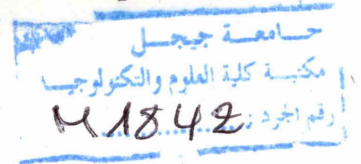


Republique Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Jijel

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de l'Automatique

Projet de fin d'Etudes pour l'obtention du Diplôme de
Master en Automatique

Option : Automatique et informatique industrielle

Thème

Commande décentralisée à base sur d'observateurs
d'état et de perturbation des robots
manipulateurs

Proposé par
M. Salim LABIOD

Réalisé par :
M. Yassine BRAHIMI
M. Abderrahman BOUDJERDA

Promotion Juin 2014

*Je dédie ce mémoire
À mes parents
À mon frère
Abdelhamid
Et mes sœurs surtout
Doua'a & Dia'a elhak
À toute ma famille,
Et à tous mes amis.*

ABDERRAHMAN BOUDJERDA

*Je dédie ce mémoire
À mes parents
À mon frère
Moussa
Et mes sœurs
À toute ma famille, surtout
Farah & Rayan
Et à tous mes amis.*

YASSINE BRAHIMI

Remerciement

Merci à la plus grande puissance

Allah

*Nous tenons par le présent travail à témoigner notre reconnaissance
envers notre promoteur et encadreur*

M. S. Labiod

*Pour toute son aide et sa disponibilité ainsi que pour ses conseils.
Sans oublier*

M. A. Boubakjr

Pour l'aide et l'assistance qui nous a offert.

*Puis, nous voulons transmettre nos remerciement à toutes les
personnes qui nous ont assistées durant l'accomplissement de notre
travail de recherche.*

Tous mes amis et mes parents

Qui m'ont soutenu.

Table des Matières

Dédicaces	i
Remerciements	ii
Table des matières	iii
Liste des figures	vi
Liste des Tableaux	viii
Introduction général	1
Chapitre 1 : Introduction à la modélisation des robots manipulateurs	
1.1 Introduction	4
1.2 Définition	4
1.3 Morphologie des robots manipulateurs	5
1.4 Différentes modélisations d'un robot manipulateur	6
1.5 Modèle dynamique	7
1.6 Commande des robots manipulateurs	8
1.6.1 Commande linéaire classique	8
1.6.2 Commande linéarisant	9
1.6.3 Commande par mode de glissement	10
1.6.4 Commande adaptative	11
➤ <i>command adaptative indirecte</i>	11
➤ <i>command adaptative directe</i>	12
1.6.5 Commande décentralisée	12
1.7 Conclusion	13
Chapitre 2 : Commande décentralisée basée sur un observateur de perturbation	
2.1 Introduction	14
2.2 Formulation du problème	15
2.3 Commande décentralisée basée sur un observateur de perturbations	17
2.4 Etude de la stabilité	17
↓ Cas du filtre $H(s)$ est de 1 ^{er} ordre	17
↓ Cas du filtre $H(s)$ de 2 ^{ème} ordre	19
2.5 Résultats de simulation	21
↓ Résultats du premier ordre	22
↓ Résultats du deuxième ordre	24
2.6 Interprétation des résultats	26
2.7 Conclusion	26

Chapitre 3 : Commande décentralisée basée sur un observateur d'état et de perturbation		
3.1	Introduction	27
3.2	Position du problème	28
3.3	Commande décentralisée à base d'observateur d'état et de perturbation	29
3.4	Synthèse de la commande	30
3.5	Étude de la stabilité	31
	➤ Cas du filtre $H(s)$ de 2 ^{ème} ordre	32
3.5	Application sur le robot	34
3.6	Loi de commande	35
3.7	Résultats de simulation	35
	➤ Résultats de la première articulation	36
	➤ Résultats de la deuxième articulation	37
3.9	Interprétation des résultats	38
3.10	Conclusion	38
Chapitre 4 : Commande décentralisée à temps discret basée sur un observateur d'état et de perturbation		
4.1	Introduction	39
4.2	Système à temps discret	39
4.3	Formulation de problème	40
4.4	Observateur de perturbation discret	40
4.5	Observateur d'état et de perturbation	41
4.6	Commande décentralisée à temps discret	42
	➤ Synthèse de la commande	42
4.7	Application sur le robot	43
	➤ Loi de commande	44
4.8	Résultats de simulation	44
	➤ Résultats de la première articulation pour $h=0.01$	45
	➤ Résultats de la Deuxième articulation pour $h=0.01$	46
	➤ Résultats de la première articulation pour $h=0.03$	47
	➤ Résultats de la Deuxième articulation pour $h=0.03$	48
4.9	Interprétation des résultats	49
4.10	conclusion	49
Conclusion générale		50

Annexe A : Observateurs et observabilité		
A.1	Introduction	52
A.2	Principe d'un observateur	53
A.2.1	Objectif d'un observateur	53
A.2.2	Structure d'un observateur	54
A.3	Quelques définitions Notion d'observabilité	55
Annexe B : Modèle dynamique du robot manipulateur		
B.1	Introduction	56
B.2	Simulation en boucle ouverte d'un robot manipulateur à 2 degré de liberté	58
B.3	Résultats de la simulation	59
Annexe C : Notion de la stabilité		
C.1	Introduction	60
C.2	Définitions	60
C.3	Stabilité du point d'équilibre	61
C.4	Méthode directe de Lyapunov ou second méthode	62
C.5	Application aux systèmes linéaires invariants	63
Bibliographie		64

Liste des figures

1.1	Morphologie des robots manipulateurs	5
1.2	Manipulateurs à liaisons sérielles et parallèles	6
1.3	Schéma bloc de la commande classique des robots manipulateurs	9
1.4	Schéma de la commande linéarisant des robots manipulateurs	10
1.5	Schéma de la commande adaptative indirecte	11
1.6	Schéma de la commande adaptative directe	12
1.7	Schéma de la commande décentralisée des robots manipulateurs	13
✦ Résultats du premier ordre		
2.1	Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$.	22
2.2	Réponses, les erreurs et la commande de la deuxième articulation du robot manipulateur avec observateur de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	23
✦ Résultats du deuxième ordre		
2.3	Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	24
2.2	Réponses, les erreurs et la commande de la deuxième articulation du robot manipulateur avec observateur de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	25
3.2	Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	36
3.1	Réponses, les erreurs et la commande de la deuxième articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	37
4.1	Système à temps discret	39
✦ Résultats de la deuxième articulation $h=0.01$		

4.2	Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	45
4.3	Réponses, les erreurs et la commande de la deuxième articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	46
	↓ Résultats de la deuxième articulation $h=0.01$	
4.4	Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	47
4.5	Réponses, les erreurs et la commande de la deuxième articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$	48
A.1	Diagramme structurel d'un observateur	53
A.1	Diagramme structurel d'un observateur d'ordre plein	54
B.1	Schéma du robot	57

Liste des tableaux

2.1	Paramètre de synthèse	21
3.1	Paramètre de synthèse	35
4.1	Paramètre de synthèse	44

Introduction Générale

Les mécanismes de régulation sont largement répandus dans la nature. Ils sont présents chez les organismes vivants afin d'assurer le maintien de certaines variables essentielles comme le taux de sucre, la température,.... En ingénierie également les mécanismes d'asservissement ont une longue histoire [27].

Le robot a initialement été créé pour décharger l'homme des tâches fastidieuses. Par exemple, les tâches de manutention sont souvent fatigantes, répétitives ou même infaisables manuellement. L'idée d'une machine se substituant à l'homme pour de telles tâches était donc séduisante. De ce besoin sont nés des manipulateurs relativement simples et souvent dédiés à une tâche bien déterminée [28].

Petite à petite, le gain en productivité offert par les robots engage à créer des nouveaux systèmes capables d'effectuer des tâches de plus en plus complexes et/ou variées. De plus, les performances requises sont sans cesse réévaluées, on a besoin de robots plus rapides, plus précis, plus « intelligents »....

Au cours des trois dernières décennies, le challenge qu'a rencontré la recherche en robotique est celui d'augmenter l'autonomie des robots [5], où la classe des robots manipulateurs rigides a été le sujet d'une recherche intensive dans le domaine de la théorie de commande.

La première étape lorsqu'on veut analyser et commander un système, consiste à se donner un bon modèle mathématique de celui-ci. Cela signifie que l'on doit disposer d'un modèle

mathématique réalisant un compromis entre la fidélité de comportement qualitatif et quantitatif et sa simplicité de mise en œuvre à des fins d'analyse et de synthèse [22].

Au-delà de l'analyse des types de comportement des systèmes se pose le problème de leur utilisation. Un objectif de commande se traduit par la donnée d'une ou plusieurs trajectoires de référence à suivre (boucle ouverte) et, en boucle fermée, par certaines exigences sur la vitesse de poursuite, l'atténuation des perturbations, l'insensibilité aux erreurs et variations paramétriques, la précision du suivi [25].

Le suivi automatique de trajectoire est un problème classique du domaine de la robotique. Les principales difficultés résident dans le fait de disposer ou non de modèles satisfaisants et de pouvoir ou non compenser les mouvements de la cible.

La plupart des robots manipulateurs sont caractérisés par un comportement absolument non linéaire qui ne permet pas une utilisation fiable des méthodes classiques d'analyse et de mise en œuvre des asservissements [26].

La synthèse et l'implémentation de la commande de systèmes non linéaires interconnectés sont généralement difficiles. Cette difficulté provient soit du nombre important de variables et des interconnexions entre elles, soit de la dimension élevée du modèle. Pour cette classe de systèmes, une commande décentralisée a été présentée [15].

La notion de décentralisation de la commande se rapproche en un sens de l'idée de colocalisation.

Grâce à sa structure, la commande décentralisée présente un certain nombre d'avantages, à savoir : la minimisation du taux d'information traitée par les unités de commande, la simplicité des lois de commande élaborées par rapport au cas centralisé ainsi que l'amélioration de la fiabilité de transfert de données en n'utilisant que l'information locale [15].

Dans le présent travail et dans le but de profiter des avantages de la notion de décentralisation, nous présentons une stratégie de la commande décentralisée dont la faisabilité et les performances sont montrées par une application sur un robot manipulateur à deux degrés de liberté.

Notre mémoire aborde la conception de la commande décentralisée basée sur un observateur pour des systèmes non linéaires. Il s'articule autour de quatre chapitres :

- Le premier chapitre présente quelques conceptions de la robotique et quelques commandes utilisées dans ce domaine.
- Le deuxième chapitre est consacré à la commande décentralisée avec observateur de perturbation, on y trouve une synthèse simple de la loi de commande en se basant sur l'estimation des interconnexions entre sous-systèmes, de leurs non linéarité, et des incertitudes non modélisées, par l'observateur de perturbation.

- Le troisième chapitre est consacré à la commande décentralisée avec observateur d'état et de perturbation, l'importance accordée à l'aspect économique dans l'élaboration des systèmes industriels et en particulier des robots manipulateurs. Le rôle principal de cet observateur est la reconstitution des états du système.
- Le quatrième chapitre est le même que le chapitre précédent mais cette fois en travail en temps discret, ou bien on fait une discrétisation du chapitre trois.

Chapitre 1

Introduction à la modélisation des robots manipulateurs

1.1 Introduction

Dans un contexte industriel, un système de commande des robots manipulateurs doit satisfaire des exigences de suivi de trajectoire ainsi que des contraintes de rapidité et de précision. L'objectif est de trouver une commande idéale capable de forcer le robot à exécuter des tâches difficiles et de suivre une trajectoire définie à l'avance avec une bonne précision.

La conception et la commande des robots manipulateurs nécessitent l'élaboration de certains modèles mathématiques tels que : le modèle géométrique, le modèle cinématique et le modèle dynamique. Ce dernier décrit l'équation du mouvement de robot qui est utilisée dans la synthèse des lois de commande.

Dans ce chapitre, nous présentons les modèles de base des robots manipulateurs plus les stratégies de commandes les plus utilisées.

1.2 Définition

Le Petit Larousse définit un robot comme étant un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable. Il existe diverses définitions du terme robot, mais elles tournent en général autour de celle-ci :

Un robot est un système mécanique poly-articulé mené par des actionneurs et commandé par un ordinateur qui est destiné à effectuer une grande variété de tâches.

Les robots sont classés par JIRA en six classes, qui sont [1] :

- a. Télémanteurs : bras commandé directement par un opérateur humain.
- b. Manipulateur avec séquence fixe : contrôle automatique, mais difficile à reprogrammer.
- c. Manipulateur avec séquence variable : contrôle automatique, reprogrammer mécaniquement.
- d. Robot Play Back : séquences qui sont exécutées à l'origine sous la supervision d'êtres humains, mémorisées puis rappelées pour être rejouées.
- e. Robot avec un contrôleur numérique : les positions des séquences sont contrôlées par des données numériques.
- f. Les robots intelligents : le robot peut réagir à son environnement et à des modifications arrivant durant l'exécution.

1.3 Morphologie des robots manipulateurs

Il existe différentes architectures possibles, on ne considère que deux paramètres : le type d'articulation (rotoïde ou prismatique) et l'angle que font deux axes articulaires successifs (0° ou 90°). Les robots manipulateurs sont composés de deux blocs, le premier appelé porteur et le deuxième appelé poignet (figure 1.1).

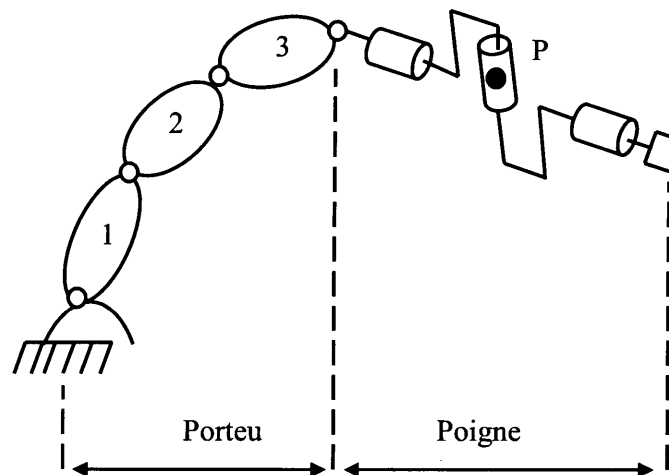


Figure 1.1 Morphologie des robots manipulateurs

Un robot manipulateur se compose de plusieurs liaisons connectées par des articulations pour former un bras. On peut retrouver deux formes de manipulateurs en fonction de la manière dont les liaisons sont connectées : une forme sérielle et une autre parallèle [2].

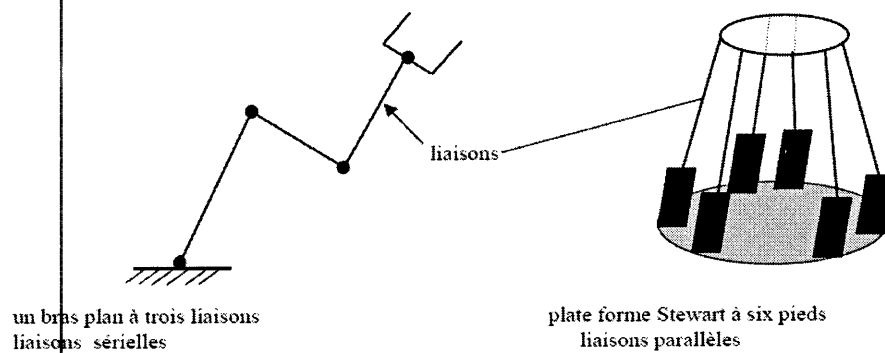


Figure 1.2 Manipulateurs à liaisons sérielles et parallèles

La plupart des robots utilisés actuellement sont des robots ayant des liaisons connectées sériellement.

Les robots manipulateurs sériels, dans leurs formes de base, sont des chaînes cinématiques ouvertes composées de liaisons rigides ou flexibles connectées par des articulations : ces robots peuvent se déplacer circulairement dans l'espace par des mouvements générés par des articulations commandées par les actionneurs.

1.4 Différentes modélisations d'un robot manipulateur [3] [4]

Un robot manipulateur, quelle que soit la fonction qui lui est attribuée, doit positionner et orienter son organe terminal dans l'espace opérationnel, car le concepteur perçoit de façon naturelle, par la vision, la tâche à accomplir dans cet espace. La difficulté de la commande provient du fait que les actionneurs, dont est doté le robot manipulateur, n'agissent pas directement sur la situation de l'organe terminal, mais agissent sur la configuration du robot manipulateur. D'où la nécessité de définir les passages entre les espaces opérationnel et généralisé (articulaire).

Ainsi nous pouvons distinguer les modèles suivants :

- ✓ Le modèle géométrique direct, qui à calculer les coordonnées opérationnelles x en fonction des coordonnées généralisées q ; ce modèle est noté : $x = f(q)$.
- ✓ Le modèle géométrique inverse, qui à calculer les coordonnées généralisées q , en fonction des coordonnées opérationnelles x ; ce modèle est noté : $q = g(x)$.
- ✓ Le modèle cinématique direct, qui consiste à calculer les vitesses des coordonnées opérationnelles \dot{x} , en fonction de vitesse des coordonnées généralisées \dot{q} ; ce modèle est noté : $\dot{x} = J \dot{q}$ (J la matrice jacobienne du robot manipulateur).
- ✓ Le modèle cinématique inverse, qui consiste à calculer les vitesses des coordonnées généralisées \dot{q} , en fonction de vitesse des coordonnées opérationnelles \dot{x} ; ce modèle est noté : $\dot{q} = J^{-1} \dot{x}$ (J^{-1} la matrice jacobienne du robot manipulateur).

Les modèles dynamiques directs et inverses, qui relient les coordonnées, vitesses et accélérations généralisées aux efforts généralisés (ces efforts généralisés sont les forces appliquées au niveau des liaisons prismatique ou les couples au niveau des liaisons rotoïde). Ces modèles tiennent compte des efforts extérieurs appliqués sur l'organe terminal.

Avant de s'attaquer au problème de la commande d'un robot manipulateur, il est nécessaire d'avoir un modèle de la dynamique du robot.

1.5 Modèle dynamique

Le modèle dynamique définit l'équation du mouvement du robot qui exprime les relations entre les couples ou les forces appliqués par les actionneurs et la position, la vitesse et l'accélération des articulations. Il existe plusieurs méthodes pour obtenir ce modèle dynamique comme la méthode d'Euler-Lagrange.

Cette dernière est utilisée, par la suite, pour écrire le modèle dynamique du robot manipulateur.

La méthode d'Euler-Lagrange donne le modèle dynamique d'un robot manipulateur [5] :

$$T = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} \quad (1.1)$$

avec :

$$L = \tau - P \quad (1.2)$$

τ : L'énergie cinétique.

P : L'énergie potentielle.

