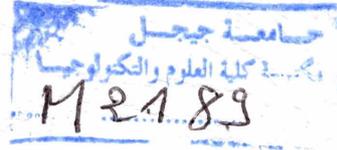


République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Jijel



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département d'Electrotechnique



Mémoire de fin d'Etudes pour l'obtention du Diplôme de
Master en Electrotechnique
Option : Electromécanique

Thème :

Calcul analytique et numérique des
interactions entre aimants permanents

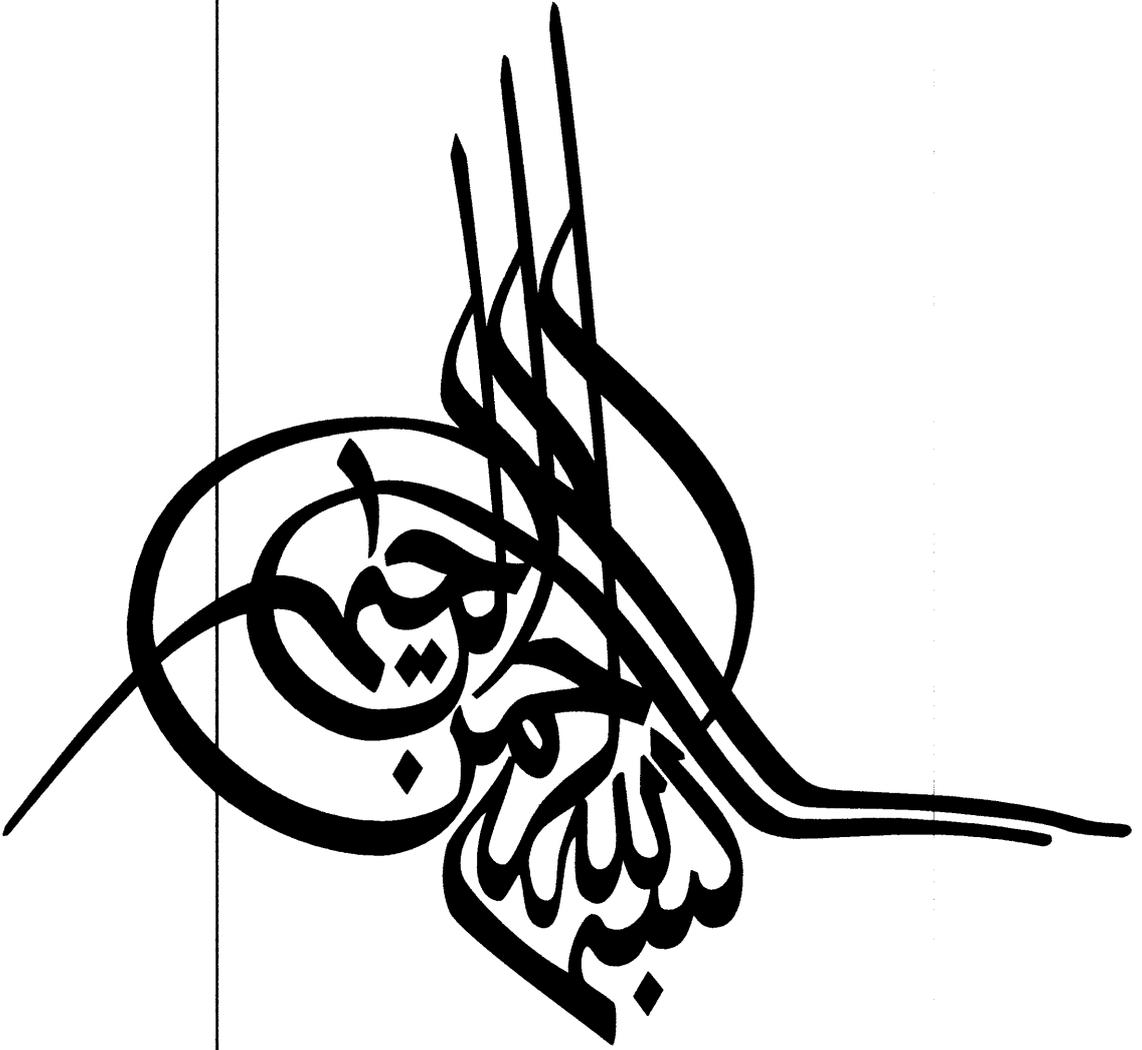
Réalisé par :

Elferrah ould Mohamedou

Proposé par :

Mr : Mohdeb Naamane

Promotion : Juin 2015



Remerciements

Je voudrais remercier tout d'abord Allâh, le tout puissant qui m'a donné la force, la volonté et le courage pour accomplir ce modeste travail.

*Je tiens à formuler ma gratitude et ma profonde reconnaissance à l'égard de mon promoteur Mr : **Mohdeb Naamane** qui a supervisé ce travail de recherche. Son soutien, sa disponibilité, sa patience, sa compréhension, ainsi que ses conseils judicieux tant lors de mes recherches que lors de l'écriture de ce mémoire. Ses connaissances et ses jugements m'ont permis d'acquérir des compétences essentielles en recherche.*

*Je remercie **l'état algérien** qui a ouvert ses portes pour moi de terminer mon université.*

*J'adresse également mes remerciements, à tous **mes enseignants**, qui m'ont donné les bases de la science, sans oublier d'exprimer mes remerciements au **Chef du Département d'Électrotechnique**.*

*Mes remerciements aux **membres du jury** qui m'ont fait l'honneur d'accepter de lire et de juger ce mémoire.*

*Je remercie l'ensemble des **collègues et amis** qui m'ont aidé et supporté durant ces dernières années. Et Je remercie aussi toute personne ayant participé de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail.*

*Je voudrai exprimer un remerciement spéciale à **mes proches et mes frères** pour leurs conseils au long de ma vie.*

*Enfin, ce travail ne voudrait rien dire sans remercier **mes parents** pour leur dévouement incommensurable, qui m'ont toujours soutenue et poussée à donner le meilleur de moi-même ; pour l'éducation qu'ils m'ont offert et pour leur appui inconditionnel tout au long de ma vie.*

Dédicaces

Je dédie ce travail à mes chers parents pour leurs encouragements et leur soutien moral et matériel durant toutes mes années d'études, que DIEU le tout puissant me les gardes.

Ma chère mère et Mon cher père

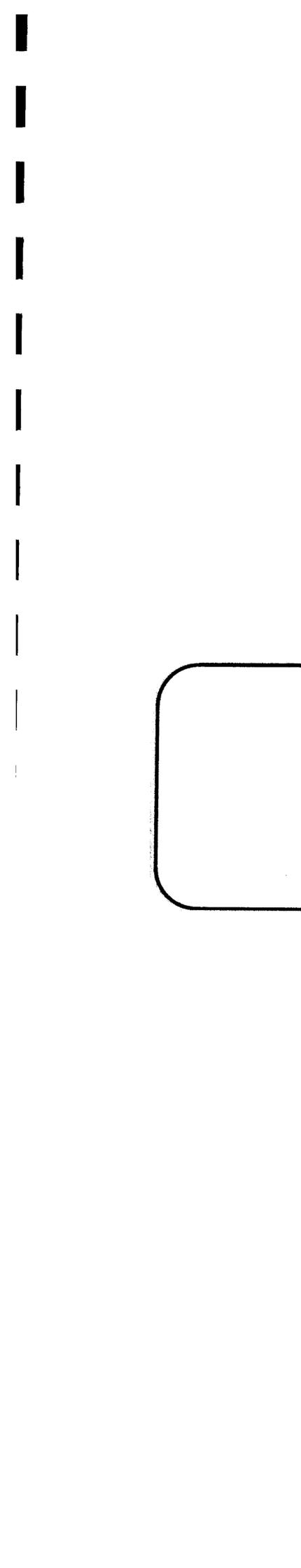
A mes chers frères,

A toute ma famille,

A tous mes collègues,

A mes chers amis,

Esserrah



Sommaire

Sommaire

Introduction générale.....01

Chapitre I : Aimants permanents et suspensions magnétiques

I.1 introduction.....04

I.2 Histoire des aimants permanents.....04

 I.2.1 Caractéristiques générales.....04

 I.2.2 L'utilisation des aimants.....05

 I.2.3 Différentes types des aimants.....05

I.3 La courbe de désaimantation.....06

I.4 Intérêt des aimants.....07

I.5 Types des lévitations.....08

 I.5.2 Théorème d'Earnshaw.....09

 I.5.3 Classification des lévitations magnétiques.....09

 I.5.3.1 Lévitation magnétique active.....09

 I.5.3.2 Lévitation supraconductrice.....11

 I.5.3.2.a Lévitation par le mouvement des aimants
 Supraconducteurs.....11

 I.5.3.2.b les configurations d'aimants de Klaus Halbach.....11

 I.5.3.3 Lévitation électrodynamique à champs alternatifs.....13

 I.5.3.4 Lévitation stabilisée par l'effet gyroscopique.....14

 I.5.3.5 Lévitation magnétique passifs.....14

 I.5.3.5.a Butées et centreurs passifs.....14

 I.5.3.5.b Empilement de paliers.....16

I.5.3.5.c	Instabilité angulaire des paliers passifs.....	16
I.5.3.5.d	Applications des suspensions magnétiques.....	18
I.6	Conclusion.....	18
 Chapitre II : Calcul tridimensionnels des forces d'interactions entre les aimants permanents		
II.1	Introduction.....	21
II.2	Modèles coulombien et ampérien.....	21
II.2.1	L'approche ampérienne.....	22
II.2.2	L'approche coulombienne.....	22
II.3	Champ magnétique créé dans le vide, par une distribution de courants électriques.....	23
II.4	Calcul du champ magnétique dû à un volume aimanté en un point extérieur à l'aimant.....	23
II.4.1	Cas d'un cylindre de révolution uniformément aimanté parallèlement à son axe.....	24
II.5	Calcul des grandeurs électromagnétiques d'une surface rectangulaire chargée par l'approche coulombienne.....	26
II.6	Potentiel scalaire, champ et induction magnétiques créés par deux surfaces Rectangulaires chargées «Approche Coulombienne».....	28
II.7	Calcul des forces d'interactions entre deux aimants Cubiques.....	29
II.7.1	Cas des aimantations parallèles.....	29
II.7.2	Cas des aimantations parallèles.....	29
II.7.2.1	L'énergie magnétostatique par l'approche théorique de Younet.....	29
II.7.2.2	L'énergie magnétostatique et forces.....	30
II.7.2.3	Exemple de calcul.....	31
II.8	Conclusion.....	32
 Chapitre III : Calcul numérique en 2D des forces d'interactions entre les aimants permanents		
III.1	Introduction.....	34

III.2 Calcul des forces magnétique par la Méthode des éléments finis.....	34
III.2.1 Les équation de Maxwell.....	34
III.2.2 Modèle mathématique de l'électromagnétisme.....	34
III.2.3 Conditions de continuité aux interfaces de séparation.....	35
III.2.4 Problème électromagnétique.....	35
III.2.4.1 Formulation magnétostatique.....	35
III.2.4.1.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique.....	35
III.2.5 La méthode des éléments finis.....	36
III.2.5.1. Types d'éléments finis.....	36
III.2.5.2. Formulation Intégrale.....	37
III.2.6 Calcul des forces magnétique.....	38
III.3 Exemple de calcul.....	39
III.4 Conclusion.....	42
Conclusion générale.....	45

Introduction générale

Introduction générale

Actuellement, deux types de technologies de lévitation existent, électromagnétique et électrodynamique. Avec l'augmentation de la population et de l'extension des zones d'activités humaines, les moyens de transport traditionnels ne satisfont plus les besoins. Des moyens de transport en commun innovant sont nécessaires. Le train utilisant le système de lévitation magnétique « Maglev » est une très bonne solution. Le Maglev est un système de transport qui suspend, guide et propulse le train [ALL 10][DEL 94]. Tandis qu'un train conventionnel est propulsé à l'aide du frottement entre les roues et les rails, les Maglev utilise la lévitation sur la voie de guidage, et se propulse grâce à un moteur linéaire [DEL 94]. Le système de lévitation électrodynamique utilise la force de répulsion, alors que le système de lévitation électromagnétique utilise la force d'attraction.

Earnshaw démontre qu'une particule polarisée plongée dans un champ électrostatique ne peut pas trouver une position d'équilibre stable [EAR 39]. J. Delamare [DEL 94], dans sa thèse a expliqué comment peut-on avoir ou non, la stabilité lors de la lévitation de corps magnétiques tels que les aimants permanents, les ferromagnétiques, les diamagnétiques et les conducteurs. Dans les suspensions l'inconvénient fondamental est l'instabilité. Plusieurs auteurs ont utilisé des méthodes de contrôle explicite qui diffèrent par la manière de commander le champ magnétique [ALL 10].

Parmi les travaux récents les plus connus, on peut citer le projet Swissmetro, un train en sustentation magnétique dans un tunnel sous vide. La lévitation du Swissmetro est complexe car, sans un contrôle très précis de tous les électroaimants servant à sa sustentation, le train a une forte tendance naturelle à venir se coller à son rail. Le terme contrôle en génie électrique nous conduit souvent à penser à des solutions de type électronique ou électronique de puissance. C'est à cause de ça que les auteurs ont appelé les lévitations utilisant ce principe : lévitations magnétiques actives, ou plus souvent: paliers magnétiques actifs. Les paliers magnétiques actifs emploient des systèmes de commande pour contrôler le champ magnétique afin de produire les forces de rappel qui agissent directement sur le corps suspendu. L'inconvénient pratique est qu'ils ont besoin de sources d'alimentation externe et de fils de connexion, cela complique souvent leur intégration dans un dispositif final.

Aussi le Transrapid qui commença en 1969, utilise le principe de lévitation électromagnétique. Sa piste d'essai se trouve à Lathen, en Allemagne, et elle date de 1987. En 2008

et à nos jours, presque la majorité des projets Transrapid ont été abandonné par le gouvernement allemand à cause de son coût prohibitif.

Les gens du laboratoire LLNL « Lawrence Livermore National Laboratory » ont développé l'Inductrack Maglev. Elle est basée sur un arrangement d'aimants permanents modernes sous forme de blocs d'Halbach (appelée ainsi, car elle a été inventé par Klaus Halbach pour l'utilisation en accélération de particules [Halbach.85]).

Dans la recherche sur les systèmes magnétiques, il serait parfois bien intéressant d'éliminer le flux d'une des faces de l'aimant afin d'éviter les perturbations collatérales [DEL 94]. Il est bien sûr impossible d'obtenir un aimant réellement mono face, mais l'on peut s'en approcher par une combinaison particulière des polarisations mise en évidence par K. Halbach qui permet d'annuler quasiment le champ magnétique d'une face d'un groupe d'aimants, tout en doublant le flux de l'autre face.

Le premier train à l'échelle des laboratoires en utilisant la méthode Inductrack a été réalisé en 1998. Ils ont réussi à créer un chariot d'essai, mais il est encore au stade de développement. Aussi, dans le cadre des programmes proposés par les sociétés «Maglev US Department of Transportation, Federal Transit Administration et General Atomics», des projets de création des trains à sustentation magnétique utilisant ce principe sont lancés et de nombreuses personnes travaillent déjà sur les sujets. En enroulant une suite d'aimants en anneau, diverses dispositions peuvent être ainsi envisagées donnant accès à des motifs de champs magnétiques particulièrement intéressants.

Dans le premier chapitre, nous allons voir le comportement et les propriétés de quelques aimants industriels qui ont le potentiel d'être les éléments constitutifs des paliers magnétiques.

Et dans le deuxième chapitre, on va proposer des modèles tridimensionnels pour le calcul des forces d'interactions entre les aimants permanentes de formes cubiques.

Dans le dernier chapitre, on va proposer des modèles numériques pour le calcul numérique en 2D des forces d'interactions entre les aimants permanents. La modèle fondé sur le principe physique des travaux virtuels, où le calcul de force est fortement lié à l'équation de l'énergie (ou la co-énergie) est la plus simple et adéquate en éléments finis.

Chapitre I
Aimants permanents et suspensions
magnétiques

Aimants permanents et suspensions magnétiques

I.1 Introduction

Pourtant connus à l'époque des grecs, les aimants permanents n'ont connu leurs réels développements que depuis les années 1930. L'usage des aimants permanents est de plus en plus répandu dans les machines électriques. Dans ce chapitre, nous allons voir le comportement et les propriétés de quelques aimants industriels qui ont le potentiel d'être les éléments constitutifs des paliers magnétiques.

I.2 Histoire des aimants permanents

I.2.1 Caractéristiques générales

Les matériaux que l'on utilise pour leurs propriétés magnétiques peuvent se classer en deux grandes familles: Les « matériaux magnétiques durs » qui sont des aimants permanents et les « matériaux magnétiques doux » qui ne présentent des propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation extérieure.

