

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université de Jijel**



**Faculté des Sciences et de la Technologie**

**Département d'Automatique**

*Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Master en  
Automatique*

Option

**Automatique et Systèmes**

*Thème*

*Commandes prédictives appliquées à un système  
hydraulique : étude expérimentale*

Proposé par :

***Dr. Ahsene Boubakir***

Présenté par :

***Boutaina Laredj***

**Année universitaire 2020/2021**

## *Remerciements*

*En premier lieu je tiens à remercier mon dieu, le tout puissant, pour le courage, la volonté, et pour la force qui m'a donné durant toutes mes années d'étude.*

*Je tiens à remercier Mon encadreur  
Dr. Boubakir Ahsene Pour avoir assuré  
l'encadrement de ce travail. Je le remercie pour son soutien, son orientation et ses consignes, son expérience et sa connaissance ont contribué à ma formation scientifique.*

*Je tiens à remercier sincèrement les membres du jury qui me font le grand honneur d'évaluer ce travail*

*Je tiens à remercier tous les enseignants de département Automatique qui ont contribué à ma formation.*

*J'adresse mes sincères remerciements à mes chers parents, mes chères sœurs et à toute ma famille pour leurs soutien et leurs encouragements, sans oublier mes amis et mes proches.*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce mémoire*

*A mes très chers et précieux parents pour leur  
amour inestimable, leurs sacrifices, leur  
confiance, pour leur soutien et toutes les  
valeurs qu'ils ont su m'inculquer*

*Que dieu les protège.*

*A mes chères sœurs*

*Inase , Anfel , Imane, Rítadj*

*A mes chères tantes et chers oncles pour leurs  
soutiens et leurs encouragements durant les  
moments difficiles*

*A tous mes chers cousins et chères cousines*

*A mes amies*

# Table des matières

|                        |      |
|------------------------|------|
| Table des matières     | I    |
| Liste des figures      | V    |
| Liste des tableaux     | VII  |
| Liste des abréviations | VIII |
| Introduction Générale  | 1    |

## Chapitre I : Généralités sur la commande prédictive

|  |    |
|--|----|
| I.1. Introduction  | 3  |
| I.2. Applications industrielles  | 3  |
| I.3. Principe de fonctionnement de la commande prédictive                          | 4  |
| I.4. Eléments d'une commande prédictive  | 5  |
| I.5. Différentes approches de la commande prédictive et principe de fonctionnement | 6  |
| I.5.1. Commande prédictive fonctionnelle (PFC)                                     | 6  |
| I.5.1.1. Modèle interne  | 7  |
| I.5.1.2. Trajectoire de référence  | 7  |
| I.5.1.3. Structure de la commande future   | 8  |
| I.5.1.4. Principe de l'horizon fuyant (glissant)                                   | 9  |
| I.5.2. Commande prédictive par matrice dynamique (DMC)                             | 9  |
| I.5.2.1. Modèle du système   | 9  |
| I.5.2.2. Structure de prédicteur optimal   | 10 |
| I.5.2.3. Calcul de la commande DMC   | 12 |
| I.5.3. Commande prédictive généralisé (GPC)  | 12 |
| I.5.3.1. Principe de fonctionnement  | 13 |
| I.5.3.2. Le modèle de prédiction   | 13 |
| I.5.3.3. Structure de prédicteur optimal   | 14 |
| I.5.3.4. La forme matricielle de l'équation  | 14 |
| I.5.3.5. Calcul de la loi de commande  | 15 |
| I.5.4. La commande prédictive à base d'un modèle                                   | 15 |

|  |    |
|--|----|
| I.5.4.1.Principe de fonctionnement de la commande MPC .....            | 16 |
| I.5.4.2.Modèle du système .....  | 16 |
| I.5.4.3.Calcul de la commande .....                                    | 18 |
| I.6.Les avantages et les inconvénients de la commande prédictive ..... | 18 |
| I.7.Conclusion .....   | 19 |

## **Chapitre II : Présentation du système hydraulique et de la carte HUMUSOFT MF634**

|   |    |
|---|----|
| II.1. Introduction .....                                  | 20 |
| II.2. Description du système hydraulique .....            | 20 |
| II.2.1. Le réservoir de remplissage et de stockage .....  | 21 |
| II.2.2. La pompe.....                                     | 22 |
| II.2.3. Les vannes.....                                   | 22 |
| II.2.4. Le capteur de niveau .....                        | 23 |
| II.2.4.1.Caractéristique du capteur de niveau .....       | 23 |
| II.2.4.2. Étalonnage de capteur.....                      | 23 |
| II.2.5. La carte HUMUSOFT.....                            | 25 |
| II.2.5.1. Caractéristiques techniques de la carte .....   | 25 |
| II.2.5.2. Application .....                               | 26 |
| II.2.5.3. Informations générales sur la carte .....       | 26 |
| II.2.5.4. Dimensions.....                                 | 26 |
| II.3. Identification des systèmes.....                    | 27 |
| II.3.1. L'objectif de l'identification.....               | 28 |
| II.3.2. Classification des méthodes d'identification..... | 28 |
| II.3.2.1.Méthodes non paramétriques .....                 | 28 |
| II.3.2.2.Méthodes paramétriques.....                      | 29 |
| II.3.2.3.Les algorithmes d'identification.....            | 31 |
| II.4. Conclusion .....                                    | 32 |

## **Chapitre III. Commande prédictive DMC appliquée au système hydraulique**

|  |    |
|--|----|
| III.1. Introduction.....   | 33 |
| III.2. Identification du système hydraulique.....                        | 33 |
| II.2.1.Détermination du gain et de la constante de temps.....            | 35 |
| III.2.2.Simulation sous MATLAB de la fonction de transfert.....          | 35 |
| III.3.Synthèse d'un correcteur DMC.....                                  | 36 |
| III.3.1.L'équation de prédiction .....                                   | 37 |
| III.3.2.Calcul de la loi de commande DMC.....                            | 38 |
| III.3.3.Test de la robustesse .....                                      | 40 |
| III.4. Etude comparative avec un régulateur PID .....                    | 42 |
| III.4.1 Principe de la commande PID.....                                 | 42 |
| III.4.2 Cas d'une commande Proportionnelle ( $K_i = K_d = 0$ ).....      | 43 |
| III.4.3. Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale ( $K_d = 0$ )..... | 43 |
| III.5. Commande PID appliquée au système hydraulique .....               | 44 |
| III.6. Etude comparative.....  | 45 |
| III.7. Conclusion .....  | 47 |

## **Chapitre IV. Commande MPC appliquée au système hydraulique**

|   |    |
|---|----|
| IV.1. Introduction.....   | 48 |
| IV.2. Conception et application du premier contrôleur MPC ..... | 48 |
| IV.2.1. Le modèle du système.....                               | 48 |
| IV.2.2.Elaboration de la loi de commande .....                  | 50 |
| IV.2.3. Résultats expérimentaux .....                           | 50 |
| IV.3. Conception et application du deuxième contrôleur MPC..... | 52 |
| IV.3.1. Le modèle du système .....                              | 52 |

|  |    |
|--|----|
| IV.3.2. Prédiction de la sortie.....                       | 53 |
| IV.3.3. Elaboration de la loi de commande .....            | 53 |
| IV.3.4. Résultats expérimentaux .....                      | 54 |
| IV.3.5. Test de robustesse.....                            | 56 |
| IV.4. Eude comparative entre le contrôleur MPC et PI ..... | 58 |
| IV.5. Conclusion .....                                     | 59 |
| Conclusion Générale .....                                  | 60 |

# Liste des figures

|  |    |
|--|----|
| Figure I.1.Le schéma fonctionnel de la structure de base des algorithmes MPC .....   | 4  |
| Figure I.2.Principe de la commande prédictive .....                                  | 5  |
| Figure I.3.Stratégie de commande prédictive .....                                    | 5  |
| Figure I.4.Trajectoire de référence et horizon de prédiction.....                    | 8  |
| Figure I.5.Réponse indicielle du système.....  | 10 |
| Figure I.6.Prédiction de la sortie et de la commande sur un horizon prédéfini.....   | 10 |
| Figure I.7.Schéma de fonctionnement de la GPC.....                                   | 13 |
| Figure I.8.Modèle CARIMA.....  | 14 |
| Figure II.1.Différents éléments constituant le système de régulation .....           | 21 |
| Figure II.2.Réservoir de stockage .....  | 21 |
| Figure II.3.Réservoir de remplissage.....  | 22 |
| Figure II.4.Capteur de niveau.....   | 23 |
| Figure II.5.l'étalonnage de capteur de niveau.....                                   | 24 |
| Figure II.6.La tension indiquée par le capteur en fonction du niveau du liquide..... | 25 |
| Figure II.7.La carte HUMUSOFT.....   | 25 |
| Figure II.8.Bornier universel TB621.....   | 27 |
| Figure II.9.Principe de l'identification des systèmes.....                           | 27 |
| Figure II.10.Les étapes de l'identification.....                                     | 28 |
| Figure II.11.Méthode d'identification de BROIDA des modèles continus.....            | 30 |
| Figure II.12.Identification par méthode de STREJC.....                               | 30 |
| Figure III.1.Système hydraulique à identifier.....                                   | 33 |
| Figure III.2. Vue sur le système hydraulique à identifier .....                      | 34 |
| Figure III.3.La réponse indicielle expérimentale du système.....                     | 34 |
| Figure III.4.Simulation sous MATLAB de la fonction de transfert du système.....      | 35 |
| Figure III.5.Réponse indicielle expérimentale et celle obtenue par simulation.....   | 36 |
| Figure III.6.Commande DMC appliquée au système hydraulique.....                      | 36 |
| Figure III.7.Sortie et sortie désirée du système hydraulique.....                    | 39 |
| Figure III.8.Variation du signal de commande .....                                   | 39 |
| Figure III.9.Erreur résultante.....  | 40 |
| Figure III.10. Scénario de variation de la position de la vanne d'évacuation.....    | 40 |

|   |    |
|---|----|
| Figure III.11.Sortie et sortie désirée pour le test de robustesse.....                    | 41 |
| Figure III.12.Variation de la commande pour le test de robustesse.....                    | 41 |
| Figure III.13.Evolution de l'erreur pour le test de robustesse.....                       | 41 |
| Figure III.14.Schéma bloc d'un système avec correcteur en boucle fermée.....              | 42 |
| Figure III.15.Sortie et sortie désirée pour le régulateur PID.....                        | 44 |
| Figure III.16.Signal de commande pour le régulateur PID.....                              | 44 |
| Figure III.17.Evolution de l'erreur pour le régulateur PID.....                           | 45 |
| Figure III.18.Comparaison entre PID et DMC : sortie et sortie désirée.....                | 46 |
| Figure III.19.Comparaison entre PID et DMC : signal de commande.....                      | 46 |
| Figure III.20.Comparaison entre PID et DMC avec test de robustesse.....                   | 46 |
| Figure III.21.Signal de commande PID et DMC avec test de robustesse.....                  | 47 |
| Figure IV.1. Commande MPC appliquée au système hydraulique.....                           | 49 |
| Figure IV.2. Sortie et sortie désirée avec le premier contrôleur MPC.....                 | 51 |
| Figure IV.3. Signal de commande avec le premier contrôleur MPC.....                       | 51 |
| Figure IV.4. Evolution de l'erreur avec le premier contrôleur MPC.....                    | 51 |
| Figure IV.5. Sortie et sortie désirée avec le deuxième contrôleur MPC.....                | 55 |
| Figure IV.6. Signal de commande avec le deuxième contrôleur MPC.....                      | 55 |
| Figure IV.7. Evolution de l'erreur avec le deuxième contrôleur MPC.....                   | 55 |
| Figure IV.8. Scénario du test de robustesse avec la commande MPC.....                     | 56 |
| Figure.IV.9.Sortie et sortie désirée pour le test de robustesse avec la commande MPC..... | 56 |
| Figure IV.10. Signal de commande pour le test de robustesse avec la commande MPC.....     | 57 |
| Figure IV.11. Evolution de l'erreur pour le test de robustesse avec la commande MPC.....  | 57 |
| Figure IV.12. Comparaison entre PI et MPC : sortie et sortie désirée.....                 | 58 |
| Figure IV.13. Comparaison entre PI et MPC : signal de commande.....                       | 58 |

## Liste des tableaux

|   |    |
|---|----|
| Tableau II.1. Variation de la sortie du capteur (en v) en fonction du niveau (en cm)..... | 24 |
| Tableau II.2. Ordre de système par la méthode de STRJEC.....                              | 30 |

# Liste des abréviations

|               |   |
|---------------|---|
| <b>DMC</b>    | La commande par matrice dynamique (Dynamic Matrix Control)  |
| <b>PFC</b>    | La commande prédictive fonctionnelle (Predictive Functional Control)                                      |
| <b>MPC</b>    | Le modèle de commande prédictive (Model Predictive Control).  |
| <b>GPC</b>    | La commande prédictive généralisée (Generalised Predictive Control)                                       |
| <b>PID</b>    | Proportionnelle Intégrale Dérivée.  |
| <b>PI</b>     | Proportionnelle Intégral.   |
| <b>CARIMA</b> | Le modèle autorégressif de moyenne mobile intégré (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average). |
| <b>QP</b>     | La programmation quadratique (Quadratic programming).   |
| <b>ARIMAX</b> | Auto regressive Integrated moving average with exogenous inputs   |

# **Introduction Générale.**

## Introduction Générale

---

La commande prédictive est une méthode qui est basée sur l'utilisation d'un modèle pour prédire le comportement du système et choisir la meilleure décision au sens d'un certain coût tout en respectant certaines contraintes. Historiquement, les idées de base de la commande prédictive, en particulier la méthode MPC (Model Predictive Control), ont été introduites par Richelet en 1976 [1][2] suivi un peu plus tard par l'approche de commande DMC (Dynamic Matrix Control) de Cutler et Ramaker en 1979 [3]. Depuis ces années, la commande prédictive a été utilisée avec succès dans différentes domaines industrielles ; elle est née d'un besoin réel dans le monde industriel et connaît très tôt un vif engouement dans le secteur chimique et pétrolier.

Après les grands succès dans le secteur pétrolier, la commande prédictive est devenue l'une des approches de commande les plus utilisées dans l'industrie, aussi bien pour ses qualités techniques et ses performances ainsi que sa facilité de mise en œuvre. Son champ d'application s'étend à toutes les applications industrielles, notamment aux cas où la régulation PID n'est pas efficace [4]. La commande prédictive a pour objectif de commander des systèmes industriels complexes. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le futur comportement du procédé [5].

Le but principal de ce mémoire est d'examiner expérimentalement les performances de la commande prédictive dans la commande d'un système hydraulique en se servant de la carte HUMUSOFT MF634 [6].

Notre travail consiste à appliquer deux approches de la commande prédictive, à savoir : la commande prédictive par matrice dynamique (DMC) et la commande prédictive à base d'un modèle d'état (MPC) sur un système hydraulique. Ce dernier est un système didactique modulaire dédié à l'étude des performances des contrôleurs dans la régulation de niveau.

Ce mémoire est constitué de quatre chapitres

Le premier chapitre consiste à présenter les principes généraux de la commande prédictive, détaillant en particulier les algorithmes PFC, DMC, GPC et MPC, faisant

intervenir le principe de fonctionnement de ces méthodes et ses éléments, les fonctions de coût et les contraintes.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du système hydrauliques et les modules qu'il intègre. Nous allons présenter dans ce chapitre la carte HUMUFOSFT MF 634 utilisée tout au long de ce travail pour implémenter en temps réel les lois de commande prédictive étudiées dans ce mémoire. Nous présentons aussi dans ce chapitre la procédure d'étalonnage du capteur de niveau

Le troisième chapitre présente l'identification expérimentale du système hydraulique et l'application de la commande prédictive par matrice dynamique au système hydraulique avec étude de sa robustesse vis-à-vis le changement du débit de sortie. Une étude comparative sera réalisée dans ce chapitre entre les performances de la commande DMC et celles d'un régulateur PID.

Le quatrième chapitre est consacré à l'application de la commande prédictive par modèle d'état (MPC) sur le système hydraulique. Nous présentons dans ce chapitre la synthèse de deux contrôleurs MPC suivis d'une validation expérimentale via la carte HUMUSOFT MF634. Le travail de ce chapitre est terminé par une étude comparative expérimentale avec un régulateur PID.

Le mémoire est clôturé par une conclusion générale et quelques perspectives

# **Chapitre I.**

## **Généralités sur la commande prédictive**

---

## Chapitre I. Généralités sur la commande prédictive

---

### I.1. Introduction

La prédiction est une notion qui assume un rôle pour toute activité dans laquelle on cherche à anticiper une trajectoire à suivre, telles que les industries de production de type pétrole, métallurgies, automobile, la robotique, l'aérospatiale, et toutes les activités qui nécessitent la recherche d'une trajectoire prédéfinie. La commande prédictive est une technique de prévision qui intervient dans plusieurs systèmes de régulation industrielle. Elle est principalement utilisée pour la commande de processus industriels complexes.

La commande prédictive est un terme général qui désigne un ensemble des approches de commande différentes (DMC, GPC, PFC...). Elle permet de prendre en considération les contraintes sur le système à commander. Cette technique trouve son utilité dans la commande des systèmes à dynamique relativement lente ou, du moins, compatible avec le fait qu'à chaque temps d'échantillonnage le signal de commande découle de la résolution d'un problème d'optimisation [7].

### I.2. Applications industrielles

Cette méthode a suscité un intérêt dans le domaine industriel et connue un réel essor à la fin des années 70 grâce aux travaux de D.W Clarke et al [8].

Les premiers résultats ont été obtenus :

- en 1978 par J.RICHALT *et al* dans le cas des applications industrielles en réalisant un logiciel appelé PFC (Predictive Functional Control) [9].
- en 1979 dynamique matrix control (DMC) : industrie pétrolière,
- en 1987, les premiers résultats obtenus par J. Richalet *et al*, sur des systèmes électromécaniques rapides, tels que des commandes d'axes d'un robot [9],
- les années 2000 : plus de 4000 application répertoriées,
- Commande des systèmes de chauffage des bâtiments,
- Commande de la poursuite de trajectoire des systèmes de navigation aérienne.

### I.3. Principe de fonctionnement de la commande prédictive

L'idée principale de la commande prédictive se résume à « utiliser un modèle pour prédire le comportement du système et choisir la meilleure décision au sens d'un certain coût tout en respectant les contraintes »[5].

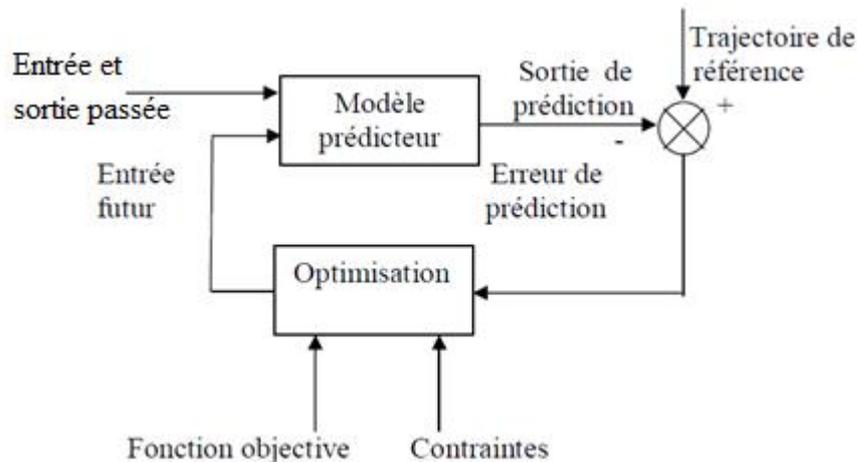


Figure I.1 : Le schéma fonctionnel de la structure de base des algorithmes MPC

Le principe de la commande prédictive est illustré dans la Figure I.2.

A chaque période d'échantillonnage du contrôleur :

- Un calcul des prédictions des variables contrôlées est effectué jusqu'à un horizon de temps  $N$  (horizon de prédiction) avec la recherche des variables manipulées, jusqu'à un horizon  $Nu$  (horizon de commande), qui minimisent un critère de performance.
- A la période d'échantillonnage suivante, seul le premier élément de la loi de commande calculée est appliqué sur le système.
- La procédure est ensuite répétée : c'est le principe de l'horizon fuyant (horizon glissant) [10] qui se résume comme suit :
  - Application du premier élément de la séquence de commande calculée.
  - les séquences sont décalées.
  - une nouvelle sortie est mesurée.
  - Répétition de la procédure à la période d'échantillonnage suivante.

Ainsi à chaque période d'échantillonnage, un problème d'optimisation doit être résolu en temps réel. Dans le cas linéaire ce problème est exprimé sous forme d'un programme quadratique qui admet donc un seul minimum global tandis que dans le cas non linéaire, c'est un programme non linéaire avec contraintes non convexe admettant plusieurs minimums locaux.

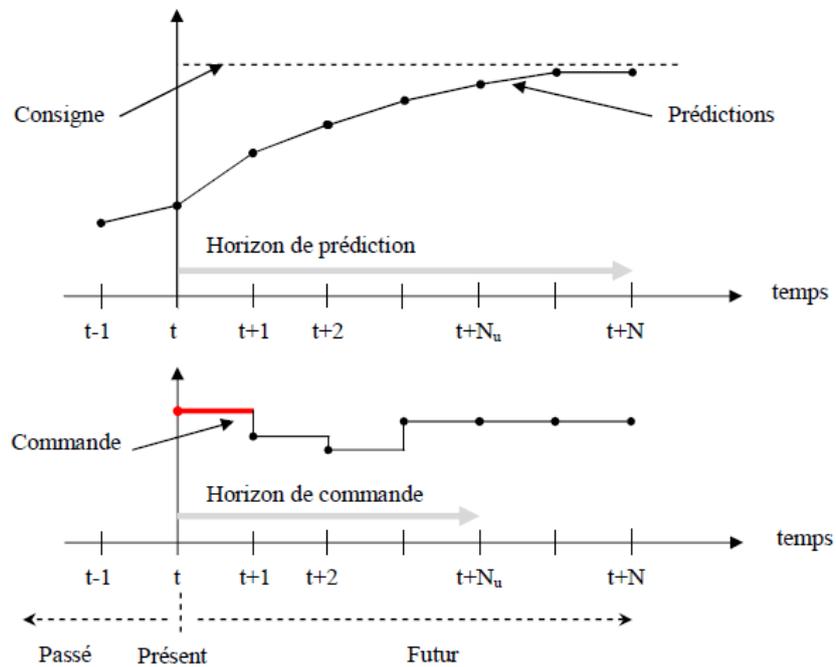


Figure I.2 : Principe de la commande prédictive

### I.4. Eléments d'une commande prédictive

Les algorithmes de la commande prédictive possèdent les mêmes éléments de la Figure I.3 et pour chaque élément des différentes options peuvent être considérées, ce qui donne une multitude d'algorithmes. Ces éléments sont :

- 1- Le modèle du système (pour la prédiction) ;
- 2- Le critère de performances ;
- 3- L'algorithme d'optimisation (pour déterminer la séquence de commande).

