

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE Mohamed Seddik Ben Yahia de JIJEL  
Faculté des Sciences Exactes et Informatique  
Département de Physique**

N° d'ordre :

Série :

**Mémoire**

présenté pour obtenir le diplôme de

**Master en physique**

Option : Physique Théorique

par

Djoufelkit Maissa

Thème

**Brisure spontanée et théories de Grande unification et unification partielle**

Soutenu le: 12/07/2022

**Devant le Jury:**

Présidente	Z. Belghobsi	Prof.	Univ. Jijel
Rapporteur	MS. Zidi	Prof.	Univ. Jijel
Examinatrice	B.Guettou	Prof.	Univ. Jijel

## Remerciements

Avant tout, je voudrais dire “Alhamdolillah”.

Je tient avant tout à remercier Dieu Tout Puissant de m’avoir accordée la force et la volonté pour accomplir ce mémoire.

Je voudrais exprimer ma profonde et sincère reconnaissance à mon encadreur Dr. Mohamed Sadek Zidi professeur à l’université de jijel pour tous ses efforts et le temps consacré pour me conseiller. Je le remercie aussi, pour sa gentillesse, sa générosité et d’avoir accepté à réaliser ce travail de fin d’étude .

Je voudrais également exprimer mes sincère Remerciements à Z.Belghobsi et B.Guettou d’avoir accepté de présider le jury de mon mémoire et l’intérêt qu’elles ont porté à mon travail.

Je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance et ma profonde gratitude à tous les enseignants de physique théorique, M. T. Boudjedaa, M. N. Ferkous, M. A. Bounames, M. S. Haouat, M. Kh. Nouicer, Mme H.Afer, Melle. Z. Belghobsi, et Mme B.Guettou.

J’ adresse mes Remerciements à tous les amis de la promotion, et à tous ceux qui ont contribué de près et de loin à la réalisation de ce mémoire.  
Je voudrais remercier mes parents pour leur patience et leur aide .

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Brisure spontanée de symétrie dans les théories de jauge</b>	<b>3</b>
2.1	Brisure du groupe $U(1)$	3
2.1.1	Théorème de Goldstone	3
2.1.2	Mécanisme de Higgs	6
2.2	Brisure spontanée du groupe $SU(2)$	7
2.2.1	Théorème de Goldstone	7
2.2.2	Mécanisme de Higgs	8
2.3	Brisure spontanée du groupe $SU(2) \otimes U(1)$	9
2.4	Brisure du groupe $SU(N)$	12
2.4.1	Représentation vectorielle	12
2.4.2	Représentation adjointe	13
2.5	Théorie de grande unification $SU(5)$	15
2.5.1	Étape 1	16
2.5.2	Étape 2	18
<b>3</b>	<b>Modèle <math>SU(4) \otimes SU_{C'}(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)</math></b>	<b>21</b>
3.1	Pourquoi le modèle “4321”	21
3.2	Structure du modèle 4321	21
3.3	Lagrangien des bosons de jauge	22
3.4	Brisure spontanée de symétrie	23
3.4.1	Extraction des masses des bosons de jauge	25
3.4.2	Paramétrisation de $\Omega_3$	26
3.5	Interaction des fermions	27
3.6	Règles de Feynman	28
3.7	Désintégration des particules hypothétiques: $G'$ , $Z'$ et $U$	30
3.7.1	Désintégration $G'$	30
3.7.2	Désintégration $Z'$	31
3.7.3	Désintégration du Leptoquark $U$	31
<b>4</b>	<b>Physique du coloron <math>G'</math> et du boson <math>Z'</math> dans le modèle 4321</b>	<b>33</b>
4.1	Section efficace hadronique et outils de calcul	33
4.1.1	Grand collisionneur hadronique $LHC$	33
4.1.2	Fonctions de distributions partoniques	34
4.1.3	Section efficace hadronique et partonique	35
4.1.4	Variation cinématique	36
4.1.5	Programmes de calcul de la section efficace	36
4.1.6	Parton shower	38
4.2	Physique du coloron $G'$	39
4.2.1	Mode de désintégration du coloron	39
4.2.2	Production du coloron $G'$	41
4.2.3	Distributions différentielles en fonction des variables cinématiques	44
4.3	Physique du boson $Z'$	45
4.3.1	Pourquoi le boson $Z'$ ?	46
4.3.2	Variation de la section efficace en fonction de la masse	46
4.3.3	Section efficace différentielle en fonction de la masse invariante	47
4.3.4	Section efficace différentielle en fonction du moment transverse	48

<b>5 Conclusion Générale</b>	<b>51</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>53</b>

# Introduction Générale

---

La physique des particules autrement dit “la physique des hautes énergies” cherche à comprendre la structure intime de la matière. Le fruit de ces recherches théorique et expérimentale c’est “le modèle standard” qui permet d’étudier les constituants élémentaires de la matière et leurs interactions fondamentales: forte, faible et électromagnétique. Ces interactions sont expliquées par l’échange des bosons de jauge médiateurs des interactions (il y a 12 bosons de jauge massifs et non massifs) entre les fermions élémentaires. Le boson de jauge non massif “le photon” est le médiateur de l’interaction électromagnétique ainsi que les gluons sont les médiateurs de l’interaction forte et les bosons massifs  $W^\pm$  et  $Z$  sont les médiateurs de l’interaction faible.

Le modèle standard est une théorie quantique des champs relativiste basée sur le groupe de jauge non-abélien qui contient la symétrie interne de produit direct de trois groupes  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  [1, 2]. Ce modèle est la théorie de jauge la plus réussie de toute l’histoire de la physique moderne. Le 4 juillet 2012 c’était le dernier succès du modèle standard où les expériences ATLAS et CMS dans les grands collisionneur d’hadrons LHC ont annoncé l’existence d’une nouvelle particule massive qui porte le nom du boson de Higgs qui est la véritable clef de voûte du modèle standard, il permet de préserver la symétrie à haute énergie et de générer une masse pour les bosons de jauge non massifs.

Malgré les succès du modèle standard, il reste incomplet à cause de ces points de faiblesse:

- Il est incapable d’expliquer pourquoi on a 3 familles de fermions.
- Il ne traite pas la force gravitationnelle.
- Il est incapable d’unifier les 4 forces de l’univers à une seule force universelle.
- Dans le MS les neutrinos apparaissent comme des particules de masse nulle, mais plusieurs expériences sur l’oscillation des neutrinos confirment que les neutrinos sans massifs.
- La divergence de la masse du Higgs.
- Le problème de la masse de la particule  $W$  où le modèle standard prédit que la masse de  $W$  est inférieure par 8 MeV à la masse mesurée par l’expérience CDF.
- D’autre problème théorique comme le problème de la violation CP et le problème de la hiérarchie, problème de nombre de paramètres ... etc.

Le but de notre travail dans ce mémoire est d’étudier la production directe et indirecte à l’ordre de Born LO des nouvelles particules hypothétique prédites par le modèle 4321 dans le grand collisionneur des hadrons LHC. Pour le calcul de la section efficace hadronique et les distributions différentielles en fonction de la masse invariante et le moment transverse, on utilise les programmes de calcul automatique `MadGraph`, `Madanalysis` et `hip` pour le calcul analytique et d’autre programmes pour tracer les histogrammes comme `Root`.

Dans le deuxième chapitre, on discute à propos de la brisure spontanée de symétrie des groupes de MS et la théorie de grande unification et le mécanisme de brout-Englert-Higgs afin d’associer

la masse aux bosons de jauge. Dans le troisième chapitre, on présente le nouveau modèle "4321" et comment le briser sa symétrie au groupe du MS qui conduit à l'apparition des nouveaux bosons de jauge comme  $Z'$  et  $G'$  et les leptoquarks. Ces nouvelles particules qui doivent se désintégrer rapidement en paires de quarks  $t\bar{t}$  et paires de leptons  $\tau^+\tau^-$  suivant les processus suivants:

$$\begin{aligned} PP &\rightarrow G' \rightarrow t\bar{t} \\ PP &\rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^- \end{aligned}$$

Le dernier mode de production est très important pour étudier parce qu'il se caractérise par un état final simple, contrairement avec les autres leptons comme les électrons qui sont des particules stables et le muon qui ont une durée de vie très longs pour traverser l'ensemble du détecteur. Finalement, on conclut ce mémoire par la phénoménologie des particules  $Z'$  et  $G'$  à l'ordre LO et LO+PartonShower par le calcul de la section efficace et le mode de désintégration pour chaque particule.

# Brisure spontanée de symétrie dans les théories de jauge

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Brisure du groupe <math>U(1)</math></b>	<b>3</b>
2.1.1	Théorème de Goldstone	3
2.1.2	Mécanisme de Higgs	6
<b>2.2</b>	<b>Brisure spontanée du groupe <math>SU(2)</math></b>	<b>7</b>
2.2.1	Théorème de Goldstone	7
2.2.2	Mécanisme de Higgs	8
<b>2.3</b>	<b>Brisure spontanée du groupe <math>SU(2) \otimes U(1)</math></b>	<b>9</b>
<b>2.4</b>	<b>Brisure du groupe <math>SU(N)</math></b>	<b>12</b>
2.4.1	Représentation vectorielle	12
2.4.2	Représentation adjointe	13
<b>2.5</b>	<b>Théorie de grande unification <math>SU(5)</math></b>	<b>15</b>
2.5.1	Étape 1	16
2.5.2	Étape 2	18

Les théories de jauge permettent de traiter les trois interactions fondamentales d'une manière très élégante et efficace, mais elles souffrent de plusieurs problèmes on cite par exemple: la théorie n'ayant pas des termes de masse pour les bosons de jauge, mais grâce à la brisure spontanée de symétrie on a pu résoudre ce problème par l'introduction d'un champs scalaire qui va se coupler avec les champs de jauge, afin de générer les masses des bosons et des fermions. L'objectif de ce chapitre est d'étudier la brisure spontanée de symétrie des groupes de jauge:  $U(1)$ ,  $SU(2)$ ,  $SU(2) \otimes U(1)$ ,  $SU(n)$  et  $SU(5)$ .

## 2.1 Brisure du groupe $U(1)$

### 2.1.1 Théorème de Goldstone

Le groupe  $U(1)$  a un seul générateur qui correspond à l'hypercharge  $Y$  dans le modèle standard [2, 3, 4, 5] et la charge électrique ne QED ... etc.

Pour dire qu'une théorie est invariante sous une transformation, il faut qu'elle vérifie les conditions suivantes:

$$\begin{cases} \mathcal{L}' = \mathcal{L} \\ \phi'_0 = \phi_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Considérons la densité lagrangien d'un champs scalaire complexe:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^+ \partial^\mu \phi - V(\phi^+ \phi) \quad (2.2)$$

avec

$$\begin{cases} \phi = \frac{(\varphi_1 + i\varphi_2)}{\sqrt{2}} \\ \phi^+ = \frac{(\varphi_1 - i\varphi_2)}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

où  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont deux champs réels. Le potentiel  $V$  s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} V(\phi \phi^+) &= -\mu^2 \phi^+ \phi + \lambda(\phi \phi^+)^2 \\ &= -\frac{\mu^2}{2}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) + \frac{\lambda}{4}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

ou  $\mu^2$  et  $\lambda$  sont des paramètres réels.

Le lagrangien de cette théorie est donc:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \partial_\mu \bar{\phi}^+ \partial^\mu \phi + \mu^2 \phi^+ \phi - \lambda(\phi \phi^+)^2 \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_1 \partial^\mu \varphi_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_2 \partial^\mu \varphi_2 - V(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

La densité lagrangien est clairement invariants sous la transformation  $\phi \rightarrow \phi' = e^{i\theta}$  avec  $\theta \in [0, 2\pi]$ .

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \varphi'_1 \\ \varphi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -i \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

on définit la valeurs moyenne sur le vide de  $\phi$  par  $\phi_0 = \langle 0|\phi|0\rangle$ , où  $\phi_0$  c'est l'énergie la plus basse de  $\phi$  appelée vev, qui correspond au minimum du potentiel  $V$  ce qui veut dire:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} = \mu^2 \phi + 2\lambda(\phi \phi^+) = 0 \quad (2.6)$$

selon les signes des paramètres  $\mu^2$  et  $\lambda$ , on distingue deux cas:

- $\mu^2 > 0, \lambda > 0$ , dans ce cas la solution est unique  $\phi_0 = 0$  (phase de Wigner), il n'y a pas de brisure. Le potentiel est présentée dans la figure ci-dessus.

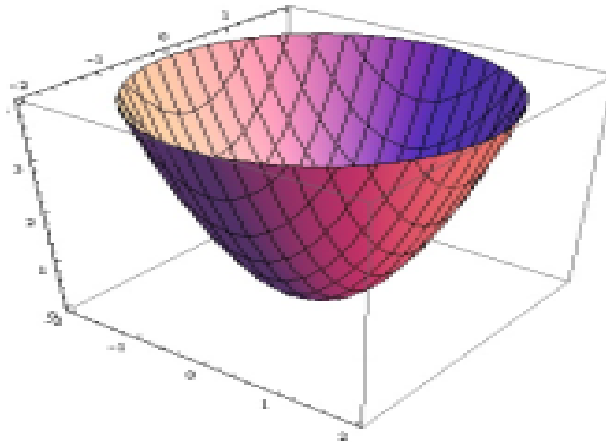


Figure 2.1: le potentiel  $V$  pour  $\mu^2 > 0$

- $\mu^2 < 0, \lambda > 0$ , dans ce cas la solution n'est pas unique et l'état fondamental est l'état où  $V$  est minimale, l'application de  $Y$  sur la l'état d'énergie minimale  $\phi_0$  conduit a  $\hat{Y}\phi_0 \neq 0$ , donc on dit que la symétrie est brisée, et  $V$  prend la forme d'un chapeau mexicain voir fig (2.2).



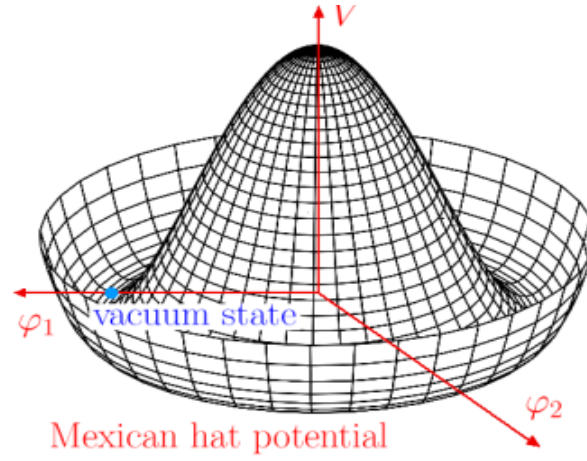


Figure 2.2: le chapeau mexican offre une illustration simple d'une brisure spontanée de symétrie

donc le minimum du potentiel  $V$  (représentée dans 2.2) correspond a:

$$(\phi^+ \phi)_0 = \frac{(\varphi_{01})^2 + (\varphi_{02})^2}{2} = \frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{\nu^2}{2} \quad (2.7)$$

On fait un choix de l'état de vide  $\phi_0$  ou  $\phi$  s'est stabilisé en:  $\varphi_{01} = \nu$ ,  $\varphi_{02} = 0$

après on fait le shift  $\varphi_1' = \varphi_1 - \nu$  et  $\varphi_2' = \varphi_2$ . On remplace dans la densité lagrangien (2.5) on obtient:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \cdot (\partial_\mu \varphi_1')^2 + \frac{1}{2} \cdot (\partial_\mu \varphi_2')^2 - \frac{1}{2} \cdot (2\lambda \nu^2) \varphi_1'^2 + \lambda \nu \varphi_1' (\varphi_1'^2 + \varphi_2'^2) - \frac{\lambda}{4} \cdot (\varphi_1'^2 + \varphi_2'^2)^2 \quad (2.8)$$

On voit que le nouveau lagrangien n'est pas invariant sous la transformation 2.6 à cause de la SSB. Rappelons que dans une théorie de jauge spontanément brisée du groupe  $U(1)$ , le générateur  $Y$  ne préserve pas le vide ( $\hat{Y}\phi_0 \neq 0$ ) est associé a un champs scalaire neutre de masse nulle appelée bosons de Goldstone, alors  $\varphi_2'$  c'est un boson de Goldstone et l'autre boson  $\varphi_1'$  avec une masse  $\sqrt{2\lambda\nu^2}$  est un boson de Higgs.

\* on paramétrise le champs complexe  $\phi$  par introduire deux champs réels:  $\rho(x)$  et  $\theta(x)$  tel que;

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rho(x) e^{\frac{i\theta(x)}{\nu}} \quad (2.9)$$

ou  $\nu$  est une constante exprimer dans la relation (2. 8)

'on calcue  $\partial_\mu \phi$  et en remplace dans l'expression du lagrangien (2.2):

$$\partial_\mu \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i\theta(x)}{\nu}} (\partial_\mu \rho(x) + \frac{i}{\nu} \rho(x) \partial_\mu \theta(x)) \quad (2.10)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \rho(x))^2 + \frac{1}{2\nu^2} \rho(x)^2 (\partial_\mu \theta(x))^2 - V(\rho^2) \quad (2.11)$$

on fait le shift :  $\rho(x) = \nu + \eta(x)$  et en remplace dans (2.12) on trouve:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta(x))^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \theta(x))^2 + \frac{\eta}{\nu} (\partial_\mu \theta(x))^2 + \frac{\eta^2}{2\nu^2} (\partial_\mu \theta(x))^2 - V(\rho^2) \quad (2.12)$$

avec

$$\begin{aligned}
V(\rho^2) &= \frac{-\mu^2}{2}\rho^2 + \frac{\lambda}{4}\rho^4 \\
&= \frac{-\mu^2}{2}(\nu^2 + \eta^2 + 2\nu\eta) + \frac{\lambda}{4}(\nu^2 + \eta^2 + 2\nu\eta)^2 \\
&= \frac{-\mu^2}{2}(\nu^2 + \eta^2 + 2\nu\eta) + \frac{\lambda}{4}(\nu^4 + \eta^4 + 2\nu^2\eta^2 + 4\nu^2\eta^2 + 4\nu^3\eta + 4\nu\eta^3) \\
&= \mu^2\eta^2 + \lambda\nu\eta^3 + \frac{\lambda}{4}\eta^4 - \frac{1}{4}\mu^2\nu^2
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Dans cette paramétrisations, le boson de higgs est  $\eta$  de masse  $\sqrt{2\mu^2}$ , et l'autre boson  $\theta$  est un boson de Goldstone de masse nulle.

### 2.1.2 Mécanisme de Higgs

Le mécanisme de Higgs est une conséquence de la brisure spontanée de symétrie, cette théorie postule que le vide est rempli d'un certain champ appelé champ de Higgs. Lorsque les bosons de jauge et les fermions se meuvent dans le vide, ils interagissent avec ce champ ce qui leur permet d'acquérir une masse.

La densité lagrangienne du Higgs s'écrit sous la forme:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(A)F^{\mu\nu}(A) + (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi\phi^+) \tag{2.14}$$

- potentiel V:  $V(\phi\phi^+) = -\mu^2\phi^+\phi + \lambda(\phi\phi^+)^2$
- $F_{\mu\nu}$  et le tenseur électromagnétique,  $A_\mu$  le champ de jauge de spin 1:  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$
- La dérivée covariante :  $(D_\mu\phi) = (\partial_\mu - ieA_\mu)\phi$

$\mathcal{L}$  est invariant sous la transformation:

$$\begin{cases} \phi \rightarrow \phi' = e^{-i\alpha(x)}\phi \\ A_\mu \rightarrow A' = A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x) \end{cases} \tag{2.15}$$

L'état fondamental qui brise la symétrie est:  $\phi_0 = \frac{\mu}{\sqrt{2\lambda}} = \frac{\nu}{\sqrt{2}}$

on paramétrise le champs  $\phi(x)$ :

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + \eta(x))e^{i\theta(x)/\nu} \quad (\theta(x)/\nu = \alpha(x)) \tag{2.16}$$

en effectuant un choix de jauge dite jauge unitaire ou  $\eta(x)$  et  $\theta(x)$  sont des champs réels:

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \phi' = \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + \eta(x)) \\ A_\mu &\rightarrow B_\mu = A_\mu - \frac{1}{e\nu}\partial_\mu\theta(x) \end{aligned} \tag{2.17}$$

alors les transformations de jauge devient:

$$\begin{cases} D_\mu\phi \rightarrow D'_\mu\phi' = (\partial_\mu - ieB_\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + \eta(x)) \\ F_{\mu\nu}(A) = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \rightarrow F_{\mu\nu}(B) = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{cases} \tag{2.18}$$

On peut alors écrire la densité lagrangien comme :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(B)F^{\mu\nu}(B) + \frac{1}{2}[\partial_\mu\eta - ieB_\mu(\nu + \eta)]^2 - V(\phi\phi^+) \\
 &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(B)F^{\mu\nu}(B) + \frac{1}{2}[\partial_\mu\eta - ieB_\mu(\nu + \eta)]^2 + \frac{\mu^2}{2}(\nu^2 + \eta^2 + 2\nu\eta) - \frac{\lambda}{4}(\nu^2 + \eta^2 + 2\nu\eta)^2 \\
 &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(B)F^{\mu\nu}(B) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta + e^2B_\mu B^\mu(\nu + \eta)^2) + \frac{\mu^2}{2}(\nu^2 + \eta^2 + 2\nu\eta) - \frac{\lambda}{4}(\nu^4 + \eta^4 + 6\nu^2\eta^2 + \dots) \\
 &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(B)F^{\mu\nu}(B) + \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta + \frac{1}{2}e^2B_\mu B^\mu\eta(\eta + 2\nu) + \frac{1}{2}(e\nu)^2B_\mu B^\mu - \mu^2\eta^2 - \frac{\lambda}{4}\eta^4 + \dots
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Nous reconnaissons un terme de masse pour le boson de higgs  $\eta$  avec une masse  $m_\eta = \sqrt{2\mu^2}$ , et le terme de masse du boson de jauge  $B_\mu$  avec une masse  $m_B = e\nu$ . Le boson de Goldstone  $\theta$  est absorbé par le boson de jauge  $B_\mu$  qui devient massif.

