

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA JIJEL

Faculté des sciences et de la technologie

Département de **Électrotechnique**

N° :...../2022

## **MEMOIRE DE MASTER**

**DOMAINE: Scienceset Technologies**

**FILIERE: Électrotechnique**

**SPECIALITE: Commande Électrique**

## **Thème**

# **La Commande non Linéaire De La machine Synchrone à Aimant Permanent (MSAP)**

**Présenté Par : Nassreddine Boucherout**

**Encadré Par : Amel Bouzeriba**

**Ahmed Direm**

**Date de soutenance: 12 / 07 / 2022**

### **Jury de Soutenance**

**Président : Nabil Lourci**

**Grade : M**

**Univ MSB jijel**

**Encadreur : Amel Bouzeriba**

**Grade : MCA**

**Univ MSB jijel**

**Examineur 1: Abdelaziz Maouche**

**Grade : MCB**

**Univ MSB jijel**

**Promotion : 2021 / 2022**

## Résumé:

Dans ce travail, nous avons choisi un modèle mathématique de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) alimenté en tension. Nous avons tout d'abord appliqué la commande non linéaire, du type linéarisation entrée-sortie pour cette machine. Le contrôleur conçu permet de maîtriser l'effet des incertitudes dans les paramètres et l'effet des perturbations externes s'appliquant d'une façon brusque et imprévue.

Enfin, nous évaluerons les différentes performances et la robustesse du contrôle par des tests en simulation, sous le logiciel Matlab/Simulink qui nous permet de mettre en évidence la stratégie de contrôle adoptée.

## Mots-clés:

Machine synchrone à aimant permanent, Commande non linéaire, Commande par linéarisation entrée-sortie.

## Abstract:

In this work, we chose a mathematical model of the permanent magnet synchronous motor (PMSM) powered in tension. At first we applied the nonlinear control of the type Input-output linearization control for this machine. The designed controller allows to master the effect of uncertainties in parameters and the effect of external disturbances applying abruptly and unexpectedly. Finally, we will study the different performances and the robustness of control through tests, the simulation under the Matlab/Simulink software allows highlighting the performance of the control strategy adopted.

## Keywords:

Permanent magnet synchronous motor, Nonlinear control, Input-output linearization control.

## ملخص:

في هذا العمل، اخترنا نموذجاً رياضياً لماكينة متزامنة بمغناطيس دائم (MSAP) تمت تغديتها بالتوتر. طبقنا أولاً التحكم غير الخطي، من نوع مدخل-مخرج خطي لهذه الماكينة. وحدة التحكم مصممة لتسمح بالتحكم في التأثير على الإعدادات و على الاضطرابات الخارجية التي تطبق بطريقة مفاجئة و غير متوقعة. أخيراً، سنقوم بتقييم اقدرات المختلفة و متانة التحكم من خلال اختبارات المحاكاة، عن طريق برنامج Matlab/Simulink الذي يسمح لنا بتسليط الضوء على استراتيجية التحكم المعتمدة.

## كلمات مفتاحية:

ماكينة متزامنة بمغناطيس دائم، تحكم غير خطي، تحكم عن طريق مدخل-مخرج خطي.

## *Remerciements*

*Tout d'abord, nous remercions le grand Dieu qui nous a donné l'occasion de vivre cette journée et le remercions de nous avoir donné la force, le courage, la volonté, la patience et la santé durant toutes ces années d'étude et que grâce à lui ce travail a pu être réalisé.*

*On tient à remercier notre encadreur Dr. «Amel Bouzeriba » pour ses conseils pertinents et éclairés, son aide était pour nous d'une importance capitale dans la réalisation et à la réussite de ce travail.*

*Nos remerciements vont également à toutes les personnes qui ont, de près ou de loin, apporté aide et encouragement.*

*On exprime nos profonds remerciements à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant de juger ce travail ainsi qu'à tous les enseignants du département électrotechnique.*

# *Dédicace*

*A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,*

*A mes chères sœurs et mes chers frères pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral,*

*A toute ma famille, mes amis et toute la promotion 2021/2022 'Commande Électrique' pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infailible,*

*Merci d'être toujours là pour moi.*

*Nassreddine.*

# *Dédicace*

*A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,*

*A mes chères sœurs et mes chers frères pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral,*

*A toute ma famille, mes amis et toute la promotion 2021/2022 'Commande Électrique' pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infaillible,*

*Merci d'être toujours là pour moi.*

*Ahmed.*

# Table des matières

Introduction Générale.....	1
<b>Chapitre I</b>	
I.1. Introduction .....	3
I.2. Description de la machine synchrone .....	4
I.2.1. Le stator .....	4
I.2.2. Le rotor .....	5
I.2.3. Différents types de machines synchrones .....	5
I.2.3.1. Machines synchrones à rotor bobinés à pôles saillants .....	5
I.2.3.2. Machines synchrones à rotor bobiné à pôles lisses .....	6
I.3. Modes de fonctionnement de la machine synchrone à aimant permanent .....	7
I.3.1. Fonctionnement en moteur.....	7
I.3.2. Fonctionnement en alternateur (génératrice) .....	7
I.4. Description de la machine synchrone à aimants permanents .....	7
I.4.1. Machines synchrones à aimants permanents (MSAP) .....	7
I.4.2. Structure des machines synchrones à aimants permanents.....	8
I.4.2.1. Structures avec pièces polaires (APP).....	8
I.4.2.2. Structures sans pièces polaires (SPP).....	9
I.5. Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) .....	9
I.5.1. Les aimants permanents utilisés pour la MSAP .....	10
I.5.1.1. AlNiCo .....	11
I.5.1.2. Les ferrites .....	12
I.5.1.3. Les Terres rares.....	13
I.5.2. Analyse du fonctionnement de la MSAP .....	15
I.5.3. Principe de fonctionnement de la MSAP .....	15
I.6. Différents couples de la machine synchrone à aimants permanents.....	16
I.6.1. Couple de détente .....	16
I.6.2. Couple réductant .....	16
I.6.3. Couple mutuel .....	17
I.7. Avantages et Inconvénients de la MSAP.....	17
I.7.1 Avantages de la MSAP .....	17

I.7.2. Inconvénients de la MSAP.....	17
I.8. Alimentation des machines à aimants permanents .....	18
I.8.1. Moteur à f.é.m. trapézoïdale .....	18
I.8.2. Moteur à f.é.m. sinusoïdale .....	18
I.9. Domaines d'application de MSAP.....	19
I.10 Principe de L'autopilotage des Machines Synchrones.....	20
I.11. Conclusion.....	21

## Chapitre II

II.1. Introduction .....	22
II.2. Hypothèses simplificatrices .....	23
II.3. Caractéristiques de la MSAP.....	23
II.4. Modélisation de la MSAP .....	24
II.4.1. Les équations de la machine synchrone dans le référentiel (a, b, c) .....	24
II.4.1.1. Equations électriques .....	24
II.4.1.2. Equations mécaniques.....	25
II.4.1.3. Equations électromagnétiques .....	25
II.4.2. La transformation de Park .....	26
II.4.2.1. Principe de transformation de Park.....	26
II.4.2.2. Modèles de park de la machine synchrone à aimants permanents .....	27
II.4.2.3. Application de la transformation de Park.....	27
II.5. Modèle de la Machine Synchrone à Aimants Permanents dans le Repère de Park .....	28
II.5.1. Equations des Tentions.....	28
II.5.2. Equations des Flux .....	29
II.5.3 Équations mécaniques .....	30
II.5.4. Équation de couple dans le référentiel de Park.....	30
II.6. Modèle en courant de la MSAP, commandée en tension .....	32
II.7. Représentation d'état non linéaire de la MSAP .....	32
II.7.1. Elaboration du modèle.....	32
II.7.2. Schéma bloc de la MSAP .....	34
II.8. Simulation de dynamique de la MSAP .....	35
II.8.1. Bloc de simulation de la MSAP .....	35
II.8.2. Résultats de simulation et évaluation .....	35
II.9. Conclusion.....	40

## Chapitre III

III.1. Introduction.....	42
III.2. Outils mathématiques .....	42
III.2.1. Gradient .....	43
III.2.2. Dérivée de Lie.....	43
III.2.3. Crochets de Lie .....	43
III.2.4. Difféomorphisme .....	44
III.3. principes de la commande non linéaire .....	45
III.3.1. Principe de la linéarisation entrée – sortie.....	45
III.3.2. Degré relatif.....	46
III.3.3. Découplage et linéarisation .....	49
III.4. Commande non linéaire du courant et de la vitesse de la MSAP .....	49
III.4.1 Les variables à contrôler .....	50
III.4.2. Commande linéarisante de la MSAP .....	51
III.4.2.1. La condition de linéarisation.....	51
III.4.2.2. Le degré relatif ( $r$ ) .....	51
III.4.3. La matrice de découplage $D(x)$ .....	52
III.4.4. Linéarisation entrée - sortie par bouclage non linéaire .....	53
III.4.5. Dynamique de l'erreur de suivie des trajectoires de références.....	54
III.4.6. Elaboration de la loi de commande physique.....	54
III.4.7. Schéma bloc du système linéarisé .....	55
III.5. Simulation de la commande non linéaire de la MSAP .....	56
III.6. Sensibilité du contrôleur non-linéaire aux variations paramétriques .....	60
III.7. Conclusion.....	63
Conclusion Générale .....	64

# Liste des figures

## Chapitre I

Figure I.1 : Machine à aimant permanent. ....	4
Figure I.2 : Photographie d'un stator. ....	4
Figure I.3 : Photographie d'un Rotor avec des aimants. ....	5
Figure I.4 : Structures d'une machine à aimants permanents à pôles saillants. ....	6
Figure I.5 : Structures d'une machine à aimants permanents à pôles lisses. ....	6
Figure I.6 : Représentation générale d'une MSAP. ....	8
Figure I.7 : Moteur industriel à aimants permanents. ....	10
Figure I.8 : Courbe de désaimantation. ....	11
Figure I.9 : Aimants ALNICO. ....	12
Figure I.10 : Aimant ferrites. ....	13
Figure I.11 : Les Samarium Cobalt (Sm-Co). ....	14
Figure I.12 : Néodyme-Fer-Bore (Nd-Fe-B). ....	14
Figure I.13 : Caractéristique du couple-angle électrique. ....	15
Figure I.14 : Principe de fonctionnement du moteur à aimants permanents. ....	16
Figure I.15 : Principales applications des machines synchrones à aimants permanents. ....	20
Figure I.16 : Schéma de principe de l'autopilotage de MSAP. ....	21

## Chapitre II

Figure II.1 : Représentation de la transformation de Park. ....	26
Figure II.2 : Schéma équivalent de la machine MSAP dans le repère (d,q). ....	28
Figure II.3 : Schéma bloc du moteur synchrone à aimants permanents. ....	31
Figure II.4 : Schéma synoptique de la MASP. ....	32
Figure II.5 : Schéma bloc de la MASP. ....	34
Figure II.6 : Bloc de simulation de la MSAP. ....	35
<b>Figure II.7</b> : Réponse de vitesse de rotation [rad/s]. ....	36
Figure II.8 : Couple électromagnétique [N.m]. ....	36
Figure II.9 : Composantes du courant statorique <i>id</i> et <i>iq</i> [A]. ....	37
Figure II.10 : Composantes du flux statorique [web]. ....	37
Figure II.11 : Réponse de vitesse de rotation [rad/s]. ....	38
Figure II.12 : Couple électromagnétique [N.m]. ....	39
Figure II.13 : Composantes du courant statorique <i>id</i> et <i>iq</i> [A]. ....	39
Figure II.14 : Composantes du flux statorique [web]. ....	40

## Chapitre III

Figure III.1 : Principe de la linéarisation entrée-sortie (cas multi variables). ....	48
<b>Figure III.2</b> : Structure d'une commande non linéaire de la MSAP. ....	55
Figure III.3 : Résultats de simulation d'une MSAP à vide sans l'inversion de sens de rotation. ....	56
Figure III.4 : Résultats de simulation d'une MSAP en charge sans l'inversion de sens de rotation. ...	57
Figure III.5 : Résultats de simulation d'une MSAP à vide avec l'inversion de sens de rotation. ....	58
Figure III.6 : Résultats de simulation d'une MSAP en charge avec l'inversion de sens de rotation. ...	59
Figure III.7 : Réponse de vitesse [rad/s] et du Couple [N.m] avec une variation de <b><i>Rs</i></b> . ....	61
Figure III.8 : Réponse de vitesse [rad/s] et du Couple [N.m] avec une variation de <b><i>Ld, Lq</i></b> . ....	62
Figure III.9 : Réponse de vitesse [rad/s] et du Couple [N.m] avec une variation de <b><i>φf</i></b> . ....	62

## Paramètres de La machine

<i>Symboles</i>	<i>Description</i>	<i>Valeurs</i>	<i>Unités</i>
<b><math>R_s</math></b>	<i>Résistance statorique</i>	1.4	$\Omega$
<b><math>L_d</math></b>	<i>Inductance directe</i>	0.0066	H
<b><math>L_q</math></b>	<i>Inductance quadratique</i>	0.0058	H
<b><math>\varphi_f</math></b>	<i>Flux d'excitation des aimant permanents</i>	0.154	Web
<b><math>J</math></b>	<i>Moment d'inertie totale du moteur</i>	0.00176	$Kg.M^2$
<b><math>f</math></b>	<i>Coefficient de frottement visqueux</i>	0.00038	$N.m/Rd/s$
<b><math>P</math></b>	<i>Nombre de paires de pôles</i>	3	–

# Abréviations

**MSAP** : Machine synchrone à aimants permanents

**BDCM** : Brushless Direct Current Motors

**CNL** : Commande Non Linéaire

**NL** : Non Linéaire

**APP** : Avec pièces polaires

**SPP** : Sans pièces polaires

**F-E-M** : Force-Electro-Motrice

**F-C-E-M** : Force-Contre-Electro-Motrice

**d, q** : Indice du repère de Park

**a, b, c** : Axe liés aux enroulements triphasés

**R<sub>s</sub>** : Résistance statorique

**L<sub>d</sub>** : Inductance statorique directe

**L<sub>q</sub>** : Inductance statorique quadratique

**φ** : Flux statorique

**φ<sub>f</sub>** : Flux d'excitation des aimants permanents

**φ<sub>d</sub>, φ<sub>q</sub>** : Composantes du flux statorique

**i<sub>d</sub>, i<sub>q</sub>** : Composantes du courant statorique

**C<sub>e</sub>** : Couple électromagnétique

**C<sub>r</sub>** : Couple électromagnétique

**m** : Nombre de phases de la machine

**p** : Nombre de paire de pôles

**J** : Moment d'inertie de la machine

**f** : Coefficient de frottement visqueux

**ω** : Vitesse électrique du rotor

**ω<sub>r</sub>** : La vitesse de la rotation mécanique

**T(θ)** : Matrice de transformation de Park

**X** : Vecteur d'état de dimension n

**U** : Vecteur de commande physique (entrées) de dimension p

**f, g, h** : Fonctions lisses non linéaires

**y** : Vecteur des sorties

**n** : Ordre du système

$\mathbf{p}$  : Ordre du vecteur de commande  $\mathbf{U}$

$\mathbf{G}$  : Matrice  $(n, p)$

$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})$  : Matrice de bouclage

$\mathbf{u}$  : Vecteur de commande interne

$\bar{\mathbf{x}}$  : Point d'équilibre

$\mathbf{x}_0$  : Point initiale

$\Phi$  : Difféomorphisme (changement de coordonnées)

$\nabla$  : Gradient

$L_f \mathbf{h}(\cdot)$  : Opérateur de Lie

$r$  : Degré relatif d'une fonction de sortie

$\mathbf{y}^{(r)}$  : Dérivée de Lie d'ordre  $r$

$\boldsymbol{\omega}_{ref}$  : Référence de vitesse

$\mathbf{y}_{ref}$  : Trajectoire de référence

$\mathbf{e}$  : Erreur de suivie

$\mathbf{D}(\mathbf{x})$  : Matrice de découplage

$\mathbf{a}_{11}$  : Coefficients du régulateur non linéaire du courant

$\mathbf{a}_{21}, \mathbf{a}_{22}$  : Coefficients du régulateur non linéaire de la vitesse

# *Introduction Générale*

## Introduction Générale

Les moteurs à courant continu ont assuré pendant longtemps le fonctionnement de la plupart d'équipements industriels (robots et machines-outils). Cependant la présence du système balais collecteur a toujours été un grand inconvénient du moteur ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écartier cet inconvénient.

Parmi les moteurs à courant alternatif utilisés dans les entraînements à vitesse variable, le moteur synchrone à aimant permanent reste un bon candidat. Son choix devient attractif et concurrent de celui des moteurs asynchrones grâce à l'évolution des aimants permanents.

La machine synchrone à aimants permanents est un actionneur électrique très robuste et présente de faibles moments d'inerties ce qui lui confère une dynamique caractérisée par de très faibles constantes de temps et permet de concevoir des commandes de vitesse, de couple ou de position avec une précision et des performances dynamiques très intéressantes (actionneurs de robotique, servomoteurs, entraînement à vitesse variable...etc.) [1] [2].

La modélisation des machines est également une étape obligatoire, que ce soit dans des modèles continus avec des fonctions de transfert ou des équations d'état, avec la recherche de réduction d'ordre pour la synthèse de régulateurs et correcteurs ou la détermination d'algorithmes de calcul en commande numérique. Selon l'application et les performances étudiées, on peut adopter l'une ou l'autre des deux méthodes d'analyse à notre disposition : soit la méthode fréquentielle, soit la méthode temporelle, plus moderne et plus puissante mais plus complexe, du rapport des variables [2].

Les machines à aimants permanents ont connu ces dernières années un grand essor. C'est grâce à l'amélioration des qualités des aimants permanents plus précisément à l'aide des terres rares ou à base d'alliage. Cela leur a permis d'être utilisés comme inducteurs dans les moteurs synchrones offrant ainsi, par rapport aux autres types de moteur, beaucoup d'avantage, entre autres, pas de pertes au rotor, une faible inertie et un couple massique élevé.

Parmi les techniques de commande appliquées aux machines synchrones à aimants permanents, on cite : l'autopilotage, la commande scalaire, la commande vectorielle et la commande non linéaire dite : linéarisation entrée - sortie par retour d'état non linéaire, pour tenter de retrouver les performances optimales des machines à courant continu [2].

Dans notre travail, nous nous intéressons à l'étude des machines synchrones à aimants permanents commandés par le contrôleur non-linéaire basé sur la technique de linéarisation entrée - sortie par retour d'état non linéaire.

Le but est la mise en œuvre d'une loi de commande robuste de la machine synchrone à aimant permanent avec comme objectif d'assurer la stabilité, la précision, la rapidité et la robustesse. On vise à concevoir un contrôleur non-linéaire afin de maîtriser l'effet des incertitudes dans les paramètres et l'effet des perturbations externes s'appliquant d'une façon brusque et imprévue.

Nous avons organisé notre travail en trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré aux généralités sur les différentes configurations des machines synchrones à aimants permanents, leurs constitutions et leurs fonctionnements. Nous avons donné aussi un aperçu général sur les types d'aimants permanents.

Dans le deuxième chapitre, on traite la modélisation de la machine synchrone avec des aimants permanents, dans le référentiel de Park. Puis on développe un modèle d'état non linéaire, en courant de la MSAP commandée en tension, qui s'adapte avec le formalisme de la commande non linéaire. Et par la suite cette modélisation sera simulée dans l'environnement du logiciel MATLAB/Simulink.

Le troisième chapitre commence par une illustration théorique de la commande non linéaire statique du type linéarisation entrée-sortie par retour d'état non linéaire, puis une application directe au contrôle du courant et de la vitesse de la MSAP. Cette étude est illustrée par des résultats de simulation et des résultats expérimentaux pour démontrer la validité de la commande non linéaire.

Une conclusion générale, résumera les différents résultats de simulation et donnera un aperçu sur les performances ainsi que les insuffisances du système développé et une idée sur les problèmes à résoudre ultérieurement.

# ***CHAPITRE I***

## ***Généralités sur les machines synchrones à aimants permanent***

## I.1. Introduction

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique. Historiquement, les servomoteurs utilisant des moteurs à courant continu ont assuré le fonctionnement de la plupart d'équipements industriels (robots et machines-outils). Cependant, leur principal défaut reste le collecteur mécanique que l'on tolère mal dans certaines applications. Pour cette raison, on s'est orienté vers l'utilisation de moteur électrique à courant alternatif afin d'écartier cet inconvénient et de profiter de leurs avantages tels que la flexibilité de variation de vitesse et la stabilité de fonctionnement [3].

Parmi les moteurs électriques à courant alternatif utilisés dans les entraînements, la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) est un bon candidat de par les nombreux avantages présentés tel que : l'absence des pertes au rotor, une grande capacité de surcharge, une vitesse stable et constante à une fréquence donnée et surtout à un couple massique élevé comparativement à celui du moteur asynchrone et du moteur synchrone classique. Ce dernier avantage lui confère une supériorité sur les autres types de moteurs.

Il est souvent appelé moteur à courant continu sans balais car lorsqu'il est autopiloté, ses caractéristiques coïncident avec celles d'un moteur à courant continu à excitation shunt. En effet, les travaux consacrés à la commande de la MSAP autopilotée, ont conclu qu'il y a une similitude entre ses caractéristiques et celles du moteur à courant continu et que le transfert des lois de commande se fait aisément [3].

Dans ce chapitre, nous donnons un aperçu sur les familles des machines électriques tournantes à aimants permanents sous certains modes de fonctionnements. On va présenter les différents types des aimants permanents ainsi que les principales structures des machines synchrones à aimants permanents et leurs domaines d'application.

## I.2. Description de la machine synchrone

La machine synchrone à aimants permanents est un dispositif électromécanique qui comprend un stator et un rotor.