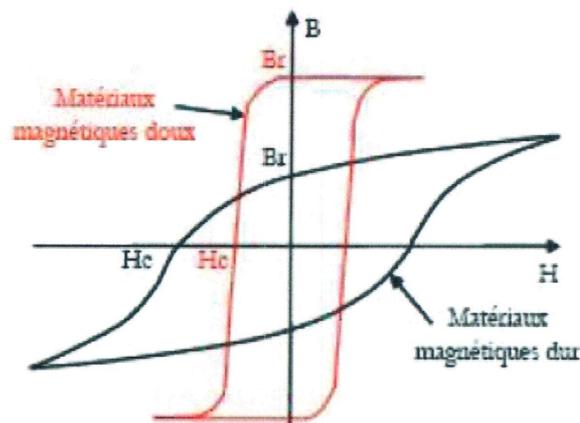


Fig.I.1 Cycles d'hystérésis des matériaux Durs et Doux

En effet, quand un matériau est placé dans un champ électromagnétique extérieur, il se crée une induction magnétique propre au matériau qui est due à la polarisation des domaines, petites régions dans lesquelles les dipôles magnétiques s'orientent localement. Lorsque l'on supprime le champ extérieur, il reste une polarisation permanente dans le cas des matériaux magnétiques durs,

appelée rémanence, alors qu'il n'y en a pratiquement pas dans les matériaux magnétiques doux [ALL 10]. La courbe relative à chaque type de matériau est appelée cycle d'hystérésis.

Il existe maintenant une grande variété de matériaux pour aimants permanents dont les propriétés et les applications sont très diverses.

I.2.2 L'utilisation des aimants

C'est ainsi qu'environ 300 000 tonnes d'aimants permanents sont utilisées dans le monde chaque année, entraînant une concurrence internationale sévère entre les différents constructeurs, de plus en plus obligés de faire appel à l'automatique et à la robotique pour rester compétitifs, en particulier dans le domaine grand public.

I.2.3 Différentes types des aimants

A l'heure actuelle, il existe quatre familles d'aimants permanents. Ce sont les : 1) Alnico (ou Ticonal). 2) Les ferrites dures. 3) Les aimants permanents Samarium-Cobalt. 4) Les aimants permanents Néodyme-Fer-Bore.

Les aimants permanents Alnico

Les aimants permanents ont d'abord été élaborés à partir d'acier ou de chrome-cobalt. Au cours des années 1935, les gens ont commencé à étudier des alliages de fer-aluminium, nickel, cobalt et cuivre. Ces alliages fondus ou frittés sont connus sous le nom de ticonal ou alnico. Ils sont très peu usés de nos jours du fait de la présence de cobalt (très coûteux) et de leurs modestes propriétés magnétiques.

Les Ferrites dures

Dans les années 50, les ferrites dures sont parmi les aimants les plus utilisés à l'heure actuelle, Ils étaient composés de carbone, d'oxyde de ferrite avec d'autres matériaux comme baryum et strontium. Par ailleurs, ils sont fragiles, se dilatent facilement et sont plus durs que les aimants à bases de Terre rares donc plus difficiles à usiner (Fig.I.3).

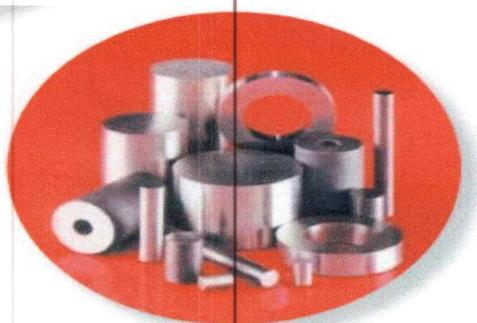


Fig.I.2 Alnico

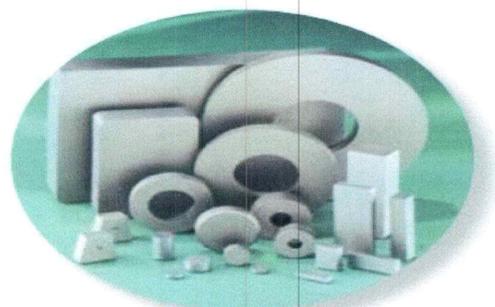


Fig.I.3 les Ferrites dures

Les aimants permanents Samarium-Cobalt

Les aimants permanents samarium cobalt ont été découverts dans les années 1960. Ces aimants présentent des performances magnétiques très supérieures aux deux familles précédentes, notamment en termes de tenue en température, mais leur coût constitue un inconvénient majeur. Le cobalt est un matériau cher, stratégique et dont les réserves sont concentrées dans un nombre réduit de pays. Le samarium est l'une des terres rares les plus chères(Fig.I.4).

Les aimants permanents Néodyme-Fer-Bore

Les Néodyme-Fer-Bore frittés sont apparus dans les années 1980. Ils présentent les meilleures performances magnétiques du marché actuel.



Fig.I.4 Samarium-Cobalt



Fig.I.5 Néodyme-Fer-Bore

I.3 La courbe de désaimantation

Les matériaux pour aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B-H ou J-H (voir Fig.I.6).

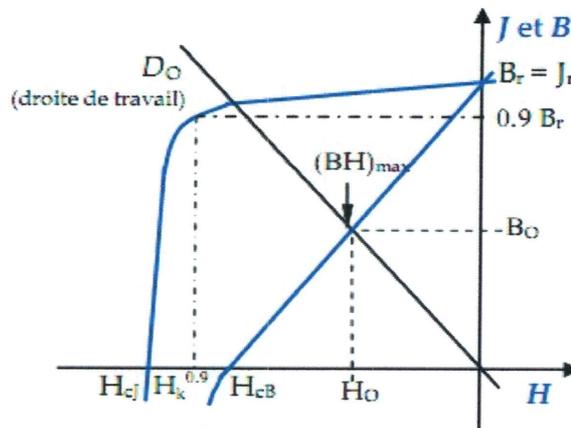


Fig.I.6 Courbe de désaimantation d'un aimant

Pour bien comprendre, Il existe deux dessins du cycle d'hystérésis ; en induction B (H) et en polarisation J(H). Le passage d'une représentation à une autre se fait à partir de la relation : $B = \mu H + J$

Avec le champ H exprimé en A/m et l'induction B ainsi que la polarisation J exprimées en Tesla. Dans un aimant, le champ H est généralement démagnétisant, c'est-à-dire qu'il s'oppose à B et J .

Cette courbe est caractérisée par:

1. La polarisation rémanente J_r , qui est confondue avec l'induction rémanente B_r , est la polarisation résiduelle en champ nul.
2. Le champ coercitif H_{cJ} est le champ démagnétisant nécessaire pour annuler la polarisation, et le champ coercitif H_{cB} celui qui annule l'induction. Plus la valeur de H_{cJ} est élevée, plus l'aimant est stable vis-à-vis de la désaimantation.
3. Le champ H_k qui est un bon indicateur de la courbe de désaimantation. En pratique, le concepteur de machines à AP doit connaître la valeur limite du champ magnétique qu'un AP donné peut supporter. On désigne par $H_k^{0.9}$ cette limite admissible qui est précisément définie dans.
4. Le produit $(BH)_{\max}$ d'un aimant définit sa valeur énergétique par unité de volume. Pour utiliser le volume minimal d'aimant, il faut qu'à son point de fonctionnement le produit « induction-champ » soit maximal. Les valeurs H_0 et B_0 définissent le point de fonctionnement correspondant à $(BH)_{\max}$.

On peut classer les différents types d'aimants en fonction de ces paramètres. Fig.I.7 donne les courbes de désaimantation des principaux types d'aimants.

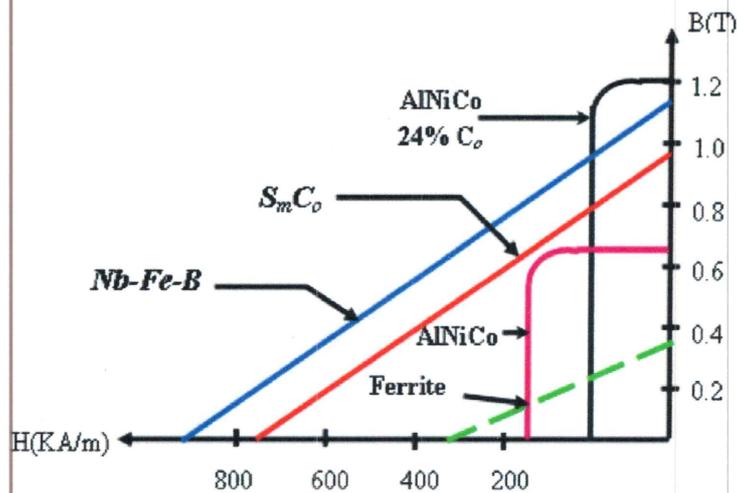


Fig.I.7 Courbe de désaimantation des différents types des aimants permanents

I.4 Intérêt des aimants

Pour la magnétisation de circuits sans pertes Joule, particulièrement avantageux pour le rendement et la compacité dans le cas (petits moteurs ou gros moteurs à très grand nombre de pôles). (Tab. I.1).

Tab.I.1 intérêt des aimants

Avantages	Inconvénient
1. Machines plus compactes (les petits moteurs sont presque tous à aimants)	1. Plus coûteux dans le cas des machines à aimants terres rares.
2. Meilleur rendement (recherches actuelles pour les économies d'énergie)	2. Risques de désaimantation (irréversible) : limite de température maxi, courant maxi
3. Meilleures accélérations pour les moteurs synchrones ou pas à pas	3. Dé-fluxage impossible dans les MCC, délicat dans les MS

I.5 Types des lévitations

I.5.1 Lévitation électromagnétique et électrodynamique

Actuellement, deux types de technologies de lévitation existent, électromagnétique et électrodynamique. Avec l'augmentation de la population et de l'extension des zones d'activités humaines, les moyens de transport traditionnels ne satisfont plus les besoins. Des moyens de transport en commun innovant sont nécessaires. Le train utilisant le système de LEVitation MAGnetique (Maglev) est un très bon candidat.

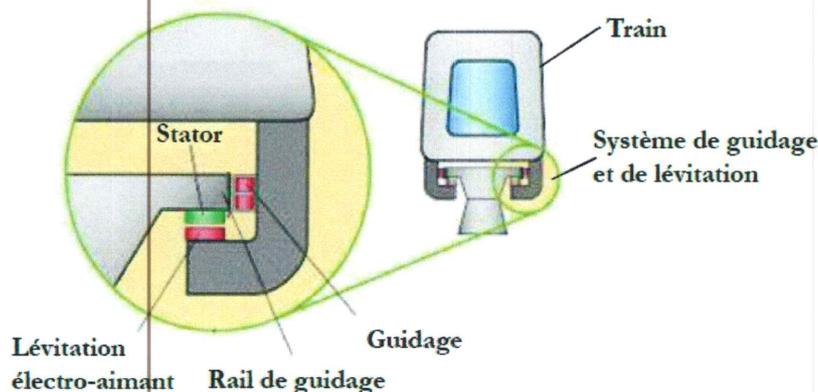


Fig. I.8 Système de Maglev

Le Maglev est un système de transport qui suspend, guide et propulse le train. Tandis qu'un train conventionnel est propulsé à l'aide du frottement entre les roues et les rails, les Maglev utilise la lévitation sur la voie de guidage, et se propulse grâce à un moteur linéaire. La Fig.I.8 présente un système de Maglev.

Le système de lévitation électrodynamique utilise la force de répulsion, alors que le système de lévitation électromagnétique utilise la force d'attraction. La Fig.I.9 présente les deux structures de ce système :

- Avec des aimants permanents
- Avec des électro-aimants

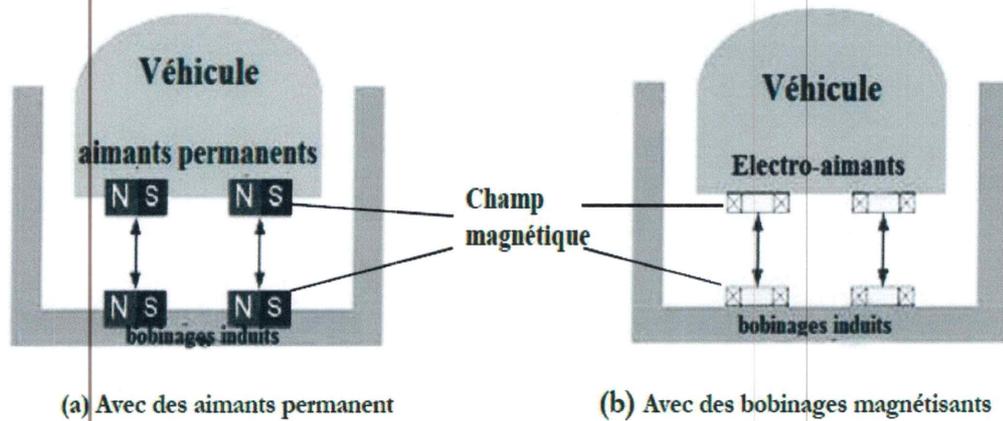


Fig.I.9 Suspension électrodynamique

La lévitation électromagnétique est basée sur la force d’attraction magnétique entre une voie de guidage et des électro-aimants. Il existe deux types de lévitation électromagnétique. La Fig.I.10.a présente la structure à lévitation électromagnétique avec guidage intégré. Ce type de système est préféré pour les applications à vitesse réduite, car la partie lévitation et la partie de guidage interagissent à grande vitesse.

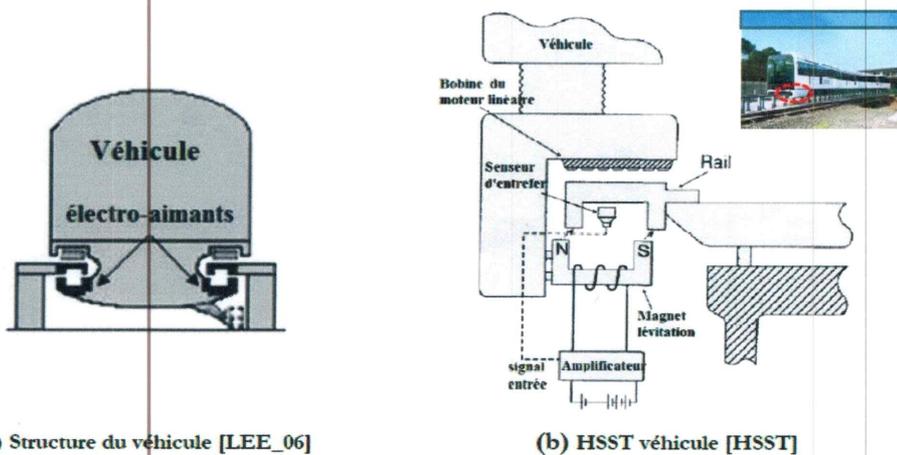


Fig.I.10 Suspension électromagnétique avec du guidage intégré

I.5.2 Théorème d’Earnshaw

Tout objet, quelle que soit sa nature, lévite s’il est suspendu en équilibre stable sous l’action de forces sans qu’il soit en contact direct avec son environnement proche. Earnshaw démontre qu’une particule polarisée plongée dans un champ électrostatique ne peut pas trouver une position d’équilibre stable [ALL 10]. J. Delamare [DEL 94], dans sa thèse a expliqué comment peut-on avoir ou non, la stabilité lors de la lévitation de corps magnétiques tels que les aimants permanents, les ferromagnétiques, les diamagnétiques et les conducteurs.

I.5.3 Classification des lévitations magnétiques

I.5.3.1 Lévitation magnétique active

Dans le cas d’un objet en lévitation dans un champ magnétique, c’est à dire flottant sans contact, les efforts doivent être générés et contrôlés suivant les six degrés de liberté [ALL10].

Le terme contrôle en génie électrique nous conduit souvent à penser à des solutions de type électronique ou électronique de puissance. C'est à cause de ça que les auteurs ont appelé les lévitations utilisant ce principe : lévitations magnétiques actives, ou plus souvent : paliers magnétiques actifs.

Les paliers magnétiques actifs emploient des systèmes de commande pour contrôler le champ magnétique afin de produire les forces de rappel qui agissent directement sur le corps suspendu. L'inconvénient pratique est qu'ils ont besoin de sources d'alimentation externe et de fils de connexion, cela complique souvent leur intégration dans un dispositif final. Pour montrer comment fonctionne un système de lévitation magnétique, l'exemple le plus simple est celui d'un électroaimant avec un objet ferromagnétique (Fig.I.11.a), la force verticale d'attraction dans ce type de système est inversement proportionnelle à la distance entre les objets (Fig.I.11.b).