## 2.2 Brisure spontanée du groupe $SU(2)$

### 2.2.1 Théorème de Goldstone

Le groupe  $SU(2)$  qui décrit l'interaction faible contient 3 générateurs ( $T^i = \frac{\sigma^i}{2}$ ) qui sont exprimés en terme des 3 matrices de Pauli  $\sigma^i$  (1,2,3).

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

Si un des générateurs ne laissent pas le vide invariant, il est alors brisé d'une manière spontanée et un boson de Goldstone lui est associé. Le champ  $\phi$  ici est complexe, il possède deux composantes  $\phi_1$  et  $\phi_2$  qui forme le doublet:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\varphi_1 + i\varphi_2)/\sqrt{2} \\ (\varphi_3 + i\varphi_4)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

où  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  et  $\varphi_4$  sont des champs scalaires réels. La densité lagrangienne associé à  $\phi$  est la suivante:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= \partial_\mu\phi^+\partial^\mu\phi - V(\phi^+\phi) \\
 \text{avec } V(\phi^+\phi) &= -\mu^2\phi^+\phi + \lambda(\phi^+\phi)^2
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Cette dernière est invariante sous la transformation :

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha_i\frac{\sigma^i}{2}}\phi \quad (i = 1, 2, 3) \tag{2.23}$$

Pour  $\mu^2 < 0, \lambda > 0$  le minimum du potentiel est donnée par:

$$(\phi^+\phi)_0 = \frac{(\varphi_{01})^2 + (\varphi_{02})^2 + (\varphi_{03})^2 + (\varphi_{04})^2}{2} = \frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{\nu^2}{2} \tag{2.24}$$

On remarque que tous les générateurs vérifient :  $T^i\phi_0 \neq 0$ , ils ne décrivent plus une symétrie du modèle car ils ne laissent pas invariant son état fondamental, autrement dit ils sont brisée.

Nous brisons la symétrie  $SU(2)$  en choisissant  $\phi(x)$  tel que:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{iT_i\xi^i(x)/2\nu} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H(x) \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{2.25}$$

avec  $H(x)$  champ réel. On calcul la dérivée partielle  $\partial_\mu$  du champ  $\phi$ :

$$\partial_\mu \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{iT_i \xi^i(x)/2\nu} \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu H \end{pmatrix} + \frac{i T^i}{\nu} \partial_\mu \xi^i \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H \end{pmatrix} \right] \quad (2.26)$$

Le terme cinétique du  $\mathcal{L}$  donne :

$$\begin{aligned} \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi &= \frac{1}{2} \left[ \begin{pmatrix} 0 & \partial_\mu H \end{pmatrix} - \frac{i T^i}{\nu} \partial_\mu \xi^i \begin{pmatrix} 0 & \nu + H \end{pmatrix} \right] \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu H \end{pmatrix} + \frac{i T^i}{\nu} \partial_\mu \xi^i \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H \end{pmatrix} \right] \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{1}{8\nu^2} \partial_\mu \xi^i \partial^\mu \xi^i (\nu + H)^2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

L'expression du potentiel  $V$  est :

$$\begin{aligned} V((\nu + H)^2) &= \frac{-\mu^2}{2} (\nu^2 + H^2 + 2\nu H) + \frac{\lambda}{4} (\nu^2 + H^2 + 2\nu H)^2 \\ &= \mu^2 H^2 + \lambda \nu H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 - \frac{1}{4} \mu^2 \nu^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

On remplace (2.27) et (2.28) dans l'expression du  $\mathcal{L}$  on obtient :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{1}{8\nu^2} \partial_\mu \xi^i \partial^\mu \xi^i (\nu + H)^2 - \mu^2 H^2 - \lambda \nu H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4 + \frac{1}{4} \mu^2 \nu^2 \quad (2.29)$$

Après ce développement on a un seul terme quadratique  $H$  c'est le boson de Higgs avec une masse  $\sqrt{2\mu^2}$  et 3 boson de Goldstone  $\xi^i$  ( $i=1,2,3$ ) de masse nulle, ceci est cohérent avec le théorème de Goldstone qui prédit que "pour chaque brisure spontanée de symétrie, la théorie contient des particules scalaires de masse nulle appelées bosons de Goldstone"

### 2.2.2 Mécanisme de Higgs

Pour générer les masses des bosons de jauge, on introduit un champs scalaire complexe sous forme d'un doublet :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

la densité lagrangienne du higgs s'écrit sous la forme:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(A) F^{\mu\nu}(A) + (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi \phi^\dagger) \quad (2.31)$$

avec :

- potentiel  $V$ :  $V(\phi \phi^\dagger) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi \phi^\dagger)^2$
- $F_{\mu\nu}^i$  et le tenseur électromagnétique  $A_\mu^i$  les champs de jauge et  $g$  la constante de couplage :  
 $F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g \varepsilon_{ijk} A_\mu^j A_\nu^k$
- la dérivée covariante :  $(D_\mu \phi) = (\partial_\mu - ig \frac{T^i}{2}) A_\mu^i; (i = 1, 2, 3)$

L'état fondamental qui brise la symétrie est:  $\phi_0 = \frac{\mu}{\sqrt{2\lambda}} = \frac{\nu}{\sqrt{2}}$   
on paramétrise le champs  $\phi(x)$ :

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{iT_i \xi^i(x)/2\nu} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H(x) \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

en effectuant un choix de jauge dite jauge unitaire ou  $\xi(x)$  et  $H(x)$  sont des champs réels:

$$\begin{aligned}\phi &\rightarrow \phi' = U(x)\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H(x) \end{pmatrix} \\ \vec{A}_\mu &\rightarrow \vec{B}_\mu = U(x)\vec{A}_\mu U^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu U)U^{-1}\end{aligned}\quad (2.33)$$

Avec:  $U(x) = e^{-iT_i \xi^i(x)/2\nu}$

alors les transformations de jauge devient :

$$\begin{cases} D_\mu \phi \rightarrow (D_\mu \phi)' = (\partial_\mu - ig \frac{T^i}{2} B_\mu^i) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H(x) \end{pmatrix} \\ F_{\mu\nu}^i(A) F^{i\mu\nu}(A) \rightarrow F_{\mu\nu}^i(B) F^{i\mu\nu}(B) = F_{\mu\nu}^i(A) F^{i\mu\nu}(A) \end{cases}\quad (2.34)$$

Avec :

$$F_{\mu\nu}^i(B) = \partial_\mu B_\nu^i - \partial_\nu B_\mu^i + g\varepsilon_{ijk} B_\mu^j B_\nu^k \quad (2.35)$$

Le terme cinétique de la densité lagrangienne  $\mathcal{L}$  devient:

$$\begin{aligned}(D_\mu \phi)'^+ (D^\mu \phi)' &= \frac{1}{2}(\partial_\mu H \partial^\mu H + g^2 B_\mu^i B^{j\mu} (\frac{T^i}{2})(\frac{T^j}{2})(\nu + H(x))^2) \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{8} B_\mu^i B^{i\mu} (\nu + H(x))^2\end{aligned}\quad (2.36)$$

(on a utiliser la relation  $T^i T^j = \delta^{ij} + i\varepsilon_{ijk} T^k$ )

On peut alors écrire la densité lagrangien comme:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i(B) F^{i\mu\nu}(B) + \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{8} B_\mu^i B^{i\mu} H(2\nu + H(x)) + \frac{g^2 \nu^2}{8} B_\mu^i B^{i\mu} \\ &+ \frac{\mu^2}{2} (\nu^2 + H^2 + 2\nu H) - \frac{\lambda}{4} (\nu^2 + H^2 + 2\nu H)^2\end{aligned}\quad (2.37)$$

$$\begin{aligned}&= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i(B) F^{i\mu\nu}(B) + \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{8} B_\mu^i B^{i\mu} H(2\nu + H(x)) \\ &+ \frac{g^2 \nu^2}{8} B_\mu^i B^{i\mu} - \mu^2 H^2 - \lambda \nu H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4 + \frac{1}{4} \mu^2 \nu^2\end{aligned}\quad (2.38)$$

On remarque que les 3 bosons de Goldstone  $\xi^i$  ( $i=1,2,3$ ), sont absorbés par les bosons de jauge  $B^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) qui acquièrent une masse  $g\nu/2$  via le mécanisme de Higgs et le boson de Higgs avec une masse  $\sqrt{2}\mu^2$ .

### 2.3 Brisure spontanée du groupe $SU(2) \otimes U(1)$

Les interactions électromagnétique et faible sont unifiées dans une théorie invariante sous le groupe  $SU(2)_I \otimes U(1)_Y$ , le problème de cette théorie est que tous les fermions et les bosons de jauge sont Considérons sans masse. Pour résoudre ce problème on va brisée la symétrie spontanément :

$$SU(2)_I \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em} \quad (2.39)$$

Pour dire qu'un groupe est brisée il faut que les générateurs  $M^i$  de ce groupe vérifient la relation :

$$M^i \phi_0 \neq 0$$

Pour réaliser la brisure, nous introduisons un doublet de champs scalaires complexes, le champ scalaire complexe  $\phi$  s'écrit sous la forme:

$$\phi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (\phi_{i=1,2,3,4} \text{ des champs réels}) \quad (2.40)$$

La densité lagrangienne est donnée par:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^+ (D^\mu \phi) - V(\phi \phi^+) \quad (2.41)$$

Avec :

- La dérivée covariante est :  $D_\mu \rightarrow \partial_\mu - ig \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (i=1,2,3)$
- $W_\mu^i$  : les trois champs de jauge de groupe  $SU(2)_I$
- $T^i = \frac{\sigma_i}{2}$  : les trois générateurs de  $SU(2)_I$
- $B_\mu$  : le champ de jauge de  $U(1)_Y$
- $Y$  : c'est l'hypercharge
- $g, g'$  : les constantes de couplage associées à  $SU(2)_I$  et  $U(1)_Y$

Et le potentiel s'écrit sous la forme:

$$V(\phi \phi^+) = -\mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi \phi^+)^2 \quad (\mu^2 < 0, \lambda > 0) \quad (2.42)$$

$V(\phi \phi^+)$  à un ensemble de minimums est :  $(\phi^+ \phi)_0 = \frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{\nu^2}{2}$ , et la valeur moyenne dans le vide du  $\phi$  est :

$$\phi_0 = \langle 0 | \phi | 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \nu / \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

On note que les générateurs  $T^{i=1,2,3}$  et  $Y$  sont brisés parce qu'ils n'annihilent pas le vide  $\phi_0$ :

$$T^1 \phi_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\nu}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{\nu}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \neq 0 \quad (2.44)$$

$$T^2 \phi_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\nu}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{-\nu}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \neq 0 \quad (2.45)$$

$$T^3 \phi_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\nu}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{-1}{2} \phi_0 \neq 0 \quad (2.46)$$

$$Y \phi_0 = \phi_0 \neq 0 \quad (2.47)$$

Mais le générateur "charge électrique" du nouveau groupe  $U(1)_{em}$  n'est pas brisé:

$$Q \phi_0 = (T^3 + \frac{Y}{2}) \phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\nu}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.48)$$

Nous paramétrisons le champ  $\phi$  tel que:

$$\phi = e^{\frac{iT^i \xi^i}{2\nu}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (\nu + H(x)) \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

où  $\xi_{i=1,2,3}$  sont des champs réels (les bosons de Goldstone).

Dans la jauge unitaire les trois bosons de Goldstone disparaissent, le champ  $\phi$  devient:

$$\phi \rightarrow \phi' = U(\xi)\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + H(x)) \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

$$(U(\xi) = e^{-\frac{iT^i \xi^i}{2\nu}})$$

Puis nous développons le terme cinétique du  $\mathcal{L}$  pour obtenir les masses des bosons de jauge

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi)^+ (D^\mu \phi) &= \left[ \partial_\mu - ig \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[ \begin{pmatrix} \partial_\mu - \frac{i}{2}(gW_\mu^3 + g'B_\mu) & -i\frac{g}{2}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ -i\frac{g}{2}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & \partial_\mu + \frac{i}{2}(gW_\mu^3 + g'B_\mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu + H(x)) \end{pmatrix} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu H)^2 + \frac{1}{8}g^2(\nu + H)^2(W_\mu^1 - iW_\mu^2)(W_\mu^1 + iW_\mu^2) + \frac{1}{8}(\nu + H)^2(gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Pour obtenir les états physiques nous définissons des nouveaux champs  $A_\mu$ ,  $Z_\mu$  et  $W^\mp$  par les relations suivantes:

$$\begin{cases} W^\mp = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \\ Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \\ A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g'W_\mu^3 + gB_\mu) \end{cases}$$

on remplace les relations précédentes dans (2. ) on obtient :

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi)^+ (D^\mu \phi) &= \frac{1}{2}(\partial_\mu H)^2 + \frac{1}{4}g^2(\nu + H)^2 W^+ W^- + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(\nu + H)^2 Z_\mu^2 \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu H)^2 + \frac{g^2 \nu^2}{4} W^+ W^- + \frac{1}{2} \frac{(g^2 + g'^2)}{4} \nu^2 Z_\mu^2 + \text{termes d'interactions} \end{aligned} \quad (2.52)$$

Le terme cinétique fait alors apparaître de trois bosons de jauge massifs:

- $W^\mp$  avec une masse  $m_{W^\mp} = \frac{g\nu}{2}$
- $Z$  avec un masse  $m_Z = \sqrt{g^2 + g'^2}$
- $A$  avec une masse nulle  $m_A = 0$

Et le développement du potentiel fait apparaître le terme de masse pour le bosons de Higgs:

$$\begin{aligned} V(\phi \phi^+) &= -\mu^2 \phi^+ \phi + \lambda(\phi \phi^+)^2 \\ &= \mu^2 H^2 + \lambda \nu H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 - \frac{1}{4} \mu^2 \nu^2 \end{aligned} \quad (2.53)$$

on trouve  $m_H = \sqrt{2\mu^2}$

On remarque qu'en brisant la symétrie  $SU(2)_I \otimes U(1)_Y$ , trois des quatre composantes du doublet de Higgs qui correspond a des bosons de Goldstone sont absorbés par les bosons de jauge  $W^\mp$  et  $Z$  afin d'avoir une masse après la brisure, et la quatrième composante c'est le boson de Higgs massif.

## 2.4 Brisure du groupe $SU(N)$

Le groupe  $SU(n)$  est défini par sa représentation fondamentale avec des matrices unitaires  $n \times n$ . Il existe  $n^2 - 1$  générateurs  $U_i^j$  qui vérifient la relation de commutation [6, 7] suivantes:

$$\begin{aligned} [U_j^i, U_l^k] &= \delta_i^l U_j^k - \delta_j^k U_l^i \\ \text{avec } U_j^i &= (U_i^j)^+ \end{aligned} \quad (2.54)$$

$n^2 - 1$  générateurs correspondent à  $n^2 - 1$  bosons de jauge que l'on note  $W_{\mu i}^j$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ), qui obéit à la loi de transformation suivante:

$$\begin{aligned} W_{\mu i}^j &\rightarrow W_{\mu i}^j + i\varepsilon_i^l W_{\mu l}^j - i\varepsilon_k^j W_{\mu i}^k \\ \text{avec } \begin{cases} \varepsilon_i^j &= (\varepsilon_j^i)^* \\ W_{\mu i}^j &= (W_{\mu j}^i)^* \end{cases} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Rappelons que la transformation de jauge dans ce cas s'écrit sous la forme,

$$\exp(-i\varepsilon_i^j U_j^i) \quad (2.56)$$

Dans cette section, on va étudier deux classes de représentations: les représentations vectorielles et la représentation adjointe.

### 2.4.1 Représentation vectorielle

Dans ce cas, le champ de Higgs est représenté par un vecteur de  $N$  composantes  $\Psi_i$ . La loi de transformation de ce champ dans cette représentation et la dérivé covariante sont donnés par:

- Le champ scalaire  $\Psi_i \rightarrow \Psi_i + i\varepsilon_i^j \Psi_j$ , et  $(\Psi^i = \Psi_i^*)$
- La dérivée covariante  $D_\mu \Psi_i \rightarrow \partial_\mu \Psi_i - igW_{\mu i}^j \Psi_j$

Alors la partie cinétique du champ scalaire qui donne la masse aux bosons de jauge s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} (D^\mu \Psi)^+ D_\mu \Psi \\ &= \frac{1}{2} \partial^\mu \Psi^i \partial_\mu \Psi_i + \frac{1}{2} g^2 W_{\mu i}^j \Psi_j W_i^{+\mu j'} \Psi_{j'} - igW_{\mu i}^j \Psi_j \partial^\mu \Psi^i \end{aligned} \quad (2.57)$$

et le potentiel de Higgs associé s'écrit,

$$V(\Psi) = -\frac{1}{2} \mu^2 \Psi^i \Psi_i + \frac{1}{4} \lambda (\Psi^i \Psi_i)^2 \quad \mu, \lambda \text{ réel} \quad (2.58)$$

Pour trouver le minimum de ce potentiel, on le dérive par rapport à  $\Psi_i$ ,

$$\frac{\partial V}{\partial \Psi_i} = \left[ -\mu^2 + \lambda (\Psi^j \Psi_j) \right] \Psi_i = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} &\implies \Psi_i \neq 0 \\ &\implies -\mu^2 + \lambda \Psi^j \Psi_j = 0 \end{aligned}$$

Donc le minimum est donné par,

$$\Psi^j \Psi_j = \frac{\mu^2}{\lambda} = \nu^2 \quad (2.60)$$



Le terme de masse dans l'équation (2.57) devient:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_M &= \frac{1}{2}g^2 W_{\mu i}^j \Psi_j W_i^{+\mu j'} \Psi_{j'} \\ &= \frac{1}{2}g^2 W_{\mu i}^j W_i^{+\mu j} \nu^2\end{aligned}\quad (2.61)$$

Donc le nombre de bosons de jauge qui acquièrent une masse est  $2n - 1$ , et il reste  $n^2 - 1 - (2n - 1) = (n - 1)^2 - 1$  bosons de jauge sans masse. Dans ce cas, on dit que la symétrie est brisée de  $SU(N) \rightarrow SU(N - 1)$ .

En général, pour briser la symétrie  $SU(N) \rightarrow SU(N - M)$ , il nous faut un ensemble de  $M$  scalaire appartenant à la représentation vectorielle et pour briser complètement la symétrie  $SU(N)$ , on a besoin d'un ensemble de  $N - 1$  scalaire dans la représentation vectorielle.

### 2.4.2 Représentation adjointe

Dans cette représentation le champ scalaire  $\Psi$  est hermitien:  $(\Psi^+)_i^j = \Psi_j^{*i} = \Psi_i^j$ . Il peut être représenté par une matrice  $N \times N$  dont la trace est nulle, c.à.d  $\sum_{i=1}^n \Psi_i^i = 0$ . On peut choisir comme une combinaison linéaire des générateurs du groupe,

$$\Psi = \sum_{i=1}^{N^2-1} \psi_i T^i \quad (2.62)$$

où  $T^i$  sont les générateur du groupe.

La dérivée covariante et la loi de transformation de champ sont donnés par:

$$D_\mu \Psi \rightarrow \partial_\mu \Psi_i^j - ig W_{\mu i}^l \Psi_l^j + ig W_{\mu k}^j \Psi_i^k \quad (2.63)$$

$$\Psi_i^j \rightarrow \Psi_i^j + i\xi_i^k \Psi_k^j - i\xi_k^j \Psi_i^k \quad (2.64)$$

Le terme cinétique du lagrangien scalaire est:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{cin} &= \frac{1}{2}Tr[(D_\mu \Psi)^+(D^\mu \Psi)] \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \Psi_j^i + ig W_{\mu i}^{*l} \Psi_j^l - ig W_{\mu k}^{*j} \Psi_i^k)(\partial^\mu \Psi_i^j - ig W_i^{l\mu} \Psi_l^j + ig W_k^{j\mu} \Psi_i^k)\end{aligned}\quad (2.65)$$

Pour simplifier, nous imposons la symétrie  $\Psi \rightarrow -\Psi$ . Le potentiel s'écrit devient donc,

$$V(\Psi) = -\frac{1}{2}\mu^2 \Psi_i^j \Psi_j^i + \frac{1}{4}\lambda_1 (\Psi_i^j \Psi_j^i)^2 + \frac{1}{4}\lambda_2 (\Psi_i^j \Psi_j^k \Psi_k^l \Psi_l^i) \quad (2.66)$$

$\Psi$  est hermitien, donc il peut être diagonalisé par une matrice unitaire. Alors, on peut l'écrire sous la forme  $\Psi_i^j = \delta_i^j \phi_j$ ,  $\phi_i$  sont des fonctions réelles.

