

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOUHAMED EL SADIK BEN YAHIA



Faculté des sciences et de la technologie

Mémoire de fin d'Etude

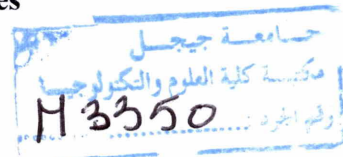
En vue de l'obtention du diplôme de

MASTER

En Electrotechnique

Option : Commande des Systèmes Electriques

Thème



**Commande non linéaire d'une machine à induction
par linéarisation entrée-sortie**

Travail présenté par:

BOULAROUK Sara

SID AHMED ALI Lahcen

Dirigé par :

Mr: A. MAUCHE

Année Universitaire 2014 / 2015

Remerciements

*Louange tout d'abord à Dieu qui m'a donné la force pour terminer ce
modeste travail.*

*Je tiens à remercier tout particulièrement Mr.A.MAOUCHE qui a assuré
la lourde tâche de diriger ce mémoire.*

*Je tiens à lui adresser mes plus vifs remerciements pour être toujours reste
accessible et disponible, ce qui m'a permis de partager une partie de sa
culture scientifique et de bien terminer ce travail.*

*Je tien remercier aussi les membres de jury qui nous ont fait l'honneur
d'accepter le jugement de notre travail. Ainsi Que les enseignants qui ont
contribué à ma formation.*

*Enfin j'adresse un remerciement tout particulier à ma famille qui a
toujours été une source inépuisable d'encouragements.*

Dédicace

Je dédie ce travail

A mes chers parents,

A mes frères et sœurs,

A tout ma famille,

*À ceux qu'ils me connaissent de près ou loin, et à qui la science est un
partage.*

Liste des symboles

f	Fréquence du réseau d'alimentation
s, r	Indiquant le stator et le rotor respectivement
C_d	Couple de démarrage
$F.m.m$	Force magnétomotrice
a, b, c	Indice indiquant les trois phases de la machine asynchrone
θ	L'angle électrique entre la phase a_s et a_r
u_{sabc}, u_{rabc}	Tension des trois phase statorique et rotorique
i_{sabc}, i_{rabc}	Courant des trois phase statorique et rotorique
$\varphi_{sabc}, \varphi_{rabc}$	Flux crée par les trois phases statorique et rotorique
u_{sdq}, u_{rdq}	Tension statorique et rotorique équivalent dans le repère $(d - q)$
i_{sdq}, i_{rdq}	Courant statorique et rotorique équivalent dans le repère $(d - q)$
$\varphi_{sdq}, \varphi_{rdq}$	Flux statorique et rotorique équivalent dans le repère $(d - q)$
R_s, R_r	Résistance statorique et rotorique
l_s, l_r	Inductance propre statorique et rotorique
L_s, L_r	Inductance cyclique statorique et rotorique
f_{vis}	Coefficient de frottement visqueuse
ω_s, ω_r	Pulsation des courant statorique et rotorique
ω_c	Pulsation du repère de Park par rapport au stator
ω	Vitesse électrique de rotor
Ω	Vitesse mécanique de rotor
θ_c	Position du repère de Park par rapport au stator
θ_s	Position angulaire du repère $(d - q)$ par rapport au stator
θ_r	Position angulaire du repère $(d - q)$ par rapport au rotor
p	Nombre de paire de pole
C_{em}	Couple électromagnétique
C_r	Couple résistant
g	Le glissement de la machine asynchrone
M	Inductance cyclique mutuelle

M_{sr}	Inductance mutuelle entre une phase statorique et rotorique
J	Moment d'inertie du rotor
σ	Coefficient de dispersion
S	Opérateur dérivé de Laplace
T_s	Constante de temps de stator
T_r	Constante de temps de rotor
V_a, V_b, V_c	Les tensions des trois phases de réseaux
U_d	La tension redressé
V_{dc}	La tension filtré
f_c	Fréquence de coupure de filtre
∇	Le gradient
$L_f h$	La dérivée de Lie
$[f \ g](x)$	Crochet de Lie
φ	Difféomorphisme
u	Vecteur de commandes
x	Vecteur d'état
\dot{x}	La dérivé de vecteur d'état
$D(x)$	Matrice de découplage du système
u	Vecteur de commande (l'entrée)
v	Vecteur des nouvelles commandes
y	Vecteur de sortie
h	Fonction analytique de x
f, g	Sont des fonctions
e_p	L'erreur de poursuite
r	Degré relative total
m	Indice de Modulation
r	Taux de Modulation
$[P_\theta]$	Matrice de transformation de Park
$v_{an}, v_{bn} \text{ et } v_{cn}$	Les tensions simples entre les phases de l'onduleur et le neutre de la MAS
$v_{ao}, v_{bo} \text{ et } v_{co}$	Les tensions simples entre les phases de l'onduleur et le point milieu o

Sommaire

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I

Modélisation et simulation de la machine asynchrone

I.1. Introduction.....	3
I.2. Classification des machines asynchrones.....	3
I.2.1. Machine asynchrone à rotor bobiné.....	4
I.2.2. Machine asynchrone à rotor à cage simple.....	4
I.2.3. Machine asynchrone à double cage.....	5
I.2.4. Machine asynchrone à rotor à encoches profondes.....	5
I.3. Modélisation de la machine asynchrone.....	6
I.3.1. Hypothèses simplificatrices.....	6
I.3.2. Modèle mathématique du moteur asynchrone triphasé.....	6
I.3.3. Transformation triphasé biphasé.....	9
I.3.3.1. Transformation de Park.....	9
I.3.4. Choix du repère et définition de référentiels.....	11
I.3.4.1. Référentiel fixe par rapport au stator.....	11
I.3.4.2. Référentiel fixe par rapport au champ tournant.....	12
I.3.4.3. Référentiel fixe par rapport au rotor.....	13
I.4. Expression du modèle de la machine.....	13
I.4.1. Modèle non linéaire de la machine asynchrone.....	13
I.5. Simulation du modèle d'état.....	14
I.6. Interprétation des résultats de simulation.....	17
I.7. Conclusion.....	17

Chapitre II

Modélisation du groupe convertisseur pour l'alimentation de la machine

II.1. Introduction.....	19
II.2. Présentation du groupe convertisseur.....	19
II.3. Modélisation du redresseur à diodes.....	20
II.4. Modélisation du filtre.....	22
II.5. Modélisation de l'onduleur de tension.....	24
II.5.1. Structure de l'onduleur.....	24
II.5.2. Principe de fonctionnement.....	25
II.5.3. Modèle mathématique de l'onduleur de tension.....	25
II.6. Modulation de largeur d'impulsion (MLI).....	27
II.6.1. La technique de la MLI triangulo- sinusoïdale.....	27
II.6.2. La technique de modulation "vectorielle" (SVPWM).....	30
II.6.2.1. Le principe de la modulation vectorielle.....	30
II.6.2.2. Représentation vectorielle.....	30
II.6.2.3. Localisation du vecteur de référence.....	32

II.6.2.4. Calcul des temps de commutation.....	<u>33</u>
II.6.2.5. Génération des impulsions de commande.....	<u>35</u>
II.6.2.6. Schéma bloc de la MLI vectorielle.....	<u>38</u>
II.6. Association groupe convertisseur machine asynchrone et simulation.....	<u>41</u>
II.6.1. Association groupe convertisseur machine asynchrone.....	<u>41</u>
II.6.2. Simulation de la machine par groupe convertisseur par MLI.....	<u>41</u>
II.6.3. Interprétation des résultats.....	<u>44</u>
II.6.4. Comparaison entre la modulation vectorielle et la modulation triangulo-sinusoidale.....	<u>44</u>
II.7. Conclusion.....	<u>45</u>

Chapitre III

Commande non linéaire par linéarisation au sens des entrées-sorties

III.1. Introduction.....	<u>46</u>
III.2. Historique de la commande.....	<u>46</u>
III.3. Avantage de la théorie entrée-sortie.....	<u>47</u>
III.4. Outils mathématiques.....	<u>47</u>
III.4.1. Gradient.....	<u>47</u>
III.4.2. Opérateurs de Lie (dérivée et crochet de Lie).....	<u>48</u>
III.4.3. Difféomorphisme.....	<u>49</u>
III.4.4. Degré relatif.....	<u>50</u>
III.5. Principe de la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties.....	<u>52</u>
III.5.1. Système à une entrée et une sortie.....	<u>53</u>
III.5.2. Système à plusieurs entrées et plusieurs sorties.....	<u>55</u>
III.5.2.1. Mise sous forme canonique.....	<u>57</u>
III.5.2.2. Conception du nouveau vecteur de commande v	<u>59</u>
III.5.2.3. Dynamique d'ordre zéro.....	<u>59</u>
III.6. Conclusion.....	<u>60</u>

Chapitre IV

Application de la commande non linéaire à la machine asynchrone

IV.1. Introduction.....	<u>61</u>
IV.2. Les sorties régulées et les critères de commande.....	<u>61</u>
IV.3. Degré relatif.....	<u>62</u>
IV.3.1. Degré relatif de couple C_e	<u>62</u>
IV.3.2. Degré relatif de flux.....	<u>63</u>
IV.4. Forme normale et dynamiques-zéro.....	<u>67</u>
IV.5. Essais de simulation.....	<u>75</u>
IV.6. Interprétation des résultats de simulation.....	<u>76</u>
IV.7. Conclusion.....	<u>76</u>

Conclusion générale	<u>77</u>
----------------------------------	-----------

Bibliographie	<u>79</u>
----------------------------	-----------

Introduction Générale

Historiquement, Le moteur à courant continu est introduit dans la plupart d'équipements industriels, car leur structure linéaire en facilitait la commande. Cependant, son principal défaut reste le collecteur mécanique que l'on tolère mal dans certains environnements et qui fait augmenter les coûts d'entretien. Ces contraintes ont orienté les chercheurs vers l'entraînement équipé des machines à courant alternatif (synchrone et asynchrone) [18].

L'immense utilisation de la machine asynchrone dans de nombreuses applications industrielles au grand public est justifiée par sa robustesse, son faible coût, ses performances et la facilité d'entretien. Cependant sa commande reste un défi relevé aux communautés scientifiques, afin d'optimiser et de maîtriser la machine dans les entraînements à vitesse variable. La difficulté réside dans sa grande complexité physique, liée aux interactions électromagnétiques entre le stator et le rotor. Le modèle mathématique du moteur est non linéaire, ses variables d'états ne sont pas toutes mesurables et les paramètres peuvent varier durant le fonctionnement.

Les progrès de l'électronique de puissance et de l'électronique numérique permettent aujourd'hui d'aborder la commande à vitesse variable dans les applications à faibles puissances. Conjointement à ces avancées technologiques, la communauté scientifique a développé diverses approches de commande pour maîtriser en temps réel le flux et le couple des machines électriques. A titre d'exemple, nous citons la commande scalaire, la commande vectorielle, la commande directe du couple connu sous le nom DTC (Direct torque control) et la commande par linéarisation qui nous intéresse dans le présent travail. Cette dernière, a été développée vers la fin des années 70s par Hirschorn, elle n'a été appliquée aux moteurs électriques que vers la fin des années 80s [18], [23].

La commande non-linéaire par linéarisation est une alternative pour découpler la commande de la machine asynchrone tout en assurant une linéarisation parfaite quelque soit les profils des trajectoires imposés au système. Les techniques de la commande non-linéaire sont basées sur la théorie de la géométrie différentielle [17].

Dans la commande non linéaire de la machine asynchrone, la connaissance de la valeur du flux rotorique est exigée. L'utilisation d'un capteur de flux encombre l'installation mécanique et présente une fragilité et un manque de précision face à ces problèmes on fait recours à l'utilisation d'observateurs numériques pour l'estimation du flux.

L'objectif de notre mémoire est d'une part découpler la machine asynchrone par un retour d'état linéarisant.

INTRODUCTION GENERALE

Afin d'atteindre l'objectifs, notre mémoire est organisé en quatre chapitres comme suit:

➤ ***Le premier chapitre :***

Le premier chapitre sera consacré à la modélisation de la machine asynchrone alimentée depuis le réseau. Dans ce chapitre nous allons tirer toutes les équations nécessaires de cette machine, ensuite nous donnerons les différentes simulations pour pouvoir connaître l'aptitude de cette dernière.

➤ ***Le deuxième chapitre :***

Dans le chapitre II, nous présenterons la modélisation du groupe convertisseur et à travers une association redresseur-filtre et onduleur de tension commandé par les deux stratégies de commande de l'onduleur par MLI sinus-triangulaire et par la stratégie *MLI* vectorielle.

➤ ***Le troisième chapitre :***

Dans le chapitre III, nous rappellerons la théorie de la commande non linéaire.

➤ ***Le quatrième chapitre :***

Dans le chapitre IV, nous ferons l'application sur le modèle de la machine asynchrone. Nous simulerons le système pour tester l'efficacité de la commande développée au découplage flux/couple.

Enfin, nous terminerons par une conclusion générale.

Chapitre I: Modélisation et simulation de la machine asynchrone.

I.1. Introduction:

La machine asynchrone, de part sa simplicité de conception et d'entretien, a la faveur des industriels depuis son invention par Nikola tesla en 1887, quand il découvrit les champs magnétique tournants engendrés par un système de courants polyphasés. Cette simplicité s'accompagne toutefois d'une grande complexité physique, liée aux interactions électromagnétiques entre le stator et le rotor.

La modélisation est une étape très importante et nécessaire, que soit pour étudier les comportements ou/et élaborer des commandes des différentes types des machines (à courant continu DC ou alternatif AC), [1] et [25].

Dans ce chapitre, nous présentons la modélisation classique de la machine asynchrone en utilisant les transformations de Park, en se basant sur les hypothèses simplificatrices pour simplifier les calculs, [2] et [3] nous citons les propriétés des différents repères et les équations mathématiques (magnétiques, électriques et mécanique) qui gèrent la machine dans chaque repère, en suite, nous effectuons et décrivons la simulation de la machine qui sera par un secteur 50Hz, dans plusieurs conditions de fonctionnement, pour voire les performances de la machine, et en étudions la simulation à vide, en charge.

I.2. Classification des machines asynchrones:

Une machine asynchrone est constituée des principaux éléments: le stator, le rotor et les organes mécaniques permettant la rotation et le maintien des différents sous-ensembles.

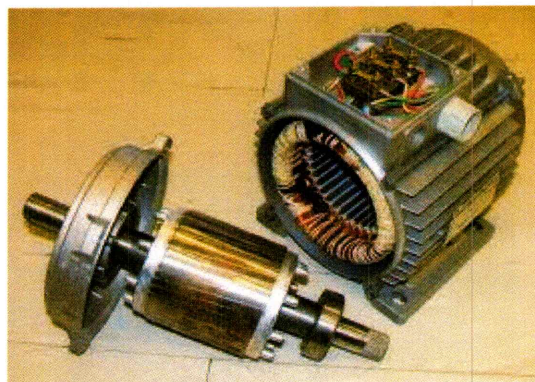


Fig. I. 1: Machine asynchrone triphasée [5].

- Le stator de forme cylindrique représente la partie statique de la machine, il est constitué d'un bobinage, le plus souvent triphasé, logé dans des encoches et relié à la source d'alimentation.
- Le rotor est la partie tournante, il peut prendre plusieurs aspects permettant de distinguer les différents types des machines asynchrones.

La classification des machines asynchrones peut être effectuée en examinant la morphologie du rotor, on peut citer, [1].

I.2.1. Machine asynchrone à rotor bobiné:

Le rotor comporte un enroulement bobiné à l'intérieur d'un circuit magnétique constitué des disques empilés sur l'arbre de la machine. Cet enroulement est obligatoirement polyphasé, même si le moteur est monophasé, et, en pratique, toujours triphasé à couplage en étoile. Les encoches, découpées dans les tôles, sont théoriquement parallèles à l'axe du moteur, mais, en fait, légèrement inclinées par rapport à cet axe de façon à réduire certaines pertes dues aux harmoniques, [1].

Les extrémités de l'enroulement rotorique sont reliées à des bagues montées sur l'arbre, sur lesquelles frottent des balais en carbone. On peut ainsi mettre en série avec le circuit rotorique des éléments de circuit complémentaires qui permettent des réglages de couple ou de vitesse par exemple.

I.2.2. Machine asynchrone à rotor à cage simple:

Le circuit du rotor est constitué de barres conductrices régulièrement réparties entre deux couronnes métalliques formant les extrémités, le tout rappelant la forme d'une cage d'écureuil. Bien entendu, cette cage est insérée à l'intérieur d'un circuit magnétique analogue à celui du moteur à rotor bobiné.

Les barres sont faites en cuivre, en bronze ou en aluminium, suivant les caractéristiques mécaniques et électriques recherchées par le constructeur. Dans certaines constructions, notamment pour des moteurs à basse tension (par exemple 230/400 V), la cage est réalisée par coulée et centrifugation d'aluminium.

On démontre que, si le nombre de barres N_b est suffisamment grand (soit, en pratique, $N_b \geq 8p$), la cage se transforme automatiquement en un circuit polyphasé de polarité adéquate.

Ce type de moteur, beaucoup plus aisé à construire que le moteur à rotor bobiné, est d'un prix de revient inférieur et à une robustesse intrinsèquement plus grande. Il n'est donc pas

étonnant qu'il constitue, et de loin, la plus grande partie du parc des moteurs asynchrones en service.

Son inconvénient majeur est qu'il ne permet pas d'insérer un rhéostat et qu'il a, au démarrage, de mauvaises performances (courant élevé et couple faible). Pour remédier à cette situation ont été développés deux autres types de rotor (rotor à double cage et rotor à encoches profondes).

I.2.3. Machine asynchrone à double cage:

Le rotor comporte deux cages coaxiales:

- L'une (fréquemment réalisée en laiton ou en bronze), externe, à résistance relativement élevée, est placée près de l'entrefer:
- L'autre (en cuivre), de plus faible résistance, est noyée dans le fer, ayant ainsi une inductance de fuites supérieure à la première.

Au démarrage, le courant rotorique, de fréquence égale à la fréquence f du réseau d'alimentation, se répartit de façon inversement proportionnelle aux réactances des cages, qui sont alors grandes devant les résistances. Dans ces conditions, c'est la cage externe qui est parcourue par le maximum de courant; sa relativement forte résistance réduit l'appel de courant et accroît le couple.

Au contraire, lorsque le moteur atteint son régime nominal de fonctionnement, normalement caractérisé par un faible glissement g et une fréquence basse f_g , ce sont les résistances qui contrôlent la répartition du courant, ce qui favorise la cage interne de faible résistance.

On peut, ainsi, obtenir des couples de démarrage C_d de deux à trois fois supérieurs à ceux du rotor à simple cage.

I.2.4. Machine asynchrone à rotor à encoches profondes:

Le rotor à double cage est beaucoup plus difficile à construire que le rotor à simple cage et est donc d'un coût plus élevé, [2].

On peut pallier cet inconvénient, tout en gardant une partie de ses avantages, en construisant une cage rotorique simple avec des barres très plates s'enfonçant profondément dans le circuit magnétique.

- Lors du démarrage, la réactance, qui croît avec la profondeur, tend à imposer aux lignes de courant de se concentrer près de la périphérie et à leur assigner ainsi une section de conducteur réduite et une résistance accrue;

- En revanche, en marche normale, cet effet disparaît et les lignes de courant, en occupant la pleine section de la barre, retrouvent un circuit de faible résistance.

Ce type de moteur, dit à encoches est très utilisé, notamment dans le cas des moteurs à haute tension et à fort couple de démarrage. Il présente cependant l'inconvénient d'entraîner une augmentation du coefficient de dispersion des enroulements, donc une diminution du facteur de puissance du moteur, et, bien sûr, d'exiger un diamètre de rotor plus important.

Pour remédier à ce dernier inconvénient, on a parfois fait appel à des conducteurs ayant des formes plus compliquées, en voire en L (la base du L étant en fond d'encoche).

I.3. Modélisation de la machine asynchrone:

I.3.1. Hypothèses simplificatrices:

Pour établir des relations simples entre les tensions d'alimentation du moteur et ses courants, il faut s'appuyer sur un certain nombre d'hypothèses, [1]:

1. Le bobinage est réparti de manière à donner une f.m.m sinusoïdale s'il est alimenté par des courants sinusoïdaux.
2. Nous supposons également que nous travaillons en régime non saturé.
3. Nous négligeons le phénomène d'hystérésis, les courants de Foucault et l'effet de peau.
4. En fin, le régime homopolaire est nul puisque le neutre n'est pas relié à la terre (isolé).

Ces choix signifient entre autre que:

Les flux sont additifs, les inductances propres sont constantes, il y a une variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements statorique et rotorique en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

I.3.2. Modèle mathématique du moteur asynchrone triphasé:

Le modèle mathématique permet principalement d'observer les différentes évolutions des grandeurs électromécaniques d'une part, et d'autre part de prévoir le contrôle nécessaire pour palier aux différents problèmes qui accompagnent les opérations de variation de charge, de vitesse...etc, [6].

La machine est alimentée en tension, les composantes du vecteur de commande de l'équation d'état seront donc des tensions. Les différentes grandeurs seront, dans un premier temps exprimées dans leurs repères respectifs.

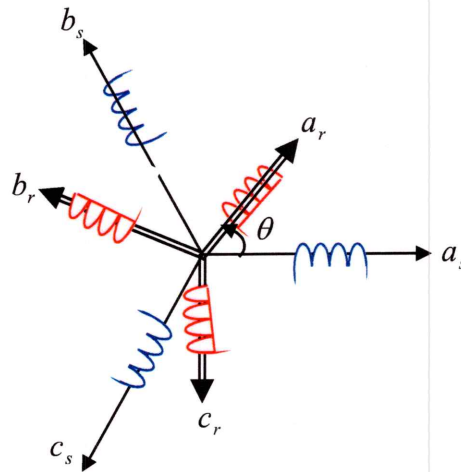


Fig. I. 2: Représentation de la machine asynchrone dans le repère triphasé.

Les enroulements des trois phases statoriques et des trois phases rotoriques dans l'espace peuvent être représentés comme indiqué sur la fig.I.2, les phases rotoriques sont court-circuitées sur elles mêmes. θ est l'angle électrique entre l'axe de la phase a statorique et la phase a rotorique.

La loi de Faraday permet d'écrire:

$$v = Ri + \frac{d\phi}{dt} \tag{I. 1}$$

I.3.2. 1. Au stator:

L'écriture matricielle condensée pour les trois phases statorique et résume par ces écritures, [7]:

a. Equation électrique:

$$[u_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt}[\phi_{sabc}] \tag{I. 2}$$

Cette notation est l'écriture condensée de:

$$\begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} \tag{I. 3}$$

La résistance statorique étant la même pour les trois phases: $R_{sa} = R_{sb} = R_{sc} = R_s$

b. Equation magnétique:

$$[\phi_{sabc}] = [L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}][i_{rabc}] \tag{I. 4}$$

Cette notation est l'écriture condensée de:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sa} \\ \varphi_{sb} \\ \varphi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (I. 5)$$

I.3.2.2. Au rotor:

a. Equation électrique:

$$[u_{rabc}] = [R_r][i_{rabc}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{rabc}] \quad (I. 6)$$

Le rotor étant en court-circuit, ses tensions sont nulles.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix} \quad (I. 7)$$

De même:

$$R_{ra} = R_{rb} = R_{rc} = R_r$$

b. Equation magnétique:

$$[\varphi_{rabc}] = [l_r][i_{rabc}] + [M_{rs}][i_{sabc}] \quad (I. 8)$$

Cette notation est l'écriture condensée de:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & M_r \\ M_r & l_r \\ M_r & M_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 9})$$

Sachant que:

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{I. 10})$$

La résolution analytique du système d'équation (I. 3) et (I. 7) se heurte à des difficultés du fait que les termes trigonométriques de la matrice varient en fonction du temps. Cela conduira à l'usage de la transformation de Park qui permettra de rendre constant ces paramètres.

I.3.3. Transformation triphasé biphasé:

La transformation des axes consiste à transformer des équations triphasées de modèle de la machine asynchrone à des équations équivalent dans un système biphasé (fixe ou tournant). Ils existent plusieurs transformations: Clark, Park, Concordia.

Dans se travaille on utilise la transformation de Park.

I.3.3.1. Transformation de Park:

A cause de la complexité et la non linéarité des équations précédentes il est difficile de simuler le système, alors il est indispensable de transformer le système triphasé équilibré (a, b, c) en un système (d, q) par la transformation de Park. A condition de conserver la force magnétomotrice et la puissance instantanée, [8].

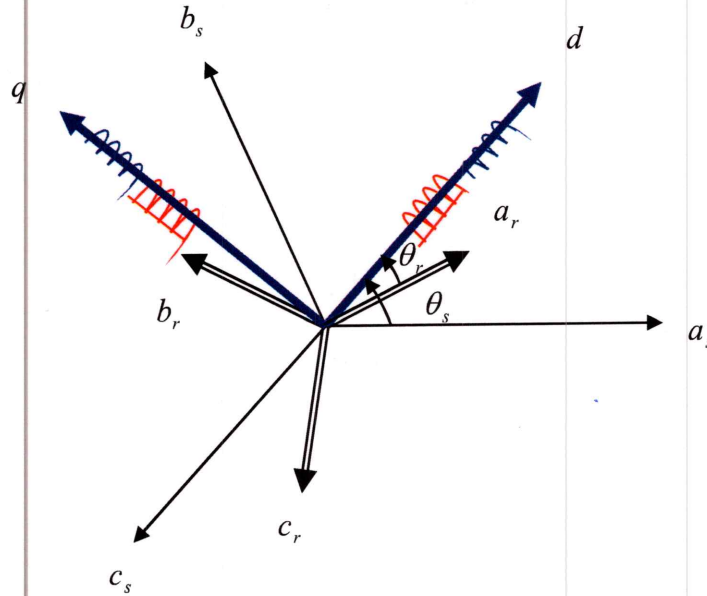


Fig. I. 3: Représentation de la machine asynchrone dans le repère biphasé.

La transformation de Park normalisée est obtenue à l'aide de la matrice de passage:

$$[p(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{I.11}$$

Le changement de variables relatif aux courants, tensions et flux est défini par l'expression suivante:

$$[d, q] = p(\theta)[abc] \tag{I.12}$$

a. Equations électriques:

Les équations aux tensions deviennent:

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_c \\ \omega_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{bmatrix} \tag{I.13}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_c - \omega) \\ (\omega_c - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} \tag{I.14}$$

b. Equations magnétiques:

L'écriture de flux devient:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 15})$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 16})$$

Ou:

$$L_s = l_s - M, \quad L_r = l_r - M, \quad M = \frac{3}{2} M_{sr}, \quad \omega_s = \frac{d\theta_s}{dt}, \quad \omega_r = \frac{d\theta_r}{dt}, \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \omega = p\Omega, \quad \omega_c = \frac{d\theta_c}{dt}$$

Pour que le modèle soit complet, on doit lui adjoindre d'équation mécanique;

c. Equation mécanique:

L'étude du comportement de la machine asynchrone aux différents régimes de fonctionnement en particulier, le régime transitoire met en évidence l'équation du mouvement qui est définie comme suit:

$$C_e - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} + f_{vis} \Omega \quad (\text{I. 17})$$

I.3.4. Choix du repère et définition de référentiels:

Jusqu'à présent, nous avons exprimé les équations et les grandeurs de la machine dans un repère (dq) qui fait un angle électrique θ_s avec le stator et qui fait également un angle électrique θ_r avec le rotor, mais qui n'est pas défini par ailleurs, c'est-à-dire, qu'il est libre, [7].