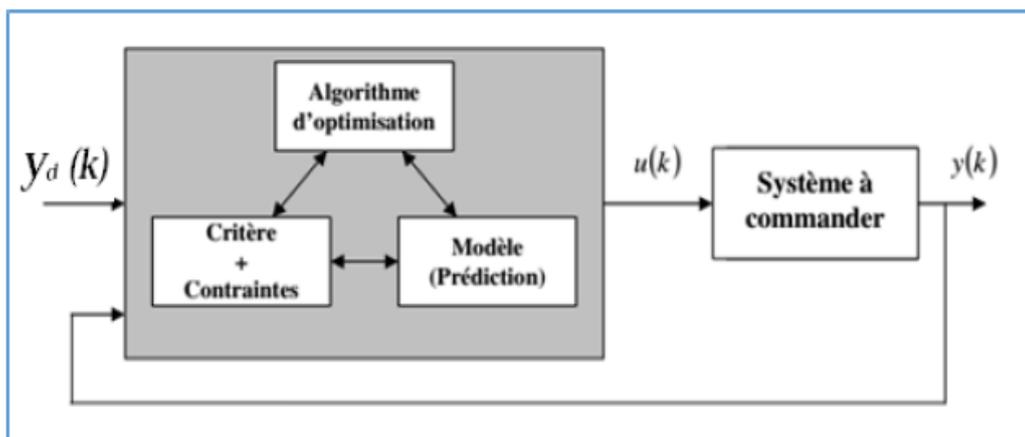


Figure.I.3 : Stratégie de commande prédictive

Pour l'implémentation de la stratégie de commande prédictive, la structure de base de la figure I.3 est mise en œuvre. Un modèle sert à prédire les futures sorties du système, grâce aux valeurs passées et courantes de la commande et aux commandes futures. Le calcul de ces dernières est effectué par une méthode d'optimisation, qui prend en compte la fonction de coût (qui dépend aussi des consignes futures), et éventuellement des contraintes. Donc, le modèle du système à commander joue un rôle principal dans la commande prédictive. Le modèle choisi doit être capable de prendre en compte la dynamique du processus pour prédire précisément les sorties futures [11].

## **I.5. Différentes approches de la commande prédictive et principe de fonctionnement**

Toutes les approches de la commande prédictive utilisent au mieux l'apport de la modélisation du processus à piloter et la puissance des organes de traitement de l'information, parmi ces dernières on citera :

- DMC (Dynamique matrix contrôle)
- PFC (Predictive functional control)
- GPC (Generalised predictive control)
- MPC Commande prédictive basée sur le model d'état
- MAC (model algorithmique contrôle)

### **I.5.1. Commande prédictive fonctionnelle PFC**

Au début des années 70 le principe de fonctionnement et les premières applications de la commande PFC ont été établies. Cette méthode a été améliorée davantage à la fin des années 80 par RICHALET chez ADERASA company pour l'application à des processus rapides. La commande PFC peut utiliser n'importe quel modèle, en raison de ses caractéristiques de robustesse. La commande PFC peut être utilisée pour les problèmes de contrôle de suivi rapide[4].

L'algorithme PFC nécessite une méthode d'optimisation en ligne. L'indice de performance quadratique (QP) peut être adopté. La PFC est caractérisée par les points de coïncidence et la fonction de base de ces points sont utilisés pour simplifier le calcul en ne considérant qu'un sous-ensemble de points dans l'horizon de prédiction. Les résultats futurs désirés et prévus sont requis pour coïncider seulement au sous-ensemble de points dans l'horizon de prédiction. La sélection des fonctions de base dépend des caractéristiques du processus et du point de consigne souhaité. Ceci spécifie le profil d'entrée sur un horizon long en utilisant un petit nombre des paramètres [9].

La commande prédictive fonctionnelle est basée sur les quatre parties suivantes [2] :

- Modèle interne ;
- Trajectoire de référence ;
- Structure et séquence future de la commande ;
- Principe de l'horizon glissant .

### I.5.1.1. Modèle interne

Le modèle choisi doit être capable de représenter le comportement dynamique du système et le modèle interne de prédiction de la sortie doit être formulé sous une forme discrète (modèle d'état ou fonction de transfert).

- Modèle d'état :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = cx(k) \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Ainsi le modèle interne utilisé par la PFC :

$$\begin{cases} x_m(k+1) = Ax_m(k) + Bu(k) \\ y_m(k) = cx_m(k) \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

### I.5.1.2. Trajectoire de référence

Une trajectoire de référence désirée est définie à partir de la valeur de sortie mesurée du procédé. La commande prédictive fonctionnel utilise une trajectoire de référence pour spécifier la manière selon laquelle la sortie du système devrait rejoindre la consigne sur l'horizon de prédiction (de longueur NP) afin de rallier la consigne en douceur et réinitialiser à chaque instant sur la sortir réelle du système et elle est choisie selon la relation :

$$c(k+i) - y_r(k+i) = \beta^i (c(k) - y_p(k)) \quad (\text{I.3})$$

avec  $0 \leq \beta < 1, i = 1, \dots, Np$

$y_p(k), y_r(k), C(k)$ , sont la sortie réelle du système, la trajectoire de référence et la consigne, respectivement. La variable  $\beta$  est définie par  $\beta = \exp\left(-\frac{3Te}{Tr}\right)$  où  $Te$  est la période D'échantillonnage et  $Tr$  représente le temps de réponse de la boucle fermée. On préfère parler de points de coïncidence, plutôt que d'horizons de prédiction. Dans ces points, la sortie prédite du système est supposée coïncidée avec la trajectoire de référence. Il n'existe aucune indication précise pour fixer ces points particuliers. Pour cela, on introduit la notion

d'horizon de coïncidence ( $H_1, H_2$ ), il ne s'agit pas en effet de rechercher une coïncidence à tous les instants futurs, mais seulement sur un certain nombre de point entre  $H_1$  et  $H_2$ .

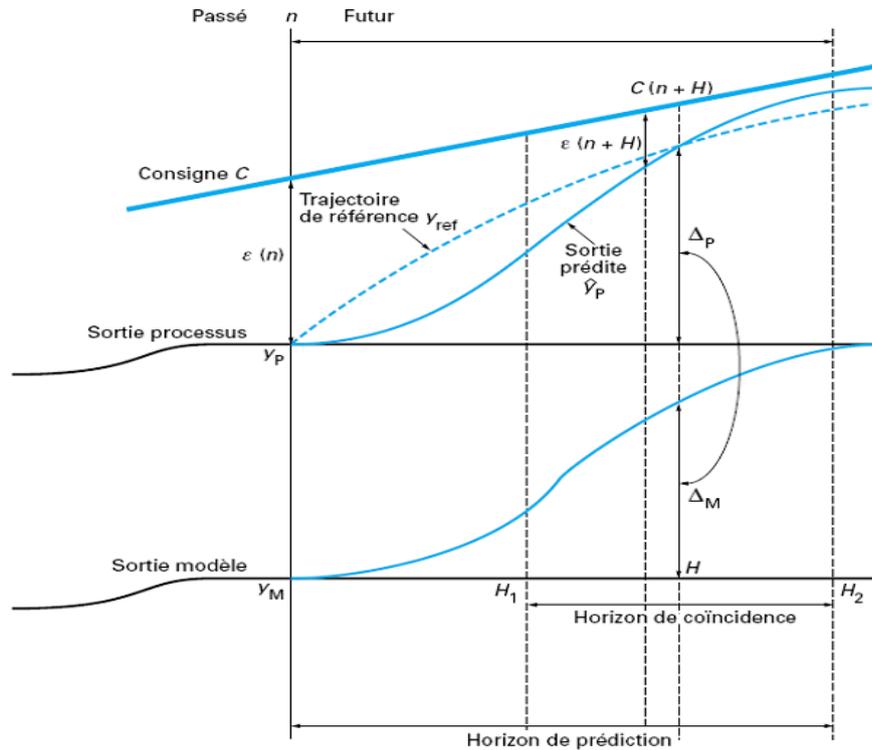


Figure I.4 : Trajectoire de référence et horizon de prédiction

La dynamique de la trajectoire de référence peut-être variable dans le temps (ou suivant l'état du processus). Elle joue un rôle important dans les performances résultantes de la commande.

La méthode de commande consiste alors à transférer l'incrément de sortie désirée du processus,  $\Delta_p$  spécifiée par la trajectoire de référence, vers un modèle mathématique qui va permettre de calculer une commande qui réalise le même incrément de sortie du modèle :  $\Delta_p = \Delta_M$ .

Ce transfert de spécification est un élément clé de la méthode. La trajectoire de référence est prise exponentielle du décrement  $\beta$  et elle relie le point courant de la sortie à la consigne  $C(k)$ . A un point de coïncidence  $H \in [H_1, H_2]$  on a :  $y_r(k+h) = y_p(k+h)$ .

### I.5.1.3. Structure de la commande future

La commande future est déterminée à partir d'une combinaison linéaire d'un ensemble de fonctions de base selon la relation suivante :

$$u(k+i) = \sum_{j=1}^{nb} \gamma_j(k) f_{B_j}(i) \quad (I.4)$$

Avec  $f_{B_j}$  sont les fonctions de base connues et  $\gamma_j(k)$  sont les coefficients inconnus, pour déterminer ses coefficients, en minimisant le critère quadratique lié à l'écart entre la sortie prédite du processus  $y$  et la trajectoire de référence  $y_r$  en un ensemble  $nb$  de points ( $nh \geq nb$ ) de coïncidences :

$$J = \sum_{j=1}^{nh} [y_r(k+h_j) - \hat{y}_m(k+h_j)]^2 \quad (I.5)$$

#### I.5.1.4. Principe de l'horizon fuyant (glissant)

Seul le premier élément de la séquence de commande optimale obtenue est appliqué sur le système à l'instante d'échantillonnage courant :

$$u(k) = \sum_{j=1}^{nb} \gamma_j(k) f_{B_j}(0) \quad (I.6)$$

Tous les autres éléments peuvent être négligés car à la période d'échantillonnage suivante, les séquences sont décalées, une nouvelle sortie est mesurée et la procédure complète est répétée. Ce procédé repose sur le principe de l'horizon fuyant [10].

#### I.5.2. Commande prédictive par matrice dynamique (DMC)

En 1979 Cutler et Ramaker de la société Shell Oil Co' ont développé un algorithme de contrôle multivariables sans contrainte, qu'ils l'ont appelé Dynamic Matrix Control (DMC) [12], il est résultant d'une technique de représentation de la dynamique des processus avec un ensemble de coefficients. La matrice dynamique est utilisée pour projeter les futures sorties. C'est approprié pour le processus linéaire et stable en boucle ouverte. La technique DMC est basée sur une étape d'identification de la réponse du processus. Cette méthode est largement utilisée par les industrielles.

##### I.5.2.1. Modèle du système

Le modèle utilisé pour la prédiction dans la commande par matrice dynamique est le modèle issu d'une identification par la réponse impulsionnelle.

Supposant que nous avons un système linéaire stable en boucle ouverte avec  $u$  l'entrée de commande et  $y$  la sortie du système.

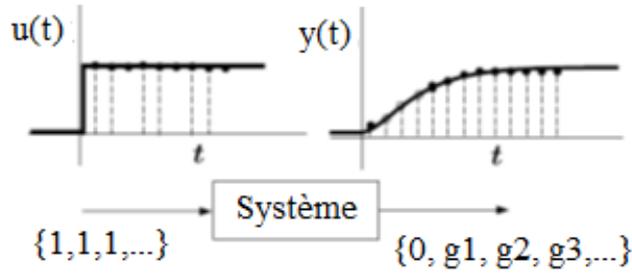


Figure I.5 : Réponse indicielle du système

La réponse indicielle du system est décrite par l'expression suivante :

$$y(k) = \sum_{j=1}^{\infty} g_j \Delta u(k - j) \tag{I.7}$$

Avec  $y(k)$  la sortie du système et  $g_i$  les coefficients de la réponse indicielle et  $\Delta u(k - 1) = u(k) - u(k - 1)$  est l'incrément de la commande.

La commande par matrice dynamique est basée sur la prédiction de la sortie du système jusqu'à l'instant future  $k + N_p$  (avec  $N_p$  l'horizon de prédiction sur la sortie) et sur la prédiction de l'incrément de commande pour un horizon de prédiction  $N_u$ .

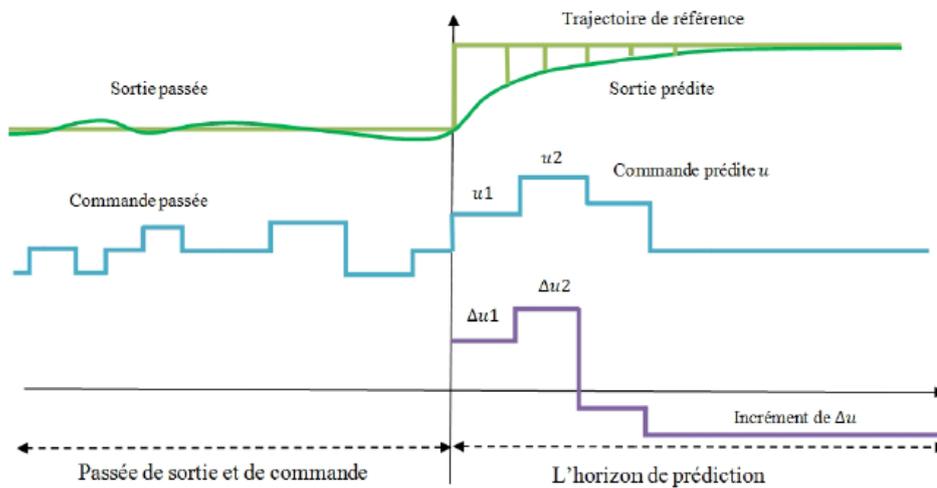


Figure.I.6 : Prédiction de la sortie et de la commande sur un horizon prédéfini

Dans l'algorithme DMC on assume que le processus est stable en boucle ouverte. Alors après  $N$  période d'échantillonnage les coefficients de la réponse indicielles  $g_i$  convergent vers une valeur constante avec  $(NT_e \geq t_r)$ , c'est-à-dire  $g_{N+i} \approx g_N$  après  $i \geq 0$ .

### I.5.2.2. Structure de prédicteur optimal

La prédiction de la sortie à l'instant future  $k + i$  est donnée par :

$$\hat{y}(k+i) = \sum_{j=1}^{\infty} \Delta u(k+i-j) + \hat{d}(k+i) \quad (\text{I.8})$$

Où  $\hat{d}(k+i)$  est un terme de correction qui représente une estimation des perturbations. On peut décomposer la prédiction de sortie suivant les effets des entrées passées et futures

$$\hat{y}(k+i) = \sum_{j=1}^{\infty} g_j \Delta u(k+i-j) + \sum_{j=i+1}^{\infty} g_j \Delta u(k+i-j) + \hat{d}(k+i) \quad (\text{I.9})$$

Avec :  $\sum_{j=1}^{\infty} g_j \Delta u(k+i-j)$  l'effet des entrées futures,  $\sum_{j=i+1}^{\infty} g_j \Delta u(k+i-j)$  l'effet des entrées passées et  $\hat{d}(k+i)$  l'effet des perturbations prédites.

On suppose que  $\hat{d}(k+i)$  est constant sur l'horizon de prédiction, alors la sortie prédite devient :

$$\hat{y}(k+i) = \sum_{j=0}^{i-1} g_{i-j} \Delta u(k+j) + \sum_{j=1}^{N-1} (g_{j+i} - g_j) \Delta u(k-j) + y(k) \quad (\text{I.10})$$

La sortie prédite à l'instant  $(k+i)$  est composée de deux termes :

- Terme connu :  $\sum_{j=1}^{N-1} (g_{j+i} - g_j) \Delta u(k-j) + y(k)$  c'est la réponse libre ;
- Terme inconnu :  $\sum_{j=0}^{i-1} g_{i-j} \Delta u(k+j)$  c'est la réponse forcée (la partie qui ne dépend que des valeurs présentes et future de l'incrément).

Rappelons qu'on veut prédire la sortie du système sur un horizon de prédiction  $N_p$  donc le

vecteur des sorties futures est calculé comme suit :  $\hat{y}_f = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \dots \\ \hat{y}(k+N_p) \end{bmatrix}$ . Le vecteur des

futurs incréments de commande :  $\Delta u_f = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \dots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix}$

D'où la forme matricielle pour l'équation de prédiction s'écrit

$$\hat{y}_f = G_f \Delta u_f + G_p \Delta u_p + \Lambda_s y(k) \quad (\text{I.11})$$

Avec  $y_l = G_p \Delta u_p + \Lambda_s y(k)$  c'est la réponse libre et  $G_f$  la matrice dynamique.

$$\mathbf{G}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{g}_i & \mathbf{g}_{i-1} & \mathbf{g}_{i-2} & \cdots & \mathbf{g}_{i-N_u+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{g}_{N_p} & \mathbf{g}_{N_p-1} & \mathbf{g}_{N_p-2} & \cdots & \mathbf{g}_{N_p} \end{bmatrix} \quad (\text{I.12})$$

### I.5.2.3. Calcul de la commande DMC

La structuration de la loi de commande DMC s'effectue à partir de la minimisation d'un critère quadratique à horizon fini :

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} (y_r(\mathbf{k}+i) - \hat{y}(\mathbf{k}+i))^2 + \lambda \sum_{i=0}^{N_u-1} \Delta u(\mathbf{k}+i)^2 \quad (\text{I.13})$$

Avec  $\lambda \geq 0$ : pondération des variations de la commande. L'expression du vecteur de commande résultante de la minimisation est obtenue par la dérivation de (I.13)

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u_f} = 0 \rightarrow (\lambda \mathbf{I} + \mathbf{G}_f^T \mathbf{G}_f) \Delta u_f - 2 \mathbf{G}_f^T \mathbf{G}_f (y_r - y_l) = 0 \quad (\text{I.14})$$

La solution optimale est :

$$\Delta u_f = (\lambda \mathbf{I} + \mathbf{G}_f^T \mathbf{G}_f)^{-1} \mathbf{G}_f^T (y_r - y_l) \quad (\text{I.15})$$

Où  $\Delta u_f$  représente le premier élément de vecteur qui sera appliqué sur l'entrée du système.

$\Delta u_f = \mathbf{G}_c (y_r - y_l)$  Avec  $\mathbf{G}_c = (\lambda \mathbf{I} + \mathbf{G}_f^T \mathbf{G}_f)^{-1} \mathbf{G}_f^T$  c'est la matrice de gain et  $\mathbf{g}_c^T$  représente la première ligne de la matrice dynamique de commande. Donc la séquence de commande future prédite est

$$u(\mathbf{k}) = u(\mathbf{k}-1) + \mathbf{g}_c^T (y_r - y_l) \quad (\text{I.16})$$

### I.5.3. Commande prédictive généralisé (GPC)

A la fin des années 80 la commande prédictive généralisée a été considérée comme la plus populaire des méthodes de prédiction, particulièrement pour des processus industriels [13]. La structure GPC basée sur la minimisation d'un critère quadratique au sens d'un horizon fuyant nécessite :

- un modèle de prédiction ;
- Un horizon de prédiction supérieure au retard ;
- La résolution récursive de l'équation diophantienne ;

- L'introduction de la pondération sur les incréments de commande.

### I.5.3.1. Principe de fonctionnement

Le concept de la commande prédictive GPC est basé sur la résolution d'un problème de commande optimale : "comment aller de l'état actuel à un objectif de manière optimale en satisfaisant des contraintes". [14]

L'idée de base est représentée par la figure I.7

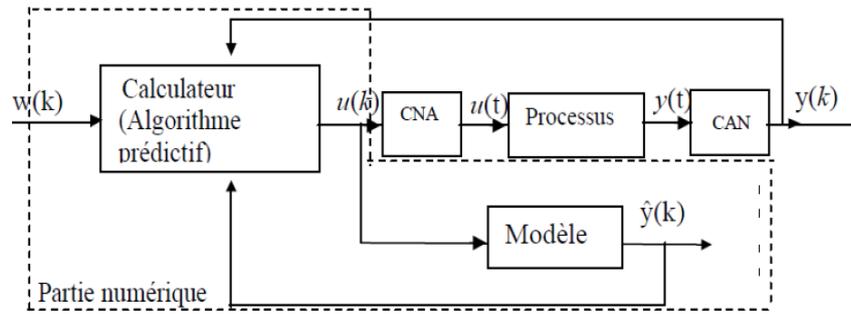


Figure I.7 : Schéma de fonctionnement de la GPC

### I.5.3.2. Le modèle de prédiction

Le modèle de processus doit être capable de représenter le comportement dynamique du système. On peut représenter la dynamique d'un système par le modèle CARIMA ou ARIMAX [8].

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{c(z^{-1})}{\Delta(z^{-1})}v(k) \quad (\text{I.17})$$

Avec  $y(k)$  : sortie de système ;  $u(k)$  : entrée de système ;  $v(k)$  : signal de perturbation.

Les polynômes  $A$  et  $B$  sont définis par :

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} & C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} & \Delta(z^{-1}) &= 1 - z^{-1} \end{aligned} \quad (\text{I.18})$$

Cette structure apporte un terme intégrateur au sein de la loi de commande qui permet l'annulation de toutes les erreurs statiques vis-à-vis de consigne ou de perturbation constante.

