

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et
de la Recherche Scientifique



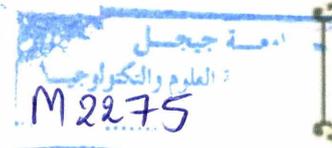
Université de Jijel
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département d'Electrotechnique



Mémoire de fin d'études

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master en
Electrotechnique

Option : Machines Electriques



Thème

Conception Optimale d'une Machine
Synchrone à Aimants Permanents à
Flux Radial

Préparé par :
Amira ali
Medjemem Salim

Encadré par :
Dr: Hacib-Ferkha Nassira

Année universitaire 2014-2015

Remerciement

Avant tout nous remercions الله , pour nous avoir accomplir ce travail à des bon conditions.

Nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance à notre encadreur **M^{me} : FARKHA NASSIRA**

D'avoir bien diriger pour réaliser ce travail, par ses conseils, sa compréhension et ses encouragements.

Les membres de jury pour nous avoir honorés en acceptants de juger notre travail, ainsi que l'équipe de département de génie électrique qui a contribue à notre formation.

Nous remercions aussi tous nos amis de la promotion 2015 qui nous ont aidés à élaborer ce travail.

Enfin nous remercions tous les amis et tous personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

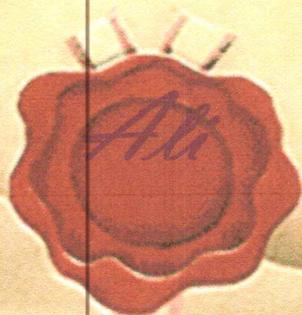
Dédicace

**Avant tous, je remercie Allah le tout puissant de m'avoir
donné le courage et la patience pour réaliser ce travail
malgré toutes les difficultés rencontrées.**

**De tout mon cœur, Je dédie ce modeste travail :
A ma mère, que dieu la garde et la protégé
A mon père «Allah yrahmo »
Pour leur soutien moral et financier,
Pour leurs encouragements et
Les sacrifices qu'ils ont endurés**

**A mes frères : Abd Eldjalil, Idris, Yacine et Amer.
A ma sœur : Abla, Khadija ,Halima
Les poussins Yahia, Ahmed et Abd Errahman
A tous ma famille.**

**A tous mes proches et mes amis
A tous ceux que j'aime
Et en fin à toute la promotion
D'électrotechnique 2015.**



Dédicace

De tout mon cœur, je dédie ce modeste travail

A mes grande-père

A mes chers parents, que dieu les garde.

A mes frères et mes Sœurs.

A toute ma grande famille.

A mon petit poussin Mohamed hassan

A mon cher ami Alilou.

Et a tous mes amis.

Salim

Sommaire

Sommaire

Liste des figures	v
Liste de tableau	viii
Introduction générale	01
 Chapitre I : Généralités sur les machines synchrones à aimants permanents	
I.1. Introduction	03
I.2. Généralités sur les aimants permanents utilisés dans les MSAP	03
I.2.1. Caractéristiques générales des aimants permanents.....	03
I.2.2. Différentes familles des aimants.....	04
I.2.3. Comparaison entre les différents types d'aimants.....	06
I.3. Machine synchrone à aimants permanents MSAP	06
I.3.1. Description.....	06
I.3.2. Utilisation des MSAP.....	07
I.3.3. Avantages et inconvénients des MSAP.....	08
I.3.4. Applications des MSAP.....	08
I.3.5. Couple des MSAP.....	09
I.4. Structures et direction du flux principal dans les MSAP	10
I.4.1. Différentes structures de la MSAP.....	10

1.4.1.1. Structures classées suivant la disposition des aimants sur le rotor..	11
1.4.1.2. structures classées suivant la direction du flux principal dans l'entrefer.....	12
I.5. Conclusion.....	16

Chapitre II : Modélisation électromagnétique

II.1. Introduction.....	17
II.2. Importance et intérêt de calcul du champ électromagnétique.....	17
II.3. Outil de calcul du champ électromagnétique :.....	18
II.3.1. Equations de Maxwell et lois de comportement des matériaux.....	18
II.3.2. Conditions de passage.....	19
II.3.3. Hypothèses simplificatrices.....	20
II.3.4. Potentiel vecteur magnétique.....	21
II.3.5. Problème électromagnétique.....	21
II.3.5.1. Formulation magnétostatique.....	21
II.3.5.2. Formulations magnétodynamique.....	22
II.3.6. Méthode de résolution.....	24
II.3.6.1. Méthodes analytiques et semi-analytiques.....	24
II.3.6.2. Méthodes numériques.....	25
II.4. Principe de la méthode des éléments finis.....	26
II.4.1. Maillage en éléments finis.....	26
II.4.2. Approximation et construction des fonctions d'interpolation.....	27
II.4.3. Formulation intégrale de l'équation aux dérivées partielles.....	28
II.4.3.1. Méthode des résidus pondérés.....	28
II.4.4. Résolution du système.....	29
II.5. Calcul des forces magnétiques.....	29

II.6. Conclusion.....	32
------------------------------	-----------

Chapitre III : Conception optimale en électrotechnique

III .1.Introduction.....	33
III .2. Méthodologies de conception d'un dispositif électromagnétique	33
III.2.1. Conception dans l'industrie.....	33
III.2.2. Démarche de la conception optimale en électrotechnique.....	34
<i>III.2.2.1. Analyse du cahier des charges.....</i>	<i>35</i>
<i>III.2.2.2. Mise en équations mathématiques.....</i>	<i>35</i>
<i>III.2.2.3. Résolution du problème d'optimisation.....</i>	<i>35</i>
<i>III.2.2.4. Exploitation de la solution.....</i>	<i>35</i>
III.3. Formulation mathématique d'un problème d'optimisation.....	36
III .4. Méthodes d'optimisation.....	37
III.4.1.Cas d'un problème d'optimisation sans contraintes.....	37
<i>III.4.1.1. Méthodes d'optimisation déterministe.....</i>	<i>38</i>
<i>III .4.1.2. Méthodes d'optimisation Stochastiques.....</i>	<i>40</i>
III.4.2.Cas d'un problème d'optimisation contrainte.....	46
III.4.2.1. Méthodes de transformation.....	47
III.4.2.2. Méthodes directes.....	48
III.4.2.3. Méthodes de pénalités.....	48
III.5. Choix de la méthode d'optimisation.....	49
III.6.Conclusion.....	50

Chapitre IV : Exploitation de la procédure développée en vue d'une conception optimale d'une MSAP a flux radial

IV.3.3. Détermination de la distribution des forces magnétiques.....	55
IV.4. Développement d'un outil d'optimisation de forme.....	56

IV.4.1. Utilisation de l'algorithme génétique.....	57
IV.4.2. Stratégie de conception.....	57
IV.4.3. Paramètres à optimiser.....	57
IV.4.4. Fonction objectif.....	58
IV.4.5. Contraintes.....	59
IV.5. Résultats obtenus.....	59
IV.5.1. Résultats obtenus sans contraintes.....	59
<i>IV.5.1.1. Simulation avec deux paramètres d'optimisation.....</i>	<i>60</i>
<i>IV.5.1.2. Simulation avec quatre paramètres.....</i>	<i>61</i>
<i>IV.5.1.3. Simulation avec cinq paramètres dans le but de maximiser le couple.....</i>	<i>63</i>
IV.5.2. Résultats obtenus avec contraintes.....	64
IV.6. Conclusion.....	66
Conclusion général.....	67

Listes des figures

Figure I. 1 .Courbe de désaimantation des aimants.....	04
Figure I. 2. Courbe B(H) des différents types d'aimants permanents.....	04
Figure I. 3.Images d'aimants Alnico.....	05
Figure I. 4. Images d'aimants ferrites.....	05
Figure I. 5. Images d'aimants terres-rares.....	06
Figure I. 6.Stator et rotor d'une machine synchrone à aimants permanents MSAP...	07
Figure I. 7.Principales applications des machines synchrones à aimants permanents	09
Figure I. 8. Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial et à rotor intérieur.....	11
Figure I. 9. Structures de rotors : (a) à aimants insérés, (b) à aimants montés en surface, (c) à aimants enterrés à aimantation radiale, (d) à concentration de flux....	12
Figure I. 10.Direction du flux principal.....	13
Figure I. 11. MSAP à flux radial.....	13
Figure I. 12. Exemple de structures à flux radial : a. à rotor interne. à rotor externe.	13
Figure I. 13.Configurations à flux axial : (a) Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator, (b) Structure à flux axial avec double rotor et un stator, (c) Structure à aimantation axiale avec double stator et un rotor.....	14
Figure I. 14.MSAP à Flux transversal.....	15
Figure I. 15.Schéma de principe d'une phase d'une structure de MFT.....	15
Figure II. 1. Domaine d'étude.....	21

Figure II. 2. Domaine d'étude borné Ω	21
Figure II. 3. Discrétisation éléments finis en deux dimensions.....	27
Figure II. 4. Architecture globale de la méthode numérique développée.....	31
Figure III. 1 : Etapes et aspects de la conception dans l'industrie.....	34
Figure III. 2 : Itérations possibles lors de la conception.....	36
Figure III. 3 : Méthodes déterministes unidimensionnelles.....	39
Figure III. 4 : Principales méthodes déterministes multidimensionnelles.....	40
Figure III. 5. Principales méthodes stochastiques.....	41
Figure III. 6 : Définitions de l'environnement, de l'individu et de la population.....	43
Figure III. 7 : Un individu caractérisé par un chromosome codé en binaire.....	43
Figure III. 8 : Les quatre niveaux d'organisation des AG.....	43
Figure III. 9. Principe du croisement en un point.....	46
Figure III. 10. Principe du croisement en deux points.....	46
Figure III. 11. Principe de la mutation.....	47
Figure III. 12. Principales méthodes de transformation.....	50
Figure III. 13. Principales méthodes directes.....	50
Figure IV. 1 : Configuration géométrique de la MSAP étudiée.....	56
Figure IV. 2 : Différentes régions constituant la machine synchrone à aimants séré	57
Figure IV. 3 : Maillage éléments finis adopté à cette étude.....	60
Figure IV. 4 : les lignes équipotentielles dans la machine.....	62
Figure IV. 5 : distribution des forces magnétique dans le stator.....	63
Figure IV. 6 : Organigramme général du processus d'optimisation de forme avec l'analyse par la MEF.....	65
Figure IV. 7 : Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations.....	68

Figure IV. 8 : Présentation des deux machines : initiale et optimale.....	69
Figure IV. 9 : Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations.....	71
Figure IV. 10 : Présentation des deux machines initiale et optimale.....	72
Figure IV 11 : Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations.....	73
Figure IV. 12 : Présentation des deux machines : initiale et optimale.....	74
Figure IV. 13: Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations.....	75
Figure IV. 14 : Présentation des deux machines: initiale et optimale.....	76

Liste des tableaux

Tableau. I. 1. Caractéristiques magnétiques des différents types d'aimants.....	06
Tableau. I. 2. Avantages et inconvénients de la MSAP.....	08
Tableau VI. 1. Caractéristiques de la machine étudiée.....	57
Tableau VI. 2. Résultats numériques obtenus par la méthode des travaux virtuels.....	67
Tableau VI. 3. : Limites de variation des paramètres.....	68
Tableau VI. 4 : Paramètres optimaux obtenus.....	69
Tableau VI. 5. : Paramètres optimaux obtenus.....	70
Tableau VI. 6 paramètres optimums obtenus.....	70
Tableau VI. 7 : Paramètres optimaux obtenus.....	73

***Introduction
Générale***

Introduction générale

L'évolution de la technologie et des besoins industriels et domestiques en plus des contraintes de réduction de la consommation d'énergie ont poussé les industriels à adopter des machines compactes à haut rendement. Parmi ces machines, on situe à très bonne place les machines à aimants permanents.

Grâce à leurs performances, les machines à aimants permanents ont été adoptées dans plusieurs applications avec des structures multiples et généralement complexes [1]. De ce fait, il est indispensable de disposer des modèles fiables pour retranscrire leur comportement.

En électrotechnique, la détermination du champ magnétique dans les structures est essentielle afin d'optimiser la conception de matériels tant du point de vue économique que technique. En effet, le fonctionnement des dispositifs électrotechniques classiques tels que moteurs, alternateurs ou transformateurs est très lié à la distribution du champ magnétique au sein de leurs structures. La connaissance d'une telle distribution permet de calculer les grandeurs nécessaires au dimensionnement comme par exemple le flux, les pertes,...etc [2].

Le processus de conception des actionneurs électriques comporte plusieurs préoccupations: la sélection de la structure d'actionneur à retenir pour répondre à un cahier de charges de plus en plus sévère, le choix du modèle d'étude à adopter pour tenir compte des différents phénomènes mis en jeu et aussi la définition de la procédure d'optimisation à adopter pour déterminer les dimensions et les matériaux permettant d'atteindre les spécifications visée .

Le dimensionnement des machines électriques est généralement précédé d'un pré dimensionnement durant lequel on doit répondre aux exigences de rapidité et de souplesse. Dans cette première phase, des modèles analytiques sont souvent utilisés. Des modèles numériques sont ensuite exploités pour affiner et valider les solutions obtenues en simulant de manière fiable le comportement électromagnétique avec un minimum d'hypothèses simplificatrices. La recherche de nouveaux outils de modélisation et d'optimisation, lors de la conception des machines électriques, est une préoccupation continue des chercheurs en génie électrique. Une des solutions actuellement préconisée consiste à introduire l'intelligence artificielle dans l'optimisation de la conception [3].

Dans ce travail de mémoire, on va essayer de trouver une configuration optimale d'une machine synchrone à aimants permanents donnant un niveau minimale de la force exercée sur le stator et un niveau maximale du couple.

Structure du mémoire :

Ce mémoire est composé de quatre chapitres:

Dans le premier chapitre, nous présentons les différents types d'aimants permanents ainsi que les structures existantes des machines à aimants permanents.

Dans le deuxième chapitre on va présenter les différentes formulations permettant de traduire le comportement de tous les systèmes électromagnétiques. De plus, on va présenter les différentes méthodes de résolution de ces formulations. On va viser plus particulièrement, la méthode des éléments finis et son emploi en électrotechnique pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques.

Le troisième chapitre a pour objectif de présenter la méthodologie suivie lors de la conception optimale d'un dispositif électrotechnique ainsi que de présenter les différentes méthodes d'optimisation.

Enfin, le quatrième chapitre va être consacré à une application dans le cas d'une machine synchrone à aimants permanents.

Chapitre I
Généralités sur les machines
synchrones à aimants
permanents

Chapitre I

Généralités sur les machines synchrones à aimants permanents

I.1. Introduction

Qu'elles soient en mode moteur ou générateur, les machines synchrones à aimants permanents (MSAP) sont devenues plus attractives car elles répondent bien aux exigences des nouvelles technologies.

La grande évolution dans le domaine de l'électronique de puissance et de la technologie de fabrication des aimants permanents, d'une part, a rendu possible la construction des machines à aimants destinées à la propulsion marine, à l'avionique, au domaine des énergies renouvelables et aux véhicules électriques ou hybrides. L'importante avancée des technologies modernes numériques, telles que celles des microcontrôleurs et des processeurs de traitement de signaux, d'autre part, a permis l'implémentation d'algorithmes sophistiqués pour commander ces machines dans diverses applications industrielles[4].

Dans ce premier chapitre, nous présentons les différents types d'aimants permanents ainsi que les principales structures des machines synchrones à aimants permanents et leurs domaines d'application.

I.2. Généralités sur les aimants permanents utilisés dans les MSAP

L'industrie des aimants permanents offre plusieurs catégories de matériaux qui se différencient par les procédés de leurs obtentions. Ces procédés ont un effet direct sur leurs caractéristiques magnétiques et mécaniques. Ces différences conduisent, selon l'application, à un choix d'un type d'aimant qui résulte le plus souvent de critères technico-économiques [5].

I.2.1. Caractéristiques générales des aimants permanents

Les aimants permanents sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B-H (Figure I.1). Les trois paramètres essentiels d'un aimant permanent sont :

- l'induction rémanente B_r , qui indique les performances potentielles des aimants (plus B_r est important, plus l'aimant est performant).
- Le champ coercitif H_c , qui donne un premier ordre de grandeur de mesure de la résistance de l'aimant à la démagnétisation durant les démarrages, les courts-circuits... etc. Le champ limite admissible est celui pour lequel on peut faire travailler un aimant sous des

conditions de fonctionnement variables sans que celui-ci perde une part importante de son aimantation de départ [6].

- Le troisième paramètre est le "produit d'énergie" $(-B.H)_{max}$. Cette énergie est disponible pour une utilisation dans l'espace qui environne l'aimant. Elle définit une sorte "d'énergie spécifique" [6], [7].

Ceux sont, ces trois grandeurs qui permettent de classer les aimants permanents. Néanmoins suivant l'application envisagée, d'autres critères portant sur les propriétés mécaniques et physico-chimiques, en dehors du coût et des difficultés d'usinage, sont parfois déterminants dans le choix des matériaux pour aimants [8].

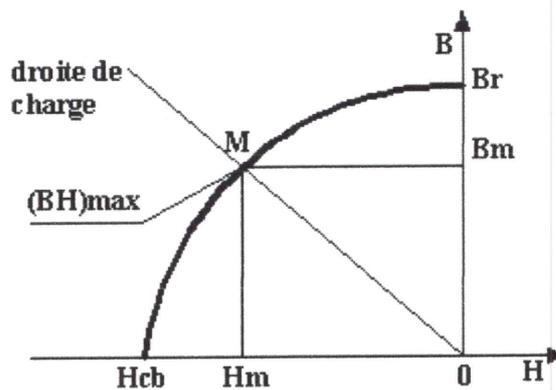


Figure I.1. Courbe de désaimantation des aimants.

I.2.2. Différentes familles des aimants

Il existe trois types d'aimants permanents utilisés pour l'excitation des machines électriques. Actuellement ceux qu'on trouve sur le marché sont les Alnicos, les ferrites et les terres rares. La figure I.2 illustre ces trois types [9].

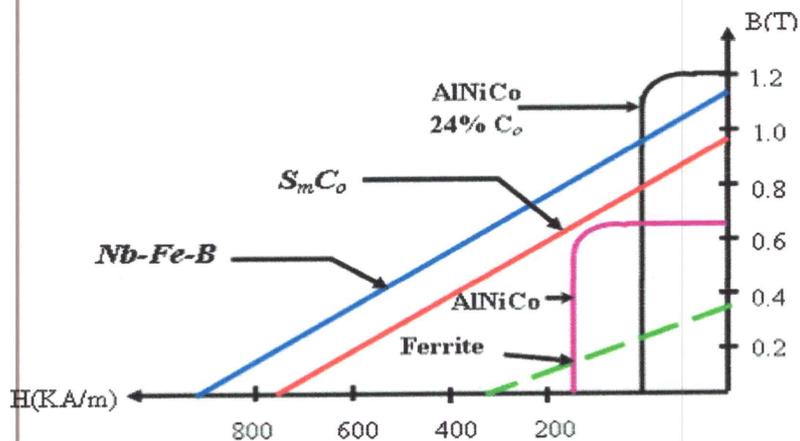


Figure I.2. Courbe B(H) des différents types d'aimants permanents

- les aimants en **Alnico** ont un champ rémanent très élevé, mais un champ coercitif très faible, ce qui pose de gros problèmes de démagnétisation. Ces aimants ne peuvent être sortis de leur circuit magnétique, sous peine de les désaimanter [10].



Figure I.3. Images d'aimants Alnico

- les aimants en Ferrite sont beaucoup plus robustes et relativement peu coûteux. Ils résistent bien à la température [10].



Figure I.4. Images d'aimantes ferrites

- les aimants **Terre-Rares** (Nd-Fe-B, Sm-Co) sont très puissants et paraissent très bien appropriés pour les machines électriques. Leur coût encore élevé freine l'extension de ces nouveaux aimants. Néanmoins des solutions intermédiaires apparaissent avec les plasto-neodymes. C'est un mélange de néodyme fer bore avec un liant plastique. Cette matière permet de réaliser des pièces moulées, ce qui facilite l'assemblage et diminue le nombre de pièces mécaniques [10].



Figure I.5. Images d'aimants terres-rares

I.2.3. Comparaison entre les différents types d'aimants

Le tableau I.1 regroupe les informations nécessaires pour faire le choix d'utiliser un type d'aimants permanents, suivant les exigences du cahier de charges et les conditions de travail imposées par l'application.

Tableau. I. 1. Caractéristiques magnétiques des différents types d'aimants [10]

	$BH_{max}(KJ/m^3)$	$B_r(T)$	$H_{cJ}(KA/m)$	$\rho(Kg/m^3)$	$T_{max}(^{\circ}C)$
Ferrites durs	8-35	0,2 à 0,4	170 à 250	4800	350
Sm-Co	140 à 240	1,0 à 1,01	900 à 2000	8300	250 à 350
Nb-Fe-B	200 à 380	1,2 à 1,5	900 à 2000	7400	140 à 210
Alnico	50 à 85	1,1 à 1,3	50 à 150	7300	500

I.3. Machine synchrone à aimants permanents MSAP

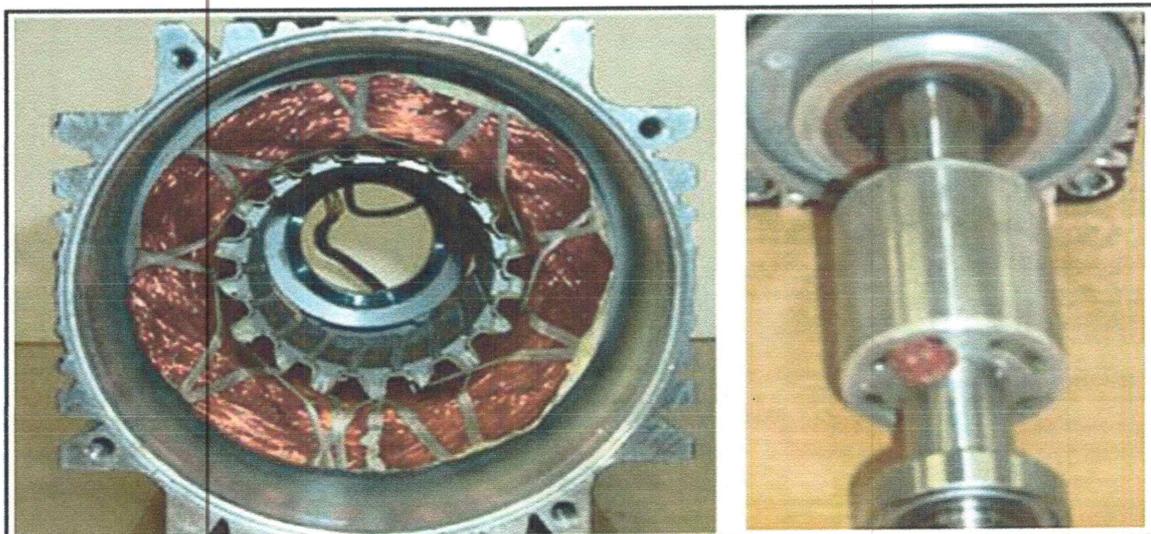
I.3.1. Description

Dans la machine synchrone à aimants permanents MSAP, l'inducteur est remplacé par des aimants. De nombreuses tentatives ont été faites par des chercheurs pour réaliser des moteurs synchrones à aimants, mais ce n'est qu'avec l'apparition des matériaux à fort champ coercitif et induction rémanente assez élevée qu'elles ont pu, réellement se concrétiser [11].