Il existe trois choix important; on peut fixer le repère (dq) au stator au rotor ou au champ tournant. Rappelons que le repère (dq) est le repère mobile c'est-à-dire qu'il nous appartient de calculer les angles des transformations de Park θ_s et θ_r afin d'effectuer les rotations.

Il existe différentes possibilités pour le choix de l'orientation du repère d'axe (dq) qui dépendent généralement des objectifs de l'application. On peut choisir le référentiel le mieux adapté aux problèmes posé. Le choix se ramène pratiquement à trois référentiels orthogonaux.

- Référentiel des axes $(\alpha\beta)$: système biphasé à axes orthogonaux ($\theta = 0$).
- Référentiel tournant des axes (dq) : système biphasé à axes orthogonaux ($\theta = \theta_s$).
- Référentiel des axes (xy) : système biphasé à axes orthogonaux ($\theta = \theta_r$).

I. 3. 4. 1. Référentiel fixe par rapport au stator:

Ce système d'axe est immobile par rapport au stator, et dans ce cas :

$$\theta = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d \rightarrow \alpha \\ q \rightarrow \beta \end{cases} \text{ et } \omega_c = \frac{d\theta_s}{dt} = 0$$

Les équations électriques prennent la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha} \\ \varphi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 17})$$

$$\begin{bmatrix} u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 18})$$

Les équations magnétiques deviennent:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha} \\ \varphi_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 19})$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 20})$$

L'équation mécanique devient:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{pM}{JL_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{f_{vis}}{J} \Omega - \frac{C_r}{J} \quad (\text{I. 21})$$

I.3.4.2. Référentiel fixe par rapport au champ tournant:

Ce système d'axes tourne avec la vitesse de champ électromagnétique ω_s créée par les enroulements du stator, dans ce cas:

$$\theta_c = \theta_s \Leftrightarrow \begin{cases} d \rightarrow d \\ q \rightarrow q \end{cases} \text{ et } \omega_c = \frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s$$

Les équations électriques prennent la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 22})$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_s - \omega) \\ (\omega_s - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 23})$$

Les équations magnétiques deviennent:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}$$

I.3.4.3. Référentiel fixe par rapport au rotor:

Ce système d'axes est immobile par rapport au rotor tournant à une vitesse ω_r .

Dans ce cas:

$$\theta_c = \theta_r \Leftrightarrow \begin{cases} d \rightarrow x \\ q \rightarrow y \end{cases}$$

Les équations électriques prennent la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{sx} \\ \varphi_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{sx} \\ \varphi_{sy} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 24})$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{rx} \\ \varphi_{ry} \end{bmatrix} \quad (\text{I. 25})$$

Les équations magnétiques restent les même du repère lié au champ tournant:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sx} \\ \varphi_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{rx} \\ \varphi_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix}$$

I.4. Expression du modèle de la machine:

Le modèle de la machine asynchrone est exprimé dans le repère statique $(\alpha \beta)$.

I.4.1. Modèle non linéaire de la machine asynchrone:

Le modèle utilisé dans ce chapitre est un modèle de Park classique pour lequel nous exprimons les grandeurs électriques dans un repère dit "repère fixe ou lié au stator"; le modèle d'état de machine asynchrone, dans ce référentiel est une représentation non linéaire de la forme:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x) + g(x)u \quad (\text{I. 26})$$

Avec:

x : Le vecteur d'état.

u : Le vecteur de commande.

$f(x)$: La matrice dynamique du système.

g : La matrice de commande.

Il peut être donné par:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \\ \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\alpha} + kp\Omega\varphi_{r\beta} \\ -\gamma i_{s\beta} - kp\Omega\varphi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - p\Omega\varphi_{r\beta} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\beta} + p\Omega\varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \frac{pM}{JL_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{f_{vis}}{J} \Omega - \frac{C_r}{J} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (I. 27)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\alpha} + kp\Omega\varphi_{r\beta} \\ -\gamma i_{s\beta} - kp\Omega\varphi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - p\Omega\varphi_{r\beta} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\beta} + p\Omega\varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \frac{pM}{JL_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{f_{vis}}{J} \Omega - \frac{C_r}{J} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

Avec:

$$T_r = \frac{L_r}{R_r}, \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_r L_s}, \gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2}, k = \frac{M}{\sigma L_r L_s}$$

I.5. Simulation du modèle d'état:

La simulation numérique du modèle mathématique (I-27) de la machine asynchrone à rotors bobinés utilisés, permet d'avoir une idée globale et correcte sur leurs performances. La machine asynchrone utilisée est une machine de puissance 1.1 KW, [9], dont les paramètres sont donnés dans l'annexe A, la simulation est fait dans un repère biphasé de Park liée au stator pour des raisons simplification. La machine est alimentée directement à partir du réseau d'alimentation triphasé équilibré de fréquence $f = 50\text{Hz}$, et d'amplitude V_m :

$$V_m = \sqrt{2} \cdot 230 \text{ V}$$

Les résultats de simulations sont effectués avec le logiciel MTLAB/SIMULINK 7.3, pour trois essais:

1. Démarrage à vide suivi d'une charge de 10 N.m.
2. Inversement du sens de rotation.

Les résultats de simulation sont donnés par les figures (I.4 et I.5).

le pas de simulation

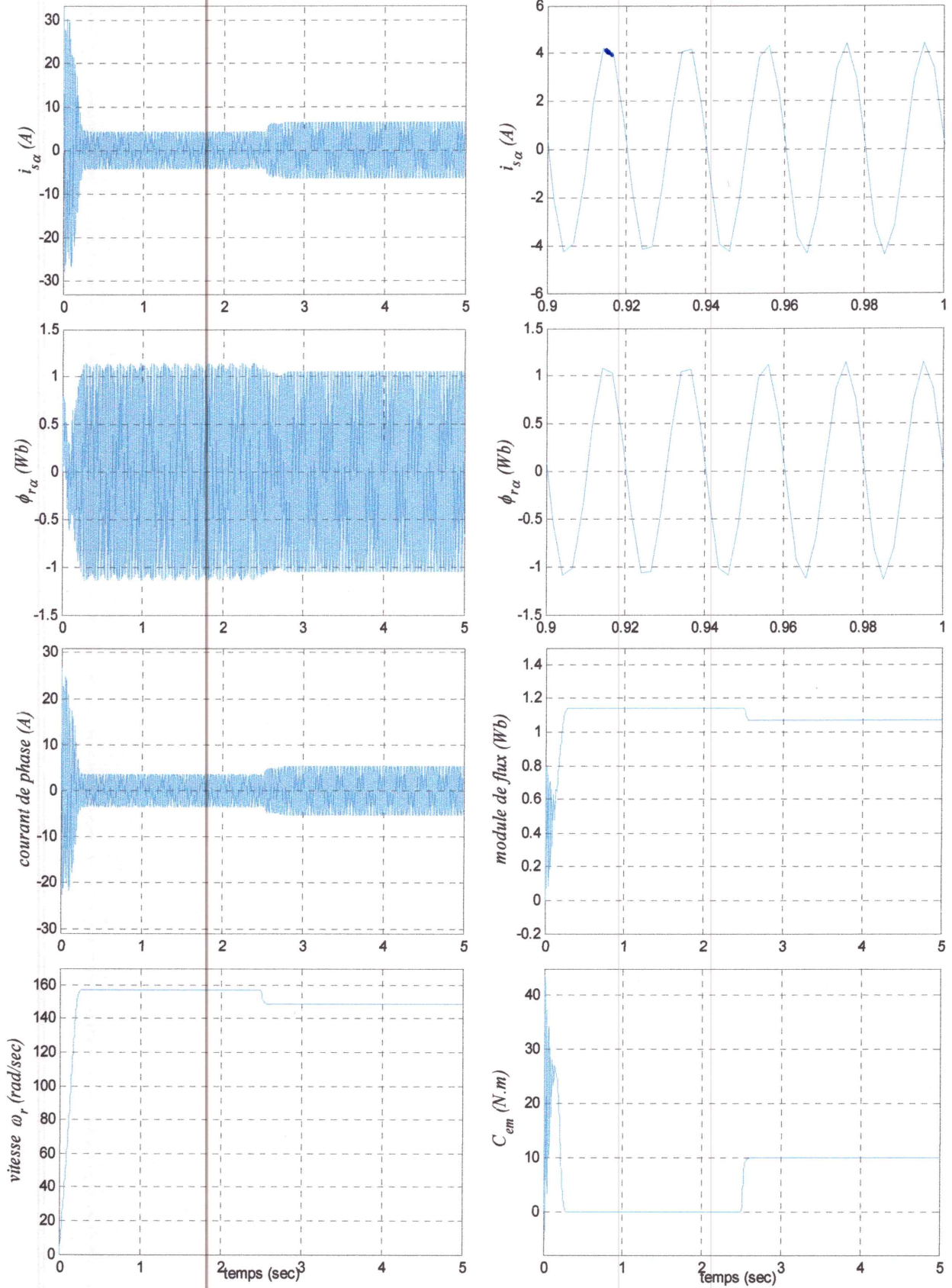


Fig. I. 4: Simulation de la machine asynchrone (démarrage à vide suivi d'un couple de charge de $C_r = 10N.m$ à l'instant $t = 2.5sec$

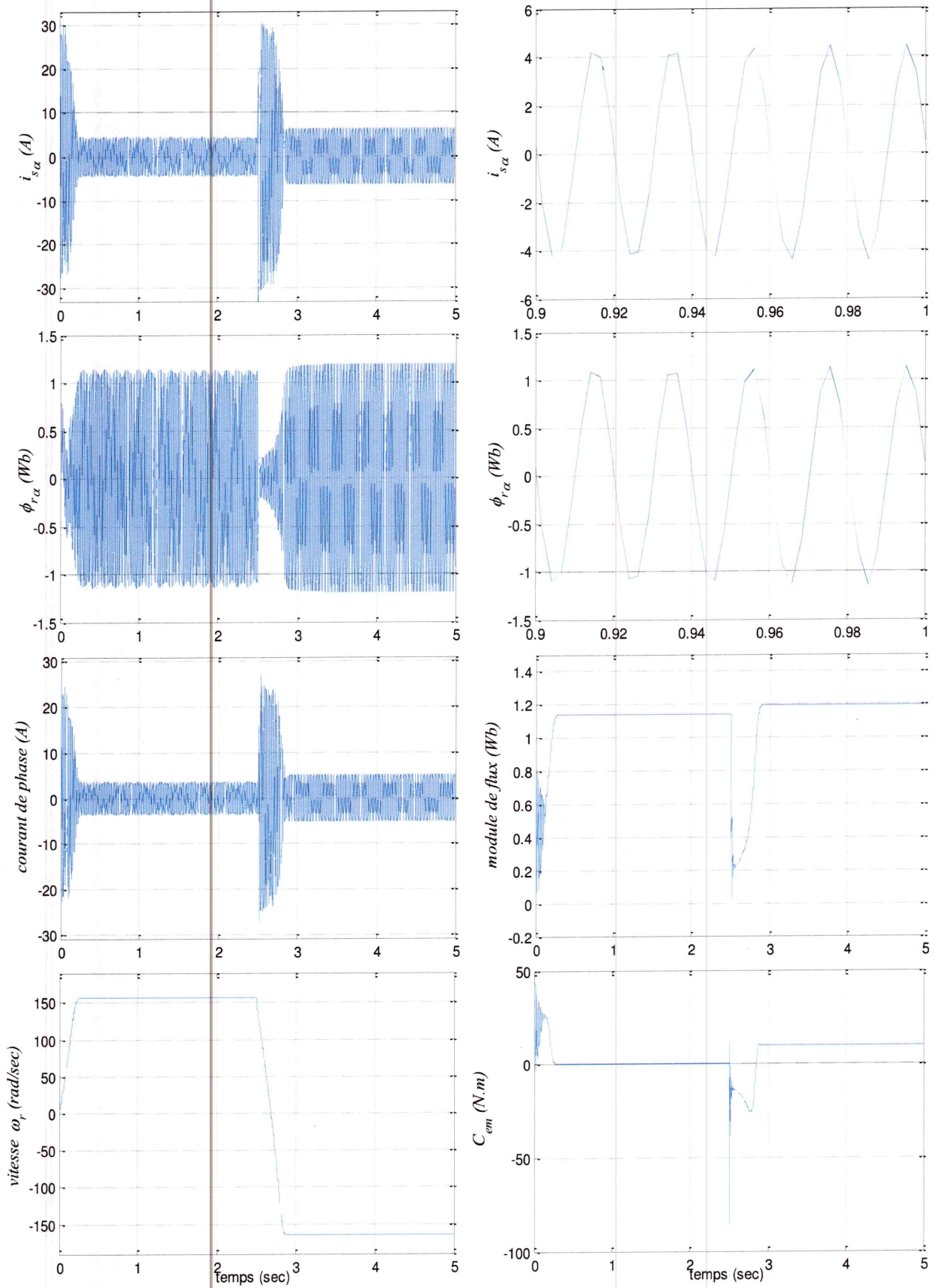


Fig. I. 5: Simulation de la machine asynchrone avec un inversement du sens de rotation à l'instant $t = 2.5$ sec .

I.6. Interprétation des résultats de simulation:

Les résultats de simulation donnés par les figures I.3 et I.4 (les deux tests) représentent l'évolution des grandeurs fondamentales de la machine asynchrone : les courants statoriques ($i_{s\alpha}, i_{s\beta}$), les flux rotoriques ($\varphi_{r\alpha}, \varphi_r$), la vitesse (Ω) et le couple électromagnétique (C_{em}).

- Démarrage à vide suivi d'une charge, figure (I-3) : à l'instant ($t = 2.5 \text{ sec}$) on a appliqué un couple de charge ($C_r = 10 \text{ N.m}$), pendant le régime transitoire, le couple électromagnétique est fortement pulsatoire par contre en régime stationnaire, le couple électromagnétique tend à compenser les pertes par frottement, après le régime transitoire les flux rotoriques ($\varphi_{r\alpha}$) prennent des formes sinusoïdales, l'allure de la vitesse Ω ne reste pas constante, c'est à dire, l'introduction d'un couple de charge provoque une diminution de la vitesse, les courants statoriques ($i_{s\alpha}, i_{s\beta}$) présentent des dépassements excessifs avec faible vitesse mais ils disparaissent (dépassement dû au régime transitoire) au bout de quelques alternances et on obtient une forme sinusoïdale d'amplitude constante.
- Lorsqu'on inverse deux phases ($t = 2.5 \text{ sec}$): la vitesse de la machine diminue jusqu'à zéro et démarre à nouveau dans le sens contraire, ce qui provoque la création d'un régime transitoire et crée un fort couple électromagnétique d'environ $C_{em} = -80 \text{ N.m}$ à cause de l'inertie de la machine.

I.7. Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons pu établir un modèle mathématique de la machine asynchrone triphasée dont la complexité a été réduite, en utilisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, en appliquant la transformation de Park permet de passer du système triphasé vers le système biphasé de Park. Cette modélisation nous a permis essentiellement de simuler la machine asynchrone dans le but de voir le comportement et les performances lors d'un démarrage à vide suivi d'une introduction de couple résistant et d'un inversement de sens de rotation, bien sûr, avec une interprétation des résultats retrouvée. Lorsqu'on introduit le couple résistant, la vitesse de rotation diminue, ce qui nécessite la régulation de la vitesse par une loi de commande.

La machine est alimentée directement à partir du réseau triphasé équilibré, de fréquence et d'amplitude des tensions constantes, ce qui impose une vitesse de synchronisme constante.

Pour la prochaine étape on va alimenter la machine par un groupe convertisseur qui va nous permet de commander 'par la suite' la machine par variation de la fréquence et de l'amplitude de tension.

Dans le chapitre II on va étudier l'association groupe convertisseur-machine asynchrone.



Chapitre II: Modélisation du groupe convertisseur Pour l'alimentation de la machine

II.1. Introduction:

L'alimentation de la machine asynchrone à travers un convertisseur statique (redresseur-filtre-onduleur) permet de modifier convenablement l'amplitude et la fréquence de la tension d'alimentation.

La tension continue à l'entrée de l'onduleur est obtenue à partir d'un redresseur à diodes (convertisseur alternatif-continu), alimenté par des tensions sinusoïdales triphasées décalées de $\frac{2\pi}{3}$, un filtre passe-bas a été introduit afin de filtrer la tension redressée et réduire les ondulations à l'entrée de l'onduleur.

II.2. Présentation du groupe convertisseur:

L'alimentation de la machine est assurée par un ensemble dit convertisseurs statiques alimentés par un réseau triphasé, les convertisseurs sont: redresseur, filtre LC et un onduleur, [10], comme le montre la figure (II. 1).

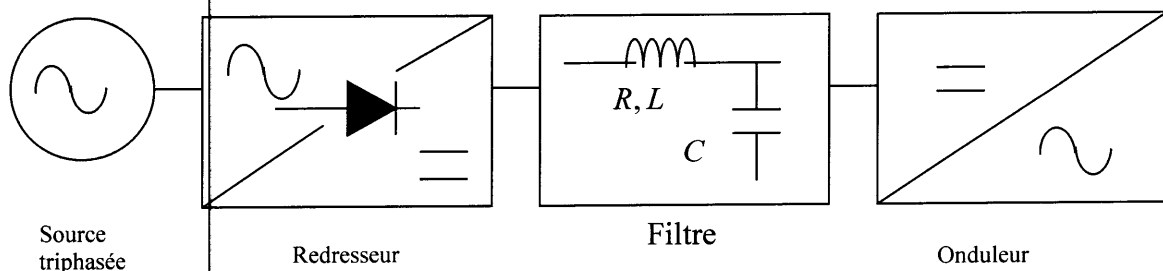


Fig. II.1: Schéma de principe du groupe convertisseur.

L'ensemble des convertisseurs est utilisé pour l'alimentation des systèmes d'entraînement à vitesse variable, les caractéristiques exigées de l'actionnement électrique "assuré par la machine" dépendent à la fois de la machine, de son alimentation et de la commande de l'ensemble. Ces caractéristiques sont:

- Un couple avec le minimum d'ondulation possible, contrôlable par le plus petite nombre de variables, en régime dynamique comme en régime permanent.
- Une large plage de variation de vitesse.
- Des constantes de temps électriques et mécanique faibles.
- La source d'alimentation triphasée est supposée symétrique, de fréquence et d'amplitude de tension constantes.

II.3. Modélisation du redresseur à diodes:

Les redresseurs sont les convertisseurs de l'électronique de puissance qui assurent la conversion alternative-continu, alimentés par une source de tension alternative, ils permettent d'alimenter en courant continu le récepteur branché à leur sortie, [10]. Nous utilisons le pont triphasé à diodes alimenté par un système de tension sinusoïdale triphasée, représenté sur la figure (II. 2).

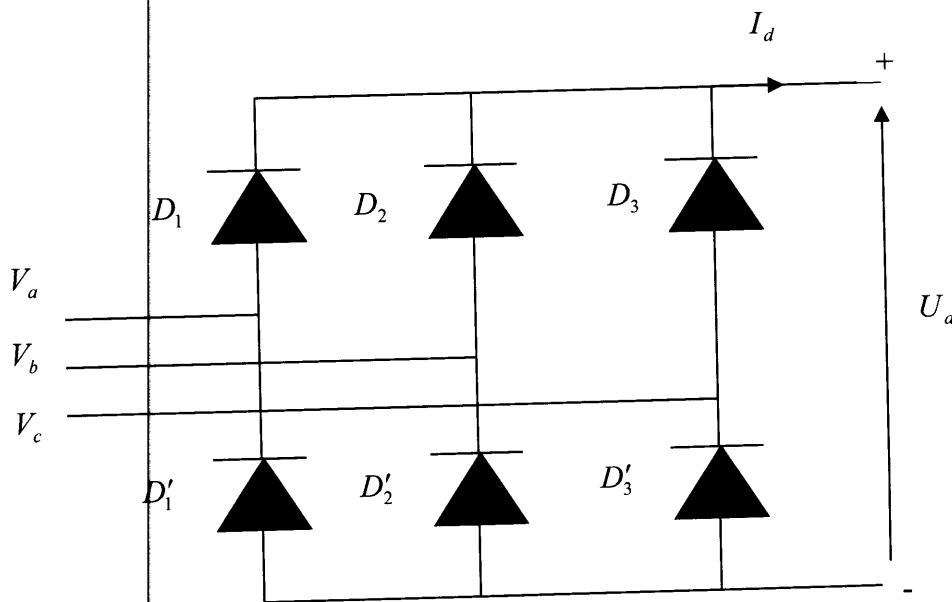


Fig. II. 2: Redresseur triphasé à diodes.

On suppose que le redresseur est alimenté par un réseau triphasé équilibré tel que:

$$\begin{cases} V_a(t) = V_m \sin(\omega t) \\ V_b(t) = V_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ V_c(t) = V_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad \text{(II. 1)}$$

Avec: $\omega = 2\pi f$

- Les diodes D_1, D_2 et D_3 , sont a cathode réunies (ils ont la même potentielle cathode), donc celle qui a le potentielle anode le plus élevée conduit.
- Les diode D'_1, D'_2 et D'_3 sont a anode réunies (ils ont la même potentielle anode), donc celle qui a le potentielle cathode le moins élevée conduit.
- Deux diodes d'un même bras ne peuvent conduit simultanément.

Lorsque D_1 conduit, l'une des deux diodes D'_2 et D'_3 conduit également.

Il en vient que D_1 conduit lorsque V_a est supérieur à V_b et V_c .

Si on néglige l'effet de l'empiétement, la tension de sortie du redresseur sera définie comme suit:

$$U_d(t) = \text{Max}(V_a(t), V_b(t), V_c(t)) - \text{Min}(V_a(t), V_b(t), V_c(t)) \quad (\text{II. 2})$$

Cette tension est représentée par la figure (II. 3).

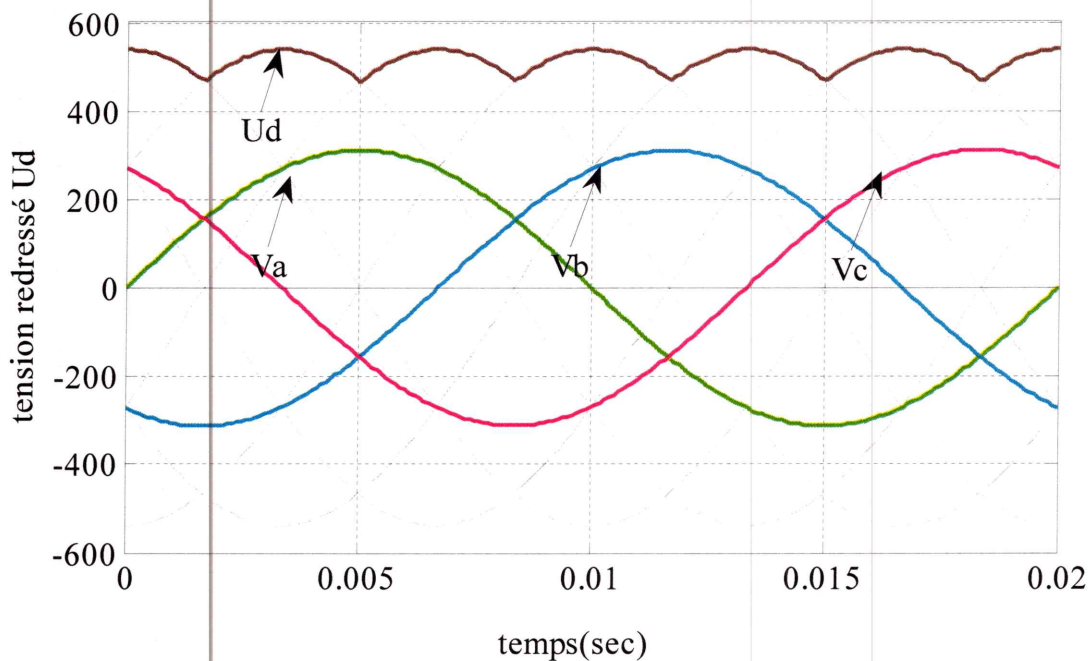


Fig. II. 3: La tension de sortie du redresseur et les tensions triphasées.

- La tension de sortie $U_d(t)$ est périodique, elle constitue des portions de sinusoïdes de valeur maximale $\sqrt{3}V_m$.
- La tension obtenue par ce redresseur présente des ondulations importantes, ce qui nécessite un filtre.

II.4. Modélisation du filtre:

Pour améliorer la tension continue redressée, on insère à la sortie du redresseur une capacité C , celle-ci absorbe la différence entre le courant unidirectionnel I_d et supprime les brusques variations de V_{dc} lors des commutations, [13] par contre, pour réduire l'ondulation du courant I et protéger l'onduleur contre la vitesse critique de croissance du courant $\frac{di}{dt}$, on place en série une inductance de lissage L , la figure suivante illustre la structure d'un filtre passe-bas:

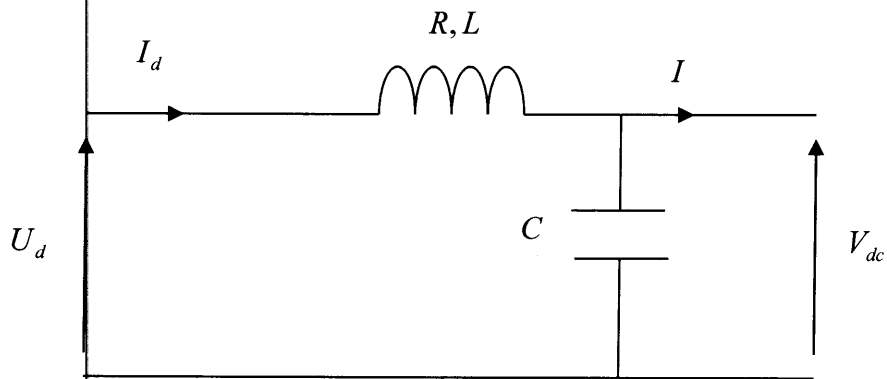


Fig. II. 4: Représentation du filtre passe-bas.