Le potentiel devient:

$$V = -\frac{1}{2}\mu^2 \sum_{i=1}^n \phi_i^2 + \frac{1}{4}\lambda_1 (\sum_{i=1}^n \phi_i^2)^2 + \frac{1}{4}\lambda_2 (\sum_{i=1}^n \phi_i^4) - g \sum_{i=1}^n \phi_i \quad (2.67)$$

On calcule le minimum du potentiel:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_i} = -\mu^2 \phi_i + \lambda_1 (\sum_{j=1}^n \phi_j^2) \phi_i + \lambda_2 \phi_i^3 - g = 0 \quad (2.68)$$

$\phi$  peut prendre 3 valeurs différentes  $\phi_1, \phi_2$  et  $\phi_3$ :

$$\begin{cases} -\mu^2 \phi_1 + \lambda_1 (\sum_{j=1}^n \phi_j^2) \phi_1 + \lambda_2 \phi_1^3 - g = 0 \dots (1) \\ -\mu^2 \phi_2 + \lambda_1 (\sum_{j=1}^n \phi_j^2) \phi_2 + \lambda_2 \phi_2^3 - g = 0 \dots (2) \\ -\mu^2 \phi_3 + \lambda_1 (\sum_{j=1}^n \phi_j^2) \phi_3 + \lambda_2 \phi_3^3 - g = 0 \dots (3) \end{cases} \quad (2.69)$$

On fait l'opération (1-2) et (1-3) on trouve :

$$\begin{cases} -\mu^2(\phi_1 - \phi_2) + \lambda_1(\sum_{j=1}^n \phi_j^2)(\phi_1 - \phi_2) + \lambda_2(\phi_1^3 - \phi_2^3) = 0 \\ -\mu^2(\phi_1 - \phi_3) + \lambda_1(\sum_{j=1}^n \phi_j^2)(\phi_1 - \phi_3) + \lambda_2(\phi_1^3 - \phi_3^3) = 0 \end{cases} \quad (2.70)$$

$$\begin{cases} -\mu^2 + \lambda_1(\sum_{j=1}^n \phi_j^2) + \lambda_2(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_1\phi_2) = 0 \dots (4) \\ -\mu^2 + \lambda_1(\sum_{j=1}^n \phi_j^2) + \lambda_2(\phi_1^2 + \phi_3^2 + \phi_1\phi_3) = 0 \dots (5) \end{cases} \quad (2.71)$$

Pour  $\phi_1 \neq \phi_3$  on soustrayant de nouveau (4) et (5) on trouve:

$$\begin{aligned} \phi_2^2 - \phi_3^2 + \phi_1\phi_2 - \phi_1\phi_3 &= 0 \\ \phi_1(\phi_2 - \phi_3) + \phi_2^2 - \phi_3^2 &= 0 \\ \implies \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (2.72)$$

Supposons qu'il y a une autre solution  $\phi_4$  qui est différente de  $\phi_1, \phi_2$  et  $\phi_3$  en fait les mêmes étapes précédentes pour  $\phi_2, \phi_3$  et  $\phi_4$  on obtient:

$$\implies \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 = 0 \quad (2.73)$$

Ce qui implique que  $\phi_1 = \phi_4$ , en contradiction avec l'hypothèse " $\phi_4$  est différent de  $\phi_1$ ", donc il y a que 3  $\phi_i$  qui peuvent satisfaire l'équation (2.67).

La matrice  $\phi$  s'écrit sous la forme suivante:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 & & & & & \\ & \phi_1 & & & & \\ & & \phi_2 & & & \\ & & & \phi_2 & & \\ & & & & \phi_3 & \\ & & & & & \phi_3 \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

où il y a  $n_1\phi_1$ ,  $n_2\phi_2$  et  $n_3\phi_3$  avec:

$$\begin{cases} n_1 + n_2 + n_3 = n \\ \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 0 \end{cases} \quad (2.75)$$

$$\text{Tr}(\phi) = 0 \implies n_1\phi_1 + n_2\phi_2 + n_3\phi_3 = 0 \quad (2.76)$$

à partir de (2.74) et (2.75) on écrit  $\phi_2$  et  $\phi_3$  en terme de  $\phi_1$

$$\phi_2 = \frac{n_3 - n_1}{n_2 - n_3} \phi_1 \quad (2.77)$$

$$\phi_3 = \frac{n_2 - n_1}{n_3 - n_2} \phi_1 \quad (2.78)$$

Maintenant, en exprimant chaque termes du potentiel en terme de  $\phi_1$  on trouve:

$$V = -a\phi_1^2 + b\phi_1^4 \quad (2.79)$$

Avec :

$$\begin{cases} a = \frac{\mu^2}{2} \frac{1}{(n_2 - n_3)^2} \left[ n_1(n_2 - n_3)^2 + n_2(n_1 - n_3)^2 + n_3(n_1 - n_2)^2 \right] \\ b = \frac{1}{4(n_2 - n_3)^4} \left[ \lambda_1 \left[ n_1(n_2 - n_3)^2 + n_2(n_1 - n_3)^2 + n_3(n_1 - n_2)^2 \right]^2 \right. \\ \quad \left. + \lambda_2 \left[ n_1(n_2 - n_3)^4 + n_2(n_1 - n_3)^4 \right. \right. \\ \quad \left. \left. + n_3(n_1 - n_2)^4 \right] \right] \end{cases}$$

Le minimum du potentiel correspond à:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_1} = \phi_1(-2a + 4b\phi_1^2) = 0 \quad (2.80)$$

$$\implies \phi_1^2 = \frac{a}{2b} \quad (2.81)$$

Alors le potentiel au niveau du potentiel s'écrit :

$$V_m = -\frac{\mu^2}{4} \left[ \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 f(n_1, n_2, n_3)} \right] \quad (2.82)$$

$$\text{avec : } f(n_1, n_2, n_3) = \frac{n_1(n_2-n_3)^4 + n_2(n_1-n_3)^4 + n_3(n_1-n_2)^4}{[n_1(n_2-n_3)^2 + n_2(n_1-n_3)^2 + n_3(n_1-n_2)^2]^2}$$

En utilisant l'identité :

$$n_1(n_2 - n_3)^4 + n_2(n_1 - n_3)^4 + n_3(n_1 - n_2)^4 = \frac{1}{2}[n_1(n_2 - n_3)^2 + n_2(n_1 - n_3)^2 + n_3(n_1 - n_2)^2][(n_2 - n_3)^2 + (n_1 - n_3)^2 + (n_1 - n_2)^2]$$

On remplace dans l'expression de  $f(n_1, n_2, n_3)$  on trouve:

$$f(n_1, n_2, n_3) = \frac{(n_2 - n_3)^2 + (n_1 - n_3)^2 + (n_1 - n_2)^2}{2[n_1(n_2 - n_3)^2 + n_2(n_1 - n_3)^2 + n_3(n_1 - n_2)^2]} \quad (2.83)$$

On introduit les variables  $x$  et  $y$  tel que:

$$\begin{cases} x = n_1 + n_2 \\ y = n_1 - n_2 \end{cases} \quad (2.84)$$

$$\implies f(x, y) = \frac{3y^2 + (3x - 2n)^2}{(8n - 9x)y^2 + x(3x - 2n)^2} \quad (2.85)$$

Les domaines :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq n \\ 0 \leq y \leq n \\ 0 \leq x - y \leq n \end{cases}$$

Pour voir les changements de la fonction  $f$  en calcule sa dérivée par rapport a  $y$  :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{8y(3x - 2n)^3}{[(8n - 9x)y^2 + x(3x - 2n)^2]^2} \quad (2.86)$$

On a

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y} < 0 & \quad \text{pour} \quad x < \frac{2n}{3} \quad (f \text{ décroissante}) \\ \frac{\partial f}{\partial y} > 0 & \quad \text{pour} \quad x > \frac{2n}{3} \quad (f \text{ croissante}) \end{aligned} \quad (2.87)$$

## 2.5 Théorie de grande unification $SU(5)$

Une théorie de grande unification "GUT" c'est une théorie qui unifie les interactions forte, faible et électromagnétique en une seule théorie [4, 8, 9, 10]. Le groupe le plus simple pour étudier cette théorie est  $G_{GUT} = SU(5)$ . La brisure spontanée de ce groupe se déroule en deux étapes :

$$\begin{aligned} \text{étape 1:} & \quad SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_I(2) \otimes U_Y(1) \\ & \quad \downarrow \\ \text{étape 2:} & \quad SU_C(3) \otimes U_{em}(1) \end{aligned}$$



Nous appliquons les résultats que nous avons trouvés précédemment (la brisure du groupe  $SU(N)$ ), on montre que

$$\begin{cases} \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = 0 \\ n_1\psi_1 + n_2\psi_2 + n_3\psi_3 = 0 \\ n_1 + n_2 + n_3 = n = 5 \end{cases} \quad (2.90)$$

avec

$$\psi_2 = \frac{n_3 - n_1}{n_2 - n_3} \psi_1 \quad (2.91)$$

$$\psi_3 = \frac{n_2 - n_1}{n_3 - n_2} \psi_1 \quad (2.92)$$

Pour  $SU(5)$ , on peut choisir  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 2$  et  $n_3 = 0$ .

$$\text{Alors, } \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 & & & & \\ & \psi_1 & & & \\ & & \psi_1 & & \\ & & & \psi_2 & \\ & & & & \psi_2 \end{pmatrix}$$

et

$$\psi_2 = -\frac{3}{2}\psi_1 \quad (2.93)$$

$$\psi_3 = \frac{1}{2}\psi_1 \quad (2.94)$$

$$\implies \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = \psi_1 - \frac{3}{2}\psi_1 + \frac{1}{2}\psi_1 = 0$$

Le potentiel devient donc:

$$\begin{aligned} V(\psi) &= -\frac{\mu^2}{2}(3\psi_1^2 + 2\psi_2^2) + \frac{a}{4}(3\psi_1^2 + 2\psi_2^2)^2 + \frac{b}{2}(3\psi_1^4 + 2\psi_2^4) \\ &= -\frac{\mu^2}{2}(3\psi_1^2 + 2\psi_2^2) + \frac{a}{4}(9\psi_1^4 + 4\psi_2^4 + 6\psi_1^2\psi_2^2) + \frac{b}{2}(3\psi_1^4 + 2\psi_2^4) \\ V(\psi) &= -\frac{15}{4}\mu^2\psi_1^2 + \frac{15}{16}(15a + 7b)\psi_1^4 \end{aligned} \quad (2.95)$$

Pour que le potentiel soit borné il faut que  $15a + 7b > 0$ . Le calcul de la dérivée du potentiel donne:

$$\frac{\partial V}{\partial \psi_1} = -\frac{15}{2}\mu^2\psi_1 + \frac{15}{4}(15a + 7b)\psi_1^3 = 0 \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} \implies -\mu^2 + \frac{15a + 7b}{2}\psi_1^2 &= 0 \implies (\psi_1^{(0)})^2 = \frac{2\mu^2}{15a + 7b} \\ \implies \psi_1^{(0)} &= \pm \sqrt{\frac{2\mu^2}{15a + 7b}} \end{aligned} \quad (2.97)$$

On remplace (2.97) dans (2.93) on trouve :  $\psi_2^{(0)} = \mp \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2\mu^2}{15a + 7b}}$ .

Donc le  $vev$  du champ de Higgs s'écrit:

$$\psi_0 = \langle 0|\psi|0 \rangle = \sqrt{\frac{2\mu^2}{15a + 7b}} \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & -3/2 & \\ & & & & -3/2 \end{pmatrix} \quad (2.98)$$

avec  $v^2 = \frac{2\mu^2}{15a + 7b}$ .

On observe que le  $vev$  défini dans l'équation (2.98)  $\psi_0$  n'est pas invariant sous toutes les transformations de  $SU(5)$ . On voit que,

- $[T^i, \psi_0] = 0$ , pour,  $i = 1, \dots, 8 \rightarrow$  donc le sous groupe  $SU_c(3)$  n'est pas brisé.
- $[T^i, \psi_0] \neq 0$ , pour,  $i = 9, \dots, 20 \rightarrow$  donc ces générateurs sont brisés.
- $[T^i, \psi_0] = 0$ , pour,  $i = 21, 22, 23 \rightarrow$  donc le sous groupe  $SU_L(2)$  n'est pas brisé.
- $[T^{24}, \psi_0] = 0 \rightarrow$  donc le sous groupe  $U_Y(1)$  n'est pas brisé.

Donc on a 12 générateur brisés et 12 générateurs non-brisés. Ce qui implique que les 12 bosons de Goldstone associées aux générateurs  $T^i$  pour  $i=9, \dots, 20$  (de masse nulle) vont être absorbés par les bosons de jauge  $X$  et  $Y$  pour acquièrent des masses. On calcul la dérivée covariante:

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - \frac{ig_5}{\sqrt{2}}(A_\mu \psi - \psi A_\mu) \quad (2.99)$$

avec : ,  $A_\mu = \sum_{i=1}^{24} \frac{\lambda_i A_\mu^i}{\sqrt{2}}$  et  $\psi = \sum_{i=1}^{24} \lambda^i \frac{\psi_i}{\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned} (D^\mu \psi)^+ &= \partial_\mu \psi + \frac{ig_5}{\sqrt{2}}(\psi^+ A_\mu^+ - A_\mu^+ \psi^+), \quad (\psi^+ = \psi, A^+ = A) \\ &= \partial_\mu \psi - \frac{ig_5}{\sqrt{2}}(A^\mu \psi - \psi A^\mu) \end{aligned} \quad (2.100)$$

Le terme cinétique du  $\mathcal{L}$  donne la masse aux bosons de jauge:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M_{X,Y}} &= (D^\mu \psi)^+ (D_\mu \psi) \\ &= -\frac{1}{2} \frac{g_5^2}{2} (A^\mu \psi_0' - \psi_0' A^\mu)(A_\mu \psi_0' - \psi_0' A_\mu) \\ &= \dots + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_{x_i}^2 X_i^+ X_\mu^- + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_{Y_i}^2 Y_i^+ Y_\mu^- \end{aligned} \quad (2.101)$$

Avec :  $m_{x_i}^2 = m_{Y_i}^2 = \frac{25}{8} g_5^2 \nu^2$  Donc la symétrie est brisée de  $SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes SU_Y(1)$ .

## 2.5.2 Étape 2

On passe a la deuxième étape de la brisure spontanée de symétrie, il s'agit de briser le groupe du modèle standard:  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes SU_Y(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes U_{em}(1)$ . On introduit un champ de Higgs  $H$  dont le potentiel s'écrit sous la forme:

$$V(H) = -\frac{\mu^2}{2} H^+ H + \frac{\lambda}{4} (H^+ H)^2 \quad (2.102)$$

Le champ de Higgs dans la jauge unitaire s'écrit:

$$H = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu_0 + h) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \tilde{H} \\ \bar{H} \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

où  $\tilde{H}$  est un scalaire triplet de couleur appel souvent *quiggs* et  $h$  est le Higgs physique du modèle standard.

On note par  $H_0$  la valeur moyenne de ce champ sur le vide (*vev*). Le *vev* capable de briser le groupe de jauge  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes SU_Y(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes U_{em}(1)$  et minimiser le potentiel (2.102) doit prendre la forme, ,

$$H_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\nu_0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.104)$$

avec  $\nu_0^2 = \frac{2\mu^2}{\lambda}$ .

On remplace le champ  $H$  dans le potentiel  $V(H)$ , on montre que la masse du boson  $h$  est donnée par,

$$m_h = \frac{\lambda\nu_0^2}{2} \quad (2.105)$$





# Modèle $SU(4) \otimes SU_{C'}(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Pourquoi le modèle “4321”</b>	<b>21</b>
<b>3.2</b>	<b>Structure du modèle 4321</b>	<b>21</b>
<b>3.3</b>	<b>Lagrangien des bosons de jauge</b>	<b>22</b>
<b>3.4</b>	<b>Brisure spontanée de symétrie</b>	<b>23</b>
3.4.1	Extraction des masses des bosons de jauge	25
3.4.2	Paramétrisation de $\Omega_3$	26
<b>3.5</b>	<b>Interaction des fermions</b>	<b>27</b>
<b>3.6</b>	<b>Règles de Feynman</b>	<b>28</b>
<b>3.7</b>	<b>Désintégration des particules hypothétiques: <math>G'</math>, <math>Z'</math> et <math>U</math></b>	<b>30</b>
3.7.1	Désintégration $G'$	30
3.7.2	Désintégration $Z'$	31
3.7.3	Désintégration du Leptoquark $U$	31

---

Dans ce chapitre on va étudier un scénario d'unification partielle qui porte le nom “le modèle 4321”. Ce modèle est basé sur le groupe de jauge  $SU(4) \otimes SU_{C'}(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . Nous montrons le contenu des champs de ce modèle ainsi que les bosons de jauge et comme ils doivent acquérir leurs masses par la brisure spontanée de symétrie de ce groupe en groupe de jauge du modèle standard. On conclut par donner les règles de Feynman et les taux de désintégrations des particules hypothétiques prédites par cette théorie notamment le coloron  $G'$ , le boson  $Z'$  et le lepto-quark vecteur  $U$ .

## 3.1 Pourquoi le modèle “4321”

La raison de construire le modèle “4321” est de résoudre quelques problèmes du modèle standard comme les anomalies dans la désintermédiation du méson  $B$ . On rappelle que le modèle standard souffre de plusieurs problèmes, on cite par exemple: La violation de CP où l'interaction faible ne conserve pas la symétrie de CP [11](la combinaison des symétries de conjugaison de charge et de parité). L'anomalie du méson B ( $q\bar{q}'$ )[12]. Les prédictions du SM de la valeur du moment magnétique du muon ne sont pas compatibles avec les données de l'expérience ... etc.

La phénoménologie du modèle 4321 est très riche à l'échelle du TeV car il contient plusieurs particules hypothétiques. Il génère un couplage entre les leptoquarks  $U$  de type vecteur (particules hypothétiques interagissant avec les quarks et les leptons) et les fermions du modèle standard, à cause de intégration de la couleur et l'hypercharge dans le groupe du model. Les nouvelles particules dans ce modèle sont: le coloron  $G'$ ,  $Z'$ , Leptoquark-vecteur  $U$ , et les bosons de Higgs-like  $G_0, G_s$ .

## 3.2 Structure du modèle 4321

Le modèle 4321 est invariant sous le groupe de jauge  $G_{4321} = SU(4) \otimes SU_{C'}(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . On présente les champs de jauge, couplages de jauge et les générateurs du groupe de jauge du modèles 4321 dans le tableau suivant[13],

Groupe	Champ de jauge	Couplage	Générateur
$SU(4)$	$H_\mu^A$	$g_4$	$T^A$
$SU_{C'}(3)$	$A_\mu^a$	$g_3$	$T^a$
$SU_L(2)$	$W_\mu^\alpha$	$g_2$	$T^\alpha$
$U_{Y'}$	$B'_\mu$	$g_1$	$S_{Y'}$

Table 3.1: les nom du champs fr jauge, couplagr et générateurs du model 4321 [13]

avec  $A = 1, 2, \dots, 15$ ,  $a = 1, 2, \dots, 8$  et  $\alpha = 1, 2, 3$ .

Les générateurs de ces groupes dans leurs représentations fondamentales sont normalisés et vérifient la relation suivante:

$$Tr[T^a T^b] = \frac{\delta^{ab}}{2} \quad (3.1)$$

Les générateurs de la sous-algèbre de Cartan [14] de  $SU(4)$  sont:

$$T^3 = \begin{pmatrix} +\frac{1}{2} & & & \\ & +\frac{1}{2} & & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad T^8 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & -2 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad T^{15} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -3 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Le générateur du groupe  $U(1)_{Y'}$  est :

$$S_{Y'} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -3 \end{pmatrix}, \quad \text{où } \alpha \text{ est une constante à déterminer} \quad (3.3)$$

Règle de branchement de  $SU(4) \rightarrow SU(3) \otimes U(1)$

$$\begin{cases} 4 \implies (3, \alpha) + (1, -3\alpha) \\ \bar{4} \implies (\bar{3}, -\alpha) + (1, 3\alpha) \\ 15 \implies (8, 0) + (1, 0) + (3, 4\alpha) + (\bar{3}, -4\alpha) \end{cases}$$

### 3.3 Lagrangien des bosons de jauge

Le Lagrangien des bosons de jauge est donné [15] par:

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} H_{\mu\nu}^A H^{A\mu\nu} + \frac{1}{4} A_{\mu\nu}^a A^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^\alpha W^{\alpha\mu\nu} - \frac{1}{4} B'_{\mu\nu} B'^{\mu\nu} \quad (3.4)$$

Les champs de jauge sont définis par:

$$\bullet H_{\mu\nu}^A = \partial_\mu H_\nu^A - \partial_\nu H_\mu^A + g_4 f^{ABC} H_\mu^B H_\nu^C \quad (3.5)$$

$$\bullet A_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_3 f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (3.6)$$

$$\bullet W_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu W_\nu^\alpha - \partial_\nu W_\mu^\alpha + g_2 f^{\alpha\beta\gamma} W_\mu^\beta W_\nu^\gamma \quad (3.7)$$

$$\bullet B'_{\mu\nu} = \partial_\mu B'^\nu - \partial_\nu B'^\mu \quad (3.8)$$

Les matrices des générateurs du groupe  $G_{4321}$  vérifient l'Algèbre de Lie:

$$\begin{cases} [T^A, T^B] = if^{ABC}T^C & A, B, C \implies 1, 2, \dots, 15 \\ [T^a, T^b] = if^{abc}T^c & a, b, c \implies 1, 2, \dots, 8 \\ [T^\alpha, T^\beta] = if^{\alpha\beta\gamma}T^\gamma & \alpha, \beta, \gamma \implies 1, 2, 3 \end{cases} \quad (3.9)$$

$\mathcal{L}_G$  est invariant sous les transformations de jauge locales suivantes:

$$\bullet H'_\mu = U_4 H_\mu U_4^{-1} - \frac{i}{g_4} (\partial_\mu U_4(x)) U_4^{-1}(x) ; \quad \begin{cases} H_\mu = T^A H_\mu^A \\ U_4(x) = e^{-i\alpha_A(x)T^A} \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\bullet A'_\mu = U_3 A_\mu U_3^{-1} - \frac{i}{g_3} (\partial_\mu U_3(x)) U_3^{-1}(x) ; \quad \begin{cases} A_\mu = T^a A_\mu^a \\ U_3(x) = e^{-i\alpha_a(x)T^a} \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\bullet W'_\mu = U_2 W_\mu U_2^{-1} - \frac{i}{g_2} (\partial_\mu U_2(x)) U_2^{-1}(x) ; \quad \begin{cases} W_\mu = T^\alpha W_\mu^\alpha \\ U_2(x) = e^{-i\alpha_\beta(x)T^\beta} \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\bullet B'_\mu = B_\mu - \frac{1}{g_1} \partial_\mu \beta(x) \quad ; \quad U_1(x) = e^{-i\beta(x)Y} \quad (3.13)$$

On rappelle que tous les champs de jauge doivent avoir des masses nulles pour préserver l'invariance de jauge.