La machine synchrone est constituée de deux parties, une partie mobile ou rotor constituant l'inducteur, et une partie fixe ou stator portant des enroulements constituant l'induit. La mince zone localisée entre ces deux éléments est appelée entrefer.

Le stator d'une machine synchrone triphasée est constitué de trois enroulements identiques décalés de 120° dans l'espace, logés dans les encoches du circuit magnétique fixe. Ce dernier est feuilleté afin de réduire les courants de Foucault et de limiter les pertes dans le fer. Il est généralement construit en tôles à base d'alliage fer-silicium qui permet l'obtention d'une induction élevée [12].

Au rotor, les enroulements, parcourus par un courant continu, sont remplacés par des aimants permanents alternant pôles nord et pôles sud. Le flux inducteur balaye les enroulements statoriques et y induit des forces électromotrices (f.e.m) alternatives. L'interaction des champs statorique et rotorique donne naissance à un couple sur l'arbre du moteur et entraîne le moteur à vitesse de rotation synchrone [13]. La figure ci-dessous présente le stator et le rotor d'une MSAP.



Stator

Rotor

Figure I.6. Stator et rotor d'une machine synchrone à aimants permanents MSAP

I.3.2. Utilisation des MSAP

Les utilisations de la machine synchrone à aimants permanents sont multiples [14]. On peut citer :

- Production d'énergie (alternateur à bon rendement),
- Application nécessitant une vitesse stable en fonction de la charge,
- Moteur pas à pas.

I.3.3. Avantages et inconvénients des MSAP

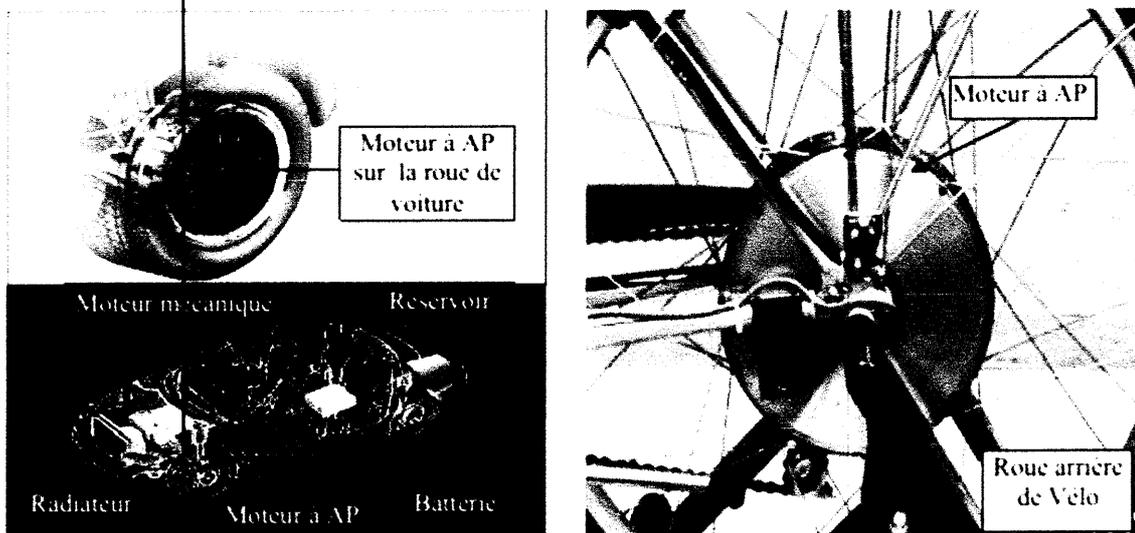
Le tableau I.2 résume les avantages et les inconvénients de la MSAP [15] [16].

Tableau I.2. Avantages et inconvénients de la MSAP

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> • Puissances massique et volumique importantes • Un rendement et un facteur de puissance élevés • Aucun courant d'excitation (30% de pertes en moins). • Une capacité à fonctionner à haute, voire très haute vitesse • Meilleures caractéristiques thermiques. La localisation des pertes joules et des pertes fer au stator simplifie le refroidissement de la machine • Forte densité de puissance 	<ul style="list-style-type: none"> • Coût élevé à cause du prix des aimants • Problème de tenu en température des aimants • Electronique de commande assez compliquée (nécessité d'un capteur de position) ; • Fabrication plus compliquée que les machines asynchrones à cage d'écuriel et à réluctance variable • Pertes par courants de Foucault dans les aimants • Maintien des aimants sur le rotor

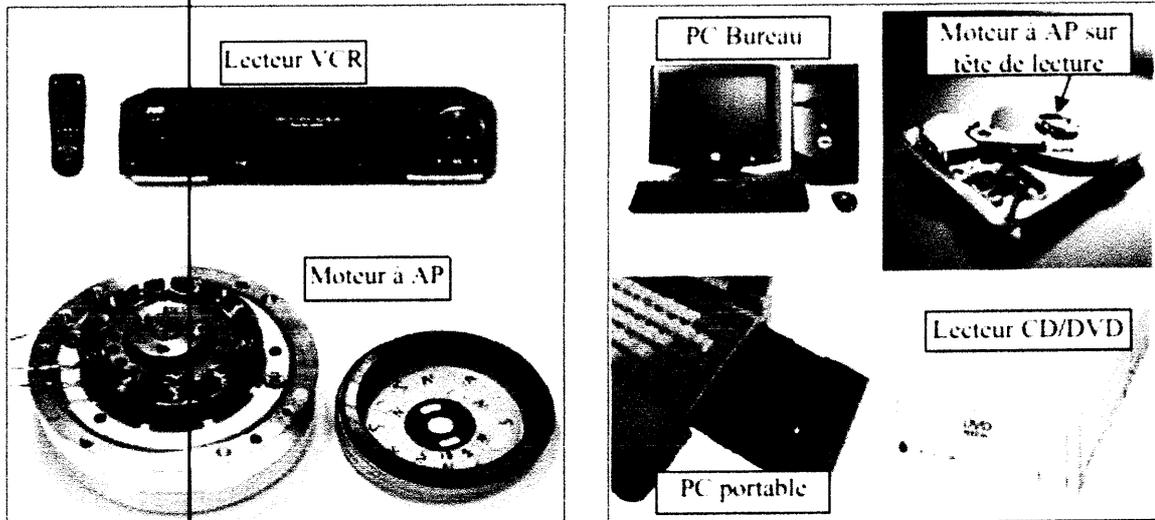
I.3.4. Applications des MSAP

Ces machines ont trouvé un vaste champ d'applications dans plusieurs domaines (équipement domestique, lecteurs CD/DVD et disques durs d'ordinateur, voiture et vélo électriques, transport, aérospatial, machines-outils, servomoteurs, équipement médical et propulsion des navires). Celles-ci sont utilisées pour des puissances allant de la gamme des microwatts à celle des mégawatts. La figure I.7 illustre quelques applications de ces machines [17][18].



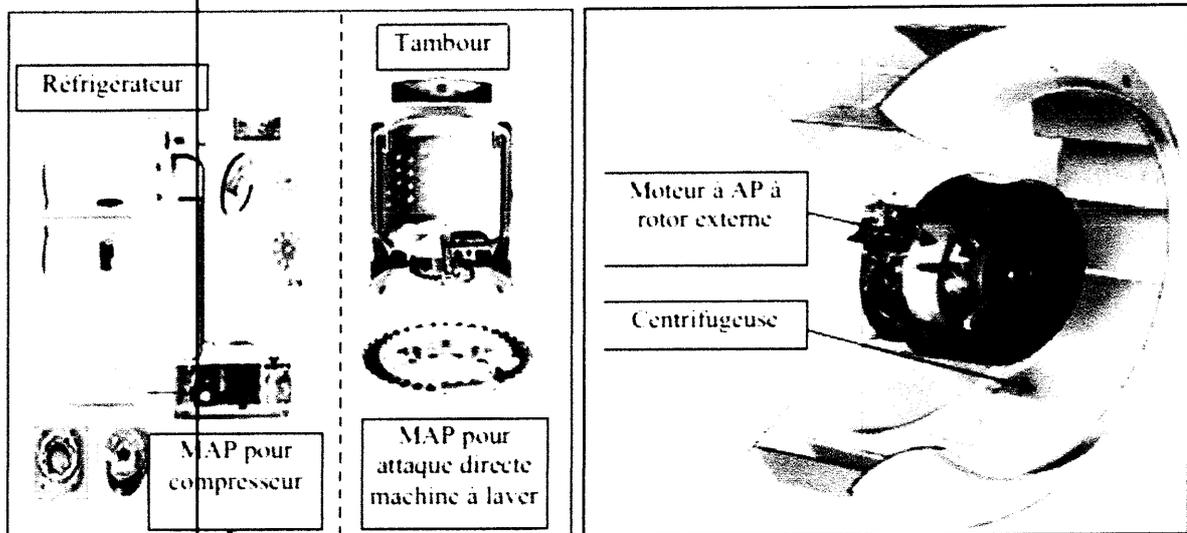
a. Voiture Hybride

b. Vélo électrique



c. Lecteurs CD/DVD et disque dur de PC

d. Lecteur vidéo, VCR



e. Compresseur réfrigérateur et moteur machine à laver f. Moteur d'un ventilateur

Figure I.7. Principales applications des machines synchrones à aimants permanents

I.3.5. Couple des MSAP

En général, le couple total développé par les machines à aimants permanents est composé de trois types de couple [19].

- **Couple de détente :** Lorsque les aimants tournent avec le rotor et passent devant les dents du stator, ils rencontrent une réluctance variable. Cette variation de la réluctance entraîne un couple de valeur moyenne nulle que l'on appelle couple de détente. Pour tenter de l'annuler, les encoches peuvent être inclinées d'un pas d'encoche, mais cela

rend plus difficile l'opération de bobinage. Il est préférable d'incliner les aimants (ou l'aimantation des pôles) plutôt que les encoches.

- **Couple de réluctance** : Appelé aussi couple de saillance, il est dû aux variations des inductances des enroulements statoriques en fonction de la position du rotor. Il faut noter que dans le cas d'aimants montés en surface, le flux d'induit rencontre la même réluctance quelle que soit la position du rotor. Il n'y a pas donc, pour ces moteurs, de couple de réluctance à prendre en compte.
- **Couple magnétique** : Il est dû à l'interaction des deux champs statorique et rotorique.

I.4. Structures et direction du flux principal dans les MSAP

La très grande majorité des machines électriques utilisées dans l'industrie fait appel à des technologies connues depuis très longtemps. Cependant, certaines structures (machines à aimants permanents ou à réluctance variable, avec flux axial, radial ou transverse) sont apparues grâce aux avancées technologiques dans l'électronique de puissance, les matériaux et les calculs numériques [20].

Les machines synchrones à aimants permanents, sont classées en trois grandes familles suivant leurs structures et la direction du flux principale dans leur entrefer [10] :

- MSAP à flux radial (FR)
- MSAP à flux transversal (FT)
- MSAP à flux axial (FA).

I.4.1. Différentes structures de la MSAP

Les structures des machines synchrones à aimants permanents sont classées suivant la disposition des aimants sur le rotor. Leurs différentes configurations incluent les machines à flux radial (RFPM) et à flux axial (AFPM). Celles-ci peuvent être alimentées, soit par des courants sinusoïdaux dans le cas des PMSM (Permanent Magnet Synchronies Motors) ou par des courants en créneaux dans le cas des BDCM (Brushless Direct Current Motor). Une vue schématique des deux types de machines à aimants, à flux radial et à flux axial, est donnée par la figure (I.8)[22].

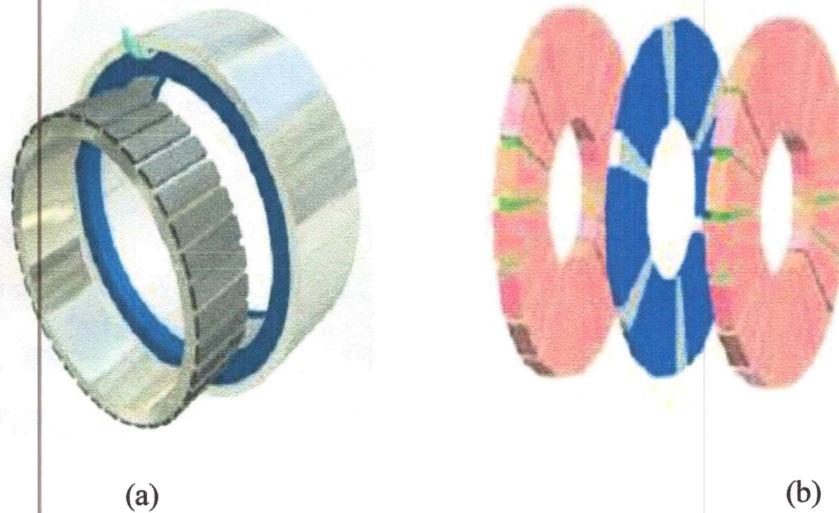


Figure I.8. Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial et à rotor intérieur.

1.4.1.1. Structures classées suivant la disposition des aimants sur le rotor

Les machines à aimants permanents peuvent être construites avec plusieurs configurations rotoriques [21] :

➤ **Aimants en surface (Surface magnet type)**

Pour ces types de machines, les aimants sont placés sur la surface du rotor. Ils sont aimantés radialement, comme montré sur la figure I.9. (b). Cette configuration du rotor est la plus utilisée. Le principal avantage de la machine avec des aimants en surface est sa simplicité donc son faible coût de fabrication par rapport à d'autres machines à aimants. L'inconvénient est l'exposition des aimants permanents aux champs démagnétisant.

➤ **Aimants insérés (Inset magnet type)**

Les aimants du type insérés sont aussi montés sur la surface du rotor. Toutefois, les ouvertures entre les aimants permanents sont partiellement remplies avec le fer, comme le montre la figure I.9. (a). Le fer entre les aimants permanents crée une saillance et donne un couple de réluctance en plus du couple des aimants.

➤ **Aimants enterrés (Interior magnet type)**

Les machines à aimants enterrés sont des machines avec des aimants intégrés dans le rotor et aimantés radialement, comme il est montré sur la figure I.9. (c).

➤ **Aimants à concentration de flux (Burried magnet type)**

Une autre façon de placer les aimants permanents dans le rotor est de les enterrer profondément à l'intérieur du rotor. Ici, les aimants sont aimantés dans le sens de la circonférence (figure I.9. d). Les pôles magnétiques se forment alors à niveau des parties ferromagnétiques du rotor par concentration de flux provenant des aimants permanents

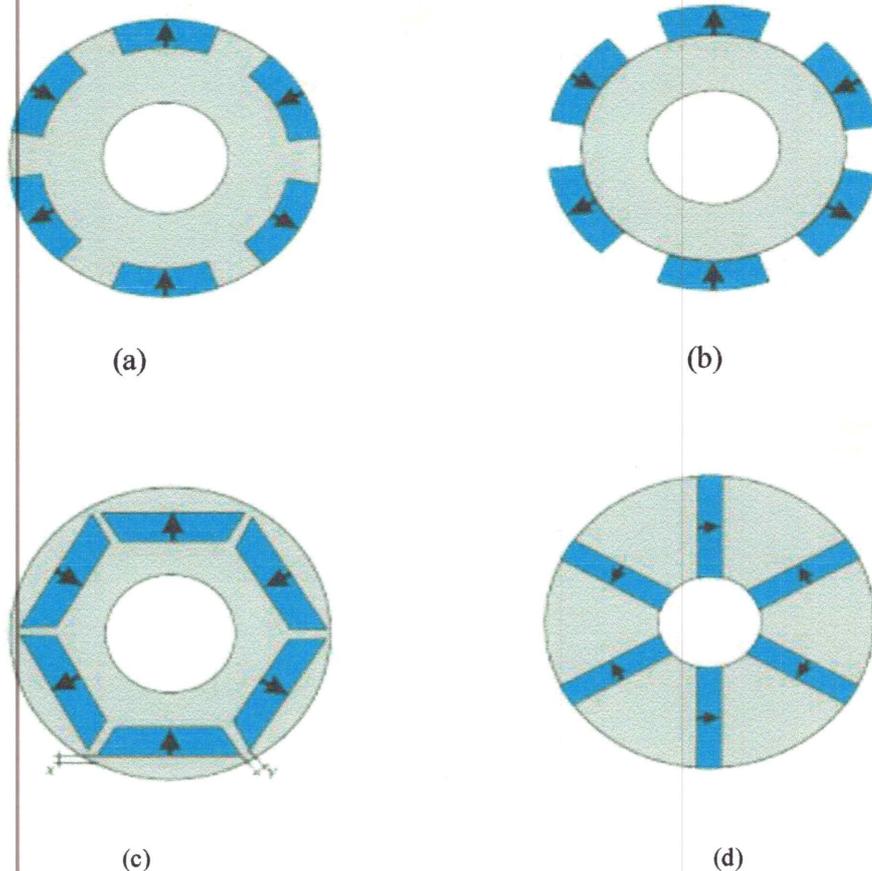
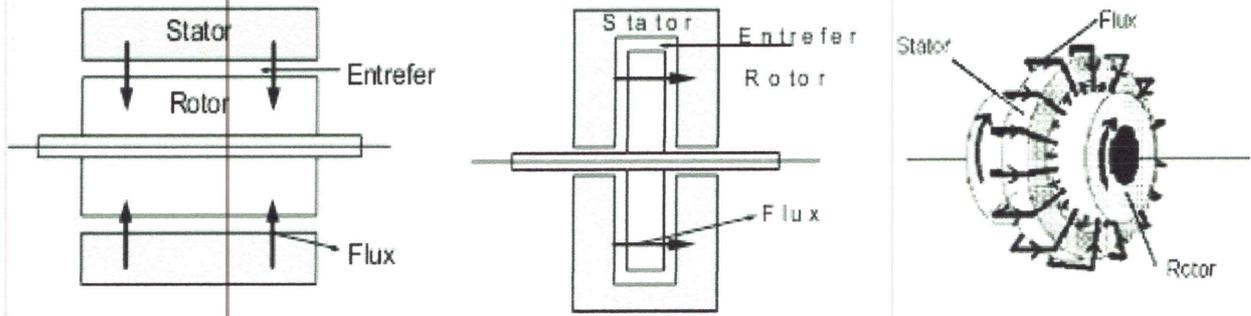


Figure I.9. Structures de rotors : (a) à aimants insérés, (b) à aimants montés en surface, (c) à aimants enterrés à aimantation radiale, (d) à concentration de flux.

I.4.1.2.structures classées suivant la direction du flux principal dans l'entrefer

De nos jours, il existe trois types de structures de MSAP : la structure à flux radial, la structure à flux axial et la structure à flux transverse. La machine à flux radial est la plus répandue et la plus utilisée. Le flux dans l'entrefer est radial (ou perpendiculaire) à l'axe de rotation de la machine (Figure I.10.a). Pour la machine à flux axial, le flux dans l'entrefer est axial (ou tangentiel) à l'axe de rotation de la machine (Figure I.10.b). Pour des applications très spécifiques, telles que l'entraînement direct et les vitesses lentes, les concepteurs ont introduit la machine à flux transverse (Figure I.10.c). Le flux est à la fois perpendiculaire et tangentiel à l'axe de rotation de la machine [20].



a. Direction du flux radial b. Direction du flux axial c. Direction du flux transverse

Figure I.10. Direction du flux principal

A. Structures à flux radial (RFPM)

La machine synchrone à flux radial (RFPM) est la machine à aimants la plus conventionnelle. Elle est employée couramment pour l'entraînement direct. Son stator est identique à celui d'une machine d'induction classique. Ce type de machines peut se présenter, soit avec un rotor placé à l'intérieur ou à l'extérieur (Figure I.12). Les différents types de rotor de machines à flux radial sont munis d'aimants montés soit en surface, soit encastrés ou enterrés [22].

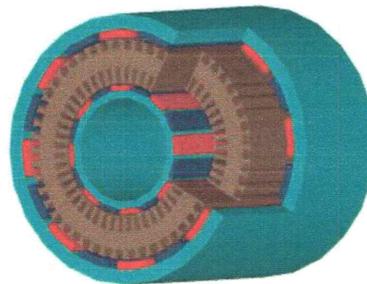
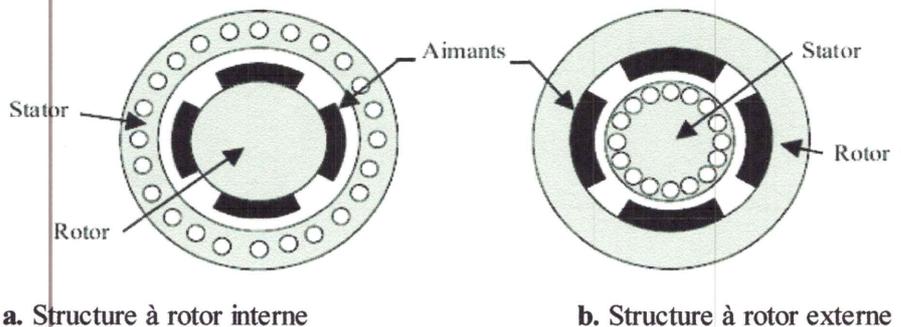


Figure I.11. MSAP à flux radial



a. Structure à rotor interne b. Structure à rotor externe
 Figure I.12. Exemple de structures à flux radial : a. à rotor interne. à rotor externe

C. Machines à flux transverse (MFT)

Cette topologie de machines dont les premiers brevets allemands sont datés de 1904 et 1934 est très peu utilisée dans l'industrie automobile.

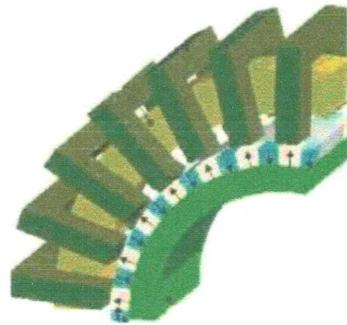


Figure I.15. MSAP à Flux transversal

Tel que décrit dans la figure ci-dessous, la structure de base d'une phase d'une MFT possède un bobinage en forme d'anneau dans lequel circule un courant, parallèle à la direction de rotation de la machine, correspondant à une phase. Une machine triphasée comporte donc trois structures mises en parallèle. Le stator est composé en général de C-core. Deux rangées d'aimants permanents avec une polarité radiale alternée sont disposées sur la périphérie du rotor. Il existe deux grands types de machines à flux transverse, les MFT à aimants montés en surface et les MFT à concentration de flux [25].

