Republique Algerienne Democratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Jijel

Faculté des sciences et de la technologie
Département d'électrotechnique

مكتبة الكلية

Projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme
De Master en électrotechnique

Option : Machines Electriques

جامعة جيجل
مكتبة كلية العلوم والتكنولوجيا
M2269

Thème :

Application du mécanisme électromagnétisme pour l'optimisation des dispositifs électromagnétiques

Proposé par :

- *Dr : HACIB Tarik*

Réalisé par :

- *GAOUAOUI Aissam*
- *BABA Amina*

Année universitaire: 2014/2015

Remerciements

Nous remercions ***DIEU*** *le tout puissant qui nous a donné la force, la volonté et le courage pour accomplir ce modeste travail.*

Nous tenons à formuler notre gratitude et notre profonde reconnaissance a l'égard de notre encadreur Mr: ***T.HACIB*** *qui nous a toujours accueilli avec bienveillance qui n'a ménagé ni son temps ni ses efforts pour nous guider.*

Nos remerciements aux membres de jury qui ont accepté de juger notre travail.

Nous exprimons notre profonde reconnaissance à tous les

enseignants

qui ont contribué de prés ou de loin pour le bon déroulement de ce travail.

Enfin nous remercions toute personne ayant participée de prés ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à

Ma très chère ***mère*** *« fatima » pour tout son amour, qui m'a éclairée mon chemin et qui m'a encouragé tout long de mes études*

A mon ***père*** *« salah » pour tout son amour, son confiance et pour qu'il m'a donné un magnifique modèle de labeur et qu'il m'a donné aussi toutes les besoins pour faire les bons choix dans ma vie*

A mon fiancée « Amina »

A tout ma grande famille

A mes chers frères ET mes chères sœurs

A mes chères amies,

A tous mes collèges de nos promos Master machines électriques

A toutes les personnes que j'aime et qui m'aiment

Aissam

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à

Ma très chère ***mère*** *« Massouda » pour tout son amour, qui m'a éclairée mon chemin et qui m'a encouragé tout long de mes études*

A mon ***père*** *« Hocine » pour tout son amour, son confiance et pour qu'il m'a donné un magnifique modèle de labeur et qu'il m'a donné aussi toutes les besoins pour faire les bons choix dans ma vie*

A mon fiancé « Aissam »

A mes chers frères :

A mes chères sœurs

A tout ma grande famille

A tous mes collèges de nos promos Master machines électriques

A toutes les personnes que j'aime et qui m'aiment

Amina

Sommaire

Liste des figures vii
Liste des tableaux ix

Introduction générale 01

Chapitre I: Méthodologie de conception en électrotechnique

Introduction 03
I.1. Qu'est-ce qu'un problème d'optimisation 04
I.2. Le problème de conception 04
I.3. Méthodologie de conception 04
I.3.1. Analyse du cahier des charges 05
I.3.2. Formulation du problème d'optimisation 05
I.3.3. Résolution du problème d'optimisation 06
I.3.4. Analyse et exploitation des résultats 07

I.4. Formulation mathématique d'un problème d'optimisation 08
I.4.1. Optimisation continue sans contraintes 08
I.4.2. Optimisation continue avec contraintes 09
I. 5. Traitements des contraintes 10
I.5.1. Méthodes des pénalités 10
I.5.1.1. Méthode de pénalité extérieure 11
I.5.1.2. Méthode des pénalités intérieures 12
I.5.1.3. Méthode de pénalisation radicale 13
I.5.2. Choix de la méthode de pénalité 13
I.6. Lagrangien 14
Conclusion 15

Chapitre II : présentation des méthodes d'optimisation: Mise en œuvre de l'algorithme EM

Introduction 16
II.1. Caractéristiques 16
II.1.1. Sensibilité et robustesse d'une méthode d'optimisation 16
II.1.2. Opérateurs de recherche fondamentaux 17
II.1.3. Mode de recherche de l'optimum 17
II.1.4. Ordre d'une méthode de résolution 18
II.2. Classification des méthodes d'optimisation 18
II.2.1 Méthodes d'optimisation déterministes 18
II.2.1.1. Méthodes déterministes unidimensionnelles 19
II.2.1.2. Méthodes déterministes multidimensionnelles 19
II.2.2. Méthodes d'optimisation stochastiques **21**
II.3. Choix des méthodes d'optimisation **22**
II.4. Méthode du mécanisme d'électromagnétisme 22
II.4.1. Historique 22
II.4.2. Plan général de l'algorithme 24
Conclusion 29

Chapitre III : Méthodes de calcul du champ électromagnétique

Introduction 30
III.1. Lois d'électromagnétisme 30
III.1.1 Equations de Maxwell 30
III.1.2. Relation des milieux 31
III.1.3.Condition de passage entre deux milieux différents 31
III.1.4. Hypothèses simplificatrices 32
III.2. Formulation du champ électromagnitique 33
III.2.1. Cas des problèmes bidimentionnelles 33
III.3. Problème électromagnétique 33

III.3.1. Formulation magnétostatique 33
III.3.1.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique 34
III.4. Résolution des équations aux dérivées partielles 34
III.4.1. Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles 34
III.4.1.1 Méthode des éléments finis 35
Conclusion 40

Chapitre IV : Application de l'algorithme EM pour l'optimisation en électrotechnique

Introduction 41
IV.1. Considérations initiales 41
IV.2. Etude de l'efficacité de la méthode d'optimisation proposé 42
IV.3. Application de l'algorithme EM pour l'optimisation en électrotechnique 45
IV.3.1. Présentation du dispositif étudié 45
IV.3.2. Formulation du problème d'optimisation 48
IV.3.3 Résultats obtenus par le mécanisme d'électromagnétisme 48
Conclusion 54

Liste des figures

Figure I.1 : Démarche de résolution d'un problème de conception 05

Figure I.2 : Fonctions de pénalité extérieure pour $r = 10$ 11

Figure I.3 : Fonction de pénalité intérieure pour $r = 10$ 12

Figure II.1 : Modèle de la boite noire 16

Figure II.2 : Principales méthodes déterministes unidimensionnelles 19

Figure II.3 : Principales méthodes déterministes multidimensionnelles 20

Figure II.4 : Principaux méthodes stochastiques 21

Figure II.5 : Organigrame de convergence du mécanisme d'électromagnétisme 28

Figure III.1 : Types d'éléments finis bidimensionnels 36

Figure III.2 : Domaine d'étude (Ω) 37

Figure III.3 : Discrétisation de domaine (Ω) par éléments 38

Figure III.4 : Formes possibles des éléments élémentaires 39

Figure IV.1 : Allure de la 1ére fonction 42

Figure IV.2 : Allure de la 2ème fonction 43

Figure IV.3 : Allure de la 3ème fonction de Rastrigin 44

Figure IV.4 : Géométrie d'un pôle de rotor 45

Figure IV.5 : Maillage éléments finis 47

Figure IV.6 : Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique 47

Figure IV.7 : L'induction magnétique désirée et calculée le long de la région d'intérêt pour la configuration initiale 48

Figure IV.8: Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique Pour les configurations finales 50
Figure IV.9 : L'induction magnétique désirée et calculée dans la région d'intérêt pour les configurations finales..... 51
FigureIV.10 : L'induction magnétique désirée et calculée dans la région d'intérêt obtenu par [49]. 52
Figure IV.11 : Evolution de la fonction objectif en fonction des générations de l'algorithme..... 52
Figure IV.12 : Evolution du meilleur solution en fonction des générations de l'algorithme..... 53
Figure IV.13 : Evolution de la fonction objectif en fonction des générations de l'algorithme..... 53
Figure IV.14 : Evolution du meilleur solution en fonction des générations de l'algorithme..... 54

Liste des tableaux

Tableau IV.1 : Résultats de la 1ère fonction 42

Tableau IV.2 : Résultats de la 2éme fonction 43

Tableau IV.3 : L'optimum trouvé par la fonction de Rastrigin 44

Tableau IV .4: Cahier de charge de l'actionneur linéaire 46

Tableau IV.5: Résultat numériques obtenus par mécanisme électromagnétisme 49

Tableau I V.6 : Valeurs des facteurs utilisés dans l'application 49

Introduction Générale

Introduction générale

Dans tous les domaines d'activités industrielles, les ingénieurs sont amenés à concevoir de nouveaux dispositifs. Ce travail de conception, longtemps manuel et basé sur l'expérience et la pratique, devient de plus en plus automatisé, grâce à l'arrivée des ordinateurs. Cette démarche de conception d'un dispositif de grande performance est grandement facilitée et devient plus efficace grâce aux méthodes d'optimisation automatiques. Elles doivent permettre l'obtention de la configuration optimale satisfaisant les besoins fonctionnels et économiques. Mais cette tâche est difficile, en effet, son but est de trouver un compromis entre plusieurs facteurs: besoins à satisfaire, choix entre différents concepts possibles sur la base de la faisabilité, des coûts de développement, de fabrication ou de maintenance ou encore de critères non quantifiables tels que l'esthétique du produit. Il en résulte qu'une même conception peut être optimisée de différents points de vue [01].

Les problèmes d'optimisation en électrotechnique présentent plusieurs difficultés liées aux besoins de l'utilisateur (recherche d'une solution globale, fiabilité et précision de la solution, diversité des problèmes traités, temps de calculs disponible,...), aux caractéristiques du problème d'optimisation (non linéarité, dérivées difficilement accessibles,...) et aux temps de calculs importants. La résolution de telles difficultés a fait l'objet de nombreux travaux en utilisant diverses méthodes d'optimisation [02] [03] [04] [05] [06].

Il existe deux grandes classes de méthodes d'optimisation à savoir les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les méthodes déterministes s'appuient sur le calcul qui peut être fait d'une direction de recherche, généralement liée à la dérivée de certains résultats par rapport aux paramètres de conception. Elles ne sont réellement utilisables que dans le cas restreint où la solution cherchée est réputée proche d'une solution connue. C'est pour lever cette difficulté, que nous avons choisi de nous intéresser au développement des méthodes stochastiques et d'étudier leurs applications aux problèmes de conception rencontrés en électrotechniques.

En effet, les méthodes stochastiques permettent de localiser l'optimum d'une fonction dans l'espace des paramètres sans avoir recours aux dérivées de la fonction par rapport à ces paramètres. De plus, elles ne se laissent pas piéger par un optimum local et réussissent le plus souvent à déterminer l'optimum global de la fonction

considérée. Leur principe consiste à travailler avec un ensemble de solutions, puis à les faire évoluer au moyen des règles heuristiques et probabilistes. Nous avons surtout retenu pour notre étude le méta-heuristique ''mécanisme de l'électromagnétisme'' (EM) qui a été inspiré d'une analogie avec le mécanisme attraction-répulsion de la théorie d'électromagnétisme.

Le premier chapitre de notre travail est consacré à l'exposition d'une méthodologie de conception applicable au domaine de l'électrotechnique. Elle s'appuie sur la résolution de problèmes d'optimisation avec ou sans contraintes. Notamment, la formulation d'un problème de conception en un problème d'optimisation est présentée.

Le chapitre II brosse un état de l'art des techniques d'optimisation capables de résoudre les problèmes de conception en électrotechnique présentés dans le premier chapitre. Deux grandes familles de méthodes sont présentées: les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les caractéristiques principales de chaque classe, leurs points forts et leurs points faibles sont montrés. L'algorithme EM est aussi détaillé.

Dans le chapitre III, nous aborderons le problème de la modélisation. Pour cela nous utilisons une méthode numérique très puissante qui est celle des éléments finis. Le modèle magnétostatique est exploitée pour simuler le fonctionnement des dispositifs électromagnétiques.

Le chapitre IV montre l'intérêt de la méthode des éléments finis pour la résolution des problèmes en électrotechnique. L'efficacité de la méthode méta-heuristique EM présentées en chapitre II est testée sur des fonctions mathématiques simples et une comparaison est faite. Finalement, nous appliquerons la procédure de conception proposée pour réaliser l'optimisation de forme d'un moteur linéaire. Pour cela, nous avons discuté les caractéristiques de l'algorithme EM dans le cadre particulier de notre domaine d'application.

Chapitre

Méthodologie de conception en électrotechnique

Introduction

La conception économique et la mondialisation se traduit en terme de conception de produit industriel par trois axes principaux de progrès sur lesquels il faut travailler: réduire le délai de la mise sur le marché, augmenter les performances des produits (simplicité, fiabilité, maintenance, robustesse...) et diminuer le coût de possession. Les outils dits de conception assistée par ordinateur sont aujourd'hui performants et permettent un gain de productivité considérable en intégrant plusieurs étapes du processus de conception et de fabrication d'un produit industriel. L'intervention de l'ingénieur reste encore cruciale, car c'est à lui que reviennent les tâches d'exploration de l'espace de conception et de décision pour le choix de la conception répondant le mieux au cahier des charges. Le développement des méthodes d'optimisation répond à ce besoin de l'ingénieur en l'assistant dans sa tâche de conception, en automatisant l'exploration de l'espace de conception et en lui garantissant l'obtention de la meilleure solution. L'intérêt de l'optimisation est non seulement de rationaliser la recherche de la solution au problème de conception mais également, de raccourcir le délai d'obtention de cette dernière et de contribuer ainsi à la maîtrise du coût de conception.

Durant ces dernières années, de nombreuses études ont été menées dans le domaine de l'optimisation comme le montre le nombre important de publications sur ce thème dans les revues du domaine. Aujourd'hui, l'optimisation s'applique à tous les domaines de la science et même à notre vie quotidienne. Chacun cherche souvent à mieux gérer son temps, son argent, minimiser certaines consommations,..., ce sont autant de problèmes d'optimisation [01].

Dans le domaine de l'automobile, la recherche d'une meilleure aérodynamique se pose depuis longtemps en termes d'optimisation de forme sous différentes contraintes : espace intérieur, faisabilité, sécurité, coût, etc. Dans l'industrie électronique, la réalisation de circuit dans sa très haute échelle d'intégration conduit à la minimisation des distances entre connexions. En électrotechnique, un objectif est de diminuer le coût de possession d'un dispositif, en exploitant au mieux les matériaux de façon à minimiser les coûts de fabrication et augmenter le rendement. Ainsi, il convient de trouver la forme d'un dispositif qui permet d'obtenir une distribution particulière du champ magnétique, réduire le champ de fuite, etc [01].

Ce premier chapitre est consacré à l'exposition de la méthodologie de conception applicable au domaine de l'électrotechnique. Elle s'appuie sur la résolution de problèmes d'optimisation avec ou sans contraintes.

I.1. Qu'est-ce qu'un problème d'optimisation ?

Un problème d'optimisation se définit comme la recherche du minimum ou maximum (optimum) d'une fonction donnée. On peut aussi trouver des problèmes d'optimisation pour lesquels les variables de la fonction à optimiser sont soumis à des contraintes qui évoluer dans une certaine partie de l'espace de recherche. Dans ce cas, on a une forme particulière de ce que l'on appelle un problème d'optimisation sous contraintes [07].

I.2. Problème de conception

Dans l'objectif d'une approche systématique du problème de conception, il est indispensable de passer par la formulation d'un cahier des charges qui exprime les besoins du concepteur. Il est aussi possible de le constituer à partir de considérations simples. Il est rare qu'une solution unique se dégage de l'analyse du cahier des charges et le concepteur devra donc envisager plusieurs structures. Les différentes associations possibles de convertisseur, loi de commande et moteur rendent le nombre des structures susceptibles de répondre au cahier des charges trop important pour pouvoir toutes les envisager. Pour en réduire le nombre, une phase de documentation est nécessaire. Il en résultera la décomposition du problème de conception initial en un ensemble fini de sous problèmes de conception, chacun défini par une structure différente. La résolution du problème de conception se fera donc, après celle de tous les sous problèmes, par comparaison de leurs performances respectives.

Par la suite, nous nous attacherons à considérer un problème de conception aboutissant à une structure unique appelée structure de base et sur laquelle des critères et contraintes sont spécifiés [08].

I.3. Méthodologie de conception

L'optimisation est souvent réduite aux techniques de résolution mathématiques aux quelles sont attribués par la suite les échecs rencontrés. Or, comme pour la plupart des problèmes que l'ingénieur est amené à résoudre, la méthodologie de conception doit faire l'objet d'une démarche systématique qui comporte quatre phases récapitulées dans la figure I.1. Les phases peuvent s'enchaîner séquentiellement mais les itérations et les retours sont bien souvent indispensables [01].

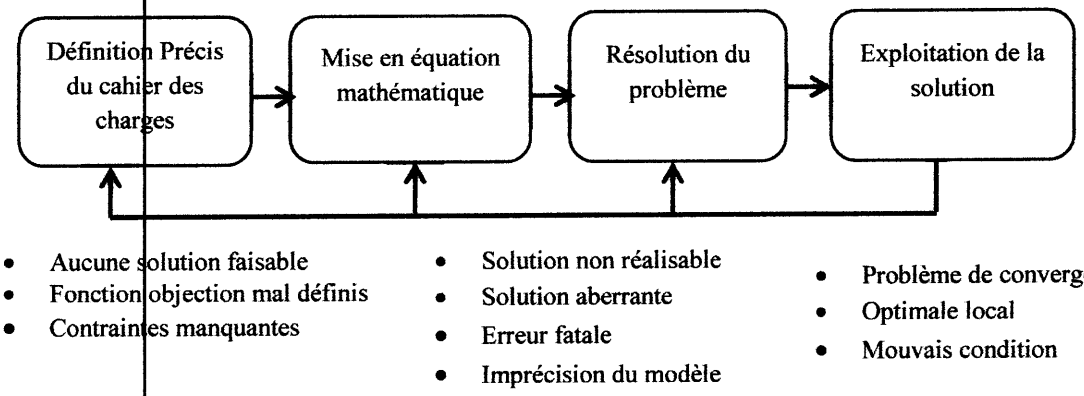


Figure. I.1. Démarche de résolution d'un problème de conception.

I.3.1. Analyse du cahier des charges

Le cahier de charge, définit en amont, exprime les besoins des utilisateurs en termes de fonctions de service et contraintes à satisfaire. Par exemple, il précise le rendement, l'encombrement, la maintenance et la robustesse de la chaîne de traction électrique d'un dispositif électromagnétique.