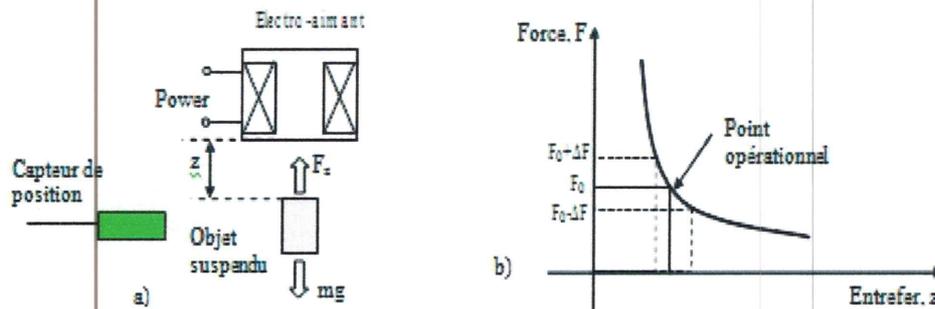
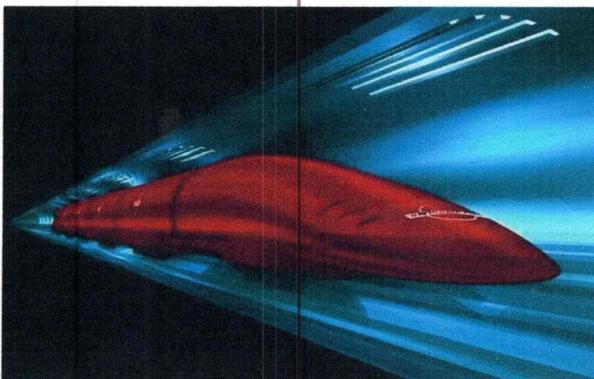


Fig.11 Principe de la suspension électromagnétique :
a) configuration physique caractéristique. b) Force distance.

Dans les suspensions l'inconvénient fondamental est l'instabilité. Plusieurs auteurs ont utilisé des méthodes de contrôle explicite qui diffèrent par la manière de commander le champ magnétique [ALL 10]. Parmi les travaux récents les plus connus, on peut citer le projet Swissmetro, un train en sustentation magnétique dans un tunnel sous vide (Fig.I.12.a). La lévitation du Swissmetro est complexe car, sans un contrôle très précis de tous les électroaimants servant à sa sustentation, le train à une forte tendance naturelle à venir se coller à son rail.



a) Swissmetro



b) Transrapid

Fig.I.12 Trains à suspension magnétique

Aussi le Transrapid qui commença en 1969, utilise le principe de lévitation électromagnétique. Sa piste d'essai se trouve à Lathen, en Allemagne, et elle date de 1987. En 2008 et à nos jours, presque la majorité des projets Transrapid ont été abandonné par le gouvernement allemand à cause de son coût prohibitif.

I.5.3.2 Lévitation supraconductrice

La première utilise un effet spécifique aux supraconducteurs, il s'agit de l'effet Meissner et la seconde concerne la création des forces répulsives entre les aimants supraconducteurs et des courants induits –par mouvement- dans des plaques conductrices. Ce deuxième principe est le plus utilisé, notamment dans le domaine de transport de passagers.

I.5.3.2.a Lévitation par le mouvement des aimants supraconducteurs

Cette approche de lévitation magnétique est fondée sur la répulsion provoquée par exemple, par un aimant supraconducteur qui bouge au-dessus d'une surface conductrice ou l'inverse. Un prototype de train à lévitation électrodynamique supraconductrice—appelé couramment Maglev ou aussi véhicule à moteur linéaire (Linear Motor Car), est basé sur le principe de lévitation répulsive, contrairement aux systèmes de lévitation électromagnétique tels que les Transrapids, Les Suissmetro...etc., qui utilisent le principe de lévitation attractive. leurs configurations les plus simples sont présentées sur la Fig.I.13.a et la Fig.I.13.b.

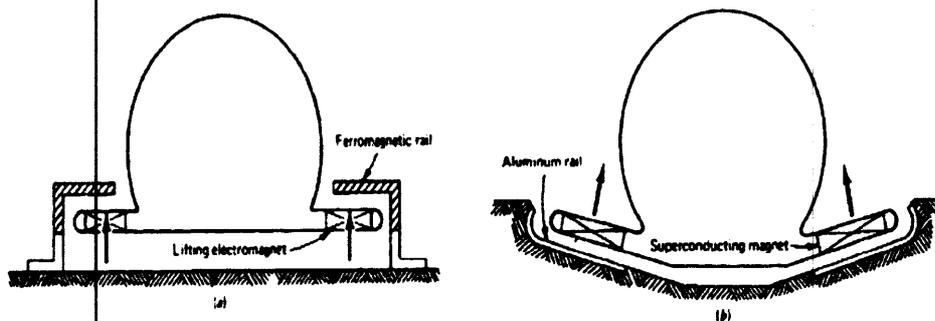


Fig.I.13 Les systèmes de train à lévitation magnétique

a) EML système (forces attractives) b) EDL, Maglev système (forces répulsives)

L'inconvénient majeur de ce type des trains Maglev est qu'ils nécessitent de grandes quantités d'énergie et leurs prix est très coûteux.

I.5.3.2.b Les configurations d'aimants de Klaus Halbach

Les gens du laboratoire LLNL « Lawrence Livermore National Laboratory » ont développé l'Inductrack Maglev. Elle est basée sur un arrangement d'aimants permanents modernes sous forme de blocs d'Halbach (appelée ainsi, car elle a été inventé par Klaus Halbach pour l'utilisation en accélération de particules [Halbach.85]).

Dans la recherche sur les systèmes magnétiques, il serait parfois bien intéressant d'éliminer le flux d'une des faces de l'aimant afin d'éviter les perturbations collatérales. Il est bien sûr impossible d'obtenir un aimant réellement mono face, mais l'on peut s'en approcher par une combinaison particulière des polarisations mise en évidence par K. Halbach qui permet d'annuler quasiment le champ magnétique d'une face d'un groupe d'aimants, tout en doublant le flux de l'autre face.

Dans cette configuration spécifique, le flux magnétique est quasiment annulé sur le dessus des aimants, et il est renforcé au-dessous. Le flux est deux fois plus intense au-dessous des aimants et les fuites de champ sont infimes sur le dessus. Cet alignement peut être répété à l'infini.

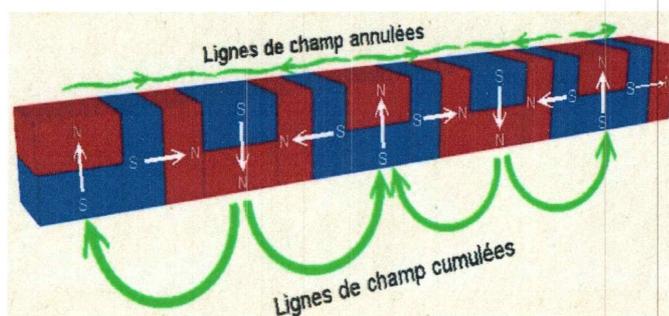


Fig.I.14 modèle linéaire

Cette disposition ne peut être réalisée que par collage précis, les aimants étant placés, le temps du durcissement, dans un rainurage adapté à leur dimension. Pour une réalisation précise, il ne devra y avoir aucun jeu dans le rainurage, sinon les aimants feront tout pour ne pas rester alignés, et même pour s'éjecter de la rainure. La configuration d'aimants d'Halbach linéaire -telle qu'elle est présentée en Fig.I.15, est une disposition spéciale d'aimants utilisée pour créer un champ magnétique sinusoïdal intense au-dessous, tout en annulant presque les champs magnétiques au-dessus de celle-ci.

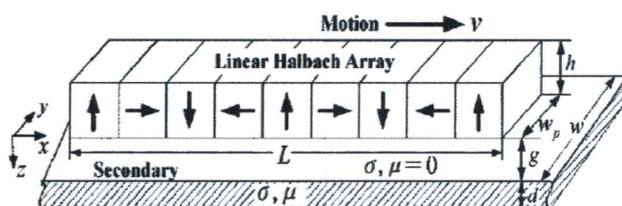


Fig.I.15 Système d'Halbach pour la lévitation électrodynamique

Ces blocs sont placés sous le train, en face du rail formé de matériau conducteur et dont la lévitation électrodynamique est induite par le mouvement de guidage horizontal.

Le premier train à l'échelle des laboratoires en utilisant la méthode Inductrack a été réalisé en 1998. Ils ont réussi à créer un chariot d'essai, mais il est encore au stade de développement. Aussi, dans le cadre des programmes proposés par les sociétés «Maglev US Department of Transportation, Federal Transit Administration et General Atomics», des projets de création des trains à sustentation magnétique utilisant ce principe sont lancés et de nombreuses personnes travaillent déjà sur les sujets.

En enroulant une suite d'aimants en anneau, diverses dispositions peuvent être ainsi envisagées donnant accès à des motifs de champs magnétiques particulièrement intéressants.

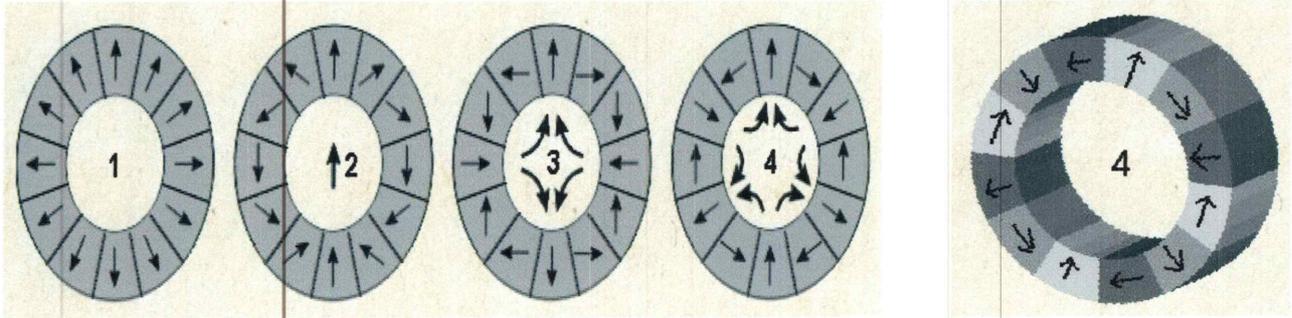


Fig.I.16 modèle rotatif

I.5.3.3 Lévitacion électrodynamique à champs alternatifs

Le principe électrodynamique est basé sur la génération des forces répulsives dues aux courants induits (loi de Lenz). Ce type de lévitation électrodynamique est mieux adapté aux supraconducteurs qui sont capables de fournir des champs intenses par rapport aux conducteurs normaux (cuivre, aluminium....). Pour avoir des courants induits dans des objets conducteurs, il suffit de les placer à proximité des bobines en cuivre alimentées par des sources de tension ou de courant variables. Le meilleur exemple de cette technique est celui d'un disque de cuivre qui flotte au-dessus d'une bobine exposé au Palais de la Découverte à Paris (Fig.I.17)[ALL 10].



Fig.I.17 Lévitacion électrodynamique par courant induit

L'expérience de Thompson prouve qu'on peut obtenir la lévitation à partir de 60 Hz et un fort courant issu du circuit résonnant (l'inductance est calculée en tenant compte de la présence de la plaque en aluminium (Fig.I.18)

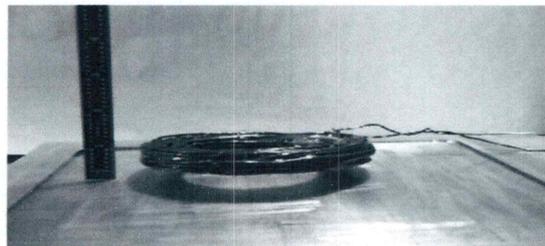


Fig.18 Expérience de Thompson.
Une bobine suspendue au-dessus d'une plaque en aluminium

Le matériau conducteur à chauffer est soumis à des champs variables, il se crée en son sein une force qui a tendance à le repousser loin de l'inducteur cette méthode n'est utilisée de manière industrielle que dans des fours. Ceci permet de ne pas avoir de contact entre le métal en fusion et le creuset qui risque de le polluer.

I.5.3.4 Lévitration stabilisée par l'effet gyroscopique

Le théorème d'Earnshaw qui est valable uniquement pour les systèmes fixes et ne considère pas des effets dynamiques causés par la rotation. La rotation est capable de stabiliser la lévitation, cet effet est connu sous le nom de « l'effet gyroscopique ». C'est ainsi que nous pouvons trouver dans le commerce, des toupies capables de tourner quelques minutes à plusieurs centimètres audessus d'un socle magnétique (Fig.I.19) [ALL 10].



Fig.I.19 Toupie Levitron

I.5.3.5 Lévitration magnétique passifs

I.5.3.5.a Butées et centreurs passifs

Un palier magnétique passif est le site de forces magnétiques permanentes issues de l'interaction entre sa partie fixe et sa partie mobile. Ces forces peuvent être créées:

- soit par l'attraction entre des pièces en fer doux en vis-à-vis, polarisées par un flux magnétique : ce sont des paliers magnétiques à réluctance variable [YON 77], dont un exemple est présenté à la Fig.I.20. Leur principe de fonctionnement est tel que les circuits magnétiques composés de dents en vis-à-vis sont placés de part et d'autre de la partie fixe et mobile du palier comme le montre la Fig.I.20.

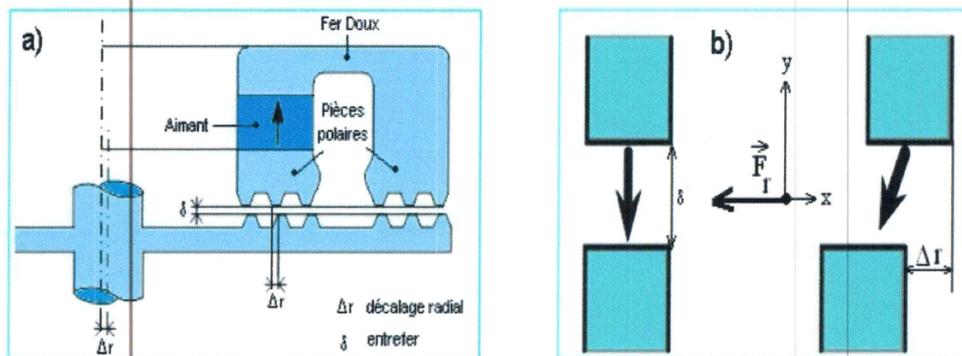
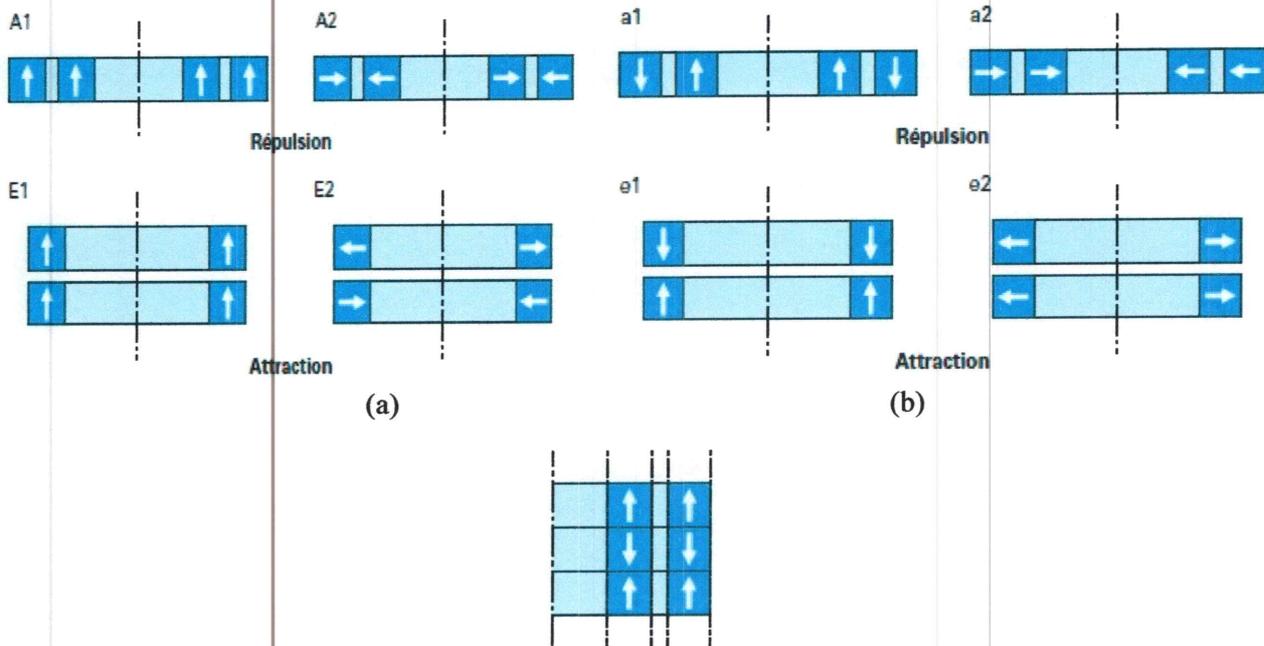


Fig.I.20 Paliers à réluctance magnétique [YON.D3568]

- Soit par l'attraction ou la répulsion directe entre les aimants permanents : ce sont des paliers magnétiques à aimants permanents. Il existe en principe, un très grand nombre de configurations de centreurs magnétiques à aimants de base, dont certaines sont présentées à la Fig.I.21. Cependant, en pratique, l'angle d'orientation des aimants limite les possibilités de réalisation. Une aimantation axiale telle que représentée par A1 et E1 à la Fig.21 est généralement obtenue plus facilement qu'une aimantation radiale représentée par A2 et E2 sur la même figure.