**Figure I.1** : Machine à aimant permanent.

### I.2.1. Le stator

Les machines synchrones triphasées, qu'elles soient à pôles saillants ou à pôles lisses, ont un stator composé de trois enroulements identiques, décalés de  $120^\circ$  électriques dans l'espace. Lorsqu'on alimente les enroulements statoriques par un système triphasé équilibré de tensions, il y a création d'un champ tournant le long de l'entrefer. La vitesse de rotation du champ tournant est proportionnelle au nombre de pôles de la machine et à la pulsation des courants statoriques [4].



**Figure I.2** : Photographie d'un stator.

### I.2.2. Le rotor

Le rotor se compose d'aimants permanents. Les aimants permanents présentent l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation. Cependant, on ne peut pas contrôler l'amplitude du flux rotorique [5] [6].



**Figure I.3 :** Photographie d'un Rotor avec des aimants.

### I.2.3. Différents types de machines synchrones

Dans le cas des machines à rotors bobinés, le rotor supporte un bobinage monophasé alimenté par un courant continu tandis que le rotor est équipé d'un bobinage polyphasé à courant alternatif. L'obtention d'un couple de valeur moyenne non nulle passe alors par la vérification de condition de synchronisme qui impose une égalité stricte entre la vitesse du champ tournant statorique et la vitesse du champ tournant rotorique.

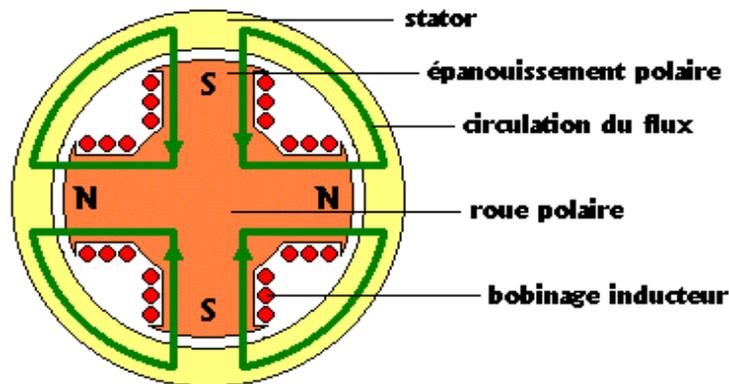
On peut distinguer les machines synchrones à aimants permanents via deux catégories d'inducteurs (rotor), qui peuvent être à « pôles lisses » ou à « pôles saillants ».

#### I.2.3.1. Machines synchrones à rotor bobinés à pôles saillants

Pour les machines à rotor à pôles saillants, les bobines inductrices sont montées autour de noyaux polaire massifs ou feuilletés.

Pour ces machines, le rotor est un électroaimant dont les pôles sont alternativement nord et sud, les enrôlements sont alimentés en courant continu, ils sont placés autour des noyaux polaires. Le nombre de pôles est toujours pair; il varie suivant la machine.

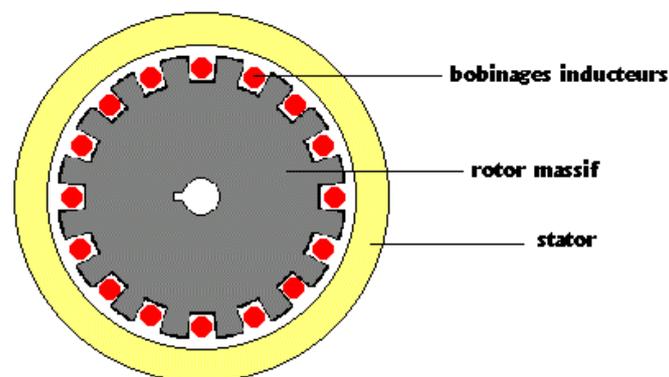
Elles sont utilisées pour des applications qui nécessitent une simplicité de constitution. Ce type de machines possède un faible facteur puissance pour les faibles puissances.



**Figure I.4 :** Structures d'une machine à aimants permanents à pôles saillants.

### I.2.3.2. Machines synchrones à rotor bobiné à pôles lisses

Plutôt adaptées pour des applications de forte puissance et grande vitesse, le bobinage est dans ce cas logé dans des encoches pratiquées dans la masse du rotor et fermées par des clavettes en acier amagnétique. Les têtes de bobines inductrices sont maintenues en place par des frettes en acier amagnétique, l'entrefer étant d'épaisseur constante. Seule la répartition des encoches et leur remplissage constitue un paramètre structurel jouant sur la forme d'onde des (f-e-m) attendues. Une disposition appropriée permet d'obtenir des (f-e-m) sinusoïdales à très faible taux d'harmonique.



**Figure I.5 :** Structures d'une machine à aimants permanents à pôles lisses.

### **I.3. Modes de fonctionnement de la machine synchrone à aimant permanent**

La machine synchrone à aimant permanent est une machine réversible, donc elle peut fonctionner en deux modes (mode génératrice et mode moteur) :

#### **I.3.1. Fonctionnement en moteur**

Parmi les moteurs à courant alternatif utilisés dans les entraînements, le moteur synchrone à aimants permanents reste un bon candidat. Son choix devient attractif et concurrent à celui des moteurs asynchrones grâce à l'évolution des aimants permanents et les progrès réalisés dans le domaine de l'électronique de puissance. Il permet donc une conversion électromécanique de l'énergie. Le stator de celui-ci est alimenté par un réseau triphasé. Il produit ainsi un champ tournant qui entraîne le rotor. La vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de synchronisme. Elle est donc directement proportionnelle à la fréquence d'alimentation du stator.

#### **I.3.2. Fonctionnement en alternateur (génératrice)**

Les alternateurs à base des machines synchrones sont la source primaire de toute énergie électrique. Entraînées par des turbines hydrauliques, à vapeur ou éoliennes, ces machines constituent les plus gros convertisseurs d'énergie au monde. Elles transforment l'énergie mécanique en énergie électrique avec des puissances allant jusqu'à 1500 MW [7].

L'inducteur de la génératrice synchrone, entraîné mécaniquement, crée un champ à répartition spatiale variable dans les bobinages statoriques. Les forces-électro-motrices (f-e-m) dans ces bobinages provoquent la circulation des courants induits qui créent à leur tour un champ statorique dans l'entrefer qui tourne à la même vitesse que celui de champ inducteur.

### **I.4. Description de la machine synchrone à aimants permanents**

#### **I.4.1. Machines synchrones à aimants permanents (MSAP)**

L'idée principale dans le développement des machines synchrones à aimants permanents était d'augmenter l'efficacité des moteurs électriques traditionnels par une

excitation permanente à travers les aimants. Cependant, cette augmentation d'efficacité n'était pas suffisante par rapport aux exigences du marché. Aujourd'hui, les MSAP sont fabriquées avec succès et constituent des solutions alternatives dans beaucoup d'applications en électrotechnique.

#### I.4.2. Structure des machines synchrones à aimants permanents

Dans tous les cas, le stator des MSAP reste au moins dans son principe le même. Il est souvent constitué d'un enroulement bobiné réparti dans les encoches du circuit magnétique statorique. Quant au rotor (inducteur), il est constitué évidemment d'aimants permanents qui peuvent être montés en surface, insérés ou enterrés dans le fer. La figure (I.6) donne une représentation d'un exemple de MSAP.

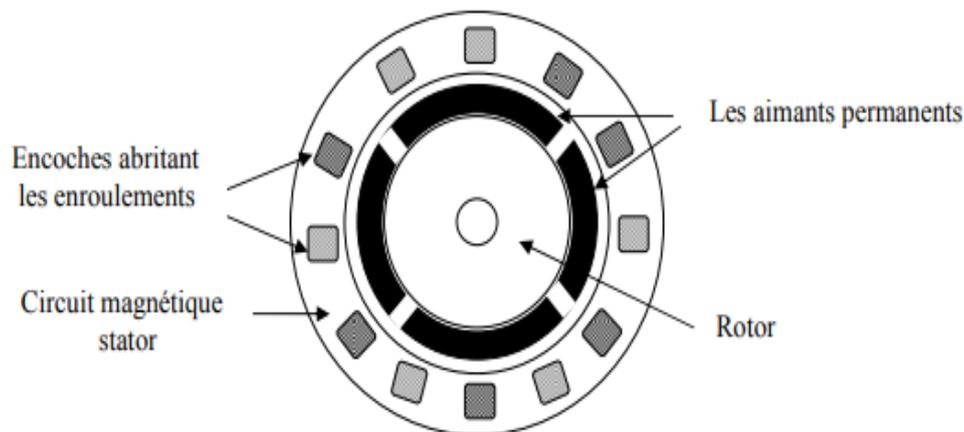


Figure I.6 : Représentation générale d'une MSAP.

##### I.4.2.1. Structures avec pièces polaires (APP)

Inducteurs à pôles saillants (avec pièces polaires APP) grâce à la structure APP, il est possible d'adapter les caractéristiques de l'aimant à celles désirées dans l'entrefer. Et en particulier pour les machines dont la réaction d'induit est négligeable, elle réduit le volume d'aimant nécessaire permettant de fonctionner au point  $(BH)_{max}$  [8]. La saillance permet en principe d'augmenter le couple et d'améliorer les performances de la machine tout en réduisant le volume des aimants. En contre partie la réalisation du système inducteur est plus

complexe que celle à pôles lisses, elle donne lieu également à des flux de fuites et ondulations du couple beaucoup plus importants.

#### **I.4.2.2. Structures sans pièces polaires (SPP)**

Les applications qui requièrent un fonctionnement intermittent, et à des vitesses constantes utilisent la structure à pôles lisses [9]. Les aimants qui se présentent sous forme de tuiles ou en barreaux élémentaires sont plaqués directement sur la surface du rotor à l'aide d'une colle spéciale, et fixés par des frettes amagnétiques en fibres de verre pour limiter les contraintes mécaniques subies à des grandes vitesses. La perméabilité magnétique des aimants étant proche de celle de l'air, l'entrefer est alors considéré comme constant mais relativement important comparativement aux machines classiques. Il en résulte un flux faible dans celui-ci, générant ainsi un couple massique moyen qui a moins d'ondulations.

Outre la largeur de l'entrefer, les paramètres qui influent sur les performances de ce type de machines sont : l'épaisseur de l'aimant, son ouverture sur un pas polaire, le type de matériaux utilisés, le mode d'alimentation et l'intensité des courants injectés au niveau du stator, ainsi que les sens d'aimantation (ils peuvent être d'aimantation radiale, azimutale ou mixte).

### **I.5. Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP)**

Historiquement, les premiers aimants permanents ont été utilisés au début du XIX<sup>ème</sup> siècle, de performances très modestes à leurs débuts, les progrès réalisés depuis plus d'un siècle ont contribué au développement des machines à aimants. L'évolution des aimants permanents modernes, qu'ils soient à base d'alliage métalliques ou de terres rares (par exemple du type samarium cobalt, néodyme fer bore,...) leur a permis d'être utilisés comme inducteurs dans les machines synchrones offrant ainsi beaucoup d'avantages à savoir [10] [11]:

- Induction de saturation élevée,
- Faible désaimantation,
- Densité de puissance massique élevée,

- Energie maximale stockée plus grande par rapport aux autres types des machines.

Pour la MSAP, l'inducteur est remplacé par des aimants permanents, ceci présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes Joule rotoriques. La machine synchrone à aimants permanents est largement utilisée dans plusieurs applications comme les machines-outils, la robotique, les générateurs aérospatiaux, la traction électrique,...etc [10] [11].

Le domaine d'emploi de la MSAP à l'heure actuelle est de quelques dizaines de Kilowatts à cause des caractéristiques magnétiques des aimants qui peuvent se perdre en dépassant les limites de fonctionnement. L'ensemble de ces propriétés leur donne un avantage incontestable dans la motorisation d'actionneurs de forte puissance massique et de hautes performances, notamment dans les systèmes embarqués [10] [11].



**Figure I.7 :** Moteur industriel à aimants permanents.

### **I.5.1. Les aimants permanents utilisés pour la MSAP**

Le choix des aimants permanents est essentiel puisqu'ils interviennent dans le couple massique d'un actionneur. Les aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B-H. (Figure I.8).

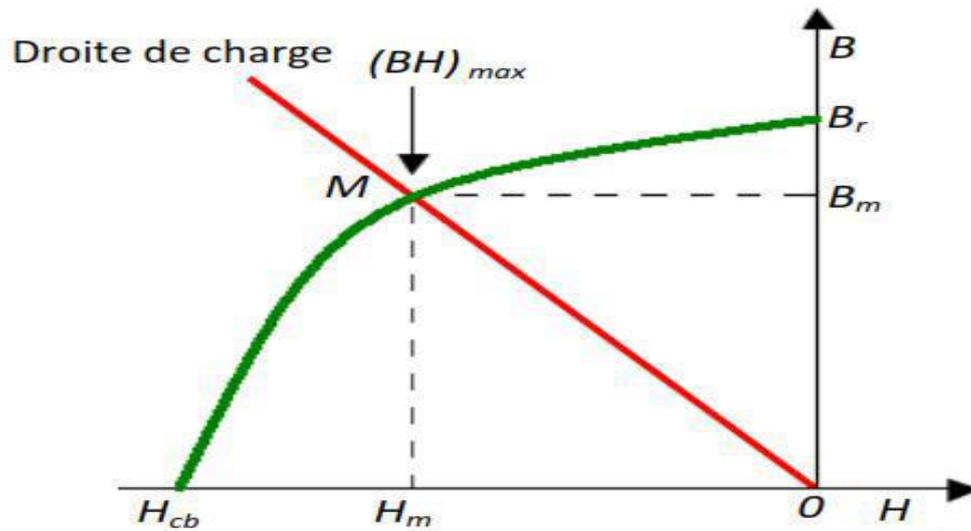


Figure I.8 : Courbe de désaimantation.

Il existe divers types d'aimants permanents selon les matériaux utilisés pour les concevoir, on distingue principalement les types suivants :

#### I.5.1.1. AlNiCo

Appelés aussi aimants métalliques, ce sont des aimants réalisés à base d'un alliage Aluminium-Nickel-Cobalt, caractérisés par une induction rémanente élevée et un champ coercitif faible, Ils sont le siège de pertes fer due à leur composition métallique, leur donnant des caractéristiques énergétiques médiocre ce qui les rend difficile à utiliser au niveau des machines électriques .

Les aimants AlNiCo présentent une aimantation permanente très élevée ( $B_r$  de l'ordre de 0,8 à 1,3T) mais un champ coercitif assez faible (50 à 160 kA/m). Leur produit énergétique  $(BH)_{max}$  est de l'ordre de 40 à 50 KJ/m<sup>3</sup>, et peut dépasser 80 KJ/m<sup>3</sup>.

Les AlNiCo sont des matériaux relativement chers, cela provient surtout du prix du cobalt, qui entre dans sa composition (à hauteur de 20 à 40%).

Cependant, grâce à leur excellente stabilité thermique inégalée à ce jour et à la possibilité de les utiliser à température élevée (de l'ordre de 500°C), les aimants AlNiCo conservent néanmoins le marché des appareils de mesure (principalement les compteurs) et celui de certains capteurs [10] [11].



**Figure I.9 :** Aimants ALNICO.

### **I.5.1.2. Les ferrites**

Les ferrites sont composés d'oxyde de fer, de baryum et de strontium (famille des céramiques), ils sont donc électriquement non-conducteurs et quasiment ferromagnétiques, ils sont caractérisés par une faible induction rémanente mais ont un champ coercitif élevé, les ferrites peuvent être isotropes ou anisotropes.

Suivant la composition et le mode de fabrication, on obtient les propriétés suivantes :  $B_r$  de 0.2 à 0.4 T,  $H_c$  de 140 à 300 kA/m et  $(BH)_{max}$  de 10 à 40 KJ/m<sup>3</sup>, ils ont réussi à s'imposer malgré des performances modestes à cause notamment de leur prix de revient et d'une rigidité magnétique élevée.

Cependant, en raison de la faible valeur d'aimantation rémanente, il faut recourir à des structures complexes de machines, à concentration de flux, pour atteindre des couples massiques et volumiques élevés [10] [12].



**Figure I.10 :** Aimant ferrites.

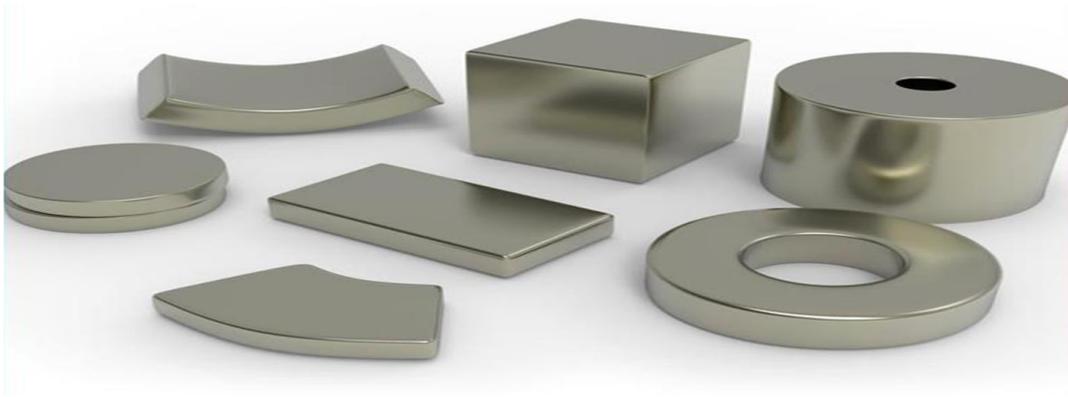
### I.5.1.3. Les Terres rares

Cette catégorie demeure la plus performante pour ses propriétés magnétiques, la densité d'énergie emmagasinée dans ce type d'aimant est trois fois plus grande que celle des Alnico et six fois plus que celle des ferrites, réduisant ainsi de façon considérable le volume du rotor, leur prix est élevé à cause des matériaux les constituant [12].

On distingue deux types très répandus :

- **Samarium cobalt (SmCo)**

C'est la version la plus courante d'aimants permanents à base de terres rares, caractérisée par une induction rémanente et un champ coercitif élevé ce qui les rend très performant, on distingue deux formes principales : le SmCo5 et le Sm2Co17 leur champ coercitif qui est de l'ordre de 2000 et 1000 kA/m respectivement, les rend très résistant à la désaimantation, leurs aimantations rémanentes sont respectivement 0,9 T et 1,15 T et fonctionnent en température élevée aussi (entre 250 et 350°C) selon le type utilisé [10].



**Figure I.11** : Les Samarium Cobalt (Sm-Co).

### • Néodyme-Fer-Bore

Le NdFeB est le type le plus récent, avec une induction rémanente élevée et un champ coercitif élevé aussi, c'est un matériau idéal qui permet d'avoir une bonne excitation de la machine et de hautes performances. Ils sont constitués essentiellement de  $Nd_2Fe_{14}B$ . Ils sont moins coûteux que les Samarium-Cobalt et présentent des propriétés magnétiques supérieures et leur produit d'énergie volumique (BH)<sub>max</sub> atteint 400 KJ/m<sup>3</sup> à température ambiante.

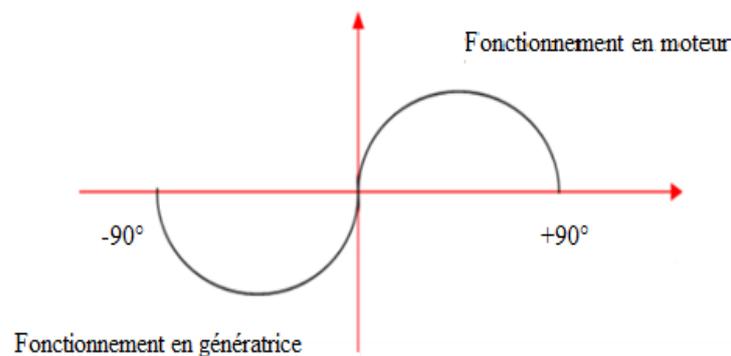
En termes de marché, la famille des aimants est la première qui a pu contester la suprématie des aimants ferrites, mais la faiblesse majeure de ces matériaux est leur température de Curie peu élevée (~100°C), qui leur procure une tenue en température réduite, On doit citer aussi leur sensibilité à l'oxydation par simple exposition à l'air [10] [13].



**Figure I.12** : Néodyme-Fer-Bore (Nd-Fe-B).

### I.5.2. Analyse du fonctionnement de la MSAP

La machine étudiée est un moteur, il permet donc une conversion électromécanique de l'énergie. Le stator de celui-ci est alimenté par un réseau triphasé. Il produit ainsi un champ tournant qui entraîne le rotor. Plus le couple sur l'arbre est élevé plus l'angle de décalage polaire est plus grand. Le rotor décroche du flux tournant dès que cet angle dépasse  $90^\circ$ . La vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de synchronisme. Elle est donc directement proportionnelle à la fréquence d'alimentation du stator [14]. La caractéristique du couple-angle électrique est illustrée dans la figure suivante :



**Figure I.13 :** Caractéristique du couple-angle électrique.

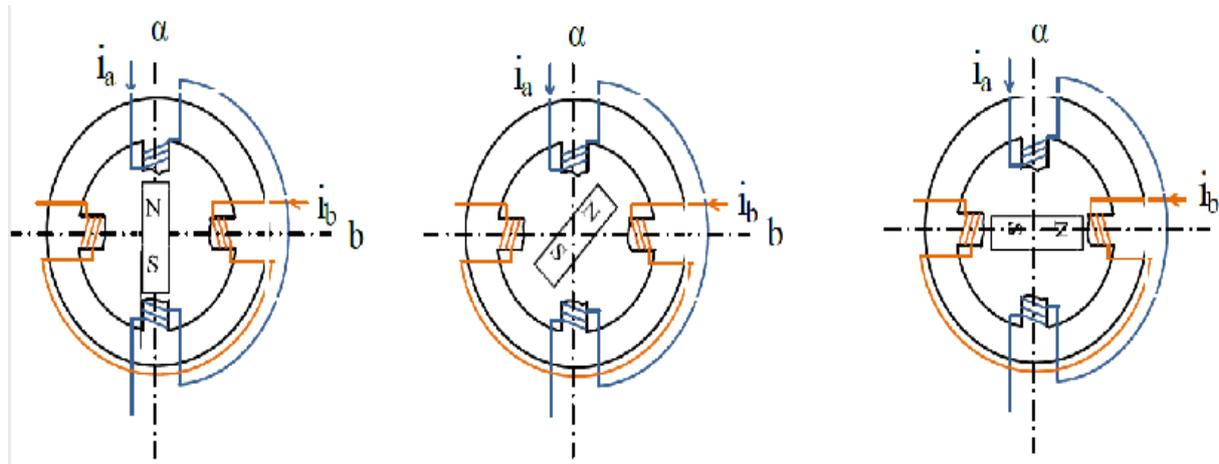
### I.5.3. Principe de fonctionnement de la MSAP

Le fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents est beaucoup plus simple que celui du moteur à courant continu. Le stator muni d'un enroulement, triphasé est alimenté par un système de tensions et courants créant dans l'entrefer un champ d'induction tournant  $B_{ri}$ .