A l'état initial, il est décidé que l'objet à concevoir doit assurer certaines fonctions dans un environnement donné : les fonctions de service. Il doit également satisfaire certaines exigences qui conditionnent son adoption par l'utilisateur final : les contraintes.

En général, l'objet à concevoir interagit avec son environnement. Un ou plusieurs phénomènes physiques sont nécessaires pour décrire ces interactions et constituent les modèles physiques comportementaux de l'objet. Pour évaluer les performances de l'objet et vérifier qu'il répond aux exigences imposées, il est nécessaire de définir un ensemble de réponses de contrôle ainsi qu'un ensemble de facteurs sur lesquels il est possible d'agir. Les facteurs et les réponses sont liés à la nature et au comportement de l'objet ainsi qu'aux réactions de l'environnement [01].

I.3.2. Formulation du problème d'optimisation

Cette phase consiste à traduire le problème de conception, décrit par le cahier des charges, en un problème mathématique équivalent. C'est l'étape la plus délicate du processus de conception car, là aussi, la formulation d'un problème n'est jamais unique, en particulier la définition des fonctions caractérisant les performances du système. Elle consiste à définir de façon précise :

1. La fonction objectif.
2. Les paramètres de conception.

3. Les éventuelles contraintes liées à la fabrication ou à l'utilisation du dispositif et donc exprimées dans le cahier des charges.
4. Les contraintes ajoutées par le concepteur.

La fonction objectif est une des réponses de l'objet qui définit l'objectif à atteindre et peut être de deux natures : un coût à minimiser (coût de fabrication, consommation, coût d'exploitation, durée de développement) ou une performance à maximiser (profit, rendement, facteur de transmission). Son choix conditionne la définition du problème d'optimisation et inclus les moyens qui en permettent le calcul, c'est-à-dire la modélisation retenue pour l'objet.

Dans le cas d'un objectif unique, le choix de cette fonction est évident. Par exemple, dans le cas où le but est de trouver les caractéristiques d'un dispositif produisant des performances dont les valeurs sont spécifiées, la fonction objectif peut prendre comme expression l'écart entre les performances et les spécifications. Cependant, les problèmes d'optimisation doivent souvent satisfaire des objectifs multiples dont certains sont concurrents.

Les paramètres ou variables de conception sont des facteurs contrôlés qui permettent d'influencer les performances. Ils peuvent être de natures diverses : dimensions géométriques, propriétés des matériaux, choix structurels, etc. Ils peuvent être quantitatifs ou qualitatifs, continus ou discrets. Le choix et le nombre des paramètres conditionnent aussi la définition du problème d'optimisation. Il peut être intéressant de faire varier un grand nombre de facteurs afin d'augmenter l'espace de recherche mais le processus d'optimisation sera alors plus long.

Des contraintes peuvent être ajoutées par le concepteur pour avoir, par exemple, une forme géométriques convenable, s'assurer de la validité de la modélisation retenue et de son bon fonctionnement, etc.

La formulation du problème d'optimisation est fondamentale dans le processus de conception parce qu'elle conditionne le succès des étapes suivantes. Elle n'est pas facile à aborder car le choix des variables de conception n'est jamais unique et les moyens de calcul actuels ne peuvent en gérer qu'un nombre limité [01].

I.3.3. Résolution du problème d'optimisation

La recherche de l'optimum d'un problème est réalisée à l'aide de méthodes d'optimisation qui seront présentées par la suite. Certaines de ces méthodes sont dites déterministes car elles conduisent, pour une solution initiale donnée, toujours au même

résultat final. Pour trouver l'optimum, elles s'appuient sur une direction de recherche qui peut être fournie par les dérivées de la fonction objectif. Ces méthodes ont la réputation d'être efficaces lorsque la solution initiale est proche de l'optimum recherché. Cette particularité constitue un inconvénient majeur dans le cas d'une fonction objectif possédant plusieurs optimums. Elles peuvent, en effet, converger vers un optimum local.

Les méthodes stochastiques, contrairement à la plupart des méthodes déterministes, ne nécessitent ni point de départ, ni à la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Elles s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires qui explorent efficacement l'espace de recherche et convergent vers l'optimum global. Leur nature aléatoire implique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes conduisent à des résultats différents pour une même initialisation du problème d'optimisation.

Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif en comparaison avec les méthodes déterministes exploitant la dérivée de la fonction objectif [01].

I.3.4. Analyse et exploitation des résultats

Une fois le problème résolu, il est impératif d'évaluer la qualité de la solution et en cas d'échec de s'interroger sur les choix adoptés lors des phases précédentes. On attribue souvent l'échec de l'optimisation à la méthode de recherche employée pour la localisation de l'optimum ou à la sensibilité des paramètres de cette méthode alors que le problème est peut être mal formulé.

Un cahier des charges peut être non faisable à cause de contraintes trop sévères ou parce que la fonction objectif n'est pas pertinente. Le choix de la méthode de résolution peut être effectivement erroné et il est nécessaire de s'assurer de l'adéquation entre la méthode de résolution et le modèle retenu. En effet, si le modèle n'est pas continu et différentiable ou si l'expression de la fonction objectif n'est pas explicite, il est imprudent d'utiliser les méthodes déterministes du premier ordre, c'est-à-dire qui utilisent les dérivées premières de la fonction objectif.

Les différentes phases de la démarche de résolution d'un problème de conception ont été présentées. La résolution du problème d'optimisation sera traitée dans la partie II. Dans la partie III, La formulation mathématique du problème d'optimisation, à partir de l'analyse du cahier des charges, est décrite dans le paragraphe suivant.

I.4. Formulation mathématique d'un problème d'optimisation

Tous les problèmes d'optimisation (identification, conception optimale,...) reposent souvent sur l'idée de transformer le problème d'optimisation en un problème de minimisation. Notons, que le problème d'optimisation est toujours fortement lié au travail de modélisation mathématique définissant le procédé global habituellement défini par :

- Les équations continues reflétant le ou les problème(s) physique(s).
- Les caractéristiques des matériaux englobant les lois de comportements ainsi que les paramètres intrinsèques.
- La géométrie globale ainsi que les paramètres procédés.

Un problème d'optimisation de dimension n peut être écrit de façon générale sous la forme [09]:

$$\begin{cases} Min\, f(x)\ c\ R^n \\ g_i(x) < 0 \qquad\qquad i = 1 \ldots p \\ h_j(x) = 0 j = 1, \ldots, q \\ x_{k\min} \le x_k \le x_{k\max} \quad \mathrm{k} = 1 \ldots \mathrm{n} \end{cases} \tag{I.1}$$

Où: $f(x)$ est le critère à minimiser appelé aussi fonction objectif ou fonction de coût; x est un vecteur à n variables x_k qui représentent les paramètres du problème à optimiser;

$g_i(x)$ et $h_j(x)$: représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité;

$x_{k\min}$ et $x_{k\max}$: désignent les contraintes de domaine;

R^n: est l'espace de recherche borné par les contraintes de domaine.

Dans le cas d'une fonction à maximiser, la fonction à minimiser correspondante est l'opposé de la fonction à maximiser ou l'inverse. La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble des paramètres x^* pour lesquels la fonction objectif présente une valeur minimale, en respectant les contraintes d'égalité, d'inégalité et de domaine.

I.4.1. Optimisation continue sans contraintes

Un problème d'optimisation continue sans contraintes peut se formuler par :

$$\begin{cases} Min\, f(x) \\ x = \{x_1, \ldots, x_n\} \\ x_{imin} \le x_i \le x_{i\max} \quad i=1,\ldots,n \Leftrightarrow X \in R^n \end{cases} \tag{I.2}$$

Les composantes, (x_i, i = 1,..., n) du vecteur x sont connues sous le nom de variables ou paramètres de conception. En électrotechnique, celles-ci peuvent être les dimensions géométriques ou les propriétés physiques (densité de courant, induction magnétique, pertes spécifiques, perméabilité...), d'un dispositif.

La fonction $f(x)$ est nommée fonction objectif. Elle peut représenter aussi bien un critère physique (force électromotrice, puissance...), un coût de fabrication tenant compte par exemple du prix d'une tôle magnétique, d'un aimant, etc., ou le poids de la structure à optimiser. Par défaut, la fonction objectif est à minimiser ce qui correspond à objectif de type coût. Dans le cas de la maximisation d'une performance, la fonction objectif vaudra l'opposé de la performance.

Le problème d'optimisation est dit continu car les variables sont réelles. Les limites technologiques minimale et maximale, respectivement, x_{im} et x_{iM}, représentent les limites de variation de chaque paramètre. S est appelé espace des solutions ou espace de recherche.

I.4.2. Optimisation continue avec contraintes

Généralement, un problème mathématique d'optimisation continue avec contraintes s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} Min\, f(x) \\ x \in R^n \\ sous\ les\ contraintes \\ g_j(x) \leq 0 \qquad j = 1, \ldots, m \end{cases} \tag{I.3}$$

Les fonctions $g_j(x)$, j = 1, ..., m, sont les contraintes d'inégalités associées à la faisabilité du dispositif et à son adaptation au cahier des charges. Dans notre cas, elles représentent des limites imposées au problème (limitation de l'induction magnétique, limitation de masse totale, limitation des grandeurs géométriques...). Elles peuvent également représenter des relations entre les variables ajoutées par le concepteur pour garantir le bon conditionnement du problème.

L'ensemble des régions de l'espace de recherche où les contraintes de conception sont vérifiées est dénommé espace réalisable ou domaine admissible. Inversement, l'espace irréalisable ou domaine interdit, désigne l'ensemble des zones de l'espace où au moins une des contraintes n'est pas respectée. La solution du problème que nous venons de formuler est obtenue lorsque le minimum de la fonction $f(x)$ est atteint.

Les fonctions $f(x)$ et $g_j(x)$ peuvent être linéaires, non linéaires, continues ou discontinues. De ce fait, une solution optimale du problème sera déduite à partir d'une méthode d'optimisation adéquate comme détaillé en deuxième chapitre.

Il faut cependant préciser qu'en général un problème d'optimisation de structure (de forme) en électrotechnique, ou dans n'importe quelle autre discipline, ne peut être résolu avec suffisamment de cohérence sans une bonne connaissance du dispositif à traiter. En effet, les méthodes d'optimisation ne sont pas des outils magiques, mais doivent être considérées comme des outils d'aide à la recherche de solutions.

I.5. Traitements des contraintes

Les contraintes imposées par le cahier des charges comme les contraintes ajoutées par le concepteur doivent être prises en compte dans le problème. Il y a plusieurs choix pour le traitement des problèmes avec contraintes.

On peut, pour des raisons de robustesse et de facilité de mise en œuvre, transformer un problème contraint en une suite de problèmes sans contrainte. Cette transformation s'effectue en ajoutant des pénalités à la fonction objectif. La méthode du Lagrangien procède, elle, par linéarisation des contraintes. Enfin, le problème contraint peut être transformé en problème non-contraint à objectifs multiples [01].

I.5.1. Méthodes des pénalités

L'intérêt de ces méthodes est la simplicité de leurs principes et leurs relatives efficacités pratiques [10] [11] [12].

Le concept de base est de transformer la résolution du problème (I.3) sous contraintes en une suite de résolutions de problèmes sans contrainte (I.2) en associant à l'objectif une pénalité dès qu'une contrainte est violée. La fonction objectif $f(x)$ du problème (I.3) est alors remplacée par la fonction suivante à minimiser :

$$\phi(x,r) = f(x) + r \cdot h(x) \tag{I.4}$$

Où : $h(x)$ est la fonction pénalité, continue, dépendant des contraintes $g_i(x)$, r est un coefficient de pénalité, toujours positif. La fonction de pénalité est choisie de telle façon que la possibilité de réalisation soit garantie dans tous les processus de recherche de l'optimum.

Cette caractéristique est très importante pour éviter un arrêt prématuré de l'algorithme d'optimisation. Suivant les types de contraintes et le type de fonction $h(x)$ on distingue la méthode des pénalités intérieures et la méthode des pénalités extérieures [13] [14] [15].

I.5.1.1. Méthode de pénalité extérieure

La fonction $h(x)$ est utilisée afin de défavoriser les positions non admissibles. La fonction de pénalité doit être continue et à dérivées continues :

$$h(x) = \sum_{j=1}^{m} max^2(0, g_j(x)) \quad \text{(I.5)}$$

Le problème obtenu pourrait être résolu directement pour une valeur de r suffisamment grande de telle façon que les contraintes soient satisfaites mais ce choix entraîne un mauvais conditionnement de $\phi(x, r)$ et donc engendre un problème numérique lors de la résolution [11].

Pour cette raison, les méthodes des pénalités sont en général résolues de manière itérative une suite de valeurs croissantes de r est générée et à chaque itération k du processus, le problème d'optimisation sans contrainte suivant est résolu :

$$\varphi(x, r, k) = f(X) + r^k \sum_{j=1}^{m} max^2(0, g_j(x)) \quad \text{(I.6)}$$

Lorsque k tend vers l'infini, (I.6) devient équivalent à notre problème contraint (I.3). Le coefficient r doit être choisi supérieur à 1, et pas trop grand pour éviter le problème numérique cité précédemment. En pratique, une valeur de r=10 et une valeur de k=3 convient bien si toutes les fonctions contraintes sont mises à l'échelle.Grâce aux caractéristiques de continuité et dérivabilité de la fonction de pénalité, cette méthode est applicable partout. De plus, elle est facile à mettre en oeuvre.

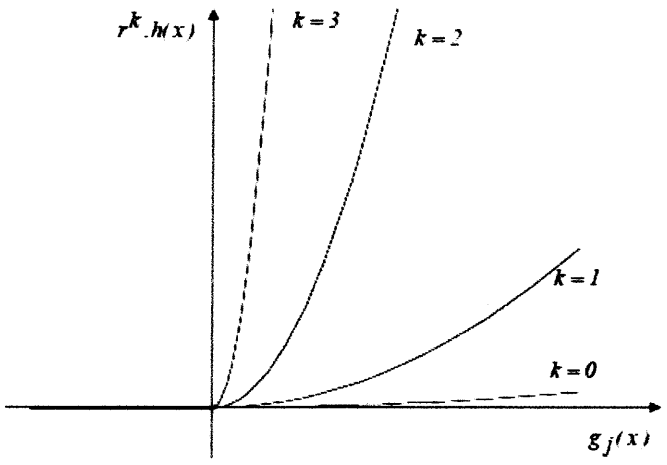


Figure. I.2. Fonctions de pénalité extérieure pour $r = 10$

L'avantage de cette méthode est que le point de départ n'est pas nécessairement admissible tout en garantissant que le point final sera dans le domaine admissible ou presque. La fonction de pénalité extérieure est continue dans tout le domaine d'étude, admissible comme non admissible, mais elle présente l'inconvénient de conduire à un optimum réalisable seulement quand k tend vers l'infini et d'approcher ce point par une série de solutions non admissibles. Elle est utilisée pour les contraintes non uniquement fonction des variables d'optimisation ou les contraintes d'égalités. La méthode des pénalités intérieures est utilisée pour toutes les autres contraintes pour des raisons que nous allons expliciter.

I.5.1.2. Méthode des pénalités intérieures

Dans le cas de la pénalité intérieure, on cherche à définir la fonction $h(x)$ de telle sorte que, plus la contrainte devient active, c'est-à-dire plus x_i se rapproche de la frontière du domaine admissible, plus la fonction de pénalisation $h(x)$ croit et tend vers l'infini et par conséquent, moins on a de chance de trouver le minimum proche de la frontière du domaine admissible. Cette caractéristique montre que cette technique ne convient pas pour résoudre les problèmes possédant des contraintes égalités. Les fonctions de pénalités intérieures les plus employées dans la littérature sont :

- La fonction inverse [13]:

$$h(x) = \sum_{j=1}^{m} \frac{-1}{g_i(x)} \tag{I.7}$$

- La fonction logarithmique [15] :

$$h(x) = -\log(-g_j\ (x)) \tag{I.8}$$

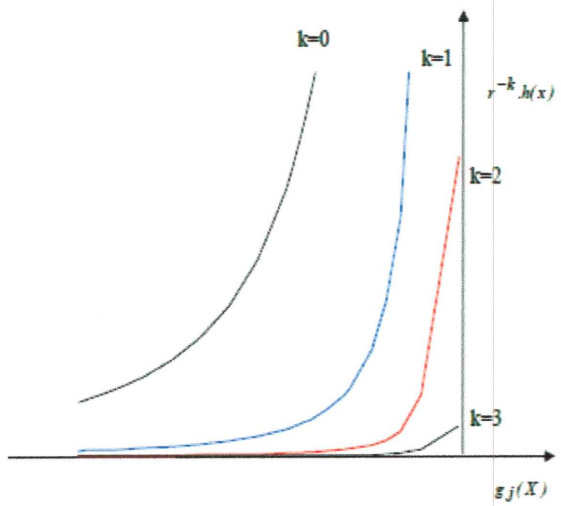


Figure. I.3. Fonction de pénalité intérieure pour $r = 10$

Dans le cas de la fonction inverse, la fonction objectif du problème d'optimisation (I.3) est remplacée par la fonction suivante :

$$\varphi(x,r,k) = f(x) - r^{-k}\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{g_i(x)} \quad (I.9)$$

Le coefficient r est choisi grand pour que la recherche se fasse initialement loin des limites du domaine de faisabilité. A chaque nouvelle itération, la recherche pourra se rapprocher davantage des limites de faisabilité, la pénalité diminuera et (I.9) deviendra équivalent à (I.3) pour r^{-k} tendant vers zéro, ici k est trés grand.

La fonction de pénalisation intérieure présente l'avantage de toujours conduire à une séquence de solutions réalisables. Néanmoins, elle a l'inconvénient majeur d'être discontinue sur l'interface entre les domaines admissible et interdit. En plus, le point de départ doit obligatoirement être dans la région admissible. Par exemple, on choisit comme point initial celui qui minimise les pénalités ce qui permet à l'optimisation de démarrer dans une direction d'amélioration de la fonction objectif $f(x)$.

I.5.1.3. Méthode de pénalisation radicale

La méthode de pénalisation radicale est un processus de pénalisation très populaire dans le domaine de l'optimisation évolutionnistes [16].

