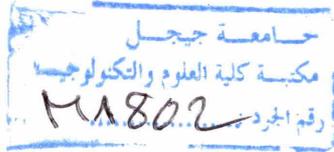


**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Jijel



Faculté des Sciences et de La Technologie

Département d'Automatique

**Mémoire**

Du projet de fin d'étude en vue de l'obtention du diplôme  
de master en Automatique

Option: Traitement de Signal.

**Thème**

**Commande adaptative floue par mode glissant  
d'ordre supérieure pour les systèmes non linéaires  
incertains**

Présenté par :

Boussoussou rabeih

Boussetoua hamza

Encadré par :

M<sup>me</sup> mokaddem sana

Promotion : 2014

# REMERCIEMENTS

**A** *travers ce mémoire que nous avons entrepris, nous tenons d'abord adresser nos remerciements les plus chaleureux à M<sup>me</sup> sana mokaddem, son ouverture, sa rigueur et sa volonté d'excellence sont pour nous des modèles de discipline. Intransigeant et sans concession sur la qualité des travaux.*

*Nous remercions également aussi les membres de jury d'avoir accepté d'examiner ce travail et avoir voulu l'évoluer.*

*Aussi, bien l'ensemble des enseignants pendant notre carrière et vie d'étude.*

*A nos camarades de la promotion et nos amis.*

*A vous.*

# DÉDICACES

*je dédis ce modeste travail à :  
mon père qui est l'origine de ce que je suis.*

*Ma mère la lumière de mes yeux.*

*Mes frères et mes sœurs.*

*A ma grande famille*

*A mes collègues avec qui j'ai passé des moments inoubliables de joie et  
d'amertume.*

*A tous ceux qui sont absents dans ces linges et présents dans mon cœur.*

**HAMZA BOUSSETOUA**

# DÉDICACES

*je dédis ce modeste travail à :  
mon père qui est l'origine de ce que je suis.*

*Ma mère la lumière de mes yeux.*

*Mes frères et mes sœurs.*

*A ma grande famille*

*A mes collègues avec qui j'ai passé des moments inoubliables de joie et  
d'amertume.*

*A tous ceux qui sont absents dans ces linges et présents dans mon cœur.*

**RABEH BOUSSOUSSOU**

# Sommaire

Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I : Commande par mode de glissant</b>	
I.1. Introduction.....	4
I.2. Introduction aux systèmes de réglage à structure variable.....	5
I.2.1 Systèmes à structure variables .....	5
I.2.2. Configuration de base pour les systèmes à structure variable.....	5
I.3 Condition d'existence du mode glissant .....	7
I.4. Conception de la commande par mode de glissant .....	8
I.4.1 Choix de la surface de glissement.....	8
I.4.2 Conditions de convergence .....	9
I.4.2.1 Fonction directe de commutation.....	9
I.4.2.2 Fonction de LYAPUNOV.....	9
I.4.3 Calcul de la commande .....	10
I.4.3.1 Définition des grandeurs de commande.....	10
I.4.3.2 Expression analytique de la commande .....	11
I.5 Phénomène du chattering (réticence).....	13
I.6 commande par modes glissants d'ordre 2 .....	15
I.6.1 Position du problème.....	15
I.6.2 Définitions.....	16
I.6.3 Régimes glissants réels .....	17
I.6.4 Régimes glissants d'ordre 2 .....	20
I. 7 Algorithme de commande par mode glissant d'ordre 2 .....	20
I .7.1 algorithme du super twisting.....	21
I.8 Exemple de simulation :.....	21

I.9 Conclusion.....	25
---------------------	----

## **Chapitre II: La logique floue**

II.1 Introduction.....	27
II.2 Principe et historique de la logique floue .....	27
II. 3 Généralité sur la logique floue.....	28
II. 3.1 Variables linguistiques et ensembles flous .....	28
II.3.1.1 Variables linguistiques.....	28
II.3.1.2 Sous ensembles flous .....	29
II. 3.1.3 Définition.....	29
II.3.2 Les fonctions d'appartenance .....	30
II.3.3 Inférence à plusieurs règles floues :.....	31
II.4 Opérations de base sur les sous ensembles flous .....	31
II.5 Description et structure d'une commande par la logique floue .....	32
II.5.1 Interface de fuzzification .....	33
II.5.2 Base de règles .....	34
II.5.3 Mécanisme d'inférence floue .....	34
II.5.4 Interface de défuzzification .....	36
II.6 Les différents régulateurs flous utilisés .....	37
II.7 Approximation flou.....	39
II.8 Conclusion .....	39

## **Chapitre III : Commande adaptative floue par mode glissant d'ordre supérieur pour des systèmes non linéaires SISO**

III.1 Introduction .....	41
III.2 Position du problème.....	41
III.3 Synthèse de la loi de commande par mode glissant d'ordre 2 .....	43
III.4 Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant d'ordre 2 .....	45

III.5 Exemple de simulation .....	47
III.5.1. Résultats de simulation.....	50
III.6 Conclusion.....	53

**Chapitre IV : Commande adaptative floue par mode glissant d'ordre supérieur pour des systèmes non linéaires MIMO**

IV.1 Introduction .....	54
IV.2 Position du problème.....	54
IV.3 Synthèse de la loi de commande par mode glissant supérieur .....	55
IV.4. Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant d'ordre supérieur .....	58
IV.4 Exemple de simulation :.....	59
IV.6 Conclusion.....	68
Conclusion générale.....	69

## Listes des figures

<b>Fig. I.1</b> : Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase. ....	5
<b>Fig. I.2</b> : Configuration par changement de retour d'état. ....	6
<b>Fig. I.3</b> : Configuration avec loi de commutation au niveau de l'organe de commande. .....	7
<b>Fig. I.4</b> : Démonstration du mode de glissant.....	7
<b>Fig. I.5</b> : Trajectoire de l'état vis-à-vis la surface de glissement.....	10
<b>Fig. I.6</b> : La valeur $u_{eq}$ prise par la commande lors de la commutation entre $u_{max}$ et $u_{min}$ .....	11
<b>Fig. I.7</b> : Représentation de la fonction « Signe ». ....	12
<b>Fig. I.8</b> : Fonction « SAT ». ....	14
<b>Fig. I.8</b> :fonction « pseudo -signe ».....	14
<b>Fig. I.10</b> : Fonction tangente hyperbolique.....	14
<b>Fig. I.11</b> : Ensemble de glissement d'ordre 2 ( $\sigma = s$ ).....	18
<b>Fig. I.12</b> : Régime glissant d'ordre supérieur.....	20
<b>Fig. I.13</b> : Super twisting.....	21
<b>Fig. I.14</b> : Système masse ressort et amortisseur.....	22
<b>Fig. I.15</b> : Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction sign sans perturbation. ....	23
<b>Fig. I.16</b> : Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction sign avec perturbation.....	23
<b>Fig. I.17</b> : Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction tangente hyperbolique, sans perturbation.....	24
<b>Fig. I.18</b> : Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction tangente hyperbolique, avec perturbation. ....	24

<b>Fig.I.19</b> : Signal de la sortie du système et le signal de commande avec l'algorithme de super twisting, sans perturbation.....	25
<b>Fig.I.20</b> : Signal de la sortie du système et le signal de commande avec l'algorithme de super twisting, avec perturbation.....	25
<b>Fig.II.1</b> :Classification des températures d'une pièce en deux ensembles.....	29
<b>Fig.II.2</b> : Différentes formes des fonctions d'appartenance.....	30
<b>Fig.II.3</b> : Structure interne d'un Régulateur par logique floue.....	33
<b>Fig.II.4</b> : Fonctions d'appartenance des deux variables linguistiques d'entrée $x_1$ et $x_2$ .....	33
<b>Fig.II.5</b> : Fonctions d'appartenance de la variable linguistique de sortie $x_r$ .....	34
<b>Fig.III.1</b> : Robot du bras mis en action par un moteur DC.....	48
<b>Fig.III.2</b> : (a) Les fonctions d'appartenance des antécédents d'entrée $x_1$ pour approximer le modèle nominal; (b) Les fonctions d'appartenance des antécédents d'entrée $s$ pour les systèmes flous adaptatifs.....	49
<b>Fig.III.3</b> : Signal de la commande utilisant la loi de commande (III.17).....	50
<b>Fig.III.4</b> : Signal de sortie du système en position et en vitesse utilisant la loi de commande (III.17).....	51
<b>Fig. III.5</b> : Erreur de poursuite de positions utilisant la loi de commande (III.17).....	51
<b>Fig.III.6</b> : Signal de la commande utilisant la loi de commande (III.24).....	52
<b>Fig.III.7</b> : Signal de la sortie du système utilisant la loi de commande (III.24).....	52
<b>Fig. III.8</b> : Erreur de poursuite de positions utilisant la loi de commande (III.24).....	52
<b>Fig .IV. 1</b> : Schéma du bras manipulateur à deux articulations.....	60
<b>Fig.IV.2</b> : : (a) Les fonctions d'appartenance des antécédents d'entrées $x_1$ .....	64
<b>Fig.IV.3</b> : Signal de commandes $u_1$ et $u_2$ en utilisant la loi de commande (IV.14)....	64
<b>Fig.IV.4</b> : Signal de sortie en position des articulations utilisant la loi de commande (IV.14).....	65
<b>Fig.IV.5</b> : Signal de sortie du système, en vitesse des articulations utilisant la loi de commande (IV.14).....	65

<b>Fig.IV.6</b> : Signal de l'erreur de position utilisant la loi de commande (IV.14).....	65
<b>Fig.IV.7</b> : Signal de commandes $u_1$ et $u_2$ utilisant la loi de commande (IV.14).....	66
<b>Fig.IV.8</b> : Signal de sortie en position des articulations utilisant la loi de commande (IV.18).....	66
<b>Fig.IV.9</b> : Signal de sortie du système, en vitesses des articulations utilisant la loi de commande (IV.18).....	67
<b>Fig.IV.10</b> : Signal de l'erreur de position utilisant la loi de commande (IV.18).....	67

## Introduction générale

La plupart des méthodes de synthèse d'observateurs et de lois de commande se basent sur un modèle mathématique du système à commander. Certaines de ces techniques exigent une très bonne connaissance du modèle, sous peine de dégradation importante des performances. Or, les systèmes réels ont très souvent un comportement différent des modèles mathématiques, à cause de variations de paramètres, de phénomènes physiques négligés, de perturbations extérieures, . . . Et même lorsque l'on a un très bon modèle à disposition, il arrive fréquemment qu'il soit trop complexe, et doive être simplifié pour pouvoir synthétiser un observateur ou une commande. Un remède consiste à calculer la loi de commande pour une famille de modèles à laquelle le système réel est censé appartenir. Cet ensemble est généralement constitué d'un système nominal et de variations limitées de paramètres de ce modèle, appelées incertitudes. Une telle famille est appelée modèle incertain. Si la loi de commande est synthétisée de manière à répondre aux exigences du cahier des charges pour tous les modèles de cette famille, elle est dite robuste.

Un type de lois de commande robuste simple à calculer et à mettre en œuvre, même pour des systèmes non linéaires, est la commande par modes glissants. La caractéristique principale d'une commande par modes glissants est sa structure variable avec commutation sous certaines conditions prédéfinies lors de la synthèse de part, et d'autre d'une surface choisie a priori, appelée surface de glissement. Le système commandé est dit alors en régime glissant et sa dynamique devient insensible aux variations paramétriques, aux erreurs de modélisation, et à certaines perturbations externes. La mise en œuvre d'une telle commande est relativement simple. En effet, elle ne nécessite pas une représentation exacte du processus, ce qui est un avantage considérable. Cependant, l'utilisation de cette approche a longtemps été limitée par les vibrations résiduelles en hautes fréquences qui se manifestent sur les grandeurs asservies et les variables de commande. Ce phénomène est appelé réticence. Diverses fonctions de lissage ont été proposées dans la littérature [Slo91] [Utk77] permettant de palier cet inconvénient mais au détriment des performances.

Cependant, de nouvelles lois de commande basées sur les modes glissants d'ordre supérieur sont apparues récemment [Sir93] [Eme96], qui sont qu'une généralisation du principe du mode glissant d'ordre 1 (mode glissant classique). Elles sont suffisamment lisses et éliminent le phénomène de réticence. Dans les modes glissants d'ordre supérieur la surface est choisit d'une

manière qu'elle a un degré relative plus grand que 1 par rapport à la commande. Le signal de commande discontinue influe sur la dérivée supérieure de la surface pour forcé le mouvement de glissement sur  $S=0$ . En effet, le mode glissant du second ordre la commande affecte  $\ddot{S}$ . Plusieurs résultats sont proposés pour la commande par mode glissant d'ordre supérieur des systèmes SISO [Bar99] [Lag07]. Une extension de cette commande est conçue pour des systèmes MIMO [Bar00] [Cha90]. Néanmoins, L'inconvénient commun de ces approches est le calcul des gains des lois de commandes, qui est généralement difficile. En effet, Ces gains sont choisis pour satisfaire la condition de convergence en temps finie, qui exige la bonne connaissance des paramètres du système.

Les systèmes flous sont de plus en plus utilisés pour la commande des systèmes industriels complexes qui sont difficilement modélisables. Cette approche permet d'introduire directement des informations linguistiques, fournies par des experts, dans la structure des contrôleurs. En se basant sur la propriété d'approximation universelle de ces systèmes flous [Wan96], différents algorithmes de commande adaptative floue sont élaborés [Won09] [Ham03].

Dans ce travail, l'objectif est d'étudier une structure de commande basée sur l'algorithme du super-twisting qui est un algorithme de commande par mode glissant d'ordre supérieur pour simplifier le calcul des gains, en introduisant les systèmes flous adaptatifs. L'ajustement de ces systèmes flous est assuré par des lois d'adaptation dérivées de l'étude de stabilité au sens de Lyapunov.

Puisque, on va commander des systèmes d'ordre  $n$  non linéaires incertains, on propose de construire le modèle du système, par l'utilisation des systèmes flous de Takagi-Sugeno. Pour cela, on définit quelques modèles linéaires au tour de certains points de fonctionnement comme une conclusion pour ces systèmes de Takagi-Sugeno. La structure de commande proposée, dans ce travail, est conçue pour des systèmes non linéaires incertains SISO et généralisée pour les systèmes non linéaires incertains MIMO.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre en premier lieu, nous abordons la commande par mode glissant, les étapes nécessaires pour la conception de cette commande, ainsi le phénomène de réticence. En deuxième lieu, on va présenter les algorithmes connus pour éliminer le phénomène de réticence, qui sont des algorithmes de mode glissant d'ordre 2. Et on termine le chapitre par comparer ces

commande de mode glissant, En effectuant des simulations sur un système masse ressort et amortisseur.

Le deuxième chapitre, va être consacré à l'étude de la logique floue. Les concepts de base de cette logique vont être exposés tels que, les ensemble flou, les fonctions d'appartenance et les opérateurs flous. Ensuite, nous allons présenter la commande par la logique floue et les différentes étapes pour la concevoir, ainsi, la propriété d'approximation universelle, qui va être exploité dans la conception de commandes proposées dans les chapitres suivants.

Le troisième chapitre présent le développement d'une commande adaptative floue par mode glissant de second ordre pour une classe des systèmes non linéaires monovariables. Le modèle du système non linéaire incertain à commander va être obtenu par l'utilisation des systèmes flous de Takagi-sugeno. Les deux termes de commande donner par l'algorithme du super-twisting sont générés par deux systèmes flous adaptatifs. Des simulations vont être effectuées sur un modèle de bras de robot à un degré de liberté de troisième ordre, afin de valider la structure de commande proposée.

De même manière du chapitre précédant, le quatrième chapitre est consacré à la commande adaptative floue par mode glissant, mais pour une classe des systèmes non linéaires multivariables. Des simulations sur un bras de robot à deux degrés de liberté sont présentées pour illustrer d'une part, la robustesse et d'autre part les performances de la commande proposée.

Une conclusion générale de ce travail est enfin présentée suivi par des perspectives pour son continuité.

# Chapitre I



### I.1. Introduction

Le mode glissant est un mode particulier de fonctionnement des systèmes à structure variable. Le changement de structure peut se faire soit au niveau de la contre-réaction du régulateur, soit dans le système à régler lui-même au niveau de l'organe de commande.

Le principe de cette technique est de contraindre le système à attendre et ensuite rester sur une surface donnée (représentant un ensemble de relations, statique, entre les variables d'état). La surface considérée est alors désignée comme étant la surface de glissement ou de commutation. Le comportement dynamique résultant, appelé glissement idéal, est complètement déterminé par les paramètres et les équations définissant la surface. L'avantage d'obtenir un tel comportement est double: d'un côté, on a une réduction de l'ordre du système, et d'un autre côté, le régime glissant est insensible aux perturbations intervenant dans les mêmes directions que les entrées.

En moyenne, les variables contrôlées peuvent être considérées qu'il évolue idéalement sur la surface de glissement. En réalité, le mouvement est caractérisé par des oscillations à hautes fréquences dans un voisinage de la surface (dont l'épaisseur est de l'ordre de la période d'échantillonnage ou de commutations). Ce phénomène est connu sous le nom de "chattering" en anglais et est un des inconvénients majeurs de cette technique.

Diverses fonctions de lissage ont été proposées dans la littérature permettant de palier cet inconvénient mais au détriment des performances. Cependant, de nouvelles lois de commande basées sur les modes glissants d'ordre supérieur sont apparues. Elles sont suffisamment lisses et éliminent le phénomène de réticence.

Dans ce chapitre on donnera les principes de la commande par modes glissant impliquant la notion d'attractivité et d'invariance d'une surface (permettant de définir le contrôleur équivalent). Le problème de chattering qui apparaît dans le mode glissant d'ordre 1 est exposé ainsi les solutions de l'éliminer. Parmi ces solutions, le mode glissant d'ordre supérieur qu'on va expliquer, et cité quelques un de ses algorithmes tels que le super-twisting.

Pour comparer ces commandes par mode glissant des simulations sont effectuées sur le système masse ressort amortisseur.

## I.2 Introduction aux systèmes de réglage à structure variable

### I.2.1 Systèmes à structure variables

Lorsque la structure du système ou du correcteur utilisé prend d'une façon discontinue de ou plusieurs expressions, la notion de système à structures variables intervient. Il en découle la définition suivante:

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement, il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation.

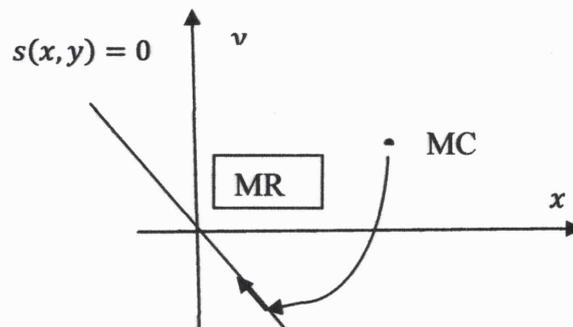
Ce choix permet au système de commuter d'une structure à l'autre à tout instant [GAO95]. De plus un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure [ACH05].

Dans la commande des systèmes à structure variable par mode de glissant, la trajectoire d'état est amenée vers une surface, puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est appelée surface de glissement et le mouvement le long de laquelle se produit est appelé mouvement de glissement [SIO86].

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de deux parties distinctes [GAO93]:

**Le mode de convergence :** c'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase, et tend vers la surface de commutation  $S(x, y) = 0$ . Ce mode est caractérisé par la loi de commande et de critère de convergence.

**Le mode de glissant :** c'est le mode durant lequel la variable d'état atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement  $S(x, y) = 0$ .



**Fig. I.1 :** Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase.

### I.2.2 Configuration de base pour les systèmes à structure variable

Soit l'expression analytique d'un système non-linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)u(t) \\ y = c^t x \end{cases} \quad \text{avec } y \in R^m \quad (\text{I.1})$$

où  $x \in X$ , un ouvert de  $R^m$  et  $R^m$  est la fonction de commande (discontinue).

$u: R^m \rightarrow R, f(x, t)$  et  $g(x, t)$  : des champs des vecteurs définis dans un ouvert de  $R^m$  avec  $g(x, t) \neq 0, \forall: x \in X$ .

On peut distinguer deux configurations de base pour les systèmes à structure variable :

Une première configuration permettant un changement de la structure par commutation d'une contre-réaction d'état variable avec deux retours d'état différent

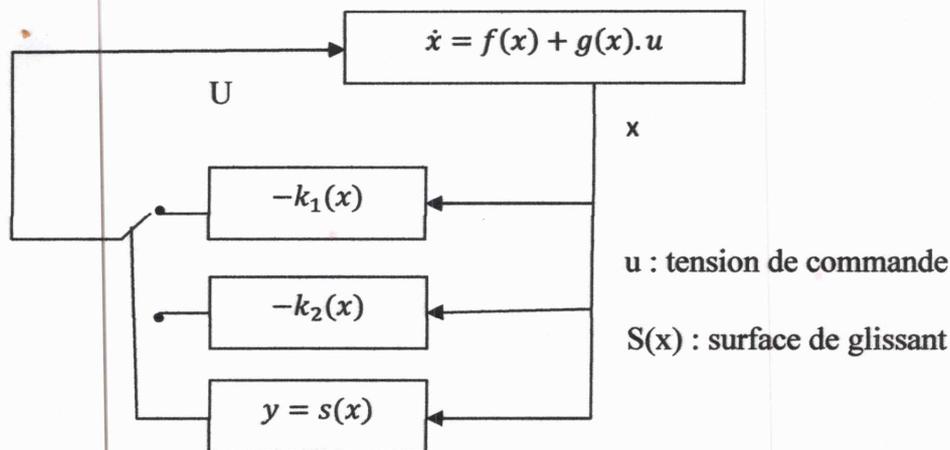


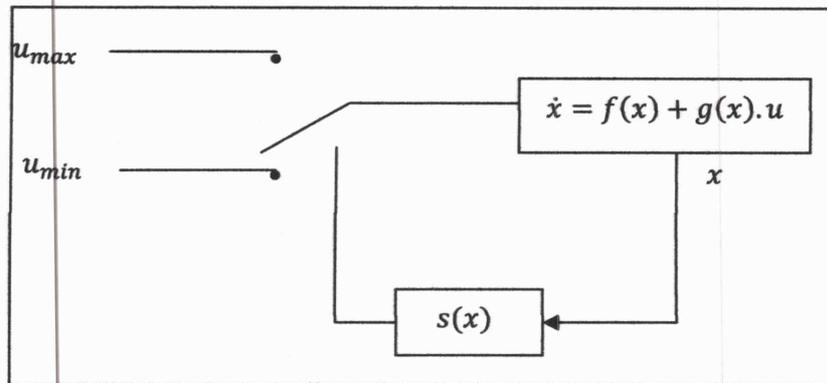
Fig.I.2 : Configuration par changement de retour d'état.

Suivant que  $s(x)$  est positif ou négatif, la commande  $v$  est donnée par :

$$\begin{cases} u = -K_1(x) & \text{si } s(x) > 0 \\ u = -K_2(x) & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

En mode glissant, le système évolue sur la surface de glissant, par conséquent  $S(x)=0$ .

Une autre configuration permet la variation de la structure du système par simple commutation au niveau de l'organe de commande qui doit être conçu de sorte que la grandeur de commande  $u$  ne prenne que deux valeurs constantes  $u_{max}$  et  $u_{min}$ .



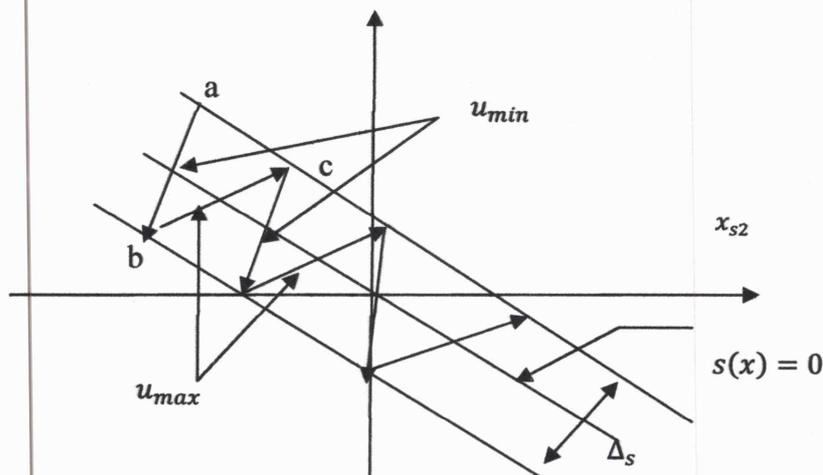
**Fig. I.3 :** Configuration avec loi de commutation au niveau de l'organe de commande.