### 3.4 Brisure spontanée de symétrie

La brisure du groupe  $G_{4321} \implies SU_C(3) \otimes U_Q(1)$  se déroule en deux étapes à l'aide des champs [13, 14, 15] scalaire  $\Omega_3$  et  $\phi$ . Leurs représentation est la suivante:  $\phi \sim (\bar{4}, 1, 1, -1/2)$ ,  $\Omega_3 \sim (\bar{4}, 3, 1, 1/6)$ .

#### ► Étape 1

$$\underbrace{SU(4) \otimes SU_{C'}(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_{Y'}(1)}_{\Omega_3} \xrightarrow{\Omega_3} \underbrace{SU_C(3) \otimes SU(2) \otimes U_Y(1)}$$

Pour briser la symétrie  $G_{4321} \rightarrow G_{321}$ , il faut un champ scalaire complexe  $\Omega_3$  appartient à la représentation  $(\bar{4}, 3)$  du groupe  $SU(4) \otimes SU_{C'}(3)$ , qui suit la loi de transformation:

$$\Omega'_3 = U_4^+ \Omega_3 U_3 \quad (3.14)$$

On note que  $\Omega_3$  est une matrice  $4 \times 3$ , donc 24 degrés de liberté. On dit que la symétrie est brisée si le champ dans le vide n'est pas invariant:

$$\begin{cases} \mathcal{L}'(\Omega'_3) = \mathcal{L} \\ \Omega'_{3o} \neq U_4^+ \Omega_{3o} U_3 \end{cases} \quad (3.15)$$

Le vev de  $\Omega_3$  qui vérifie ces condition s'écrit sous la forme suivante:

$$\Omega_{3o} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Remarque :

$$\begin{aligned}\Omega_o^3 &= e^{i\lambda \sum_i T_i^4} \Omega_{3o} e^{-i\lambda \sum_j T_j^3} \\ &\simeq \left(1 + i\lambda \sum_i T_i^4\right) \Omega_{3o} \left(1 - i\lambda \sum_j T_j^3\right) \\ &\simeq \Omega_{3o} + \lambda \left[ \sum_i T_i^4 \Omega_{3o} - \sum_j \Omega_{3o} T_j^3 \right] + \lambda^2(\dots)\end{aligned}$$

On néglige le dernier terme ( $\lambda^2(\dots)$ ), donc on obtient

$$\text{Si } T_i^4 \Omega_{3o} - \Omega_{3o} T_j^3 \begin{cases} = 0 & \text{La symétrie n'est pas brisée} \\ \neq 0 & \text{La symétrie est brisée} \end{cases}$$

On voit que :

$$\bullet T_i^4 \Omega_{3o} - \Omega_{3o} T_i^3 = 0 \text{ pour } i = 1, 2, \dots, 8 \quad (SU(3)) \quad (3.17)$$

$$\bullet T_i^4 \Omega_{3o} - \Omega_{3o} T_i^3 \neq 0 \text{ pour } i = 9, 10, \dots, 15 \quad (3.18)$$

$$(T_i^3 = \alpha I_{(3 \times 3)} \text{ pour } i = 9, \dots, 15)$$

$$\bullet \frac{2}{\sqrt{16}} T_{15}^4 \Omega_{3o} - \Omega_{3o} T_{15}^3 = 0 \quad (\alpha = 1/3) \quad (3.19)$$

Pour une bonne explication prenons un exemple pour  $i=1, \dots, 8$ :

$$\begin{aligned}\text{Les générateurs de } SU(4), SU(3) &\implies T_1^4 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T_1^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \rightarrow T_1^4 \Omega_{3o} - \Omega_{3o} T_1^3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0\end{aligned}$$

Pour  $i=9, \dots, 15$

$$\begin{aligned}T_9^4 \Omega_{3o} - \Omega_{3o} T_9^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T_1^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \rightarrow T_1^4 \Omega_{3o} - \Omega_{3o} T_1^3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \alpha \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} - \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq 0\end{aligned}$$

Donc ,

- ▶ les générateurs de  $SU(3) \subset SU(4)$  ne sont pas brisés
- ▶ Le générateur  $Y_4 = \frac{2}{\sqrt{16}}T_{15}^4 deU_4(c)$  n'est pas brisé

Le potentiel associé au champ scalaire  $\Omega_3$  s'écrit sous la forme suivante:

$$V(\Omega_3) = \frac{1}{4}\lambda_1 \left[ Tr(\Omega_3^+ \Omega_3) - 3a^2 \right]^2 + \frac{1}{2}\lambda_2 Tr \left[ \Omega_3^+ \Omega_3 - a^2 I_3 \right] \quad (3.20)$$

Le Lagrangien de higgs est :

$$\mathcal{L}_\Omega = Tr \left[ (D_\mu \Omega_3)^+ (D^\mu \Omega_3) \right] - V(\Omega_3) \quad (3.21)$$

Avec :

$$D_\mu \Omega_3 = \left[ \partial_\mu + ig_4 H_\mu - ig_3 A_\mu - g_1 S_{Y'} B' \right] \cdot \Omega_3 \quad (3.22)$$

Et on définit les nouveaux bosons de jauge (massifs et non massifs) par:

#### ▶ Massifs

$$\bullet U_\mu^{1,2,3\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (H_\mu^{9,11,13} \pm iH_\mu^{10,12,14}) \quad (\text{Leptonquark}) \quad (3.23)$$

$$\bullet G_\mu^{a'} = \frac{g_4 H_\mu^a - g_3 A_\mu^a}{\sqrt{g_3^2 + g_4^2}} \quad (\text{coloron}) \quad (3.24)$$

$$\bullet Z'_\mu = \frac{\sqrt{2/3}g_4 H_\mu^{15} - g_1 B'_\mu}{\sqrt{(2/3)g_4^2 + g_1^2}} \quad (\text{Z prime}) \quad (3.25)$$

#### ▶ Non-massifs

$$\bullet G_\mu^a = \frac{g_3 H_\mu^a - g_4 A_\mu^a}{\sqrt{g_3^2 + g_4^2}} \quad (\text{gluon}) \quad (3.26)$$

$$\bullet B_\mu = \frac{g_1 H_\mu^{15} + \sqrt{2/3}g_4 B'_\mu}{\sqrt{g_1^2 + (2/3)g_4^2}} \quad (\text{photon}) \quad (3.27)$$

où les constantes de couplage du SM sont donnés par:

$$\begin{cases} g_Y = \frac{g_1 g_4}{\sqrt{g_4^2 + (2/3)g_1^2}} \\ g_s = \frac{g_3 g_4}{\sqrt{g_3^2 + g_4^2}} \end{cases} \quad (3.28)$$

### 3.4.1 Extraction des masses des bosons de jauge

Pour extraire les masses des bosons de jauge, il faut remplacer  $\Omega_3$  par  $\Omega_{3o}$  dans l'expression (3.21) et on prend que le terme cinétique (le premier terme du Lagrangien),

$$Tr \left[ (D_\mu \Omega_{3o})^+ (D^\mu \Omega_{3o}) \right] = \dots + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_{U_i}^2 U_{\mu_i}^+ U_i^{-\mu} + \frac{1}{2} m_{Z'}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 m_{G'}^2 + \dots \quad (3.29)$$

Pour fixer  $\alpha$ , on impose que  $m_B = 0$ , on trouve  $\rightarrow \alpha = 1/4$

$$\text{Alors, les masses sont données par :} \quad \begin{cases} m_{Z'}^2 = \frac{3}{8}a^2(g_1^2 + \frac{2}{3}g_4^2) \\ m_U^2 = a^2 g_4^2 \\ m_{G'}^2 = a^2(g_4^2 + g_3^2) \\ m_G^2 = 0 \\ m_B^2 = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

### 3.4.2 Paramétrisation de $\Omega_3$

Le champ scalaire  $\Omega_3$  possède  $2 \times 3 \times 4 = 24$  degrés de liberté  $8 + 1 + 6$  non physique, qui correspond aux bosons de Nambu-Goldstone absorbés par les  $8 + 1 + 6$  bosons de jauge massifs. Donc, il reste 9 degrés de liberté physique (les bosons de Higgs physique)

#### Décomposition de $\Omega_3$

on a  $\Omega_3 = (\bar{4}, 3)$  avec  $\bar{4} \rightarrow (\bar{3}, -\alpha) \oplus (1, 3\alpha)$

Donc  $(\bar{4}, 3) \rightarrow [(\bar{3}, -\alpha) \oplus (1, 3\alpha)] \otimes (3, \alpha)$

$\rightarrow (\bar{4}, 3) = (1, 0) \oplus (8, 0) \oplus (3, 4\alpha)$

Dans la jauge unitaire (on se débarasse de tous les bosons de Goldstone),  $\Omega_3$  s'écrit sous la forme:

$$\Omega_3 = \begin{bmatrix} aI_3 + \chi/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Avec :

$$\begin{cases} \bullet G_0^a = Tr[\lambda^a]\chi ; a = 1, ..8 & , (\text{scalaire octet}) \\ \bullet G_s = \sqrt{\frac{2}{3}}Tr[\chi] & , (\text{scalaire singlet}) \\ \bullet \chi^+ = \chi \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\implies \chi = \frac{1}{\sqrt{6}}G_s + \frac{1}{2}\lambda^a G_0^a \quad (3.33)$$

Dans la jauge unitaire  $\Omega_3$  s'écrit sous la forme:

$$\Omega_3 = \begin{pmatrix} a + \frac{G_s}{\sqrt{6}} + \frac{1}{2}(G_0^3 + \frac{G_0^8}{\sqrt{3}}) & \frac{1}{2}(G_0^1 - iG_0^2) & \frac{1}{2}(G_0^4 - iG_0) \\ \frac{1}{2}(G_0^1 + iG_0^2) & a + \frac{G_s}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2}(G_0^3 - \frac{G_0^8}{\sqrt{3}}) & \frac{1}{2}(G_0^6 - iG_0) \\ \frac{1}{2}(G_0^4 + iG_0^5) & \frac{1}{2}(G_0^8 + iG_0^7) & a + \frac{G_s}{\sqrt{6}} - \frac{G_0}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Et le potentiel devient:

$$V(\Omega_3) = \dots \frac{1}{2}m_{G_s}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 m_{G_{0i}}^2 + \dots \quad (3.35)$$

Avec les masses :

$$\begin{cases} m_{G_s}^2 = a^2(3\lambda_1 + 2\lambda_2) \\ m_{G_0^a}^2 = 2a^2\lambda_2 \end{cases} \quad (3.36)$$

#### ► Étape 2

Brisure  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \implies SU_C(3) \otimes U_Q(1)$

Pour briser la symétrie  $G_{321} \rightarrow G_{31}$ , on a besoin d'un doublet de champ scalaire  $\phi$  qui suis la lois de transformation:  $\phi' = U_4^+ \phi$  sous le groupe  $SU(4) \otimes SU_{C'}(3)$ .

Dans la jauge unitaire  $\phi$  s'écrit:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + h \end{pmatrix} \text{ où h est le Higgs physique} \quad (3.37)$$

En fait,  $\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix}$  brise le groupe de jauge  $SU_L(2) \otimes U_Y(1) \implies U_Q(1)$

On définit les Champs massifs est non massifs après la deuxième *SSB* par :

$$\begin{cases} \bullet a_\mu = \frac{g_Y W_\mu^3 + g_2 B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} \\ \bullet Z_\mu = \frac{g_2 W_\mu^3 - g_Y B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} \\ \bullet W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \pm i W_\mu^2}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (3.38)$$

On obtient les masses des bosons de jauge par le calcul du terme cinétique du Lagrangien:

$$(D_\mu \phi_0)^\dagger (D^\mu \phi_0) = \dots \left[ (-ig_2 W_\mu - ig_Y B_\mu) \phi_0 \right]^2 \quad (3.39)$$

$$= -\frac{1}{2} 0^2 a_\mu a^\mu + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + m_W^2 W_\mu W^\mu + \dots \quad (3.40)$$

$$\begin{cases} \bullet m_{a_\mu}^2 = 0 \\ \bullet m_Z^2 = \frac{1}{4} \mu^2 (g_2^2 + g_Y^2) \\ \bullet m_W^2 = \frac{g_2^2 \mu^2}{4} \end{cases} \quad (3.41)$$

Le potentiel de Higgs complet est: ( $\xi = \Omega_3$ )

$$\begin{aligned} V(\phi) = & \frac{1}{4} \lambda_1 \left[ \text{Tr}(\xi^+ \xi) - 3a^2 \right]^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 \text{Tr} \left[ \xi^+ \xi - a^2 I_3 \right]^2 + \frac{1}{4} \lambda_3 \left[ \phi^+ \phi - \frac{\nu^2}{2} \right]^2 \\ & + \lambda_4 \left[ \phi^+ \phi - \frac{\nu^2}{2} \right] \left[ \text{Tr}(\xi^+ \xi) - 3a^2 \right] \end{aligned} \quad (3.42)$$

Avec :  $\bullet \lambda_1$  et  $\lambda_2$ : Paramètres sans dimension

$\bullet \lambda_3$  et  $\lambda_4$ : constantes de couplage sans dimension.

$\bullet a$ : paramètre de masse.

Le dernier terme du potentiel signifie que la composante singlet  $G_S$  se mélange avec le champ de Higgs, les états propres de masse sont données par:

$$\begin{cases} \phi_1 = h \cos \theta_h + G_S \sin \theta_h \\ \phi_2 = -h \sin \theta_h + G_S \cos \theta_h \end{cases} \quad (3.43)$$

où  $\theta_h$  c'est l'angle de mélange.

La relation entre les masses  $m_{G_S}$ ,  $m_h$  et l'angle  $\theta_h$  est :  $\tan 2\theta_h = -\frac{2\sqrt{6}\lambda_4 \nu a}{m_{G_S}^2 - m_h^2}$ .

$$\text{Avec : } m_h^2 = \frac{1}{2} \lambda_3 \nu^2 \quad (3.44)$$

### 3.5 Interaction des fermions

Le terme cinétique qu'on obtient à partir de l'action de la dérivée covariante sur les champs des fermions conduit à des interactions gauche et droite (sont exprimées par  $\mathcal{L}_L$  et  $\mathcal{L}_R$ ) entre les fermions et les bosons de jauge massifs.

Field	$SU(4)$	$SU(3)'$	$SU_2(L)$	$U(1)'$	$U_{B'}(1)$	$U_{L'}(1)$
$q_L^i$	1	3	2	1/6	1/3	0
$U_R^i$	1	3	1	2/3	1/3	0
$d_R^i$	1	3	1	-1/3	1/3	0
$l_L^i$	1	1	2	-1/2	0	1
$l_R^i$	1	1	1	-1	0	1
$\psi_L^i$	4	1	2	0	1/4	1/4
$\psi_R^i$	4	1	2	0	1/4	1/4
$H$	1	1	2	1/2	0	0
$\Omega_3$	$\bar{4}$	3	1	1/6	1/12	-1/4
$\phi$	$\bar{4}$	1	1	-1/2	-1/4	3/4

Table 3.2: Le contenu du champ pour le modèle 4321

$U_{B'}(1), U_{L'}(1)$ : symétries globales accidentelles. On voit que les champs des fermions  $q_L^i, U_R^i, d_R^i, l_L^i$  et  $e_R^i$  sont des singlets de  $SU(4)$ .

### Interaction gauche

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_L \supset & \frac{g_4}{\sqrt{2}} \bar{Q}'_L \gamma^\mu L'_L U_\mu + H.c + \frac{g_4 g_s}{g_3} \left( \bar{Q}'_L \gamma^\mu T^a Q'_L - \frac{g_3^2}{g_4^2} \bar{q}'_L \gamma^\mu T^a q'_L \right) g_\mu^a \\
& + \frac{1}{6} \frac{\sqrt{3} g_4 g_Y}{\sqrt{2} g_1} \left( \bar{Q}'_L \gamma^\mu Q'_L - \frac{2g_1^2}{3g_4^2} \bar{q}'_L \gamma^\mu q'_L \right) Z'_\mu \\
& - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3} g_4 g_Y}{\sqrt{2} g_1} \left( \bar{L}'_L \gamma^\mu L'_L - \frac{2g_1^2}{3g_4^2} \bar{l}'_L \gamma^\mu l'_L \right) Z'_\mu
\end{aligned} \quad (3.45)$$

### Interaction droite

:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_R \supset & \frac{g_4}{\sqrt{2}} \bar{Q}'_R \gamma^\mu L'_R U_\mu + H.c + \frac{g_4 g_s}{g_3} \left( \bar{Q}'_R \gamma^\mu T^a Q'_R - \frac{g_3^2}{g_4^2} (\bar{u}'_R \gamma^\mu T^a u'_R + \bar{d}'_R \gamma^\mu T^a d'_R) \right) g_\mu^a \\
& + \frac{1}{6} \frac{\sqrt{3} g_4 g_Y}{\sqrt{2} g_1} \left( \bar{Q}'_R \gamma^\mu Q'_R - \frac{4g_1^2}{3g_4^2} (2\bar{u}'_R \gamma^\mu u'_R - \bar{d}'_R \gamma^\mu d'_R) \right) Z'_\mu \\
& - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3} g_4 g_Y}{\sqrt{2} g_1} \left( \bar{L}'_R \gamma^\mu L'_R - \frac{4g_1^2}{3g_4^2} \bar{e}'_R \gamma^\mu e'_R \right) Z'_\mu
\end{aligned} \quad (3.46)$$

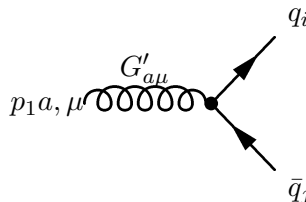
Les Interactions entre le champ de higgs et les champs fermioniques sont exprimés en fonction du Lagrangien de yukawa:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y \supset & -\bar{q}'_L Y_d H d'_R - \bar{q}'_L Y_u \tilde{H} u'_R - \bar{l}'_L Y_l H e'_R \\
& -\bar{q}'_L \lambda_q \Omega_3^T \psi_R - \bar{l}'_L \lambda_l \Omega_1^T \psi_R - \bar{\psi}_L M \psi_R + H.C..
\end{aligned} \quad (3.47)$$

## 3.6 Règles de Feynman

Les règles de Feynman liées au Lagrangien du modèle “4321” entre les nouveaux bosons de jauge: coloron et  $Z'$ , Leptoquark  $U$  de type vecteur et les particules du modèle standard sont :

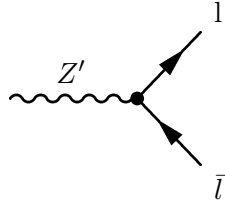
- $G' - q - \bar{q}$ :



$$i g_{G'} T_{ij}^a \kappa_{Lq\bar{q}} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} + i g_{G'} T_{ij}^a \kappa_{Rq\bar{q}} \gamma^\mu \frac{1 + \gamma_5}{2}$$

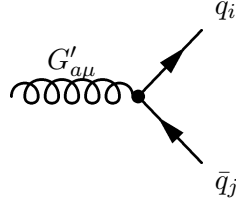


- $l - \bar{l} - Z'$



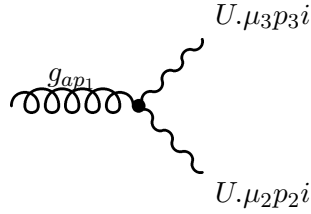
$$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}ig_{Z'}\zeta_{\bar{l}}\gamma^\mu\frac{1-\gamma_5}{2}$$

- $Z' - q_d - \bar{q}_d$ :



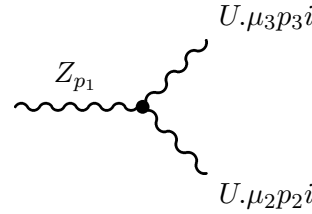
$$\frac{1}{2\sqrt{6}}\left[ig_{Z'}\zeta_{Lq\bar{q}}\gamma^\mu\frac{1-\gamma_5}{2}+ig_{Z'}\zeta_{Rq\bar{q}}\gamma^\mu\frac{1+\gamma_5}{2}\right]$$