Dans notre travail, on utilise un filtre (RLC) afin de réduire le taux d'ondulation de la tension redressée, voir la figure ci-dessus:

Le modèle du filtre est défini par le système d'équation suivant:

$$\begin{cases} U_d(t) = L \frac{dI_d(t)}{dt} + V_{dc}(t) + RI_d(t) \\ \frac{dV_{dc}(t)}{dt} = \frac{I_d(t) - I(t)}{C} \end{cases} \quad (II. 3)$$

Sa fonction de transfert s'écrit:

$$F(s) = \frac{V_{dc}(s)}{U_d(s)}$$

On applique le diviseur de tension. Donc on trouve:

$$V_{dc} = U_d \frac{\frac{1}{jC\omega}}{jL\omega + R + \frac{1}{jC\omega}} \quad (II. 4)$$

Avec $s = j\omega$ alors:

$$F(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (II. 5)$$

Puisque la résistance R très petite, on peut la négligée, donc $F(s)$ devient:

$$F(s) = \frac{1}{1 + (s\sqrt{LC})^2} \quad (\text{II. 6})$$

- Le rôle de la capacité C est d'assurer le caractère de la source de tension à l'entrer de l'onduleur, de fournir de l'énergie réactive à la machine, et d'absorber le courant négatif restitué par la charge.
- Le rôle de l'inductance L est de lisser le courant I_d à travers la source de tension.
- La fréquence de coupure de ce filtre est donnée par:

$$f_c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{II. 7})$$

Pour dimensionner ce filtre, on doit tout simplement placer sa fréquence de coupure au dessous de la première harmonique de $U_d(t)$, cette condition nous permet de déterminer L et C . Pour éliminer les harmoniques d'ordre 2 et les harmoniques supérieures, nous devons imposer que $f_c \ll 2f$.

On prendre:
$$\begin{cases} L = 50mh \\ C = 500\mu f \\ R \approx 0 \end{cases}$$

$$f_c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \ll 2f \Rightarrow LC > 2.77.10^{-6} Hz \quad (\text{II. 8})$$

Avec ces caractéristiques la tension redressée sera après filtrage comme illustre cette figure:

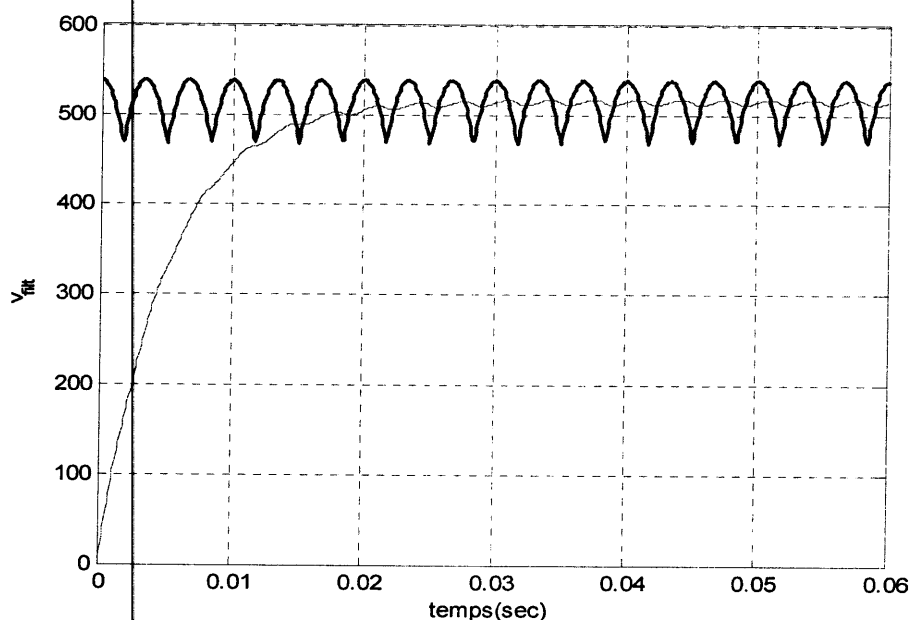


Fig. II. 5: Les tensions d'entrée et de sortie du filtre.

II.5. Modélisation de l'onduleur de tension:

Les onduleurs sont les convertisseurs statiques permettant la conversion de l'énergie de la forme continue à la forme alternative. On les dit statiques car ils ne font intervenir aucun mouvement, [6].

Les onduleurs de tension sont alimentés par une source de tension continue, il y'a deux configurations possibles pour l'onduleur de tension figure (II. 6), avec ou sans neutre raccordé.

L'onduleur a neutre isole, est le montage le plus répandu, car l'isolement de neutre permet de supprimer la composant homopolaire qu'est constitue par les harmoniques multiples de trois.

II.5.1. Structure de l'onduleur :

Un onduleur de tension est constitué à des composants semi-conducteurs contrôlables généralement par des transistors ou à thyristor GTO pour les grandes puissances, [14].

Le schéma structurel d'un onduleur triphasé est représenté par la figure (II. 6).

Il est constitué de trois bras, de deux interrupteur pour chacun. Chaque interrupteur est monte en parallèle inverse avec une diode pour assure la continuité des courants alternatifs et évité le court-circuit de la source.

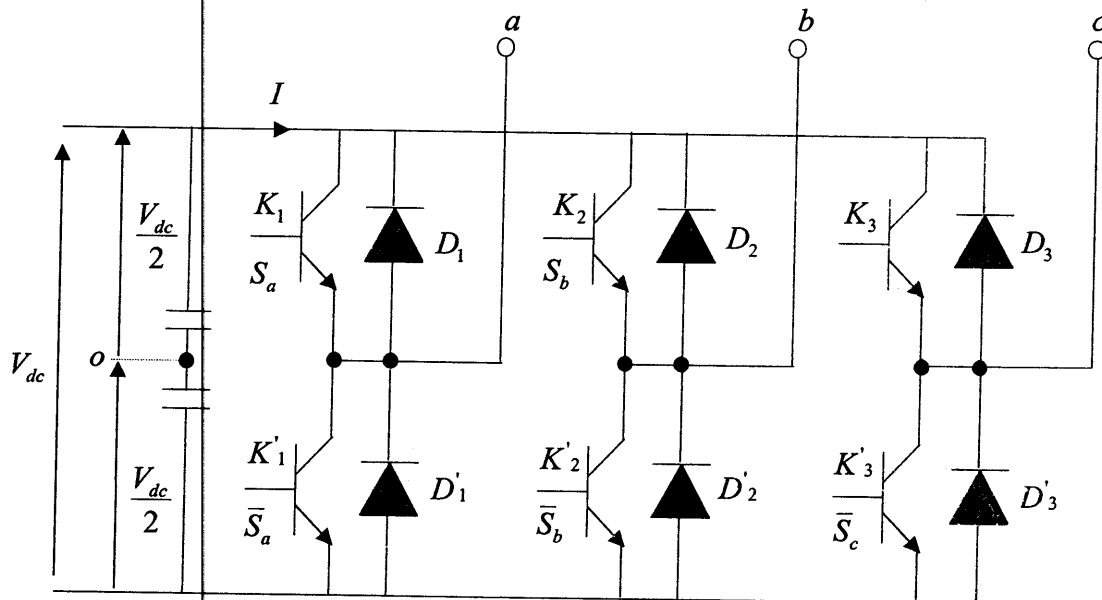


Fig. II. 6: Onduleur de tension a 2 niveaux.

Il existe deux conditions pour le bon fonctionnement de ces onduleurs:

- Les interrupteurs montés sur le même bras ne doivent pas conduire en même temps à fin d'éviter le court-circuit et d'assurer la continuité de courant alternatif dans la charge.

- Les tensions générées pour l'onduleur doivent être triphasés c.à.d entre elles de l'angle $\frac{2\pi}{3}$.
- Les diodes D_i et D'_i $i = (1,2,3)$ sont des diodes à roue libre assurant la protection des transistors.

II.5.2. Principe de fonctionnement:

Les interrupteurs d'un bras sont complémentaire l'un a l'autre donc il y a deux cas:

- K_2 est ouvert: donc K_1 est en état de conduction, la tension appliquée a la charge est égale à $\frac{V_{dc}}{2}$. Si le courant est positif, il traversera K_1 et l'énergie se transfert de la source vers la charge, et si le courant est négatif, traversera la diode D_1 donc, l'énergie retourne à la source continue.
- K_1 est ouvert: donc K_2 est en état de conduction, la tension appliquée a la charge est égale à $-\frac{V_{dc}}{2}$. Si le courant est positif, il passera par D_2 et on aura un retour de l'énergie à la source continue, et si le courant est négatif, il traversera K_2 donc, l'énergie se transfert de la source vert la charge.

II.5.3. Modèle mathématique de l'onduleur de tension:

Cette modélisation sera effectuée en considérant l'association de l'onduleur triphasé à deux niveaux avec une charge triphasée couplée en étoile avec neutre isolé.

L'état des interrupteurs, supposé parfaits, peut être défini par trois grandeurs de commande:

S_i ($i = a, b, c$) et peu prendre 2 valeurs:

$S_i = 1$: Le cas ou l'interrupteur de haut est fermé (K_i fermé) et celui d'en bas est ouvert (K'_i ouvert).

$S_i = 0$: Le cas ou l'interrupteur de haut est ouvert (K_i ouvert) et celui d'en bas est fermé (K'_i fermé).

Dans ces conditions on peut écrire les tensions v_{io} en fonction des signaux de commande S_i et en tenant compte du point fictif "o" représenter sur la figure (II. 6).

$$v_{io} = V_{dc} \left(S_i - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{II. 9})$$

La tensions composées v_{ab} , v_{bc} et v_{ca} sont obtenues à partir de ces relation:

$$\begin{cases} v_{ab} = v_{ao} + v_{ob} = v_{ao} - v_{bo} \\ v_{bc} = v_{bo} + v_{oc} = v_{bo} - v_{co} \\ v_{ca} = v_{co} + v_{oa} = v_{co} - v_{ao} \end{cases} \quad (\text{II. 10})$$

On veut connaître la forme des tension de phase par rapport au neutre de la charge n :

➤ Si: le neutre de la charge n est connecté au neutre de la source "o" on a: $v_{on} = 0$ alors:

$$\begin{cases} v_{an} = v_{ao} + v_{on} = v_{ao} \\ v_{bn} = v_{bo} + v_{on} = v_{bo} \\ v_{cn} = v_{co} + v_{on} = v_{co} \end{cases} \quad (\text{II. 11})$$

➤ Si: le neutre de la charge est isolé de celui de la source "o" on a:

$$\begin{cases} v_{an} = v_{ao} + v_{on} \\ v_{bn} = v_{bo} + v_{on} \\ v_{cn} = v_{co} + v_{on} \end{cases} \quad (\text{II. 12})$$

Le système v_{an} , v_{bn} et v_{cn} étant équilibré, il en découle:

$$v_{an} + v_{bn} + v_{cn} = 0 \quad (\text{II. 13})$$

La substitution de (II. 13) dans (II. 12) aboutit à:

$$v_{on} = -\frac{1}{3}(v_{ao} + v_{bo} + v_{co}) \quad (\text{II. 14})$$

On remplaçant (II. 14) dans (II. 12), on obtient:

$$\begin{cases} v_{an} = \frac{2}{3}v_{ao} - \frac{1}{3}v_{bo} - \frac{1}{3}v_{co} \\ v_{bn} = -\frac{1}{3}v_{ao} + \frac{2}{3}v_{bo} - \frac{1}{3}v_{co} \\ v_{cn} = -\frac{1}{3}v_{ao} - \frac{1}{3}v_{bo} + \frac{2}{3}v_{co} \end{cases} \quad (\text{II. 15})$$

On peut écrire l'équation (II. 15) sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 16})$$

Les équations des tensions simples en fonction des grandeurs de commande:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \frac{v_{dc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (\text{II. 17})$$

II.6. Modulation de largeur d'impulsion (MLI):

Les tensions obtenues à la sortie de l'onduleur étudié précédemment contiennent plusieurs harmoniques, il est donc nécessaire de chercher à se rapprocher d'une forme d'onde sinusoïdale. Pour cela on fait appel à la technique de modulation de largeur d'impulsion, [11].

La modulation de largeur d'impulsion (MLI) consiste à générer par alternance de la tension alternative, une tension composée de plusieurs créneaux de largeur variables, [15]. Avec la technique MLI, la tension et la fréquence fondamentales peuvent être facilement variées, l'onde de la tension de sortie contient des harmoniques à haute fréquence, qui sont facilement filtré par l'inductance de fuite de la machine, le rapport entre la tension et la fréquence est maintenu constant pour fournir un flux constant dans l'entrefer de la machine, [4].

Comme la MLI présent des avantages, elle présente des inconvénients:

- L'augmentation des pertes par commutation dues à la haute fréquence de commutation.
- Réduction de la tension disponible.
- Problèmes des interférences électromagnétiques (EMI) dues au haut ordre des harmoniques.

Différentes stratégies de modulation de largeur d'impulsion PWM ont été proposées.

Parmi ces stratégies on trouve:

- La MLI triangulo-sinusoïdale (STPWM).
- La MLI triangulo-sinusoïdale avec injection du troisième harmonique.
- La MLI vectorielle (SVPWM).

Dans notre travail on s'intéresse à la MLI vectorielle.

II.6.1. La technique de la MLI triangulo- sinusoïdale:

Le principe général de la MLI triangulo-sinusoïdale est la détermination des instants de commutation des interrupteurs de l'onduleur à partir d'une comparaison d'un signal triangulaire V_p (porteuse) d'amplitude A_p à fréquence élevée f_p avec une sinusoïde modulante V_a d'amplitude A_m à faible fréquence f_m , qui représente l'image du signal souhaité à la sortie de l'onduleur, [6] et [1].

Les points d'intersection entre la porteuse et la modulante déterminent les instants de commutation des interrupteurs, la figure (II. 7) représenté la porteuse et la référence.

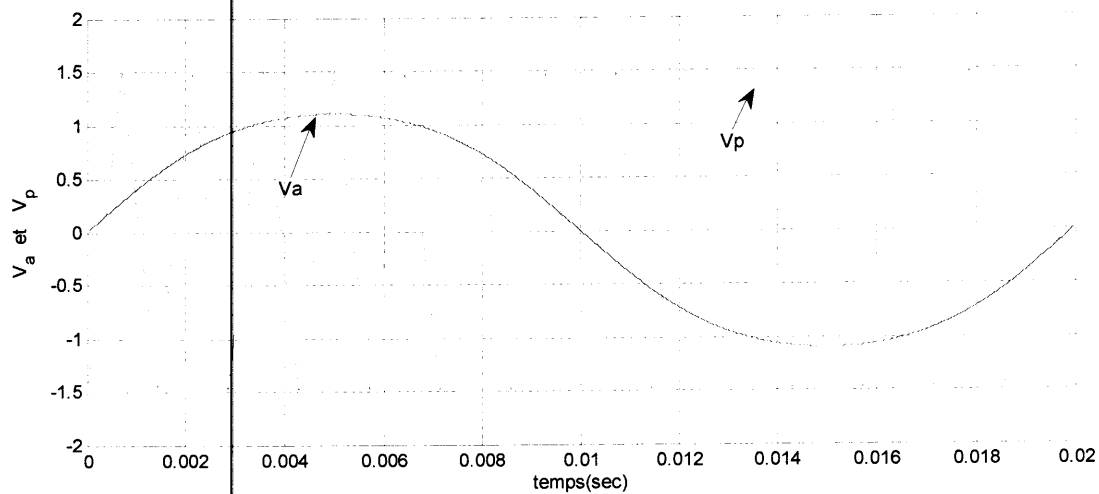


Fig. II. 7: Principe de modulation de la technique triangulo-sinusoidale.

Cette stratégie est caractérisée par deux paramètres:

- L'indice de modulation m : qui est le rapport de la fréquence f_p de la porteuse à la

fréquence f_m de la tension de référence :
$$m = \frac{f_p}{f_m} .$$

- Le taux de modulation r : qui est le rapport de l'amplitude V_a du signal sinusoïde à la

valeur V_p de la porteuse :
$$r = \frac{V_a}{V_p} .$$

On applique la technique "triangulo-sinusoidale" sur l'onduleur:

Les figures suivantes montrent les différentes grandeurs appliquées à l'onduleur pour $r = 0.8$, $m = 70$:

Les figures (II. 8) et (II. 9) représentent respectivement les tensions simples, entre les phases et le point neutre de la machine (v_{an}, v_{bn}, v_{cn}), et ceux qui seront aux bornes de la machine (v_{ab}, v_{bc}, v_{ca}).

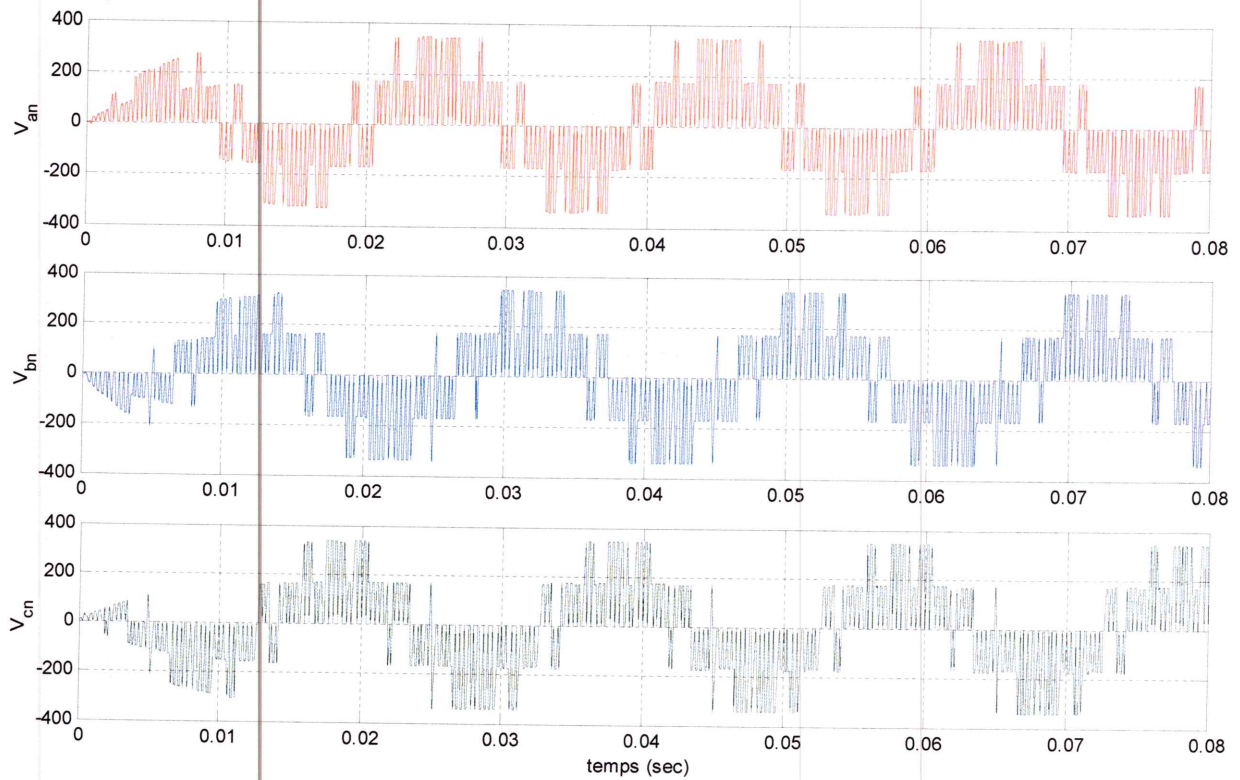


Fig. II. 8: Les tensions simples à la sortie de l'onduleur.

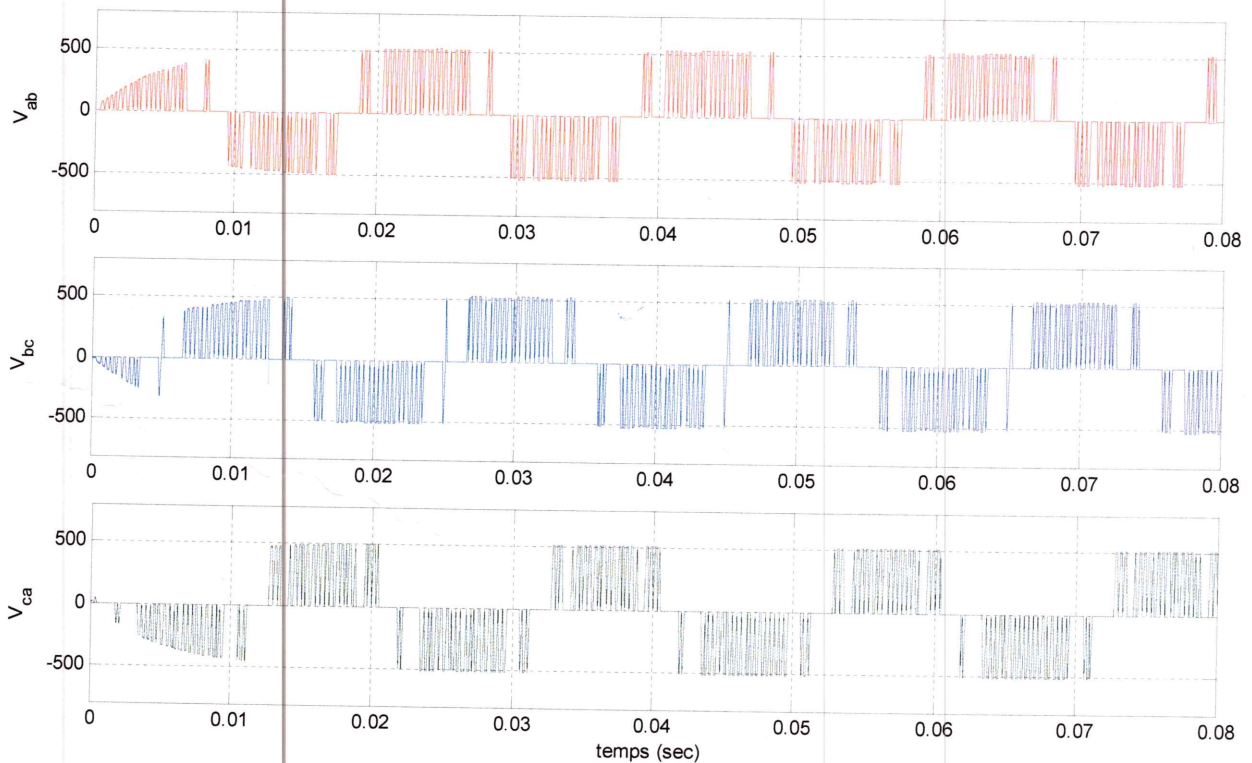


Fig. II. 9: Les tensions composée à la sortie de l'onduleur.

II.6.2. La technique de modulation "vectorielle" (SVPWM):

La stratégie de la modulation vectorielle est proposée par " Der Broek & al, 1988". Cette technique est beaucoup sollicitée dans le domaine de la commande, ses effets les ondulations du courant et couple sont remarquables, c'est pourquoi elle est la plus utilisée par les chercheurs et industriels, elle permet de déterminer les séquences des allumages et extinctions des composants du convertisseur et de minimiser ainsi les harmoniques des tensions appliquées au moteur, [1].

II.6.2.1. Le principe de la modulation vectorielle:

Le principe de la MLI vectorielle consiste à projeter le vecteur de tension de référence \vec{v}^* désiré sur les deux axes du plan $(\alpha \beta)$. Ces projections sont utilisées dans le calcul des temps de commutations désirées de deux états non nuls de l'onduleur. Si on désigne par t_i et t_{i+1} , les deux temps commutation en question, leur somme doit être forcément inférieure à la période de commutation de l'onduleur T_h . Pour maintenir la fréquence de commutation constante, un état nul de l'onduleur est appliqué durant le reste de la période T_h . A fin de connaître dans quel secteur se trouve le vecteur de tension \vec{v}^* , une série de teste sur v_α^* et v_β^* assure la localisation de celui-ci.

A l'intérieur d'une période de commutation de l'onduleur, il existe différentes stratégies d'application des vecteurs assurant l'obtention de la tension désirée, [4] et [24].

A fin de réduire les harmoniques, il est préférable de générer des tensions centrées sur la période de commutation de l'onduleur.

II.6.2.2. Représentation vectorielle:

Le Tableau (II. 1) représente les huit états de l'onduleur et les coordonnées du vecteur de tension de sortie v_i correspondant à chaque état. Comme on peut le voir, les combinaisons (111) et (000) donnent toujours des vecteurs nuls. La Figure (II. 10) montre la représentation dans le plan complexe des six vecteurs non nuls, qui peuvent être générés par l'onduleur et forment le diagramme vectoriel de l'onduleur à deux niveaux ou l'hexagone de commutation. L'objectif de la commande de l'onduleur est rendre les tensions de sortie v_a, v_b et v_c aussi proches que possible des trois tensions de référence sinusoïdale v_a^*, v_b^* et v_c^* , ces vecteurs peuvent être représentés dans le plan $(\alpha \beta)$ par un seul vecteur de référence noté \vec{v}^* d'amplitude v^* constante et égale à l'amplitude souhaitée des tensions simples, et tournant autour du centre

Si on attribue au vecteur de référence \vec{v}^* uniquement les six positions discrètes de la Figure (II. 11), la tension de sortie sera riche en harmoniques. Afin de réduire le taux d'harmoniques de la tension de sortie résultante de la forme non circulaire de cet hexagone, on impose au vecteur \vec{v}^* de se positionner à l'intérieur du cercle délimité par l'hexagone. Ainsi, le module maximal admissible du vecteur \vec{v}^* est:

$$v_{\max}^* = \sqrt{\frac{2}{3}} v_{dc} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}} v_{dc} \quad (\text{II. 19})$$

L'équation (II. 18) devient:

$$\vec{v}^* = r v_{\max}^* e^{j\theta} \quad (\text{II. 20})$$

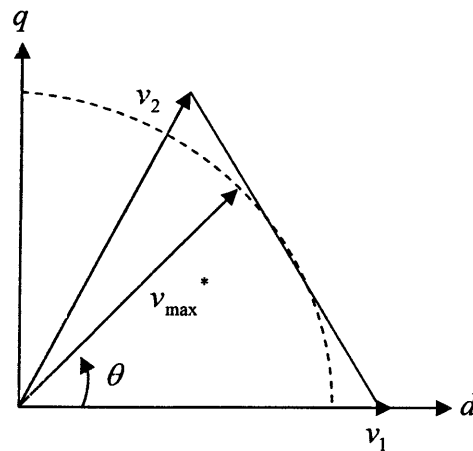


Fig. II. 11: limite du vecteur \vec{v}^* .

Avec r : le taux de modulation qui a une valeur entre 0 et 1 et défini par la relation suivante :

$$r = \frac{\sqrt{2} v^*}{v_{dc}} \quad (\text{II. 21})$$

θ : La position angulaire du vecteur \vec{v}^* calculée comme suit :

$$\theta = \arctg\left(\frac{v_{\alpha}^*}{v_{\beta}^*}\right) \quad (\text{II. 22})$$

L'angle θ représenté dans la figure (II. 20).

II.6.2.3. Localisation du vecteur de référence:

L'hexagone de commutation peut être divisé en six secteurs, chaque secteur étant formé d'un triangle dont les sommets sont le point milieu, et les fins des deux vecteurs

consécutifs (v_i et v_{i+1}). Le vecteur v_s^* tourne dans le plan ($\alpha \beta$) à une vitesse angulaire égale à la pulsation des tensions v_a^* , v_b^* et v_c^* . Sur le diagramme de la Figure (II. 11), on a représenté une position arbitraire du vecteur \bar{v}^* et on a indiqué l'angle θ correspondant à cette position. A partir de l'angle θ , on déduit le secteur triangulaire contenant ce vecteur de la manière suivante:

$$S = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < \theta \leq \frac{\pi}{3} \\ 2 & \text{si } \frac{\pi}{3} < \theta \leq \frac{2\pi}{3} \\ 3 & \text{si } \frac{2\pi}{3} < \theta \leq \pi \\ 4 & \text{si } \pi < \theta \leq \frac{4\pi}{3} \\ 5 & \text{si } \frac{4\pi}{3} < \theta \leq \frac{5\pi}{3} \\ 6 & \text{si } \frac{5\pi}{3} < \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (\text{II. 23})$$

Les six secteurs représenté dans la figure (II. 14).