Cette configuration nécessite un organe de commande qui possède une action à deux positions avec une commutation rapide d'une position à l'autre. La commutation entre ces deux valeurs est imposée par la loi de commutation selon:

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{si } s(x) > 0 \\ u_{min} & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

### I.3 Condition d'existence du mode glissant

Le mode glissant existe lorsque les commutations ont lieu continûment entre  $u_{max}$  et  $u_{min}$ . Ce phénomène est illustré dans la figure (I.4) pour le cas d'un système de réglage du deuxième ordre avec les deux grandeurs d'état  $x_{s1}$  et  $x_{s2}$  [FAD04].



**Fig.I.4 :** Démonstration du mode de glissant.

On considère d'abord une hystérésis sur la loi de commutation  $s(x) = 0$ , les commutations ont lieu sur les droites décalées parallèlement de  $\pm\Delta$ . Une trajectoire avec  $u = u_{max}$  touche au point "a" le seuil de basculement inférieur. Si avec  $u = u_{min}$ , la trajectoire est orientée vers l'intérieur de la zone d'hystérésis, elle touche au point "b" le seuil de basculement supérieur où a lieu la commutation sur  $u = u_{min}$ . Si la trajectoire est de nouveau orientée vers l'intérieur, elle touchera le point "c" le seuil de basculement inférieur et ainsi de suite. Il y'a donc un mouvement continu à l'intérieur de la zone de l'hystérésis. Par conséquent la loi de commutation fait un mouvement infiniment petit autour de  $S(x) = 0$  et le vecteur  $x$  suit une trajectoire qui respecte cette condition.

#### I.4 Conception de la commande par mode de glissant

La conception des régulateurs par les modes glissants prend en charge les problèmes de stabilité et des performances désirées d'une façon systématique. La mise en œuvre de cette méthode de commande nécessite principalement trois étapes :

1. Le choix de la surface.
2. L'établissement des conditions d'existence de la convergence.
3. La détermination de la loi de commande.

##### I.4.1 Choix de la surface de glissant

Le choix de la surface de glissement concerne non seulement le nombre nécessaire de ces surfaces mais également leur forme. En fonction de l'application et de l'objectif visé.

En général, pour un système défini par l'équation d'état (I.1) [TAM00], [HAM03] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)u(t) \\ y = c^t x \end{cases} \quad \text{avec } y \in \mathbb{R}^m$$

Il faut choisir  $m$  surfaces de glissement pour un vecteur  $y$  de dimension  $m$ .

Dans le cas du traitement dans l'espace de phase, la fonction de commutation est une fonction scalaire, telle que la variable à régler glisse sur cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase. Ainsi, la surface  $S(x)$  représente le comportement dynamique désiré du système. Le professeur J. J. Slotine propose une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissant qui assure la convergence d'une variable vers sa valeur désirée :

$$s(x) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{I.4})$$

Avec  $e(x)$  : L'écart entre la sortie du système est la trajectoire désirée ( $e(x) = x_{ref} - x$ )

$\lambda_x$ : Une constante positive.

$r$  : Degré relatif, égal au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître la commande.

Pour  $r = 1$   $s(x) = e(x)$

Pour  $r = 2$   $s(x) = \lambda_x e(x) + \dot{e}(x)$

Pour  $r = 3$   $s(x) = \lambda_x^2 e(x) + 2\lambda_x \dot{e}(x) + \ddot{e}(x)$

En d'autre terme, la difficulté revient à un problème de poursuite de trajectoire dont l'objectif est de garder  $s(x)$  à zéro.

### I.4.2 Conditions de convergence

Les conditions de convergence permettent aux dynamiques du système de converger vers les surfaces de glissement.

Nous retenons de la littérature deux conditions, celles-ci correspondent au mode de convergence de l'état du système.

#### I.4.2.1 Fonction directe de commutation

Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro [EMI67], [UTK77]. Elle est donnée par :

$$\dot{s}(x)s(x) < 0 \quad (I.5)$$

#### I.4.2.2 Fonction de LYAPUNOV

Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive  $V(x) > 0$  pour les variables d'état du système, et de choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction ( $\dot{V}(x) < 0$ ), l'idée est de choisir une fonction scalaire  $S(x)$  pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande  $U$  tel que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov. Cette fonction est généralement utilisée pour garantir la stabilité des systèmes non linéaires.

En définissant la fonction de Lyapunov par :

$$v(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (I.6)$$

et sa dérivée par :

$$\dot{v}(x) = \dot{s}(x)s(x) \quad (I.7)$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroissante, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. Ceci est vérifié si :

$$\dot{s}(x)s(x) < 0 \quad (I.8)$$

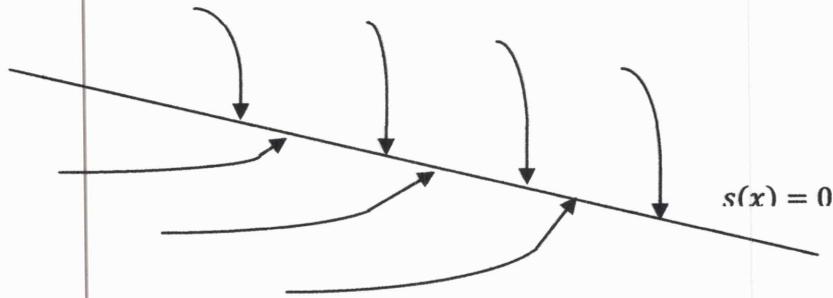


Fig. I.5 : Trajectoire de l'état vis-à-vis de la surface de glissement.

### I.4.3 Calcul de la commande

#### I.4.3.1 Définition des grandeurs de commande

Comme il a été vu précédemment, la surface de glissement se détermine en fonction du système et des performances désirées, indépendamment de la commande, et l'obtention du régime glissant supposerait la commande discontinue. De ce fait, si cette commande est indispensable, elle n'empêche nullement, au contraire, qu'une partie continue lui soit adjointe pour diminuer l'amplitude de la discontinuité.

Par conséquent, la structure d'un contrôleur comporte deux parties, une première concernant la linéarisation exacte et une deuxième stabilisante. Cette dernière est très importante dans la technique de commande par modes de glissant, car elle est utilisée pour rejeter les perturbations extérieures.

Nous posons donc :

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N \quad (I.9)$$

$u_{eq}(t)$  Correspond à la commande équivalente proposée par Filipov [FIL60] et Utkin [UTK77].

Cette commande est considérée comme la plus directe et la plus simple. Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par :  $s(x) = \dot{s}(x) = 0$

$u_N(t)$  : est un terme introduit pour satisfaire la condition de convergence suivant :

$\dot{s}(x)s(x) < 0$ , détermine ainsi le comportement dynamique du système durant le mode de convergence.

Donc, cette commande garantit l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface de glissement.

Le terme  $u_N$  est donné par :  $u_N = -k \text{sign}(s(x))$

avec :  $k$  est une constante positive et :  $\text{sign}(s) = \begin{cases} +1 & \text{si } s > 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases}$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre  $u_{max}$  et  $u_{min}$

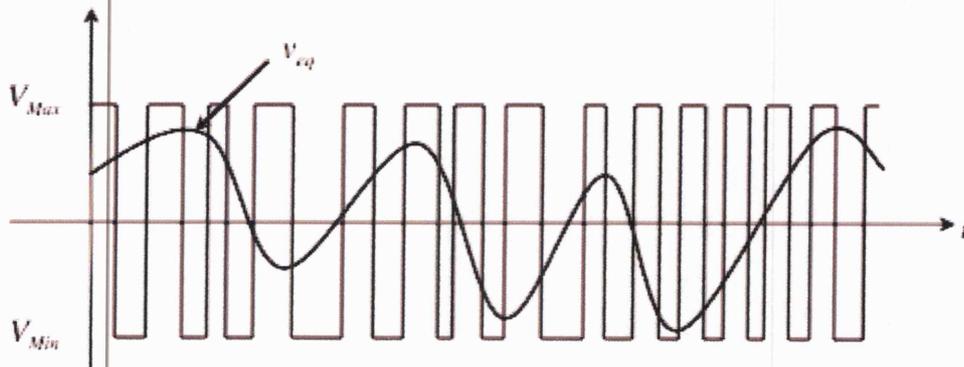


Fig .I.6 : La valeur  $u_{eq}$  prise par la commande lors de la commutation entre  $u_{max}$  et  $u_{min}$

#### I.4.3.2 Expression analytique de la commande

Nous nous intéressons au calcul de la commande équivalente et par la suite au calcul de la commande attractive du système défini dans l'espace d'état par l'équation (I.10).

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)u(t) \quad (\text{I.10})$$

Le vecteur  $u$  est composé de deux grandeurs :  $u_{eq}$  et  $u_N$ , soit :

$$u(t) =: u_{eq}(t) + u_N \quad (\text{I.11})$$

A partir des équations (I-10) et (I-11), la dérivée de la surface devient :

$$\dot{s}(x) = \frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial s}{\partial t} \{f(x, t) + g(x, t)u_{eq}(t)\} + \frac{\partial s}{\partial x} \{g(x, t)u_N\} \quad (\text{I.12})$$

En mode de glissant et en régime permanent, la dérivée de la surface est nulle (car la surface est égale à zéro). Ainsi, nous obtenons :

$$u_{eq}(t) = - \left\{ \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t) \right\}^{-1} \left\{ \frac{\partial s}{\partial x} f(x, t) \right\} \quad (I.13)$$

Durant le mode de convergence, en remplaçant le terme  $u_{eq}$  par sa valeur (I.13) dans l'équation (I-10), nous obtenons une nouvelle expression de la dérivée de la surface:

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} \{g(x, t)u_N\} \quad (I.14)$$

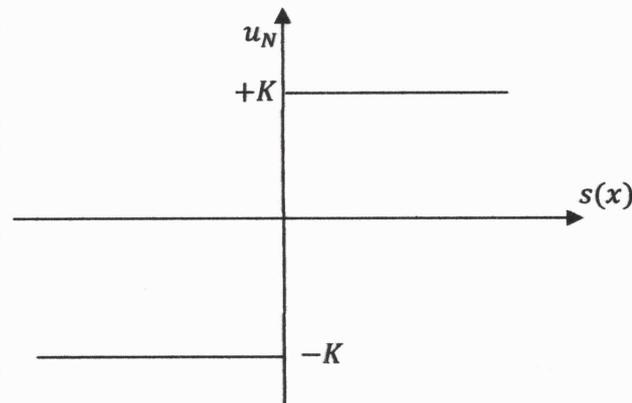
Le problème revient à trouver  $u_N$  tel que :

$$s(x)\dot{s}(x) = s(x) \frac{\partial s}{\partial x} \{g(x, t)u_N\} < 0 \quad (I.15)$$

La solution la plus simple est de choisir  $u_N$  sous la forme de relais Figure (I.8).

Dans ce cas, la commande s'écrit comme suit :

$$u_N = k \cdot \text{sign}(s(x)) \quad (I.16)$$



**Fig.I.7** : Représentation de la fonction « Signe ».

En remplaçant l'expression (I-16) dans (I-15), on obtient :

$$\dot{s}(x)s(x) = s(x) \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t)k|s(x)| < 0 \quad (I.17)$$

où le facteur  $\frac{\partial s}{\partial x} g(x, t)$  est toujours négatif pour la classe des systèmes que nous considérons.

Le gain  $K$  est choisi positif pour satisfaire la condition (I-17). Le choix de ce gain est très influent car, s'il est très petit le temps de réponse sera très long et s'il est choisi très grand, nous aurons de fortes oscillations au niveau de l'organe de la commande.

Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées (phénomène de Chattering), ou même détériorer l'organe de commande.

### I.5 Phénomène du chattering (réticence)

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Évidemment, pour une utilisation pratique, seule une commutation à une fréquence finie est possible, ce qui cause un retard entre la mesure de la sortie et le calcul de la commande, qui peut être amplifié si le système présente naturellement des retards ou des dynamiques négligées. Cela conduit le système à quitter la surface de glissement sans que la commande ne puisse réagir, puis, une fois le signe de la commande inversé, à revenir sur cette surface et passer de l'autre côté, et ainsi de suite.

Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner des oscillations haute fréquence de la trajectoire du système autour de la surface de glissement, un phénomène appelé broutement ou chattering en anglais. Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont:

- Les retards purs en série avec le système en boucle ouverte (retards inhérents au système, échantillonnage,.....).
- Les dynamiques non modélisées des capteurs et observateurs, qui retardent le moment où le régulateur prend conscience qu'il faut inverser la commande.
- Les dynamiques non modélisées des actionneurs et autres dynamiques rapides du système, qui retardent le moment où la commande est suffisamment forte pour rapprocher le système de la surface de glissement.

Tous ces phénomènes ont globalement l'effet de retarder l'application effective de la commande permettant de ramener le système sur la surface de glissement à partir du moment où il l'a quittée.

Les phénomènes de chattering peuvent être si pénalisants que l'utilisation d'une loi de commande par modes glissants peut, dans certaines applications, être à proscrire, vu que son utilisation peut dégrader les performances, voire conduire à l'instabilité à cause du chattering sur la sortie. Le chattering de la commande, quant à lui, peut entraîner une usure prématurée des actionneurs ou de certaines parties du système à cause de trop fortes sollicitations. En excitant les modes propres des dynamiques non modélisées ou des fréquences de résonance du système correspondant aux retards de commutation

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions existent ; telle que :

La méthode de la couche limite, qui consiste à remplacer la fonction «signe» par une fonction continue adéquate qui filtre les hautes fréquences, dans un proche voisinage de  $s$ , et saturée en dehors de ce voisinage. Le régime glissant qui en résulte n'est plus confiné dans  $s$ , mais dans un proche voisinage de celui-ci. Ces méthodes réduisent la robustesse de la commande.

On donne ci-dessous des exemples de quelle que fonctions utilisées :

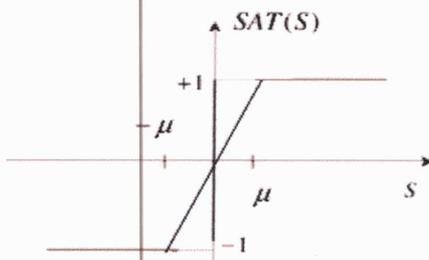
- Fonction SAT : Fig. I.8

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s > \mu \\ -1 & \text{si } s < -\mu \\ \frac{s}{\mu} & \text{si } |s| < \mu \end{cases}$$

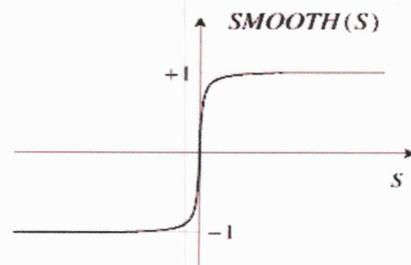
$\mu$  : Un paramètre petit et positif.

- Fonction pseudo-signe: Fig. I.9

$$V(s) = \frac{s}{|s| + \mu}$$



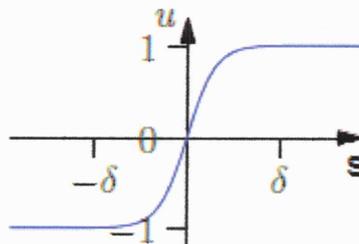
**Fig. I.8:** Fonction « SAT ».



**Fig. I.9:** Fonction «pseudo-signe ».

- Fonction tangente hyperbolique :

$$v(s, \delta) = \tanh\left(\frac{s}{\delta}\right)$$



**Fig. I.10:** Fonction tangente hyperbolique.

## I.6 commande par modes glissants d'ordre 2

La technique des modes glissants d'ordre supérieur a été introduite par Levant (Levantovsky) [LEV93], Emelyanov et Korovin [EME93], [EME86]. Elle permet, en plus des bonnes propriétés de robustesse, et de simplicité de mise en œuvre des modes glissants classiques, la réduction ou l'élimination du phénomène de réticence, tout en conservant les performances du système. Pour ce faire, on va donner le principe d'élaboration de cette technique de commande.

### I.6.1 Position du problème

Considérons un système continu, non linéaire, mono entrée, mono sortie décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u) \\ s = s(x, t) \end{cases} \quad (I.18)$$

où  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in O$  représente le vecteur d'état.  $O$  est une variété différentielle ou un ouvert de  $\mathfrak{R}^n$ ,  $O \in \mathfrak{R}^n$ .  $f(t, x, u)$  est une fonction suffisamment différentiable mais connue de façon incertaine.  $u(t, x)$  est une fonction discontinue et bornée. Supposons que  $u(t, x) \in \mathfrak{R}$  et  $s \in \mathfrak{R}$ . comme il a été défini dans le précédent chapitre, l'objectif de la commande par régime glissant du premier ordre est d'obliger le système à rester sur la surface de glissement, soit  $s = 0$ . pour le cas de la commande par régime d'ordre supérieur, le problème posé est de forcer le système à évoluer sur la surface et à maintenir  $s$  ainsi que ses  $(r - 1)$  premières dérivées successives à zéro [LEV93], [LEV03]:

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$$

Où  $r$  désigne le degré relatif du système(DR).

**Définition 1:** le degré relatif (DR) d'un système, est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie, par rapport au temps, pour y fait apparaitre l'entrée de commande de manière explicite. Il est calculé en déterminant les dérivées successives de  $s$  :

- Degré relatif  $r = 1$  i.e.,  $\frac{\partial s}{\partial u} \neq 0$
- Degré relatif  $r \geq 1$  i.e ,  $\frac{\partial s^i}{\partial u} = 0, (i=1,2,\dots,r-1) \frac{\partial s^r}{\partial u} \neq 0$

Dans le premier cas le problème de la commande est résolu par une loi en mode glissant du premier ordre, cependant une loi 2- glissant peut être utilisée afin d'éviter la réticence. Pour le deuxième cas on peut choisir la technique p-glissant avec  $p \geq r$ .

### I.6.2 Définitions

- a) **Ensemble et ordre de glissement** : pour plus de clarté, les Définitions suivantes sont issues des travaux de Levant [LEV93], [LEV00].

**Définitions 2** : soit le système (II.18), l'ensemble de glissant d'ordre  $r$  ( $r \in N$ ) par rapport a' est défini par

$$s_r = \{x \in O : s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0\} \quad (I.19)$$

Cet ensemble est aussi appelé « *surface de glissement d'ordre  $r$*  ».

**Définitions 3** : soit l'ensemble de glissant d'ordre  $r$ ,  $s_r$  défini en (I.19) considère non vide et supposons qu'il définisse localement un ensemble intégral au sens de Fillipov, alors la dynamique qui satisfait (I.19) est appelée « mode glissant au régime glissant d'ordre  $r$  par rapport a' la fonction contrainte  $s$  ».

**Définitions 4** : si les trajectoires du système (I.18) restent au bout d'un temps fini, dans l'ensemble défini par  $s_r$  (I.19) on dit que le système évolue selon un mode glissant idéal d'ordre  $r$  par rapport a' la variable  $s$ .

Il est utile de noter que l'ordre de glissant est une mesure du degré de différentiabilité de la variable de glissant  $s$  au voisinage de la surface de glissant.

**Définitions 5** : Supposons que  $s, \dot{s}, \ddot{s} \dots = s^{(r-2)}$  sont des fonctions différentiables par rapporte a'  $x$  et que localement :

$$\text{rang} \left[ \frac{\partial}{\partial x} s, \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}, \frac{\partial}{\partial x} s^{(r-2)} \right] = r - 1 \quad (I.20)$$

L'équation (II.20) est appelée « condition de régularité faible du glissement ».

Si de plus,  $s_r$  est une variété différentiable et si pour tout  $i=1, \dots, r-1$ , les  $s_i$  sont des variétés régulières, la condition de régularité faible du glissant peut être étendue a' la « condition de régularité du glissant ».

$$\text{rang} \left[ \frac{\partial}{\partial x} s, \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}, \frac{\partial}{\partial x} s^{(r-1)} \right] = r \quad (I.21)$$

Si la condition de régularité est vérifiée, l'ensemble de glissant d'ordre  $r$  défini l'équation (II.21) établit une contrainte de dimension  $r$  et la dynamique résultante est réduite à l'ordre  $(n-r)$ . Il est utile de noter que dans le cas du régime glissant classique, l'ordre du système est réduit de 1 (il passe de  $n$  à  $(n-1)$ ).

### I.6.3 Régimes glissants réels

Le régime glissant qui satisfait exactement l'équation (I.21) est qualifié d'idéal, il est pour cela suppose que la commutation s'effectue à une fréquence infinie. En réalité, ce n'est pas le cas ; de ce fait, le régime glissant ne prend place que dans un voisinage de la surface. Ce comportement est qualifié de « régimes glissants réels »

**Définitions 6:** soit une fonction à valeur réelle  $\gamma(\varepsilon)$ , telle que  $\gamma(\varepsilon) \rightarrow 0$  quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Un algorithme de commande conduisant à un régime glissant réel sur la contrainte  $s = 0$  est dit « d'ordre  $r$  »  $r > 0$  par rapport à  $\gamma(\varepsilon)$ , si pour tout ensemble de conditions initiales, et pour tout les intervalles de temps fini  $[t_1, t_2]$ , il existe une constante  $c > 0$  tels que l'inégalité  $|s| \leq |\gamma(\varepsilon)|$  est satisfaite.

Lorsque  $\gamma(\varepsilon)$ , est le plus petit intervalle de continuité de la commande, « par rapport à  $\gamma(\varepsilon)$  » est omis.

**Définitions 7:** soit un algorithme dépendant d'un paramètre  $\varepsilon \in \mathbb{R}^{\lambda}$  ( $\lambda \in \mathbb{N}$ ), qui génère un régime glissant sur l'ensemble  $s_r$  et dont l'action est continue par morceaux par rapport au temps, avec des intervalles de continuité pas plus petits que  $\tau(\varepsilon) > 0$  ou  $\tau(\varepsilon) \rightarrow 0$  quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Si cet algorithme est d'ordre  $r$  par rapport à  $\tau$ , il est dit « algorithme par régime glissant réel d'ordre  $r$  par rapport à la variable de glissant  $s$  ». cette définition est une extension aux algorithmes de commande discontinues pour des fréquences commutation bornées.

### I.6.4 Régimes glissants d'ordre 2

Considérons un système non linéaire, mono variable, incertain, affine en l'entrée [LEV07] :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{I.22})$$

Associe à la sortie :

$$y = s(x, t) \quad (\text{I.23})$$

où  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in O$  représente le vecteur d'état.  $O$  est une variété différentielle ou un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ ,  $O \subset \mathbb{R}^n$ .  $f(x), g(x)$  Et  $s(x, t)$  sont des fonctions suffisamment différentiables mais connues de façon incertaine.

$u(t, x)$  est une fonction discontinue et bornée. Supposons que  $u(t, x) \in \mathbb{R}$  et  $s(x, t) \in \mathbb{R}$ .

Le but d'un Régime glissant d'ordre 2 est de contraindre les trajectoires du système (I.22) à évoluer sur l'ensemble de glissant.

$$s_2 = \{x \in 0: s(t, x) = \dot{s}(x, t) = 0\} \quad (I.24)$$

La figure II.1 fait apparaitre la trajectoire de convergence du système vers la surface  $s$ .

Deux cas sont indiqués pour des degrés relatifs 1 et 2 par rapport à la variable de glissement  $s$ .