Il s'agit d'écarter les solutions non réalisables en attribuant à la fonction de transformation une valeur très élevée en cas de minimisation, ou une valeur nulle en cas de maximisation. Par conséquent, la probabilité de survie de ces solutions, déterminée par les mécanismes de sélection, est quasi-nulle. Cette méthode est séduisante en raison de sa grande simplicité. Elle peut être appliquée avec succès lorsque l'espace de recherche est convexe.

Dans le cas contraire, cette approche a de sérieuses limitations, les solutions situées dans l'espace irréalisable ne pouvant être améliorées en raison de l'absence de directions données par la méthode de pénalisation.

I.5.2. Choix de la méthode de pénalité

La méthode des pénalités extérieures, d'un point de vue pratique, est très avantageuse. En effet, le domaine d'optimisation défini par des contraintes assure la possibilité et la pertinence du calcul de la réponse en tout point. Cette méthode peut donc être appliquée à un problème contraint sans modification des algorithmes de recherche. Elle permet aussi la prise en compte des contraintes égalités et des contraintes qui ne sont pas fonction uniquement des variables d'optimisation mais également des résultats de simulation.

Comparativement, la méthode des pénalités intérieures est plus difficiles à mettre en œuvre car les inégalités sont strictes et ne peuvent être transgressées. Par contre, elle permet de réduire le domaine de recherche au seul domaine faisable et ainsi limiter les risques d'arrêt prématuré du processus d'optimisation.

En conclusion, une combinaison des deux méthodes est préférable : la méthode des pénalités extérieures pour les contraintes non uniquement fonction des variables d'optimisation ou les contraintes égalités et la méthode de pénalités intérieures pour les autres. Les méthodes que nous venons de décrire présentent certains inconvénients. Notamment lorsque k tend vers l'infini, la fonction peut être mal conditionnée ce qui entraîne une convergence lente. De plus, ces méthodes sont itératives et nécessitent donc un temps de calcul important. Nous allons maintenant présenter une méthode qui permet d'éliminer en partie les difficultés dues aux pénalités en assurant une convergence vers l'optimum. Ces méthodes sont dites du Lagrangien augmenté et sont réputées robustes et efficaces [17] [18].

I.6. Lagrangien

On appelle fonction de Lagrange associée au problème d'optimisation (I.3), la fonction :

$$L(x,\lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \,.\, g_j(x) \tag{I.10}$$

Où : $\lambda_j \geq 0$ (j = 1, .., m) sont appelés multiplicateurs de Lagrange [3].

Théorème de Kuhn et Tucker :

Une condition nécessaire pour que x^* soit minimum local d'un problème contraint est donnée par les équations de Kuhn-Tucker [04]:

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^* \,.\, g_j(x^*) = 0 \\ \lambda_j^* . g_j(x^*) = 0 \quad \forall j = 1, \ldots\ldots, m \end{cases} \tag{I.11}$$

L'équation (I.11) s'écrit à l'aide de l'équation (I.10) :

$$\begin{cases} \nabla L(X,\lambda^*) = 0 \\ \lambda_j^* . g_j(x^*) = 0 \quad \forall j = 1, \ldots\ldots, m \end{cases} \tag{I.12}$$

La résolution du système (I.12) à $(n + m)$ équations permet de trouver des points pouvant être des minima locaux mais rien ne garantit pas qu'ils le soient effectivement.

Néanmoins, il est clair que ces méthodes nécessitent le calcul des dérivées exactes des fonctions objectif et contraintes. Pour cette raison, elles sont difficiles à mettre en oeuvre dans

le contexte de l'utilisation de la méthode des éléments finis pour évaluer ces fonctions [11] [20].

Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté la problématique de la conception des dispositifs électromagnétiques. Nous avons commencé par la présentation de quelques définitions nécessaires à l'application de ces méthodes, ainsi que par l'exposition de concepts de base importants, tels que la formulation mathématique d'un problème d'optimisation.

La méthodologie de conception est composée de quatre grandes étapes dont les deux premières ont été détaillées : l'analyse du cahier des charges et la formulation d'un problème d'optimisation.

A l'issue des deux premières étapes, une formulation mathématique est obtenue et transformée selon l'expertise du concepteur, les outils de modélisation et les techniques d'optimisation employées.

Chapitre

Présentation des méthodes d'optimisation: Mise en œuvre de l'algorithme EM

Introduction

Dans le premier chapitre, la formulation d'un problème de conception en un problème mathématique d'optimisation équivalent a été décrite ainsi qu'une présentation des méthodes de prise en compte des contraintes. Ce deuxième chapitre s'intéresse aux méthodes d'optimisation les mieux adaptées à ce type de problème.

Nombreuses sont les méthodes d'optimisation. On peut cependant les classer en deux grandes catégories: les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Dans la première classe, on rencontre toutes les méthodes qui cherchent le minimum d'une fonction en se basant sur la connaissance d'une direction de recherche, souvent donnée par le gradient de cette fonction. Dans le cas d'optima multiples, elles s'arrêtent sur le premier optimum rencontré. Les méthodes stochastiques sont une alternative pour pallier cet inconvénient.

Parmi les méthodes stochastiques les plus répandues on trouve les algorithmes génétiques, le recuit simulé, la recherche taboue et les méthodes méta-heuristiques ou on peut trouver le mécanisme d'électromagnétisme (EM). Ces algorithmes sont capables de trouver le minimum global d'une fonction même dans des cas très difficiles, mais le temps de calcul peut être élevé. Ceci est particulièrement pénalisant lorsque le calcul de la performance de chaque nouvelle solution proposée par le processus aléatoire nécessite la résolution d'un modèle éléments finis [09].

II.1. Caractéristiques

II.1.1. Sensibilité et robustesse d'une méthode d'optimisation

La méthode d'optimisation est conditionnée par des paramètres de contrôle et des conditions initiales (valeurs initiales des variables de conception, valeurs initiales des paramètres de contrôle,...). Elle peut être caractérisée selon le modèle de la boite noire illustré en figure II.1.

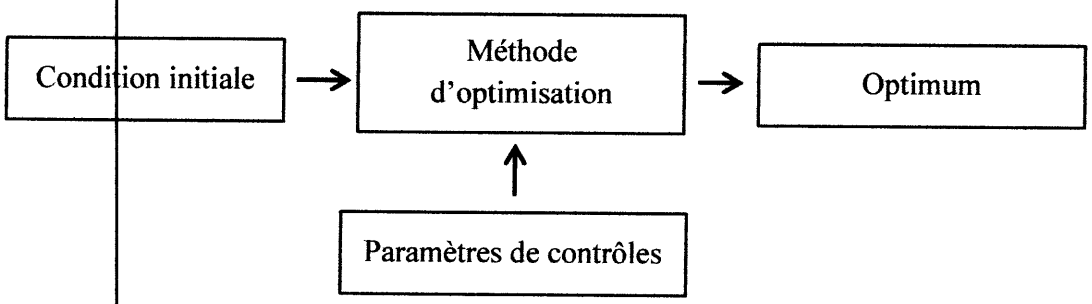


Figure. II.1. Modèle de la boite noire

L'efficacité d'une méthode d'optimisation est liée à la sensibilité et à la robustesse par rapport aux paramètres de contrôle et aux conditions initiales. Lorsque les variables de conception doivent prendre une valeur bien précise pour que la méthode de résolution converge vers l'optimum d'une fonction donnée, la méthode est dite sensible aux conditions initiales. Une méthode d'optimisation est robuste si pour une même valeur des paramètres de contrôle et des conditions initiales, elle est capable de trouver l'optimum de fonctions très différentes.

Une méthode parfaite devrait être totalement insensible aux conditions initiales et aux variables de conception et converger vers l'optimum quelles que soient la fonction objectif et les contraintes.

II.1.2. Opérateurs de recherche fondamentaux

La recherche de l'optimum d'une fonction est généralement réalisée à l'aide de deux opérateurs fondamentaux: l'exploration et l'exploitation. L'exploration permet une localisation imprécise de l'optimum global alors que l'exploitation affine cette solution en augmentant la précision de l'optimum. Le succès et l'efficacité d'une technique de résolution dépendent la plupart du temps d'un compromis entre l'exploration et l'exploitation. Certaines méthodes toutefois n'utilisent qu'un seul de ces opérateurs pour parvenir à l'optimum. Ainsi, les méthodes déterministes, exploitant les dérivées de la fonction objectif et des contraintes pour atteindre rapidement et précisément le minimum local le plus proche du point de départ, privilégient l'exploitation au détriment de l'exploration.

Tout algorithme d'optimisation doit utiliser ces deux stratégies pour trouver l'optimum global: l'exploration pour la recherche de régions inexplorées de l'espace de recherche, et l'exploitation pour exploiter la connaissance acquise aux points déjà visités et ainsi trouver des points meilleurs. Ces deux exigences peuvent paraître contradictoires mais un bon algorithme de recherche doit trouver le bon compromis entre les deux. Une recherche purement aléatoire est bonne pour l'exploration mais pas pour l'exploitation alors que la recherche dans le voisinage est une bonne méthode d'exploitation mais pas d'exploration.

II.1.3. Mode de recherche de l'optimum

Lorsque l'évolution de la méthode de résolution est prévisible et ne laisse aucune place au hasard, celle-ci est qualifiée de déterministe. En revanche les méthodes dites stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabiliste qui peuvent conduire à des résultats différents pour des conditions initiales et des paramètres de contrôle identiques.

Les méthodes déterministes sont qualifiées de méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers un optimum dépendant uniquement du point de départ, qu'il soit local ou global. A l'opposé, les techniques stochastiques sont reconnues comme des méthodes globales qui permettent de localiser l'optimum global.

II.1.4. Ordre d'une méthode de résolution

Les méthodes de résolution peuvent être classées à partir de leur ordre selon qu'elles nécessitent ou non le calcul des dérivées de la fonction objectif et des fonctions contraintes par rapport aux paramètres. Une méthode est dite d'ordre zéro si elle utilise uniquement la connaissance de la fonction elle-même. Elle est d'ordre un si elle requiert le calcul des dérivées premières et d'ordre deux s'il lui faut aussi accéder aux dérivées secondes.

Les méthodes d'ordre zéro sont en général peu précises et convergent plus lentement vers l'optimum. En revanche, elles offrent l'avantage d'éviter le calcul du gradient, ce qui est intéressant lorsque la fonction n'est pas différentiable ou que le calcul de son gradient représente un coût important. C'est notamment le cas des modèles éléments finis.Les méthodes d'ordre un ou deux permettent d'accélérer la localisation de l'optimum, puisque le gradient ou le herssien de la fonction objectif donnent l'information sur la direction de l'amélioration. Par contre elles sont applicables seulement aux problèmes où les fonctions objectif et contraintes sont continûment différentiables.

II.2. Classification des méthodes d'optimisation

Les méthodes d'optimisations sont classées, selon le mode de recherche de l'optimum, en deux grands groupes: les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

II.2.1. Méthodes d'optimisation déterministes

Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème est toujours la même pour un même contexte initial donné, ne laissant aucune place au hasard. Ce sont en général des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ce sont souvent des méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ, qu'il soit local ou global.

Selon la dimension de la fonction objectif à optimiser, les méthodes déterministes peuvent être classifiées en unidimensionnelles ou multidimensionnelles.

II.2.1.1. Méthodes déterministes unidimensionnelles

Les méthodes déterministes unidimensionnelles sont utilisées dans l'optimisation de fonctions à un seul paramètre. Ces méthodes, aussi appelées méthodes de Recherche Linéaire (Line Search Methods), sont normalement basées sur des techniques qui permettent de localiser le point minimal de la fonction à partir de réductions successives de l'intervalle de recherche. Dans la littérature, nous trouvons différentes méthodes unidimensionnelles, parmi

Les quelles nous allons présenter la méthode de Dichotomie, la méthode de la Section Dorée et la méthode de Brent [19] [20] [21].

La plupart de ces méthodes ne supposent pas que la fonction à minimiser soit différentiable, ni même continue, mais seulement uni modale [19].

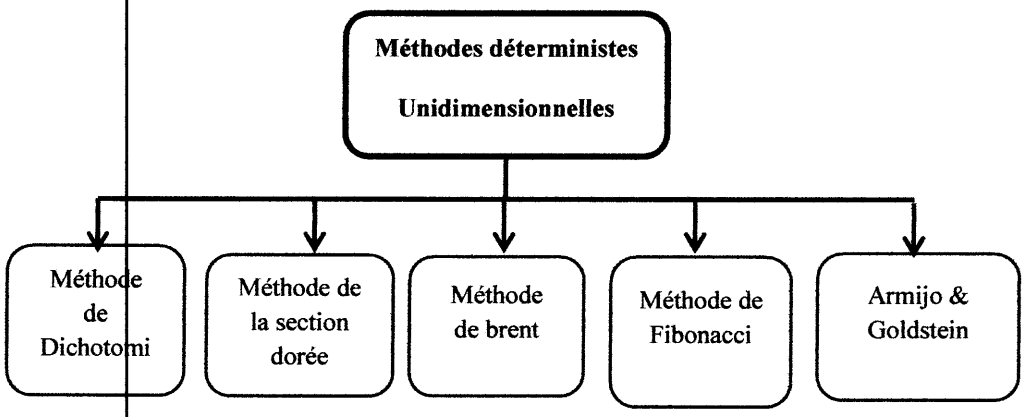


Figure II.2 : Principales méthodes déterministes unidimensionnelles

II.2.1.2. Méthodes déterministes multidimensionnelles

Les méthodes déterministes multidimensionnelles sont consacrées à l'optimisation de fonctions à un paramètre ou plus. Elles peuvent être classées selon l'utilisation de l'information des dérives de la fonction objectif par rapport aux paramètres x_k.

Elles sont dites directes ou d'ordre 0 si elles n'utilisent que l'information de la valeur de la fonction elle-même. Dans le cas où elles nécessitent aussi le calcul du gradient de la fonction, elles sont dites indirectes ou d'ordre 1.

Les méthodes d'ordre 0 sont en général peu précises et convergent très lentement vers l'optimum. En revanche, elles offrent l'avantage de se passer du calcul du gradient, ce qui peut être intéressant lorsque la fonction n'est pas différentiable ou lorsque le calcul de son gradient représente un coût important.

Les méthodes d'ordre 1 permettent d'accélérer la localisation du point d'optimisation, une fois que le gradient donne l'information sur la direction de recherche de la solution. Par contre, elles sont applicables uniquement aux problèmes ou la fonction est continûment différentiable.

Nous pouvons diviser les méthodes multidimensionnelles, qu'elles soient directes ou indirectes, en deux différents groupes: les méthodes analytiques ou de descente et les méthodes heuristiques ou géométriques [22].

La figure II.3 montre les méthodes multidimensionnelles les plus importantes avec leur ordre respectif de résolution.

جامعة محمد الصديق بن يحيى - جيجل
مكتبة الكلية
كلية العلوم و التكنولوجيا

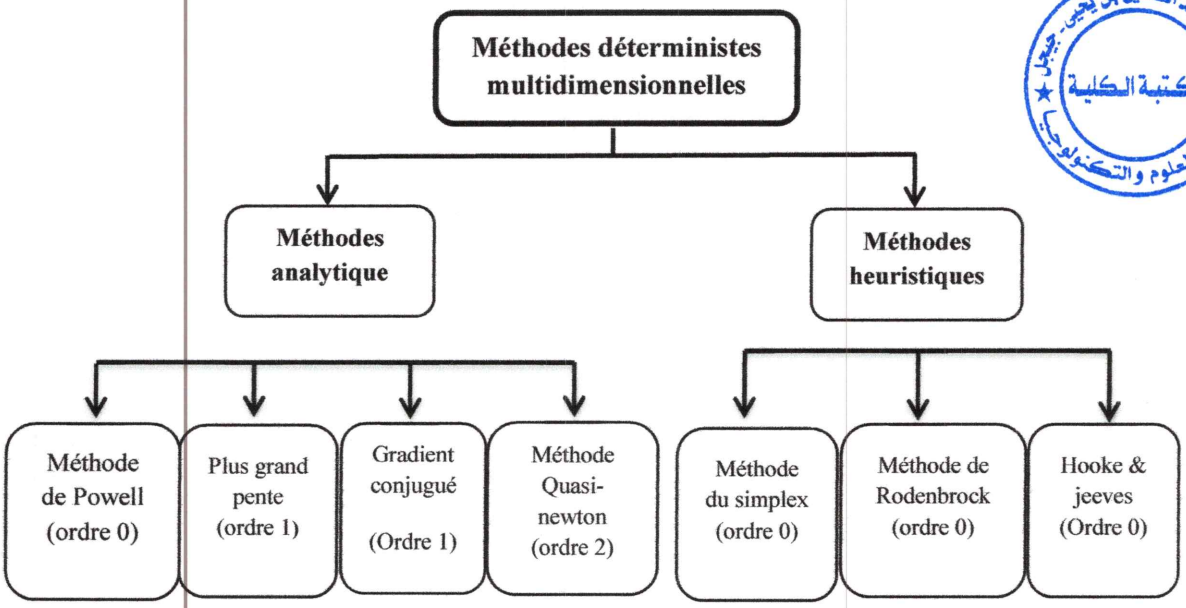


Figure II.3. Principales méthodes déterministes multidimensionnelles

Les méthodes analytiques se basent sur la connaissance d'une direction de recherche souvent donnée par le gradient de la fonction. La plupart de ces méthodes sont d'ordre 1 et exécutent des minimisations linéaires successives en faisant appel à des méthodes unidimensionnelles. Les exemples les plus significatifs de méthodes analytiques sont la méthode de la Plus Grande Pente, le Gradient Conjugué, la méthode de Powell et les méthodes Quasi- Newton. Les méthodes heuristiques explorent l'espace par successifs en recherchant les directions les plus favorables. A l'opposé des méthodes analytiques, la plupart de ces méthodes sont d'ordre 0. Les implémentations de méthodes géométriques les plus souvent utilisées sont celles de la méthode du Simplex, la méthode de Rosenbrock et la méthode de variations locales de Hooke et Jeeves [22].