- $g - U - U$ :



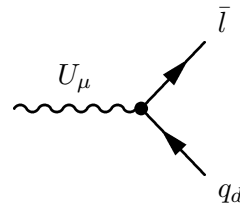
$$\begin{aligned} & -ig_s p_1^{\mu_3} g_{\mu_1 \mu_2} T_{ij}^a + ig_s \kappa_u p_1^{\mu_3} g_{\mu_1 \mu_2} T_{ij}^a + ig_s p^{\mu_3} g_{\mu_1 \mu_2} T_{ij}^a \\ & + ig_s \kappa_u p_1^{\mu_2} g_{\mu_1 \mu_3} T_{ij}^a - ig_s \kappa_u p^{\mu_2} g_{\mu_1 \mu_3} T_{ij}^a - ig_s p^{\mu_2} g_{\mu_1 \mu_3} T_{ij}^a \\ & - ig_s p^{\mu_1} g_{\mu_2 \mu_3} T_{ij}^a + ig_s p_3^{\mu_1} g_{\mu_2 \mu_3} T_{ij}^a \end{aligned}$$

- $U - U - Z$ :



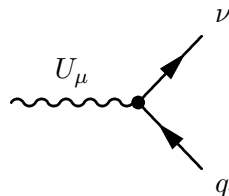
$$\begin{aligned} & \frac{2ie p_1^{\mu_3} g_{\mu_1, \mu_2} \sin w}{3 \cos w} - \frac{2ie p_2^{\mu_3} g_{\mu_1 \mu_2} \sin w}{3 \cos w} \\ & - \frac{2ie p_1^{\mu_2} g_{\mu_1, \mu_3} \sin w}{3 \cos w} + \frac{2ie p_3^{\mu_2} g_{\mu_1 \mu_3} \sin w}{3 \cos w} \\ & - \frac{2ie \kappa_u p_3^{\mu_2} g_{\mu_1, \mu_3} \sin w}{3 \cos w} + \frac{2ie p_2^{\mu_1} g_{\mu_2 \mu_3} \sin w}{3 \cos w} \\ & - \frac{2ie p_3^{\mu_1} g_{\mu_2, \mu_3} \sin w}{3 \cos w} + \frac{2ie \kappa_u p_3^{\mu_1} g_{\mu_2 \mu_3} \sin w}{3 \cos w} \end{aligned}$$

- $\bar{l} - q_d - U^+$ :



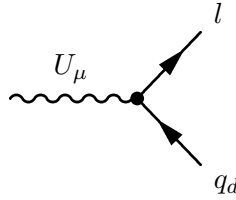
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[g_u \beta_{Ll d} \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} + g_u \beta_{Rl d} \gamma^\mu \frac{1+\gamma_5}{2}\right]$$

- $\nu_l - q_u - U$ :



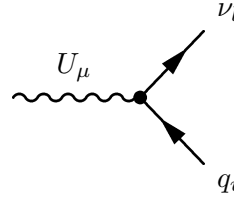
$$\frac{1}{\sqrt{2}}g_u \beta_{L\nu_l q_u} \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2}$$

- $q_d - l - U$ :



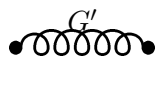
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ ig_u \beta_{Llq} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} + ig_u \beta_{Rlq} \gamma^\mu \frac{1 + \gamma_5}{2} \right]$$

- $q_u - \nu_l - U$ :




$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ ig_u \beta_{Lqu} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right]$$

- Propagateur du coloron




$$\frac{-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_{G'}^2}}{q^2 - M_{G'}^2}$$

- Coloron entrant :



$$\varepsilon_\mu^a(k)$$

- Coloron sortant :



$$\varepsilon_\mu^{*a}(k)$$

## 3.7 Désintégration des particules hypothétiques: $G'$ , $Z'$ et $U$

### 3.7.1 Désintégration $G'$

Les modes de désintégration du coloron sont:

- $G' \rightarrow d\bar{d}$
- $G' \rightarrow s\bar{s}$
- $G' \rightarrow b\bar{b}$
- $G' \rightarrow u\bar{u}$
- $G' \rightarrow c\bar{c}$
- $G' \rightarrow t\bar{t}$

Le calcul de taux de désintégration pour chaque désintégration donne:

$$\blacktriangleright \Gamma(G' \rightarrow q\bar{q}) = \frac{g_{G'}^2 (\kappa_L^2 + \kappa_R^2) M_{G'}^4}{48\pi M_{G'}^3} \quad (3.48)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(G' \rightarrow t\bar{t}) = \frac{1}{48\pi M_{G'}^3} g_{G'}^2 \sqrt{M_{G'}^4 - 4M_{G'}^2 M_T^2 (\kappa_R (3\xi M_T^2 + \kappa_R (M_{G'}^2 - M_T^2)) + (3\kappa_R M_T^2 + \xi (M_{G'}^2 - M_T^2)) \xi)} \quad (3.49)$$

### 3.7.2 Désintégration $Z'$

Les modes de désintégration du  $Z'$  sont:

- $Z' \rightarrow \mu\mu^-$  •  $Z' \rightarrow \mu ta^-$  •  $Z' \rightarrow \tau\mu^-$  •  $Z' \rightarrow \tau\tau^-$
- $Z' \rightarrow \nu_\mu\nu_\mu^-$  •  $Z' \rightarrow \nu_\mu\nu_t^-$  •  $Z' \rightarrow \nu_t\nu_\mu$  •  $Z' \rightarrow \nu_t\nu_t^-$
- $Z' \rightarrow d\bar{d}$  •  $Z' \rightarrow s\bar{s}$  •  $Z' \rightarrow b\bar{b}$  •  $Z' \rightarrow u\bar{u}$  •  $Z' \rightarrow c\bar{c}$  •  $Z' \rightarrow t\bar{t}$
- $Z' \rightarrow u\bar{c}$  •  $Z' \rightarrow u\bar{t}$  •  $Z' \rightarrow c\bar{u}$  •  $Z' \rightarrow c\bar{t}$  •  $Z' \rightarrow t\bar{u}$  •  $Z' \rightarrow t\bar{c}$

Le calcul des taux de désintégration donne:

$$\blacktriangleright \Gamma(Z' \rightarrow ll^-) = \frac{g_{Z'}^2 M_{Z'}^4 (\zeta_L^2 + \zeta_R^2)}{64\pi M_{Z'}^3} \quad (3.50)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(Z' \rightarrow ll') = \frac{g_{Z'}^2 M_{Z'}^4 \zeta_L^2}{64\pi M_{Z'}^3} \quad (3.51)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(Z' \rightarrow \nu_l \nu_l') = \frac{g_{Z'}^2 M_{Z'}^4 \zeta_L^2}{64\pi M_{Z'}^3} \quad (3.52)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q}) = \frac{g_{Z'}^2 M_{Z'}^4 (\zeta_L^2 + \zeta_R^2)}{192\pi M_{Z'}^3} \quad (3.53)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q}') = \frac{g_{Z'}^2 \zeta_L M_{Z'}^4 \zeta_R}{192\pi M_{Z'}^3} \quad (3.54)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(Z' \rightarrow q\bar{t}) = \frac{g_{Z'}^2 \zeta_L (M_T^2 - M_{Z'}^2)^2 (M_T^2 + 2M_{Z'}^2) \zeta_R}{384 M_{Z'}^2 \pi M_{Z'}^3} \quad (3.55)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(Z' \rightarrow t\bar{t}) = \frac{1}{192\pi M_{Z'}^3} g_{Z'p}^2 \sqrt{M_{Z'}^4 - 4M_{Z'}^2 M_T^2} (\zeta_R (3\xi M_T^2 + (M_{Z'}^2 - M_T^2)\zeta_R) + (\xi(-M_T^2 + M_{Z'}^2) + 3M_T^2 \zeta_R)\xi_L) \quad (3.56)$$

### 3.7.3 Désintégration du Leptoquark $U$

Les modes de désintégration du Leptoquark vectoriel sont:

- $U \rightarrow d\tau^-$  •  $U \rightarrow s\tau^-$  •  $U \rightarrow b\tau^-$  •  $U \rightarrow b\mu^-$
- $U \rightarrow u\nu_\mu^-$  •  $U \rightarrow c\nu_\mu^-$  •  $U \rightarrow t\nu_\mu^-$
- $U \rightarrow u\nu_\tau^-$  •  $U \rightarrow c\nu_\tau^-$  •  $U \rightarrow t\nu_\tau^-$

Le calcul des taux de désintégration donne:

$$\blacktriangleright \Gamma(U \rightarrow q\tau^-, b\mu^-) = \frac{\beta^2 g_u^2 m_U^4}{48\pi m_V^3} \quad (q = d, s) \quad (3.57)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(U \rightarrow q\nu_\mu^-, q\nu_\tau^-) = \frac{g_u^2 \xi m_U^4 \xi^+}{48m_V^3} \quad (q = u, c) \quad (3.58)$$

$$\blacktriangleright \Gamma(U \rightarrow t\nu_\mu^-, t\nu_\tau^-) = \frac{g_U^2 \xi (M_T^2 - M_U^2)^2 (M_T^2 + 2M_U^2) \xi^+}{96M_U^2 \pi M_U^3} \quad (3.59)$$



# Physique du coloron $G'$ et du boson $Z'$ dans le modèle 4321

---

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Section efficace hadronique et outils de calcul</b>	<b>33</b>
4.1.1	Grand collisionneur hadronique <i>LHC</i>	33
4.1.2	Fonctions de distributions partoniques	34
4.1.3	Section efficace hadronique et partonique	35
4.1.4	Variables cinématique	36
4.1.5	Programmes de calcul de la section efficace	36
4.1.6	Parton shower	38
<b>4.2</b>	<b>Physique du coloron <math>G'</math></b>	<b>39</b>
4.2.1	Mode de désintégration du coloron	39
4.2.2	Production du coloron $G'$	41
4.2.3	Distributions différentielles en fonction des variables cinématiques	44
<b>4.3</b>	<b>Physique du boson <math>Z'</math></b>	<b>45</b>
4.3.1	Pourquoi le boson $Z'$ ?	46
4.3.2	Variation de la section efficace en fonction de la masse	46
4.3.3	Section efficace différentielle en fonction de la masse invariante	47
4.3.4	Section efficace différentielle en fonction du moment transverse	48

---

Dans ce chapitre, on fait une étude phénoménologique du modèle 4321. On se concentre sur la production indirecte du coloron  $B'$  et du boson  $Z'$  et leurs effets sur la production d'une paire de quarks top au LHC. On utilise le package `hip` pour calculer les carrés des amplitudes analytiquement et `MadGraph` pour calculer numériquement les sections efficaces hadroniques et `MadAnalysis` pour produire les sections efficaces différentielles.

## 4.1 Section efficace hadronique et outils de calcul

### 4.1.1 Grand collisionneur hadronique *LHC*

En 1999 c'était le début d'une fabrication d'une grande piste de course du monde appelé "*LHC*", dans le but d'achever le modèle standard et la théorie de l'unification des forces de l'univers [16, 17, 18]. Il a commencé ses activités en 10 septembre 2008. Ce grand collisionneur est un outil nécessaire aux scientifiques qui travaillent dans le domaine de physique des particules. Le "*LHC*" fait partir d'un réseau d'accélérateur situé au CERN ( voir la figure ), dans le long couloir circulaire de 27 kilomètre *LHC* va accélèrent faisceaux de particules de même type par exemple les collision de protons à une énergie de 14 TeV au centre de quatre détecteurs: ATLAS, ALice, LHCb et CMS. Le plus grand succès du *LHC* est tombée le 4 juillet 2012 c'est la détection du boson de Higgs dans une région de masse de l'ordre des 129 GeV, qui a valu le prix Nobel

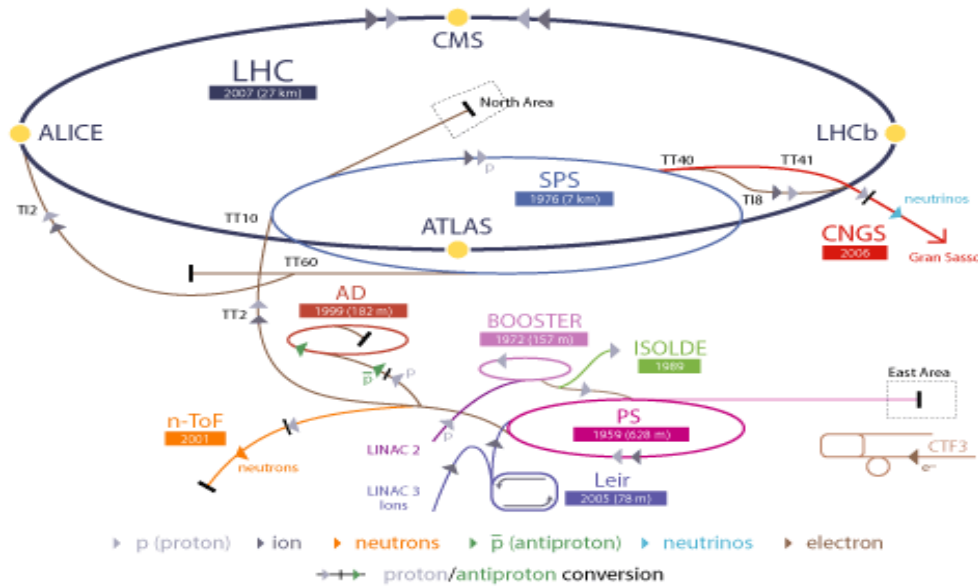


Figure 4.1: Shéma du réseau d'accélérateurs du CERN

Le nombre de collision produit par unité  $cm^{-2}.s^{-1}$  peut être quantifier par la luminosité instantanée  $\mathcal{L}$ , on peut relier cette dernière avec la section efficace  $\sigma$  du processus suivant l'expression:

$$N = \mathcal{L} \cdot \sigma \quad (4.1)$$

où  $N$  est le taux de détection des évènements associée au processus.  
 $\mathcal{L}$  est donnée suivant la relation :

$$\mathcal{L} = \frac{N^2 A f}{4\pi \sigma_x \sigma_y} F \quad (4.2)$$

Avec :

$N$  : Le nombre de protons par paquet

$A$  : Le nombre de paquets dans les faisceaux

$f$  : La fréquence de révolution des protons

$F$  : un facteur géométrique

$\sigma_{x,y}$  : La section efficace des faisceaux dans le plan transversal au point d'interaction

### 4.1.2 Fonctions de distributions partoniques

L'étude des interactions forte est très importante pour comprendre le comportement des partons qui décrit la structure des hadrons et modéliser les interactions avec les hadrons à haute énergie. Pour comprendre la distribution de ces partons à l'intérieur des hadrons (par exemple: le proton qui contient deux quarks up et un down) on a besoin des Fonctions de distributions partoniques  $PDF$  qui décrit la physique à basse énergie, elle exprime la densité de probabilité de trouver un parton avec une fraction  $x$  de la quantité de mouvement longitudinale d'hadron. Malheureusement ces Fonctions ne peuvent pas être calculé analytiquement dans le régime perturbatif de la  $QCD$  à cause de l'échelle d'énergie  $\mu_F$  mais on peut évaluer les  $PDF$  d'un parton du proton soit quark ou gluon à d'autres échelles d'énergie à l'aide des équations d'évolution  $DGLAP$ .

On exprime la variation des  $PDF$  en fonction de la variable de Bjorken  $x$  qui représente la fraction d'énergie d'un parton, et l'échelle de factorisation  $\mu_F$  dans la figure (4.2):

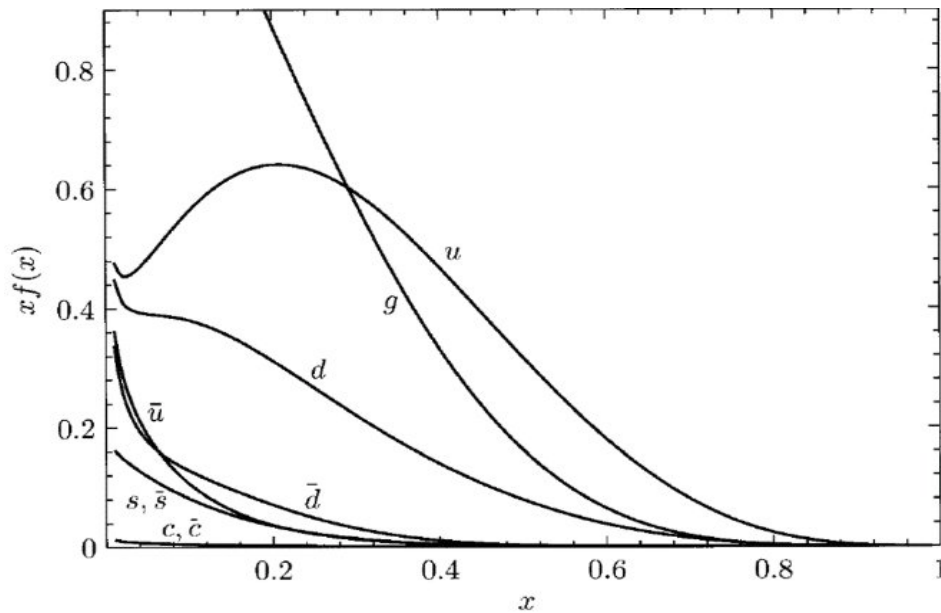


Figure 4.2

### 4.1.3 Section efficace hadronique et partonique

En physique des particules la section efficace est une grandeur physique reliée à la probabilité d'un processus de diffusion. L'unité de la section efficace et l'unité de surface "barn"  $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$ . Le modèle des partons décrit la section efficace à haute énergie de la collision des hadrons avec d'autres particules comme une somme incohérente des sections efficaces des partons dans les hadrons.

La collision de deux hadrons  $H_1$  et  $H_2$  est exprimée par la figure (4.3) avec  $p_i$  et  $p_j$  sont les impulsions des partons à l'intérieur de ces hadrons  $p_i = x_1 P_1$  et  $p_j = x_2 P_2$  ( $P_1, P_2$  sont les impulsions des hadrons).

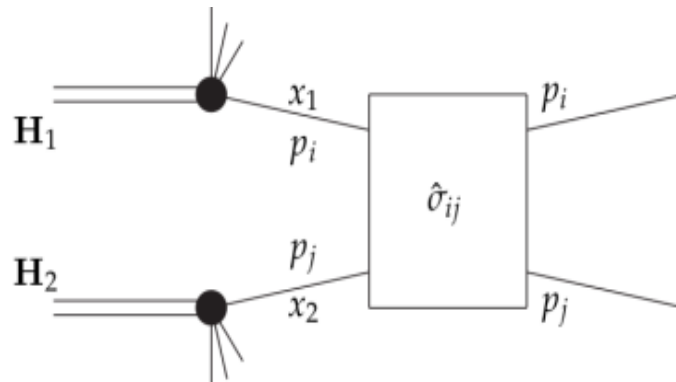


Figure 4.3: Le modèle de parton "collision hadron-hadron"

La section efficace hadronique s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma^{had} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 f_i^{H_1}(x_1, \mu_F^2) f_j^{H_2}(x_2, \mu_F^2) \sigma^{part} \quad (4.3)$$

où :

- $i, j = u, d, s, c, b, g$
- $f_i^H$  : Fonction de distribution partonique
- $\sigma^{part}$  : section efficace partonique

- $\mu_F^2$  : échelle de factorisation

#### 4.1.4 Variables cinématique

La section efficace différentielle c'est un outil important en physique des particules puisqu'elle permet de comparer la théorie avec [19] l'expérience. Pour la mesurer on a besoin des variables cinématiques: rapidité  $y$ , pseudo-rapidité  $\eta$ , masse transverse  $M_T$  et l'impulsion transverse  $P_T$ .

- **Masse Transverse  $M_T$** : c'est une quantité invariante sous la transformation de Lorentz, elle est donnée par:

$$M_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + m^2} \quad (4.4)$$

où  $m$  est la masse invariante

- **Impulsion Transverse  $P_T$** : la quantité de mouvement mesurée dans le plan  $xy$ :

$$P_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (4.5)$$

- **Rapidité  $y$** : quantité sans dimension associée à la vitesse de la lumière:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} \quad (4.6)$$

- **Pseudo-rapidité  $\eta$** : un paramètre géométrique définit par:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{P + p_z}{P - p_z} \right] = - \ln \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (4.7)$$

avec :  $\theta$  est l'angle polaire entre  $p_z$  et  $P$ .

#### 4.1.5 Programmes de calcul de la section efficace

Dans ce chapitre, nous allons étudier la production d'une paire de top quark au LHC. Nous allons utiliser le package `hip` pour calculer analytiquement les carrés des amplitudes et `MadGraph` pour calculer numériquement la section efficace hadronique. Nous allons aussi produire les distributions différentielles sur  $p_T$  et sur la masse invariante de la paire de top quarks par `MadAnalysis` dans les approximations `fLO` (fixed leading order) et `LO` interfacé au parton shower (`LO+PS`).