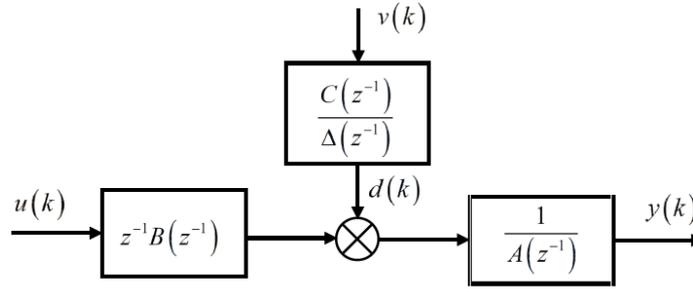


Figure I.8 : Modèle CARIMA

### I.5.3.3. Structure de prédicteur optimal

Pour obtenir la prédiction  $y(k+i)$  à partir de (I.17), on calcule des prédicteurs de la sortie du processus à contrôler, avec un pas ou indice de prédiction  $i$ . L'algorithme de la méthode GPC, anticipe le comportement futur du processus (par le biais du calcul de prédicteur) et il générera un signal de commande adéquat en vue de stabiliser le système.

La valeur de la sortie à l'instant  $k+i$  est donnée par :

$$y(k+i) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k+i-1) + \frac{c(z^{-1})}{A(z^{-1})\Delta(z^{-1})} v(k+i) \quad (\text{I.19})$$

Le terme  $\frac{c(z^{-1})}{A(z^{-1})\Delta(z^{-1})} v(k+i)$  peut-être décomposé en une partie dépendante des valeurs futures de  $v$  et en une deuxième partie dépendante des valeurs passées de  $v$ , donc pour pouvoir obtenir l'expression du prédicteur, on pose que :

$$C(z^{-1}) = E_i(z^{-1}) = A(z^{-1})\Delta(z^{-1}) + z^{-i} f_i(z^{-1}) \quad (\text{I.20})$$

Cette équation est appelée l'équation diophantienne.

On suppose que  $E_i(z^{-1})v(k+i) = 0$ , alors la prédiction de la sortie à l'instante  $k+i$ , avec  $i = 1 \dots N_p$  est donnée par :

$$\hat{y}(k+i) = \frac{f_i(z^{-1})}{c(z^{-1})} y(k) + \frac{B(z^{-1})E_i}{c(z^{-1})} \Delta u(k+i-1) \quad (\text{I.21})$$

en introduisant la deuxième équation diophantienne :

$c(z^{-1})G_i(z^{-1}) + z^{-i}H_i(z^{-1}) = B(z^{-1})E_i(z^{-1})$ , on obtient :

$$\hat{y}(k+i) = \frac{f_i(z^{-1})}{c(z^{-1})\Delta(z^{-1})} y(k) + \frac{H_i(z^{-1})}{c(z^{-1})} \Delta u(k-1) + G_i(z^{-1})\Delta u(k+i-1) \quad (\text{I.22})$$

### I.5.3.4. La forme matricielle de l'équation

$$\hat{y}_f = G_f \Delta u_f + y_i \quad (\text{I.23})$$

Avec :  $\hat{y}_f = [\hat{y}(k+1) \cdots \hat{y}(k+N_p)]^T$  (Sortie future)

$\hat{u}_f = [\Delta u(k) \cdots \Delta u(k+N_u-1)]^T$  (Incrément des commandes futures)

$y_l = \frac{1}{c(z^{-1})} \bar{F}y(k) + \frac{1}{c(z^{-1})} \bar{H}\Delta u(k-1)$  et

$$G_f = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & g_{N_u-3} & \cdots & g_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N_p-1} & g_{N_p-2} & g_{N_p-3} & \cdots & g_{N_p-N_u} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p \times N_u} \quad (\text{I.24})$$

### I.5.3.5. Calcul de la loi de commande

La loi de commande est calculée de façon à minimiser le critère quadratique suivant :

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} (y_r(k+i) - \hat{y}(k+i))^2 + \lambda \sum_{k=1}^{N_u-1} \Delta u(k-1)^2 \quad (\text{I.25})$$

Avec le terme  $(y_r(k+i) - \hat{y}(k+i))^2$  représente la somme pondérée des erreurs futures entre les sorties futures et les signaux de consignes et le terme  $\lambda \Delta u(k-1)^2$  représente le coût de l'effort de commande.

Le critère (I.25) peut être écrit sous forme matricielle comme suit :

$$J = (y_r - \hat{y})^T (y_r - \hat{y}) + \lambda \Delta \tilde{u}^T \Delta \tilde{u} \quad (\text{I.26})$$

En remplaçant  $\hat{y} = G \cdot \hat{u} + y_l$  dans (I.26) on obtient

$$J = \Delta \tilde{u}^T (\lambda I + G_f^T G_f) \Delta \tilde{u} - 2G_f^T (y_r - y_l)^T (y_r - y_l) \quad (\text{I.27})$$

La minimisation de ce critère est donnée par

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u_f} = 0 \rightarrow (\lambda I + G_f^T G_f) \Delta \tilde{u} - 2G_f^T (y_r - y_l) = 0$$

Donc la loi de commande associée est :

$$u(k) = u(k-1) + g_c^t (y_r - y_l) \quad (\text{I.28})$$

Avec  $G_c = (2\lambda I + G_f^T G_f) G_f^T$  et  $g_c^t$  : La première ligne de la matrice  $G_c$ .

### I.5.4. La commande prédictive à base d'un modèle

La MPC est une commande, compatible avec le fait qu'à chaque temps d'échantillonnage le signal de commande découle de la résolution d'un problème d'optimisation [15].

### I.5.4.1. Principe de fonctionnement de la commande MPC

Le principe de fonctionnement de la MPC consiste à prédire à chaque instant  $k$ , en disposant d'un modèle du système, la sortie pour un certain horizon  $Np$ ,

Les sorties prédites sont dénotées  $y\left(k + \frac{i}{k}\right)$  où  $k = 1, 2, \dots, Np$ ,

- La prédiction de la sortie, est faite en calculant le vecteur des futurs signaux de commande  $\{u(k + i/k), i = 0, 1, \dots, N - 1\}$  à travers l'optimisation d'une fonction objective.
- Le premier élément  $\{u(k)\}$  du vecteur du signal de commande optimale  $\{u(k + i/k), i = 0, 1, \dots, N - 1\}$  est appliqué au système (principe de l'horizon glissant).

### I.5.4.2. Modèle du système

Le modèle de base pour calculer les prédictions est un modèle d'état. Il doit être discret car la commande prédictive est une commande numérique est donnée par :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (\text{I.29})$$

où  $x(k) \in R^n$  variable d'état ;

$u(k) \in R$ , Vecteur d'entrée ;

$y(k) \in R$ , Vecteur de sortie.

Pour annuler les erreurs statique on ajouter une action intégrale

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \quad (\text{I.30})$$

Le modèle pour prédire le comportement future de système est le suivant

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \hat{A}\hat{x}(k) + \hat{B}\Delta u(k) \\ y(k) = \hat{C}\hat{x}(k) \end{cases} \quad (\text{I.31})$$

avec  $\hat{x}(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{pmatrix}$ ,  $\hat{A} = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\hat{B} = \begin{pmatrix} B \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\hat{C} = (C \ 0)$ . Le modèle de prédiction se

compose de deux parties, la première décrit la relation entrée-sorties et la deuxième décrit les perturbations et les erreurs de modélisation.

On calcule les  $n$  prédictions en développant les équations d'état :

$$\begin{aligned}
 \hat{x}(k+1) &= \hat{A}\hat{x}(k) + \hat{B}\Delta u(k) \\
 \hat{x}(k+2) &= \hat{A}\hat{x}(k+1) + \hat{B}\Delta u(k+1) = \hat{A}\hat{x}^2(k) + \hat{B}(k) + \Delta u(k+1) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \hat{x}(k+i) &= \hat{A}^i\hat{x}(k) + \sum_{j=0}^{i-1} \hat{A}^{i-j}\hat{B}\Delta u(k+j)
 \end{aligned} \tag{I.32}$$

A partir de la forme matricielle de  $\hat{A}$  on peut montrer que

$$\hat{A}^i = \begin{pmatrix} A^i & \sum_{j=0}^{i-1} A^j B \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{I.33}$$

Il vient

$$\hat{C}\hat{A}^i\hat{x}(k) = \left( CA^i \quad \sum_{j=0}^{i-1} \hat{C}^j B \right) \hat{x}(k) \tag{I.34}$$

$$\hat{C}\hat{A}^{i-j-1}\hat{B} = (C \quad 0) \begin{pmatrix} A^i & \sum_{j=0}^{i-1} A^j B \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ 1 \end{pmatrix} = \sum_{j=0}^{i-j-1} CA^j B$$

Alors la prédiction de la sortie à l'instante  $k+i$  est donnée par :

$$y(k+i) = CA^i x(k) + \sum_{j=0}^{i-1} CA^j Bu(k-j) + \sum_{l=0}^{j-1} CA^l B\Delta u(k+l) \tag{I.35}$$

D'où la forme matricielle de prédiction est

$$\hat{y}_f = \psi_p x(k) + \phi_p u(k-1) + G_f \Delta u_f \tag{I.36}$$

où

$$\hat{y}_f = \begin{pmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_p) \end{pmatrix}, \Delta u_f = \begin{pmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{pmatrix}, \phi_p = \begin{pmatrix} \Sigma_0 \\ \Sigma_1 \\ \vdots \\ \Sigma_{N_p-1} \end{pmatrix}$$

$$G_f = \begin{bmatrix} \Sigma_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Sigma_1 & \Sigma_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma_{N_u-1} & \Sigma_{N_u-2} & \Sigma_{N_u-3} & \cdots & \Sigma_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma_{N_p-1} & \Sigma_{N_p-1} & \Sigma_{N_p-1} & \cdots & \Sigma_{N_p-N_u} \end{bmatrix}, \psi_p = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}, \Sigma_i = C \sum_{j=0}^i A^j B \tag{I.37}$$

### I.5.4.3. Calcul de la commande

La fonction de cout  $J$  donnée dans I.39 implique que l'erreur entre la sortie et la référence est pénalisée à chaque instant situé dans l'horizon de prédiction

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} (y_r(k+i) - \hat{y}(k+i))^2 + \lambda \sum_{i=0}^{N_u-1} \Delta u(k-1)^2 \quad (\text{I.38})$$

La minimisation du critère précédent par rapport au  $\Delta u_f$  donne

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u_f} = 0 \Rightarrow (\lambda I + G_f^T G_f) \Delta u_f - 2G_f^T (y_r - y_l) = 0$$

Avec  $y_l = \psi_p x(k) + \phi_p u(k-1)$

Donc la loi de commande associée est :

$$\Delta u(k) = g_c^t (y_r - \psi_p x(k) - \phi_p u(k-1)) \quad (\text{I.39})$$

avec  $g_c^t$  : la première ligne de la matrice  $G_c = (2\lambda I + G_f^T G_f) G_f^t$ . Dans l'implémentation, on applique seulement la première composante de  $\Delta u$  au système :  $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$ .

## I.6. Les avantages et les inconvénients de la commande prédictive

Lorsqu'on est confronté au control des systèmes où les régulateurs classiques sont insuffisants, la commande prédictive devient un bon recours à fin d'y remédier à ce problème, car ces systèmes peuvent avoir des retards importants, des réponses inverses et de nombreuses perturbations.

Parmi les avantages de la commande prédictive on citera :

- solution optimale explicite calculée hors ligne, ce qui donne une mise en œuvre en matériel simple comme une puce (peut être reproduite à bon marché pour la production de masse) ;
- Offre la possibilité de prendre en considération les contraintes sur les variables contrôlées ;
- une compréhension intuitive précise et profonde des comportements de contrôle, ce qui permet l'analyse des performances ;
- La douceur de la commande, par une variation non excessive sur les variables manipulées ;
- En cas de perturbation mesurable le système s'adapte automatiquement ;

- Technique bien adaptée aux problèmes de suivi de trajectoire sans ou sous contraintes pour lesquels la trajectoire à suivre est parfaitement connue à l'avance et planifiée ;
- La forme explicite de la solution permet son utilisation sur des systèmes rapides, puisque l'évaluation de la fonction est généralement une opération très rapide.
- Permet en générale un réel gain financier.

Parmi les inconvénients on cite :

- L'inconvénient principal de la commande MPC est le temps d'exécution. Pour cela, cette méthode trouve son application beaucoup plus dans le domaine des procédés chimiques qui sont en général des systèmes lents à grande période d'échantillonnage où l'application des méthodes numériques ne pose pas de problème ;
- En général, il n'y a pas de règles définies permettant de choisir les paramètres, sauf quelque compromis entre les différentes caractéristiques déduit par expérience dans le domaine ;
- Cette technique nécessite une modélisation précise (difficulté scientifique).

## **I.7. Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté un résumé sur l'évolution de la commande prédictive ainsi que le principe de fonctionnement de cette stratégie de commande. Nous avons donné en premier lieu les concepts de base et le principe de la commande prédictive et les différents éléments de cette dernière. Nous avons présenté par la suite quelques approches de la commande prédictive (PFC, DMC, GPC. et la prédictive par modèle MPC). On a décrit les principaux éléments qui apparaissent dans chacune de ces méthodologies.

Les techniques de la commande prédictive qui ont été présentées dans ce chapitre ont connu un essor très important ces dernières années. Ceci est dû au fait que la formulation de la commande prédictive permet d'inclure des contraintes sur les variables manipulées et les variables d'état du système pendant la conception du contrôleur.

Dans le prochain chapitre, nous allons présenter le système hydraulique considéré dans ce travail de mémoire de fin d'études. Deux stratégies de commande prédictive présentées dans ce chapitre seront étudiées expérimentalement sur ce système hydraulique.

## **Chapitre 2.**

**Présentation du système hydraulique et de  
la carte HUMUSOFT MF634**

## **Chapitre 2. Présentation du système hydraulique et de la carte HUMUSOFT MF634**

---

### **II.1. Introduction**

Nous présentons dans ce chapitre une description générale du système hydraulique considéré dans ce travail du projet de fin d'études. Ce système didactique modulaire permet la régulation du niveau dans un réservoir. Chaque élément du système remplit la tâche nécessaire à son fonctionnement ainsi que l'établissement des performances désirées. Nous présentons aussi dans ce chapitre la carte HUMUSOFT **MF634**, utilisé tout au long de ce travail pour implémenter en temps réel les lois de commande prédictive étudiées dans ce mémoire.

L'identification ou la modélisation expérimentale est une solution importante pour modéliser les systèmes physiques, car elle permet de combiner des informations a priori liées aux connaissances de l'utilisateur à des résultats expérimentaux directement obtenus sur le système à identifier. Le modèle qui en découle est souvent qualifié de boîte grise. Ces études se font pour les systèmes mono variables ou multi variables, en boucle ouverte ou en boucle fermée [16]. Nous exposons dans ce chapitre quelques concepts fondamentaux de l'identification d'un système physique. Nous réalisons aussi dans cette partie du mémoire l'étalonnage du capteur de niveau qu'il dispose le système. La courbe d'étalonnage obtenue nous donnera une idée sur la relation entre l'évolution du niveau dans le réservoir et son image donnée par le capteur via une tension électrique.

### **II.2. Description du système hydraulique**

La maquette de régulation de niveau considérée dans ce projet est constituée : d'un réservoir de remplissage d'eau, d'un réservoir de stockage, de deux vannes manuelles de sections variables, d'un capteur de niveau et d'une pompe. Chaque élément joue un rôle important dans le fonctionnement de ce système.

La figure suivante illustre les différents éléments constituant le système de régulation :

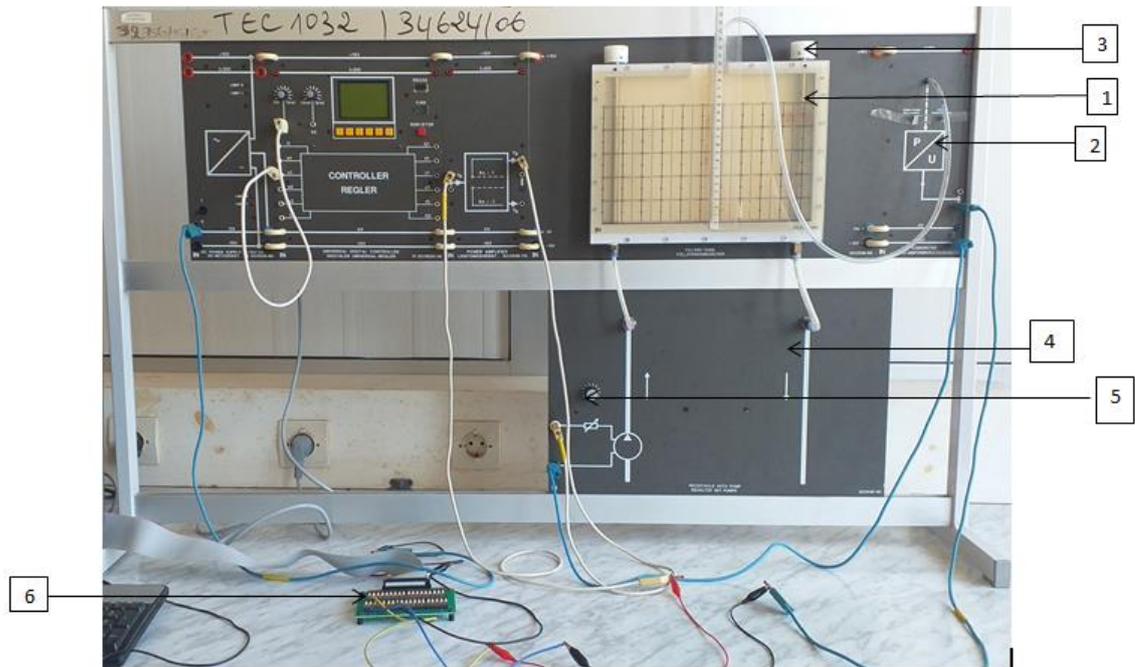


Figure II.1 : Différents éléments constituant le système de régulation

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| 1- Réservoir de remplissage   | 2- capteur de niveau                     |
| 3- vanne manuelle             | 4- système de pompage                    |
| 5- Amplificateur de puissance | 6- carte d'interfaçage de HUMOSOFT MF634 |

### II.2.1. Le réservoir de remplissage et de stockage

Le réservoir haut est en plexiglas transparent permettant ainsi l'observation de l'évolution du niveau d'eau. Il est de forme parallélépipédique, de 15 cm de hauteur, une règle graduée permet de lire directement le niveau d'eau. Ce réservoir contient une entrée de remplissage d'eau et une sortie d'évacuation. Les figures suivantes représentent le réservoir de stockage et de remplissage



Figure II.2 : Réservoir de stockage

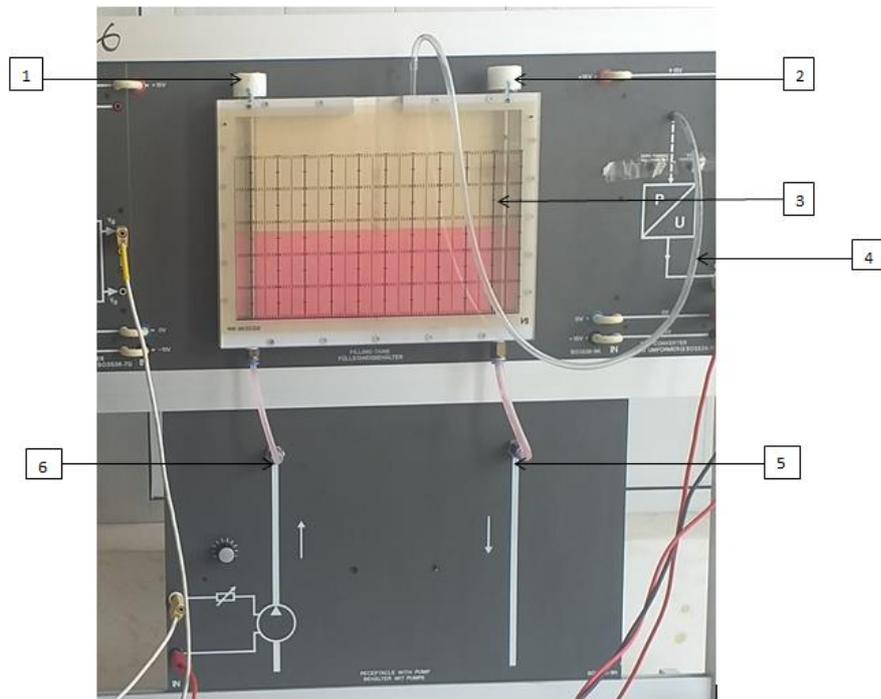


Figure II.3 : Réservoir de remplissage

- |  |   |
|--|---|
| 1- vanne de sélection du type de remplissage | 2- vanne de régulation de débit de sortie |
| 3- cuve de remplissage                       | 4- tuyau vide relié au capteur            |
| 5- voie de sortie d'eau                      | 6- voie d'arrivée d'eau                   |

### II.2.2. La pompe

Le rôle de la pompe est de transférer le liquide depuis le réservoir de stockage jusqu'au réservoir de remplissage.

Le fonctionnement de la pompe est basé sur un mouvement rotatif. Des turbines alimentées électriquement vont ainsi tourner à grande vitesse et créent un effet centrifuge. Cette force va donner de l'énergie à l'eau qui va alors se déplacer dans le tuyau, ainsi la pompe va transformer l'énergie mécanique qu'elle reçoit en énergie hydraulique. Cette énergie peut être vue comme la somme d'une énergie cinétique déterminée par le mouvement liquide dans le tube et d'une énergie potentielle stockée soit sous la forme d'un accroissement de pression soit sous celle d'une augmentation de hauteur (théorème de Bernoulli).

### II.2.3. Les vannes

La première vanne est unidirectionnelle. Elle permet de remplir le réservoir à l'aide de la pompe lorsque celle-ci est alimentée. La deuxième vanne placée sur le retour d'évacuation permet de varier le débit de sortie du réservoir et d'introduire des perturbations.