II.2.2. Méthodes d'optimisation stochastiques

Les méthodes d'optimisation stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation. Ces méthodes ont une grande capacité de trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni de point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations avant d'arriver à la solution du problème. Parmi les méthodes stochastiques les plus employées, nous distinguons le Recuit Simulé la Recherche Tabou et les Méthodes Évolutionnistes [23] [24] [25]. Ces dernières regroupent différents algorithmes basés sur le même principe d'exploration de l'espace de recherche en utilisant un ensemble de solutions et pas seulement une solution unique. Comme méthodes évolutionnistes, nous avons les Algorithmes Génétiques [26] [27] [28] [29], les Stratégies d'Évolution [30], la Programmation Évolutionniste et la Programmation Génétique [31] [32].

La figure II.4 présente les méthodes stochastiques les plus utilisées.

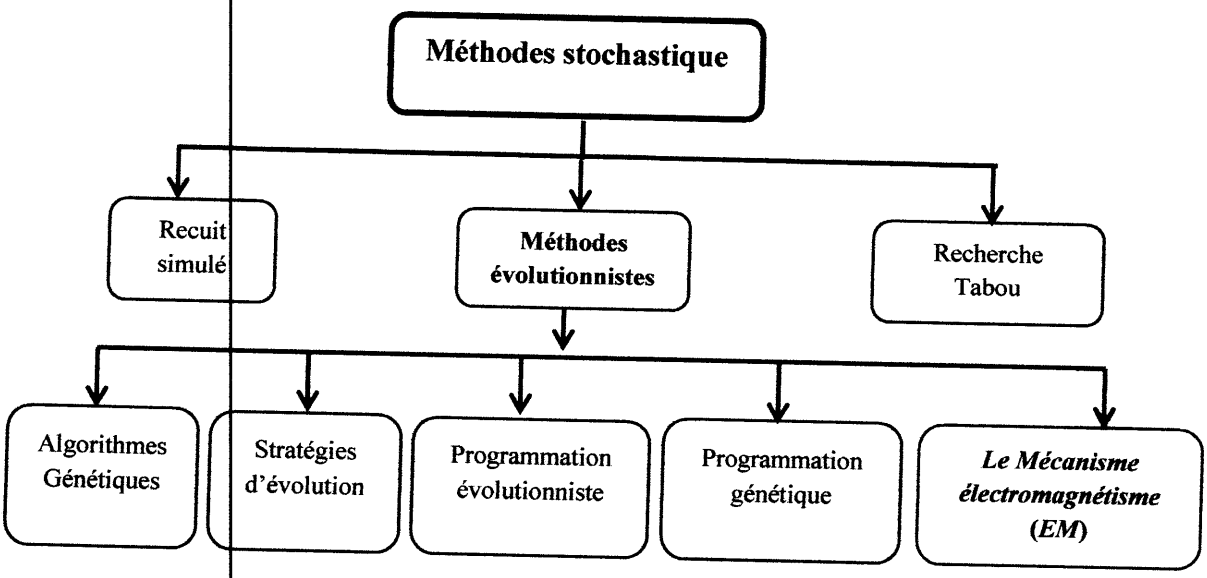


Figure II.4. Principaux méthodes stochastiques

Parmi ces méthodes stochastiques on trouve la méthode du mécanisme électromagnétisme (EM) qui sera présentée en détail par la suite.

II.3. Choix des méthodes d'optimisation

Dans la plupart des problèmes de conception en électrotechnique, la fonction à optimiser a plusieurs minima. Dans ce cas, les méthodes déterministes locales ne peuvent conduire à la solution, sauf si le point de départ est voisin de la solution globale, ce qui est peu probable.

Les méthodes stochastiques sont l'alternative pour résoudre ces problèmes à plusieurs minima. Elles sont capables de trouver le minimum global d'une fonction même dans des cas très difficiles, alors que la fonction considérée présente un grand nombre de minima relatifs. Cependant, il y a un prix à payer, en temps de calcul, qui peut être élevé. Ceci est particulièrement vrai en électrotechnique.

Dans le cadre des méthodes de simulation numérique utilisées dans l'analyse de dispositifs électromagnétiques, la méthode des éléments finis se présente aujourd'hui comme une des méthodes les plus robustes et les plus généralistes que nous ayons. La simulation par éléments finis permet d'obtenir des résultats assez fiables, même en situation où le dispositif analysé présente une configuration complexe. La difficulté d'évaluer le gradient de la fonction objectif directement à partir d'une simulation par éléments finis peut limiter l'utilisation des méthodes d'optimisation déterministes les plus performantes.

De plus, le temps de calcul demandé par éléments finis pour atteindre une solution peut devenir important, surtout lorsque l'analyse du dispositif est réalisée en trois dimensions. La résolution d'un problème d'optimisation par les méthodes stochastiques peut demander quelques centaines, voire quelques milliers d'évaluations de la fonction objectif, ce qui induit des temps de calcul de plusieurs jours à plusieurs semaines.

Cependant, cet inconvénient peut être levé si une architecture informatique permettant le calcul distribué sur plusieurs ordinateurs connectés au réseau est utilisée.

En conclusion, les méthodes stochastiques sont certainement bien adaptées à la résolution des problèmes d'optimisation dans le domaine de l'électrotechnique.

II.4. Méthode du mécanisme d'électromagnétisme

II.4.1. Historique

La méthode du mécanisme d'électromagnétisme est un méta heuristique basé sur une population de solution, elle a été proposée par Birbil et al [33]. Pour résoudre efficacement

des problèmes d'optimisation difficile. Elle a été inspirée d'une analogie avec le mécanisme attraction-répulsion de la théorie d'électromagnétisme.

Dans cette approche la charge de chaque point est relative à la valeur de la fonction objectif, ce que nous essayons d'optimiser. Cette charge détermine également l'attraction ou la répulsion du point. D'ailleurs, la force électrostatique entre deux points est directement proportionnelle aux charges de ces points et inversement proportionnelle au carré de la distance entre ces points.

La qualité de solution ou la charge de chaque particule détermine l'effet d'attraction et de répulsion dans la population. Une meilleure solution encourage d'autres particules à converger aux vallées attrayantes. Tandis qu'une mauvaise solution décourage les autres particules pour se déplacer vers sa région.

Le mécanisme d'électromagnétisme est basé sur l'évolution de la population de solutions pour résoudre des problèmes d'optimisation globale, comme par exemple la minimisation de fonctions non-linéaires $f(x)$ [33] [34]. Chaque solution du problème correspond à un point dans un espace Euclidien.

L'algorithme utilise un mécanisme d'attraction-répulsion issu de la théorie de l'électromagnétisme pour déplacer une population de points vers l'optimum. Le mécanisme d'électromagnétisme commence par générer aléatoirement des points dans la région admissible. Ces points sont considérés comme des particules électriques chargées. La charge des points échantillonnés est déterminée par leurs valeurs de la fonction objectif. L'équation (II.1) montre l'expression pour calculer la charge d'un point i:

$$q^i = \exp\left(-n\frac{f(x^i)-f(x^{best})}{\sum_{k=1}^{m}(f(x^k)-f(x^{best}))}\right) \ , \forall\, i \qquad \text{(II.1)}$$

Où :

$f(x^i)$: La valeur de la fonction objectif du point i,

$f(x^{best})$: La valeur du critère de la meilleure solution trouvée,

n: La dimension de l'espace de solutions considéré,

m: Le nombre de points dans chaque population.

Puis, selon la théorie de l'électromagnétisme, une force est déterminée pour chaque point selon l'équation suivante:

$$F^i = \sum_{j\neq i}^{m} \begin{cases} (x^j - x^i)\frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2} & if\ f(x^j) < f(x^i) \\ (x^i - x^j)\frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2} & if\ f(x^j) \geq f(x^i) \end{cases} \quad ,\forall i \qquad \text{(II.2)}$$

A partir de l'équation (II.2), on peut constater qu'entre deux points, le point avec la meilleure valeur de la fonction objectif attire l'autre. Au contraire, le point avec la valeur la plus mauvaise de la fonction objectif repousse l'autre. Après l'évaluation du vecteur de la force totale F^i, le point i est déplacé dans la direction de la force totale selon un pas calculé aléatoirement selon l'expression:

$$x^i = x^i + \lambda \frac{F^i}{\|F^i\|}(RNG) \qquad i = 1, \ldots \ldots m \qquad \text{(II.3)}$$

Où: λ est un pas aléatoire qui suit une distribution uniforme entre 0 et 1, *RNG* est un vecteur qui désigne le mouvement faisable vers la borne inférieure ou supérieure pour la dimension correspondante.

D'une manière générale l'algorithme de la méthode du mécanisme d'électromagnétisme est donné par:

Etape1: Choisir aléatoirement la population des solutions initiales et les évaluer à l'aide de la fonction objectif. Les solutions sont considérées comme des particules électriquement chargées.

Etape2: Calculer la charge des solutions dans la population courante suivant l'équation (II.1).

Etape 3: Evaluer la force totale de chaque solution selon l'équation (II.2).

Etape4: Déplacer les solutions courantes selon l'équation (II.3). Ensuite évaluer les nouvelles solutions.

Etape 5: Tant que la condition d'arrêt n'est pas atteinte, retourner à l'étape 2.

II.4.2. Plan général de l'algorithme

Le mécanisme d'électromagnétisme s'effectue en quatre phases :

- Initialisation de l'algorithme,
- Recherche locale,
- Calcul du vecteur de la force total,
- Mouvement suivant la valeur de la force totale.

Le plan général peut être donné comme dans Algorithme 1

***m**: Nombre de points de l'échantillon*

***MAXITER**: Nombre maximal d'itérations*

***LSIT ER**: Nombre maximal d'itérations de la recherche locales*

δ: Paramètre de la recherche local, $\delta \in [0, 1]$

ALGORITHME.1. EM (*m*, *MAXITER*, *LSIT ER*, δ)

1: Initialize ()
2: iteration ←1
3: **tantque** iteration <*MAXITER* **faire**
4: Local (*LSIT ER*, δ)
5: **F** ←CalcF ()
6: Move (**F**)
7: iteration ←iteration + 1
8: **fin tantque**

❖ **Initialisation**

La procédure d'initialisation génère un nombre de points *m* aléatoirement dans le domaine de faisabilité, où *n* est la dimension du problème. Les coordonnées des points sont distribuées uniformément entre les bornes supérieures et inférieures correspondantes.

La procédure d'initialisation termine par l'identification du point qui a la meilleure valeur de la fonction objectif x^{best}.

ALGORITHME.2. Initialize ()

1: **pour** i = 1 to m **faire**
2: **pour** k = 1 to n **faire**
3: $\lambda \leftarrow U(0, 1)$
4: $x_k^i \leftarrow l_k + \lambda (u_k - l_k)$
5: **fin pour**
6: Calculate $f(x^i)$
7: fin **pour**
8: $x^{best} \leftarrow$ argmin $\{f(x^i), \forall i\}$

❖ **Recherche locale**

La procédure Local est utilisée pour rassembler l'information locale sur un pointx^i, Les paramètres, LSITER et δ qui sont utilisés dans cette procédure, représentent le nombre d'itérations et le multiplicateur pour réaliser la recherche locale, respectivement. La procédure répétition s'effectue comme suit: Premièrement, la longueur du pas faisable maximale (Longueur) est calculée à partir du paramètre δ (Algorithme 3, ligne 2).

Deuxièmement, pour un i donné, l'amélioration de x^i est réalisée (ligne 5–13). Ensuite, un nombre aléatoire est généré comme une longueur du pas pour améliorer un point x^i. Si le point y observe un meilleur point dans LSITER itérations, le point x^i est remplacé par le point y (ligne 14–17). Finalement le meilleur point courant est mis à jour (ligne 22).

ALGORITHME.3. Local (*LSIT ER, δ*)

1: *counter* ←*1*
2: *Length*← δ $(max_k\{u_k - l_k\})$
3: **pour** i = *1 to m* **faire**
4: **pour** *k = 1 to n* **faire**
5: $\lambda 1 \leftarrow U(0, 1)$
6: **tantque** *counter* <*LSITER* **faire**
7: $y \leftarrow x^i$
8: $\lambda_2 \leftarrow U(0, 1)$
9: **si** $\lambda_1 > 0.5$ **alors**
10: $\lambda_k \leftarrow \lambda_k + \lambda_2$ *(Length)*
11: **sinon**
12: $y_k \leftarrow y_k - \lambda_2$ (Length)
13: **fin si**
14: **si** $f(y) < f(x^i)$ **alors**
15: $x^i \leftarrow y$
16: counter← *LSIT ER* − 1
17: **fin si**
18: counter ←counter + 1
19: **fin tantque**
20: **fin pour**
21: **fin pour**
22: x^{best}← argmin $\{f(x^i), \forall i\}$

❖ **Calcul de vecteur de force**

La procédure de calcul de force pour chaque point peut être effectuée comme suit :

ALGORITHME.4. CalcF (): F

1: **pour** $i = 1$ to m **faire**
2: $q_i \leftarrow \exp\left(-n \frac{f(x^i)-f(x^{best})}{\sum_{k=1}^{m}(f(x^k)-f(x^{best}))}\right)$
3: $F^i \leftarrow 0$
4: **fin pour**
5: **pour** $i = 1$ to m **faire**
6: **pour** $j = 1$ to m **faire**
7: **si** $f(x^j) < f(x^i)$ **alors**
8: $F_i \leftarrow F_i + (x^j - x^i) \frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2}$ {Attraction}
9: **sinon**
10: $F_i \leftarrow F_i - (x^j - x^i) \frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2}$ {Repulsion}
11: **fin si**
12: **fin pour**
13: **fin pour**

❖ **Calcul de vecteur de déplacement**

Le calcul de déplacement pour chaque point selon la théorie de l'algorithme EM se fait suivant la procédure si dessous.

ALGORITHME.5. Move (F)

1: **pour** $i=1$ to m **faire**
2: **si** i~$=best$ **alors**
3: $\lambda \leftarrow U(0, 1)$
4: $F^i \leftarrow \frac{F^i}{\|F^i\|}$
5: **pour** $k = 1$ to n **faire**
6: **si** $F_k^i > 0$ **alors**
7: $x_k^i \leftarrow x_k^i + \lambda F_k^i \ (u_k - x_k^i)$
8: **sinon**
9: $x_k^i \leftarrow x_k^i + \lambda F_k^i \ (x_k^i - l_k)$
10: **fin si**
11: **fin pour**
12: **fin si**
13: **fin pour**

L'organigramme suivant montre la procédure générale de convergence de l'algorithme « mécanisme d'électromagnétisme » vers le minimum global d'une fonction objectif.

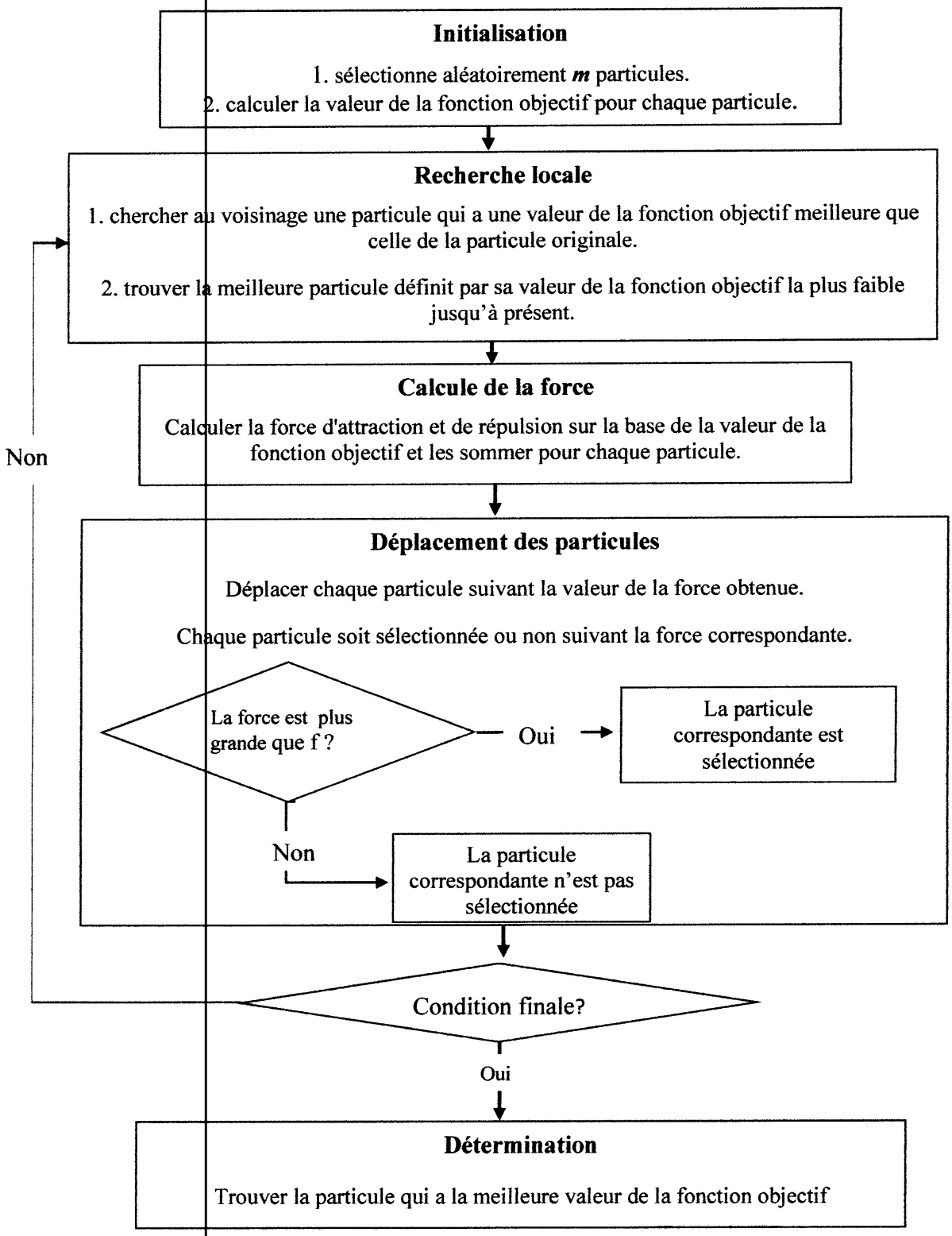


Figure II.5. Organigramme de convergence du mécanisme d'électromagnétisme

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les méthodes utilisées dans la résolution d'un problème d'optimisation. Nous avons remarqué que selon leurs caractéristiques, ces méthodes peuvent être réunies en deux différents groupes: les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les méthodes déterministes peuvent trouver le minimum global de la fonction sous certaines hypothèses comme la convexité et la différentiable. En d'autres termes, si la fonction objectif remplit ces hypothèses dans une région locale contenant le minimum désiré et si la configuration initiale est quelque part à l'intérieur de cette région, les méthodes déterministes convergentes très rapidement vers ce minimum. Cependant, résolvant des problèmes pratiques où aucune de ces hypothèses ne peut être rendue, les méthodes déterministes convergent souvent vers un des minimums locaux de la fonction objectif. Vu que ces hypothèses ne sont à priori pas répandues dans le domaine de l'électrotechnique dans lequel généralement très peu de connaissances sur le comportement de la fonction objectif sont disponibles, il semble recommandé de commencer le processus d'optimisation avec des méthodes stochastiques.