Le champ d'induction  $B_{ri}$  a tendance à attirer le rotor, lequel est muni d'aimants permanents produisant le champ d'induction. De ce fait, les champs d'induction créés par le stator et le rotor ont tendance à s'aligner, raison pour laquelle un couple d'origine électromagnétique prend naissance [15].

Comparativement à la machine à courant continu, on voit que c'est le rotor qui joue le rôle d'inducteur (excitation), l'induit étant alors au stator. Le rotor se met à tourner à une

vitesse angulaire  $\omega_r$  correspondant à la pulsation de l'alimentation triphasée, ce qui justifie la désignation du moteur synchrone.



**Figure I.14 :** Principe de fonctionnement du moteur à aimants permanents.

## I.6. Différents couples de la machine synchrone à aimants permanents

La machine synchrone à aimants permanents est caractérisée principalement par trois couples [12]:

### I.6.1. Couple de détente

Quand les aimants tournent avec le rotor et passent devant les dents du stator, ils rencontrent une réactance variable qui entraîne un couple de valeur moyenne nulle que l'on appelle couple de détente pour le minimiser on choisit d'incliner les encoches ou bien les aimants, on préfère incliner les aimants car incliner les encoches rend difficile l'opération de bobinage.

### I.6.2. Couple réactant

Aussi appelé couple de saillance, il est dû aux variations des inductances des enroulements statoriques en fonction de la position du rotor. Pour la machine avec des aimants montés en surface, le rotor ne présente aucune saillance, la réactance est constante donc pour ces moteurs le couple réactant est nul.

### **I.6.3. Couple mutuel**

Il résulte de l'interaction des champs tournant statorique et rotorique. Le couple total est alors égal à la somme d'un couple hybride (mutuel), d'un couple de détente et d'un couple réluctant.

## **1.7. Avantages et Inconvénients de la MSAP**

La MSAP à plusieurs avantages mais aussi elle a quelques inconvénients [16] [17] [18] :

### **I.7.1 Avantages de la MSAP**

- L'absence d'enroulement rotorique annule les pertes Joules au niveau du rotor.
- Le couple volumique et la puissance massique importante permettent une meilleure compacité.
- L'absence des collecteurs et des balais simplifie la construction et l'entretien.
- La densité du flux, relativement élevée dans l'entrefer, assure une très bonne performance dynamique.
- Possibilité de supporter des surcharges transitoires importantes et un bon comportement dynamique en accélération et en freinage.
- Très bon rendement et un facteur de puissance élevé (proche de l'unité) .
- Grande fiabilité.
- Fonctionnement à très haute vitesses.

### **I.7.2. Inconvénients de la MSAP**

- Coût élevé (à cause du prix des aimants).
- Problème de tenue en température des aimants.
- Risque de démagnétisation irréversible des aimants par la réaction d'induit.
- Impossibilité de régler l'excitation.

- Pour atteindre des vitesses élevées, il est nécessaire d'augmenter le courant statorique afin de démagnétiser la machine. Ceci entraînera inévitablement une augmentation des pertes statoriques par effet Joule.
- La non-régulation de ce flux ne permet pas une souplesse de contrôle sur une très large plage de vitesse.
- Influence des vibrations et des chocs sur la structure de la machine.

## **I.8. Alimentation des machines à aimants permanents**

Ces machines sont regroupées en deux grandes familles ; les machines dont la f-é-m est sinusoïdale et des machines dont la f-é-m est trapézoïdale [17].

### **I.8.1. Moteur à f.é.m. trapézoïdale**

Pour les machines à f-é-m dite trapézoïdale, la forme du courant la plus appropriée est de type à 120°. Les actionneurs correspondant à ce type d'alimentation sont communément appelés actionneur à courant continu sans balais (BDCM : Brushless Direct Current Motors) ou machines synchrones autopilotées à aimants permanents. Leur commande est simple car leur autopilotage consiste à alimenter à tout instant deux phases et cette commande nécessite uniquement une seule boucle de courant et un capteur de position de faible résolution. Des techniques de minimisation des ondulations de couple sont généralement nécessaires. Les BDCM sont utilisés pour les applications à basse performances (peu sensible au couple) comme les pompes et les ventilateurs.

### **I.8.2. Moteur à f.e.m. sinusoïdale**

Pour obtenir un couple constant, les courants d'alimentation doivent être également sinusoïdaux, les actionneurs correspondants à cette famille sont appelés actionneurs synchrones (PMSM : Permanent Magnet Synchronous Motors) le pilotage du moteur en courants sinusoïdaux permet de supprimer les commutations brutales (source de bruit) et d'obtenir une meilleure régularité du couple moteur. Les PMSM sont utilisé pour les applications à grande performances qui demande une grande qualité de couple.

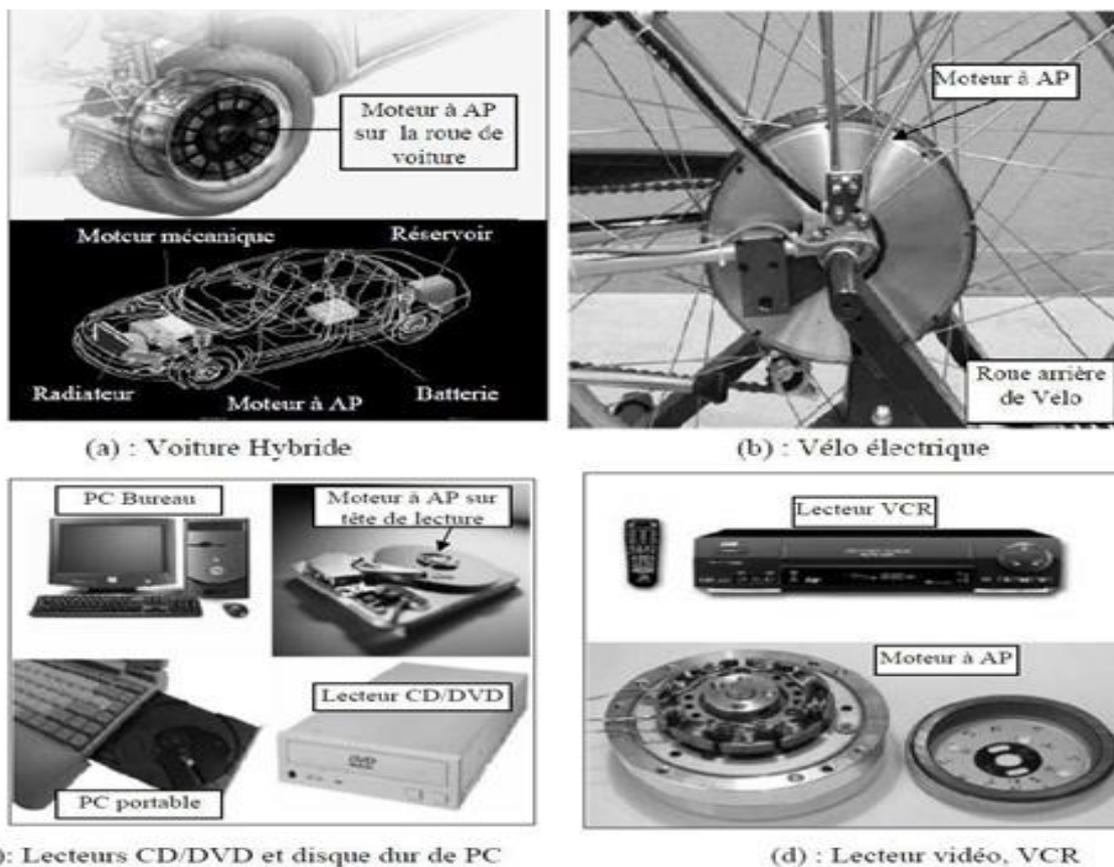
## I.9. Domaines d'application de MSAP

Il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges, et grâce au développement de l'électronique de puissance, l'association machine à aimants convertisseur de puissance a trouvé de nombreuses applications dans les domaines très divers tels que la robotique, la technologie de l'espace et dans d'autres applications plus particulières [19] comme :

- Les équipements domestiques (machine à laver le linge),
- Les automobiles,
- Les équipements de technologie de l'information (DVD drives),
- Les outils électriques, jouets, système de vision et ses équipements,
- Les équipements de soins médicaux et de santé (fraise de dentiste),
- Les servomoteurs,
- La production d'électricité,
- La propulsion des véhicules électriques et la propulsion des sous-marins
- Les machines-outils,

Elles sont utilisées pour des puissances allant de la gamme des microwatts à celle des mégawatts. (La figure I.15) illustre quelques applications de ces machines.

Toutefois leur domaine d'utilisation privilégié reste les puissances à quelques dizaines de Kilowatts ou l'aimant permanent permet d'obtenir à taille égale, une induction dans l'entrefer plus élevée que les machines à rotor bobiné [18].



**Figure I.15** : Principales applications des machines synchrones à aimants permanents.

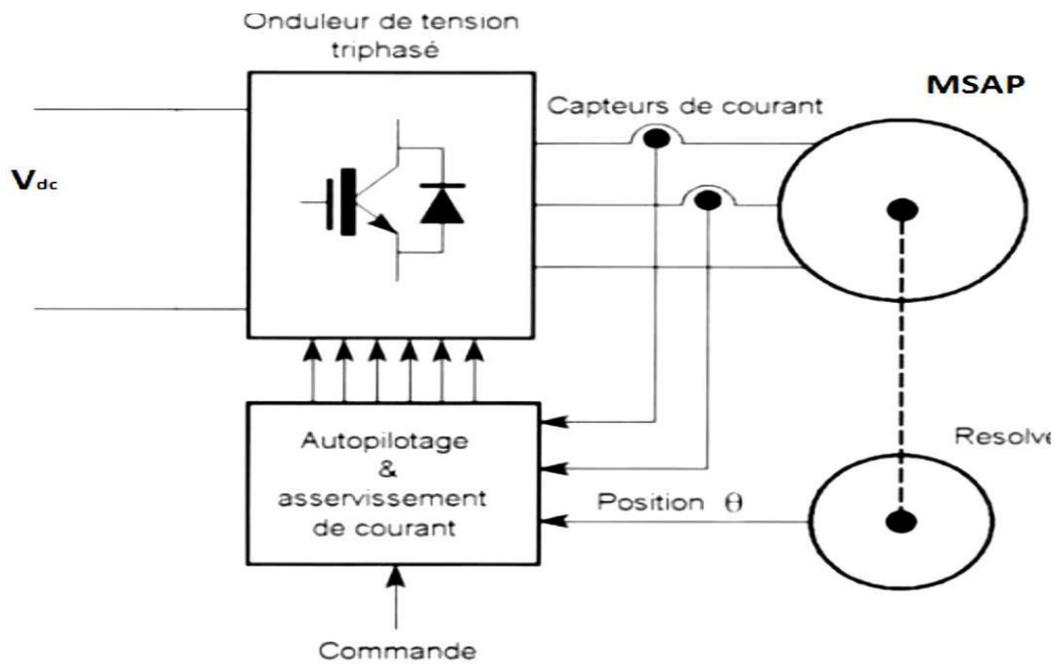
## I.10 Principe de L'autopilotage des Machines Synchrones

La fréquence des courants au stator est asservie à la rotation du rotor de manière à maintenir le synchronisme entre le champ créé par les courants du stator et le moment magnétique du rotor. Il en découle que le champ statorique "tourne" à la vitesse du rotor. A l'arrêt du rotor, le champ statorique est immobile ; c'est le principe de l'autopilotage [20]. Un moteur synchrone fonctionnant en mode non autopiloté est fortement instable.

L'autopilotage d'une machine synchrone consiste à maintenir constant ou peu variable le décalage angulaire entre les FEM de celle-ci et les courants statoriques. Avec cette condition, le couple électromagnétique développé par la machine peut être contrôlé et une boucle d'asservissement de position ou de vitesse peut être réalisée autour de la boucle de commande du couple de la machine. Pour réaliser cette tâche, le synchronisme de la machine

doit être contrôlé par un capteur de position lié au rotor .Cela permet d'imposer le courant ou la tension qu'il faut afin d'assurer le contrôle du couple de la machine.

La figure (I.16) ci-dessous représente le schéma de principe de l'autopilotage :



**Figure I.16 :** Schéma de principe de l'autopilotage de MSAP.

## I.11. Conclusion

Nous avons donné dans ce chapitre une présentation générale sur les machines tournantes à aimants permanents, ses types, ses avantages et ses domaines d'applications. En plus les avantages liés à l'introduction des aimants au sein des machines, nous avons également montré leurs divers arrangements dans le rotor avec leurs effets, à savoir le chemin principal de flux, forme de l'induction dans l'entrefer, le couple. Puis nous avons donné quelques aspects structurels des différents types d'aimants permanents et de matériaux ferromagnétiques ainsi que leurs propriétés.

# ***CHAPITRE II***

## ***Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents***

## II.1. Introduction

L'étude du comportement d'une machine électrique est une tâche difficile et nécessite avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés.

Parmi les machines à courant alternatif utilisés la machine synchrone à aimant permanent reste un bon candidat pour l'utilisation industrielle. Son choix devient attractif et concurrent de celui des moteurs asynchrones grâce à l'évolution des aimants permanents. Cela leur a permis d'être utilisés comme inducteurs dans les machines synchrones offrant ainsi, non seulement d'augmenter la densité d'énergie de ces machines, mais aussi de réduire leurs dimensions et leurs pertes par rapport aux autres types de machine, alors beaucoup d'avantage, entre autres, une faible inertie et un couple massique élevé.

La modélisation des machines et des convertisseurs en régime dynamique est également un passage obligé, que ce soit en modèles continus avec fonctions de transfert ou équations d'état, avec recherche de réduction d'ordre pour la synthèse des régulateurs et des correcteurs ou la détermination des algorithmes de calcul en commande numérique [2].

On peut citer quatre types de machine synchrone [2]:

- ✓ Machine synchrone à rotor bobiné et entrefer lisse ( $L_d = L_q$ );
- ✓ Machine synchrone à rotor bobiné et pôles saillants ( $L_d > L_q$ ) (effet de la saillance: augmentation du couple max);
- ✓ Machine synchrone à aimants permanents montés en surface du rotor sans pièces polaires ( $L_d = L_q$ ) (grand entrefer) (on peut avoir un couple trapézoïdale);
- ✓ Machine synchrone à aimants permanents enterrés au rotor, ( $L_d < L_q$ ) (possibilité de vitesse de rotation élevée).

Pour notre cas on s'intéresse à l'étude, la modélisation et la commande de la machine synchrone à rotor bobiné et pôles saillants

Dans ce chapitre, nous allons présenter la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents, on définit les équations électriques et mécaniques qui régissent le fonctionnement de la MSAP toute en spécifiant le modèle à utiliser pour modéliser notre

système d'équations cependant on va exploiter le modèle de Park afin d'opérer la synthèse de la simulation de cette MSAP dans le troisième chapitre.

Après la modélisation dynamique, nous vérifions le comportement dynamique de la machine à travers la simulation numérique.

## II.2. Hypothèses simplificatrices

Les phénomènes physiques inhérents au fonctionnement du système peuvent être partiellement ou totalement pris en compte dans un modèle. Ils découlent plusieurs niveaux de modélisation liés aux hypothèses simplificatrices associées. Plus le nombre d'hypothèses est grand, le modèle sera plus simple. Cela permet une étude et une exploitation plus aisée. Ces simplifications proviennent des propriétés des machines à courant alternatif [21].

Dans ce but, on adopte les suppositions suivantes :

- La saturation est négligée, il en résulte que les inductances propres et mutuelles sont indépendantes des courants qui circulent dans les différents enroulements, ce qui permet d'avoir des relations linéaires entre les flux et les courants
- Les forces magnétomotrices (FMM) sont réparties sinusoïdalement dans l'entrefer de la machine, il y a une symétrie par rapport à l'axe magnétique des enroulements;
- On ne tient pas compte de l'hystérésis et les pertes par courants de Foucault dans les parties magnétiques;
- La variation des résistances en fonction de la température est négligeable

## II.3. Caractéristiques de la MSAP

- Machine synchrone à aimants permanents en terre rare, ce qui engendre un flux d'excitation constant au rotor ( $\varphi_f$ );
- La machine n'est pas dotée d'amortisseurs ;
- Les aimants sont enterrés au rotor avec une saillance inversée par conséquent, les inductances propres du stator selon les axes  $d$  et  $q$  sont différents [2].

## II.4. Modélisation de la MSAP

La modélisation d'une MSAP est identique à celle d'un moteur synchrone classique sauf que l'excitation en courant continu placée au rotor est remplacée par le flux de l'aimant.

### II.4.1. Les équations de la machine synchrone dans le référentiel (a, b, c)

Le comportement de la machine est entièrement défini par trois types d'équations à savoir :

- ❖ Equations électriques
- ❖ Equations mécaniques
- ❖ Equations électromagnétiques

#### II.4.1.1. Equations électromécaniques

Les équations triphasées des tensions et des flux statoriques sont écrites respectivement comme suite :

$$[V_s] = [R_s] \cdot [I_s] + \frac{d}{dt} [\varphi_s] \quad (\text{II.1})$$

$$[\varphi_s] = [L_s] \cdot [I_s] + [\Phi_{sf}] \quad (\text{II.2})$$

En définissant les vecteurs suivants :

$$[V_s] = [v_a v_b v_c]^T [I_s] = [i_a i_b i_c]^T [\varphi_s] = [\varphi_a \varphi_b \varphi_c]^T$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} [L_s] = \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ab} & L_b & L_{bc} \\ L_{ac} & L_{bc} & L_c \end{bmatrix}$$

$[V_s]$ : Vecteur tension statorique.

$[I_s]$ : Vecteur courant statorique.

$[\varphi_s]$ : Vecteur flux statorique.

$[R_s]$ : Matrice résistance du stator.

$[L_s]$ : Matrice inductance du stator.

$[\Phi_{sf}]$ : Vecteur flux engendré par l'aimant définie par :

$$[\Phi_{sf}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

$\theta$  : Angle de charge (position de rotor) défini par :

$$\theta(t) = \int_0^t \omega dt \quad (\text{II.4})$$

Sachant que :

$$\omega = P\omega_r \quad (\text{II.5})$$

$\omega$  : Pulsation électrique.

$\omega_r$  : Vitesse de rotation mécanique de la MSAP (rad/s).

$P$  : Nombre de paire de pôle.

#### II.4.1.2. Equation mécanique

L'application de la 2ème loi de Newton donne l'équation de mouvement :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J}(C_e - C_r - f\omega_r) \quad (\text{II.6})$$

Avec :

$J$  : Moment d'inertie de la partie tournante (kg.m<sup>2</sup>)

$F$  : Coefficient de frottement visqueux (N.m.s/rad).

$C_r$  : Couple résistant (N.m).

$C_e$  : Couple électromagnétique.

#### II.4.1.3. Equations électromagnétiques

L'équation de couple électromagnétique est importante pour définir l'équation mécanique et prend la forme suivante :

$$C_e = [i_s]^T \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{d[L_s]}{d\theta} [i_s] + \frac{1}{2} \cdot \frac{d[\Phi_{sf}]}{d\theta} \right] \quad (\text{II.7})$$

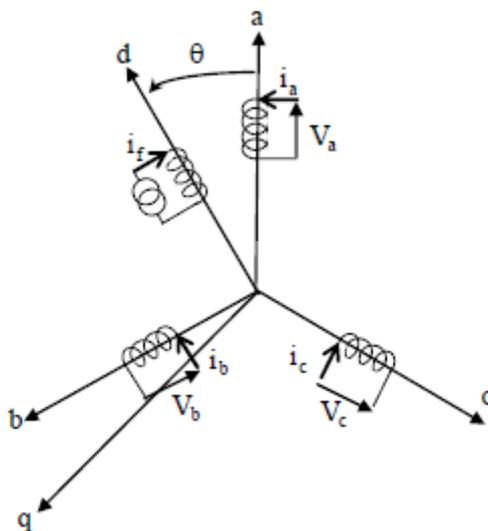
## II.4.2. La transformation de Park

Le modèle synchrone dans le référentiel  $(a, b, c)$  étant fort complexe, et aboutit à des équations différentielles à coefficients variables, le but des transformations matricielles est de le simplifier. Cette simplification réduit l'ordre du système.

### II.4.2.1. Principe de transformation de Park

La transformation de Park est un outil mathématique consiste à transformé le système triphasé  $(a, b, c)$  en un système diphasé  $(d, q)$ . Ce passage mathématique, transforme les troiscobines statoriques fixes déphasées de  $2\pi/3$  en deux bobines fictives équivalentes déphasées de  $\pi/2$  et situées sur le rotor, l'aimant se situe sur l'axe  $d$  [22].

Les variables et les paramètres sont alors représentés dans un référentiel à deux axes: l'axe direct ( $d$ ) et l'axe de quadrature arrière ( $q$ ), perpendiculaires, l'angle  $\theta$  entre les deux repères est appelé angle Park. La figure (II.1) montre le principe de la transformation de Park.



