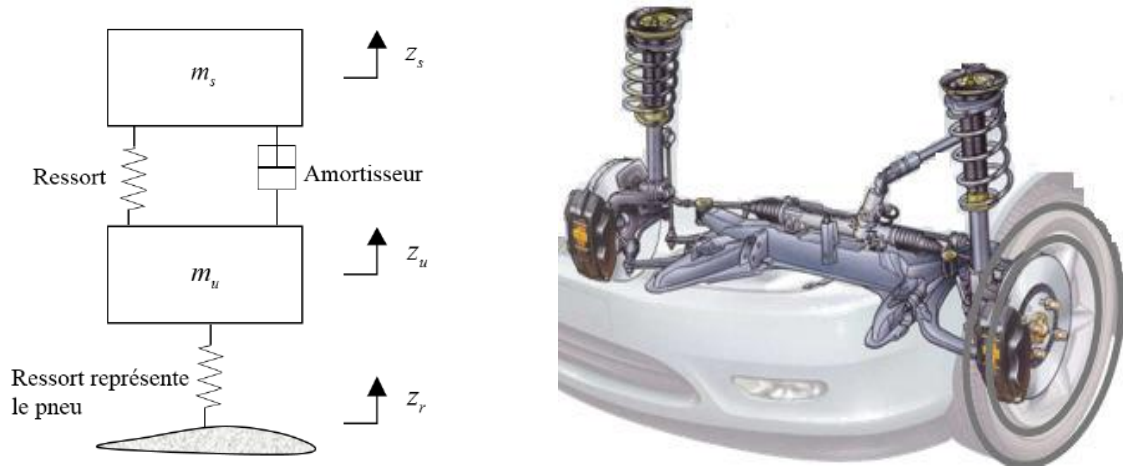


Figure I.6. Suspension passive.

### I.6.2 La suspension semi- active

Pourraient être considérées comme un compromis entre les deux catégories précédentes. Elles peuvent seulement dissiper de l'énergie en créant une force qui s'oppose à la direction de la vitesse. Pour les technologies semi-actives les plus avancées, l'électronique est utilisée pour recueillir des données relatives à la dynamique du véhicule ou au choix du mode de conduite sélectionné par l'utilisateur ; ce qui permet à une unité de contrôle d'effectuer les réglages nécessaires pour obtenir la caractéristique d'amortissement voulue [5].

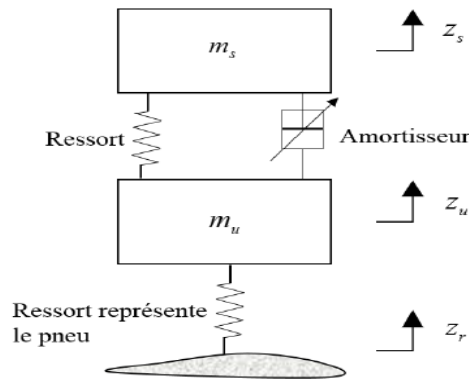


Figure I.7. Suspension Semi-Active.

### I.6.3 La suspension active

Contiennent un élément actif : un actionneur. Celui-ci permet d’injecter de l’énergie au système et donc d’atteindre des performances inégalées en agissant en frein ou en moteur contrôlable. Mais les inconvénients sont eux aussi majeurs. Le coût, le poids, la complexité et le risque d’instabilité d’un système actif provoquent le rejet de cette solution [5]. Cette nouvelle technologie de suspension nous offre des meilleures performances de tenue de route et de confort. Mais il faut d’accomplir ces trois condition pour qu’elle peut fonctionne :

1. source d’énergie capable de générer la force.
2. la mise en œuvre des composants qui peuvent passer une telle force et aussi travailler continuellement.
3. possède une grande variété des capteurs et les données configurées pour les opérations de micro-ordinateur et déterminer le mode de contrôle.

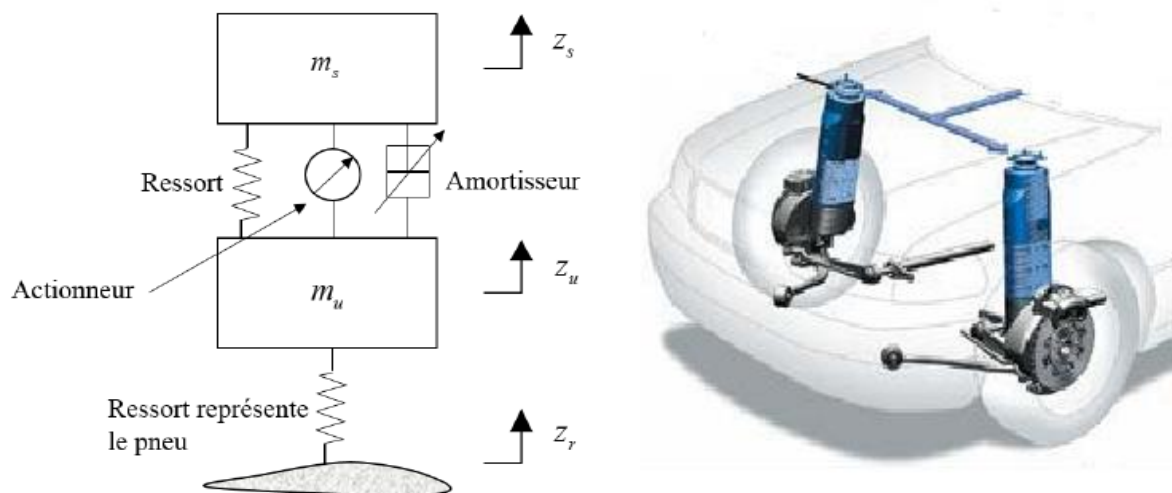


Figure I.8. Suspension Active.



## **I.7 Principe de fonctionnement**

Pour assurer son rôle, la partie suspension est composée d'un ressort et d'un amortisseur. Le premier prend en charge l'absorption du choc en changeant de taille, le second freine les oscillations engendrées par l'énergie absorbée. Un fonctionnement efficace des suspensions est d'autant plus important sur un véhicule moins équilibré comme un deux-roues. La suspension absorbe les irrégularités de la route. Le bouclier, lui, limite les chocs frontaux [4].

Dans le cas d'une suspension active, les éléments sont des pompes ou des pistons qui fournissent alors une force indépendante du débattement de la suspension ou de sa vitesse.

Le système de suspension se compose de roues et de l'air à l'intérieur, de ressorts, d'amortisseurs et de liens qui relient le véhicule à ses roues et permettent un mouvement relatif entre elles. Ce système doit fournir les conditions appropriées pour augmenter la capacité de la voiture à changer de direction et maintenir un haut niveau de qualité dans l'expérience de conduite, et ce sont deux questions contradictoires. Le processus de réglage du système de suspension consiste à trouver un compromis approprié pour l'application souhaitée. On peut soutenir que la tâche principale du système de suspension est de doter la voiture des caractéristiques qui définissent la maniabilité et la tenue de route de la voiture.

### I.8 Comparaison des performances des trois types de suspension [6]

Type de système de suspension	Suspension passive	Suspension semi-active	Suspension active
L'élément d'amortissement	Amortisseur ordinaire	Amortisseur ajustable	Un système hydraulique/servomoteur
L'action principale	Coefficient d'amortissement fixe	Amortissement réglable instantanément	Force entre châssis/roue réglable
La méthode de control	Rien	Automatique Electronique Hydraulique	Electronique Magnétique Hydraulique
La bande passante	Inconnu	Plus de 20Hz	Moins de 15Hz
La consommation d'énergie	Zéro	Très petite	Grande
Caractéristique de la dynamique verticale	Non	Moyenne	Bon
Caractéristique de la dynamique latérale	Non	Moyenne	Bon
Les couts	Plus bas	Moyenne	Plus haut

### I.9 Domaines de fonctionnement de chaque type de suspensions

On peut résumer les zones de fonctionnement des différents types de suspension par la figure I.9. La suspension active couvre toutes les zones, elle peut être aussi bien motrice que dissipative, au contraire la suspension semi-active comme la suspension passive ne peuvent être que dissipative. Cette dernière obéit, en plus, à une ou à un nombre fini de lois caractéristiques bien déterminées [5].

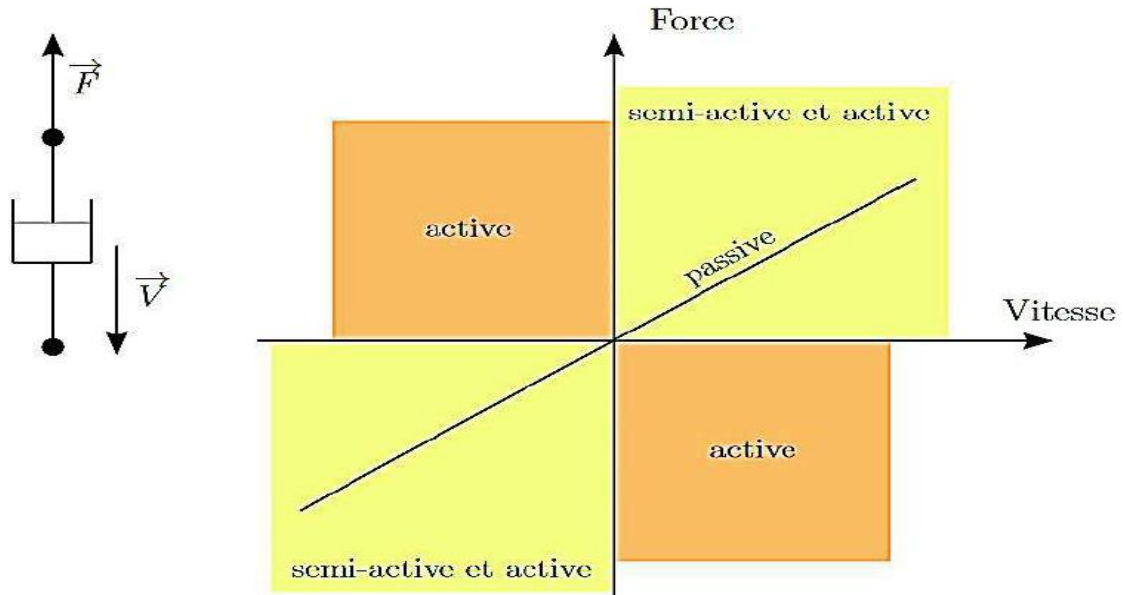


Figure I.9. Domaines de fonctionnement de chaque type de suspension.

## I.10 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présentés des généralités sur le système de suspension et ses différents composants, le principe de fonctionnement, et ces différents types existants, ainsi que la différence entre eux. On a terminés par un rappel sur le domaine de fonctionnement de chaque type.

Dans le prochain chapitre, nous nous intéressons à la modélisation d'un système de suspension actif, afin de pouvoir le commander dans la suite du travail.

*Chapitre II*

*Modélisation d'un système de  
suspension actif*

## Chapitre II

### Modélisation d'un système de suspension actif

*Dans ce chapitre nous parlerons de la modélisation de système de suspension, nous commencerons par le model quart véhicule. Par la suit le mode demi véhicule afin et une bref sur la model complet, en conclure par une simulation en boucle ouverte.*

#### II.1 Introduction

La modélisation des systèmes est le point de départ de tout processus d'automatisation. Elle s'impose pour la simulation, la conception, l'estimation, la prédiction, la détection de défauts, le diagnostic de pannes et la commande. Afin d'appliqué certaine commande sur un système mécanique, il convient donc de définir un modèle mathématique de ce système.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la modélisation d'un système de suspension actif. Le model est validée à la fin de chapitre par un test de simulation en boucle ouvert.

#### II.2 Mouvements du véhicule [7]

Le mouvement du véhicule se décompose en deux types : translation et rotation, comme montré dans la figure (II.1) :

Le mouvement en translation du centre de gravité (CG) du véhicule, possède trois 03 degrés de liberté :

Les différentes variables nécessaires à la description du mouvement sont :

$x$  : Le déplacement longitudinal du centre de gravité (CG) du véhicule.

$y$  : Le déplacement latéral du centre de gravité (CG) du véhicule.

$z$  : Le déplacement vertical du centre de gravité (CG) du véhicule.

Le mouvement en rotation du véhicule autour de son centre de gravité (CG), a lui aussi trois degrés de liberté, décrits par les variables suivantes :

$\psi$  : Rotation de cap (lacet).

$\phi$  : Rotation de roulis (ressentie dans un virage).

$\theta$  : Rotation de tangage (ressentie lors de l'accélération ou du freinage).

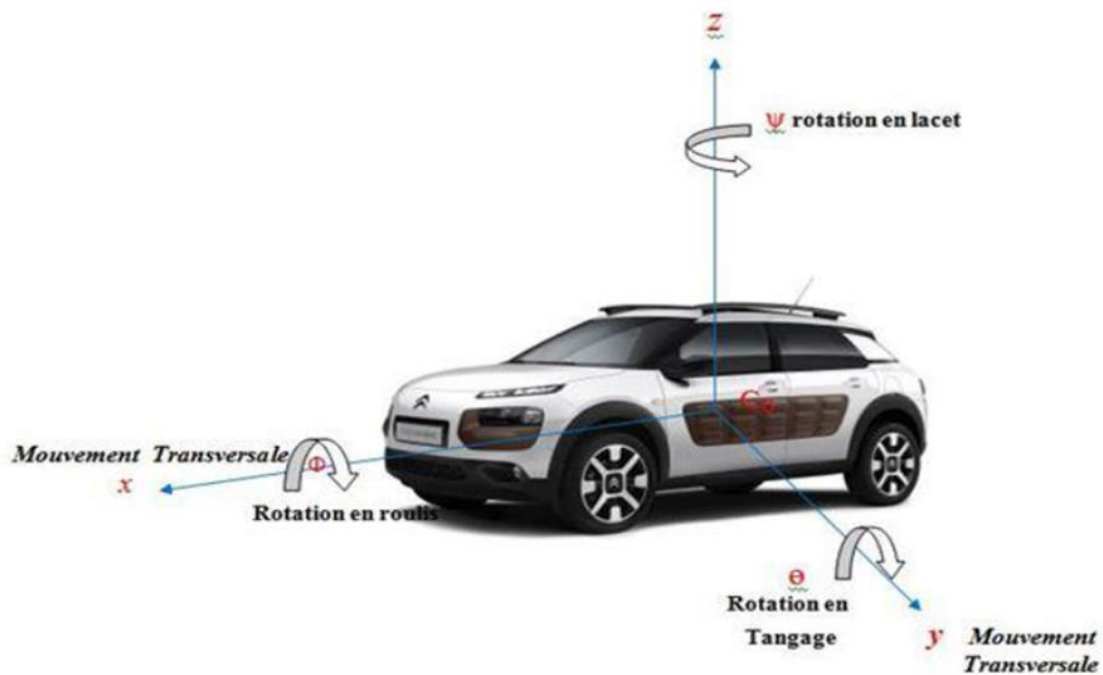


Figure II.1. Illustration des mouvements linéaires et angulaires sur une voiture.

Mouvement de Rotation  $\begin{cases} x \\ y \end{cases}$

Mouvement de Translation ( $z$ )

### II.3 Modélisations des véhicules

Le choix d'un modèle de suspension de véhicule dépend des mouvements auxquels on s'intéresse. Les principaux mouvements généralement pris en compte sont les déplacements verticaux, latéraux, longitudinaux, le roulis, le lacet et le tangage des différents éléments constituant le système de suspension du véhicule.

#### II.3.1 Modèle un quart de véhicule

Le modèle le plus simple est le modèle dit quart de véhicule, qui ne prend en compte que le mouvement vertical de la caisse. Lorsqu'on s'intéresse au confort, on peut ne prendre en compte que le déplacement vertical de la caisse et pas celui de la roue. Ce modèle, appelé modèle quart de véhicule à un degré de liberté (1ddl), est présenté par Hrovat (1997) comme modèle de référence du comportement désiré pour le châssis du véhicule. Si de plus, la tenue de roue est étudiée, il convient de tenir compte aussi du mouvement vertical de la roue. Ce modèle appelé modèle quart de véhicule à (2-ddl). Celui-ci est représenté dans la figure (I.2) et se compose d'une masse suspendue, d'une autre non suspendue, d'un ressort, d'un

amortisseur et d'un actionneur inséré entre ces deux masses. Ce modèle peut représenter simultanément la suspension passive et active et semi-active en effet s'il n'y pas d'actionneur l'excitation provient seulement de la route alors on parle de suspension passive.