II.6.2.4. Calcul des temps de commutation:

Dans le cas général, l'onduleur n'est pas capable de générer directement le vecteur \bar{v}^* , car il ne peut prendre que les huit états discrets illustrés précédemment. On doit donc construire \bar{v}^* à l'aide d'une combinaison des vecteurs nuls (v_0 ou v_7) et des deux vecteurs adjacents v_i et v_{i+1} du secteur qui contient le vecteur de référence ($i = s$). Ces vecteurs sont appliqués individuellement pendant certaines durée t_0 , t_i et t_{i+1} de sorte que \bar{v}^* soit égale à la valeur moyenne de ces vecteurs pendant une période de découpage :

$$\bar{v}^* = \bar{v}_i + \bar{v}_{i+1} + \bar{v}_0 \quad (\text{II. 24})$$

Avec :

$$\bar{v}^* = \frac{1}{T_h} \int_t^{t+T_h} \bar{v}^* dt \quad (\text{II. 25})$$

Puisque la période de découpage T_h est très faible, la valeur moyenne de tension \bar{v}^* peut être considérée comme constante.

Et puisque les vecteurs v_i et v_{i+1} sont des vecteurs fixes on a :

$$\bar{v}_i = \frac{1}{T_h} \int_t^{t+T_h} v_i dt = \frac{1}{T_h} v_i T_h \quad (\text{II. 26})$$

CHAPITRE II Modélisation du groupe convertisseur pour l'alimentation de la machine.

Et:

$$\bar{v}_{i+1} = \frac{1}{T_h} \int_t^{t+t_{i+1}} v_{i+1} dt = \frac{1}{T_h} v_{i+1} t_{i+1}$$

L'équation (II. 24) devient :

$$T_h v^* = t_{i+1} v_{i+1} + t_i v_i + t_0 v_0 \quad (\text{II. 27})$$

Par comparaison des parties réelles et imaginaires des deux membres on obtient :

$$\begin{aligned} T_h v_\alpha^* &= t_{i+1} v_{i+1}^\alpha + t_i v_i^\alpha \\ T_h v_\beta^* &= t_{i+1} v_{i+1}^\beta + t_i v_i^\beta \end{aligned} \quad (\text{II. 28})$$

Connaissant les valeurs des coordonnées des vecteurs de sortie $v_{i\alpha}$ et $v_{i\beta}$ (Tableau II.1). On peut calculer les temps de commutation t_i et t_{i+1} en fonction des coordonnées du vecteur de référence par la résolution du système d'équation (II. 28).

Pendant le reste de la période de commutation on applique les vecteurs nuls chacun pendant ce temps, donc :

$$t_0 = t_7 = T_h - t_i - t_{i+1} \quad (\text{II. 29})$$

Afin de simplifier l'analyse, on définit les trois variables e, l et k suivants :

$$\begin{cases} e = T_h \frac{\sqrt{3}v_\alpha^* + v_\beta^*}{\sqrt{2}v_{dc}} \\ l = T_h \frac{\sqrt{3}v_\alpha^* - v_\beta^*}{\sqrt{2}v_{dc}} \\ k = T_h \frac{\sqrt{2}v_\beta^*}{v_{dc}} \end{cases} \quad (\text{II. 30})$$

Les temps t_i et t_{i+1} pour chaque secteur sont exprimés en fonction du variables e, l et k suivant le Tableau (II. 2) :

Tableau. II. 2: Temps de commutation pour chaque secteur.

Secteur	1	2	3	4	5	6
t_i	l	e	k	$-l$	$-e$	$-k$
t_{i+1}	k	$-l$	$-e$	$-k$	l	e

Si le vecteur de référence dépasse les limites de l'hexagone, la somme des durées d'applications des vecteurs adjacents sont supérieurs à la période de modulation qui produira des

erreurs. Pour éviter ceci il est nécessaire de limiter le vecteur de référence à l'intérieur de l'hexagone par l'algorithme ci-dessous (saturation).

```
{ if  $t_i + t_{i+1} \geq T_h$ 
  then
     $t_i = \frac{t_i}{t_i + t_{i+1}} T_h$ 
     $t_{i+1} = \frac{t_{i+1}}{t_i + t_{i+1}} T_h$ 
  else
     $t_i = t_i$ 
     $t_{i+1} = t_{i+1}$ 
  end
```

II.6.2.5. Génération des impulsions de commande:

L'application des vecteurs d'états durant une période de découpage doit tenir en compte de deux critères:

1. minimisation des harmoniques, par la génération d'une tension de sortie la plus proche que possible de la tension de référence, par l'application du vecteur d'état v_i pendant une durée t_i , le vecteur v_{i+1} pendant une durée t_{i+1} et le vecteur nul pendant le reste de la période. On applique v_0 aux extrémités de la période de découpage et v_7 au centre de cette période.
2. minimisation des pertes dans les interrupteurs par la réduction du nombre de commutation de chaque interrupteur, par l'application du vecteur d'indice impair avant l'application du vecteur d'indice pair pendant la demi période de découpage et inversement durant l'autre demi période.

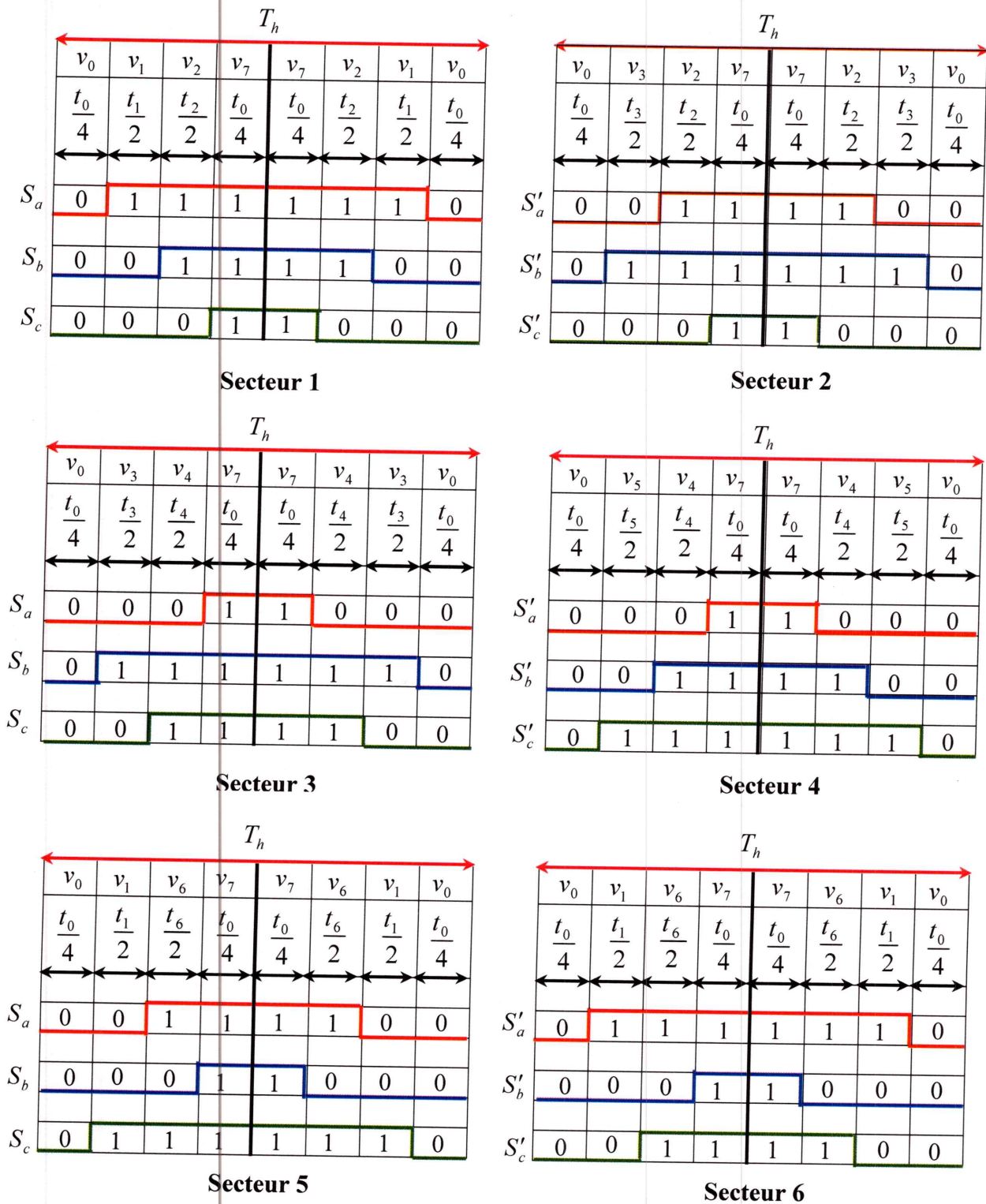


Fig. II. 12: Principe de génération des impulsions de commande par MLI vectorielle.

A partir de la figure (II. 12), on déduit la durée de fermeture de l'interrupteur durant la période T_h , dans cette interrupteur les durées sont résumés dans le tableau (II. 3).

Tableau. II. 3: Durée de fermenteur des interrupteurs par secteur.

Secteur	Interrupteur du haut S_a, S_b, S_c	Interrupteur S'_a, S'_b, S'_c
1	$S_a = t_1 + t_2 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_2 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = \frac{t_0}{2}$	$S'_a = \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_1 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_1 + t_2 + \frac{t_0}{2}$
2	$S_a = t_2 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_2 + t_3 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_3 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_2 + t_3 + \frac{t_0}{2}$
3	$S_a = \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_3 + t_4 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_4 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_3 + t_4 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_3 + \frac{t_0}{2}$
4	$S_a = \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_4 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_4 + t_5 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_4 + t_5 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_5 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = \frac{t_0}{2}$
5	$S_a = t_6 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_5 + t_6 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_5 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_5 + t_6 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = \frac{t_0}{2}$
6	$S_a = t_6 + t_1 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_6 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_6 + t_1 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_1 + \frac{t_0}{2}$

II.6.2.3. Schéma bloc de la MLI vectorielle:

Si on veut résumer la méthode de calcul de la MLI vectorielle, on peut énumérer les points suivants, [4] et [6] :

1. A partir des tensions de référence v_a^* , v_b^* et v_c^* on déduit les composantes du vecteur référence v_α^* et v_β^* dans le repère de $(\alpha \beta)$. Comme illustré dans la figure (II. 14)
2. Calcul du numéro du secteur S où se situe le vecteur de référence.
3. Calcul des temps $(t_i, t_{i+1} \text{ et } t_0)$ d'application des vecteurs $(v_i, v_{i+1} \text{ et } v_0)$
4. Génération des impulsions de commande des interrupteurs.

Sur la Figure (II.8), apparaît le schéma bloc de la MLI vectorielle.

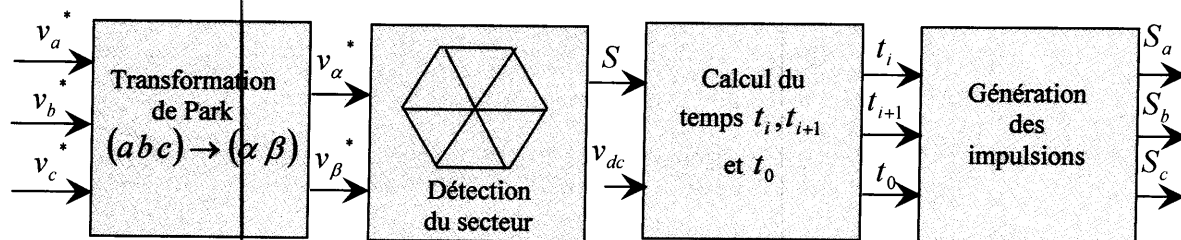


Fig. II. 13: Schéma bloc de la MLI vectorielle.

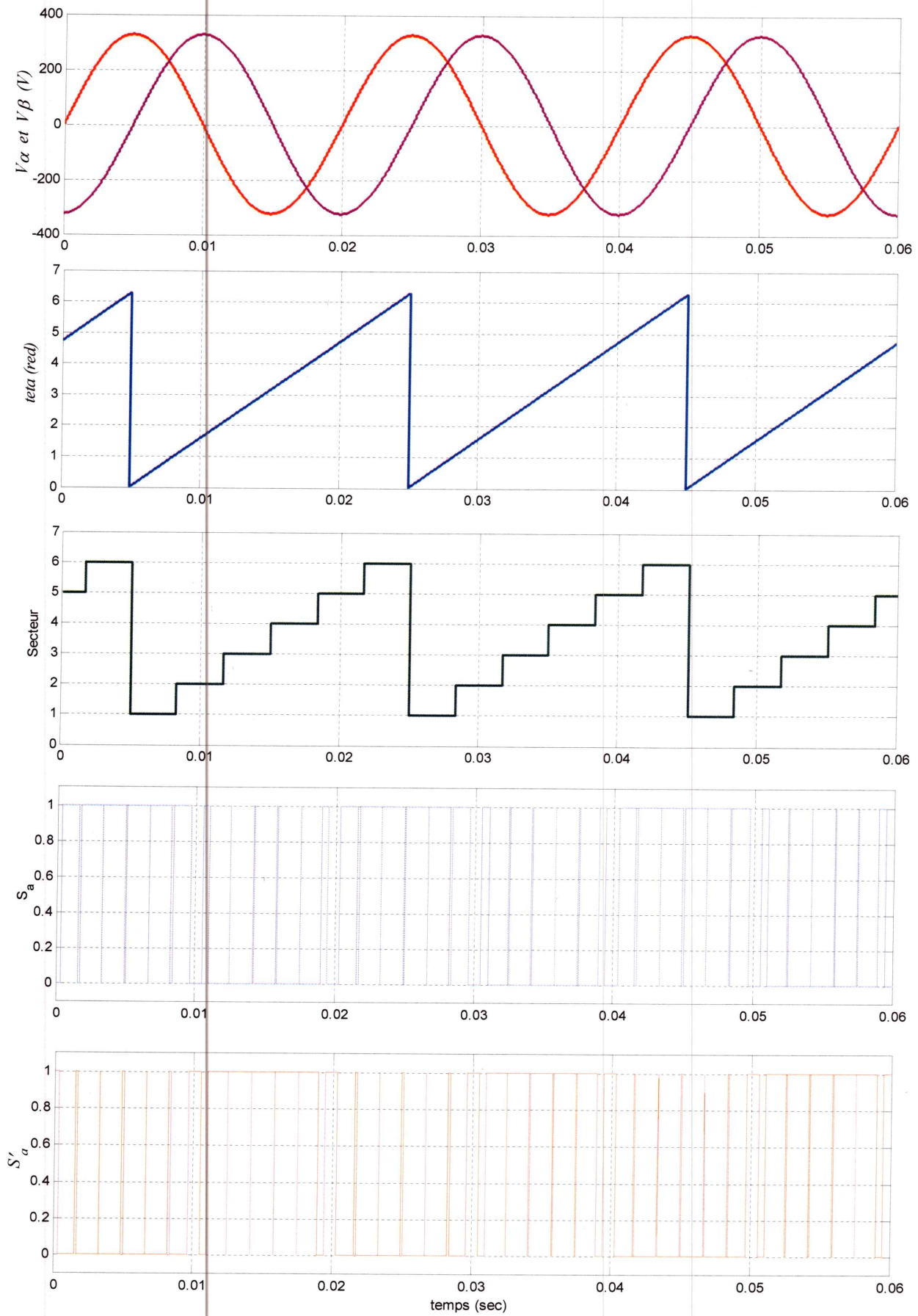


Fig. II. 14: Les tension v_α, v_β et v_{abc} , l'angle θ , secteurs S et les impulsion S_a et S'_a .

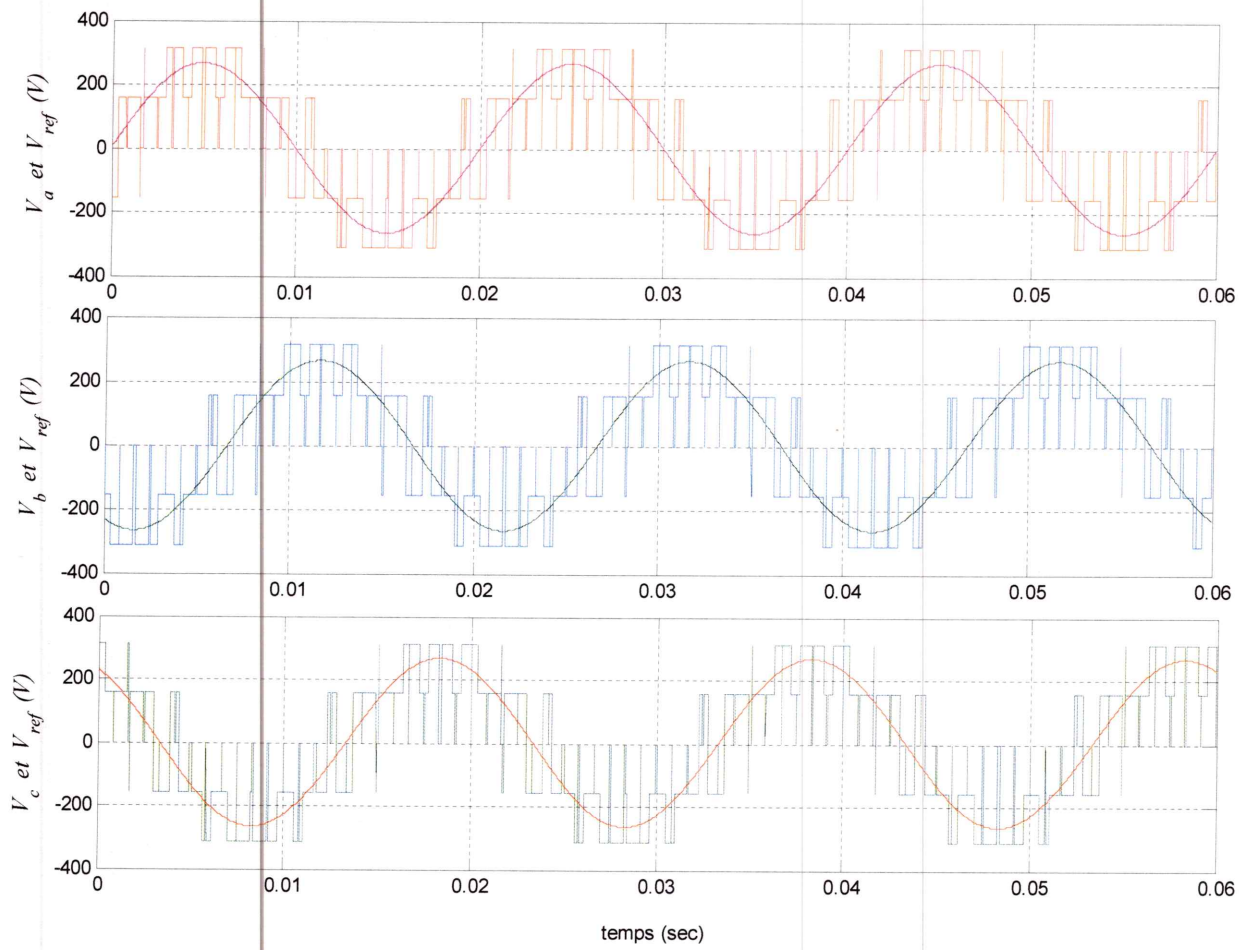


Fig. II. 15: Les trois tensions de la sortie de l'onduleur avec les références.

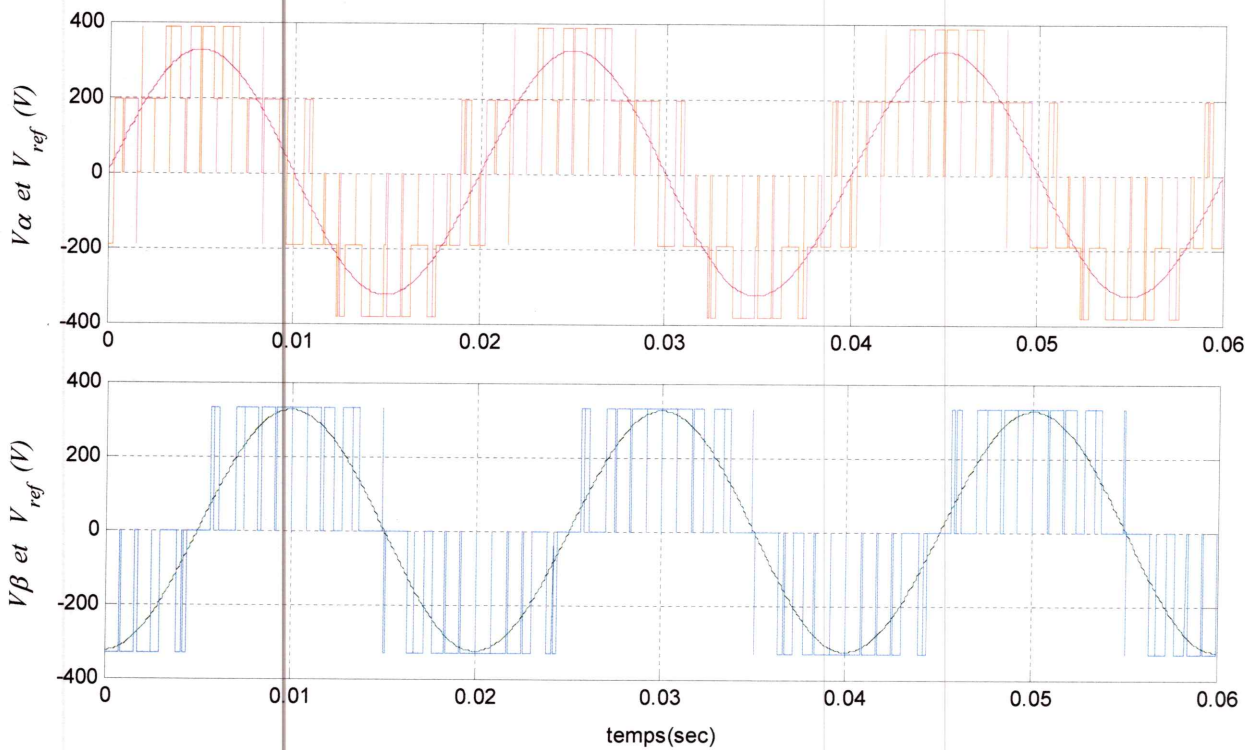


Fig. II. 16: Tensions de la sortie de l'onduleur représentés en biphasé avec les références.

II.6. Association groupe convertisseur machine asynchrone et simulation:

II.6.1. Association groupe convertisseur machine asynchrone:

L'association de l'ensemble source d'alimentation convertisseur machines asynchrones est représenté par la figure (II. 17), l'onduleur est commandé par la technique MLI vectorielle.

II.6.2. Simulation de la machine par groupe convertisseur par MLI:

La même machine de chapitre I, sera alimentée par ce groupe convertisseur, avec remarque que le redresseur est à diodes, alimentées par le réseau triphasé, le filtre est dimensionné ci-dessus, avec $C = 500\mu f$ et $L = 50mh$, et notre onduleur est commandé par la technique MLI, avec $m = 70$ et $r = 0.8$.

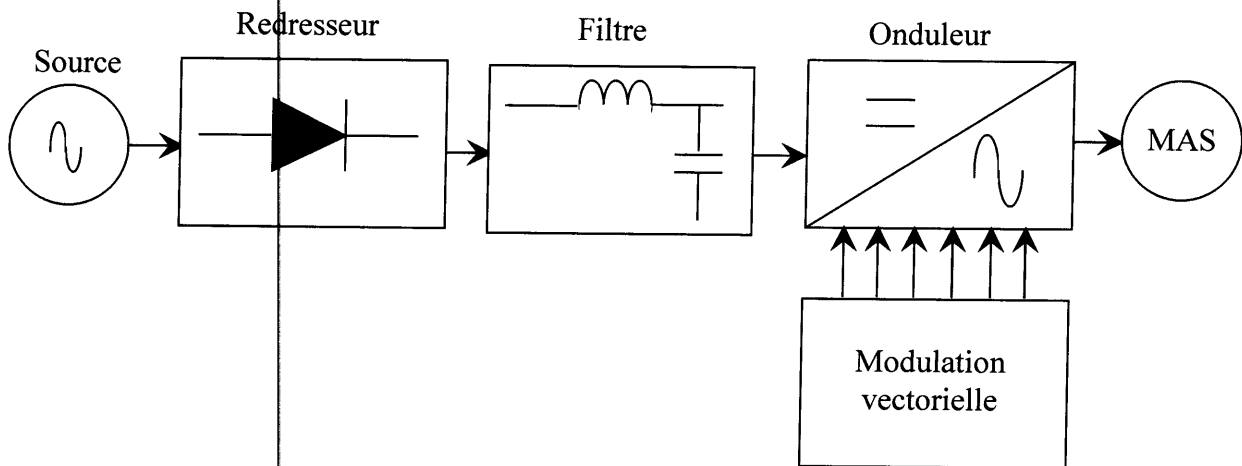


Fig. II.17: Association groupe convertisseur machine asynchrone.