##### 4.1.5.1 Programme "hip"

C'est un ensemble de packages écrit en langage `mathematica` qui permet de calculer les amplitudes et leurs carrés à l'ordre de born. On cite quelques commandes de base de ce code:

- **Absquared [..]**: pour calculer le carré d'amplitude
- **Contract [..]**: pour contracter sur les indices de lorentz
- **DiracGamma5**: matrice de dirac  $\gamma_5$
- **DiracGamma [..]**: matrice de dirac  $\gamma_\mu$
- **SetMass [..]**: pour déclarer les masses des particules
- **SetMandelstam [..]**: pour écrire les impulsions en fonction des variables de Mandelstam (S,U,T)
- **SetReal [..]**: pour déclarer les variables réels
- **Slash[..]**: slash de Feynman  $\not{p}$
- **SpinorU[..]**: spineur de Dirac U
- **SpinorV[..]**: spineur de Dirac V
- **SpinorUbar[..]**: spineur de Dirac  $\bar{U}$
- **SpinorVbar[..]**: spineur de Dirac  $\bar{V}$
- **PrepareIndex[..]**: pour déclarer les indices de lorentz ( $\mu, \nu$ )



### 4.1.5.2 Programme "MadGraph5"

un programme écrit en langage Python, qui permet de calculer la section efficace hadronique a l'ordre LO et NLO. pour générer un processus et calculer la section efficace, on suit les étapes suivantes:

- Télécharger MadGraph5 sur <https://launchpad.net/MadGraph5>
- Lancer le programme : `./bin/mg5/aMC`

```

Loading default model: sm
INFO: Restrict model sm with file models/sm/restrict_default.dat .
INFO: Run "set stdout_level DEBUG" before import for more information.
INFO: Change particles name to pass to MG5 convention
Defined multiparticle p = g u c d s u~ c~ d~ s~
Defined multiparticle j = g u c d s u~ c~ d~ s~
Defined multiparticle l+ = e+ mu+
Defined multiparticle l- = e- mu-
Defined multiparticle vl = ve vm vt
Defined multiparticle all = ve~ vm~ vt~
Defined multiparticle all = g u c d s u~ c~ d~ s~ a ve vm vt e- mu- ve~ vm~ vt~
e+ mu+ t b t~ b~ z w+ h w- ta- ta+
MG5_aMC>

```

- Importer le model VLQ : `import model vector_LQ_UFO`

```

Loading default model: sm
INFO: Restrict model sm with file models/sm/restrict_default.dat .
INFO: Run "set stdout_level DEBUG" before import for more information.
INFO: Change particles name to pass to MG5 convention
Defined multiparticle p = g u c d s u~ c~ d~ s~
Defined multiparticle j = g u c d s u~ c~ d~ s~
Defined multiparticle l+ = e+ mu+
Defined multiparticle l- = e- mu-
Defined multiparticle vl = ve vm vt
Defined multiparticle all = g u c d s u~ c~ d~ s~ a ve vm vt e- mu- ve~ vm~ vt~
e+ mu+ t b t~ b~ z w+ h w- ta- ta+
MG5_aMC>import model vector_LQ_UFO
INFO: Change particles name to pass to MG5 convention
Pass the definition of 'j' and 'p' to 5 flavour scheme.
Kept definitions of multiparticles l- / vl / l+ / vl~ unchanged
Defined multiparticle all = g u c d s b u~ c~ d~ s~ b~ a ve vm vt e- mu- ta- ve~
vm~ vt~ e+ mu+ ta+ gp vlq vlq~ t t~ z w+ h zp w-
MG5_aMC>

```

- Générer le processus  $pp \rightarrow$  generate  $p p \bar{t} t$  : generate  $p p \bar{t} t$

```

INFO: Trying process: s b- > t t~ WEIGHTED<=2 @1
INFO: Process u~ u > t t~ added to mirror process u u > t t~
INFO: Process u~ c > t t~ added to mirror process c u~ > t t~
INFO: Process c u > t t~ added to mirror process u c > t t~
INFO: Process c~ c > t t~ added to mirror process c c~ > t t~
INFO: Process d~ d > t t~ added to mirror process d d~ > t t~
INFO: Trying process: d~ b > t t~ WEIGHTED<=2 @1
INFO: Process s~ s > t t~ added to mirror process s s~ > t t~
INFO: Trying process: s~ b > t t~ WEIGHTED<=2 @1
INFO: Trying process: b b~ > t t~ WEIGHTED<=2 @1
INFO: Process has 3 diagrams
INFO: Process b~ b > t t~ added to mirror process b b~ > t t~
8 processes with 31 diagrams generated in 0.389 s
Total: 8 processes with 31 diagrams
MG5_aMC>

```

- Créer le nom du fichier: `output pp-ttbar`

```

Generated metas cards for 8 subprocesses (0 diagrams) in 0.000 s
Wrote files for 94 helas calls in 0.722 s
ALOHA: aloha creates FFV2 routines
ALOHA: aloha creates FFV3 routines
ALOHA: aloha creates VVVB set of routines with options: P0
ALOHA: aloha creates FFV1 routines
save configuration file to /home/oem/master/MG5_aMC_v2_6_7/pp-ttbar/Cards/me5_co
nfiguration.txt
INFO: Use fortran compiler gfortran
INFO: Use c++ compiler g++
INFO: Generate jpeg diagrams
INFO: Generate web pages
Output to directory /home/oem/master/MG5_aMC_v2_6_7/pp-ttbar done.
Type "launch" to generate events from this process, or see
/home/oem/master/MG5_aMC_v2_6_7/pp-ttbar/README
Run "open index.html" to see more information about this process.
MG5_aMC>

```

- Pour voir les diagramme : `open index.html`

**SubProcesses and Feynman diagrams**

Directory	# Diagrams	# Subprocesses	FEYNMAN DIAGRAMS	SUBPROCESS
P1_gg_ttx	4	1	<a href="#">html postscript</a>	g g ~ vt t~
	5	2	<a href="#">html postscript</a>	u u~ > tt~
	5	2	<a href="#">html postscript</a>	c c~ > tt~
	4	2	<a href="#">html postscript</a>	u c~ > tt~
	4	2	<a href="#">html postscript</a>	c u~ > tt~
	4	2	<a href="#">html postscript</a>	d d~ > tt~
	4	2	<a href="#">html postscript</a>	u d~ > tt~
P1_qq_ttx	3	2	<a href="#">html postscript</a>	d d~ > tt~
	3	2	<a href="#">html postscript</a>	s s~ > tt~
	3	2	<a href="#">html postscript</a>	b b~ > tt~

58 diagrams (31 independent).

- Exécuter MadGraph5 pour calculer la section efficace: "ctrl+c" puis en tape "ls" pour voir

le contenu de MadGraph5 + cd pp-ttbar. pour lancer le calcul de la section efficace en tape  
 ”./bin/generate\_events“

```

set the default web browser to Firefox. Set another one in ./input/mg5_configuration
n.txt
generate_events
The following switches determine which programs are run:
-----
1. Choose the shower/hadronization program      shower = Not Avail.
2. Choose the detector simulation program       detector = Not Avail.
3. Choose an analysis package (plot/convert)    analysis = Not Avail.
4. Decay onshell particles                      madspin = ON
5. Add weights to events for new hypp.         reweight = Not Avail.
-----
Either type the switch number (1 to 5) to change its setting,
set any switch explicitly (e.g. type 'madspin=ON' at the prompt)
Type 'help' for the list of all valid option
Type '0', 'auto', 'done' or just press enter when you are done.[00s to answer]

```

taper 0 pour continuer • Remarque: on peut changer les paramètres (masse énergie ..) par la commande ”Scite Cards/param\_card.dat“ et ” Scite Cards/run\_card.dat“

#### 4.1.6 Parton shower

Les générateurs d'évènement "Parton shower" sont très importantes pour la phynoméologie de la physique des particules à haute énergie dans le grand collision d'hadron LHC, ils sont utilisés aussi pour la planification de nouvelle expérience, les études de performance et l'extraction de Paramètres théoriques à partir des mesures elles-mêmes. L'interaction entre deux hadrons peut être comprise comme l'interaction entre les partons (quarks et gluons), [20, 21] où chaque parton de l'état initial doit se diviser en deux partons de moindre énergie de la même manière ce dernier continue la série de désintégration pour donner des nouveaux partons moins d'énergie qu'eux, à très basse énergie l'émission des partons s'arrête à cause du phénomène de confinement et le processus d'hadronisation commence la fomation des hadrons à partir des parton, mais ces hadrons ne sont pas stables ils doivent se désintégrer. tout ça est résumé dans la figure suivante : On fait le calcul

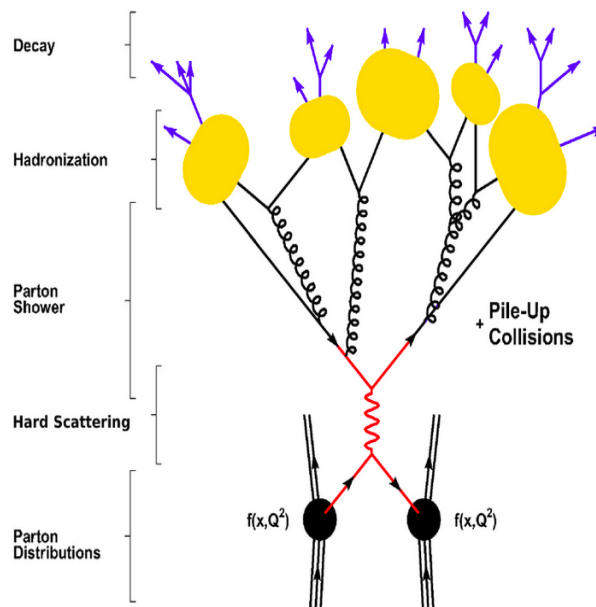


Figure 4.4: Parton Shower, hadronisation et désintégration [22]

numérique de Parton Shower automatiquement en utilisant pythia8 pour simuler les événement suivants :

- Émission de partons
- Hadronisation
- Désintégration

On utilise Parton shower pour des raison nécessaire par exemple:

- Il donne une simulation de ce qui ce passe dans les détecteur. Car dans une collision, on peut

détecter des milliers de particules ce qui montre la figure 4.4

- Théoriquement le parton donne des prédictions faibles à basse énergie mieux que le calcul LO et NLO

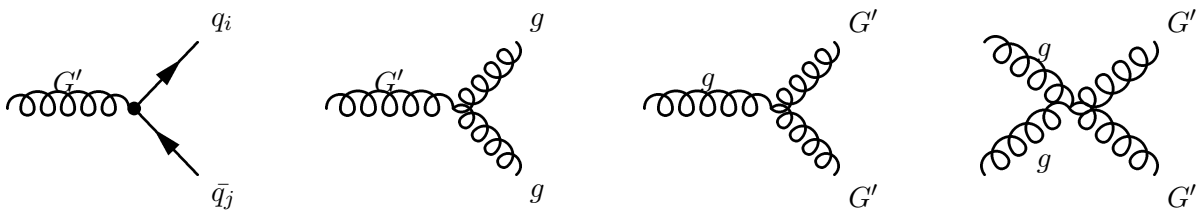
## 4.2 Physique du coloron $G'$

Il existe plusieurs classes de théories au-delà du modèle standard qui prédisent l'existence des nouvelles particules de jauge par exemple: la particule hypothétique  $G'$  qui porte le nom du coloron, ce dernier est une version massive du gluon. Dans le tableau suivant on donne quelques propriétés du coloron  $G'$  et le gluon  $g$ ,

Boson	masse	spin	couleur	durée de vie	interaction	découverte
Coloron $G'$	✓	1	8	?	forte	?
Gluon $g$	✗	1	8	stable	forte	1979

Table 4.1: propriétés du gluon et coloron

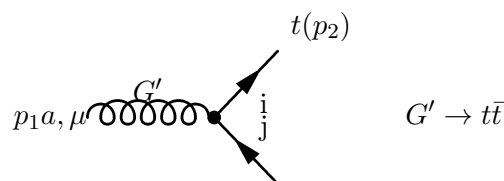
Le coloron implique une amplification de la description standard de la QCD et de l'interaction forte. Cette particule hypothétique peut être produite d'une manière résonnante que dans les collisionneurs d'hadron (principalement collision de proton) via les sous-processus initiés par quark-anti-quark ( $q\bar{q}$ ). Le coloron interagit principalement avec les gluons et les quarks, voici les vertex décrivant ces interactions:



Dans ce chapitre on étudie la phénoménologie du coloron au LHC et son effet sur la section efficace de la production d'une paire de top quarks suivant la réaction  $pp \rightarrow t\bar{t}$ . On utilise le package `hip` pour le calcul analytique des carrés des amplitudes et les programmes `MadGraph5` et `MadAnalysis` pour calculer numériquement la section efficace hadronique et les distributions différentielles.

### 4.2.1 Mode de désintégration du coloron

On considère le processus  $G' \rightarrow q + \bar{q}$ , avec  $q = u, d, s, c, t, b$ . ( $m_q = 0$  pour  $q = u, d, s, c, b$ ). Alors on considère que le processus est le suivant:



Les indices  $i$  et  $j$  représentent les couleurs des quarks  $t(p_3)$ .  
L'amplitude et son complexe conjugué sont donnés par:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{G'} &= \bar{u}_i(p_2) iG' (T^a)_{ij} \left[ \kappa_L^{ij} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} + \kappa_R^{ij} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \right] \gamma^\mu v_j(p_3) \varepsilon_\mu^a(p_1) \\
 \bar{\mathcal{M}}_{G'} &= -iG' (T^{a'})_{j'i'} \bar{v}_{j'}(p_3) \left[ \kappa_L^{i'j'} \gamma^{\mu'} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} + \kappa_R^{i'j'} \gamma^{\mu'} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \right] u_{i'}(p_2) \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1)
 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Le carré de l'amplitude est :

$$\begin{aligned} \sum_{\bar{spin}} |\mathcal{M}_{G'}|^2 &= \frac{1}{N^2 - 1} \frac{1}{3} \sum_{spin, coul} G'^2 (T^a)_{ij} (T^{a'})_{j'i'} \left[ \bar{u}_i(p_2) \left[ \kappa_L^{ij} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} + \kappa_R^{ij} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \right] \gamma^\mu v_j(p_3) \bar{v}_{j'}(p_3) \right. \\ &\quad \left. \left[ \kappa_L^{j'i'} \gamma^{\mu'} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} + \kappa_R^{j'i'} \gamma^{\mu'} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \right] u_{i'}(p_2) \right] \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \end{aligned} \quad (4.9)$$

On utilise les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_{spin} u_i(p) \bar{u}_j(p) &= \delta_{ij} (\not{p} + m), & \sum_{spin} v_i(p) \bar{v}_j(p) &= \delta_{ij} (\not{p} - m) \\ \sum \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) &= (-g_{\mu\mu'} + \frac{p_{1\mu} p_{1\mu'}}{M_{G'}^2}) \delta_{aa'}, & Tr[T^a T^a] &= \frac{\delta_{aa}}{2} = \frac{N^2 - 1}{2}, \quad (N = 3; a = 8) \end{aligned} \quad (4.10)$$

On trouve :

$$\begin{aligned} \sum_{\bar{spin}} |\mathcal{M}_{G'}|^2 &= \frac{1}{6} G'^2 Tr \left( (\not{p}_2 + m_t) \left[ \kappa_L^{ij} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} + \kappa_R^{ij} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \right] \gamma^\mu (\not{p}_3 - m_t) \right. \\ &\quad \left. \left[ \kappa_L^{j'i'} \gamma^{\mu'} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} + \kappa_R^{j'i'} \gamma^{\mu'} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \right] \right) (-g_{\mu\mu'} + \frac{p_{1\mu} p_{1\mu'}}{M_{G'}^2}) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Après simplification et la contraction sur les indices de Lorentz on obtient:

$$\sum_{\bar{spin}} |\mathcal{M}_{G'}|^2 = \frac{1}{3} G'^2 \left( \kappa_L^2 (m_{G'}^2 - m_t^2) + \kappa_R^2 (m_{G'}^2 - m_t^2) + 6 \kappa_L \kappa_R m_t^2 \right) \quad (4.12)$$

Le taux de désintégration  $\Gamma_{G'}$  est donné par:

$$\Gamma_{G'} = \frac{1}{2m_{G'} (2\pi)^2} \int \frac{d^3 p_2}{2E_2} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) \sum_{\bar{spin}} |M|^2 \quad (4.13)$$

On utilise :

$$\int \frac{d^3 p_3}{2E_3} = \int d^4 p_3 \delta^+(p_3^2 - m_t^2), \quad et, \quad (p_3 = p_1 - p_2) \quad (4.14)$$

on obtient :

$$\Gamma_{G'} = \frac{1}{2(2\pi)^2 m_{G'}} \int \frac{d^3 p_2}{2E_2} \delta^+((p_1 - p_2)^2 - m_t^2) \sum_{\bar{spin}} |M|^2 \quad (4.15)$$

Dans le référentielle de  $G'$  on a :

$$p_2 + p_3 = \vec{0}, \quad p_1 = \begin{pmatrix} m_{G'} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} E_2 \\ \vec{p}_2 \end{pmatrix}, \quad p_3 = \begin{pmatrix} E_3 \\ \vec{p}_3 \end{pmatrix}$$

Avec

$$p_1^2 = m_{G'}^2, \quad p_2^2 = p_3^2 = m_t^2 \quad (4.16)$$

Et :

$$\delta^+[(p_1 - p_2)^2 - m_t^2] = \delta^+(m_{G'}^2 - 2m_{G'} E_2) \quad (4.17)$$

On a  $: p_2^2 = E_2^2 - |\vec{p}_2|^2 = m_t^2 \rightarrow E_2 = \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + m_t^2}$  donc:

$$\delta^+[(p_1 - p_2)^2 - m_t^2] = \delta^+(m_{G'}^2 - 2m_{G'} \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + m_t^2}) \quad (4.18)$$

Pour simplifier on utilise la relation :

$$\delta^+[g(x)] = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|}, \quad (g(x_i) = 0) \quad (4.19)$$

où:

$$\begin{aligned} g(|\vec{p}_2|) &= (m_{G'}^2 - 2m_{g'} \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + m_t^2}) \\ x = |\vec{p}_2| \rightarrow x_i = |\vec{p}_2|_0 &= \pm \sqrt{\frac{m_{G'}^2}{4} - m_t^2} \\ g'(|\vec{p}_2|_0) &= \frac{-2m_{G'} |\vec{p}_2|_0}{\sqrt{|\vec{p}_2|_0^2 + m_t^2}} = -4 \sqrt{\frac{m_{G'}^2}{4} - m_t^2} \end{aligned} \quad (4.20)$$

La relation (3.15) devient (on prend le signe + qui est physique):

$$\delta^+(m_{G'}^2 - 2m_{G'} \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + m_t^2}) = \frac{\delta(|\vec{p}_2| - \sqrt{\frac{m_{G'}^2}{4} - m_t^2})}{4 \sqrt{\frac{m_{G'}^2}{4} - m_t^2}} \quad (4.21)$$

Dans le système des coordonnées sphérique on a:

$$d^3 \vec{p}_2 = |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| \sin \theta d\theta d\phi \quad (4.22)$$

L'équation (4.13) devient:

$$\Gamma_{G'} = \frac{1}{16(2\pi)^2 m_{G'}} \int \frac{|\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2|}{\sqrt{|\vec{p}_2|^2 + m_t^2}} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \frac{\delta(|\vec{p}_2| - \sqrt{\frac{m_{G'}^2}{4} - m_t^2})}{\sqrt{\frac{m_{G'}^2}{4} - m_t^2}} \int_0^{2\pi} d\phi \sum_{\bar{}} |M|^2 \quad (4.23)$$

Après simplification on trouve:

$$\Gamma_{g'} = \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_t^2}{M_{G'}^2}}}{16\pi m_{G'}} \sum_{\bar{}} |M|^2 = \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_t^2}{M_{G'}^2}}}{16\pi m_{G'}} \frac{1}{3} G'^2 \left( \kappa_L^2 (m_{G'}^2 - m_t^2) + \kappa_R^2 (m_{G'}^2 - m_t^2) + 6\kappa_L \kappa_R m_t^2 \right) \quad (4.24)$$

### 4.2.2 Production du coloron $G'$

Le boson de jauge  $G'$  peut être produit directement dans l'état finale via la réaction suivante:

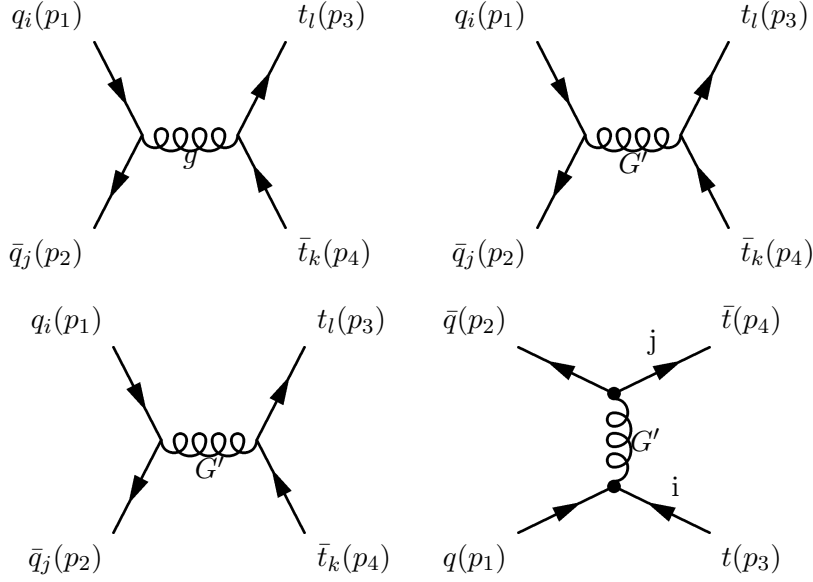
$$pp \longrightarrow G' + X, \quad (\text{où } X \text{ particule du modèle standard}) \quad (4.25)$$

où indirectement comme une particule virtuelle suivant les réactions:

$$\begin{aligned} pp &\longrightarrow G' \longrightarrow t\bar{t}, b\bar{b} \\ pp &\longrightarrow G' \longrightarrow 2j, \quad (j = u, d, s, c, b, g) \end{aligned} \quad (4.26)$$

On considère la réaction suivante:  $pp \longrightarrow t\bar{t}$ . Ce processus est décrit par quatre diagrammes de feynman où le gluon et le coloron sont les médiateurs. Les diagrammes de Feynman sont représentée dans la figure ci-dessous.