**Figure II.1 :** Représentation de la transformation de Park.

La transformation de Park est définie par :

$$\begin{cases} [V_{abc}] = [T(\theta)]^{-1}[V_{dqo}] \\ [V_{dqo}] = [T(\theta)][V_{abc}] \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

$[T(\theta)]$  et  $[T(\theta)]^{-1}$  sont les matrices de passage directe et inverse, qui sont données par :

$$[T(\theta)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

$$[T(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

#### II.4.2.2. Modèles de park de la machine synchrone à aimants permanents

Pour simplifier les équations différentielles définies précédemment, on va opérer à un changement de repère des différentes grandeurs (courants, tensions et flux) triphasées de la MSAP. Ce changement de référentiel va consister à quitter le système triphasé  $abc$ , vers le système diphasé et réciproquement (voir Figure II.1). Dans ce contexte, on va exploiter la transformation de Park en choisissant comme référentiel le rotor.

#### II.4.2.3. Application de la transformation de Park

La transformation de *Park* est souvent appelée transformation à deux axes. Physiquement, l'application de cette transformation à la MSAP correspond à une transformation des trois bobines (statoriques) à deux bobines équivalentes reprenant les mêmes considérations ou aspects en termes de f.m.m, de flux, de couple ou du moins une image qui leur sera parfaitement proportionnelle [4] [23].

$$\begin{cases} [V_{dqo}] = [T][V_{abc}] \\ [i_{dqo}] = [T][i_{abc}] \\ [\mathcal{O}_{dqo}] = [T][\mathcal{O}_{abc}] \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

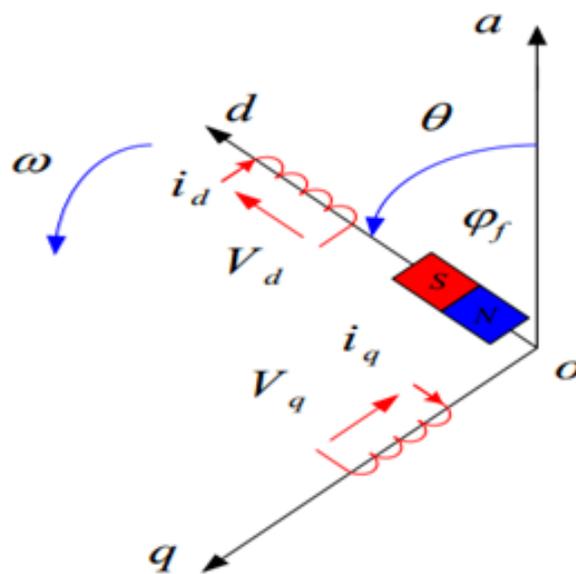
La transformation de Park consiste à transformer la représentation du moteur triphasée équilibrée à une représentation biphasée équivalente caractérisée par deux axes d-q, à condition que le champ où les forces magnétomotrices et la puissance instantanée soient conservés [24] [25].

$[T]$  : est la matrice de Park normalisée, définie par :

$$[T] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

## II.5. Modèle de la Machine Synchrone à Aimants Permanents dans le Repère de Park

Pour supprimer la non linéarité des équations du modèle précédent, nous utilisons la transformation de Park qui consiste à remplacer les enroulements des phases (a, b, c) par deux enroulements (d, q) dont les axes magnétiques sont solidaires au rotor et tournent avec lui avec une vitesse ( $\omega$ ) comme le représente dans la figure (II.2).



**Figure II.2 :** Schéma équivalent de la machine MSAP dans le repère (d,q).

### II.5.1. Equations des Tensions

En appliquant la transformation de Park au système (II.2), on aura:

$$[V_{dq0}] = [P(\theta)][V_{abc}] = [P(\theta)][R_s][i_{abc}] + [P(\theta)] \frac{d}{dt} [\varphi_{abc}] \quad (\text{II.13})$$

Ensuite, en se basant sur le système (I.9) tout en appliquant sur lui  $[P(\theta)]$  on obtient alors :

$$[V_{dqo}] = [P(\theta)] \cdot [R_s] \cdot [P(\theta)]^{-1} \cdot [i_{dqo}] + [P(\theta)] \cdot [P(\theta)]^{-1} \cdot \frac{d}{dt} [\varphi_{dqo}] + [P(\theta)] \cdot \left( \frac{d}{dt} [P(\theta)]^{-1} \right) \cdot [\varphi_{dqo}]$$

Du moment que  $[R_s]$  est diagonale alors :

$$[P(\theta)][R_s][P(\theta)]^{-1} = [R_s] \quad (\text{II.14})$$

En utilisant :

$$[P(\theta)] \cdot \left( \frac{d}{dt} [P(\theta)]^{-1} \right) = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

A l'aide de (II.13) on obtient les équations statoriques de la machine exprimées dans le référentiel de Park lié au rotor :

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \omega \varphi_q \\ v_q = R_s i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \omega \varphi_d \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

### II.5.2. Equations des Flux

Les équations des flux statorique s'écrivent dans le repère de Park comme suit :

$$\begin{cases} \varphi_d = L_d i_d + \varphi_f \\ \varphi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

En remplaçant les expressions des flux  $\varphi_d$  et  $\varphi_q$  dans le système :

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - P\omega_r \varphi_q \\ v_q = R_s i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + P\omega_r \varphi_d \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

Nous obtenons :

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - P\omega_r L_q i_q \\ v_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + P\omega_r (L_d i_d + \varphi_f) \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Avec :

$v_d, v_q$ : Les tensions statorique dans le repère  $(d, q)$

$i_d, i_q$ : Les courants statorique dans le repère  $(d, q)$

$\varphi_d, \varphi_q$ : Les flux statorique dans le repère  $(d, q)$

$\varphi_f$ : Flux induit par les aimants permanents

$L_d, L_q$ : Inductance cyclique statorique d'axe direct 'd' et l'axe transverse 'q'

### II.5.3 Équations mécaniques

L'équation mécanique développée par la machine est donnée par la relation suivante :

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = C_e - C_r - f\omega_r \quad (\text{II.20})$$

Ou bien :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} \left( \frac{3}{2} P \left[ (L_d - L_q) i_d i_q + \varphi_f i_q \right] - C_r - f\omega_r \right) \quad (\text{II.21})$$

### II.5.4 Équation de couple dans le référentiel de Park

Avant d'exprimer le couple de la machine dans le référentiel de Park, nous allons au préalable déterminer la puissance instantanée fournie à la machine.

$$P(t) = (v_{abc})^T i_{abc} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (\text{II.22})$$

Dans le référentiel de Park, cette puissance s'écrit :

$$P(t) = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \quad (\text{II.23})$$

En remplaçant les courants et les tensions dans cette expression par leurs similaires dans le système  $(d, q)$ , la puissance électrique absorbée par la machine dans le référentiel de Park devient :

$$P(t) = \frac{3}{2} \left[ P\omega_r \left( (L_d - L_q) i_d i_q + \varphi_f i_q \right) + R_s (i_d^2 + i_q^2) + \left( L_d i_d \frac{di_d}{dt} + L_q i_q \frac{di_q}{dt} \right) \right] \quad (\text{II.24})$$

Cette puissance est constituée de trois termes :

- Le premier représente la puissance perdue dans les enroulements statoriques :

$$P_j = \frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2) \quad (\text{II.25})$$

• Le deuxième, la variation de l'énergie magnétique emmagasinée dans les enroulements statoriques :

$$P_m = \frac{3}{2} \left( L_d i_d \frac{di_d}{dt} + L_q i_q \frac{di_q}{dt} \right) \quad (II.26)$$

• Le troisième terme, la puissance électromagnétique transmise dans l'entrefer de la machine :

$$P_{em} = \frac{3}{2} \left[ P \omega_r \left( (L_d - L_q) i_d i_q + \phi_f i_q \right) \right] \quad (II.27)$$

Le couple qu'est produit par l'interaction entre les pôles formés par les aimants au rotor et les pôles engendrés par les Fmms dans l'entrefer généré par les courants statoriques.

Il est exprimé par :

$$C_e = \frac{P_{em}}{\omega_r}$$

$$C_e = \frac{3}{2} P \left[ \left( (L_d - L_q) i_d i_q + \phi_f i_q \right) \right] \quad (II.28)$$

En combinant les expressions (II.19), (II.20) et (II.28), on obtient le schéma bloc de la figure (II.3). C'est sur cette base de modèle que sont développés les algorithmes de commande du moteur synchrone à aimants permanents qui seront présentés dans la suite de ce travail.

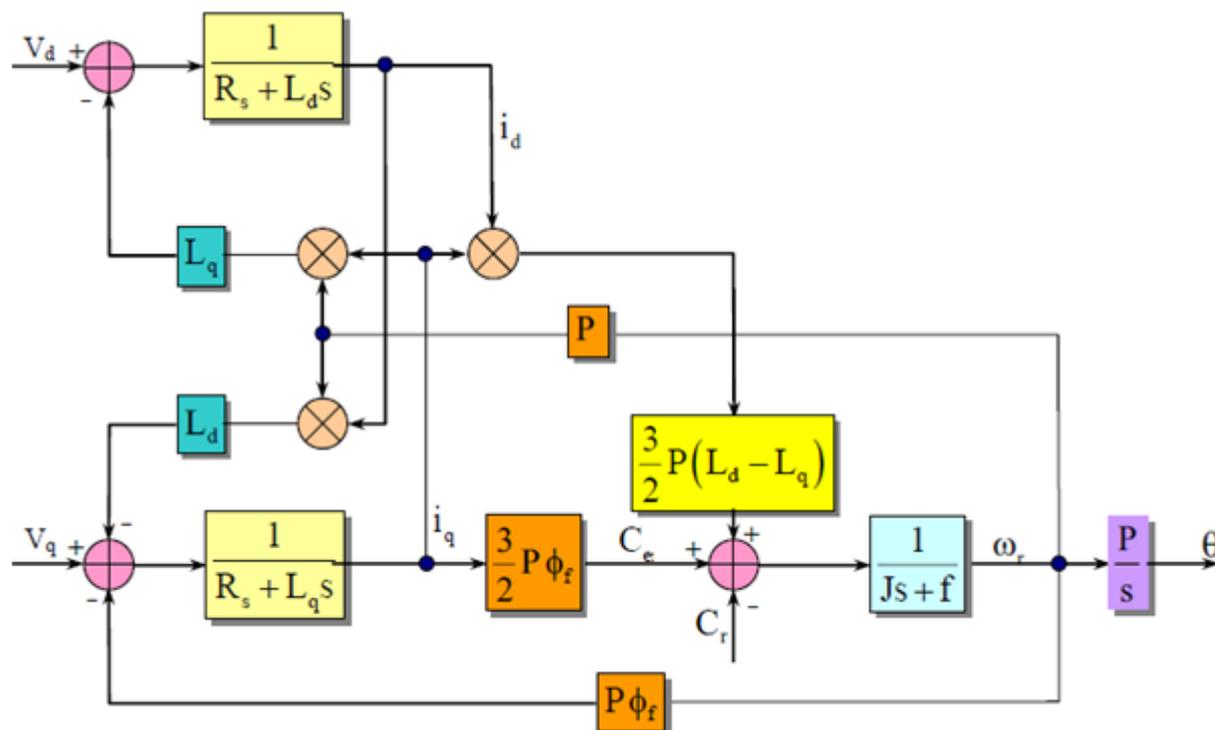


Figure II.3 : Schéma bloc du moteur synchrone à aimants permanents.

## II.6. Modèle en courant de la MSAP, commandée en tension

D'après les équations précédentes et prenons comme variables d'état les composantes du courant statorique ( $i_d, i_q$ ) et la vitesse de rotation ( $\omega_r$ ), on aboutit au système non linéaire et fortement couplé au niveau flux et couple électromagnétique suivant [1] [2] :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{-R_s}{L_d} i_d + \frac{P L_q}{L_d} i_q \omega_r + \frac{1}{L_d} u_d \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{-R_s}{L_q} i_q - \frac{P L_d}{L_q} i_d \omega_r - \frac{P \varphi_f}{L_q} \omega_r + \frac{1}{L_q} u_q \\ \frac{d\omega_r}{dt} = -\frac{f}{J} \omega_r + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} i_d i_q + \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} i_q - \frac{1}{J} C_r \end{cases}$$

## II.7. Représentation d'état non linéaire de la MSAP

Dans le but d'élaborer une commande non linéaire du type linéarisation entrée-sortie par bouclage non linéaire, objectif du troisième chapitre, nous avons juger utile de déterminer un modèle d'état non linéaire de la MSAP en courant, qui s'adapte avec le formalisme de l'approche non linéaire adoptée [9] [10] [11] et [12].

### II.7.1. Elaboration du modèle

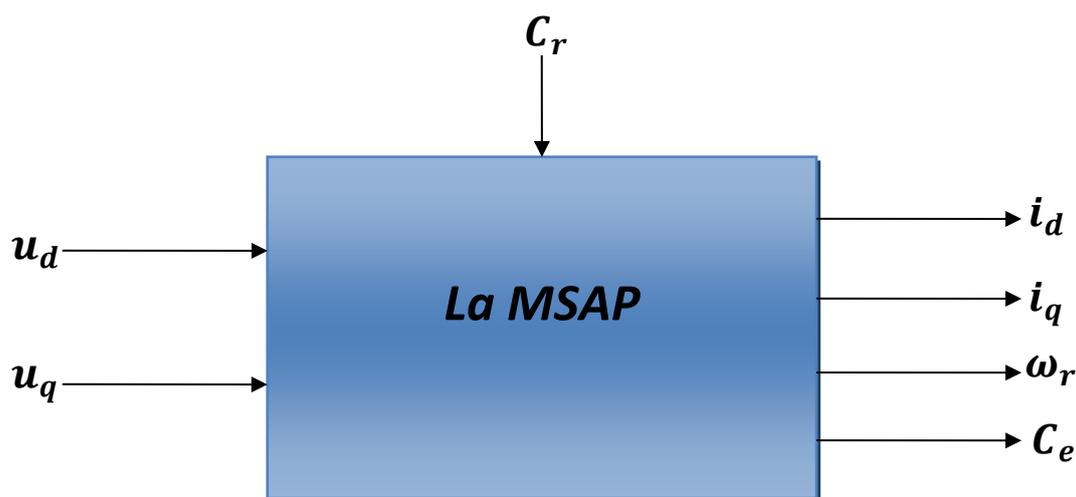


Figure II.4 : Schéma synoptique de la MASP.

La MSAP est un système couplé non linéaire qu'on peut modéliser par une représentation d'état non linéaire suivante [26] [27] [28] et [29] :

$$\dot{x} = F(x) + GU \quad (\text{II.29})$$

$$Y = H(x) \quad (\text{II.30})$$

•  $F(x)$  est un champ de vecteur d'ordre ( $n = 3$ ) et  $G$  est une matrice [3,2]

•  $f, g$  et  $h$  sont des fonctions lisses non linéaires

- le vecteur d'état

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega_r \end{pmatrix}, n = 3 : \text{ordre du système} \quad (\text{II.31})$$

- le vecteur de commande

$$U = \begin{pmatrix} U_d \\ U_q \end{pmatrix} \quad (\text{II.32})$$

- Le vecteur de sortie

$$Y = H(x) = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{pmatrix} \quad (\text{II.33})$$

-  $h_1(x)$  et  $h_2(x)$  sont les variables à contrôler.

-  $C_r$  : le couple résistant est une perturbation externe pour le système

D'après le système d'équation (II.8, II.9, II.10), on aboutit à la nouvelle forme du modèle non linéaire en courant suivant :

$$\frac{di_d}{dt} = \dot{x}_1 = f_1(x) + g_1 U_d \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{di_q}{dt} = \dot{x}_2 = f_2(x) + g_2 U_q \quad (\text{II.35})$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \dot{x}_3 = f_3(x) \quad (\text{II.36})$$

On forme ainsi les fonctions non linéaires du modèle,  $F(x)$  et  $G$  ;

$$F(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-R_s}{L_d} x_1 + \frac{PL_q}{L_d} x_2 x_3 \\ \frac{-R_s}{L_q} x_2 - \frac{PL_d}{L_q} x_1 x_3 - \frac{P\varphi_f}{L_q} x_3 \\ \frac{-f}{J} x_3 + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_1 x_2 + \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} x_2 - \frac{1}{J} C_r \end{pmatrix} \quad (\text{II.37})$$

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.38})$$

Avec :

$$g_1 = \frac{1}{L_d} \quad ; \quad g_2 = \frac{1}{L_q}$$

### II.7.2. Schéma bloc de la MSAP

A partir du modèle non linéaire de la MSAP, on construit le schéma bloc ci-dessous.

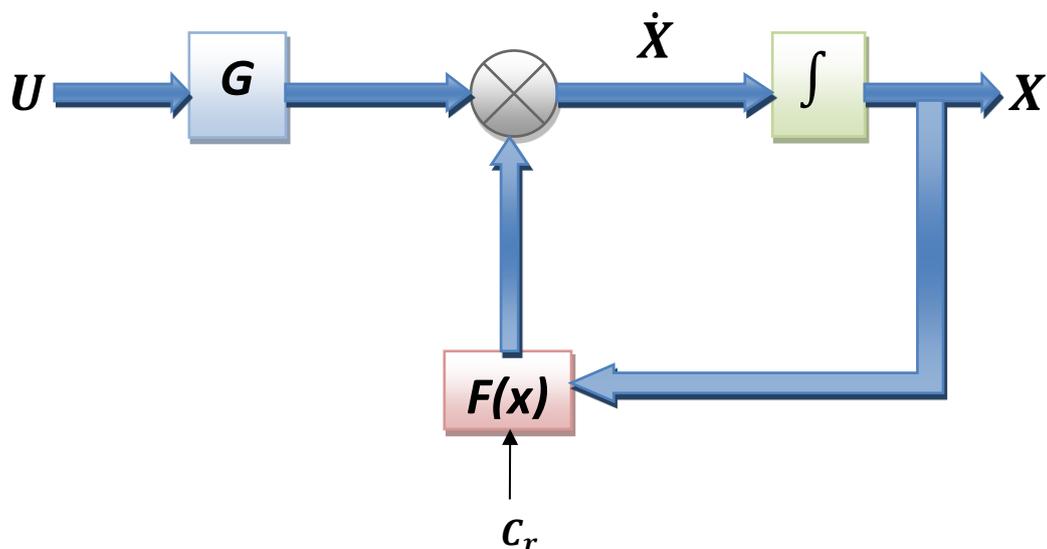


Figure II.5 : Schéma bloc de la MASP.

$$\text{Avec : } X = \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega_r \end{pmatrix} \text{ et } U = \begin{pmatrix} U_d \\ U_q \end{pmatrix}$$

## II.8. Simulation de dynamique de la MSAP

### II.8.1. Bloc de simulation de la MSAP

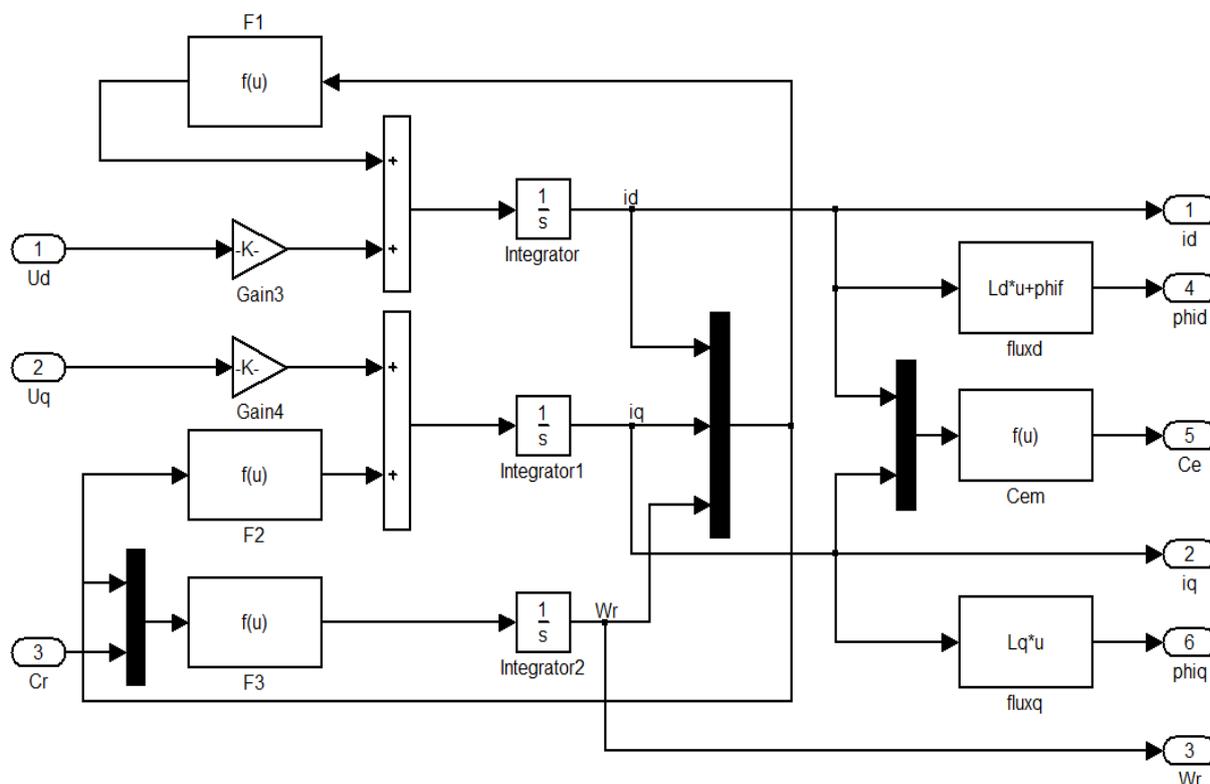


Figure II.6 : Bloc de simulation de la MSAP.