La raideur de centrage est multipliée approximativement par $2N - 1$

(c)

Fig.I.21 Quatre principales configurations des aimants

- a) centreurs passifs à aimants permanents, b) butées passives à aimants permanents
 c) Empilement de N centreurs de type A1 [YONN.D3568]

Les configurations A1 et A2 sont réalisées avec des bagues concentriques emboîtées l'une dans l'autre, et travaillant en répulsion ; la force axiale est nulle en position centrée.

Pour E1 et E2, on utilise des bagues identiques superposées, fonctionnant en attraction. En effet, si une des bagues veut se déplacer radialement, l'autre aura tendance à la ramener à la position centrée, en admettant que les deux bagues ne soient pas soumises aux mêmes forces perturbatrices radiales au même instant. La force axiale dans ce cas est très importante, mais le débattement radial est plus grand que pour les configurations de type A [YON 80].

Pour passer des configurations de centreur à celles de butée, il suffit de retourner l'aimantation de l'une des bagues du palier. Comme pour les centreurs, a1 et a2 ainsi que e1 et e2 sont identiques. Il est préférable d'utiliser les configurations à aimantation axiale : a1 et e1. La configuration a1 ne tolère qu'un faible déplacement radial, mais la force axiale est nulle, alors que pour la configuration e1, la force de répulsion axiale est importante ; inversement, le débattement radial est plus grand.

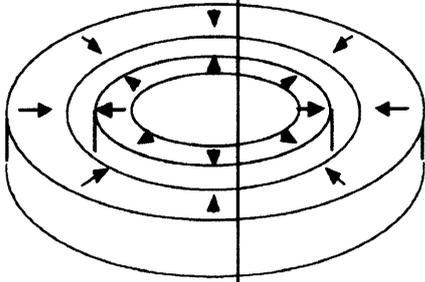


Fig.I.22 Centreur à aimant permanent

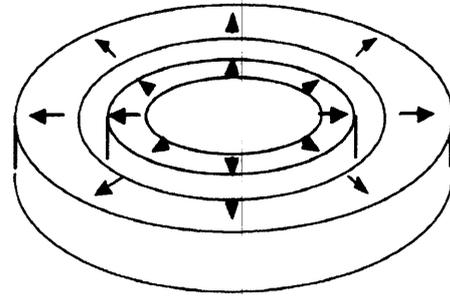


Fig.I.23 Butée à aimant permanent

Dans le cas de la Fig.I.22, si la bague intérieure se décale radialement, la bague extérieure la repousse vers le centre, il s'agit donc d'un centreur. Dans le cas de la Fig.23, si la bague intérieure se décale axialement, la bague extérieure la rappelle dans son plan de symétrie. Il s'agit donc d'une butée.

I.5.3.5.b Empilement de paliers

En utilisant plusieurs paliers, on peut accroître leur efficacité, car chaque aimant est soumis au champ de l'ensemble des aimants qui lui font face. C'est ce qui se passe pour le centreur de la Fig.I.21.c, réalisé par un empilement de centreurs de type A1.

I.5.3.5.c Instabilité angulaire des paliers passifs

Nous pouvons néanmoins mettre en évidence des problèmes d'instabilité liés à ces paliers. Si dans le cas de la butée, la bague intérieure s'éloigne radialement, elle est violemment attirée par la bague extérieure. La butée est donc instable radialement. Inversement, dans le cas du centreur, si la bague intérieure est déplacée axialement, elle sera éjectée par la bague extérieure. Le centreur est donc instable axialement. De même, lorsque la bague intérieure du centreur est décalée angulairement, la bague extérieure exerce des forces qui tendent à créer une rotation plus importante. Le centreur est donc aussi instable angulairement (Fig.I.24).

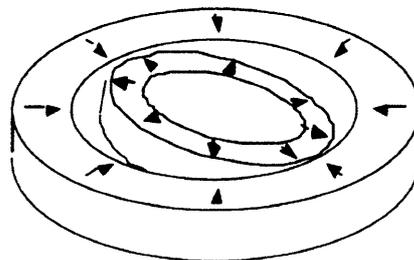


Fig.I.24 Instabilité angulaire d'un centreur

En conclusion, nous pouvons retenir la simplicité de réalisation d'un centreur passif et d'une butée passive. Néanmoins, leur utilisation est rendue délicate par les différentes instabilités qui peuvent survenir. Rappelons qu'une stabilité complète est impossible à obtenir avec ce type de paliers [YON 80].

Là aussi, nous avons affaire à des systèmes passifs. Ils n'ont par conséquent besoin d'aucune source d'énergie extérieure pour fonctionner. Bien qu'ils puissent comporter des aimants, ces paliers ne fonctionnent pas sur un principe d'interaction directe entre aimants. Ils sont composés de deux circuits magnétiques séparés. L'un des circuits est lié au rotor tandis que l'autre est fixé au stator (Fig.I.24) [YON.D3568].

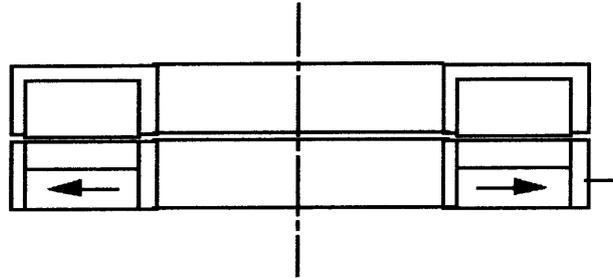


Fig.I.25 Centreur à réluctance variable

Les circuits magnétiques sont composés de "dents" en vis-à-vis. La moitié de ces dents est placée sur la partie statique du palier tandis que l'autre l'est sur la partie mobile.

Une différence de potentiel magnétique est créée entre ces dents soit par un aimant soit éventuellement par une bobine (mais dans ce cas nous ne pouvons plus parler de palier passif). Cette différence de potentiel magnétique crée un flux qui circule entre les dents. Ce flux engendre une pression qui tend à rapprocher les dents.

Sur une butée à réluctance variable, les dents doivent être disposées de façon à s'opposer à un déplacement axial du centreur (Fig.I.26). Cette butée assure donc la stabilité axiale mais est instable latéralement. Le principal avantage de ces suspensions provient du fait qu'elles ne nécessitent pas forcément d'aimant sur leur partie en mouvement. Cela permet d'éliminer bien des problèmes mécaniques lors de la mise en rotation.

Malheureusement, elles génèrent des instabilités beaucoup plus importantes qu'un palier à aimant [YON 77], ce qui les rend difficiles à contrôler. Un centreur générera une instabilité le long de son axe de rotation tandis qu'une butée sera instable dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

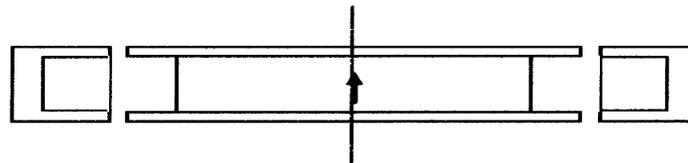


Fig.I.26 Butées à réluctance variable

I.5.3.5.d Applications des suspensions magnétiques

Les suspensions magnétiques sont utilisées dans des domaines très différents. Les principales applications sont les suivantes :

- Le spatial : La principale application des suspensions magnétiques dans le spatial concerne la mise en œuvre des volants d'inertie permettant de stabiliser un satellite ou bien d'emmagasiner de l'énergie.
- L'usinage : Les suspensions magnétiques permettent d'équiper des broches d'usinage et de faire tourner des outils de coupe (rectification et fraisage) à des vitesses de rotation difficilement accessibles avec des broches à roulements plus conventionnelles.
- Les turboexpanders : Ce sont des machines rapides permettant la détente des gaz.
- Les pompes turbomoléculaires : Elles permettent d'obtenir un vide très poussé grâce à une turbine tournant à grande vitesse. Les paliers magnétiques sont employés dans les pompes turbomoléculaires car ils permettent d'atteindre des vitesses élevées sans polluer l'atmosphère environnante avec un lubrifiant. La suspension peut être active ou partiellement passive : les deux solutions existent industriellement.
- Les centrifugeuses : Elles permettent grâce à leur vitesse de rotation extrêmement élevée de séparer des substances de densités différentes. Elles rendent possible l'enrichissement de l'uranium à un taux que peu d'autres méthodes peuvent atteindre. Là encore, l'intérêt du palier magnétique vient du fait qu'il permet d'atteindre des vitesses importantes tout en étant compatible avec le milieu environnant.
- Les "choppers" de particules : Ils sont utilisés dans les Laboratoires de Physique pour filtrer des particules d'énergies différentes. Ils sont constitués d'un disque muni de fentes tournant à grande vitesse. Selon la largeur des fentes,
- Les volants d'inertie : Ils permettent de stocker de l'énergie sous forme d'énergie cinétique. Ils sont constitués d'un rotor à grande inertie, d'un moteur et de paliers permettant la rotation à grande vitesse de l'ensemble. Le moteur permet d'accélérer ou de ralentir le rotor et donc de stocker ou restituer l'énergie.

I.6 Conclusion

La lévitation est un domaine vaste, dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur les aimants permanents et leurs caractéristiques physiques, ainsi que les différents types de lévitation ou de suspension magnétique, présentant quelques réalisations, les avantages et les inconvénients vis-à-vis de la stabilité, du coût...etc.

Dans l'étude suivante, c'est à dire le chapitre suivant, nous proposerons des modèles analytiques et numériques pour éclaircir les interactions entre les aimants et les blocs d'aimants. Les modèles étudiés est celles utilisés aux suspensions passives.

Chapitre II
Calcul tridimensionnels des forces
d'interactions entre
les aimants permanents

Calcul tridimensionnels des forces d'interactions entre les aimants permanents

II.1 Introduction

Le calcul de la force générée par les aimants devient alors plus complexe que lorsqu'une structure ferromagnétique entoure ces derniers. Le calcul de la force entre deux aimants a été largement discuté dans [YON.D3568][YON 96]. Le calcul analytique en 3D est évidemment plus difficile que celui en 2D. À titre d'exemple pour le calcul d'énergie, on devra réaliser quatre intégrations successives et la difficulté augmente rapidement avec le nombre d'intégrations [ALL 10]. H. Allag et Jean-Paul Yonnet [ALL 10], ont travaillé sur ce problème, et ils ont réussi à bâtir des expressions analytiques des forces en 3D en 2010.

Dans ce chapitre, la première partie est consacré à la présentation des modèles existents à littérature pour modéliser les aimants, ensuite on va réaliser des modèles tridimensionnels pour le calcul des forces d'interactions entre les aimants permanentes de formes cubiques.

II.2 Modèles coulombien et ampérien

Dans un premier temps, nous allons considérer des particules analogues aux charges électriques ponctuelles. Nous supposons qu'elles sont de nature différente et qu'elles sont caractérisées par une 'charge magnétique'. Ces charges, appelées aussi 'masses magnétiques' peuvent prendre des valeurs positives et négatives.

Grâce à ces 'masses magnétiques', on peut définir un dipôle analogue au dipôle électrostatique dans le cadre d'une approche coulombienne (Fig.II.1.a). Une autre façon de représenter ce dipôle consiste en une boucle parcourue par un courant. C'est une approche ampérienne (Fig.II.1.b).

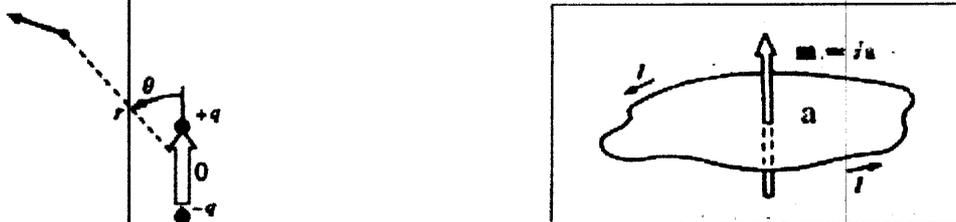


Fig.II.1 Les modèle des aimants permanents :

a) Modèle coulombien, b) Modèle ampérien

II.2.1 L'approche ampérienne

De manière plus générale, une zone aimantée de forme quelconque peut être représentée de manière équivalente par du vide et des courants sur sa surface périphérique. La valeur de la densité surfacique de courant est donnée en un point P de la surface est donnée par :

$$\overline{J_{ms}}(P) = \vec{n}(p) \wedge \vec{M} \quad (\text{II.1})$$

Où $\vec{n}(p)$ est le vecteur normal à la surface au point P . Cette approche permet de calculer le champ d'induction magnétique généré par ce barreau dans tout l'espace à l'intérieur et à l'extérieur de la matière en utilisant la loi de Biot-Savart.

Cette modélisation est rarement utilisée pour calculer le champ d'induction généré par des structures complexes car elle nécessite de résoudre l'équation de Biot-Savart pour chacun des éléments de la structure à l'intérieur desquels on suppose que l'aimantation est constante.

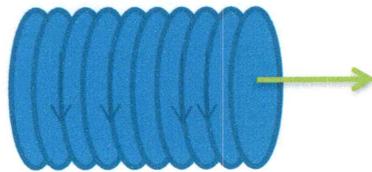


Fig.II.2 Modélisation d'un barreau aimanté par l'approche ampérienne

II.2.2 L'approche coulombienne

L'approche coulombienne consiste à remplacer le barreau aimanté par un cylindre vide et des densités de charges magnétiques sur ses deux faces latérales. Les charges magnétiques, ou monopôles magnétiques n'ont pas de sens physique étant donné qu'il est physiquement impossible de séparer un pôle Sud d'un pôle Nord. Néanmoins, ils constituent des artifices de calcul utiles pour le calcul de champ. En effet on montre qu'il est possible de faire une analogie avec les charges électriques pour le calcul du champ électrique. Par analogie avec la formule de Maxwell-Gauss en électrostatique, on trouve pour la valeur du champ H en un point M créé par une charge Q située en P [GOF 11] :

$$H(M) = \frac{1}{4\pi} Q(p) \frac{\overline{MP}}{MP^3} \quad (\text{II.2})$$

Dans le cas de l'approche coulombienne, le barreau aimanté est modélisé par une densité de charges positives d'un côté du cylindre et négatives de l'autre (Fig.II.3).

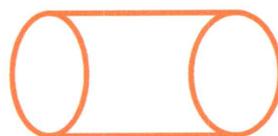


Fig.II.3 Modélisation d'un barreau aimanté par l'approche coulombienne

La valeur de la densité de charges en un point P de la surface est donnée par :

$$\sigma(p) = \vec{M} \cdot \vec{n}(p) \quad (\text{II.3})$$

II.3 Champ magnétique créé dans le vide, par une distribution de courants électriques

Dans un repère (O, x, y, z) , on imagine une distribution de courants supposée connue quelconque $J(r')$, satisfaisant aux lois de l'électrocinétique ; J désigne la densité volumique de courant dans l'élément de volume dv' situé en r' (Fig.II.4). L'existence de cette distribution de courants entraîne la présence d'un champ d'induction magnétique $B(r)$ en chaque point $M(r)$ de l'espace environnant, donné par l'expression suivante, issue des travaux d'Ampère et communément appelée loi de Biot et Savart [YON.D3568]:

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{V'} \frac{\vec{j}(r') dv' \wedge (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (\text{II.4})$$

Dans cette expression, l'intégrale est étendue à tout le volume où circulent les courants.