On va tester le fonctionnement de la machine par deux méthodes:

1. La MLI triangulo-sinusoidale.
2. La MLI vectorielle.

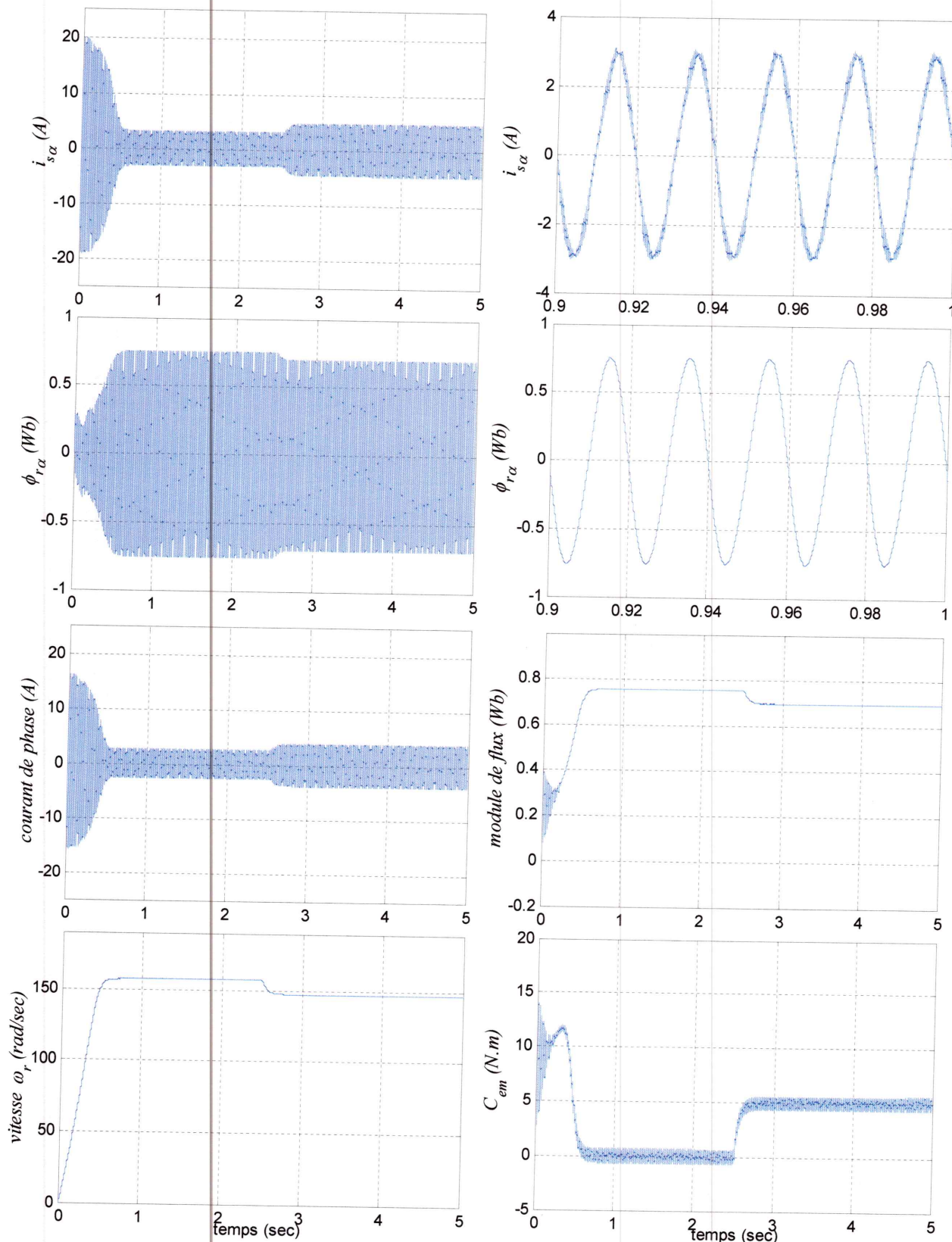


Fig. II.18: Simulation de la machine asynchrone alimentée par un onduleur à MLI sinus-triangulaire, démarrage à vide suivi d'une introduction d'un couple de charge ($C_r = 10Nm$) à l'instant $t = 2.5\text{sec}$.

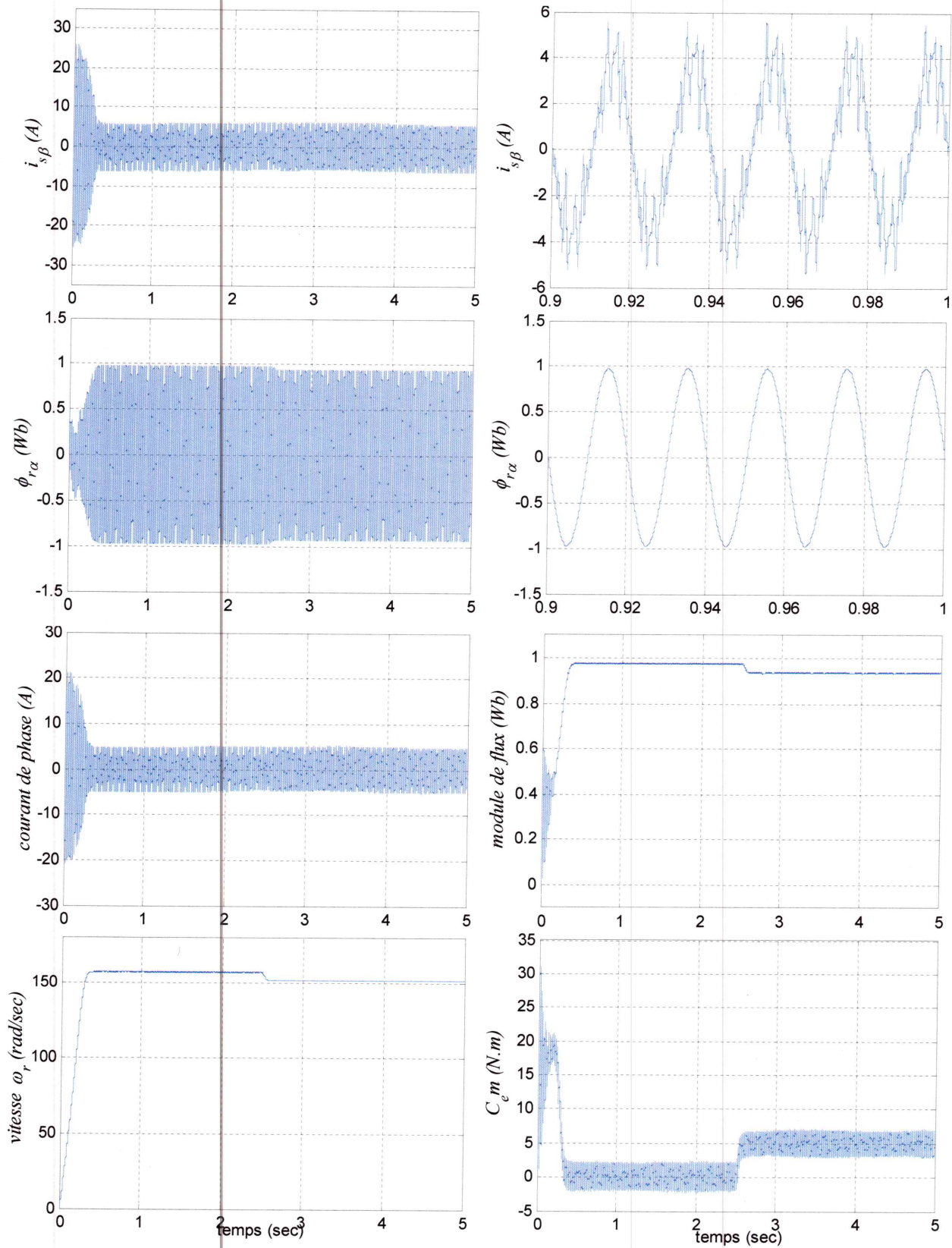


Fig. II.19: Simulation de la machine asynchrone alimentée par un onduleur à MLI vectorielle, démarrage à vide suivi d'une introduction d'un couple de charge ($C_r = 10Nm$) à l'instant $t = 2.5\text{sec}$.

II.6.3. Interprétation des résultats:

Après, simulation de l'ensemble convertisseur-machine, ont abouti à la possibilité de tracer les différentes grandeurs, pour les deux essais, tels que le premier chapitre, ajoute d'un couple de charge et inversement du sens de rotation, afin de donner la possibilité de la comparaison entre les deux chapitres.

- le démarrage est nettement plus long (la machine atteint 157 rad/sec en 0.5 seconde environ).
- Sur les figures (II. 18), (II. 19), nous constatons que le couple électromagnétique est ondulé, ces ondulations sont dues au commutation des interrupteurs, mais en simulation, ils sont dues en grande partie, au pas de simulation choisie, avec un pas de simulation très petit on aurait un couple beaucoup moins ondulé, mais, le temps de simulation et la capacité de calcul nécessaire serait extrêmement grandes, cependant, les ondulations ne peuvent être éliminées, car elles sont dues aux ondulations des courants statorique inhérents a la stratégie de contrôle de l'onduleur.
- Le flux rotorique se fixe en régime établi, et nous remarquons une similarité entre le couple et le module du flux.

Pour faire la comparaison entre la modulation triangulo-sinusoïdale et la modulation vectorielle, on simule les deux méthodes. On remarque que les simulations correspondantes à la modulation vectorielle sont presque les mêmes que celui de la modulation triangulo-sinusoïdale. Mais, après avoir l'analyse harmonique, nous pouvons dire, du point de vue taux d'harmoniques

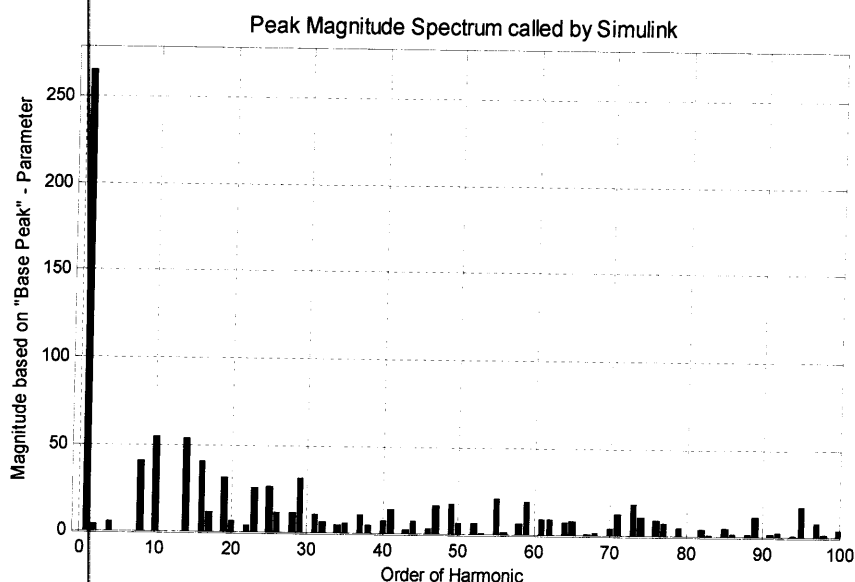


Fig. II.20: Analyse harmonique de la tension de sortie Va (Modulation sinus triangulaire).

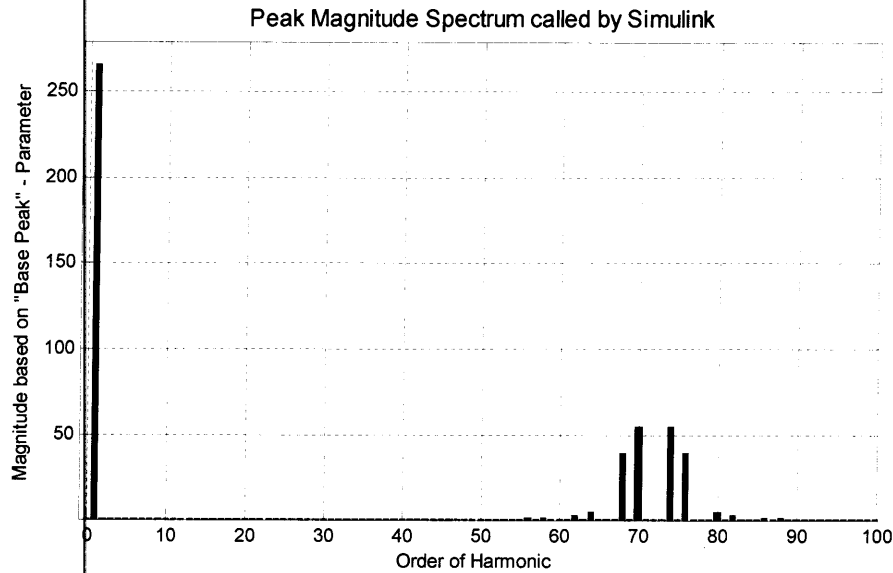


Fig. II.21: Analyse harmonique de la tension de sortie V_a (Modulation vectorielle).

que la deuxième technique peu donner une tension meilleur à la sortie d'onduleur ~~etc~~ On déduit que la modulation vectorielle et plus performante que celle triangulo-sinusoïdale.

II.7. Conclusion:

Nous avons présenté dans ce chapitre le principe de l'alimentation de la machine par groupe convertisseur constitué des éléments : redresseur, filtre et onduleur. Nous avons également présenter les stratégies de commande des onduleurs, à savoir la stratégie de l' MLI a modulation sinus-triangulaire et l' MLI a modulation vectorielle d'un onduleur à deux niveaux, et nous constatons que la commande par MLI vectorielle est devenue la méthode la plus employé pour commander l'onduleur afin d'obtenir une tension plus proche à la sinusoïdale par rapport la commande par modulation triangulo-sinusoïdale. Les résultats obtenus montrent que la MLI vectorielle présente une meilleure approximation du fonctionnement optimal de la machine.

Toutefois, la machine seule ne répond pas toujours aux exigences des systèmes d'entraînement à vitesse variable. A fin d'atteindre de hautes performances dans le régime dynamique, une technique de commande est introduite dont le nom est la commande non linéaire. Un exposé général sur la théorie de cette méthode et son application sur le modèle de la machine asynchrone déjà obtenu feront l'objet des chapitres suivants.

Chapitre III: Commande non linéaire par linéarisation au sens des entrées-sorties.

III.1. Introduction:

L'automatique non-linéaire est un domaine de recherche intensif et beaucoup d'outils mathématiques ont vu leur émergence ces dernières décennies notamment la géométrie différentielle, celle-ci constitue un outil moderne et puissant d'analyse et de synthèse, [16].

Dans ce chapitre et après avoir décrit le modèle non linéaire de la machine, quelques caractéristiques du système et avec une partie consacrée à la modélisation de l'alimentation, nous présentons quelques notions mathématiques qui seront utiles pour la commande non linéaire de la machine asynchrone. Puis nous décrivons en détails les étapes principales pour la conception de la commande par linéarisation au sens entrée-sortie des systèmes non linéaires.

Avant de finir ce mémoire, nous passerons, dans le chapitre suivant, à l'application de cette approche sur le modèle non linéaire de la machine asynchrone présenté au premier chapitre dans le repère fixe.

L'application du principe de la commande par linéarisation nous permettons d'élaborer une commande par retour d'état qui permet le découplage entre les composantes de sorties prises et que nous simulons pour des testes de différents modes de fonctionnement possibles afin de valider et examiner la robustesse dynamique et statique de la commande élaborée par cette approche.

III.2. Historique de la commande:

L'origine de cette théorie (La théorie des entrée-sortie) remonte principalement aux travaux de "Lur'e" et "Postnikov" sur le problème de la stabilité absolue et sur la théorie de réseaux électriques. Cette dernière a enrichi le cadre de la théorie des systèmes avec des concepts physiques fondamentaux [17].

Un des premiers travaux à appliquer la théorie des opérateurs à la résolution de problème de contrôle revient à Popov, ce résultat, connu aujourd'hui sous le critère du cercle, Par ailleurs, les travaux de Yula, ont établi la première connexion entre la théorie des circuits et la théorie de stabilité Entré-Sortie.

Dans la littérature occidentale, motivés par des problèmes de perturbations non-linéaires dans des boucles limités en bande passante, Zames et plus tard Sandberg ont introduit les bases du théorème du petit gain. Ainsi, dans le travail fondamental de Zames, les bases principales de la théorie ES ont été établies en introduisant des concepts clés tels que gain, positivité, etc.

III.3. Avantage de la théorie entrée-sortie:

La théorie des entrée-sortie comporte au moins trois avantages, [17]:

- Elle est cohérente avec un des points de vue de la théorie du contrôle qui dit qu'il est préférable de garder le système plus simple. Chacun de ces derniers est vu comme une application d'une entrée à une sortie, c'est-à-dire un opérateur.
- Elle est générale, donc il est possible de faire des conclusions bien utiles sur un système à contre-réaction, même si l'on n'a pas une connaissance stricte de la structure interne de chaque bloc élémentaire qui le compose.
- Elle fournit une généralisation naturelle au cas non-linéaire en utilisant le fait que la stabilité d'un système linéaire invariante dans le temps est liée aux marges de phase et de gain. D'ailleurs, la mesure de l'amplification de gain dans la boucle ainsi que du déphasage est motivée par des propriétés physiques telles que la passivité.

III.4. Outils mathématiques:

Soit le système non linéaire:

$$\sum \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{III. 1})$$

Ou: l'état $x(t) \in \mathcal{R}^n$, l'entrée $u(t) \in \mathcal{R}^m$, la sortie $y(t) \in \mathcal{R}^p$, et les entiers de f, g et h sont des fonctions.

III.4.1. Gradient:

On définit le gradient d'une fonction scalaire $h(x)$ par rapport au vecteur x , par le vecteur ligne $\nabla h(x)$, défini par:

$$(\nabla h)_i = \frac{\partial h}{\partial x_i} \tag{III. 2}$$

D'une façon similaire, le gradient d'un champ de vecteur $f(x)$ est défini par le Jacobine de f (matrice de $(n \times n)$) comme suit:

$$(\nabla f)_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \tag{III. 3}$$

III.4.2. Opérateurs de lie (dérivée et crochet de lie):

A. Dérive de lie:

Définition: Soit h une fonction de classe C^1 de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} . On appelle dérivée de Lie de h dans la direction f , notée $L_f h$, la dérivée de h le long de la courbe intégrale de f en $x=0$, donc on note, [16] et [18]:

$$L_f h(x) = \left. \frac{d}{dt} h(X_t(x)) \right|_{t=0} = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial h}{\partial x_i}(x) \tag{III. 4}$$

Par cette formule, un champ de vecteurs f quelconque est identifié à l'opérateur différentiel linéaire du premier ordre comme suit:

$$L_f = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} \tag{III. 5}$$

B. Crochets de lie:

Soient: f et g deux champs de vecteurs dans \mathbb{R}^n . Le crochet de Lie de f et g est un troisième champ de vecteurs défini par:

$$[f \ g](x) = \nabla g f - \nabla f g \tag{III. 6}$$

On utilise la notation: $[f \ g] = ad_f g$ Où:

$$[f \ g](x) = ad_f g(x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \tag{III. 7}$$

Où: $\frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial x}$ sont des matrices Jacobéennes. L'application des crochets de Lie successives donne:

$$\begin{aligned} ad_f^0 g(x) &= g(x) \\ ad_f^1 g(x) &= [f \ g](x) \\ \dots \dots \dots \\ ad_f^k g(x) &= [f \ ad_f^{k-1} g](x) \end{aligned} \tag{III. 8}$$

Les crochets de Lie ont des propriétés que nous pouvons écrire en adoptant la notation précédente:

$$1. [a_1 f_1 + a_2 f_2, g] = a_1 [f_1, g] + a_2 [f_2, g]$$

$$2. \text{Antisymétrie: } [f, g] = -[g, f]$$

3. Identité de Jacobi:

$$[f, [g, p]] + [g, [p, f]] + [p, [f, g]] = 0$$

$$\nabla h \text{ ad}_f g = L_f L_g h - L_g L_f h$$

III.4.3. Difféomorphisme:

La fonction différentielle $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ définie dans une région $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ est appelée difféomorphisme si elle vérifie les deux conditions suivantes, [19]:

➤ φ : est inversible, c'est-à-dire, il existe une fonction φ^{-1} telle que:

$$\varphi^{-1}(\varphi(x)) = x$$

Pour tout $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$ et

➤ φ^{-1} et φ sont des fonctions lisses.

Le difféomorphisme est utilisé pour transformer un système non linéaire en un autre système linéaire en effectuant un changement de variables de la forme:

$$z = \varphi(x) \tag{III. 9}$$

Où $\varphi(x)$ représente n variables:

$$\varphi(x) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \\ \dots \\ \varphi_3(x) \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_3 \end{bmatrix} \tag{III. 10}$$

À noter que si $\varphi(z)^{-1}$ (transformation inverse) existe pour tout $z \subset \mathbb{R}^n$, le difféomorphisme est dit global. Dans le cas contraire, [17], le difféomorphisme est appelé local et on doit le considérer seulement autour de la région $\Omega \subset \mathbb{R}^n$.

Lorsque cette transformation existe, elle permet en particulier de stabiliser le système exactement comme s'il s'agissait d'un système linéaire, en utilisant les méthodes classiques des systèmes linéaires.

III.4.4. Degré relatif:

Le degré relatif (r) de la sortie y , est le nombre de fois qu'il faut dériver y par rapport au temps pour faire apparaître explicitement l'entrée u dans les dérivées de y , [20]. d'après cette définition littéraire on peut dire que :

Le système de la forme (III. 1) est dit de degré relatif (r) dans une région Ω au voisinage d'un point x_0 si:

$$\triangleright L_g L_f^i h(x) \quad \text{Tel que } 0 \leq i \leq r - 2$$

$$\triangleright L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$$

En effet, si on applique cette définition au système (III. 1), nous obtenons :

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dh}{dx} \frac{dx}{dt}$$

$$\dot{y} = \frac{dh(x)}{dx} (f(x) + g(x)u)$$

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u \tag{III. 11}$$

Si $L_g h(x) = 0$ nous continuons la dérivation de la sortie y pour la deuxième fois, pour tout x au voisinage de x_0 , donc

$$\ddot{y} = \frac{d(L_f h(x))}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{d(L_f h(x))}{dx} (f(x) + g(x)u) \tag{III. 12}$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h + L_g (L_f^1 h)u = L_f^2 h \quad \text{Si } L_g (L_f^1 h) = 0. \text{ Pour un degré relatif } r > 2.$$

Nous continuons la dérivation de la sortie y jusqu'à l'apparition de u pour la première fois, pour un degré relatif égale à r , nous obtenons :

$$y = h(x) = L_f h$$

$$\dot{y} = L_f^1 h + L_g (L_f h) = L_f^1 h \quad \text{avec } L_g (L_f h) = 0$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h + L_g (L_f^1 h) = L_f^2 h \quad \text{avec } L_g (L_f^1 h) = 0 \tag{III. 13}$$

$$y^{(r)} = L_f^r h + L_g (L_f^{(r-1)} h)u \quad \text{avec } L_g (L_f^{(r-1)} h) \neq 0$$

Donc, r est le plus petit nombre entier pour lequel le coefficient de u n'est pas zéro sur l'espace où nous voulons contrôler le système soient:

$$\alpha(x) = L_f^r (h)$$

$$\beta(x) = L_g (L_f^{(r-1)} (h))$$

Donc :

$$y^{(r)} = L_f^r h + L_g(L_f^{(r-1)}h)u = \alpha(x) + \beta(x)u = v(x) \text{ Où } \beta(x) \neq 0$$

Où $v(x)$ est appelée l'entrée synthétique ou contrôle synthétique.

Donc pour $y^{(r)} = v(x)$ nous le représentons par :

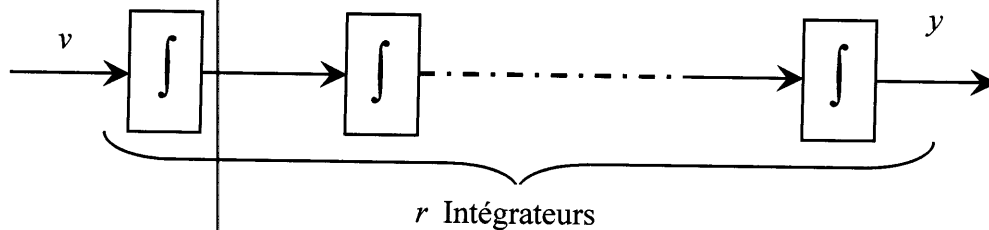


Fig.III.1: Représentation d'état.

Nous avons r intégrateurs, on obtient un système linéaire de la forme:

$$\frac{y(s)}{v(s)} = \frac{1}{s^r} \tag{III. 14}$$

Donc, nous pouvons concevoir maintenant un contrôleur pour ce système, en utilisant n'importe quelle méthode de conception des contrôleurs linéaires. Nous avons $v = \alpha + \beta u$.

Le contrôleur qui est implémenté est obtenu par :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} [-\alpha(x) + v] \tag{III. 15}$$

Par exemple, la loi de commande est définie par:

$$v = -\sum_{i=0}^{r-1} k_i L_f^i(h) = -k_0 y - k_1 \dot{y} - k_2 \ddot{y} - \dots - k_{(r-1)} y^{(r-1)} \tag{III. 16}$$

Le choix des k_i est basé sur la stabilité du polynôme caractéristique donné par $s^{(r)} + k_{(r-1)}s^{(r-1)} + \dots + k_0$ (polynôme stable), en utilisant la définition de Hurwitz, c'est à dire, que toutes ses racines soient situées strictement dans la partie gauche du plan. En utilisant (III.16), la forme finale de la loi de commande, par linéarisation entrée-sortie, devient:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{(r-1)}h(x)} [-L_f^r h(x) - k_{(r-1)}y^{(r-1)} - \dots - k_1 \dot{y} - k_0 y] \tag{III. 17}$$

Par ailleurs, le point zéro ne présente pas toujours le seul point d'équilibre un système non linéaire. Généralement, les systèmes possèdent des trajectoires de référence à poursuivre, et c'est à la commande de forcer le système à suivre la trajectoire désirée.

Si on considère y_d comme une sortie désirée, l'erreur de poursuite e_p est donnée par:

$$e_p = y - y_d \quad (\text{III. 18})$$

Donc la loi de commande est donnée par:

$$v = y_d^{(r)} - k_{n-1} e_p^{(r-1)} - \dots - k_2 \dot{e}_p - k_1 e_p \quad (\text{III. 19})$$

Remarques:

1. Pour un système contrôlable, le nombre de dérivation de la sorti y pour faire apparaître explicitement l'entre u , ne peut pas dépasser l'ordre n du système, c'est à dire que $r \leq n$. Si l'entrée u n'appariât pas après n dérivations, le système est non contrôlable, [22].
2. Pour montrer l'analogie avec les systèmes linéaires, calculons le degré relatif d'un système non linéaire donné par l'équation d'état:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III. 20})$$

Par analogie au (III.1), celle de système non linéaire, on a:

$$h(x) = Cx \text{ et } g(x) = B, f(x) = Ax$$

Donc, par application de la dérivée de lie prédéfinie précédemment, on trouve:

$$L_f^k h(x) = CA^k x$$

Et donc:

$$L_g L_f^k h(x) = CA^k Bx$$

Ainsi l'entier r qui satisfait les conditions:

$$CA^k B = 0$$

$$CA^{k-1} B = 0 \text{ Pour tous } k < r - 1$$

Est alors égal à la différence entre le degré du dénominateur et celui du numérateur de la fonction de transfert du système donnée par:

$$G(s) = C(SI - A)^{-1} B$$

III.5. Principe de la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties:

La linéarisation entrée-sortie consiste à linéaire la relation dynamique entre l'entrée de commande d'un système et sa sortie en utilisant une loi de commande non linéaire. Cette dernière est dite linéarisante. Une autre loi de commande linéaire est ensuite employée pour stabiliser le système linéaire ainsi obtenu, la figure (III. 1) ci-dessous illustre bien le principe.

Cette approche de linéarisation se distingue fortement de la linéarisation autour d'un point

de fonctionnement. En effet, le modèle linéaire obtenu avec cette dernière n'est valide que dans un Voisinage du point de fonctionnement. C'est donc un modèle approché. Par contre, le modèle linéaire que donne la linéarisation entrée-sortie est valide dans tout l'espace d'état. Le compensateur linéaire que stabilise ensuite le système est en principe plus performant [22]. Le cas des systèmes à une entrée et une sortie est d'abord présenté à cause de sa simplicité.