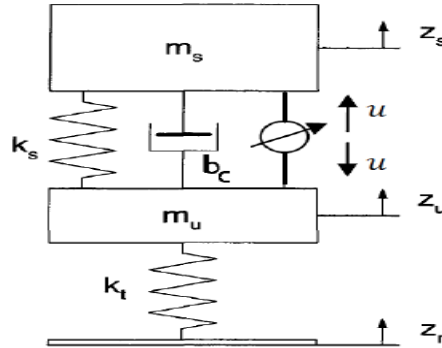


Figure II.2. Modèle d'un quart de véhicule.

L'application de la 2<sup>ième</sup> loi de Newton sur le modèle quart de véhicule représenté dans la (figure II.2), donne les équations du mouvement suivantes :

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= \sum F_i \\
 m_s \ddot{z}_s &= -f_k - f_b + u \\
 m_u \ddot{z}_u &= f_k + f_b - f_t - u
 \end{aligned} \tag{II.1}$$

Avec :

- $f_k$  : Effort exercé par le ressort suspension.
- $f_b$  : Effort exercé par l'amortisseur.
- $f_t$  : Effort exercé par le pneu.
- $m_s$  : La masse suspendue (c.à.d. quart de la masse posée sur les suspensions).
- $m_u$  : La masse non suspendue (c.à.d. la masse des pièces mécaniques constituant l'assemblage de la roue).
- $z_s$  : Le déplacement vertical de  $m_s$  autour de sa position statique.
- $z_u$  : Le déplacement vertical de  $m_u$  autour de sa position statique.
- $z_r$  : Représente le profil vertical du sol.
- $u$  : La force générée par l'actionneur.

#### a) Cas linéaire

Si en considérant les ressorts et les amortisseurs sont linéaires, les forces ( $f_k, f_b, f_t$ ) Sont données par :

$$f_k = k_s (z_s - z_u)$$

$$f_b = b_c (\dot{z}_s - \dot{z}_u) \quad (\text{II.2})$$

$$f_t = k_t (z_u - z_r)$$

En remplaçant (II.2) dans l'équation du mouvement (II.1) :

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s &= -k_s (z_s - z_u) - b_c (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + u \\ m_u \ddot{z}_u &= -k_s (z_s - z_u) + b_c (\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_t (z_u - z_r) - u \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

D'où :

$$\begin{aligned} \ddot{z}_s &= \frac{1}{m_s} [-k_s (z_s - z_u) - b_c (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + u] \\ \ddot{z}_u &= \frac{1}{m_u} [k_s (z_s - z_u) + b_c (\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_t (z_u - z_r) - u] \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

Pour obtenir la représentation d'état de ce système on choisit les variables d'état comme suite :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_s \\ z_u \\ \dot{z}_s \\ \dot{z}_u \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Considérant  $z_r$  comme une entrée perturbatrice ( $w = z_r$ ) et comme une entrée de commande, le résultat est un système de quatre équations de la forme :

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (\text{II.6})$$

Avec les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_c}{m_s} & \frac{b_c}{m_s} \\ \frac{k_s}{m_u} & -\frac{(k_s + k_t)}{m_u} & \frac{b_c}{m_u} & -\frac{b_c}{m_u} \end{pmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_s} \\ -\frac{1}{m_u} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

### b) Cas non linéaire



Considérant le non linéarité du ressort, les équations des forces deviennent :

$$f_k = k_s (z_s - z_u) + p_s (z_s - z_u)^3 \quad (\text{II.8})$$

$$f_b = b_c (\dot{z}_s - \dot{z}_u)$$

### II.3.2 Modèle demi-véhicule

Si on s'intéresse au mouvement vertical et au tangage, on choisira un modèle demi-Véhicule de type bicyclette. Le modèle demi-véhicule regroupe deux quarts de véhicule connectés entre eux par un châssis considéré comme homogène il est utilisé pour prendre en compte, en plus des mouvements verticaux, les mouvements de roulis ou du tangage de la caisse. Ce modèle représente une vue de côté d'un véhicule. La suspension entre la masse de la caisse et la masse de la roue avant (Roue arrière) est modélisée par un ressort, un amortisseur et un actionneur. Les deux roues sont modélisées par des simples ressorts et amortisseurs. Dans ce modèle  $M$  et  $I$  représente la masse suspendue du véhicule et sont moment d'inertie.  $m_f$  Et  $m_r$  sont les masses non suspendues des roues avant et arrière respectivement  $a$  et  $b$  sont la distance de la suspension avant et arrière au centre de gravité du véhicule.  $z_c$  Et  $\varphi$  sont respectivement le déplacement vertical et le tangage du châssis ;  $z_1$  et  $z_2$  le déplacement verticale de la roue (masse non suspendue) avant et arrière, respectivement ;  $z_{01}$  et  $z_{02}$  profil de la route sous chaque roue avant et arrière, respectivement (entrées Perturbatrices).

Les forces du ressort et les forces d'amortissement de la suspension avant et arrière sont notées :  $F_{sf}$  et  $F_{sr}$ ,  $F_{df}$  et  $F_{dr}$  respectivement ;  $F_{tf}$  et  $F_{tr}$ ,  $F_{bf}$  et  $F_{br}$  sont respectivement les forces du ressort et d'amortissement des pneus avant et arrière ;  $u_1$  et  $u_2$  les forces produites par chaque actionneurs.

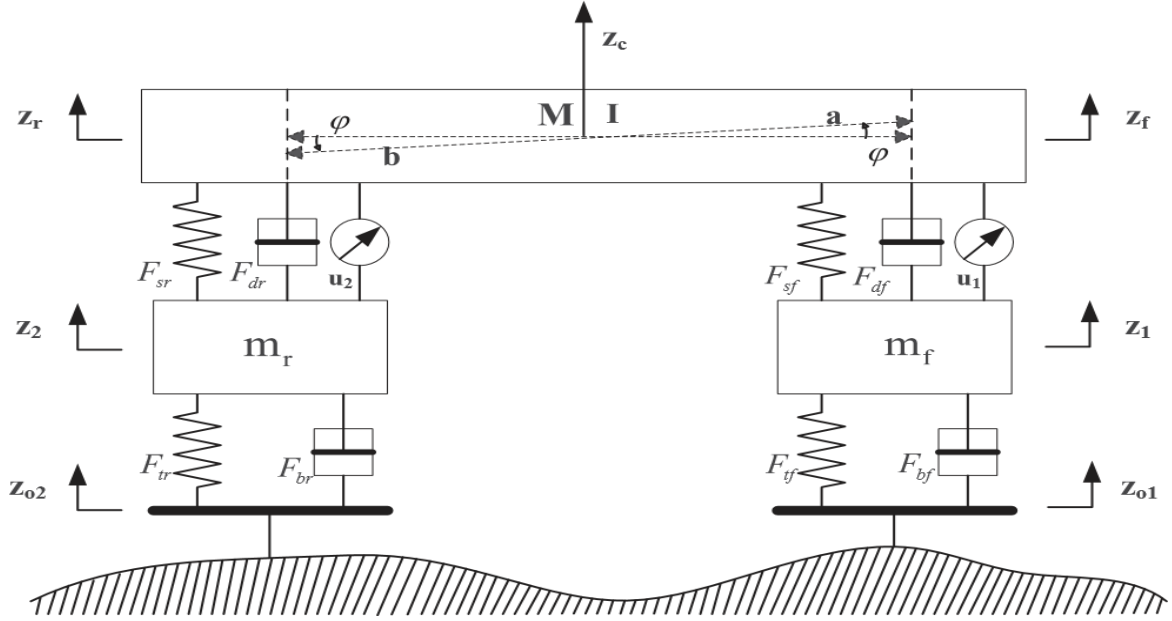


Figure II.3. Modèle de suspension un demi-véhicule latéral à 4 degrés de liberté.

Par l'application de la 2<sup>ième</sup> loi de Newton :

$$m\ddot{x} = \sum F_i \quad (\text{II.9})$$

$$J\ddot{\theta} = \sum M_i \quad (\text{II.10})$$

Les équations dynamiques de la masse suspendue et non suspendue sont données par :

$$\begin{aligned} M\ddot{z}_c + F_{df} + F_{dr} + F_{sf} + F_{sr} &= u_z \\ I\ddot{\phi} + a(F_{df} + F_{sf}) - b(F_{dr} + F_{sr}) &= u_\phi \\ m_f\ddot{z}_1 - F_{sf} - F_{df} + F_{tf} + F_{bf} &= -u_1 \\ m_r\ddot{z}_2 - F_{sr} - F_{dr} + F_{tr} + F_{br} &= -u_2 \\ u_z &= u_1 + u_2 \text{ et } u_\phi = au_1 - bu_2 \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Les formules des forces appliquées sont données par :

$$F_{sf} = k_{f1}\Delta y_f + k_{nf1}\Delta y_f^3 \quad F_{sr} = k_{r1}\Delta y_r + k_{nr1}\Delta y_r^3 \quad (\text{II.12})$$

$$F_{df} = \begin{cases} b_{e1}\Delta \dot{y}_f \\ b_{c1}\Delta \dot{y}_f \end{cases} \quad F_{dr} = \begin{cases} b_{e2}\Delta \dot{y}_r \\ b_{c2}\Delta \dot{y}_r \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

$$F_{tf} = k_{f2}(z_1 - z_{o1}) \quad F_{tr} = k_{r2}(z_2 - z_{o2}) \quad (\text{II.14})$$

$$F_{bf} = b_{f2}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{o1}) \quad F_{br} = b_{r2}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{o2}) \quad (\text{II.15})$$

Où :  $k_{f1}$ ,  $k_{nf1}$  et  $k_{r1}$ ,  $k_{nr1}$ , sont les coefficients de rigidités avant et arrière respectivement,

$k_{f2}, k_{r2}$  et  $b_{f2}, b_{r2}$  sont les coefficient du ressort et d'amortisseur de plus  $b_{ei}$ , et  $b_{ci}$  ( $i = 1, 2$ ) les coefficient d'extension et de compression des amortisseurs

$$\begin{cases} \Delta y_f = z_c + a \sin \varphi - z_1 \\ \Delta y_r = z_c - b \sin \varphi - z_2 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

En choisissant les variables d'état suivantes :

$$\begin{aligned} x_1 = z_c \quad x_2 = \dot{z}_c \quad x_3 = \varphi \quad x_4 = \dot{\varphi} \\ x_5 = z_1 \quad x_6 = \dot{z}_1 \quad x_7 = z_2 \quad x_8 = \dot{z}_2 \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

Les équations dynamiques en (II.11) peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{M} (-F_{df} - F_{dr} - F_{sf} - F_{sr} + u_z) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{I} (-a(F_{df} + F_{sf}) + b(F_{dr} + F_{sr}) + u_\varphi) \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{m_f} (F_{sf} + F_{df} - F_{tf} - F_{bf} - u_1) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{1}{m_r} (F_{sr} + F_{dr} - F_{tr} - F_{br} - u_2) \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

### II.3.3 Modèle du véhicule complet ou 3D

Le modèle complet à 7 degrés de liberté, est le plus simple. Seul mouvement vertical, le roulis et le tangage sont pris en compte car ils engendrent directement un débattement vertical des suspensions. Ce modèle peut être complété en tenant compte des 3 déplacements (vertical, longitudinal et latéral) et des 3 rotations (roulis, tangage et lacet) possibles pour chaque élément. De plus, on peut aussi compléter ce modèle par l'ajout de la suspension du moteur et celui des sièges des passagers.

Cependant ces modèles deviennent rapidement très complexes à utiliser pour la synthèse et la compréhension du fonctionnement des suspensions, à cause des non-linéarités, des couplages entre les différents mouvements et de la taille des systèmes étudiés.

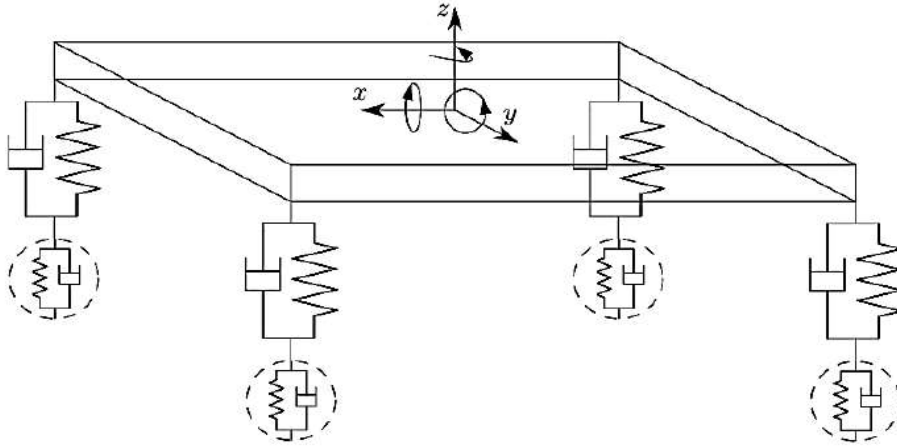


Figure II.4. Modèle de véhicule complet

Pour des petites variations de l'angle  $\theta$  et par l'application de la 2<sup>ième</sup> loi de Newton sur le modèle qui est représenté dans la figure II.4, on obtient les équations du mouvement suivantes :

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\phi}_s &= -k_f T_f (z_{s1} - z_{u1}) - k_f T_f P_s (z_{s1} - z_{u1})^3 - b_f T_f (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{u1}) + u_{f1} + k_f T_f (z_{s2} - z_{u2}) \\
 &\quad + k_f T_f P_s (z_{s2} - z_{u2})^3 + b_f T_f (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{u2}) - u_{f2} - k_r T_r (z_{s3} - z_{u3}) - k_r T_r P_s (z_{s3} - z_{u3})^3 \\
 &\quad - b_r T_r (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{u3}) + u_{r3} + k_r T_r (z_{s4} - z_{u4}) + k_r T_r P_s (z_{s4} - z_{u4})^3 + b_r T_r (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{u4}) - u_{r4} \\
 J_2 \ddot{\theta}_s &= -k_f a (z_{s1} - z_{u1}) - k_f a P_s (z_{s1} - z_{u1})^3 - b_f a (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{u1}) + u_{f1} - k_f a (z_{s2} - z_{u2}) \\
 &\quad - k_f a P_s (z_{s2} - z_{u2})^3 - b_f a (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{u2}) + u_{f2} + k_r b (z_{s3} - z_{u3}) + k_r b P_s (z_{s3} - z_{u3})^3 \\
 &\quad + b_r b (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{u3}) - u_{r3} + k_r b (z_{s4} - z_{u4}) + k_r b P_s (z_{s4} - z_{u4})^3 + b_r b (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{u4}) - u_{r4} \\
 m_s \ddot{z}_s &= -k_f (z_{s1} - z_{u1}) - k_f P_s (z_{s1} - z_{u1})^3 - b_f (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{u1}) + u_{f1} - k_f (z_{s2} - z_{u2}) \\
 &\quad - k_f P_s (z_{s2} - z_{u2})^3 - b_f (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{u2}) + u_{f2} - k_r (z_{s3} - z_{u3}) - k_r P_s (z_{s3} - z_{u3})^3 \\
 &\quad - b_r (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{u3}) + u_{r3} - k_r (z_{s4} - z_{u4}) - k_r P_s (z_{s4} - z_{u4})^3 - b_r (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{u4}) + u_{r4} \\
 m_{uf} \ddot{z}_{uf1} &= k_f (z_{s1} - z_{u1}) - k_f P_s (z_{s1} - z_{u1})^3 - b_f (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{u1}) - k_{tf} (z_{u1} - z_{r1}) - u_{f1} \\
 m_{uf} \ddot{z}_{uf2} &= k_f (z_{s2} - z_{u2}) + k_f P_s (z_{s2} - z_{u2})^3 + b_f (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{u2}) - k_{tf} (z_{u2} - z_{r2}) - u_{f2} \\
 m_{ur} \ddot{z}_{ur3} &= k_r (z_{s3} - z_{u3}) + k_r P_s (z_{s3} - z_{u3})^3 + b_r (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{u3}) - k_{tr} (z_{u3} - z_{r3}) - u_{r3} \\
 m_{ur} \ddot{z}_{ur4} &= k_r (z_{s4} - z_{u4}) + k_r P_s (z_{s4} - z_{u4})^3 + b_r (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{u4}) - k_{tr} (z_{u4} - z_{r4}) - u_{r4}
 \end{aligned} \tag{II.19}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
z_{s1} &= T_f \varphi_s + a\theta_s + z_s \\
\dot{z}_{s1} &= T_f \dot{\varphi}_s + a\dot{\theta}_s + \dot{z}_s \\
z_{s2} &= -T_f \varphi_s + a\theta_s + z_s \\
\dot{z}_{s2} &= -T_f \dot{\varphi}_s + a\dot{\theta}_s + \dot{z}_s \\
z_{s3} &= T_f \varphi_s - a\theta_s + z_s \\
\dot{z}_{s3} &= T_f \dot{\varphi}_s - a\dot{\theta}_s + \dot{z}_s \\
z_{s4} &= -T_f \varphi_s - a\theta_s + z_s \\
\dot{z}_{s4} &= -T_f \dot{\varphi}_s - a\dot{\theta}_s + \dot{z}_s
\end{aligned} \tag{II.20}$$

D'où :

$J_1$  et  $J_2$  : Tangage et roulis du moment d'inertie.