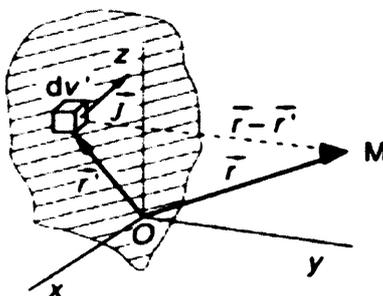


Fig.II.4 Notations utilisées pour le calcul du champ magnétique des courants dans le vide [YON.D3568]

II.4 Calcul du champ magnétique dû à un volume aimanté en un point extérieur à l'aimant

Imaginons, dans le référentiel (O,x,y,z) , un volume aimanté (v') , dont l'aimantation $J(r)$ est supposée connue en chaque point et un observateur $M(r)$ (Fig.II.5). On s'intéresse aux seules grandeurs magnétiques liées à la présence du volume aimanté et on notera ces grandeurs avec l'accent prime, à l'exclusion des grandeurs magnétiques dues à la présence éventuelle de courants. Enfin, on suppose l'observateur situé d'abord à l'extérieur de la matière aimantée, donc dans le vide.

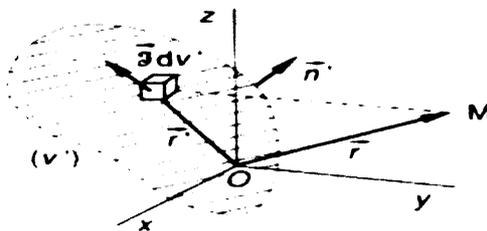


Fig.II.5 Notations utilisées pour le calcul du champ magnétique dû à un volume aimanté [YON.D3568]

$$\overline{d\mathcal{M}} = \vec{j}(r')dv' / \mu_0 \tag{II.5}$$

et, les résultats généraux énoncés dans les paragraphes précédents étant applicables au système, le champ d'induction $B(r)$ vu par l'observateur dérive à la fois d'un potentiel scalaire $\mu U'(r)$ et d'un potentiel vecteur $A'(r)$, avec [ALL 10][YON.D3568]:

$$U'(r) = \frac{1}{4\pi\mu} \iiint_{v'} \frac{\vec{j}(r') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv' \tag{II.6}$$

$$\vec{A}'(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{v'} \frac{\vec{j}(r') \wedge (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv' \tag{II.7}$$

On démontre facilement que les intégrales peuvent être remplacées par les expressions mathématiques suivantes qui représentent des potentiels scalaire et vectoriel [YON.D3568][ALL 10]:

$$U'(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\mu} \iiint_{S'} \frac{\vec{j}(r') \cdot \vec{n}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dS' + \iiint_{v'} \frac{-div(\vec{j})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \tag{II.8}$$

$$\vec{A}'(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{S'} \frac{\vec{j}(r') \wedge \vec{n}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} dS' + \iiint_{v'} \frac{r \vec{\partial} t(\vec{j})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \tag{II.9}$$

pour calculer le potentiel scalaire d'où dérive le champ d'excitation , on peut utiliser la loi de Coulomb en remplaçant la distribution d'aimantation par une distribution de pôles magnétiques fictifs comprenant [YON.D3568] :

- une répartition volumique de pôles avec une densité :

$$\rho^* = -div(\vec{j}) \tag{II.10}$$

- une répartition surfacique de pôles avec une densité :

$$\sigma^* = \vec{j} \cdot \vec{n} \tag{II.11}$$

II.4.1 Cas d'un cylindre de révolution uniformément aimanté parallèlement à son axe

On se propose d'illustrer les résultats énoncés dans les paragraphes précédents en étudiant les champs magnétiques créés dans tout l'espace par un cylindre de révolution supposé isolé et uniformément aimanté (Fig.II.6.a) :

$$\vec{j}(\vec{r}') = \vec{j}_0 \tag{II.12}$$

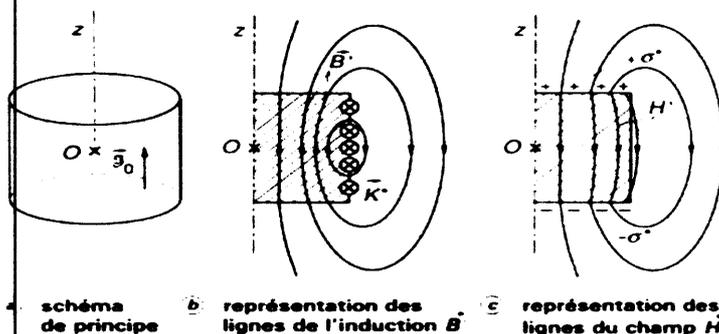


Fig.II.6 Étude d'un cylindre de révolution uniformément aimanté [YON.D3568]

On utilise d'abord le modèle des courants ampériens. Ils se limitent ici à une densité surfacique de module constant:

$$\vec{K}^* = \vec{J} \wedge \vec{n}' / \mu_0 \quad (\text{II.13})$$

$$K^* = J_0 / \mu_0 \quad (\text{II.14})$$

sur la surface latérale du cylindre.

Cela signifie que l'induction magnétique dans tout l'espace s'identifie à celle que crée un solénoïde mince (Fig.II.6.b). Le point capital tient dans la valeur très élevée de la densité des courants fictifs. En effet, pour une aimantation courante $J_0=1$ T, on a [YON.D3568][ALL 10];

$$K^* = 8.10^5 \text{ A. m}^{-1} \quad (\text{II.15})$$

ce qui est supérieur de plus d'un ordre de grandeur aux densités de courants réalisables dans un solénoïde mince.

C'est là un résultat très général. Les matériaux magnétiques aimantés constituent des sources de champ magnétique souvent plus performantes que les bobinages parcourus par des courants, ce qui justifie leur utilisation systématique en construction électrique. Une électrotechnique sans matériaux ferromagnétiques reste concevable, mais au prix de sacrifices inadmissibles sur les performances.

Quand on travaille à partir du modèle ampérien, le champ d'excitation H' ne joue qu'un rôle secondaire. On l'évalue facilement à partir de B' et de J' .

Au contraire, H' est le champ principal quand on opère à partir du modèle polaire. Il s'agit alors du champ coulombien (Fig.6.c) créé par les deux faces terminales de l'aimant placées en vis-à-vis et supposées porteuses des densités surfaciques de pôles:

$$\sigma^* = \pm J_0 \quad (\text{II.16})$$

L'exemple traité indique clairement que les deux modèles mènent à des champs B' et H' distincts dans l'aimant. H' s'oppose toujours à l'aimantation J et c'est pourquoi on l'appelle très souvent le champ démagnétisant. Il occupe une place très importante dans l'étude des aimants.

On rencontre beaucoup plus de difficultés pour définir le champ magnétique dans la matière que dans le vide, car une particule chargée témoin y subit les interactions de très nombreuses particules voisines. On a alors de la peine à isoler une force d'interaction purement magnétique ; on est conduit naturellement à un traitement statistique. Si on peut considérer le milieu aimanté comme continu, alors les intégrales (15), (16), (17) et (18) restent définies partout, ce qui permet de calculer en tout point de la matière les deux vecteurs [YON.D3568]:

$$\vec{H}'(\vec{r}) = -g\vec{r}\vec{a}d(U'(\vec{r})) \quad (\text{II.17})$$

$$\vec{B}'(\vec{r}) = r\vec{o}t(\vec{A}'(\vec{r})) \quad (\text{II.18})$$

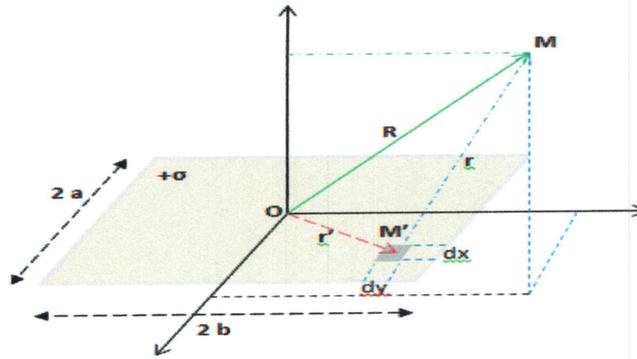


Fig.II.7 model de base pour le calcul tridimensionnel par l'approche coulombienne

II.5 Calcul des grandeurs électromagnétiques d'une surface rectangulaire chargée par l'approche Coulombienne

II.5.1 L'aimant aimanté à z-direction

Dans ce qui suit, on va proposer un modèle très simple pour le calcul du potentiel scalaire. Ce calcul est une phase très importante et aussi un pont vers le calcul tridimensionnel. Alors, on considère une plaque de centre O, de dimensions $2 \cdot a \cdot 2 \cdot b$ (de forme carré, c-à-d 0.01×0.01 m) uniformément électrisé avec une densité surfacique σ (1 T). Cette plaque va engendrer un champ magnétique à une distance de la plaque (au point M). L'objectif ici est de proposer des solutions à la base de potentiel scalaire. Le potentiel scalaire V est donné par l'équation :

$$V = \frac{1}{4\pi\mu_0} \iint_S \frac{\sigma}{R} dS \quad (\text{II.19})$$

$$dS = dx' \cdot dy' \quad (\text{II.20})$$

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (\text{II.21})$$

$$V = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\sigma}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} dx' dy' \quad (\text{II.22})$$

Il existe plusieurs méthode d'intégration, parmi lesquelles le changement de variable. Dans ce sens, on pose comme variables secondaires:

$$U = x - x', V = y - y' \text{ et } W = z - z'$$

Ou (x', y', z') et (x, y, z) sont respectivement les coordonnées de point M' et M.

L'intégrale s'écrit sous la nouvelle forme suivante :

$$V = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{-U}^U \int_{-V}^V \frac{\sigma}{\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}} dU dV \quad (\text{II.23})$$

On utilise alors la fonction *INT* qui existe au logiciel commercial de calcul formel MAPLE afin de calculer les termes apparaissant dans l'expression précédente. Par l'exploitation des résultats du potentiel scalaire le champ magnétique est donné par l'expression suivante:

$$\begin{aligned}
& \text{double_integral} := \text{int} \left(\text{int} \left(\frac{1}{\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}}, U \right), V \right) \\
& \ln(U + \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}) V + U \ln(V + \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}) \\
& - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{-W^2} \sqrt{U^2}} \left(UW^2 \ln \left(\frac{1}{V + \sqrt{-W^2}} \left(2U^2 - 2\sqrt{-W^2} (V + \sqrt{-W^2}) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + 2\sqrt{U^2} \sqrt{(V + \sqrt{-W^2})^2 - 2\sqrt{-W^2} (V + \sqrt{-W^2}) + U^2} \right) \right) \right) \\
& + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{-W^2} \sqrt{U^2}} \left(UW^2 \ln \left(\frac{1}{V - \sqrt{-W^2}} \left(2U^2 + 2\sqrt{-W^2} (V - \sqrt{-W^2}) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + 2\sqrt{U^2} \sqrt{(V - \sqrt{-W^2})^2 + 2\sqrt{-W^2} (V - \sqrt{-W^2}) + U^2} \right) \right) \right) - V \\
& + W \arctan \left(\frac{V}{W} \right)
\end{aligned} \tag{II.24}$$

Après la simplification, on a [ALL 08] [ALL 10];

$$V = \frac{\sigma}{4\pi\mu} \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 (-1)^{i+j} \varphi(U_i, V_j, W) \tag{II.25}$$

Avec :

$$\varphi(U, V, W) = -U \cdot \ln(r - V) - V \cdot \ln(r - U) - W \cdot \text{tg}^{-1} \left(\frac{UV}{rW} \right) \tag{II.26}$$

Pour tracer les lignes des champs magnétiques et les inductions magnétiques qui ont été créé par la plaque chargé, nous allons créer un plan carré d'étude au-dessus de la plaque chargé. Ce plan se trouve à une distance de $z = 0.001$ m. les figures ci-dessous éclaircissent les variations de potentiel magnétique ainsi que le champ et l'induction magnétique (Fig.II.8 et Fig.II.9).

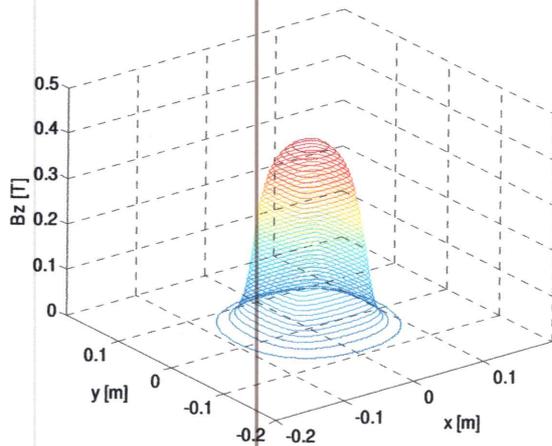


Fig.8 L'induction magnétique Bz

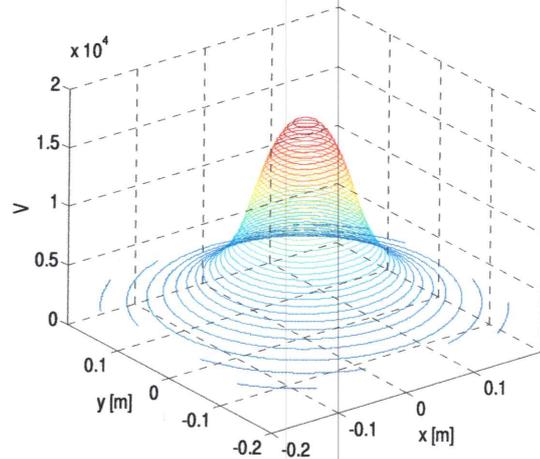


Fig.9 Le potentiel scalaire V

II.6 Potentiel scalaire, champ et induction magnétiques créés par deux surfaces rectangulaires chargées « Approche Coulombienne »

Dans l'approche coulombienne l'aimant permanent peut le transformer en deux plaques rectangulaires identiques. Quand l'aimantation est orientée vers l'axe oz, une des deux plaques chargée positivement et l'autre chargée négativement, Fig.II.10.

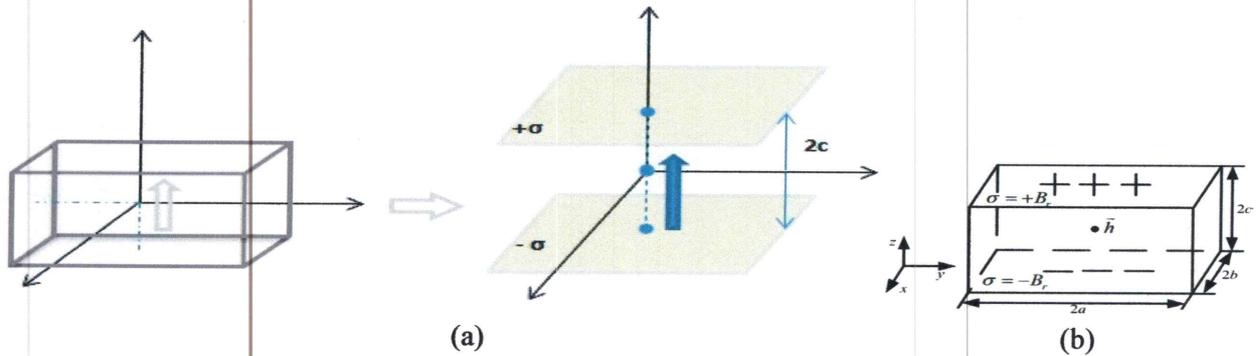


Fig.II.10 Modèle de l'aimant permanent par l'approche coulombienne

Le potentiel scalaire V, issu toujours de l'Equation II.19, sera exprimé pour l'aimant permanent ainsi [ALL 08] [ALL 10] :

$$V = \frac{1}{4\pi\mu} \sum_{k=0}^1 (-1)^k \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{((x-h_x)-x')^2 + ((y-h_y)-y')^2 + ((z-h_z)-c(-1)^k)^2}} dx' dy'$$

Le champ magnétique H est calculé toujours à partir du gradient. L'induction est exprimée par : B=μ₀.H. après l'intégration, la distribution de la densité de flux magnétique dans le système de coordonnées d'un aimant cubique aimanté dans la direction z-positive est égale à [ALL 09] :

$$B_x = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 (-1)^{i+j+k} \log(R - T) \tag{II.28}$$

$$B_y = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 (-1)^{i+j+k} \log(R - s) \tag{II.29}$$

$$B_z = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 (-1)^{i+j+k} \log\left(\frac{ST}{RU}\right) \tag{II.30}$$

atan2 est une fonction arctangente-quatre quadrants et [ALL 09]:

$$R = \sqrt{S^2 + T^2 + U^2} \tag{II.31}$$

$$S = (x - h_x) - (-1)^j a \tag{II.32}$$

$$T = (y - h_y) - (-1)^j b \tag{II.33}$$

$$U = (z - h_z) - (-1)^j c \tag{II.34}$$



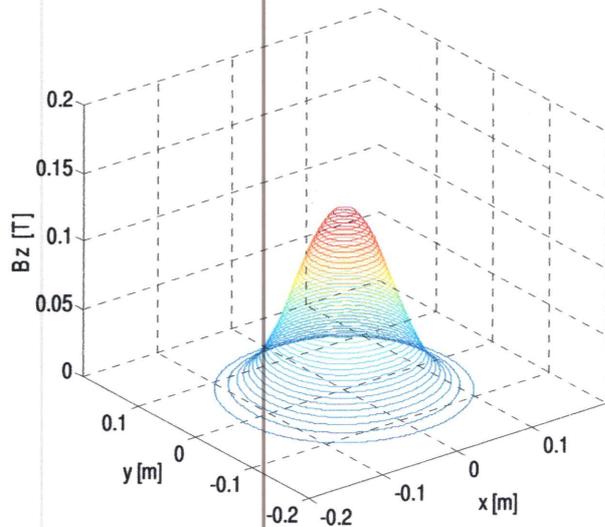


Fig.11 L'induction magnétique Bz

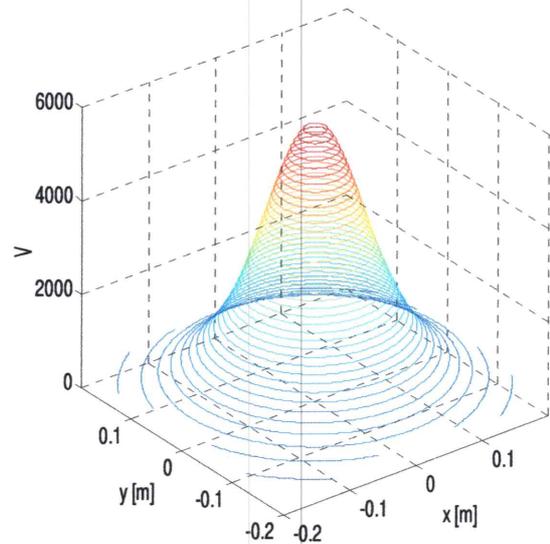


Fig.12 Le potentiel scalaire V

II.7 Calcul des forces d'interactions entre deux aimants cubiques

II.7.1 Cas des aimantations parallèles

Les forces d'interaction ont été calculées pour deux aimants cubiques à aimantation parallèle Figure IV.6. Les polarisations J et J' sont orientés à z-direction (Fig.II.14.a). Les dimensions du premier aimant sont $2a_1 \times 2b_1 \times 2c_1$ et sa polarisation est J . Le premier aimant leur centre est à $O_1(0,0,0)$ et le second aimant au centre $O_2(\alpha, \beta, \gamma)$, avec des dimensions $2a_2 \times 2b_2 \times 2c_2$, sa polarisation est J' (Fig.II.13).