### II.2.4. Le capteur de niveau

Un capteur de niveau est un dispositif électronique qui permet de mesurer la hauteur du matériau, utilisé dans de nombreux et divers domaines, afin de connaître l'état de remplissage de récipients.

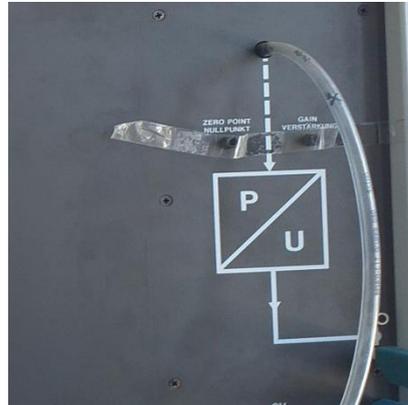


Figure II.4 : Capteur de niveau

La mesure de niveau est une mesure continue, c'est-à-dire que le capteur et son transmetteur délivrent un signal proportionnel au niveau de liquide dans le réservoir.

#### II.2.4.1. Caractéristique du capteur de niveau

Le capteur de niveau est constitué d'un capteur de pression, la partie sensible de ce capteur est ce qu'on appelle une membrane, c'est à dire un élément qui a la capacité de se déformer. Un tuyau placé verticalement dans le réservoir relié au capteur dont son volume est occupé par l'air. Lors du remplissage, l'eau pousse l'air à exercer une force sur la membrane et la déforme. Cette déformation est mesurée par ce capteur et transformée en signal électrique pour donner une mesure de la hauteur.

#### II.2.4.2. Étalonnage de capteur

L'étalonnage est une opération qui concerne les appareils de mesure ou de restitution de données [17]. Deux appareils différents de conception différente, mais aussi deux appareils de la même gamme (même marque, même modèle) ne réagissent pas exactement de la même manière. Il faut donc une procédure permettant d'obtenir le même résultat à partir de la même situation initiale.

L'étalonnage consiste à établir la relation qui existe entre la grandeur à mesurer et la grandeur électrique de sortie. Cette relation peut être :

- graphique : c'est la courbe d'étalonnage

- algébrique : c'est l'équation caractéristique du capteur.

Dans notre cas nous avons établi graphiquement la relation entre la tension et le niveau d'eau. La figure suivante montre l'opération d'étalonnage du capteur de niveau :

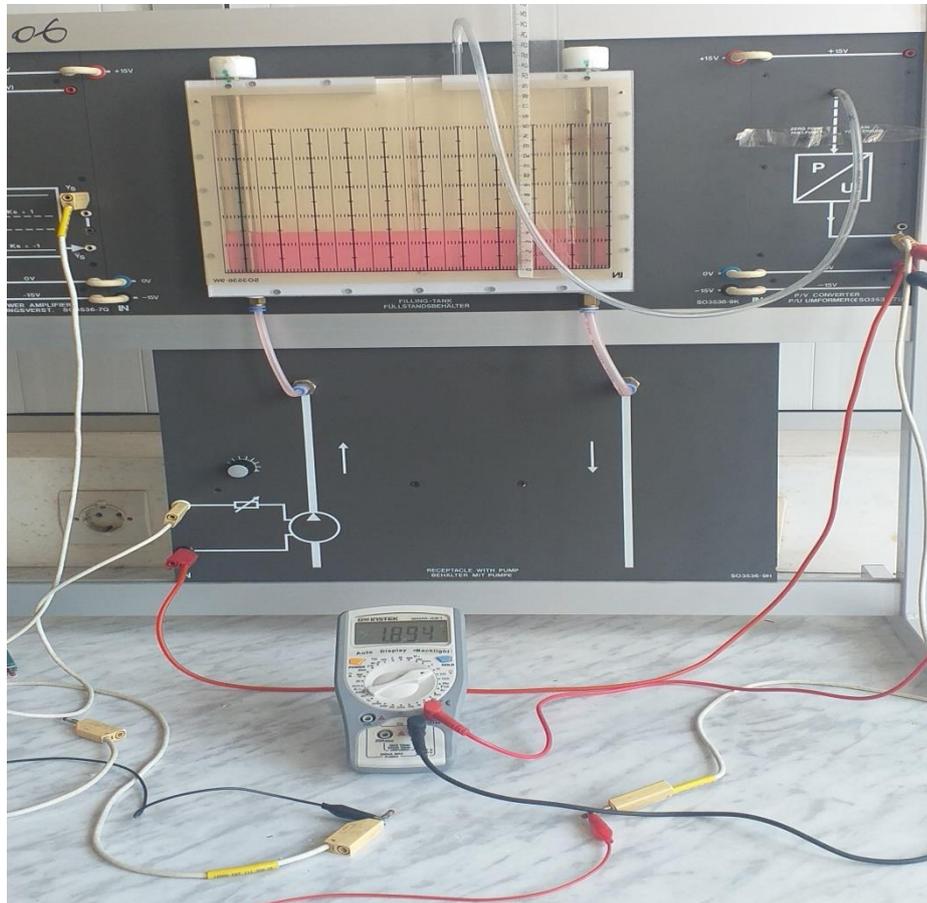


Figure II.5 : l'étalonnage de capteur de niveau

#### a) La courbe d'étalonnage

Pour établir la courbe d'étalonnage de ce capteur, nous avons relevé, avec un multimètre, la tension correspondante au niveau de l'eau dans le réservoir, avec un pas de mesure de 1 cm, et ceci, dans le sens montant (remplissage) et dans le sens descendant (évacuation) de l'eau dans le réservoir.

|   |     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|   | 0   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   |
| + | 0.1 | 0.5  | 0.92 | 1.32 | 1.74 | 2.17 | 2.58 | 3.02 | 3.45 | 3.94 | 4.33 | 4.79 | 5.19 | 5.69 | 6.12 | 6.54 |
| - | 0   | 0.48 | 0.88 | 1.31 | 1.75 | 2.2  | 2.69 | 3.1  | 3.56 | 4    | 4.45 | 4.90 | 5.38 | 5.76 | 6.19 | 6.64 |

Tableau II.1. Variation de la sortie du capteur (en v) en fonction du niveau (en cm).

La figure II.6 illustre la courbe d'étalonnage obtenue.

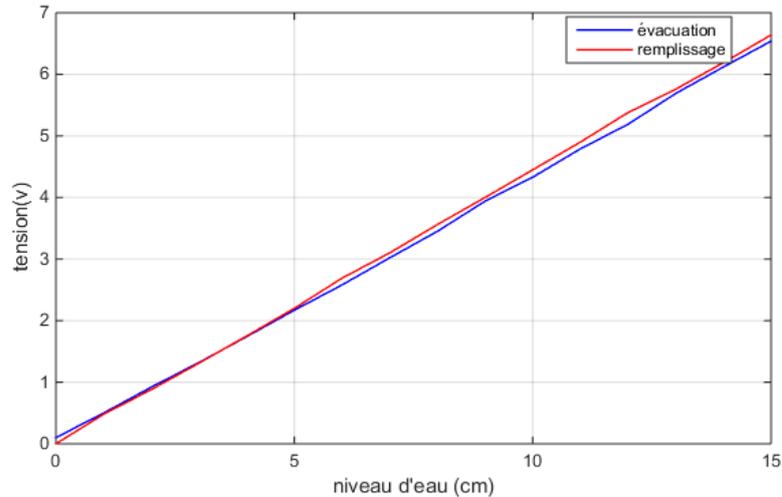


Figure II.6 : La tension indiquée par le capteur en fonction du niveau du liquide

On remarque bien que la courbe d'étalonnage est linéaire et l'hystérésis est faible pour cette caractéristique.

### II.2.5. La carte HUMUSOFT

La carte HUMUSOFT MF634 multifonction entrée/sortie est utilisée dans ce travail pour implémenter les lois de commande prédictive étudiées [6]. Elle permet l'acquisition des données et la communication en temps réel. Avec cette carte, l'utilisateur a la possibilité de tester ses propres conceptions de contrôleurs sous MATLAB/ Simulink.

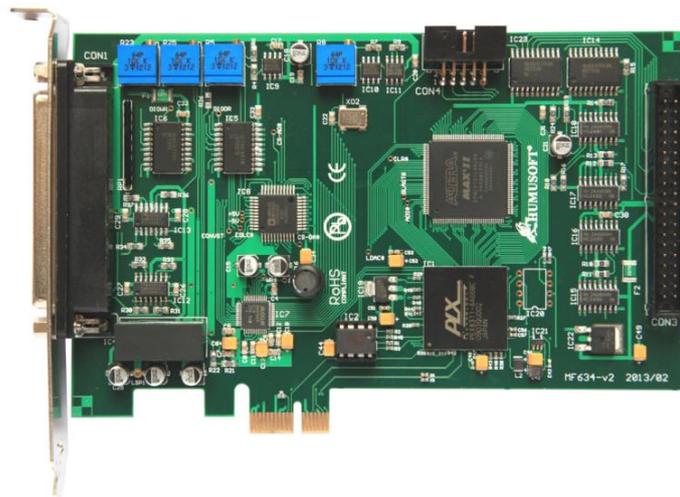


Figure II.7 : La carte HUMUSOFT

#### II.2.5.1. Caractéristiques techniques de la carte

- Huit entrées analogiques 14 bits asymétriques ;
- Huit sorties analogiques 14 bits ;

- Temps de transfert court ;
- 8 entrées numériques, 8 sorties numériques ;
- 4 entrées codeur incrémental (différentielles) ;
- 4 compteurs / minuteriers ;
- Faible consommation ;
- Pilote pour [Simulink Desktop en temps réel](#) ;
- Pilote pour [Simulink Real-Time](#) ;
- Pilote pour la programmation Microsoft Windows, 32 et 64 bits C ;
- Pilote pour Mac OS X.

### II.2.5.2. Applications

Parmi les applications de la carte HUMOSOFT :

- Mesure des tensions DC ;
- Connexion de convertisseurs et de capteurs ;
- Mesure des vibrations et des transitoires ;
- Contrôle et surveillance des processus ;
- Détection et analyse du parcours ;
- Collecte de données multicanal ;
- Simulation en temps réel ;
- Mesure de position ;
- Systèmes servo ;
- Modulation de largeur d'impulsion ;
- Mesure de fréquence ;
- Génération d'impulsions / fréquences ;
- Comptage d'impulsions ;
- Sortie de tension programmable.

### II.2.5.3. Informations générales sur la carte

- Drain de courant : 400 mA à +3 V
- 700 mA à +12 Température de fonctionnement : 0 à 50 ° C (32 à 140 ° F)

Connecteur : 2 x DB-37 F

- Autobus : PCI Express x1

### II.2.5.4. Dimensions

- Longueur de la carte : 16 cm

La carte nécessite un emplacement PCI Express x1 + un emplacement pour un connecteur supplémentaire.

- **Bornier universel TB621**



Figure II.8 : Bornier universel TB621

Le TB621 est un élément passif qui permet une connexion facile de signaux externes à l'aide d'un bornier. Un câble de connexion à la carte de mesure est fourni avec le TB621. Deux borniers TB621 sont recommandés pour les cartes MF634 et MF624 et un bornier TB621 pour l'AD622.

### II.3. Identification des systèmes

L'identification d'un procédé est définie comme la détermination, basée sur la connaissance des entrées et des sorties du procédé, d'un modèle appartenant à une classe spécifiée, équivalente au procédé. L'identification est la détermination des paramètres de modèle mathématique d'un système donnée sur la base des observations expérimentales entrées-sorties. Ces paramètres peuvent avoir une signification physique ou non. L'identification des systèmes est parmi les bases de la théorie de la commande, elle est utilisée pour obtenir un modèle mathématique qui représente la dynamique du système réel à commander [18].

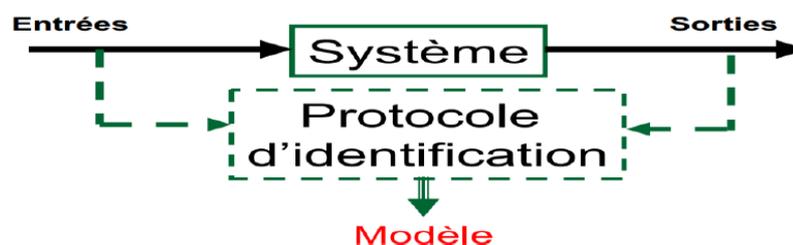


Figure II.9 : Principe de l'identification des systèmes

L'identification est une approche expérimentale pour la détermination du modèle dynamique d'un système. Cette approche peut être décomposée en quatre étapes.

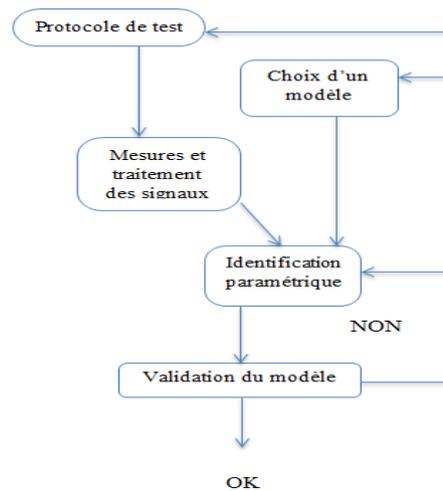


Figure.II.10 : Les étapes de l'identification

### II.3.1. L'objectif de l'identification

Si le modèle connaissance s'avère trop peu précis ou impossible à obtenir, on peut alors se procurer d'un modèle de comportement entrée-sortie. On parle alors d'identification du système. L'objectif est d'obtenir un modèle qui "se comporte comme" le système. La plupart du temps, les paramètres de ce modèle n'ont qu'un rapport lointain avec les paramètres d'un modèle de connaissances [19].

### II.3.2. Classification des méthodes d'identification

#### II.3.2.1. Méthodes non paramétriques

- **Analyse harmonique**

Les essais expérimentaux harmoniques sont rarement employés, car ils sont longs et fastidieux. Des essais réalisés avec une pulsation  $\omega_c$  et avec une grande constante de temps pour le processus, peuvent durer des heures, d'autant plus qu'il est parfois nécessaire de recommencer deux à trois fois l'expérimentation pour chaque pulsation (On doit attendre le temps d'établissement pour chaque mesure). Les outils classiques de l'automatique sont utilisés pour l'analyse de la réponse en fréquence du système à identifier Bode, Nyquist et Black [20].

- **Réponse impulsionnelle**

Idéalement c'est la meilleure méthode car le spectre est constant. Mais il est impossible de réaliser un Dirac parfait. Une bonne approximation du Dirac peut être obtenue en électronique (générateur d'impulsions) et en mécanique (percussion souvent utilisée en mécanique vibratoire) voire explosion dans le domaine du génie civil [20].

- **Réponse indicielle**

Le spectre est correct, la commande est facile à implanter car c'est une commande classique. C'est la méthode la plus utilisée.

### II.3.2.2. Méthodes paramétriques

Il existe deux principales classes de méthodes paramétriques :

- **Les méthodes paramétriques graphiques ou déterministes**

Les méthodes graphiques sont utiles pour la détermination rapide d'un modèle. La plupart des techniques existantes sont basées sur une réponse du procédé soumise à un échelon en entrée. De ce fait, ces méthodes sont souvent simples à mettre en œuvre sur les installations. Elles permettent d'obtenir des réponses sur le comportement d'asservissement et ainsi de mieux appréhender le problème à résoudre [20].

L'objectif est d'obtenir des modèles paramétriques à partir de modèles non paramétriques, type « réponse en échelon » ou « réponse en fréquence ».

- **Les méthodes paramétriques statistiques**

- **Méthode de Brioda**

La méthode de Broïda est une méthode d'identification en boucle ouverte d'une réponse indicielle expérimentale qui consiste à assimiler la fonction de transfert d'un système d'ordre  $n$  à celle du premier ordre affectée d'un retard pur

$$\frac{k}{1+T_p} \cdot e^{-\tau p} \quad (\text{II.1})$$

Broïda fait correspondre la réponse indicielle à identifier et la fonction de transfert du 1er ordre affectée d'un retard en deux points  $t_1$  et  $t_2$  d'ordonnées correspondant à 28% et 40% de la valeur finale de la sortie du système [18].

Les paramètres du modèle de Broida sont donnés comme suit

$$\begin{aligned} k &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ 1 - e^{-\frac{(t_1 - \tau)}{T}} &= 0.28 \\ 1 - e^{-\frac{(t_2 - \tau)}{T}} &= 0.40 \end{aligned} \Rightarrow \tau = 2.8t_1 - 1.8t_2 \quad (\text{II.2})$$

$$\begin{aligned} 1 - e^{-\frac{t_1}{T}} &= 0.28 \\ 1 - e^{-\frac{t_1}{T}} &= 0.40 \end{aligned} \Rightarrow T = 5.5(t_2 - t_1)$$

Nous illustrons cette méthode comme suit

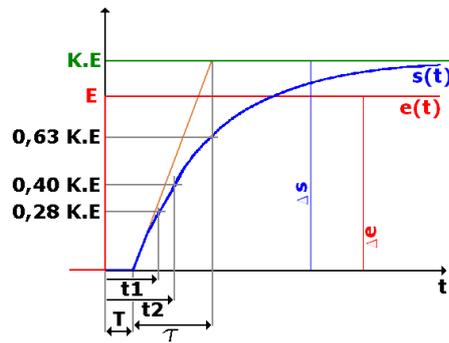


Figure.II.11 : Méthode d'identification de BROIDA des modèles continus

➤ **Méthode de STREJC**

La méthode d'identification de STREJC est basée sur les propriétés géométriques de la réponse indicielle d'un système d'ordre n, pour une fonction de transfert de la forme

$$H(p) = \frac{ke^{-\tau p}}{(T p + 1)^n} \tag{II.3}$$

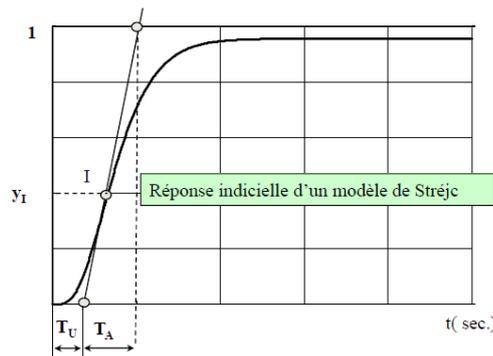


Figure II.12 : Identification par méthode de STREJC

On calcule les paramétrer  $T_U, T_A$  à partir de la table de STREJC ci-dessous

| $n$ | $\frac{T_U}{T_A}$ | $\frac{T_u}{T}$ | $\frac{T_A}{T}$ | $Y_1$ |
|-----|-------------------|-----------------|-----------------|-------|
| 1   | 0                 | 0               | 1               | 0     |
| 2   | 0.104             | 0.282           | 2.718           | 0.264 |
| 3   | 0.218             | 0.805           | 3.659           | 0.323 |
| 4   | 0.319             | 1.425           | 4.465           | 0.353 |
| 5   | 0.410             | 2.100           | 5.119           | 0.371 |
| 6   | 0.493             | 2.811           | 5.699           | 0.348 |

Tableau II.2 : Ordre de système par la méthode de STREJC

### - Détermination de K

Le coefficient de proportionnalité K est déterminé à partir des conditions d'expériences comme le rapport de l'amplitude du signal de sortie à celui d'entrée.

$$k = \frac{\Delta y_s(\infty)}{\Delta x} \quad (\text{II.4})$$

### - Détermination de n

On trace le mieux possible la tangente au point d'inflexion de la réponse indicielle, la tangente découpe un segment Ta sur l'axe des temps au bout d'un certain temps Tu (Comportant un temps de retard inconnu). On calcule le rapport Tu / Ta et on choisira du tableau, la valeur de Tu/Ta qui correspond à une valeur de n entier, immédiatement inférieure.

### - Détermination de la constante de temps T

Connaissant la valeur de n, Ta (ou Tu), on détermine la constante du temps T à l'aide de l'une des deux dernières colonnes du tableau.

### - Détermination du temps de retard fictif $\tau$

Afin de compenser l'erreur due à la détermination du point d'inflexion, on introduit un retard fictif  $\tau = T_{UR} - T_{UT}$ .

## II.3.2.3. Les algorithmes d'identification

Les algorithmes reviennent à déterminer un vecteur paramètre en minimisant de manière plus ou moins explicite un critère d'erreur. Selon la manière dont la minimisation est conduite, on distingue :

### ➤ Les méthodes directes

Dans lesquelles le modèle (ou bien tout paramètre le caractérisant), est relié de manière explicite aux observations (solution de système d'équations linéaires, relevés de caractéristiques graphiques, ...).

### ➤ Les méthodes itératives

Dans cette catégorie tout paramètre est modifié à chaque cycle selon une loi de type :  $P(k+1) = P(k) - \lambda(k)\nabla P(k)$  où k est le numéro de cycle,  $\nabla$  est le plus souvent le gradient et  $\lambda(k)$  un paramètre constant ou variable. Le choix entre ces deux types de méthode est dicté par la manière dont le problème est formulé. En effet, si le vecteur paramètre est solution d'un système d'équation linéaire, une méthode directe est possible, sinon on a recours à une

méthode itérative. Ce concept de linéarité en paramètre, fondamental pour les algorithmes d'identification, est sans rapport avec la linéarité dynamique de la théorie des systèmes [21].

## **II.4. Conclusion**

Nous avons présenté dans ce chapitre la description du système hydraulique et de la carte HUMUSOFT MF634 avec ses caractéristiques et son domaine d'application. Les éléments constituant le système de régulation de niveau ont été décrits en détails dans ce chapitre. On a présenté aussi des généralités sur l'identification des systèmes dynamiques.

Le prochain chapitre sera consacré à l'identification de système hydraulique, à l'étude et l'implémentation en temps réel de la commande prédictive par matrice dynamique (DMC), en vue de commander le niveau dans le réservoir, suivie par une étude comparative avec un régulateur PID.