$z_{s1}, z_{s2}, z_{s3}$  et  $z_{s4}$  : Déplacements de châssis pour chaque coin.

$z_{u1}, z_{u2}, z_{u3}$  et  $z_{u4}$  : Déplacements de roue pour chaque coin.

$a$  : Distance entre le centre de la masse suspendue et la roue avant.

$b$  : Distance entre le centre de la masse suspendue et la roue arrière.

$b_f$  et  $b_r$  : Amortisseur avant et arrière.

$k_f$  et  $k_r$  : Raideur de ressort du châssis avant et arrière.

$k_{ff}$  et  $k_{rr}$  : Raideur du pneu.

En tenant compte les variables d'état suivantes :

$$x = \left[ \varphi_s \quad \theta_s \quad z_s \quad z_{u1} \quad z_{u2} \quad z_{u3} \quad z_{u4} \quad \dot{\varphi}_s \quad \dot{\theta}_s \quad \dot{z}_s \quad \dot{z}_{u1} \quad \dot{z}_{u2} \quad \dot{z}_{u3} \quad \dot{z}_{u4} \right] \tag{II.21}$$

$\varphi_s$  : Angle de roulis.

$\dot{\varphi}_s$  : Taux de roulement.

$\theta_s$  : Angle d'inclinaison.

$z_s, \dot{z}_s$  : Déplacement verticale et vitesse verticale.

$z_{u1}$  : Déplacement vertical de la roue avant droite.

$\dot{z}_{u1}$  : Vitesse vertical de la roue avant droite.

$z_{u2}$  : Déplacement vertical de la roue avant gauche.

$\dot{z}_{u2}$  : Vitesse vertical de la roue avant gauche.

$z_{u3}$  : Déplacement vertical de la roue arrière droite.

$\dot{z}_{u3}$  : Vitesse vertical de la roue arrière droite.

$z_{u4}$  : Déplacement vertical de la roue arrière gauche.

$\dot{z}_{u4}$  : Vitesse vertical de la roue arrière gauche.

Des équations (II.19) et (II.21), on obtient la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \dot{\phi}_s = x_8 \\
 \dot{x}_2 &= \dot{\theta}_s = x_9 \\
 \dot{x}_3 &= \dot{z}_s = x_{10} \\
 \dot{x}_4 &= \dot{z}_{u1} = x_{11} \\
 \dot{x}_5 &= \dot{z}_{u2} = x_{12} \\
 \dot{x}_6 &= \dot{z}_{u3} = x_{13} \\
 \dot{x}_7 &= \dot{z}_{u4} = x_{14}
 \end{aligned} \tag{II.22}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_8 &= \frac{1}{J_1} [(-k_f T_f^2 (S_1 + S_2) - k_r T_r^2 (S_3 + S_4))x_1 + (-k_f T_f a (S_1 - S_2) + k_r T_r b (S_3 - S_4))x_2 \\
 &\quad + (-k_f T_f (S_1 - S_2) - k_r T_r (S_3 - S_4))x_3 + k_f T_f S_1 x_4 - k_f T_f S_2 x_5 + k_r T_r S_3 x_6 \\
 &\quad - k_r T_r S_4 x_7 - 2(b_f T_f^2 + b_r T_r^2)x_8 + b_f T_f x_{11} - b_f T_f x_{12} + b_r T_r x_{13} - b_r T_r x_{14}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_9 &= \frac{1}{J_2} [(-k_f T_f a (S_1 - S_2) + k_r T_r b (S_3 - S_4))x_1 + (-k_f a^2 (S_1 + S_2) - k_r b^2 (S_3 + S_4))x_2 \\
 &\quad + (-k_f a (S_1 + S_2) + k_r b (S_3 + S_4))x_3 + k_f a S_1 x_4 + k_f a S_2 x_5 - k_r b S_3 x_6 \\
 &\quad - k_r b S_4 x_7 - 2(b_f a^2 + b_r b^2)x_9 - 2(b_f a - b_r b)x_{10} + b_f a x_{11} + b_f a x_{12} - b_r b x_{13} - b_r b x_{14}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{10} &= \frac{1}{m_s} [(-k_f T_f (S_1 - S_2) - k_r T_r (S_3 - S_4))x_1 + (-k_f a (S_1 + S_2) + k_r b (S_3 + S_4))x_2 \\
 &\quad + (-k_f (S_1 + S_2) - k_r (S_3 + S_4))x_3 + k_f S_1 x_4 + k_f S_2 x_5 + k_r S_3 x_6 \\
 &\quad + k_r S_4 x_7 - 2(b_f a - b_r b)x_9 - 2(b_f + b_r)x_{10} + b_f x_{11} - b_f x_{12} + b_r x_{13} + b_r x_{14}]
 \end{aligned}$$

$$\dot{x}_{11} = \frac{1}{m_{uf}} [k_f T_f S_1 x_1 + k_f a S_1 x_2 + k_f S_1 x_3 - (k_f S_1 + k_{if})x_4 + b_f T_f x_8 + b_f a x_9 + b_f x_{10} - b_f x_{11}]$$

$$\dot{x}_{12} = \frac{1}{m_{uf}} [-k_f T_f S_2 x_1 + k_f a S_2 x_2 + k_f S_2 x_3 - (k_f S_2 + k_{if})x_5 - b_r T_f x_8 + b_f a x_9 + b_f x_{10} - b_f x_{12}]$$

$$\dot{x}_{13} = \frac{1}{m_{ur}} [k_r T_r S_3 x_1 - k_r b S_3 x_2 + k_r S_3 x_3 - (k_r S_3 + k_{ur})x_6 - b_r T_r x_8 - b_r b x_9 + b_r x_{10} - b_r x_{13}]$$

$$\dot{x}_{14} = \frac{1}{m_{ur}} [-k_r T_r S_4 x_1 - k_r b S_4 x_2 + k_r S_4 x_3 - (k_r S_4 + k_{ur})x_7 - b_r T_r x_8 - b_r b x_9 + b_r x_{10} - b_r x_{14}]$$

D'où :

$$S_1(x) = (1 + P_s z_1^2), S_2(x) = (1 + P_s z_2^2), S_3(x) = (1 + P_s z_3^2), S_4(x) = (1 + P_s z_4^2)$$

$$z_1 = T_f * x_1 + a * x_2 + x_3 - x_4, z_2 = -T_f * x_1 + a * x_2 + x_3 - x_5$$

$$z_3 = T_r * x_1 - b * x_2 + x_3 - x_6, z_4 = -T_r * x_1 - b * x_2 + x_3 - x_7$$

### II.4 Simulation en boucle ouvert de model demi véhicule

Les paramètres de modèle demi véhicule utilisé lors de la simulation sont illustrés par le tableau II.1

Paramètres	valeurs	Paramètres	valeurs
$M$	1200(kg)	$b_{f2}$	1500 (Ns / m)
$m_f = m_r$	100 (kg)	$b_{r2}$	2000 (Ns / m)
$I$	600 (kgm <sup>2</sup> )	$b_e$	1500 (Ns / m)
$k_{f1} = k_{r1}$	15000 (N / m)	$b_c$	1200 (N / m)
$k_{nf1} = k_{nr1}$	1000 (N / m)	$a$	1.2 (m)
$k_{f2}$	200000 (N / m)	$b$	1.5 (m)
$k_{r2}$	150000 (N / m)	$V$	20 (m / s)

**Tableau II.1-** paramètres de simulation du modèle demi véhicule

La perturbation de type dos-d'âne est modélisée par une portion de sinusoïde et plus exactement. Le profil de cette perturbation dépend bien sûr du ralentissement (amplitude, longueur, etc...). Soit le choix suivant (figure II.5) :

$$z_{01} = \begin{cases} \frac{h_b [1 - \cos(8\pi t)]}{2}, & 1 \leq t \leq 1.25 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Avec  $h_b = 0.2 m$  L'amplitude de ce ralentisseur.

Le profil de la route est le même sur la roue arrière avec un retard du temps de  $(a + b / v)$  avec  $v$  la vitesse du véhicule

$$z_{02} = \begin{cases} \frac{h_b [1 - \cos(8\pi t)]}{2}, & 2 \leq t \leq 2.25 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Nous avons fait une simulation dans les conditions initiales sont :  $x_1(0) = 10 cm$   
 $x_3(0) = 0.05 cm$ , et les restes du vecteur d'état est nul.

La réponse du système en boucle ouverte pour cette perturbation est montrée dans la famille des figures (II.6) à (II.13).

Résultats de simulation :

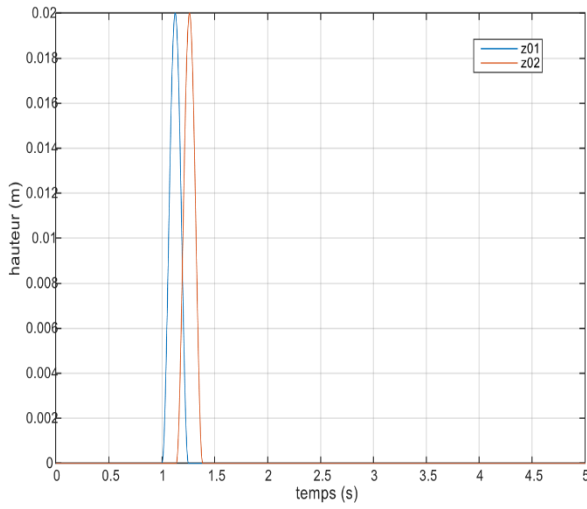


Figure II.5. Profil de la route.

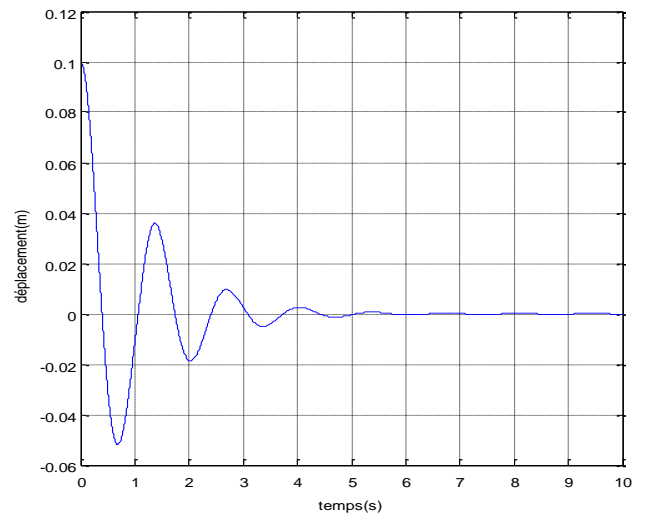


Figure II.6. Déplacement vertical de la carrosserie du véhicule  $z_c$ .

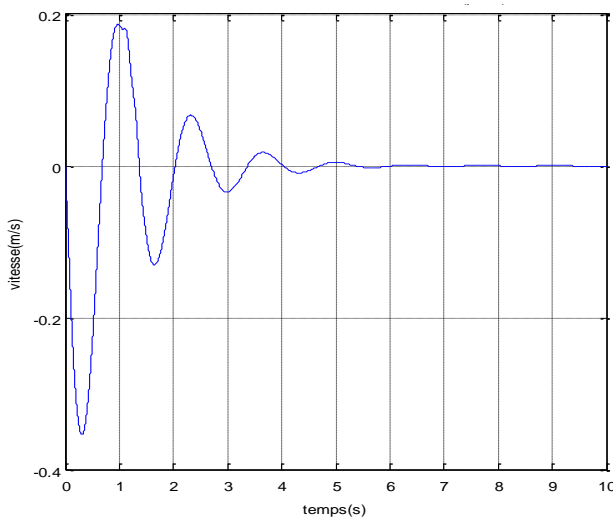


Figure II.7. Déplacement vertical carrosserie du véhicule  $\dot{z}_c$ .

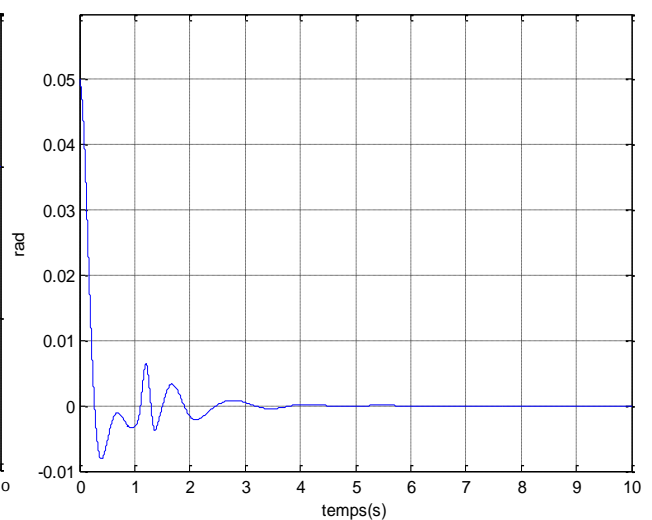


Figure II.8. Rotation de la Véhicule carrosserie du selon y (tangage).



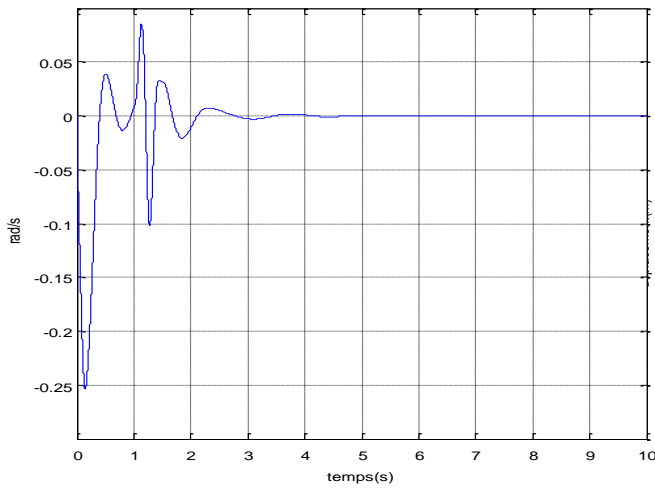


Figure II.9. Vitesse angulaire de la carrosserie du véhicule.