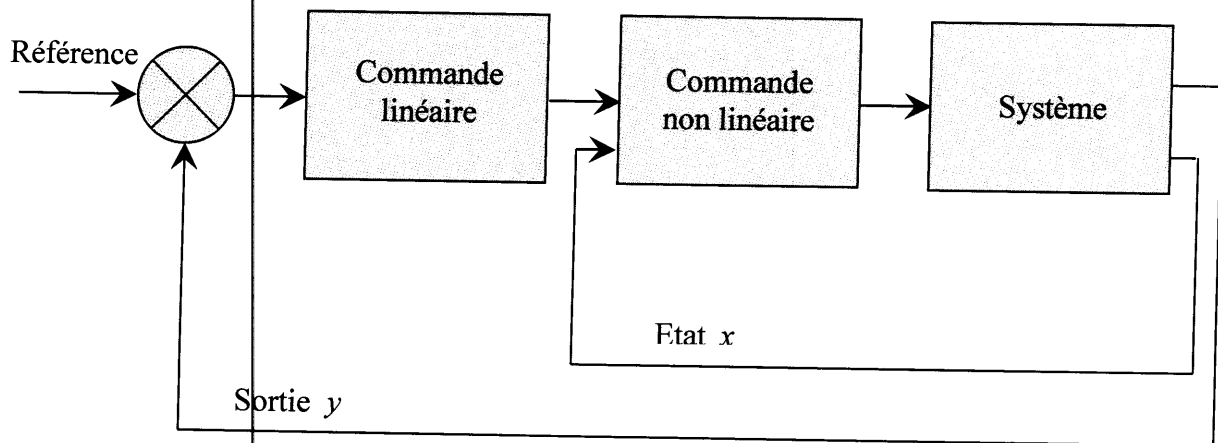


Fig. III.2: schème de principe de la linéarisation entrée-sortie.

Nous allons montrer comment obtenir une relation linéaire entre la sortie y et une nouvelle entrée, en effectuant un bon choix de la loi linéarisante. Le modèle équivalent étant linéaire, on peut lui imposer une dynamique stable en se basant sur les méthodes linéaires classiques. Les deux sections suivantes résument cette méthode de conception, [21].

III.5.1. Système à une entrée et une sortie:

Considérons le système dynamique représenté par l'équation d'état non linéaire d'ordre n suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{III. 21}$$

Où $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}$ et $u \in \mathbb{R}$ sont respectivement le vecteur d'état, les variables de sortie et d'entrée du système. Les fonctions $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sont considérées infiniment dérivable sur \mathbb{R}^n .

Supposons que $x = 0$ est un point d'équilibre du système et que $g(x) \neq 0$. On dit que l'équation (III. 21) est de degré relatif r Si $L_g L_f^k h(x) = 0, \forall x$ dans le voisinage de 0.

$$\forall (k < r - 1) \text{ et } L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$$

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x) \text{ et } L_f^k h(x) = L_f(L_f^{k-1} h(x)) \tag{III. 22}$$

Le degré relatif est donc le nombre de fois qu'il faut dériver la variable de sortie avant que l'entrée apparaisse de façon explicite dans l'expression des dérivées, [2]. Notons que dans le cas des systèmes linéaires. Le degré relatif correspond à la différence entre l'ordre du dénominateur de la fonction de transfert de celui du numérateur. Supposons que l'équation (III. 21) soit de degré relatif r . La technique de linéarisation entrée-sortie consiste à déterminer une transformation de coordonnées:

$(z, \eta)^T = T(x)$ Qui met le système sous la forme canonique suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{z}_r &= a(z, \eta) + b(z, \eta)u \\ \dot{\eta} &= q(z, \eta) \end{aligned} \tag{III. 23}$$

$$\begin{aligned} \eta &= [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \dots \quad \eta_{n-r}]^T \\ z &= [z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_r]^T \\ \alpha(x) &= L_f^r h(x), \beta(x) = L_g L_f^{r-1} h(x) \end{aligned} \tag{III. 24}$$

La transformation de coordonnées $T = [T_1 \quad T_2 \quad \dots \quad T_r \quad \dots \quad T_n]^T$ a pour composantes,

$$\begin{aligned} T_1 &= h(x) \\ T_2 &= L_f h(x) \\ &\dots\dots\dots \\ T_r &= L_f^{r-1} h(x) \end{aligned} \tag{III. 25}$$

Les composant T_i pour $i \in (r+1, r+2, \dots, n)$ sont déterminées en résolvant les équations aux dérivées partielles.

$$L_g T_j(x) = 0 \quad \forall r < j < n+1 \tag{III. 26}$$

On peut aisément constater que le système (III. 23) devient T partiellement linéaire en choisissant $u(x)$ de la forme:

$$u(x) = \frac{(v - \alpha(x))}{\beta(x)} \quad \forall x \in V = \{x \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \beta(x) \neq 0\} \tag{III. 27}$$

La variable v est une commande auxiliaire généralement utilisée pour stabiliser le système en boucle fermée [17]. L'équation dynamique sous une forme compacte devient:

$$\dot{z} = \alpha z + \beta v \tag{III. 28}$$

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) \tag{III. 29}$$

La dynamique de z est communément appelée dynamique externe et a été rendue linéaire par la commande $u(x)$. La dynamique de la variable q est appelée dynamique interne car n'apparaissant plus dans la relation entrée-sortie du système en boucle fermée.

$$\dot{\eta} = q(0, \eta) \tag{III. 30}$$

L'équation (III. 30) est appelée dynamique du zéro. Elle correspond à l'équation de la dynamique interne dans laquelle la variable d'état externe z est en régime permanent. Une commande auxiliaire de la forme (III. 31) permet de stabiliser le système (III. 21) en boucle fermée, [16].

Le gain k est tel que la matrice des paramètres $A_s = A - Bk$ est une matrice stable.

$$v = -[k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_r]z = -k_1 z_1 - k_2 z_2 \dots - k_r z_r \tag{III. 31}$$

III.5.2. Système à plusieurs entrée et plusieurs sorties:

Avant tout, on considère que le système non-linéaire de p entrées et p sorties a pour forme:

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x) u_i \tag{III. 32}$$

$$y_i = h_i(x) \quad i = 1, 2, \dots, p \tag{III. 33}$$

Où $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des états $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]^T \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur des commandes et $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T \in \mathbb{R}^p$ représente le vecteur des sorties. f, g_j Sont des champs de vecteurs et $h_i, i = 1, 2, \dots, p$ est une fonction.

Le problème consiste à trouver une relation linéaire entre l'entrée et la sortie en dérivant la sortie jusqu'à ce qu'au moins entrée apparaisse en utilisant l'expression:

$$y_j^{(r_j)} = L_f^{r_j} h_j(x) + \sum_{i=1}^p L_{g_i} (L_f^{r_j-1} h_j(x)) u_i \quad j = 1, 2, \dots, p \tag{III. 34}$$

Où $L_f^i h_j$ et $L_{g_i}^i h_j$ sont les $i^{ème}$ dérivées de lie de h_j respectivement dans la direction de f et g_i . r_j est le nombre de dérivées nécessaires pour qu'au moins, une des entrées apparaisse dans l'expression (III. 34) et il est connu sous le nom du degré relatif correspondant à la sortie y_j .

Le degré relatif total r est défini comme étant la somme de tous les degrés relatifs obtenus à l'aide de (III. 34) et doit être inférieur ou égal à l'ordre du système: $r = \sum_{j=1}^p r_j \leq n$

On dit que le système (III. 32) a pour degré relatif r s'il vérifie:

$$L_{g_i} L_f^k h_j = 0 \quad 0 < k < r_j - 1, 1 \leq j \leq p, 1 \leq i \leq p$$

Et Dans le cas où le degré relatif total est égal à l'ordre du système, ou est en présence d'une linéarisation exacte au sens des entrées-états, [19]. Si par contre le degré relatif total est strictement inférieur à l'ordre du système, la linéarisation est dite linéarisation partielle au sens des entrées-sorties. Pour trouver l'expression de la loi linéarisation u qui permet de rendre la relation linéaire entre l'entrée et la sortie, on réécrit l'expression (III.24) sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} \dots y_p^{r_p} \end{bmatrix}^T = \alpha(x) + \beta(x)u \tag{III. 35}$$

$$\alpha(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \dots \\ L_f^{r_p} h_p(x) \end{bmatrix} \tag{III. 36}$$

$$\beta(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_p(x) & L_{g_2} L_f^{r_p-1} h_p(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_p(x) \end{bmatrix} \tag{III. 37}$$

Où $\beta(x)$ est appelée matrice de découplage du système. Si on suppose que $\beta(x)$ n'est pas singulière, la loi de commande linéarisante a pour forme:

$$u = \beta(x)^{-1} (-\alpha(x) + v) \tag{III. 38}$$

Notons que la linéarisation ne serait possible que si la matrice de découplage $\beta(x)$ est inversible.

Le schéma bloc du système linéarité est donné à la figure (III. 22).

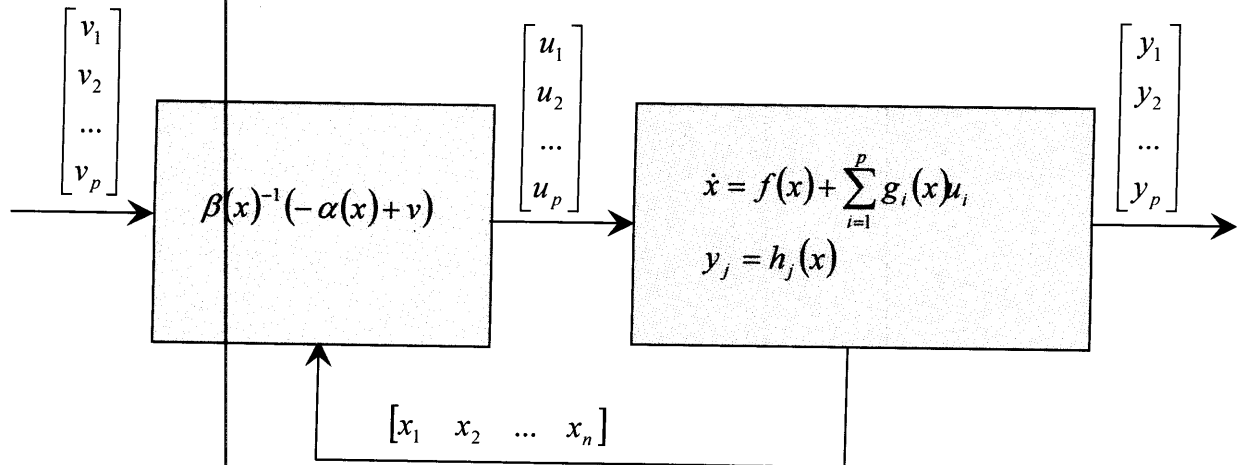


Fig.III.3: Schéma bloc du système linéaire.

En remplaçant (III. 28) dans (III. 22), le système équivalent devient linéaire totalement dé couplé de la forme:

$$y_j^{r_j} = v_j \tag{III. 39}$$

Ou plus explicitement par:

$$[y_1^{r_1} \dots y_p^{r_p}]^T = [v_1 \dots v_p]^T \tag{III. 40}$$

Ce que nous permettons de lui importe quelle dynamique conception du nouveau vecteur d'entrée

$$v = [v_1 \dots v_p]^T$$

Remarquons que l'expression (III. 39) représente p intégrateur en cascade sont le comportement dynamique n'est toujours pas souhaitable figure (III. 23).

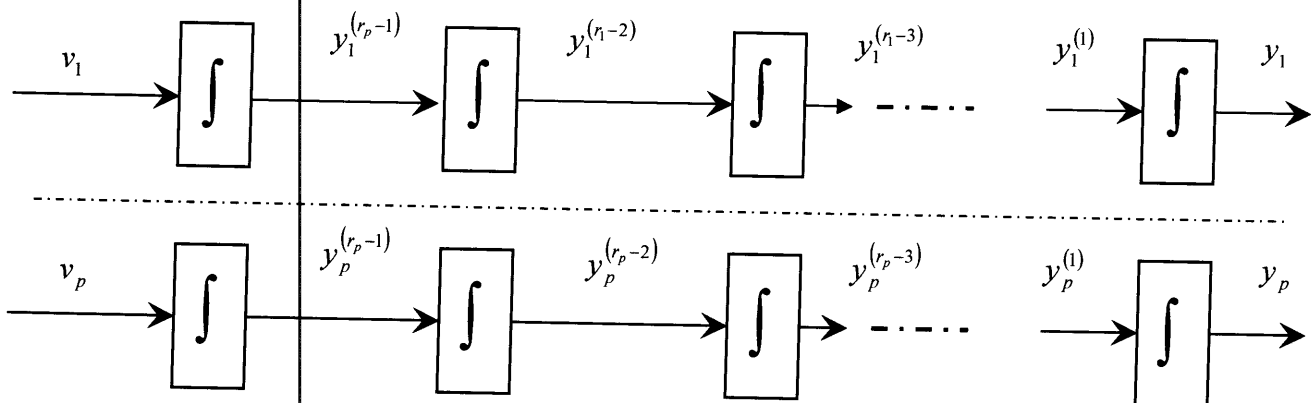


Fig.III.4: Dynamique du système linéarisé.

III.5.2.1. Mise sous forme canonique:

Supposons que le système (III. 32) a dans degrés relatifs r_1, r_2, \dots, r_p et que $r = \sum_{i=1}^p r_i \leq n$ où n est

l'ordre du système. On définit r fonction $(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_r)$ que permettent d'écrire:

$$z = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{r_1}, \varphi_{r_1+1}, \dots, \varphi_r) \tag{III. 41}$$

$$z = (h_1, L_f h_1, \dots, L_f^{r_1-1} h_1, h_2, \dots, L_f^{r_2-1} h_2, h_p, \dots, L_f^{r_p-1} h_p)$$

Selon la valeur de $\{r_1, r_2, \dots, r_p\}$, on peut distinguer deux possibles: *

Cas1: $r = r_1 + r_2 + \dots + r_p$ Dans ce cas, l'ensemble de fonction $\varphi^k = L_f^{k-1} h_i$ avec $1 \leq k \leq r_i$ et

$1 \leq i \leq p$ Définissent un difféomorphisme, tel que:

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [h_1, L_f h_1, \dots, L_f^{r_1-1} h_1]^T \\ \dots \\ [h_p, L_f h_p, \dots, L_f^{r_p-1} h_p]^T \end{bmatrix} \tag{III. 42}$$

Cas 2: $r = r_1 + r_2 + \dots + r_p < n$ dans ce cas, il est possible de trouver $(n - r)$ autres fonction φ^k , $(r_1 + 1 \leq k \leq n)$ pour que φ^k , $(1 \leq k \leq n)$, soit de rang n, on introduit un vecteur de variables complémentaires η de sorte que :

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \dots \\ \eta_{n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{r+1} \\ \varphi_{r+2} \\ \dots \\ \varphi_n \end{bmatrix}$$

Dans les nouvelles coordonnées, le système (III. 32) s'écrit:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{\eta-1} &= z_\eta \\ \dot{z}_\eta &= L_f^{r_1} h_p + \sum_{j=1}^p L g_j^{r_1-1} h_1 u_j \\ \dot{z}_{\eta+1} &= z_{\eta+2} \\ \dot{z}_r &= L_f^{r_p} h_p + \sum L g_j^{r_p} h_p u_j \end{aligned} \tag{III. 43}$$

Pour les $(n-r)$ autres fonction, il est difficile de trouver une forme détaillée des nouvelles variables, toutefois on les note d'une façon générale par $\dot{\eta} = \psi(z, \eta) + (z, \eta)u$ en ce que concerne le sortie, le vecteur $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T$, peut être écrit dans les nouvelles coordonnées par:

$$\begin{aligned} y_1 &= z_1 \\ y_2 &= z_{r_1+1} \\ &\dots\dots\dots \\ y_p &= z_{r_1+\dots+r_{n-1}+1} \end{aligned} \tag{III. 44}$$

En appliquant la loi linéarisante (III. 38) au système (III. 43) nous obtenons:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} A_{r_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & A_{r_p} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} B_{r_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & B_{r_p} \end{bmatrix} u \tag{III. 45}$$

$$\dot{\eta} = \psi(z, \eta) + \Theta(z, \eta)u$$

Avec:

$$A_{r_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{r_1 \times r_1}, B_{r_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{r_1}, C_{r_1} = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \tag{III. 46}$$

Avec:

$$y = \begin{bmatrix} C_{r_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & C_{r_p} \end{bmatrix} z \tag{III. 47}$$

III.5.2.2. Conception du nouveau vecteur de commande v :

Le vecteur v est conçu selon les objectifs de commande. Pour le problème de poursuite envisagé, il doit satisfaire:

$$v_j = y_{d_j}^{r_j} + k_{r_j-1}(y_{d_j}^{r_j-1} - y_j^{r_j-1}) + \dots + k_1(y_{d_j} - y_j) \quad 1 \leq j \leq p \tag{III. 48}$$

Où les vecteurs $\{y_{d_j}, y_{d_j}^1, \dots, y_{d_j}^{r_j-1}, y_{d_j}^{r_j}\}$ définissent les trajectoires de référence imposées pour les différentes sorties. Si les k_i sont choisis de façon à ce que le polynôme: $s^{r_j} + k_{r_j-1}s^{r_j-1} + \dots + k_2s + k_1 = 0$ soit un polynôme d'hurwitz (possède des racines avec des parties réelles négatives), alors on peut montrer que l'erreur $e_j(t) = [y_{d_j}(t) - y_j(t)]$ satisfait $\lim_{t \rightarrow \infty} e_j(t) = 0$

Le système linéarité en boucle fermée est donné par la figure (III. 4) suivante:

III.5.2.3. Dynamique d'ordre zéro:

Le dynamique zéro est définie comme étant la dynamique interne du système pour laquelle sa sortie est maintenue à zéro par l'entrée. Constatons que la spécification de maintenir la sortie du système nulle uniquement définit l'entrée (exigée) et par conséquent la dynamique zéro assure la stabilité asymptotique dans le sens de Lyapunov.

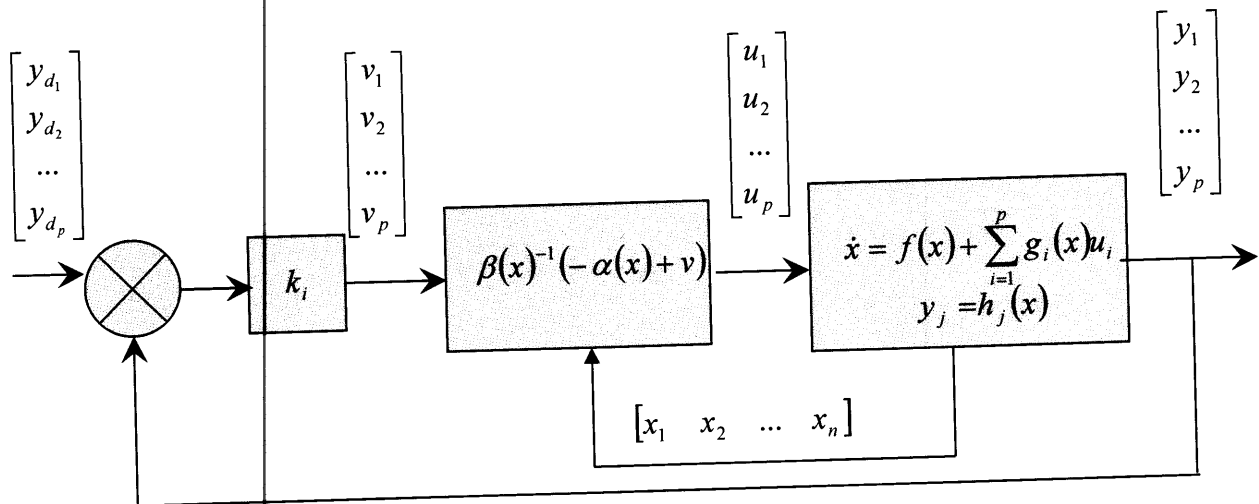


Fig.III.5: Schéma bloc du système linéarisé en boucle fermée.

III.6. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts théoriques liés à la commande par linéarisation entrée-sortie et à la géométrie différentielle, nous avons montré le cas des systèmes mono-sortie mono-entrée, et le cas des système multi-entrée multi-sortie.

Dans le chapitre suivant, on va appliquer cette théorie sur le modèle de la machine asynchrone, qui est un système non linéaire multi-sortie.

Chapitre. IV: Application de la commande non linéaire à la machine asynchrone.

IV.1. Introduction :

Nous avons présenté la méthode de linéarisation entrée-sortie pour une classe de systèmes non linéaires. Elle permet de ramener le comportement d'un système non linéaire au comportement d'un système linéaire et découplé. Dans la section suivante nous allons appliquer ces techniques au modèle du moteur asynchrone présenté dans le chapitre I.

IV.2. Les sorties régulées et les critères de commande:

Le critère de choix des commandes est de pouvoir imposer des dynamiques arbitraires sur chaque sortie y_1 et y_2 en vue de trouver une relation différentielle linéaire entre les sorties y_1 et y_2 et des entrée de commande v_1 et v_2 choisies, il faut trouver un retour d'état $u = \alpha(x) + \beta(x)v$, de telle manière que le système en boucle fermée soit découplé. Pour ce faire, on va suivre les étapes de linéarisation décrites précédentes, [12].

Il faut dériver les fonctions de sortie $h_1(x)$ et $h_2(x)$ r_1 et r_2 fois jusqu'à faire apparaître des équations différentielles où interviennent. Par dérivation successive nous pouvons écrire:

$$\begin{cases} \frac{d^{r_1} y_1}{dt} = L_f^{r_1} h_1(x) + L_g L_f^{r_1-1} h_1(x) u \\ \frac{d^{r_2} y_2}{dt} = L_f^{r_2} h_2(x) + L_g L_f^{r_2-1} h_2(x) u \end{cases} \quad (\text{IV. 1})$$

Le moteur est commandé par les deux composantes de tension statique $u_{s\alpha}$ et $u_{s\beta}$. Le système à contrôler, doit être de type carré. Les variables à contrôler dans ce travail, par une loi de commande par linéarisation, sont le couple et la norme du flux rotorique au carré comme sorties du procédé. Le choix de la norme au carré est dû au fait que cette forme permet de simplifier le calcul différentiel.

Donc:

$$Y(x) = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_e \\ \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 = \phi \end{bmatrix} \quad (\text{IV. 2})$$

La condition de linéarisation permettant de vérifier si un système non linéaire admet une linéarisation entrée-sortie est l'ordre de degré relatif de système.

IV.3. Degré relatif :

Le degré relatif d'une sortie est le nombre de fois qu'il faut dériver pour faire apparaître l'entrée U .

La dérivée de la sortie Y_i du système par rapport au temps s'exprime alors par la relation suivante, [16]:

$$\dot{y}_i = L_f h_i + \sum_{j=1}^p (L_{g_j} h_i) u_j \quad (\text{IV. 3})$$

p : Nombre de sorties

En appliquant la procédure dans le cas de moteur asynchrone, on obtient les résultats suivants :

IV.3.1. Degré relatif de couple C_e :

Le dérivée de la sortie pour le couple électromagnétique est donnée par:

$$\dot{h}_1(x) = L_f h_1(x) + L_{g_1} h_1(x) u_\alpha + L_{g_2} h_1(x) u_\beta \quad (\text{IV. 4})$$

A partir de l'équation mécanique

$$C_e = J \frac{d^2 \Omega}{dt} + f \Omega - C_r \quad (\text{IV. 5})$$

On a:

$$\dot{C}_e = J \frac{d^2 \Omega}{dt} + f \frac{d\Omega}{dt} \quad (\text{IV. 6})$$

$$h_1 = C_e = p \frac{M}{L_r} [\phi_{r\beta} \cdot i_{s\alpha} - \phi_{r\alpha} \cdot i_{s\beta}] \quad (\text{IV. 7})$$

$$L_f h_1 = p \frac{M}{L_r} \left[\left(\gamma + \frac{1}{T_r} \right) (\phi_{r\beta} \cdot i_{s\alpha} - \phi_{r\alpha} \cdot i_{s\beta}) - p \Omega (\phi_{r\beta} \cdot i_{s\alpha} + \phi_{r\alpha} \cdot i_{s\beta}) - pk \Omega (\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2) \right] \quad (\text{IV. 8})$$

$$L_{g_1} h_1 = -p \frac{M}{\sigma L_s L_r} \phi_{r\beta}$$

$$L_{g_2} h_1 = p \frac{M}{\sigma L_s L_r} \phi_{r\alpha}$$

Par dérivation successive de la première sortie (le couple électromagnétique). Nous obtiendrons un degré relatif égale $r_1 = 1$

IV.3.2. Degré relatif de flux :

La dérivée de lie pour la norme de flux au carré est donnée par:

$$\dot{h}_2(x) = L_f h_2(x) + L_{g_1} h_2(x) u_\alpha + L_{g_2} h_2(x) u_\beta \quad (\text{IV. 9})$$

$$\ddot{h}_2(x) = L^2_f h_2(x) + L_{g_1} L_f h_2(x) u_\alpha + L_{g_2} L_f h_2(x) u_\beta \quad (\text{IV. 10})$$

$$h_2 = (\varphi^2_{r\alpha} + \varphi^2_{r\beta}) \quad (\text{IV. 11})$$

$$L_f h_2(x) = \frac{2M}{T_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) - \frac{2}{T_r} (\varphi^2_{r\alpha} + \varphi^2_{r\beta}) \quad (\text{IV. 12})$$

$$\begin{aligned} L^2_f h_2(x) = & \left[-\frac{2M}{T_r} \left(\gamma + \frac{3}{T_r} \right) (\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) \right] - \frac{2pM}{T_r} \Omega (\varphi_{r\beta} i_{s\alpha} - \varphi_{r\alpha} i_{s\beta}) \\ & + \frac{4 + 2Mk}{T_r^2} (\varphi^2_{r\alpha} + \varphi^2_{r\beta}) + \frac{2M^2}{T_r^2} (i^2_{s\alpha} + i^2_{s\beta}) \end{aligned} \quad (\text{IV. 13})$$

$$L_{g_1} L_f h_2 = \frac{2M}{\sigma L_s T_r} \varphi_{r\alpha}$$

$$L_{g_2} L_f h_2 = \frac{2M}{\sigma L_s T_r} \varphi_{r\beta}$$

Par dérivation successive de la deuxième sortie (la norme du flux). Nous obtiendrons un degré relatif égale $r_2 = 2$

Après avoir dériver les deux sorties choisies, nous disposons d'un système d'équations différentielles où interviennent les commandes. Dans ces conditions le modèle dynamique de la machine est constitué des deux équations différentielles (IV. 12) et (IV.13) que nous écrivons:

$$\begin{cases} L_f h_1 = p \frac{M}{T_r} \left[\left(\gamma + \frac{1}{T_r} \right) (\varphi_{r\beta} i_{s\alpha} - \varphi_{r\alpha} i_{s\beta}) - p \Omega (\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) - pk \Omega (\varphi^2_{r\alpha} + \varphi^2_{r\beta}) \right] \\ L^2_f h_2(x) = \left[-\frac{2M}{T_r} \left(\gamma + \frac{3}{T_r} \right) (\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) - \frac{2pM}{T_r} \Omega (\varphi_{r\beta} i_{s\alpha} - \varphi_{r\alpha} i_{s\beta}) \right. \\ \left. + \frac{4 + 2Mk}{T_r^2} (\varphi^2_{r\alpha} + \varphi^2_{r\beta}) + \frac{2M^2}{T_r^2} (i^2_{s\alpha} + i^2_{s\beta}) \right] \end{cases} \quad (\text{IV. 14})$$

IV.4. Forme normale et dynamiques-zéro:

Le système entrée-sortie linéaire donné par l'équation (IV. 14) est visiblement du troisième ordre $r = r_1 + r_2 = 1 + 2 = 3$ alors que le système non-linéaire de départ est du cinquième ordre ($n = 5$).