$q \in R^n$: Vecteur des coordonnées généralisées.

$T \in R^n$: Vecteur des forces et couples appliqués.

Dans le cas particulier d'un robot manipulateur rigide avec n degrés de liberté, on a les données suivantes :

$$\tau = \tau(q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q, \dot{q}) \dot{q} \quad (1.3)$$

$$P = P(q) \quad (1.4)$$

où $M(q)$ représente la matrice d'inertie de dimension $(n * n)$ symétrique et définie positive.

A partir des équations (1.1) et (1.2), l'équation générale du mouvement d'un robot manipulateur rigide est donnée par :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = T \quad (1.5)$$

où $C(q, \dot{q})\dot{q}$: vecteur de Coriolis et de centrifuge défini par :

$$C(q, \dot{q})\dot{q} = \dot{M}(q)\dot{q} - \frac{1}{2} \frac{\partial(\dot{q}^T M(q)\dot{q})}{\partial q} \quad (1.6.a)$$

et

$$G(q) = \frac{\partial P(q)}{\partial q} \quad (1.6.b)$$

où $G(q)$: vecteur des couples gravitationnels.

Remarque :

L'équation (1.5) représente la dynamique générale d'un robot manipulateur en l'absence des frottements et d'autre perturbation [6]. Dans le cas des frottements, l'équation (1.5) devient [5] :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + H(\dot{q}) = T \quad (1.7)$$

où $H(\dot{q}) \in R^n$: vecteur regroupant les frottements visqueux.

Dans le cas des frottements et des perturbations externes, l'équation du mouvement d'un robot manipulateur sera [7] :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + H(\dot{q}) + d = T \quad (1.8)$$

où d est un vecteur de dimension $(n * 1)$ regroupant les perturbations et les dynamiques non modélisées.

1.6 Commande des robots manipulateurs

La commande des robots consiste à activer les actionneurs de chaque articulation de manière à faire évoluer le système mécanique vers un point de l'espace selon certaines caractéristiques [8] :

- ✓ Soit le mouvement du robot dans l'espace est quelconque du point source au point but.
- ✓ Soit le mouvement est contraint de suivre une trajectoire prédéfinie.
- ✓ Soit le temps parcouru et les caractéristiques dynamiques sont imposés.

1.6.1 Commande linéaire classique

Cette méthode se base sur l'utilisation de la dérivée de la variable articulaire du robot dans une boucle supplémentaire en plus de la boucle de retour habituelle. Plus précisément, elle utilise un contrôleur PD qui génère une loi de commande par contre réaction donnée par [18].

$$T = K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) \quad (1.9)$$

où K_p et K_v sont respectivement des matrices des gains proportionnels et différentiels de dimension $(n \times n)$. Il convient être constant, positive et diagonales. Les variables q_d et \dot{q}_d sont respectivement la position désirée et la vitesse désirée.

On peut illustrer cette loi de commande par le schéma bloc de la figure (1.3).

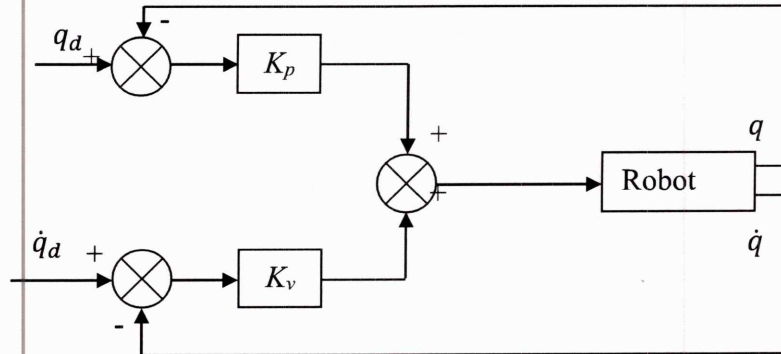


Figure 1.3 Schéma bloc de la commande classique des robots manipulateurs

1.6.2 Commande linéarisant

Cette technique est très utilisée parce qu'elle transforme le problème de la commande non linéaire en un problème de commande d'un système linéaire en effectuant le découplage et la linéarisation des dynamiques non linéaires du modèle d'un robot. Pour ce nouveau problème de commande linéaire, divers outils de résolution sont disponibles [5, 20].

Considérons le modèle dynamique d'un robot manipulateur rigide donné par (1.7) pour linéariser ce modèle, il suffit de prendre T de la forme [13] :

$$T = M(q)T' + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + H(\dot{q}) \quad (1.10)$$

où T' est la nouvelle entrée de commande de la boucle de compensation.

ainsi, le choix d'une commande de la forme de (1.10) réduit la dynamique du système (1.7) à [15] :

$$\ddot{q} = T' \quad (1.11)$$

L'équation (1.11) est linéaire et l'entrée T' peut être interprétée comme une commande de la boucle externe qui devrait asservir le système. Pour une commande en poursuite, T' est donnée par :

$$T' = \ddot{q}_d + K_v \dot{e}(t) + K_p e(t) \quad (1.12)$$

et l'équation (1.10) devient :

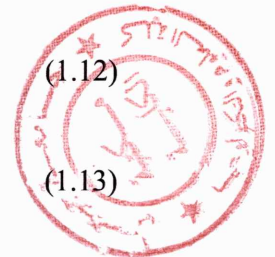
$$\ddot{e}(t) + K_v \dot{e}(t) + K_p e(t) = 0 \quad (1.13)$$

dans la suite, on notera :

Vecteur de l'erreur de position : $e(t) = q_d(t) - q(t)$

Vecteur de l'erreur de position : $\dot{e}(t) = \dot{q}_d(t) - \dot{q}(t)$

Vecteur de l'erreur de position : $\ddot{e}(t) = \ddot{q}_d(t) - \ddot{q}(t)$



où : q_d, \dot{q}_d et \ddot{q}_d représentent respectivement les vecteurs de position désirée, vitesse désirée et accélération désirée.

K_v et K_p sont choisis de telle sorte que le signal $e(t)$ tend exponentiellement vers zéro.

Cette loi de commande est illustrée par le bloc de la figure (1.4).

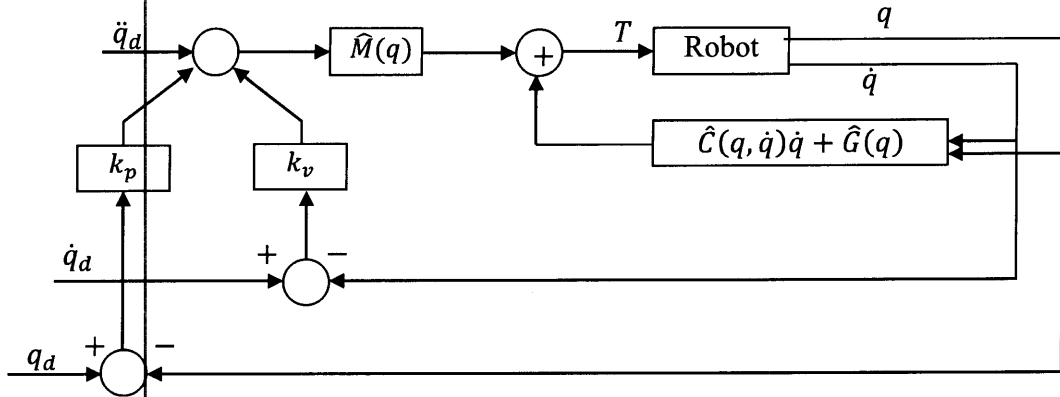


Figure 1.4 Schéma de la commande linéarisant des robots manipulateurs

1.6.3 Commande par mode de glissement

La Commande par mode de glissement utilise une commande discontinue pour ramener la trajectoire d'état vers une surface dite de glissement et de faire évoluer le système là-dessus avec une certaine dynamique jusqu'au point d'équilibre. La conception de l'algorithme de commande par mode de glissement revient principalement à déterminer trois étapes [9] :

- *Choix de la surface de glissement*

La surface de glissement prend en générale la forme suivante [9] :

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad (1.14)$$

avec λ un coefficient positif et n l'ordre du système.

Dans le cas des robots manipulateurs, $n = 2$, $S(t)$ devient :

$$S(t) = \dot{e}(t) + \lambda e(t) \quad (1.15)$$

- *Condition de convergence*

La condition de convergence est définie par [9] :

$$S\dot{S} \leq -k|S|, \quad k > 0 \quad (1.16)$$

Elle rend la surface attractive et invariante [5]. Dans le cas des robots manipulateurs, on doit obtenir :

$$S\dot{S} = S(\ddot{e} + \lambda\dot{e}) \leq -k|S| \quad (1.17)$$

En utilisant une loi de commande de la forme de (1.10) qui donne $\ddot{q} = T'$, l'équation (1.17) devient :

$$S\dot{S} = S((\ddot{q}_d - T') + \lambda(\dot{q}_d - \dot{q})) \leq -k|S| \quad (1.18)$$

o *Loi de commande*

On choisit la loi de commande à mode de glissement de la forme suivante :

$$T' = \ddot{q}_d + \lambda(\dot{q}_d - \dot{q}) + k \operatorname{sgn}(S) \quad (1.19)$$

où sgn est la fonction signe. Ce qui donne : $S\dot{S} = -k|S|$.

1.6.4 Commande adaptative

La notion de la commande adaptative est introduite en 1957 par Drenick et Shahbender [10]. Elle est définie comme un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du processus à commander sont inconnus ou variant dans le temps [11]. On distingue, en général, deux types de command adaptative, command adaptative indirecte et command adaptative directe :

➤ *command adaptative indirecte*

Dans cette approche, on décide d'identifier les paramètres du système à partir de l'erreur d'identification et d'utiliser, à chaque instant, ces estimées (comme s'il s'agissait des vrais paramètres) dans le calcul de la loi de commande, c'est-à-dire dans le calcul des paramètres du régulateur adaptatif. D'une certaine manière, on peut dire que l'on commande de façon optimale, à chaque instant, le modèle estimé du système [12]. Cette loi de commande est représentée par le schéma bloc suivant [10].

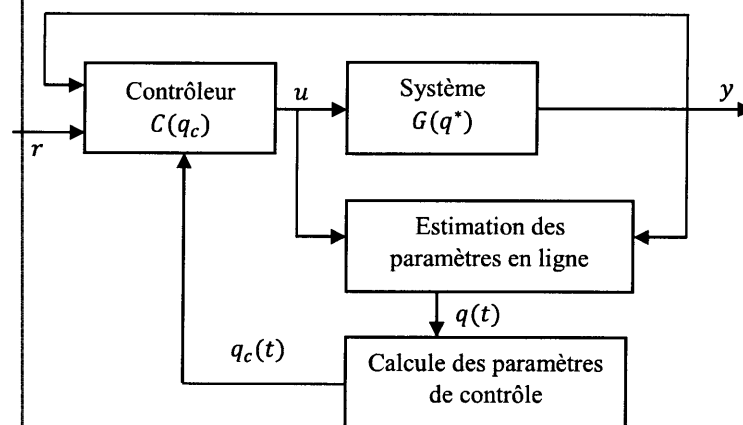


Figure 1.5 Schéma de la commande adaptative indirecte

➤ *commande adaptative directe*

Cette approche repose sur le raisonnement suivant : Etant donné la structure du modèle du système (supposée connue) et la stratégie de commande choisie, on peut en déduire la structure du régulateur capable de réaliser la commande. Si on est alors capable de reparamétriser l'ensemble système plus régulateur en fonction des seuls paramètres du régulateur et si le modèle ainsi obtenu est susceptible de permettre l'identification des paramètres, on identifie directement ces paramètres à partir de l'erreur de poursuite et on utilise ces estimées dans le régulateur [12]. Cette loi de commande est représentée par le schéma bloc suivant [10].

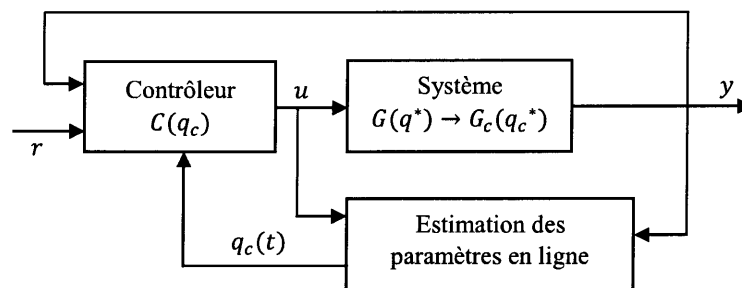


Figure 1.6 Schéma de la commande adaptative directe

1.6.5 Commande décentralisée

La commande décentralisée est la commande la plus répandue dans l'industrie du fait de la simplicité de son implémentation et du faible coût en calcul qu'elle exige [13]. Il convient de voir chaque articulation comme un sous-système liée aux autres à travers des couples et/ou des forces constituant les interconnexions [14]. Le modèle dynamique local du sous-système (l'articulation) peut donc être mis sous la forme suivante [15].

$$m_{ii}(q)\ddot{q}_i + c_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + v_i(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) = T_i \quad (1.20)$$

où

$$v_i(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) = g_i(q) + h_i(\dot{q}) + \sum_{\substack{i \neq j \\ j=1}}^n \{m_{ij}(q)\ddot{q}_j + c_j(q, \dot{q})\dot{q}_j\} \quad (1.21)$$

Les termes $m_{ij}(q)$, $c_j(q, \dot{q})$, $g_i(q)$, $h_i(\dot{q})$ et T_i sont respectivement les éléments de $M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $G(q)$, $H(\dot{q})$ et T . L'indice i réfère à la $i^{\text{ème}}$ articulation, le coefficient $m_{ij}(q)$ caractérise le moment d'inertie local qui est toujours strictement positif [14]. Le terme $v_i(q, \dot{q}, \ddot{q}, t)$ peut être considéré comme une perturbation constituant les termes de couplage entre le sous-système i et les autres sous-systèmes.

Le principe de la commande décentralisée des robots manipulateurs est illustré par la figure suivante.

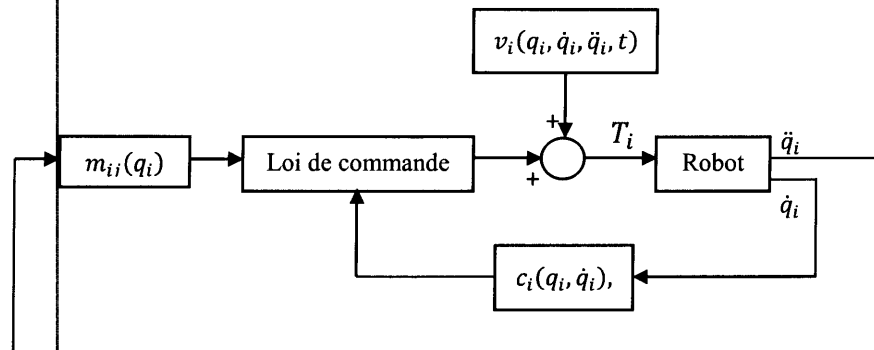


Figure 1.7 Schéma de la commande décentralisée des robots manipulateurs

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les modèles de base des robots manipulateurs plus les stratégies de la commande le plus utilisées.

Pour les modèles des robots manipulateurs, ils sont divisés en trois catégories, le premier est le modèle géométrique « Qui donne la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires et inversement », le deuxième est le modèle cinématique « qui décrit la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement », le dernier est le modèle dynamique « qui exprime la relation entre les forces appliquées par les actionneurs et la position, la vitesse et l'accélération des actionneurs ».

Pour la commande des robots manipulateurs, nous avons présentés dans ce chapitre les principes des stratégies de commande suivantes : la commande par mode de glissement qui conviennent parfaitement à la commande des systèmes avec des dynamique incertaines ; la commande adaptative qui permet d'élaborer des lois de commande et adaptations paramétriques garantissant la stabilité du système bouclé ; la commande décentralisée qui considère chaque articulation comme un sous-système liée aux autres articulations à travers des interconnexions.

Chapitre 2

Commande décentralisée basée sur un observateur de perturbation

2.1 Introduction

La commande des robots manipulateurs constitue à l'heure actuelle l'une des préoccupations majeures des recherches en robotique. En effet la majorité des tâches confiées aux robots sont délicates et exigent une très grande précision sous des trajectoires rapides.

Se concentrant sur le caractère pratique d'exécution plutôt que sur la perfection mathématique, les observateurs de perturbation ont attiré le grand intérêt comme approche simple de commande robuste profitable pour les systèmes mécaniques en dix à quinze dernières années. Aussi bien, là existe des versions diverses de la méthode de compensation de perturbation basée sur l'idée identique avec l'observateur de perturbation [24].

De plus récents travaux montrent que l'utilisation d'un observateur de perturbation permet d'avoir des performances comparables à celles d'une commande adaptative avec beaucoup moins de complexité de calcul [16] [17]. Dans ce sens, on présente une technique simple pour estimer en ligne les perturbations agissant sur la dynamique du robot afin de compenser leur influence dans la loi de commande.

2.2 Formulation du problème

Un robot manipulateur est généralement considéré comme un ensemble de corps rigides connectés en série par des articulations, avec une extrémité au sol, et l'autre libre (effecteur ou élément terminal).

Le modèle dynamique d'un tel mécanisme est habituellement décrit par l'équation matricielle suivante:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + H(\dot{q}) + d = T \quad (2.1)$$

où :

$T(n \times 1)$: Vecteur des couples généralisés.

$q(n \times 1)$: Vecteur des articulaires généralisées.

$\dot{q}(n \times 1)$: Vecteur des vitesses angulaires.

$\ddot{q}(n \times 1)$: Vecteur des accélérations.

$M(q)$: Matrice d'inertie de dimension $(n \times n)$ symétrique et définie positive.

$C(q, \dot{q})$: Matrice de dimension $(n \times n)$ spécifiant l'effet de centrifuge et de Coriolis.

$G(q)$: Vecteur de dimension $(n \times 1)$ exprimant l'effet gravitationnel.

$H(\dot{q})$: Vecteur de dimension $(n \times 1)$ exprimant les frottements.

d : Vecteur $(n \times 1)$ spécifiant les perturbations.

n : Degré de liberté (nombre d'articulations)

Dans la suite, on notera :

Vecteur de l'erreur de position : $e(t) = q_d(t) - q(t)$

Vecteur de l'erreur de vitesse : $\dot{e}(t) = \dot{q}_d(t) - \dot{q}(t)$

Vecteur de l'erreur d'accélération : $\ddot{e}(t) = \ddot{q}_d(t) - \ddot{q}(t)$

où : q_d, \dot{q}_d et \ddot{q}_d représentent respectivement les vecteurs de position désirée, vitesse désirée et accélération désirée.