Deux différentiations successives de  $s(t)$  donnent.

$$\dot{s} = \frac{\partial}{\partial t} s(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} s(x, t) \dot{x} = \frac{\partial}{\partial t} s(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} s(x, t) \{f(x) + g(x)u\}$$

$$\ddot{s} = \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(t, x, u) \{f(x) + g(x)u\} + \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) \dot{u}$$

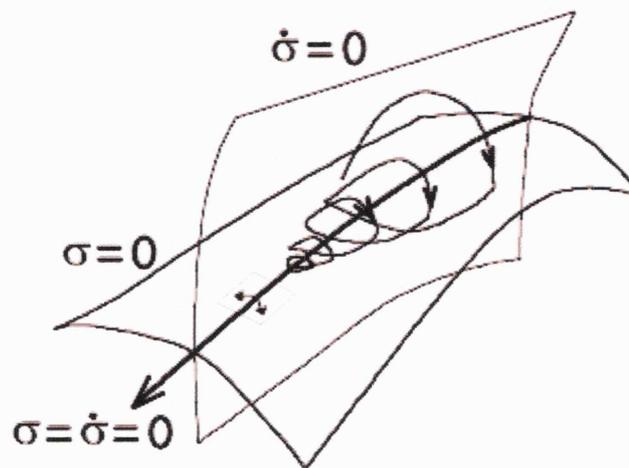


Fig.I.11 : Ensemble de glissant d'ordre 2 ( $\sigma = s$ )

Dans le cas de degré relatif set 1 par rapport à la fonction de glissant  $s$ ,  $\dot{u}(t)$  est alors considérée comme la nouvelle entrée de commande.

#### a) Propriétés de convergence en temps fini

L'objectif d'un régime glissant d'ordre 2 est d'mener  $s$  ainsi que sa dérivée  $\dot{s}$  à zéro dans un temps fini, en utilisant la commande  $u(t)$ . Afin d'atteindre ce but, les hypothèses suivantes sont considérées [FLO00]:

1.  $u(t) \in U = \{u: |u| < u_M \text{ ou } u_M \in \mathbb{R}^+\}$ ; de plus, toute solution de (I.22) est bien définie pour tout  $t$  au sens de Filippov sur la variété de glissant d'ordre 2  $s_2$  de (I.24)
2. Il existe  $u_1 \in ]0, u_M[$  telle que pour toute fonction continue  $u \in U$  avec  $|u| > u_1$ , il existe un instant  $t_1$  tel que  $s(t, x)u(t) < 0$  pour tout  $t > t_1$ .

La commande  $u = u_M s \text{ sign}(s(t_0))$ , (ou  $t_0$  est l'instant initial), assure la convergence en temps fini sur  $s=0$ .

3. Il existe des constantes positive,  $\varepsilon_0$ ,  $k_m$ ,  $k_M$  telles que, si  $|s(t, x)| < \varepsilon_0$ ,
- $$0 < k_m \leq \left| \frac{\partial \dot{s}}{\partial u} \right| \leq k_M$$

La condition nécessaire pour l'existence de la commande équivalente en régime glissant est :

$$\frac{\partial \dot{s}}{\partial u} \neq 0$$

4. A l'intérieur de la région de linéarité définie par l'ensemble.

$$R_L = \{t; x: |s(t, x)| < \varepsilon_0\}$$

$\forall t, x \in O, u \in U$ , il existe une constante  $> 0$  telle que

$$\left| \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(t, x, u) \{f(x) + g(x)u\} \right| \leq$$

L'hypothèse 2 permet d'établir que partant de n'importe quel point de l'espace d'état, il est possible de définir une commande qui amène la fonction contrainte  $s$  dans la région de linéarité. Les hypothèses 3 et 4 impliquent que  $\ddot{s}$  est uniformément bornée dans un domaine pour l'entrée considérée [BAR98].

Si  $\frac{\partial \dot{s}}{\partial u} \neq 0$ , d'après le théorème des fonctions implicites, il existe une fonction  $u_e(t, x)$  satisfaisante  $\dot{s} = 0$  et qui peut être considérée comme la commande équivalente assurant l'invariance de la surface  $s = \dot{s} = 0$

Dans le cas où le degré relatif est 2 par rapport à la fonction de glissement  $s$ , la commande apparaît explicitement dans  $\ddot{s}$ .

Dans ce cas, les hypothèses énoncées précédemment peuvent être appliquées.

$$\ddot{s} = \ddot{s}(t, x) + \xi(t, u), \quad \ddot{s}(t, x) = \ddot{s}|_{u=0}, \quad \xi(t, u) = \frac{\partial \dot{s}}{\partial u} \neq 0 \quad (I.25)$$

$$0 < k_m \leq \left| \frac{\partial \dot{s}}{\partial u} \right| \leq k_M \text{ et } |\ddot{s}|_{u=0} \leq \text{pour } k_m, k_M, > 0 \quad (I.26)$$

Ces conditions sont satisfaites au moins localement pour le système (I.22), (I.23). En supposant la condition (I.26) satisfaite, alors les relations (I.25) et (I.26) l'inclusion différentielle au sens de Fillipov.

$$\ddot{s} \in [-, +] + [k_m, k_M]u \quad (I.27)$$

En posant  $y_1 = s$  et  $y_2 = \dot{s}$ , dans les deux cas du degré relatif (1 ou 2), le problème de la commande par régime glissant d'ordre 2 revient à la stabilisation en temps fini du système auxiliaire de deuxième ordre

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = (t, x) + \xi(t, u)v \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

Ou  $v$  représente l'entrée du système ou sa dérivée par rapport au temps suivant le degré relatif par rapport à la fonction de contrainte  $s$ .

### b) Suppression de la réticence

En utilisant la stratégie de commande du seconde ordre qui a été décrite dans la section précédente, le système est formé par les équations (I.22), (I.23), (I.28) si le degré relatif est 1 ou 2. La caractéristique principale de stratégies, est que la partie discontinue (la fonction signe) est appliquée à la dérivée par rapport au temps de la commande, soit  $\dot{u}$ . Le but principal de la commande  $\dot{u}$  est d'obtenir un régime glissant du deuxième ordre sur la surface de glissement  $s$ .

La prise en compte de la dérivée de la surface de glissant dans le calcul de la commande, le système atteint la surface plus doucement, figure II.12. Finalement quand on fait le calcul de l'entrée du système  $u = \int \dot{u}$ , la commande devient continue évitant de cette façon le phénomène de réticence.

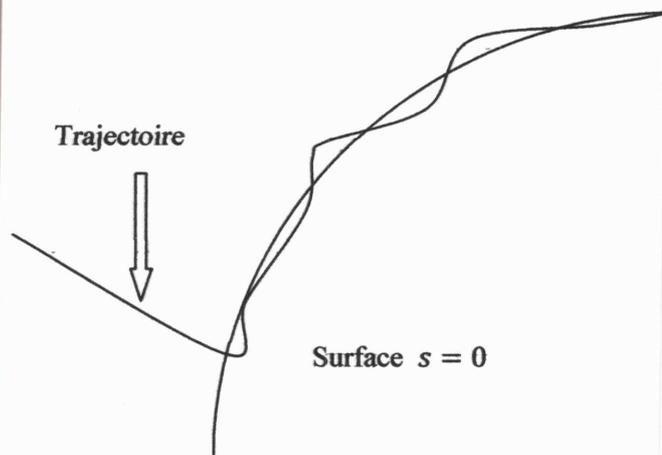


Fig.I.12 : Régime glissant d'ordre supérieur

### I. 7 Algorithme de commande par mode glissant d'ordre 2

L'objectif de ces algorithmes est de générer un régime glissant d'ordre 2 sur la fonction contrainte ou surface de glissement  $s = 0$  et d'aboutir en temps fini, à satisfaire  $s = \dot{s} = 0$ . Nous allons décrire ces lois de commande d'ordre deux ; dont les techniques de twisting et super twisting.

### I.7.1 algorithme du super twisting

Cet algorithme a été développé pour des systèmes de degré relatif 1 par rapport à la fonction contrainte  $s$ , donc la discontinuité agit sur la première dérivée de la commande, cette loi ne nécessite pas la connaissance de  $\dot{s}$ . La commande  $u(t)$  se compose de deux parties :

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > u_M \\ -W \text{sing}(y_1) & \text{si } |u| \leq u_M \end{cases} \quad (\text{I.29})$$

$$u_2 = \begin{cases} -\lambda \varepsilon_0^p \text{sing}(y_1) & \text{si } y_1 > \varepsilon_0 \\ -\lambda |y_1|^p \text{sing}(y_1) & \text{si } y_1 \leq \varepsilon_0 \end{cases} \quad (\text{I.30})$$

$$u(t) = \int \dot{u}_1(t) dt + u_2(t) \quad (\text{I.31})$$

Les conditions suffisantes de convergence sont :

$$\begin{cases} W > \frac{\psi}{k_m}, & \lambda^2 \geq 4\psi \frac{k_M}{k_m^2} \frac{W+\psi}{W-\psi} \\ 0 < \rho \leq 0.5 \end{cases} \quad (\text{I.32})$$

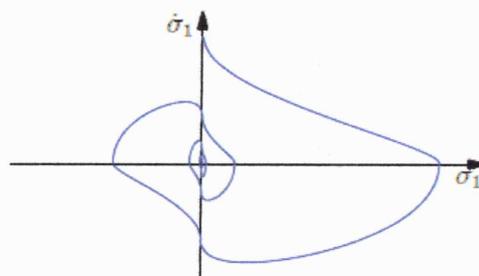


Fig. I.13: Super twisting

### I.8 Exemple de simulation :

Afin de prouver l'utilité de la commande par mode glissant et ces variantes, on va appliquer cette commande sur un système non linéaire de deuxièmes ordres qui est une masse, ressort et amortisseur représenté sur la figure I.14

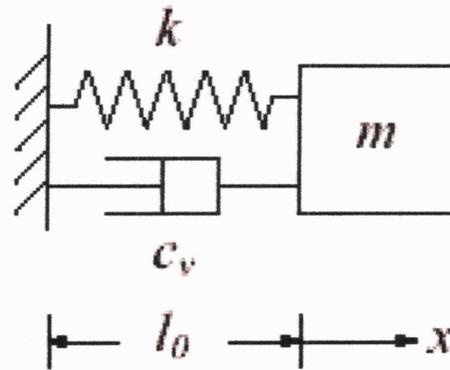


Fig.I.14 : Système masse ressort et amortisseur

Ce système est représenté par l'équation différentielle suivante :

$$m\ddot{y} + c_v\dot{y} + ky = F$$

avec  $m=2\text{kg}$ ,  $k=1$ ,  $c_v = 0.5$

La représentation d'état de ce système est la suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.25x_2 - 0.5x_1 + 0.5u\end{aligned}$$

Le but de notre commande est de forcer la sortie du système à suivre la trajectoire désirée

$$x_d = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$$

La surface de glissement est choisie comme suit :  $s = \lambda e + \dot{e}$

avec  $\lambda=3$  et  $e = x_1 - x_d$

La commande de glissement est donnée par :

$$\begin{aligned}u &= u_{eq} - k \operatorname{sgn}(s) \\ u &= -\left(\frac{2x_2 - 0.25x_2 - 0.5x_1}{0.5}\right) - 5\operatorname{sgn}(s)\end{aligned}$$

donc :

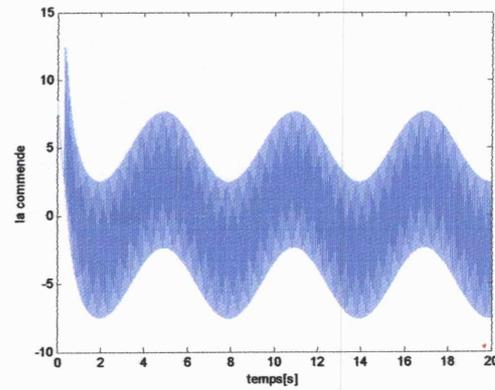
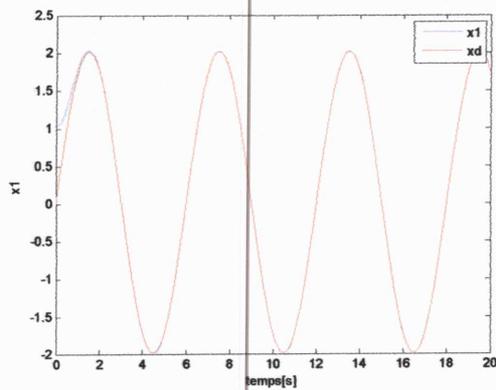
$$u = -3.5x_2 + x_1 - 5\operatorname{sgn}(s)$$

Pour tester la robustesse de notre commande, on introduit des perturbations sous forme

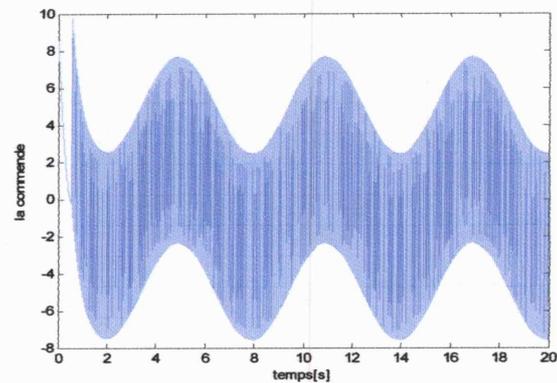
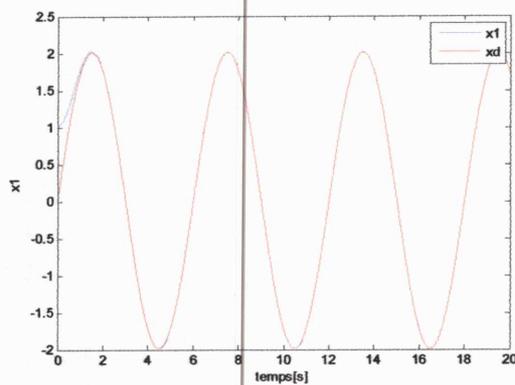
$$d = 1.5 \sin(2\pi t)$$

a) **Simulation par mode glissant classique (avec la fonction signe) :** On donne  $k=5$  et

$$\lambda = 3$$



**Fig.I.15 :** Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction sign sans perturbation.



**Fig.I.16 :** Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction sign avec perturbation.

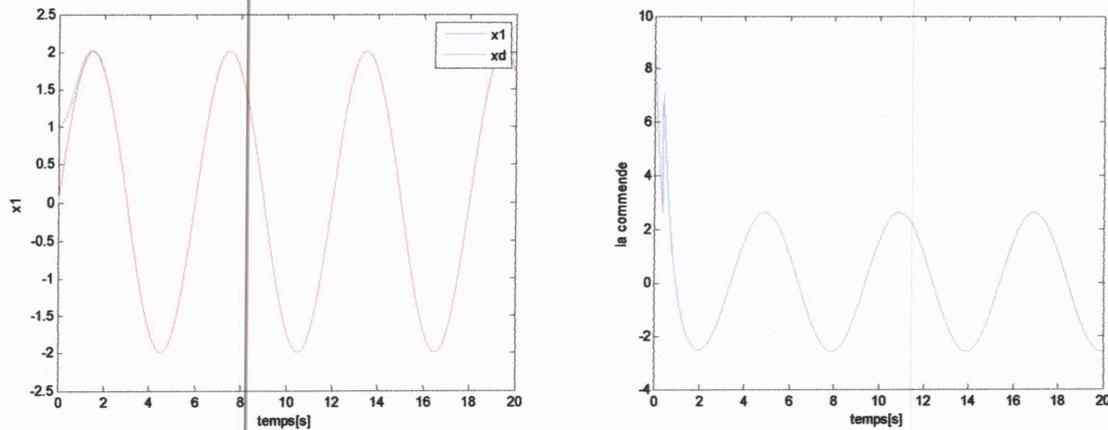
### Commentaires sur les résultats :

D'après la fig.I.15 et fig.I.16 on remarque la bonne poursuite de la trajectoire désirée par la sortie du système avec un bref temps de réponse, ainsi qu'une commande bornée qui représente des fortes oscillations dans les deux cas avec ou sans perturbation.

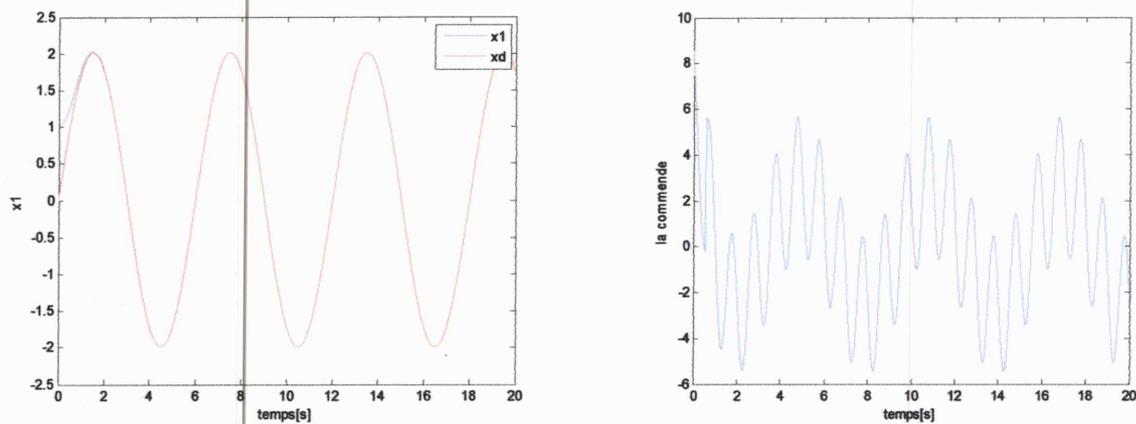
#### b) Simulation par mode glissant classique, en remplaçant la fonction signe par fonction tangente hyperbolique :

Afin d'éliminer le chattering sur la commande on remplace le terme signe par la fonction tangente hyperbolique avec  $k=5$  et  $\lambda = 3$  et  $\delta = 0.01$

$$u = u_{eq} - k \tanh\left(\frac{s}{\delta}\right)$$



**Fig.I.17 :** Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction tangente hyperbolique, sans perturbation.



**Fig.I.18 :** Signal de la sortie du système et le signal de commande avec la fonction tangente hyperbolique, avec perturbation.

### Commentaires sur les résultats

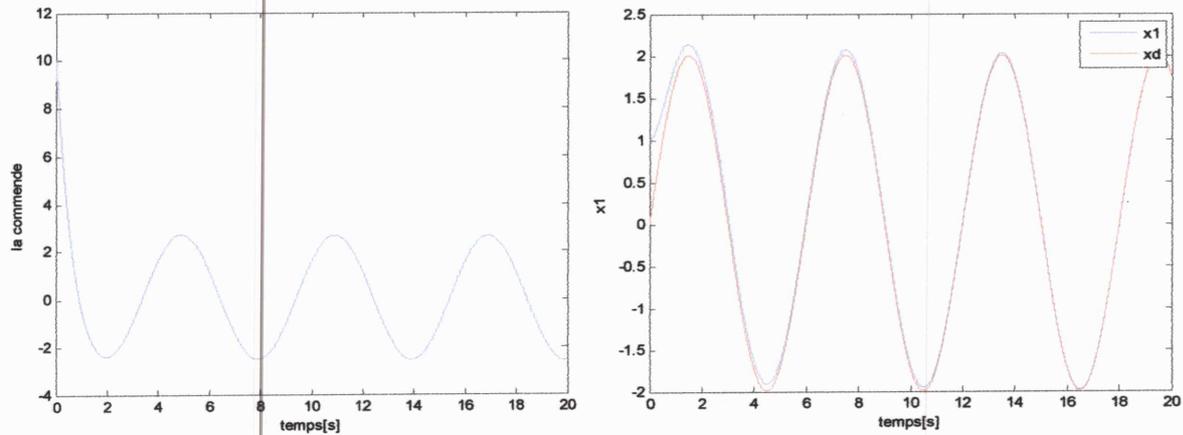
D'après les fig.I.17 et fig.I.18 on remarque la bonne poursuite de la trajectoire désirée par la sortie avec une commande lisse et bornée malgré la présence des perturbations. Sauf l'apparition de quelques sollicitations initiales très importantes dans le signal de commande.

#### c) Simulation par mode glissant d'ordre 2, algorithme de Super twisting

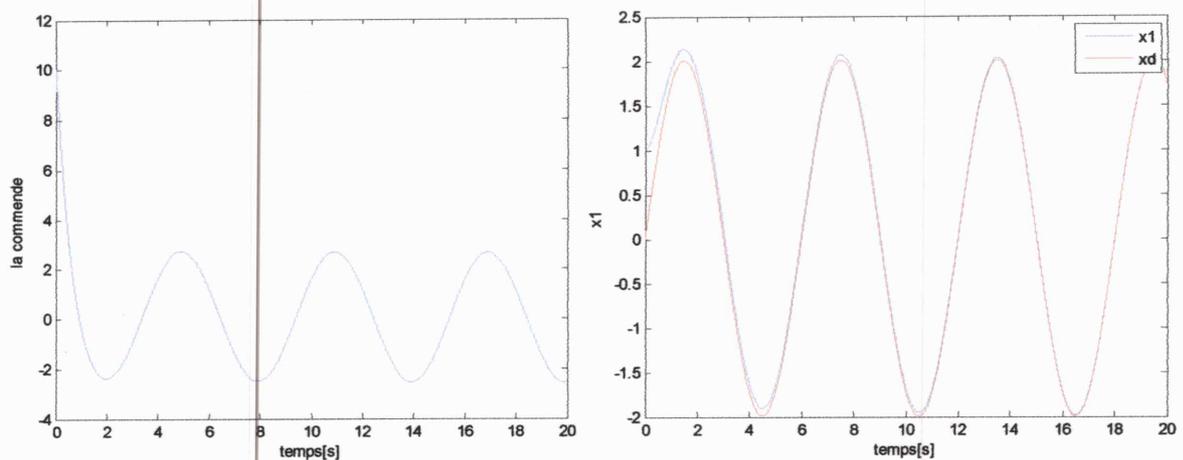
##### Paramètres de simulation:

La surface de glissement qu'on a adoptée pour l'algorithme de super twisting est  $s = \lambda e + \dot{e}$ ,  $\lambda = 3$ . Les paramètres de la loi de commande sont choisis comme suit :

$$\lambda = 10, \quad w = 10, \quad u_M = 6, \quad \varepsilon_0 = 0.5, \quad \rho = 0.5$$



**Fig.I.19 :** Signal de la sortie du système et le signal de commande avec l'algorithme de super twisting, sans perturbation.



**Fig.I.20 :** Signal de la sortie du système et le signal de commande avec l'algorithme de super twisting, avec perturbation

### Commentaires sur les résultats :

D'après la fig.I.19 et fig.I.20 on remarque la bonne poursuite qui réalise le signal de sortie par rapport à la trajectoire désirée malgré la présence des perturbations. avec une commande très lisse.

### I.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté, premièrement, les aspects théoriques de la commande par mode de glissement d'ordre 1, les avantages de cette commande sont cités tels que la robustesse, ainsi les inconvénients tels que le phénomène de broutement.

en deuxième lieu, la théorie de la commande par mode glissant d'ordre 2 est exposée afin de remédier au problème de chattering, les différents algorithmes de cette commande sont cités.

Afin de prouver l'efficacité et la robustesse de la commande par mode glissant ainsi ses différentes variantes, un exemple de simulation est effectué sur un système de deuxième ordre. Les résultats de simulation ont montrés les bonnes performances de poursuite qui réalise la sortie du système par rapport a la trajectoire désirée malgré la présence des perturbations, avec une commande bornée et lisse pour la commande du sup-twisting, contrairement à la commande issue du mode glissant d'ordre 1 qui présente de forte oscillations (chattering), ainsi la commande par mode glissant d'ordre 1 où on a remplacé le terme signe par tangente hyperbolique, la commande présente des oscillations au démarrage.

Malgré les bons résultats obtenus par l'algorithme du mode glissant d'ordre 2, il reste la difficulté de définir les gains de cette commande, et afin de surmonter cette contrainte une structure de commande adaptative floue par mode glissant d'ordre 2 est étudiée dans le chapitre prochain.

# Chapitre II

## II.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter le principe général et la théorie de base de la logique floue. Cela englobe des aspects de la théorie des possibilités qui fait intervenir des ensembles d'appartenance, appelés ensembles flous caractérisant les différentes grandeurs du système à commander, et le raisonnement flou qui emploie un ensemble de règles floues établies par le savoir faire humain et dont la manipulation permet la génération de la commande adéquate ou la prise de la décision.

Ensuite, on va décrire les notions générales et l'architecture algorithmique et structurelle de la commande floue, ou nous mettons le point sur : la fuzzification, les inférences floues et la défuzzification.