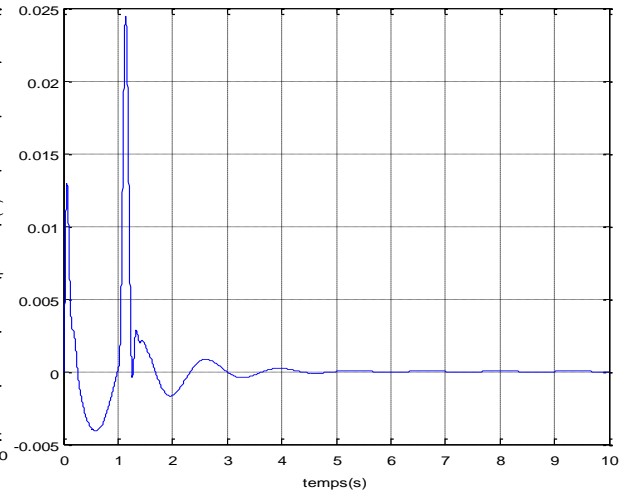


Figure II.10. Déplacement vertical de la roue

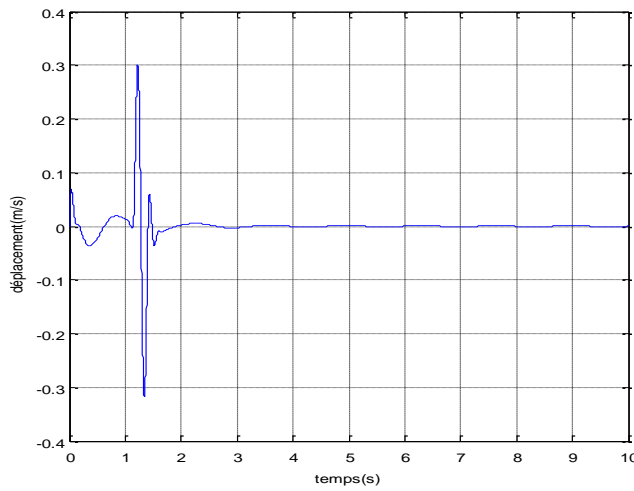


Figure II.11. Vitesse verticale de la avant  $z_1$ .

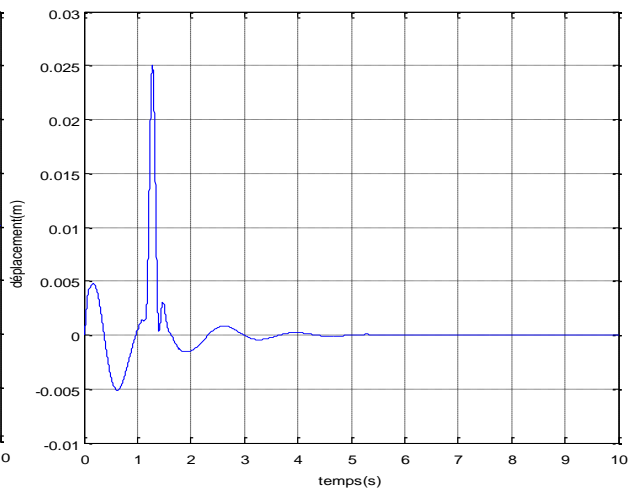


Figure II.12. Déplacement vertical de Roue avant  $\dot{z}_1$ .

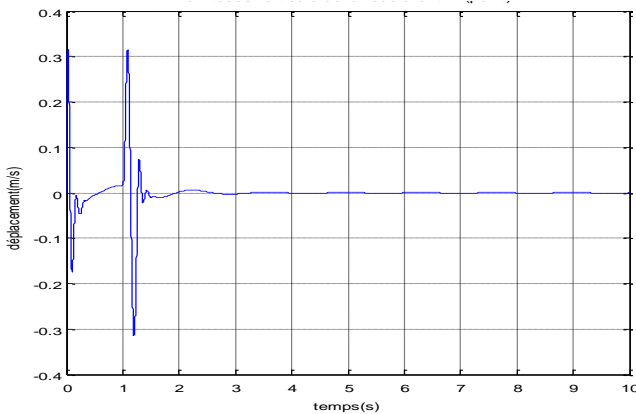


Figure II.13. Vitesse verticale de la roue arrière  $\dot{z}_2$ .

**Interprétation de résultats :**

D'après les résultats obtenu en remarque que le système est naturellement stable mais avec moins de performances ou :

- ✓ il existe au départ des oscillations mais il reste stable en régime permanent.
- ✓ son temps de réponse est non satisfaisant, peut paraître plus rapide au départ mais son caractère oscillatoire qui lui donne un temps de réponse élevé.

**II.5 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons abordé la modélisation d'un système de suspension active dans le cas d'un quart-véhicule et d'un demi-véhicule. On a adapté un test de simulation en boucle ouverte pour le model demi-véhicule pare ce qu'il sera le cas de notre commande dans la suite du travail.

## *Chapitre III*

### *Commande par backstepping adaptative*

## Chapitre III

### Commande par backstepping adaptative

*Ce chapitre donne un aperçu sur le concept de la commande par backstepping, et la commande par backstepping adaptative.*

#### III.1 Introduction

La plupart des systèmes physiques qui nous entourent sont non linéaires. Bien souvent, ces non linéarités sont faibles ou ne sont pas visibles sur la plage d'opérations de ces procédés. Le souci constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises qui permettent de répondre sur une plus large plage d'opérations. C'est à ce moment que les non- linéarités se font sentir et rendent les outils d'analyse et de synthèse des lois de commande, utilisés dans le domaine linéaire, caduques et absolument incapables de rendre compte de certains phénomènes. C'est pourquoi, depuis quelques années, beaucoup de recherche ont été effectuées dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires. Le backstepping fait partie de ces nouvelles méthodes de contrôle. Le but de ce chapitre est la conception des lois de commande basés sur la technique de backstepping pour la commande des mouvements du suspension du véhicule suivant les axes  $x$  et  $y$  en se basant sur la théorie de Lyapunov.

#### III.2 Historique et domaine d'application du backstepping

La technique du backstepping ait une histoire plutôt courte mais rien n'empêche de trouvé de nombreuse application pratique dans la littérature. C'est grâce aux travaux de KOKOTOVIC, qu'un cadre mathématique est fourni par la conception de loi de contrôle pour différent systèmes nom linéaire en utilisant cette technique. Ainsi, cette technique a été utilisée dans différent application comme par exemple la commande de l'automobile. On trouve également des travaux dans l'aéronautique qui correspond au contrôle d'un hélicoptère miniature [7].

#### III.3 Notions de bases

Cette section présente quelques notions de bases nécessaires à la compréhension des subtilités de la théorie du backstepping.

### III.3.1 Systèmes non linéaires

De façon générale, les systèmes physiques représentés par des équations différentielles linéaires à coefficients constants sont appelés systèmes linéaires. L'hypothèse de linéarité équivaut au principe de superposition. Les systèmes non linéaires, par opposition aux systèmes linéaires, sont des systèmes physiques qui ne sont pas régis par des équations linéaires. Autrement dit, le principe de superposition ne peut pas leur être appliqué. Les systèmes non linéaires peuvent être le lieu de plusieurs phénomènes. Par exemple, ils peuvent converger, en régime permanent, à différents point d'équilibres, contrairement aux systèmes linéaires, qui n'en possèdent qu'un seul.

### III.3.2 Point d'équilibre

C'est un point pour lequel  $\dot{x} = 0$ .

Un point d'équilibre est une valeur de l'état  $x_{eq}$  telle que lorsque l'argument  $x$  de  $f(x)$  est remplacé par  $x_{eq}$ , alors  $f(x)$  s'annule :  $\dot{x} = f(x_{eq}) = 0$

### III.3.3 Cycle limite

Un cycle limite est une trajectoire fermée solution du système.

Un système possède un cycle limite  $C$  s'il existe un intervalle de temps  $[t_0; t_0 + T[$  et un point de départ  $x_0 \in C$ , tel qu'en désignant par  $\phi(t)$  (la solution du système avec pour condition initiale  $x(t_0) = x_0 = \phi(t_0)$ ) on ait :

$$\phi(t) \in C \quad \forall t \in [t_0; t_0 + T[ \quad \phi(T) = x_0$$

### III.4 Stabilité au sens de Lyapunov :

La théorie de Lyapunov et en particulier la deuxième méthode (dite aussi méthode directe) consiste à trouver une fonction définie positive et associée au système noté  $V(x)$  sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles les décrivant.

Si la fonction de Lyapunov est strictement décroissante, c'est-à-dire que :

$$\dot{V} < 0, \forall x \neq 0$$

Alors on garantit la stabilité asymptotique.

La fonction de Lyapunov  $V(x)$  est continue telle que :

$$V(x) > 0, \forall x \neq 0 \text{ et } V(x) = 0, x = 0$$

$$\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0 \text{ et } V(x) = 0, x = 0$$

#### III.4.1 La première méthode

Elle nous permet d'analyser la stabilité d'un système à partir de l'étude de la stabilité locale par linéarisation de la dynamique autour d'un point d'équilibre. Cette méthode est d'une importance limitée, car elle ne permet d'étudier que la stabilité locale et ne donne pas d'information sur le domaine de stabilité global. De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non-linéaires. En fait, l'étude locale est surtout intéressante pour justifier ou non la poursuite de l'étude de la stabilité.

Si on trouve que le système linéarisé est instable, le système non linéaire le sera nécessairement aussi.

#### III.4.2 La deuxième méthode

Celle-ci est basée sur le concept d'énergie dans un système. Le principe de cette méthode consiste à analyser la stabilité du système, sans même résoudre les équations différentielles non linéaires qui le régissent. La stabilité dépend uniquement de l'étude des variations (signe de la dérivée) de l'énergie, ou d'une fonction qui lui est équivalente, le long de la trajectoire du système. L'étude de la stabilité d'un système caractérisé par un vecteur d'état  $x$  consiste alors à chercher une fonction  $V(x)$  (représentative de l'énergie) de signe défini, dont la

dérivée  $\frac{dV}{dt}$  est semi définie et de signe opposé dans le même domaine.

### III.5 Principe du Backstepping

L'idée principale du « backstepping » est de rendre les systèmes bouclés équivalents en des sous-systèmes d'ordre un en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui leur confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique.

Autrement dit, c'est une méthode multi-étapes. A chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre.

On peut atteindre cela avec la fonction de Lyapunov qui assure pas à pas la stabilisation de chaque étape de synthèse. Le Backstepping est :

- Applicable au système de type triangulaire inférieur ou appelée aussi boucle de retour stricte c. à. d la dérivée de chaque composante du vecteur d'état doit être une fonction des composantes précédentes et dépendre additivement de la composante suivante.
- Commençant avec la première équation différentielle du système  $\dot{x}_1$  qui est plus loin de l'entrée de commande  $u$ , et n'achève la loi de commande de type d'expression analytique qu'en dernière étape.
- Elle construit une sortie passive et une fonction de stockage qui est utilisée comme une fonction Lyapunov.

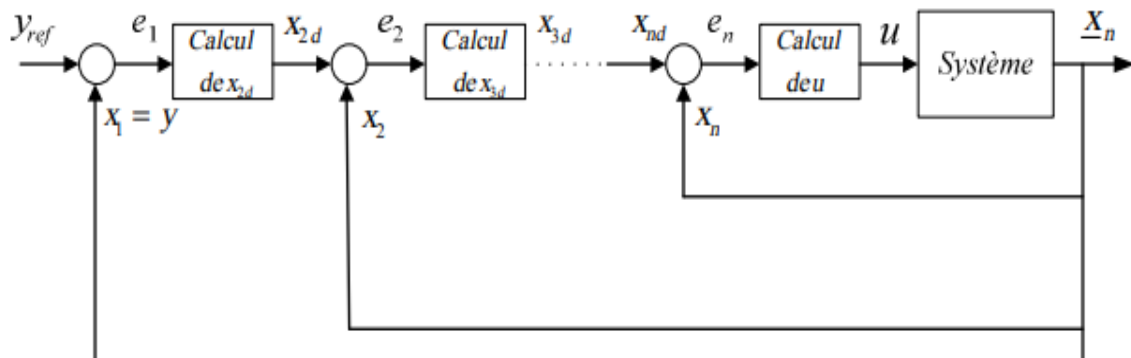


Figure III.1. Schéma illustratif de la commande par backstepping

### III.6 Application de la commande Backstepping sur un système de 3<sup>ème</sup> ordre

#### III.6.1 Algorithme de base pour les systèmes d'ordre 3

Afin d'illustrer le principe de méthode backstepping, on considère, d'abord le cas des systèmes non linéaires à 3 dimensions et on donnera ensuite la généralisation à  $n$  dimensions.

Considérons le système dynamique non linéaire du 3<sup>ème</sup> ordre donné par :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (\text{III.1})$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \quad (\text{III.2})$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u \quad (\text{III.3})$$

$$y = x_1 \quad (\text{III.4})$$

Le système étant du troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes.

- **Étape 1**

On considère d'abord l'équation où la variable  $x_2$  d'état est traitée comme une commande virtuelle et l'on définit la première valeur désirée :

$$x_{1d} = y_r \quad (\text{III.5})$$

La première variable d'erreur se définit par :

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (\text{III.6})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \quad (\text{III.7})$$

En remplaçant  $\dot{x}_1$  de (III.1), on trouve :

$$\dot{e}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (\text{III.8})$$

Pour un tel système, il a été montré que la fonction quadratique

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (\text{III.9})$$

Constitue le choix le plus simple. Sa dérivée est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(e_1) &= e_1 \dot{e}_1 \\ &= e_1 (f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{x}_{1d}) \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$



Un choix judicieux  $x_2$  de rendrait  $\dot{V}_1$  négative et assurerait la stabilité l'origine du sous-système décrit par (III.8). Nous choisissons la valeur désirée de  $x_2$  tel que :

$$f_1(x_1) + g_1(x_1)x_{2d} - \dot{x}_{1d} = -k_1 e_1 \quad (\text{III.11})$$

Ou  $k_1 > 0$  est un paramètre de conception. Cela donne :

$$x_{2d} = \frac{1}{g_1(x_1)} (-k_1 e_1 - f_1(x_1) + \dot{x}_{1d}) \quad (\text{III.12})$$

Et la dérivée s'écrit :

$$\dot{V}_1(e_1) = -k_1 e_1^2 + g_1(x_1) e_1 e_2 \leq 0 \quad (\text{III.13})$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme ( $g_1(x_1)e_1 e_2$ ) dans  $\dot{V}_1$  sera éliminé dans la prochaine étape.

### • Étape 2

On considère le sous-système (III.1)-(III.2) et l'on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - x_{2d} \quad (\text{III.14})$$

Qui représente l'écart entre la variable d'état  $x_2$  et sa valeur désirée  $x_{2d}$ . A cause du fait que  $x_2$  ne peut être forcée à prendre instantanément une valeur désirée, en l'occurrence  $x_{2d}$ , l'erreur  $e_2$  n'est pas instantanément nulle. Le design dans cette étape consiste, alors, à la forcer à s'annuler avec une certaine dynamique, choisie au préalable.

Les équations du système à commander, dans l'espace  $(e_1, e_2)$  s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)(e_2 + x_{2d}) - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 - \dot{x}_{2d} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{III.16})$$

Cette dernière a pour dérivée, le long de la solution de (III.15) :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\
 &= e_1(f_1(x_1) + g_1(x_1)(x_{2d} + e_2) - \dot{x}_{1d}) + e_2(f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 - \dot{x}_{2d}) \\
 &= e_1(f_1(x_1) + g_1(x_1)x_{2d} - \dot{x}_{1d}) + e_2(f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1)e_1 + g_2(x_1, x_2)x_3 - \dot{x}_{2d}) \\
 &= -k_1 e_1^2 + e_2(f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1)e_1 + g_2(x_1, x_2)x_3 - \dot{x}_{2d})
 \end{aligned} \tag{III.17}$$

Le choix de la valeur désirée de  $x_3$  devient évident. Ce dernier est donné par :

$$x_{3d} = \frac{1}{g_2(x_1, x_2)} (\dot{x}_{2d} - f_2(x_1, x_2) - g_1(x_1)e_1 - k_2 e_2) \tag{III.18}$$

Où  $k_2 > 0$ , avec  $\dot{x}_{2d}$  calculée analytiquement :

$$\dot{x}_{2d} = \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \tag{III.19}$$

Un tel choix permet de réduire la dérivée à :

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + g_2(x_1, x_2) e_2 e_3 \leq 0 \tag{III.20}$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme ( $g_2(x_1, x_2) e_2 e_3$ ) dans  $\dot{V}_2$  sera éliminé dans la prochaine étape.