Malgré le nombre important d'évaluations, les algorithmes stochastiques présentent le grand avantage par rapport aux méthodes déterministes, d'avoir la capacité de trouver l'optimum global. Nous utilisons une méthode basées sur des méta-heuristiques pour résoudre les problèmes d'optimisation. La méthode choisie est basée sur le mécanisme d'électromagnétisme (Algorithme EM). Nous présenterons et comparons dans les chapitres suivants nos résultats d'application de l'algorithme EM sur des fonctions mathématiques simples avec d'autres méthodes utilisées.

Chapitre

Méthodes de calcul du champ électromagnétique

Introduction

Au cours de la modélisation de la majorité des systèmes électromagnétiques, les modèles obtenus sont à équations aux dérivées partielles dont la résolution analytique n'est pas souvent évidente, aussi pour s'affranchir de cette difficulté des méthodes numériques ont été développées. Il arrive d'associer une solution analytique à une méthode numérique pour réduire le temps de calcul et augmenter la précision des résultats.

Dans ce chapitre, nous présenterons les équations nécessaires à la modélisation des systèmes électromagnétiques ainsi que la méthode des éléments finis pour la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles du champ électromagnétique.

III.1. Lois d'électromagnétisme

Le sujet d'électromagnétisme s'expose comme une déduction des quatre équations dépendantes des milieux. Il est judicieux de rappeler brièvement ces équations couramment utilisées dans l'analyse des problèmes dans les différents domaines de l'électrotechnique.

III.1.1. Equations de Maxwell

Tous les phénomènes électromagnétiques dans les dispositifs électrotechniques sont décrits par les équations de Maxwell. Ces équations aux dérivées partielles peuvent être séparées en équations de couplage électromagnétique et de conservation et qui sont [35]:

- Equation de Maxwell-Ampère:

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{(III.1)}$$

- Equation de Maxwell-Faraday:

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{(III.2)}$$

- Equation de la conservation du flux magnétique:

$$div\ \vec{B} = \vec{0} \quad \text{(III.3)}$$

- Equation de Maxwell-Gauss:

$$div\ \vec{D} = \rho \quad \text{(III.4)}$$

Où :

$\vec{H}$: Champ magnétique [A.m^{-1}].

$\vec{E}$: Champ électrique [V.m^{-1}].

$\vec{B}$: Induction magnétique [T].

$\vec{D}$: Induction électrique [C.m^{-2}].

$\vec{J}$: Densité de courant de conduction [A.m^{-2}].

ρ: Densité de charge électrique [C.m^{-3}].

Dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires et dans les matériaux conducteurs, les courants de déplacement et la charge d'espace sont négligés.

Dans ce cas les équations (III.1) et (III.4) deviennent:

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J} \tag{III.5}$$

$$div\,\vec{D} = 0 \tag{III.6}$$

III.1.2. Relations des milieux

Les champs vectorielles ne sont pas indépendants les unes des autres, leur liaison est une fonction de milieu où ils régent. Ainsi pour définir complétement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, caractérisé au point de vue électromagnétique par une conductivité électrique, une permittivité électrique, et une perméabilité magnétique. On ajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu. Elles sont les suivantes [36]:

- Loi d'Ohm:

$$\vec{J} = \sigma\,\vec{E} \tag{III.7}$$

- Relation magnétique:

$$\vec{B} = \mu\,\vec{H} + \overrightarrow{B_r} \tag{III.8}$$

- Relation diélectrique:

$$\vec{D} = \varepsilon\,\vec{E} \tag{III.9}$$

Où:

ε: permittivité électrique [F/m]

σ: conductivité électrique [S/m]

μ: perméabilité magnétique [H/m]

$\overrightarrow{B_r}$: Induction rémanente de l'aimant permanant [T].

III.1.3. Conditions de passage entre deux milieux différents

Chaque deux milieu magnétique de propriétés physiques différentes ont leurs conditions de passage d'un milieu à l'autre, ces conditions sont traduites par les équations suivantes:

❖ La conservation de la composante tangentielle du vecteur champ électrique:

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad \text{(III.10)}$$

❖ La discontinuité de la composante normale de l'induction magnétique:

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1).\vec{n} = 0 \quad \text{(III.11)}$$

❖ La conservation de la composante tangentielle du vecteur champ magnétique:

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad \text{(III.12)}$$

Où: $\vec{J}_s$ est la densité du courant surfacique.

❖ La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique:

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1).\vec{n} = \vec{\rho}_s \quad \text{(III.13)}$$

Où : $\vec{\rho}_s$ est la densité de charge électrique surfacique à l'interface et $\vec{n}$ le vecteur normal à la surface.

III.1.4. Hypothèses simplificatrices

En pratique, il est généralement usuel de simplifier les équations de Maxwell précédentes on se basant sur les conditions de travail. Les plus importantes simplifications est celle de négliger la densité du courant de déplacement ($\overrightarrow{J_d} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$) dans le matériau conducteur, parce que leur densité est très faible par rapport à celle de conduction, et aux fréquences usuelles en électrotechnique qui permet de négliger tout aspect propagatif du champ électromagnétique.

Donc la loi d'Ampère s'écrit comme suit [37]:

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J}_c \quad \text{(III.14)}$$

Avec:

$$\vec{J}_c = \vec{J}_s + \overrightarrow{J_{ind}} \quad \text{(III.15)}$$

A partir des équations de Maxwell précédentes, on peut définir une nouvelle loi dite la loi de conservation de la densité de courant.

On a: $\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J}_{ind} + \vec{J}_s$ et $div(\overrightarrow{rot}\vec{H}) = 0$ et $div\,\vec{D} = \rho$

Donc:

$$div\,\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{(III.16)}$$

Une notre simplification consiste à négliger la charge d'espace dans les matériaux conducteurs ($\rho = 0$). L'équation de conservation de densité de courant (III.16) s'écrit comme suit:

$$div\,\vec{J} = 0 \qquad \text{(III.17)}$$

III.2. Formulation du champ électromagnétique

Pour la résolution des équations de Maxwell, des variables d'état de type champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$ sont directement utilisées. Des variables de type potentiel peuvent aussi être introduites.

Dans le cas des problèmes électromagnétiques tridimensionnels magnétostatiques ou magnétodynamiques, plusieurs formulations en terme des potentiels magnétiques et électriques, scalaires ou vecteurs ont été proposées dans la littérature.

La formulation en potentiel vecteur magnétique $\overrightarrow{A}$ et la formulation en potentiel vecteur magnétique $\overrightarrow{A}$ associé au potentiel scalaire V semblent être les plus adaptées pour les problèmes bidimensionnels magnétostatiques et magnétodynamiques respectivement.

III.2.1. Cas des problèmes bidimensionnels

La quasi-totalité des problèmes électromagnétiques est tridimensionnelle, des symétries peuvent permettre de ramener l'étude à un plan bidimensionnel. Dans le cas d'objet suffisamment long ou pourvus d'une symétrie de révolution, les courants induits sont généralement perpendiculaire au plan d'étude. Ainsi, le potentiel vecteur magnétique n'a plus qu'une composante colinéaire à celle du courant et l'effet de bord peut être négligé. Un autres avantage que présente cette formulation réside dans la condition de jauge de Coulomb ($div\,\vec{A} = 0$) assurent l'unicité de la solution qui est automatiquement vérifiée dans ce cas [38] [36].

III.3. Problème électromagnétique

III.3.1. Formulation magnétostatique

En électrotechnique, la fréquence ne dépasse pas les quelques milliers de Hz ainsi on néglige les courants de déplacement. De plus, en statique, ces équations se simplifient car les grandeurs sont indépendantes du temps [39].

Dans le problème magnétostatique, les équations à résoudre s'écrivent:

$$div\vec{B} = 0 \quad \text{(III.18)}$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad \text{(III.19)}$$

III.3.1.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique

A partir des équations (III.7) et (III.8), nous pouvons aisément introduire le potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ qui sert à réduire le nombre d'inconnues dans nos équations, d'où la faciliter de résolution. Considérons un système sans mouvement [40]:

$$div\vec{B} = 0 \quad \text{(III.20)}$$

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A} \quad \text{(III.21)}$$

En remplaçant B dans l'équation (III.21), on obtient:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}.\overrightarrow{rot}\vec{A} \quad \text{(III.22)}$$

$$\vec{H} = \nu\,.\overrightarrow{rot}\vec{A} \quad \text{(III.23)}$$

Où: ν est la reluctivité magnétique ($\nu = \frac{1}{\mu}$).

On remplace $\overrightarrow{H}$ dans l'équation (III.19), on trouve:

$$\overrightarrow{rot}\left(\nu.\overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = \vec{J}_s \quad \text{(III.24)}$$

Pour assurer l'unicité de la solution, la contrainte supplémentaire de la jauge de Coulomb est naturellement vérifiée:

$$div\vec{A} = 0 \quad \text{(III.25)}$$

L'équation (III.24) est appelée équation de diffusion électromagnétique de la grandeur $\overrightarrow{A}$.

III.4. Résolution des équations aux dérivées partielles

III.4.1. Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP) du champ magnétique. On peut les classées en trois grandes familles: analytiques, numériques ou mixtes (semi analytiques). La première famille est généralement restreinte aux problèmes mono ou bidimensionnels à caractéristiques physiques et géométriques simples. Tandis que la deuxième catégorie et connus par sa

robustesse et puissance pour la résolution des problèmes magnétiques à géométrie complexes et avec de fortes non-linéarités physiques. Elle regroupe trois méthodes:

- Méthode des différences finis (MDF)
- Méthode des volumes finis (MVF)
- Méthode des éléments finis (MEF)

Dans notre travail de modélisation, nous intéressons à la méthode des éléments finis.

III.4.1.1. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis a été introduire par P. Silvester et M. V. K. [41] chari en 1970 dans le domaine du calcul électromagnétique car au départ cette méthode n'était utilisée que dans le domaine du génie mécanique ou du génie civil pour le calcul des efforts sur les structures.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus adaptées à la résolution numériques des équations différentielles aux dérivées partielles. Elle s'applique aux problèmes stationnaires ou dépendants du temps, linéaires ou non, à une, deux ou trois variables d'espace indépendantes [41].

❖ **Principe de la méthode des éléments finis**

Le principe de la méthode des éléments finis repose sur le concept simple de représentation du comportement physique d'un milieu continu à l'aide d'un modèle mathématique. Ce modèle est obtenu on découpant le domaine d'étude en sous domaines (éléments finis) plus simples (élément de forme linéique, triangulaire, tétraédrique, etc...) [41].

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues à l'intérieur de chaque élément fini pour transformer les équations aux dérivées partielles associées à des conditions aux limites en un système d'équations algébriques. Pour analyser un problème par la méthode des éléments finis, nous sommes appelés à [42]:

- Comprendre le problème physique étudié et connaitre intuitivement la nature de la solution cherchée,
- Discrétiser le domaine de la solution en sous-domaines dits: éléments finis,
- Approximation des équations du système étudié, pour cela deux formulations existent: formulation variationnelle et formulation des résidus pondérés,

- Intégrer et résoudre le système d'équations algébriques.

A. Discrétisation en éléments finis

La discrétisation consiste à diviser la région totale en sous domaines, appelés éléments finis. La figure III.1 présente quelques éléments typiques pour des problèmes bidimensionnels [43].

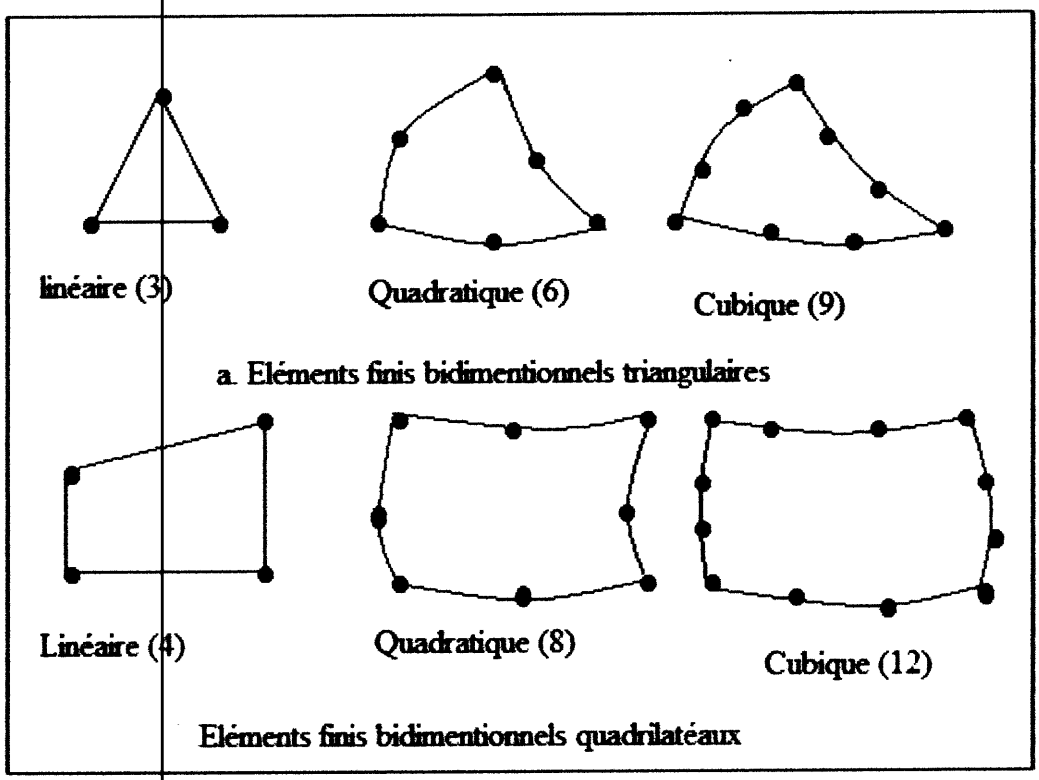


Figure III.1: Types d'éléments finis bidimensionnels

Chaque élément fini est constitué d'un ensemble des nœuds et des arrêtes. La variable inconnue est approximée sur chaque élément fini à l'aide d'une interpolation polynomiale [43].

B. Approximation et construction des fonctions d'interpolation

Considérant un domaine d'étude (Ω), dans lequel le problème physique considéré est gouverné par une équation différentielle donnée par [43]:

$$L(U) = F \tag{III.25}$$

Avec:

L est un opérateur différentiel,

U est la variable inconnue,

F est le terme source.

Aux frontières (Γ) de domaine sont associées des conditions aux limites données par l'équation [43]:

$$L(A) = G\frac{\partial A}{\partial n} + H(A) \quad \text{(III.26)}$$

Avec: G et H sont des fonctions connues sur les frontières (Γ).

Deux cas sont distingués [43]:

- Si la fonction G est nulle, on aura une condition de type Dirichlet imposant la valeur de la variable sur les frontières (Γ),
- Si la fonction H est nulle, on aura une condition de type Neumann imposant la valeur de dérivée normale de la variable par rapport à la frontière (Γ).

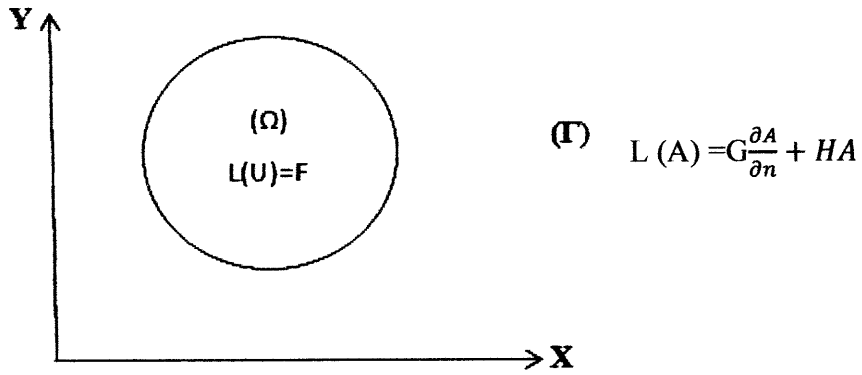


Figure III.2. Domaine d'étude (Ω)

Après la discrétisation de domaine d'étude (Ω) en élément finis (Figure III.2), la variable inconnue (U) est approchée sur chaque élément fini par la combinaison linéaire suivante [43]:

$$U_i^e(X,Y) = \sum_{i=1}^{n} \alpha(x,y)U_i \quad \text{(III.27)}$$

Avec:

U_i^e : est la valeur de la variable U au nœud i de l'élément e.

n: est le nombre des nœuds de l'élément e.

Les α_i sont les fonctions d'interpolation.

Afin d'avoir la convergence de la solution, l'approximation nodale doit satisfaire les propriétés, ci-dessous [43]:

✓ La fonction approchée $U(X, Y)$ coïncide avec la fonction exacte $U_{ex}(X,Y)$ en tous les nœuds d'interpolation de l'élément, de coordonnées (x_i, y_i):

$$U_{ex}(X,Y) = U_{ex}(x_i y_i) = U_i \tag{III.28}$$

D'où la fonction d'interpolation α doit vérifier:

$$\alpha_i(x,y) = \begin{cases} 1 \; si \; j = i \\ 0 \; si \; j \neq i \end{cases} \tag{III.29}$$

Ou i et j sont les numéros des nœuds de l'élément fini considéré.

✓ Si la fonction approchée $U(x)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre s, sont continués sur l'élément e, les fonctions $\alpha_i(X)$ et leurs dérivées jusqu'à l'ordre s, doivent êtres continues sur le même élément e.