## II.2 Principe et historique de la logique floue

La logique floue est une logique qui substitue à la logique binaire une logique fondée sur des variables pouvant prendre, outre les valeurs «vrai» ou «faux», les valeurs intermédiaires «vrai» ou «faux» avec un certain degré. Ce qui caractérise le raisonnement humain qui est basé sur des données imprécises ou incomplètes. En effet, déterminer si une personne est de petite ou de grande taille est aisé pour n'importe lequel d'entre nous, et cela sans nécessairement connaître sa taille. Supposons que la limite soit de 1.65m, et je mesure 1.63m. Suis-je vraiment petit.

Bien que dans l'esprit de tout le monde le mot «flou» soit de connotation négative, il n'en est rien en réalité. Venant à l'origine du mot «duvet» (en anglais «fuzzy», c'est-à-dire le duvet qui couvre le corps des poussins), le terme «fuzzy» signifie (indistinct, brouillé, mal défini ou mal focalisé), qui se traduit par «flou» en français.

Dans le monde universitaire et technologique, le mot «flou» est un terme technique représentant l'ambiguïté ou le caractère vague des intuitions humaines plutôt que la probabilité. Voici un bref historique de la logique floue [BAE97] :

En 1965, le concept flou apparut grâce au professeur Loft Zadeh (Université de Berkley en Californie). Il déclara qu'un contrôleur électromécanique doté d'un raisonnement humain serait plus performant qu'un contrôleur classique», et il introduit la théorie des «sous-ensembles flous».

- En 1973, le professeur Zadeh publie un article (dans l'IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics), il y mentionne pour la première fois le terme de variables linguistiques (dont la valeur est un mot et non un nombre).
- En 1974, Mamdani (Université de Londres) réalise un contrôleur flou expérimental pour commander un moteur à vapeur.
- En 1980, Smidth et Co.A/S (au Danemark), mettent en application la théorie de la logique floue dans le contrôle de fours à ciment. C'est la première mise en œuvre pratique de cette nouvelle théorie.
- Dans les années 80, plusieurs applications commencent à immerger (notamment au Japon).
- En 1987, explosion du flou au Japon (avec le contrôle du métro de Sendai) et qui atteint son apogée en 1990.
- Aujourd'hui, une vaste gamme de nouveaux produits ont une étiquette «produit flou» (Fuzzy).

### II. 3 Généralité sur la logique floue

On a mentionné que le principe général et la théorie de base de la logique floue englobent des aspects de la théorie des possibilités qui fait intervenir des ensembles d'appartenances appelés ensembles flous caractérisant les différentes grandeurs du système à commander et le raisonnement flou qui emploie un ensemble de règles floues établies par le savoir faire humain et dont la manipulation permet la génération de la commande adéquate ou la prise de décision.

Ainsi, les éléments constituant la théorie de base de la logique floue sont :

- Les variables linguistiques et les ensembles flous.
- Les fonctions d'appartenance.
- les inférences à plusieurs règles floues.

#### II. 3.1 Variables linguistiques et ensembles flous

##### II.3.1.1 Variables linguistiques

Une variable linguistique est caractérisée par un quintuple  $(V, T(V), X, G, M)$ , dans lequel :  $V$  est le nom de la variable définie sur l'univers du discours  $X$ .

$T(V) = A_1, A_2, \dots, A_n$  est un ensemble des termes linguistiques qui sont des nombres flous, définissant des restrictions sur les valeurs que prend  $V$  dans  $X$ .

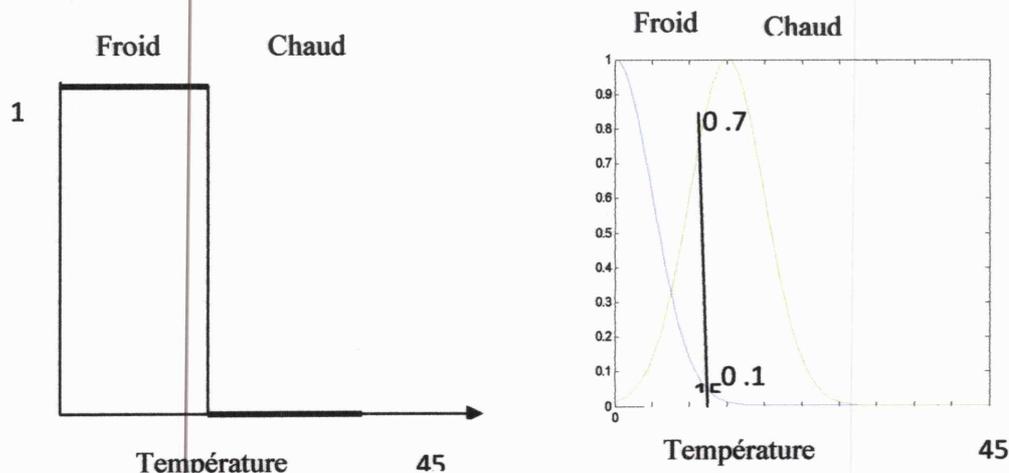
$G$  est un ensemble de règles syntaxiques qui permettent de former d'autres termes linguistiques à partir de  $T(V)$ . On les appelle modificateurs linguistiques. Par exemple, pour définir la fonction d'appartenance du terme linguistique «pas  $A$ » on utilise l'expression suivant :

$$\mu_{pas(A)} = 1 - \mu_A \quad (II.1)$$

$M$  est l'ensemble des règles sémantiques qui permettent de définir les termes linguistiques.

### II.3.1.2 Sous ensembles floues

Dans la théorie ensembliste classique, l'appartenance d'un élément à un sous-ensemble est définie par une valeur logique standard : 1 si l'élément appartient au sous-ensemble, sinon 0. Dans la théorie floue, un élément peut appartenir en partie à un sous-ensemble : son degré d'appartenance est décrit par une valeur comprise entre 0 et 1.



(a) Deux ensembles selon la logique classique (b) Deux ensembles selon la logique floue

**Fig.II.1:**Classification des températures d'une pièce en deux ensembles

### II. 3.1.3 Définition

Un sous-ensemble flou  $A$  dans un univers du discours  $X$  est caractérisé par sa fonction d'appartenance  $\mu_A(x)$  qui associe à chaque élément  $x$  de  $X$  une valeur dans l'intervalle des nombres réels  $[0, 1]$  :

$\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$  Ainsi un sous-ensemble flou  $A$  dans  $X$  peut être représenté par un ensemble de couples ordonnés

$$A = \{(x, \mu_A(x) / x \in X)\} \quad (\text{II.2})$$

### II.3.2 Les fonctions d'appartenance

Pour le traitement numérique en logique floue, il est nécessaire d'associer pour chaque valeur linguistique une fonction d'appartenance qui prend différentes formes suivantes:

- Fonction triangulaire : elle est définie par quatre paramètres (a,b,c,d) :

$$\mu(x) = \max \left[ \min \left( \frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{d-c}, 0 \right) \right] \quad (\text{II.3})$$

- Fonction trapézoïde : elle est définie par quatre paramètres (a,b,c,d) :

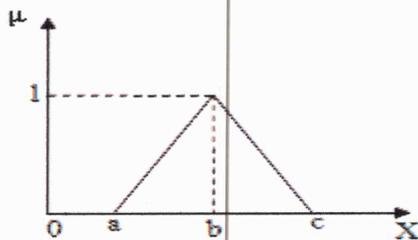
$$\mu(x) = \max \left[ \min \left( \frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{c-x}{d-c}, 0 \right) \right] \quad (\text{II.4})$$

- Fonction gaussienne : elle est définie par deux paramètres (m,σ) :

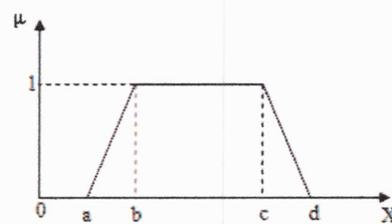
$$\mu(x) = \exp \left( -\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (\text{II.5})$$

- Fonction sigmoïdale : elle est définie par deux paramètres (a,c) :

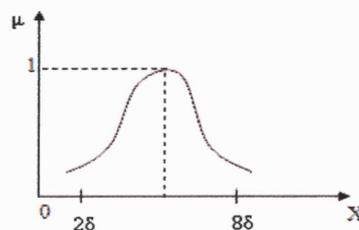
$$\mu(x) = \left( \frac{1}{1 + \exp(a(x-c))} \right) \quad (\text{II.6})$$



a) Forme triangulaire



b) Forme trapézoïdale



c) Forme gaussienne

**Fig.II.2** : Différentes formes des fonctions d'appartenance

**II.3.3 Inférence à plusieurs règles floues :** en général, la prise de la décision dans une situation floue, définissant une loi de commande est le résultat d'une ou plusieurs règles floues appelées aussi inférences, liées entre elles par des opérateurs flous ET, OU, ALORS,... etc. [DEL03][SCH03].

En automatique, les variables d'état représentant les entrées du système de contrôle sont mesurées ou estimées. En associant des variables linguistiques comprenant des subdivisions d'ensembles flous, et en interprétant mathématiquement des règles mentales ou floues en termes de ces variables d'état de la forme :

**Si condition une ET/OU Si condition deux ... ALORS décision ou action**

La logique floue fonctionne selon le principe suivant : Plus la condition sur les entrées est vraie, plus l'action préconisée pour les sorties doit être respectée.

Après avoir fuzzifier (c'est à dire transformer en variables linguistiques) les variables d'entrée, il faut établir les règles liant les entrées aux sorties. En effet, il ne faut pas perdre le but final qui consiste à chaque instant, à analyser l'état ou la valeur des entrées du système pour déterminer l'état ou la valeur de toutes les sorties.

On peut générer une action ou prendre une décision en affectant une valeur floue à la variable linguistique de la variable de sortie, qui est transformée en une valeur numérique précise dans la phase finale.

Généralement, les algorithmes de commande comprennent plusieurs règles floues et la décision ou l'action est formulée ainsi :

Action ou opération = {Si condition 1 ET condition 1' ALORS opération 1 OU;  
Si condition 2 ET condition 2' ALORS opération 2 OU;  
Si condition m ET condition m' ALORS opération m}

#### **II.4 Opérations de base sur les sous ensembles flous**

Supposons que A et B sont deux sous-ensembles flous définis dans un univers du discours X par les fonctions d'appartenance  $\mu_A$  et  $\mu_B$ . On peut définir des opérations ensemblistes telles que l'inclusion, l'intersection, l'union et le complément grâce à des opérations sur les fonctions d'appartenance.

**Inclusion** : A est dit inclus dans B, propriété que l'on note  $A \subseteq B$ , si tout élément x de X qui appartient à A appartient aussi à B avec un degré au moins aussi grand :

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (\text{II.7})$$

**Intersection** : L'intersection de A et B, que l'on note  $A \cap B$ , est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus petit des deux degrés d'appartenance  $\mu_A$  et  $\mu_B$

$$\forall x \in X : \mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{II.8})$$

**Union** : L'union de A et B, que l'on note  $A \cup B$ , est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand des deux degrés d'appartenance  $\mu_B$  et  $\mu_A$  :

$$\forall x \in X : \mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{II.9})$$

**Complément** : Le complément de A, que l'on note  $A^c$ , est le sous-ensemble flou de X constitué des éléments x lui appartenant d'autant plus qu'ils appartiennent peu à A :

$$\forall x \in X : \mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (\text{II.10})$$

## II.5 Description et structure d'une commande par la logique floue

Contrairement aux techniques de réglage classique, le réglage par la logique floue n'utilise pas des formules ou des relations mathématiques bien déterminées ou précises. Mais, il manipule des inférences avec plusieurs règles floues à base des opérateurs flous ET, OU, ALORS,...etc, appliquées à des variables linguistiques.

On peut distinguer trois parties principales constituant la structure d'un régulateur floue [DEL03] :

Interface de fuzzification, mécanisme d'inférence, Interface de defuzzification

La figure.II.3 présente, à titre d'illustration la structure d'un régulateur flou à deux entrées et une sortie : ou  $x_1$  et  $x_2$  représentent les variables d'entrée, et  $x_r$  celle de sortie ou la commande.

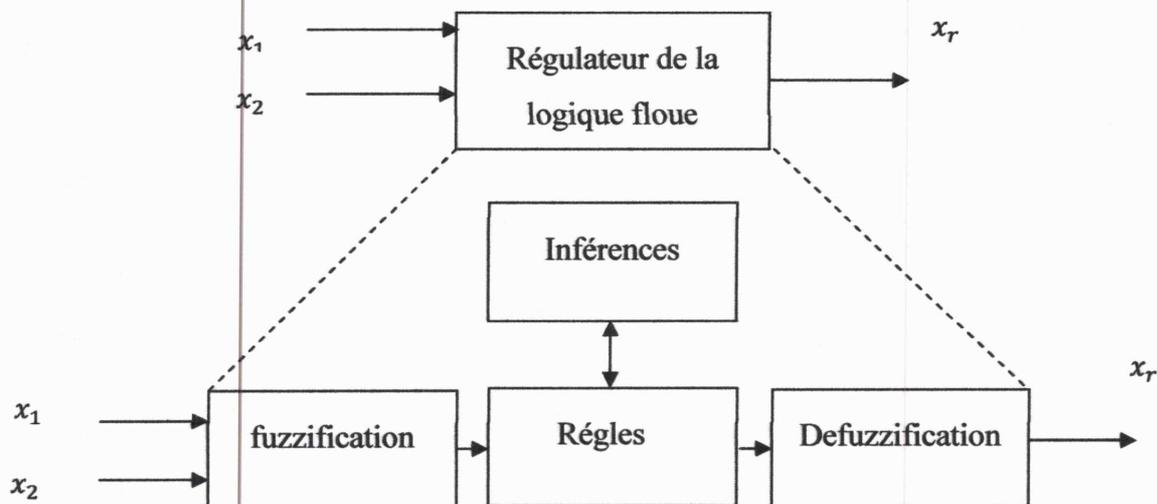


Fig.II.3 : Structure interne d'un Régulateur par logique floue

### II.5.1 Interface de fuzzification

C'est une opération qui consiste à transformer les données numériques d'un phénomène à des valeurs linguistiques sur un domaine normalisé qui facilite le calcul. A partir de ces domaines numériques appelés univers de discours et pour chaque grandeur d'entrée ou de sortie, on peut calculer les degrés d'appartenance aux sous-ensembles flous de la variable linguistique correspondant.

Considérons un contrôleur flou de la tension de sortie moyenne d'un hacheur, qui possède deux entrées : l'erreur de la tension de sortie du convertisseur par rapport à une consigne  $x_1 = e = v_{ref} - v_s$  et la variation de cette erreur  $x_2 = \Delta e$ . La figure.II.4 présente les fonctions d'appartenance de ces deux variables linguistiques normalisées, constituées de trois sous-ensembles flous {Négatif Grand (NG), Egal à Zéro (EZ), Positif Grand (PG)}.

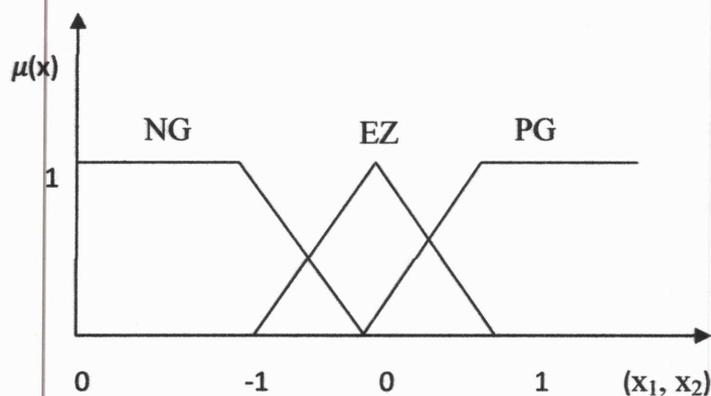


Fig.II.4 : Fonctions d'appartenance des deux variables linguistiques d'entrée  $x_1$  et  $x_2$

La sortie du régulateur flou doit générer la variation du rapport cyclique du convertisseur qui est une troisième variable linguistique du régulateur ( $x_r$ ). A titre d'exemple ses fonctions d'appartenance sont illustrées par la figure

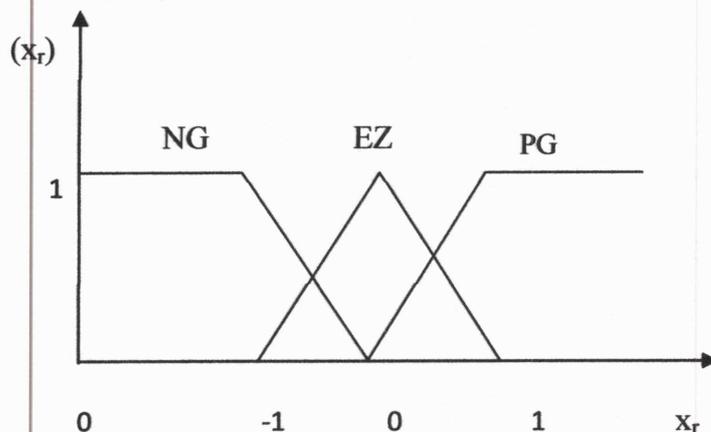


Fig.II.5 : Fonctions d'appartenance de la variable linguistique de sortie  $x_r$

### II.5.2 Base de règles

Les règles floues représentent le cœur du régulateur. Elle rassemble l'ensemble des règles floues de type « Si-Alors » décrivant en termes linguistiques, basés sur la connaissance d'un expert, le comportement dynamique du système.

$$R_1 : \text{Si } x_1 \text{ est } A_1^1 \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } A_n^1 \quad \text{Alors } u_1 \text{ est } B^1 \quad (\text{II.11})$$

avec :

$[x_1, \dots, x_n]$  : les entrées du régulateur.

$u_1$  : la sortie du régulateur.

Principalement, les règles de commande floue constituent un moyen approprié pour exprimer la stratégie de commande et les connaissances dans le domaine en question.

### II.5.3 Mécanisme d'inférence floue

Cette étape consiste à relier les variables physiques d'entrée du régulateur (grandeurs mesurées ou estimées), qui sont transformées en variables linguistiques pendant l'étape de fuzzification, aux variables de sortie du contrôleur sous sa forme linguistique, par des règles mentales traduisant une action ou une décision linguistique afin de générer une commande à la sortie du régulateur, face à toute situation qui peut se présenter à l'entrée de ce régulateur [DEL03][SCH03].

Ces inférences sont basées sur plusieurs règles établies par l'expertise et le savoir-faire humain concernant le système à régler. Elles sont structurées sous forme compacte dans une matrice multidimensionnelle dite matrice d'inférence.

On exprime les inférences généralement par une description linguistique et symbolique à base de règles prédéfinies dans la matrice d'inférence. Chaque règle est composée d'une condition précédée du symbole 'SI' appelée prémisse, et d'une conclusion (action, décision, opération ou commande) précédée du symbole 'ALORS'.

Le traitement numérique des règles d'inférence qui permet d'obtenir la sortie linguistique ou floue du régulateur se fait par différentes méthodes, chacune de ces méthodes utilise un traitement numérique propre aux opérateurs flous, on cite principalement [ZHO04] :

- la méthode d'inférence max-min, l'opérateur ET est réalisé par la formation du minimum, l'opérateur OU est réalisé par la formation du maximum, et ALORS (l'implication) est réalisée par la formation du minimum.

**Exemple :** (cas Mandani) :

$$\mu_R(x,y) = \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \\ x_2 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ x_3 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} \quad \mu_S(x,y) = \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.4 & 0 & 0.9 & 0.6 \\ x_2 & 0.9 & 0.4 & 0.5 & 0.7 \\ x_3 & 0.3 & 0 & 0.8 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$R \cup S =$  « x est beaucoup plus grand que y » **ou** « x est très proche de y »

$$\mu_{R \cup S}(x,y) = \max \left( \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \\ x_2 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ x_3 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.4 & 0 & 0.9 & 0.6 \\ x_2 & 0.9 & 0.4 & 0.5 & 0.7 \\ x_3 & 0.3 & 0 & 0.8 & 0.5 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.8 & 0.1 & 0.9 & 0.7 \\ x_2 & 0.9 & 0.8 & 0.5 & 0.7 \\ x_3 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$R \cap S =$  « x est beaucoup plus grand que y » **et** « x est très proche de y »

$$\mu_{R \cap S}(x,y) = \min \left( \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \\ x_2 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ x_3 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.4 & 0 & 0.9 & 0.6 \\ x_2 & 0.9 & 0.4 & 0.5 & 0.7 \\ x_3 & 0.3 & 0 & 0.8 & 0.5 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.4 & 0 & 0.1 & 0.6 \\ x_2 & 0 & 0.4 & 0 & 0 \\ x_3 & 0.3 & 0 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

- la méthode d'inférence max-prod, l'opérateur ET est réalisé par la formation du produit, l'opérateur OU est réalisé par la formation du maximum, et ALORS (l'implication) est réalisée par la formation du produit

- la méthode d'inférence somme-prod, on réalise au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation de la somme (valeur moyenne), et l'opérateur ET par la formation du produit. Pour la conclusion, l'opérateur ALORS est réalisé par un produit.

Dans le cas de la méthode somme-produit, l'action des différentes règles sont liées entre elles par l'opérateur OU qui est réalisé par la formation de lamoyenne arithmétique (somme moyenne). Alors, pour chaque règle on obtient la fonction d'appartenance de  $\mu(x_r)$  en formant le produit de  $\mu(x_1)$ ,  $\mu(x_2)$  et  $\mu_{oi}(x_r)$  exigé par la règle :

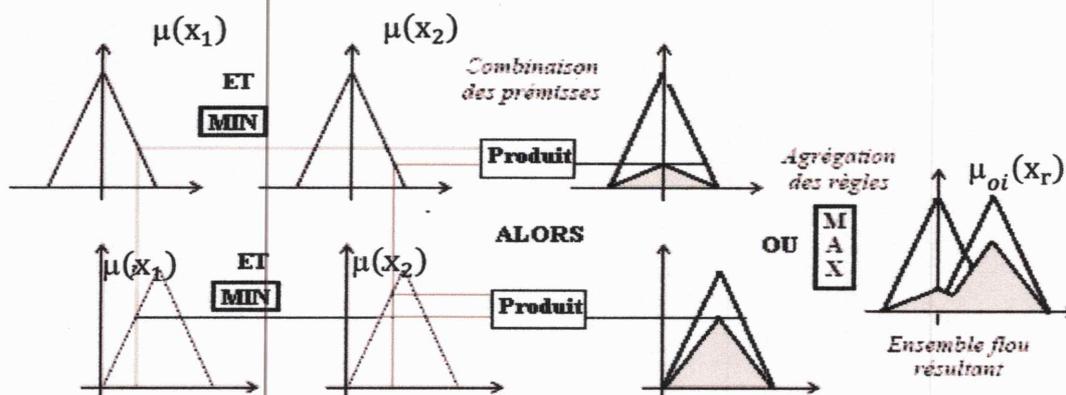
$$\mu_{Ri}(x_r) = \mu(x_1) \mu(x_2) , \mu_{oi}(x_r) = \mu_{ci}\mu_{oi}(x_r) \tag{II.12}$$

où  $\mu_{ci}$  est le degré de vérification de la  $i^{\text{ème}}$  règle.

$\mu(x_1)$  et  $\mu(x_2)$  sont les degrés d'appartenance des deux variables linguistiques aux deux ensembles flous de la  $i^{\text{ème}}$  règle, pour deux valeurs données de  $x_1$  et  $x_2$ . est la fonction d'appartenance de la variable de sortie correspondant à la  $i^{\text{ème}}$  règle.

Alors, la fonction d'appartenance résultante est exprimée par :  $u_{res} = \frac{u_{R1}(x_r)+u_{R2}(x_r)+\dots+u_{Rm}(x_r)}{m}$

où  $m$  est le nombre des règles de la matrice d'inférence (voire l'exemple suivant).



### II.5.4 Interface de défuzzification

Les méthodes d'inférence fournissent une fonction d'appartenance résultante pour la variable de sortie. Il s'agit donc d'une information floue qu'il faut transformer en grandeur physique.