## **Chapitre III.**

# **Commande prédictive DMC appliquée au système hydraulique**

---

## Chapitre III. Commande prédictive DMC appliquée au système hydraulique

---

### III.1. Introduction

Nous nous fixons premièrement comme objectif dans ce chapitre la conception d'une loi de commande prédictive par matrice dynamique (DMC) pour le système hydraulique. Ensuite, nous présentons les résultats expérimentaux issus de la validation en temps réel de ce type de commande prédictive. Nous détaillons aussi dans cette partie du mémoire l'identification expérimentale du système hydraulique par la méthode de la réponse indicielle. En effet, l'obtention de la réponse indicielle de ce système est primordiale pour la loi de commande DMC. La procédure d'identification ainsi que l'implémentation en temps réel de la commande DMC sont réalisées à base de la carte HUMUSOFT MF634.

Pour mettre en évidence les performances du contrôleur DMC, nous avons procédé à un test de robustesse. Nous avons appliqué des perturbations sur le système en modifiant la position de la vanne d'évacuation pendant son fonctionnement.

Nous avons comparé aussi expérimentalement les performances du contrôleur DMC avec le contrôleur conventionnel PID, et ceci, sans et avec la variation de la position de la vanne d'évacuation.

### III.2. Identification du système hydraulique

Dans cette partie nous voulons faire l'identification du système en utilisant sa réponse indicielle. La dynamique en boucle ouverte à identifier est celle de l'amplificateur, de la pompe et du réservoir.

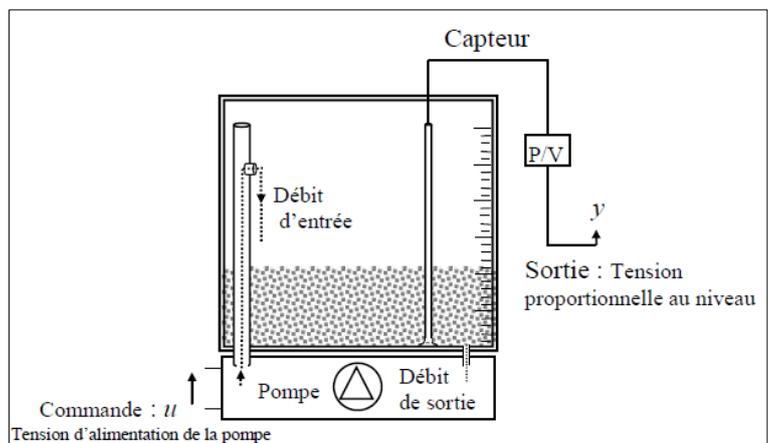


Figure. III.1 : Systeme hydraulique à identifier

Afin de déterminer la fonction de transfert régissant le fonctionnement du système, nous réalisons le câblage adéquat qui nous permet de faire cette identification, comme dans la figure III.2.

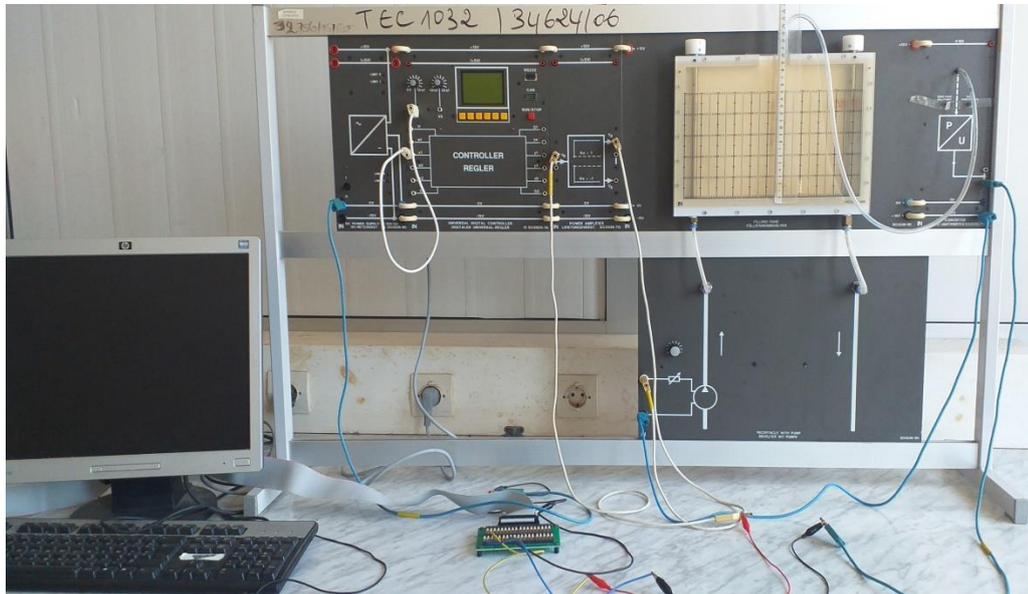


Figure.III.2 : vue sur le système hydraulique à identifier

Nous avons alimenté la pompe du système hydraulique par un échelon de tension de 7 V d'amplitude. Rappelons que le capteur du niveau délivre une tension proportionnelle au niveau dans le réservoir. La réponse expérimentale du système  $y(t)$  en fonction du temps, qui est une tension en V, est représentée par la figure III.3

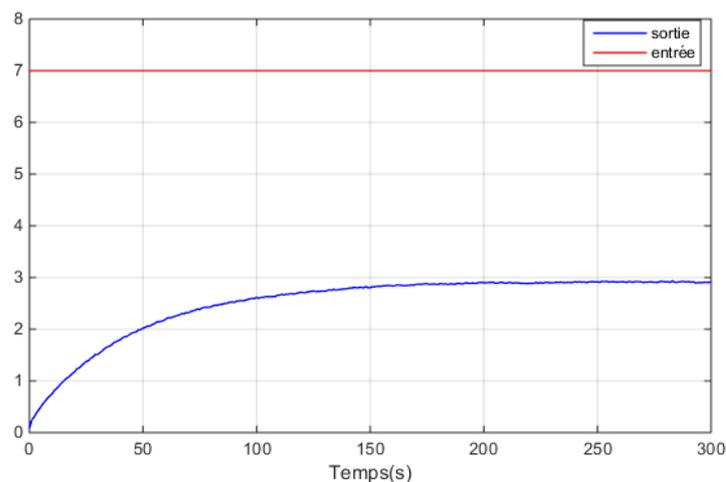


Figure III.3 : la réponse indicielle expérimentale du système

D'après l'allure de la sortie du système de la figure III.3, nous pouvons conclure que le comportement du système est similaire à celui d'un système du premier ordre. Donc, l'identification de ce système consiste à déterminer son gain et sa constante du temps.

### II.2.1. Détermination du gain et de la constante de temps

La fonction de transfert d'un système du premier ordre est de la forme :

$$H(p) = \frac{k}{1 + \tau p} \quad (\text{III.1})$$

avec  $k$  c'est le gain statique et  $\tau$  la constante de temps du système.

En utilisant la réponse du système décrite dans la figure III.3 nous pouvons calculer le gain du système par  $k = \frac{y(\infty) - y(0)}{A}$ , avec  $A$  est l'amplitude du signal d'entrée qui est

choisi par  $A=7$  dans cette identification. Nous calculons donc le gain comme suit :

$$k = \frac{y(\infty) - y(0)}{A} = \frac{2.9}{7} = 0.41.$$

Pour déterminer la constante de temps, nous calculons le temps de réponse  $T_r$  à 95% de  $y(\infty)$ . Le temps de réponse obtenu à partir de la courbe est  $T_r = 141$  sec. Sachons que pour un système du premier ordre le temps de réponse est  $T_r = 3\tau$ , donc en déduire que  $\tau = 47$  sec. La fonction de transfert du système hydraulique issu donc de cette identification est la suivante :

$$H(p) = \frac{0.41}{1 + 47S} \quad (\text{III.2})$$

### III.2.2. Simulation sous Matlab de la fonction de transfert

Nous avons procédé à la simulation de la fonction de transfert (III.2) obtenue par l'identification, comme représenté par la figure III.4.

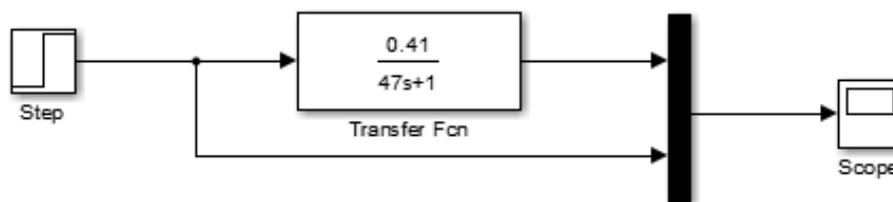


Figure III.4 : Simulation sous MATLAB de la fonction de transfert du système

Pour ce faire, nous choisissons comme entrée un échelon d'amplitude 7 v. La réponse indicielle du système est représentée par la Figure III.5. IL apparait clairement que la courbe de simulation présente la même allure que la courbe relevée expérimentalement.

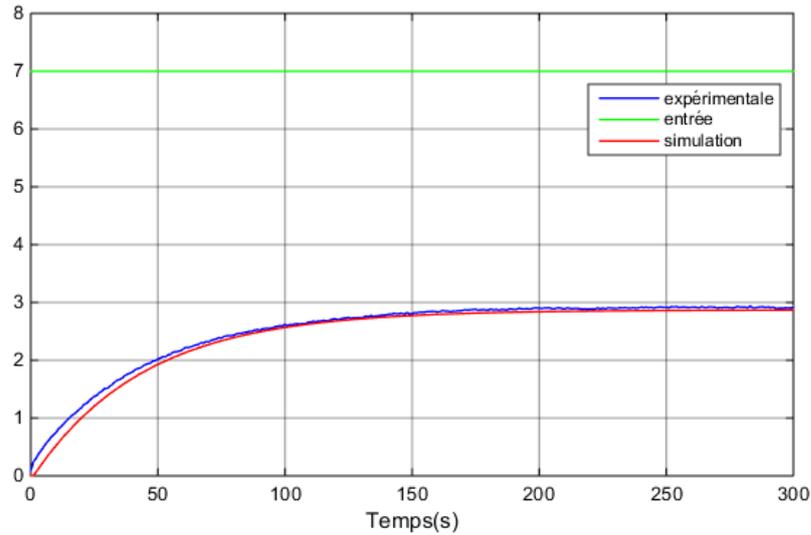


Figure III.5 : Réponse indicielle expérimentale et celle obtenue par simulation

Cette figure montre que les réponses indicielles relevées expérimentalement et avec simulation sont identiques. En effet, la fonction de transfert obtenue par identification nous sert pour examiner les performances de commandes prédictives avant d'entamer la phase d'expérimentation, ce qui protège l'équipement utilisé dans cette étude.

### III.3. Synthèse d'un correcteur DMC

Nous présentons dans cette partie la conception et l'application d'un contrôleur DMC au système hydraulique. Ce contrôleur est constitué d'un prédicteur et d'une loi de commande.

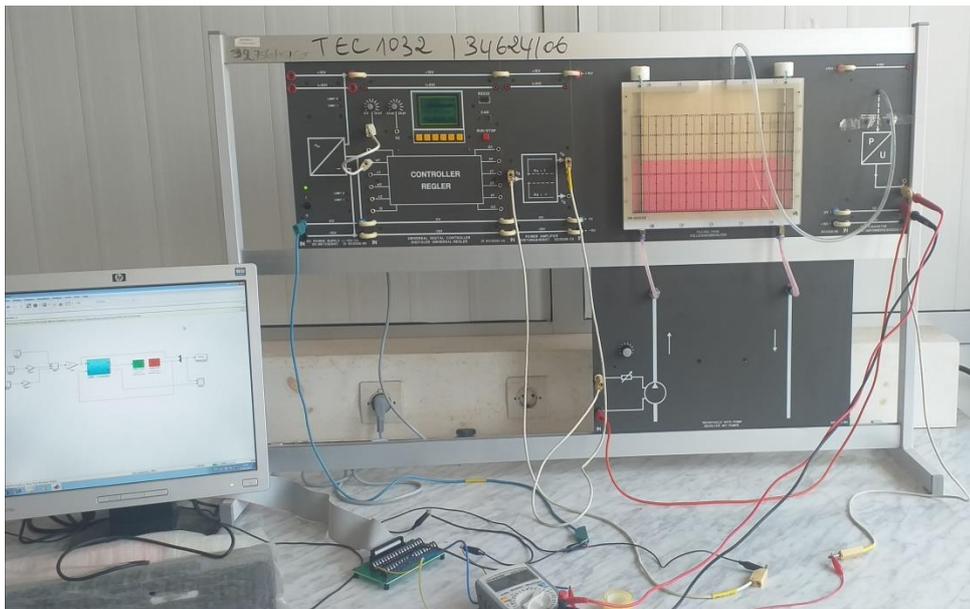


Figure.III.6 : Commande DMC appliquée au système hydraulique

La conception de cette loi de commande est basée sur la réponse indicielle obtenue expérimentalement. La loi de commande est implémentée via la carte HUMUSOFT MF634 et sous Matlab 2014B avec une période d'échantillonnage  $T_s = 0.1 \text{ sec}$ .

### III.3.1. L'équation de prédiction

Comme nous avons vu dans le chapitre I, le contrôleur DMC est constitué d'un prédicteur de la forme suivante

$$\hat{y}_f = G_f \Delta u_f + G_p \Delta u_p + \Lambda_s y(k) = G_f \Delta u_f + y_l \quad (\text{III.3})$$

avec  $y_l = G_p \Delta u_p + \Lambda_s y(k)$  représente la réponse libre du système et  $\hat{y}_f$  le vecteur de sorties futures :  $\hat{y}_f = [\hat{y}(k+1) \dots \hat{y}(k+N_p)]$ ,  $\Delta u_f = [\Delta u(k) \dots \Delta u(k+N_u-1)]$  le vecteur des futures incréments de commande,  $\Delta u_p = [\Delta u(k-1) \dots \Delta u(k-N+1)]$ ,  $G_f$  et  $G_p$  sont deux matrices introduites dans ce qui suit,  $\Lambda_s$  est un vecteur colonne de dimension  $N_p$  à éléments égaux à 1. La réponse indicielle est utilisée dans ce qui suit pour établir la matrice dynamique. Nous choisissons un horizon de prédiction égale à  $N_p = 25$  et un horizon de commande égale à  $N_u = 10$ . La matrice  $G_p$  obtenue à partir des coefficients de la réponse indicielle est donnée comme suit :  $G_p = G_{p1} - G_{p2}$  avec

$$G_{p1} = \begin{bmatrix} g_2 & g_3 & g_4 & \cdots & g_N \\ g_3 & g_4 & g_5 & \cdots & g_{N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{i+1} & g_{i+2} & g_{i+3} & \cdots & g_{N+i-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{Np+1} & g_{Np+2} & g_{Np+3} & \cdots & g_{N+Np+1} \end{bmatrix} \in R^{Np \times Nu} \quad (\text{III.4})$$

$$G_{p2} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{N-1} \\ g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{N-1} \end{bmatrix} \in R^{Np \times (N-1)} \quad (\text{III.5})$$

La matrice dynamique (Dynamics Matrix)  $G_f$  est donnée par l'équation suivante

$$G_f = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_2 & g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_i & g_{i-1} & g_{i-2} & \cdots & g_{i-N_u+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N_p} & g_{N_p-1} & g_{N_p-2} & \cdots & g_{N_p} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{25 \times 10} \quad (\text{III.6})$$

Après avoir détaillé la structure du prédicteur, nous présentons dans la prochaine sous-section la structure de la loi de commande.

### III.3.2. Calcul de la loi de commande DMC

L'objectif de la commande DMC consiste à forcer le système à suivre une trajectoire de référence, au long de l'horizon de prédiction, donnée comme suit :

$$y_r = \begin{bmatrix} y_r(k+1) \\ \vdots \\ y_r(k+N_p) \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Pour déterminer la séquence des commandes à appliquer, il suffit de résoudre à chaque instant  $k$ , le problème d'optimisation suivant

$$J = (y_r - \hat{y}_f)^T (y_r - \hat{y}_f) + \lambda \Delta u_f^T \Delta u_f \quad (\text{III.8})$$

La solution optimale est obtenue comme suit

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u_f} = 0 \Rightarrow 2(\lambda I + G_f^T G_f) \Delta u_f - 2G_f^T (y_r - y_l) \quad (\text{III.9})$$

Ce qui donne le vecteur de commande résultant de la minimisation du critère

$$\Delta u_f = (\lambda I + G_f^T G_f)^{-1} G_f^T (y_r - y_l) \quad (\text{III.10})$$

Nous définissons la matrice de gain  $G_c = (\lambda I + G_f^T G_f)^{-1} G_f^T$  et  $g_c^T$  la première ligne de cette matrice, la loi de commande à horizon fuyant (glissant) associée s'obtient alors comme suit :

$$u(k+1) = u(k) + g_c^T (y_r - G_p \Delta u_p - \Lambda_s y(k)) \quad (\text{III.11})$$

La loi de commande (III.11) est implémentée en temps réel pour commander le système hydraulique. La sortie désirée (qui est une tension image du niveau désiré) est choisie

comme dans la figure III.7. Les résultats expérimentaux issus de cette application sont illustrés par les figures III.7- III.9.

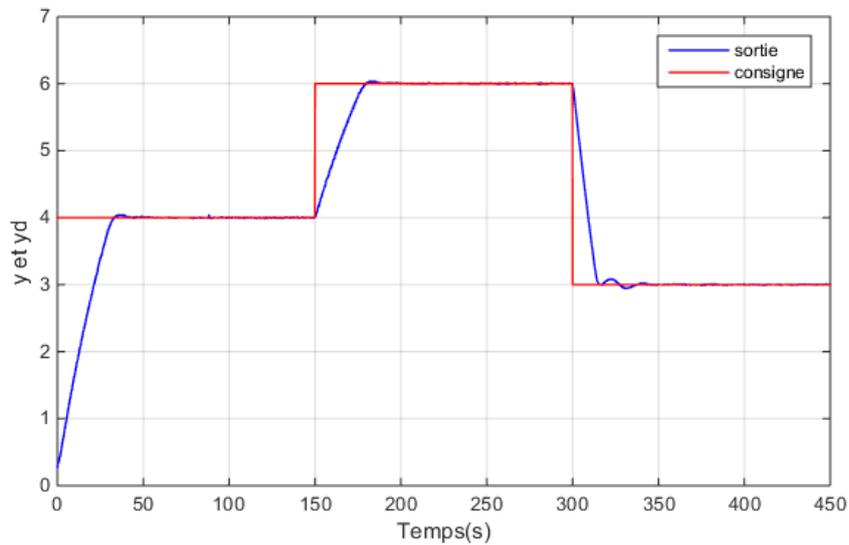


Figure III.7 : Sortie et sortie désirée du système hydraulique

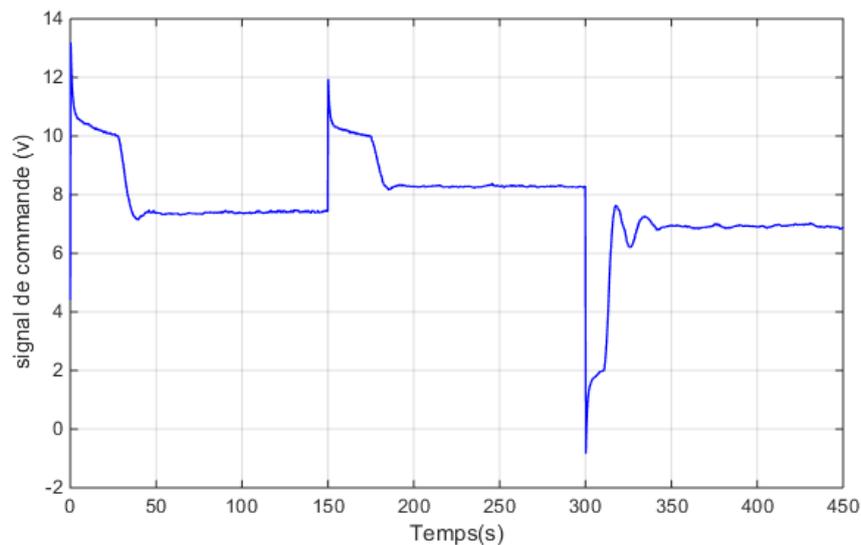


Figure III.8 : Variation du signal de commande

La figure III.7 illustre l'allure de la sortie du système et celle de la sortie désirée. Le signal de commande (tension d'alimentation de la pompe) est donné par la figure III.8. La courbe de l'erreur résultante est tracée dans la figure III.9. D'après ces figures, nous remarquons bien que la sortie du système suit sa référence avec un temps de réponse de 28 sec. Et un petit dépassement qui avoisine 2%. Nous constatons aussi que le signal de commande est lisse et évolue à chaque variation de la consigne. Ces résultats expérimentaux confirment les performances du contrôleur DMC dans la commande des systèmes hydrauliques.

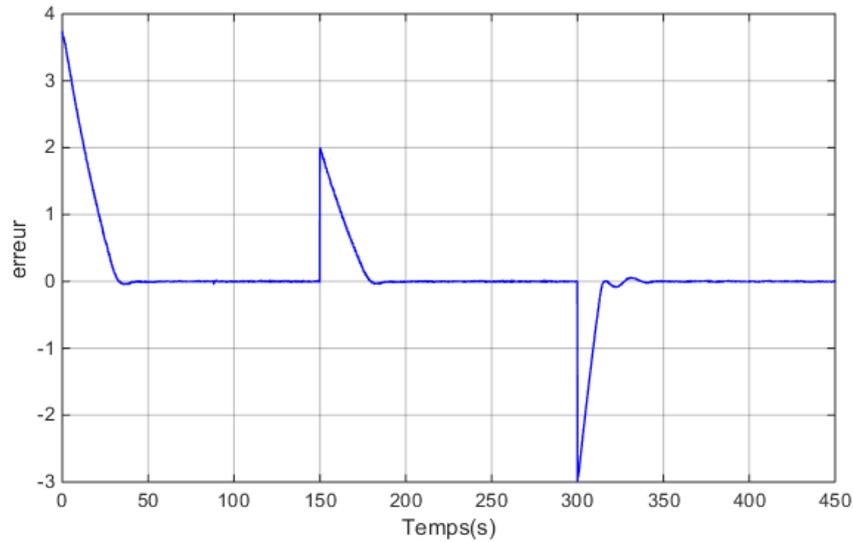


Figure III.9. Erreur résultante

### III.3.3. Test de la robustesse

Pour évaluer les performances de la commande DMC lorsque le système hydraulique est soumis à un effet de perturbation extérieure, nous avons procédé à un test de robustesse. Ce test en question consiste à changer la position de la vanne d'évacuation à des instants différents (75s, 225s, 375s) pendant le fonctionnement du système. La figure III.10 décrit le scénario adopté pour tester la robustesse du contrôleur DMC.