• **Étape 3**

Le système (III.1)- (III.3) est maintenant considéré dans sa globalité. La variable d'erreur

$$e_3 = x_3 - x_{3d} \tag{III.21}$$

Est définie, ce qui permet d'écrire les équations du système, dans l'espace des erreurs  $(e_1, e_2, e_3)$  :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)(e_2 + x_{2d}) - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)(e_3 + x_{3d}) - \dot{x}_{2d} \\ \dot{e}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u - \dot{x}_{3d} \end{cases} \tag{III.22}$$

Avec comme fonction de Lyapunov :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2}e_3^2 \quad (\text{III.23})$$

La dérivée, le long de la solution de (III.22), devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) &= \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 \\ &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 (f_3(x_1, x_2, x_3) + g_2(x_1, x_2) e_2 + g_3(x_1, x_2, x_3) u - \dot{x}_{3d}) \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

A présent, on est en présence de la vraie commande. Un bon choix de celle-ci est donné par :

$$u = \frac{1}{g_3(x_1, x_2, x_3)} (\dot{x}_{3d} - g_2(x_1, x_2) e_2 - f_3(x_1, x_2, x_3) - k_3 e_3) \quad (\text{III.25})$$

Où  $k_3 > 0$  avec  $\dot{x}_{3d}$  calculée analytiquement :

$$\dot{x}_{3d} = \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \ddot{y}_r} y_r^{(3)} \quad (\text{III.26})$$

Avec ce choix, on a :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{III.27})$$

Ce qui assure la stabilité asymptotique à l'origine de (III.22).

Ceci se traduit par la stabilité, en boucle fermée, du système (III.1)- (III.3) et la régulation à zéro de l'erreur de poursuite  $y - y_r$ . Les deux principaux objectifs du design sont alors atteints.

L'architecture de cette commande par backstepping pour une suspension active est complétée par un mécanisme d'adaptation permettant de prendre en compte les incertitudes paramétriques et les perturbations externes.

### III.6.2 Algorithme de base pour les systèmes d'ordre n

L'application récursive du backstepping permet l'extension de la procédure de design aux systèmes triangulaires de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(\bar{x}_1) + g_1(\bar{x}_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(\bar{x}_1) + g_2(\bar{x}_2)x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

Ou  $g_i(\cdot) \neq 0 \quad 0 \leq i \leq n$  sont les fonctions non linéaires supposées connus,  $x \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T \quad 0 \leq i \leq n$  et  $u \in \mathfrak{R}$  est la loi de commande.

L'objectif consiste à déterminer une loi de commande  $u$  de telle sorte que la sortie  $y = x_1$  suit une trajectoire de référence  $x_{1d} = y_r$  ou  $y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r, \dots, y_r^{(n)}$  sont supposées connues et uniformément bornées. Dans ce cas, la synthèse de la loi de commande s'effectue en  $n$  étapes. La procédure de design commence avec la première équation. Le changement de variable adéquat à chaque étape  $i$  permet d'appliquer le backstepping récursivement, en rajoutant l'équation  $i + 1$ .

Partant de  $x_{1d}$ , on construit les différents  $x_{id}$  et  $V_i$ . Ce qui résulte en :

$$\begin{aligned} x_{1d} &= y_r \\ x_{i+1d} &= \frac{1}{g_i(\bar{x}_i)} \left( \sum_{k=1}^{i-1} \left( \frac{\partial x_{id}}{\partial x_k} g_k(\bar{x}_k) x_{k+1} + \frac{\partial x_{id}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) - g_{i-1}(\bar{x}_i) e_{i-1} - k_i e_i - w_i \right) \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

Ou  $i = 0, \dots, n$ ,  $e_i = x_i - x_{id}$  et

$$w_i = f_i(\bar{x}_i) - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_k} f_k(\bar{x}_k)$$

Les différentes fonctions de Lyapunov sont données par :

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i (x_j - x_{jd})^2 \quad (\text{III.30})$$

La commande  $u$ , qui permet d'atteindre les objectifs du design pour le système global, est donnée par la dernière commande virtuelle  $x_{n+1d}$ .

### **III.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, on a établi le concept de notre commande, qui on a appliqué dans le prochaine chapitre qui suite pour adapté le comportement dynamique de la suspension actif dans certaine condition.

## *Chapitre IV*

### *Commande par backstepping adaptative*

#### *Avec des contraintes*

## Chapitre IV

### Commande par backstepping adaptative avec des contraintes

*Dans ce chapitre nous nous intéressons au développement de la commande backstepping adaptative pour les systèmes de suspension active incertain avec saturation de l'entrée et un espace d'état limité.*

#### IV.1 Introduction

Du point de vue de l'automatique, Quand les paramètres d'un système sont inconnus, et varient dans le temps ou incertains on a besoin d'une loi de commande qui s'adapte dans de telles conditions et faire estimation en ligne des paramètres inconnus, dans notre système de suspension active d'autres problèmes qu'on peut aussi les noter :

- la saturation des actionneurs, en pratique les actionneurs qui fournissent les signaux de commande sont soumis à des limitations sur leurs amplitudes, ce qui peut être comme une source de dégradation des performances pour les systèmes stables et même une instabilité pour les systèmes d'origine instable.
- les espaces de suspension sont limités, en plus la non-linéarité du ressort, qui peuvent influencer la stabilité des mouvements verticaux et de tangage du véhicule.

Pour cela, on s'intéresse au développement d'une commande backstepping adaptative pour une suspension active d'un demi-véhicule incertain soumis à des contraintes sévères sur leurs entrées et ses variables d'états, le schéma de commande développé est validé par un test de simulation à la fin du chapitre.

#### IV.2 Commande par backstepping adaptative d'un demi- véhicule

Considérons le modèle de la suspension d'un demi-véhicule développé dans le chapitre de la modélisation équation (II.18), Il est à noter qu'avec un changement du nombre de passager ou de la charge du véhicule de masse  $M$  et le moment d'inertie  $I$  de ce dernier peut changer. Pour cela on peut les considérer comme paramètre inconnue bornée de la manière suivante [9] :

$$M_{\min} \leq M \leq M_{\max} \quad (\text{IV.1})$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

Avec :  $M_{\min}$  et  $M_{\max}$ ,  $I_{\min}$  et  $I_{\max}$  sont respectivement les bornes inférieures et supérieures de la masse et l'inertie, et ils sont supposés connus.

### IV.3 Position du problème

Pour les systèmes de suspension active, les exigences de performance incluent les aspects suivants :

**a) Confort** : c'est le premier souci d'une suspension, pour les suspensions actives des demi-véhicule. La tâche principale est de concevoir un contrôleur qui peut réussir à stabiliser le mouvement vertical  $z_c$  et de tangage  $\varphi$  de la carrosserie et isoler également la force transmise aux passagers, sachant que la seule perturbation est le profil de la route.

**b) Bonne tenue de route** : une bonne tenue de la route correspond à un écart nul entre le déplacement vertical de la route et celui de la roue et de limiter le maximum écart entre le déplacement vertical de la carrosserie et celui de la route sous la contrainte que la charge dynamique des pneus ne doit pas dépasser la charge statique pour les roues avant et arrière, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} |D_f| &= |F_{tf} + F_{bf}| < F_f \\ |D_r| &= |F_{tr} + F_{br}| < F_r \end{aligned} \quad (IV.2)$$

Où les charges statiques des pneus  $F_f$  et  $F_r$  sont calculées par :

$$F_f + F_r = (M + m_f + m_r)g \quad (IV.3)$$

$$F_f(a+b) = Mgb + m_f g(a+b)$$

**d) Limites sur l'espace de suspension** : en raison de la structure mécanique limitée des systèmes de suspension, les espaces de suspension des roues avant et arrière définis par l'équation (II.16) doivent être limités comme suit :

$$\begin{cases} |\Delta y_f| \leq \Delta y_{f \max} \\ |\Delta y_r| \leq \Delta y_{r \max} \end{cases} \quad (IV.4)$$



c) **Saturation des actionneurs** : du fait que tous les actionneurs des appareils physique sont limité, une saturation en amplitude du signal de commande est nécessaire pour la roues avant et arrière.

$$|u_i(t)| \leq u_{i \max}, \quad i = 1, 2 \quad (\text{IV.5})$$

En basant sur ce qui est mentionné en haut, il y a un problème de commande adaptative sous contraintes, par la suite on pose formuler le problème de ce travail :

Pour un système de suspension active définit par (II.18) ; le but est de synthétiser une commande backstepping adaptative  $u_i (i = 1, 2)$ , afin de stabiliser le mouvement vertical et le tangage du système en boucle fermée, en présence des incertitude paramétriques, toute en garantissant la condition de tenue de la route (IV.2), la limitation d'espace de suspension (IV.4) et la saturation des actionneurs (IV.5).

#### IV.4 Synthèse de la commande

Dans cette partie on s'intéresse à la synthèse d'une commande par backstepping adaptative d'un demi-véhicule. Avant de commencer, on doit reformuler respectivement les équations du mouvement vertical et de tangage comme suite :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \theta_1(-F_z + u_z) \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

Avec :

$$\begin{aligned} F_z &= F_{df} + F_{dr} + F_{sf} + F_{sr} \\ \theta_1 &= \frac{1}{M} \in [\theta_{1\min} \quad \theta_{1\max}] \end{aligned}$$

Sachant que :  $\theta_{1\min} = \frac{1}{M_{\max}}$ ,  $\theta_{1\max} = \frac{1}{M_{\min}}$

De plus

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \theta_2(-F_\varphi + u_\varphi) \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

Avec :

$$F_\varphi = a(F_{df} + F_{sf}) - b(F_{dr} + F_{sr})$$

$$\theta_2 = \frac{1}{I} \in [\theta_{2\min} \quad \theta_{2\max}]$$

Sachant que :  $\theta_{2\min} = \frac{1}{I_{\max}}$  ,  $\theta_{2\max} = \frac{1}{I_{\min}}$

Tous d'abord on calcule la commande du mouvement vertical  $u_z$  puis celle du tangage  $u_\varphi$  , pour qu'on puissent calculer les commandes réelles de la roue avant  $u_1$  et de la roue arrière  $u_2$  par :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{bu_z + u_\varphi}{a+b} \\ u_2 = \frac{au_z - u_\varphi}{a+b} \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

#### IV.4.1 Calcul de la commande du mouvement vertical

D'après l'équation (IV.6) le système est d'ordre deux, alors la conception backstepping se fait en deux étapes :

**Étape 1** : le but est de concevoir la commande virtuelle  $x_2^d$  , de telle sorte que l'erreur de poursuite  $e_1$  converger asymptotiquement vers zéro.

Partant de l'équation de l'erreur :

$$e_1 = x_1 - x_{1r} \quad (\text{IV.9})$$

Avec  $x_{1r}$  présente la trajectoire de référence.

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{1r} \quad (\text{IV.10})$$

Considérant la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{IV.11})$$

La dérivée temporelle de  $V_1$  devient :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(x_2 - \dot{x}_{1r}) \quad (\text{IV.12})$$

Ou bien :

$$\dot{V}_1 = e_1(e_2 - \dot{x}_{1r} + x_2^d) \quad (\text{IV.13})$$

Avec :  $e_2 = x_2 - x_2^d$

Si nous sélectionnons la commande virtuelle comme :

$$x_2^d = \dot{x}_{1r} - k_1 \tanh(e_1) \quad (\text{IV.14})$$

L'équation (IV.13) devient :

$$\dot{V}_1 = e_1 e_2 - k_1 e_1 \tanh(e_1) \quad (\text{VI.15})$$

Pour  $e_2 = 0$  on obtient  $\dot{V}_1 = -k_1 e_1 \tanh(e_1) \leq 0$ . Ce qui garantit la convergence asymptotique de  $e_1$  vers 0.

### Étape 2 :

Dans cette étape on opte à calculer une loi de commande  $u_z$ , de telle sorte que l'erreur  $e_2$  converge vers zéro, en présence du paramètre inconnu  $\theta_1$ .

Partant du fait que :

$$e_2 = x_2 - x_2^d \quad (\text{VI.16})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{e}_2 = \theta_1(-F_z + u_z) - \ddot{x}_{1r} + k_1(1 - \tanh^2(e_1))\dot{e}_1 \quad (\text{IV.17})$$

Et aussi :

$$\dot{e}_1 = e_2 - k_1 \tanh(e_1) \quad (\text{IV.18})$$

Choisissant la fonction de Lyapunov candidate :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2r_1}\tilde{\theta}_1^2 \quad (\text{IV.19})$$

Avec :  $\tilde{\theta}_1$  est l'erreur d'estimation de  $\theta_1$  elle est donnée par :

$$\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1 \quad (\text{IV.20})$$

où :  $\hat{\theta}_1$  est l'estimation de  $\theta_1$ . La dérivé temporelle de  $V_2$  est :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 - \frac{1}{r_1} \hat{\theta}_1 \tilde{\theta}_1 \quad (\text{IV.21})$$

Substituant (IV.17) et (IV.18) dans  $\dot{V}_2$  on obtient :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 - k_1 e_1 \tanh(e_1) + e_2 (\theta_1 (-F_z + u_z) - \ddot{x}_{1r} + k_1 (1 - \tanh^2(e_1)) \dot{e}_1) - \frac{1}{r_1} \hat{\theta}_1 \tilde{\theta}_1 \quad (\text{IV.22})$$

Ou bien :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & e_1 \dot{e}_2 - k_1 e_1 \tanh(e_1) + e_2 (\tilde{\theta} (-F_z + u_z) + \hat{\theta} (-F_z + u_z) - \ddot{x}_{1r} \\ & + k_1 (1 - \tanh^2(e_1)) \dot{e}_1) - \frac{1}{r_1} \hat{\theta}_1 \tilde{\theta}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

Le choix de la commande  $u_z$  sous la forme :

$$u_z = \frac{1}{\hat{\theta}_1} (\ddot{x}_{1r} - k_1 (1 - \tanh^2(e_1)) \dot{e}_1 - k_2 \tanh(e_2) - e_1) + F_z \quad (\text{IV.24})$$

Avec :  $k_2 > 0$

Et une loi d'adaptation par projection pour l'estimation de  $\theta_1$  :

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \text{proj}_{\hat{\theta}_1}(r_1 \tau_1) = \begin{cases} 0, & \text{si } \hat{\theta}_1 = \theta_{1\max} \text{ et } r_1 \tau_1 > 0 \\ 0, & \text{si } \hat{\theta}_1 = \theta_{1\min} \text{ et } r_1 \tau_1 < 0 \\ r_1 \tau_1, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

Avec :  $r_1 > 0$  et  $\tau_1 = (-F_z + u_z) e_1$

Permet d'avoir la dérivée de  $V_2$  comme :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 e_1 \tanh(e_1) - k_2 e_2 \tanh(e_2) \leq 0 \quad (\text{IV.26})$$

L'intégration de l'inégalité  $\dot{V}_2 \leq 0$  de 0 à  $t$  donne

$$V_2 = \int_0^t \dot{V}_2 d\tau + V_2(0) \leq V_2(0) \quad (\text{IV.27})$$

Ce qui implique que :

$$|e_1| \leq \sqrt{2V_2(0)} \text{ et } |e_2| \leq \sqrt{2V_2(0)} \quad (\text{IV.28})$$

L'équation conduit en outre à :

$$\begin{aligned} |x_1| &\leq |x_{1r}| + \sqrt{2V_2(0)} \leq \|x_{1r}\|_\infty + \sqrt{2V_2(0)} \\ |x_2| &\leq \|\dot{x}_{1r}\|_\infty + (k_1 + 1)\sqrt{2V_2(0)} \end{aligned} \quad (\text{IV.29})$$

D'après (IV.29), il est vrai que :  $-F_z + u_z \in L_\infty$  Par conséquent,  $\dot{e}_2 \in L_\infty$  et donc,  $\ddot{V}_2$  est borné.