Pour l'élaboration du schéma de la commande décentralisée, il convient de voir chaque articulation comme un sous-système [14] [19]. Chaque articulation est liée aux autres à travers des couples et/ou des forces constituant les interconnexions. Le modèle dynamique locale des sous-systèmes i peut être mis sous la forme suivante [15] :

$$m_{ii}(q_i)\ddot{q}_i + v_i(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) = T_i(t) \quad (2.2)$$

avec :

$$v_i(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) = c_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + g_i(q) + h_i(\dot{q}) + \sum_{\substack{i \neq j \\ j=1}}^n \{m_{ij}(q)\ddot{q}_j + c_j(q, \dot{q})\dot{q}_j\} + d_i(t)$$

Nous allons maintenant introduire une loi de commande basée sur la décentralisation du système régit par l'équation (2.1). La connaissance exacte du modèle de robot permet l'implémentation directe de la commande décentralisée à paramètres connus.

$$\ddot{q}_i(t) = u_i(t) + \Delta_i(t) \quad (2.3)$$

avec $u_i = \frac{T_i}{m_{ii}(q_i)}$ et $\Delta_i(t) = -\frac{v_i(t)}{m_{ii}(q_i)}$

si le terme $\Delta_i(t)$ est connu, ceci permet l'implémentation directe de la commande décentralisée suivante :

$$u_i(t) = -\Delta_i(t) + \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) \quad (2.4)$$

ce qui donne le signal de commande :

$$T_i(t) = m_{ii}(q_i)u_i(t) = m_{ii}(q_i)(-\Delta_i(t) + \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t)) \quad (2.5)$$

en remplaçant $T_i(t)$ dans (II.3) on aura :

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) \quad (2.6)$$

où K_v et K_p sont des constantes positives.

L'équation de l'erreur traduisant le comportement du robot en boucle fermée se déduit de l'équation (2.6) :

$$\ddot{e}_i + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) = 0 \quad (2.7)$$

L'équation caractéristique de (2.7) est une équation de second ordre de la forme :

$$S^2 + K_{vi}S + K_{pi} = 0 \quad (2.8)$$

On choisit K_{vi} et K_{pi} de tels sorts les solutions de l'équation (2.8) sont à partie réel négatives.

Ainsi, le comportement du robot bouclé avec cette loi de commande est identique à celui d'un système du second ordre. Cette dernière équation a pour solution un signal $e(t)$ qui tend exponentiellement vers zéro. Le système en boucle fermée, avec cette loi de commande, dans le cas où le terme $\Delta_i(t)$ est connu avec exactitude, est asymptotiquement stable. Cependant, ce terme est inconnu, alors la loi de commande décentralisée (2.4) ne peut pas être utilisée. La solution que nous proposons, consiste à utiliser un observateur de perturbations dont le rôle est d'estimer en ligne ce terme inconnu pour le compenser dans la loi de commande.

2.3 Commande décentralisée basée sur un observateur de perturbations

Un observateur est un système dynamique capable de reproduire une ou plusieurs grandeurs non mesurables d'un système à partir de la connaissance de ses entrées et ses sorties. Dans notre cas, l'observateur doit fournir à chaque instant une estimation de la fonction $\Delta_i(t)$ spécifiant l'effet des perturbations sur le modèle du robot manipulateur.

A partir de l'équation (2.3), on a :

$$\Delta_i(t) = \ddot{q}_i(t) - u_i(t) \quad (2.9)$$

Etant donné que l'accélération n'est pas mesurable, et pour pouvoir compenser son effet par la commande, on propose d'utiliser l'observateur de perturbation suivante :

$$\hat{\Delta}_i(s) = H_i(s) [\ddot{q}_i(s) - u_i(s)] \quad (2.10)$$

où $H_i(s)$ est un filtre de la fonction :

$$H_i(s) = \frac{1}{(1+\varepsilon s)^n}, \quad n = 1,2,3 \text{ et } \varepsilon > 0$$

2.4 Etude de la stabilité

Afin de démontrer la stabilité de ce système, nous allons utiliser la méthode de Lyapunov [Annexe C]. Nous commençons par l'étude de la bornitude des paramètres.

On a:

$$\ddot{q}_i(t) = u_i(t) + \Delta_i(t) \quad (2.11)$$

et la loi de commande:

$$u_i(t) = -\hat{\Delta}_i(t) + \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) \quad (2.12)$$

on remplace (2.12) dans (2.11) :

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) + \tilde{\Delta}_i(t) \quad (2.13)$$

donc on met:

$$\begin{cases} z_{i1} = e_i \\ z_{i2} = \dot{e}_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{z}_{i1} = z_{i2} \\ \dot{z}_{i2} = -K_{vi}z_{i2} - K_{pi}z_{i1} - \tilde{\Delta}_i(t) \end{cases} \quad (2.14)$$

✦ Cas du filtre $H(s)$ est de 1^{er} ordre

Dans ce cas l'équation (2.10) sera :

$$\hat{\Delta}_i(s) = H_i(s) [\ddot{q}_i(s) - u_i(s)] = \frac{1}{1 + \varepsilon \cdot S} \Delta_i$$

$$\Rightarrow \varepsilon \dot{\hat{\Delta}}_i + \hat{\Delta}_i = \Delta_i \Rightarrow \varepsilon \dot{\hat{\Delta}}_i + \hat{\Delta}_i + \varepsilon \dot{\Delta}_i - \varepsilon \dot{\Delta}_i = \Delta_i \Rightarrow -\varepsilon \dot{\tilde{\Delta}}_i - \tilde{\Delta}_i + \varepsilon \dot{\Delta}_i = 0$$

on met : $\dot{\bar{\Delta}}_i = \dot{z}_{i3} \Rightarrow \dot{z}_{i3} = -\frac{1}{\varepsilon} z_{i3} + \dot{\bar{\Delta}}_i$

on écrit (2.14) sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_{i1} \\ \dot{z}_{i2} \\ \dot{z}_{i3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -K_{pi} & -K_{vi} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\varepsilon} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{i1} \\ z_{i2} \\ z_{i3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dot{\bar{\Delta}}_i \quad \Rightarrow \quad \dot{Z}_i = A_i Z_i + B_i \dot{\bar{\Delta}}_i \quad (2.15)$$

Considérons la fonction candidate suivante :

$$V = Z_i^T P_i Z_i$$

et P_i est définie positive de l'équation de Lyapunov $P_i A_i + A_i^T P_i = -Q_i$.

d'où

$$\dot{V} = Z_i^T P_i \dot{Z}_i + \dot{Z}_i^T P_i Z_i \quad (2.16a)$$

$$\dot{V} = -Z_i^T Q_i Z_i + 2Z_i^T P_i B_i \dot{\bar{\Delta}}_i \quad (2.16b)$$

avec

$$Q_i = Q_i^T > 0$$

donc la stabilité sera étudiée selon $\dot{\bar{\Delta}}_i$, Nous supposons deux cas :

1^{er} cas $\dot{\bar{\Delta}}_i = 0$

L'équation (2.16b) donne :

$$\dot{V} = -Z_i^T Q_i Z_i$$

donc $\left. \begin{array}{l} V > 0 \text{ Défini positive} \\ \dot{V} < 0 \text{ défini négative} \end{array} \right\} \Rightarrow Z_i \text{ est asymptotiquement stable.}$

2^{ème} cas $|\dot{\bar{\Delta}}_i| < \bar{\Delta}_i$ (borné)

$$\dot{V} < -Z_i^T Q_i Z_i + \alpha \|Z_i\|$$

avec

$$\alpha = 2\bar{\Delta}_i B_i^T P_i$$

à partir de l'équation précédente on obtient :

$$\lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\|^2 \leq Z_i^T Q_i Z_i \leq \lambda_{\max}(Q_i) \|Z_i\|^2$$

$$-\lambda_{\max}(Q_i) \|Z_i\|^2 \leq -Z_i^T Q_i Z_i \leq -\lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\|^2$$

$$\Rightarrow \dot{V} \leq -(\lambda_{\min}(Q_i)\|Z_i\| - \alpha)\|Z_i\| \quad (2.17)$$

il suffit que :

$$\|Z_i\| > \frac{\alpha}{\lambda_{\min}(Q_i)}$$

pour avoir :

$$\dot{V} < 0$$

donc Z_i est borné sous la commande (2.12).

✦ Cas du filtre $H(s)$ de 2^{ème} ordre

Dans ce cas l'équation (2.10) sera :

$$\hat{\Delta}_i(s) = H_i(s) [\dot{q}_i(s) - u_i(s)] = \frac{1}{\varepsilon^2 s^2 + 2\varepsilon s + 1} \Delta_i \quad (2.18)$$

après le développement de l'équation (2.17), on obtient:

$$\varepsilon^2 \ddot{\tilde{\Delta}}_i + 2\varepsilon \dot{\tilde{\Delta}}_i + \tilde{\Delta}_i = \Delta_i$$

$$\varepsilon^2 \ddot{\tilde{\Delta}}_i + \varepsilon^2 \ddot{\tilde{\Delta}}_i - \varepsilon^2 \ddot{\tilde{\Delta}}_i + 2\varepsilon \dot{\tilde{\Delta}}_i + 2\varepsilon \dot{\tilde{\Delta}}_i - 2\varepsilon \dot{\tilde{\Delta}}_i + \tilde{\Delta}_i = 0$$

ce qui donne l'équation suivante:

$$\ddot{\tilde{\Delta}}_i = -\frac{2}{\varepsilon} \dot{\tilde{\Delta}}_i - \frac{1}{\varepsilon^2} \tilde{\Delta}_i + \ddot{\Delta}_i + \frac{2}{\varepsilon} \dot{\Delta}_i \quad (2.19)$$

on met :

$$\begin{cases} z_{i3} = \tilde{\Delta}_i \\ z_{i4} = \dot{\tilde{\Delta}}_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{z}_{i3} = z_{i4} \\ \dot{z}_{i4} = -\frac{2}{\varepsilon} z_{i4} - \frac{1}{\varepsilon^2} z_{i3} + \ddot{\Delta}_i + \frac{2}{\varepsilon} \dot{\Delta}_i \end{cases} \quad (2.20)$$

Ce qui nous permettons d'écrire l'équation (2.19) sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_{i1} \\ \dot{z}_{i2} \\ \dot{z}_{i3} \\ \dot{z}_{i4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_{pi} & -K_{vi} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\varepsilon^2} & -\frac{2}{\varepsilon} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{i1} \\ z_{i2} \\ z_{i3} \\ z_{i4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ddot{\Delta}_i + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -\varepsilon \end{pmatrix} \dot{\Delta}_i$$

$$\Rightarrow \dot{Z}_i = A_i Z_i + B_i \ddot{\Delta}_i + C_i \dot{\Delta}_i \quad (2.21)$$

Considérons la fonction candidate suivante :

$$V = Z_i^T P_i Z_i$$

et P_i est définie positive, l'équation de Lyapunov

$$P_i A_i + A_i^T P_i = -Q_i.$$

on remplace l'équation (2.20) dans (2.16a), on obtient :

$$\dot{V} = -Z_i^T Q Z_i + 2\dot{\Delta}_i^T B_i^T P_i Z_i + 2\dot{\Delta}_i^T C_i^T P_i Z_i \quad (2.22)$$

avec

$$Q_i = Q_i^T > 0$$

donc on va étudier la stabilité selon $\dot{\Delta}_i$ et $\ddot{\Delta}_i$, Nous supposons deux cas :

$$\mathbf{1^{er} cas} \quad \begin{cases} \dot{\Delta}_i = 0 \\ \ddot{\Delta}_i = 0 \end{cases}$$

$$\dot{V} = -Z_i^T Q_i Z_i$$

donc

$$\left. \begin{array}{l} V > 0 \text{ Défini positive} \\ \dot{V} < 0 \text{ défini négative} \end{array} \right\}$$

L'erreur de poursuite du sous-système i converge vers zéro, ce qui assure la stabilité au sens du lyapunov.

$$\mathbf{2^{ème} cas} \quad \begin{cases} |\dot{\Delta}_i| < \bar{\Delta}_1 \\ |\ddot{\Delta}_i| < \bar{\Delta}_2 \end{cases}$$

$$\dot{V} < -Z_i^T Q_i Z_i + \alpha \|Z_i\| + \beta \|Z_i\|$$

avec $\alpha = 2\bar{\Delta}_2 B_i^T P_i$ et $\beta = 2\bar{\Delta}_1 C_i^T P_i$

On suppose que:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\|^2 &\leq Z_i^T Q_i Z_i \leq \lambda_{\max}(Q_i) \|Z_i\|^2 \\ \Rightarrow -\lambda_{\max}(Q_i) \|Z_i\|^2 &\leq -Z_i^T Q_i Z_i \leq -\lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\|^2 \\ \Rightarrow \dot{V} &\leq -(\lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\| - \alpha - \beta) \|Z_i\| \end{aligned}$$

il suffit que :

$$\|Z_i\| > \frac{\alpha + \beta}{\lambda_{\min}(Q_i)}$$

pour avoir :

$$\dot{V} < 0$$

Donc Z_i est borné.

2.5 Résultats de simulation

Nous proposons dans ce chapitre l'application de la commande décentralisée basée sur un observateur de perturbation à un robot manipulateur à deux degrés de liberté.

Dans notre travail, nous avons opté une trajectoire de référence sinusoïdale, qui assure la continuité en position, en vitesse et en accélération.

Les paramètres de synthèse sont choisis comme suit :

Paramètre	Premier ordre	Deuxième ordre
K_{p1}	25	25
K_{v1}	10	10
K_{p2}	25	25
K_{v2}	10	10
ε	0.0001	0.001

Tableau 2.1 Paramètre de synthèse

Modèle de référence pour les deux articulations du robot est le suivant :

$$q_{d1} = \sin(t)$$

$$q_{d2} = \cos(t)$$

À l'instant ($t=7$ s), on introduit une charge m3 de 0.5 Kg, l'influence de cette charge est montrée dans toutes les figures suivantes.

Résultats du premier ordre

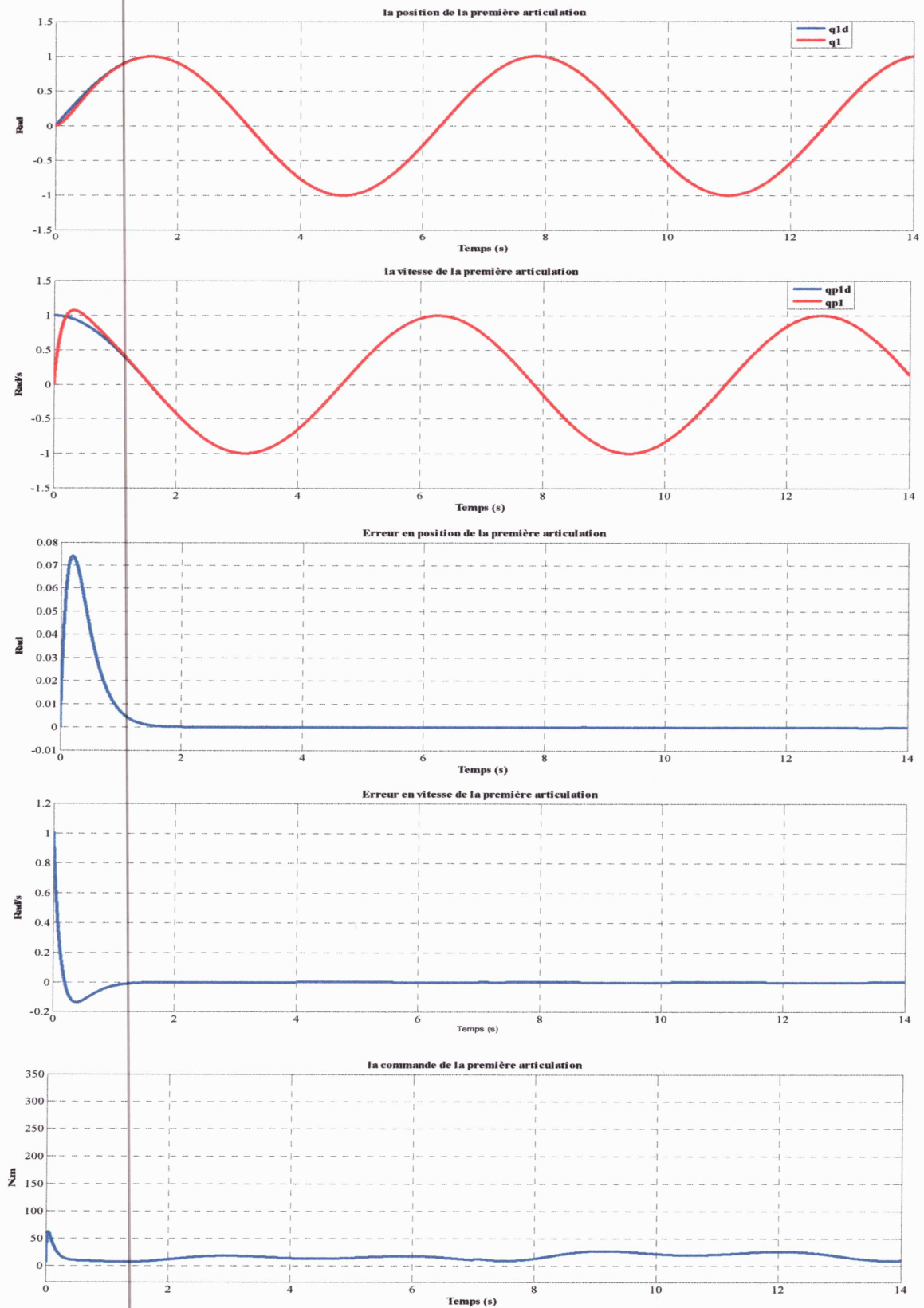


Figure 2.1 Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$

2.6 Interprétation des résultats

Les figures présentent le comportement du robot manipulateur en poursuite de trajectoire sous l'influence des perturbations et à une charge de (0.5 kg) supplémentaire qui introduit à l'instant $t=7\text{sec}$. Nous remarquons que les trajectoires réelles convergentes vers les trajectoires désirées avec une qualité de poursuite très bien surtout sans charge qu'elle est un peu précis que celle avec charge. Cette petite différence représente dans les graphes des erreurs. Cette dernière est vérifiée d'après l'estimation des deux observateurs. Après le ramasse de la charge, elle provoque des perturbations négligeable.

Pour le paramètre " ε " du filtre " $H(s)$ ", il joue un rôle très important pour que le système devienne bien précis, d'où " ε " est petite le système devient bien précis.

Lorsque on introduit la charge, nous remarquons que la commande capable de conserver les performances du système mais l'amplitude du signal de la commande est augmentée.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a montré l'efficacité de la stratégie de la commande décentralisée avec observateur de perturbation. Les performances de la commande dépendent de " ε ", d'où " ε " est petite le système devient bien précis.