✓ La variable approchée doit être continue sur une frontière commue à deux éléments.

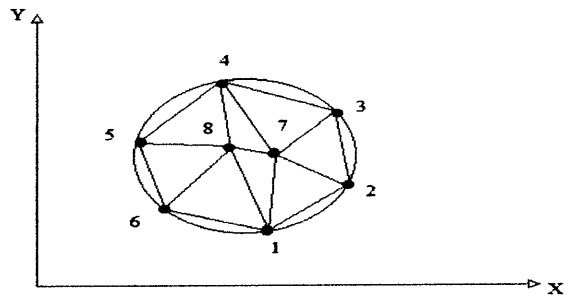


Figure III.3 : Discrétisation de domaine (Ω) par éléments

La forme d'approximation la plus connue pour $U^e(x,y)$ est de type polynomiale.

$$U_{ex}(X,Y) = a + bX + cY \tag{III.30}$$

$$U_{ex}(X,Y) = a + bX + cY + dXY \tag{III.31}$$

L'équation (III.30) est décrite pour les éléments triangulaires, tandis que (III.31) est appropriée pour les éléments rectangulaires. a, b, c et d sont des constantes à déterminer.

C. Maillage élément finis

Consiste à découper la géométrie en un nombre fini du domaine (domaine élémentaires). Il existe différents types d'éléments:

- Elément linéique (1D),
- Elément surfacique (2D),
- Elément volumique (3D).

Pour les structures en (2D) les éléments de maillage sont souvent des triangles mais il peut être aussi en d'autre forme, les formes possible dans ce cas sont les suivantes:

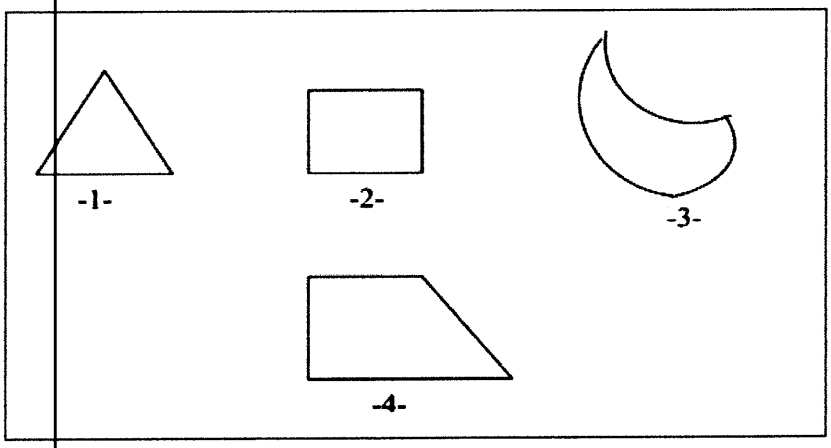


Figure III.4: Formes possibles des éléments élémentaires en (2D).

D. Formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles

La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis, est utilisée pour les matériaux nom linéaires et pour une géométrie complexe, elle peut être obtenue par l'utilisation de l'une des méthodes suivantes [42]:

1. La méthode des résidus pondérés,
2. La méthode variationelle.

↓ *Méthode variationelle*

Elle consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement l'énergie du système à résoudre.

Pour la mise en œuvre de la méthode, il faut suivre étapes suivantes:

- Le maillage (discrétisation du domaine),
- Choix de la fonction d'interpolation,
- Choix de la fonctionnelle,
- La minimisation: c'est-à-dire mettre le système sous la forme [K]. [U]= [B],
- Résolution du système algébrique,
- Exploitation des résultats.

- ***Méthode des résidus pondérés***

C'est la méthode projective ou on cherche généralement à projeter l'équation locale sur des fonctions de base d'un espace de fonction de pondération, et on essaie de minimiser le résidu par l'approximation de la fonction de l'inconnue dont l'expression est [42]:

$$\int_{\Omega} \Phi(x,y)d\Omega = 0 \qquad \text{(III.32)}$$

Avec :

$$R = L(U) - F \qquad \text{(III.33)}$$

R: résidus de l'approximation.

Φ: fonction de pondération.

Les valeurs de U qui permettent d'annuler l'intégrale sont les solutions du système algébrique obtenu. Il y a différentes méthodes pour le choix des fonctions de pondération:

- Méthode de sous domaines,
- Méthode de colocation par point,
- Méthode des moindres carrés,
- Méthode de Galerkine.

Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les phénomènes électromagnétiques régis par les lois de Maxwell et les relations des milieux, en tenant compte les hypothèses simplificatrices.

La formulation de l'équation du champ magnétique en termes de potentiel vecteur magnétique souvent utilisée pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques en régime magnétostatique a été aussi présentée. Le calcul du champ magnétique passe par la résolution de l'équation différentielle aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis est retenue dans ce travail où une brève présentation de la méthode a été faite.

Chapitre

Application de l'algorithme EM pour l'optimisation en électrotechnique

Introduction

Dans ce dernier chapitre, nous allons présenter quelques exemples de minimisation des fonctions mathématiques couramment utilisées pour tester les algorithmes d'optimisation. En suite, une application de la méta-heuristique "mécanisme d'électromagnétisme" (EM) pour l'optimisation d'un dispositif électrotechnique sera présentée. Les fonctions tests permettent de trouver rapidement les plages de variation des paramètres de contrôle qui assurent une bonne convergence de l'algorithme EM.

L'optimisation de la structure d'un pôle de rotor d'un moteur linéaire, fait partie d'une série de problèmes internationaux permettant de valider des nouvelles méthodes de d'optimisation. Nous allons utiliser pour cette application une démarche de résolution, dans laquelle nous trouverons la description du problème d'optimisation avec la définition de la fonction objectif et des paramètres à optimiser, l'identification des paramètres significatifs en utilisant la méta-heuristique EM développé dans le chapitre précédant

IV.1. Considérations initiales

Les critères retenus pour comparer les méthodes d'optimisations sont:

- le nombre d'évaluations de la fonction objectif pour atteindre l'optimum,
- la valeur de la fonction objectif à l'optimum,
- le temps CPU consommé par la méthode pour trouver l'optimum.
- la distance entre l'optimum trouvé et l'optimum global lorsque ce dernier est connu.

Pour tenir compte de l'aspect stochastique de la méthode, il est nécessaire de procéder à plusieurs exécutions de l'algorithme car les résultats ne sont jamais les mêmes de par les procédures aléatoires utilisées.

Dans ce mémoire, nous chercherons à résoudre un problème d'optimisation en utilisant l'algorithme EM. Avant de lancer la recherche de la solution optimale par cet algorithme, nous devons l'initialiser en choisissant certaines conditions initiales telles que:

- la taille de la population (le nombre de particules dans la population).
- la valeur du critère de la meilleure solution trouvée,
- la dimension de l'espace de solutions considéré,
- le nombre de points dans chaque population,
- le critère d'arrêt de la recherche,

Le choix d'une faible taille de la population risque d'entraîner une convergence prématurée de la recherche. Une grande taille provoque un temps de recherche très long.

IV.2. Etude de l'efficacité de la méthode d'optimisation proposée

Dans le but de tester la convenance et l'efficacité de la méthode d'optimisation proposée, nous avons développé un programme sous environnement MATLAB. Le programme utilise la méthode du mécanisme d'électromagnétisme pour déterminer les optimums de quelques fonctions mathématiques dont les optimums sont connus. Nous représenterons ci-dessous, les résultats obtenus par cette méthode et ceux obtenus par deux différentes méthodes qui sont: l'algorithme génétique et le recuit simulé [43].

- ***1er Exemple***

$$f(x,y) = (x-1)^2 + 10(x^2 - y)^2$$

$$-1 \leq x \leq 1; -0.5 \leq y \leq 1.5\ ;$$

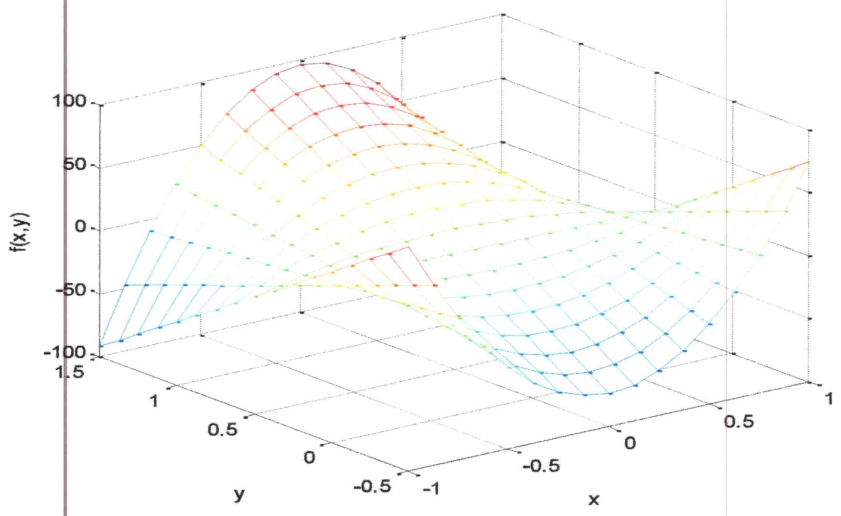


Figure IV.1. Allure de la 1ère fonction

Le tableau (IV.1) présente l'optimum de la 1ère fonction obtenu par les trois méthodes utilisées et l'optimum exact de la fonction [43].

Optimum	Recuit simulé	AG	EM	Solution exacte
x_{opt}	0.999	1.021	1.0005	1
y_{opt}	1.012	1.028	1.0015	1
f_{obj}	0.0020	0.0026	2.2053e-006	0

Tableau (IV.1). Résultats de la 1ère fonction

- ***2ème Exemple***

$$f(x,y) = 0.01 * ((x+0.5)^4 - 30 * x^2 - 20 * x + (y+0.5)^4 - 30 * y^2 - 20 * y))$$

$$-7 \leq x \leq 6\ ;\ -7 \leq y \leq 6$$

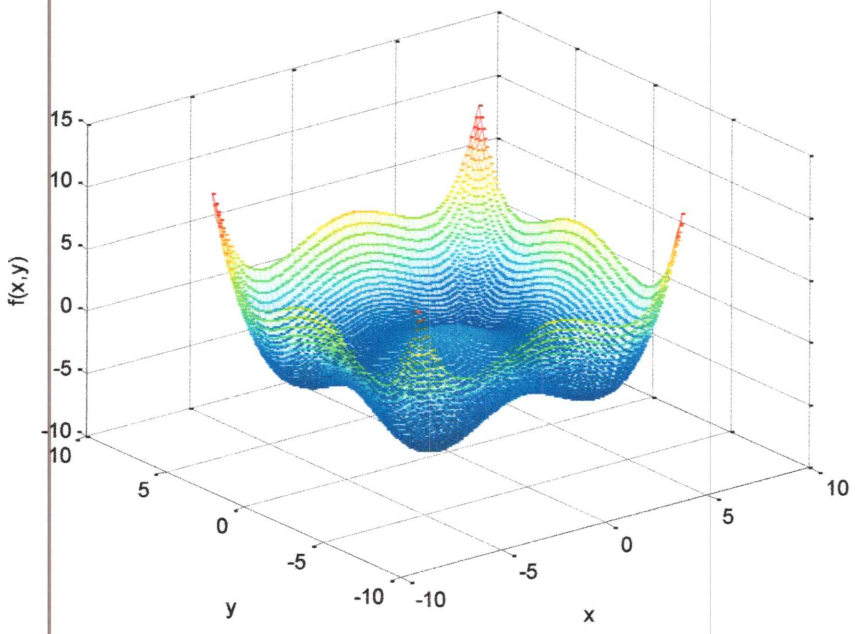


Figure IV.2. Allure de la 2ème fonction

Le tableau (IV.2) présente l'optimum de la 2ème fonction obtenu par les trois méthodes utilisées et l'optimum exact de la fonction [43].

Optimum	Recuit simulé	AG	EM	Solution exacte
x_{opt}	-4.452	-4.450	-4.4551	-4.4537
y_{opt}	-4.453	-4.628	-4.4537	-4.4537
f_{obj}	-5.232	-5.212	-5.2327	-5.2327

Tableau (IV.2). Résultats de la 2ème fonction

- ***3ème Exemple : Minimum de la fonction de Rastrigin***

$$f(x,y) = 20 + x^2 + y^2 - 10(\cos 2\pi x + \cos 2\pi y)\ ;$$

$$-5 \leq x \leq 5\ ;\ -5 \leq x \leq 5$$

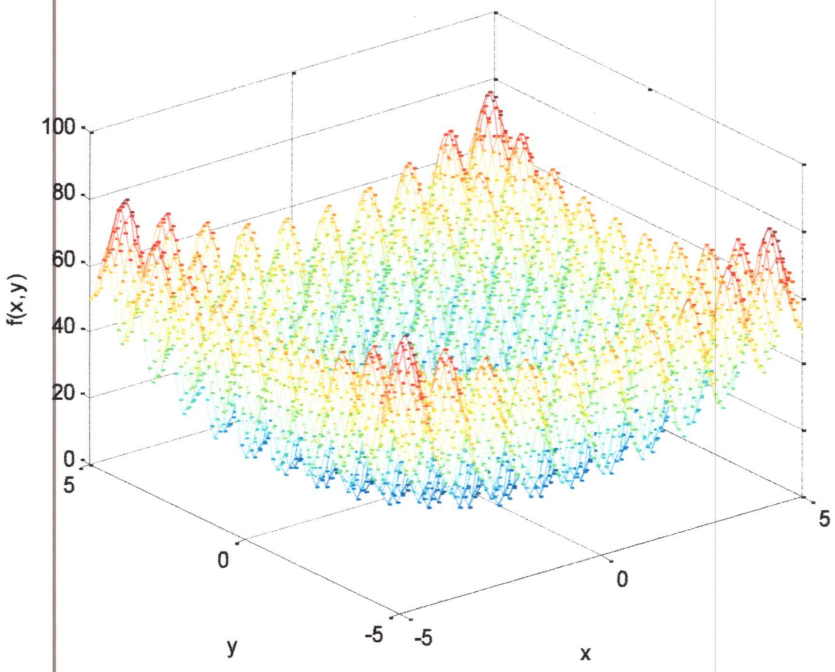


Figure IV.3. Allure de la 3ème fonction de Rastrigin.

Le tableau (IV.3) présente l'optimum de la fonction de Rastrigin obtenu par les trois méthodes utilisées et son optimum exact [43].

Optimum	Recuit simulé	AG	EM	Solution exacte
x_{opt}	0.01053	-0.00504	-0.0000943	0
y_{opt}	-0.01085	0.00165	0.0003597	0
F_{obj}	0.04533	0.00558	2.7440e-005	0

Tableau (IV.3). L'optimum trouvé par la fonction de Rastrigin

Selon la valeur de la fonction objectif on note que la méthode du mécanisme d'électromagnétisme est plus précise que l'algorithme génétique et la méthode du recuit simulé.

IV.3. Application de l'algorithme EM pour l'optimisation en électrotechnique

L'objectif de cette étude est la conception optimale d'un pôle du rotor d'un moteur linéaire (Problème d'optimisation de forme) pour obtenir une induction magnétique dans l'entrefer la plus sinusoïdale que possible.

IV.3.1. Présentation du dispositif étudié

Le dispositif étudié comprend un circuit magnétique à entrefer et une bobine (Figure IV.4). Le problème est l'optimisation de forme de la face de pôle du rotor. Ce pôle devrait être formé de telle manière que l'induction magnétique a une distribution sinusoïdale le long de la région d'intérêt (Entrefer). La géométrie du rotor est décrite par six paramètres x_i (i=1,..,6) suivant la direction de (y) de façon à modifier la forme du rotor pour obtenir une induction magnétique dans l'entrefer la plus sinusoïdale que possible. Ces paramètres représentent la taille de l'espace de recherche de l'algorithme EM, ils peuvent prendre n'importe quelle valeur entre 0.21 m et 0.31 m [44].

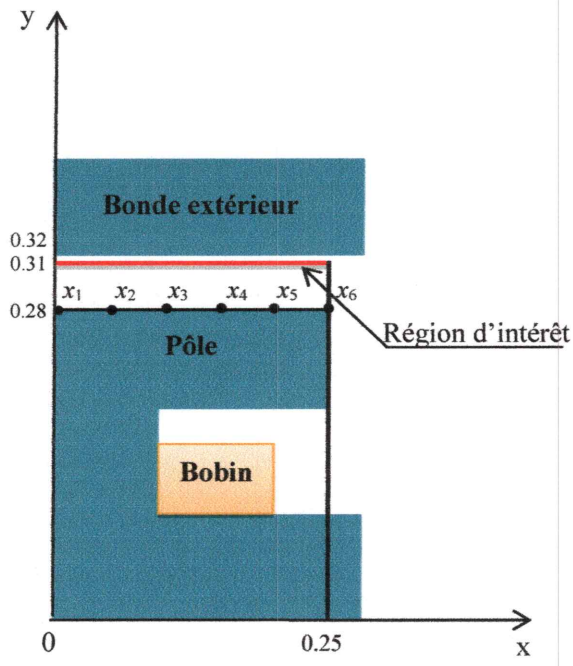


Figure IV.4. Géométrie d'un pôle de rotor

Pour la conception de ce dispositif destiné généralement pour le déplacement de bandes métallique, le cahier de charge suivant a été établi

Cahier de charge d'un moteur linéaire	
Moteur	Linéaire
Forme	IM 3001 (forme linaire)
Hauteur	420 mm
Largeur	250 mm
Densité de courant d'alimentation	3.5A/mm^2
Classe d'isolation	F
Tension d'inducteur	140 V
Force	35 N
Puissance absorbé moyenne	747 W
Température ambiant	20 C°
Cos φ	0.86
Service	S_2 (temporaire)
Température de fonctionnement	-20 a +50 C°
Matériau de la culasse	Ferrite
Induction (culasse)	<2.1 T
Longueur totale	500 mm
Hauteur du pole	Є [210, 310] mm
Longueur du pole	270 mm
Entrefer constante	3 mm
Fiabilité	<5%
Démarrage par heur	60 minimums
Rendement	Minimum garanti 91%
Durée de vie	<300000 h
Peinture	RAL 9017 (noir trafic)

Tableau (IV.4). Cahier de charge du moteur linéaire

Les figures ci-dessous représentent respectivement le maillage éléments finis complet de la configuration initiale, qui comporte des éléments triangulaires du premier ordre, ainsi que les lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ correspondantes à la configuration initiale du dispositif.