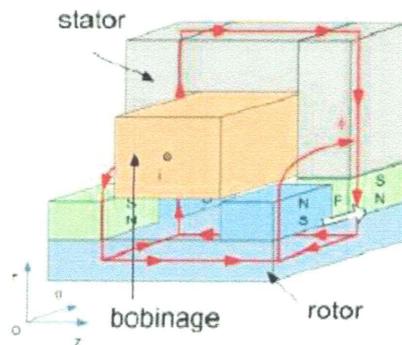


Figure I.16. Schéma de principe d'une phase d'une structure de MFT

I.5. Conclusion

Ce chapitre a visé la présentation des machines à aimants permanents. Donc, on a donné un aperçu sur les aimants permanents utilisés dans les machines électriques ainsi que sur les différents types de ces machines. De plus, on a présenté les différentes applications des MSAP ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients.

Chapitre II
Modélisation
électromagnétique

Chapitre II

Modélisation électromagnétique

II.1. Introduction

Les phénomènes électromagnétiques sont à la base de tous concepts électrotechniques, quels que soient. Il est par conséquent indispensable, avant de vouloir réaliser pratiquement un système électromagnétique, de modéliser et simuler les équations de Maxwell dans ce système [26].

Les phénomènes électromagnétiques étudiés dans un dispositif sont régis par les quatre équations de Maxwell et par les trois relations de milieu considéré. Ces équations décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques et s'adaptent à tout milieu électromagnétique. Le calcul du champ électromagnétique passe par la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles [27].

Dans ce chapitre on va donner un aperçu sur la procédure suivie lors de la modélisation d'un dispositif électromagnétique. On va présenter les différentes formulations ainsi que les méthodes de calcul du champ électromagnétique et celles de calcul des forces.

II.2. Importance et intérêt du calcul du champ électromagnétique

Les machines électriques ainsi que tout dispositif électrotechnique sont, durant leur fonctionnement, soumis à l'action du champ électromagnétique. Dans toute machines électriques l'enroulement d'excitation, produit un champ magnétique constant ou variable dans le temps et souvent dans l'espace. La connaissance du champ permet, dans tout dispositif électromagnétique, d'avoir accès au calcul des performances du fonctionnement de ce dispositif en régime permanent ou transitoire.

Dans une machine électrique, l'évaluation du champ en chaque point de l'espace permet d'en déduire les flux et donc les forces électromotrices pour un fonctionnement en générateur ou les couples pour un fonctionnement en moteur.

De nos jours, grâce au développement de la technologie, l'utilisation d'ordinateur est devenue courante pour la modélisation du champ électromagnétique avec des temps de calcul considérablement réduits.

Dans de nombreuses étapes du processus de conception d'un dispositif électromagnétique, l'évaluation du champ électromagnétique apparait comme un travail nécessaire. C'est ainsi que le

calcul du champ électromagnétique est devenu une discipline à part entière de l'électrotechnique qui s'occupe de développer de nouvelles méthodes de résolution des équations aux dérivées partiales [28].

II.3. Outils de calcul du champ électromagnétique

Le calcul du champ électromagnétique passe par la résolution des équations différentielles aux dérivées partiales issues des équations de Maxwell.

II.3.1. Equations de Maxwell et lois de comportement des matériaux

Les équations de Maxwell réunissent quatre formules reliant des grandeurs vectorielles électriques temporelles et des grandeurs magnétiques spatiales.

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \partial\vec{D}/\partial t \quad (\text{Loi de Maxwell-Ampère}) \quad (\text{II.1})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t \quad (\text{Loi de Maxwell-Faraday}) \quad (\text{II.2})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{Loi de conservation du flux magnétique}) \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{Loi de Maxwell-Gauss}) \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind}$$

\vec{J}_s : La densité de courante source,

\vec{J}_{ind} : La densité de courant induit.

Les champs vectoriels précédents ne sont pas indépendants les uns des autres, leurs liaisons sont fonction du milieu où ils règnent. Ainsi pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, caractérisé de point de vue électromagnétique par une conductivité électrique σ [Ω/m], une permittivité électrique ϵ [F/m] et une perméabilité magnétique μ [H/m], on rajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu ainsi que la loi d'Ohm [29] [30] [31].

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \quad (\text{Loi d'Ohm}) \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (\text{Relation magnétique}) \quad (\text{II.6})$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (\text{Relation diélectrique}) \quad (\text{II.7})$$

σ , μ et ε sont les caractéristiques de milieu considéré et représentent respectivement : la conductivité électrique, la perméabilité magnétique et la permittivité électrique [32].

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

Avec :

μ_0 : Perméabilité du vide égale à $4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m].

μ_r : Perméabilité relative.

ε_0 : Permittivité du vide elle vaut $10^{-9}/36$ [F/m].

ε_r : Permittivité relative.

II.3.2. Conditions de passage

Pour résoudre les équations de Maxwell, il faut ajouter les conditions aux frontières du milieu. En effet, à la limite de séparation de deux milieux correspondant aux indices 1 et 2, \vec{n} et désigne le vecteur normal à la surface de séparation dirigé vers l'extérieur, les relations de passage sont [33] [34] :

➤ La relation de continuité de la composante normale de l'induction magnétique

$$\vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n} \quad (\text{II.8})$$

➤ La relation de continuité de la composante tangentielle du vecteur champ électrique

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \vec{n} = 0 \quad (\text{II.9})$$

➤ La relation de continuité de la composante normale de densité de courant :

$$\vec{J}_1 \cdot \vec{n} = \vec{J}_2 \cdot \vec{n} \quad (\text{II.10})$$

➤ La relation de discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique due aux courants surfaciques s'ils existent :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{II.11})$$

➤ La relation de discontinuité de la composante normale de l'induction électrique due aux charges surfaciques s'ils existent :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II.12})$$

ρ_s : Densité de charge surfacique à l'interface.

II.3.3. Hypothèses simplificatrices

En pratique, il est généralement usuel de simplifier les équations de Maxwell précédentes en se basant sur les conditions de travail. L'une des plus importantes simplifications est celle de négliger la densité du courant de déplacement ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$) dans le matériau conducteur, parce que leur densité est très faible par rapport à celle de conduction, et aux fréquences usuelles en électromagnétique (basse fréquence) qui permet de négliger tout aspect propagatif du champ électromagnétique. Donc, la loi d'Ampère s'écrit comme suit :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{II.13})$$

❖ **Remarque :**

A partir des équations de Maxwell précédentes, on peut définir une nouvelle loi dite la loi de conservation de densité de courant [28].

On a :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t \quad \text{et} \quad \text{div}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H})) = 0 \quad \text{et} \quad \text{div} \vec{D} = \rho$$

Donc :

$$\text{div} \vec{J} = - \partial \rho / \partial t \quad (\text{II.14})$$

Une autre simplification consiste à négliger la charge d'espace dans les matériaux conducteurs

($\rho = 0$).

L'équation de conservation de la densité de courant (II.14) s'écrit :

$$\text{div} \vec{J} = 0 \quad (\text{II.15})$$

Tenant compte des simplifications mentionnées précédemment, les équations de Maxwell simplifiées sont données comme suit [35] :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{II.16})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \partial \vec{B} / \partial t \quad (\text{II.17})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.18})$$

$$\text{div} \vec{D} = 0 \quad (\text{II.19})$$

II.3.4. Potentiel vecteur magnétique

Sachant que la divergence de l'induction magnétique \vec{B} est nulle (Equation (II.18)), et d'autre part la divergence d'un rotationnel est toujours nulle, on peut en tout point de l'espace identifier l'induction avec le rotationnel d'une grandeur vectorielle \vec{A} [T.m] comme l'indique l'équation suivant :

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}))=0 \quad (\text{II.20})$$

A partir de ça on peut définir le potentiel vecteur \vec{A} tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \quad (\text{II.21})$$

Où \vec{A} est le potentiel vecteur magnétique

On dit que l'induction magnétique \vec{B} dérive de \vec{A} . L'emploi du potentiel vecteur \vec{A} permet de simplifier la résolution du problème électromagnétique.

II.3.5. Problème électromagnétique

Pour la résolution d'un problème électromagnétique on doit élaborer la formulation correspondante à ce problème et qui dépend des propriétés électriques et magnétiques du domaine d'étude (figure II.1).

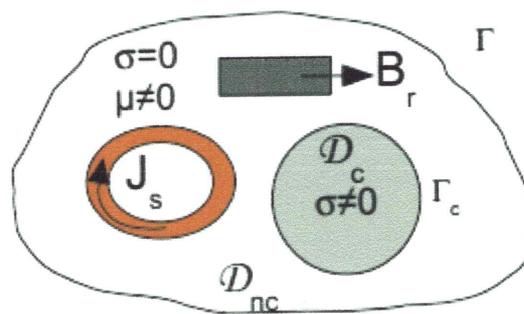


Figure II.1. Domaine d'étude

II.3.5.1. Formulation magnétostatique

En électrotechnique, la fréquence ne dépasse pas les quelques milliers de Hertz ainsi on néglige les courant de déplacement. De plus, en statique, ces équations se simplifient car les grandeurs sont indépendantes du temps.

Dans le problème magnétostatique, les équations à résoudre s'écrivent :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.22})$$

$$\overline{\operatorname{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{II.23})$$

A partir de l'équation (II.21), nous pouvons introduire le potentiel vecteur magnétique \vec{A} qui sert à réduire le nombre d'inconnues dans nos équations, d'où la facilité de résolution. Considérons un système sans mouvement. A partir des équations (II.6) et (II.21), on obtient :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \overline{\operatorname{rot}}(\vec{A}) \quad (\text{II.24})$$

$$\vec{H} = \nu \cdot \overline{\operatorname{rot}}(\vec{A}) \quad (\text{II.25})$$

Où ν est la reluctivité magnétique ($\nu = \frac{1}{\mu}$)

En remplace \vec{H} dans l'équation (II.23), on trouve la formulation magnétostatique, en absence d'aimants permanents, donnée par l'expression ci-dessous :

$$\overline{\operatorname{rot}}(\nu \cdot \overline{\operatorname{rot}}(\vec{A})) = \vec{J} \quad (\text{II.26})$$

Pour assurer l'unicité de la solution, la contrainte supplémentaire de la jauge de Coulomb est naturellement vérifiée en 2D :

$$\operatorname{div} \vec{A} = 0 \quad (\text{II.27})$$

L'équation (II.26) est appelée équation de diffusion électromagnétique de la grandeur \vec{A} .

II.3.5.2. Formulation magnétodynamique

Tenant compte des hypothèses simplificatrices, en magnétodynamique les équations de Maxwell s'écrit :

$$\overline{\operatorname{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{II.28})$$

$$\overline{\operatorname{rot}} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \quad (\text{II.29})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.30})$$

Avec

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0 \quad (\text{II.31})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \sigma \nu \wedge \vec{B} + \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.32})$$

Les sources du champ sont les densités de courant \vec{J}_{ex} imposées (et les aimants permanents caractérisés par leur induction rémanente B_r). σ est la conductivité du milieu, v sa vitesse et μ sa perméabilité magnétique.

Pour définir complètement le problème de la magnétodynamique, il est encore nécessaire de considérer les relations constitutives des milieux.

Plusieurs formulations ont été développées pour représenter le modèle de la magnétodynamique en vue de sa modélisation. Les principales formulations rencontrées peuvent être classées en deux grandes familles :

- Formulations de type électrique : en E, en A et en A-V
- Formulations de type magnétique : en H et en T- Φ

➤ **Formulation en potentiel vecteur magnétique A**

Notre objectif est de déterminer la distribution du champ magnétique H dans un domaine borné Ω de frontière $\Gamma = \Gamma_b \cup \Gamma_h$ (pour notre cas, dans une machine électrique).

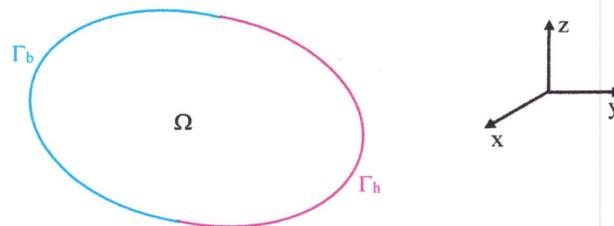


Figure II.2. Domaine d'étude borné Ω

Pour résoudre le problème électromagnétique il faut connaître les conditions aux limites sur les frontières du domaine d'étude (Γ). Deux types de conditions aux limites existent, conditions de type Dirichlet sur Γ_h et conditions de type Neumann sur Γ_b .

Donc, à partir des équations (II.21), (II.28) et (II.29), nous aboutissons à l'équation suivante :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_S \quad (\text{II.33})$$

Dans notre étude, c'est cette formulation qui nous intéresse. Elle est la plus générale et peut être appliquée à divers problèmes d'électrotechnique. Sa résolution peut être effectuée soit en coordonnées cartésiennes ou en coordonnées cylindriques. Cela dépend de la géométrie du dispositif étudié. De plus, on cherche à ramener l'étude en 2D pour la simplifier et pour optimiser le temps de calcul.

Dans notre cas, le dispositif à étudier est une machine électrique. On va effectuer une étude 2D en coordonnées cartésiennes.

❖ Systèmes 2D cartésiens

Dans ces systèmes, le problème est bidimensionnel et la formulation de l'équation électromagnétique en fonction du potentiel vecteur \vec{A} en coordonnées cartésiennes présente des avantages. Dans ce cas, \vec{A} ne possède qu'une seule composante (dans la direction Oz) non nulle et ne dépend que de x et y .

$$\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z(x, y) \end{bmatrix}; \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z(x, y) \end{bmatrix}; \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_x(x, y) \\ B_y(x, y) \\ 0 \end{bmatrix}$$

On voit bien que le potentiel vecteur \vec{A} ne possède qu'une seule composante A_z dépendant de x et de y et qui est dans la direction Oz, sa divergence est naturellement nulle (la jauge de Coulomb).

En magnéto-statique l'équation de diffusion électromagnétique se réécrit comme suit en coordonnées cartésiennes [36] :

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A_z(x, y)}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A_z(x, y)}{\partial x} \right) = J_z(x, y) \quad (\text{II.34})$$

II.3.6. Méthode de résolution

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP). Elles sont analytiques, semi-analytiques ou numériques, le choix d'une méthode dépend de la nature et de la géométrie du problème.

II.3.6.1. Méthodes analytiques et semi-analytiques

Les méthodes analytiques présentent l'avantage, aux prix d'hypothèses simplificatrices, de représenter correctement les phénomènes physiques étudiés et une mise en œuvre relativement avantageux. Mais lorsque les équations différentielles à résoudre sont fortement non-linéaires ou lorsque les géométries des dispositifs à étudier sont complexes alors ces modèles deviennent fastidieux et lourds [28]. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode des intégrales de frontières qui est une méthode analytique et la méthode des circuits couplés qui est une méthode semi-analytique.

a) Méthode des intégrales de frontières (MIF)

Elle consiste à discrétiser la frontière du domaine en utilisant le théorème de Green. Elle est limitée à la résolution des systèmes linéaires.

La limitation de la discrétisation aux frontières du domaine nous donne l'avantage de réduire l'espace mémoire, surtout pour les systèmes tridimensionnels où l'air occupe une grande partie du domaine. Cependant, elle a l'inconvénient de conduire à des systèmes qui possèdent des matrices pleines [34].

b) Méthodes des circuits couplés (MCC)

Elle consiste à associer à la forme intégrale de la solution, une subdivision du domaine de conductivité connue en spires élémentaires et à formuler les équations de Maxwell et la loi d'Ohm pour chaque spire à fin d'obtenir une équation faisant intervenir les chutes de tension résistives et inductives correspondantes [34].

II.3.6.2. Méthodes numériques

La résolution de l'équation (II.34) par des méthodes analytiques est impossible du fait de la géométrie complexe des machines et des propriétés non linéaires des matériaux magnétiques les constituant. Seules les méthodes numériques peuvent être utilisées. Le domaine d'étude est alors discrétisé en un nombre finis de points.

Nous distinguons trois techniques principales pour la résolution des équations électromagnétiques [29] :

a) Méthode des différences finies (MDF)

A propos de cette méthode, le maillage est souvent, un quadrillage rectangulaire sur les nœuds pour lesquels est effectuée la discrétisation de l'équation différentielle associée à la décomposition en série de Taylor du potentiel vecteur [29].

b) Méthode des volumes finis (MVF)

La MVF était initialement utilisée pour la résolution des équations des problèmes thermiques. Puis, celle de découlement des fluides. Actuellement, elle est utilisée dans le domaine de l'électrotechnique pour la résolution des équations du champ électromagnétique décrivant les phénomènes dans les dispositifs tridimensionnels.

La MVF consiste à diviser le domaine d'étude en un nombre fini d'éléments de volumes à l'intérieur des quel sont placés les nœuds entourant un nœud dit principal <p> [35].

c) Méthode des éléments finis (MEF)

La MEF était utilisée au début par les spécialistes de la mécanique, son introduction dans le domaine d'électrotechnique été fait par M.V.K. Charïen en 1970.

La vaste utilisation de la MEF dans presque la totalité des domaines est due en effet à sa robustesse pour le traitement des problèmes ayant des géométries complexes et l'étude des phénomènes physiques très difficiles qui présentent de forte non linéarité, ou de non homogénéité. Son principe consiste à décomposer le domaine d'étude en un ensemble d'élément, appeler éléments finis, dans chaque élément, on représente l'inconnue par des fonctions d'interpolation qui sont généralement des polynômes [35] C'est bien cette méthode qu'on va utiliser dans notre étude.

II.4. Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à rechercher une solution globale représentant les phénomènes étudiés, sur un domaine de résolution préalablement subdivisé en parties finies adjacentes appelées éléments finis.

Cette solution globale sera construite sur chacun des éléments du maillage et doit vérifier globalement les équations aux dérivées partielles qui modélisent le phénomène et les conditions aux limites requises. Sur chaque élément fini, la solution est décrite par une interpolation, en fonction des valeurs nodales de l'inconnu [36].

II.4.1. Maillage en éléments finis

Le maillage consiste à discrétiser le domaine d'étude, qui peut être à un, deux ou trois dimensions, en un ensemble d'éléments finis de forme simple. Ces éléments peuvent être des segments, des triangles, des quadrilatères, des parallélépipèdes, etc.... selon le domaine à discrétiser. La taille des éléments du maillage n'est pas forcément la même, ce qui permet la densification de la discrétisation dans les zones où l'inconnue varie fortement.

En deux dimensions, les éléments triangulaires s'adaptent à toute configuration géométrique et permettent une discrétisation simple d'un domaine de résolution 2D (FigureII.3) [37].

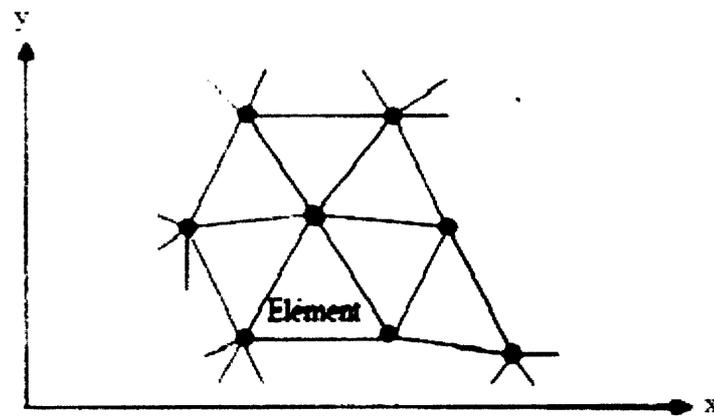


Figure II.3. Discrétisation éléments finis en deux dimensions

II.4.2. Approximation et construction des fonctions d'interpolation

Considérons un certains domaines Ω dans lequel un champ U , dans notre cas, vectoriel, est la solution de l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$L(U) = F \quad (\text{II.35})$$

Où :

L : est un opérateur différentiel.

F : est une fonction connue, appelée terme de source.

Après avoir découpé le domaine Ω , dans lequel on définit les équations différentielles à résoudre en sous domaines élémentaires (éléments finis), on approxime la variable inconnu U par une fonction polynomiale sur chacun de ces éléments.

Dans le cas bidimensionnel, cette approximation est de la forme suivante :

$$U^e(x, y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(x, y) U_i^e \quad (\text{II.36})$$

Où :

U_i^e : La valeur de U au nœud i de l'élément e .

n : le nombre de nœud de l'élément.

α_i : Les fonctions d'interpolation.

Afin d'avoir la convergence de la solution, l'approximation nodale doit satisfaire les propriétés, ci-dessous :

a- la fonction approchée $U(x, y)$ coïncide avec la fonction exacte $U_{ex}(x, y)$ en tous les nœuds d'interpolation de l'élément, de coordonnées x_i, y_i :

$$U_{ex}(x, y) = U(x, y) = U_i(x, y) \quad (\text{II.37})$$

D'où la fonction d'interpolation doit vérifier :

$$a_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

Où i et j sont les numéros des nœuds de l'élément fini considéré.

b- si la fonction approchée $U(x)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre s , sont continués sur l'élément, les fonctions a_i et leurs dérivées jusqu'à l'ordre s , sont continués sur le même élément e .

c- la fonction approchée doit être continue sur une frontière commune à deux éléments.

d- l'expression approchée du U , contient un polynôme complet d'ordres [38].

II.4.3. Formulation intégrale de l'équation aux dérivées partielles

La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis, peut être obtenue par l'utilisation de l'une des méthodes variationnelle ou résidus pondérés.

L'utilisation de la méthode variationnelle exige au préalable la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier, ce qui n'est pas toujours possible à réaliser.

La méthode des résidus pondérés ne nécessite pas la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système ce qui a rendu cette méthode plus générale et largement utilisée par rapport à la méthode variationnelle [38].

Dans la suite de notre travail, nous intéressons à la méthode des résidus pondérés

II.4.3.1. Méthode des résidus pondérés

C'est la méthode projective où on cherche à projeter l'équation locale sur des fonctions de base d'un espace de fonctions de pondérations, et on essaie de minimiser le résidu par l'approximation de la fonction de l'inconnue dont l'expression est :

$$\int_{\Omega} R \phi(x, y) d\Omega = 0 \quad (\text{II.39})$$

Avec :

$$R = L(U) - F \quad (\text{II.40})$$

Où :

R : le résidu de l'approximation.

\emptyset : la fonction de pondération.

Les valeurs de U qui permettent d'annuler l'intégrale sont solution du système algébrique obtenu [32].