On distingue 4 méthodes de défuzzification :

- Méthode du centre de gravité ;
- Méthode du maximum ;
- Méthode de la moyenne des maxima ;
- Méthode des hauteurs pondérées.

#### a- Méthode du centre de gravité

Cette méthode est la plus souvent utilisée et donne généralement les meilleurs résultats. Elle consiste à prendre comme solution l'abscisse du centre de gravité des solutions  $u$  de la fonction d'appartenance résultante  $\mu_{res}$ . L'abscisse du centre de gravité peut être déterminée en utilisant la formule générale :

$$u = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_{res}(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{res}(x_i)} \quad (\text{II.13})$$

Le calcul du centre de gravité permet bien d'obtenir une seule valeur pour la grandeur de sortie, mais en contrepartie nécessite un grand temps de calcul.

#### b- Méthode du maximum

Cette méthode consiste à choisir comme solution défuzzifiée l'abscisse du maximum de la fonction d'appartenance des solutions.

L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas une grande puissance de calcul. Cependant elle présente l'inconvénient lorsqu'il y a plusieurs valeurs pour les quelles la fonction d'appartenance des solutions est maximale.

#### c- Méthode de la moyenne des maxima

Dans le cas où plusieurs sous-ensembles auraient la même hauteur maximale, on réalise leur moyenne et une des ambiguïtés de la méthode du maximum est enlevée.

#### d- Méthode des hauteurs pondérées

Cette méthode consiste à calculer la sortie du contrôleur en utilisant les centres de gravité de chacun des ensembles flous.

### II.6 Les différents régulateurs flous utilisés

Les régulateurs les plus courants sont ceux de : [BAG04]

- Contrôleur flou type Mamdani.

- Contrôleur flou type Sugeno.

Pour un système à deux variables, les règles floues sont de la forme :

$$\mathbf{Si} \ll x \text{ est } A_i \gg \mathbf{Et} \ll y \text{ est } B_i \gg \mathbf{Alors} \ll z \text{ est } C_i \gg$$

où  $A_i$  et  $B_i$  sont des sous ensembles flous, par contre  $C_i$  peut appartenir aussi bien au domaine symbolique (sous ensemble flou) (contrôleur de Mamdani), qu'au domaine numérique (contrôleur de Sugeno).

#### a- Contrôleur flou type Mamdani

En 1974, E.H Mamdani avait présenté, pour la première fois, la technique de réglage par logique floue. Celle-ci consiste à déterminer un ensemble de règles qui maîtrise le comportement dynamique du système à commander. L'obtention de ces règles est facile auprès des experts qui connaissent bien le système. Il avait utilisé des règles à prémisses et conclusions symboliques (totalement linguistique, ceci les rend facilement compréhensibles), l'inférence (max, min) et la Défuzzification par centre de gravité.

L'inconvénient majeur de ce modèle, et le grand nombre de règles qui est souvent nécessaire pour approcher le comportement global d'un système. Ce nombre exige une base d'informations importante et complète pour déterminer tous les paramètres.

**b- Contrôleur flou type Takagi-Sugeno (T-S) :** L'originalité de la méthode de Sugeno réside dans le fait que la conclusion de chaque règle n'appartient pas au domaine symbolique, mais est définie sous forme numérique comme une combinaison linéaire des entrées.

La base de règles selon le modèle de T-S est constituée par des règles floues de la forme :

$$\mathbf{Si} \ x_1 \text{ est } A_1^i \ \mathbf{et} \ x_2 \text{ est } A_2^i \ \dots \ \mathbf{et} \ x_n \text{ est } A_n^i \ \mathbf{Alors} \ y = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

où  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sont les variables numériques d'entrée du modèle flou et  $f_i$  est une fonction numérique. La valeur finale de la sortie résultante de l'ensemble des règles est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions. Ces modèles sont actuellement les plus utilisés dans la conception des contrôleurs flous, car ils présentent de nombreux avantages. Parmi ces avantages, Ils permettent d'approcher le comportement d'un système complexe par une collection de modèles locaux, généralement linéaires.

## II.7 Approximation flou

Le choix de la méthode de fuzzification, la stratégie d'inférence et de la méthode de défuzzification permet d'établir différentes classes de systèmes flous, qui nous permet d'avoir une formule mathématique qui décrit le chemin de l'entrée  $x$  jusqu'à la sortie  $y=f(x)$ .

La classe des systèmes floue, utilisant la fuzzification par singleton, le produit d'inférence et la défuzzification par le centre de gravité, peut se mettre sous la forme suivante [WAN94] :

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^m y^j \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad (\text{II.14})$$

où :  $\mu_{A_i^j}$  est une fonction d'appartenance de la variable d'entrée  $x_i$ , et  $y^j$  est un point dans  $R$  où  $\mu_{B^j}$  atteint sa valeur maximale (supposons que  $\mu_{B^j}(y^j) = 1$ ).

Si les fonctions d'appartenance  $\mu_{A_i^j}$  sont fixées, et que les paramètres  $y^j$  sont considérés comme des paramètres ajustables, donc on peut réécrire (II.14) sous la forme suivante :

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (\text{II.15})$$

où :  $\theta = [y^1 \dots y^m]^T$  est un vecteur de paramètres, et  $\xi(x) = [\xi^1(x), \dots, \xi^m(x)]^T$  est un vecteur des fonctions flous de base.

avec :

$$\xi^j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad (\text{II.16})$$

Il est montré que ces systèmes flous de cette classe sont des approximateurs universels [WAN92], capables d'approximer toute fonction réelle continue sur un ensemble compact  $U$  avec une précision arbitraire donnée. Donc on peut utiliser ces systèmes comme étant des blocs de base pour la construction des contrôleurs adaptatifs flous.

## II.8 Conclusion

Dans ce chapitre on a introduit les principes et les éléments de base de la théorie de la logique floue, telle que de définition des sous ensembles flous ainsi que leurs propriétés, les variables linguistiques, et les opérateurs flous. En outre, on a présenté la commande par la logique floue, ainsi que la structure d'un régulateur flou composée de quatre parties essentielles :

la fuzzification, la base de règles, le moteur d'inférence et la défuzzification. D'autre part, on a explicité la propriété d'approximation universelle qui nous permettra de développer avec d'autre technique une commande adaptative floue par mode glissant qui sera exposée dans les chapitres suivants.

# Chapitre III

### III.1 Introduction

Dans ces dernières décennies, le domaine d'automatique a rencontré beaucoup d'enjeux dans la commande des processus industriels. En effet, la nécessité d'atteindre des performances satisfaisantes est confrontée par des variations paramétriques, des perturbations externes ainsi que l'absence d'un modèle précis du système à commander.

Pour contourner à ces problèmes, une structure de commande adaptative floue par mode glissant d'ordre supérieur pour des systèmes SISO non linéaires incertains est étudiée. Où, on va utiliser des modèles locaux reliés à certains points de fonctionnements pour synthétiser le modèle globale nominale flou, afin de contraindre au problème de la male connaissance du modèle de systèmes à commander.

Notre commande est basée sur l'algorithme de super-twisting qui est un algorithme de commande par mode glissant de second ordre. Cependant, deux systèmes flous adaptatifs sont introduits, pour générer les deux termes de commande du super-twisting, afin d'éliminer le phénomène de réticence et contourner le problème de connaissance de la bande supérieur des perturbations et les incertitudes. Ces systèmes flous adaptatifs sont ajustés par deux lois d'adaptation déduite de l'analyse de stabilité au sens de Lyapunov.

A la fin de ce chapitre, nous appliquons le contrôleur proposé pour la commande en poursuite d'un bras de robot à un degré de liberté du troisième ordre.

### III.2 Position du problème

Considérons le système SISO non linéaire d'ordre  $n$  décrit par l'équation différentielle suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}^n = f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d \\ y = x \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

où  $\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  avec  $\underline{x} \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $f(\underline{x}) \in \mathfrak{R}$  et  $g(\underline{x}) \in \mathfrak{R}$  sont deux fonctions non linéaires continues et inconnues,  $y \in \mathfrak{R}$  est la sortie du système et  $u \in \mathfrak{R}$  représente l'entrée du système,  $d$  représente le vecteur des perturbations externes supposées inconnues mais bornées.

On suppose qu'on peut écrire les fonctions  $f$  et  $g$ , respectivement, sous forme de somme d'une fonction nominale et une incertitude inconnue mais bornées :

$$\begin{cases} f(x) = \Delta f(x) + f_0(x); |\Delta f(x)| < \Delta f \\ g(x) = \Delta g(x) + g_0(x); |\Delta g(x)| < \Delta g \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

où  $\Delta_f$  et  $\Delta_g$  sont deux constantes positive. On remplace l'équation (III.2) dans (III.1) et on obtient :

$$\begin{cases} \dot{x}^n = f_0(x) + g_0(x)u + D \\ y = x \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

avec

$$D = \Delta f(x) + \Delta g(x)u + d \quad (\text{III.4})$$

Le modèle nominal du système peut être obtenu par identification ou approximation par les systèmes flous [HAM04]. Dans notre travail nous considérons le deuxième cas, car il nous permet d'utiliser les informations linguistiques fourni par l'expert.

L'approximation peut être faite par l'utilisation des systèmes flous classiques de Takagi-Sugeno ou des systèmes flous adaptatifs. Cette dernière méthode d'approximation donne des bons résultats, mais elle nécessite un temps de calcul plus lent lorsqu'on considère plus que deux entrées. De plus, les techniques de linéarisation permettent la transformation de la dynamique du système en des modèles locaux autour de certain points de fonctionnement. Ainsi, pour trouver le modèle nominal, Takagi-Sugeno a proposé dans [TAK85] un modèle flou formé par des règles; où la partie conclusion de ces règles est un modèle local de la forme suivante:

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (\text{III.5})$$

où  $A_i$  et  $B_i$  sont deux matrice de dimension appropriée ( $i = 1, 2, \dots, r$ ). Les règles floues 'SI ALORS' correspondantes sont données par :

Si  $x$  est  $H_1^i$  et  $\dot{x}$  est  $H_2^i$  et..... et  $x^{(n-1)}$  est  $H_n^i$  Alors :

$$\dot{x} = A_i x_i + B_i u \quad (\text{III.6})$$

où  $H_j^i$ , ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) est le  $j^{ieme}$  ensemble flou de la  $i^{ieme}$  règle ( $i = 1, 2, \dots, r$ ), avec  $r$  le nombre de règles floues.

Pour une paire donnée  $(x, u)$ , le modèle flou résultant du système s'écrit sous la forme d'une moyenne pondéré des modèles locaux. En utilisant le produit d'inférence, et la méthode de centre de gravité pour la défuzzification, la sortie du système flou est donné par:

$$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [A_i x + B_i u]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} = \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [A_i x]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} + \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [B_i u]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} \quad (\text{III.7})$$

avec  $\mu_i(z(t)) = \prod_{j=1}^n H_{ij}(z_j(t))$ , et  $z_j(t)$  sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système.

On définit  $f_0(\underline{x}) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [A_i \underline{x}]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} \right]$  et  $g_0(\underline{x}) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [B_i u]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} \right]$ ,

et le modèle nominal flou est donné par :

$$\dot{\underline{x}} = f_0(\underline{x}) + g_0(\underline{x})u \quad (\text{III.8})$$

- Supposition 1 : chaque sous-système linéaire du modèle flou globale est contrôlable [49], i.e.. la matrice  $M_i = [B_i, A_i B_i, A_i^2 B_i, \dots, A_i^{n-1} B_i]$  pour  $i = 1, \dots, r$  a un rang plein, i.e.,  $\text{rang}(M_i) = n$ .
- Supposition 2 :  $g_0^{-1}(\underline{x})$  existe et  $g_0^{-1}(\underline{x}) \neq 0$ , si nous notons par :

$$h_i(z(t)) = \frac{\mu_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))}$$

Pour  $i = 1, \dots, r$ , alors le  $h_i(x)$  vérifie la propriété de la somme convexe :

$$\sum_{i=1}^r h_i(x) = 1, \quad h_i(x) \geq 0, \quad i = 1, \dots, r.$$

### III.3 Synthèse de la loi de commande par mode glissant d'ordre 2

Notre objectif consiste à concevoir une commande par mode glissant d'ordre supérieur, où on va utiliser l'algorithme du super-twisting développé dans [LEV93] pour contrôler des systèmes de degré relatif 1.

Cette commande va permettre de forcer la sortie du système  $y$  à suivre une trajectoire désirée  $y_d$ , en présence des incertitudes et des perturbations externes.

On définit le vecteur de l'erreur de poursuite du système (III.1) par :

$$e = y_d - y \quad (\text{III.9})$$

Considérons la surface de glissement suivante :

$$\begin{aligned} s(\underline{x}, t) &= \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{(n-1)} e \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^{(n-k-1)} \lambda^k e \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

où  $\lambda$  c'est une constante positive, elle définit la pente de la surface de glissement.

La stratégie de commande par mode glissant est faite en deux phases: la première est la phase de convergence quand  $s(\underline{x}, t) \neq 0$ , et la deuxième c'est la phase de glissement quand  $s(\underline{x}, t) = 0$ . La condition suffisante pour assurer la convergence vers la surface de glissement est :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\underline{x}, t) = s(\underline{x}, t) \dot{s}(\underline{x}, t) \leq -\eta |s(\underline{x}, t)|; \quad \eta > 0 \quad (\text{III.11})$$

où

$$\begin{aligned}\dot{s}(\underline{x}, t) &= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{(n-k-1)} \lambda^k \dot{e} \\ &= (y_d - y)^n + \delta_s\end{aligned}\quad (\text{III.12})$$

et

$$\delta_s = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{(n-k-1)} \lambda^k \dot{e}$$

La dérivé de  $s(\underline{x}, t)$  peut être exprimé par :

$$\dot{s}(\underline{x}, t) = \delta_s + y_d^{(n)} - f_0(\underline{x}) - g_0(\underline{x})u - D \quad (\text{III.13})$$

Lorsque le système est sur la surface de glissement  $s(\underline{x}, t) = 0$ , il est gouverné par la commande équivalente  $u_{eq}$  qui forcera la dynamique du système de rester sur cette surface, cette commande est obtenue par l'utilisation des conditions d'invariance de la surface  $s(\underline{x}, t) = \dot{s}(\underline{x}, t) = 0$  [UTK77].

De l'équation (III.13), nous obtenons la commande équivalente qui s'écrit comme suit:

$$u_{eq} = \frac{1}{g_0(\underline{x})} [-f_0(\underline{x}) + \delta_s + y_d^{(n)}] \quad (\text{III.14})$$

Dans la phase de convergence, où on a  $s \neq 0$  et afin de satisfaire la condition d'attractivité (III.11), on doit ajouter des termes pour la commande, qui sont donnés dans notre travail par un algorithme de commande par mode glissant d'ordre 2 qui est le super-twisting.

Ce qui fait que notre commande globale est la somme de la commande équivalente et les deux termes de l'algorithme de commande par super-twisting,  $u_1$  et  $u_2$  qui sont donnés par :

$$\dot{u}_1 = \lambda_1 \text{sign}(s(\underline{x}, t)) \quad (\text{III.15})$$

et

$$u_2 = \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \text{sign}(s(\underline{x}, t)) \quad (\text{III.16})$$

alors :

$$\begin{aligned}u &= \frac{1}{g_0} [-f_0(\underline{x}) + \delta_s + y_d^{(n)} + \int_0^t \lambda_1 \text{sign}(s(\underline{x}, t)) dt + \\ &\quad \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \text{sing}(s(\underline{x}, t))] \end{aligned}\quad (\text{III.17})$$

Puisque le système est de degré relatif égale 1, la deuxième dérivée de  $s$  est donnée par :

$$\ddot{s} = \varphi + \gamma \dot{u} \quad (\text{III.18})$$

avec  $\varphi = \delta_s + y_d^{(n+1)} - \dot{f}_0(\underline{x}) - \dot{g}_0(\underline{x})u - \dot{D}$  et  $\gamma = g_0(\underline{x})$ . Pour satisfaire la condition (III.11), Levant a considéré le système (III.18) sans la perturbation  $D$  et sa dérivée, et il a proposé les conditions suffisantes de convergence suivantes :

$$\begin{cases} \psi > 0, & |\varphi| < \psi, & 0 < k_m < \gamma < k_M \\ \lambda_1 > \frac{\psi}{k_m}, & \lambda_2 \geq 4\psi \frac{k_M W + \psi}{k_m^2 W - \psi} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Notant que la loi du contrôle (III.17) dépend seulement des paramètres  $\lambda, \lambda_1, \lambda_2$  et les fonctions approximées nominales  $f_0(\underline{x})$  et  $g_0(\underline{x})$ .

Dans l'état permanent, nous aurons  $s(x, t) = 0$ , en choisissant les conditions suffisantes précédentes (III.19), on pourra satisfaire la condition (III.20) au départ comme suit :

On remplace (III.11) et (III.12) dans (III.14) on trouve que :

$$(\delta_s + y_d^{(n)} - f_0(\underline{x}) - g_0(\underline{x})u - D)\text{sign}(s(\underline{x}, t)) \leq \eta \quad (\text{III.20})$$

La commande globale permet de satisfaire la condition de transition ce qui nous donne :

$$-\lambda_1 t - \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{\frac{1}{2}} - D\text{sign}(s(\underline{x}, t)) \leq \eta \quad (\text{III.21})$$

Ainsi, pour satisfaire la condition (III.11), il suffit de choisir les paramètres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  tels que :

$$\lambda_1 t + \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{\frac{1}{2}} \geq \eta + |D| \quad (\text{III.22})$$

Cependant, pour un choix optimal de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  dans la phase d'attraction, la connaissance de la borne supérieure de  $D$  est exigé.

Néanmoins, même si le problème de détermination de la borne supérieure de  $D$  est résolue, la présence de la fonction  $\text{sign}(s(x, t))$  causes le problème du phénomène du chattering. Malgré que, la présence de ce phénomène est moins importante de celui causé par la commande de mode glissant classique.

#### III.4 Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant d'ordre 2

Dans cette section, nous allons remplacer les deux termes  $u_1$  et  $u_2$  respectivement, de la commande de l'algorithme du super-twisting qui contiennent le  $\text{sign}(s(x, t))$ , par deux systèmes adaptatifs flous afin de lisser le signal de commande. Les lois d'adaptation des paramètres ajustables des systèmes flous utilisés sont obtenues de l'étude de stabilité du système en boucle fermé au sens de Lyapunov.

Cette adaptation qui va rendre la commande plus lisse, nous permettra de mieux éliminer les perturbations, en nous fournissant dans chaque instant les valeurs optimales ( $\lambda_1^*$  et  $\lambda_2^*$ ) de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , qui sont difficile à calculer.

Les systèmes flous proposés pour remplacer  $u_1$  et  $u_2$  sont définis par les équations (III.15) et (III.16) alors on peut écrire que :

$$\begin{aligned}\hat{u}_1(s) &= \underline{\theta}_1^T \underline{\xi} t_c \\ \hat{u}_2(s) &= |s|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \underline{\theta}_2^T \underline{\xi}\end{aligned}\quad (\text{III.23})$$

où  $t_c$  est un temps de convergence,  $\underline{\xi}$  c'est un vecteur de fonction floue de base,  $\underline{\theta}_1^T$  et  $\underline{\theta}_2^T$  sont deux vecteurs des paramètres ajustable.

L'entrée de ces deux systèmes flous est seulement la surface de glissement  $s(\underline{x}, t)$ .

Alors, la commande proposée dans (III.17) sera réécrite comme suit :

$$u = \frac{1}{g_0(\underline{x})} \left[ -f_0(\underline{x}) + \delta_s + y_d^{(n)} + \hat{u}_1(s) + \hat{u}_2(s) \right] \quad (\text{III.24})$$

On considère l'équation de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{s^2}{2} + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T \tilde{\theta}_2 \quad (\text{III.25})$$

avec:  $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$   $\theta^*$  est le vecteur des valeurs optimales du vecteur  $\theta$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont deux constantes positives.

La dérivée de  $V$  par rapport au temps est:

$$\dot{V} = \dot{s}(\underline{x}, t)s(\underline{x}, t) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T \dot{\tilde{\theta}}_2 \quad (\text{III.26})$$

En utilisant la loi de commande (III.24), la dérivée temporelle de la surface de glissement devient:

$$\begin{aligned}\dot{s}(\underline{x}, t) &= \delta_s + y_d^{(n)} - f_0(\underline{x}) - g_0(\underline{x}) * \frac{1}{g_0(\underline{x})} \\ &\quad - \left[ -f_0(\underline{x}) + \delta_s + y_d^{(n)} + \hat{u}_1(s) + \hat{u}_2(s) \right] - D\end{aligned}\quad (\text{III.27})$$

En simplifiant l'équation (III.27) nous obtenons:

$$\begin{aligned}\dot{s}(\underline{x}, t) &= -\hat{u}_1(s) - \hat{u}_2(s) - D \\ &= -\hat{u}_1(s) - \hat{u}_1^*(s) + \hat{u}_1^*(s) - \hat{u}_2(s) - \hat{u}_2^*(s) + \hat{u}_2^*(s) - D\end{aligned}\quad (\text{III.28})$$

où  $\hat{u}_2^*(s) = |s(\underline{x}, t)|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \underline{\theta}_2^{*T} \underline{\xi}(s)$  et  $\hat{u}_1^*(s) = \underline{\theta}_1^{*T} \underline{\xi}(s)t_c$

Alors, la dérivée de la surface de glissement peut être donnée par:

$$\dot{s}(\underline{x}, t) = -(\underline{\theta}_1 - \underline{\theta}_1^*)^T \underline{\xi}(s)t_c - (\underline{\theta}_2 - \underline{\theta}_2^*)^T |s(\underline{x}, t)|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \underline{\xi}(s) - \hat{u}_2^*(s) - \hat{u}_1^*(s) - D \quad (\text{III.29})$$

Substitue (III.26) dans (III.29) nous obtenons:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\tilde{\theta}_1^T s(\underline{x}, t) \underline{\xi}(s)t_c - \tilde{\theta}_2^T s(\underline{x}, t) |s(\underline{x}, t)|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \underline{\xi}(s) - s(\underline{x}, t) (\hat{u}_2^*(s) + \hat{u}_1^*(s)) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\tilde{\theta}}_1 + \\ &\quad \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T \dot{\tilde{\theta}}_2 - Ds(\underline{x}, t)\end{aligned}\quad (\text{III.30})$$

L'équation précitée peut être simplifiée comme:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -s(\underline{x}, t)(\hat{u}_2^*(s) + \hat{u}_1^*(s)) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T (\dot{\theta}_1 - \gamma_1 s(\underline{x}, t) \underline{\xi}(s) t) \\ & + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T (\dot{\theta}_2 - \gamma_2 s(\underline{x}, t) |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \underline{\xi}(s)) - Ds(\underline{x}, t) \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

Si nous choisissons les lois de l'adaptation suivantes:

$$\dot{\theta}_1 = \gamma_1 s(\underline{x}, t) \underline{\xi}(s) t_c \quad (\text{III.32})$$

$$\dot{\theta}_2 = \gamma_2 s(\underline{x}, t) |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \underline{\xi}(s) \quad (\text{III.33})$$

Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -s(\underline{x}, t)(\hat{u}_2^*(s) + \hat{u}_1^*(s)) - s(\underline{x}, t)D \\ \dot{V} = & -s(\underline{x}, t)(|s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \lambda_2^* \text{sign}(s(\underline{x}, t)) + \lambda_1^* t_c \text{sign}(s(\underline{x}, t))) - s(\underline{x}, t)D \\ \dot{V} = & -s(\underline{x}, t)D - (\lambda_1^* t + \lambda_2^* |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})}) |s(\underline{x}, t)| \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

Donc, la loi de commande proposée garantit la robustesse et la stabilité du système en boucle fermé.

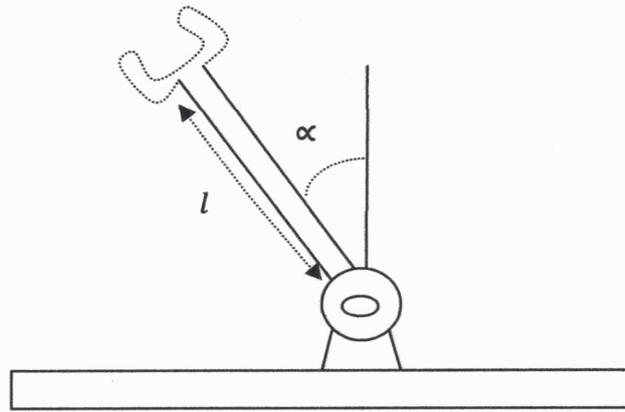
La conception de notre commande peut être faite dans deux étapes:

En ligne : Choix de la surface glissement et la détermination du coefficient  $\lambda$ . Définition des fonctions d'appartenance des systèmes flous et choisir les constantes de vitesses d'adaptation  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ .