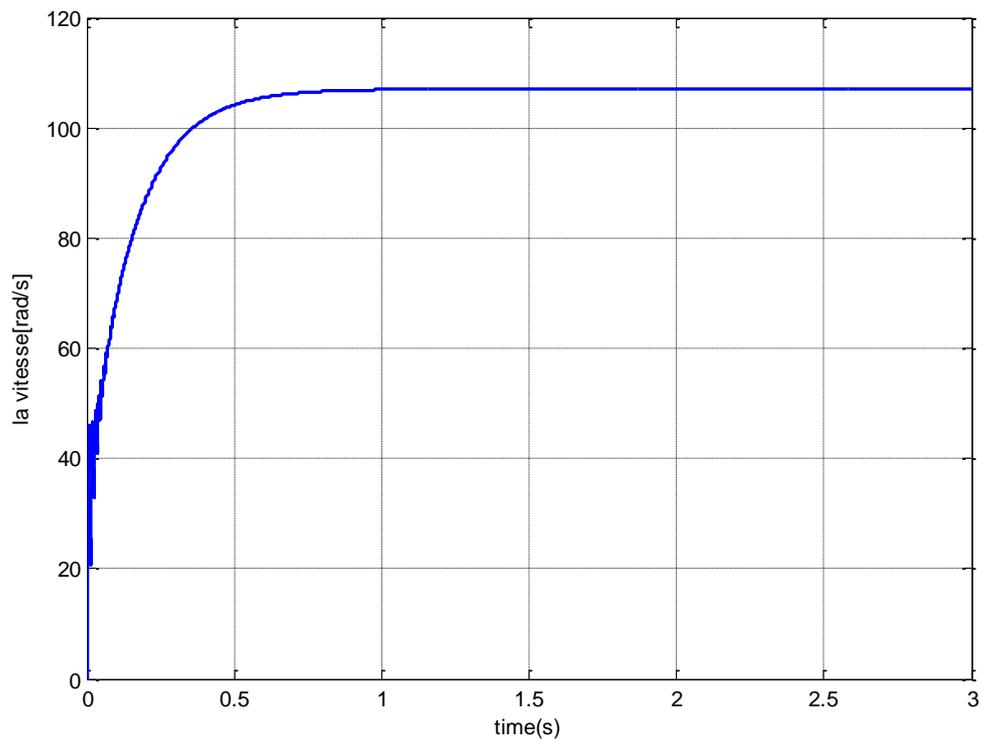
### II.8.2. Résultats de simulation et évaluation

Pour compléter l'étude théorique présentée précédemment, une simulation numérique est indispensable. On va simuler numériquement le fonctionnement du (MSAP) alimentée directement par le réseau standard 220/380V de fréquence fixe 50HZ.

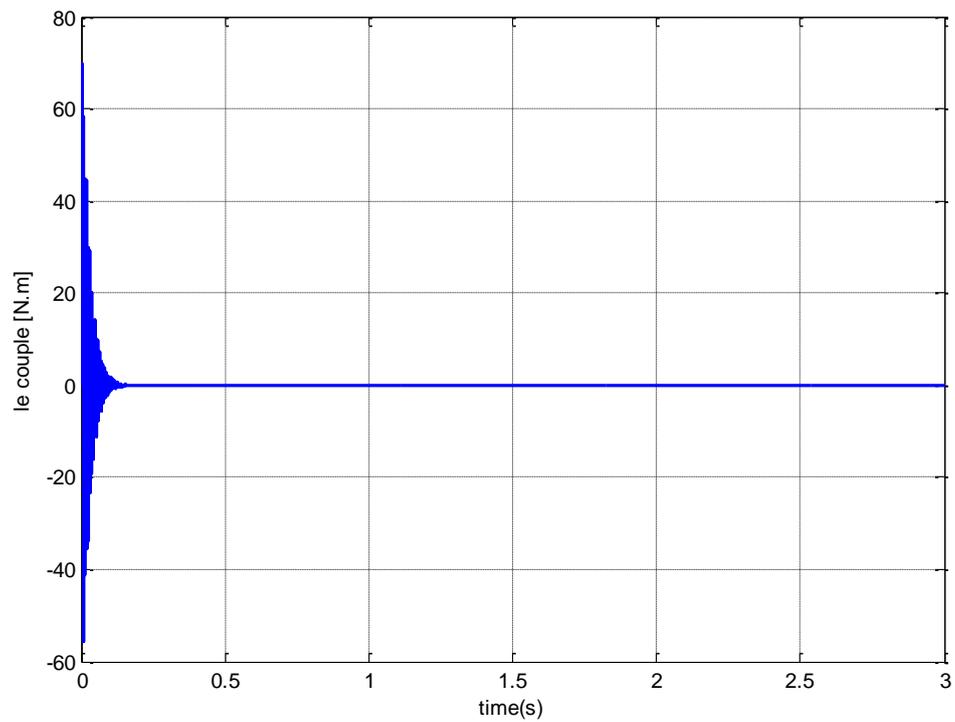
La simulation a été effectuée sous l'environnement MATLAB/SIMULINK traitant le comportement d'une machine synchrone à aimants permanents.

#### ▪ Résultat de simulation démarrage à vide

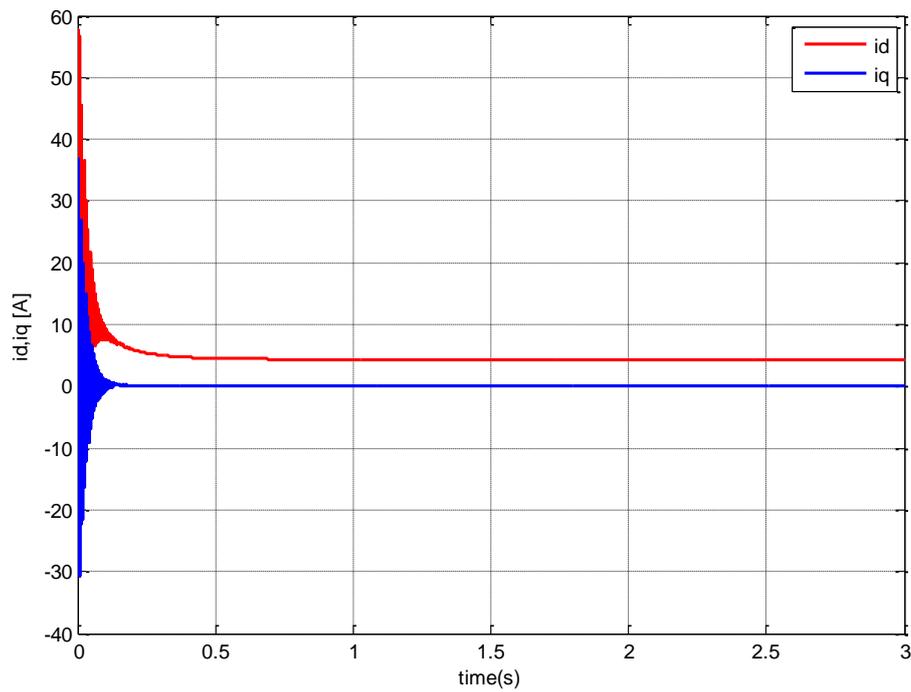
En première étape, on simule le fonctionnement de la MSAP à vide sans application du couple de charge (couple résistant nul).



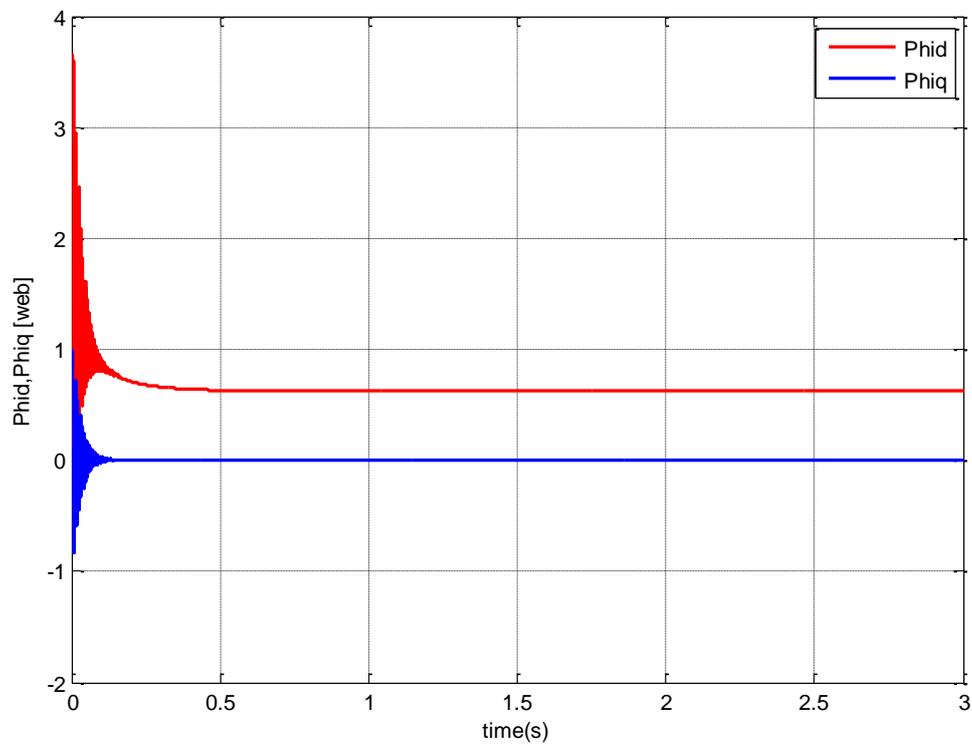
**Figure II.7 :** Réponse de vitesse de rotation [rad/s].



**Figure II.8 :** Couple électromagnétique [N.m].



**Figure II.9 :** Composantes du courant statorique  $i_d$  et  $i_q$  [A].



**Figure II.10 :** Composantes du flux statorique [web].

## Discussion

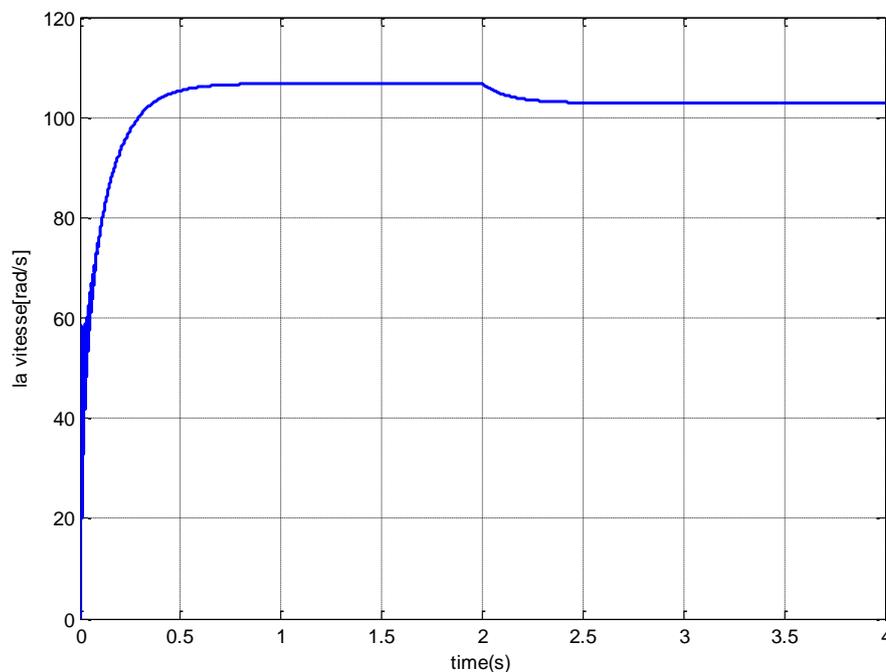
On constate, d'après les figures (II.7), (II.8), (II.9) et (II.10) que la vitesse présente des oscillations dans les premiers instants de démarrage, et se stabilise à une valeur proche de 100 rad/s qui est égale à la vitesse de synchronisme puisque le moteur possède 3 pôles.

Par ailleurs, on remarque aussi au début de démarrage des pics de courants et de flux assez importants qui sont présents et cela s'explique par la F.C.E.M qui est due à une faible vitesse au démarrage, ensuite ils se rétabliront à leurs valeurs correspondantes au régime de fonctionnement, puis le courant  $i_q$  et le flux  $\varphi_q$  se réduisent pour s'annuler.

Le couple présente aux premiers instants de démarrage des battements importants, pendant un intervalle de temps très courts, avant de stabiliser par la suite sur une valeur pratiquement nulle en régime permanent.

### ▪ Résultat de démarrage à vide puis en charge

En deuxième étape on applique au MSAP un couple résistant de  $C_r = 5 \text{ N.m}$  à l'instant  $t = 4 \text{ s}$ .



**Figure II.11 :** Réponse de vitesse de rotation [rad/s].

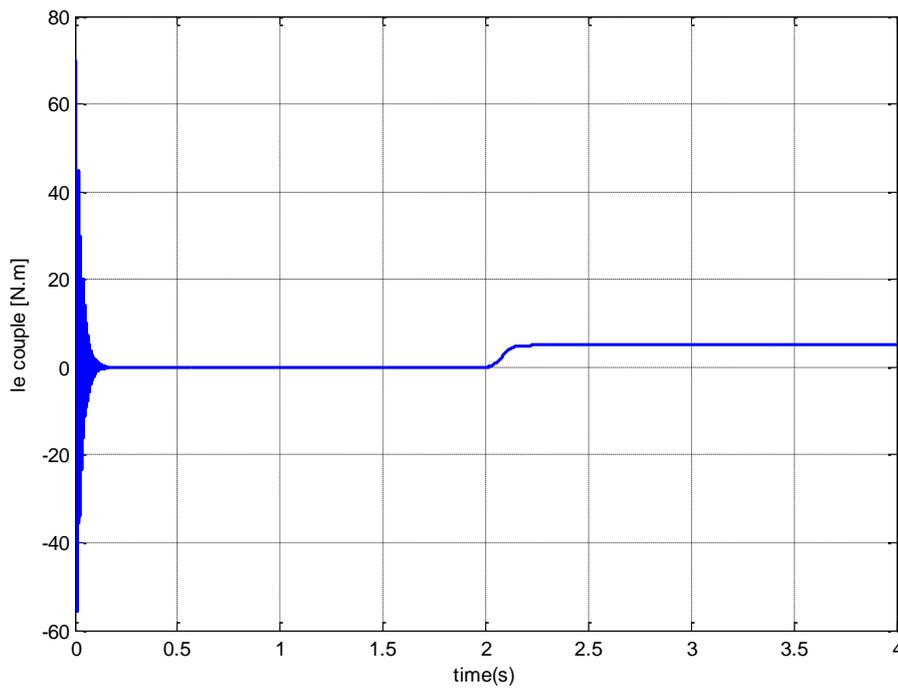


Figure II.12 : Couple électromagnétique [N.m].

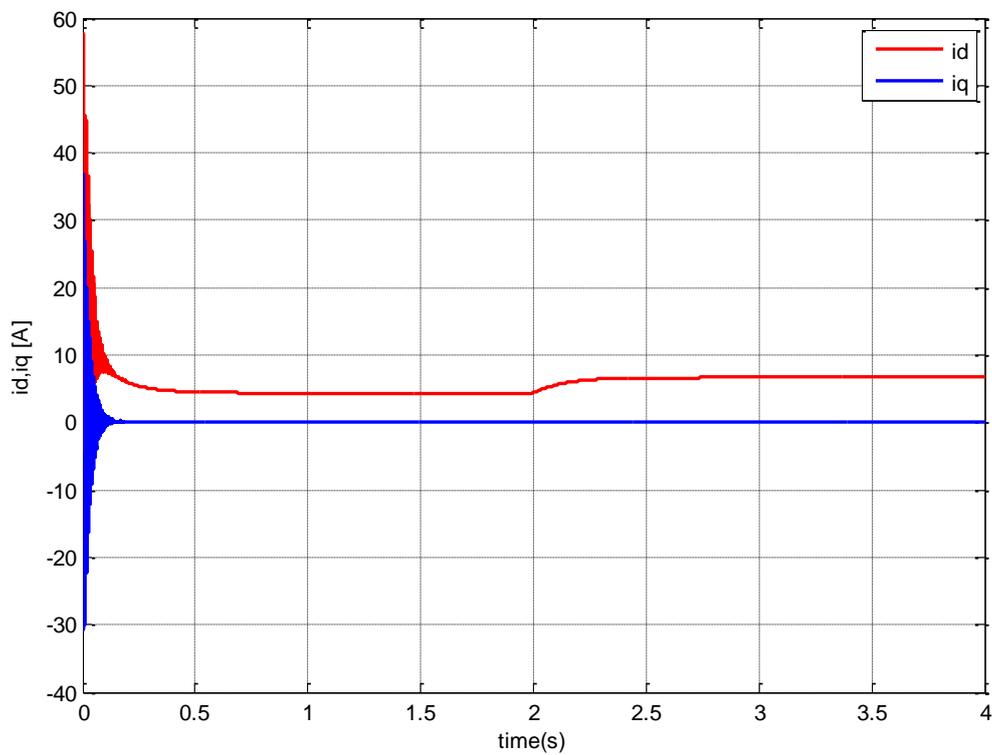
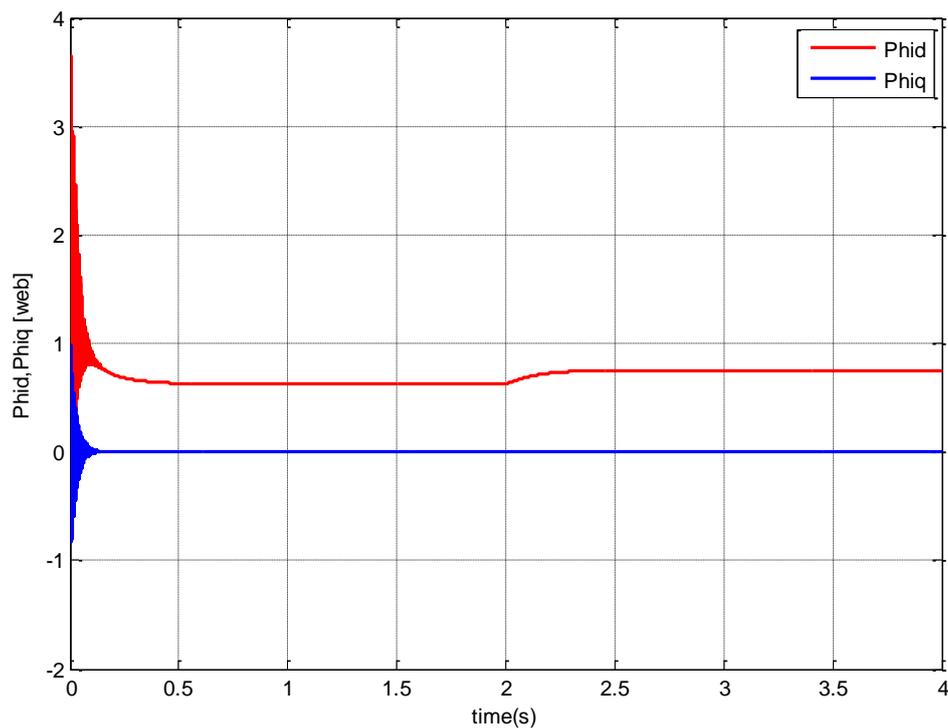


Figure II.13 : Composantes du courant statorique  $i_d$  et  $i_q$  [A].



**Figure II.14 :** Composantes du flux statorique [web].

## Discussion

Les Figures (II.11), (II.12), (II.13) et (II.14), montrent l'évolution des grandeurs précédentes avec l'application d'un échelon de couple résistant de  $C_r = 5 \text{ N.m}$  à l'instant  $t = 4 \text{ s}$ , nous remarquons que l'application de la charge entraîne une variation de vitesse pendant un bref de temps, puis elle se stabilise à la même valeur qu'avant, alors que le couple électromagnétique augmente pour compenser la charge appliquée et se stabilise finalement à la valeur du couple de charge.

## II.9. Conclusion

On a présenté dans ce chapitre la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents, en mettant en exergue la complexité et non linéarité du modèle. Par la suite, et en se basant sur un ensemble d'hypothèses simplificatrices, le modèle de la MSAP dans le repère de Park a été établi afin de linéariser le système et faciliter l'étude. On a pu ainsi

élaborer un modèle d'état non linéaire en courant de la MSAP, commandée en tension, dans le repère de Park lié au rotor. On peut conclure que les résultats obtenus par voie de simulation nous donnent une vision assez claire sur le comportement du moteur synchrone à aimants permanents et par la même validation première de son modèle est aussi faite.

Le modèle de la machine ainsi conçu est utilisé pour l'élaboration d'une commande non linéaire du type linéarisation entrée-sortie par retour d'état non linéaire, l'objet du chapitre suivant.

# ***CHAPITRE III***

## ***Commande non linéaire de la MSAP***

### III.1. Introduction

La conception d'une commande donnée dépend de la nature du système lui-même et de la qualité de son modèle dynamique. L'intérêt constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises. Les modèles résultants sont souvent non-linéaires et les outils fondamentaux de synthèse de lois de commande dans le domaine linéaire deviennent insuffisants ce qui oblige d'avoir recours à de nouvelles méthodes. Les systèmes appelés quasi-linéaires où les non-linéarités ne sont pas prononcées, permettent d'utiliser la technique de linéarisation, maintenant maîtrisée. Dans ce cas, le système non-linéaire peut être approximativement représenté dans une région linéaire en linéarisant ses équations autour d'un point d'opération.

Ce troisième chapitre sera considéré comme le noyau de notre étude, il se focalise sur les concepts fondamentaux de la commande non linéaire, afin de justifier les outils qui vont nous servir dans notre étude basée sur la notion de la géométrie Différentielle (dérivée de Lie), qui figurent dans notre simulation.