Cette intégrale sera calculée sur chaque élément fini e constituant le domaine d'étude Ω , d'où la forme matricielle élémentaire suivante :

$$[M]^e \cdot [U]^e = [F]^e \quad (\text{II.41})$$

Après assemblage on obtient le système matriciel ci-dessous. Cette opération consiste à construire la matrice de rigidité magnétique globale $[M]$ et le vecteur source global $[F]$ à partir des matrices élémentaires $[K]^e$ et des vecteurs élémentaires $[F]^e$. On obtient ainsi un système de la forme [39] :

$$[M] \cdot [U] = [F] \quad (\text{II.42})$$

II.4.4. Résolution du système

La résolution de système d'équations (II .34) est la dernière étape qui mène à la détermination des valeurs U_i de fonction $U(x, y)$ cherchée on chaque nœud. Donc la résolution du système est une étape très importante. D'autre part cette résolution doit tenir compte des conditions aux limites (Conditions de types Dirichlet et Newman) imposées.

- **Condition de Dirichlet** : les conditions de type Dirichlet sont décrites par des valeurs U connues sur certaines frontières du domaine d'étude Ω .
- **Condition de Newman** : les conditions aux frontières de Newman sont décrites par des valeurs de la dérivée normale de $U (\partial U / \partial n)$ connues sur des frontières entourant le domaine d'étude Ω .

Les méthodes de résolution des systèmes peuvent être classées en deux catégories [29] :

- Les méthodes directes : Méthode d'élimination de Gauss, Méthode de Cholesky
- Les méthodes itératives : Méthode de Gauss-Seidel, Méthode de gradient conjugué, Méthode de relaxation, Méthode de Jacobi

II.5. Calcul des forces magnétiques

La détermination des forces magnétiques locales est restée pour un long moment, l'un des problèmes les moins résolus dans l'électromagnétisme. La complexité de ce problème est liée à la nature microscopique des phénomènes à l'origine des forces magnétiques [40].

Il existe des modèles qui calculent correctement la force magnétique globale, mais ils ne sont plus valables à l'échelle locale. Les modèles basés sur le principe de la variation de l'énergie, tel que la méthode des travaux virtuels, ne présentent pas cet inconvénient. C'est pour cela, que notre choix s'est porté sur ce type de méthodes.

Une nouvelle démarche pour appliquer le principe des travaux virtuels, qui consiste à dériver une nouvelle expression de l'énergie [41]. En utilisant cette méthode, on ne doit pas passer par le calcul de la dérivée de la matrice Jacobienne et de son déterminant, ce qui rend facile la mise en œuvre de cette méthode. C'est cette méthode que nous allons adopter dans notre étude.

En utilisant cette méthode, l'énergie magnétostatique sera calculée à partir de l'expression suivante :

$$W = \int_0^B H \cdot dB = \int_0^A J dA \quad (\text{II.43})$$

Où J est le terme source dans le système matriciel issu de la méthode des éléments finis : $[M][A]=[J]$, avec $[M]$ c'est la matrice de rigidité magnétique et $[A]$ c'est le vecteur du potentiel vecteur magnétique aux nœuds du maillage. Dans ce cas, la force magnétique est donnée par :

$$f = - \frac{\partial W}{\partial s} \Big|_{\Phi = \text{cste}} = - \frac{\partial}{\partial s} \int_0^A J dA \quad (\text{II.44})$$

Cette expression de la force devient :

$$f = - \frac{\partial}{\partial s} \int_0^A [M] [A] dA \quad (\text{II.45})$$

$$f = - \int_0^A [A]^T \frac{\partial [M]}{\partial s} dA \quad (\text{II.46})$$

La matrice élémentaire $[M^e]$ s'exprime :

$$[M_{ij}^e] = \frac{\nu}{4\Delta} [b_i b_j + c_i c_j] \quad (\text{II.47})$$

Où :

$$b_i = y_j - y_k \quad (\text{II.48})$$

$$c_i = x_k - x_j \quad (\text{II.49})$$

x_i, y_i sont les coordonnées du nœud i de l'élément, $i = 1, 2, 3$,

Δ : Surface de l'élément considéré,

ν : réductivité magnétique,

s : déplacement virtuel.

La figure ci-dessous résume les différentes étapes du code de calcul électromagnétique développé.

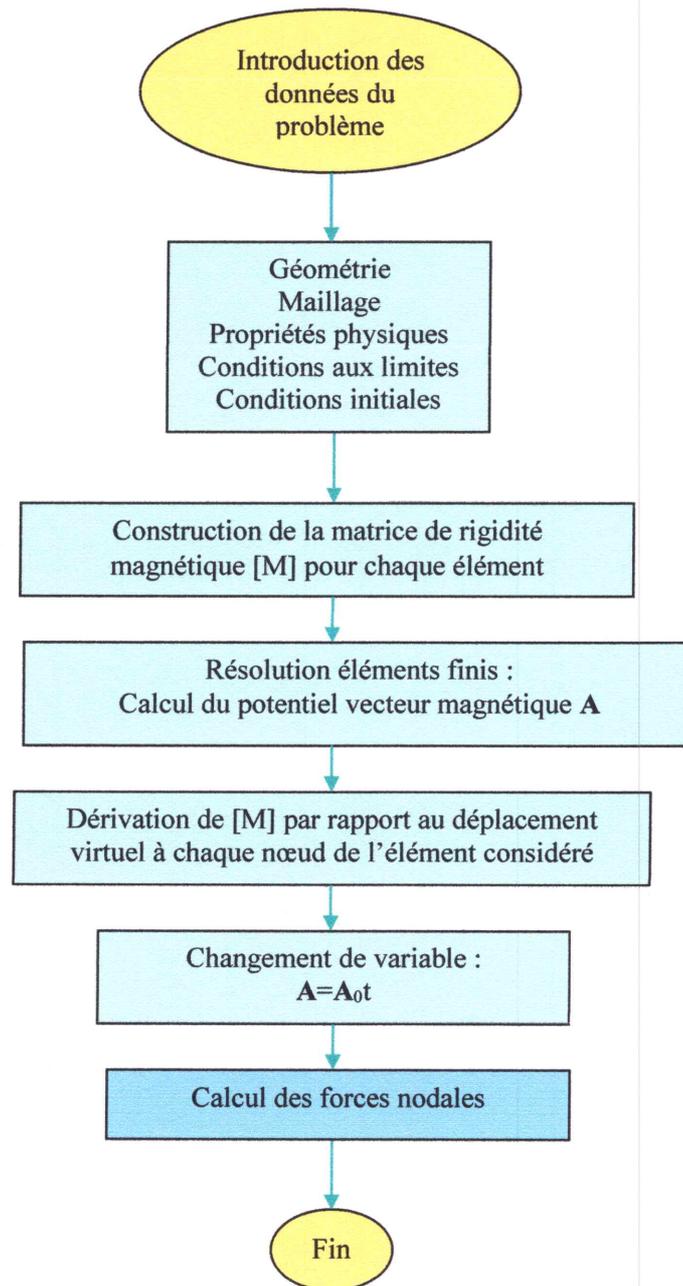


Figure II.4. Architecture globale de la méthode numérique développée

II.6. Conclusion

Dans ce chapitre on a donné un rappelle sur les lois générales de l'électromagnétisme basées sur les équations de Maxwell, les relations des milieux, et les hypothèses simplificatrices qui nous permettent de ramener le problème posé à un problème moins complexe. De plus, on a présenté les différentes méthodes de résolution d'un problème électromagnétique en précisant celle choisie pour cette étude. Aussi, on a donné un aperçu sur les forces magnétiques ainsi que sur les méthodes utilisées pour les calculer. Enfin, on a présenté l'organigramme récapitulant la procédure suivie pour déterminer la distribution du champ ainsi que celle des forces magnétiques dans chaque point du domaine d'étude.



Chapitre III
Démarches de la conception
des machines électriques

Chapitre III

Conception optimale en électrotechnique

III.1. Introduction

Les outils d'analyses par ordinateur des dispositifs électrotechniques de façon générale ne permettent que de déterminer les performances de ces dispositifs en partant d'une conception initiale ou d'une expérience, cela implique qu'un problème de dimensionnement qui utilise des outils de conception assistée par ordinateur doit être traité obligatoirement par un processus itératif. Dans ce contexte, on cherche généralement à établir une méthodologie de conception la plus efficace possible pour les machines électriques de façon générale. Ce chapitre a pour objectif de présenter les outils et les méthodologies utilisés pour la conception des machines électriques, ainsi que de formuler le problème de conception à un problème d'optimisation et présenté les différentes méthodes proposées pour la résolution de ce problème.

III.2. Méthodologie de conception d'un dispositif électromagnétique

III.2.1. Conception dans l'industrie

La conception consiste en la définition d'un dispositif ou d'un système (constitué de plusieurs objets) répondant à un critère ou un besoin défini en tant que objectif dans le cadre d'un cahier des charges bien déterminé. Celui-ci doit comprendre l'ensemble des exigences à réaliser sous forme de performances, de spécifications ou de contraintes techniques, économiques et d'encombrement, etc....

L'activité de conception, telle qu'elle est pratiquée dans l'industrie électrique, est consacrée pour 70% de son utilisation à la recopie de dispositifs existants et pour 30 % à des modifications, voire des créations [42]. Néanmoins, qu'il s'agisse d'un produit nouveau ou d'un dispositif existant à adapter, la conception passe par un certain nombre de méthodes indispensables pour mener ce travail à bien.

Si l'on suppose que le cahier des charges a été établi, il faut s'assurer du bien-fondé de ses résultats avant de passer à la conception, puis à la réalisation physique. On peut résumer ces aspects par le schéma donné par la figure III.1 [42].

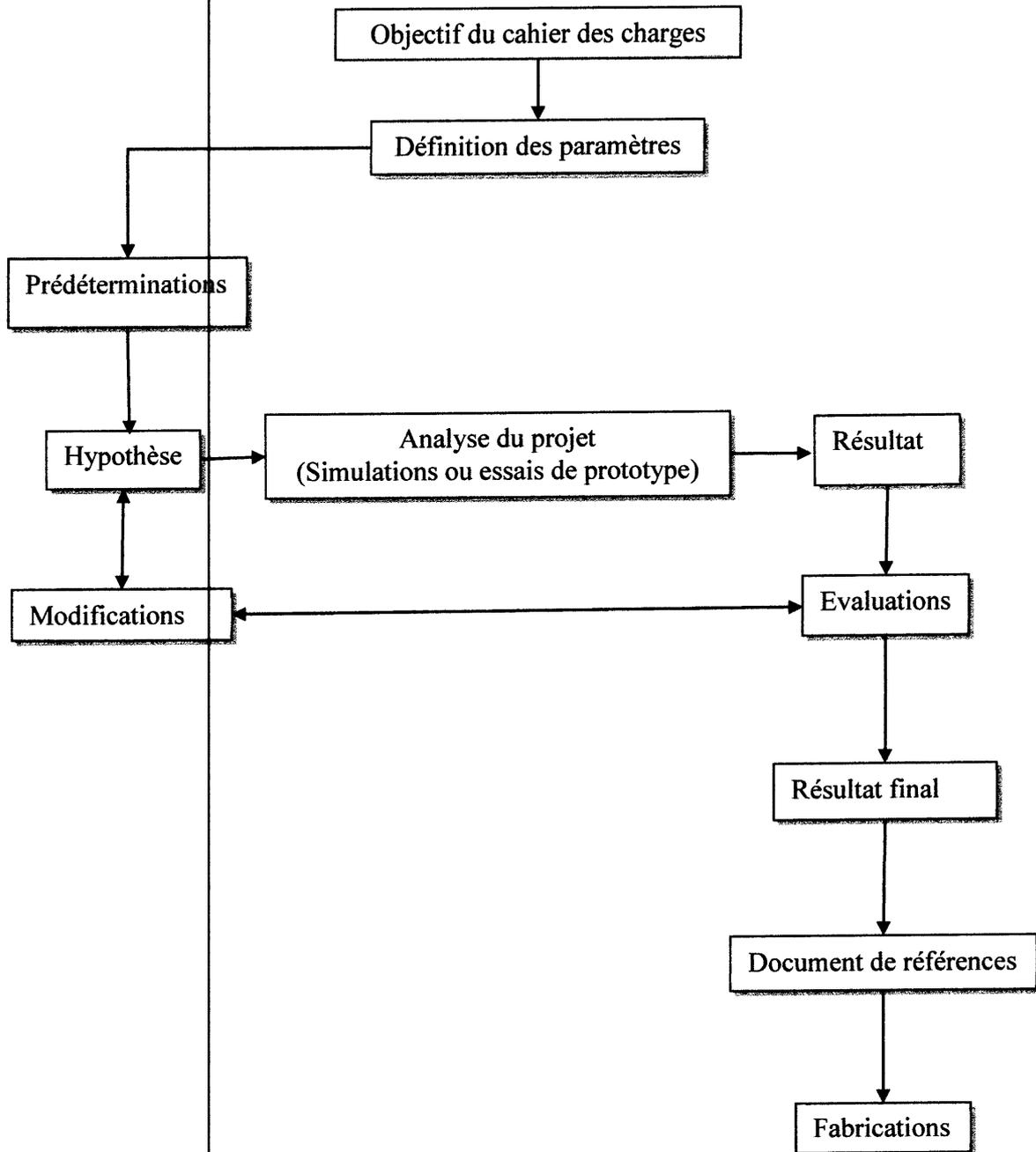


Figure III.1. Etapes et aspects de la conception dans l'industrie

III.2.2. Démarche de la conception optimale en électrotechnique

La démarche de la conception semble simple et séquentielle, à partir d'un cahier des charges clairement exprimé, le concepteur a la tâche de le traduire dans l'un des formalismes mathématiques que nous verrons dans la suite. Ensuite vient sa résolution au moyen d'un algorithme ou méthode d'optimisation. Pour chaque formulation, il existe une multitude d'algorithmes adaptés. Enfin, l'exploitation et l'analyse des résultats par le concepteur expert permettent de valider la solution optimale obtenue [43].

III.2.2.1. Analyse du cahier des charges

Cette phase impose une caractérisation rigoureuse du dispositif à optimiser. Elle consiste à définir de façon précise :

- le comportement et les performances souhaités (objectifs).
- les paramètres de conception qui permettront d'influencer les performances (variables de conception aussi appelées variables objets ou variables de projet).
- les éventuelles contraintes liées à la fabrication ou à l'utilisation du dispositif.

Cette phase est fondamentale dans le processus d'optimisation parce qu'elle conditionne les suivantes. Elle n'est pas facile à aborder car le choix des variables objets n'est jamais unique.

III.2.2.2. Mise en équations mathématiques

Cette phase consiste à traduire le problème de conception, décrit par le cahier des charges, à un problème mathématique équivalent. C'est l'étape la plus délicate du processus de conception car, là aussi, la formulation d'un problème n'est jamais unique, en particulier la définition des fonctions caractérisant les performances du système.

Elle consiste à définir de façon précise:

- La fonction objective.
- Les paramètres de conception.
- Les éventuelles contraintes liées à la fabrication ou à l'utilisation du dispositif et donc exprimées dans le cahier des charges.
- Les contraintes ajoutées par le concepteur.

III.2.2.3. Résolution du problème d'optimisation

La recherche de l'optimum d'un problème est réalisée à l'aide de méthodes d'optimisation mathématiques. Nous aborderons ce point plus en détail dans ce qui suit.

III.2.2.4. Exploitation de la solution

Une fois le problème résolu. Il est impératif d'évaluer la qualité de la solution et en cas d'échec de s'interroger sur les choix adoptés lors des différentes phases. Il faut aussi revenir sur les phases 1 et 2 car la résolution d'un problème mal formulé ne peut conduire qu'à une solution erronée, quelle que soit la technique de résolution employée [36].

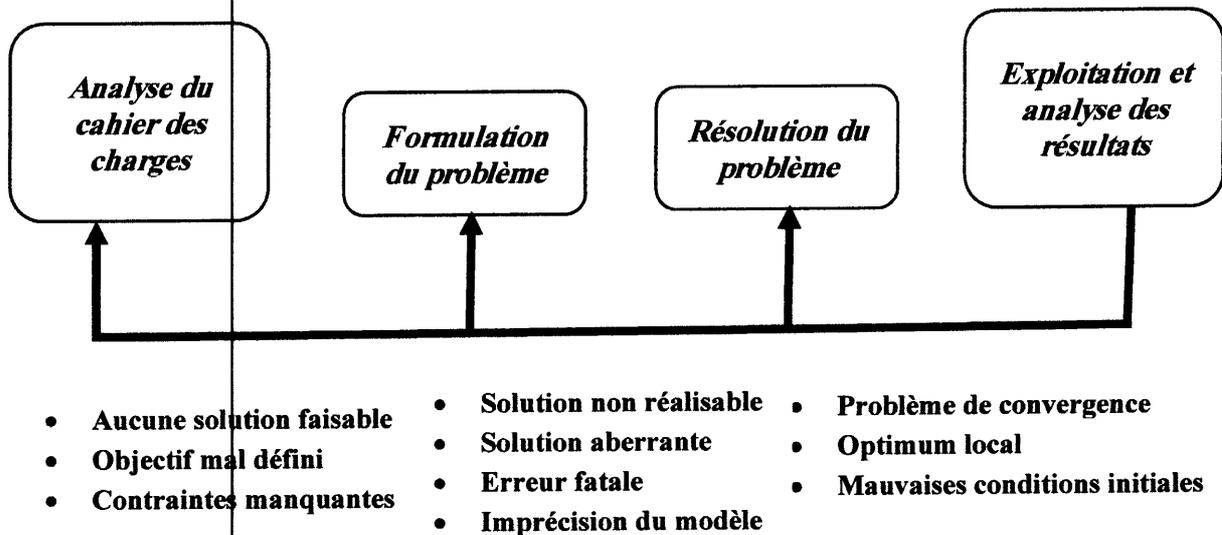


Figure III.2. Itérations possibles lors de la conception

En pratique, les choses ne sont pas aussi simples, lors de l'analyse des résultats, il apparaît bien souvent que la solution obtenue ne peut être retenue en raison de causes multiples. La figure (III.2) montre les itérations nécessaires pour obtenir une solution satisfaisante [43].

III.3. Formulation mathématique d'un problème d'optimisation

Tous les problèmes d'optimisation (identification, conception optimale,...) reposent souvent sur l'idée de transformer le problème d'optimisation en un problème de minimisation. Notons, que le problème d'optimisation est toujours intimement lié au travail de modélisation mathématique définissant le procédé global habituellement défini par [44] :

- Les équations continues reflétant le ou les problème(s) physique(s).
- Les caractéristiques des matériaux englobant les lois de comportements ainsi que les paramètres intrinsèques.
- La géométrie globale ainsi que les paramètres procédés.

Un problème d'optimisation de dimension n peut être écrit de façon générale sous la forme [45] :

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) \in R^n \\ g_i(x) < 0 & i = 1 \dots p \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, q \\ x_{k\min} \leq x_k \leq x_{k\max} & k = 1 \dots n \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où :

$f(x)$: est le critère à minimiser appelé aussi fonction objectif ou fonction de coût ;

x : est un vecteur à n variables x_k qui représentent les paramètres du problème à optimiser ;

$g_i(x)$ et $h_j(x)$: représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité ;

x_{kmin} et x_{kmax} : désignent les contraintes de domaine ;

R^n : est l'espace de recherche borné par les contraintes de domaine.

Dans le cas d'une fonction à maximiser, la fonction à minimiser correspondante est l'opposé de la fonction à maximiser ou l'inverse [46].

La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble de paramètres x^* pour lesquels la fonction objectif présente une valeur minimale, en respectant les contraintes d'égalité, d'inégalité et du domaine [44].

III.4. Méthodes d'optimisation

III.4.1. Cas d'un problème d'optimisation sans contraintes

Un problème d'optimisation est dit sans contraintes s'il ne contient pas de fonction contrainte, c'est-à-dire, si les fonctions $g_i(x)$ et $h_j(x)$ du problème (III. 1) ne sont pas définies, comme dans le cas du problème (III. 2) [46] :

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) \in R^n \\ x_{kmin} \leq x_k \leq x_{kmax} \quad 1 \leq k \leq n \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Une condition nécessaire pour que x^* soit minimum local d'un problème sans contraintes est donnée par l'équation (III. 3) [45] :

$$\begin{cases} H(x^*) \text{ non négatif} \\ \nabla f(x^*) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Où :

∇f : est le gradient de la fonction objectif

$H = \nabla^2 f$: est la matrice de dérivées secondes partielles de f , qualifiée de Hessien.

Une condition suffisante pour que x^* soit minimum local d'un problème sans contraintes est donnée par l'équation (III. 4) [45] :

$$\begin{cases} H(x^*) \text{ positive} \\ \nabla f(x^*) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Les conditions (III.3) et (III.4) sont uniquement valables pour des fonctions différentiables et ne s'appliquent pas à des points situés sur les frontières de l'espace de recherche.

Dans la pratique, nous classifions les problèmes d'optimisation sans contraintes selon la nature mathématique de la fonction objective. Celle-ci peut être unidimensionnelle ou multidimensionnelle, continue ou discontinue, linéaire ou non linéaire, convexe ou non convexe, différentiable ou non différentiable.

Selon les caractéristiques du problème d'optimisation sans contraintes, nous pouvons appliquer différentes méthodes de résolution pour identifier sa solution. Ces méthodes sont séparées en deux grands groupes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques [47].

III.4.1.1. Méthodes d'optimisation déterministes

Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème est toujours la même pour un même contexte initial donné, ne laissant aucune place au hasard. Ce sont en général des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ce sont souvent des méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ, qu'il soit local ou global.

Selon la dimension de la fonction objectif à optimiser, les méthodes déterministes peuvent être classifiées en unidimensionnelles ou multidimensionnelles [47].

➤ Méthodes déterministes unidimensionnelles

Les méthodes déterministes unidimensionnelles sont utilisées pour l'optimisation de fonctions à un seul paramètre. Ces méthodes, aussi appelées méthodes de Recherche Linéaire, sont normalement basées sur des techniques qui permettent de localiser le point minimal de la fonction à partir de réductions successives de l'intervalle de recherche.

Dans la littérature, nous trouvons différentes méthodes unidimensionnelles, parmi lesquelles nous trouvons la méthode de Dichotomie, la méthode de la Section Dorée, et la méthode de Brent. La plupart de ces méthodes ne supposent pas que la fonction à minimiser soit différentiable, ni même continue, mais seulement unimodale [47].