Nous avons présenté une technique simple d'estimation des perturbations qui contribue à l'amélioration des performances de la commande décentralisée appliquée aux robots manipulateurs.

Le filtre joue un rôle d'estimer les perturbations, dans notre simulation le cas où est du 1^{er} ordre les perturbations seront estimées à partir de la vitesse, et le cas où est du 2^{ème} ordre sera estimées à partir de la position.

Tout de même la nécessité de la connaissance de tous les états du système rend la méthode très exigeante, dans cette perspective, nous abordons dans le chapitre suivant un autre algorithme qui tente à résoudre ce problème où les états sont indisponibles.

L'observateur de perturbation est physiquement intuitif, de structure simple, et peut être facilement mis en œuvre. Un autre fondement de l'observateur de perturbation est qu'elle peut être conçue de découplé de manière indépendante du contrôleur de contre réaction principale et pouvant être branché dans les systèmes existants de contrôle pour augmenter la performance de contrôle sans modifier l'architecture de commande principale.

Chapitre 3

Commande décentralisée basée sur un observateur d'état et de perturbation

3.1 Introduction

L'automatique moderne repose sur la description des systèmes et des phénomènes physiques de plus en plus complexes. Cela nécessite que l'information a priori sur le système (structure du modèle ou valeurs des paramètres) et l'information a posteriori sur la réponse du système (ensemble des mesures provenant des différents capteurs) soient disponibles en même temps.

Ces systèmes caractérisés par une dispersion géographique et/ou un nombre élevé de variables d'états, ne peuvent être traités de manière efficace que s'ils sont décomposés en sous-systèmes interconnectés de dimensions plus faibles. Ceci mène à une structure décentralisée beaucoup plus simple à manipuler pour une commande basée observateur.

De plus, d'un point de vue économique, il est souvent souhaitable d'installer un minimum de capteur afin de réduire les coûts d'instrumentation et de maintenance. Par conséquent, dès qu'une stratégie de commande demande l'utilisation des variables d'états non mesurées, il est indispensable, de reconstruire entièrement ou partiellement, le vecteur d'état du système.

La disponibilité des toutes les variables d'états pour la mesure directe est rarement vérifiée dans la pratique. Il existe dans la plupart des cas un vrai besoin d'une estimation fiable des variables non mesurées, particulièrement quand elles sont employées pour la synthèse de loi de commande ou pour la surveillance des processus. En effet, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement ; l'élaboration d'une loi de commande ou la détermination d'une défaillance d'un composant d'un système passent souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs de ses états. Pour cela, il

s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées.

En vue de réaliser une commande par retour d'état, on refait le même travail dans le chapitre précédent et considère que la dimension du vecteur de sortie est inférieure à celle de l'état, ou d'une façon générale, on n'a accès qu'à la sortie de chaque sous-système.

3.2 Position du problème

Dans ce chapitre, on reprend la problématique du chapitre précédent, mais les états des systèmes sont supposés indisponibles, et que l'on mesure que la sortie. Alors le travail à effectuer reste presque la même que le dans chapitre précédent. Cependant, en ne mesurant que la sortie, on devrait reconstruire les états indisponibles. Cette reconstruction se fait en utilisant un observateur d'état.

Un système linéaire est écrire par un scalaire, constant-coefficient ordinaire différentielle équations comme suite :

$$\begin{aligned} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 u(t) \\ = b_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 u(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

où $a_i, b_i, i = 0, \dots, n$ sont des scalaires constants, $y(t)$ est un scalaire de sortie et $u(t)$ est un scalaire d'entrée.

Noter que l'entrée $u(t)$ est généralement dérivable plusieurs fois comme la sortie $y(t)$, si non le système serait non dynamique.

L'état du système est défini comme ensemble suffisant de variables, qui une fois spécifique au temps t_0 avec l'entrée $u(t)$, $t \geq t_0$, est suffisant pour déterminer complètement le comportement du système pour tout le $t \geq t_0$ [Kailath 1980]. Le vecteur d'état contient alors toutes les variables nécessaires requises pour déterminer le futur comportement de n'importe quel signal dans le système. Par définition, un tel vecteur d'état $x(t)$ n'est pas unique, un dispositif qui sera exploité plus tard. En fait, si x est un vecteur d'état puis ainsi est n'importe quel $\bar{x}(t) = T x(t)$, où T est n'importe quelle matrice inversible de $n \times n$. Pour le système de continu-temps décrit dedans (3.1), le choix suivant d'un état.

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) = x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) = -a_0x_1(t) - a_1x_2(t) - \dots - a_{n-1}x_n(t) + u(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

Le vecteur est possible :

là où $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}$, $i = 1, 2, \dots, n$. L'équation d'entrée-sortie sera réduit à :

$$y(t) = b_0x_1(t) + b_1x_2(t) + \dots + b_{n-1}x_n(t) + b_nu(t) \quad (3.3)$$

Une formulation plus compacte de (3.1) et de (3.2) est donnée près :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_{n-2} \quad b_{n-1}], D = b_n \quad (3.5)$$

Pour améliorer les performances d'une commande, il est indispensable d'observer les sorties du système pour les comparer à ce que l'on désire obtenir. La commande par retour d'état nécessite la connaissance de cet état. Ceci est réalisé, à partir des mesures accessibles sur les entrées et les sorties, par un observateur qui est un système dédié dont la fonction consiste à reconstruire cet état [Annexe A].

3.3 Commande décentralisée à base d'observateur d'état et de perturbation

Considérons le système non linéaire linéarisé interconnectés formée de N sous-systèmes est décrit par le modèle suivant :

$$\ddot{q}_i(t) = u_i(t) + \Delta_i(t) \quad (3.6)$$

Le système (3.6) peut alors s'écrire sous sa forme décentralisée en N sous-systèmes interconnectés de la forme (3.4), chaque sous-système est décrit par:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i(u_i(t) + \Delta_i(t)) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

Dans cette partie, le principe est d'estimer la perturbation et l'introduire dans la loi de commande, cette estimation peut être assurée par l'observateur de perturbation.

On a :

$$\Delta_i(t) = \ddot{q}_i(t) - u_i(t) \quad (2.8)$$

Etant donné que l'accélération n'est pas mesurable, et pour pouvoir compenser son effet par la commande, on propose d'utiliser l'observateur de perturbation suivante :

$$\hat{\Delta}_i(s) = H_i(s) [\ddot{q}_i(s) - u_i(s)] \quad (2.9)$$

où $H_i(s)$ est un filtre de la fonction :

$$H_i(s) = \frac{1}{(1+\varepsilon s)^n}, \quad n = 1,2,3 \text{ et } \varepsilon > 0$$

et quand tous les états sont indisponible (non mesurable), on peut utiliser un observateur d'état qui a pour but d'estimer tous les états indisponibles du système (3.7) de la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = A_i \hat{x}_i(t) + B_i(u_i(t) + \hat{\Delta}_i(t)) + L_i(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \\ \hat{y}_i(t) = C_i \hat{x}_i(t) \end{cases} \quad (3.10)$$

où :

$\hat{x}_i(t)$: Le vecteur d'état estimé.

$u_i(t)$: L'entrée du système.

$y_i(t)$: La sortie du système.

$\hat{\Delta}_i(t)$: La perturbation estimée.

3.4 Synthèse de la commande

L'estimation des états indisponibles permet l'implémentation directe de la loi commande décentralisée suivante :

$$u_i(t) = -\Delta_i(t) + \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{\hat{e}}_i(t) + K_{pi}\hat{e}_i(t) \quad (3.11)$$

ce qui donne le signal de commande :

$$T_i(t) = m_i(q_i)u_i(t) = m_i(q_i)(-\Delta_i(t) + \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{\hat{e}}_i(t) + K_{pi}\hat{e}_i(t)) \quad (3.12)$$

en remplaçant $T_i(t)$ dans (3.6) cette relation peut être réécrite comme suit :

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{\hat{e}}_i(t) + K_{pi}\hat{e}_i(t) \quad (3.13)$$

où K_v et K_p sont des constantes positives.

L'équation de l'erreur traduisant le comportement du robot en boucle fermée se déduit de l'équation (3.13) :

$$\ddot{e}_i + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) = 0 \quad (3.14)$$

3.5 Etude de la stabilité

Afin de démontrer la stabilité de ce système, nous allons utiliser la méthode de Lyapunov [Annexe C]. Nous commençons par l'étude de la bornitude des paramètres.

On a :

$$\ddot{q}_i(t) = u_i(t) + \Delta_i(t) \quad (3.15)$$

et la loi de commande :

$$u_i(t) = -\hat{\Delta}_i(t) + \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) \quad (3.16)$$

on remplace (3.15) dans (3.16) :

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{e}_i(t) + K_{pi}e_i(t) + \tilde{\Delta}_i(t) \quad (3.17)$$

on peut écrire (3.17) comme suite :

$$\ddot{e}_i = -K_{vi}\dot{e}_i(t) - K_{pi}e_i(t) - \tilde{\Delta}_i(t) \quad (3.18)$$

à partir de :

$$\begin{cases} e_i = q_{id} - q_i \\ \hat{e}_i = \dot{q}_{id} - \dot{q}_i \end{cases} \quad (3.19)$$

après la dérivation de (3.19) on obtient :

$$\begin{cases} \dot{e}_i = \dot{q}_{id} - \dot{q}_i \\ \dot{\hat{e}}_i = \ddot{q}_{id} - \ddot{q}_i \end{cases} \quad (3.20)$$

donc on met :

$$\begin{cases} z_{i1} = e_i \\ z_{i2} = \dot{e}_i \end{cases} \quad (3.21)$$

à partir de (3.19) et (3.20) on obtient :

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{e}}_i \\ \dot{e}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_{id} \\ \ddot{q}_{id} \end{pmatrix} - \dot{\hat{x}}_i \quad (3.22)$$

On peut écrire (3.22) de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{e}}_i \\ \dot{e}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_{id} \\ \ddot{q}_{id} \end{pmatrix} - x + x - \dot{\hat{x}}_i \quad (3.23)$$

donc :

$$\begin{pmatrix} \hat{e}_i \\ \dot{\hat{e}}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{i1} \\ z_{i2} \end{pmatrix} + \tilde{x}_i \quad (3.24)$$

lorsqu'on dérive (3.21) on obtient :

$$\begin{cases} \dot{z}_{i1} = z_{i2} \\ \dot{z}_{i2} = -K_{vi}\hat{e}_i(t) - K_{pi}\dot{\hat{e}}_i(t) - \tilde{\Delta}_i(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

la forme matricielle de (3.25) est :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_{i1} \\ \dot{z}_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} z_i + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -K_{vi} & -K_{pi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_i \\ \dot{\hat{e}}_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tilde{\Delta}_i \quad (3.26)$$

d'après (3.26) la forme matricielle sera :

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -K_{vi} & -K_{pi} \end{pmatrix} z_i + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -K_{vi} & -K_{pi} \end{pmatrix} \tilde{x}_i - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tilde{\Delta}_i \\ &\Rightarrow \dot{z}_i = \bar{A}_{2i} z_i + \bar{A}_{3i} \tilde{x}_i - \bar{B}_i \tilde{\Delta}_i \end{aligned} \quad (3.27)$$

Avec

$$\bar{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

✦ Cas du filtre H(s) de 2^{ème} ordre

C'est le cas où le filtre de 2^{ème} ordre, l'équation (3.9) sera :

$$\hat{\Delta}_i(t) = H_i(s) [\hat{q}_i(s) - u_i(s)] = \frac{1}{\varepsilon^2 \cdot S^2 + 2\varepsilon \cdot S + 1} \Delta_i \quad (3.28)$$

après le développement de l'équation (3.28), on obtient:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \cdot \ddot{\hat{\Delta}}_i + 2\varepsilon \cdot \dot{\hat{\Delta}}_i + \hat{\Delta}_i &= \Delta_i \\ \varepsilon^2 \cdot \ddot{\hat{\Delta}}_i + \varepsilon^2 \cdot \ddot{\tilde{\Delta}}_i - \varepsilon^2 \cdot \ddot{\tilde{\Delta}}_i + 2\varepsilon \dot{\hat{\Delta}}_i + 2\varepsilon \dot{\tilde{\Delta}}_i - 2\varepsilon \dot{\tilde{\Delta}}_i + \tilde{\Delta}_i &= 0 \end{aligned}$$

ce qui donne l'équation suivante:

$$\ddot{\tilde{\Delta}}_i = -\frac{2}{\varepsilon} \dot{\tilde{\Delta}}_i - \frac{1}{\varepsilon^2} \tilde{\Delta}_i + \ddot{\Delta}_i + \frac{2}{\varepsilon} \dot{\Delta}_i \quad (3.29)$$

on met :

$$\begin{cases} w_{i1} = \tilde{\Delta}_i \\ w_{i2} = \dot{\tilde{\Delta}}_i \end{cases} \quad (3.30)$$

après la dérivation de (3.30) on obtient :

$$\dot{w}_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{\varepsilon^2} & -\frac{2}{\varepsilon} \end{pmatrix} w_i + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ddot{\Delta}_i + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{\varepsilon} \end{pmatrix} \dot{\Delta}_i \quad (3.31)$$

donc

$$\dot{w}_i = \bar{A}_{4i} w_i + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ddot{\Delta}_i + \begin{pmatrix} 2 \\ -\varepsilon \end{pmatrix} \dot{\Delta}_i \quad (3.32)$$

d'après (3.7) et (3.10) on obtient :

$$\dot{\tilde{x}}_i = A_i \tilde{x}_i + B_i \tilde{\Delta}_i - L_i C_i \tilde{x}_i \quad (3.33)$$

après simplification de (3.33) on obtient :

$$\Rightarrow \dot{\tilde{x}}_i = (A_i - L_i C_i) \tilde{x}_i + B_i \tilde{\Delta}_i \quad (3.34)$$

on met :

$$\bar{A}_{1i} = (A_i - L_i C_i) \quad \text{et} \quad \bar{B}_i = B_i$$

donc (3.34) sera :

$$\dot{\tilde{x}}_i = \bar{A}_{1i} \tilde{x}_i + \bar{B}_i \tilde{\Delta}_i \quad (3.35)$$

avec

$$\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i \quad \Rightarrow \quad \dot{\tilde{x}}_i = \dot{x}_i - \dot{\hat{x}}_i \quad \text{et} \quad \tilde{\Delta}_i = \Delta_i - \hat{\Delta}_i$$

donc la forme matricielle générale est la suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_i \\ \dot{z}_i \\ \dot{w}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{1i} & 0 & \bar{B}_i \\ \bar{A}_{3i} & \bar{A}_{2i} & -\bar{B}_i \\ 0 & 0 & \bar{A}_{4i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_i \\ z_i \\ w_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ddot{\Delta}_i + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -\varepsilon \end{pmatrix} \dot{\Delta}_i$$

$$\Rightarrow \dot{Z}_i = A_{iG} Z_i + B_{i1G} \ddot{\Delta}_i + B_{i2G} \dot{\Delta}_i \quad (3.36)$$

Considérons la fonction candidate suivante :

$$V = Z_i^T P_i Z_i \quad (3.37)$$

avec P_i est symétrique et définie positive de l'équation de Lyapunov.

$$P_i A_{iG} + A_{iG}^T P_i = -Q_i$$

où Q_i est symétrique et définie positive.

après la dérivation de (3.37) on aura :

$$\dot{V} = Z_i^T P_i \dot{Z}_i + \dot{Z}_i^T P_i Z_i \quad (3.38)$$

Après simplification on aura :

$$\dot{V} = -Z_i^T Q_i Z_i + 2\ddot{\Delta}_i^T B_{i1G}^T P_i Z_i + 2\dot{\Delta}_i^T B_{i2G}^T P_i Z_i \quad (3.39)$$

donc on va étudier la stabilité selon $\dot{\Delta}_i$ et $\ddot{\Delta}_i$, Nous supposons deux cas :

$$\text{1}^{\text{er}} \text{ cas} \quad \begin{cases} \dot{\Delta}_i = 0 \\ \ddot{\Delta}_i = 0 \end{cases}$$

$$\dot{V} = -Z_i^T Q_i Z_i \quad (3.40)$$

donc

$$\left. \begin{array}{l} V > 0 \text{ Défini positive} \\ \dot{V} < 0 \text{ défini négative} \end{array} \right\}$$

alors, $\Rightarrow Z_i$ est asymptotiquement stable.

$$\text{2}^{\text{ème}} \text{ cas} \quad \begin{cases} |\dot{\Delta}_i| < \bar{\Delta}_{i1} \\ |\ddot{\Delta}_i| < \bar{\Delta}_{i2} \end{cases}$$

$$\dot{V} < -Z_i^T Q_i \dot{Z}_i + \alpha_i \|Z_i\| + \beta_i \|Z_i\| \quad (3.41)$$

$$\text{avec} \quad \alpha_i = 2\bar{\Delta}_{i2} \|B_{i1G}^T P_i\| \quad \text{et} \quad \beta_i = 2\bar{\Delta}_{i1} \|B_{i2G}^T P_i\|$$

on a :

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\|^2 &\leq Z_i^T Q_i Z_i \leq \lambda_{\max}(Q_i) \|Z_i\|^2 \\ \Rightarrow -\lambda_{\max}(Q_i) \|Z_i\|^2 &\leq -Z_i^T Q_i Z_i \leq -\lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\|^2 \\ \Rightarrow \dot{V} &\leq -(\lambda_{\min}(Q_i) \|Z_i\| - \alpha_i - \beta_i) \|Z_i\| \end{aligned}$$

il suffit de choisir Z_i comme:

$$\|Z_i\| > \frac{\alpha_i + \beta_i}{\lambda_{\min}(Q_i)}$$

pour avoir :

$$\dot{V} < 0$$

donc chaque sous-système en boucle fermé est asymptotiquement stable avec la commande décentralisée et Z_i est borné.