D'abord, pour faciliter l'étude, nous allons concevoir une commande non linéaire pour faire contrôler le courant et la vitesse de la MSAP.

Ensuite, dans notre recherche, nous avons été amenées à étudier particulièrement la commande traitée, en utilisant l'outil simulation sous l'environnement SIMULINK/MATLAB. Ce dernier va nous permettre de mettre en évidence les performances de la stratégie de commande adoptée.

Enfin pour donner plus de fiabilité à notre simulation et afin de comprendre les résultats obtenus, nous présenterons une petite description des principes de la commande non linéaire proposée dans notre étude. On va s'intéresser à la fois au courant et la vitesse de la MSAP.

### III.2. Outils mathématiques

Dans cette première partie, pour la mise en place de la commande non linéaire utilisée, nous avons fait recours aux outils mathématiques nécessaires pour assimiler la technique de linéarisation au sens entrée-sortie [30].

### III.2.1. Gradient

On définit le gradient d'une fonction scalaire lisse  $h(x)$  par rapport au vecteur  $x$ , par le vecteur ligne  $\nabla h(x)$ , d'une façon similaire se définit par :  $(\nabla h)_i = \frac{\partial h}{\partial x_i}$ .

Le gradient d'un champ de vecteur  $f(x)$  est défini par le jacobéen de  $f$  (matrice de  $(n \times n)$  élément) comme suit :

$$(\nabla f)_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}.$$

### III.2.2. Dérivée de Lie

Soient  $f : R^n \rightarrow R^n$  un champ de vecteur et  $h : R^n \rightarrow R$  une fonction scalaire, on introduit la dérivée de Lie comme étant une nouvelle fonction scalaire, notée  $L_f h$  donnant la dérivée de  $h(x)$  dans la direction de  $f(x)$ , tel que :

$$L_f h = \nabla h f = \left[ \frac{\partial h}{\partial x_1} \frac{\partial h}{\partial x_2} \dots \frac{\partial h}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix}$$

Pour un ordre quelconque, on a :

$$L_f^i h = L_f(L_f^{i-1} h) = \nabla(L_f^{i-1} h) f \quad , i = 1, 2, 3, \dots, n$$

et :

$$L_f^0 h = h$$

De plus, si  $g$  est un autre champ de vecteur donc la fonction scalaire  $L_g L_f h(x)$  est donnée par :

$$L_g L_f h(x) = \nabla(L_f h) g$$

### III.2.3. Crochets de Lie

Soient  $f$  et  $g$  deux champs de vecteur dans  $R^n$ . Le crochet de Lie de  $f$  et  $g$  est un troisième champ de vecteur défini par :

$$[f, g](x) = ad_f g(x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x)$$

Où  $\frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial x}$  sont des matrices Jacobéennes, l'application des crochets de lie successives donne:

$$\begin{aligned} ad_f^0 g(x) &= g(x) \\ ad_f^1 g(x) &= [f, g](x) \\ &\vdots \\ ad_f^k g(x) &= [f, ad_f^{k-1} g](x) \end{aligned}$$

### III.2.4. Difféomorphisme

La fonction  $\Phi : R^n \rightarrow R^n$  définie dans une région  $\Omega \subset R^n$  est appelée difféomorphisme si elle vérifie les deux conditions suivantes :

- $\Phi$  est inversible, il existe une fonction  $\Phi^{-1}$  tel que :

$$\Phi^{-1}(\Phi(x)) = x$$

pour tout  $x \in \Omega \subset R^n$

- $\Phi^{-1}$  et  $\Phi$  sont des fonctions lisses.

Le difféomorphisme est utilisé pour transformer un système non linéaire en un autre système linéaire en effectuant un changement de variables de la forme:

$$z = \Phi(x)$$

où  $\Phi(x)$  représente  $n$  variable :

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \Phi_1(x) \\ \Phi_2(x) \\ \dots \\ \Phi_n(x) \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

En cas particulier :

- Si  $\Phi^{-1}(z)$  existe pour tout  $z \subset R^n$ , le difféomorphisme est dit global.
- Dans le cas contraire le difféomorphisme est appelé local et on doit le considérer seulement autour de la région  $\Omega \subset R^n$ . Lorsque cette transformation existe, elle permet notamment de stabiliser le système exactement comme s'il s'agissait d'un système linéaire, en utilisant les méthodes classiques des systèmes linéaires.

### III.3. principes de la commande non linéaire

#### III.3.1. Principe de la linéarisation entrée – sortie

Dans les deux dernières décennies, la théorie de la commande par retour d'état non linéaire a connu des développements significatifs. Cette méthode est basée sur la théorie de la géométrie différentielle pour la commande des systèmes non linéaires. En particulier, la méthode de linéarisation par retour d'état avec découplage entrée-sortie a donné lieu à des résultats satisfaisants dans différentes applications.

Le but de cette technique est de transformer le système multi entrées non linéaires en une chaîne de systèmes linéaires en utilisant un retour d'état linéarisant avec découplage entrée-sortie.

De ce là, on pourra appliquer la théorie des systèmes linéaires [29] [31]. Donc nous cherchons un bouclage statique de la forme:  $u = \alpha(x) + \beta(x)v$  tel que le comportement entrée-sortie du système après bouclage soit linéaire et découplé en utilisant les propriétés de la géométrie différentielle [26] [28] [29] [32] [33].

Cette technique consiste à transformer un système ( $S$ ) à  $p$  entrées et  $p$  sorties non linéaires d'ordre  $n$  appartenant à la classe des systèmes définis par :

$$S = \begin{cases} \dot{x} = F(x) + G(x)u \\ F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T : \text{Champ de vecteur d'ordre } [n] \\ G: \text{matrice } [n, p] = \begin{bmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & \cdots & g_{np} \end{bmatrix} \\ y = H(x) \\ H(x) = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_p(x)]^T \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$x$  : l'état  $\in R^n$  ;  $n$  : c'est l'ordre du système

$u$  : commande  $(u_1, u_2, \dots, u_p) \in R^m$

$y$  : sortie  $\in R^p$ , les sorties que nous souhaitons découplées

$f, g, h$  : des fonction w lisses non lineaires

**Théorème :** Pour un système linéaire et contrôlable ;

$$\dot{z} = Az + Bv \text{ avec } z \in R^n, v \in R^m \quad (\text{III.2})$$

Par l'intermédiaire, d'un retour d'état non linéaire de la forme ;

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (\text{III.3})$$

avec :

- $(\alpha, \beta)$  de classe  $C^\infty$ ,
- $\alpha(0) = 0$  et  $\beta(x)$  une matrice non singulière  $\forall x \in V(\bar{x})$ ,

et un changement de coordonnées  $z = T(x)$  dans un voisinage de  $\bar{x}$  dans  $M: V(\bar{x}) \rightarrow M$  vérifiant  $T(0) = \bar{z} = 0$ , deux étapes sont nécessaires pour mettre le modèle régi par le système d'équations (III.1) sous une forme normalisée (linéarisé par bouclage et difféomorphisme au voisinage d'un point d'équilibre  $\bar{x}$  s'il existe) ;

- ✓ Un changement de variables (difféomorphisme).
- ✓ Un retour d'état non linéaire.

### III.3.2. Degré relatif

Le degré relatif ( $r$ ) d'une sortie  $y$  est le nombre de fois qu'il faut dériver pour faire apparaître l'entrée  $u$  [31] [34] [35].

La première dérivée de  $y$  peut être représentée à l'aide de la dérivée directionnelle de Lie de la fonction scalaire  $h(x) : R^n \rightarrow R$ ,

Le long d'un champ de vecteurs,

$f(x) = [f_1(x), \dots, f_n(x)]^T : R^n \rightarrow R$  donné par :

$$\dot{y} = \frac{dh}{dt} = \frac{dh}{dx} [f(x) + g(x)u] = L_f h(x) + L_g h(x) u \quad (\text{III.4})$$

Avec, l'opérateur de Lie :

$$L_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(x) \quad (\text{III.5})$$

Si  $L_g h(\bar{x}) \neq 0$ ,  $y$  est de degré relatif égal à 1 à  $\bar{x}$  (puisque la fonction est lisse,

$\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial x} g(\bar{x}) \neq 0$ , implique qu'il existe un voisinage  $V$  de  $\bar{x}$  tel que  $\frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x) \neq 0$ ) ;

La commande est donnée par :

$$u = \frac{1}{L_g h(x)} [-L_f h(x) + v] \quad (\text{III.6})$$

Cette expression de  $u$  permet d'obtenir un système linéaire où la sortie est séparée de l'entrée par un simple intégrateur. Pour cela, il suffit de substituer (III.4) dans (III.6).

Nous obtenons donc :

$$\dot{y} = v \quad (\text{III.7})$$

Par contre, si  $L_g h(\bar{x}) = 0$ , la commande n'apparaît pas.

deux situations se présentent :

- S'il existe un point arbitraire  $x$  proche de  $\bar{x}$  tel que  $\frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x) = 0$ , on ne peut pas définir un degré relatif à  $\bar{x}$ .
- S'il existe un voisinage  $V$  de  $\bar{x}$  tel que  $\frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x) \neq 0$ , pour tout  $x \in V$ , alors le degré relatif de  $y$  à  $\bar{x}$  peut être défini et on continue la dérivation de  $y$  jusqu'à obtenir :

$$y^{(i)} = L_f^i h(x) + L_g L_f^{i-1} h(x) u \quad (\text{III.8})$$

Tel que :

$$L_g L_f^{i-1} h(x) \neq 0 \text{ et } L_f^i h(x) = L_f [L_f^{i-1} h(x)] \quad (\text{III.9})$$

- Si cette condition est vérifiée pour tout  $x \in R^n$ , ce degré relatif est défini globalement. Ainsi, l'idée est de trouver le degré de dérivation  $r$ .

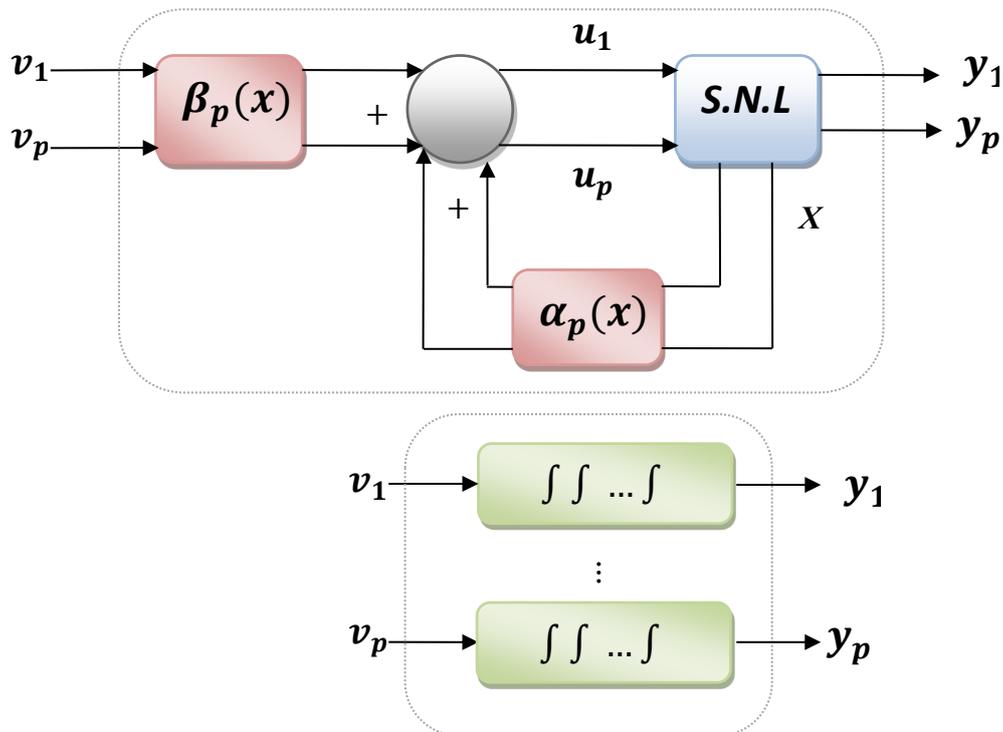
$$y^{(r)} = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u \quad (\text{III.10})$$

La commande est ainsi donnée par :

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} [-L_f^r h(x) + v] \quad (\text{III.11})$$

Cette expression conduit à un système linéaire équivalent à une chaîne de ( $r$ )

intégrateurs comme le montre la figure III.1.



**Figure III.1 :** Principe de la linéarisation entrée-sortie (cas multi variables).

Le choix suivant de  $v$  (une variable qui représente une consigne externe) :

$$v(t) = y_{ref}^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r c_i \left( y_{ref}^{(r-i)} - y^{(r-i)}(t) \right) \quad (\text{III.12})$$

Conduit à la dynamique suivante :

$$e^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r c_i e^{(r-i)}(t) = 0 \quad (\text{III.13})$$

Où

$e = y_{ref} - y$  : Erreur de poursuite;

Si  $c_i$  sont les coefficients d'un polynôme de Hurwitz, la convergence à 0 de l'erreur de poursuite est garantie [29].

**Remarque :**

Si le degré relatif ( $r$ ) de  $h(x)$  est strictement inférieur au degré du système  $n$ , alors le retour linéarisant rend certaines dynamiques non observables et de ce fait apparaît ce qu'on appelle la dynamique des zéros (qui joue un rôle comparable à celui des zéros dans le cas linéaire). Si cette dynamique est asymptotiquement stable. La commande linéarisante assurera la stabilité interne du système en boucle fermée [28].

### III.3.3. Découplage et linéarisation

On se base sur la dérivée de Lie d'ordre ( $r$ ) décrite par l'équation (III.10), on peut déduire, pour le cas multi entrées/sorties la relation suivante :

$$y^{(r)}(x) = A(x) + D(x)u \quad (\text{III.19})$$

Où  $D(x)$  est dite matrice de découplage.

Si on utilise la commande par retour d'état non linéaire, décrite par la relation (III.11) avec une consigne externe ( $v$ ) défini par l'équation (III.7), on peut concevoir une commande physique de la forme ;

$$u = D^{-1}(x)[-A(x) + v] \quad (\text{III.20})$$

Notons que la linéarisation ne serait possible que si la matrice de découplage  $D(x)$  est inversible.

## III.4. Commande non linéaire du courant et de la vitesse de la MSAP

La seconde partie du présent chapitre illustre avec détails une application directe de la commande non linéaire, décrite auparavant, à la conduite de la machine synchrone à aimants permanents et spécialement le contrôle du courant et de la vitesse [31] [34]. Nous commençons par la détermination du degré relatif de chaque sortie à contrôle pour établir la matrice de découplage puis l'élaboration de la consigne externe qui découple les deux sorties, en tenant compte de la dynamique des erreurs de poursuite des trajectoires de références, et enfin la conception de la commande physique du système découplé et linéarisé. Une simulation est prévu pour valider l'intérêt de l'approche .

### III.4.1 Les variables à contrôler

Le modèle d'état non linéaire en courant de la MSAP, peut-être présenté par le système suivant ;

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \\ \frac{d\omega_r}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} \quad (\text{III.21})$$

Avec :

$$F(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-R_s}{L_d} x_1 + \frac{PL_q}{L_d} x_2 x_3 \\ \frac{-R_s}{L_q} x_2 - \frac{PL_d}{L_q} x_1 x_3 - \frac{P\varphi_f}{L_q} x_3 \\ -\frac{f}{J} x_3 + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_1 x_2 + \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} x_2 - \frac{1}{J} C_r \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{avec : } g_1 = \frac{1}{L_d}, g_2 = \frac{1}{L_q}$$

- $F(x)$  est un champ de vecteur d'ordre ( $n = 3$ ) et  $G$  est une matrice.
- $f, g$  et  $h$  sont des fonctions lisses non linéaires.

Les variables à contrôler sont :

- ✓ la composante ( $i_d$ ) du courant statorique.
- ✓ ( $\omega_r$ ) la vitesse de la rotation mécanique.

$$y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d \\ \omega_r \end{pmatrix} \quad (\text{III.22})$$

Ces deux sorties doivent suivre les trajectoires qu'on leur impose.

La stratégie de fonctionnement à couple maximal nous mène à imposer  $i_{dref} = 80$  tandis que la vitesse doit suivre sa référence qui peut être un échelon ou une trajectoire quelconque définie par  $\omega_{ref}$ .

### III.4.2. Commande linéarisante de la MSAP

#### III.4.2.1. La condition de linéarisation

La condition de linéarisation permettant de vérifier si un système non linéaire admet une linéarisation entrée-sortie est l'ordre du degré relatif du système ( $r$ ) [30] [31] [36].

#### III.4.2.2. Le degré relatif ( $r$ )

Le degré relatif d'une sortie est le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire

apparaître l'entrée :  $u = \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$

❖ Pour la première sortie  $i_d$  on a :

$$y_1 = i_d = h_1(x), \nabla h_1 = [1 \ 0 \ 0]$$

En la dérivant par rapport au temps, on aura :

$$\dot{y}_1 = \dot{h}_1 = \dot{x}_1 = f_1(x) + g_1 u_d \quad (\text{III.23})$$

On obtient :

$$\dot{y}_1 = \dot{h}_1 = L_f h_1(x) + [L_g h_1(x) \ 0] \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.24})$$

Avec :

$$L_f h_1(x) = f_1(x) \quad (\text{III.25})$$

$$L_g h_1(x) = g_1 \quad (\text{III.26})$$

Ainsi, l'entrée  $u_d$  apparaît dans l'équation (III.24). On arrête ici et on note, pour cette sortie, un degré relatif du courant  $i_d$  est  $r_1 = 1$ .

❖ Pour la deuxième sortie  $\omega_r$ , on a :

$$y_2 = h_2(x) = \omega_r, \quad \nabla h_2 = [0 \ 0 \ 1]$$

En la dérivant une fois, on a :

$$\dot{y}_2 = \dot{h}_2 = \dot{x}_3 = f_3(x) \quad (\text{III.27})$$

On obtient :

$$L_f h_2(x) = f_3(x) \quad (\text{III.28})$$

Remarquons qu'aucune entrée n'apparaît. On est donc obligé de dériver une autre fois:

$$\ddot{y}_2 = \ddot{h}_2 = \ddot{x}_3 = L_f^2 h_2(x) + [L_{g_1} L_f h_2(x) \quad L_{g_2} L_f h_2(x)] \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.29})$$

Avec :

$$L_f^2 h_2(x) = \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_2 f_1(x) + \left( \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_1 \right) f_2(x) - \frac{f}{J} f_3(x) \quad (\text{III.30})$$

$$L_{g_1} L_f h_2(x) = \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_2 g_1 \quad (\text{III.31})$$

$$L_{g_2} L_f h_2(x) = \left( \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_1 \right) g_2 \quad (\text{III.32})$$

Où:  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  et  $f_3(x)$  sont donnés par l'équation (III.21) et le degré relatif de la vitesse  $\omega_r$  est  $r_2 = 2$ .

- Le degré relatif total est ( $r = r_1 + r_2 = 3$ ) et l'ordre du système étant ( $n = r = 3$ ); par conséquent le système est exactement linéarisable par :

- Diffeomorphisme;
- Et retour d'état non linéaire.

### III.4.3. La matrice de découplage $D(x)$

D'après les dérivées de Lie précédentes on obtient l'équation suivante :

$$y^{(r)}(x) = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = A(x) + D(x) u \quad (\text{III.33})$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{h}_1(x) \\ \dot{h}_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(x) & 0 \\ L_{g_1} L_f h_2(x) & L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.34})$$

Tel que :

$$D(x) = \begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_2 g_1 & g_2 \left( \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_1 \right) \end{bmatrix} \quad (\text{III.35})$$

Et,

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_2 f_1(x) + \left( \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_1 \right) f_2(x) - \frac{f}{J} f_3(x) \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

Pour que le retour d'état puisse exister, il faut que la matrice  $D(x)$  soit non singulière (inversible).

La matrice  $D(x)$  est inversible si la condition suivante est vérifiée,

$$\det(D(x)) = g_1 g_2 \left( \frac{3}{2} P \frac{\varphi_f}{J} + \frac{3}{2} P \frac{(L_d - L_q)}{J} x_1 \right) \neq 0 \quad (\text{III.37})$$

Où encore  $\varphi_f \neq (L_q - L_d) x_1$ .

**Conclusion :** nous pouvons dire que la non singularité de la matrice de découplage et le degré vectoriel du système nous permet de réaliser une linéarisation entrée-sortie par retour d'état non linéaire.

#### III.4.4. Linéarisation entrée - sortie par bouclage non linéaire

Pour linéariser le système, on applique le retour d'état non linéaire suivant [26] [37] [38]:

$$u = D^{-1}(x)[-A(x) + v] \quad (\text{III.38})$$

Où :  $v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$  est une consigne externe ce qui aboutit à deux sous-systèmes monovariante, découplés et linéaires.

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{h}_1(x) \\ \dot{h}_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.39})$$

Le système III.39 est résolu par une chaîne d'intégrateurs.

### III.4.5. Dynamique de l'erreur de suivie des trajectoires de références

Soit la trajectoire de référence :

$$y_{ref} = \begin{bmatrix} i_{dref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} \quad (III.40)$$

Soient les erreurs de suivie des trajectoires de référence :

$$\begin{cases} e_1 = i_{dref} - i_d \\ e_2 = \omega_{ref} - \omega_r \end{cases} \quad (III.41)$$

On choisit la consigne externe ( $v$ ) de façon à satisfaire les critères suivants :

• **En régime statique :**

$$i_d = i_{dref} \text{ et } \omega_r = \omega_{ref} \quad (III.42)$$

• **En régime dynamique :**

- Assurer un comportement, convenable, du premier ordre pour l'erreur :  $e_1$
- Assurer un comportement, convenable, du deuxième ordre pour l'erreur :  $e_2$

Ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 + a_{11}e_1 = 0 \\ \ddot{e}_2 + a_{21}\dot{e}_2 + a_{22}e_2 = 0 \end{cases} \quad (III.43)$$

où  $a_{11}$ ,  $a_{21}$  et  $a_{22}$  sont les coefficients du contrôleur non linéaire.