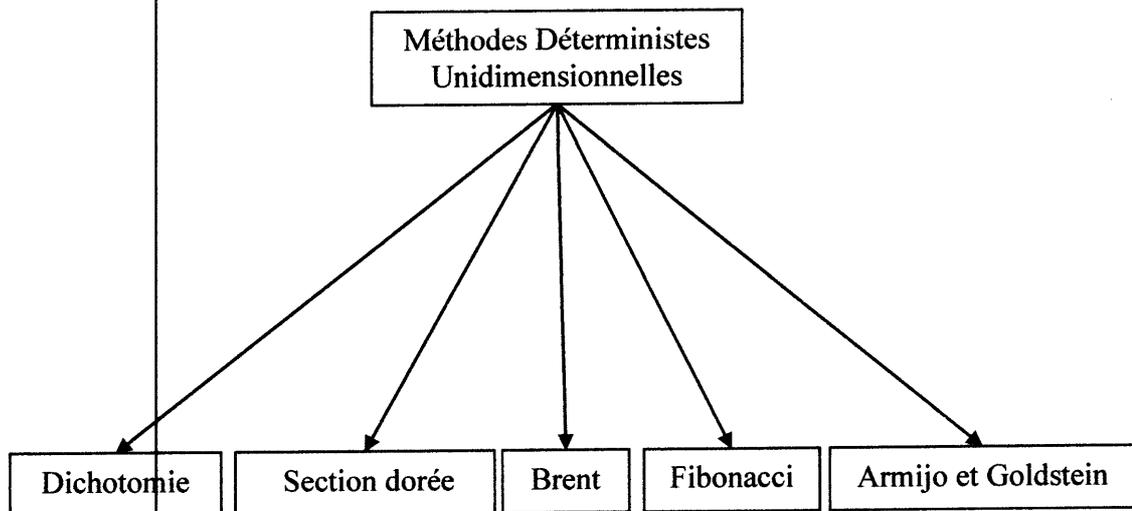


Figure III.3. Méthodes déterministes unidimensionnelles

➤ **Méthodes déterministes multidimensionnelles**

Les méthodes déterministes multidimensionnelles sont consacrées à l'optimisation de fonctions à un paramètre ou plus. Elles peuvent être classées selon l'utilisation de l'information des dérivées de la fonction objective par rapport aux paramètres X_k . Elles sont dites directes ou d'ordre 0 si elles n'utilisent que l'information de la valeur de la fonction elle-même. Dans le cas où elles nécessitent aussi le calcul du gradient de la fonction, elles sont dites indirectes ou d'ordre 1.

Les méthodes d'ordre 0 sont en général peu précises et convergent très lentement vers l'optimum. En revanche, elles offrent l'avantage de se passer du calcul du gradient, ce qui peut être intéressant lorsque la fonction n'est pas différentiable ou lorsque le calcul de son gradient représente un coût important.

Les méthodes d'ordre 1 permettent d'accélérer la localisation du point d'optimisation, une fois que le gradient donne l'information sur la direction de recherche de la solution. Par contre, elles sont applicables uniquement aux problèmes où la fonction est continûment différentiable.

Nous pouvons diviser les méthodes multidimensionnelles, qu'elles soient directes ou indirectes, en deux différents groupes : les méthodes analytiques ou de descente et les méthodes heuristiques ou géométriques [47].

La figure III.4 montre les méthodes multidimensionnelles les plus importantes avec leur ordre respectif de résolution.

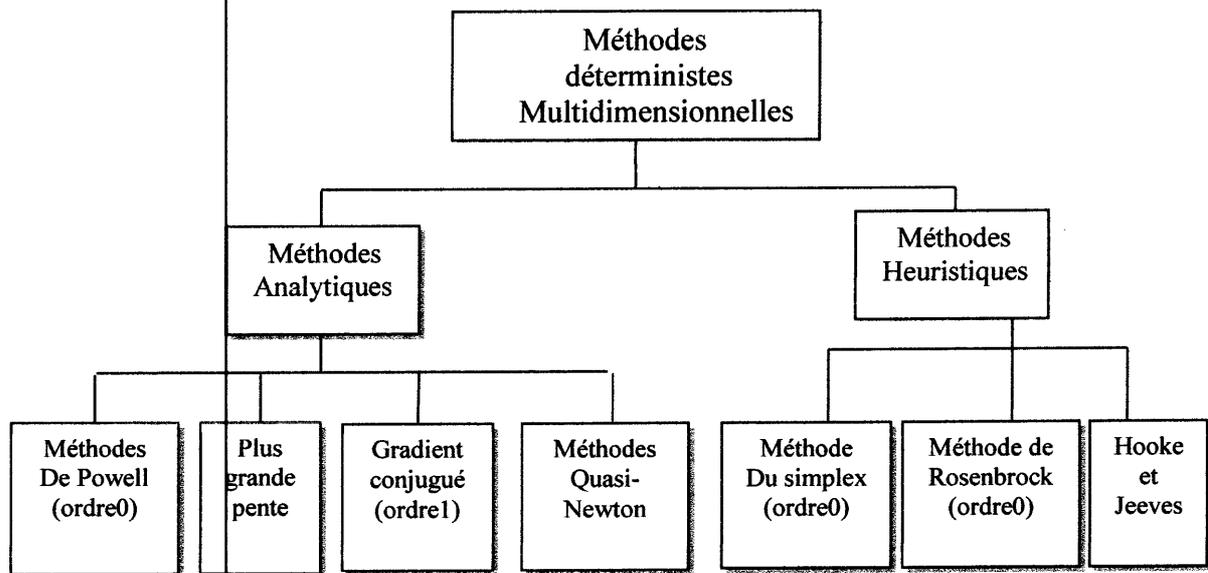


Figure III.4. Principales méthodes déterministes multidimensionnelles

Les méthodes analytiques se basent sur la connaissance d'une direction de recherche souvent donnée par le gradient de la fonction. La plupart de ces méthodes sont d'ordre 1 et exécutent des minimisations linéaires successives en faisant appel à des méthodes unidimensionnelles. Les exemples les plus significatifs de méthodes analytiques sont la méthode de la Plus Grande Pente, le Gradient Conjugué, la méthode de Powell et les méthodes Quasi-Newton.

Les méthodes heuristiques explorent l'espace par successifs en recherchant les directions les plus favorables. À l'opposé des méthodes analytiques, la plupart de ces méthodes sont d'ordre 0. Les implémentations de méthodes géométriques les plus souvent utilisées sont celles de la méthode du Simplex, la méthode de Rosenbrock et la méthode de variations locales de Hooke et Jeeves [48].

III.4.1.2. Méthodes d'optimisation Stochastiques

Les méthodes d'optimisation Stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes, peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation.

Ces méthodes ont une grande capacité de trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni de point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale.

Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations avant d'arriver à la solution du problème.

Parmi les méthodes Stochastiques les plus employées, nous distinguons le Recuit Simulé, la Recherche Tabou et les Méthodes Evolutionnistes. Ces dernières regroupent différents algorithmes basés sur le même principe d'exploration de l'espace de recherche, en utilisant un ensemble de solutions et pas seulement une solution unique. Comme représentantes des méthodes évolutionnistes, nous avons les Algorithmes Génétiques, les Stratégies d'Evolution, la Programmation Evolutionniste et la Programmation Génétique [47]. La figure (III.5) présente les méthodes stochastiques les plus utilisées.

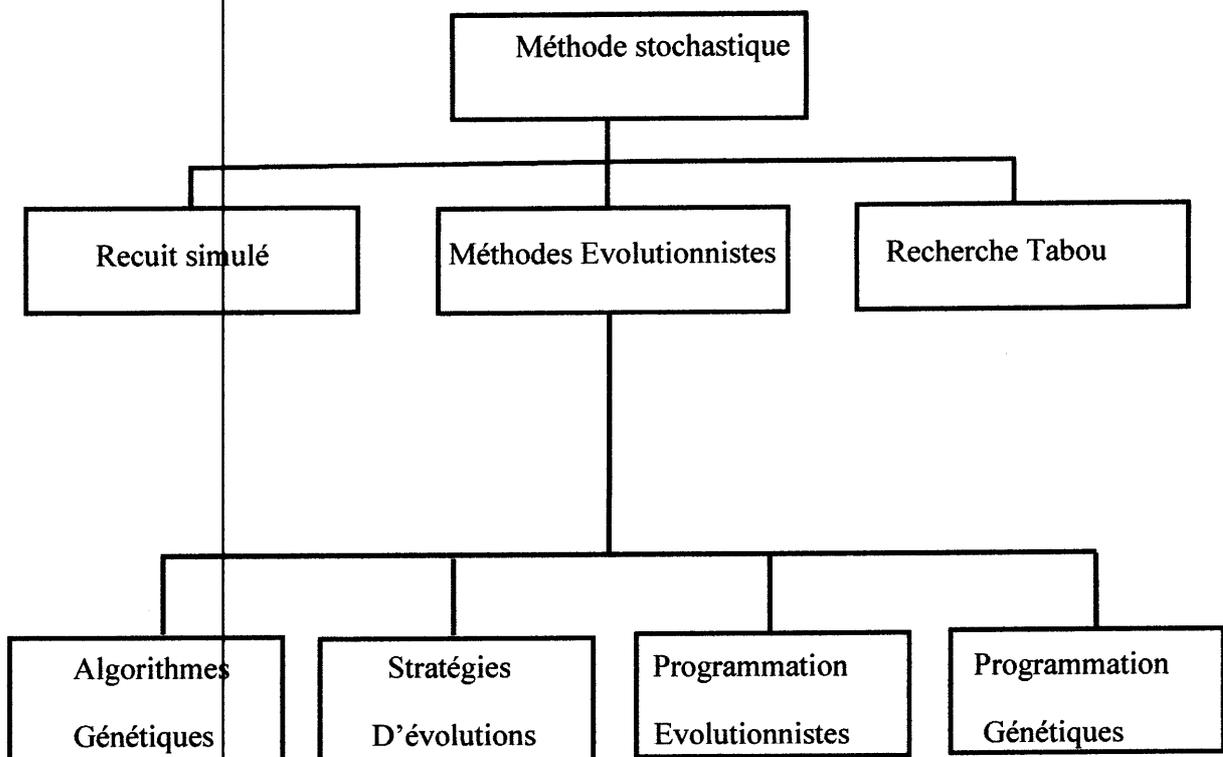


Figure III.5. Principales méthodes stochastiques

a. Principe de l'algorithme génétique

L'Algorithme Génétique (AG) fait partie d'une famille de méthodes stochastiques appelée méthodes évolutionnistes. Il repose sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle de Darwin qui dit que les individus d'une population les mieux adaptés à leur environnement ont une plus grande probabilité de survivre et de se reproduire de génération en génération, en donnant des descendants encore mieux adaptés [46].

L'algorithme génétique n'a besoin d'aucune connaissance du système à optimiser et il peut progresser à partir d'individus initiaux moyens. De plus, il est robuste et présente un bon compromis entre l'exploration de l'espace de recherche et l'exploitation des meilleures solutions.

Il est basé sur une méthode de recherche qui favorise les solutions minimisant la fonction d'évaluation. La recherche de la solution optimale se fait en parallèle sur l'ensemble de la population. Cette particularité permet à l'algorithme d'examiner un large éventail de solutions dans l'espace de recherche, ce qui n'est pas le cas des méthodes déterministes. Les chances de converger vers un minimum local sont donc réduites alors que les perspectives de trouver le minimum global sont très grandes. Cependant on ne peut en aucun cas être certain que l'AG a trouvé le minimum global [48].

❖ Définitions

L'environnement ou l'espace de recherche définit l'ensemble des configurations possibles des paramètres de la fonction à optimiser. Un individu représente un point de cet espace et une configuration possible des paramètres. La population désigne un groupe d'individus. On qualifie souvent la fonction à optimiser de fonction d'adaptation. Elle mesure la performance (capacité d'adaptation à l'environnement) des individus dans leur environnement.

Chaque individu est caractérisé par son chromosome. C'est une chaîne de gènes qui contient les caractéristiques génétiques d'un individu et code les paramètres de sa fonction d'adaptation. Le gène est la partie élémentaire du chromosome. Si le chromosome est codé en binaire, un gène sera symbolisé par un bit [49]. Ces définitions sont illustrées aux figures (III.6) et (III.7).

❖ Notations

Dans la suite, $P^t = (a_1^t, a_2^t, \dots, a_N^t) \in I^N$ désignera la population à la génération t , N le nombre total d'individus (soit la taille de la population) et I l'espace de recherche.

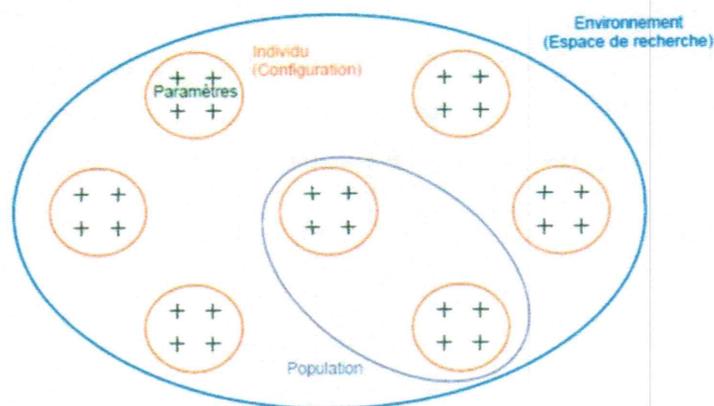


Figure III.6. Définitions de l'environnement, de l'individu et de la population

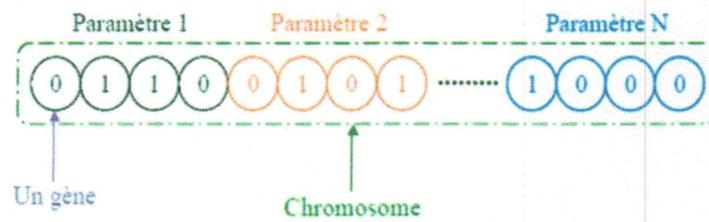


Figure III.7. Un individu caractérisé par un chromosome codé en binaire

Un chromosome est constitué par un ensemble de gènes et décrit complètement un individu. L'ensemble des individus est appelé population. On aboutit ainsi à une structure présentant quatre niveaux d'organisation (Figure III.8) [50].

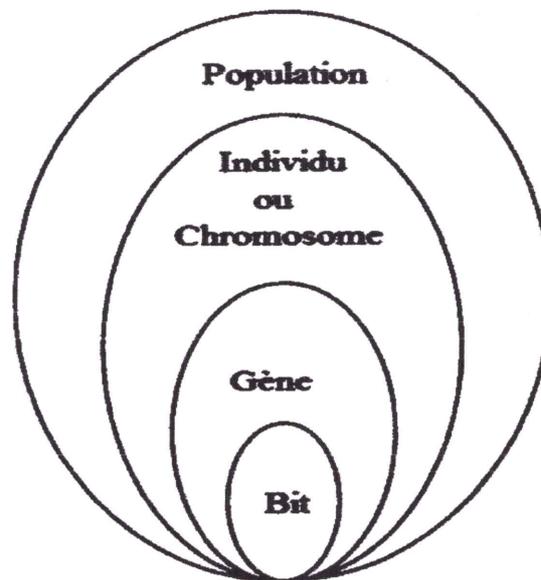


Figure III.8 : Les quatre niveaux d'organisation des AG

Nous supposons dans ce qui suit que les individus sont classés par ordre décroissant de performance, a_1^t étant le meilleur individu de la population p^t [49].

❖ Structure de l'AG

L'algorithme génétique est basé sur quatre éléments principaux qui sont : l'évaluation, la sélection, le croisement et la mutation.

Après l'initialisation aléatoire de la première population d'individus qui définit la première génération, on répète successivement les étapes [48] :

- Initialisation:

Les N_p paramètres (gènes) sont initialisés au hasard en respectant les contraintes du problème pour les N individus. Après l'initialisation aléatoire de la première population d'individus qui définit la première génération, on répète successivement les étapes suivantes :

- Sélection:

Il existe plusieurs façons de sélectionner les individus. La sélection par roue de la fortune est la plus utilisée puisque elle maintienne la diversité des gènes. Plus l'individu est adapté et plus il a de chance de se reproduire. Les individus sont placés en segments contigus sur une ligne, la taille de chaque segment correspond à sa fonction d'adaptation. Un nombre aléatoire est tiré et l'individu qui inclut ce nombre dans ses bornes est sélectionné. La roue de la fortune est lancée jusqu'à ce que N individus soient sélectionnés [48].

- Reproduction:

Pendant la phase de reproduction, les individus sont sélectionnés et les structures de leurs chromosomes sont modifiées pour construire les nouveaux individus de la génération suivante. Pour cela il y a différents opérateurs génétiques et différentes stratégies avec des objectifs propres [50].

Les opérations de recombinaison génétique permettent de créer de nouveaux individus à partir des parents sélectionnés dans l'étape de sélection. Elles garantissent la diversification des individus dans la population au cours des générations [49]. La recombinaison génétique, notée R_g , modifie la population comme suit :

$$P''' = R_g(P'') = (a_1''^t, a_2''^t, \dots, a_N''^t) \quad (\text{III.5})$$

Les deux principaux opérateurs sont le croisement et la mutation. Le croisement réalise une opération qui nécessite deux parents. La mutation est une opération utilisée pour introduire une faible variation dans la solution ou changer la direction de recherche.

- Le croisement:

Le croisement est un processus aléatoire de probabilité appliqué séquentiellement à des couples de parents pris au hasard dans la population. Il consiste à échanger une partie du matériel génétique des parents pour former deux nouveaux individus (enfants).

Les parents après croisement peuvent être retirés de la population de reproducteurs (croisement sans remplacement) ou bien être gardés pour avoir une nouvelle chance de se reproduire (croisement avec remplacement). C'est la première solution qui est généralement adoptée [51].

Il existe différents principes de croisement, dont on citera les deux plus classiques :

• **Croisement en un point:**

Considérons deux chaînes binaires de longueur l qui représentent les chromosomes de deux parents reproducteurs. Lorsque le croisement a lieu, un site de croisement est choisi entre les positions l et $l-1$ du chromosome. Le mécanisme de croisement consiste alors à échanger les gènes de chaque parent entre le site sélectionné et la position finale l des deux chaînes, comme le montre la figure III.9.

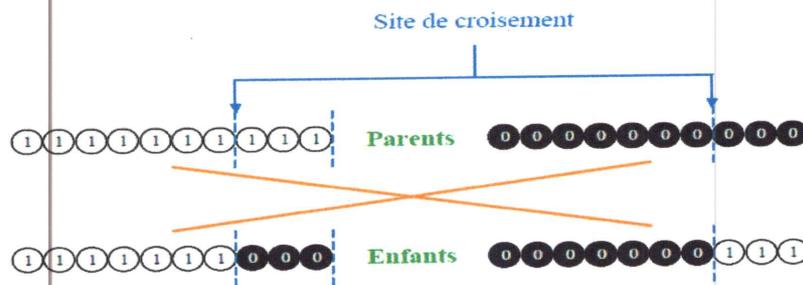


Figure.III.9. Principe du croisement en un point

• **Croisement en deux points:**

Les deux points de croisements sont également choisis au hasard puis, les séquences des chromosomes situées entre les deux points sont échangées. Elle est généralement considérée comme plus efficace que le précédent, comme le montre la figure (III.10) [52].

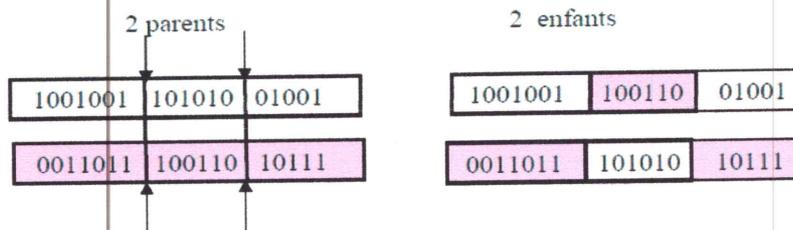


Figure III.10. Principe du croisement en deux points

- **La mutation :**

La mutation est une altération aléatoire d'un gène d'un individu. L'opérateur de mutation consiste à complémenter la valeur d'un bit du chromosome avec une probabilité P_m (Figure III.11). Le processus est exécuté bit à bit.

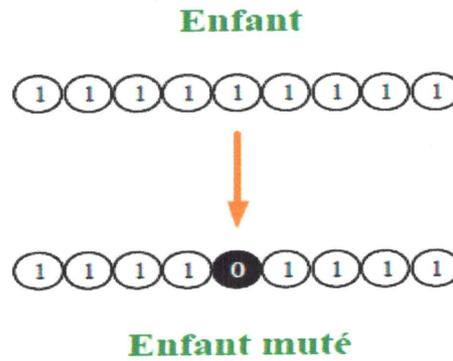


Figure III.11. Principe de la mutation

La combinaison de la sélection et du croisement est normalement nécessaire pour assurer l'évolution de la population et la convergence de l'algorithme vers l'optimum. Mais, il arrive parfois que des informations essentielles contenues dans les gènes des individus disparaissent au cours des générations. Le rôle principal de la mutation est de protéger les individus contre cette perte définitive de matériel génétique [51].

- Sélection des individus d'une nouvelle génération :

A la suite de la recombinaison génétique, la population compte $2N$ individus (N parents et N enfants). Il faut donc éliminer N individus pour constituer la génération suivante. C'est le rôle de la sélection finale S_f qui agit sur les populations de parents et d'enfants d'une génération pour créer la nouvelle génération [49] :

$$P^{t+1} = S_f(P^t, P^t) = (a_1^{t+1}, a_2^{t+1}, \dots \dots a_N^{t+1}) \quad (\text{III.6})$$

Pour effectuer cette sélection entre parents et enfants, plusieurs stratégies sont possibles.

- Evaluation :

La fonction d'évaluation est appliquée à chaque individu. On notera que le temps d'évaluation peut profondément varier selon le modèle utilisé. Pour une fonction analytique simple le temps est de l'ordre de la milliseconde alors que pour une modélisation par éléments finis ce temps est de l'ordre de la dizaine de seconde.

Un critère de convergence peut arrêter la recherche si la meilleure solution ne s'améliore pas pendant un certain nombre de générations.

III.4.2. Cas d'un problème d'optimisation contraint

Un problème d'optimisation est dit contraint s'il contient au moins une fonction contrainte $g_i(x)$ ou $h_j(x)$ dans sa description, comme dans le cas du problème de l'équation (III.7) [46].

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Min } f(x) \in \mathbb{R}^n & \\ g_i(x) < 0 & 1 \leq i \leq p \\ h_j(x) = 0 & 1 \leq j \leq q \\ x_{kmin} \leq x_k \leq x_{kmax} & 1 \leq k \leq n \end{array} \right. \quad (\text{III.7})$$

L'existence de fonctions contraintes dans un problème d'optimisation demande une attention spéciale à la résolution du problème, car une solution qui minimise la fonction objectif ne sera valable que dans le cas où elle respecte aussi les contraintes existantes [47].

La solution d'un problème contraint peut être obtenue à partir de l'application de méthodes que nous classifions en deux grands groupes: les méthodes de Transformation et les méthodes Directes [47].

III.4.2.1. Méthodes de transformation

Les méthodes de transformation ou indirectes représentent une famille de méthodes qui transforment le problème original avec contraintes en un sous-problème équivalent sans contraintes, en introduisant les contraintes de conception dans la fonction objectif que nous cherchons à optimiser [47].