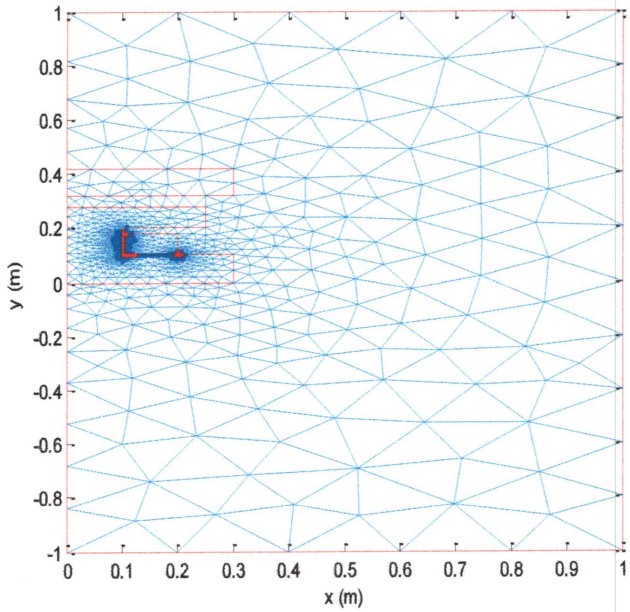


Figure IV.5. Maillage éléments finis

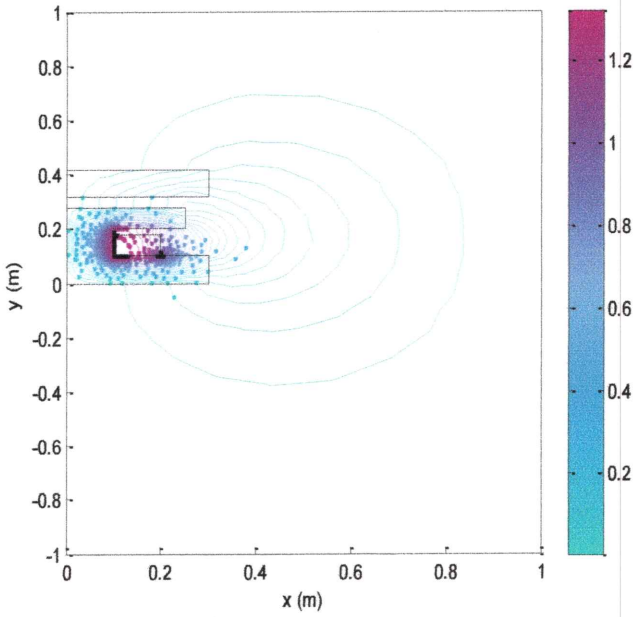


Figure IV.6. Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique

Les figures IV.6, et IV.7, illustrent respectivement la répartition des lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique dans le domaine d'étude et la variation de l'induction magnétique calculée dans l'entrefer le long de la ligne de la région d'intérêt.

Comme nous pouvons le voir, son amplitude et sa variation sont différentes de celle désirée.

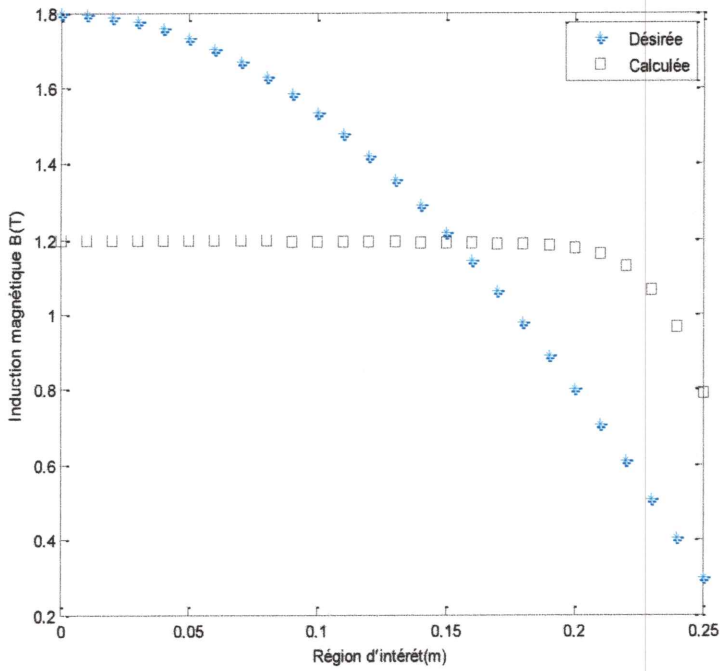


Figure IV.7. L'induction magnétique désirée et calculée le long de la région d'intérêt pour la configuration initiale

D'après les différentes figures obtenues, les paramètres géométriques initiaux du pôle du rotor donnent un résultat différent de celui désiré. Une meilleure façon de se rapprocher du résultat voulu est d'entamer une procédure de conception optimale automatique.

IV.3.2. Formulation du problème d'optimisation

Pour la conception de ce rotor, un certain nombre de contraintes du domaine sont posées sur le modèle. Le problème peut être décrit alors que par la minimisation de la fonction objectif qui s'écrit sous la forme:

$$Min\, f(x) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(B_c - B_d)^2 \qquad \text{(IV.1)}$$

Dans notre cas, la principale contrainte du domaine imposée par le constructeur est les bornes inferieures et supérieurs sur les paramètres x_i.

$$x_i^{min} = 0.21 \text{ m} ; \quad x_i^{max} = 0.31 \text{ m} ; \quad (i = 1, \dots, 6). \qquad \text{(IV.2)}$$

IV.3.3. Résultats obtenus par le mécanisme d'électromagnétisme

Après l'application de l'algorithme développé dans le cas du dispositif présenté précédemment on a pu obtenir les paramètres de conception optimaux recherchés. Les valeurs

des paramètres optimaux obtenus ainsi que le nombre de populations et de générations correspondants sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

EM	Paramètre	Nombre de population	Valeurs obtenues
Test n° 1	x_1	m=10	0.2900
	x_2		0.2888
	x_3		0.2849
	x_4		0.2763
	x_5		0.2609
	x_6		0.2288
Test n° 2	x_1	m=30	0.2889
	x_2		0.2872
	x_3		0.2842
	x_4		0.2738
	x_5		0.2596
	x_6		0.2231

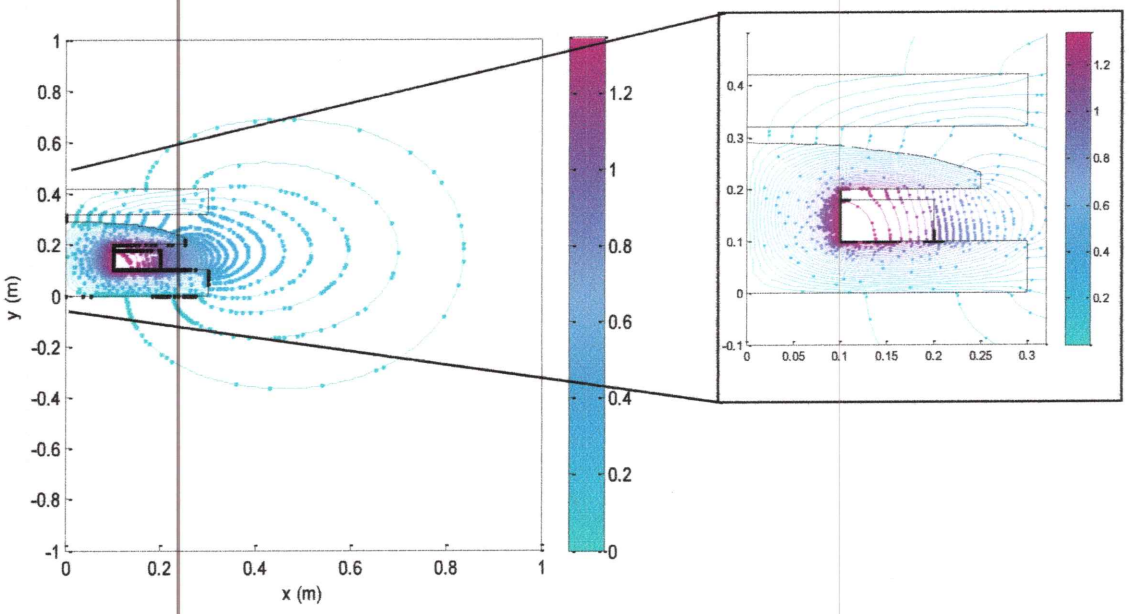
Tableau (IV.5). Résultat numériques obtenus par mécanisme électromagnétisme

Le tableau (IV.5) présente les différentes valeurs des paramètres obtenus après l'application du mécanisme électromagnétisme EM pour l'optimisation de forme du moteur linéaire. L'algorithme d'optimisation a été testé deux fois pour différentes valeurs des paramètres de contrôle. La meilleure configuration est obtenu pour:

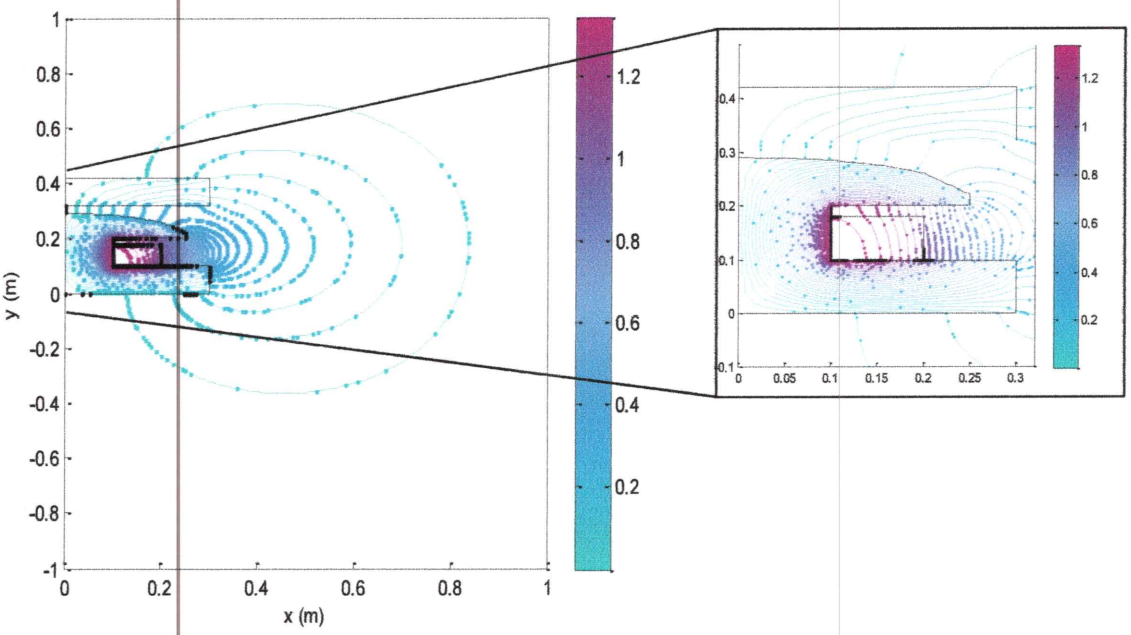
	Nombre de points dans chaque population (m)	Nombre maximal d'itérations de la recherche locales (lsiter)	Paramètre de la recherche local (δ)
Test n° 1	10	5	1.0e-3
Test n° 2	30	10	1.0e-4

Tableau (IV.6). Paramètre de contrôle dans l'application

Les figures IV.8.a et IV.8.b, montrent respectivement les lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique du dispositif optimisé par le mécanisme électromagnétisme EM obtenus par le test 1 et 2.



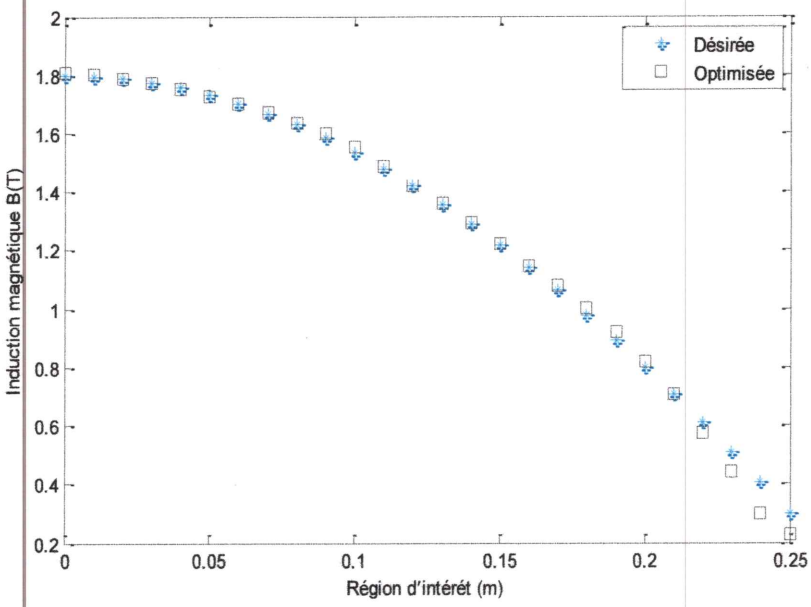
-a-



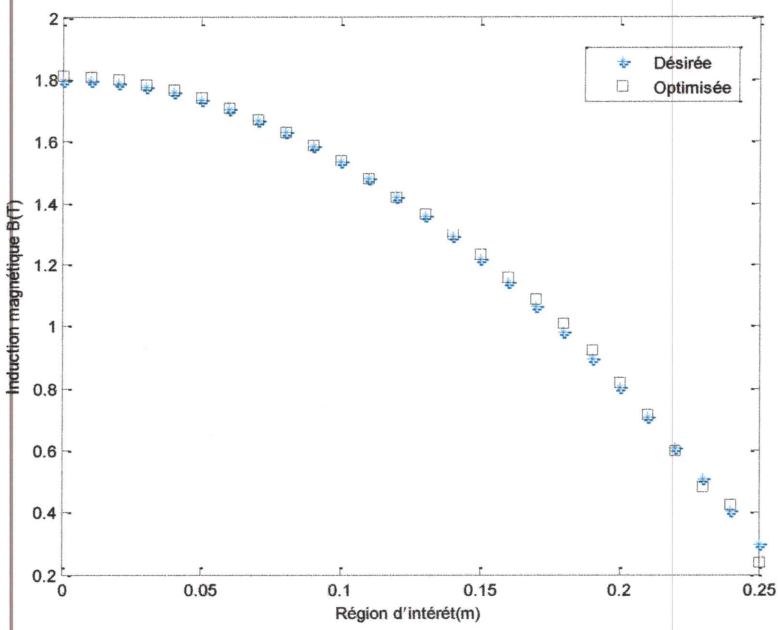
-b-

Figure IV.8. Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique pour les configurations finales

La variation de l'induction magnétique dans l'entrefer le long de la ligne de la région d'intérêt est illustrée dans la figure IV.9 pour les tests n° 1 et n° 2. Les valeurs de l'induction obtenues à partir des paramètres de conception optimaux sont presque identiques à celles imposées.



-a-



-b-

Figure IV.9. L'induction magnétique désirée et calculée dans la région d'intérêt pour les configurations finales

Les résultats obtenus par l'algorithme génétique, qui a été appliquée par la référence [45] pour l'optimisation du même dispositif, sont présentés dans la figure IV.10. Les résultats que nous avons obtenus sont en bonne concordance (en forme et en précision) avec ceux obtenus par la référence [45].

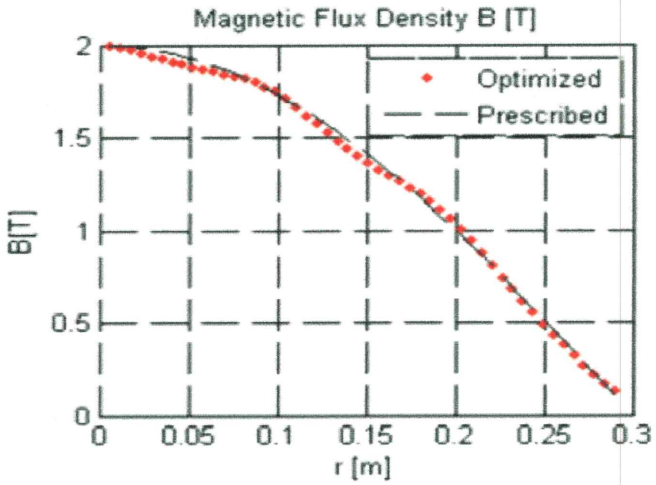


Figure IV.10. L'induction magnétique désirée et calculée dans la région d'intérêt obtenu par la référence [45].

L'évolution de la fonction objectif (pour la meilleure configuration) en fonction des générations de l'algorithme EM ainsi que l'évolution des paramètres de la meilleure configuration en fonction des générations pour le test n° 1 sont montrées dans les figures IV.11 et IV.12.