### III.4.6. Elaboration de la loi de commande physique

En remplaçant l'équation (III.38) dans celle donnée en (III.33) on obtient un système linéaire totalement découplé de la forme:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Les nouvelles entrées ( $v_1, v_2$ ) doivent être conçues pour nous assurer que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_1 = i_{dref} \text{ et } \lim_{t \rightarrow \infty} y_2 = \omega_{ref}$$

Pour cela, on procède par placement de pôles. Dans le cas général, et pour un problème de poursuite de trajectoires, on a:

$$\begin{cases} v_1 = a_{11}(i_{dref} - i_d) \\ v_2 = \ddot{\omega}_{ref} + a_{21}(\dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}_r) + a_{22}(\omega_{ref} - \omega_r) \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

Mais si la trajectoire imposée est un échelon, alors on a  $\dot{\omega}_{ref} = \ddot{\omega}_{ref} = 0$ , et l'équation (III.44) devient:

$$\begin{cases} v_1 = a_{11}(i_{dref} - i_d) \\ v_2 = -a_{21}\dot{\omega}_r + a_{22}(\omega_{ref} - \omega_r) \end{cases} \quad (\text{III.45})$$

Alors, la loi de commande linéarisante qui assure le découplage est exprimée par ;

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = D^{-1}(x) \left[ -A(x) + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \right] \quad (\text{III.46})$$

Où

$$D^{-1}(x) = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ \frac{-(L_d - L_q)L_q x_2}{(\varphi_f + (L_d - L_q)x_1)} & \frac{L_q}{\frac{3P}{2J}(\varphi_f + (L_d - L_q)x_1)} \end{bmatrix} \quad (\text{III.47})$$

### III.4.7. Schéma bloc du système linéarisé

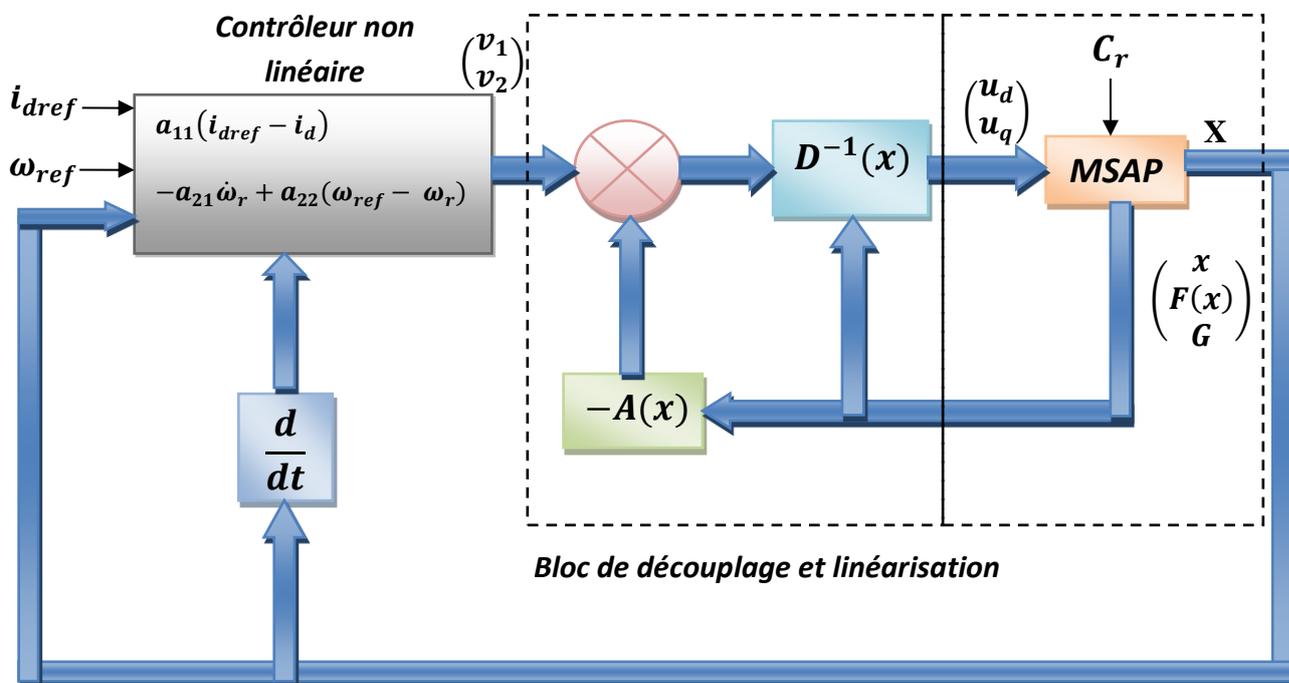


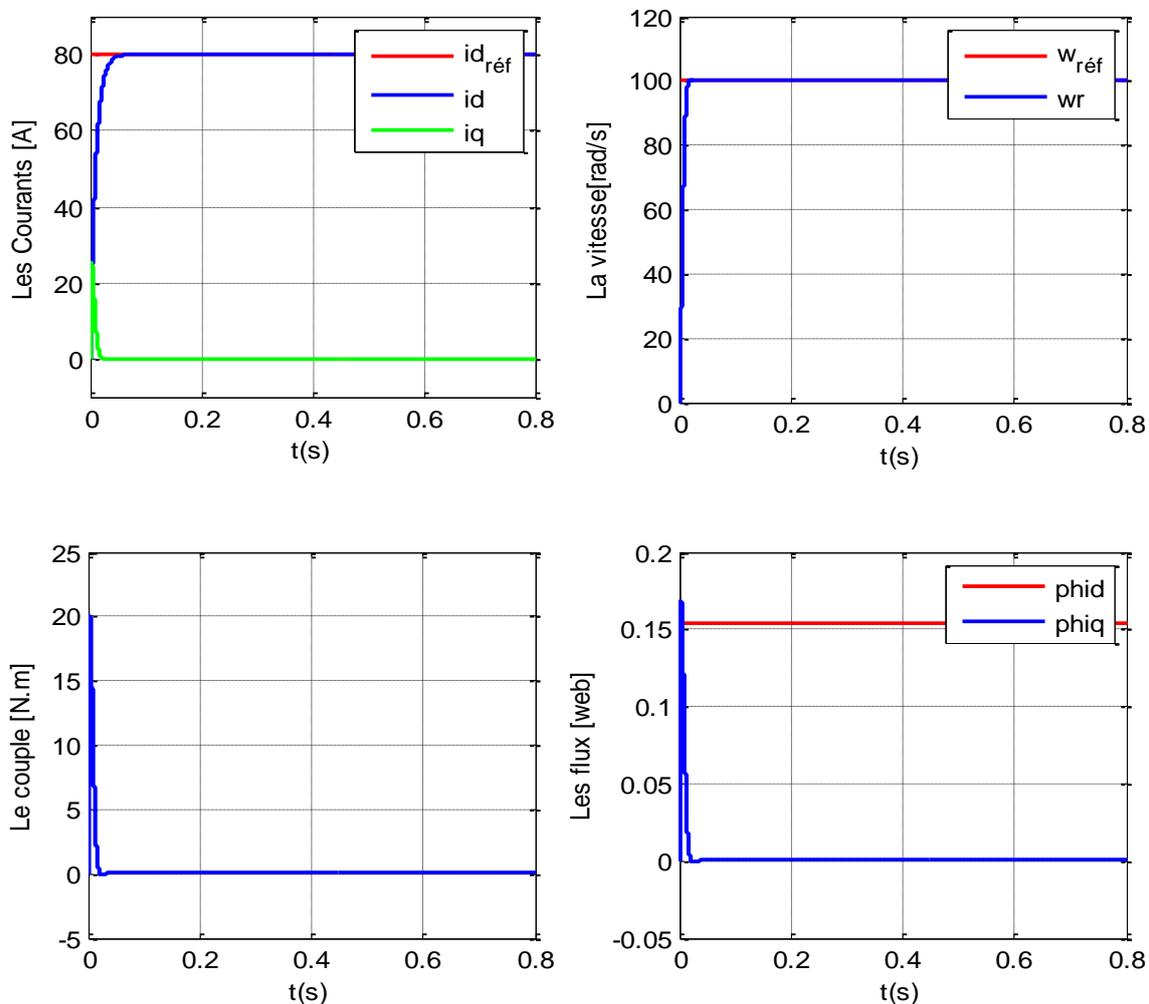
Figure III.2 : Structure d'une commande non linéaire de la MSAP.

### III.5. Simulation de la commande non linéaire de la MSAP

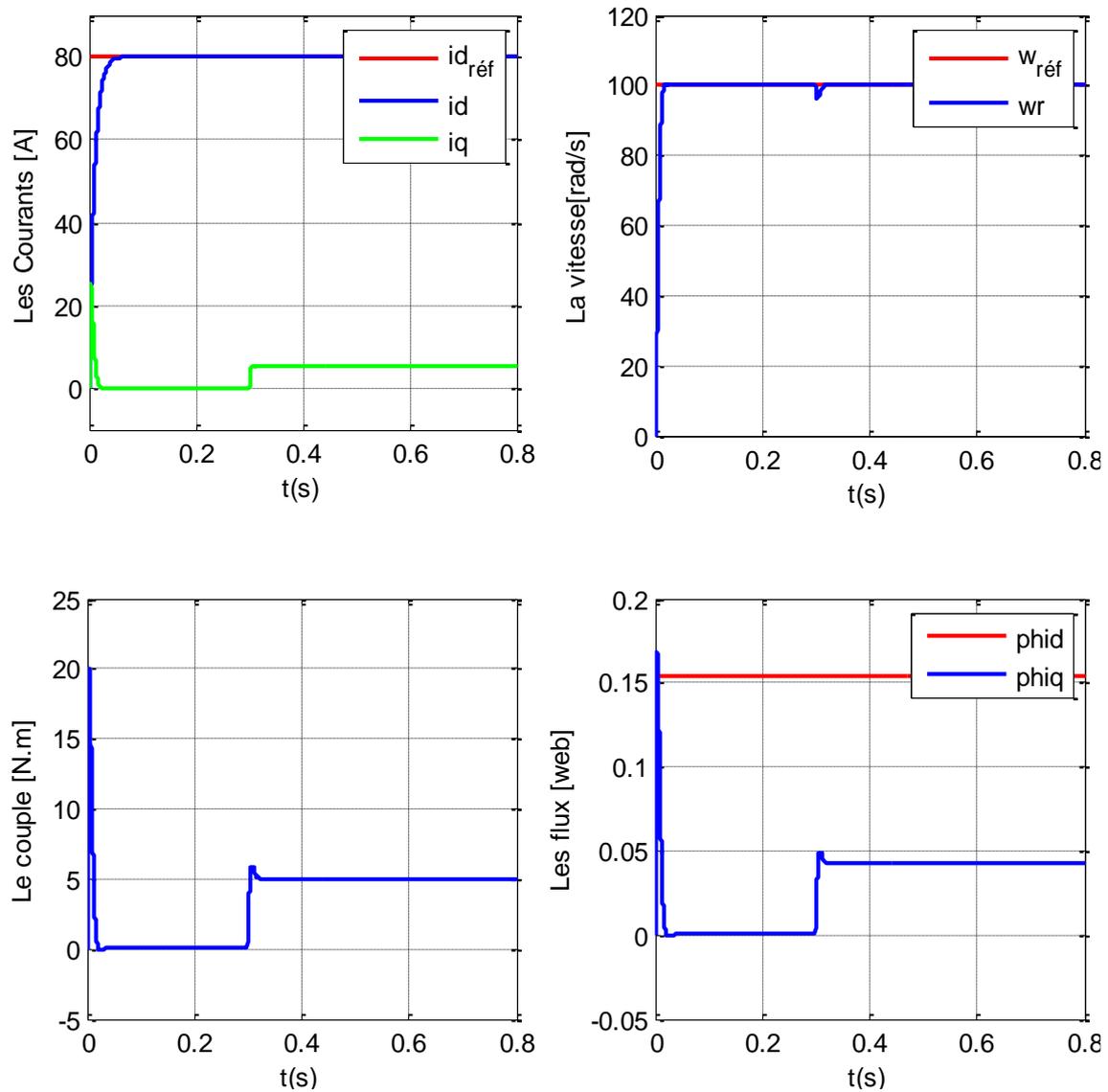
Pour ne pas perdre de vue notre objet d'étude, cette partie de ce chapitre se veut une simulation de la commande non linéaire de la MSAP exprimant la technique utilisée. Donc avant de commencer notre simulation et pour tester les performances et la robustesse de la commande, nous avons jugé qu'il est important de présenter les paramètres choisis. Pour ce faire, en faisant appel au procédé suivant :

- un démarrage à vide suivi par une introduction d'un couple de charge de  $C_r = 5 \text{ Nm}$  à 0.3s, et en imposant la vitesse de référence  $\omega_r = 100 \text{ rad/s}$ , avec une inversion de sens de rotation  $\omega_r = -50 \text{ rad/s}$  à 0.5 s.
- Les paramètres adoptés dans cette simulation sont :

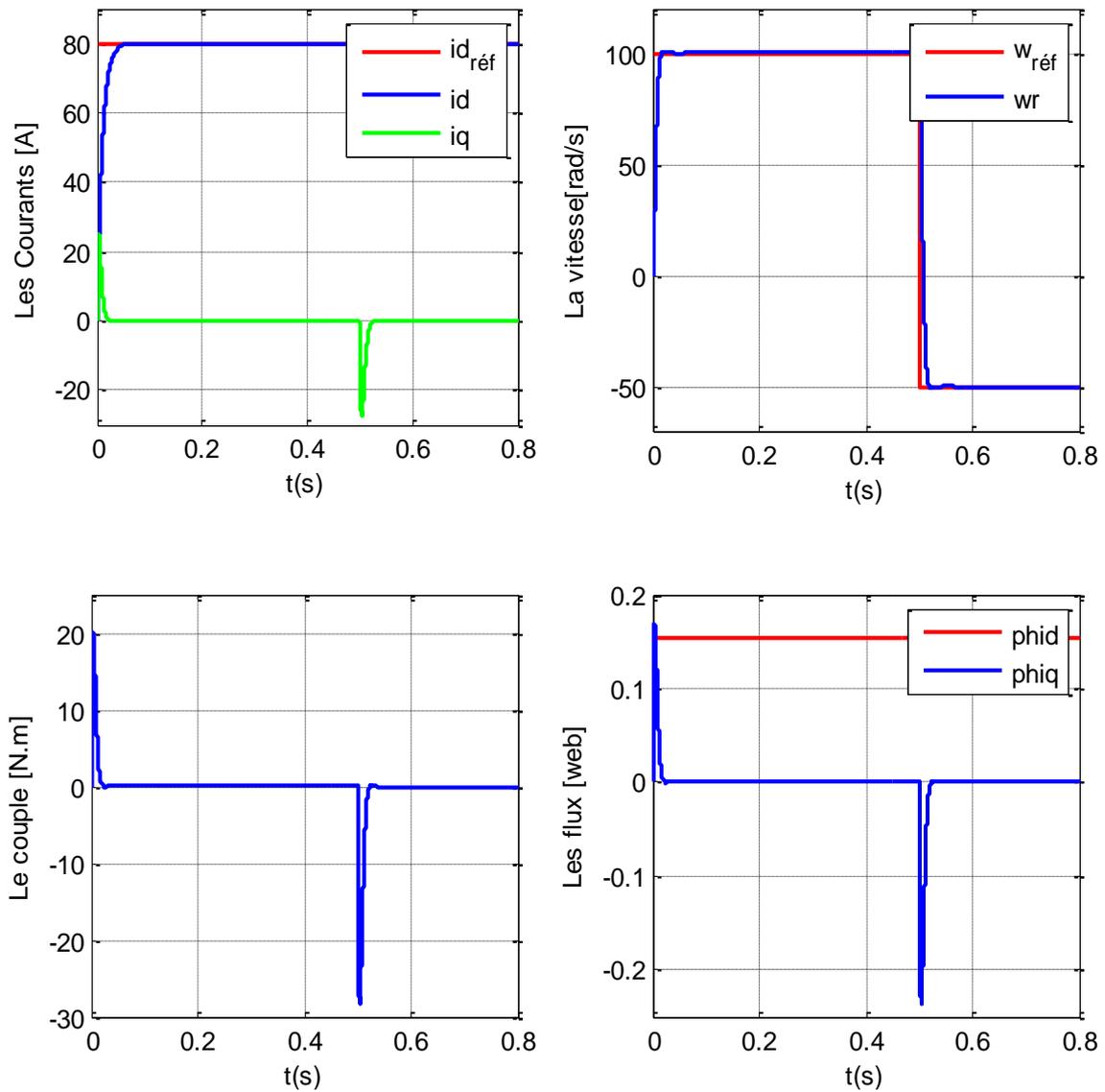
$$a_{11} = 100, a_{21} = 500 \text{ et } a_{22} = 80000.$$



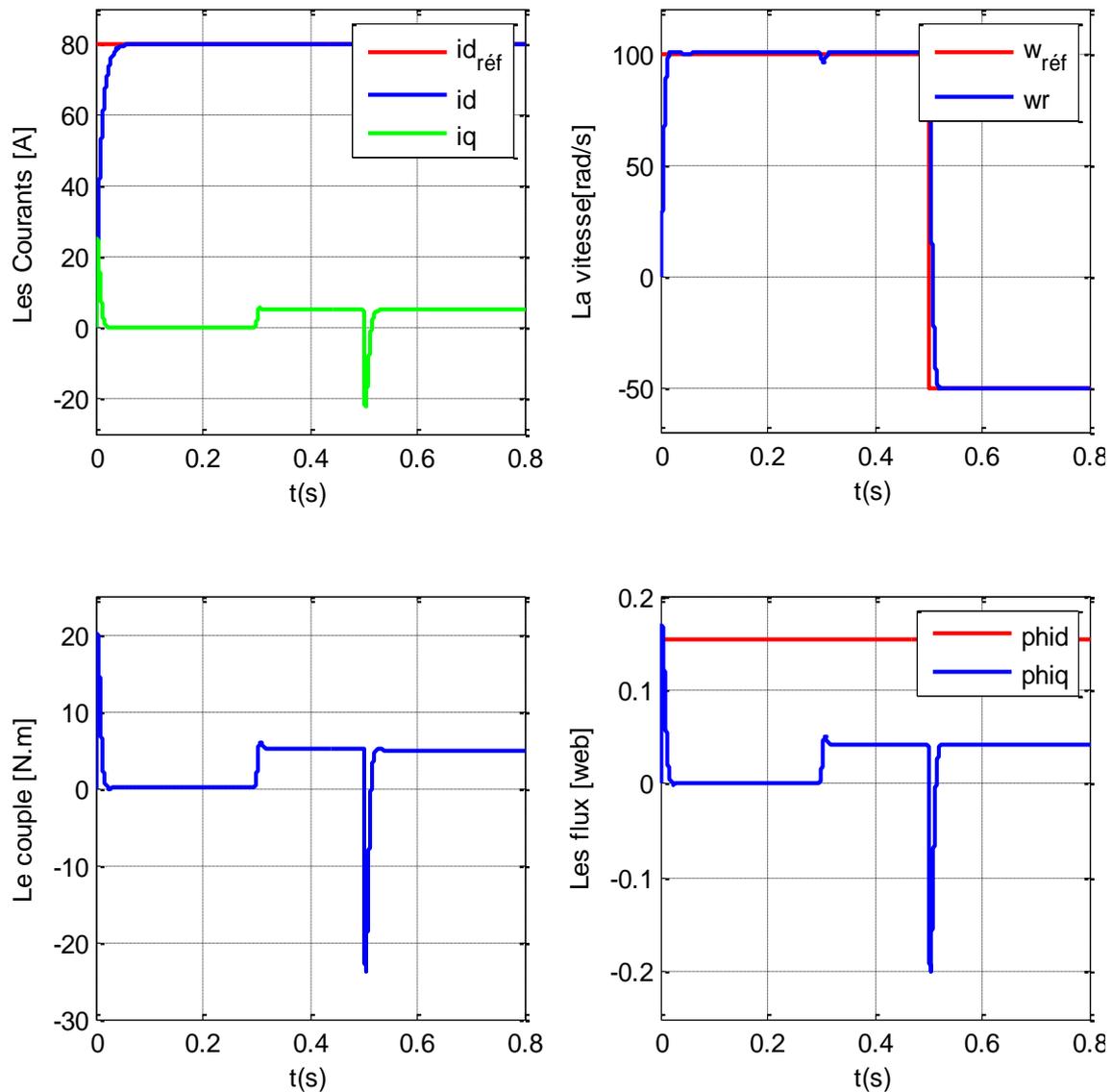
**Figure III.3 :** Résultats de simulation d'une MSAP à vide sans l'inversion de sens de rotation.



**Figure III.4 :** Résultats de simulation d'une MSAP en charge sans l'inversion de sens de rotation.



**Figure III.5 :** Résultats de simulation d'une MSAP à vide avec l'inversion de sens de rotation.



**Figure III.6 :** Résultats de simulation d'une MSAP en charge avec l'inversion de sens de rotation.

### Discussion

les résultats de simulation de la MSAP par la commande non linéaire du type linéarisation entrée-sortie par retour d'état non linéaire sont illustrés par les figures ci-dessus.