Une fois que le problème équivalent est créé, un algorithme classique d'optimisation sans contraintes (Gradient Conjugué, Quasi-Newton, ...) est appliqué sur lui de façon à trouver une solution qui sera utilisée pour l'actualiser. Ce processus se répète de façon itérative jusqu'au moment où le critère de convergence est vérifié [47].

La figure III.12 présente les méthodes de transformation les plus utilisées.

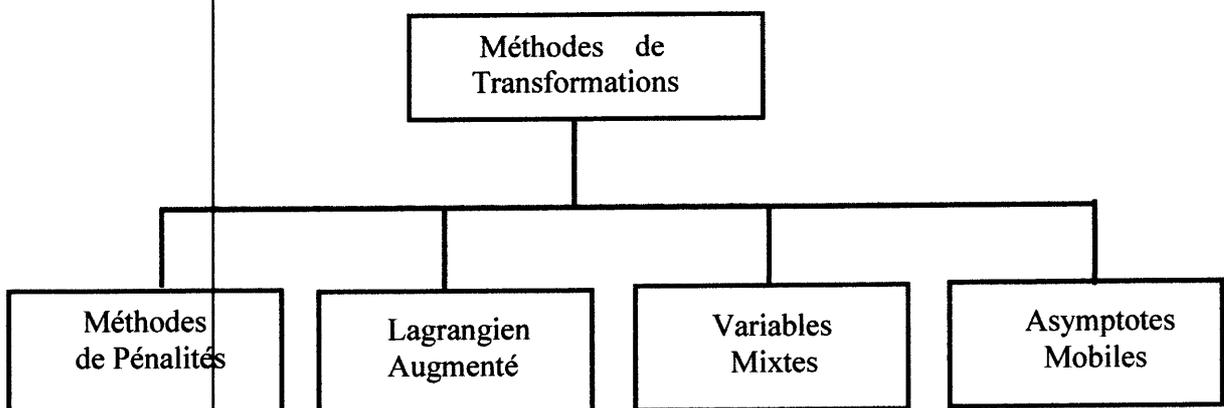


Figure III.12. Principales méthodes de transformation

III.4.2.2. Méthodes directes

Les Méthodes Directes ou Primitives sont des méthodes qui travaillent directement avec le problème contraint original. Ces méthodes sont capables de trouver une solution soit à partir d'une suite de minimisations unidirectionnelles, soit en remplaçant le problème original par une suite de sous-problèmes approché.

Il existe plusieurs méthodes directes, parmi lesquelles nous remarquons la Programmation Quadratique Réursive, la méthode de l'Ellipsoïde, la méthode des Directions Admissibles, la méthode du Gradient Réduit et la méthode du Gradient Projeté [47].

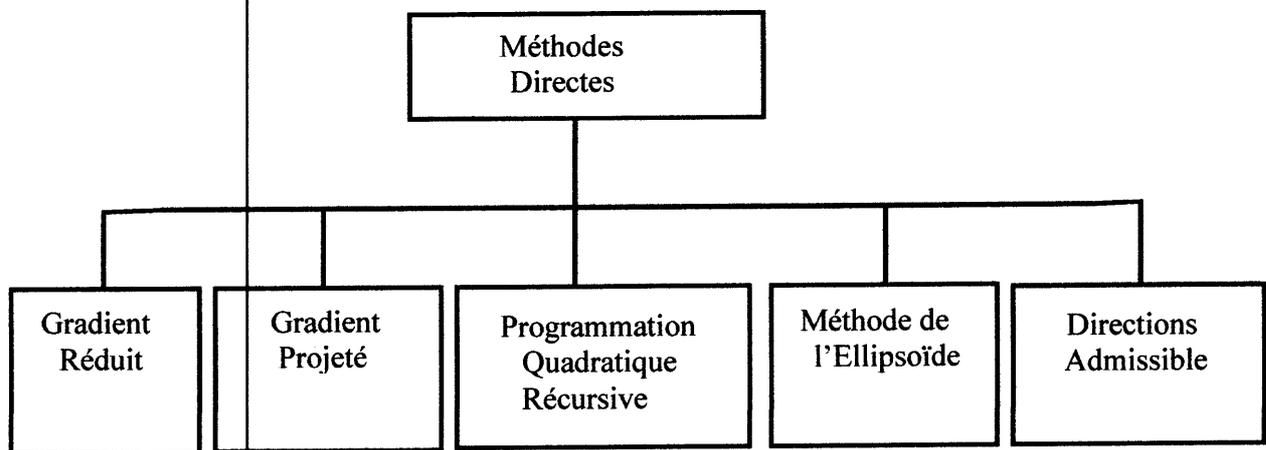


Figure III.13. Principales méthodes directes

III.4.2.3. Méthodes de pénalités

L'intérêt de ces méthodes est la simplicité de leurs principes et leurs relatives efficacités pratiques [53] [54] [55]. Le concept de base est de transformer la résolution du problème (III.7) sous contraintes en une suite de résolutions de problèmes sans contrainte (III.2) en associant à l'objectif une pénalité dès qu'une contrainte est violée.

La fonction objectif $f(x)$ du problème (III.7) est alors remplacée par la fonction suivante à minimiser [44] :

$$\varphi(x, r) = f(x) + r \cdot h(x) \quad (\text{III. 8})$$

Où :

$h(x)$: est la fonction pénalité, continue, dépendant des contraintes $g(x)$.

r : est un coefficient de pénalité, toujours positif.

La fonction de pénalité est de telle façon que la possibilité de réalisation soit garantie dans les processus de recherche choisie de l'optimum. Cette caractéristique est très importante pour éviter un arrêt prématuré de l'algorithme d'optimisation.

Suivant les types de contraintes et le type de fonction $h(x)$ on distingue la méthode des pénalités intérieures et la méthode des pénalités extérieures [56] [57].

III.5. Choix de la méthode d'optimisation

Le choix de la méthode à utiliser reste toutefois lié au problème à optimiser. Ainsi, le nombre de paramètres existants, la présence ou non de fonctions contraintes, la connaissance du gradient de la fonction et surtout le temps de calcul nécessaire pour faire une évaluation de la fonction objectif sont des facteurs importants à considérer avant de choisir une méthode d'optimisation [47]. Dans cette étude, on a choisi d'utiliser la méthode des algorithmes génétiques. La figure ci-dessous présente le processus d'optimisation proposé.

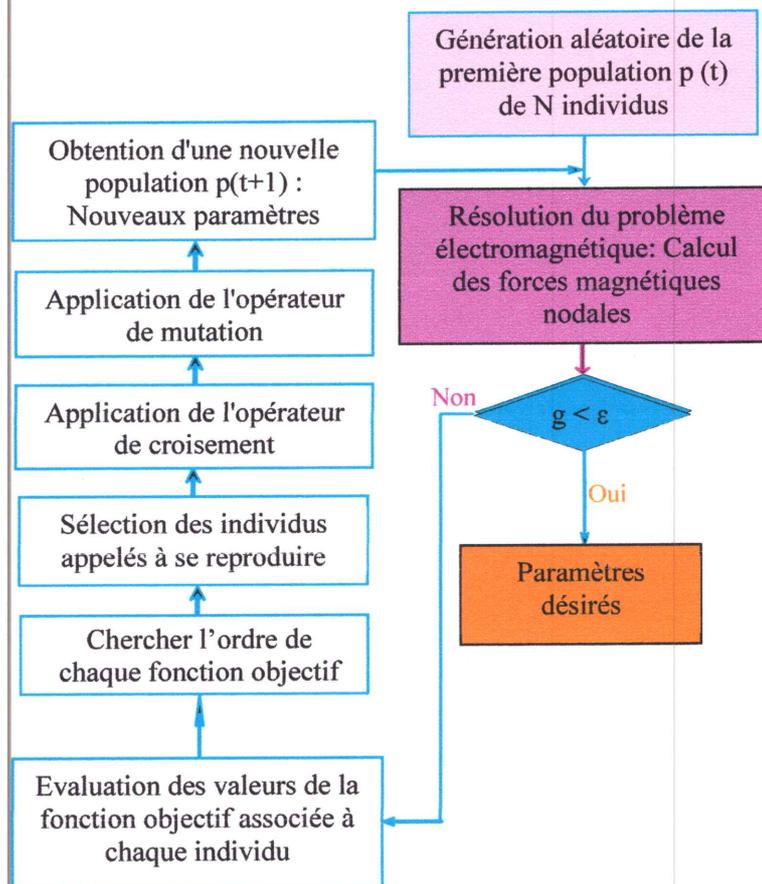


Figure III.14. Processus d'optimisation proposé

III.6. Conclusion

Ce chapitre, présente la démarche à suivre lors de la conception optimale d'un dispositif électrotechnique. Donc, on a vu qu'une analyse du cahier de charge est nécessaire pour pouvoir traduire le problème de conception, à un problème mathématique équivalent. La résolution de ce problème nécessite des méthodes d'optimisation. Ces différentes méthodes ont été présentées en détail dans ce chapitre.

Chapitre IV
Exploitation de la procédure
développée en vue d'une
conception optimale d'une
MSAPI a flux radial

Chapitre IV

Exploitation de la procédure développée en vue d'une conception optimale d'une MSAP à flux radial

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons appliquer la méthode des éléments finis pour résoudre l'EDP en potentiel vecteur magnétique caractérisant le comportement électromagnétique d'une machine synchrone à aimants permanents insérés.

A partir de la connaissance des valeurs de ce potentiel aux nœuds du maillage, nous pouvons déduire les autres grandeurs électromagnétiques nécessaires pour calculer l'induction magnétique, les forces électromagnétiques exercées au rotor et au stator et donc le couple électromagnétique.

Dans le but de trouver les caractéristiques géométriques optimales de la machine, capables de minimiser la force globale exercée sur le stator, nous allons coupler le programme d'analyse par éléments finis avec une méthode d'optimisation stochastique basée sur l'algorithme génétique du logiciel MATLAB.

IV.2. Présentation de la machine étudiée

La machine étudiée est une machine à aimants permanents. Sa configuration géométrique est présentée dans la figure IV.1 et ses caractéristiques principales sont données par le Tableau IV.1.

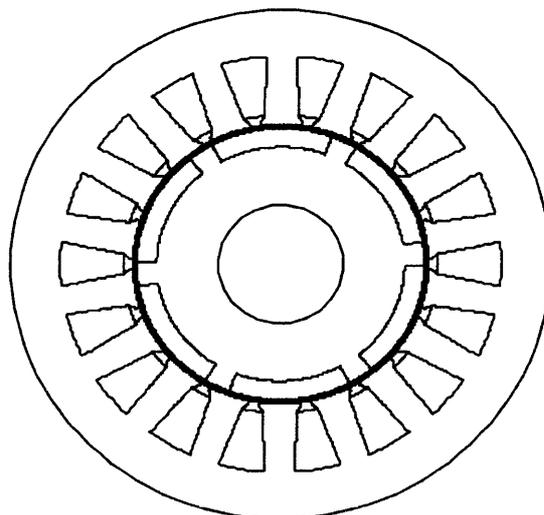


Figure IV.1. Configuration géométrique de la MSAP étudiée

Tableau IV.1. Caractéristiques de la machine étudiée

Nombre de phases	3
Nombre de paires de pôles	3
Diamètre intérieur du stator (mm)	44.7
Longueur active de la machine (mm)	160
Nombre d'encoches statoriques	18
Nombre d'aimants	6
Type de couplage	Etoile
Courant nominal (A)	5.3

La figure ci-dessous montre les différentes régions constituant cette machine. Les aimants sont insérés dans le rotor.

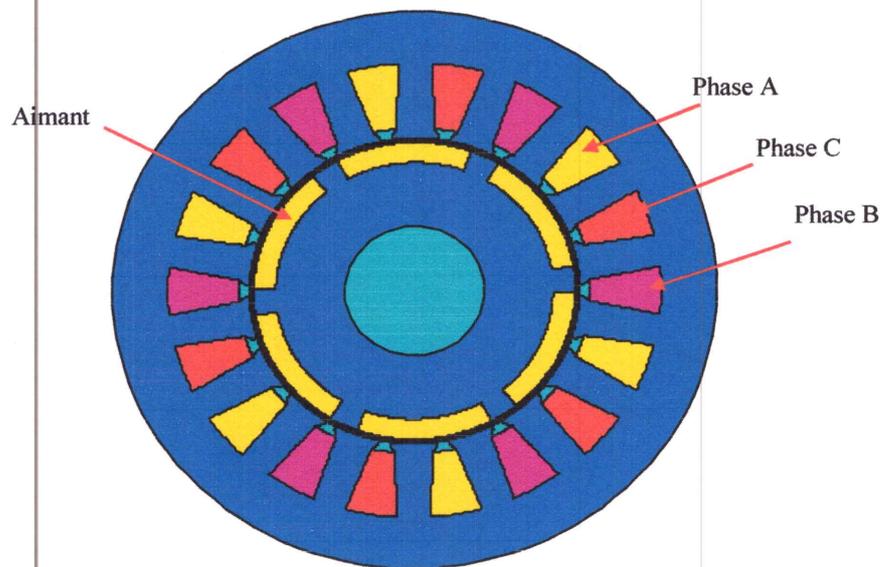


Figure IV.2. Différentes régions constituant la machine synchrone à aimants inséré

Cette machine se compose de six régions fondamentales :

La région(I) : l'entrefer.

La région(II) : les aimants permanents

La région(III) : le noyau polaire.

La région(IV) : les encoches statoriques

La région(V) : la culasse statorique.

La région(VI) : l'arbre.

IV.3. Modélisation de la MSAP par calcul du champ électromagnétique

Dans une machine électrique tournante, le domaine de résolution considéré dans le cas d'une étude bidimensionnelle, correspond à la section transversale de cette machine. Ceci est valable, en supposant que cette dernière est suffisamment longue, ce qui nous permet de ramener l'étude au plan xoy . Nous imposons une condition aux limites de type Dirichlet: $A=0$ sur la surface externe de la machine.

L'équation électromagnétique, en terme du potentiel vecteur magnétique A à résoudre, peut être écrite en magnétodynamique sous cette forme :

$$\overrightarrow{Rot}(v\overrightarrow{Rot}\vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_S + \overrightarrow{Rot}(v\overrightarrow{B}_r) \quad (IV.1)$$

Où :

\vec{A} : composante suivant z du potentiel vecteur magnétique,

\vec{J}_S : densité de courant imposé,

\overrightarrow{B}_r : induction rémanente,

σ, v : conductivité électrique et perméabilité magnétique respectivement.

IV.3.1. Caractéristiques physiques de la machines étudiée

❖ **Partie rotorique** : cette partie est constituée de :

✚ Matériaux ferromagnétiques doux supposés linéaires et ayant une perméabilité relative $\mu_r=1000$.

✚ Aimants permanents de types terres rares NdFeB caractérisé par :

$B_r=1.1$ [T], induction rémanente, avec une aimantation radiale.

$\mu_r=1$, perméabilité relative.

❖ **Partie statorique**: cette partie est constituée de :

✚ Matériaux ferromagnétiques doux supposés linéaires et ayant une perméabilité relative $\mu_r=1000$.

✚ Bobinage parcouru par une densité de courant supposée uniformément répartie dans la section des conducteurs dont la valeur est $J_S= 1.2541 \cdot 10^5$ [A/mm²].

IV.3.2. Modélisation en régime harmonique

Une étude en régime harmonique a été effectuée pour le cas du fonctionnement A vide du moteur, pour une fréquence $f=50$ HZ. Les Tôles ferromagnétiques du stator ainsi que celles du rotor sont supposées linéaires. Le courant de phase I (efficace)= $3.5 \cdot \sqrt{2}$ A, et la résistance d'une

phase $R_{phase}=0.5\Omega$. Le maillage éléments finis adopté à cette étude est présenté dans la figure ci-dessous.

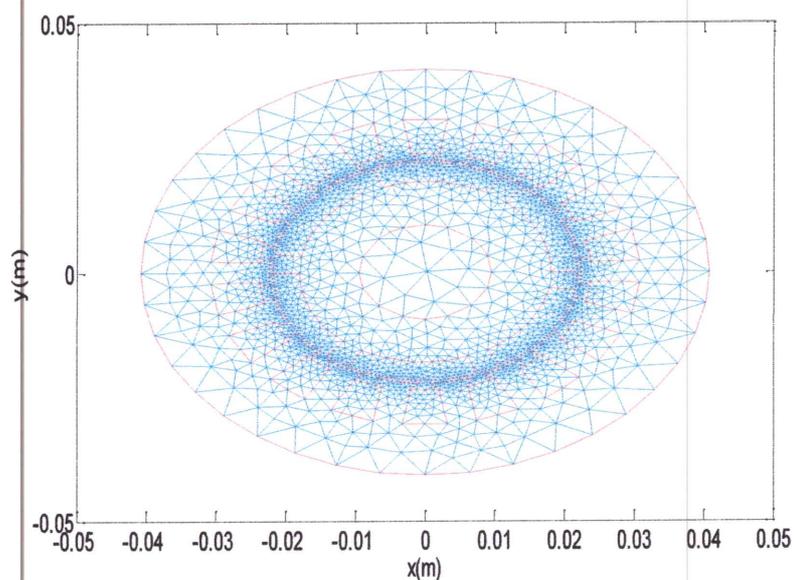


Figure IV.3. Maillage éléments finis adopté à cette étude

Les éléments constituant ce maillage sont des éléments triangulaires de premier ordre. Ce maillage est constitué de $N= 5161$ nœud et de $NE= 10280$ éléments.

La figure (IV.4), présente les lignes équipotentiels du potentiel vecteur magnétique. Ces lignes ont une distribution radiale dans l'entrefer de la machine et elles ont tendance de passer par les chemins les plus faciles (parties ferromagnétiques).

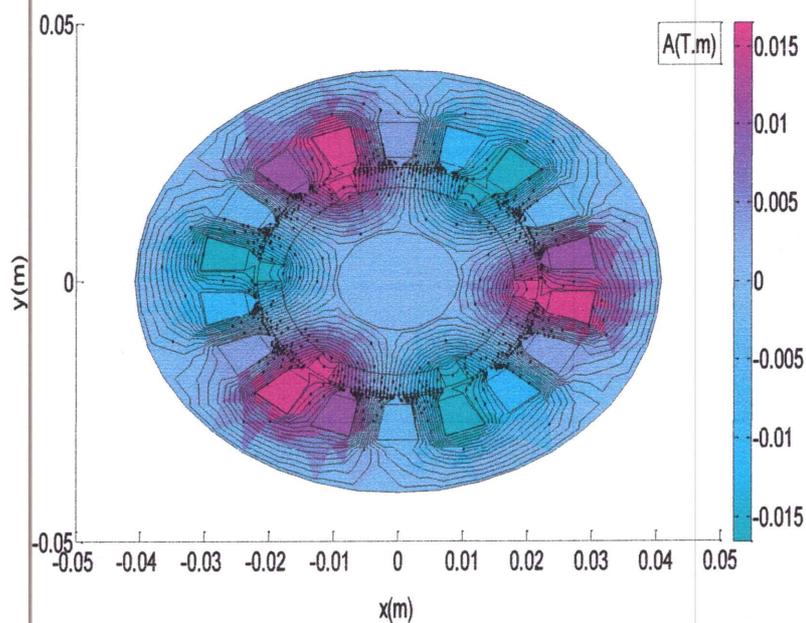


Figure IV.4. Lignes équipotentiels du potentiel vecteur magnétique

IV.3.3. Détermination de la distribution des forces magnétiques

La solution en potentiel vecteur magnétique A est obtenue dans chaque nœud du maillage éléments finis du domaine d'étude. Donc, on peut déterminer la distribution des forces magnétiques en calculant leurs valeurs nodales à partir des valeurs nodales du potentiel vecteur magnétique.

La méthode des travaux virtuels a été utilisée pour le calcul des forces magnétiques. Ces forces sont déterminées en résolvant l'équation ci-dessous :

$$F = - \int_0^A A^T \frac{\partial [M]}{\partial s} dA \quad (IV.2)$$

Avec s c'est le déplacement virtuel et $[M]$ c'est la matrice de rigidité magnétique.

Les figures ci-dessous présentent la distribution des forces magnétiques dans le stator. Ces forces magnétiques sont plus importantes, aux endroits où les lignes du champ sont plus concentrées. De plus, elles ont une distribution non uniforme, le long du contour passant par les dents, en raison de la présence des encoches (figure IV.5).

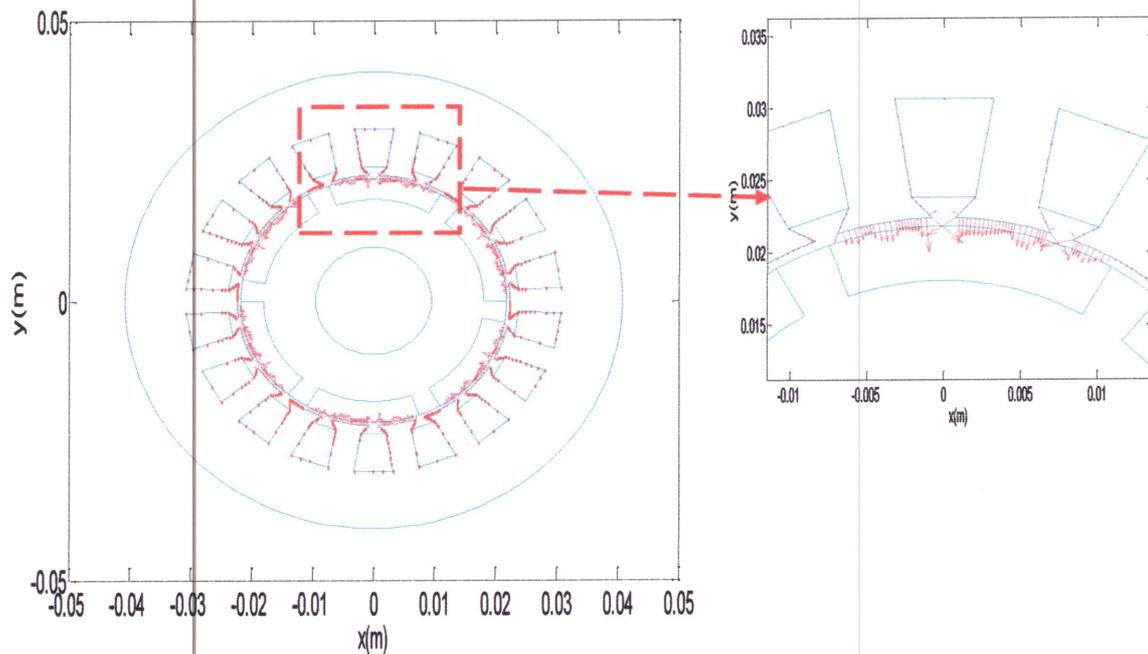


Figure IV.5. Distribution des forces magnétiques dans le stator

Comme les forces magnétiques exercées sur le stator ont une distribution non uniforme, on a intérêt de les réduire dans le but de réduire leurs conséquences (vibrations...). Dans ce but, on a élaboré un code de calcul basé sur la méthode des algorithmes génétiques et qui cherche à trouver

les paramètres géométriques optimaux de la machines donnant une force globale minimale au stator.