Hors ligne : Calcul de la commande (III.24), en introduisant les fonctions nominal  $f_0(x)$  et  $g_0(x)$ . Ajuster les vecteurs des paramètres  $\underline{\theta}_1$  et  $\underline{\theta}_2$ , en utilisant les lois d'adaptation (III.32).

### III.5 Exemple de simulation

Pour illustrer les performances de la loi de commande proposée, en la comparant par cette proposée par Levant (III.17), on effectue des simulations sous Matlab sur un modèle de bras de robot à une articulation mis en marche par un moteur DC comme le montre la figure Fig.IV.1.



**Fig.III.1:** Robot du bras mis en action par un moteur DC

$\alpha$  est l'angle qui forme le bras de robot avec la vertical. La dynamique du robot est donnée par l'équation différentielle d'ordre 3 suivante :

$$\begin{cases} \alpha^{(3)} = f_0(\alpha, \dot{\alpha}) + g_0(\alpha, \dot{\alpha})u + D \\ f_0(\alpha, \dot{\alpha}) = -\frac{R}{L}\ddot{\alpha} - \left(\frac{K_b N^2 K_t}{ml^2 L} + \frac{g}{l} \cos\alpha\right) \dot{\alpha} - \frac{Rg}{lL} \sin\alpha \\ g_0(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{k_t N}{ml^2 L} \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

où  $\alpha^{(3)}$ ,  $\ddot{\alpha}$  et  $\dot{\alpha}$  sont les dérivées temporelles de l'angle  $\alpha$ .  $g, L, R, N, K_b$  et  $K_t$  sont respectivement, la gravité et les paramètres du moteur dont la signification est donnée dans le tableau.3.1.  $D = d + \Delta f + \Delta g$  Est la somme des perturbations externes inconnues et les incertitudes du modèle. Comme dans [BKO00], le modèle flou nominal est obtenu, en utilisant 2 règles qui décrivent la dynamique du système autour des points de fonctionnement 0 et  $\pm \frac{\pi}{2}$ .

- Règle 1 : Si  $x_1(t)$  est près de 0

$$\text{Alors} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

- Règle 2: Si  $x_1(t)$  est près de  $\pm \frac{\pi}{2}$

$$\text{Alors} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

où

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{Rg}{lL} & -\frac{g}{l} - \frac{K_b N^2 K_t}{ml^2 L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t N}{ml^2 L} \end{bmatrix}$$

et

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{Rg}{lL} & -\frac{K_b N^2 K_t}{m l^2 L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t N}{m l^2 L} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 1 \quad 0] \text{ Et } x(t) = [\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \ddot{\alpha}].$$

La somme des incertitudes du modèle et les bruits additif des modèles nominaux (III.36) et (III.37) est donnée par le vecteur:  $\phi = [0 \ 0 \ D]^T$ . Puisque notre système est de l'ordre 3 et d'après (III.10), la surface de glissement est donnée par :

$$s = \ddot{e} + 2\lambda\dot{e} + \lambda^2 e, \text{ avec } \lambda = 10$$

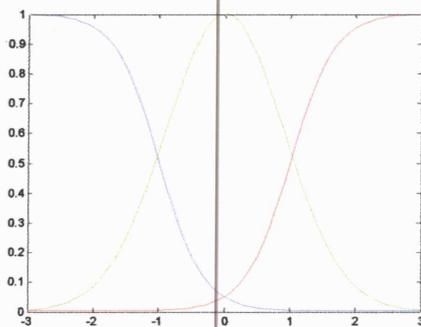
Pour construire le modèle nominal comme dans (III.8), nous définissons trois ensembles flous (fig.4.2.(a)), utilisant la variable  $x_1(t)$  comme entrée.

$$\mu_{H_1^i} = 1/(1 + \exp(-5(x_1(t) - 0,4)))$$

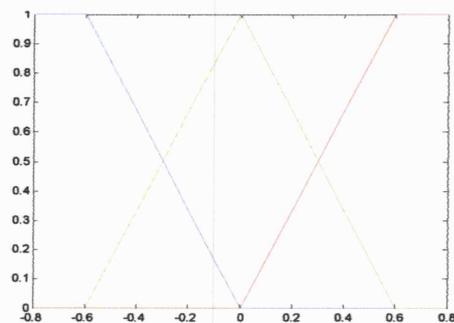
$$\mu_{H_2^i} = \exp(-5x_1(t)^2)$$

$$\mu_{H_3^i} = 1/(1 + \exp(5(x_1(t) + 0,4)))$$

De la même manière, on construit les deux systèmes flous adaptatifs qui nous permettent d'approximer  $u_1$  et  $u_2$ , où on va considérer trois ensembles flous (fig.4.2.(b)): Négative, Zéro et Positif, qui utilise la variable  $s$ .



(a)



(b)

**Fig.III.2 :** (a) Les fonctions d'appartenance des antécédents d'entrée  $x_1$  pour approximer le modèle nominal; (b) Les fonctions d'appartenance des antécédents d'entrée  $s$  pour les systèmes flous adaptatifs.

L'objectif de la commande est forcer les états  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  ( $x_1(t) = \alpha, x_2(t) = \dot{\alpha}$ ) du système à suivre les trajectoires de référence  $y_{d1}(t) = \sin(2t)$  et  $y_{d2}(t) = 2 \cos(2t)$ .

On donne l'incertitude structurelle, qui est représenté dans notre simulation par la variation de la masse, sous forme  $dm = 0.02m(\sin(2t) + \sin(3t))$ , cependant les perturbations

externes  $d = \sin(3t)$  est supposé la somme de moindre carrée d'amplitude  $\pm 1$  et d'une période 1s.

Afin d'illustrer l'efficacité de l'approche proposée, deux simulations ont été considérées. En premier lieu, nous utilisons la loi de commande donnée par (III.17), en second lieu, nous utilisons la commande proposée donné par (III.24).

Pour les deux simulations nous choisissons les conditions initiales suivantes  $x(0) = [1 \ 0 \ 0]^T$ . Les autres constantes sont choisi comme suit :  $\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 35, \gamma_1 = 5, \gamma_2 = 15$ .

Tableau3.1 : Paramètre du modèle.

la masse de bras	$m = 2K_g$
la gravité	$g = 9.81m/s^2$
la longueur de bras	$l = 0.5m$
La résistance	$R = 0.05\Omega$
constant de EMF	$K_b = 0.2$
constant de moment et rotation du moteur	$k_t = 0.3$
L 'inductance	$L = 0.05H$
la proportion de la réduction	$N = 60$

### III.5.1. Résultats de simulation

#### a) Résultat de simulation utilisant l'algorithme de super-tiwsting (III.17)

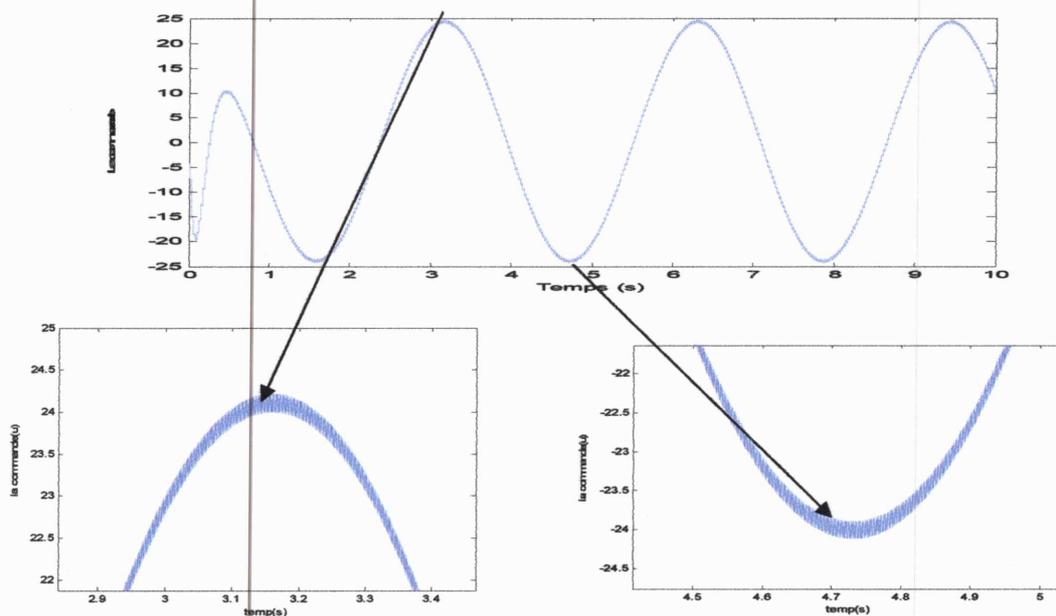
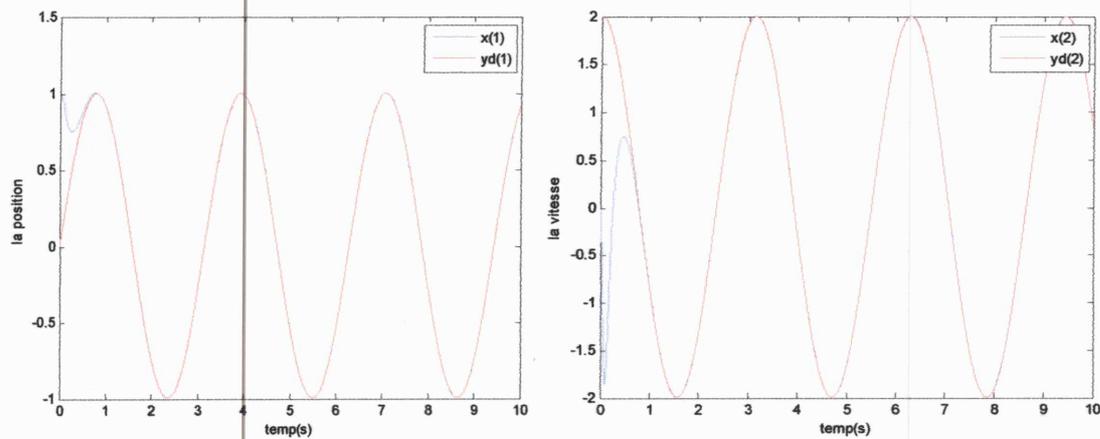
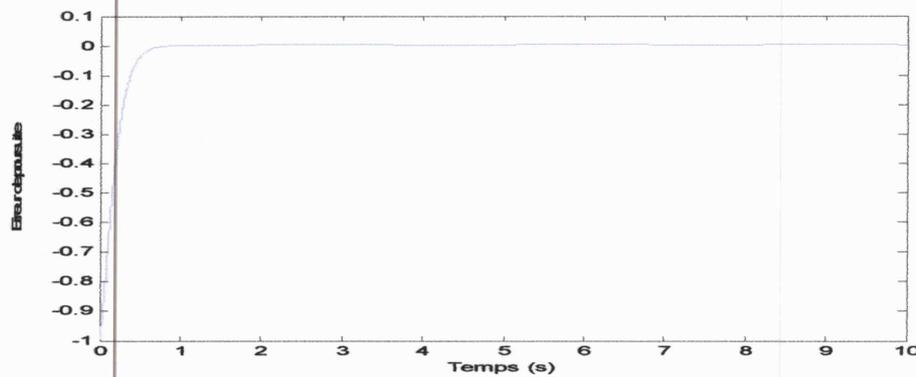


Fig.III.3 : Signal de la commande utilisant la loi de commande (III.17)



**Fig.III.4 :** Signal de sortie du système en position et en vitesse utilisant la loi de commande (III.17)



**Fig. III.5 :** Erreur de poursuite de position utilisant la loi de commande (III.17)

#### Commentaires sur les résultats :

Les figures (III.3) à (III.5) montre les résultats de simulation qui utilise la loi de commande du super-twisting donné par levant (III.17). La fig.III.3 présente la commande appliquée qui est un signal borné mais le zoom de cette figure montre des variation brusque qui presente le chattering, ainsi qu'une valeur grande au démarrage.

De la fig.III.4 on remarque la bonne poursuite de la sortie du système en position comme en vitesse de la trajectoire désirée apres un temps de réponse très petite.

b) les résultats de simulation en utilisant les systèmes adaptative flou pour générer  $u_1$  et  $u_2$  :

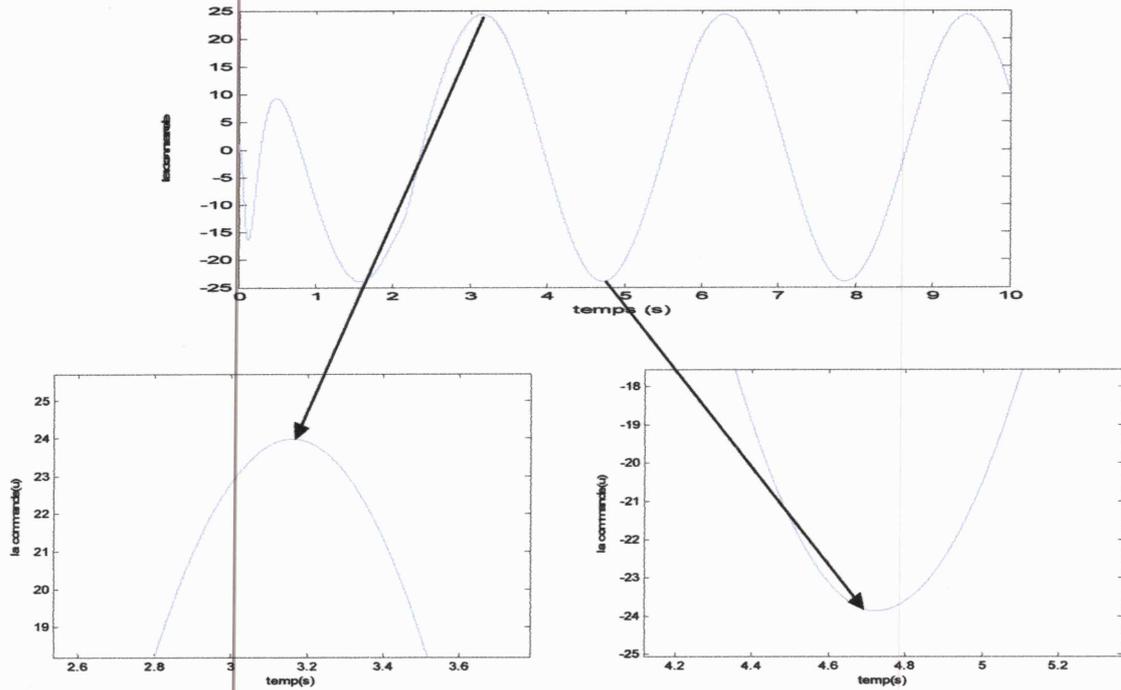


Fig.III.6 : Signal de la commande utilisant la loi de commande (III.24)

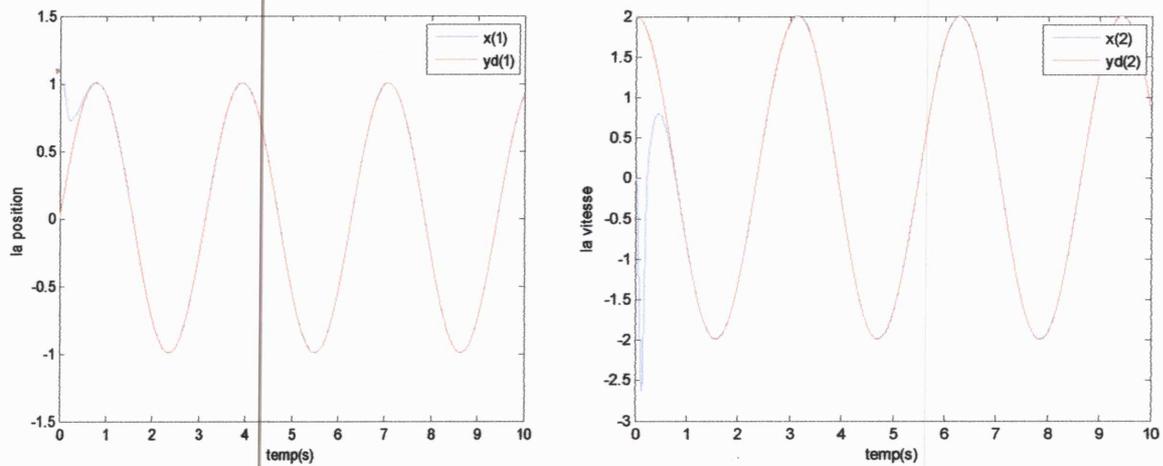
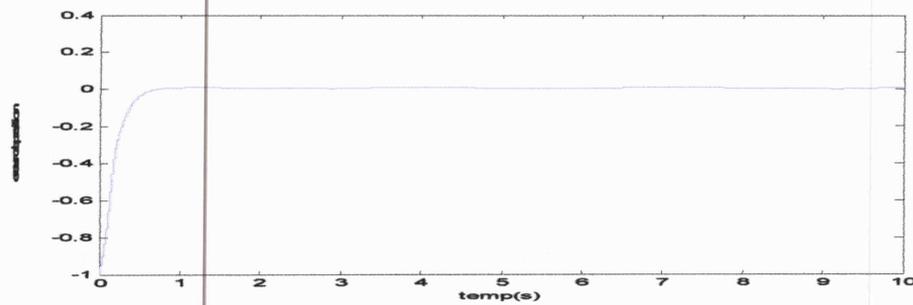


Fig.III.7 : Signal de la sortie du système utilisant la loi de commande (III.24)



**Fig. III.8** : Erreur de poursuite de position utilisant la loi de commande (III.24)

#### Commentaires sur les résultats :

Les figures(III.6) à (III.8) présentent les résultats de simulation donnés par l'utilisation des systèmes flous adaptative pour générer  $u_1$  et  $u_2$  (III.24). La commande appliquée est illustrée dans la figure.III.6 qui montre un signal borné lisse (comme montre le zoom).

La fig.III.7 montre les trajectoires d'état  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  qui suit parfaitement leur trajectoire désirée après une courte durée de temps. Ainsi la fig.III.8 montre l'erreur de poursuite en position qui tend vers zéro.

#### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié une commande adaptative floue par mode glissant de second ordre pour une classe de systèmes non linéaires incertains SISO perturbés.

Le contrôleur est généré d'un modèle flou nominal, qui est obtenu par l'exploitation des modèles locaux du système. Ces modèles sont obtenus par la linéarisation au tour de quelques points de fonctionnement.

Deux systèmes flous adaptatifs sont introduits, afin de calculer les deux termes de commande de l'algorithme de super-twisting pour éliminer efficacement le phénomène de chattering. La stabilité et la robustesse du système en boucle fermée, sont prouvées analytiquement. L'ajustement des paramètres des systèmes flous est assuré par les lois d'adaptation dérivée de l'utilisation de la théorie de Lyapunov.

La commande proposé est appliquée sur un modèle de bras de robot à un seul degré de liberté, et comparée à celle proposée par levant. Les résultats de simulations montrent les bonnes performances de poursuite, ainsi que la robustesse par rapport aux perturbations et les incertitudes, ainsi l'efficacité de la structure de commande propose à éliminer le chattering et réduire la valeur de la commande au démarrage.

# Chapitre IV

### IV.1 Introduction :

En traitant les systèmes MIMO, la différence la plus évidente par rapport aux systèmes SISO, ces les interactions complexes entre les paramètres, qui rend le système MIMO difficile soit pour estimer les paramètres, où les ajustés. Cette complexité explique, pourquoi quelques approches de commandes traditionnelles ne sont pas directement applicables pour les systèmes MIMO.

Dans ce chapitre la commande adaptative floue par mode glissant d'ordre supérieur pour les systèmes SISO non linéaires incertains, développées dans le chapitre précédent va être généralisé pour commander les systèmes MIMO non linéaires incertains. Pour surmonter le problème de l'incertitude du modèle de système quand va commander, on introduit les modèles locaux au tour de quelques points de fonctionnement, par le model nominal flou. Les deux termes de commande donner par l'algorithme du super-twisting sont générés par deux systèmes flous adaptatives afin d'éliminer le problème de chattering et la borne supérieure des perturbations et des incertitudes. Ces systèmes flous adaptatifs sont ajustés en ligne par des lois d'adaptation, déduites de l'analyse de stabilité au sens de Lyapunov. Et termine par une simulation effectuée sur un modèle de bras de robot à deux degré de liberté MIMO de deuxième ordre, afin de valider la structure de commande proposée.

### IV.2 Position du problème

Considérons le système MIMO non linéaire d'ordre  $n$  décrit par l'équation différentielle suivant :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = F(X) + G(X)\underline{u} + \underline{d} \\ \underline{y} = \underline{x} \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

où  $X = [\underline{x}^T, \dot{\underline{x}}^T, \dots, (\underline{x}^{(n-1)})^T]^T = [\underline{x}_1^T; \underline{x}_2^T; \dots; \underline{x}_n^T]^T$  est le vecteur d'état,  $F(X) \in \mathfrak{R}^n$  est un vecteur de fonctions continues non linéaires et  $G(X) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  est une matrice de  $n \times n$  fonctions continues non linéaires,  $\underline{y} \in \mathfrak{R}^n$  est la sortie du système et  $\underline{u} \in \mathfrak{R}^n$  représente l'entrée du système,  $\underline{d}$  est le vecteur des perturbations externes. On suppose que  $F(X)$  et  $G(X)$  peuvent être écrites, sous la forme d'une somme de leur fonction nominale et des incertitudes inconnues mais bornées :

$$\begin{cases} F(X) = F_0(X) + \Delta F(X); \|\Delta F(X)\| < \Delta_F \\ G(X) = G_0(X) + \Delta G(X); \|\Delta G(X)\| < \Delta_G \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

avec  $\Delta_F$  et  $\Delta_G$  deux constantes positive. Substituant l'équation (IV.2) dans (IV.1), on trouve

$$\begin{cases} \underline{x}^{(n)} = F_0(X) + G_0(X)\underline{u} + \underline{D} \\ \underline{y} = \underline{x} \end{cases} \quad (\text{IV. 3})$$

où 
$$\underline{D} = \Delta F(X) + \Delta G(X)\underline{u} + \underline{d} \quad (\text{IV. 4})$$

En supposant que le système est toujours contrôlable tel que  $G^{-1}(X)$  existe et différente de zéro.

De la même manière de conception de la commande présentée dans le chapitre précédent pour les systèmes SISO. Dans ce chapitre, nous allons choisir les systèmes de Takagi-Sugeno pour approximer les fonctions nominales. Ce système flou va mettre notre système non linéaire sous forme de modèles locaux linéaires au tour de certain points de fonctionnement.

La  $i^{\text{ieme}}$  règle du modèle flou du système non linéaire est de la forme suivante [TAK85], [CHU01], [TAK10]:

Si  $\underline{x}$  est  $H_1^i$  et  $\dot{\underline{x}}$  est  $H_2^i$  et ... et  $\underline{x}^{(n-1)}$  est  $H_n^i$  Alors :

$$\underline{x}^{(n)} = A_i X + B_i \underline{u} \quad (\text{IV. 5})$$

où  $H_j^i, (j = 1, 2, \dots, n)$  est le  $j^{\text{ieme}}$  ensemble floue de la  $i^{\text{ieme}}$  règle, avec  $r$  le nombre de règles floues.