3.5 Application sur le robot

Comme on verra dans ce chapitre, la représentation d'état de la $i^{\text{ème}}$ articulation (sous-système) d'un robot à 2 degré de liberté est la suivante [21]:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2} \\ \dot{x}_{i2} = \Delta_i + u_i \\ y_i = x_{i1} \end{cases} \quad (3.42)$$

sous forme matricielle :

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i (u_i + \Delta_i) \quad (3.43)$$

où

$$x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix}, A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

et l'observateur d'état et de perturbation pour $i = 1,2$ est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = A_i \hat{x}_i(t) + B_i(u_i(t) + \hat{\Delta}_i(t)) + L_i(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \\ \hat{y}_i(t) = C_i \hat{x}_i(t) \end{cases} \quad (3.44)$$

On vérifie bien que l'observateur reconstruit l'état x en fonction de la commande u et des mesures y . La matrice L est appelée matrice de gain et doit être choisie de manière à ce que l'erreur sur l'état converge exponentiellement vers 0, soit $\tilde{x} = \hat{x} - x \rightarrow 0$. Pour cela, il faut et il suffit que L soit choisie telle que la matrice $(A - LC)$ ait toutes ses valeurs propres dans le demi-plan gauche (dans le cas discret, cette matrice devrait avoir toutes ses valeurs propres à l'intérieur du disque unité). Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une telle matrice existe est que le système soit détectable. Une condition nécessaire et suffisante pour que les valeurs propres de $(A - LC)$ soient placées dans un ensemble symétrique (par rapport à l'axe réel) arbitraire de nombres complexes est que le système soit observable.

3.6 Loi de commande

La loi de commande linéarisant pour $i = 1,2$ est de la forme :

$$u_i(t) = -\hat{\Delta}_i(t) + \ddot{q}_{di} + K_{vi}\dot{\hat{e}}_i(t) + K_{pi}\hat{e}_i(t), \quad (3.45)$$

3.7 Résultats de simulation

Nous proposons dans ce chapitre l'application de la commande décentralisée basée sur un observateur d'état et de perturbation à un robot manipulateur à deux degrés de liberté.

Dans notre travail, nous avons opté une trajectoire de référence sinusoïdale, qui assure la continuité en position, en vitesse et en accélération.

Les paramètres de synthèse sont repentes dans le tableau suivant :

Paramètre	K_{p1}	K_{v1}	K_{p2}	K_{v2}	L_1	L_2
Valeur	25	10	100	50	[100; 200]	[100; 200]

Tableau 3.1 Paramètres de synthèse

Modèle de référence pour les deux articulations du robot est le suivant :

$$q_{d1} = \sin(t)$$

$$q_{d2} = \cos(t)$$

À l'instant ($t=7$ s), on introduit une charge m_3 de 0.5 Kg, l'influence de cette charge est montrée dans toutes les figures suivantes.

Résultats de la première articulation

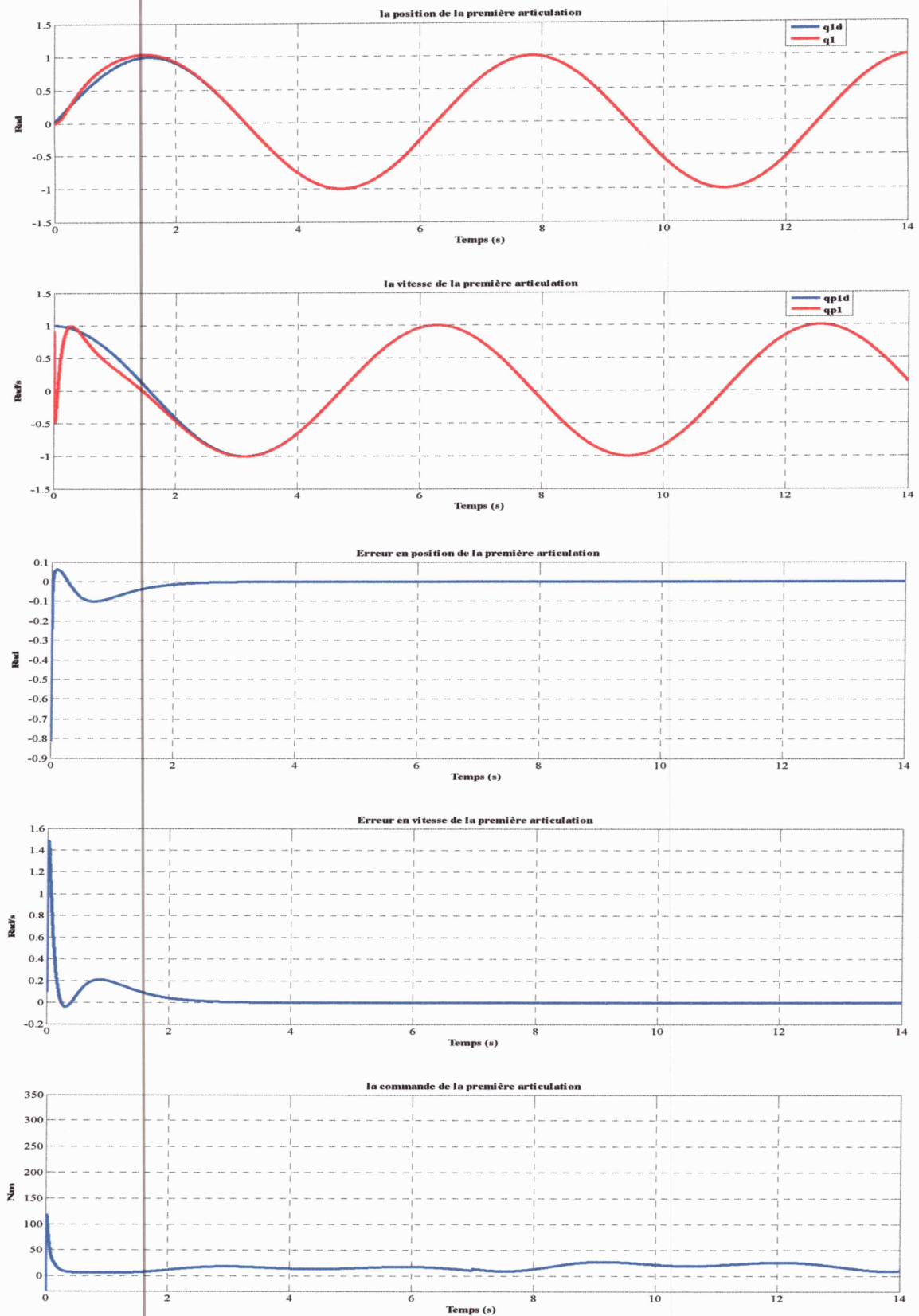


Figure 3.1 Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$

🚩 Résultats de la deuxième articulation

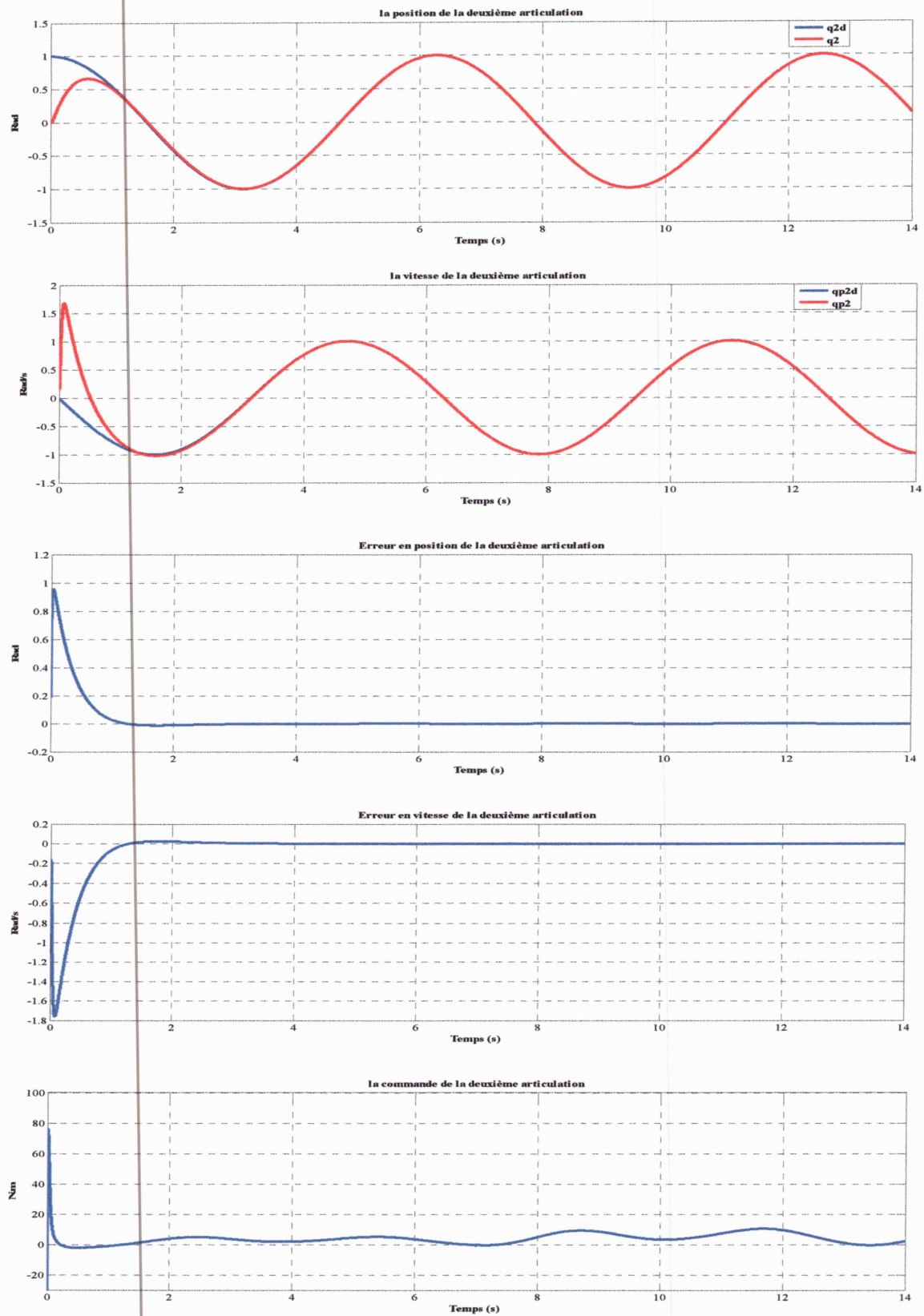


Figure 3.2 Réponses, les erreurs et la commande de la deuxième articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$

3.9 Interprétation des résultats

Les deux figures (3.1) et (3.2) montrent que la position et la vitesse estimée des deux articulations du robot manipulateur convergent très bien vers leurs références, car les erreurs tendent vers des valeurs très petites au bout d'un temps très petit, cette dernière est due à la précision d'estimation d'observateur d'état et de perturbation.

Quand le robot manipulateur ramasse la masse (la charge) provoque des perturbations négligeables au niveau de position des deux articulations.

Lorsque on introduit la charge, nous remarquons que la commande capable de conserver les performances du système mais l'amplitude du signal de la commande est augmentée.

3.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré l'efficacité de la stratégie de la commande décentralisée basée sur un observateur d'état et de perturbations. Nous nous sommes intéressés à mener la commande sans l'utilisation des capteurs physiques, qu'ils sont parfois chers ou difficiles à mettre en œuvre, tout en gardant les performances souhaitées.

L'utilisation de ce type d'observateur nous a permis de commander le système sans capteurs de vitesse, ce qui diminue le coût, le bruit de mesure et l'encombrement.

Il est important de noter que l'observateur développé est assez rapide et performant.

On remarque que les résultats obtenus lorsqu'on utilise un observateur d'état et de perturbation sont mieux que les résultats quand on utilise un observateur de perturbation.

Nous avons pu remarquer que les résultats obtenus avec la commande décentralisée à base d'observateur d'état et de perturbation sont mieux que ceux obtenus avec la commande décentralisée à base d'observateur de perturbation seul.

Chapitre 4

Commande décentralisée à temps discret basée sur un observateur d'état et de perturbation

4.1 Introduction

De nos jours, la commande des systèmes discrets ne cesse d'attirer l'attention des chercheurs dans le domaine de l'automatique. Cet intérêt est justifié par le nombre important des systèmes discrets disponibles dans le monde industriel. En effet, nous trouvons souvent un ou plusieurs systèmes à événement discret ou hybride installés dans une chaîne de production. Concevoir un contrôleur pour une telle classe des systèmes est une tâche qui s'annonce difficile et nécessite une attention particulière.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la commande des systèmes discrets à base d'observateurs pour cela, nous allons proposer une commande décentralisée.

4.2 Système à temps discret

Un système à temps discret se définit comme un opérateur entre deux signaux à temps discret. Considérons le système représenté sur la figure 1.5, où u_k représente le terme général de la séquence d'entrée et y_k le terme général de la séquence de sortie. Un modèle entrée-sortie, appelé aussi modèle externe, ne fait intervenir que les variables d'entrée u_k et de sortie y_k .

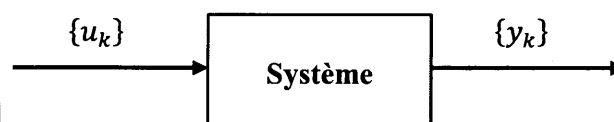


Figure 4.1 Système à temps discret

4.3 Formulation du problème

Considérons un système linéaire MIMO continu avec des perturbations décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Hx(t) + D(u(t) + \Delta(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

où $x \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état du système, $u \in \mathfrak{R}^m$ sont les entrées de commande, $\Delta \in \mathfrak{R}^l$ sont les perturbations (d'incertitudes, et de perturbations externes), et $y \in \mathfrak{R}^p$ sont les sorties mesurables du système. Pour le système (4.1), les matrices H, D et C ont des dimensions appropriées, avec la matrice B est de plein rang. Notons $x(k) = x(kT)$, $y(k) = y(kT)$, $u(k) = u(kT)$ et $\Delta(k) = \Delta(kT)$ où $k \geq 0$ est un nombre entier, le modèle discret peut s'écrire alors comme suite :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B(u(k) + \Delta(k)) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (4.2)$$

avec les matrices A et B peuvent être déterminées par :

$$A = \exp(HT) = I_n + HT + \frac{H^2T^2}{2} + \dots \quad (4.3)$$

$$B = \int_0^T \exp(H\tau) D d\tau = DT + \frac{HD}{2}T^2 + \frac{H^2D}{2}T^2 + \dots \quad (4.4)$$

4.4 Observateur de perturbation discret

Pour la commande des systèmes physiques, la synthèse des observateurs joue un rôle important. En effet, plusieurs stratégies de commande proposées dans la littérature sont basées sur les observateurs, entre autres les observateurs d'état et de perturbation. L'observateur de perturbation trouve son utilité en particulier dans la commande robuste avec rejet de perturbation.

Le système précédent peut se mettre encore:

$$x(k+1) = Ax(k) + B(u(k) + \Delta(k)) \quad (4.5)$$

Puis, par la prise le pseudo-inverse de B nous pouvons obtenir une quantité équivalente à la perturbation $\Delta(k)$:

$$\Delta_{eq}(x, u, k) = B^+ (x(k+1) - Ax(k)) - u(k) \quad (4.6)$$

En se servant du pseudo-inverse de B , nous pouvons obtenir une quantité équivalente de la perturbation $\Delta(k)$ comme suit:

$$\hat{\Delta}(k) = \Delta_{eq}(x, u, k-1) \quad (4.7)$$

Notant que les systèmes physiques habituels comprenant les systèmes mécaniques ont des caractéristiques de filtre passe-bas, le modèle inverse dénote une caractéristique à gain élevé aux fréquences et ainsi le bruit de haute fréquence dedans (4.6) peut être considérablement amplifié. Par conséquent, nous devons ajouter un filtre passe-bas à (4.7). Puis, (4.7) est modifié selon :

$$\hat{\Delta}(k) = \varphi \Delta_{eq}(x, u, k-1) \quad (4.8)$$

$$\hat{\Delta}(k) = \varphi (B^+ (x(k) - Ax(k-1)) - u(k-1)) \quad (4.9)$$

où φ est un opérateur de filtrage passe-bas pour le filtre discret Q qui a la forme général d'ordre m .

4.5 Observateur d'état et de perturbation discret

Le problème d'évaluation d'état a été l'un des thèmes critiques dans la théorie et les applications de commande. Les estimateurs conventionnels d'état tels que le produit d'observateur de Luenberger ou de filtre de Kalman ont polarisé des évaluations quand les systèmes est sous des perturbations externes décentrées. Considérons le modèle de système discret précédent de l'espace d'état (4.2), un observateur combiné est défini comme suit :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + B(u(k) + \hat{\Delta}(k)) + L(y(k) - C\hat{x}(k)) \\ \hat{y}(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (4.10)$$

où les trois premières termes notent l'observateur standard de Luenberger (avec le processus d'innovation pour le résiduel $\tilde{y}(k) = y(k) - \hat{y}(k)$) et l'observateur de perturbation du dernier terme doit estimer l'inconnu $\Delta(k)$ dans (4.10) et (4.11), la dynamique d'erreur d'évaluation est donnée par :

$$\tilde{x}(k+1) = (A - LC)\tilde{x}(k) + B\tilde{\Delta}(k) \quad (4.11)$$

où $\tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ et $\tilde{\Delta}(k) = \Delta(k) - \hat{\Delta}(k)$. C'est-à-dire, le terme de perturbation dans la dynamique d'erreur est changée de $B\Delta(k)$ à $B\tilde{\Delta}(k)$ rivaliser avec le cas d'observateur de Luenberger. Par conséquent, tellement l'amélioration de l'exactitude d'évaluation peut être prévue en conséquence comme norme $\|\tilde{\Delta}(k)\|$ diminutions.

Notant que les systèmes physiques simples comprenant les systèmes mécaniques ont des caractéristiques de filtre passe-bas, nous devons ajouter un filtre passe-bas à (4.7) comme suite :

$$\hat{\Delta}(k) = \varphi \Delta_{eq}(x, k-1) \quad (4.12a)$$

avec

$$\Delta_{eq}(x, k-1) = B^+ (x(k) - Ax(k-1)) - u(k-1) \quad (4.12b)$$

où $\Delta_{eq}(x, k)$ est un équivalent de perturbation qui peut être déterminé par le modèle de système (4.11) $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ a un inverse gauche $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ quand $n = \dim(x(k)) > p = \dim(\Delta(k))$, et $\varphi = \text{diag}\{Q_1, \dots, Q_p\}$ est l'opérateur linéaire de filtrage passe-bas pour découper les harmoniques à haute fréquence dedans (4.12b). Les filtres passe-bas ont pu avoir la forme générale d'ordre m suivante :

$$Q_i(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{\sum_{k=1}^m b_k z^{-(k-1)}}{1 + \sum_{r=1}^m a_r z^{-r}}, \quad i = 1, \dots, p \quad (4.13)$$

avec z^{-1} est un opérateur de retard.