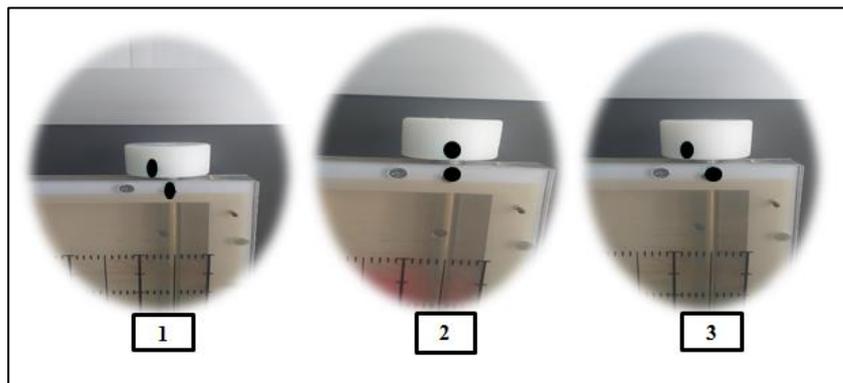


Figure III.10 : Scénario de Variation de la position de la vanne d'évacuation

Les résultats expérimentaux de ce test de robustesse sont donnés par les figures III.11-III.13

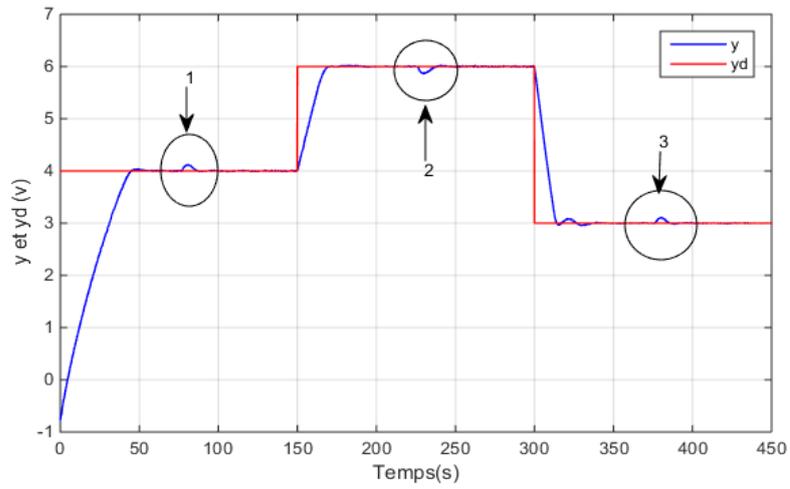


Figure III.11 : Sortie et sortie désirée pour le test de robustesse

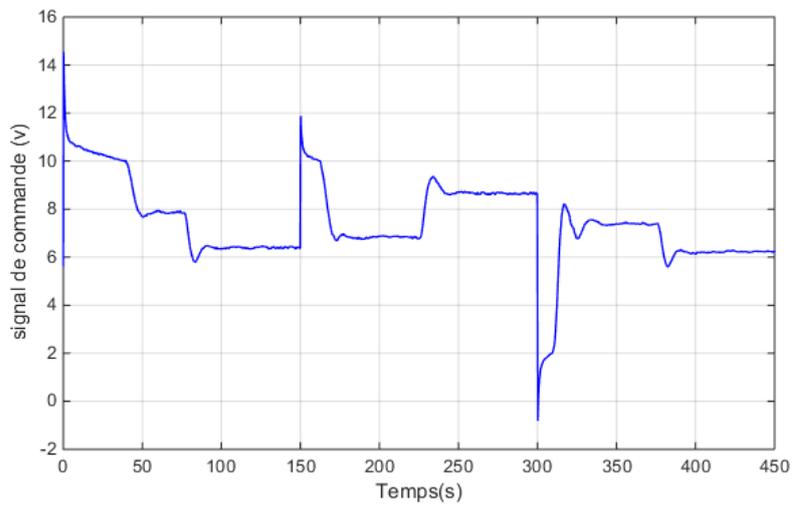


Figure III.12 : Variation de la commande pour le test de robustesse

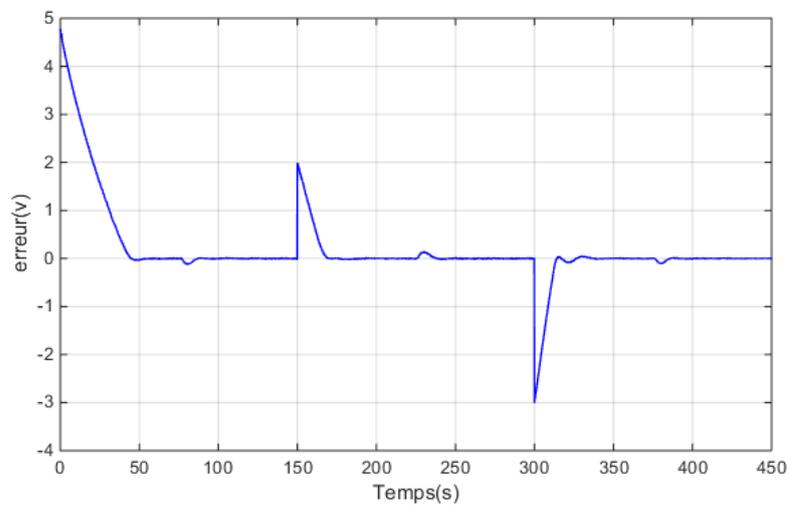


Figure III.13 : Evolution de l'erreur pour le test de robustesse

La Figure III.11 montre le comportement du système sous l'effet de variation de la vanne d'évacuation. La figure III.13 présente l'évolution de l'erreur. On remarque que la sortie rejoint rapidement sa référence pour une consigne variable avec un temps de réponse et un dépassement, relativement faibles. Nous constatons aussi que le contrôleur arrive rapidement à compenser l'effet de variation du débit de sortie aux instants 75s, 225s et 375s, ce qui prouve sa robustesse. La figure III.12 montre l'évolution de la commande pour ce test de robustesse. Il apparaît que le signal de commande reste lisse et évolue aux instants de variation de la position de la vanne, et ceci, pour compenser ses effets sur les performances de la commande. D'après ces résultats expérimentaux, il est clair que le contrôleur maintient ces performances et il arrive à rejeter rapidement les perturbations qui influencent son fonctionnement.

### III.4. Etude comparative avec un régulateur PID

Cette section est consacrée à la réalisation d'une étude comparative expérimentale entre un régulateur PID et la commande DMC. La commande PID est dite aussi (correcteur, régulateur, contrôleur), se compose de trois termes P (proportionnel), I (intégrale) et D (dérivé) de la commande. Les régulateurs PID sont probablement les plus largement utilisés dans le contrôle industriel, ils sont utilisés dans 95% des applications industrielles [22].

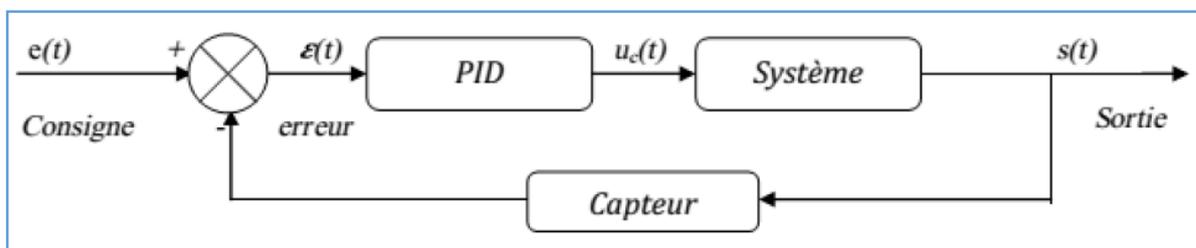


Figure III.14 : Schéma bloc d'un système avec correcteur en Boucle fermée

#### III.4.1 Principe de la commande PID

La commande PID est insérée dans la chaîne directe de l'asservissement, en série avec le processus [23]. Ce régulateur élabore à partir du signal d'erreur  $\varepsilon(t)$  une commande  $U_c(t)$  en fonction de trois actions proportionnelle, intégrale, dérivée, il permet de bénéficier des avantages du correcteur PI qui permet d'avoir une erreur statique nulle, de ceux du correcteur PD qui permet de conserver un temps de réponse correcte en boucle fermé [24].

$$u(t) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (\text{III.12})$$

La fonction du transfert de correcteur s'écrit sous la forme :

$$c(s) = \frac{u(s)}{\varepsilon(s)} = kp \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \right) = kp + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (\text{III.13})$$

avec :  $k_p$  : Gain d'action proportionnelle ;

$k_i = \frac{1}{T_i}$  : Gain d'action integrale ;  $k_d = T_d$  : Gain d'action dérivée ;

$T_i$  : constante de temps ,dite le temps d'action intégrale

$T_d$  : constate de temps ,dite temps d'action dérivée

### III.4.2 Cas d'une commande Proportionnelle ( $K_i = K_d = 0$ )

La commande de type 'Proportionnelle' est la plus simple qui soit. Il s'agit d'appliquer une correction proportionnelle à l'erreur corrigeant de manière instantanée. La fonction du transfert est alors une constante.

$$c(s) = \frac{u(s)}{\varepsilon(s)} = k_p \quad (\text{III.14})$$

#### ➤ Effet :

- Diminution du temps de montée ;
- Diminution de l'erreur statique ;
- Augmentation du temps de stabilisation ;
- Augmentation du dépassement.

### III.4.3. Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale ( $K_d = 0$ )

Le correcteur de type PI est une régulation de type P auquel on a ajouté un terme intégral. Le terme intégral complète l'action proportionnelle puisqu'il permet de compenser l'erreur statique et d'augmenter la précision en régime permanent. L'idée est d'intégrer l'erreur depuis le début et d'ajouter cette erreur à la consigne, lorsque l'on se rapproche de la valeur demandée, l'erreur devient de plus en plus faible [24].

L'expression du correcteur

$$c(s) = \frac{u(s)}{\varepsilon(s)} = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i(s)} \right) \quad (\text{III.15})$$

#### ➤ Effets du correcteur Proportionnel-Intégral

- Elimination de l'erreur statique ;
- Augmentation du temps de stabilisation ;
- Augmentation du dépassement.

### III.5. Commande PID appliquée au système hydraulique

Nous avons utilisé un régulateur PI pour commander le système hydraulique considéré dans ce travail de projet de fin d'études. Ce contrôleur est adopté pour avoir une régulation avec une erreur statique nulle. Il est implémenté sous Matlab en utilisant la carte HUMUSOFT MF634 avec une période d'échantillonnage  $T_s = 0.1$  s. Le contrôleur PI est implémenté avec les paramètres  $K_p = 25$  et  $K_i = 0.15$ . Ces gains sont obtenus par tâtonnement et sont ceux qui ont donné des bonnes performances dans la première phase (de 0 s à 150 s). Les résultats expérimentaux issus de cette implémentation sont donnés par les figures III.15-III.17.

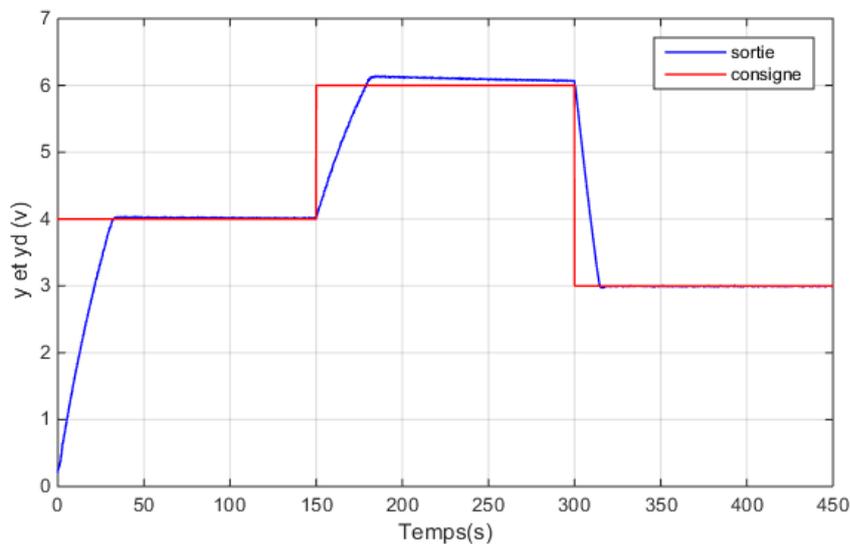


Figure III.15 : Sortie et sortie désirée pour le régulateur PID

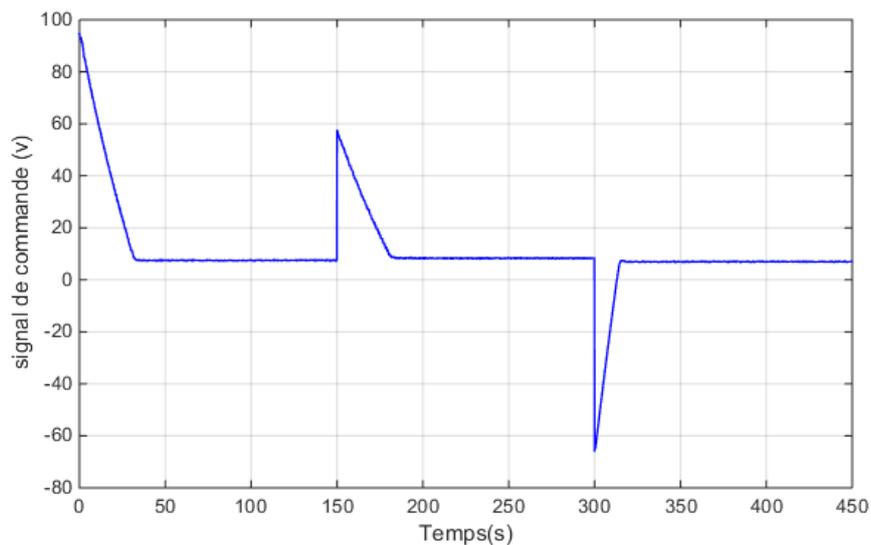


Figure III.16 : Signal de commande pour le régulateur PID

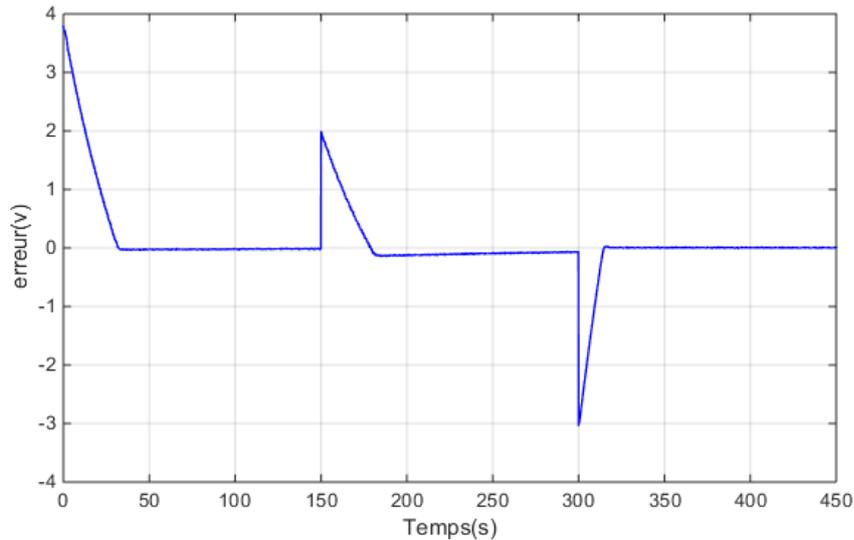


Figure.III.17. évolution de l'erreur pour le régulateur PID

Les Figures III.15-III.17 montrent respectivement la sortie et la sortie désirée du système et l'erreur résultante. Nous observons que dans la première phase (de 0 s à 150 s) la sortie suit sa référence sans dépassement et avec un temps de réponse faible. Néanmoins, lorsque la valeur de sortie désirée change de 4 v à 6 v, les performances de commande se dégradent dans la deuxième phase (de 150 s à 300 s).

### III.6. Etude comparative

L'objectif ici est de comparer expérimentalement entre les performances du régulateur DMC et celles du régulateur PI pour les deux cas sans et avec perturbation. Les résultats obtenus sont présentés par les figures III.17-19 pour le cas d'un fonctionnement sans perturbations et par les figures III.20-21 pour le cas d'une variation de la position de la vanne d'évacuation. La comparaison s'est fait avec le même signal de référence et la même période d'échantillonnage.

D'après les résultats expérimentaux, on peut remarquer que la stratégie de commande par DMC est plus performante (plus rapide, moins de dépassements) que le régulateur PI, et ceci, pour le cas sans ou avec perturbation. Nous observons aussi que la commande DMC est robuste vis-à-vis les perturbations contrairement au régulateur PI. Ce dernier prend du temps pour rectifier l'effet de la perturbation. Le signal de commande DMC est lisse et borné contrairement à celui du régulateur PI qui présente des pics à chaque variation de la valeur de consigne.

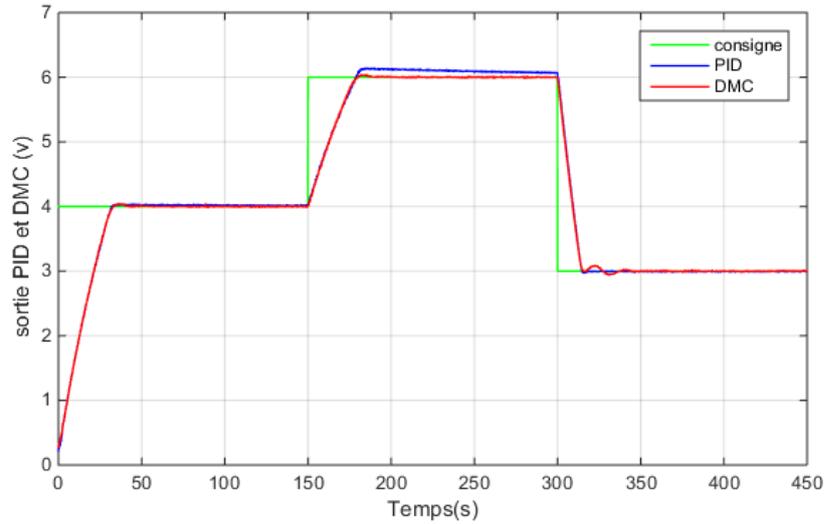


Figure.III.18 : Comparaison entre PID et DMC : sortie et sortie désiré

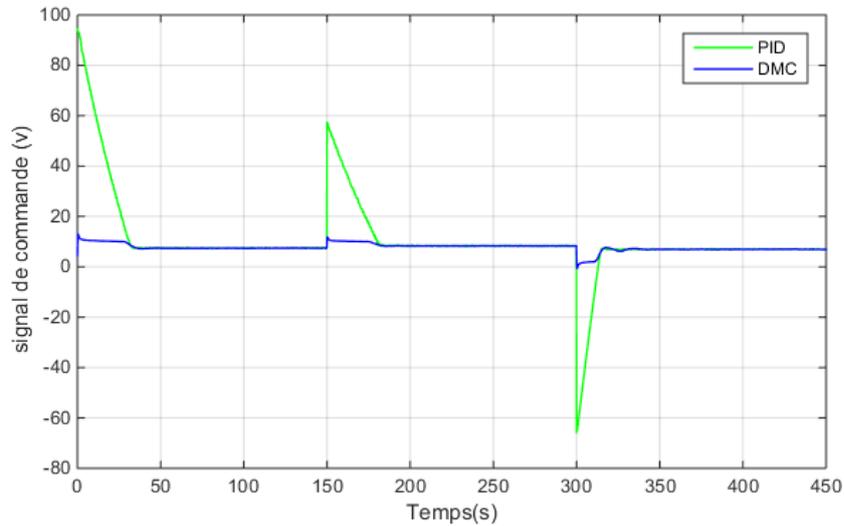


Figure.III.19 : Comparaison entre PID et DMC : signal de commande

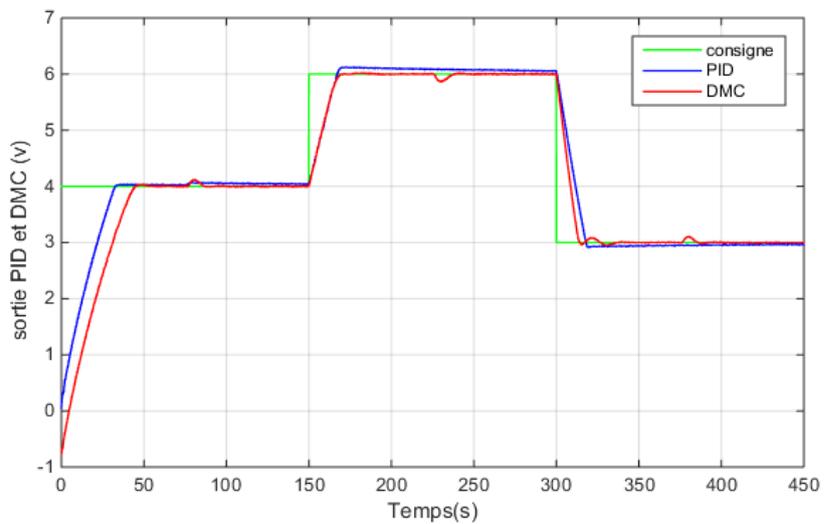


Figure.III.20 : Comparaison entre PID et DMC avec test de robustesse

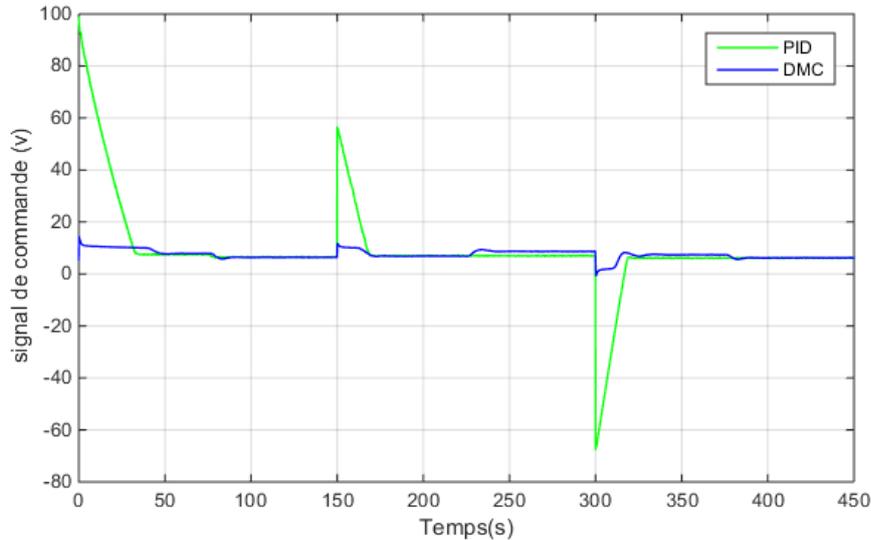


Figure III.21 : Signal de commande PID et DMC avec test de robustesse

### III.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons traité la commande en temps réel du système hydraulique par la commande prédictive DMC. En premier temps, nous avons réalisé une identification du système commandé par la réponse indicielle. Cette étape est nécessaire pour pouvoir appliquer la commande DMC à ce système. Nous avons procédé ensuite à la conception et l'implémentation du régulateur DMC sur la carte HUMUSOFT MF634, à fin de commander le niveau de l'eau dans le réservoir de remplissage. Les résultats obtenus prouvent les qualités de la commande DMC.