Il y a donc une dynamique interne de dimension $(n-r)=2$ dont la stabilité asymptotique doit être vérifiée. En utilisant les propriétés de linéarisation entrée-sortie, il est facile de trouver les $n-r$ fonctions φ telles que:

$$L_{g_i} \varphi(x) = 0 \quad 1 \leq i \leq 2 \quad (\text{IV. 15})$$

Et de telle manière que la transformation globale soit non singulière.

La dynamique du système est donc séparée en deux parties:

1. la dynamique externe qui est donnée par la relation linéaire entre h et u
2. la dynamique interne non observable donnée par φ_i

Par utilisation de la propriété du système dynamiques-zéro qui est donnée par la dynamique interne quand l'entrée de commande maintient la sortie à zéro. Il apparaît évident si la fonction φ est indépendante de $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$, elle serait une solution triviale au système d'équation (IV. 15).

Les choix possibles sont l'angle du flux et la vitesse de rotation, [16]:

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{\varphi_\beta}{\varphi_\alpha}\right) = z_4 \quad (\text{IV. 16})$$

$$\text{Et } \varphi_2 = \Omega = z_5 \quad (\text{IV. 17})$$

Les nouvelles coordonnées du système (IV. 2) sont;

$$\begin{cases} y_1 = h_1(x) \\ y_2 = h_2(x) \\ y_3 = L_f h_2(x) \\ y_4 = \arctg\left(\frac{\varphi_{r\beta}}{\varphi_{r\alpha}}\right) \\ y_5 = \Omega \end{cases} \quad (\text{IV.18})$$

Les dynamiques des φ_i sont données par les équations:

$$\dot{\varphi}_1 = p\Omega + \frac{M}{T_r}(\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} - \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) = p\Omega + \frac{R_r y_1}{p y_2} \quad (\text{IV. 19})$$

$$\dot{\varphi}_2 = -\frac{1}{J}(y_3 - C_r - f y_5) \quad (\text{IV.20})$$

Finalement sous la forme canonique le système est décrit par:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = v_1 \\ \dot{y}_2 = v_2 \\ \dot{y}_3 = v_2 \\ \dot{y}_4 = p\Omega + \frac{R_r y_1}{p y_2} \\ \dot{y}_5 = \frac{1}{J}(y_3 - C_r - f y_5) \end{cases} \quad (IV. 21)$$

La matrice définissant la relation entre les entrées (u) et les dérivées des sorties $y(x)$ est:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^1 h_1 \\ L_f^2 h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g1} h_1 & L_{g2} h_1 \\ L_{g1} L_f h_2 & L_{g2} L_f h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (IV. 22)$$

Elle est sous la forme:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \alpha(x) + \beta(x) \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (IV. 23)$$

D'après cette formule, on donne la matrice de découplage par:

$$\beta(x) = \begin{bmatrix} L_{g1} h_1 & L_{g2} h_1 \\ L_{g1} L_f h_2 & L_{g2} L_f h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{pM}{\sigma L_s L_r} \varphi_{r\beta} & \frac{pM}{\sigma L_s L_r} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{2M}{\sigma L_s T_r} \varphi_{r\alpha} & \frac{2M}{\sigma L_s T_r} \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (IV. 24)$$

Si on considère le système d'équations précédentes, les commandes u_α et u_β peuvent être déterminées si la matrice de découplage n'est pas singulière, ça veut dire que:

$$\det[\beta(x)] = -\frac{2pM^2}{\sigma^2 L_s^2 L_r T_r} (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2) \neq 0$$

Pour $\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2 \neq 0$, la matrice $\beta(x)$ est inversible sauf quand le moteur est à l'arrêt, il faudra par conséquent prévoir une procédure spéciale pour le démarrage (ce qui peut être évité en choisissant des conditions initiales non nulles). Donc par extension du cas mono variable, de linéaires la dynamique entrée-sortie et de la rendre équivalente à un double intégrateur entre h_1 et v_1 , et un simple intégrateur entre h_2 et v_2 . On définit la commande non linéaire:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \beta^{-1}(x) \begin{bmatrix} v_1 - L_f^1 h_1(x) \\ v_2 - L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} \quad (IV. 25)$$

Cette transformation non-linéaire appliquée au système bouclé permet aux sorties h_1 et h_2 d'être linéaires et découplées et vu des nouvelles commandes v_1 et v_2 .

Le vecteur $\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$ représente une consigne externe du système linéarisé.

Pour calculer effectivement la commande, on identifie les équations (IV. 9) et (IV. 10) avec des équations différentielles désirées (références) réalisables que nous écrivons comme:

$$\begin{cases} v_1 = a(C_{e_{ref}} - C_e) + \dot{C}_{e_{ref}} \\ v_2 = \ddot{\varphi}_{ref} + b(\dot{\varphi}_{ref} - \dot{\varphi}) + c(\varphi_{ref} - \varphi) \end{cases} \quad (IV. 26)$$

Dans ces conditions on cherche à asservir C_e au couple électromagnétique de référence $C_{e_{ref}}$ ainsi la norme de flux φ au flux de référence φ_{ref} .

Définissons les variables d'erreurs:

$$\begin{cases} e_1 = C_{e_{ref}} - C_e \\ e_2 = \varphi_{ref} - \varphi \end{cases} \quad (IV. 27)$$

Les entrées internes (v_1, v_2) sont calculées en imposant un régime statique ($C_{e_{ref}} = C_e$ et $\varphi_{ref} = \varphi$) et une dynamique sur l'erreur:

$$\begin{cases} 0 = ae_{1ref} + \dot{e}_1 \\ 0 = \ddot{e}_2 + b\dot{e}_2 + ce_{2ref} \end{cases} \quad (IV. 28)$$

La dynamique ci-dessus sera stable si les polynômes en e_1 et e_2 ont leurs racines sur le coté gauche du plan complexe, la détermination des paramètre a, b et c peut se faire de différentes manières, Nous citons par exemple la méthode par placement des pôles. Tel que on choisit les pôles et on détermine par suite les paramètre a, b et c peut se faire de différentes manières, Nous citons par exemple la méthode placement des pôles. Tel que on choisit les pôles et on détermine par exemple la méthode par placement des pôles. Tel que on choisit les pôles et on détermine par suite les paramètre, ou bien en fixant les performances désirées (déplacement, temps de réponse, ...) dans un cahier de charges.

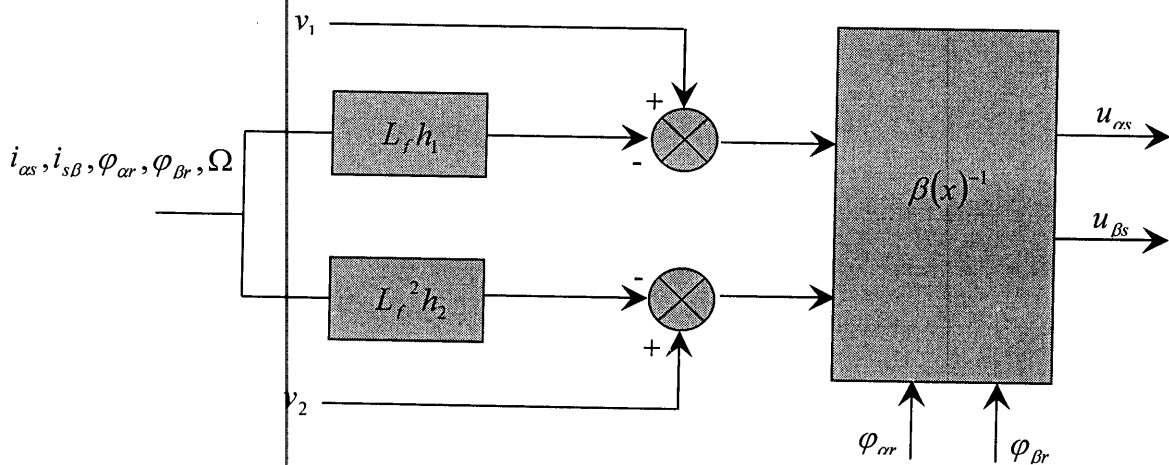


Fig. IV.1: Principe de la commande par linéarisation entrée-sortie.

IV.5. Essais de simulation:

Avant de présenter les essais de simulation effectuée, et d'après Von Raumer la commande du couple est tendue vers la commande de vitesse, par l'utilisation d'un régulateur PI, dont la représentation est donnée par le schéma synoptique suivant, [19]:

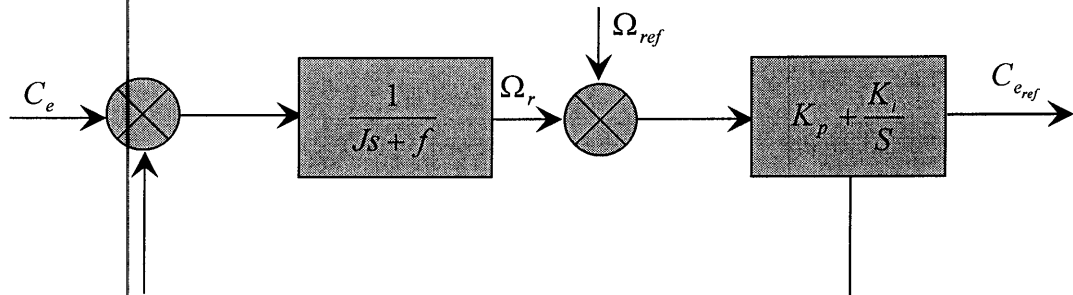


Fig. IV.2: Régulateur du couple de référence.

La figure (IV. 2) montre que la trajectoire de couple de référence est liée à la trajectoire de vitesse de référence. Nous calculons maintenant les valeurs de ce régulateur.

En boucle ouverte:

$$C_{e_{ref}} = \frac{1}{Js + f} \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) C_e \tag{IV. 29}$$

Par contre, en boucle fermée, la fonction de transfert est donnée par:

$$\frac{C_e}{C_{e_{ref}}} = \frac{\frac{1}{Js + f} \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right)}{1 + \frac{1}{Js + f} \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right)} = \frac{K_p s + K_i}{Js^2 + (f + K_p)s + K_i} = \frac{\frac{K_i}{J} \left(1 + \frac{K_p}{K_i} s \right)}{s^2 + \frac{(f + K_p)}{J} s + \frac{K_i}{J}} \tag{IV. 30}$$

Le dénominateur de cette fonction de transfert est identique à celui d'un système linéaire du deuxième ordre:

$$s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + \frac{f + K_p}{J} s + \frac{K_i}{J} \tag{IV. 31}$$

ξ et ω_n sont respectivement le coefficient d'amortissement et la pulsation naturelle du système.

Par identification on trouve:

$$2\xi \omega_n = \frac{f + K_p}{J}$$

$$\omega_n^2 = \frac{K_i}{J}$$

D'où:

$$K_i = J \omega_n^2 \text{ et } K_p = 2\xi \omega_n J - f \tag{IV. 32}$$

On choisit les paramètres ξ et ω_n et par conséquent K_p et K_i de manière à imposer la forme convenable de la réponse indicielle de la vitesse.

Pour compenser le zéro de la fonction de transfert (VI. 30) et atténuer les dépassements de la vitesse, on introduit un filtre du premier ordre pour la vitesse de référence:

$$\frac{\omega'_{ref}}{\omega_{ref}} = \frac{1}{1 + T_f s} \tag{IV. 33}$$

Le schéma de contrôle simulé (Le schéma bloc global) est celui présenté à la figure (IV. 3), la machine étant alimentée par un onduleur de tension à stratégie de modulation vectorielle.

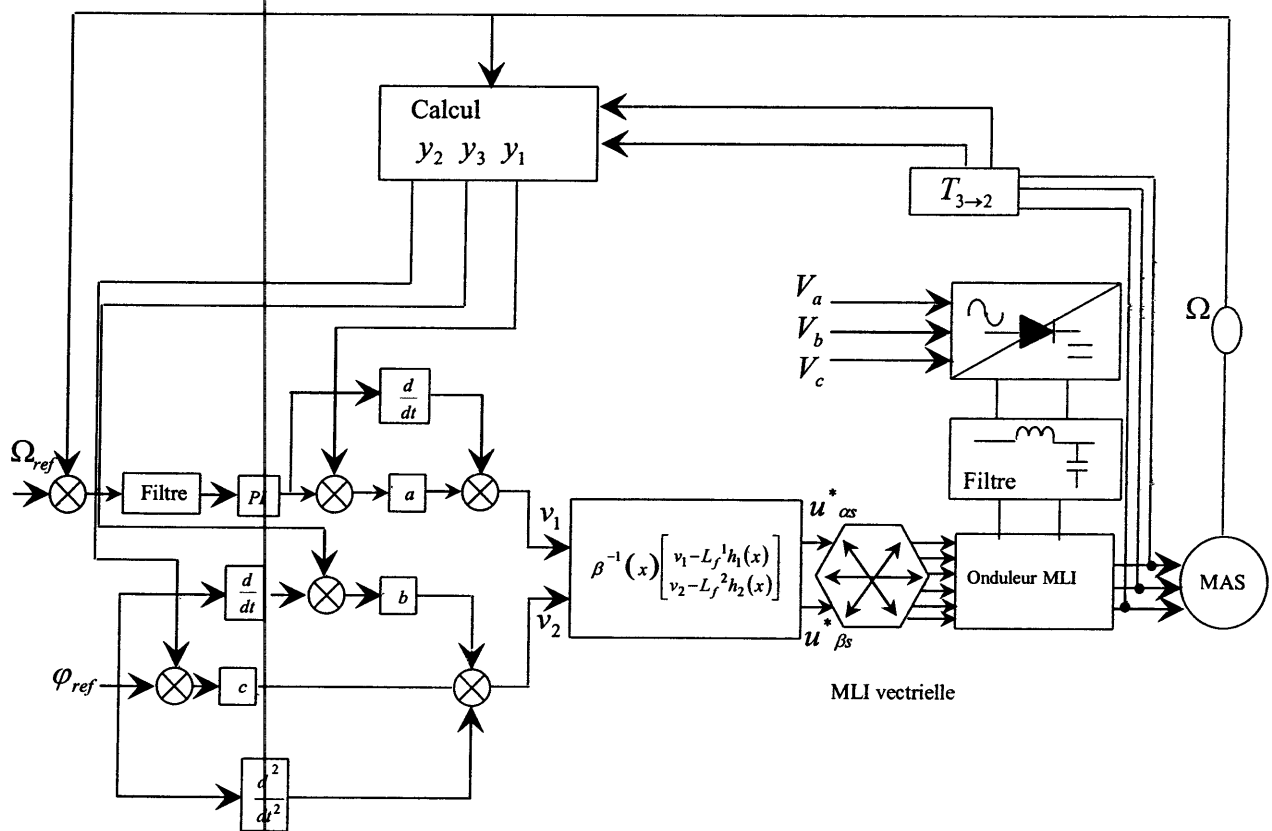


Fig. IV.3: Schéma bloc de la commande par linéarisation entrée-sortie de la machine alimentée par un groupe convertisseur à onduleur commandé par MLI vectorielle.

Nous avons simulé la commande de la machine asynchrone pour les Cinq (5) testes:

1. Un teste pour une consigne de vitesse constant ($\Omega_{ref} = 120 \text{ rad/sec}$), avec l'introduction d'un couple de charge ($C_r = 10 \text{ N.m}$) à l'instant $t = 2.5 \text{ sec}$.
2. Deuxième teste qui est un démarrage en charge ($C_r = 5 \text{ N.m}$) avec inversement du sens de rotation de la machine.
3. Troisième teste pour vérifier la poursuite de vitesse de référence avec qui un démarrage en charge ($C_r = 5 \text{ N.m}$).
4. Quatrième teste, démarrage en charge ($C_r = 5 \text{ N.m}$) suivi d'un défluxage produit.
5. Et en fin, un démarrage en charge ($C_r = 5 \text{ N.m}$) suivi de variations des résistances (statorique et rotorique) pour tester la robustesse de la commande envers ces variations paramétriques.

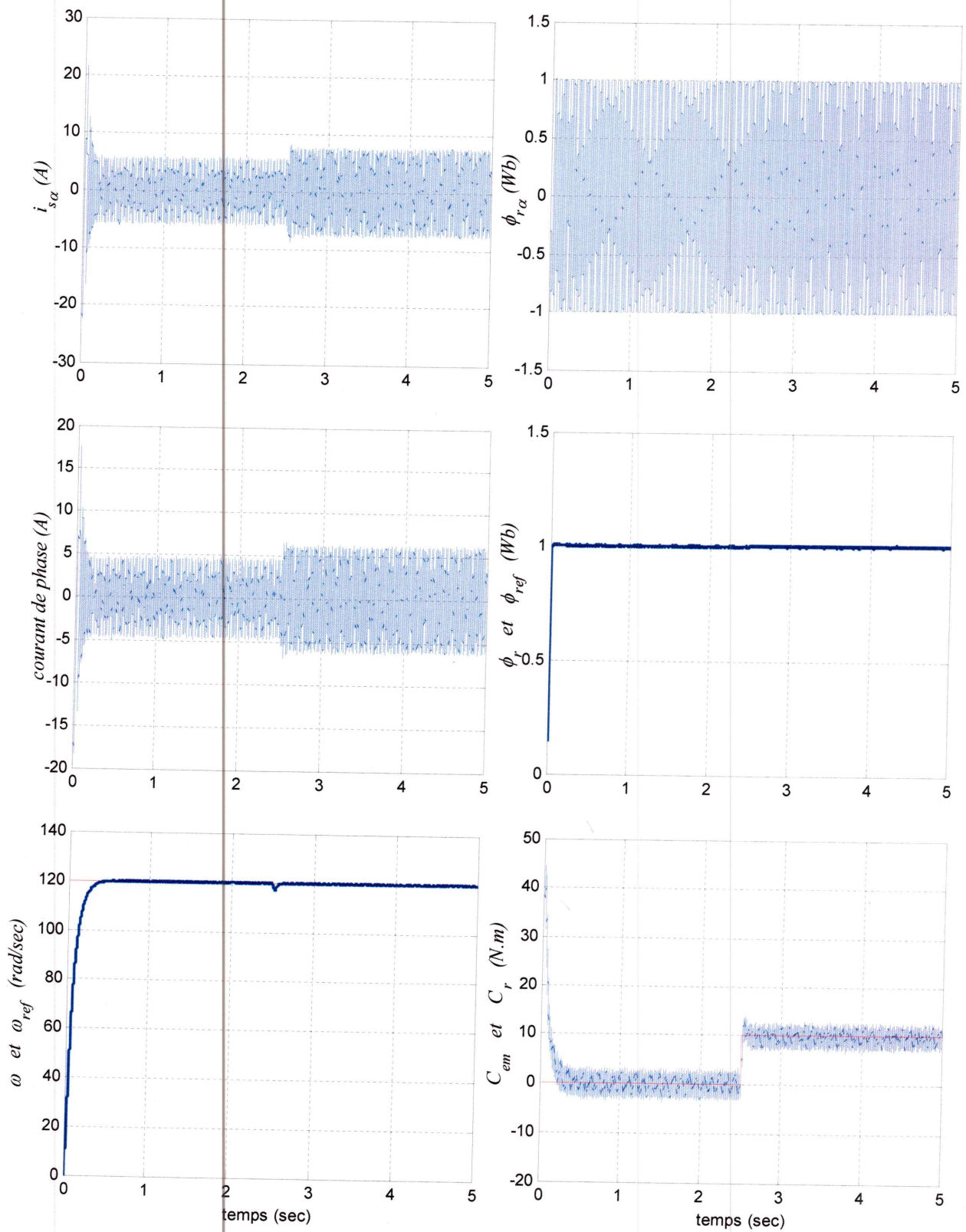


Fig. IV.4: Simulation de la commande par linéarisation entrée-sortie de la machine asynchrone (démarrage à vide suivi d'un couple de charge de $C_r = 10N.m$ à l'instant $t = 2.5$ sec).

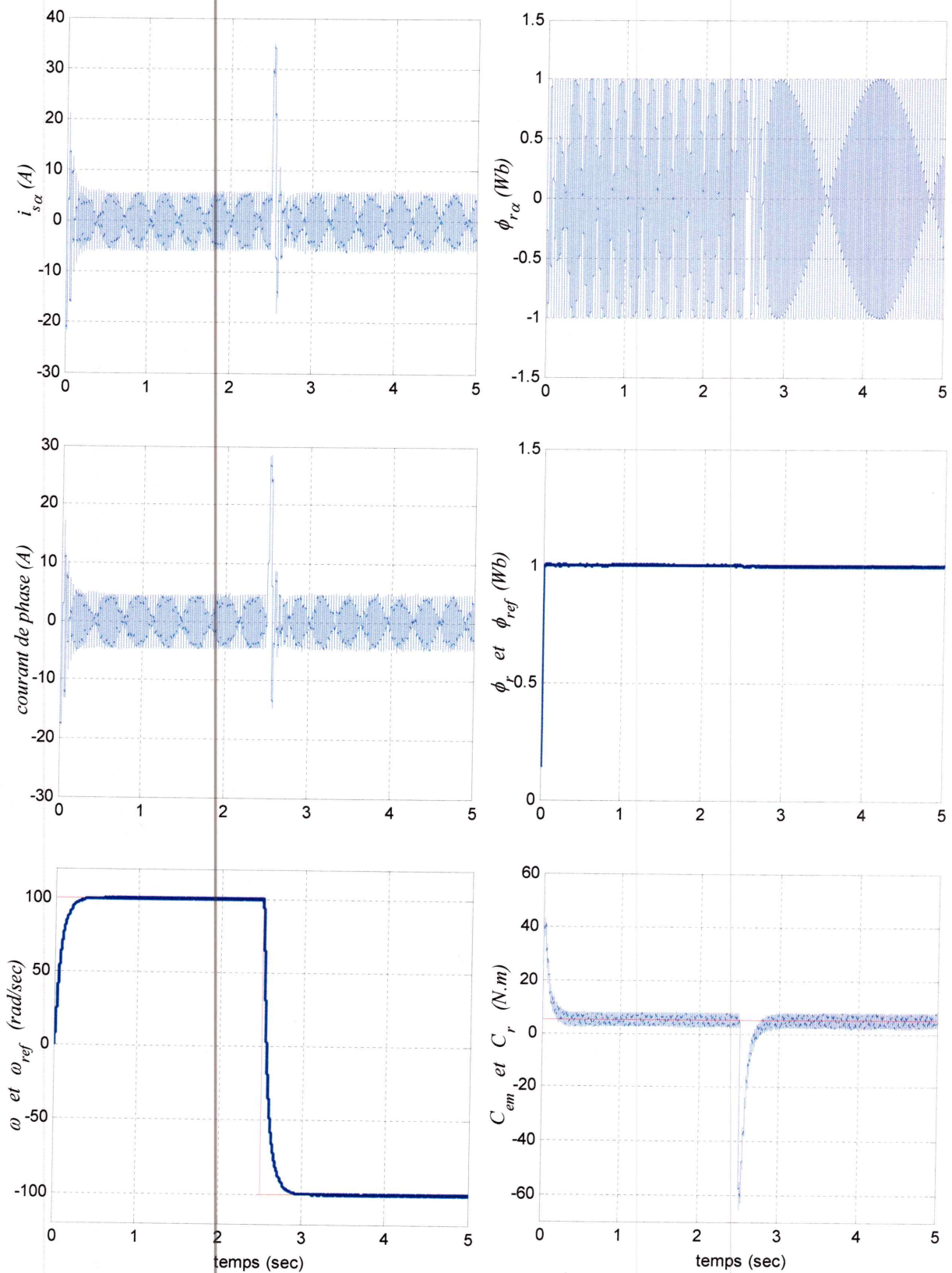


Fig. IV.5: Simulation de la commande par linéarisation entrée-sortie de la machine asynchrone avec un inversement du sens de rotation à l'instant $t = 2.5$ sec .

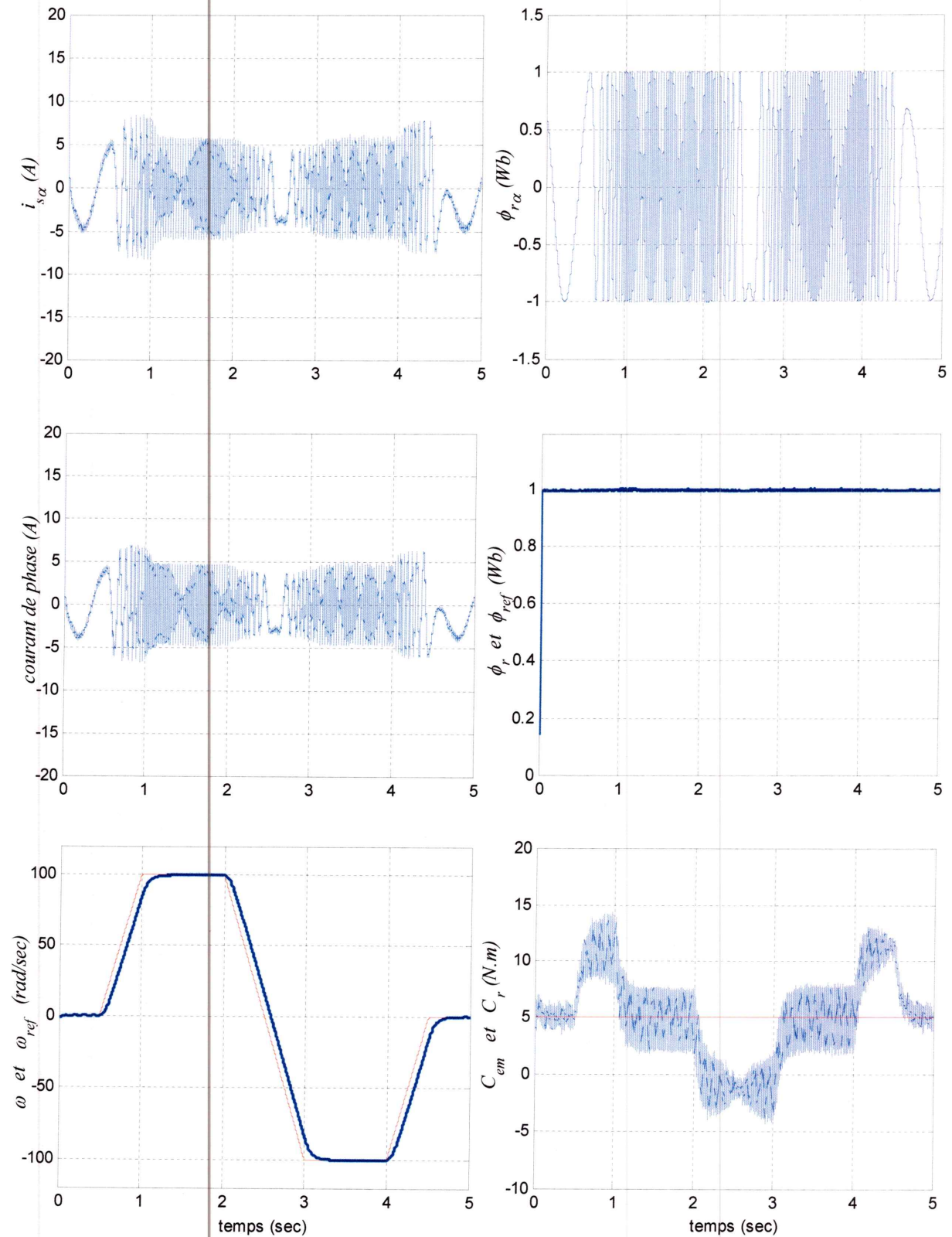


Fig. IV.6: Simulation de la commande par linéarisation entrée-sortie de la machine asynchrone pour tester la poursuite de vitesse de référence.