4.6 Commande décentralisée à temps discret

Considérons le système non linéaire linéarisé interconnectés formée de N sous-systèmes est décrit par le modèle suivant :

$$\ddot{q}_i(k) = u_i(k) + \Delta_i(k) \quad (4.14)$$

Le système (4.14) peut alors s'écrire sous sa forme décentralisée en N sous-systèmes interconnectés de la forme (4.11), chaque sous-système est décrit par:

$$\begin{cases} x_i(k+1) = Ax_i(k) + B(u_i(k) + \Delta_i(k)) \\ y_i(k) = Cx_i(k) \end{cases} \quad (4.15)$$

Dans cette partie, le principe est d'estimer la perturbation et l'introduire dans la loi de commande à temps discret, cette estimation peut être assurée par l'observateur de perturbation. Et quand les états sont indisponible (non mesurable), on peut utiliser un observateur d'état qui a pour but d'estimer tous les états indisponibles du système (4.15) de la forme suivante:

$$\hat{x}_i(k+1) = A\hat{x}_i(k) + B(u_i(k) + \hat{\Delta}_i(k)) + L(y_i(k) - C\hat{x}_i(k)) \quad (4.16)$$

➤ Synthèse de la commande

L'estimation des états indisponible permet l'implémentation directe de la loi commande décentralisée suivante :

$$u_i(k) = -\Delta_i(k) + \ddot{q}_{di}(k) + K_{vi}\dot{\hat{e}}_{vi}(k) + K_{pi}\hat{e}_{pi}(k) \quad (4.17)$$

ce qui donne le signal de commande :

$$\begin{aligned} T_i(k) &= m_{ii}(q_i)u_i(k) \\ &= m_{ii}(q_i)(-\Delta_i(k) + \ddot{q}_{di}(k) + K_{vi}\dot{\hat{e}}_{vi}(k) + K_{pi}\hat{e}_{pi}(k)) \end{aligned} \quad (4.18)$$

en remplaçant $T_i(t)$ dans (4.14) cette relation peut être réécrite comme suit :

$$\ddot{q}_i(k) = \ddot{q}_{di}(k) + K_{vi}\dot{\hat{e}}_{vi}(k) + K_{pi}\hat{e}_{pi}(k) \quad (4.19)$$

où K_v et K_p des constantes positives.

4.7 Application sur le robot

Les principales applications de la commande décentralisée concernent le réglage robuste de la commande d'actionneurs destinés à fonctionner dans des circonstances très différentes.

Le modèle dynamique d'un robot manipulateur non linéaire linéarisée rigide à n degrés de liberté à temps discret peut être représenté par un système d'équations différentielles non linéaires du second ordre [06] :

$$\ddot{q}(k) = u(k) + \Delta(k) \quad (4.20)$$

Pour l'élaboration du schéma de commande décentralisée, il convient de voir chaque articulation comme un sous-système :

$$\ddot{q}_i(k) = u_i(k) + \Delta_i(k) \quad (4.21)$$

Si on suppose l'état $x_i = [q_i \dot{q}_i]^T = [x_{i1} \ x_{i2}]^T$ le modèle discret de (4.21) est écrit sous forme des matrices comme suite :

$$\begin{bmatrix} x_{i1}(k+1) \\ x_{i2}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1}(k) \\ x_{i2}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}h^2 \\ h \end{bmatrix} u(k) \quad (4.22)$$

$$y(k) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_{i1}(k) \\ x_{i2}(k) \end{bmatrix} + [0]u(k) \quad (4.23)$$

avec

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}h^2 \\ h \end{bmatrix}, C_i = [1 \ 0]$$

et h le pas (période) d'échantillonnage.

la matrice d'observabilité ($n = 2$)

$$M_{obs} = \begin{bmatrix} C \\ CA^{n-1} = CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1 & 0] \\ [1 & 0] \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & h \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

le déterminant de M_{obs} est :

$$\det(M_{obs}) = 1.h.1 - 1.0 = h \quad (4.25)$$

Le système est observable si : $h \neq 0$.

➤ Loi de commande

La loi de commande linéarisant est de la forme :

$$u_i(k) = -\hat{\Delta}_i(k) + \ddot{q}_{di}(k) + K_{vi}\dot{\hat{e}}_{vi}(k) + K_{pi}\hat{e}_{pi}(k) \quad (4.26)$$

4.8 Résultats de simulation

Afin de montrer l'apport de cette technique d'estimation dans les problèmes de la commande des robots, nous présentons les résultats de simulation de cette dernière avec l'observateur appliquée à un robot manipulateur deux degrés de liberté à temps discret [Annexe A].

La méthode de runge-kutta d'ordre 4 a été utilisée avec une période d'échantillonnage fixé à 1ms lors de cette simulation.

Paramètre	h	K_{p1}	K_{v1}	K_{p2}	K_{v2}	L_1	L_2	a_1	a_2	b_1	b_2
Valeur	0.01	100	7	100	7	[50; 160]	[50; 160]	1.2	1.2	0.9	0.9

Tableau 4.1 Paramètres de synthèse

Modèle de référence pour les deux articulations du robot est le suivant :

$$q_{d1} = \sin(t)$$

$$q_{d2} = \sin(t)$$

À l'instant ($t=7$ s), on introduit une charge m3 de 0.5 Kg, l'influence de cette charge est montrée dans toutes les figures suivantes.

✚ Résultats de la première articulation pour $h=0.01$

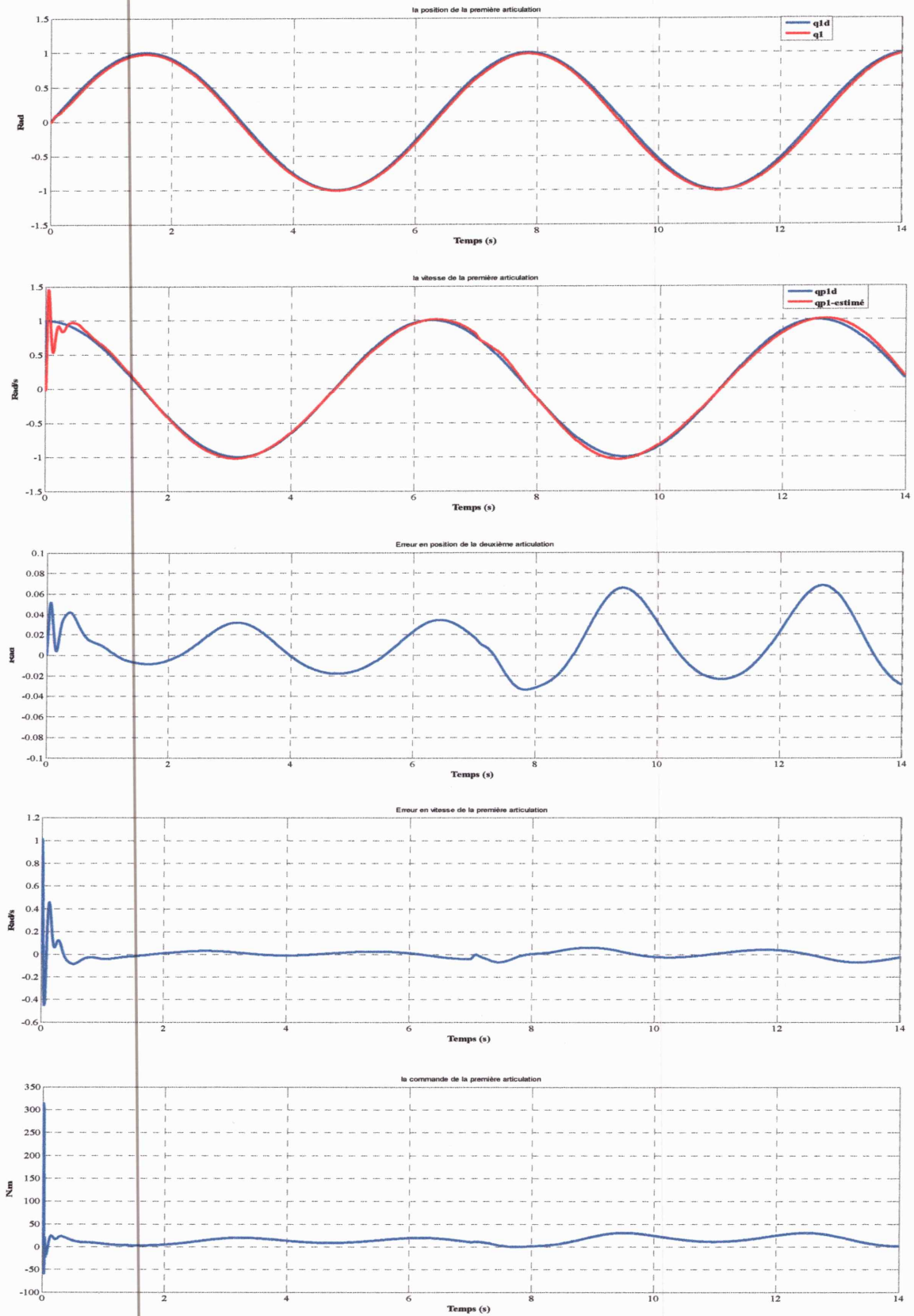


Figure 4.2 Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$

✚ Résultats de la deuxième articulation $h=0.01$

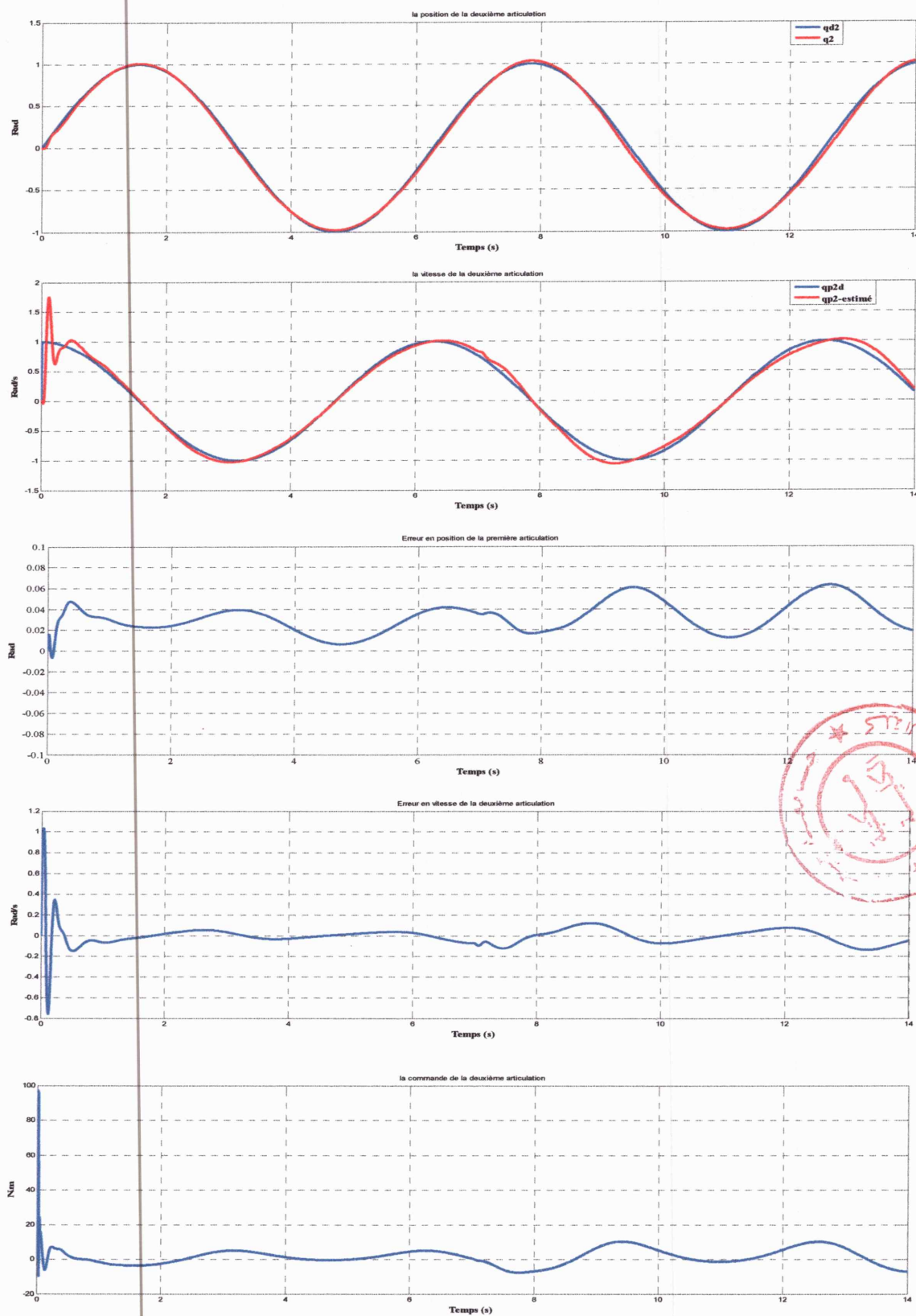


Figure 4.3 Réponses, les erreurs et la commande de la deuxième articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$

Résultats de la première articulation pour $h=0.03$

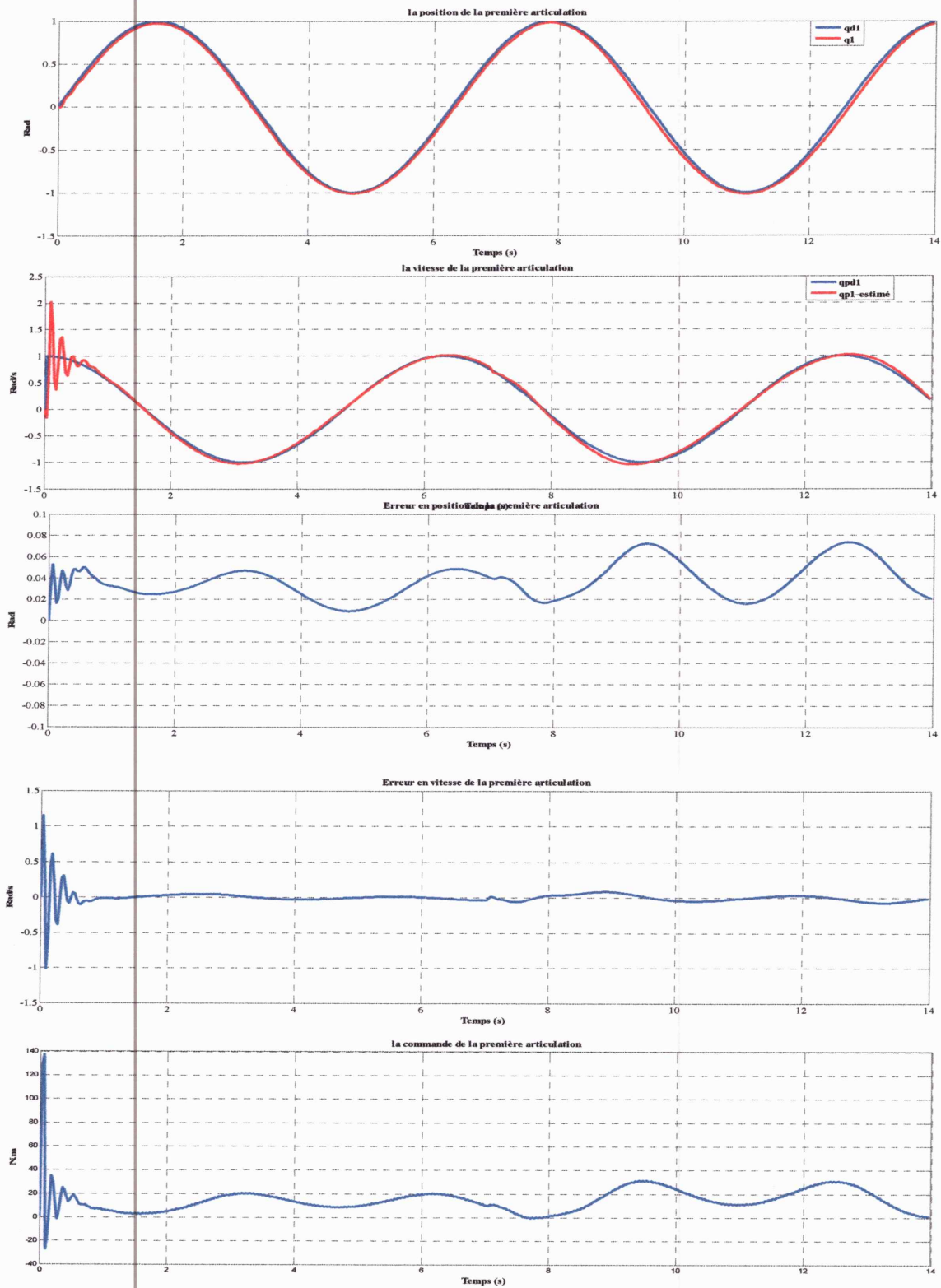


Figure 4.5 Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$

✚ Résultats de la deuxième articulation $h=0.03$

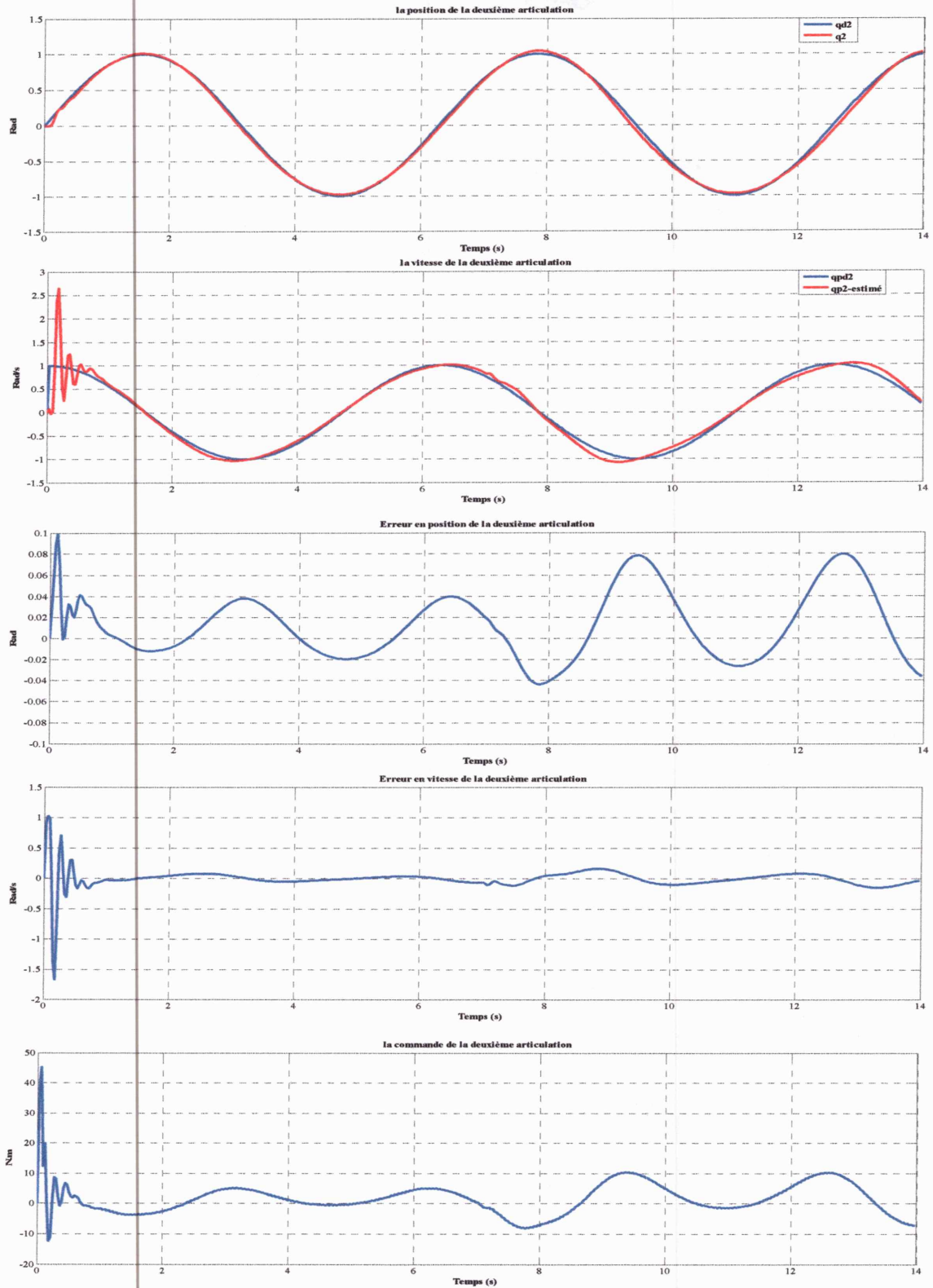


Figure 4.4 Réponses, les erreurs et la commande de la première articulation du robot manipulateur avec observateur d'état et de perturbation en en incluant une charge de 0.5 kg à l'instant $t=7s$

4.9 Interprétation des résultats

Les deux figures (4.1) et (4.2) illustrent le comportement du robot vis-à-vis de la poursuite de la trajectoire de référence.