Pour mettre en évidence les performances du régulateur DMC nous avons testé sa robustesse vis-à-vis la variation du débit de sortie. Nous avons comparé aussi ce régulateur avec un régulateur PI. Les résultats obtenus confirment la robustesse et la supériorité de la commande DMC par rapport au régulateur PI.

L'application de la commande prédictive à base d'un modèle (MPC) sera l'objet du prochain chapitre.

## **Chapitre IV**

# **Commande MPC appliquée au système hydraulique**

---

## Chapitre IV. Commande MPC appliquée au système hydraulique

---

### IV.1. Introduction

Dans ce chapitre on va appliquer deux variantes de la commande prédictive MPC sur le système hydraulique. L'objectif est toujours de commander expérimentalement le niveau dans le réservoir de remplissage ainsi que l'étude des performances du contrôleur en termes de poursuite et de robustesse. Comme la commande MPC est basée sur le modèle du système à commander, nous dérivons en premier temps le modèle d'état du système hydraulique. Ensuite, en utilisant ce modèle d'état du système, nous synthétisons deux contrôleurs MPC avec une validation expérimentale via la carte HUMUSOFT MF634. Le travail de ce chapitre est terminé par une étude comparative expérimentale avec un régulateur PID.

### IV.2. Conception et application du premier contrôleur MPC

Nous présentons dans cette partie la conception et l'application d'un contrôleur MPC au système hydraulique. Dans cette approche, le vecteur d'état est augmenté avec l'entrée à l'instant précédent.

#### IV.2.1. Le modèle du système

Pour prédire le comportement futur du système hydraulique étudié dans ce mémoire, nous utilisons un modèle d'état issu de l'identification expérimentale réalisé dans le chapitre précédent. Le modèle établi est mono-entrée mono-sortie donné par

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Ce modèle est obtenu avec une période d'échantillonnage  $T_s = 0.5$  s avec  $x$  l'état du système,  $u$  l'entrée de commande et  $y$  sa sortie. Dans le modèle (IV.1),  $A = 0.9894$ ,  $B = 1$  et  $C = 0.0043$ .

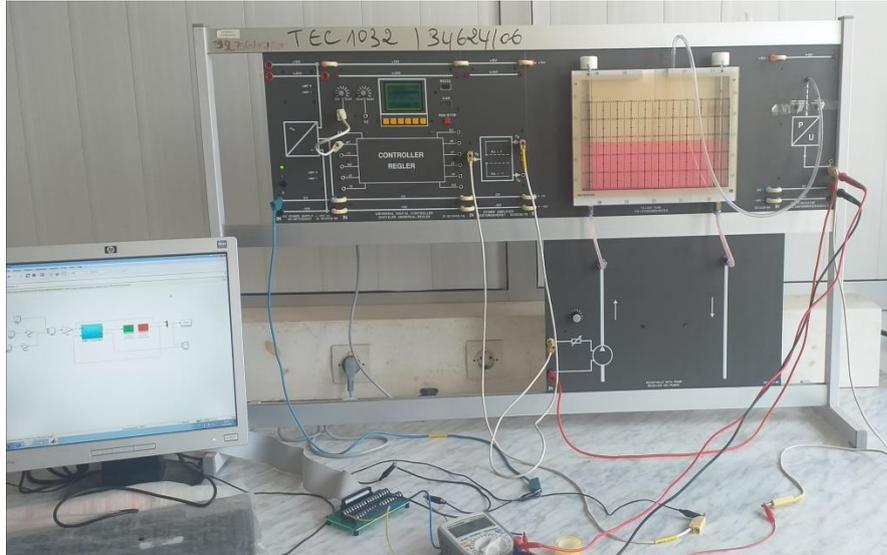


Figure IV.1 : Commande MPC appliquée au système hydraulique

Rappelons que la commande prédictive MPC est basée sur l'utilisation d'une représentation d'état étendue (augmentée), et ceci, par la considération de l'incrément de la commande  $\Delta u(k)$  dans le modèle au lieu de l'entrée de commande  $u(k)$ . Le modèle d'état étendu du système hydraulique peut être représenté comme suit

$$\begin{cases} x_e(k+1) = A_e x_e(k) + B_e \Delta u(k) \\ y(k) = C_e x_e(k) \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

Avec  $x_e(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{pmatrix}$ ,  $A_e = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B_e = \begin{pmatrix} B \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $C_e = (C \ 0)$ .

Donc pour le système (IV.2), nous pouvons écrire :

$$A_e = \begin{pmatrix} 0.9894 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B_e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } C_e = (0.0043 \ 0)$$

En se servant du modèle d'état augmenté (IV.2), la prédiction de la sortie à l'instant  $(k+1)$  est donné par :

$$\hat{y}(k+i) = CA^i x(k) + \sum_{j=0}^{i-1} CA^j Bu(k-1) + \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{l=0}^{j-1} CA^l B \Delta u(k+j) \quad (\text{IV.3})$$

Ce qui peut s'écrire également sous la forme matricielle suivante

$$\hat{y}_f = G_f u_f + y_l, \text{ avec } y_l = \psi_p x(k) + \phi_p u(k-1) \quad (\text{IV.4})$$

Pour cette application nous choisissons un horizon de prédiction  $N_p = 15$  et un horizon de commande  $N_u = 10$ . De plus,  $\hat{y}_f$ ,  $\Delta u_f$ ,  $\phi_p$ ,  $G_f$  et  $\psi_p$  sont définis comme suit :

$$\hat{y}_f = \begin{pmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_p) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{15}, \Delta u_f = \begin{pmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{pmatrix}, \phi_p = \begin{pmatrix} \Sigma_0 \\ \Sigma_1 \\ \vdots \\ \Sigma_{N_p-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{15}$$

$$G_f = \begin{bmatrix} \Sigma_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Sigma_1 & \Sigma_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma_{N_u-1} & \Sigma_{N_u-2} & \Sigma_{N_u-3} & \cdots & \Sigma_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma_{N_p-1} & \Sigma_{N_p-2} & \Sigma_{N_p-3} & \cdots & \Sigma_{N_p-N_u} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{15 \times 10}, \psi_p = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p}, \Sigma_i = C \sum_{j=0}^i A^j B$$

#### IV.2.2. Elaboration de la loi de commande

Pour déterminer la séquence des commandes à appliquer sur le système, il suffit de résoudre à chaque instant  $K$ , le problème d'optimisation suivant

$$J = (y_r - \hat{y}_f)^T (y_r - \hat{y}_f) + \lambda \Delta u_f^T \Delta u_f \quad (\text{IV.5})$$

La solution optimale est obtenue comme suit

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u_f} = 0 \Rightarrow 2(\lambda I + G_f^T G_f) \Delta u_f - 2G_f^T (y_r - y_l) \quad (\text{IV.6})$$

Ce qui donne le vecteur de commande résultant de la minimisation du critère

$$\Delta u_f = (\lambda I + G_f^T G_f)^{-1} G_f^T (y_r - y_l)$$

avec l'utilisation du principe de l'horizon glissant, la loi de commande à implémenter est la suivante

$$u(k) = u(k-1) + g_c^T (y_r - y_l) = u(k-1) + g_c^T (y_r - \psi_p x(k) - \phi_p u(k-1)) \quad (\text{IV.7})$$

#### IV.2.3. Résultats expérimentaux

La loi de commande (IV.7) est implémentée via la carte HUMUSOFT MF634 et sous MATLAB 2014B avec une période d'échantillonnage  $T_s = 0.5 \text{ sec}$ . et un facteur de pondération  $\lambda = 0.5$ . Les résultats issus de cette implémentation sont donnés par les figures IV.2- IV.4.

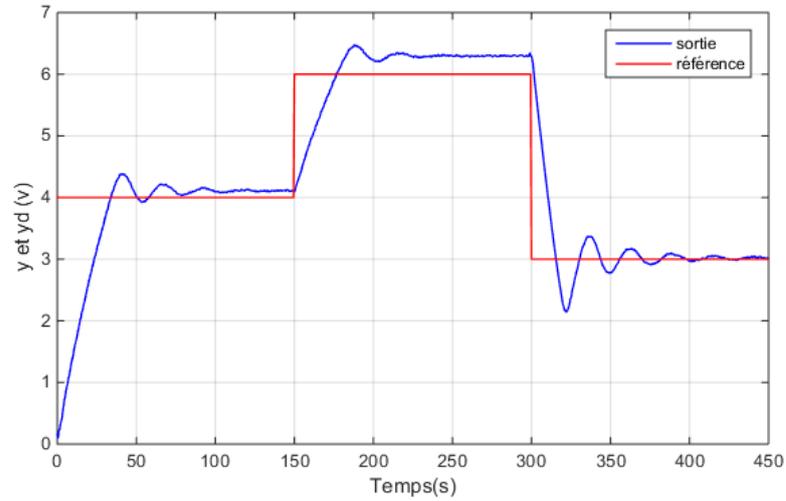


Figure IV.2: Sortie et sortie désirée avec le premier contrôleur MPC

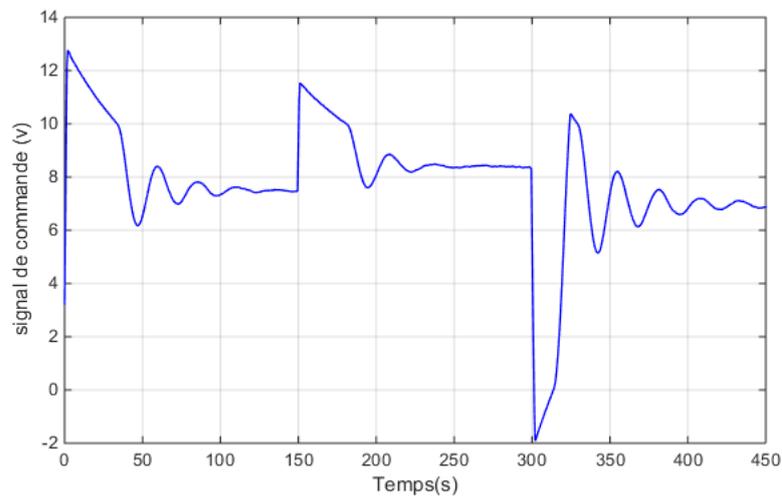


Figure IV.3 : Signal de commande avec le premier contrôleur MPC

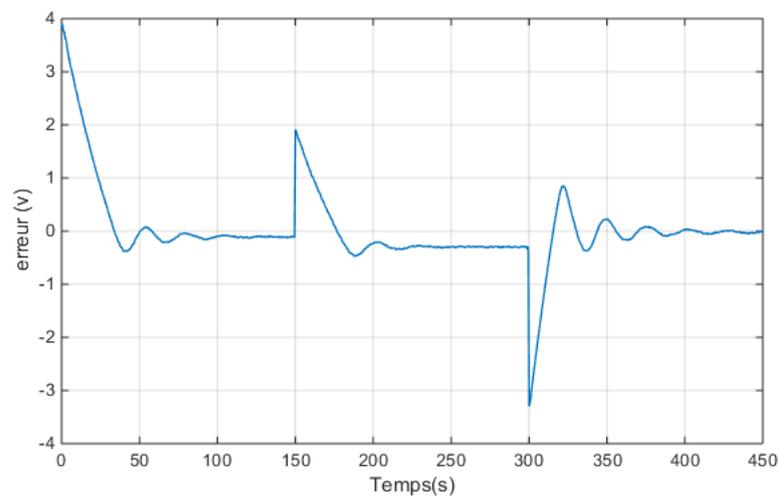


Figure IV.4 : évolution de l'erreur avec le premier contrôleur MPC

La figure IV.2 présente l'allure de la sortie du système et celle de la sortie désirée pour le premier contrôleur MPC. Le signal de commande (tension d'alimentation de la pompe) est illustré par la figure IV.3. La courbe de l'erreur résultante est tracée dans la figure IV.4. D'après ces figures, nous pouvons constater que malgré le système est stable en boucle fermée mais les performances de commande ne sont pas satisfaisantes, du moment qu'il y a une erreur statique importante. En effet, cette variante de la commande MPC, qui utilise le vecteur d'état dans la loi de commande, est souvent critiquée pour ses performances au régime établi. Dans la prochaine section nous présentons une variante de la commande MPC plus performante.

### IV.3. Conception et application du deuxième contrôleur MPC

Dans cette approche pour doter la loi de commande d'une action intégrale, le nouveau vecteur d'état augmenté sera composé de la variation du vecteur d'état et de la sortie du système [7]. Ce choix améliore significativement les performances de commande au régime établi.

#### IV.3.1. Le modèle du système

Considérons un modèle d'état perturbé du système hydraulique comme suit

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_d d_x \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

Avec  $x(k) \in R, u(k) \in R, y(k) \in R, A \in R, B \in R, C \in R$  et  $d_x$  une perturbation. Pour supprimer l'effet de la perturbation constante, on définit l'incrément du vecteur d'état  $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$ . Ce qui donne

$$\begin{aligned} \Delta x(k+1) &= A\Delta x(k) + B\Delta u(k) \\ \Delta y(k+1) &= y(k) + CA\Delta x(k) + CB\Delta u(k) \end{aligned}$$

Donc, avec ce choix, le modèle augmenté résultant est le suivant :

$$\begin{cases} x_a(k+1) = A_a x_a(k) + B_a \Delta u(k) \\ y(k) = C_a x_a(k) \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

Avec  $x_a(k) = \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}$ ,  $A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ CA & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B_a = \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix}$  et  $C_a = (0 \ 1)$ . Pour notre modèle, on a

$$A_a = \begin{bmatrix} 0.9894 & 0 \\ 0.0043 & 1 \end{bmatrix}, B_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.0043 \end{bmatrix} \text{ et } C_a = (0 \ 1)$$

### IV.3.2. Prédiction de la sortie

En utilisant le modèle d'état augmenté, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 x_a(k+i) &= A_a^i x_a(k) + \sum_{j=0}^{i-1} A_a^{i-j-1} B_a \Delta u(k+j) \\
 \hat{y}(k+i) &= C_a x_a(k+i) = C_a A_a^i x_a(k) + \sum_{j=0}^{i-1} C_a A_a^{i-j-1} B_a \Delta u(k+j)
 \end{aligned}
 \tag{IV.10}$$

La forme matricielle de la séquence de prédiction peut s'écrire sous la forme suivante

$$\hat{y}_f = \Psi_p \Delta x(k) + \Lambda_s y(k) + G_f \Delta u_f
 \tag{IV.11}$$

avec :

$$\hat{y}_f = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_p) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p}, \Delta u_f = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p}, \Lambda_s = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p}, \Psi_p = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_{N_p} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p}$$

$$\psi_i = C \sum_{j=1}^i A^j, G_f = \begin{bmatrix} \Sigma_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Sigma_1 & \Sigma_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma_{N_u-1} & \Sigma_{N_u-2} & \Sigma_{N_u-3} & \cdots & \Sigma_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma_{N_p-1} & \Sigma_{N_p-2} & \Sigma_{N_p-3} & \cdots & \Sigma_{N_p-N_u} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p \times N_u}, \Sigma_i = C \sum_{j=0}^i A^j B$$

Pour cette application, nous choisissons un horizon de prédiction  $N_p = 15$  et un horizon de commande  $N_u = 10$ . L'équation (IV.11) peut s'écrire encore par :

$$\hat{y}_f = G_f \Delta u_f + y_l \text{ avec } y_l = \Psi_p \Delta x(k) + \Lambda_s y(k)$$

### IV.3.3. Elaboration de la loi de commande

La loi de commande synthétisée sera celle qui minimise un certain critère de performance. La fonction objective adoptée doit contenir un terme qui quantifie l'écart entre la sortie réelle du système par rapport à la sortie de référence et un autre terme qui quantifie la variation de l'effort de commande [7].

Le problème d'optimisation consiste alors à minimiser la fonction quadratique suivante :

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} (y_r(k+i) - \hat{y}(k+i))^2 + \lambda \sum_{i=0}^{N_u-1} \Delta u(k+i)^2, \lambda > 0 \quad (\text{IV.12})$$

La forme matricielle du critère (IV.12) est donnée comme suit :

$$J = (y_r - \hat{y}_f)^T (y_r - \hat{y}_f) + \lambda \Delta u_f^T \Delta u_f \quad \text{avec} \quad y_r = \begin{bmatrix} y_r(k+1) \\ \vdots \\ y_r(k+N_p) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.13})$$

La minimisation de ce critère par rapport à la séquence de commande future  $\Delta u_f$  donne

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u_f} = 0 \Rightarrow 2(\lambda I + G_f^T G_f) \Delta u_f - 2G_f^T (y_r - y_l) = 0. \quad \text{L'expression du vecteur de commande}$$

$$\text{est } \Delta u_f = (\lambda I + G_f^T G_f)^{-1} G_f (y_r - y_l).$$

Finalement, la deuxième loi de commande MPC est donnée comme suit

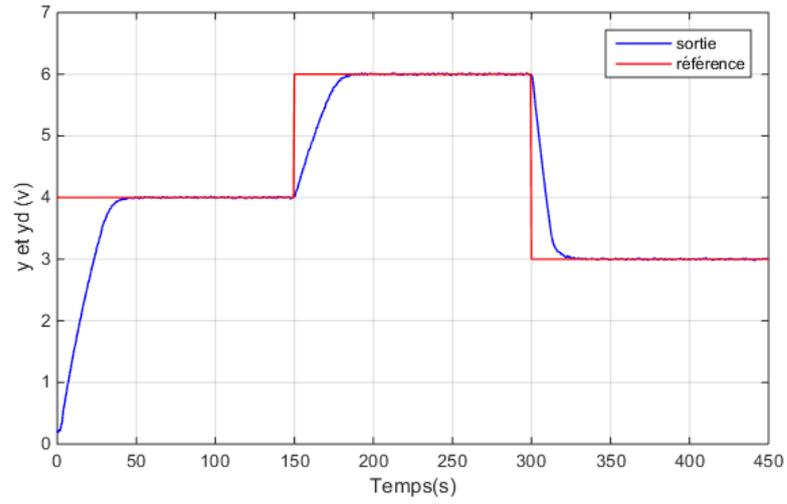
$$u(k) = u(k-1) + g_c^T (y_r - y_l) = u(k-1) + g_c^T (y_r - \Psi_p \Delta x(k) - \Lambda_s y(k)) \quad (\text{IV.14})$$

Avec la présence de l'incrément du vecteur d'état  $\Delta x(k)$  dans la loi de commande (IV.14) les performances au régime établi seront meilleures par rapport à la première approche de la commande MPC.

#### IV.3.4. Résultats expérimentaux

La loi de commande MPC (IV.14) est implémentée en temps réel pour commander le système hydraulique. La sortie désirée (qui est une tension image du niveau désiré) est choisie avec le même profil de l'approche précédente. Cette loi de commande est implémentée en temps réel en utilisant la carte HUMUSOFT MF634 avec les paramètres suivants : la période d'échantillonnage  $T_s = 0.5$  sec, l'horizon de prédiction  $N_p = 15$ , l'horizon de commande  $N_u = 10$  et le facteur de pondération  $\lambda = 0.5$ .

Les résultats expérimentaux issus de cette application sont illustrés par les figures IV.5-IV.7. La figure IV.5 donne l'allure de la sortie du système et celle de la sortie désirée. Le signal de commande (tension d'alimentation de la pompe) est illustré par la figure IV.6. La courbe de l'erreur résultante est tracée dans la figure IV.7. D'après ces figures, nous pouvons remarquer que les performances de poursuite obtenues sont très satisfaisantes surtout au régime statique, l'erreur statique est nulle contrairement à la première approche. Nous constatons aussi que le signal de commande est lisse et reste bornée et il n'y a pas de grands pics pendant le changement de la consigne.