IV.4. Développement d'un outil d'optimisation de forme

Un processus d'optimisation utilisant une analyse numérique du système étudié demande un traitement particulier, car l'évaluation de la fonction objective à chaque itération du processus nécessite au moins une analyse numérique provenant d'une routine externe à l'outil d'optimisation.

L'organisation d'un outil d'optimisation lié à une modélisation numérique des systèmes électrotechniques est faite de manière que l'échange d'informations et des résultats entre les deux modules soit possible [57].

L'organigramme de la figure IV.6 montre l'architecture générale d'un outil d'optimisation associé à une modélisation numérique par éléments finis du système à optimiser.

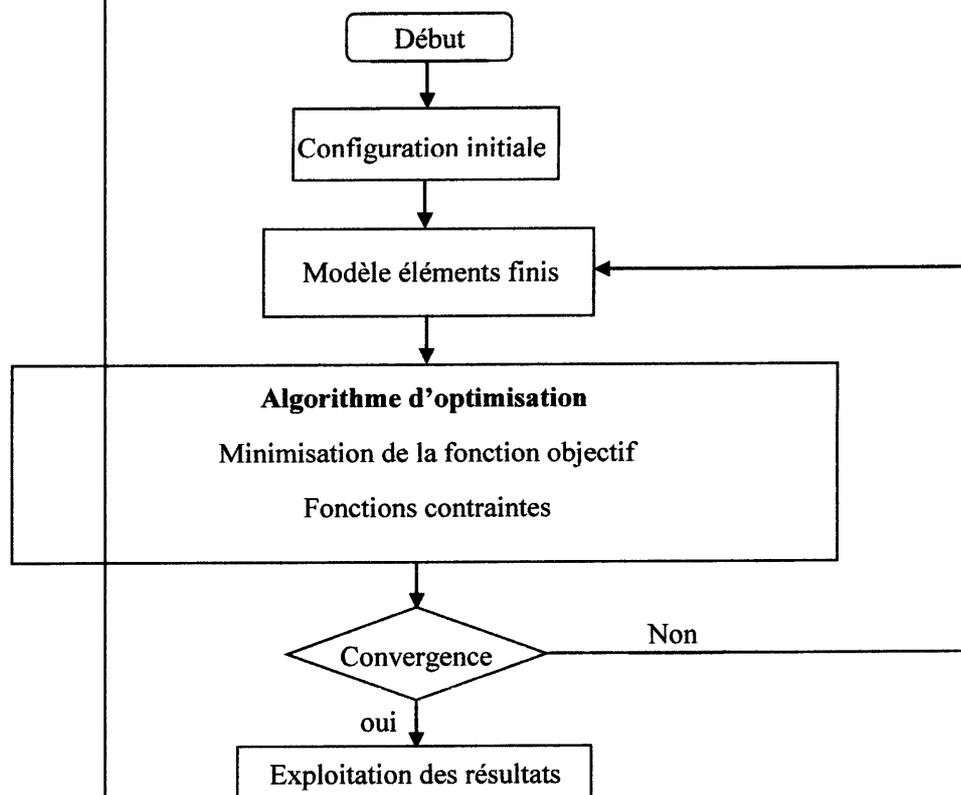


Figure IV.6. Organigramme général du processus d'optimisation de forme

MATLAB est un logiciel interactif et convivial de calcul numérique et de visualisation graphique. Il possède un langage de programmation à la fois puissant et simple à utiliser. De plus, il permet de bénéficier de plusieurs boîtes à outil adaptées à différents types de problèmes, et plus

particulièrement une boîte à outils « Optimization ». Celle-ci propose un certain nombre de routines d'optimisation non linéaires qui sont construites pour des scalaires, des vecteurs et des matrices.

La boîte à outils MATLAB fournit les implémentations de différents algorithmes d'optimisation, en particulier les méthodes basées sur le calcul de la fonction objectif et celles basées sur l'estimation du gradient. Concernant les méthodes stochastiques présentées dans le chapitre III, seul l'algorithme génétique est proposé dans la boîte à outils « Optimization » de MATLAB. Cet algorithme est codé par la fonction « ga » qui permet de trouver le minimum des fonctions non linéaires avec et sans contraintes. Dans cette étude, c'est cette fonction qu'on a utilisé.

IV.4.1. Utilisation de l'algorithme génétique

Avant de lancer la recherche de la solution optimale par algorithme génétique, nous devons l'initialiser en choisissant certaines conditions initiales telles que :

- + La taille de la population (le nombre d'individus dans la population).
- + La longueur du chromosome des individus.
- + Le type de codage.
- + Des stratégies des opérations génétiques (la sélection des parents, le croisement, la mutation, la sélection des individus d'une nouvelle génération) et des probabilités correspondantes.
- + Le critère d'arrêt de la recherche.

Le choix d'une faible taille de la population risque d'entraîner une convergence prématurée de la recherche. Une grande taille provoque un temps de recherche très long [59].

IV.4.2. Stratégie de conception

Le but principal de la démarche de conception développée est de suivre une approche numérique afin d'optimiser la géométrie d'aimants, des encoches, et de la culasse statorique d'une MSAP. Les paramètres géométriques de ces derniers sont choisis comme variables de conception. Cette étude va nous permettre de trouver, une combinaison des valeurs optimales (paramètres géométriques) permettant d'avoir un couple élevé.

IV.4.3. Paramètres à optimiser

D'après l'étude faite dans le but d'identifier les paramètres géométriques qui ont une influence significative sur la valeur du couple (rapport de saillance) et les pertes joules. On a trouvé que plusieurs paramètres géométriques peuvent être considérés comme paramètres d'optimisation.

Mais, l'ouverture angulaire et le rayon d'encoche, rayon d'aimant, et le rayon extérieur du stator, sont les quatre paramètres les plus influençant sur les forces et donc sur le couple.

Enfin, les variables d'optimisation sont :

- L'ouverture angulaire de l'encoche (β_{enco})
- Rayon extérieur de l'encoche (R_{enco})
- Rayon intérieur de l'aimant (R_{aim})
- Rayon extérieur du stator ($R_{statorext}$)
- Rayon intérieur du stator ($R_{statorint}$)

$$x_i = [R_{aim}, \beta_{enco}, R_{enco}, R_{statorext}, R_{statorint}], \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (IV.3)$$

Les limites de variation de ces paramètres ont été choisies de façon à éviter une configuration pour laquelle la géométrie de la machine ne soit pas irréalisable. Ces limites sont montrées dans le Tableau IV.2.

Tableau IV.2. Limites de variation des paramètres

Paramètres	Valeur minimale	Valeur maximale
R_{aim} (mm)	15	21
β_{enco} (Deg)	5.75	11.25
R_{enco} (mm)	25	35
$R_{statorext}$ (mm)	38	44
$R_{statorint}$ (mm)	22.2	22.8

IV.4.4. Fonction objectif

Dans la mesure où nous cherchons à minimiser les forces statoriques, le problème d'optimisation peut être décrit par la minimisation de la fonction objectif f_{obj} donnée par l'équation suivante :

$$f_{obj} = \min (\sum_{i=1}^{nps} f_{stat_i}(x_j)) , \quad j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (IV.4)$$

Avec nps le nombre de nœuds au stator et le vecteur des paramètres de conception.

IV.4.5. Contraintes

Dans ce problème on a considéré deux contraintes : une contrainte sur le couple et une autre sur les pertes joule. Ce sont des contraintes d'inégalité. Elles sont obtenues à partir des équations ci-dessous :

$$\text{Couple} = \text{force_tangentielle_rotor} * R_{\text{rotor}} \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{Pertes joule} = (3 * R_{\text{phase}}) * (J_s * A_{r_enc})^2 \quad (\text{IV.6})$$

Avec :

R_{rotor} : Rayon du rotor,

Force_tangentielle_rotor : Force tangentielle exercée sur le rotor,

R_{phase} : Résistance statorique par phase,

A_{r_enc} : Surface d'une encoche,

J_s : Densité de courant dans une encoche.

Le tableau IV.3 regroupe les résultats obtenus pour la machine initiale.

Tableau IV.3. Résultats numériques obtenus par la méthode des travaux virtuels

Force tangentielle au rotor (N/m ²)	978.8156
Force globale au stator (N/m ²)	1.3677. 10 ⁵
Couple (N.m)	2.0992
Pertes joule (W)	36.7500

IV.5. Résultats obtenus

Trois simulations ont été effectuées dans le but de trouver la géométrie optimale donnant une force globale minimale au niveau du stator. De plus, une autre simulation a été effectuée dans le but de maximiser le couple de la machine. Les contraintes n'ont été considérées que pour une seule simulation en raison du temps de calcul.

IV.5.1. Résultats obtenus sans contraintes

Dans le but de minimiser la force globale au stator deux simulations ont été effectuées :

IV.5.1.1. Simulation avec deux paramètres d'optimisation

Dans ce cas le problème d'optimisation est formulé comme suit :

$$\begin{cases} \min(g = \sum_{i=1}^{nps} fstat_i) \\ 15 \leq R_{aim} \leq 21; 25 \leq R_{enco} \leq 35 \end{cases} \quad (IV.7)$$

Où :

g : fonction objectif à minimiser

R_{enco}, R_{aim} : paramètres d'optimisation à rechercher

nps : égale à 1810

L'évolution de la fonction objectif en fonction des itérations est présentée dans la figure ci-dessous. Les paramètres optimaux obtenus ainsi que le temps de calcul correspondant sont regroupés dans le tableau IV.4. La figure IV.8 présente les deux machines initiale et optimale superposées.

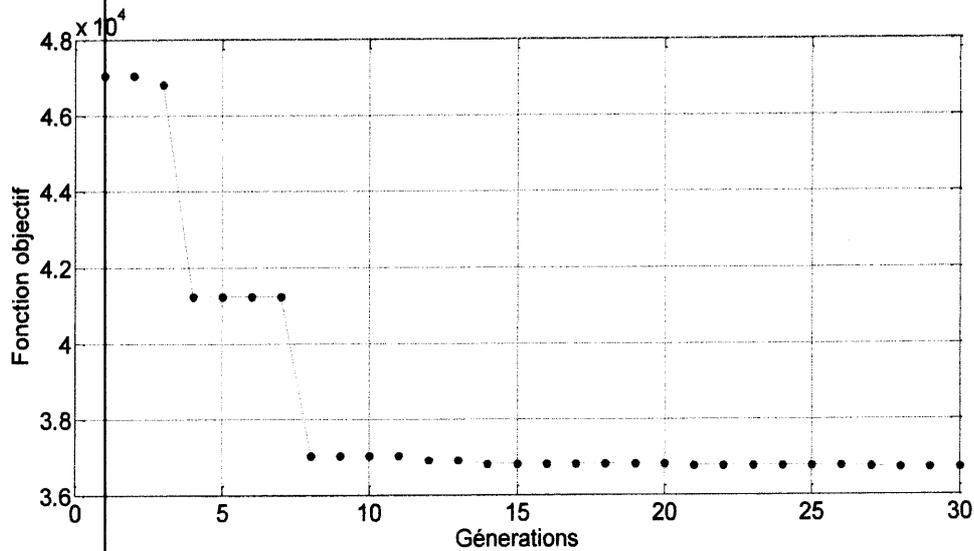


Figure IV.7. Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations

Tableau.IV.4. Paramètres optimaux obtenus

Paramètres	Valeurs initiales	Valeurs optimales	Temps de calcul (min)	Couple (N.m)	Force globale au stator (N/m ²)
R_{aim} (mm)	18.05	21	1537.3576	1.0629	$3.6635 \cdot 10^4$
R_{enco} (mm)	30.8	34			

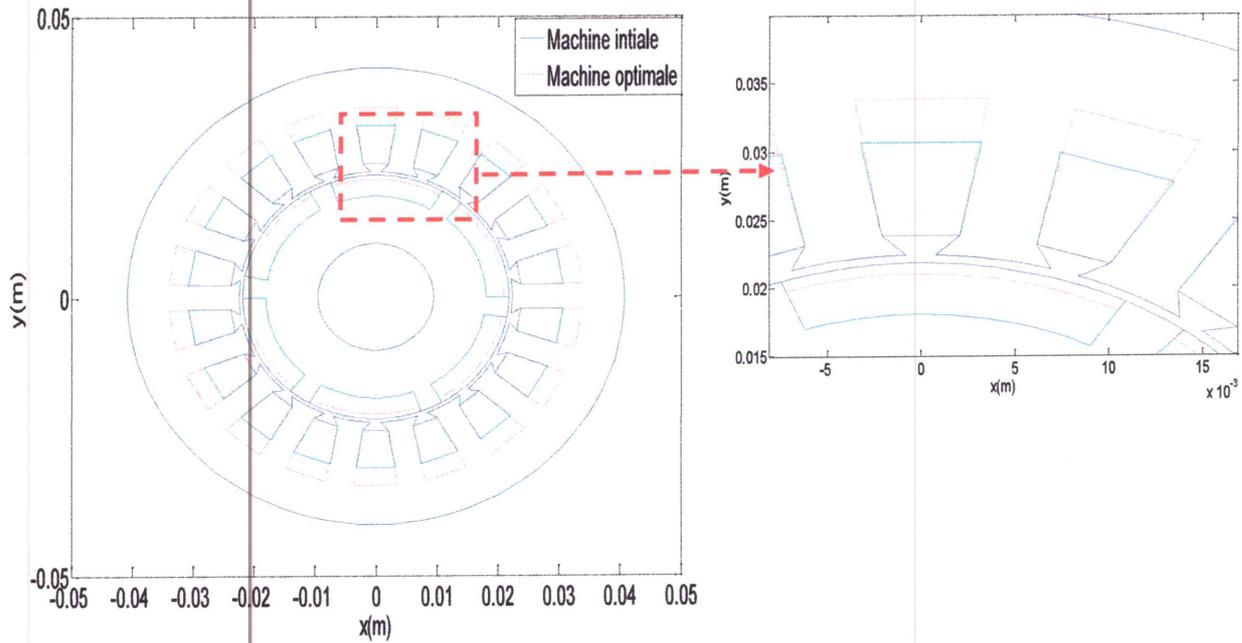


Figure IV.8. Présentation des deux machines : initiale et optimale

IV.5.1.2. Simulation avec quatre paramètres

Le système ci-dessous exprime le problème d'optimisation à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \left(g = \sum_{i=1}^{nps=1810} fstat_i \right) \\ 15 \leq R_{aim} \leq 21; 25 \leq R_{enco} \leq 35; 38 \leq R_{statorext} \leq 44 \\ 5.75 \leq \beta_{enco} \leq 11.25 \end{array} \right. \quad (IV.8)$$

Où :

g : fonction objectif à minimiser

$R_{enco}, R_{aim}, \beta_{enco}, R_{statorext}$: Paramètres d'optimisation à rechercher

L'évolution de la fonction objectif en fonction des itérations est présentée dans la figure ci-dessous. Les paramètres optimaux obtenus, le temps de calcul ainsi que le couple correspondant sont regroupés dans le tableau IV.5. La figure IV.10. présente les deux machines initiale et optimale superposées.

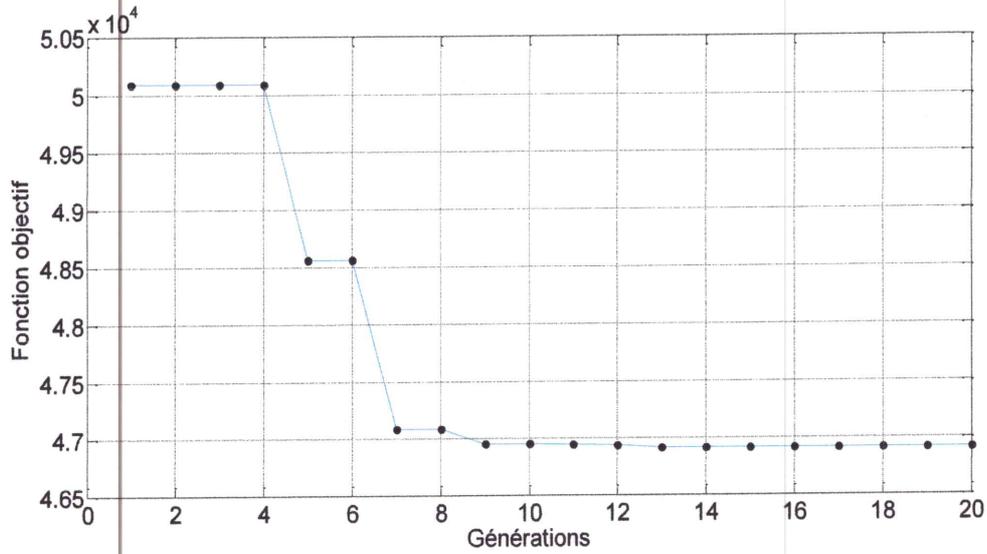


Figure IV.9. Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations

Tableau.IV.5. Paramètres optimaux obtenus

Paramètres	Valeurs initiales	Valeurs optimales	Temps de calcul (min)	Couple (N.m)	Force globale au stator (N/m ²)
R_{aim} (mm)	18.05	20.9	1509.5794	0.9420	$6.378 \cdot 10^4$
R_{enco} (mm)	30.8	34.8			
$R_{statorext}$ (mm)	40.8	38.2			
β_{enco} (Deg)	8	5.88			

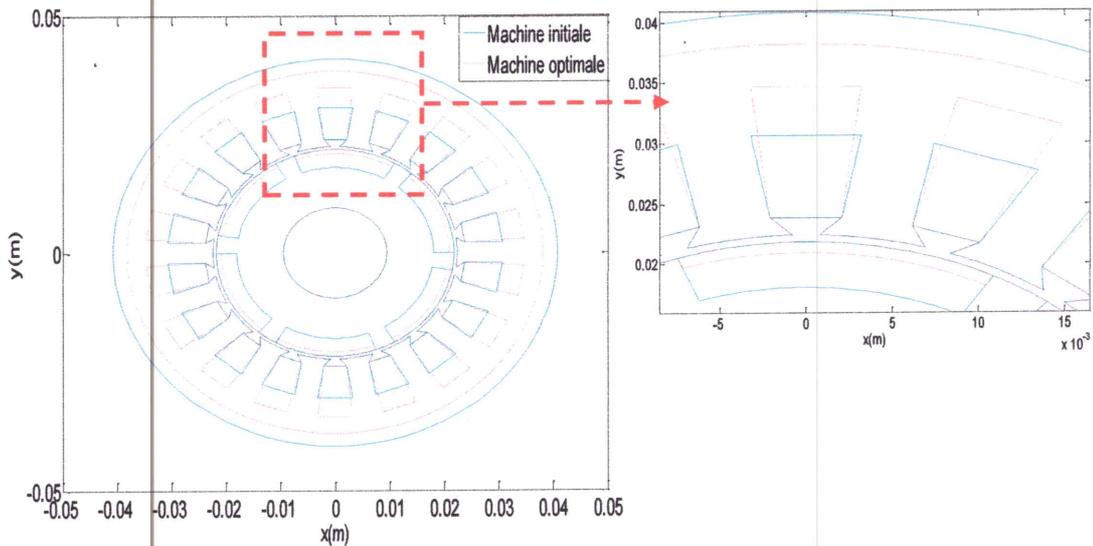


Figure IV.10. Présentation des deux machines initiale et optimale

D'après les deux simulations précédentes on peut constater que l'AG a convergé plus rapidement lorsqu'on a considéré quatre paramètres (20 générations au lieu de 30 générations). Donc, il a pu atteindre un optimum global dans un temps plus réduit que pour la simulation avec deux paramètres. On a pu gagner en temps de calcul mais on a perdu en couple.

Dans le but de maximiser le couple une autre simulation sans contraintes a été effectuée.

IV.5.1.3. Simulation avec cinq paramètres dans le but de maximiser le couple

Dans ce cas le problème d'optimisation est formulé comme suit :

$$\begin{cases} \max(\text{couple}) \\ 15 \leq R_{aim} \leq 21; 25 \leq R_{enco} \leq 35; 38 \leq R_{statorext} \leq 44; \\ 5.75 \leq \beta_{enco} \leq 11.25; 22.2 \leq R_{statorint} \leq 22.8 \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

Où :

couple : fonction objectif à maximiser

$R_{enco}, R_{aim}, \beta_{enco}, R_{statorext}, R_{statorint}$: Paramètres d'optimisation à rechercher

L'évolution de la fonction objectif en fonction des itérations est présentée dans la figure ci-dessous. Les paramètres optimaux obtenus ainsi que le temps de calcul correspondant sont regroupés dans le tableau IV.6. La figure IV.12 présente les deux machines initiale et optimale superposées.

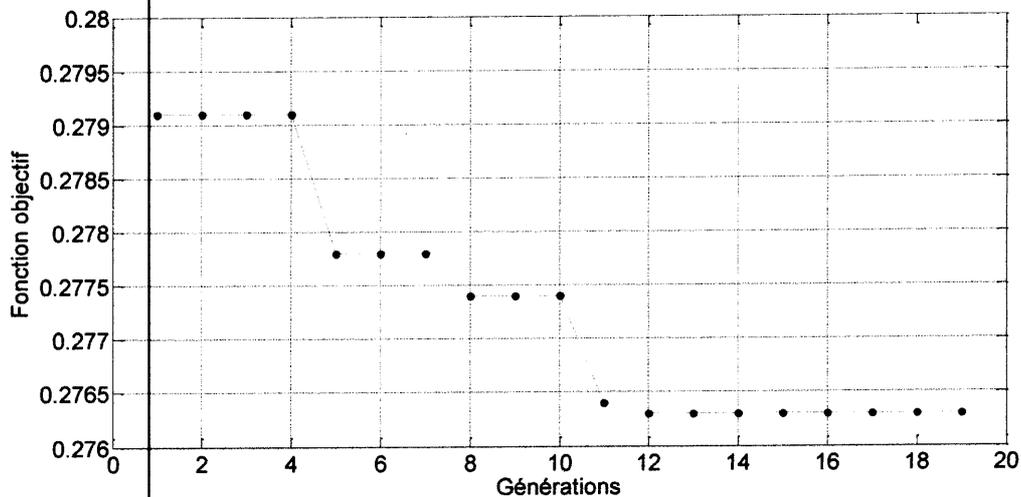


Figure IV.11. Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations

Tableau.IV.6. Paramètres optimaux obtenus

paramètres	Valeurs initiales	Valeurs optimales	Temps de calcul (min)	Couple (N.m)
R_{aim} (mm)	18.05	15.8	383.8726	3.5040
R_{enco} (mm)	30.8	33.6		
$R_{statorext}$ (mm)	40.8	39.7		
β_{enco} (Deg)	8	6.28		
$R_{statorint}$ (mm)	24	22.6		

A partir des résultats obtenus dans ce cas, on peut constater que l'AG a convergé plus rapidement que pour les simulations précédente. Les paramètres optimaux sont obtenus dans la dernière génération. En

remplaçant leurs valeurs dans le programme direct on va déterminer la valeur du couple maximal donnée dans le tableau ci-dessus.