Finalement,  $\dot{V}_2$  est uniformément continue. En utilisant le lemme de type Lyapunov [8], on a  $\dot{V}_2 \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ , alors  $e_1 \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0$ , ce qui signifie que les erreurs de poursuite  $e_1, e_2$  convergent asymptotiquement vers zéro.

La structure de la commande du mouvement vertical est résumée sur la figure (IV.1)

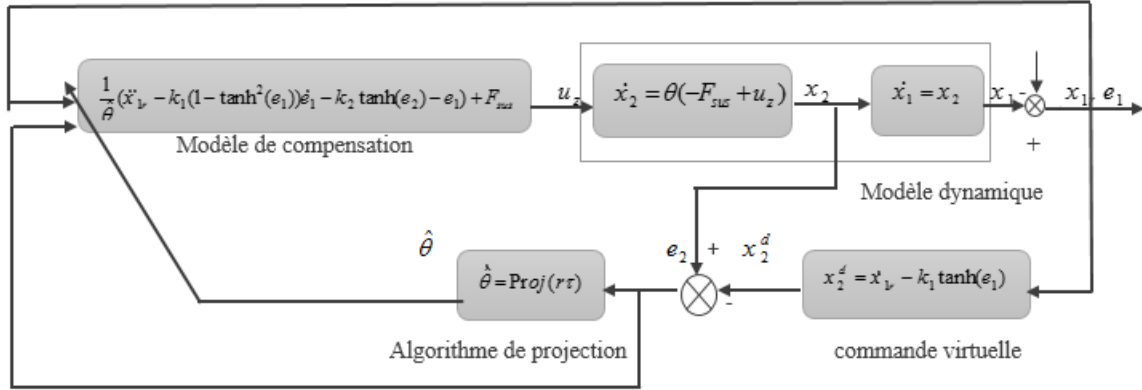


Figure IV.1. Schéma de la structure du sous-système de mouvement vertical.

#### IV.4.2 Calcul de la commande du mouvement de tangage

Le sous-système est aussi d'ordre 2 alors la synthèse se fait en deux étapes. De plus la forme du sous-système est la même de celui du mouvement vertical, de ce fait, on peut concevoir ce contrôleur on suivant la même démarche de conception du contrôleur précédent. On résume ces équation par:

$$e_3 = x_3 - x_{3r} \quad (\text{IV.30})$$

$$e_4 = x_4 - x_4^d \quad (\text{IV.31})$$

$$x_4^d = \dot{x}_{3r} - k_3 \tanh(e_3), \quad k_3 > 0 \quad (\text{IV.32})$$

$$u_\varphi = \frac{1}{\hat{\theta}_2} (\ddot{x}_{3r} - k_3(1 - \tanh^2(e_3))\dot{e}_3 - k_4 \tanh(e_4) - e_3) + F_\varphi \quad (\text{IV.33})$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \text{proj}_{\hat{\theta}_2}(r_1\tau_1) = \begin{cases} 0, & \text{si } \hat{\theta}_2 = \theta_{2\max} \text{ et } r_2\tau_2 > 0 \\ 0, & \text{si } \hat{\theta}_2 = \theta_{2\min} \text{ et } r_2\tau_2 < 0 \\ r_2\tau_2, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{IV.34})$$

Avec :  $r_2 > 0$  et  $\tau_2 = (-F_\varphi + u_\varphi)e_4$

De la même manière on arrive à :

$$|x_3| \leq \|x_{3r}\|_\infty + \sqrt{2V_4(0)} \quad (\text{IV.35})$$

$$|x_4| \leq \|\dot{x}_{3r}\|_\infty + (k_3 + 1)\sqrt{2V_4(0)} \quad (\text{IV.36})$$

### IV.5 Stabilités de la dynamique des zéros

La conception de backstepping adaptative cède à une dynamique d'erreur de quatrième ordre, tandis que le système d'origine est un système de huitième ordre. Ainsi, la dynamique des zéros se compose de quatre états  $(x_5, x_6, x_7, x_8)$  qui conduisent assurément leur stabilité. Pour la trouver, on pose  $e_1 = e_3 = 0$  par conséquent  $e_2 = e_4 = 0$

$$\begin{aligned} u_z &= M\ddot{x}_{1r} + F_z \\ u_\varphi &= I\ddot{x}_{3r} + F_\varphi \end{aligned} \quad (\text{IV.37})$$

Ensuite, nous pouvons calculer  $u_1$  et  $u_2$  à partir des définitions de  $u_z$  et  $u_\varphi$ .

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{a}{b+a}(M\ddot{x}_{1r} + F_z) + \frac{1}{b+a}(\ddot{x}_{3r} + F_\varphi) \\ u_2 &= \frac{a}{b+a}(M\ddot{x}_{1r} + F_z) - \frac{1}{b+a}(\ddot{x}_{3r} + F_\varphi) \end{aligned} \quad (\text{IV.38})$$

Si nous utilisons  $u_1$  et  $u_2$  dans  $\dot{x}_6$  et  $\dot{x}_8$ , nous obtenons la dynamique des zéros suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bz_o + B_r x_r \quad (\text{IV.39})$$

Où :

$$x = \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{f2}}{m_f} & -\frac{b_{f2}}{m_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_{r2}}{m_r} & -\frac{b_{r2}}{m_r} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{f2}}{m_f} & \frac{b_{f2}}{m_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{r2}}{m_r} & \frac{b_{r2}}{m_r} \end{pmatrix}$$

$$z_o = \begin{bmatrix} z_{o1} \\ \dot{z}_{o1} \\ z_{o2} \\ \dot{z}_{o2} \end{bmatrix} B_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{bM}{m_f(a+b)} & -\frac{I}{m_f(a+b)} \\ 0 & 0 \\ -\frac{bM}{m_r(a+b)} & -\frac{I}{m_r(a+b)} \end{bmatrix} x_r = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{1r} \\ \ddot{x}_{3r} \end{bmatrix}$$

En définissant une fonction positive  $V = x^T P x$ , avec  $P > 0$  est une matrice positive, on a :

$$\dot{V} = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T (A^T P + AP)x + 2x^T P B z_o + 2x^T P B_r x_r \quad (IV.40)$$

Il est facile à vérifier que la matrice  $A$  possède des valeurs propres à partie réel négative.

D'où on peut écrire :

$$A^T P + AP = -Q \quad Q > 0 \quad (IV.41)$$

Notons que :

$$2x^T P B z_o \leq \frac{1}{\eta_1} x^T P B B^T P x + \eta_1 z_o^T z_o \quad (IV.42)$$

$$2x^T P B_r x_r \leq \frac{1}{\eta_2} x^T P B_r B_r^T P x + \eta_2 x_r^T x_r \quad (IV.43)$$

Où  $\eta_1, \eta_2$  sont des valeurs positives, alors l'inégalité suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -x^T Q x + \frac{1}{\eta_1} x^T P B B^T P x + \eta_1 z_o^T z_o + \frac{1}{\eta_2} x^T P B_r B_r^T P x + \eta_2 x_r^T x_r \\ &\leq [-\lambda_{\min}(P^{-\frac{1}{2}} Q P^{-\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\eta_1} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B B^T P^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\eta_2} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B_r B_r^T P^{\frac{1}{2}})] V + \eta_1 z_o^T z_o + \eta_2 x_r^T x_r \end{aligned} \quad (IV.44)$$

Sur la base que les matrices  $P$  et  $Q$  et les valeurs de réglage  $\eta_1, \eta_2$ , sont correctement choisit, on peut trouver une valeur positive  $\varepsilon_1$ , de tel sorte que :

$$\dot{V} \leq -\varepsilon_1 V + \varepsilon_2 \quad (IV.45)$$

Où  $\varepsilon_2 = \eta_1 z_{o \max} + \eta_2 x_{r \max}$  avec  $z_o^T z_o \leq z_{o \max}$  et  $x_r^T x_r \leq x_{r \max}$

L'équation (IV.45) montre que la fonction de Lyapunov est bornée par :

$$V(t) \leq \left( V(0) - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) e^{-\varepsilon_1 t} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (IV.46)$$

ce qui nous dit que :  $|x_k| \leq \sqrt{\frac{q}{\lambda_{\min}(P)}}$ , ( $k = 5, 6, 7, 8$ ) avec

$$q = \begin{cases} V(0) & \text{si } V(0) \geq \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \\ \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - V(0) & \text{si } V(0) < \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \end{cases} \quad (\text{IV.47})$$

#### IV.6 Contraintes sur performances [8]

D'après l'analyse précédente, nous savons que tous les signaux sont limités dans les plages connues, et les limites des charges dynamiques des pneus peuvent être estimées comme suit :

$$|D_f| \leq (k_{f2} + b_{f2}) \sqrt{\frac{q}{\lambda_{\min}(P)}} + k_{f2} \|z_{o1}\|_{\infty} + b_{f2} \|\dot{z}_{o1}\|_{\infty} \quad (\text{IV.48})$$

$$|D_r| \leq (k_{r2} + b_{r2}) \sqrt{\frac{q}{\lambda_{\min}(P)}} + k_{r2} \|z_{o2}\|_{\infty} + b_{r2} \|\dot{z}_{o2}\|_{\infty} \quad (\text{IV.49})$$

De plus, les limites des espaces de suspension peuvent être obtenues comme suit :

$$\begin{aligned} |\Delta y_f| &\leq |x_1| + a |\sin x_3| + |x_5| \leq |x_1| + a |x_3| + |x_5| \\ &\leq \|x_{1r}\|_{\infty} + \sqrt{2V_2(0)} + a \|x_{3r}\|_{\infty} \leq a \sqrt{2V_4(0)} + \sqrt{\frac{q}{\lambda_{\min}(P)}} \end{aligned} \quad (\text{IV.50})$$

$$|\Delta y_r| \leq \|x_{1r}\|_{\infty} + \sqrt{2V_2(0)} + b \|x_{3r}\|_{\infty} + b \sqrt{2V_4(0)} + \sqrt{\frac{q}{\lambda_{\min}(P)}} \quad (\text{IV.51})$$

Si nous ajustons les valeurs initiales et les paramètres de commande, nous pouvons toujours garantir les limitations suivantes

$$\begin{aligned} |D_f| &\leq F_f & |D_r| &\leq F_r \\ |\Delta y_f| &\leq \Delta y_{f \max} & |\Delta y_r| &\leq \Delta y_{r \max} \end{aligned} \quad (\text{IV.52})$$

De même, les limites de  $|u_z|$  et  $|u_{\varphi}|$  peut être estimé sous la forme

$$|u_z| \leq M_{\max} (\|\ddot{x}_{1r}\|_{\infty} + k_1 |\dot{e}_1| + k_2 |\dot{e}_2| + |e_1|) + |F_{df}| + |F_{dr}| + |F_{sf}| + |F_{sr}| \leq u_{zbd} \quad (\text{IV.53})$$

$$|u_{\varphi}| \leq I_{\max} (\|\ddot{x}_{3r}\|_{\infty} + k_3 |\dot{e}_3| + k_4 |e_4| + |e_3|) + a (|F_{df}| + |F_{sf}|) + b (|F_{dr}| + |F_{sr}|) \leq u_{\varphi bd} \quad (\text{IV.54})$$

Ce qui nous aide à obtenir les bornes supérieures de  $|u_1|$  et  $|u_2|$  par :



$$|u_1| \leq \frac{bu_{zbd} + u_{\phi bd}}{a+b}, \quad |u_2| \leq \frac{au_{zbd} + u_{\phi bd}}{a+b} \quad (IV.55)$$

Si on ajuste correctement les valeurs initiales et les gains de commande  $(k_1, k_2, k_3, k_4)$ , la condition de saturation est satisfaite.

$$|u_1| \leq u_{1\max} \quad |u_2| \leq u_{2\max} \quad (IV.56)$$

### IV.7 Trajectoire de référence

Dans ce travail, le choix d'un polynôme de la forme (IV.57) pour la trajectoire de référence, peut stabiliser le mouvement vertical et le tangage dans un temps prédéterminé [8].

$$x_{jr}(t) = \begin{cases} a_{j0} + a_{j1}t + a_{j2}t^2 + a_{j3}t^3 + a_{j4}t^4 & t < T_{jr} \\ 0 & t \geq T_{jr} \end{cases} \quad (IV.57)$$

où  $j = 1, 3$ , et les vecteurs de coefficients  $a_{ji}, i = 0, 1, 2, 3, 4, j = 1, 3$  sont déterminés de telle sorte que

$$\begin{aligned} x_{jr}(0) &= a_{j0} = x_j(0) \\ \dot{x}_{jr}(0) &= a_{j1} = \dot{x}_{j+1}(0) \\ x_{jr}(T_{jr}) &= a_{j0} + a_{j1}T_{jr} + a_{j2}T_{jr}^2 + a_{j3}T_{jr}^3 + a_{j4}T_{jr}^4 = 0 \\ \dot{x}_{jr}(T_{jr}) &= a_{j1} + 2a_{j2}T_{jr} + 3a_{j3}T_{jr}^2 + 4a_{j4}T_{jr}^3 = 0 \\ \ddot{x}_{jr}(T_{jr}) &= 2a_{j2} + 6a_{j3}T_{jr} + 12a_{j4}T_{jr}^2 = 0 \end{aligned} \quad (IV.58)$$

Ce qui garantit que :

1.  $\dot{e}_1(0) = e_1(0) = 0, \dot{e}_3(0) = e_3(0) = 0.$
2. Le vecteur  $x_{jr}(t) \in C^3$  il est claire que  $x_{jr}(t) = 0$  et  $\dot{x}_{jr}(t) = 0$ .Pouvant être satisfait dans un temps prédéterminé  $T_{jr}$

### IV.8 Résultat de simulation

Afin de prouver l'efficacité du contrôleur proposé, nous effectuons un test de simulation sur le modèle du demi-véhicule décrit par l'équation dynamique (II.18) dont les paramètres du modèle sont dans le tableau (II.1).

Les conditions initiales sont :

$$x_1(0) = 3 \text{ cm} , x_3(0) = 3 \text{ cm} , \theta_1(0) = \frac{1}{1100} , \theta_2(0) = \frac{1}{700} .$$

Le temps du signal de référence est choisis :  $T_r = 0.5$ .

Le profile de la route est considère comme un signal sinusoïdal de la forme :

$$z_{01} = 0.03 \sin(6\pi t)$$

$$z_{02} = 0.03 \sin(6\pi(t - r))$$

Et :  $r = (a + b) / V$

Les paramètres sont illustrés sur le tableau IV.1.