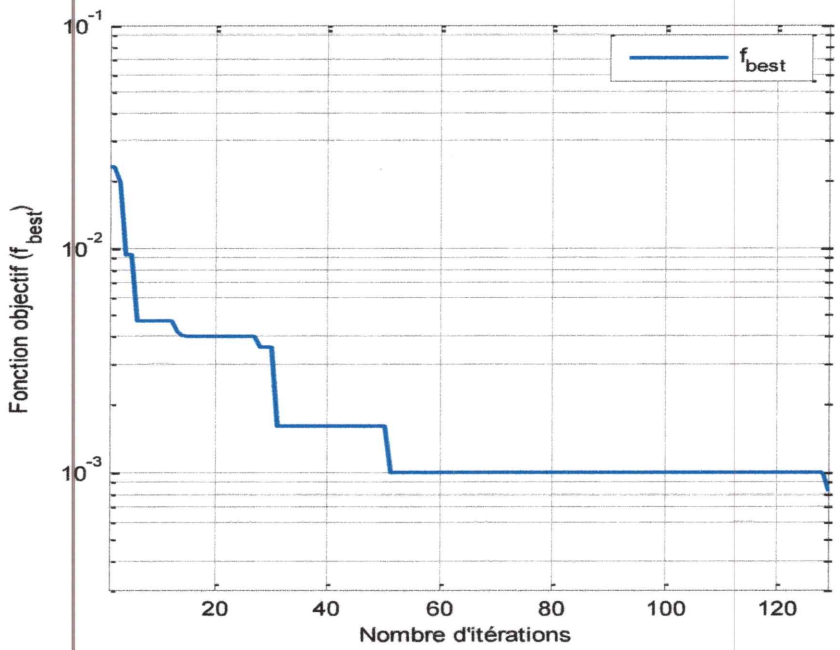


Figure IV.11. Évolution de la fonction objectif en fonction des générations de l'algorithme

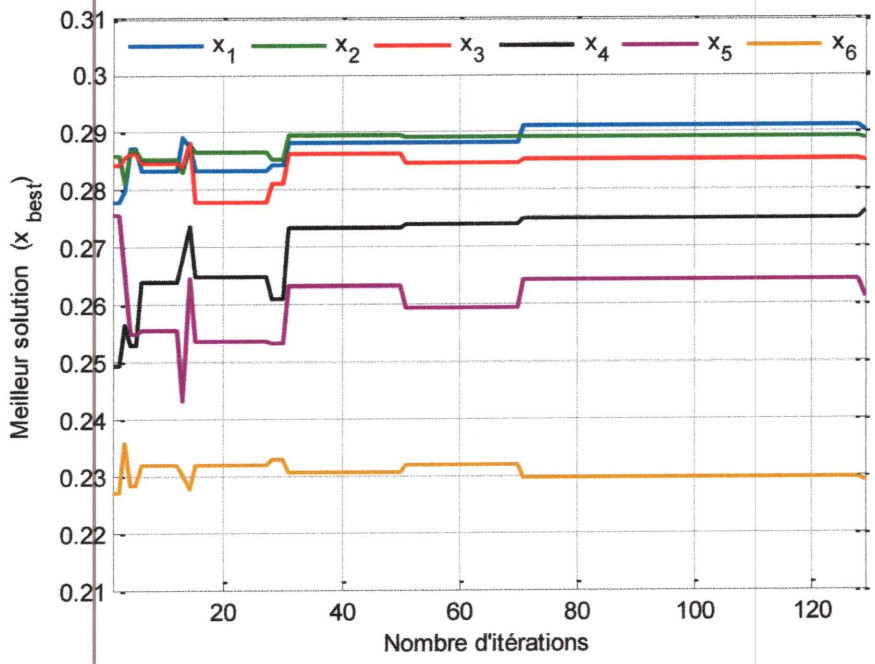


Figure IV.12. Évolution de la meilleure configuration en fonction des générations de l'algorithme

Les figures IV.13 et IV.14 représentent l'évolution de la fonction objectife ainsi que l'évolution des paramètres de la meilleure configuration en fonctions des générations, obtenus par l'algorithme EM pour le test n° 2.

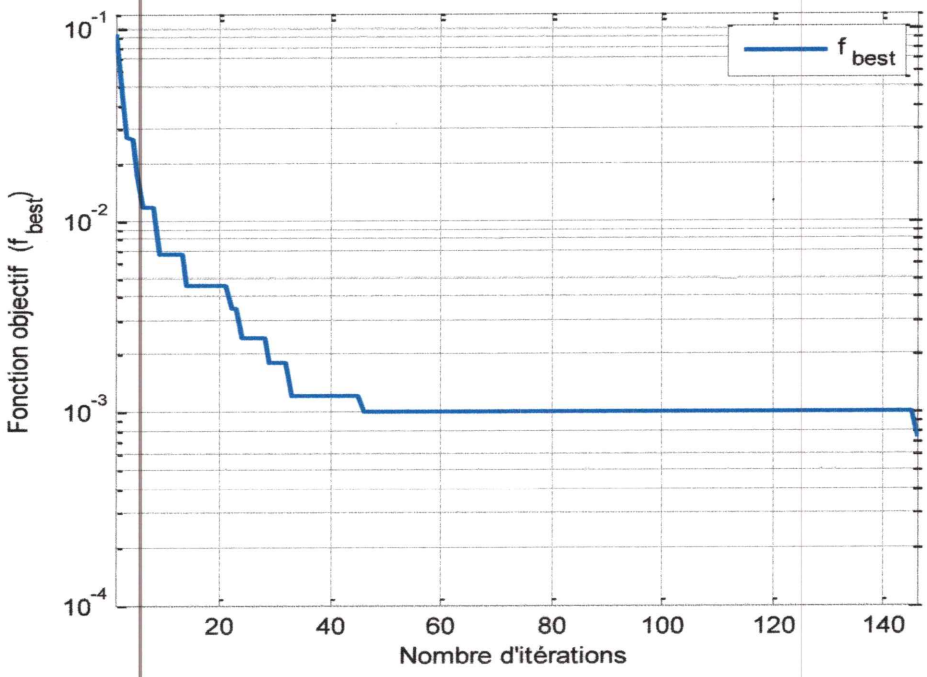


Figure IV.13. Évolution de la fonction objectif en fonction des générations de l'algorithme

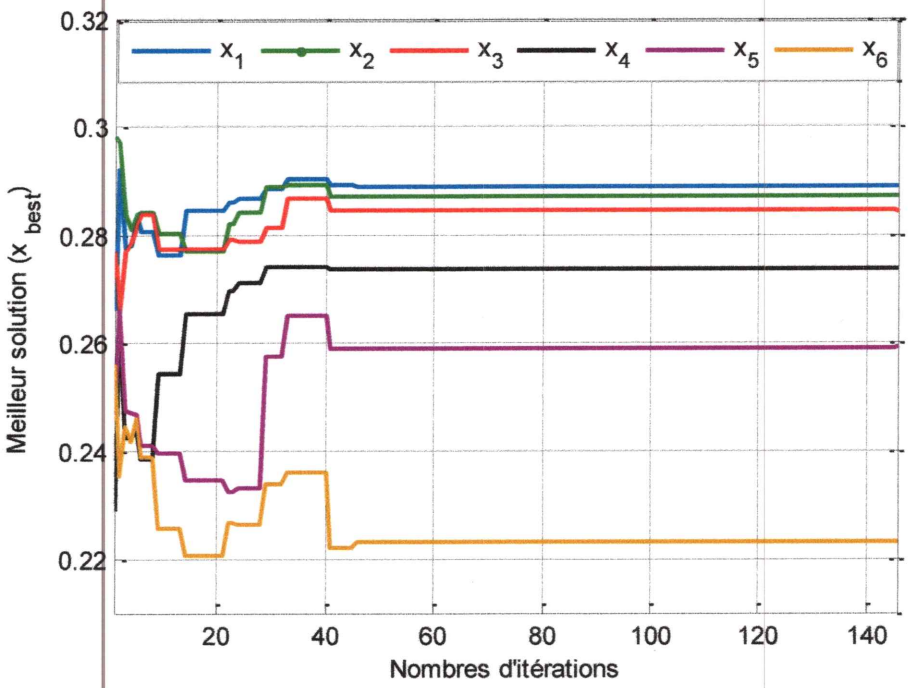


Figure IV.14. Évolution de la meilleure configuration en fonction des générations de l'algorithme

À partir des figures IV.11 et IV.13 on constat qu'au début du processus d'optimisation, la fonction objectif subit de grandes variations, puis elle devient plus stable en atteignant la région de la solution.

Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode d'optimisation présentée antérieurement a été appliquée et validée dans d'optimisation d'un dispositif électrotechnique. La procédure que nous avons adoptée consiste à associer ces méthodes d'optimisation à une analyse du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis.

Ce chapitre illustre le comportement du mécanisme d'électromagnétisme développé tout au long de ce travail pour la résolution des problèmes de conception en électrotechnique.

Le choix de la méthode d'optimisation la plus performante dépend du problème traité et des résultats attendus. Les méthodes stochastiques ont une bonne probabilité de trouver l'optimum global, mais elles sont peu précises dans sa localisation. De plus, elles nécessitent un temps de calcul important.

Conclusion Générale

Conclusion générale

L'instrumentation scientifique de la démarche de conception est une activité de recherche importante. Son objectif principal est de permettre l'exploration systématique de l'espace des solutions envisageables par l'emploi d'outils et de méthodologies adaptés. L'objectif de ce travail était de proposer une méthodologie de résolution des problèmes de conception dans le domaine de l'électrotechnique. Les développements se sont concentrés sur la mise au point de stratégies d'optimisation basées sur l'utilisation des méthodes stochastiques.

Dans la première partie, le problème de conception a été transformé en un problème d'optimisation avec contraintes en utilisant un formalisme mathématique spécifique. Pour résoudre ce type de problèmes, plusieurs transformations possibles ont été présentées. Les méthodes des pénalités sont retenues car elles sont bien adaptées aux méthodes stochastiques.

En deuxième partie, les différentes méthodes d'optimisation stochastiques ont été présentées. Elles se fondent sur l'aléatoire. Ceci, d'une part, leur permet d'explorer le domaine d'optimisation de façon plus robuste que les méthodes déterministes mais, d'autre part, le temps de calcul est élevé. Un algorithme d'optimisation basé sur le méta-heuristique "mécanisme d'électromagnétisme" (EM) a été développé. La transformation du problème de conception en problème mathématique d'optimisation est une tâche critique du concepteur notamment en ce qui concerne le choix de la fonction objectif et des contraintes. Les algorithmes stochastiques peuvent être utilisés dans ce contexte.

L'obtention d'un ensemble de solutions optimales au lieu d'une solution unique permet au concepteur d'affiner ses critères afin d'opérer un choix [46] [47] [48] [49]. Pour concevoir un dispositif, il est nécessaire d'effectuer sa modélisation.

Actuellement, c'est la modélisation par calcul de champs utilisant la méthode des éléments finis, qui est la plus précise. Pour notre étude, la modélisation par calcul de champs est utilisée en troisième partie pour quantifier certaines variables et satisfaire les contraintes du domaine violées.

Finalement, la démarche proposée, consiste à coupler la méthode d'optimisation EM à une analyse numérique du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis. Malgré le nombre important d'évaluations de la fonction objectif,

l'algorithme EM présente le grand avantage par rapport aux autres méthodes stochastiques, d'avoir la capacité d'obtenir des résultats satisfaisants.

En conclusion, ce travail nous ont donc permis de mettre en évidence qu'il y a une nécessaire adéquation entre les propriétés d'un modèle et celles de la méthode d'optimisation employée pour sa résolution.

Références

[1] **O. HAJJI** ; « Contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques. Application à la conception des dispositifs électromagnétiques », thèse de doctorat, l'école centrale de Lille, 2003.

[2] **S. VIVIER ;** « Stratégies d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis », Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2002.

[3] **J. A. VASCONCELOS ;** « Optimisation de forme des structures Electromagnétiques », Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1994.

[4] **R. R. SALDANHA ;** « Optimisation en électromagnétisme par application conjointe des méthodes de programmation non linéaire et de la méthode des éléments finis », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.

[5] **B. SARENI ;** « Méthodes d'optimisation multimodales associées à la modélisation numérique en électromagnétisme » , Thèse de doctorat, Ecole Centrale Lyon, 1999.

[6] **M. C. COSTA ;** « Optimisation de dispositifs électromagnétiques dans un contexe d'analyse par la méthode des éléments finis », Thèse de Doctorat-INPG 2001.

[7] **N. MANCER ;** « Contribution à l'optimisation de la puissance réactive en présence de dispositifs de compensation dynamique (FACTS) », mémoire magistère, Université Mohamed Khider – Biskra, 2012.

[8] **S.BRISSET ;** « Outil et méthodologie pour la conception des moteurs a reluctance variable a double saillance », Université des Sciences et Technologies de Lille, 1995.

[9] **S. N'TSHUIKA ;** « Optimisation de gammes: application à la conception des machines synchrones à concentration de flux », thèse doctorat.

[10] **D.M. RAYAN;** «Penalty and barrier functions»; P.E. Gill and Murray, Academic Press, 1974.

[11] **M. MINOUX ;** « Programmation mathématique : Tome 1 Théorie et algorithmes »; Ed. Dunod, 1983.

[12] **N.F. ATTIA;** «New methods of constrained optimization using penalty functions», Ph.D. Thesis, Essex University, England 1985.

[13] **C. W. CAROLL;** « The created response surface technique for optimizing nonlinear restrained systems»; Operational Research, No. 9, pp. 169-184, 1961.

[14] **A. V. FIACCO, G.P MC.CORMIK;** «Nonlinear programming sequential unconstrained minimization techniques»; John Wiley & Sons, New York, 1968.

[15] **S. S. RAO;** «Engineering optimization, theory and practice» John Wiley & Sons, 1996.

[16] **Z. MICHALEWICZ, D. DASGUPTA, R. LERICHE;** « Evolutionary algorithms for constrained engineering problems», computers & industrial engineering journal, Vol. 30, No. 2, 1996.

[17] **M. R. HESTENES;** « Survey paper multiplier and gradient methods» journal of optimization theory and applications, Vol. 4, No. 5, pp. 303- 320, 1969.

[18] **R. T. ROCKAFFELAR;** « A dual approach to solving nonlinear programming problems by unconstrained optimization », mathematical

programming, Vol. 12, No. 6, pp. 354-373, 1973.

[19] **J. C. CULIOLI;** « Introduction à l'Optimisation», Ellipses, ISBN 2-72989428-4, 1994.

[20] **R. P. BRENT;** « Algorithms for minimization without derivatives», Prentice-Hall, 1973.

[21] **J. A. VASCONCELOS ;** « Optimisation de forme des structures Electromagnétiques», Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1994.

[22] **S. KIRKPATRICK, C. D. GELATT, M. P. VECCHI;** « Optimization by simulated annealing», Science, 220, pp. 671-680, 1983.

[23] **F. GLOVER;** « Taboo search - part r», ORSA joumal on computing, vol. l, n.3, pp. 190-206, 1989.

[24] **N. HU;** « Taboo Search Method with random moves for globally optimal design', International Journal for Numerical Methods in Engineering», vol. 35, n. 5, pp. 1055-1070, 1992.

[25] **J. H. HOLLAND;** « Adaptation in natural and artificial system», the university of Michigan Press, ISBN 0-472-08460-7, 1975.

[26] **K. A. DE JONG;** « An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems», These de doctorat, university of Michigan, 1975.

[27] **D. E. GOLDBERG;** « genetic algorithms in search, optimization and machine leaning», Addison Wesley, ISBN 0-201-15767-5, 1989.

[28] **Z. MICHALEWICZ;** « Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs», Springer Verlag, ISBN 3-540-58090-5, 1994.

[29] **1. REEHENBERG;** « Evolution strategy», in [Zurada 1994], pp. 147-159, 1994.

[30] **L. J. FOGEL;** « Evolutionary programming in perspective: the top down view», in [Zurada 1994], pp. 135-146, 1994.

[31] **J. R. KOZA;** « Genetic programming», Cambridge, MA, MIT Press, 1992.

[32] **Z. MICHALEWICZ;** « Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs», Springer Verlag, ISBN 3-540-58090-5, 1994.

[33] **1. REEHENBERG;** « Evolution strategy», in [Zurada 1994], pp. 147-159, 1994.

[34] **L. J. FOGEL;** « Evolutionary programming in perspective: the top down view», in [Zurada 1994], pp. 135-146, 1994.

[35] **J. R. KOZA;** « Genetic programming», Cambridge, MA, MIT Press, 1992.

[36] **BIRBIL. S. I. AND FANG. S.C;** « An electromagnetism- like mechanism for global optimization», journal of global optimization, 2003, vol 25(3), pp263-282.

[37] **PEITSANG, W. AND WENHUNG, Y;** « An electromagnetism algorithm of neural network analysis - an application to textile retail operation journal of the chinese institute of industrial engineers», 2004, vol 21(1), pp 59-67.

[38] **R. AMIEUR ;** « Etude et conception d'une machine synchrone a aimant permanents », mémoire d'ingénieur, université de Jijel, 2009.

[39] **Z. BOULASSEL ;** « Modèle analytique-numérique dynamique pour le prise en compte du mouvement dans les dispositifs électromagnétiques », mémoire de magister, l'université de Jijel, 2002.

[40] **K. BOUHRINE ET C. MERROUCHE ;** « Modèle éléments finis pour le calcul de forces d'origine magnétique », mémoire d'ingénieur l'université de Jijel, 2005.

[41] **Z. BELLI ;** « Adaptation de méthodes d'optimisation associées au calcule du champ électromagnétique pour l'étude de dispositifs électrotechniques », thèse de doctorat l'université de Jijel, 2008.

[42] **F.AZZOUZ ;** « Intégration dans Matlab de modèles de pris en compte de mouvement l'analyse des phénomènes électromagnétiques transitoires », rapport de stage de D.E.A d'électrotechnique, l'université de Jijel, 2004.

[43] **B.CHEBBAH ET A. ROKIA ;** « Modélisation en 2D d'actionneurs électromagnétiques par la méthode des éléments finis », mémoire d'ingénieur l'université de Jijel, 2004.

[44] **BOUKACHABIA ET K. BELKHIRI ;** « Optimisation des dispositifs électrotechniques associées au calcule du champ électromagnétique », mémoire fin d'étude, l'université de Jijel, 2005.

[45] **G. FUAT ULER, OSAMA A. MOHAMMED, AND CHANG-SEOP KOH;** «Utilizing genetic algorithms for the optimal design of electromagnetic devices», IEEE transactions on magnetic, vol. 30.no. 6, 1994.

[46] **T.IGNOR;** « Genetic algorithms and their application in solving shape optimization problems in electromagnetics», university of Banja Luka, 2006.

[47] **P. ALOTTO, T. FORTUNA, C. MAGELE;** « Robust optimization in electromagnetic design », conference CEFC02, 2002.

[48] **M. CIOFFI, A. FORMISANO, R. MARTONE;** « Stochastic handling of tolerance in robust magnets design», conference compumag 2003.

[49] **D. MAGOT, F. WURTZ, B. COGITTORE, B. DELINCHANT, J.P. KERADEC;** « A methodology and tools for worst-case tolerance design», conference compumag 2003.