Pour une paire  $(X, \underline{u})$ , le modèle flou résultant du système apparaît comme une moyenne pondérée des modèles locaux. Si nous utilisons le produit en tant que moteur d'interférence, et le centre de gravité pour la défuzzification, la sortie de système flou sera donnée par :

$$\underline{x}^{(n)} = \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [A_i X + B_i \underline{u}]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} = \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [A_i X]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} + \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [B_i \underline{u}]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} \quad (\text{IV. 6})$$

On définit 
$$F_0(\underline{x}) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [A_i X]}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} \right] \quad \text{et} \quad G_0(\underline{x}) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) B_i}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} \right],$$

et le modèle nominal flou est donné par :

$$\underline{x}^{(n)} = F_0(X) + G_0(X)\underline{u} \quad (\text{IV. 7})$$

### IV.3 Synthèse de la loi de commande par mode glissant d'ordre supérieur

Le but de notre étude est de généraliser la commande adaptative floue par mode glissant d'ordre 2, étudié dans le chapitre précédent pour les systèmes SISO, afin de contraindre la sortie

du système MIMO  $\underline{y}$  à suivre une trajectoire désirée  $\underline{y}_d$ , et l'erreur de poursuite  $\underline{e} = \underline{y}_d - \underline{y}$  tend vers zéro, en présence des perturbations et les incertitudes.

Considérons la surface de glissement  $S(X, t)$ , donnée par Slotine [SIO91] :

$$\underline{S}(X, t) = [s_1, s_2, \dots, s_n] \in \mathfrak{R}^n \quad (\text{IV.8})$$

qui satisfaire :

$$\underline{S} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + A\right)^{(r-1)} \underline{e} \quad (\text{IV.9})$$

$$= \underline{e}^{(n-1)} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{n-k-1} \Lambda^k \underline{e}$$

où  $\Lambda$  c'est une matrice diagonale du  $n^{\text{ième}}$  ordre de la forme  $\Lambda = \text{diag}[\lambda_i]$ ,  $1 \leq i \leq n-1$  et  $\lambda_i$  est une constante positive pour définir la pente des surfaces de glissement. La stratégie de la commande par mode glissant est fait dans deux phases: la première est la phase de convergence quand  $\underline{S} \neq 0$ . La deuxième est la phase de glissement quand  $\underline{S} = 0$ .

La condition suffisante pour assurer la convergence des trajectoires d'états vers la surface de glissement est:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \underline{S}^T \underline{S} = \underline{S}^T \dot{\underline{S}} \leq -\eta \|\underline{S}\|; \quad \eta > 0 \quad (\text{IV.10})$$

où

$$\begin{aligned} \dot{\underline{S}} &= \underline{e}^{(n)} + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{(n-k-1)} \Lambda^k \dot{\underline{e}} \\ &= \left(\underline{y}_d^{(n)} - \underline{y}^{(n)}\right) + \delta_{\underline{S}} \end{aligned} \quad (\text{IV.11})$$

Remplaçant (IV.7) dans (IV.11) on obtient :

$$\dot{\underline{S}} = \delta_{\underline{S}} + \underline{y}_d^{(n)} - F_0(X) - G_0(X) \underline{u} - \underline{D} \quad (\text{IV.12})$$

Lorsque le système est sur la surface de glissement, il sera commandé par la commande équivalente, calculée en utilisant les conditions d'invariance de la surface  $\dot{\underline{S}} = \underline{S} = 0$ .

$$\underline{u}_{eq} = G_0(X)^{-1} \left[ -F_0(X) + \delta_{\underline{S}} + \underline{y}_d^{(n)} \right] \quad (\text{IV.13})$$

La commande globale est composée de la commande équivalente et les deux termes  $\underline{u}_1$  et  $\underline{u}_2$  générés par l'algorithme de super-twisting qui est un algorithme de commande par mode glissant d'ordre supérieur, d'après cet algorithme on à :

$$\underline{\dot{u}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{u}_{11} \\ \dots \\ \dot{u}_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \text{sign}(s_1) \\ \dots \\ \alpha_n \text{sign}(s_n) \end{bmatrix} \text{ et } \underline{u}_2 = \begin{bmatrix} u_{21} \\ \dots \\ u_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 |s_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_1) \\ \dots \\ \beta_n |s_n|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_n) \end{bmatrix} \text{ avec } \alpha_i \text{ et } \beta_i \text{ deux gains}$$

de la commande de super-twisting, et  $i = 1, \dots, n$ .

Ainsi la commande globale s'écrit comme :

$$\underline{u} = G_0(X)^{-1} \left[ -F_0(X) + \delta_{\underline{s}} + \underline{y}_d^{(n)} + \int_0^t \underline{\dot{u}}_1 + \underline{u}_2 \right] \quad (\text{IV.14})$$

on remplaçant (IV.12) dans (IV.10) on trouve que :

$$\left[ (\delta_{\underline{s}} + \underline{y}_d^{(n)} - F_0(X) - G_0(X)\underline{u} - \underline{D}) \right]_i \text{sign}(s_i) \leq \eta \quad (\text{IV.15})$$

Si, on remplace la commande globale (IV.14) dans (IV.15) nous obtenons:

$$-\alpha_i t - \beta_i |s_i|^{\frac{1}{2}} - [\underline{D} \text{sign}(s_i)]_i \leq \eta \quad (\text{IV.16})$$

Ainsi, pour satisfaire à la condition de transition (IV.10), nous pouvons choisir les paramètres de  $\underline{\alpha}$  et  $\underline{\beta}$  qui satisfait la contrainte suivante :

$$\alpha_i t + \beta_i |s_i|^{\frac{1}{2}} \geq [\eta + |\underline{D}|]_i ; i = 1, \dots, n \quad (\text{IV.17})$$

A noter que la loi de commande (IV.14) ne dépend que des paramètres de  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\Lambda$  et les fonction nominales approximées de  $F_0(X)$  et  $G_0(X)$ . Dans l'état d'équilibre, nous avons  $\underline{s} = 0$ , en choisissant  $\alpha_i \geq |\underline{x}_i|_{\max}$  ça nous permet de satisfaire la condition (IV.10) au démarrage. Cependant, pour le choix optimal de  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  dans la phase de convergence, la connaissance de la borne supérieure  $\underline{D}$  est nécessaires. Néanmoins, même si le problème de déterminer les limites supérieures de  $\underline{D}$  est résolu, la présence de la fonction  $\text{sign}(s_i)$  provoque le phénomène de chattering. Même si c'est l'ordre de ce phénomène est moins important que dans la commande par mode glissant classique, mais il demeurant encore. Une des méthodes pour éliminer le phénomène de chattering, consiste à définir une bande de transition au voisinage de la surface de glissement. Mais, afin de garder les mêmes performances de poursuite, l'introduction de cette bande a induit des sollicitations initiales très importantes. Ainsi, il faut trouver un compromis entre le niveau des performances de poursuite (temps de réponse petit et une commande sans chattering) et une commande convenable au démarrage.

L'objectif de l'approche proposée dans la section suivante est d'utiliser la même structure de commande tout en éliminant le phénomène de chattering sans pour autant diminuer les performances de poursuite.

#### IV.4. Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant d'ordre supérieur

Pour garantir la stabilité globale du système en boucle fermée du système MIMO donnée par l'équation (IV.1) avec une erreur de poursuite qui tend vers zéro, on propose la loi de commande suivante :

$$\underline{u} = G_0(X)^{-1} \left[ -F_0(X) + \delta_{\underline{s}} + \underline{y}_d^{(n)} + \hat{\underline{u}}_1(S) + \hat{\underline{u}}_2(S) \right] \quad (IV.18)$$

Les vecteurs  $\hat{\underline{u}}_1(S)$  et  $\hat{\underline{u}}_2(S)$  sont les approximations de  $\underline{u}_1$  et  $\underline{u}_2$ , respectivement, par des systèmes flous adaptative, qu'on peut les mettre sous la forme donnée par (II.14), est obtient:

$$\hat{\underline{u}}_1(S) = \Theta_1^T t_c \quad (IV.19)$$

$$\hat{\underline{u}}_2(S) = \text{diag}|\underline{S}|^{(\frac{1}{2})} \Theta_2^T \quad (IV.20)$$

où  $\Theta_1^T = [\theta_{11}, \theta_{12}, \dots, \theta_{1n}]$ ,  $\Theta_2^T = [\theta_{21}, \theta_{22}, \dots, \theta_{2n}]$ , deux vecteurs de paramètres adaptatifs,  $\Psi = \text{diag}[\xi_i]$  est une matrice des fonctions floues de base, et  $\text{diag}|\underline{S}|^{(\frac{1}{2})} = \text{diag}[|s_i|^{(\frac{1}{2})}]$ , ( $i = 1, \dots, n$ ).

Afin d'étudier la stabilité en boucle fermée et à trouver les lois d'adaptation des paramètres ajustables, nous considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = \frac{1}{2} \underline{S}^T \underline{S} + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\Theta}_1^T \tilde{\Theta}_1 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\Theta}_2^T \tilde{\Theta}_2 \quad (IV.21)$$

avec :  $\tilde{\Theta} = \Theta - \Theta^*$ ,  $\Theta^*$  est le vecteur des valeurs optimales du vecteur  $\Theta$ , et  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont deux constantes positives.

La dérivée de  $V$  par rapport au temps est :

$$\dot{V}(t) = \underline{S}^T \dot{\underline{S}} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\Theta}_1^T \dot{\tilde{\Theta}}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\Theta}_2^T \dot{\tilde{\Theta}}_2 \quad (IV.22)$$

En utilisant la loi de commande (IV.18), la dérivée temporelle de la surface de glissement (IV.12) devient:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{S}} &= -\hat{\underline{u}}_1(S) - \hat{\underline{u}}_2(S) - \underline{D} \\ &= -\hat{\underline{u}}_1(S) - \hat{\underline{u}}_1^*(S) + \hat{\underline{u}}_1^*(S) - \hat{\underline{u}}_2(S) - \hat{\underline{u}}_2^*(S) + \hat{\underline{u}}_2^*(S) - \underline{D} \end{aligned} \quad (IV.23)$$

Où  $\hat{\underline{u}}_2^*(S) = (\text{diag}|\underline{S}|^{(\frac{1}{2})}) \Theta_2^{*T} \Psi$  et  $\hat{\underline{u}}_1^*(S) = \Theta_1^{*T} \Psi t$

alors la dérivée de la surface de glissement peuvent être donnés par:

$$\dot{\underline{S}} = -(\Theta_1 - \Theta_1^*)^T t - \left( \text{diag}|\underline{S}|^{(\frac{1}{2})} \right) (\Theta_2 - \Theta_2^*)^T - \hat{\underline{u}}_2^*(S) - \hat{\underline{u}}_1^*(S) - \underline{D} \quad (IV.24)$$

La substitution de (IV.24) à (IV.22) sera:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -\underline{S}^T \left( \hat{\underline{u}}_2^*(\underline{S}) + \hat{\underline{u}}_1^*(\underline{S}) \right) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T (\dot{\theta}_1 - \gamma_1 \underline{S}^T \Psi t) + \\ & \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T \left( \dot{\theta}_2 - \gamma_2 \underline{S}^T \left( \text{diag}|\underline{S}|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \Psi \right) \right) - \underline{S}^T \underline{D} \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

En choisissant les lois d'adaptation suivantes:

$$\dot{\theta}_1 = \gamma_1 \underline{S}^T \Psi t \quad (\text{IV.26})$$

$$\dot{\theta}_2 = \gamma_2 \underline{S}^T \left( \text{diag}|\underline{S}|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \Psi \right) \quad (\text{IV.27})$$

L'équation (IV.25) devient:

$$\dot{V}(t) = -\underline{S}^T \left( \hat{\underline{u}}_2^*(\underline{S}) + \hat{\underline{u}}_1^*(\underline{S}) \right) - \underline{S}^T \underline{D} \quad (\text{IV.28})$$

$$\dot{V}(t) = -\underline{S}^T \underline{D} - |\underline{S}|^T (\underline{\alpha}^* t \text{sing}(\underline{S}) + \underline{\beta}^* |\underline{S}|^{\left(\frac{1}{2}\right)} \text{sing}(\underline{S}))$$

$$\dot{V}(t) = -\underline{S}^T \underline{D} - |\underline{S}|^T (\underline{\alpha}^* t + \underline{\beta}^* |\underline{S}|^{\left(\frac{1}{2}\right)}) \leq 0 \quad (\text{IV.29})$$

Selon (IV.29), nous pouvons affirmer que les surfaces de glissement sont construites pour être attractive et  $\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{e} = 0$ .

L'objectif de notre commande est satisfait et par conséquent, nous pouvons synthétiser une commande robuste basée sur un contrôleur flou par mode glissant d'ordre 2, qui permet de forcer la sortie de système  $\underline{y}$  à suivre une trajectoire de référence bornée  $\underline{y}_d$ .

#### IV.4 Exemple de simulation :

Dans cette partie, des simulations sous l'environnement Matlab ont été effectués sur un modèle d'un bras de robot a deux degrés de liberté, afin de vérifier la validité et les performances de la commande adaptative floue par mode glissant d'ordre supérieur proposée. Des perturbations sont ajoutées aux systèmes pour examiner la robustesse de cette commande.

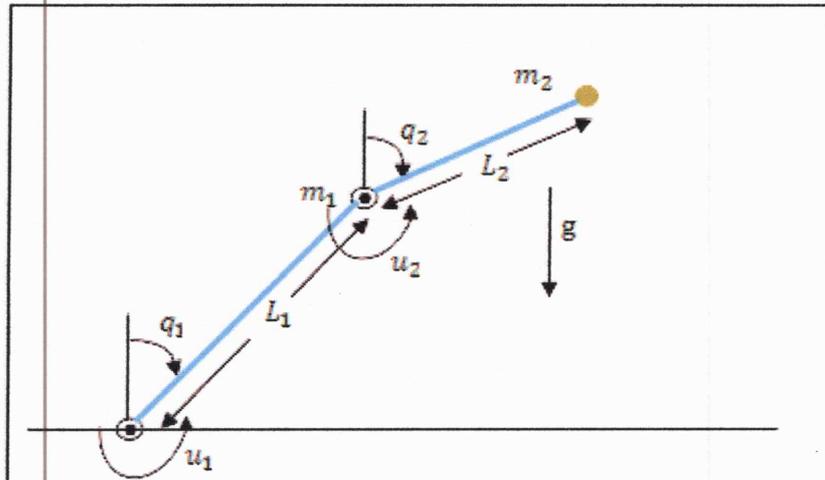


Fig. IV. 1 : Schéma du bras manipulateur à deux articulations.

Le modèle dynamique régissant le comportement dynamique du bras manipulateur, de la figure (IV.1) est donné par l'équation différentielle suivante :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \Gamma(q) + \underline{D} \quad (\text{IV.30})$$

où  $q$ ,  $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$  sont respectivement le vecteur de position angulaires, de vitesse et d'accélération, sachant que,  $q = [q_1 \ q_2]^T$ .  $M(q)$  est une matrice symétrique définie positive de dimension  $n \times n$  appelée matrice d'inertie donné par :

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1, m_2)l_1^2 & m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) \\ m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

tel que :  $s_i = \sin(q_i)$ ,  $c_i = \cos(q_i)$ ,  $m_i$  et  $l_i$  sont la masse et la longueur d'articulation respectivement pour  $i=1, 2$ .

$C(q, \dot{q})$  est la matrice des forces centripètes et de Coriolis, qui s'écrit comme suit :

$$C(q, \dot{q}) = m_2 l_1 l_2 (c_1 s_2 - s_1 c_2) \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$G(q)$  est le vecteur des forces gravitationnelles, tel que:

$$G(q) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2)l_1 g s_1 \\ -m_2 l_2 g s_2 \end{bmatrix}$$

$\underline{D} \in \mathfrak{R}^2$  représente la somme des perturbations externes et les incertitude, et  $\Gamma(q)$  est le vecteur de couple appliquée.

Les paramètres du bras manipulateur, utilisés en simulation, sont :

$$m_1 = 1 \text{ kg}, \quad m_2 = 1 \text{ kg}, \quad l_1 = 1 \text{ m}, \quad l_2 = 1 \text{ m}, \quad \text{et } g = 9.8 \text{ m/sec}^2.$$

L'objectif de la commande est de suivre la trajectoire désirée, en utilisant la commande proposée la trajectoire désirée  $\underline{y}_d$  est choisie comme suit :

$$\underline{y}_d = [\sin(2t), 2\cos(2t), \sin(2t), 2\cos(2t)]$$

On suppose que les perturbations externes et les incertitudes sont données par :

$$\underline{D} = [0.05 \sin(2t) + 0.05 \sin(3t), 0.05 \sin(2t) + 0.05 \sin(3t)]^T$$

et la surface de glissement est choisie comme suit :  $\underline{s} = [\dot{e}_1 + \lambda_1 e_1, \dot{e}_2 + \lambda_2 e_2]^T$  avec

$\lambda_1 = 10$  et  $\lambda_2 = 7$ . Les conditions initiales  $X(0) = [1, 0, 1, 0]^T$

Soit  $x_1 = q_1$ ,  $x_2 = \dot{q}_1$ ,  $x_3 = q_2$  et  $x_4 = \dot{q}_2$ , alors l'équation (IV.30) a la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + g_{11}(x)u_1 + g_{12}(x)u_2 + D_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + g_{21}(x)u_1 + g_{22}(x)u_2 + D_2 \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = x_3 \\ y_4 = x_4 \end{cases} \quad (\text{IV.31})$$

avec :  $F(x) = [f_1(x), f_2(x)] = M^{-1}(q)[C(q, \dot{q}) + G(q)]$

et  $G(x) = [g_{11}(x) \ g_{12}(x), g_{21}(x) \ g_{22}(x)] = M^{-1}(q)$ .

Supposons que la plage de variation de  $x_1, x_3$  est  $[-(\pi/2), (\pi/2)]$ , comme dans [CHU01] les systèmes flous de T-S du modèle nominal du système (IV.31) est donné par les neuf règles suivantes :

- Règle 1 : Si  $x_1$  est près de  $-\pi/2$  et  $x_3$  est près de  $-\pi/2$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 X + B_1 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 2 : Si  $x_1$  est près de  $-\pi/2$  et  $x_3$  est près de 0

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_{12} X + B_2 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 3 : Si  $x_1$  est près de  $-\pi/2$  et  $x_3$  est près de  $\pi/2$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_3 X + B_3 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 4 : Si  $x_1$  est près de 0 et  $x_3$  est près de  $-\pi/2$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_4 X + B_4 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 5 : Si  $x_1$  est près de 0 et  $x_3$  est près de 0

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_5 X + B_5 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 6 : Si  $x_1$  est près de 0 et  $x_3$  est près de  $\pi/2$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_6 X + B_6 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 7 : Si  $x_1$  est près de  $\pi/2$  et  $x_3$  est près de  $-\pi/2$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_7 X + B_7 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 8 : Si  $x_1$  est après de  $\pi/2$  et  $x_3$  est près de 0

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_8 X + B_8 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

- Règle 9 : Si  $x_1$  est près de  $\pi/2$  et  $x_3$  est près de  $\pi/2$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_9 X + B_9 U \\ y(t) = CX \end{cases}$$

où  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$  et  $U = [u_1, u_2]^T$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5.929 & -0.001 & -0.315 & -8.4 \times 10^{-6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6.859 & 0.002 & 3.155 & -6.2 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3.0428 & -0.0011 & 0.1791 & -0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3.3436 & 0.0313 & 2.5611 & 1.14 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.2728 & 0.003 & 0.4339 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 9.1041 & 0.0158 & -1.0574 & -3.2 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.4536 & 0.0017 & 1.2427 & 0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3.1873 & -0.0306 & 5.1911 & -1.8 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 11.1336 & 0 & -1.8145 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -9.0918 & 0 & 9.1638 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.1702 & -0.001 & 1.687 & -0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.3559 & 0.0314 & 4.5298 & -1.1 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$A_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.1206 & -0.0041 & 0.6205 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 8.8794 & -0.0193 & -1.0119 & 4.4 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$A_8 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3.6421 & 0.0018 & 0.721 & 0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2.429 & -0.0305 & 2.9832 & -1.2 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$A_9 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6.2933 & -0.0009 & -0.2188 & -1.2 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.4649 & 0.0024 & 3.2693 & -9.2 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$B_{1.5.9} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, B_{2.4.6.8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{3.7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ et } C = I_{4 \times 4},$$

Pour construire le modèle nominale de ce système, nous définissons trois ensembles flous, utilisant  $x_1$  et  $x_3$  comme entrée (fig.IV.2(a)) :

$$\mu_{H_{1j}^i} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{1.8x_z + 0.61}{\pi/16}\right)}$$

$$\mu_{H_{2j}^i} = \exp\left(-\left(\frac{x_z}{4.5}\right)^2\right)$$

$$\mu_{H_{3j}^i} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-1.8x_z - 0.61}{\pi/16}\right)}$$

$z = 1, 3$ , avec  $j = 1, 2$  désigne le sous-système correspondant.

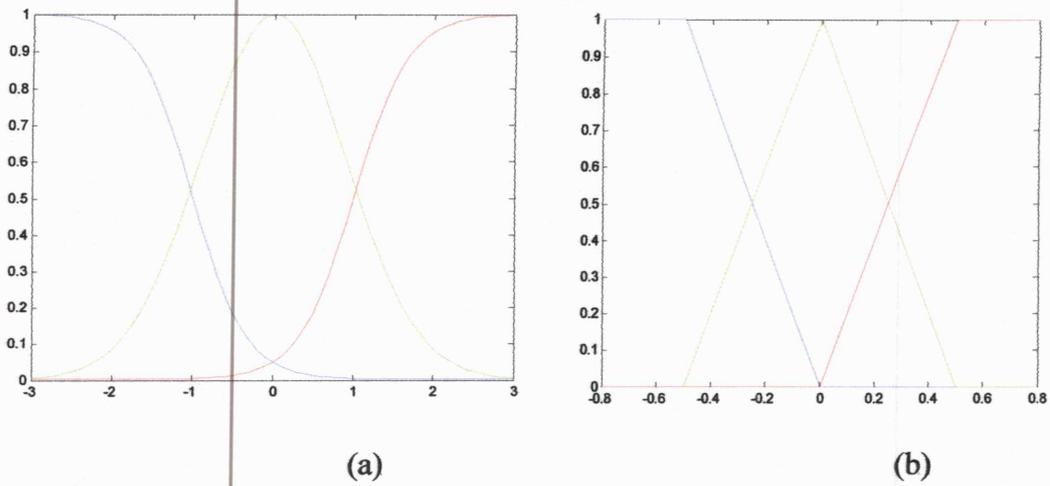
De la même façon, on va choisir trois ensembles antécédents pour construire les quatre systèmes flous adaptatifs, afin de générer  $\hat{u}_1$  et  $\hat{u}_2$  (fig.IV.2 (b)), l'entrée de ces systèmes flous est la variable  $S$ .

Afin d'illustrer l'efficacité de l'approche proposée, deux simulations ont été considérées.

En premier lieu, nous utilisons la loi de commande donnée par (IV.14), en second lieu, nous utilisons la commande proposée donné par (IV.18).