La figure (III.3) concerne un démarrage à vide de la MSAP pour une vitesse de référence de  $100 \text{ rd/s}$ . on remarque que la réponse en vitesse, semblable à celle d'un système du premier ordre sans dépassement, avec un temps de réponse de l'ordre de 0.03 secondes, la composante  $i_d$  est maintenue à 80 par le contrôleur non linéaire du courant, la composante  $i_q$  présente un pic très important au démarrage puis s'annule rapidement (pas de couple de

charge) et la composante ( $\varphi_d = \varphi_f$ ), car le courant  $i_d$  est maintenue à 80; la composante  $\varphi_q$  et le courant  $i_q$  sont la même allure.

lors de l'application d'une perturbation du couple de charge (5N.m à  $t=0.3s$ ) figure (III.4), nous constatons que lors de démarrage la transition de la vitesse se fait à une accélération bornée avec un couple qui applique et un temps de réponse minimum, la composante  $i_d$  est toujours maintenue à 80 par le contrôleur non linéaire du courant, ce qui confirme le bon choix du coefficient de réglage du régulateur de courant, par contre, la composante  $i_q$  présente la même dynamique que celles du couple électromagnétique et de la composante  $\varphi_q$  pour répondre au couple de charge et la composante ( $\varphi_d = \varphi_f$ ), car le courant  $i_d$  est toujours maintenu à 80 par le contrôleur non linéaire, par contre, la composante  $\varphi_q$  présente la même dynamique que celle du courant  $i_q$  pour répondre au couple de charge.

la Figure (III.5) montre la variation de la vitesse de rotation. Après avoir appliqué une consigne de vitesse de 100 rd/s, et l'inversion du sens de rotation de -50 rd/s qu'est appliqué à  $t = 0.5s$ . On constate que la vitesse suit sa référence avec exactitude au régime permanent et en régime transitoire (démarrage et inversion du sens de rotation) sans dépassement, le courant  $i_q$  et le couple électromagnétique ont la même allure ce qui montre que le découplage est parfaitement réalisé.

Lors de l'application du couple de charge figure (III.6), la réponse des courants statoriques  $i_d$  et  $i_q$  montre bien le découplage introduit par la commande non linéaire ( $i_d = 80$ ), le couple dépend seulement de la composante  $i_q$ .

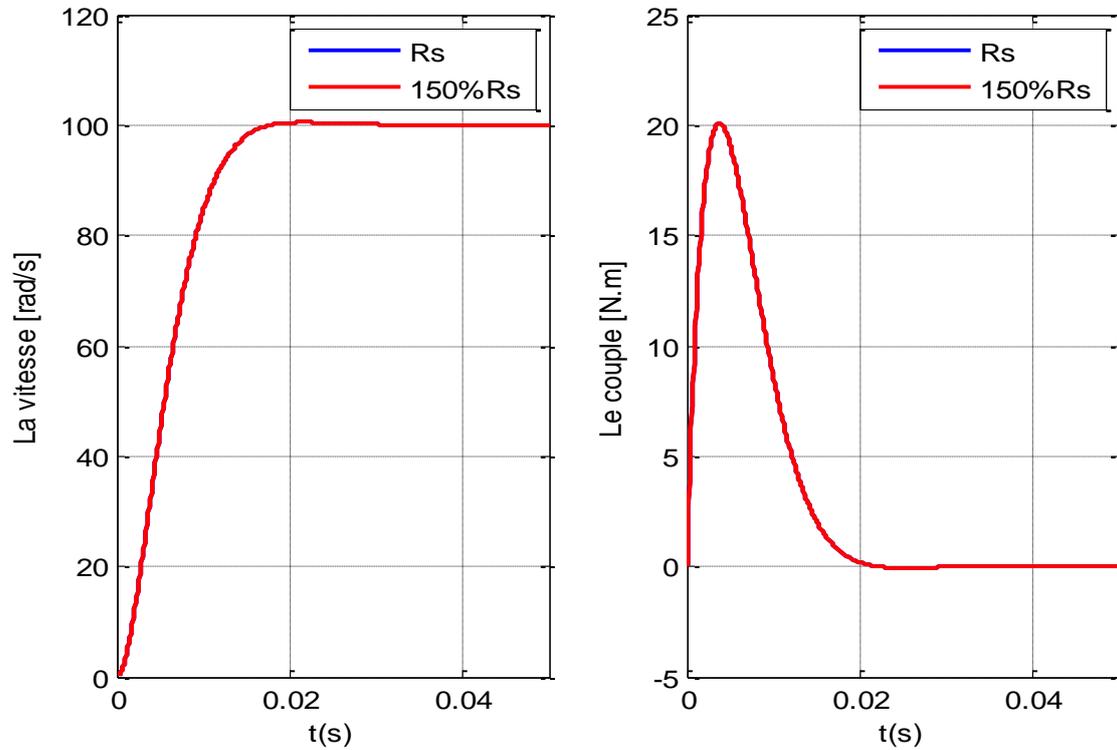
Par conséquent, les résultats de la simulation confirment le très bon découplage entre le couple et le flux statorique. Nous remarquons bien la supériorité du contrôleur non linéaire qui corrige l'effet de la perturbation du couple.

### III.6. Sensibilité du contrôleur non-linéaire aux variations paramétriques

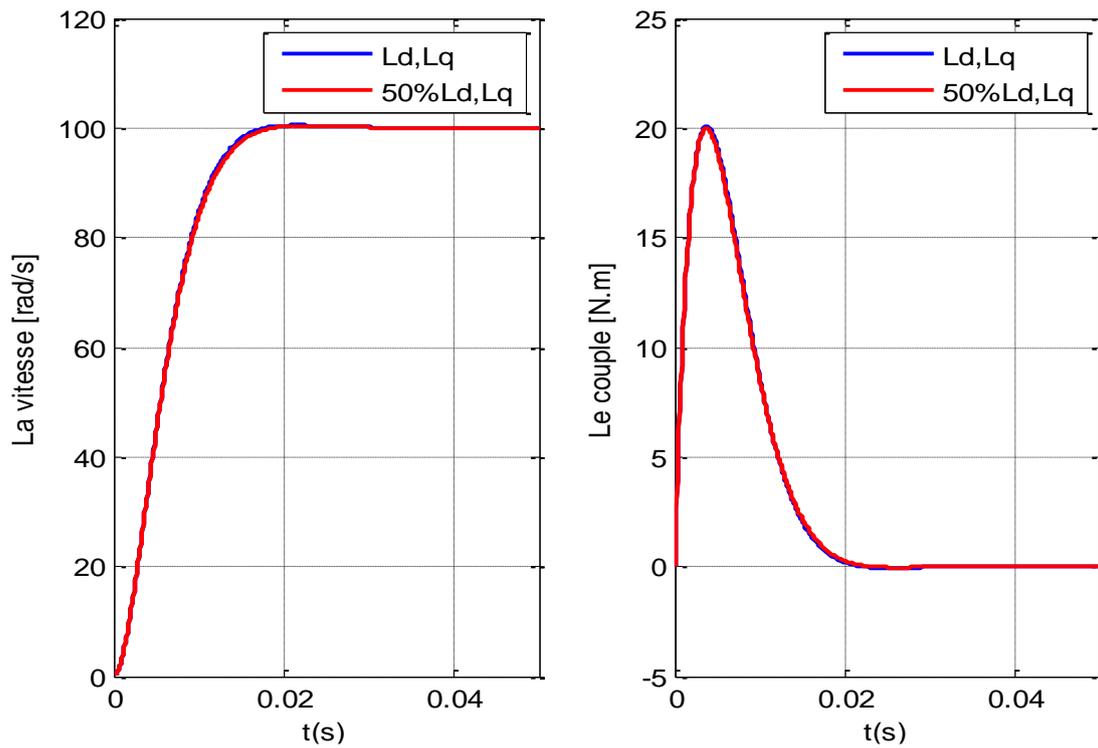
Pour mettre en évidence l'importance de la technique de la commande non linéaire, nous avons effectué des tests de robustesse suivants :

- ❖ une variation de +50% de la résistance statorique,
- ❖ une variation de -50% des inductances statoriques,
- ❖ une variation de -5% du flux des aimants  $\varphi_f$ ,

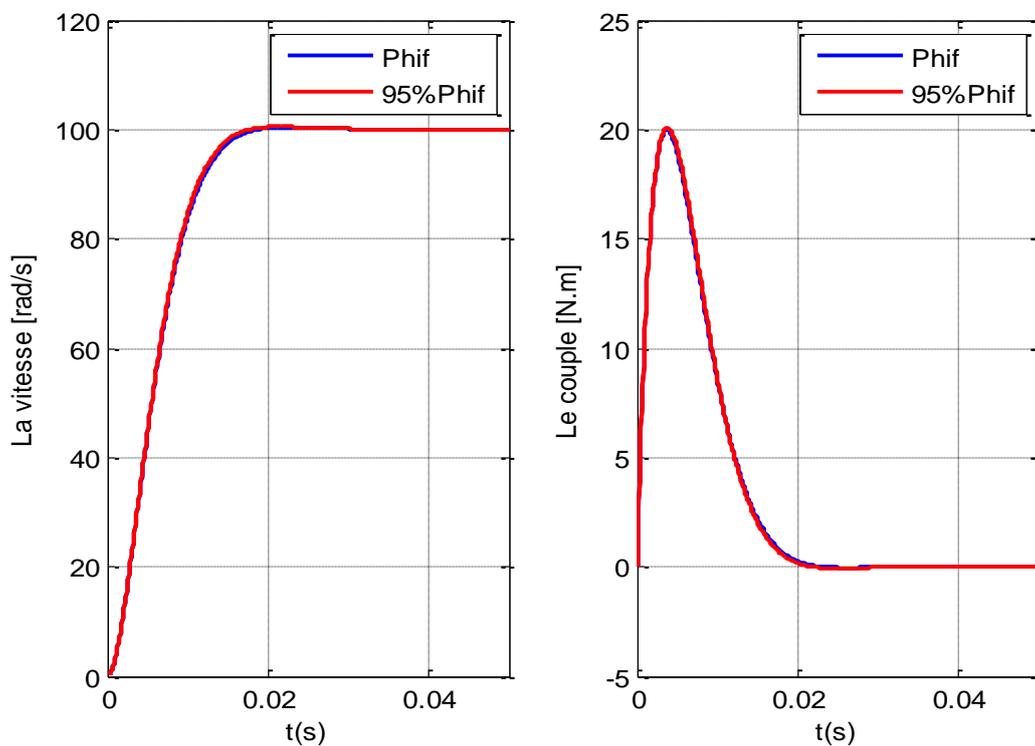
Afin de tester la robustesse de la commande vis-à-vis des variations des paramètres, on simule son comportement dynamique pour une variation de +50% de la résistance statorique, -50% des inductances et -5% du flux des aimants.



**Figure III.7 :** Réponse de vitesse [rad/s] et du Couple [N.m] avec une variation de  $R_s$ .



**Figure III.8 :** Réponse de vitesse [rad/s] et du Couple [N.m] avec une variation de  $L_d, L_q$ .



**Figure III.9 :** Réponse de vitesse [rad/s] et du Couple [N.m] avec une variation de  $\varphi_f$ .

## Discussion

Les figures (III.7), (III.8) et (III.9) présentent les résultats de simulation avec variation des paramètres du moteur, on constate que le système est insensible aux variations paramétriques, et il est donc robuste. Nous remarquons dans ce test que la variation des paramètres de résistances, des inductances et du flux des aimants de la machine n'affecte pas les performances de la commande proposée. Par conséquent les performances en vitesse sont très proches de celles obtenues dans le cas nominal.

## III.7. Conclusion

Nous rappelons à la fin de ce chapitre que nous avons fait recours à la commande non linéaire du type linéarisation entrée-sortie par retour d'état non linéaire dans un objectif de transformer le modèle de la machine à aimants permanents de nature non linéaire en un modèle linéarisé découplé où chaque sortie est commandée par une seule entrée.

À travers cette simulation, nous déduisons que l'application de la commande non linéaire basée sur un retour d'état à la MSAP a permis un découplage exact. Il est à noter aussi, que la puissance des lois de commande non linéaire a permis de mieux maîtriser la dynamique de la machine qui est naturellement non linéaire. Les réponses obtenues sont satisfaisantes de point de vue poursuite de la consigne et variation de la charge.

Les différents résultats obtenus en simulation montrent que cette technique de commande est bien adaptée aux problèmes de suivi de la trajectoire et de rejet de la perturbation. La robustesse de cette commande est prouvée à travers les résultats de simulation obtenus.

Arrivés au terme de ce chapitre, nous espérons que nous avons pu faire une simulation de la commande non linéaire de la MSAP d'où les réponses obtenues sont satisfaisantes de point de vue poursuite de la consigne et variation de la charge.

En conclusion, nous déduisons que la commande non linéaire apporte une amélioration appréciable au niveau des performances de la machine synchrone à aimants permanents.

# *Conclusion Général*

## Conclusion Générale

La machine synchrone à aimants permanents est un actionneur électrique d'un grand intérêt industriel, à cause de sa compacité, sa faible inertie, son rendement, sa robustesse et sa puissance massique élevée, par contre sa structure non linéaire rend sa commande plus complexe, ce qui nous a conduits à utiliser des modèles de commande non linéaires susceptibles de fournir de bonnes performances.

L'ensemble de notre travail porte sur l'application de la commande non linéaire, du type linéarisation entrée-sortie par retour d'état non linéaire à la conduite de la machine synchrone à aimants permanents alimenté en tension. Cette commande, qui réalise des performances similaires à celles de la machine à courant continu à excitation séparée.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté la machine synchrone à aimants permanents à savoir, ses différentes structures, les caractéristiques des aimants permanents, différents couples, avantages et inconvénients, Modes de fonctionnement et enfin les domaines d'application de ces machines et le principe de L'autopilotage.

Dans le deuxième chapitre nous avons traité la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents en se basant sur les équations électriques et mécaniques régissant le comportement dynamique de la MSAP en tenant compte des hypothèses simplificatrices. On a ainsi élaboré un modèle d'état non linéaire en courant de la MSAP, commandée en tension, dans le repère de Park lié au rotor, qui s'adapte avec le formalisme de la commande non linéaire.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les concepts théoriques de base de la commande non linéaire du type linéarisation entrée-sortie par retour d'état non linéaire statique, cette technique est une application de la géométrie différentielle qui se base sur les dérivées de Lie de la sortie à contrôler jusqu'à l'apparition de la commande ( $u$ ), puis un choix adéquat de cette commande par retour d'État annule la non-linéarité et permet un suivi asymptotique des trajectoires de références.

Enfin, nous avons simulé le mode de fonctionnement en utilisant le logiciel Matlab/Simulink. L'influence de certains paramètres a été mise en évidence dans cette étude.

Le caractère prévisible de ses résultats permet notamment de justifier les hypothèses simplificatrices adoptées mais plus importantes de valider les modèles de la machine synchrone à aimants permanents.

En perspectives, nous proposons d'améliorer les résultats par l'utilisation d'autres techniques d'intelligences artificielles (systèmes flous, algorithmes d'optimisation stochastiques, ...) et d'autres types d'observateurs (comme les observateurs à modes glissants).

# *Bibliographie*

## Référence bibliographique

- [1] **M. Kadjoudj**, “Contribution à La Commande d’une MSAP“, Thèse De Doctorat D’état, Université De Batna, 2003.
- [2] **G. Grellet, G. Clerc**, “Actionneurs Electriques, Principes, Modèles, Commande “; Collection Electrotechnique, Edition Eyrolles, 1997.
- [3] **I. Salim**, “Commande d’axe sans capteur à base d’un moteur synchrone à aimants permanents”, Mémoire de Magister en Automatique , Ecole Nationale Polytechnique, 2011.
- [4] **E. Smigiel, G. Sturtzer**, “Modélisation et Commande Des Moteurs Triphasés, Commande vectorielle des moteurs synchrones, commande numérique par contrôleurs DSP”. Edition Ellipses, 2000.
- [5] **A. Kaddouri**, “Etude d'une commande non-linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents”, Thèse de Doctorat, Université de Laval, Québec, Novembre 2000.
- [6] **M. Ezzat**, “Commande non linéaire sans capteur de la machine synchrone à aimants Permanents.Automatique / robotique”. Ecole centrale de Nantes. Français .2011.
- [7] **H. Samira, E.P. Bourekache**, “étude et commande d’une eolienne à base d’une machine synchrone à aimant permanent”, Mémoire de magister en électrotechnique université de Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou 2013.
- [8] **G. Lacroux**, “Les aimants permanents”, technique et documentation-Lavoisier, 1989.
- [9] **Y. Boutoura**, “Calcul d’une BDCM excitée par des aimants à aimantation parallèle”, mémoire de magister, UMMTO, 2000.
- [10] **N. Bernard**, “Machine synchrone : de la boucle ouverte à l’autopilotage”, Ecole Normale Supérieure de Cachan Campus de Ker Lann–35170 BRUZ, Revue 3EI, n° 30, septembre 2002.
- [11] **G. Lacombe**, “Définition et Réalisation d’une Nouvelle Génération de Logiciels pour la Conception des Moteurs Futurs”, Mémoire de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [12] **I. DOURARI**, “Calcul analytique du champ d’une MSAP à pôles lisses”, Mémoire Master, UMMTO, 2017.
- [13] **E. du Tremolet de La Cheisserie**, Magnétisme (II-matériaux et applications), édition EDP sciences, France, 2000, 511p, Collection Grenoble Sciences.
- [14] **N. Bounasla**, “Commande Par Mode de Glissement D’ordre Supérieur de La Machine

- Synchrone à Aimants Permanents”, Thèse de Magister en Electrotechnique 2014.
- [15] **D. Abdesalem et N.K. Merzouk**, “Identification et commande vectorielle de la machine synchrone à aimants permanents”, Projet de Fin d’Etudes, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB), 2005.
- [16] **A.F. Jawad**, “Etude du problème inverse en électromagnétisme en vue de la localisation des défauts de désaimantation dans les actionneurs à aimants permanents”, Thèse de Doctorat, Université de technologie de Belfort-Montbéliard, 05 décembre 2008.
- [17] **K. Azeddine**, “Etude d’une commande non-linéaire adaptative d’une machine synchrone à aimants permanents”, Ph, Québec, Canada, 2000.
- [18] **H. Chawab**, “Stratégie de commande d’actionneurs synchrones à aimants permanents intégrant la sûreté de fonctionnement”.Thèse de Doctorat, université de haute Alsace, 2004
- [19] **Bardadi Bendaha Mansour**, “Identification des paramètres d’une machine synchrone à aimant permanent en vue d’une intégration dans des simulateurs en temps réel”, Thème Magistère en Electronique Université des Sciences et de la Technologie d’Oran 04/02/2015.
- [20] **S. Ramdani**, “Commande par Backstepping du Moteur à Aimants Permanents Alimenté par Onduleur de Tension”, mémoire de Master, Université de Tlemcen, 2013.
- [21] **Ameur Aissa**, “Commande sans capteur de vitesse par DTC d’une machine synchrone à aimant permanent dotée d’un observateur d’ordre complet à mode glissant”, Magister en Électrotechnique, Université de Batna 2003
- [22] **M.T. Latreche**, “Commande Floue De La Machine Synchrone à Aimant Permanent (MSAP) Utilisée Dans Un Système Eolien”, Mémoire de Magister, Université ferhat abbas de Setif (UFAS), 2012
- [23] **R. Abdessemed et M. Kadjoudj**, “Modélisation des Machines Electriques”, Presses de L’Université de Batna ,1997.
- [24] **L. Parsa**, “Performance Improvement of Permanent Magnet AC Motors”. Thèse Is of Doctorat ,University of Science and Technology, Tehran, Iran, May 2005.
- [25] **Zegueb et Boubaker**, “Commande d’une machine synchrone à aimants permanents sans capteur de vitesse. Utilisation d’un observateur non linéaire”, Thèse de magistère Université de Batna 2008.
- [26] **A. Isidori**, “Non Linear Control Systems: an Introduction”, Ed. Springer - Verlag, 2<sup>nd</sup> edition, 1989.
- [27] **D.G. Taylor**, “Non Linear Control of Electric Machine: an Overview”, Springer - Verlag, December 1994.

- [28] **J.J. Slotine et W. Li**, “Applied Nonlinear Control”, Prentice Hall, 1991.
- [29] **C.C. de Wit**, “Commande des Moteurs Asynchrones, Modélisation, Contrôle Vectoriel et DTC”, Edition Hermès, Paris, Vol.1, 2000.
- [30] **A. Meroufel, B. Belabbes, M.K.Fellah et A. Benaissa**, “Commande Linéarisante d’un Moteur synchrone à Aimants avec Limitation du Courant par Poursuite d’une Trajectoire de Vitesse à Accélération Constante”. Faculté des Sciences de l’Ingénieur Université Djillali Liabes Sidi Bel-Abbes, 2004.
- [31] **A. Meroufel, B. Belabbes, M.K.Fellah et A. Benaissa**, “Commande par Retour d’Etat Non Linéaire d’un Moteur Synchrone à Aimants Permanents avec Limitation du Courant par Imposition d’une Trajectoire”, 3eme Séminaire National en Génie Electrique, 29-31, Octobre, 2001.
- [32] **D.G. Taylor**, “Non Linear Control of Electric Machine: an Overview”, Springer - Verlag, December 1994.
- [33] **M. Bodson, J. Chaisson**, “Differential Geometric Methods for Control of Electric Motors”, Int.Jo.Robust Non linear Control, Vol. 8, 1998, 923-954
- [34] **T. Von Raumer, J.M. Dion, L. Dugart et J.L.Thomas**, “Applied Nonlinear Control of an Induction Motor Using Digital Processing”, IEEE Transactions on Control, Systems Technology, Vol. 2, No.4, December 1994.
- [35] **R. Marino, S. Peresada et P. Valigi**, “Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors”, IEEE Transactions on Control, Vol.38, No.4, February 1993.
- [36] **E.M. Berkouk, K. Boulaul et G. Manesse**, “Commande de Vitesse d’une MSAP de Forte Puissance Alimentée par un Onduleur Multiniveaux”, ICEL’98, 5-7, Octobre 1998, UST ORAN , pp.142-148.
- [37] **A. Chibani**, “Commande Non Linéaire et Adaptative de la Machine Asynchrone”, Mémoire de Magister, Batna, 2005.
- [38] **A. Benyahia**, “Commande Non Linéaire et Prédicative, Application à la Machine Asynchrone”, Mémoire de Magister, Batna, 2001.