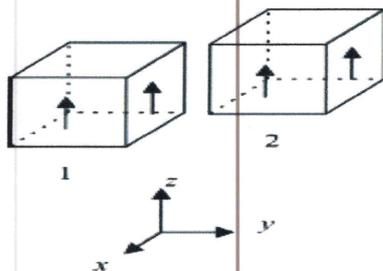


Fig.II.13 Deux aimants avec aimantation parallèle

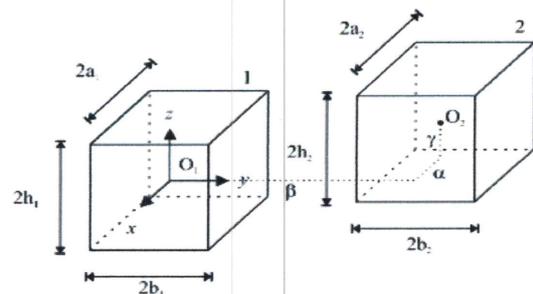


Fig.II.14 Les dimensions des aimants cubiques

II.7.2 Cas des aimantations parallèles

II.7.2.1 L'énergie magnétostatique par l'approche théorique de Younet

Les aimants permanents sont généralement combinés à des structures ferromagnétiques qui permettent de canaliser les lignes de champs magnétiques générées par ces derniers. Cependant, il arrive qu'aucune structure ferromagnétique n'entoure ces aimants comme dans le cas des paliers magnétiques contenus dans certains microsystemes. Le calcul de la force générée par les aimants devient alors plus complexe que lorsqu'une structure ferromagnétique entoure ces derniers. Le calcul de la force entre deux aimants a été largement discuté dans [ALL 10][YON 09].

Considérons deux aimants de longueur axiale - axe perpendiculaire au plan x-y - L, séparés d'une distance r_{12} , d'aimantation M_1 et M_2 , de sections S_{a1} et S_{a2} , contenus dans un plan x-y comme le montre la Fig.II.15.

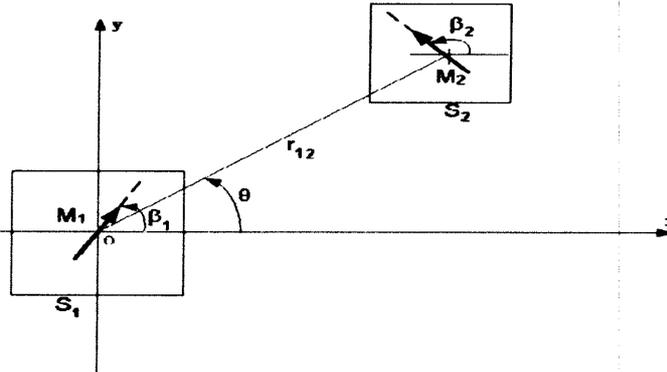


Fig.II.15 Interaction de deux aimants longs [YON.D3568].

L'énergie d'interaction avec un deuxième aimant de polarisation J_2 est :

$$dW = -\vec{J}_2 \vec{H}_1 dv_2 \tag{II.35}$$

Soit par unité de longueur [YON.D3568]:

$$\frac{W}{L} = \iint_{S_1 S_2} \frac{J_1 J_2}{2\pi\mu r_{12}^2} \cos(\beta_1 + \beta_2 - 2\theta) dS_1 dS_2 \tag{II.36}$$

Le module de la force d'interaction par unité de longueur entre ces deux aimants est donné par l'expression (3. 1).

$$\frac{F_z}{L} = \iint_{S_1 S_2} \frac{J_1 J_2}{2\pi\mu r_{12}^3} \sin(\beta_1 + \beta_2 - 3\theta) dS_1 dS_2 \tag{II.37}$$

II.7.2.2 L'énergie magnétostatique et forces

Pour calculer cette énergie d'interaction, il faut utiliser la représentation coulombienne de l'aimant, où on remplace les surfaces polaires par des densités de charges équivalentes. L'énergie d'interaction entre 2 aimants s'obtient en calculant l'intégrale des énergies élémentaires des charges du premier aimant soumis au champ du deuxième aimant [YON.D3568]. L'énergie magnétostatique entre deux aimants est [ALL 10]:

$$E = \frac{JJ'}{4\pi\mu} \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 (-1)^{p+q} \int_{-b_2}^{b_2} \int_{-a_2}^{a_2} \int_{-b_1}^{b_1} \int_{-a_1}^{a_1} \frac{1}{R} dx dy dX dY \tag{II.38}$$

Avec :

$$R = \sqrt{(S)^2 + (T)^2 + (U)^2}$$

Par l'utilisation du logiciel MAPLE, le calcul se fait par le changement des variables, c'est-à-dire , les variables U , V et W seront finalement exprimées :

$$S = \alpha + (-1)^i a_1 - (-1)^j a_2 \tag{II.39}$$

$$T = \beta + (-1)^k b_1 - (-1)^l b_2 \tag{II.40}$$

$$U = \gamma + (-1)^k h_1 - (-1)^l h_2 \tag{II.41}$$

À partir d'énergie d'interaction, les composantes de forces sont obtenues:

$$\vec{F} = g\vec{r}\text{ad}(E) \tag{II.42}$$

Pour les trois composantes de force, on aura [ALL 10];

$$F_{(x,y,z)} = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 (-1)^{i+j+k+l+p+q} \cdot \psi_{(x,y,z)} \tag{II.43}$$

Ou

$$\psi_x = \frac{1}{2}(T^2 - U^2) \ln(R - S) + ST \ln(R - T) + TU \arctan\left(\frac{ST}{RU}\right) + \frac{1}{2}RS \tag{II.44}$$

$$\psi_y = \frac{1}{2}(S^2 - U^2) \ln(R - T) + ST \ln(R - S) + SU \arctan\left(\frac{ST}{RU}\right) + \frac{1}{2}RT \tag{II.45}$$

$$\psi_z = -SU \ln(R - S) - UT \ln(R - T) + ST \arctan\left(\frac{ST}{RU}\right) - RU \tag{II.46}$$

II.7.2.3 Exemple de calcul

Le dispositif choisi est composé de deux aimants identiques - d'aimantation de 1 Tesla orienté suivant z-direction.

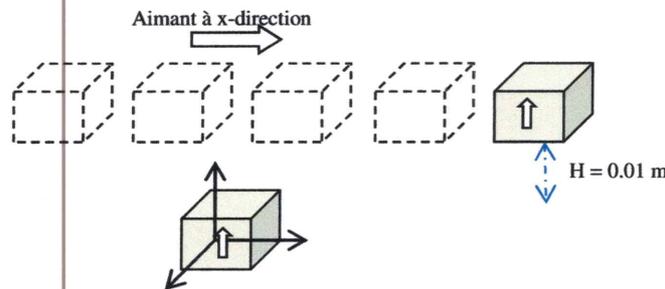


Fig.II.16 Dispositif étudié : Deux aimants de dimensions (0.01 x 0.01 x 0.01) m.

Pour analyser les interactions entre les deux aimants que ce soit énergie ou force magnétique, l'un des deux aimants est mobile, dans ce sens l'aimant ci-dessus se déplace à x-direction. Les signaux des forces sont tracés à chaque pas de déplacement. Les résultats obtenus sont affichés à la figure Fig. II.17.

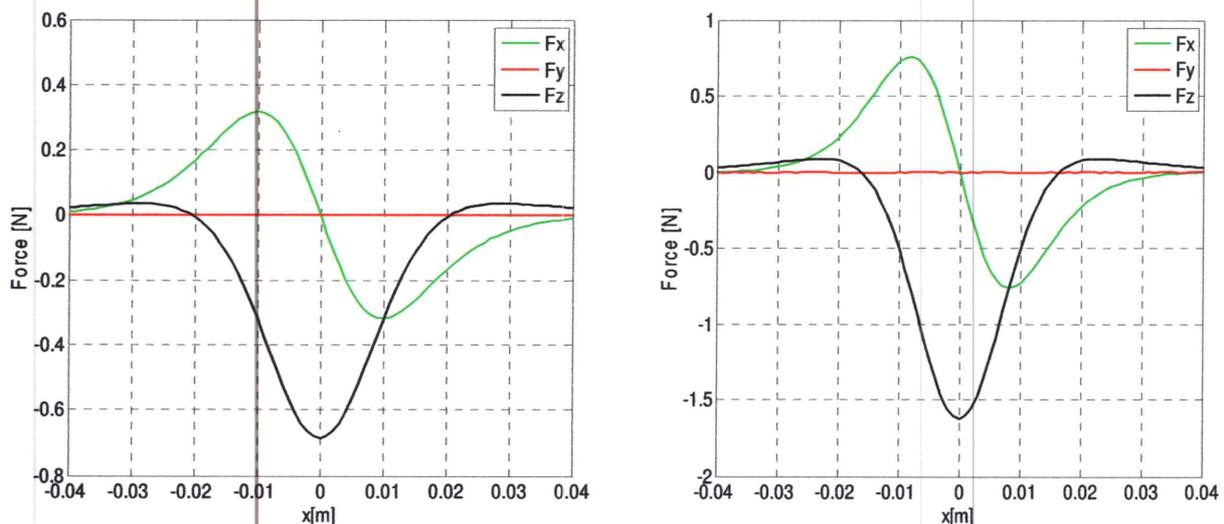


Fig.II.17 Les composantes de forces : a) H=0.015 m b) H=0.01 m

Après la simulation, on remarque que la force suivant la direction x a une forme sinusoïdale dont la partie positive se trouve au sens négatif du mouvement. Ce phénomène se répète mais dans le sens opposé à cause de la symétrie de déplacement. Par contre la force suivant l'axe 'oz' atteint la valeur maximale lorsque les deux aimants sont en quadrature. Quant à la force suivant l'axe 'oy' est toujours nulle.

II.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé des expressions analytiques pour le calcul tridimensionnel des forces d'interactions entre les aimants permanents. Comparé aux méthodes numériques, ces expressions permettent de donner les grandeurs électromagnétiques, tels que potentiel scalaire, champ magnétique, induction et la force magnétique, très rapidement.

Chapitre III
Calcul numérique en 2D des forces
d'interactions entre les aimants
permanents

Calcul numérique en 2D des forces d'interactions entre les aimants permanents

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter le fondement de la méthode des éléments finis et son application à une modélisation 2D, dont le but dans cette partie est le calcul numérique des forces d'interactions entre des anneaux à aimants permanents.

III.2 Calcul des forces magnétique par la Méthode des éléments finis

III.2.1 Les équation de Maxwell

C'est James Clark Maxwell (1831-1879), qui apporta à l'étude de l'électromagnétisme la puissance d'un formalisme mathématique, précisant les notions qualitatives introduite par Faraday.

III.2.2 Modèle mathématique de l'électromagnétisme

Ces équations constituent un système d'équations aux dérivées partielles reliant les phénomènes électriques et magnétiques caractérisés par le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} [HUL 91]:

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{équation de Maxwell-Ampère}) \quad (\text{III.1})$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{équation de Maxwell-Faraday}) \quad (\text{III.2})$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad (\text{conservation du flux}) \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Div} \vec{D} = \rho \quad (\text{équation de Maxwell-Gausse}) \quad (\text{III.4})$$

Où \vec{B} est l'induction magnétique [T], \vec{D} est l'induction électrique [A.s/m²], \vec{E} est le champ électrique [V/m]. \vec{H} est le champ magnétique [A/m]. \vec{j}_t est la densité de courant total [A/m] et ρ : est la densité de charge volumique [C/m³].

Des relations supplémentaires doivent venir compléter les équations de Maxwell en fonction des propriétés spécifiques des milieux auxquels on les appliquera. De telles relations sont appelées équations constitutives, qui dans le cas général s'écrivent sous la forme suivante [HUL 91]:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{III.5})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{III.6})$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \sigma \vec{\theta} \wedge \vec{B} + \vec{j}_s \quad (\text{III.7})$$

Ou \vec{J}_s est la densité de courant d'excitation. \vec{B}_r est l'induction magnétique rémanente (cas d'aimants permanents) en (T). ϵ est la permittivité en (F/m). σ est la conductivité électrique en (S/m). μ est la perméabilité magnétique en (H/m) et \vec{v} est le vecteur vitesse des pièces en mouvement en (m/s).

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (\text{III.8})$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (\text{III.9})$$

L'équation (III.7) représente la densité de courant qui correspond aux courants induits créés par la variation d'induction et par la vitesse de déplacement du milieu. Dans ce travail la densité de courant est nul ($\vec{J} = 0$). A partir de l'équation (III.1), on peut écrire :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = 0 \quad (\text{III.10})$$

III.2.3 Conditions de continuité aux interfaces de séparation

Sur une limite de séparation de deux milieux différents notés 1 et 2, on peut trouver des conditions de continuité suivante:

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{III.11})$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (\text{III.12})$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (\text{III.13})$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (\text{III.14})$$

Ou \vec{n} est le vecteur normal à l'interface dirigé du milieu 1 vers le milieu 2. ρ_s est la densité surfacique de charge libre à l'interface.

III.2.4 Problème électromagnétique

III.2.4.1 Formulation magnétostatique

En électrotechnique, la fréquence ne dépasse pas les quelques milliers Hz ainsi on néglige les courant de déplacement. De plus, en statique, ces équations se simplifient car les grandeurs sont indépendantes du temps.

- Dans le problème magnétostatique, les équations à résoudre s'écrivent :

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad (\text{III.15})$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = 0 \quad (\text{III.16})$$

- Les relations constitutives des milieux

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{III.17})$$

III.2.4.1.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique

A partir des équations (III.16) et (III.17), nous pouvons aisément introduit le potentiel vecteur magnétique \vec{A} qui sert à réduire le nombre d'inconnue dans nos équations, d'où la faciliter de résolution. Considérons un système sans mouvement.

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\vec{B} = \text{Rot } \vec{A} \quad (\text{III.19})$$

En remplaçant B dans l'équation (III.19), on obtient :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \cdot \text{Rot } \vec{A} - \frac{1}{\mu} \vec{B}_r \quad (\text{III.20})$$

On remplaçant H dans l'équation (III.116), on trouve :

$$\text{Rot} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \text{Rot } \vec{A} \right) = \text{Rot} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \vec{B}_r \right) \quad (\text{III.21})$$

Dans ces systèmes, le problème est donc bidimensionnel et la formulation de l'équation électromagnétique en fonction de potentiel vecteur \vec{A} en coordonnées cartésiennes présente des avantages.