Avec un pas de $h = 10^{-2}$ nous remarquons que cette trajectoire et la trajectoire réelle sont presque parfaitement superposées, et les petites valeurs de l'erreur de poursuite obtenue sont acceptable (presque nulles). D'où la satisfaction des performances réalisées par la commande décentralisée. Et pour $h = 3 \times 10^{-2}$ les résultats sont presque les mêmes sauf qu'il y a un dépassement plus grand que l'autre cas. Mais un pas de $h \geq 0.1$ le système doit plus rapide et la poursuite ne converge pas bien vers leurs références.

En introduit une charge supplémentaire de 0.5kg à l'instant $t=7$ sec. Les résultats obtenus montrent une fidélité et avec cette stratégie de commande on ne dégrade pas beaucoup les performances à satisfaire.

4.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la commande décentralisée à base d'observateur d'état et de perturbation dans le cas discret. Pour cela, nous avons fait la discrétisation des deux observateurs déjà vus dans le chapitre précédent, à savoir : l'observateur d'état et de perturbation. Là aussi, l'objectif c'était d'assurer la poursuite de trajectoire pour un robot manipulateur. Les performances de la commande ont été étudiées en simulation. Les résultats issus de cette étude montrent bien la faisabilité de cette loi de commande dans les applications réelles.

Conclusion Générale

La commande des robots manipulateurs est l'une des préoccupations majeures des recherches en robotique. En effet, un robot manipulateur est caractérisé par un comportement purement non linéaire, de plus, la majorité des tâches qui lui sont confiées sont délicates et exigent une très grande précision sous des trajectoires rapides, excluant ainsi toute utilisation des méthodes classiques de synthèse des régulateurs standards. Durant ces trois dernières décennies, en vue d'améliorer les performances des robots manipulateurs, des recherches avancées ont permis de faire émerger de nouvelles techniques de commande non linéaire pour les appliquer aux robots manipulateurs [29]. Dans ce contexte, une technique de commande ne nécessitant pas la connaissance précise du modèle dynamique du robot sera présentée, il s'agit d'une commande décentralisée.

Le développement d'une stratégie de commande doit assurer non seulement la stabilité mais aussi la robustesse en présence de perturbation. Ces dernières peuvent être de nature externe (influence de l'environnement) ou de nature interne (erreurs de modélisation ou d'approximation).

Cette étude se situe dans le domaine de la commande des robots manipulateurs. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux méthodes les plus utilisées aux niveaux de l'industrie et de la recherche. Parmi ces méthodes, il y a la commande décentralisée.

En premier lieu, nous avons présenté les techniques de commande utilisées pour les robots manipulateurs en faisant ressortir leurs avantages et inconvénients.

En second lieu, nous avons présenté des stratégies de commande décentralisée basées sur un observateur, à savoir :

- La commande décentralisée à base d'observateur de perturbation basée sur l'estimation des perturbations à partir d'un filtre (1^{er} ordre et 2^{ème} ordre) s'est révélée lors de son application au robot manipulateur. L'avantage principal est la non-nécessité d'un modèle dynamique précis du système à commander.
- La commande décentralisée à base d'observateur d'état et de perturbation basée sur l'estimation des perturbations et la reconstruction des états indisponibles. Cette approche a permis de garantir la convergence des erreurs de poursuite.

Ensuite, nous avons présenté une commande décentralisée à base d'observateur d'état et de perturbation à temps discret. Son principe est basé sur l'estimation en ligne des perturbations et des états indisponibles en temps discret.

Enfin, pour remédier au problème des mesures non disponibles au niveau des robots, qui sont généralement la vitesse et l'accélération, la commande décentralisée à base d'observateur d'état et de perturbation a été étudiée. Dans une approche, un observateur d'ordre complet est utilisé pour avoir la vitesse et l'accélération à partir de la position mesurée (chapitre 1 et 2).

Les résultats de simulations effectuées sur un modèle de robot à deux degrés de liberté montrent la faisabilité des approches de commande décentralisées proposées.

Comme perspective pour ce travail de projet, nous proposons :

La mise en œuvre pratique des algorithmes de commande présentés dans ce mémoire sur un robot manipulateur réel.

Étendre les résultats présentés à des systèmes d'ordre élevé et compliqué soumis à des fortes perturbations.

Proposition d'autres observateurs de perturbations afin d'améliorer les performances résultantes.

Annexe A

Observateurs Et Observabilité

A.1 Introduction

Les variables d'état d'un système donné sont rarement disponibles pour la mesure directe. Dans la plupart des cas, il existe un vrai besoin pour estimer avec fiabilité les variables non mesurées. Le problème d'estimation des états et des paramètres d'un système dynamique est fondamentalement un problème inverse. Plus précisément, étant donné un ensemble de mesures disponibles, on souhaite estimer l'état interne et les paramètres inconnus du système. En ce qui concerne les modèles des systèmes non linéaires, le problème d'estimation est encore un problème ouvert et difficile à résoudre. Malgré cette difficulté, la résolution de ce problème est cruciale dans l'ingénierie de contrôle, essentiellement puisqu'il implique de nombreux paradigmes différents tels que la synthèse des lois de commande, le diagnostic et la surveillance des processus, etc. Les algorithmes réalisant cette tâche sont appelés observateurs d'état.

A.2 Principe d'un observateur

A.2.1 Objectif d'un observateur

En général, pour des raisons techniques et économiques, l'état du système n'est pas complètement accessible. En effet, la complexité de la réalisabilité technique ainsi que des coûts prohibitifs pour l'implantation de plusieurs capteurs peuvent réduire considérablement le nombre d'états mesurés. On peut alors considérer que, pour la grande majorité des systèmes, la dimension du vecteur d'état est supérieure à celle du vecteur de sortie ($l < n$). Cette considération signifie que pour tout instant t , le vecteur $x(t)$ ne peut pas être complètement mesuré ou déduit des sorties. Cependant, moyennant des conditions d'existence, l'état peut être reconstruit à l'aide d'un observateur. Ainsi, un dimensionnement judicieux d'un observateur doit permettre une estimation précise et rapide de la valeur des composantes du vecteur d'état $x(t)$.

Soit, de façon plus générale, le système dynamique *SYS* défini par :

$$SYS: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (A.1)$$

Dont l'état $x(t)$ est estimé (ou reconstruit) par un système dynamique appelé observateur et noté *OBS*, dont la structure est donnée par :

$$OBS: \begin{cases} \dot{Z}(t) = NZ(t) + Qu(t) + Ly(t) \\ w(t) = FZ(t) + Ey(t) \end{cases} \quad (A.2)$$

Avec $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $y(t) \in \mathbb{R}^l$, représentant respectivement l'état, l'entrée et la sortie du système. $Z(t) \in \mathbb{R}^q$ le vecteur d'état de l'observateur, tel qu'il tende asymptotiquement vers $Tx(t)$ et $w(t)$ représente la sortie du système observateur.

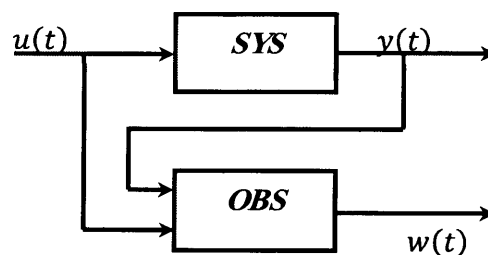


Figure A.1 Diagramme structurel d'un observateur

On peut aussi représenter sa structure par le schéma décrit sur la figure (A.1).

Le système dynamique constituant l'observateur doit assurer que l'erreur de reconstruction, définie par $e(t) = Tx(t) - Z(t)$, tende asymptotiquement vers 0, soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = Tx(t) - Z(t) = 0 \quad (A.3)$$

A.2.2 Structure d'un observateur

Afin d'expliquer la procédure générale de la conception d'un observateur, nous allons nous appuyer sur la construction d'un observateur d'ordre plein. Un observateur d'ordre plein permet de reconstruire entièrement le vecteur d'état $x(t)$. On note par $Z(t)$ la grandeur observée qui correspond à la sortie du système dynamique que constitue l'observateur.

Ainsi, pour un ordre plein, on a directement $Z(t) = \hat{x}(t)$ avec $\hat{x}(t)$ étant l'estimation de $x(t)$. La structure de l'observateur peut être représentée par la figure (A.2) et exprimée sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Le terme correctif $L(y(t) - \hat{y}(t))$ fait apparaître le gain de correction L , également appelé gain de l'observateur, relatif à l'erreur de la reconstruction de la sortie. On peut aussi écrire l'observateur sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t) \quad (\text{A.5})$$

La dynamique de l'erreur de reconstruction, définie par $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, peut s'écrire :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - LC)\tilde{x}(t) \quad (\text{A.6})$$

A partir de la condition initiale $\tilde{x}(0) = x(0) - \hat{x}(0)$, l'évolution de cette erreur d'estimation est telle que :

$$\tilde{x}(t) = \exp[(A - LC)t]\tilde{x}(0) \quad (\text{A.7})$$

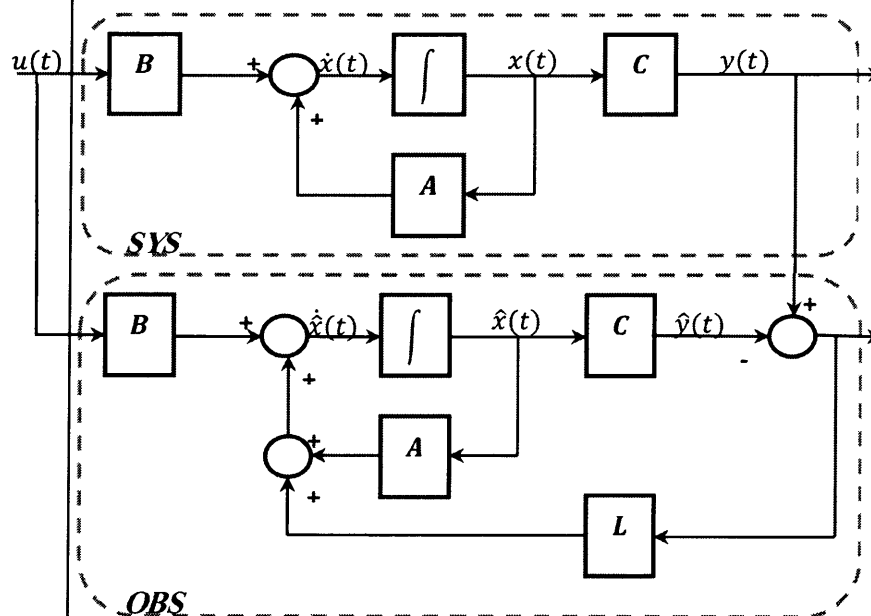


Figure A.2 Diagramme structurel d'un observateur d'ordre plein

Afin que l'observateur soit asymptotique, il faut que l'erreur d'estimation tende vers 0 lorsque t augmente. En effet, à $t = 0$, $\hat{x}(0) \neq 0$ car l'état étant inaccessible, on ne peut en général pas choisir $x(0) = \hat{x}(0)$. Afin de garantir une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation ($\tilde{x}(t) \rightarrow 0$ pour $t \rightarrow \infty$) et donc un bon fonctionnement de l'observateur, il faut choisir L de façon judicieuse.

Théorème 1 : Luenberger (1971) Les valeurs propres de $(A - LC)$ peuvent être fixées arbitrairement si et seulement si (A, C) est observable.

La notion de stabilité d'un système en automatique est essentielle. Le théorème suivant décrit la condition de stabilité pour un système linéaire stationnaire.

Théorème 2 : Luenberger (1971) Soit un système régi par (A.1). On dit que ce système est asymptotiquement stable si la matrice A est de Hurwitz. Une matrice A est dite de Hurwitz si toutes ses valeurs propres ont des parties réelles strictement négatives.

Lorsque le système n'est pas observable, il n'est pas possible de construire un observateur dont on choisit les dynamiques. Cependant, si le système est détectable il sera possible de dimensionner un observateur asymptotiquement stable, ce qui constitue l'objet du théorème suivant :

Théorème 3 : O'Reilly (1983) Pour un système régi par (A.1) il est possible de dimensionner un observateur asymptotiquement stable si et seulement si la paire (A, C) est détectable. Les valeurs propres de $(A - LC)$ sont alors toutes ou en partie fixées.

A.3 Quelques définitions Notion d'observabilité

La notion d'observabilité est donc essentielle lorsqu'on va procéder à l'élaboration d'observateurs, ce qui constitue l'objet du prochain chapitre.

Définition 1 : (Borne *et al.* 1992) Un système linéaire stationnaire est complètement observable si, quel que soit l'instant initial t_1 , l'état initial x_1 à t_1 , et l'instant final t_2 différent de t_1 , la seule connaissance de sa sortie $y(t)$ et de son entrée $u(t)$ sur l'intervalle $t_1 \leq t \leq t_2$ permet de connaître l'état initial x_1 .

Définition 2 : (Borne *et al.* 1992) Un système linéaire stationnaire est complètement observable si et seulement si, en régime autonome ($u \equiv 0$), l'observation d'une sortie $y(t)$ uniformément nulle pour $t_1 \leq t \leq t_2$ n'est possible que pour un état x_1 (à t_1) nul.

Pour un système linéaire stationnaire parfaitement connu, et puisqu'on suppose que l'entrée $u(t)$ est connue et que la matrice B n'intervient pas dans les critères d'observabilité, on peut donc ramener l'étude de l'observabilité à l'étude de la paire (A, C) . On dira donc indifféremment que "la paire (A, C) est complètement observable", ou que "le système linéaire stationnaire est complètement observable".

Annexe B

Modèle dynamique Du Robot manipulateur

B.1 Introduction

Le robot en étude est un manipulateur planaire à deux degrés de liberté (figure C.1). Le robot est composé de deux segments de longueur l_1 et l_2 possédant chacun une masse (respectivement m_1 et m_2) supposée ponctuelle et agissant à leur extrémité.

Le comportement dynamique du robot est donné par les équations suivantes (Slotine et Al 1991 ; Ordonez et Al 1999) :

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_{r1} \\ g_{r2} \end{bmatrix} \right\}$$

Avec :

$$M_{11} = I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 [l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + m_3 [l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2)]$$

$$M_{22} = I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2$$

$$M_{12} = M_{21} = I_2 + m_2 [l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + m_3 [l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_2)]$$

$$h = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) + m_3 l_1 l_2 \sin(q_2)$$

$$g_{r1} = m_1 l_{c1} g \cos(q_1) + (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) g \cos(q_1 + q_2) + (m_2 + m_3) l_1 g \cos(q_1)$$

$$g_{r2} = (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) g \cos(q_1 + q_2)$$

Où u_1 et u_2 sont les couples de commande appliqués aux articulations, et les sorties sont les positions articulaires q_1 et q_2 . Les paramètres du robot sont (Ordenez et Al 1999) :

$$g = 9.8 \text{ m/s} ; m_1 = m_2 = 1.0 \text{ kg} ; l_1 = l_2 = 1.0 \text{ m} ; l_{c1} = l_{c2} = 0.5 \text{ m} ; I_1 = I_2 = 0.2 \text{ kgm}^2.$$

La masse m_3 , initialement égale à zéro, représente la masse d'un objet à l'extrémité du second corps.

Après $t = 7 \text{ s}$ d'opération, le robot ramasse un objet de masse $m_3 = 0.5 \text{ kg}$.