FigureIV.5 : Sortie et sortie désirée avec le deuxième contrôleur MPC

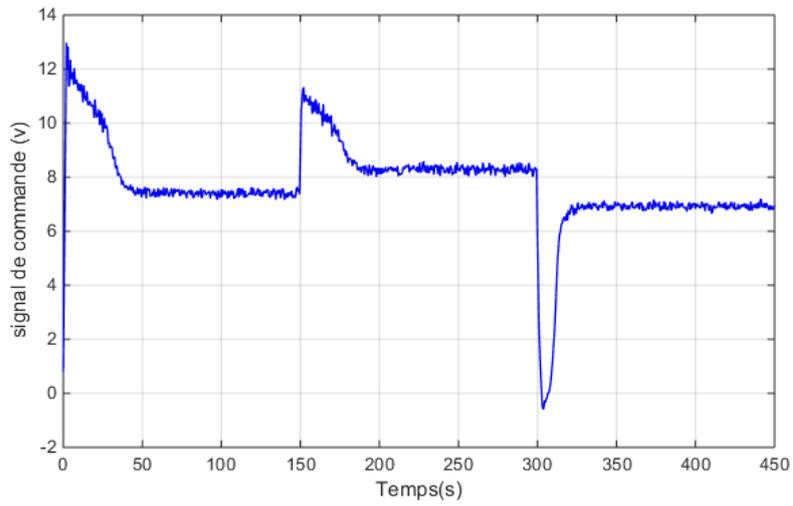


Figure.IV.6 : Signal de commande avec le deuxième contrôleur MPC

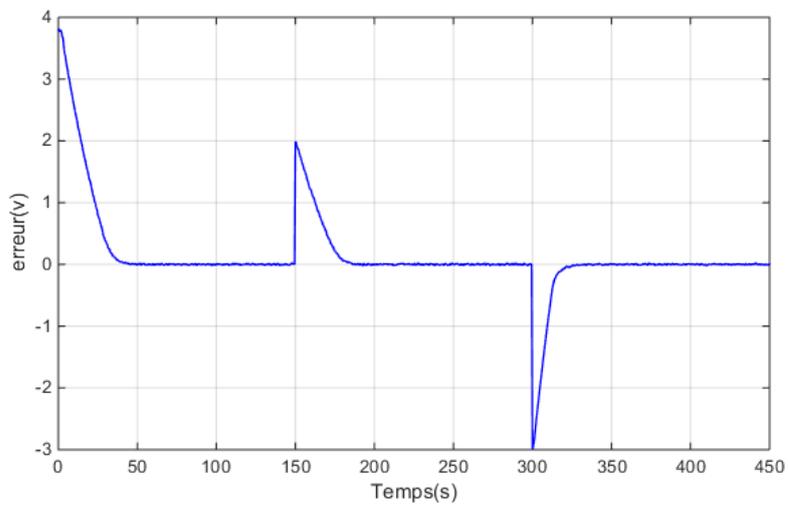


Figure.IV.7 : évolution de l'erreur avec le deuxième contrôleur MPC

### IV.3.5. Test de robustesse

Pour examiner les performances de la commande MPC (deuxième approche) lorsque le système hydraulique est soumis à un effet de perturbation extérieure, nous avons fait le même test de robustesse réalisé avec la commande DMC. Nous changeons donc pendant le fonctionnement du système la position de la vanne d'évacuation aux instants  $T1=75s$ ,  $T2=225s$  et  $T3=375s$ . La figure IV.8 montre la position de la vanne d'évacuation pour chaque instant  $T_i$ .

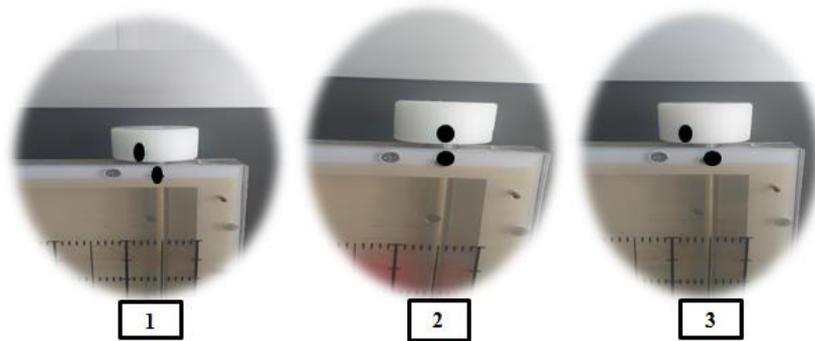


Figure.IV.8 : Scénario du test de robustesse avec la commande MPC

Les résultats expérimentaux de ce test de robustesse sont illustrés par les figures IV.9-IV.11

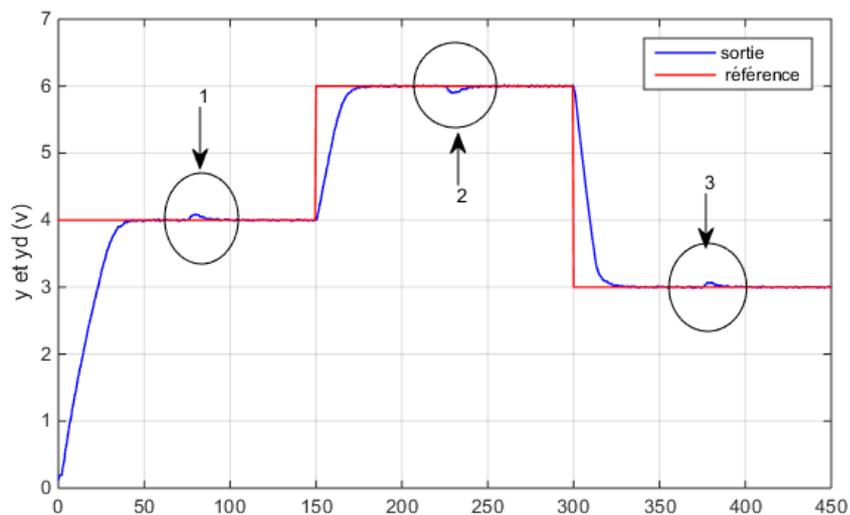


Figure.IV.9 : Sortie et sortie désirée pour le test de robustesse avec la commande MPC

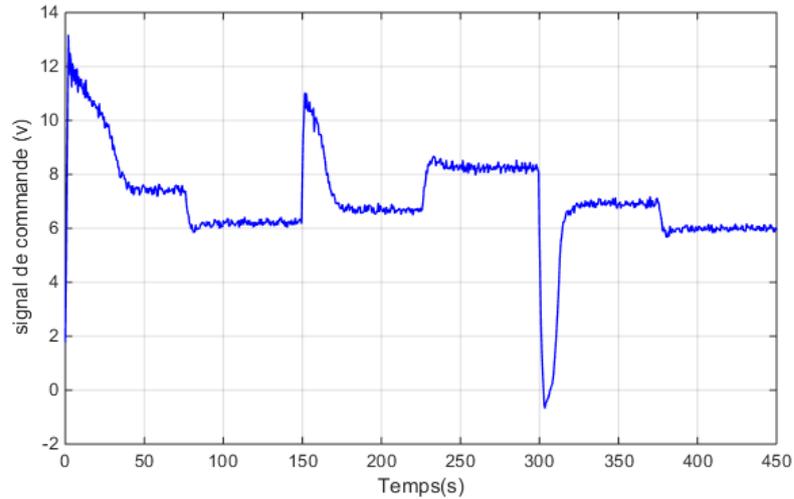


Figure.IV.10 : Signal de commande pour le test de robustesse avec la commande MPC

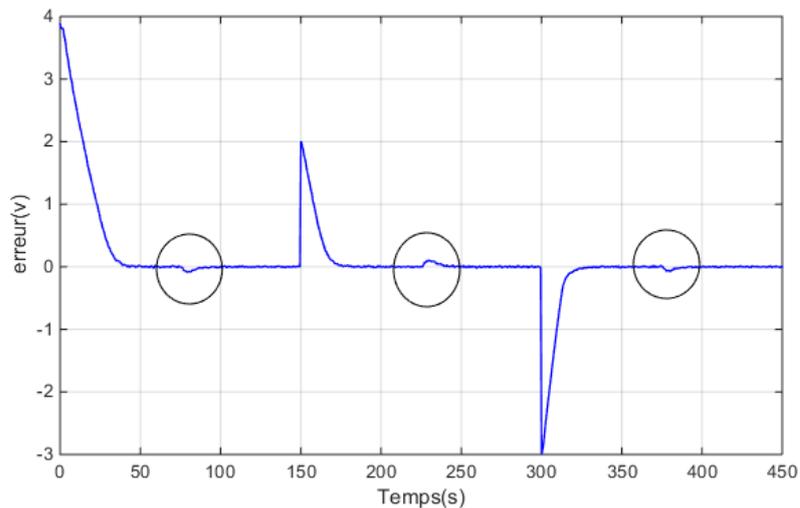


Figure.IV.11 : évolution de l'erreur pour le test de robustesse avec la commande MPC

La Figure IV.9 présente la réponse du système sous l'effet de variation de la vanne d'évacuation et la figure IV.11 montre l'erreur de poursuite résultante. Il apparaît clairement que la sortie suit sa référence avec un temps de réponse faible et un dépassement presque nul. Nous remarquons aussi que le contrôleur arrive rapidement à compenser l'effet de variation du débit de sortie aux instants 75s, 225s et 375s, ce qui confirme sa robustesse. La figure IV.10 illustre l'évolution de la commande pour ce test de robustesse. On observe que le signal de commande reste lisse et évolue aux instants de variation de la position de la vanne, et ceci, pour faire face aux effets de la variation du débit de sortie. D'après ces résultats expérimentaux, nous déduisons que le contrôleur maintient ces performances et, de plus, il compense rapidement les perturbations qui influencent son fonctionnement.

#### IV.4. Etude comparative entre le contrôleur MPC et PI

Pour mettre en évidence les avantages du contrôleur MPC, nous avons procédé à une étude comparative expérimentalement entre les performances du régulateur MPC et celles d'un régulateur PI comme pour le cas du contrôleur DMC, et ceci, avec variation de la position de la vanne d'évacuation. Les résultats obtenus sont illustrés par les figures IV.12 et IV.13. La comparaison s'est fait avec le même signal de référence et la même période d'échantillonnage  $T_s = 0.5$  s. Le contrôleur PI est implémenté avec les paramètres  $K_p = 25$  et  $K_i = 0.15$ . Ces gains sont obtenus par tâtonnement et sont ceux qui ont donné les meilleures performances dans la première phase (de 0 s à 150 s). Les résultats expérimentaux issus de cette implémentation sont donnés par les figures IV.12 et IV.13.

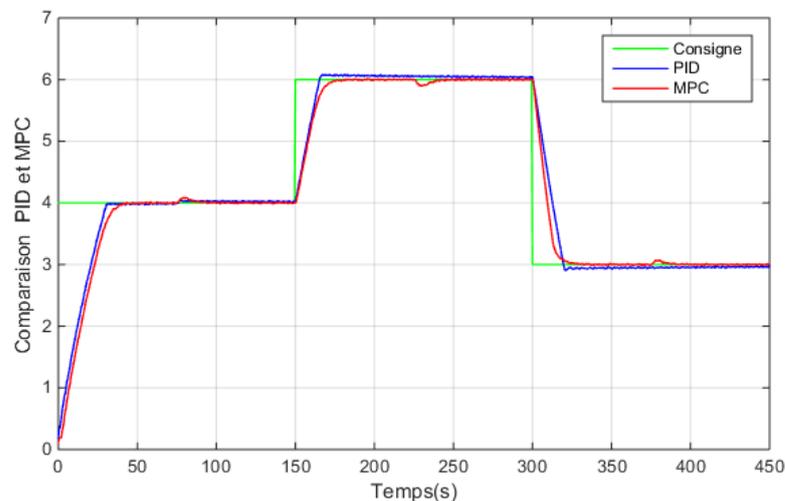


Figure IV.12 : Comparaison entre PI et MPC : sortie et sortie désiré

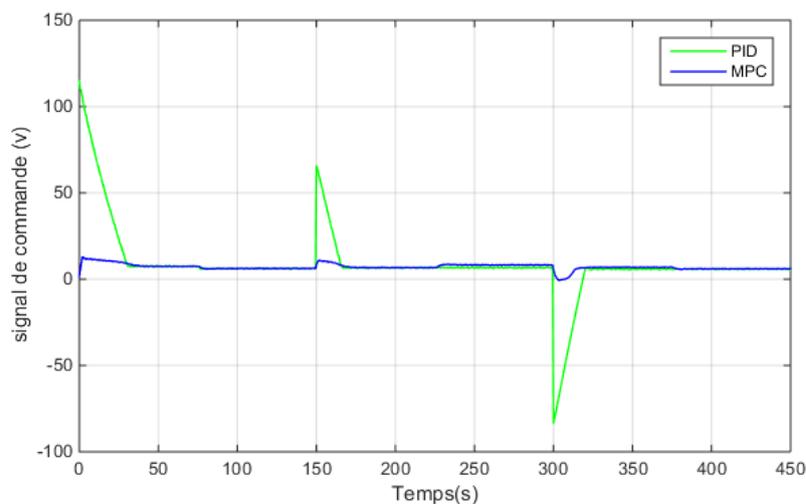


Figure IV.13 : Comparaison entre PI et MPC : signal de commande

La figure IV.12 montre la sortie et la sortie désirée du système obtenues avec les deux régulateurs MPC et PI et la figure IV.13 les signaux de commande. Les résultats expérimentaux révèlent que la stratégie de commande MPC est plus performante par rapport au régulateur PI, surtout au régime établi. En outre, la commande MPC manifeste une robustesse remarquable vis-à-vis les perturbations, contrairement au régulateur PI. Ce dernier prend du temps pour compenser l'effet de la perturbation. Le signal de commande MPC est lisse et borné contrairement à celui du régulateur PI qui présente des pics importants à chaque variation de la valeur de consigne.

#### **IV.5. Conclusion**

Ce chapitre a été consacré à l'étude et l'application de la commande prédictive à base du modèle d'état MPC au système hydraulique. Deux approches de la commande MPC ont été étudiées dans ce chapitre avec une validation expérimentale, suivie par une étude comparative entre un régulateur PI et la deuxième approche MPC. Cette étude nous a révélé que la deuxième approche est très performante par rapport à la première approche. Cette dernière a conduit à une mauvaise poursuite de trajectoire. Le test de robustesse réalisé pour la deuxième approche a prouvé ses performances et sa supériorité par rapport au contrôleur PI.

## **Conclusion Générale.**

---

## Conclusion Générale

---

La commande prédictive est l'une des méthodes de commande la plus connues dans le milieu industriel. Elle peut s'appliquer à des systèmes complexes, elle permet de respecter les contraintes imposées sur les entrées et/ou les sorties du système. À cause de ses avantages, la commande prédictive ne cesse d'attirer l'attention des chercheurs en domaine de l'automatique. Plusieurs méthodes de la commande prédictive sont développées dans la littérature.

Ce mémoire a été consacré à l'application en temps réel de deux types de commande prédictive sur un système hydraulique. Il s'agit de l'application de la commande par matrice dynamique DMC et deux variantes de la commande par modèle d'état MPC. En premier temps, nous avons réalisé l'étalonnage du capteur de niveau pour avoir une relation entre la tension de sortie du capteur et le niveau réel dans le réservoir de remplissage. Nous avons procédé ensuite à l'identification du comportement du système par la méthode de réponse indicelle. La procédure d'étalonnage et l'identification ont été réalisés à base de la carte HUMOSOFT MF 634 sous MATLAB/ Simulink.

Les résultats expérimentaux issus de l'implémentation de la commande DMC confirment les performances du contrôleur DMC dans la commande des systèmes hydrauliques. Le test de robustesse réalisé pour cette commande a prouvé l'habilité du contrôleur DMC à faire face à l'effet des perturbations extérieures. L'étude comparative réalisée entre la commande DMC et un régulateur PI a montré que les performances de poursuite et du signal de commande dans le cas de DMC sont meilleures et plus performants par rapport au PI.

Pour la commande par modèle d'état, deux variantes de la commande prédictive MPC ont été appliquées au système hydraulique. On a remarqué que les performances de la première approche ne sont pas satisfaisantes du moment qu'il y a une erreur statique importante au régime établi. Néanmoins, l'application de la deuxième approche a donné des performances de poursuite très satisfaisantes. De plus, cette deuxième approche de la commande MPC, qui considère l'incrément du vecteur d'état dans la loi de commande, est robuste vis-à-vis de la variation de la position de vanne d'évacuation contrairement au contrôleur PI.

Donc on peut conclure que la stratégie de commande DMC est la deuxième approche MPC ont prouvé en pratique leurs capacités de mener à bien la régulation du niveau d'un réservoir, que ce soit, au niveau de la précision, du temps de réaction, du dépassement, ou de la stabilité et de la robustesse contre le changement du débit de sortie.

Comme perspectives pour ce travail, on propose :

- Applications de la commande DMC et MPC sous contraintes à ce système hydraulique ;
- Applications d'autres commandes prédictives à ce système hydraulique ;
- Commande des systèmes rapides (robot, UAVs, moteurs asynchrones) avec les commandes prédictives.

## Références bibliographiques

- [1] J. Richalet, A. Rault, J.L. Testud et J. Papon, «Model predictive heuristic control: application to industrial process », Automatica, Vol 14, N° 5, pp. 413- 428, 1978.
- [2] O. Bourebia, « Commande prédictive floue des systèmes non linéaires», Thèse de doctorat ,université de constantine, 2011.
- [3] D. Dumur, « Contribution à l'analyse et au développement d'algorithmes de commande prédictive », Thèse Supélec, 2002.
- [4] A. Ramdani, « Commande prédictive des systèmes dynamiques étude comparative avec les régulateurs classiques», mémoire de magister, université M'Hamed Bougara-Boumerdaes, 2013.
- [5] H. Boumaza, « Commande prédictive approximante», mémoire de magister, université constantine1 ,2013.
- [6] <https://www.humusoft.cz/datacq/mf634/>
- [7] S. labiod. « Commande prédictive et adaptative», Notes de Cours, 2020.
- [8] D.W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tufs, « Generalized predictive control, Part I. The basic algorithm », Automatica, vol. 23, pp. 137-148, 1987.
- [9] E. F. Camacho, C. Bordons, «Model predictive control», Ed. Springer-Verlag, London, 2004.
- [10] S. Olaru, «Contribution à l'étude de la commande prédictive sous contraintes par approche géométrique », Thèse de doctorat, Université Paris Xi Orsay, France, 2005.
- [11] M. C. LOZADA, « Sur les modèle flous adaptatifs dynamiques », Thèse de doctorat, l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2003.
- [2] O. Bourebia, « Commande prédictive floue des systèmes non linéaires», Thèse de doctorat, université mentouri de constantine, 2011.
- [12] C.R.Cutler and B.L.Ramaker, «Dynamic matrix control – A computer control algorithm», automatic control conference, San Francisco, 1980.
- [13] K. Barra, «Commande prédictive généralisée (GPC) des associations convertisseurs. Machines à induction », Thèse de doctorat, Université de Batna, 2008.
- [14] N. Petit, « Commande Prédictive », Notes de Cours, Option : Procède Environnement, Ecole Centrale Paris, 2005-2006.

- [15] M.B. Ben Slimen, «Conception de lois de commande structurées (Hiérarchisées, Décentralisées) pour les chaines de Traction Pilotées», Thèse De Doctorat, Université de Nantes, France, 2011.
- [16] <https://www.lias-lab.fr/teams/automatic-system/system-identification>
- [17] <http://www.bonne-mesure.com/etalonnage.php>
- [18] O. Bouamama ,« Identification des system », Notes de Cours, école polytechnique de lille.
- [19] G. Cabodevila, « Identification des systèmes» , Notes de cours , 2009.
- [20] S. Colonges, « Identification des systèmes en boucle fermé », Notes de cours, Janvier 2002.
- [21] I.D. Landau, « Identification et commande des systèmes », Hermès, 1993
- [22] K. J. Astrom & T. Hagglund, «Advanced PID Control», ISA, New York, 2006.
- [23] M. A. Johnson & M. H. Moradi, «PID Control (New identification and design methods)», Springer, 2005.
- [24] D. Ross, E. Deguine, M. Camus, « Asservissement par PID », Notes de cours, mars 2010.

**Résumé :** L'objectif de ce travail est d'utiliser la technique de commande prédictive pour commander en temps réel le niveau dans un système hydraulique. Premièrement, nous avons procédé à l'identification de ce système par la méthode de réponse indicielle. Ensuite, nous avons synthétisé une loi de commande DMC pour commander ce système hydraulique. Les performances de ce contrôleur ont été validées expérimentalement en utilisant la carte HUMUSOFT MF634. Finalement, nous avons développé deux lois de commande prédictive MPC, à base du modèle d'état, pour commander le niveau dans le réservoir de remplissage. Les performances obtenues avec la commande DMC et l'un des contrôleurs MPC sont très satisfaisantes en termes de poursuite et de robustesse.

**Mots clé :** Commande prédictive, Système hydraulique, la réponse indicielle, Commande DMC, Commande MPC.

---

**Abstract:** The objective of this work is to use the predictive control technique to control in real time the level in a hydraulic system. We proceeded to the identification of this system by the step response method. Then, we synthesized a DMC control law to control this hydraulic system. The performances of DMC controller have been experimentally validated using the HUMUSOFT MF634 board. Finally, we have developed two predictive control laws MPC, based on the state model, to control the level in the filling tank. The performances obtained with the DMC control and one of the MPC controllers are very satisfactory in terms of tracking and robustness.

**Key words:** Predictive control, Hydraulic system, Step response, DMC control, MPC control.

---

ملخص: الهدف من هذا العمل هو استخدام تقنية التحكم التنبؤي للتحكم تجريبيا في المستوى في نظام هيدروليكي. شرعنا في تحديد هذا النظام من خلال طريقة الاستجابة خطوة. بعد ذلك، قمنا بتطوير قانون تحكم DMC للتحكم في هذا النظام الهيدروليكي. تم التحقق من صحة أداء وحدة التحكم DMC بشكل تجريبي باستخدام لوحة HUMUSOFT MF634. أخيراً، قمنا بتطوير قانونين للتحكم التنبؤي MPC، بناءً على نموذج الحالة، للتحكم في المستوى في خزان الماء. الأداء الذي تم الحصول عليه باستخدام تحكم DMC وأحد وحدات تحكم MPC مرضٍ للغاية من حيث التتبع والمناطة.

**كلمات مفاتيح:** تحكم تنبؤي، نظام هيدروليكي، استجابة خطوة، تحكم DMC، تحكم MPC.