Pour les deux simulations les constantes sont choisies comme suit :

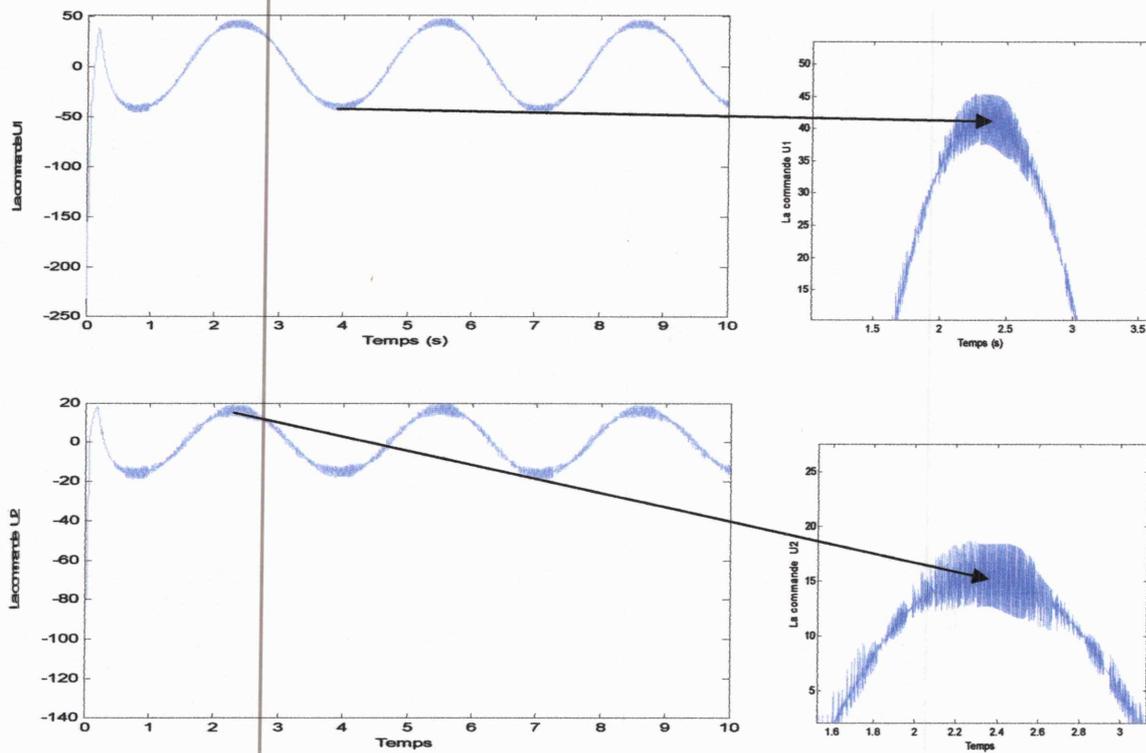
$$\lambda_1 = 10, \lambda_2 = 7, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 6, \beta_1 = 20, \beta_2 = 14, \gamma_1 = 15, \gamma_2 = 20.$$



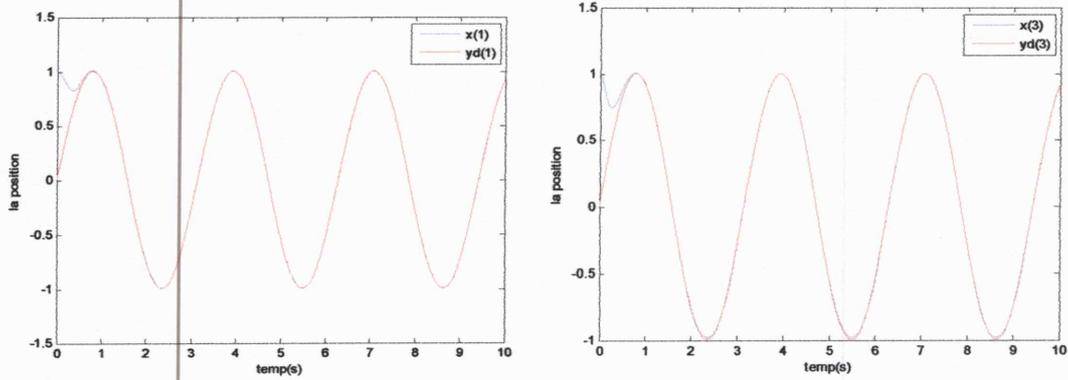
**Fig.IV.2:** (a) Les fonctions d'appartenance des antécédents d'entrées  $x_1$  et  $x_3$  pour approximer le modèle nominal; (b) Les fonctions d'appartenance des antécédents d'entrée  $\underline{S}$  pour les systèmes flous adaptatifs.

**Résultats de simulation :**

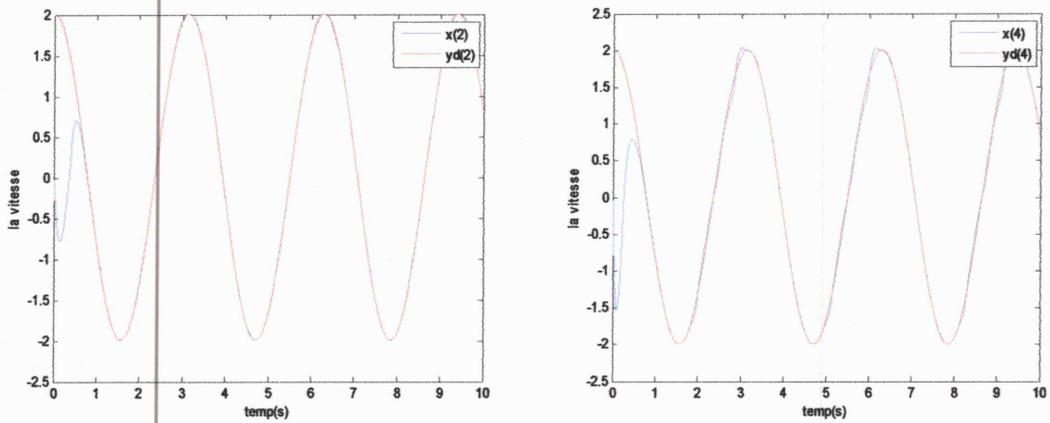
**a) Résultat de simulation utilisant l'algorithme de super-tiwsting (IV.14):**



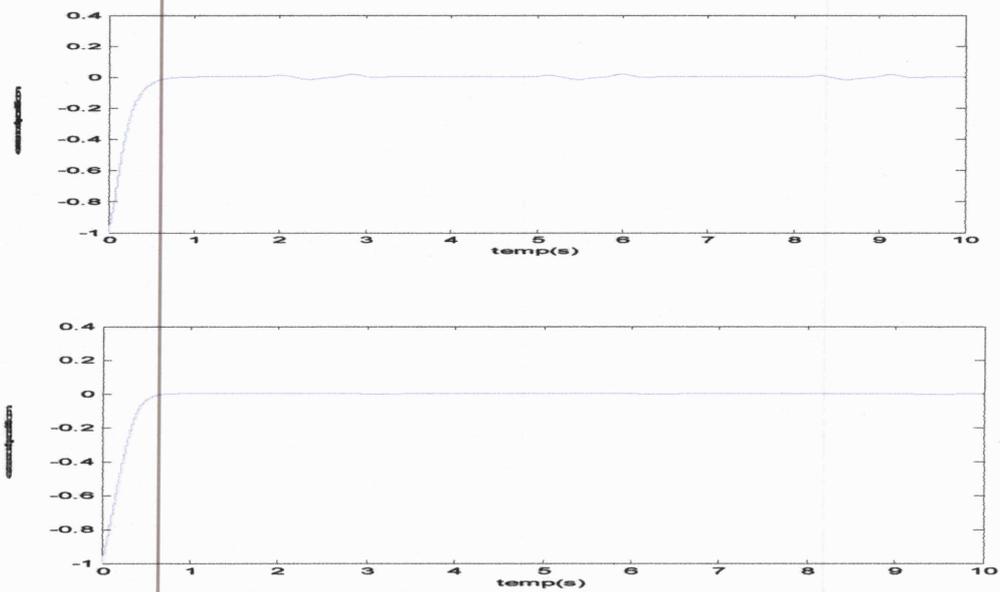
**Fig.IV.3 :** Signal des commandes  $u_1$  et  $u_2$  en utilisant la loi de commande (IV.14)



**Fig.IV.4 :** Signal de sortie en positions des articulations utilisant la loi de commande (IV.14)



**Fig.IV.5 :** Signal de sortie du système, en vitesses des articulations utilisant la loi de commande (IV.14)



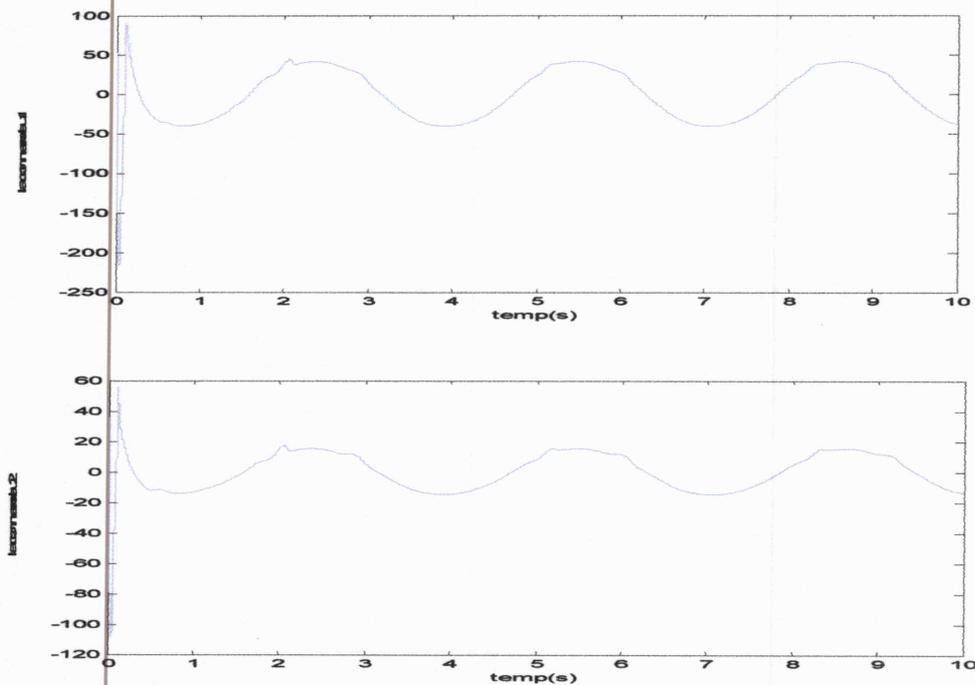
**Fig.IV.6 :** Signal de l'erreur de position utilisant la loi de commande (IV.14)

**Commentaire sur les résultats :**

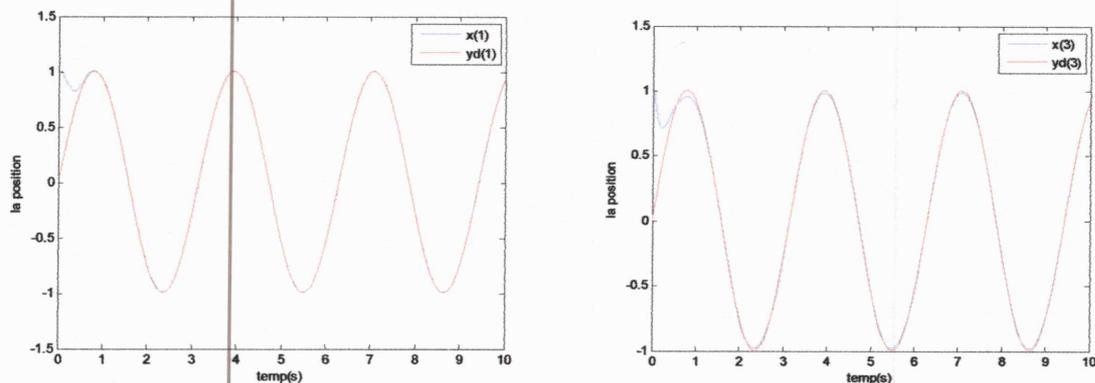
Les figures fig.IV.3, fig.IV.4, fig.IV.5 et IV.6 présentent les résultats de simulation utilisant la loi de commande par super-twisting(IV.14).

Le modèle de système adaptative par le floue et la commande approximé par l'algorithme du super twisting. On remarque bien. Mais pour les deux commandes,  $u_1$  et  $u_2$  le chatring elle est remarquable bien.

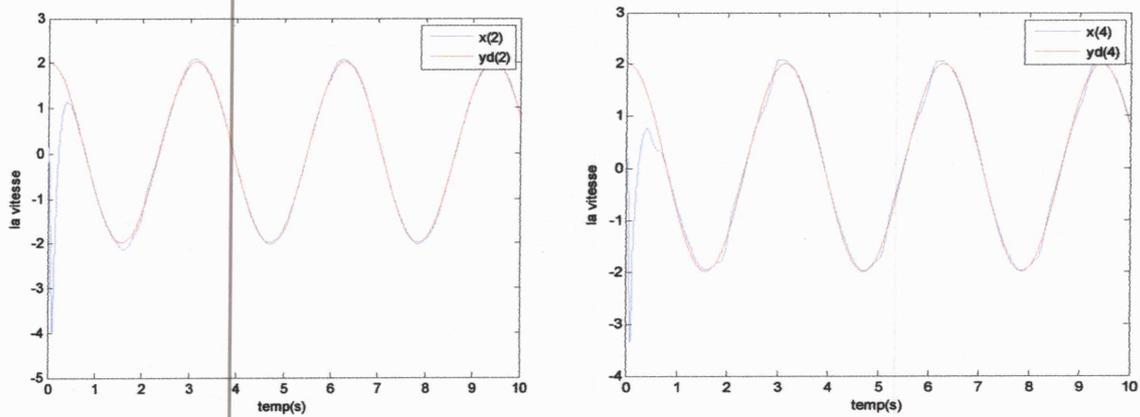
**b) les résultats de simulation en utilisant les systèmes flous adaptative pour générer  $u_1$  et  $u_2$  (IV.18) :**



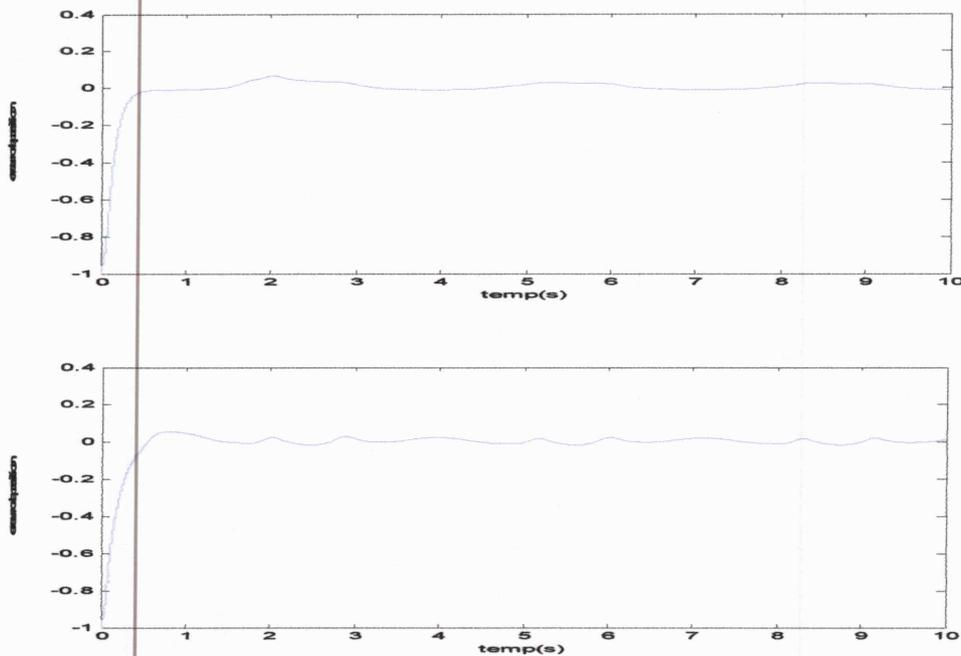
**Fig.IV.7 :** Signal de commandes  $u_1$  et  $u_2$  utilisant la loi de commande (IV.14)



**Fig.IV.8 :** Signal de sortie en positions les articulations en utilisant la loi de commande (IV.18)



**Fig.IV.9 :** Signal de sortie du système, en vitesses des articulations utilisant la loi de commande (IV.18)



**Fig.IV.10 :** Signal de l'erreur de position en utilisant la loi de commande (IV.18)

#### Commentaire sur les résultats :

Les figures (IV.7), (IV.8), (IV.9) et (IV.10) présentent les résultats de simulation, le modèle et la commande adaptative par flou, On remarque bien la poursuite des trajectoires réelles aux celle désirées, et encore que les signaux des commandes est très lisse malgré le système perturbé.

### IV.6 Conclusion

Les résultats des simulations montrent les bonnes performances de poursuite ainsi que la robustesse par rapport aux perturbations de la commande.

On a remarqué déjà dans le chapitre précédent que la logique floue est utilisé pour approximer des systèmes monovariables (SISO), dans ce chapitre, on a appliqué la commande adaptative floue par mode glissant sur un modèle d'un bras manipulateur à deux articulations qui appartient au classe des systèmes non linéaire multivariables (MIMO).

Donc l'adaptation par la logique floue c'est un meilleure méthode pour l'approximation la parties inconnues des fonctions non linéaires, et le mode glissant sont utilisé pour rejeter les perturbations externes ainsi que les variations paramétriques.

## Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons présenté une commande adaptative floue par mode glissant d'ordre supérieur pour des systèmes non linéaires incertains SISO ainsi que MIMO. Ces systèmes. Les systèmes flous sont introduits pour approximer la partie incertain non linéaire des systèmes par un modèle flou de Takagi-Sugeno. La commande par mode glissant d'ordre supérieur est combinée avec celle par logique floue afin d'assurer la robustesse et les performances de poursuite.

Dans le premier chapitre, la commande par mode glissant est détaillée. Cette technique qui est caractérisé par sa simplicité de mise en œuvre et sa robustesse vis-à-vis les perturbations et les incertitudes, souffre du problème de réticence qui apparaît au niveau de la commande. Afin de le surmonter, on a adopté la commande de mode glissant d'ordre supérieur, que son principe est détaillé. Les résultats de la simulation effectuée sur un système de deuxième ordre qui est masse ressort et amortisseur montre, l'efficacité de l'algorithme du super-twisting d'éliminer le broutement qui apparaît sur le signal de commande dans les cas des modes glissants classique, ainsi la robustesse et les bonnes performances de poursuite. Malgré les bons résultats obtenus par l'algorithme du mode glissant d'ordre 2, il reste la difficulté de définir les gains de cette commande.

Dans le deuxième chapitre, on a vu un aperçu sur les systèmes flous tels que les définitions des ensembles flous, les opérations floues. Les étapes de réalisation d'une commande par la logique floue sont détaillées afin de les utiliser ultérieurement dans la conception des structures de commandes proposées.

Dans le chapitre trois, une commande adaptative floue par mode glissant pour une classe des systèmes non linéaires SISO a été présentée. La synthèse de loi de commande par mode glissant de second ordre, les fonctions nominales non linéaires de la commande équivalente sont modélisées par les systèmes de Takagi-Sugeno, et le terme de la commande de commutation sont approximes en utilisant les systèmes flous adaptatifs, de plus les paramètres de ces derniers sont ajustés en ligne. La stabilité est assurée en utilisant la théorie de Lyapunov. Les résultats de la simulation effectuée sur un bras de robot de un degré de liberté vérifient la robustesse et les bonnes performances de poursuite.

Dans le quatrième chapitre, on a présenté MIMO incertains. Les systèmes adaptatifs flous sont utilisés pour approximer les termes de commande de commutation données par

l'algorithme de super-twisting. Les lois d'adaptations pour les paramètres ajustables sont déduites analytiquement. De plus, la robustesse et la stabilité en boucle ferme au sens de Lyapunov est assurée. Les simulations effectuées pour l'application de la commande en poursuite d'une trajectoire de référence d'un robot manipulateur, vérifient la robustesse et les bonnes performances de poursuite ainsi l'efficacité de la structure de commande proposée à éliminer le chatterring.

A l'issue de cette travaille, ce mémoire ouvre de nouvelles perspectives de recherche telle que

- La mise en œuvre expérimentale de cette commande.
- L'utilisation des algorithmes génétiques pour l'optimisation des systèmes flous.
- introduire des observateurs à mode glissant d'ordre supérieur.

## Bibliographique

- [ACH05] Achour « Réglage par mode glissant d'une machine asynchrone ». IEEE Trans. Indust. Applic. Vol.40, N°.1, pp45-55, 2005.
- [BAG99] L. Baghli. "Contribution a la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des reseaux de neurones et des algorithmes genetiques," These de doctorat de l'universite de Henri Poincare. Nancy 1, Janvier 1999.
- [BAR98] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usai. « Chattering avoidance by second-order sliding mode control », IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.43, N°.2, pp. 241-246,1998.
- [BAU97] R Baussiere .F. la brique, G. Segulier « le convertisseur de l'électronique de puissance : commande et comportement dynamique » volume 5, Lavoisier TEC-DOC 2 e édition, France juillet 1997.
- [BKO00] B.B Kook and W. Chul Hum, "Adaptive control of robot manipulator using fuzzy compensator," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol.8, no.2, pp. 718–737, Apr. 2000.
- [CHU01] T. Chung-Shi, "Fuzzy Tracking Control Design for Nonlinear Dynamic Systems via T-S Fuzzy Model," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 9, NO. 3, Jun. 2001.
- [DEL03] A.Dell.Aquila.M.Liserre.V.G.Monopoli,M.Capurso "Aninty power Factor Front End Rectifier For DC Power Systems",Inproceedings of the IEEE Transactions on power Tech Conference. Vol.2,PP6 Bologna,23-26june2003.
- [EME86] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and L.V. Levantovsky. Second order sliding modes in controlling uncertain systems. Soviet Jour. of Computer and System Science, 24(4) :63 68, 1986.
- [EME93] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and A. Levant. Higher-order sliding modes in control systems. Differential Equations, 29(11) :1627 1647, 1993.
- [EMI67] S.V. Emilyanov, «Sliding mode control systems», Nauka, Moscow, 1967
- [FAD04] L. Fadhila« Etude comparative de la commande par mode glissant et la commande vectorielle d'un machine asynchrone ». ICEEE'2004 Algeria, 2nd International Conference on Electrical April/2004.

- [FIL60] A.G. Fillipov, « application of the theory of differential equations with discontinuous right –hands sides to non-linear problems in automatic control », in Proc. Ist IFAC congress, p.923-927,1960.
- [FLO00] T. Floquet, « Contribution à la commande par modes glissants d'ordre supérieur », Thèse de Doctorat. Ecole Centrale de Lille, 2000.
- [GAO93] W.Gao,J. C. hung, « variable structure control system », IEEE Trans. Indust. Applic.Vol.40, N°.1, pp45-55, 1993.
- [HAM03] M. Hamata Omar et M. Louchen Nouridine «Contribution à la commande vectorielle de la machine asynchrone double alimentation »Mémoire d'ingénieur, université de Batna, 2003.
- [HAM04] A. Hamzaoui, N. Essounbouli, K. Benmahammed and J. Zaytoon, "State observer based robust adaptive fuzzy controller for nonlinear uncertain and perturbed systems," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 34, pp. 942–950, Apr. 2004.
- [LEV93] A. Levant, « Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control », Int. Journal of Control, Vol. 58, N°. 6, pp. 1247-1263,1993.
- [LEV00] A. Levant, A. Pridor, R.Gitizadeh, I.Yaesh, J. Z. Ben-Asher, « Aircraft pitch control via second-order sliding technique », AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 23, N°. 4, pp. 586-594,2000.
- [LEV03] A. Levant, « Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control », Int. Journal of control, Vol.76, N°. 9/10, pp. 924-941,2003.
- [LEV07] A. Levant, « Construction principles of 2-sliding mode design », Automatica, Vol. 43, N°.4, pp.576-586,2007.
- [SCH03] R.M.Schup bach, j.c. Balda,“Comparing DC/DC converters for power management in hybrid electric vehicles” In proceedings of the IEEE Transactions on electric Machines and drives Conference IEMDCO3,. Vol.3, PP1369-1374 4june2003.
- [SIO91] I.I. Siotine and L. Weiping, Applied Nonlinear Control, New Jersey: Printice Hall, 1991.

- [SLO86] J.J.E. Slotine and J.A. Coetsee, « Adaptive sliding controller synthesis for non-linear systems», Int.J. Control, N°6,p.1631-1651, 1986.
- [TAK85] T. Takagi and M. Sugeno "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Transactions on Systems,Man, and Cybernetics, vol. SMC-15, pp. 116-132, Jun/Feb. 1985.
- [TAK10] K. Takana, T. Ikeda and H. O. Wang "A unified approach to controlling chaos via LMI-based fuzzy control system design;" IEEE Transactions on Circuits Systems, vol. 11, NO. 3, 2010.
- [TAMOO] H.Tamrbed et T.Azarobr « Réglage par mode glissant d'un machine asynchrone » proceedings de la conférence CEE'00, pp.136-141, 2000.
- [UTK77] V.I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," IEEE Transactions on Automatique Control, vol. AC-22, pp. 212-222, Apr.1977.
- [WAN97] L.X. Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control, " Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1997.
- [ZHO04] Z-Zhougfu,L.yanzhen,P.j.unsworth,"Design of DC link current observer for A3phase Active rectifier with feed forward control" In proceedings of the IEEE 35 th annual.Meeting onindustry Applications, IAS, Vol.1,PP 468-474, 3-7 october 2004.