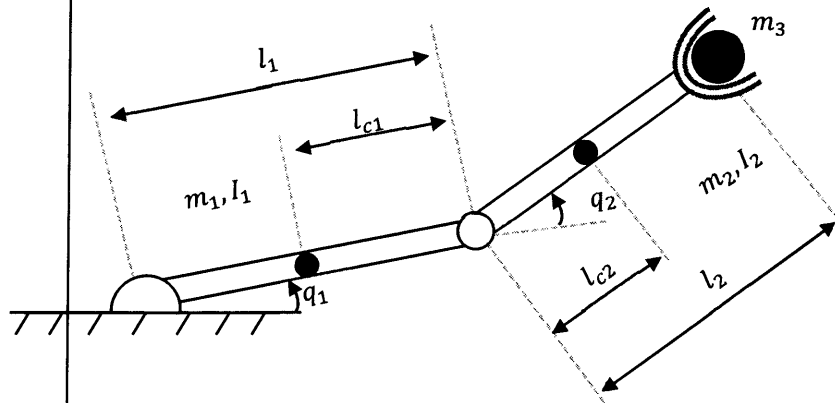
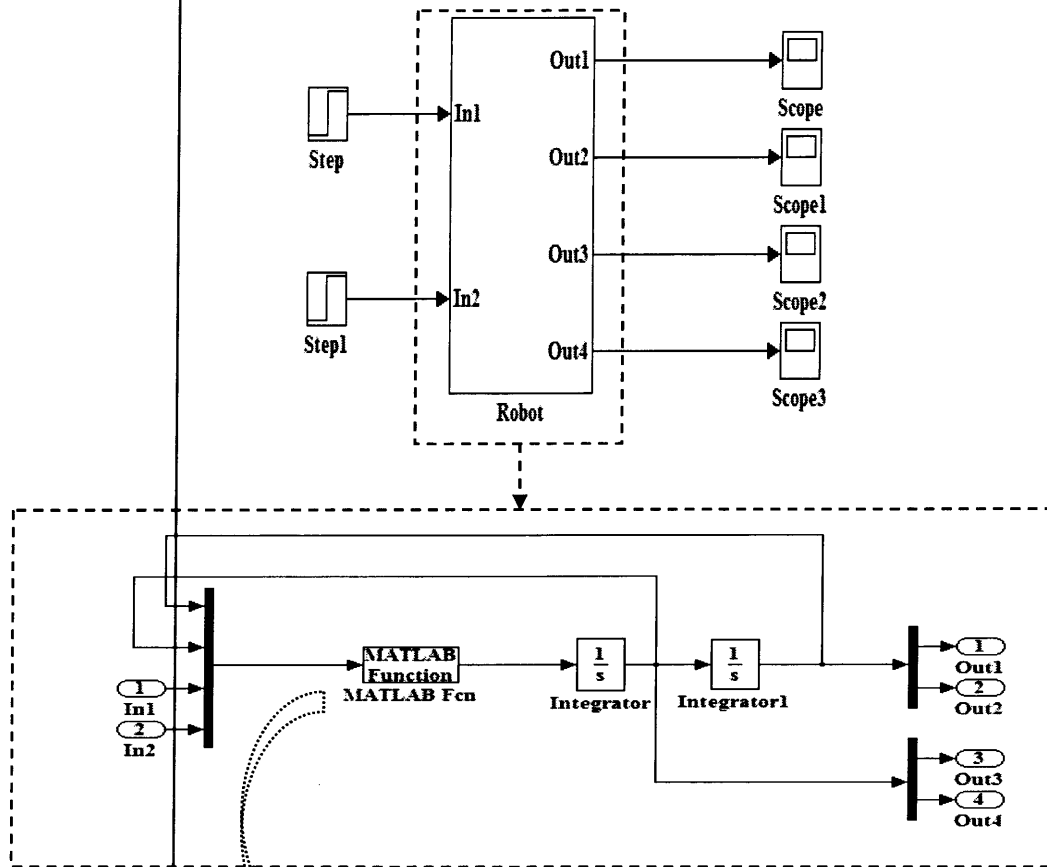
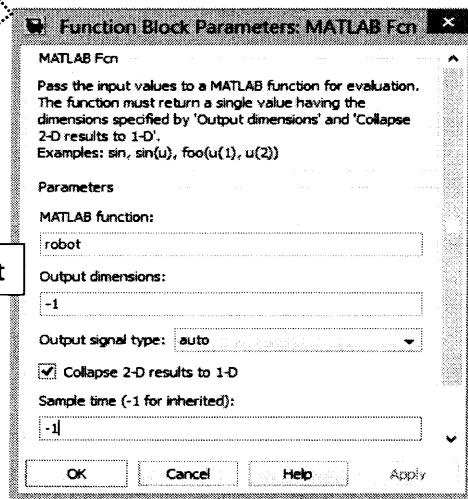


Figure C.1 Schéma du robot

B.2 Simulation en boucle ouverte d'un robot manipulateur à 2 degré de liberté



Appelle de la fonction robot



➤ **Le code Matlab de la fonction robot**

```

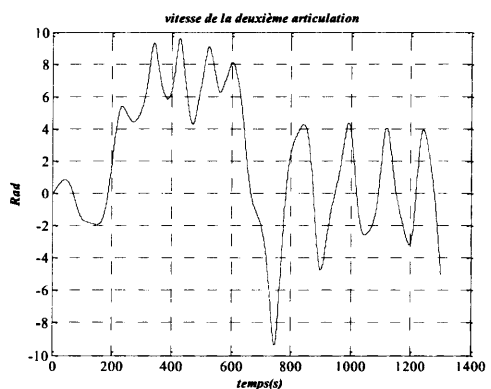
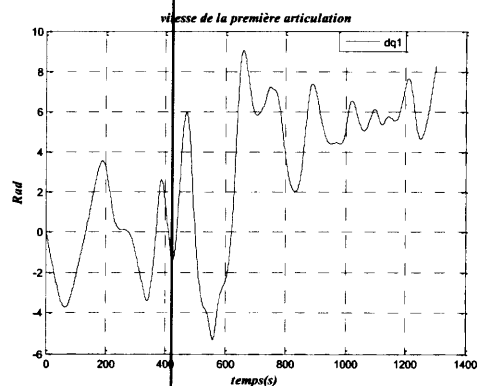
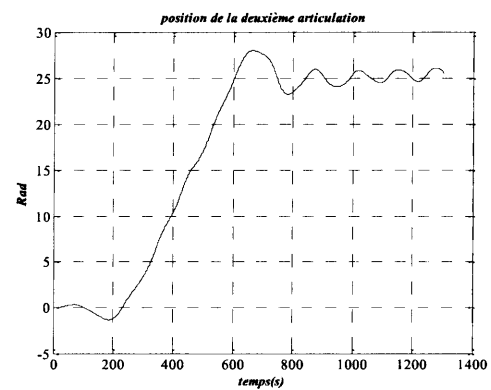
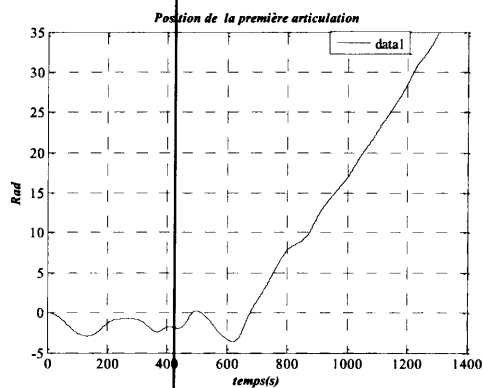
function ddq=robot(q)
%%%%%%%%%%
I1=0.2; I2=0.2;
l1=1; l2=1;
g=9.8;
m1=1; m2=1; m3=0;
lc1=0.5; lc2=0.5;
%%%%%%%%%%
M11=I1+I2+m1*lc1^2+m2*(l1^2+lc2^2+2*l1*lc2*cos(q(2)))+m3*(l1^2+l2^2+2*l1*l2*
cos(q(2)));
M12=I2+m2*(lc2^2+l1*lc2*cos(q(2)))+m3*(l2^2+l1*l2*cos(q(2)));
M21=M12;
M22=I1+I2+m1*lc1^2+m2*lc2^2+m3*l2^2;

h=m2*l1*lc2*sin(q(2))+m3*l1*l2*sin(q(2));
gr1=m1*lc1*g*cos(q(1))+(m2*lc2+m3*l2)*g*cos(q(1)+q(2))+(m2+m3)*l1*g*cos(q(1));
gr2=(m2*lc2+m3*l2)*g*cos(q(1)+q(2));
M=[M11 M12;M21 M22];
u=[q(5);q(6)];
H=[-h*q(4) -h*(q(3)+q(4));h*q(3) 0];
dq=[q(3);q(4)];
G=[gr1;gr2];

ddq=inv(M)*(u-H*dq-G);

```

B.3 Résultats de la simulation



Annexe C

Notion De Stabilité [22]

C.1 Introduction

L'objet de la théorie de la stabilité est de tirer des conclusions quant au comportement du système sans calculer explicitement ses trajectoires. La contribution majeure fut apportée par *A.M Lyapunov* en 1892, dont les travaux n'ont été connus qu'à partir des années 60. Il a introduit la majorité des concepts et définitions de base concernant la stabilité des systèmes représentés par des systèmes différentiels arbitraire mais a aussi fourni les principaux résultats théoriques.

C.2 Définitions

➤ *Définition 1* : système autonome

Un système est dit autonome si f ne dépend pas du temps :

$$\dot{x} = f(x) \quad (\text{C.1})$$

si non le système est dit non autonome.

➤ **Définition 2** : point d'équilibre

x^* est un point d'équilibre pour le système autonome si :

$$x(t_1) = x^* \Rightarrow x(t \geq t_1) = x^* \quad (\text{C.2})$$

Où de façon équivalente si :

$$f(x^*) = 0$$

➤ **Définition 3** : voisinage de l'origine

Un voisinage de l'origine Ω , est tout domaine fermé borné incluant l'origine, un exemple de voisinage est la boule.

➤ **Définition 4** : fonction candidate de Lyapunov

Soit $V : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}_+$ une fonction telle que :

1. V est continûment différentiable en tous ses arguments.
2. V est définie positive.
3. Il existe a et b deux fonctions salaires de \mathcal{R}_+ dans \mathcal{R}_+ , continues, monotones, non décroissantes, telles que :

$$\begin{aligned} a(0) = b(0) = 0 \\ \forall x \in \mathcal{R}^n, \text{ alors : } a(\|x\|) \leq V(x) \leq b(\|x\|) \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Alors V est une fonction candidate de Lyapunov.

C.3 Stabilité du point d'équilibre

➤ **Définition 5** : stabilité/instabilité au sens de Lyapunov

L'état d'équilibre x_e est dit stable si $\forall \varepsilon > 0$, $\exists \alpha > 0$ tel que si $\|x(0) - x_e\| < \alpha$, alors $\|x(t) - x_e\| < \varepsilon, \forall t \geq 0$. Dans le cas contraire, x_e est dit instable.

➤ **Définition 6** : attractivité

L'état d'équilibre x_e est attractif s'il existe $\delta > 0$ tel que si $\|x(0) - x_e\| < \delta$, alors pour tout $v > 0$ il existe $T > 0$ qui satisfait $\|x(t) - x_e\| < v, \forall t \geq T$.

Remarque :

L'attractivité n'implique pas la stabilité, ni l'inverse. La condition d'attractivité exprime que si l'état initial est dans un certain voisinage de l'état d'équilibre, alors l'état du système reviendra nécessairement à l'origine au bout d'un temps suffisant.

➤ **Définition 7** : stabilité asymptotique

Un point d'équilibre x_e est asymptotiquement stable s'il est stable et s'il existe $\alpha > 0$ tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \alpha \Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = x_e \quad (\text{C.4})$$

Interprétation:

Un point d'équilibre est stable asymptotiquement s'il est stable et attractif. La stabilité asymptotique signifie que non seulement l'équilibre est stable mais que de plus on est capable de déterminer un voisinage du point d'équilibre tel que n'importe quelle trajectoire, issue d'un x_0 appartenant à un voisinage de x_e , tend vers x_e quand $t \rightarrow +\infty$.

➤ **Définition 8** : stabilité exponentielle

Un point d'équilibre x_e est exponentiellement stable s'il existe $\alpha > 0$ et $\lambda > 0$ tels que :

$$\forall t > 0, \exists B_r(x_e, r), \forall x_0 \in B_r, \|x(t) - x_e\| \leq \alpha \|x_0 - x_e\| e^{-\lambda t} \quad (\text{C.5})$$

Interprétation:

Cela signifie que le vecteur d'état, pour une condition initiale $x_0 \in B_r$ converge vers x_e plus rapidement qu'une fonction exponentielle. λ est appelé le taux de convergence. D'autre part, la stabilité exponentielle implique la stabilité asymptotique qui implique la stabilité.

C.4 Méthode directe de Lyapunov ou second méthode

La philosophie de la méthode réside dans l'extension mathématique d'une observation fondamentale de la physique « Si l'énergie totale d'un système est dissipée de manière continue alors le système, (qu'il soit linéaire ou non linéaire), devra rejoindre finalement un point d'équilibre. On pourra donc conclure à la stabilité d'un système par l'examen d'une seule fonction scalaire.

➤ **Théorème 1** : stabilité (asymptotique) locale

S'il existe une fonction scalaire de l'état $V(x)$ dont les dérivées partielles première sont continues et telle que :

- ✦ $V(x)$ est une fonction candidate de Lyapunov.
- ✦ $\dot{V}(x)$ est localement semi définie négative dans un voisinage de l'origine Ω .

Alors le point d'équilibre 0 est stable et un domaine de conditions initiales stables est délimité par n'importe quelle équipotentielle de Lyapunov contenue dans Ω .

Si $\dot{V}(x)$ est localement définie négative dans Ω alors la stabilité est dite localement asymptotique dans la partie de l'espace délimité par n'importe quelle équipotentielle de Lyapunov contenue dans Ω .

➤ **Théorème 2 :** stabilité globale asymptotique

S'il existe une fonction V telle que :

- ✓ V est une fonction candidate de Lyapunov.
- ✓ \dot{V} est définie négative.
- ✓ La fonction $\|x\| \rightarrow +\infty$ implique $V(x) \rightarrow +\infty$.

Alors 0 est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable.

Le problème majeur de la méthode est de trouver une fonction de Lyapunov pour le système en l'absence de guide claire. Dans le cas non linéaire, il n'existe pas de méthode systématique pour choisir une fonction de Lyapunov convenable.

C.5 Application aux systèmes linéaires invariants

Étant donnée le système :

$$\dot{x} = Ax \quad (C.6)$$

On considère une fonction candidate de Lyapunov quadratique. $V(x) = x^T P x$, alors :

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = -\dot{x}^T (A^T P + P A) x = -x^T Q x \quad (C.7)$$

➤ **Théorème 3 :**

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un système $\dot{x} = Ax$ soit asymptotiquement stable est que : $\forall Q = Q^T > 0$, la matrice P , unique solution de l'équation de Lyapunov

$A^T P + P A + Q = 0$, soit définie positive.

Bibliographie

- [1] P. Duysinx, « Elément de robotique aspects mécanique, Ingénierie des véhicules » Terrestres Département de PROMETHE, université de liège, Belgique.
- [2] Arato. S.Deo thèse de PhD, « Inverse Kinematics and Dynamic Control Methods for Robotic Systems », Houston .Texas.1995
- [3] MARK W. SPONG & M. VIDYASAGAR, « Robot Dynamics & Control », Quinn-woodbine, 1981.
- [4] W. LI & William A. Wolovich, « Robotics: Basic & Design ».
- [5] H. Berghuis, « Model based control: from theory to practice », Enschede, The Netherlandeis, Juin 993.
- [6] J.J.E. Solotine et WLI, « Adaptative manipulator control: a case study », IEEE. Transaction on automatic control, Vol33, November 1988.
- [7] L. Guerfif, N. Bali, R. Illoul et M.S. Boucherit, « Commande Linéarisante Adaptative, Application au robot portos », COMAEI/96, Vol1, PP.86-91, Tlemcen 3-5 Décembre 1996.
- [8] A. Pruski, « Robotique générale », ellipses, paris 1988.
- [9] D. Dehiba, A. Meroufel, « Commande en vitesse par mode de glissement d'un moteur asynchrone avec limitation du courant par poursuit d'une surface de commutation », Faculté des Science de l'Ingénieur, Département Electrotechnique, Laboratoire I.C.E.P.S université dDjillali Liales, BP98 Sidi bel Abbes, Algérie.

- [10] Petros Ioannou & Baris Fidan, « Adaptive Control Tutorial », Siam, 2006.
- [11] I.D. Landu et L. Dugrad, « Commande adaptative : aspects pratiques et théoriques », Masson, Paris, 1986.
- [12] Jean-Jacques, « Convergence des méthodes de commande adaptative en présence de perturbation aléatoire », Institut National de recherche en informatique et en automatique, Domaine de voluceau rocquencourt, BP 105, France, octobre 1981.
- [13] W. Khalili et E. Dombre, « Modification, Identification et commande des robots », 2^{ème} édition, Hermes. Science Publication, Paris, 1999.
- [14] H. Seraja, « Decentralised adaptive control of manipulator, Theory, simulation, and experimentation ». IEEE, Trans, Robotics and automation, R, A, J, PP-183, 201-1989.
- [15] T. Maddani, D. Boukhetala, F. Boudjemaret, N.K. Sirdi, « Approche adaptative décentralisée par mode de glissement des systèmes articulés », CIFA, Tunisie, 2004.
- [16] Liu C.-S., Peng H., « Disturbance observer based tracking control » ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 122, 2000, p. 332-335.
- [17] Chen W.-H., D. J. Balance, P. J. Gawthrop, J. J.Gribble and J. O'Reilly, « A nonlinear disturbance observer for two-link robotic manipulators ». IEEE Trans. On Industrial Electronics Vol. 47, 2000, 932–938.
- [18] C. Vibet Robots: « Principe et contrôle », Ellipses, Paris 1987.
- [19] R. G. Morgan and U. Ozguner, « A decentralized variable structure control algorithm for robotic manipulators », IEEE, J. Robotics and automation, R, A-1, PP,57-65, 1985.
- [20] B. D'andra-Novel, « Commande non linéaire des robots », Hernes 1988.
- [21] Q. H. Wu, L. jiang & J. Y. Wen, « Decentralized adaptive control of interconnected non-linear systems using high gain observer », International Journal of Control, 20 mai 2004, Vol. 77,N° 8, 703-712.
- [22] D. Arzelier - D. Peaucelle, « Systèmes et asservissements non linéaires », Notes de cours Version 4, Laboratoire d'architecture et d'analyse des systèmes (LAAS), CNRS Toulouse, France.
- [23] B. Larroque. « Observateurs de systèmes linéaires Application à la détection et localisation de fautes », l'Université de Toulouse, 2008.
- [24] S.J. Kwon, W.K. Chung, « Perturbation Compensator based Robust Tracking Control and State Estimation of Mechanical Systems », Mar. 2004, Ansan, Korea.
- [25] J. Lévine « analyse et commande des systèmes non linéaires », Centre automatique et systèmes, école des mines de Paris, Mars 2004.
- [26] Y. Yaiche, N. Oucief, « commande linéarisant des robots manipulateurs avec observateur de perturbation », PFE, C.U de Jijel, Promotion 2001.

- [27] F. Bonnans & P. Rouchon, « analyse et commande des systèmes dynamique », école polytechnique, Palaiseau Cedex, France édition 2003.
- [28] C. Prelle, « Contribution au contrôle de la compliance d'un bras de robot à actionnement électropneumatique », thèse doctorat, INSA Lyon 1997.
- [29] F. Khelfi, F. Bouakrif, « Amélioration de la commande passive des robots manipulateurs en tenant compte des perturbations », conférence.