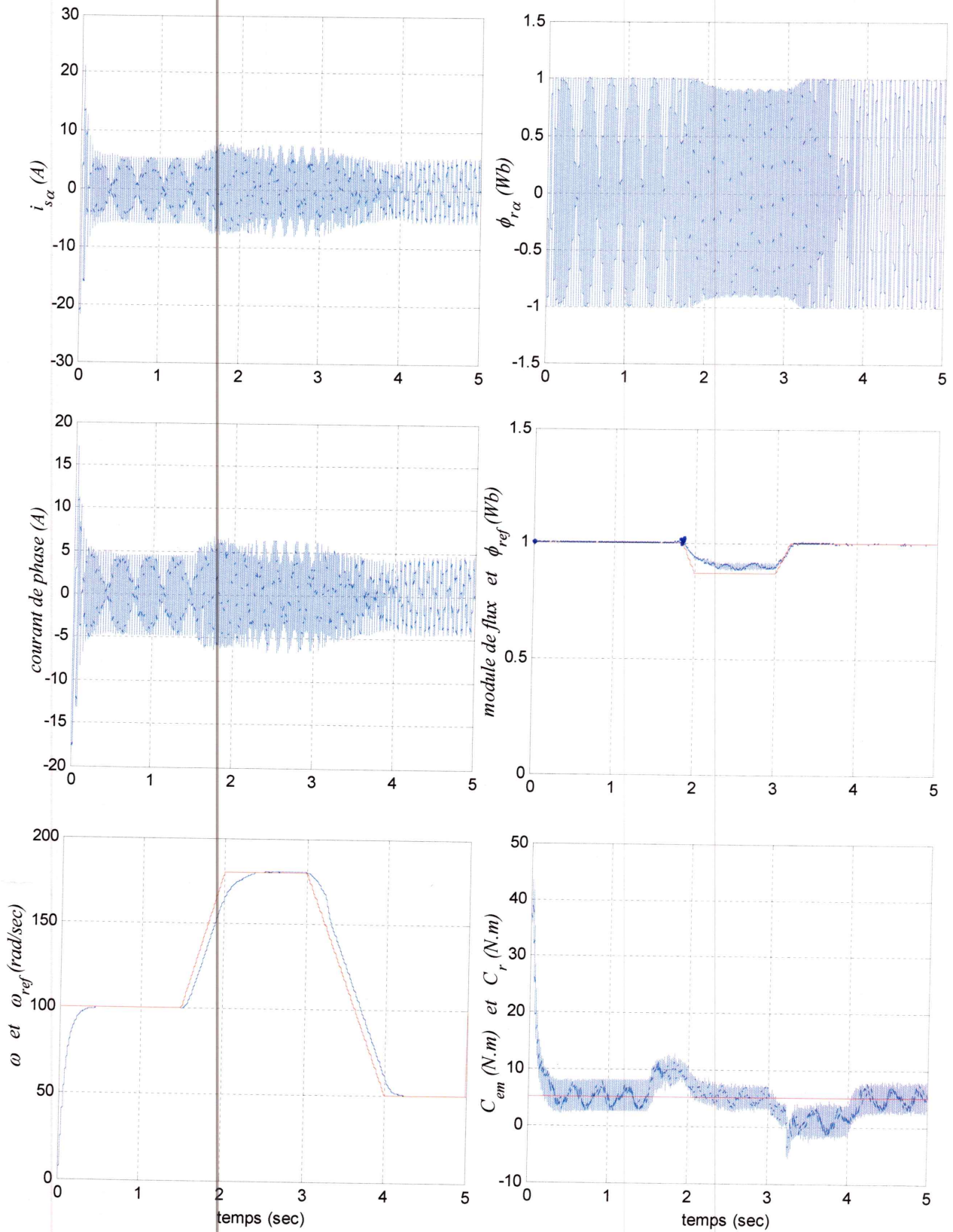


Fig. IV.7: Simulation de la commande par linéarisation entrée-sortie de la machine asynchrone avec défluxage.

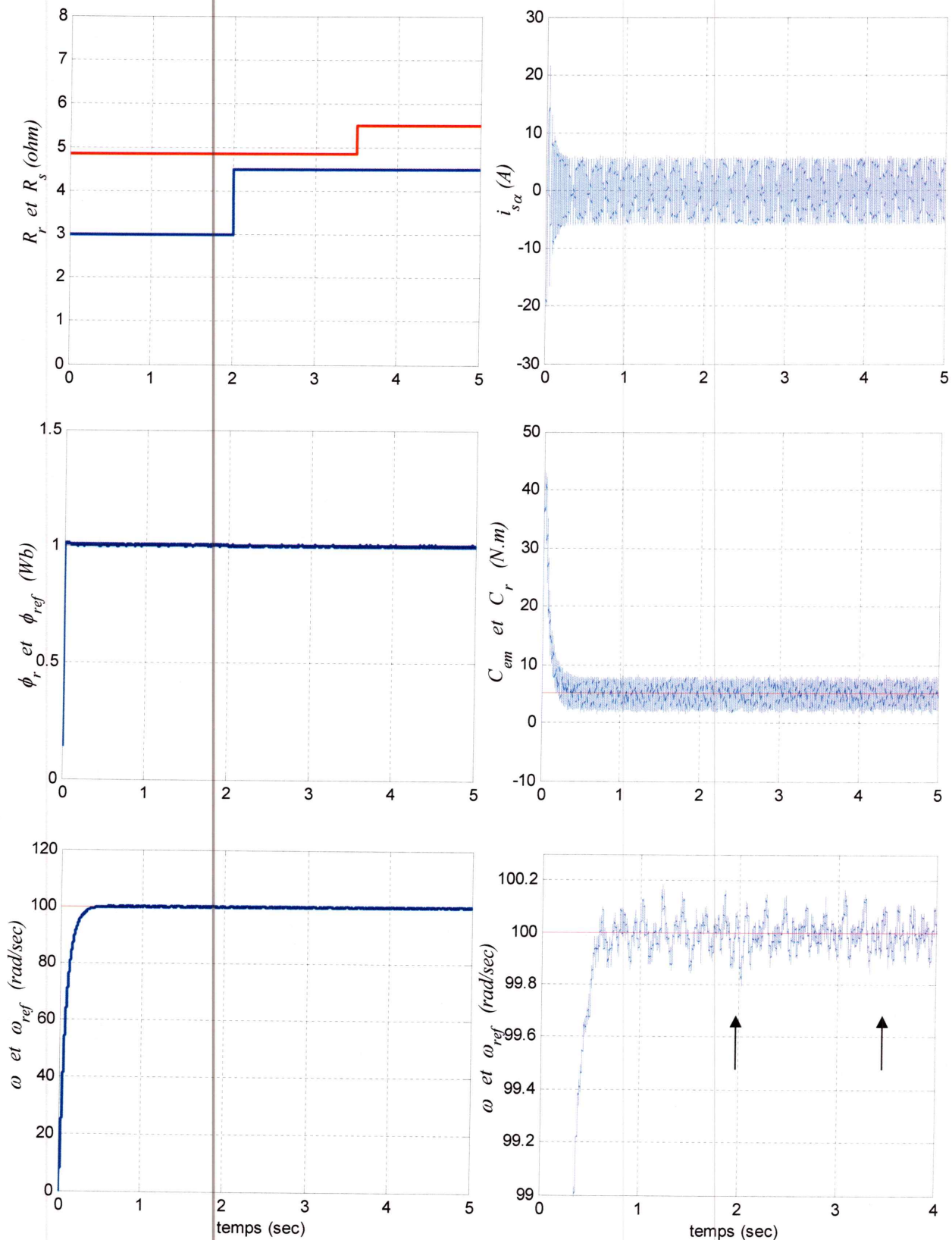


Fig. IV.8: Simulation de la commande par linéarisation entrée-sortie de la machine asynchrone avec variation paramétriques (résistances statorique et rotorique).

IV.6. Interprétation des résultats de simulation:

Teste 1:

Les résultats de cette simulation montrent que pour la variation de charge, figure (IV. 4), les grandeurs telles que la vitesse et le flux ont suivies leurs consignes donc le système est parfaitement commandé.

La courbe des flux, courant, vitesse et couple électromagnétique montrent également un fort couplage entre ces grandeurs, ce qui est normal pour le cas de la machine.

Nous constatons également que le couple électromagnétique suit la consigne (obtenue à partir de la consigne vitesse), le courant de phase statorique suit parfaitement la variation de la charge.

Teste 2:

En inversant le sens de rotation de la vitesse de 120 rad/sec à -120 rad/sec , les résultats montrent que la réponse de la vitesse suit parfaitement la consigne.

Le couple électromagnétique atteint des valeurs importantes lors du passage de 120 rad/sec à -120 rad/sec ce qui implique une variation de 240 rad/sec , c'est la raison de son augmentation et, bien sûr, tenant compte de l'inertie de la machine.

Teste 3:

Les résultats de simulation obtenus pour la variation de la vitesse avec : vitesse nulle, accélération, vitesse constante, décélération et rotation en sens inverse (figure IV.6), montrent que la commande est parfaite ce qui est traduit par une bonne poursuite de vitesse, et ce qui veut dire encore une fois que la régulation est correcte.

Teste 4:

La vitesse augmente jusqu'à la vitesse de synchronisme, et elle continue, pour atteindre le régime de survitesse, ce qui est traduit par une diminution de flux, ce phénomène, dit défluxage, est critique pour le fonctionnement des machines et également pour les lois de commande, malgré ça, notre loi de commande a supporté le test, et elle a réussi de sortir de cette zone de survitesse.

Teste 5:

Un autre test, important, c'est la variation des paramètres, son objectif est de tester la robustesse de la commande envers ces perturbations, et c'est très claire qu'il s'agit d'une commande robuste, où, toutes les figures montrent cette robustesse et les allures de tous les grandeurs sont presque non affectés

IV.7. Conclusion:

L'application de la technique de commande par linéarisation entrée-sortie au modèle non linéaire de la machine asynchrone dans le repère fixe lié au stator a montré des performances très intéressantes au profile de découplage flux/couple (le couple de référence est obtenu à partir de la régulation de la vitesse de référence effectuée PI).

L'application de la technique de linéarisation nous a permit d'élaborer un modèle linéaire et une commande par retour d'état, qui permet de commander les deux sorties séparément.

Les testes effectués pour les différents modes de fonctionnement ont montré que la commande par linéarisation entrées-sorties garde la propriété de découplages parfait entre le flux et le couple, donc la commande d'une seule sortie à partir une seule entrée.

Dans cette commande nous supposons que les flux rotoriques et la vitesse sont mesurables, l'implantation de ce type de commande nécessite l'estimation de ces grandeurs qui ne sont pas disponibles toujours, la simulation de la commande non linéaire avec une observation de l'état sera une bonne tache restante pour ce travail.

Conclusion Générale

Le travail présenté est consacré à l'étude des performances de la commande par linéarisation entrées-sorties appliquée à la machine asynchrone. L'étude théorique de la commande non linéaire a montré la possibilité de résoudre le problème de poursuite des trajectoires prédéterminées pour un moteur asynchrone avec de bonnes performances.

Nous avons commencé par la modélisation de la machine asynchrone. La structure symétrique et équilibré de la machine nous a permis le passage d'une représentation triphasée à une représentation biphasée équivalente, réduisant ainsi considérablement la complexité du modèle en vue de la commande. Toutes les grandeurs électromagnétiques soit statoriques ou rotoriques sont ramenés sur un seul repère lié au stator en s'appuyant sur certaines hypothèses simplificatrices. Le modèle d'état de la machine asynchrone obtenu est un modèle non linéaire. Nous avons introduit une modélisation de l'onduleur de tension commandé par la stratégie MLI triangulo-sinusoïdal. La simulation de la machine asynchrone montre l'existence d'un fort couplage entre le couple électromagnétique et les flux rotoriques.

L'étude de la deuxième partie nous a permis de conclure que commander l'onduleur par MLI vectorielle est une bonne stratégie parmi les techniques existantes de commande des onduleurs. Les résultats obtenus montrent que la MLI vectorielle présente une meilleure approximation du fonctionnement optimal de la machine.

En suite nous avons présentés la technique de commande non linéaire qui permet de découpler et linéariser le comportement entrée-sortie d'un système non linéaire. Nous avons cité les conditions d'application de ce type de commande aussi bien pour des systèmes multi-entrées multi-sorties. Puis nous avons appliqué la technique de commande non linéaire à la machine asynchrone. Avec le choix du couple et du flux comme sorties. Les résultats obtenus montrent des bonnes performances dynamiques.

La commande par linéarisation entrées-sorties est obtenue par l'approche de linéarisation basée sur la théorie de la géométrie différentielle. L'application de cette technique de commande permet d'obtenir un système linéaire et parfaitement découplé et nous assure la commande de couple et du flux séparément.

CONCLUSION GENERALE

Les coefficients de retour d'état ont été choisis de manière à assurer la stabilité du système de commande. Cette commande permet de faire fonctionner la machine avec des bonnes performances. Les résultats de simulation obtenus montrent que le découplage est maintenu, la dynamique de poursuite de consigne est satisfaisante et le rejet de perturbations est efficace.

Comme perspectives de ce travail, nous citons :

- ❖ L'insertion d'un observateur d'état dans la boucle de commande, profitant de la linéarité du modèle par rapport aux états électromagnétiques ce qui permet de concevoir un observateur linéaire, on se basant sur un observateur d'ordre réduit qui observe seulement une partie du vecteur d'état. L'introduction des observateurs pour la commande linéarisante résoudre le problème de mesure du flux et de vitesse, en estimant la valeur de ces derniers. La commande non linéaire avec observateurs assure une dynamique rapide en rejet des transitoires d'observation, et permet d'obtenir les meilleures performances en poursuite mais surtout rendre l'installation plus robuste.
- ❖ La réalisation pratique de la commande linéarisante,
- ❖ L'application d'autres techniques de commande récentes telle que la commande adaptative, la commande floue, la commande neurofloue, ... etc.
- ❖ L'utilisation d'autres stratégies de commande de l'onduleur de tension.

Bibliographie

- [1] Bakhoche Lemnouer: "Commande par linéarisation entrées-sorties du couple et du flux de la machine Asynchrone" Mémoire de Magister, Université de Ferhat Abbas Setif, 2009.
- [2] Guy Grelet, Gay Clerc: "Actionneurs électriques, principes modèles commande," éditions Eyrolles, 1997.
- [3] Ion Boldea, Syed A. Nasar: "The induction machines design handbook" édition Taylorand Francis Group, 2 édition, France, 2010.
- [4] Chibani Chadli, Saci Faycal: "Commande vectorielle de la MAS alimentée par un onduleur à MLI vectorielle" Projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état au polytechnique d'El Harrache, Algérie, 2005.
- [5] Gabriel Buche: "Commande vectorielle de machine asynchrone en environnement temps Réel Matlab/Simulink" Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état, Université C.N.AM, 2001.
- [6] Ben Zemamouche Houria: "Application de la MLI vectorielle aux onduleurs Multiniveaux à base de GTO et d'IGBT" Mémoire de Magistère, Université de Badji Mokhetar Annaba, 2010.
- [7] Rezgui Salah Eddin: "Commande de machine électrique en environnement Matlab/Simulink et temps Réel, Application à la machine asynchrone: Commande vectorielle sans capteurs mécaniques SVPWM, Mode Glissant, MRAS," Mémoire de Magister, Université de Mantouri Constantine, 2009.
- [8] Bessaad Taieb: "Commande des onduleurs Multiniveaux asymétriques, Application à la conduite d'une machine asynchrone triphasée," Projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électrotechnique Université de Chlef, 2008.
- [9] Smail Bachir: "Contribution au diagnostic de la machine asynchrone par estimation paramétrique" Thèse préparée au sien du laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de poitiers dans le cadre d'une convention CIFRE avec la société Moteurs Leroy Somer d'Angoulême, France 2002.
- [10] Guy Séguier, Robert Bausière, Francis Labrique: "Electronique de puissance structures, fonctions de base principales application" 8 édition, édition Dunod, France, 2004.
- [11] Kamel Bedrine: "Modulation vectorielle avec asservissement des sources d'un onduleur à trois niveaux" Université de Jijel, 2007.

BIBLIOGRAPHIE

- [12] Alberto Isidori: "Nonlinear control systems: communication and control", Engineering Serie, Berlin, Springer Verlag, 2 edition, 1989.
- [13] Michel Pinard: "Commande électrique des moteurs électriques" édition Dunod, Paris, France, 2004.
- [14] Kara Samir: "Application de l'observateur à grand gain à la commande de la machine asynchrone" Mémoire de Master, Université de Jijel, 2012.
- [15] Dung Nguyen "Etude de stratégies de modulation pour onduleur triphasé dédiées à la réduction des perturbations du bus continu en environnement embarqué" Thèse pour obtenir le grade de Docteur, Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire d'Electrotechnique, EA 1006, 2011.
- [16] Khali Zoubir: "Commandes par retour d'état non-linéaire d'un moteur asynchrone" Mémoire de fin d'étude de l'Obtention du diplôme d'ingénieur d'état, Université Mohamed Boudiaf de M'sila, 2006.
- [17] Lévine J: "Analyse et Commande des système non linéaire", Centre Automatique et systèmes, école des Mines de Paris, 2004.
- [18] Kaddouri A: " étude d'une commande non linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents", pour l'obtention de philosophie Doctor (PH.D.), Université Laval Québec, 2000.
- [19] Chemmouri Boudjemaa: "Commande non-linéaire d'une machine synchrone à aimant permanents", Mémoire de fin d'étude de l'obtention du diplôme d'ingénieur, Université Mohamed Boudiaf de M'sila, 2006.
- [20] Aid Housseem: "Synthèse de lois de commande non-linéaire pour un entraînement électrique à vitesse variable basé sur un moteur synchrone à aimants permanents" Mémoire de Master, Université Aboubekr Belkaid Tlemcen, 2013.
- [21] A. M. Trzynadlowski: "Induction to Modern Power electronics" Ed. Johnwiley & Sons, New York, 1998.
- [22] Carlos, "Commande des Moteurs asynchrone, Volume1, Modélisation Contrôle vectorielle et DTC" Paris, Hermès Science Publications, 2000.
- [23] Mohammed T: "Commande par linéarisation exacte d'une machine asynchrone en régime défluxé" Thèse Ph.D, Université de Laval Québec, 1997.
- [24] Bouirek abdelmalek 'Equilibrage des sources d'un onduleur à cinq niveaux commandé en modulation vectorielle' Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme d'ingénieur, université de Jijel, 2010.

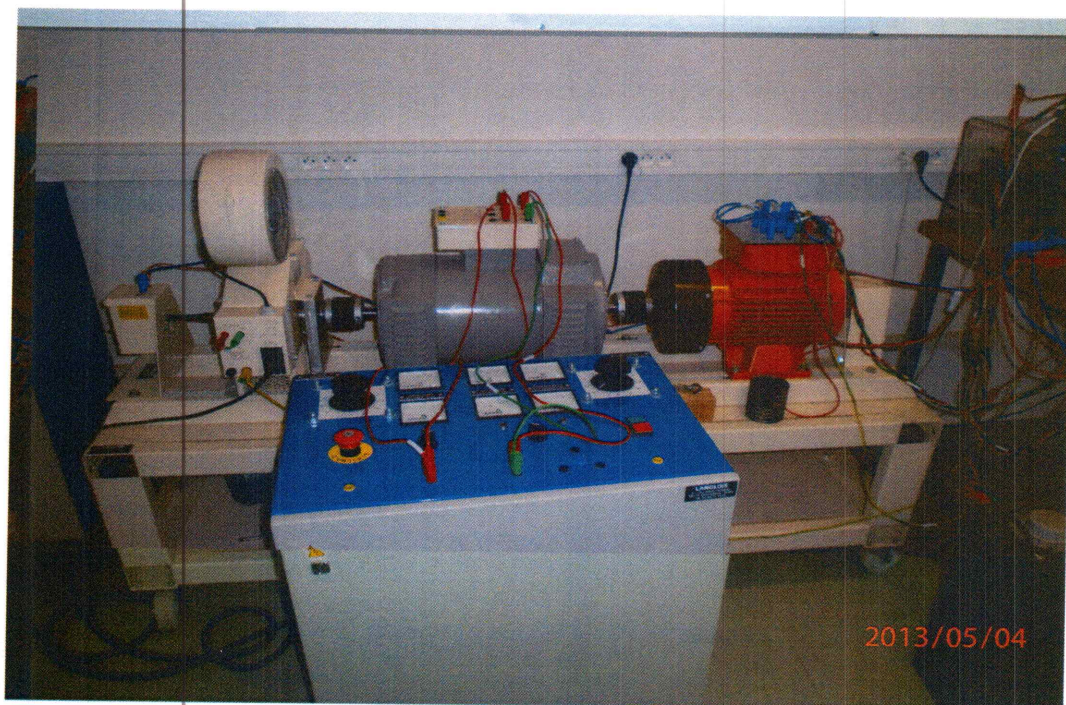
BIBLIOGRAPHIE

- [25] Boussetta salih 'étude comparative entre différentes méthodes d'estimation utilisées dans une boucle de commande de la machiné asynchrone ' Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme d'ingénieur, université de Jijel, 2010.

ANNEXE A

Paramètres de la machine asynchrone

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Fréquence	f	50	Hz
Vitesse nominale	N	150	Rad/sec
Pair de pôle	p	2	/
Résistance statorique	R_s	4.85	Ω
Résistance rotorique	R_r	3.805	Ω
Inductance statorique	L_s	0.274	H
Inductance rotorique	L_r	0.274	H
Inductance Mutuelle	M	0.258	H
Moment d'inertie	J	0.031	Kg / m ²



Machine asynchrone A-3 LS 6J12363 du Laboratoire GREYC, ENSICAEN, France

ANNEXE B

Détails des calculs des degrés relatifs de flux et de couple:

➤ **Degré relatif de couple C_e :**

$$\dot{h}_1 = L_f h_1(x) + L_{g1}(x) u_\alpha + L_{g2} h_1(x) u_\beta$$

$$h_1 = C_e = p \frac{M}{L_r} [\varphi_{r\beta} \cdot i_{s\alpha} + \varphi_{r\alpha} \cdot i_{s\beta}]$$

$$\dot{h}_1 = L_f \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} L_f h_1(x) &= p \frac{M}{L_r} \varphi_{r\beta} \left(-\dot{\gamma}_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\alpha} + kp\Omega \varphi_{r\beta} \right) - p \frac{M}{L_r} \varphi_{r\alpha} \left(-\dot{\gamma}_{s\beta} - kp\Omega \varphi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\beta} \right) \\ &\quad - p \frac{M}{L_r} i_{s\beta} \left(\frac{M}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - p\Omega \varphi_{r\beta} \right) + p \frac{M}{T_r} i_{s\alpha} \left(\frac{M}{T_r} i_{s\beta} + p\Omega \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \right) \\ &= p \frac{M}{T_r} \left[\left(-\gamma \varphi_{r\beta} i_{s\alpha} + \gamma \varphi_{r\alpha} i_{s\beta} + \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} i_{s\alpha} \right) + \left(p\Omega \varphi_{r\beta} i_{s\beta} + p\Omega \varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} \right) + \left(kp\Omega \varphi_{r\beta}^2 + kp\Omega \varphi_{r\alpha}^2 \right) \right] \\ &= p \frac{M}{L_r} \left[\left(\gamma + \frac{1}{T_r} \right) (\varphi_{r\beta} i_{s\alpha} - \varphi_{r\alpha} i_{s\beta}) - p\Omega (\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) - kp\Omega (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2) \right] \end{aligned}$$

$$L_{g1} h_1(x) = L_{g1} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{\sigma L_s} \cdot p \frac{M}{L_r} \varphi_{r\beta} = -p \frac{M}{\sigma L_s L_r} \varphi_{r\beta}$$

$$L_{g2} h_1(x) = L_{g2} \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{\sigma L_s} \cdot p \frac{M}{L_r} \varphi_{r\alpha} = p \frac{M}{\sigma L_s L_r} \varphi_{r\alpha}$$

➤ **Degré relatif de flux :**

$$\dot{h}_2(x) = L_f h_2(x) + L_{g1} h_2(x) u_\alpha + L_{g2} h_2(x) u_\beta$$

$$\ddot{h}_2(x) = L_f^2 h_2(x) + L_{g1} L_f h_2(x) u_\alpha + L_{g2} L_f h_2(x) u_\beta$$

$$h_2 = (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2)$$

$$L_f h_2 = 2\varphi_{r\alpha} \left(\frac{M}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - p\Omega \varphi_{r\beta} \right) + 2\varphi_{r\beta} \left(\frac{M}{T_r} i_{s\beta} + p\Omega \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \right)$$

$$L_f h_2 = \frac{2M}{T_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) - \frac{2}{T_r} (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2)$$

$$L_f^2 h_2 = \frac{2M}{T_r} \left[\varphi_{r\alpha} \left(-\dot{\gamma}_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\alpha} + kp\Omega\varphi_{r\beta} \right) + \varphi_{r\beta} \left(-\dot{\gamma}_{s\beta} - kp\Omega\varphi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\beta} \right) + \left(i_{s\alpha} - \frac{4}{T_r} \varphi_{r\alpha} \right) \right]$$

$$= -\frac{2M}{T_r} \left(\gamma + \frac{3}{T_r} \right) (\varphi_{r\alpha} i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} i_{s\beta}) - \frac{2Mp\Omega}{T_r} (\varphi_{r\beta} i_{s\alpha} - \varphi_{r\alpha} i_{s\beta}) + \frac{4+2Mk}{T_r^2} (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2) + \frac{2M^2}{T_r^2} (i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2)$$

$$L_{g1} L_f h_1 = \frac{2M}{\sigma L_s T_r} \varphi_{r\alpha}$$

$$L_{g2} L_f h_2 = \frac{2M}{\sigma L_s T_r} \varphi_{r\beta}$$