Paramètres	$r_{1,2}$	$k_{1,2,3,4}$	$\theta_{1m}$	$\theta_{1M}$	$\theta_{2m}$	$\theta_{2M}$
Valeurs	0.001	10	$\frac{1}{1300}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{700}$	$\frac{1}{500}$

Tableau IV.1- paramètres de simulation du modèle demi véhicule

Dans la commande de la suspension active la limitation sur l'espace de suspension est choisi:  $\Delta y_{f \max} = \Delta y_{r \max} = 0.1$ , la limitation sur la commande est :

$$u_{1\max} = u_{2\max} = 50000 \text{ N} .$$

Pour que notre système soit validé il faut faire la simulation, on simulation en utilisant le modèles de chapitre II (demi véhicule) et la loi de commande qu'il est développées dans le chapitre, les résultats est monter dans les figures suivants :

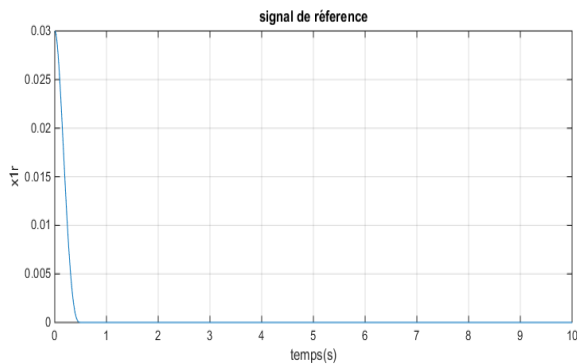


Figure IV.2. Signal de référence  $x_{1r}$

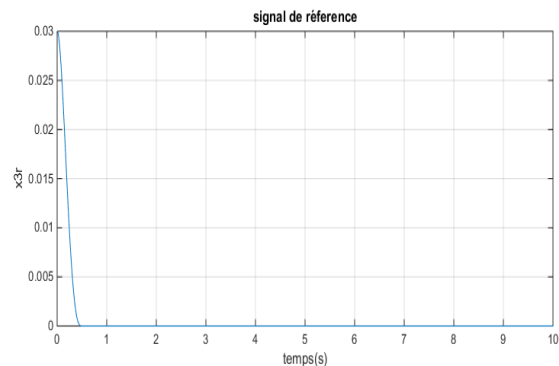


Figure IV.3. Signal de référence  $x_{3r}$

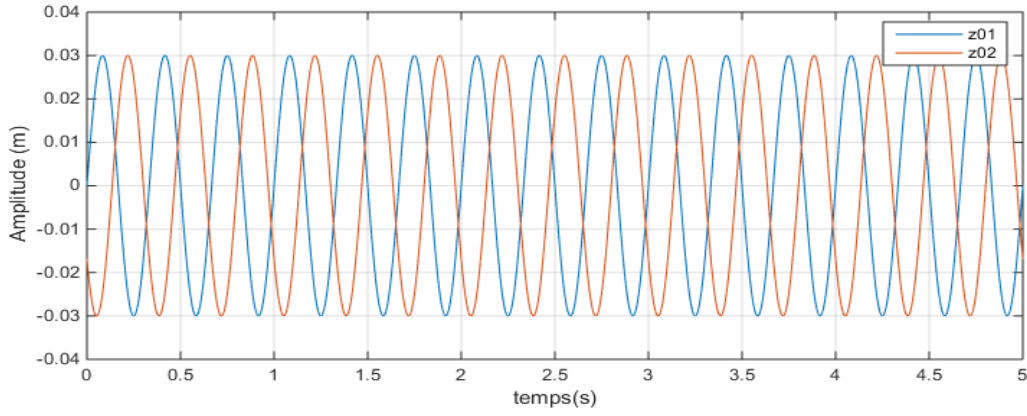


Figure IV.4. Profile de la route

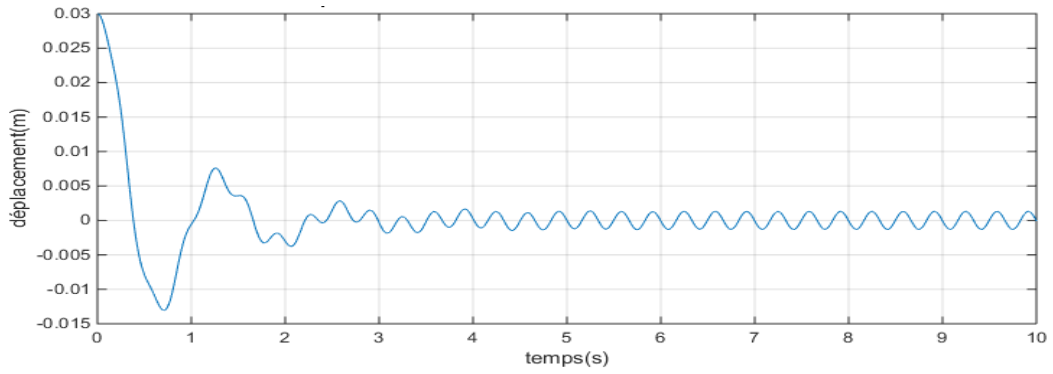


Figure IV.5. Déplacement vertical de la carrosserie de véhicule  $z_c$

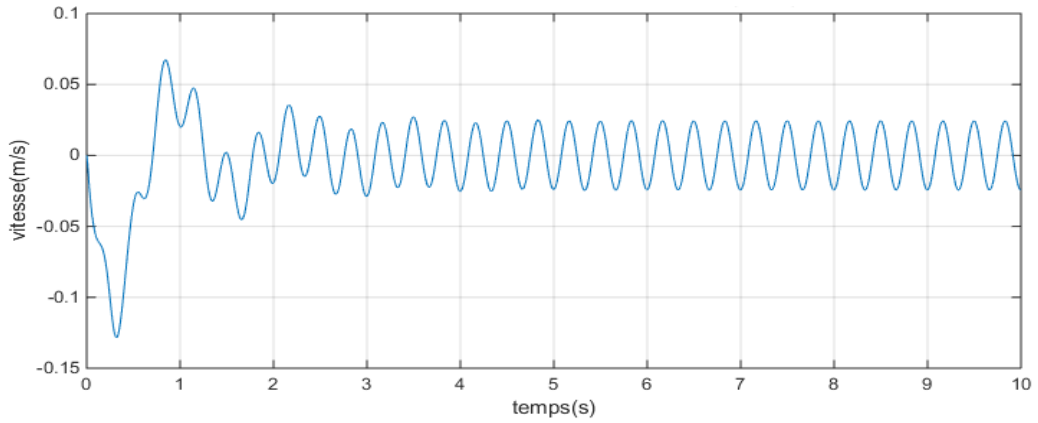


Figure IV.6. vitesse de la carrosserie de du véhicule  $\dot{z}_c$

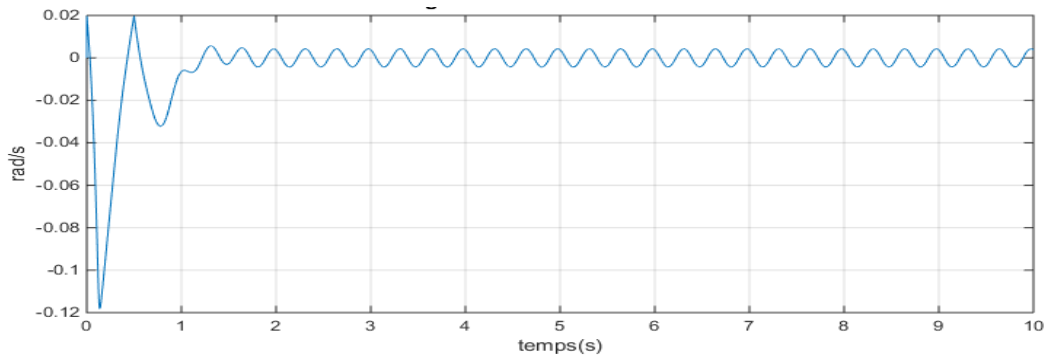
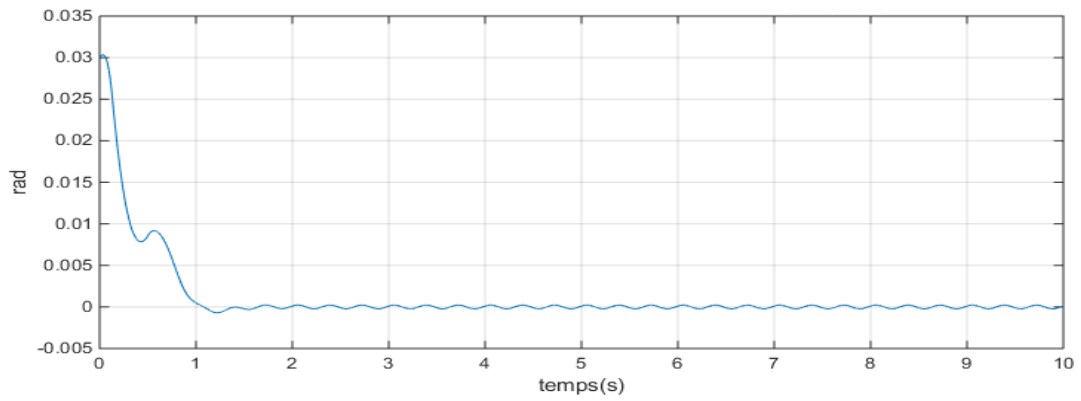
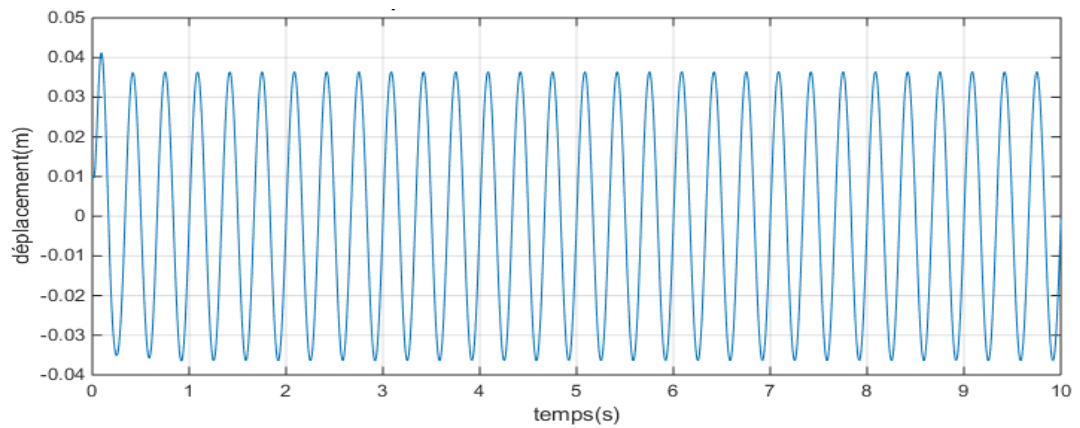


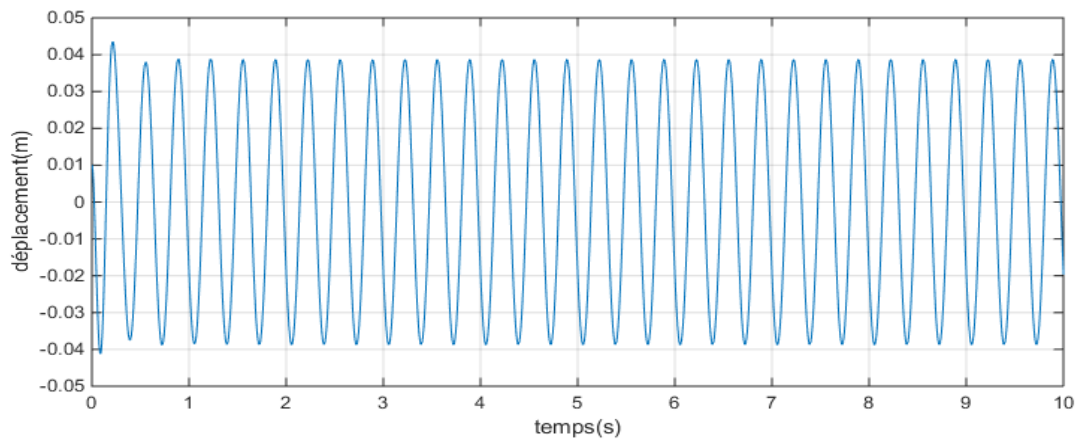
Figure IV.7. vitesse angulaire de la carrosserie de du véhicule