En magnéto-statique l'équation de diffusion électromagnétique sera la suivante :

$$\text{Rot}(\nu \cdot \text{Rot } \vec{A}) = \text{Rot}(\nu \cdot \vec{B}_r) \quad (\text{III.22})$$

Ou :

ν : Reluctivité magnétique

Donc :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} (\nu \cdot B_{rx}) - \frac{\partial}{\partial x} (\nu \cdot B_{ry}) \quad (\text{III.23})$$

III.2.5 La méthode des éléments finis

Cette méthode consiste à subdiviser le domaine étudié en éléments finis, et approximer l'inconnu dans chaque élément par des fonctions d'interpolation. L'interpolation dans un élément est effectuée en fonction de ses valeurs nodales, ce qui impose la continuité de l'inconnu sur les interfaces des éléments. Le principe de la méthode des éléments finis est la transformation de l'équation aux dérivées partielles qui régit le problème traité à un système d'équation algébrique dont la résolution permet de définir l'inconnu à un ensemble de points (nœuds) de la discrétisation.

III.2.5.1. Types d'éléments finis

Selon que le domaine d'étude, soit à une, deux ou trois dimensions, on rencontre le plus souvent des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques.

Dans la majorité de cas bidimensionnels, on préfère utiliser des éléments triangulaires du premier ordre.

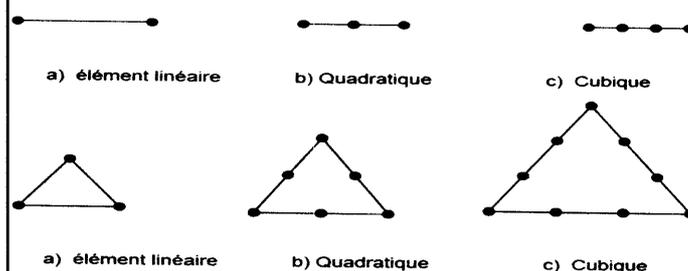


Fig.III.1 éléments classiques en une et deux dimensions

III.2.5.2. Formulation Intégrale

L'étape importante qui permet d'aboutir au système algébrique est la mise sous forme intégrale de l'équation EDP. Au premier lieu, cette formulation nous permet d'obtenir les expressions des éléments des différentes matrices et vecteurs du système algébrique élémentaire. La formulation intégrale peut être de deux manières; variationnelle et résidus pondérés.

a) Formulation Résidus Pondérés

C'est la méthode projective où on cherche à projeter l'équation locale sur des fonctions de base d'un espace de fonctions de pondérations, et on essaie de minimiser le résidu par l'approximation de la fonction de l'inconnu. Dans un problème magnétostatique bidimensionnel non linéaire. L'équation du potentiel vecteur, qui ne possède qu'une seule composante \vec{A} , s'écrit :

$$\overrightarrow{Rot}\left(\frac{1}{\mu} \cdot \overrightarrow{Rot} \vec{A}\right) = \overrightarrow{Rot}\left(\frac{1}{\mu} \cdot \vec{B}_r\right) \quad (\text{III.24})$$

Qui devient :

$$-div\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{grad} A\right) = div B_r^e \quad (\text{III.25})$$

Avec :

$$B_r^e = \frac{B_{ry}}{\mu} i - \frac{B_{rx}}{\mu} j \quad (\text{III.26})$$

La formulation intégrale associée à l'équation (III.26) est obtenue par la méthode des résidus pondérés qui consiste à rechercher A qui annule l'équation intégrale suivante sur le domaine d'étude:

$$\int_{\Omega} W R(A) d\Omega \quad (\text{III.27})$$

Avec W la fonction de pondération et R le résidu tel que :

$$R(A) = div\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{grad} A\right) + div B_r^e \quad (\text{III.28})$$

En utilisant la propriété :

$$U div \vec{V} = div U \vec{V} - \vec{V} \cdot \overrightarrow{grad} U \quad (\text{III.29})$$

Et en appliquant le théorème de divergence après la mise de l'équation (III.28) sous forme intégrale :

$$\int_{\Omega} U div \vec{V} d\Omega = \oint_{s(\Omega)} UV \cdot ds - \int_{\Omega} \vec{V} \cdot \overrightarrow{grad} U d\Omega \quad (\text{III.30})$$

Avec : $s(\Omega)$ la surface entourant le domaine Ω . U et \vec{V} sont respectivement un scalaire et un vecteur quelconque.

L'équation (III.26) devient, après substitution de U par W et \vec{V} par $\frac{1}{\mu} \overrightarrow{grad} A$:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \overrightarrow{grad} A \cdot \overrightarrow{grad} W d\Omega - \oint_{s(\Omega)} W \frac{1}{\mu} \overrightarrow{grad} A \cdot ds - \int_{\Omega} \overrightarrow{grad} W \cdot B_r^e + \oint_{s(\Omega)} W B_r^e \cdot ds = 0$$

Pour un point donné appartenant à un élément Ω^e du domaine, la valeur de A est obtenue par une interpolation linéaire des valeurs nodales A_i comme suit :

$$A = \sum_{i=1}^3 N_i A_i \quad (\text{III.31})$$

Avec N_i fonction d'interpolation qui s'exprime dans l'élément de référence Ω^r . Après l'assemblage des formes intégrales élémentaires, on obtient le système algébrique suivant :

$$[S][A] = [F] \quad (\text{III.32})$$

Avec, $[s]$: matrice de rigidité magnétique, et $[A]$: Vecteur de potentiel vecteur magnétique, et $[F]$: Vecteur de source. Les expressions élémentaires de la matrice de rigidité magnétique $[S]^e$ et le vecteur de source $[F]^e$ sont données par :

$$[S]^e = \int_{\Omega^r} \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} N^t(x, y) \cdot \overrightarrow{\text{grad}} N(x, y) \det(j) d\Omega \quad (\text{III.33})$$

$$[F]^e = \int_{\Omega^r} B_r^e N^t(x, y) \det(j) d\Omega \quad (\text{III.34})$$

III.2.6 Calcul des forces magnétique

Nous présenterons dans cette partie, le calcul des forces par la méthode des travaux virtuels. Cette méthode repose sur la dérivation de l'énergie par rapport au déplacement virtuel. Par la méthode de travaux virtuels, la force magnétique locale est calculée sur les nœuds. Seuls les éléments qui entourent un nœud ont leurs énergies modifiées par le déplacement virtuel du nœud (le déplacement virtuel d'un nœud est présenté de manière schématique dans Fig.III.2

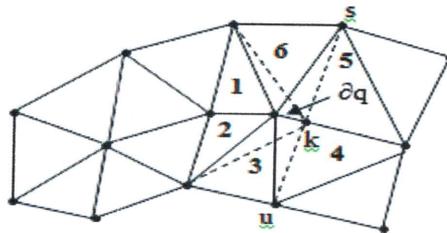


Fig.III.2. Déplacement virtuel d'un nœud

La force électromagnétique est donnée par la variation de l'énergie du système par rapport à un déplacement. La force dans une direction quelconque est donnée par la dérivation de l'énergie magnétostatique (ou la co-énergie) du système par rapport à un déplacement virtuel [MED 98]:

$$F = -\frac{\partial W}{\partial s} = \frac{\partial W'}{\partial s} \quad (\text{III.35})$$

Cela est vrai à condition que le flux soit maintenu constant dans le système, ce qui correspond à maintenir la circulation du potentiel vecteur constant pendant le déplacement.

La force magnétique est calculée en fonction de l'énergie magnétique [MED 98] :

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int (B - B_r)(B - B_r) d\Omega \quad (\text{III.36})$$

$$W' = \frac{\mu_0}{2} \int_{\Omega} (H + M)(H + M) d\Omega \quad (\text{III.37})$$

La force magnétique est calculée en fonction de l'énergie magnétique $W=W(B)$, et pour un noeud k du matériau est [MED 98] :

$$F_k = -\frac{1}{2\mu} \sum_{ek} \int_{\Omega_{ek}} \left[\frac{\partial B}{\partial q} (B - B_r) + (B - B_r) \frac{\partial B}{\partial q} + (B - B_r)(B - B_r) |G|^{-1} \frac{\partial |G|}{\partial q} \right] d\Omega \quad (\text{III.38})$$

Où $|G|$ est le déterminant du Jacobienne, $d\Omega$ dans l'espace de référence.

III.3 Exemple de calcul

Dans le chapitre I, nous avons cité les différents types des centreurs et les butés parmi lesquels le type A1, A2 et a2. Ces modèles sont utilisés comme des applications proposées pour la validation de notre code FEM2D. Les dimensions des centreurs magnétiques de type A1 et A2 Fig.III.4, on a pris le même exemple traité dans [Yonnet.D3568]. Section des aimants :

$a= 5 \text{ mm}$, (largeur de l'aimant)

$h= 10 \text{ mm}$, (la hauteur de l'aimant)

$e= [1, 0.05, 0.001] \text{ mm}$, (l'entrefer)

$r_m=35 \text{ mm}$, (au centre de l'entrefer)

Les configurations A1 et A2 sont réalisées avec des bagues concentriques emboîtées l'une dans l'autre travaillant en répulsion. Le débattement radial est limité. La force axiale est nulle en position centrée.

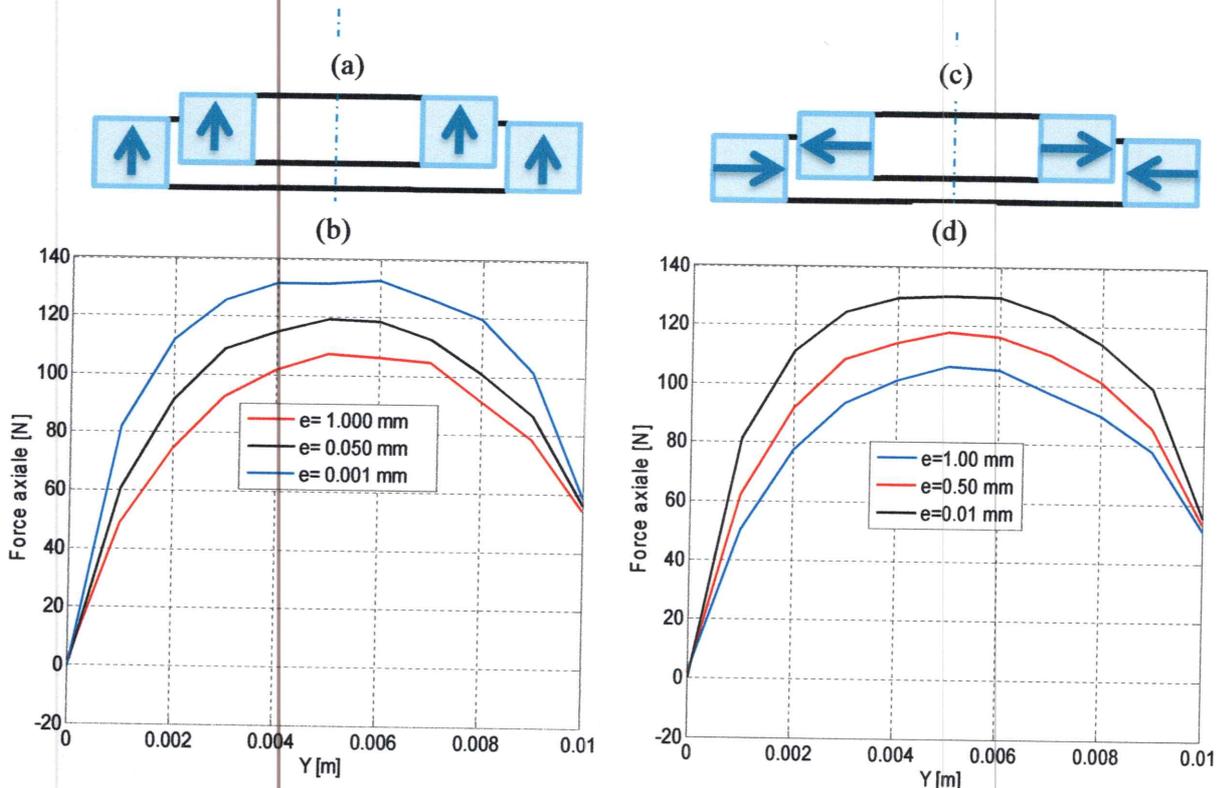


Fig.III.3 Représentation de deux centreurs axiaux et des forces axiales : a) centreur A1, c) centreur A2, b,d) force axiale transmise entre deux anneaux aimantés en fonction du décalage axial

Pour un déplacement axial de l'anneau intérieur ($d=0\text{mm}$ à 10 mm), le calcul des forces s'obtient à partir de l'implémentation de l'équation (III.24). D'après les Fig.III.3, on remarque que la force est répulsive et atteint sa valeur maximale à un déplacement axial presque égale à 5 mm ou à la moitié de la hauteur de l'aimant. Après elle commence à diminuer jusqu'à être une force attractive, qui tend à ramener la bague intérieure à sa position centrée [ALL 10].

La figure ci-dessus met clairement en évidence la nécessité de réaliser des paliers avec de très petits entrefers, ceci afin d'obtenir la plus grande force possible. Un point majeur à mentionner est la possibilité d'obtenir avec précision la valeur maximale de la force en fonction des dimensions de l'entrefer et des anneaux utilisés. En effet, comme le montre la figure, la valeur maximale de la force dépend intrinsèquement des dimensions de l'entrefer, et ceci pour des anneaux ayant la même dimension.

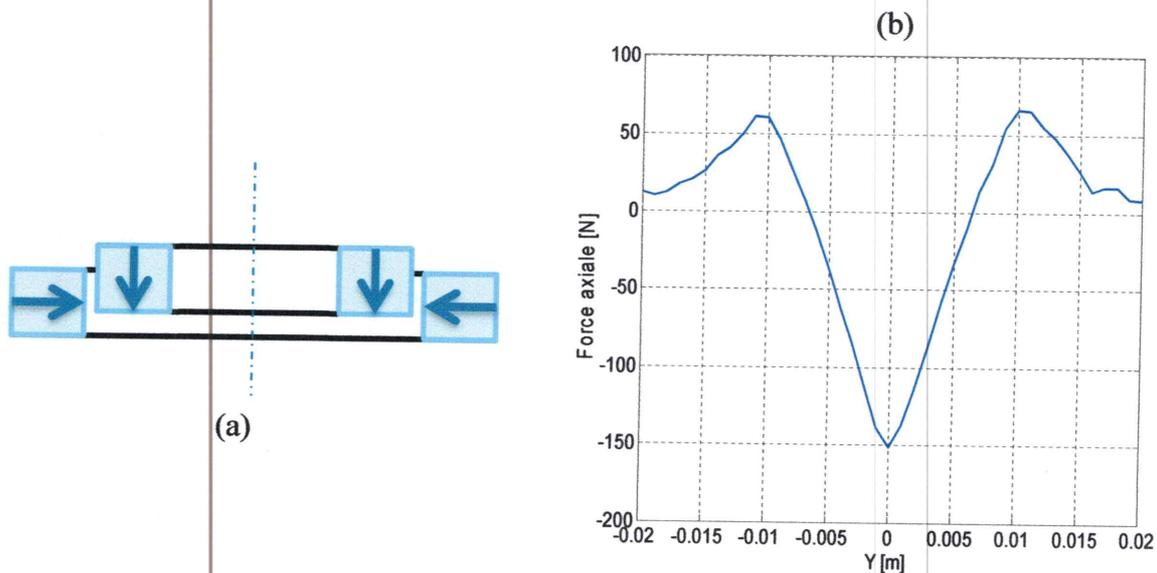


Fig.III.4 Représentation de deux anneaux aimantés radialement et axialement et la force axiale

Fig. III.4 présente la force axiale par rapport le déplacement axial de la bague intérieure aimant permanent. Ces simulations montrent que la force axiale maximale est de 149N . Donc, les calculs antérieurs montrent que la configuration la plus intéressante pour avoir la force axiale plus grande est celle utilisant anneau aimants permanents avec des polarisations perpendiculaires. La configuration la plus intéressante pour avoir la plus grande rigidité axiale est celle utilisant anneau aimants permanents avec des polarisations radiales.

Les paliers à aimants permanents sont utilisés dans les machines turbo, pompes, moteurs, générateurs, et les systèmes de stockage d'énergie à volant d'inertie, parmi ces avantages sont ; le fonctionnement sans contact, peu d'entretien, et la capacité de fonctionner sans lubrification. Le modèle ci-dessous est d'un palier magnétique axial utilisant des aimants permanents. Les flèches noires indiquent la

direction de magnétisation des aimants permanents illustre la façon de calculer les paramètres de conception comme des forces magnétiques et rigidité pour un palier à aimant permanent axiale.