**Remarque:** dans ce travail on a supposé que les interactions du coloron avec le gluon sont négligeables c-à-d. les vertex  $g - g - G'$  et  $g - g - G' - G'$  ne sont pas pris en considération.



où

#### 4.2.2.1 Calcul analytique des amplitudes

Dans la suite, on calcule le carré de l'amplitude sommé et moyenné sur les spins et les couleurs des deux premiers diagrammes qui s'écrit sous la forme:

$$\sum_{\text{spin couleur}} |\bar{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{4N^2} \sum_{\text{spin couleur}} |\bar{\mathcal{M}}_1 + \bar{\mathcal{M}}_2|^2 = \frac{1}{4N^2} \sum_{\text{spin couleur}} [\bar{\mathcal{M}}_1 \bar{\mathcal{M}}_1 + \bar{\mathcal{M}}_2 \bar{\mathcal{M}}_2 + 2\text{Re}(\bar{\mathcal{M}}_1 \bar{\mathcal{M}}_2)] \quad (4.27)$$

Les amplitudes associées à ses deux premiers diagrammes sont respectivement, données par:

$$\bar{\mathcal{M}}_1 = \frac{ig_s^2}{(p_1 + p_2)^2} (T^a)_{ji} (T^a)_{lk} \bar{v}_j(p_2) \gamma^\mu u_i(p_1) \bar{u}_l(p_3) \gamma_\mu v_k(p_4) \quad (4.28)$$

$$\bar{\mathcal{M}}_2 = \frac{-i}{4} G'^2 (T^a)_{ji} (T^a)_{lk} \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_{G'}^2}}{(p_1 + p_2)^2 - m_{G'}^2} \bar{v}_j(p_2) \left[ \kappa_L^{ji} (1 - \gamma_5) + \kappa_R^{ji} (1 + \gamma_5) \right] \gamma^\mu u_i(p_1) \bar{u}_l(p_3) \left[ \kappa_L^{lk} (1 - \gamma_5) + \kappa_R^{lk} (1 + \gamma_5) \right] \gamma^\nu v_k(p_4) \quad (4.29)$$

Les complexes conjugués de ces amplitudes sont les suivants:

$$\bar{\mathcal{M}}_1 = -\frac{ig_s^2}{(p_1 + p_2)^2} (T^{a'})_{i'j'} (T^{a'})_{k'l'} \bar{u}_{i'}(p_1) \gamma^{\mu'} v_{j'}(p_2) \bar{v}_{k'}(p_4) \gamma_{\mu'} u_{l'}(p_3) \quad (4.30)$$

$$\bar{\mathcal{M}}_2 = \frac{i}{4} G'^2 (T^{a'})_{i'j'} (T^{a'})_{k'l'} \frac{-g_{\mu'\nu'} + \frac{q_{\mu'} q_{\nu'}}{m_{G'}^2}}{(p_1 + p_2)^2 - m_{G'}^2} \bar{u}_{i'}(p_1) \gamma^{\mu'} \left[ \kappa_L^{i'j'} (1 + \gamma_5) + \kappa_R^{i'j'} (1 - \gamma_5) \right] v_{j'}(p_2) \bar{v}_{k'}(p_4) \gamma^{\nu'} \left[ \kappa_L^{k'l'} (1 + \gamma_5) + \kappa_R^{k'l'} (1 - \gamma_5) \right] u_{l'}(p_3) \quad (4.31)$$

On montre que le carré de l'amplitude  $\bar{\mathcal{M}}_1$  sommé et moyenné sur les spins et couleurs s'écrit sous la forme,

$$\frac{1}{4N^2} \sum_{\text{spin couleur}} |\bar{\mathcal{M}}_1|^2 = \frac{1}{4N^2} \frac{g_s^4}{(p_1 + p_2)^4} \text{Tr}[T^a T^{a'}] \text{Tr}[T^a T^{a'}] \text{Tr}[\not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^{\mu'}] \text{Tr}[(\not{p}_3 + m_t) \gamma_\mu (\not{p}_4 - m_t) \gamma_{\mu'}] \quad (4.32)$$

On définit les variables de MandelStam par,

$$\begin{cases} S = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ U = (p_2 - p_3)^2 = (p_4 - p_1)^2 \\ T = (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2 \end{cases}$$

→

$$\begin{aligned} p_1 \cdot p_2 &= \frac{S}{2}, & p_3 \cdot p_4 &= \frac{S - 2m_t^2}{2} \\ p_2 \cdot p_3 &= p_1 \cdot p_4 = \frac{m_t^2 - U}{2}, & p_2 \cdot p_4 &= p_1 \cdot p_3 = \frac{m_t^2 - T}{2} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Donc on obtient :

$$Tr[\not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^{\mu'}] Tr[(\not{p}_3 + m_t) \gamma_\mu (\not{p}_4 - m_t) \gamma_{\mu'}] = 8(2m_t^4 + T^2 + 2m_t^2(S - T - U) + U^2) \quad (4.34)$$

On a aussi :

$$Tr[T^a T^{a'}] Tr[T^a T^{a'}] = \frac{\delta_{aa'} \delta_{aa'}}{4} = \frac{\delta_{aa}}{4} = \frac{N^2 - 1}{4}, \quad (N = 3 \text{ le facteur de couleur}) \quad (4.35)$$

On remplace (4.34) et (4.35) dans (4.32) on trouve :

$$\frac{1}{4N^2} \sum_{\bar{}} |\mathcal{M}_1|^2 = \frac{(N^2 - 1)g_s^4}{2N^2 S^2} (2m_t^4 + T^2 + 2m_t^2(S - T - U) + U^2) \quad (4.36)$$

Le carré de l'amplitude  $\mathcal{M}_2$  sommé et moyenné sur les spins et couleurs est calculé par hip:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4N^2} \sum_{\bar{}} |\mathcal{M}_2|^2 &= \frac{(N^2 - 1)G'^4}{36(m_{G'}^2 - S)^2} \left( 2\kappa_L^3 \kappa_R m_t^2 S + 2\kappa_L \kappa_R^3 m_t^2 S + 2\kappa_L^2 k p r^2 (m_t^2 - T)^2 \right. \\ &\quad \left. + \kappa_L^4 (m_t^2 - U)^2 + \kappa_R^4 (m_t^2 - U)^2 \right) \end{aligned} \quad (4.37)$$

et

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{4N^2} \right) 2Re(\mathcal{M}_1 \bar{\mathcal{M}}_2) &= 4G'^2 g_s^2 \left( 2\kappa_L \kappa_R (m_t^4 + m_t^2(S - 2T) + T^2) \kappa_L^2 (m_t^4 + m_t^2(S - 2U) + U^2) + \right. \\ &\quad \left. + \kappa_R^2 (m_t^4 + m_t^2(S - 2U) + U^2) \right) / (9S(-m_{G'}^2 + S)) \end{aligned} \quad (4.38)$$

Alors, le carré de l'amplitude totale en fonction des variables de MandelStam est:

$$\begin{aligned} \sum_{\bar{}} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{4g_s^4}{9S^2} (2m_t^4 + T^2 + 2m_t^2(S - T - U) + U^2) + \\ &= \frac{2G'^4 (2\kappa_L^3 \kappa_R m_t^2 S + 2\kappa_L \kappa_R^3 m_t^2 S + 2\kappa_L^2 k p r^2 (m_t^2 - T)^2 + \kappa_L^4 (m_t^2 - U)^2 + \kappa_R^4 (m_t^2 - U)^2)}{9(m_{G'}^2 - S)^2} + \\ &= \frac{4G'^2 g_s^2 \left( 2\kappa_L \kappa_R (m_t^4 + m_t^2(S - 2T) + T^2) + \kappa_L^2 (m_t^4 + m_t^2(S - 2U) + U^2) + \right. \\ &\quad \left. \kappa_R^2 (m_t^4 + m_t^2(S - 2U) + U^2) \right)}{(9S(-m_{G'}^2 + S))} \end{aligned} \quad (4.39)$$

#### 4.2.2.2 Calcul numérique de la section efficace

Dans cette section, on calcule la variation de la section efficace hadronique de la réaction  $pp \rightarrow t\bar{t}$  en fonction de la masse du coloron. Pour la calculer on utilise **MadGraph5**. Les résultats de la section efficace hadronique pour différentes valeurs de  $M_{G'}$  sont donnés dans le tableau (4.2).

$M_{G'}$ (GeV)	1000	1600	2000	2600	3000	3600	4000	4600	5000	5600	6000
$\sigma^{g+G'}$ (fb)	521.3	517.7	519.4	518.8	520.1	518.2	519.2	520.4	518.1	518.9	519.2
$\sigma^{G'}$ (fb)	6.28	3.573	2.95	2.549	2.426	2.319	2.276	2.245	2.224	2.206	2.191

Table 4.2: Variation de la section efficace totale en fonction de  $M_{G'}$  à l'ordre LO pour  $\sqrt{s} = 14$  TeV. On note par  $\sigma^{g+G'}$  et  $\sigma^{G'}$  les section efficaces hadroniques des réactions  $pp \rightarrow g/G' \rightarrow t\bar{t}$  et  $pp \rightarrow G' \rightarrow t\bar{t}$ , respectivement.

Nous observons que la réaction  $pp \rightarrow t\bar{t}$  via l'échange du gluon  $g$  et le coloron  $G'$  ne dépend pas de la masse du coloron elle reste presque stable en fonction de la masse du coloron. Par contre, la section efficace de l'autre réaction dépend fortement de la masse du coloron. Elle diminue pour les grandes valeurs de la masse, voir fig. (4.5).

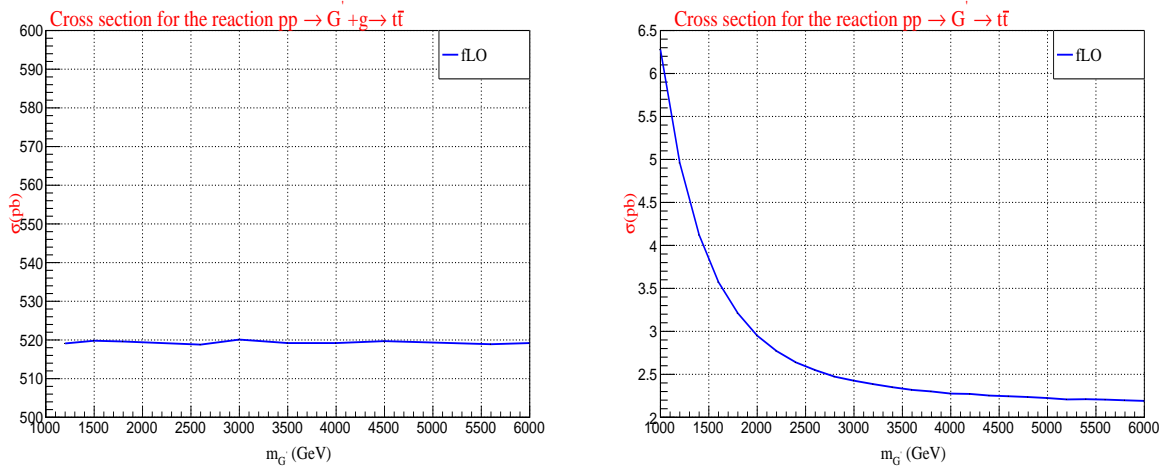


Figure 4.5: Variation de la section efficace en fonction de  $M_{G'}$

Dans la figure (gauche), on voit que la section efficace est presque indépendante de la masse du coloron car les diagrammes de Feynman impliquant le gluon ont des contributions très importantes à cause de la constante de couplage de la QCD. En plus, il existe des diagrammes de Feynman initiés par des gluons ( $gg \rightarrow t\bar{t}$ ) qui possèdent des contributions très grandes à cause des fonctions de distribution partoniques du gluon. La figure droite représente la variation de la section efficace si le coloron est pris en considération, c.à.d. si la contribution des diagrammes de Feynman impliquant des gluons (contribution purement QCD) est négligée. On voit que la section efficace dépend fortement de la masse du gluon. Pour  $M_{G'} = 1000$  GeV, elle vaut 6.5 fb et pour  $M_{G'} = 6000$  GeV elle vaut 2.191 fb. La diminution de la section efficace pour des masses élevées revient à la suppression de l'espace des phases (c-à-d. pour produire des particules plus massives il nous faut plus d'énergie).

### 4.2.3 Distributions différentielles en fonction des variables cinématiques

Pour la production des histogrammes pour les différentes distributions on utilise le programme MadAnalysis5 qui va transformer les résultats dans un rapport (pdf, HTML).

pour lancer MadAnalysis5 ou suivre les étapes suivantes:

- `/master/madanalysis5./bin/ma5`
- `import chemin_versefichier_lhe`  
(exemple: `import/home/sadek/master/MG5_aMC_v2.6.7/pp - ttbar - lo - g - gp/Events/run_16/unweighted_events.lhe.gz`)
- `set main.lumi=0.001`
- `plot NPID`
- `plot PT(t) 20 750 [logY]`
- `plot M(t t) 20 350 2000[logY]`
- `submit`

Dans ce paragraphe, on présente la section efficace différentielle en fonction de la masse invariante et le moment transverse de la paire des top quarks ( $t\bar{t}$ ) à l'ordre "LO" et "LO+parton shower", on fixe l'énergie du centre de masse  $\sqrt{s} = 13$  TeV et  $m_{G'} = 1000, 3000$  GeV.

- la variation de la section efficace en fonction de la masse: Dans la figure gauche (via l'échange du



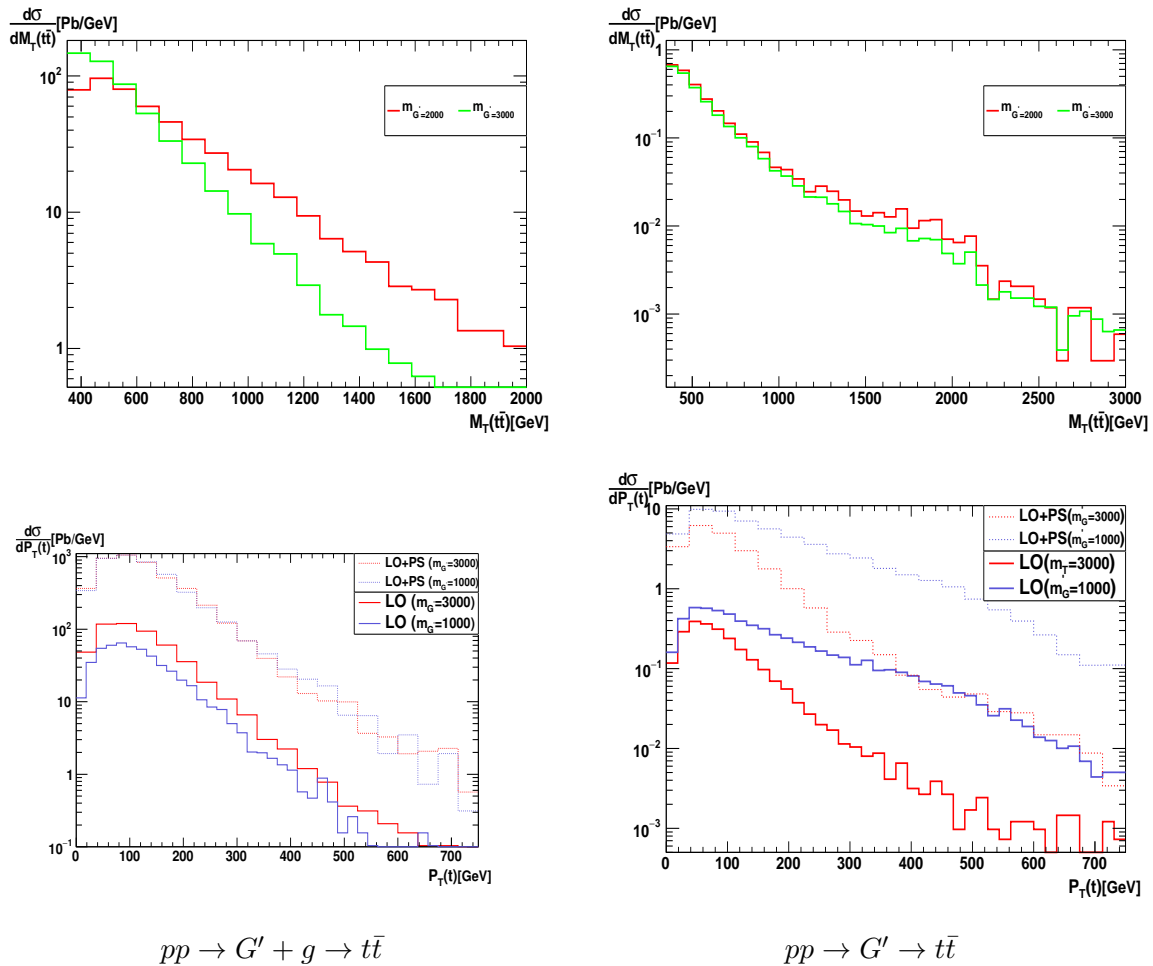


Figure 4.6: Variation de la Section efficace différentielles en fonction de la masse invariante et le moment transverse

gluon+coloron), on voit que la section efficace différentielle pour les deux masses  $m_{G'} = 1000, 3000$  Gev la section efficace différentielle est une fonction décroissante en fonction de la masse invariante mais pour le cas  $m_{G'} = 3000$  elle décroît fortement par rapport à  $m_{G'} = 1000$ . pour la figure droite (pas d'échange du gluon) la section efficace différentielle pour les deux masses  $m_{G'} = 1000, 3000$  sont des fonctions décroissantes et presque identique

- la variation de la section efficace en fonction du moment transverse: Pour les échanges du "gluon + coloron" (figure gauche) et "le coloron" (pas de gluon (figure droite)), on voit que les contributions de parton shower sont très importantes que les contributions à l'ordre LO, où les distributions sont plus grande dans l'approximation Parton Shower par rapport à l'ordre LO.

### 4.3 Physique du boson $Z'$

Dans cette section, on va étudier la production et la désintégration d'une particule hypothétique qu'on a vue dans le chapitre 2, [23, 24] c'est le boson  $Z$  prime où  $Z'$ . On se concentre sur la production d'une paire de leptons à l'ordre LO pour la réaction  $PP \rightarrow \tau^+ \tau^-$  via l'échange du  $Z'$  uniquement comme premier cas et par l'échange du  $Z'$  avec le photon  $\gamma$  et le boson du modèle standard  $Z$ . On va étudier la variation de ces sections efficaces en fonction de la masse du  $Z'$  et les distributions différentielles en fonction de  $P_T$  et la masse invariante.

### 4.3.1 Pourquoi le boson $Z'$ ?

Parmi les signes d'une nouvelle physique, autrement dit les extensions du modèle standard SM, c'est l'inclusion d'une symétrie de jauge  $U(1)$  supplémentaire qui prédit l'existence d'un nouveau boson de jauge léger qui porte le nom du  $Z'$ , dans le but de répondre à de nombreuses questions qui reste sans réponse par le modèle standard, on cite par exemple:

- L'origine de la masse des neutrinos.
- L'existence de la matière noire (DM) où  $Z'$  joue le rôle essentiel dans la phénoménologie de DM (c'est le médiateur de jauge dans le secteur DM).
- Le problème de la hiérarchie de jauge qui prévoit à la différence entre les valeurs fondamentales et les valeurs mesurées par l'expérience des paramètres de base (masse, constante de couplage,...).
- Expliquer l'origine d'un vecteur massive.

Il existe une série de modèle qui prédisent cette particule hypothétique, on cite par exemple le modèle 4321 qu'on a vu dans le deuxième chapitre. La brisure du groupe de ce modèle fait apparaitre le boson vectoriel neutre  $Z'$  de spin 1 avec un temps de vie très courte donc il doit se désintégrer. Sa masse et ses couplages aux fermions varient selon les modèles.

Le boson  $Z'$  se produit par la collision de deux protons dans le grand collisionneur LHC selon le processus suivant:  $pp \rightarrow Z' + Z + \gamma \rightarrow l^+l^-$  où  $l$  désigne les leptons  $\mu, e, \tau$  (donc  $Z'$  se désintègre en 3 générations de leptons  $\mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-,$  et  $e^+e^-$ ) ses couplages aux muons, taus et électrons sont différents. Dans notre travail, nous intéressons à la production d'une paire de muons  $\tau^+\tau^-$ .

### 4.3.2 Variation de la section efficace en fonction de la masse

- Via l'échange du  $Z'$ :

Considérons le processus  $PP \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-$

$m_{Z'} \text{ (Gev)}$	1000	1400	1800	2200	2400	2600	2800	3000	3400	4000
$\sigma^{pp \rightarrow Z' \rightarrow \tau\bar{\tau}} \text{ (pb)}$	0.1752	0.0055	0.021	0.009	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001	0.0006

Table 4.3: Variation de de la section efficace en fonction de  $m_{Z'}$  à l'ordre LO pour  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ .