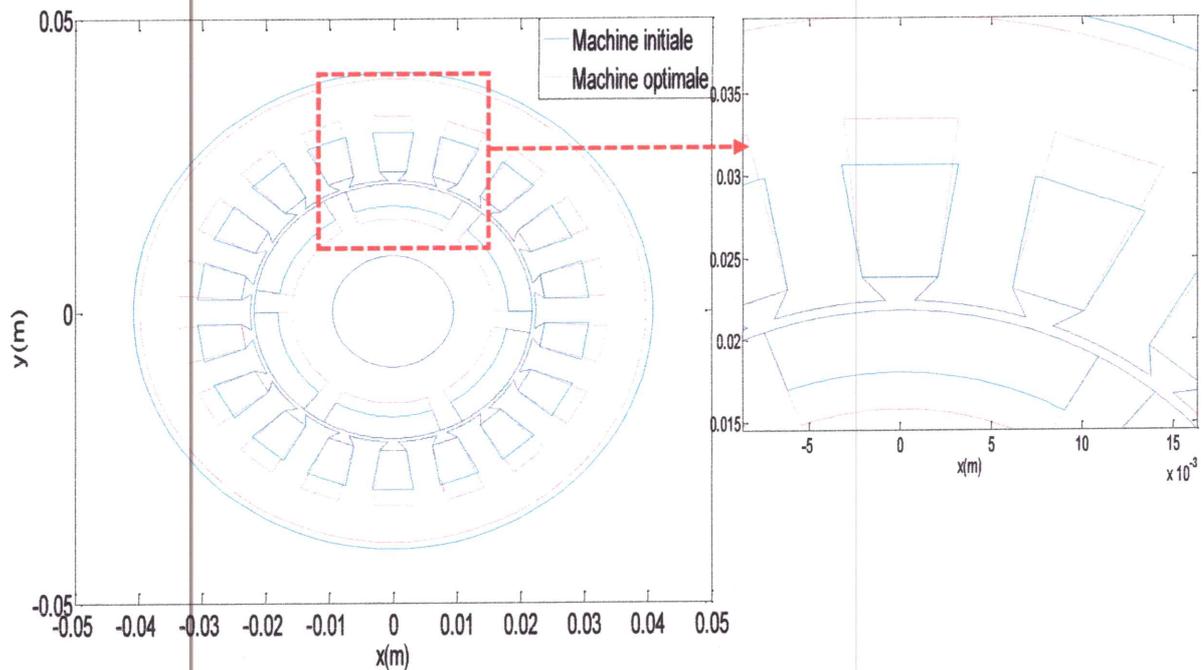


Figure IV.12. Présentation des deux machines : initiale et optimale

IV.5.2. Résultats obtenus avec contraintes

Le but de cette simulation est de minimiser la force globale exercée sur le stator en imposant des contraintes sur le couple ainsi que sur les pertes joule au stator. Dans ce cas le problème d'optimisation est formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min(g = \sum_{i=1}^{nps=1810} fstat_i) \\ 1.9 \leq C \leq 2.9 \\ P_j \leq 50 \\ 15 \leq R_{aim} \leq 21; 25 \leq R_{enco} \leq 35; 38 \leq R_{statorext} \leq 44; \\ 5.75 \leq \beta_{enco} \leq 11.25 \end{array} \right. \quad (IV.10)$$

Où :

g : fonction objectif à minimiser

$R_{enco}, R_{aim}, \beta_{enco}, R_{statorext}$: Paramètres d'optimisation à rechercher

C, P_j : Contraintes imposées sur le couple et les pertes joule respectivement

L'évolution de la fonction objective en fonction des itérations est présentée dans la figure ci-dessous. Les paramètres optimaux obtenus ainsi que le temps de calcul correspondant sont regroupés dans le tableau IV.7. La figure IV.14 présente les deux machines initiale et optimale superposées.

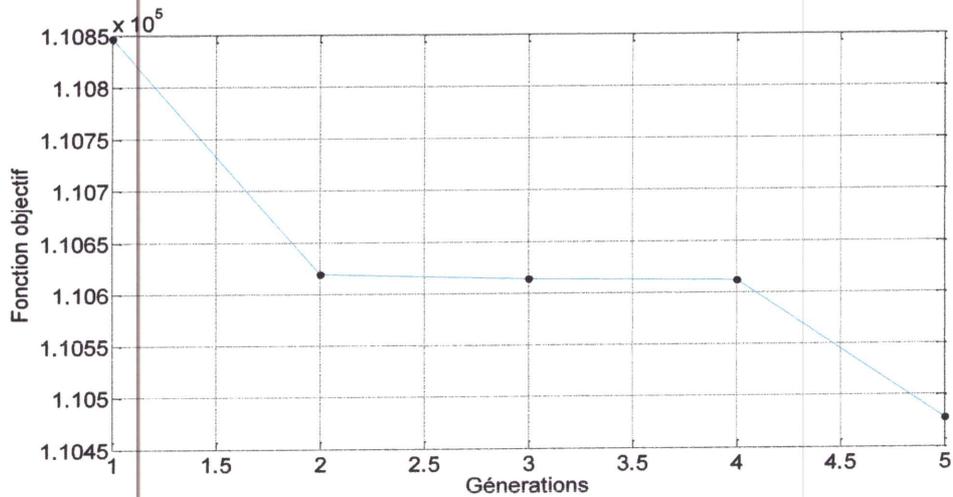


Figure IV.13. Evolution de la fonction objective en fonction des itérations

Tableau.IV.7. Paramètres optimaux obtenus

Paramètres	Valeurs initiales	Valeurs optimales	Temps de calcul (min)	Couple (N.m)	Pertes joules (w)
R_{aim} (mm)	18.05	16.9	6769	1.9149	40.2567
R_{enco} (mm)	30.8	33.5			
$R_{statorext}$ (mm)	40.8	40.3			
β_{enco} (Deg)	8	9.18			

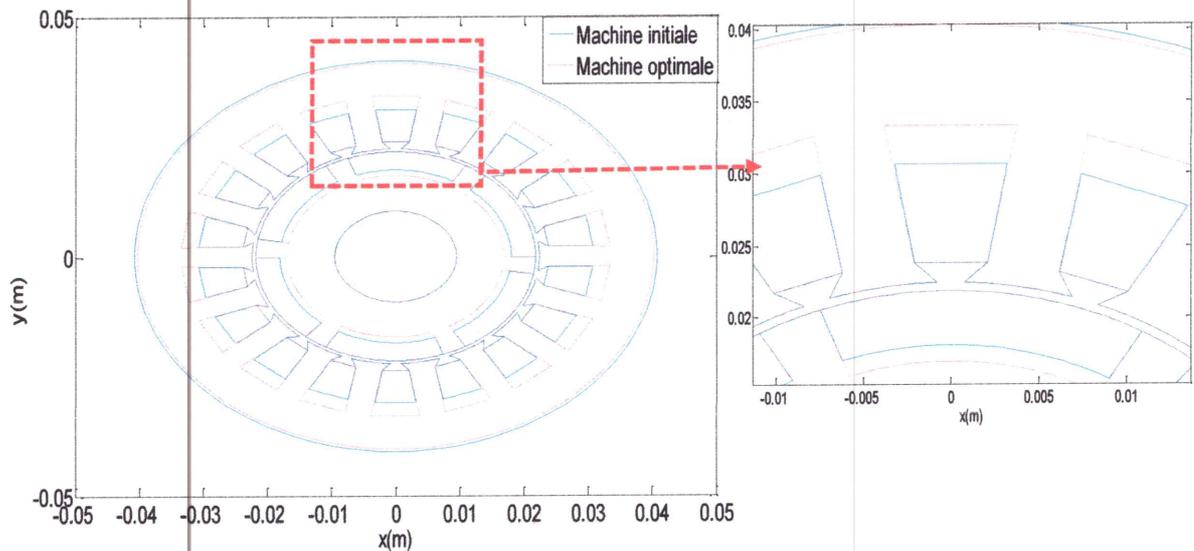


Figure IV.14. Présentation des deux machines : initiale et optimale

A partir des résultats obtenus on peut constater qu'une simulation avec contraintes nécessite énormément de temps de calcul. L'AG a convergé après 5 itérations avec un temps de calcul de

6769 min. D'après l'allure de la fonction objectif, on remarque qu'elle diminue en fonction des itérations jusqu'à atteindre une valeur minimale de la force globale qui correspond aux paramètres optimaux.

En remplaçant ces paramètres dans le code de calcul direct on peut déterminer les valeurs du couple et des pertes joule qui sont mentionnées dans le tableau ci-dessous.

Donc, en considérant des contraintes sur le couple et sur les pertes Joule on a abouti à une solution plus juste (paramètres optimaux plus proches de la réalité) même si la simulation nécessite un temps de calcul important. Ces résultats justifient l'intérêt d'une optimisation avec contraintes pour une conception optimale d'une machine électrique.

IV.6. Conclusion

Ce chapitre a visé la détermination des paramètres géométriques optimaux d'une machine synchrone à aimants permanents insérés. Une simulation a été effectuée, en considérant des contraintes sur le couple ainsi que sur les pertes joule, dans le but de déterminer les paramètres optimaux donnant un niveau minimal de la force s'exerçant sur le stator. Deux autres simulations ont été effectuées en considérant dans un premier temps les mêmes paramètres d'optimisation. Dans un deuxième temps on a considéré d'autres paramètres d'optimisation dans un souci de comparaison. Ces trois simulations ont été effectuées sans contraintes en raison du temps de calcul important dans le cas d'un problème d'optimisation contraint. Ceci dans le but de déterminer d'autres paramètres optimaux donnant un niveau minimal de la force s'exerçant sur le stator ainsi qu'un couple maximal.

***Conclusion
Générale***

Conclusion générale

La conception des machines électriques a beaucoup évolué depuis quelques décennies avec l'évolution de la technologie de l'informatique et du calcul numérique.

Dans ce travail de mémoire, nous avons proposé une méthode de conception assistée par ordinateur (CAO) d'une machine synchrone à aimants permanents. Ce travail consiste à optimiser une machine synchrone à aimants permanents insérée tout en minimisant les forces globales qui naissent dans le stator et en maximisant le couple.

Dans cette étude le problème de conception a été transformé en un problème d'optimisation en utilisant un formalisme mathématique spécifique. Cette démarche est devenue aujourd'hui, possible, grâce à l'accroissement de la puissance de calcul des ordinateurs et aux développements réalisés dans le domaine de l'optimisation.

Dans ce cadre, un modèle mathématique basé sur la méthode des éléments finis a été développé. Cette méthode est considérée actuellement comme l'une des méthodes numériques la plus puissante et la plus adaptée pour la modélisation des machines électriques, elle a été retenue pour le calcul de la distribution du champ électromagnétique. A partir de la connaissance de ce dernier on a pu calculer les forces magnétiques qui apparaissent dans le stator ainsi que le couple qui en résulte, et les pertes joule.

Le modèle éléments finis développé a été appliqué après pour déterminer les paramètres géométriques (épaisseur de la culasse, ouverture et hauteur des dents, hauteur des aimants....) optimaux. On a pu obtenir des résultats satisfaisants avec un temps de calcul raisonnable.

La méthode des algorithmes génétiques AG est celle qui a été choisie pour résoudre le problème d'optimisation. Elle se fonde sur l'aléatoire. Ceci, d'une part, permet d'explorer le domaine d'optimisation de façon plus robuste que les méthodes déterministes mais, d'autre part, le temps de calcul est élevé.

Pour concevoir un dispositif, il est nécessaire d'effectuer sa modélisation. Actuellement, c'est la modélisation par calcul de champ utilisant la méthode des éléments finis, qui est la plus précise. Cependant, elle reste très lourde pour être utilisée dans une procédure de conception par optimisation, surtout pour le cas des problèmes couplés. Dans un souci de limitation d'espace mémoire et du temps de calcul, on peut faire appel à l'intelligence artificielle. Dans ce cas plusieurs applications peuvent être réalisées en considérant un nombre plus important de paramètres et de contraintes.

***Références
Bibliographiques***

Bibliographie

- [1] P. Letellier, J. Industrie, « **Les machines à aimants permanents de grande puissance dans les systèmes de propulsion électrique** » REE, N° 9. Octobre 2000, pp. 53-61.
- [2] O. DEBLECKER, « **Contribution à la modélisation des champs magnétiques dans les systèmes comportant des milieux non linéaires et hystérétique** », Thèse de Doctorat en Sciences Appliquées, Faculté Polytechnique de Mons, Belgique, Mars 2001.
- [3] Mr.BENDIB Mohamed El Hadi «**Conception d'une Machine à Aimant Permanent à Flux Axial** »Magister En Electrotechnique, Option: Machines Electriques Novembre 2011.
- [4] BOUKAIS Boussad, «**contribution à la modélisation des systèmes couples machines convertisseurs : application aux machines à aimant permanents (BDCM-PMSM)**», Thèse de doctorat à université MOULOUD MAMMERI TIZI-OUZOU, Février 2012.
- [5] L. Hadjout : « **Analyse des performances électromagnétiques d'une machine synchrone autopilotée à aimants à rotor lisse** », Thèse Magister, ENP, Alger, Algérie, juin. 1994.
- [6] R. Ibtouen : « **Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés** », Thèse doctorat d'état, ENP, Alger, Algérie, avril 1993.
- [7] F. Gillon : « **Modélisation et optimisation par plans d'expériences d'un moteur à commutations électroniques** », Thèse doctorat, université de Lille, France, Décembre 1997.
- [8] M. MABRAK Samir, M. MAY Abdelmalek «**Calcul analytique et numérique des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique**»Mémoire de fin d'étude En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique, Juin 2008.
- [9] G.Lacroux, « **Les aimants permanents** », Edition technique et documentation, 1989.
- [10] Jaouad Azzonzi. «**Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimants permanents à Hnx axial. Application au cas de l'aérogénérateur** ». Electric power, Université du Havre. 2007. French. <tel-00634713>.
- [11] N. Bernard. «**Machine synchrone : de la boucle ouverte a l'autopilotage**» .Ecole Normale Supérieure de Cachan Campus de Ker Lann - 35170 BRUZ, Revue 3EI, n° 30. Septembre2002.
- [12] G. LACOMBE : « **Définition et Réalisation d'une Nouvelle Génération de Logiciels pour la Conception des Moteurs Futurs** » ; Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [13] ABDELLAOUI Hassina«**Etude Expérimentale de la Position Rotorique d'un Moteur Synchrone à Aimants Permanents par Variables Electrique**» MEMOIRE DE MAGISTER en Electrotechnique Option : Entraînements Electriques, PDF created with pdf Factory Pro trial version www.pdfactory.com.

- [14] « **Etude du Générateur Asynchrone pour l'utilisation dans la production de l'énergie éolienne** » par SOUMANA NOUHOU I.
- [15] R. MANAJEMY: « **Control Strategies and Parameter Compensation for Permanent Magnet Synchronous Motor Drives** » ; Doctor of philosophy in Electrical brahim /Promotion 2007 Engineering ;Blacksburg, Virginia, 2000.
- [16] Ph. LAMELOT, J. GUEZEL : « **Les Aimants Permanents Rendent les Moteurs Economes** » ;Technologie et Innovations, 2007.
- [17] J. Ahmed FAROOQ, «**Etude du problème inverse en électromagnétisme en vue de la localisation des défauts de désaimantation** » dans les actionneurs à aimants permanents 05/09/2008*.
- [18] M. BUDINGER, J. LISCOUET, S. ORIEUX, J-CH. MARE : «**Etat de L'art sur la Conception des Systèmes D'actionnement Electromécanique** » ; Notes de Cours, INSA Toulouse, 2008.
- [19] J. PURANEN: « **Induction Motor Versus Permanent Magnet Synchronous Motor in Motion Control Applications: a Comparative Study** »; Thesis for the degree of Doctor of Science, Lappeenranta University of Technology, Finland on the 5th of December, 2006.
- [20] Edouard Bommé. « **Modélisation et Optimisation des Machines Electriques Discoïdes à DoubleEntrefer**». Engineering Sciences. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPC 2009.French. <tel-00503039>.
- [21] J. A. Farooq. « **Etude du problème inverse en électromagnétisme en vue de la localisation des défauts de désaimantation dans les actionneurs à aimants permanents** ». Thèse de doctorat Université de Technologie de Belfort-Montbellard, 2008.
- [22] R.Saou. « **Modélisation et optimisation de machines lentes à aimants permanents: Machines à double saillance et à inversion de flux** ». Thèse de doctorat d'état, ENP d'Alger, 2008.
- [23] A.Parviainen. « **Design of axial flux permanent magnetlow speed machines and performance comparison between radial flux and axial flux machines.** » thèse de Doctorat, Lappeenranta University of Technology. Finland. 2005.
- [24] B. Singh B.P. Singh, S. Dwivedi, « **A State of Art on Different Configurations of Permanent Magnet Brushless Machines** » IE(I) Journal-EL, pp. 63-73, vol87, June 2006.
- [25] G.Ritchng « **A Coupled Magneto-thermal Model of Rotary Transformers for the Optimal Design of Claw Pole Alternators Excitation** » SIA Automotive APE. Septembre 2007.
- [26] S. S. Rao, « **Engineering optimisation, Theory and practice** », John Wiley & sons, New York, 1996.
- [27] C. W. Caroll « **The creates response surface technique for optimizing nonlinear restrained systems** », Operational research, No.9, pp. 169-184, 1961.

- [28] H.Achouri, M.Belaggoun, « **Etude et modélisation de la machine synchrone à réductance variable** », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2010.
- [29] I. Bouchareb, « **Modélisation et simulation de défauts d'une machine synchrone à réductance variable** », Mémoire de Magister, Université de Constantine, 2009.
- [30] R.Raonimanarivo, A. F. Antonio « **étude de fonctionnement des moteurs linéaires- reluctant et hybride-** », Mémoire d'Ingénieur, école supérieure polytechnique d'Antananarivo, 2004.
- [31] R.Amieur, « **Etude et conception d'une machine synchrone à aimants permanents** », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2009.
- [32] A.Fedsi, A. Toune, « **Optimisation de forme d'une machine à réductance variable** », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2008.
- [33] I.Gourragui, « **Modélisation numérique, optimisation et commande de machines à réductance variable** », Thèse de Doctorat, Université de Metz, 2006.
- [34] N.Chabou, S.Zigha, « **L'influence de l'alimentation en tension sur les forces magnétiques : Application aux actionneurs linéaire** », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2005.
- [35] K.Bouhrine, C.Merrouche, « **Modèles éléments finis pour le calcul de forces d'origine magnétique** », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2005.
- [36] Z.Brihoum, « **Stratégie d'optimisation par algorithme génétique: Application aux dispositifs électrotechniques** », Mémoire de Master, Université de Jijel, 2011.
- [37] R. Hadjoudj, « **Contribution à la conception, l'étude des performances et à l'optimisation d'une MRV excitée au rotor** », Mémoire de Magister, Université Batna, 2010.
- [38] M. Chouiakh, N.Bensaci, « **Conception et modélisation des machines synchrones à aimants permanents à encoches ouverts** », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2009.
- [39] O.Boukachabia, K.Belkhir, « **Optimisation des dispositifs électrotechniques associée au calcul du champ électromagnétique** », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2005.
- [40] M.Besbses, « **contribution a la mobilisation numérique des phénomènes couplés magnéto élastiques : application à l'étude des vibrations d'origine magnétique dans les MRV** », thèse de doctorat, université Paris 6, juin 1995.
- [41] « **Methods of calculating the magnetic forces for vibration and noise analysis in electrical machines** », ACTA Polytechnica Scandinavia, Electrical engineering series, n° 103, finish Academies of technology. Espoo, Finland, 2000.
- [42] R.Redjem, « **Calcul et conception assistée par ordinateur des machines électriques : application aux moteurs asynchrones** », Mémoire de Magister, Université de Constantine, 2006.

- [43] M.Belatel, « **Etude des machine électriques par CAO**», Thèse de Doctorat, Université Constantine, 2009.
- [44] T.HACIB, « **Utilisation de la méthodologie du problème inverse pour la caractérisation et l'optimisation des dispositifs électromagnétiques** », Mémoire de Magister, Université de Jijel, 2004.
- [45] C. Doc, « **Contribution à la conception et au dimensionnement d'un actionneur d'embrayage** », Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2010.
- [46] S.Brisset, « **Démarches et outils pour la conception optimale des machines électriques** », Rapport de Synthèse, Université des sciences et technologies de Lille, 2007.
- [47] M.C.Costa, « **Optimisation de dispositifs électromagnétique dans un contexte d'analyse par la méthode de l'élément finis** », Thèse de Doctorat, Institut Notionnel Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [48] L. Moreau, « **Modélisation, conception et commande de génératrice à reluctance variable** », Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique de Nantes, 2005.
- [49] D.Haong, « **Détermination simultanée de la résistivité de l'épaisseur des tôles métalliques et d'alliages non magnétiques par méthode électromagnétique sans contact**» Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [50] O.Hajji, « **Contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques**» Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2003.
- [51] B. Sareni, « **Méthodes d'optimisation multimodales associées à la modélisation numérique en électromagnétisme**», Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1999.
- [52] K.A. De Jong, W.M. Spears, « **A formal analysis of the role of multi-point crossover in genetic algorithms**».
- [53] D.M.Rayan, « **Penalty and barrier functions** », P.E.Gill and Murray, Academic Press, 1974.
- [54] M.Minoux, « **Programmation mathématique : Théorie et algorithmes**», Ed.Dunod, 1983.
- [55] N.F.Attia, « **New methods of constrained optimisation using penalty function** » PhD Thesis, Essex University, 1985.
- [56] A.V.Fiacco, G.P.Mcormik, « **Nonlinear programming sequential unconstrained minimization techniques** », John Wiley & sons, New York, 1986.
- [57] S.S.Rao, « **Engineering optimisation, Theory and practice** », John Wiley & sons, New York, 1996.
- [58] D.Haong, « **Détermination simultanée de la résistivité de l'épaisseur des tôle métalliques et d'alliage non magnétique par méthode électromagnétique sans contact** » Thèse de doctorat, soutenue le 17 Février 2002- école centrales de Lyon.

- [59] G.S.Fishman, «Monte Carlo, concepts, Algorithms and Applications» Springer-Verlag, New York, 1997