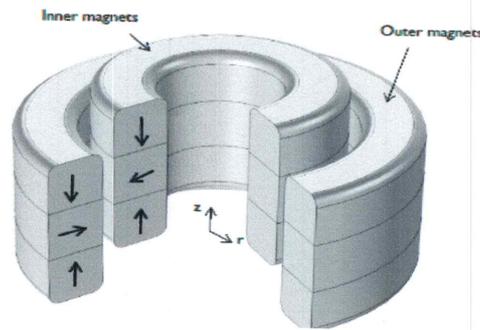


Fig.III.5 Un palier magnétique axial utilisant des aimants permanents. Les flèches noires indiquent la direction de magnétisation des aimants permanents.

Une étude de l'état d'équilibre est effectuée pour calculer les forces magnétiques. La Fig.III.6.b représente le composant radial et axial, respectivement, de la force magnétique sur les aimants intérieurs en fonction du déplacement axial, pour un déplacement axial des aimants intérieurs de $z = 60$ mm. La force axiale maximale exercée par l'anneau extérieur sur l'une intérieure est 781 N. Encore une fois, le dispositif avec des polarisations hybrides a des performances légèrement plus élevées. Par contre, la Fig.III.7.a présente un empilement d'aimants permanents annulaires avec des polarisations radiales, leur force axiale maximale appliquée est inférieure de 531 N. Donc, les calculs montrent que la configuration la plus intéressante pour avoir la force axiale plus grande est celle utilisant anneau aimants permanents avec des polarisations perpendiculaires.

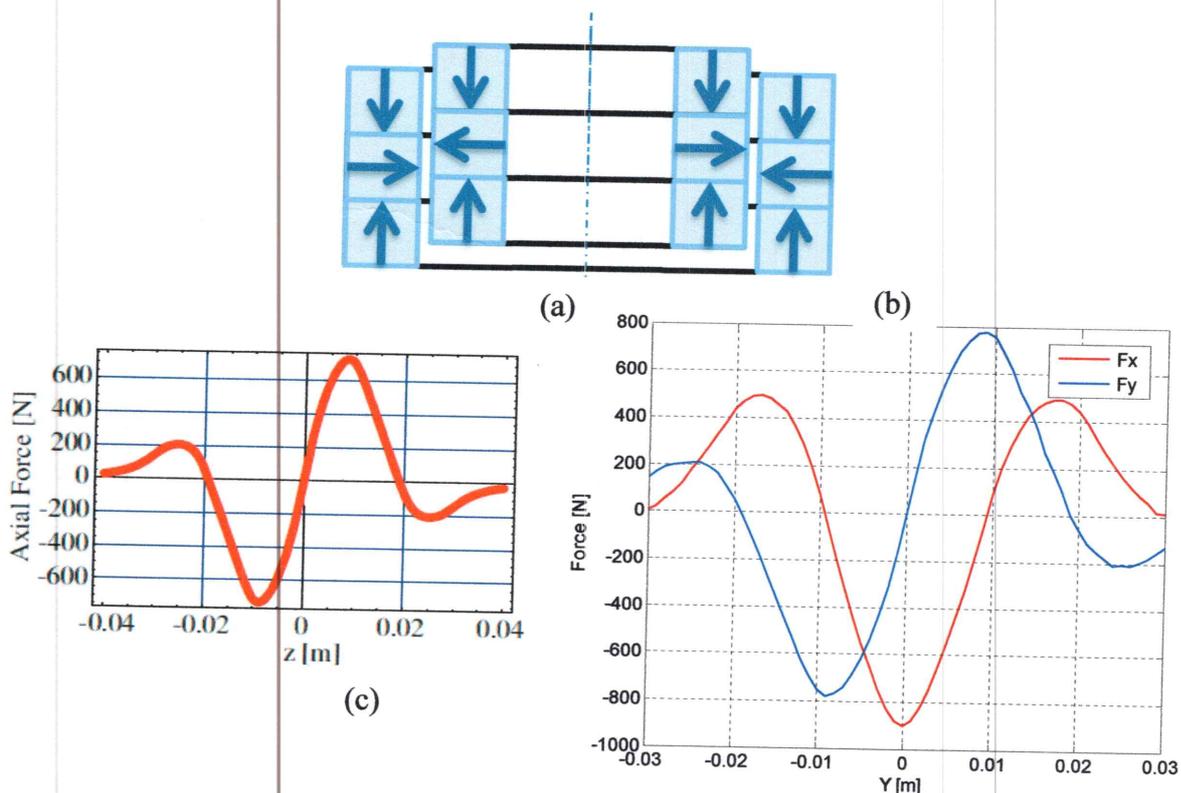


Fig.III.6 Représentation d'un palier à aimants et les forces axiales : a) empilement à aimant permanent, c) Référence [RAV 10], b) force axiale transmise en fonction du décalage axial

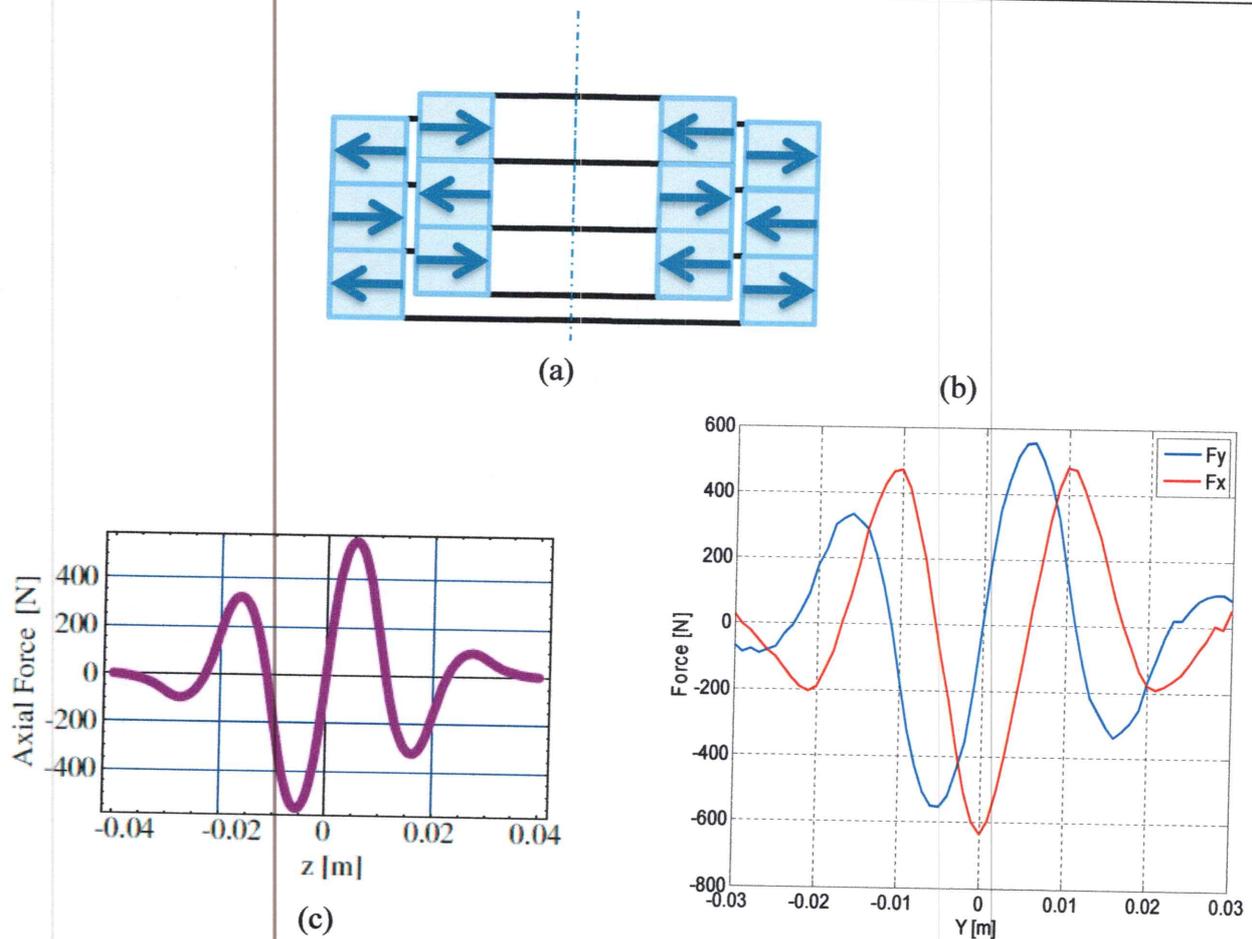


Fig.III.7 Représentation d'un palier à aimants et les forces axiales :

a) Empilement à aimant permanent, c) Référence [RAV 10], b) force axiale transmise en fonction du décalage axial

III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle numérique pour le calcul numérique en 2D des forces d'interactions entre les aimants permanents. Le modèle fondé sur le principe physique des travaux virtuels, où le calcul de force est fortement lié à l'équation de l'énergie (ou la co-énergie) est la plus simple et adéquate en éléments finis. Les applications montrent que le modèle semble être adéquat pour résoudre notre problème. En pratique, nous avons donné aux gens de l'électrotechnique des outils en 2D non coûteux et elles constituent de grandes fiabilités pour le calcul numérique des forces d'interactions entre les aimants permanents.

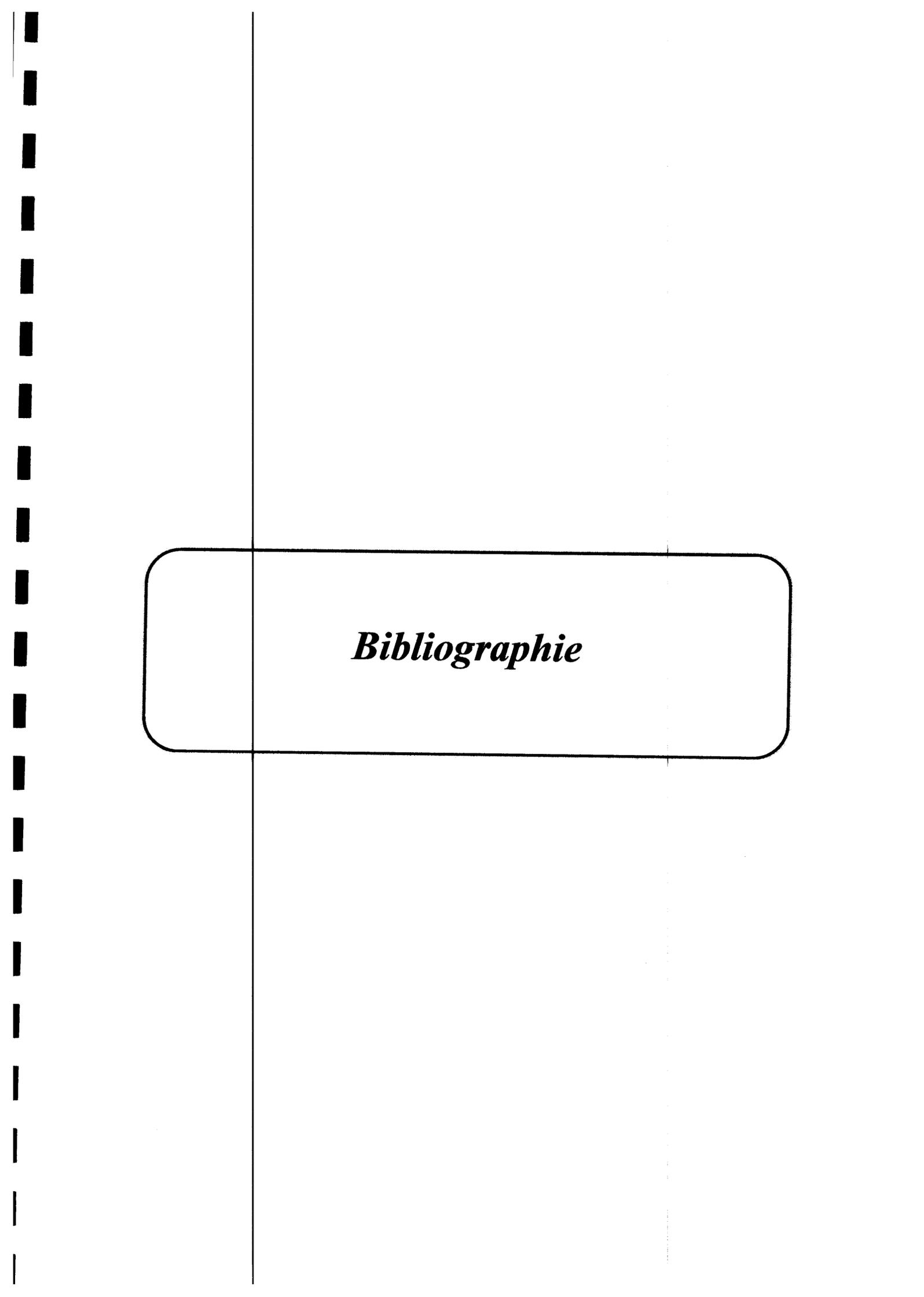
Conclusion générale

Conclusion générale

La lévitation est un domaine vaste, dans ce projet de fin d'étude, nous avons présenté un état de l'art sur les aimants permanents et leurs caractéristiques physiques, ainsi que les différents types de lévitation ou de suspension magnétique, présentant quelques réalisations, les avantages et les inconvénients vis-à-vis de la stabilité, du coût....etc.

Et aussi, on a redonné des modèles analytiques et numériques pour éclaircir les interactions entre les aimants et les blocs d'aimants. Aussi, nous avons exposé des expressions analytiques de H. ALLAG pour le calcul tridimensionnel des forces d'interactions entre les aimants permanents. Comparé aux méthodes numériques, ces expressions permettent de donner les grandeurs électromagnétiques, tels que potentiel scalaire, champ magnétique, induction et la force magnétique, très rapidement.

Dans le dernier chapitre, nous avons proposé un modèle numérique pour le calcul numérique en 2D des forces d'interactions entre les aimants permanents. Le modèle fondé sur le principe physique des travaux virtuels, où le calcul de force est fortement lié à l'équation de l'énergie (ou la co-énergie) est la plus simple et adéquate en éléments finis. Les applications montrent que le modèle semble être adéquat pour résoudre notre problème. En pratique, nous avons donné aux gens de l'électrotechnique des outils en 2D non coûteux et elles constituent des grandes fiabilités pour le calcul numérique des forces d'interactions entre les aimants permanents.



Bibliographie

Références bibliographiques

- [YON .D3568] J. P. YONNET, "Paliers et butées magnétiques passifs", Techniques de l'Ingénieur, traité Génie Electrique.
- [YON 77] J. P. YONNET, "Etude des centreurs à réluctance variable", Rapport interne, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, non publié, Mai 1977.
- [DEL 94] J. DELAMARE, "Suspensions magnétiques partiellement passives", Thèse de Doctorat, soutenue au LEG – INP Grenoble, 1994.
- [YON 80] J. P. YONNET, "Etude des paliers magnétiques passifs", Thèse de doctorat d'état Es-Sciences, Grenoble, 1980.
- [ALL 10] H. ALLAG, Modèles et Calcul des Systèmes de Suspension Magnétique Passive : Développements et Calculs Analytiques en 2D et 3D des Interactions entre Aimants Permanents, thèse de doctorat, université de Constantine, 2010.
- [ALL 09] H. ALLAG, J. P. YONNET, M. FASSENET and M. E. D LATRECHE "3D analytical calculation of interactions between perpendicularly magnetized magnets—Application to any magnetization direction," Sensors Lett., vol. 7, no. 3, pp. 1–6, Jun. 2009, 075L03–1094–0158.
- [ALL 08] H. ALLAG, J. P. YONNET, "3D analytical Calculation of Interactions Between Perpendiculary Magnetized Magnets", European Magnetic Sensors and Actuators Conference, June, 29th July 2nd 2008. Caen, France.
- [HAL 85] K. HALBACH, "Applications of permanent magnets in accelerators and electron storage rings," Journal of Applied Physics, vol. 57, p. 3605, 1985.
- [MED 98] L. H. De MEDEIROS, G. REYNE, G. MEUNIER, Comparison of Global Force Calculations on Permanent Magnets, IEEE Transactions on Magnetic, Vol. 34, no. 5, 1998
- [HUL 91] M. HULIN, N. HULIN, D. PERRIN, Equation de Maxwell ondes électromagnétique, Dunod, France : 1991.
- [EAR 39] S. EARNSHAW, "Sur la nature des forces moléculaires qui règlent la constitution de l'éther", Trans. Cambridge Philosophical Society– Vol- 7 - Part 1- pp. 97-112. 1939.
- [RAV 10] R. RAVAUD, G. LEMARQUAND, HALBACH STRUCTURES FOR PERMANENT MAGNETS BEARINGS, Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 14, 263-277, 2010.