**Figure IV.8.** La rotation de la carrosserie du véhicule selon  $y$  (tangage)



**Figure IV.9.** Déplacement vertical de la roue avant  $z_1$



**Figure IV.10.** Déplacement vertical de la roue avant  $z_2$

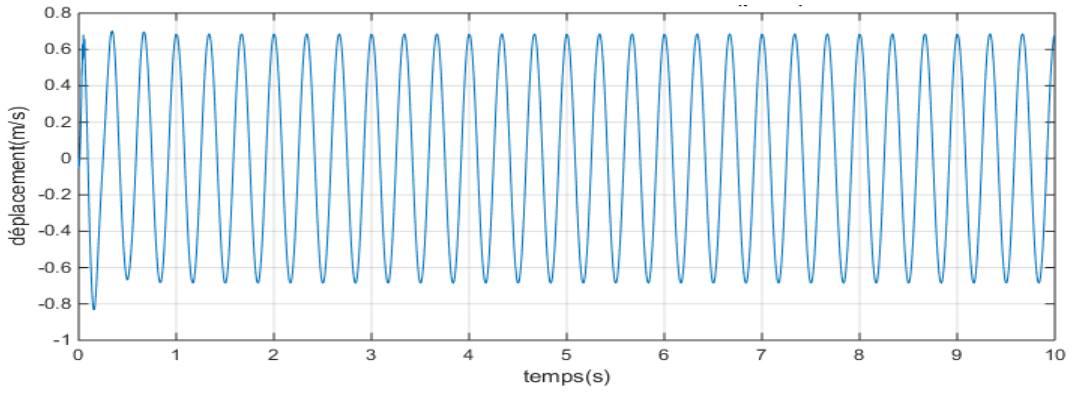


Figure IV.11. Déplacement vertical de la roue avant  $z_1$

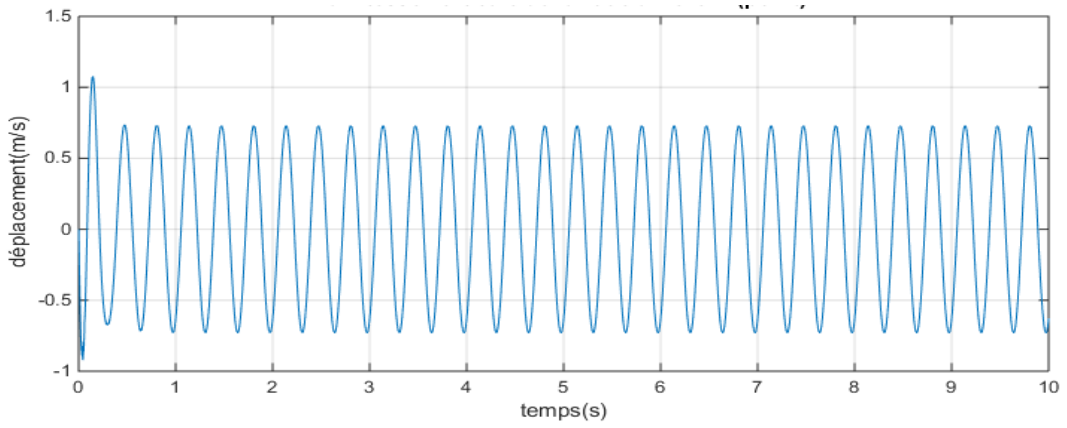


Figure IV.12. Déplacement vertical de la roue arrière  $z_2$

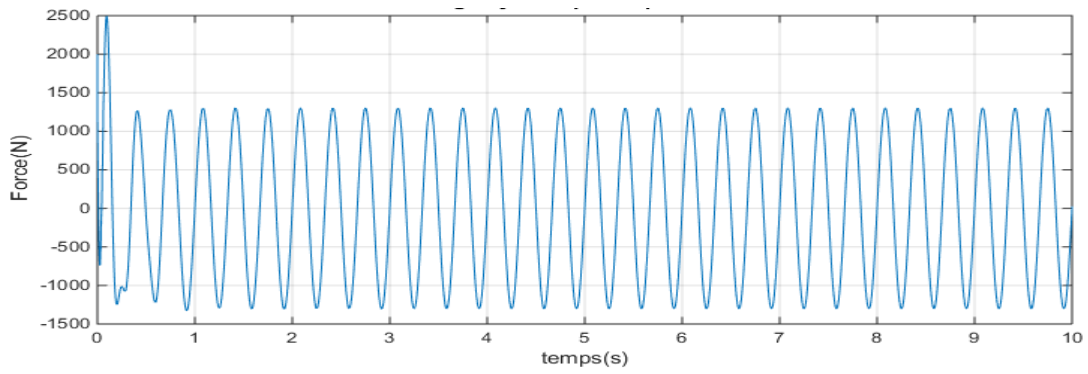


Figure IV.13. Charge dynamique du pneu avant  $F_f$

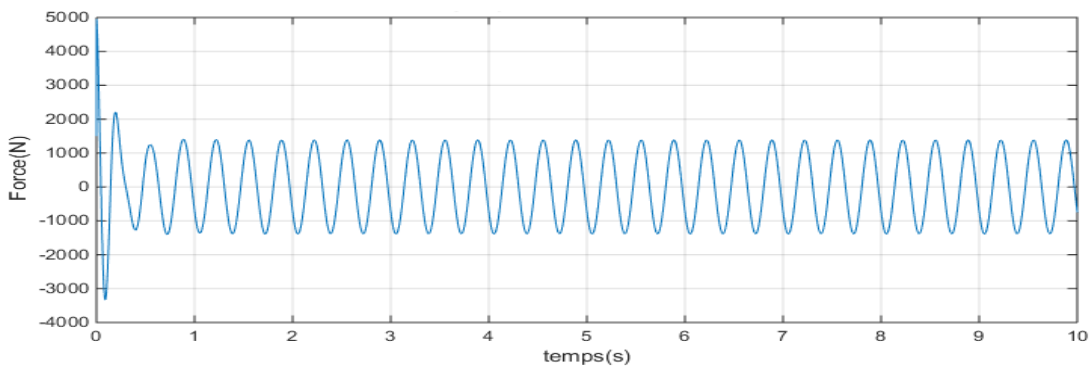


Figure IV.14. Charge dynamique du pneu arrière  $F_r$

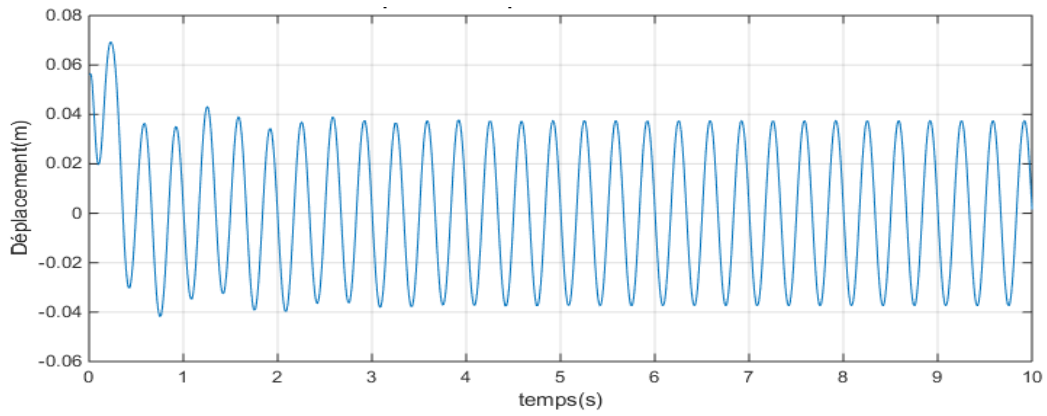


Figure IV.15. Espace de suspension de la roue avant  $Dy_f$

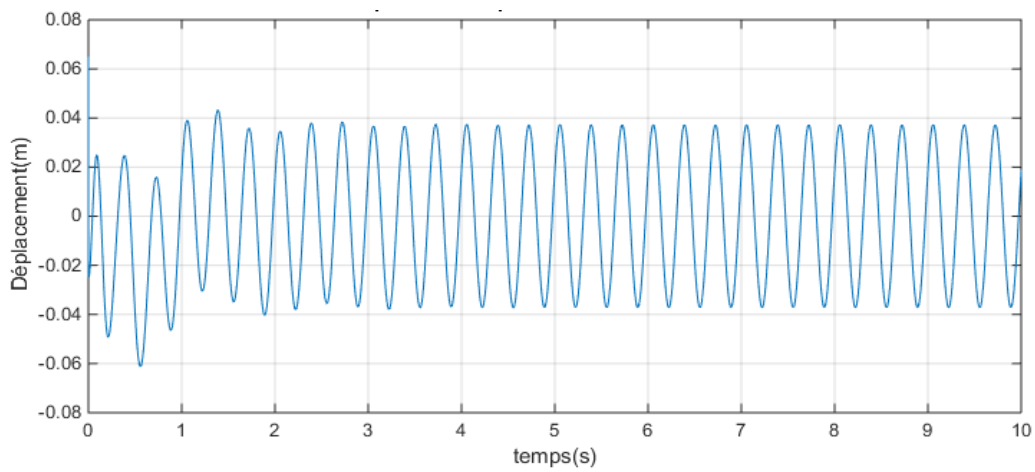


Figure IV.16. Espace de suspension de la roue arrière  $Dy_r$

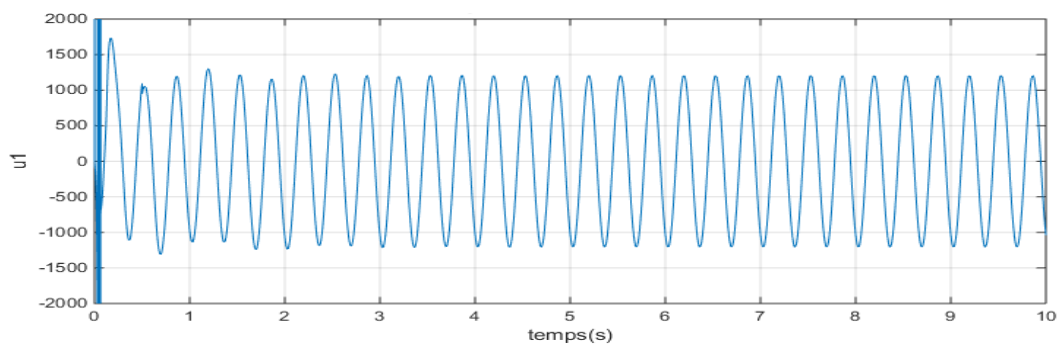


Figure IV.17. Signal de commande  $u_1$

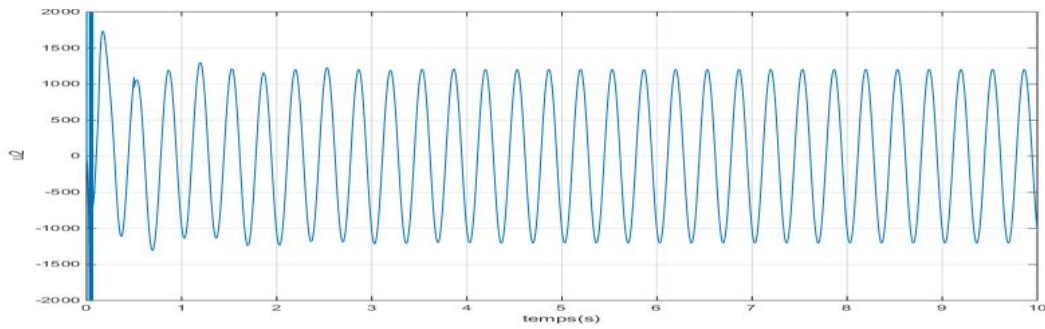


Figure IV.18. Signal de commande  $u_2$

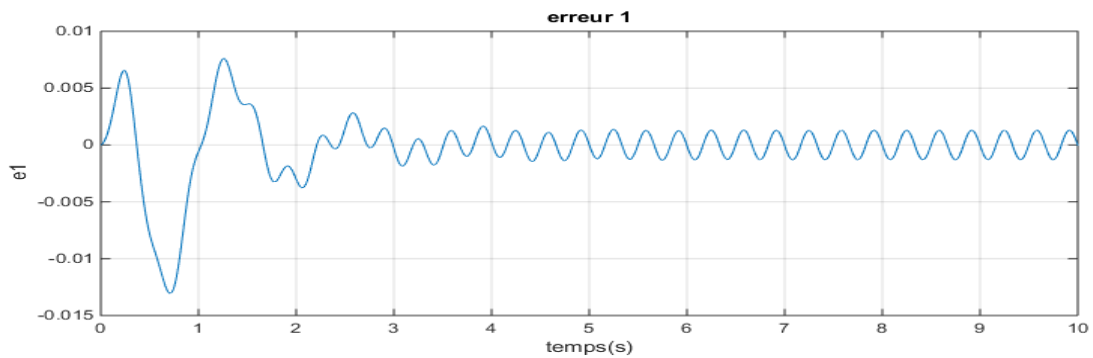


Figure IV.19. L'erreur  $e_1$

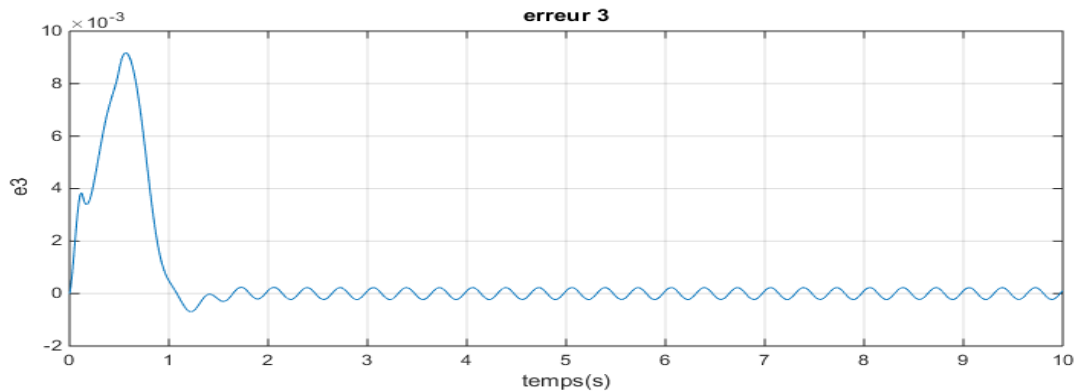


Figure IV.20. L'erreur  $e_3$

D'après les résultats de simulation obtenue on remarque que :

La technique de la commande adaptative par backstepping est efficace, elle arrive à stabiliser le système de suspension actif sous contraintes, et garantie la poursuite de trajectoire avec une erreur tend vers zéro.

## IV.9 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre la technique de commande par backstepping pour le système de suspension actif incertain dans le cas où les actionneurs sont saturé et l'espace d'état et limiter les résultats montrent que ce algorithme de commande donne des bonne

résultats avec des erreurs de poursuite tendent vers zéros, les résultats de poursuite deviennent moins performants mais généralement acceptable physiquement.



## *Conclusion générale*

---

## *Conclusion Générale*

---

Le travail développe la conception de loi de command basés sur la méthode du backstepping et le backstepping adaptatif d'un système de suspension active sous contraintes dans le cadre d'amélioration des performances de système et pour la poursuite d'une trajectoire de référence.

La suspension est responsable sur comportement dynamique du véhicule, dont l'objectif d'éliminer les perturbations externes (profile de la route) ; dans notre cas le système sous considération sous constraints ou en à prendre en considération la saturation des actionneurs et la dynamique des charge des pneus et espace d'état limitée.

Dans le premier chapitre nous avons présente des généralités sur le système de suspension : définition, principe de fonctionnement, types...etc.

Dans le deuxième chapitre nous avons abordé la modélisation du système de la suspension, on décrit les trois model (quart véhicule, demi véhicule, véhicule complet), et avant la validation de notre commande dans les chapitres qui suite en à faire une simulation en boucle ouverte.

Dans le troisième chapitre, nous avons introduit les notions de base de la commande par backstepping. Ensuite nous avons présente le principe de calcule de loi de commande et une perf sur la commande par backstepping adaptative.

Dans le quatrième chapitre nous avons appliqué la synthèse de la commande par backstepping adaptative sur le système de suspension actif, la conception de loi de commande est de poursuite ou le système puisse suivre une trajectoire donnée et une erreur en poursuite est engendrée.

Les résultats obtenu montre l'efficacité de notre approche de commande ,où La méthode du backstepping adaptative nous permet de construire une loi de commande qui garantit en tout temps( l'existence de saturation ,espace d'état limité) la stabilité du produit procédé et contrôlé ( erreur tend vers zéro, donc vers la trajectoire désirée ,notre système suive le trajectoire désirée avec des erreurs de très faibles valeurs) ,ceci montré le bonne fonctionnement notre du contrôleur.



## *Références bibliographiques*

## Références bibliographiques

- [1] G. Venture, « Identification des paramètres dynamiques d'une voiture », Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 2003.
- [2] S. Gosselin-Brisson, « Étude d'un système de contrôle pour suspension automobile », Mémoire de la Maîtrise en Ingénierie, L'université du Québec, 2006.
- [3] L. Belkacem, « Contrôle semi actif d'une suspension d'un véhicule terrestre », Mémoire de Magister, Université Mohamed Khider – Biskra, 2015.
- [4] D. Hamza, H. Riyad, « Modélisation et Commande Floue Stabilisante de la Suspension Active de Véhicule », Mémoire de Master, Université Mohamed Boudiaf -M'sila, 2020.
- [5] C. PIZARRO, « Développement d'une amortisseuse multi-plage pour la suspension des motoneiges Ski-Doo », Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke (Québec) Canada, 2013.
- [6] B. Taqiyeddine « modélisation, simulation, et commande d'un système de suspension active », université badji Mokhtar, Annaba, 2019.
- [7] M. Benyamina, H. Fadila, « Contrôle latérale d'un véhicule avec la technique hybride mode Glissant/backstepping », Mémoire de Master, Université Dr Tahar Moulay de Saida, 2016.
- [8] O. Boudguiga, « Commande à saturation pour le contrôle de la position d'un robot volant de type quadrotor montréal », Mémoire de technologie supérieure, Université du Québec, 2016.
- [9] S. Weichao et al. « Adaptive Backstepping Control for Active Suspension Systems With Hard Constraints », IEEE ASME Transactions on Mechatronics. Vol18, issue3, pp 1072-1079, 2012.
- [10] J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1991.





## ملخص:

تتعلق هذه الأطروحة بالتحكم التكيفي *backstepping* لنظام تعليق المركبة النشط مع قيود صارمة لتحسين سلوك السيارة وأدائها. يساعد نظام التعليق النشط على تحسين راحة الركوب من خلال التحكم في مشغلات قوة التعليق. كنا مهتمين بدراسة نظام التعليق النشط الغير خطي تحت قيود، حيث أخذنا بعين الاعتبار مساحات التعليق الديناميكية لأحمال الإطارات وتشبع المشغل كقيود زمنية بالإضافة إلى السلوك اللاخطي للنايوس، الذي له معدلات تخميد مختلفة للضغط والتمديد لتشكيل أساس السيطرة الدقيقة. علاوة على ذلك، تم تخطيط المسار المرجعي للحفاظ على الحركات العمودية والأفقية للسيارة لاستقرار الجسم في وقت محدد مسبقاً، مما يساعد على ضبط التسارع وفقاً للمستويات العالية أو المنخفضة لتحسين راحة الركوب. أخيراً، يظهر مثال على التصميم لتوضيح فعالية قانون التحكم.

## Résumé

*Le travail de cette mémoire est une contribution à la backstepping adaptatif pour les suspensions actives des véhicules à fortes contraintes ; est conçu pour stabiliser l'attitude du véhicule tout en améliorant le confort de conduite en présence des incertitudes paramétriques, où les espaces de suspension, dynamiques les charges des pneus et les saturations des actionneurs sont considérées comme du domaine temporel contraintes. En plus de la non-linéarité du ressort, de plus, une référence la trajectoire est prévue pour garder les mouvements verticaux et de tangage de la voiture corps pour se stabiliser dans un temps prédéterminé, ce qui permet d'ajuster les accélérations selon des niveaux élevés ou bas pour améliorer le confort de conduite. Enfin, un exemple de conception est présenté pour illustrer l'efficacité de la loi de contrôle.*

## Abstract

*The work of this thesis is a contribution to adaptive backstepping control strategy for vehicle active suspensions with hard constraints. An adaptive backstepping controller is designed to stabilize the attitude of vehicle and meanwhile improve ride comfort in the presence of parameter uncertainties, where suspension spaces, dynamic tire loads, and actuator saturations are considered as time-domain constraints. In addition to spring nonlinearity, the piecewise linear behavior of the damper, which has different damping rates for compression and extension movements, is taken into consideration to form the basis of accurate control. Furthermore, a reference trajectory is planned to keep the vertical and pitch motions of car body to stabilize in predetermined time, which helps adjust accelerations accordingly to high or low levels for improving ride comfort. Finally, a design example is shown to illustrate the effectiveness of the control.*

**Mots clé:** *suspension active, backstepping adaptatif, constraints dures*