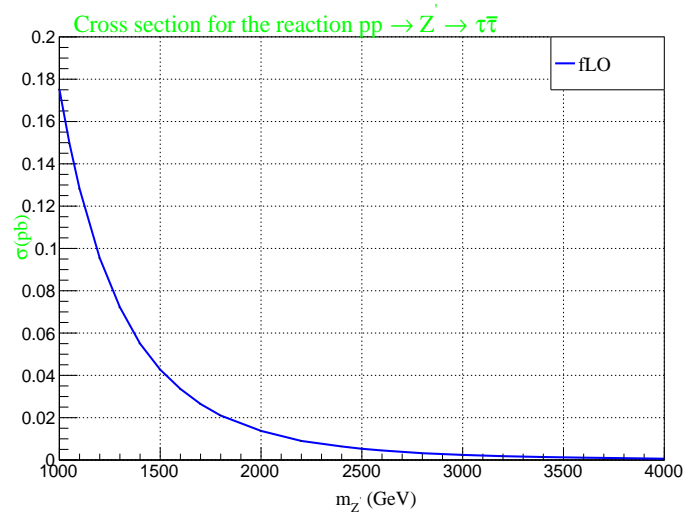
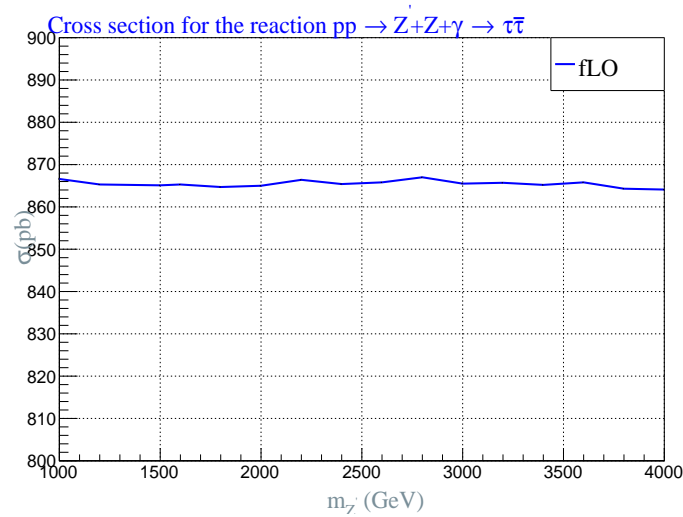
La figure(4.7) représente la variation de la section efficace par rapport à la masse du  $Z'$  à l'ordre LO via l'échange du  $Z'$  (pas de  $Z$  et pas de photon): On voit que la section efficace est une fonction décroissante par rapport à la masse du  $Z'$  quand  $m_{Z'}$  augmente la probabilité de produire la paire des leptons diminue, pour  $m_{Z'} = 1000 \text{ Gev}$  elle vaut 0.1752 Pb et pour  $m_{Z'} = 4000$  vaut 0.0006 Pb. On explique cette diminution de la section efficace pour les masses élevées par la suppression de l'espace des phases (il faut une énergie plus grande pour produire des particules plus massives).

- Via l'échange  $Z'$ , le photon  $\gamma$  et  $Z$ :

Considérons le processus  $pp \rightarrow Z' + Z + \gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$

$m_{Z'} \text{ (Gev)}$	1000	1400	1800	2200	2400	2600	2800	3000	3400	4000
$\sigma^{pp \rightarrow Z' \rightarrow \tau\bar{\tau}} \text{ (pb)}$	866.6	867.4	864.7	866.4	865.4	865.8	867	865.5	865.2	864.1

Table 4.4: Variation de de la section efficace en fonction de  $m_{Z'}$  à l'ordre LO pour  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ .

Figure 4.7: Variation de la section efficace en fonction de  $m_{Z'}$ Figure 4.8: Variation de la section efficace en fonction de  $M_{Z'}$ 

La figure(4.8) représente la variation de la section efficace par rapport à la masse du  $Z'$  à l'ordre LO mais dans ce cas les médiateurs de l'interaction sont  $Z'$ ,  $Z$  et le photon  $\gamma$ . On voit que la section efficace ne varie pas avec l'échange du  $m_{Z'}$  car les diagrammes avec l'échange de  $Z$  et  $\gamma$  possède des contributions très grandes.

### 4.3.3 Section efficace différentielle en fonction de la masse invariante

- Via l'échange du  $Z'$ :

Considérons le processus  $PP \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-$

La figure (4.9) représente la section efficace différentielle en fonction de la masse invariante pour une paire de leptons  $\tau^+\tau^-$  par l'échange de  $Z'$ , le calcul est fait à l'ordre LO et LO+Parton Shower. On voit que l'approximation à l'ordre LO+Parton Shower est très grande que l'autre approximation dans LO, en plus pour les deux ordres une croissante de la section efficace dans l'intervale  $[0, 50 \text{ GeV}]$  et une stabilisation dans l'intervale  $[50, 400\text{Gev}]$ .

- Via l'échange  $Z'$  avec le photon  $\gamma$  et  $Z$ :

Considérons le processus  $pp \rightarrow Z' + Z + \gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$  Comme le cas précédent mais cette fois via l'échange du  $Z'+Z+\gamma$ , une décroissante de la section efficace pour les deux ordres et l'approximation à l'ordre LO+Parton Shower très grande que l'autre approximation à l'ordre LO.

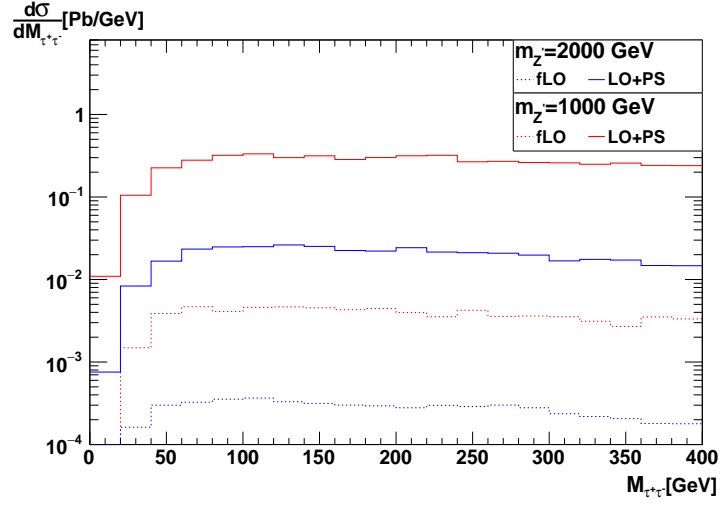


Figure 4.9: Variation de la section efficace différentielle en fonction de la masse invariante

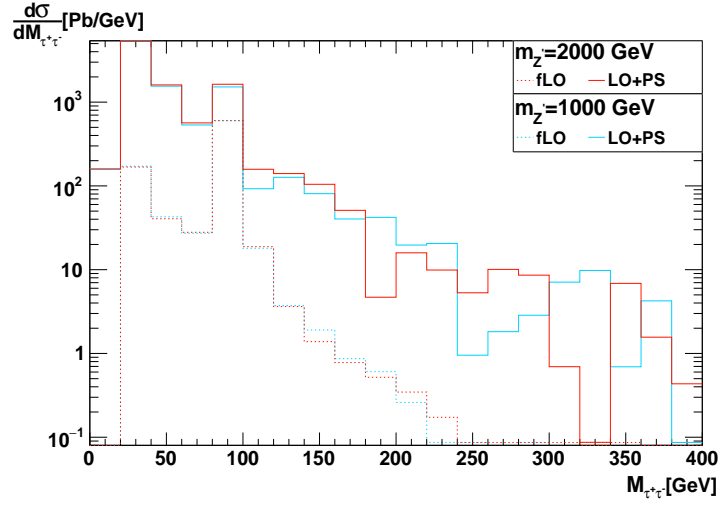


Figure 4.10: Variation de la section efficace différentielle en fonction de la masse invariante.

#### 4.3.4 Section efficace différentielle en fonction du moment transverse

- Via l'échange du  $Z'$ :

Considérons le processus  $PP \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-$

- Via l'échange  $Z'$  avec le photon  $\gamma$  et  $Z$ :

Considérons le processus  $pp \rightarrow Z' + Z + \gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$

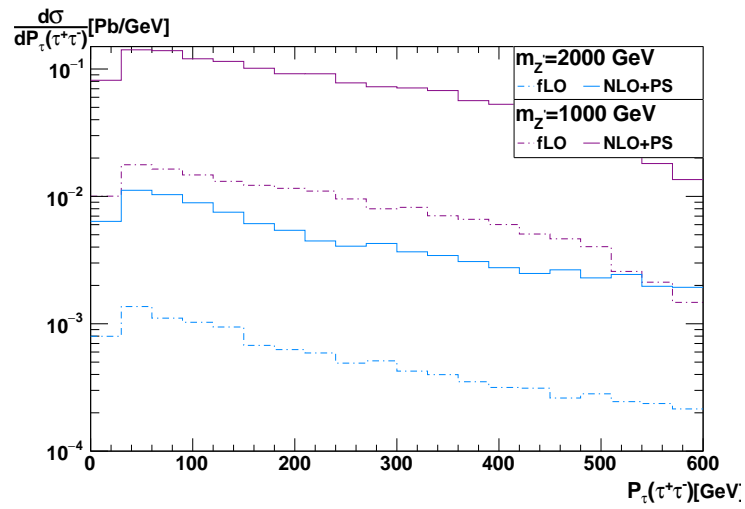


Figure 4.11: Variation de la section efficace différentielle en fonction de la masse invariante

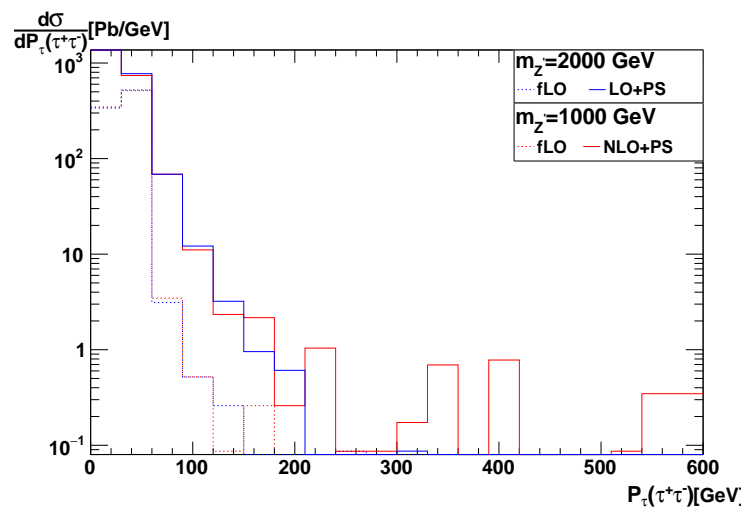


Figure 4.12: Variation de la section efficace différentielle en fonction de la masse invariante



# Conclusion Générale

---

Dans ce mémoire de Master, on a étudié la brisure spontanée de symétrie dans les théories de jauge et les théories de grande unification (GUT) et de l'unification partielle.

Dans la première partie de ce travail, on a étudié la brisure spontanée de symétrie dans le cas général et l'exploration du mécanisme de Brout-Englert-Higgs dans le but de générer les masses aux bosons de jauge non-massifs. On a montré que l'interaction électromagnétique et l'interaction faible qui sont basées sur le groupe  $U_Y(1)$  et  $SU_L(2)$  respectivement, sont unifiées à une interaction dite "interaction électrofaible" basée sur le groupe  $U_e m(1)$  que nous avons obtenus via la brisure:  $SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow U_e m(1)$ , cette unification des deux interactions dans laquelle elles partageraient une même constante de couplage est manifeste dans les haute énergie environ 100 GeV. On a conclu cette partie par la théorie de grande unification où GUT basée sur le groupe  $SU(5)$ . On a montré que la brisure de  $SU(5)$  se déroule en deux étapes:

$$SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow SU_C(3)U_e m(1)$$

On n'a pas arriver à un groupe  $G$  qui unifier les trois groupes  $SU_C(3)$ ,  $SU_L(2)$  et  $U_Y(1)$  donc l'unification des trois interactions (forte + faible + électromagnétique) parce que cette unification ne devrait se réaliser qu'à dans des échelles d'énergie plus grand ( $10^{15}$  ou  $10^{16}$  GeV).

Dans la deuxième partie de ce travail, nous nous sommes concentrés sur un nouveau modèle "modèle 4321" qui est la clef pour répondre à plusieurs questions qui restent ouverte dans le modèle standard, nous avons discuté sur leur structure et la brisure de son groupe  $G_{4321}$  et l'interaction entre les particules du modèle 4321 ( le coloron  $G'$ , boson  $Z'$ ) et les particules du modèle standard.

On a conclu ce travail par une étude phénoménologique de la physique des nouveaux bosons  $G'$  et  $Z'$  qui apparaissent dans la brisure du groupe du modèle 4321 on a étudié aussi leur production à l'ordre LO dans LHC par la collision de deux protons suivant les processus suivants:

$$\begin{aligned} PP &\rightarrow G' \rightarrow t\bar{t} \\ PP &\rightarrow Z' \rightarrow \tau^+ \tau^- \end{aligned}$$

Le calcul de la section efficace hadronique et le taux de désintégration est faite à l'aide des programmes Madgraph et hip et distribution différentielles par MadAnalysis. On a analysé aussi l'effet du parton shower où sa distribution à l'ordre LO est très importante pour les deux processus précédents.





# Bibliographie

- [1] Langacker, P. (2017). The standard model and beyond (p. 650). Taylor Francis.
- [2] Marleau, L. (2000), introduction a la physique des particules.
- [3] Morii, T., Lim, C. S., Mukherjee, S. N. (2004). The physics of the standard model and beyond. World Scientific.
- [4] N Mohapatra, Rabindra. "Unification and Supersymmetry The Frontiers of Quark Lepton Physics THIRD EDITION." (2021).
- [5] Escalier, M. (2005). Recherche expérimentale de la brisure spontanée de symétrie électrofaible dans le canal  $H \rightarrow \gamma\gamma$  et d'une solution au problème de hiérarchie dans ATLAS: Participation à la préparation de l'électronique du calorimètre électromagnétique (Doctoral dissertation, Paris U., VI-VII, LPNHE).
- [6] Torrejon, M. (2016). Symmetry breaking in grand unified theories (Doctoral dissertation, Pontificia Universidad Catolica del Peru (Peru)).
- [7] Li, L. F. (1974). Group theory of the spontaneously broken gauge symmetries. Physical Review D, 9(6), 1723.  
(2012) no. 35, 10, <https://cds.cern.ch/record/1473657/>.
- [8] Langacker, P. (1981). Grand unified theories and proton decay. Physics Reports, 72(4), 185-385.
- [9] Tye, S. H. (1982). Introduction to the SU (5) grand unified theory and related topics (No. CLNS-527).
- [10] De Boer, W. (1994). Grand unified theories and supersymmetry in particle physics and cosmology. Progress in Particle and Nuclear Physics, 33, 201-301.
- [11] Fuentes-Martin, J., Reig, M., Vicente, A. (2019). Strong C P problem with low-energy emergent QCD: The 4321 case. Physical Review D, 100(11), 115028.
- [12] Fuentes-Martin, J., Stangl, P. (2020). Third-family quark-lepton unification with a fundamental composite Higgs. Physics Letters B, 811, 135953.
- [13] Georgi, H., Nakai, Y. (2016). Diphoton resonance from a new strong force. Physical Review D, 94(7), 075005.
- [14] Di Luzio, L., Greljo, A., Nardecchia, M. (2017). Gauge leptoquark as the origin of B-physics anomalies. Physical Review D, 96(11), 115011.
- [15] Di Luzio, L., Fuentes-Martin, J., Greljo, A., Nardecchia, M., Renner, S. (2018). Maximal Flavour Violation: a Cabibbo mechanism for leptoquarks. Journal of High Energy Physics, 2018(11), 1-64.
- [16] Marzin, A. (2010). Méthode de mesure de la masse du quark top avec le détecteur ATLAS au LHC. Etude du fonctionnement du système de déclenchement de niveau 1 du calorimètre électromagnétique (Doctoral dissertation, Irfu/SPP, CEA-Saclay).
- [17] LEVESQUE, Jean-Philippe et BILODEAU, Guillaume. Le LHC et ses détecteurs. 2019

- 
- [18] Bousson, N. (2012). Recherche de nouveaux quarks lourds avec l'expérience ATLAS au LHC- Mise en oeuvre d'algorithmes d'identification de jets issus de quarks b (Doctoral dissertation, Aix-Marseille Université)
- [19] Campbell, J. M., Ellis, R. K., Williams, C. (2011), Vector boson pair production at the LHC. *Journal of High Energy Physics*, 2011p.61.62.
- [20] R. Chahra and M. S. Zidi, Physique du boson  $W$ -prime au LHC: calcul de précision a l'ordre NLO en QCD, Jijel University (2018)
- [21] Höche, S. (2016). Introduction to parton-shower event generators. In *Journeys Through the Precision Frontier: Amplitudes for Colliders: TASI 2014 Proceedings of the 2014 Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics* (pp. 235-295).
- [22] Bauer, Julia, Prospects for the Observation of Electroweak Top Quark Production with the CMS Experiment, KIT, Karlsruhe, Dept. Phys.(2010) [doi: 10.5445/IR/1000018393]."
- [23] Kriewald, J., Orloff, J., Pinsard, E., Teixeira, A. M. (2022). Prospects for a flavour violating  $Z'$  explanation of  $\Delta a_{\mu,e}$ . arXiv preprint arXiv:2204.13134.
- [24] Langacker, P. (2009). The physics of heavy  $Z'$  gauge bosons. *Reviews of Modern Physics*, 81(3), 1199.

---

**Résumé :** Malgré les succès du modèle standard (l'une des théories de jauge les plus réussies de toute l'histoire de la physique Moderne), mais il reste incomplet parce qu'il n'a pas fourni de réponses aux plusieurs problèmes comme: masse des neutrinos, divergence quadratique dans la masse du Higgs, Violation de CP, l'existence de la matière noire(DM)... etc.

Pour résoudre ces problèmes, on a besoin des théories au-delà du modèle standard qui prédit l'existence des nouvelles particules qui ne sont pas encore détectées dans les collisionneurs hadroniques. Nous proposons pour cela le modèle 4321 qui prédit l'existence des particules hypothétiques suivantes: le boson  $Z'$ , les colorons  $G'$  et leptoquark vectoriels.

L'objectif de ce travail est d'étudier l'effet du  $Z'$  et  $G'$  sur la production de paires de leptons au LHC à l'ordre LO et LO+ Parton shower.

Nous avons utilisé le programme MadGraph pour le calcul numérique de la section efficace hadronique et MadAnalysis pour produire les distributions différentielles dans les approximations LO et LO+ Parton shower.

**Mots clés :** Modèle 4321, boson de jauge  $Z'$ , coloron  $G'$ , parton shower, SM, BSM, LHC.

---

**Abstract:** Despite the success of the standard model (one of the most successful gauge theory in the history of modern physics), but it remains incomplet since it didn't provide answers to many problems such as: the neutrino masses, the quadratic divergence of Higgs mass, the CP Violation, the existence of dark matter(DM)... etc.

In order to solve these problems we need theories beyond the Standard Model that predict the existence of new particles that have not yet been detected at hadron colliders. For this reason we propose the 4321 model which predicts the existence of the following hypothetical particles:  $Z'$  boson, coloron  $G'$  and vector-leptoquarks.

The objective of this work is to study the effect of  $Z'$  and  $G'$  on the lepton pair production at the LHC at LO and LO+ parton shower.

We use the MadGraph program for the numerical calculation of the hadronic cross section and Madanalysis to produce the differential distributions at LO and LO+ Parton shower approximations.

**Keywords:** Model 4321,  $Z'$  gauge boson ,  $G'$  coloron, parton shower, SM, BSM, LHC

---

### ملخص:

رغم النجاحات التجريبية للنموذج القياسي (و هو من انجح النظريات الحديثة) مثل التنبؤ بوجود العديد من الجسيمات قبل اكتشافها في مصادمات الجسيمات، إلا أنه ليس النظرية النهائية فهو يعاني من الكثير من المشاكل مثل غياب كتلة النوترينو، التباعدات التريبية في كتلة هيغز، عدم انحفاظ CP ، مشكل المادة السوداء ... الخ. . لحل هذه المشاكل تم اقتراح الكثير من التوسعات لـ SM و التي تتنبأ بوجود جسيمات جديدة لم يتم اكتشافها بعد. لهذا الغرض، اقترحنا نموذج التوحيد الجزئي 4321 و الذي يتنبأ بوجود الجسيمات الافتراضية التالية: البوزون  $Z'$  ،  $G'$  و الليتوكواركات.

الهدف من هذا العمل هو دراسة تأثير البوزونات  $Z'$  و  $G'$  على انتاج زوج من الليبتونات في LHC في التقريبات LO و LO + PS .

لقد قمنا بدراسة تغير المقطع الفعال الهادروني بدلالة كتلة هذه البوزونات، كما درسنا العديد من المقاطع الفعالة التفاضلية في التقريبات fLO و LO + PS باستخدام البرامج MadGraph و MadAnalysis .

كلمات مفتاحية: النموذج 4321 ، البوزون  $Z'$  ،  $G'$  ، PS ، SM ، BSM ، LHC ؟ .