REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Jije



Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Master en

Automatique

Option

Automatique et Informatique Industrielle

Thème

Commande par Backstepping d'un Toycopter

Proposé par : *Aicha Zibra* Présenté par : *Hanene Illas Oumeima Aicha Hammadou*

Année universitaire 2013/2014

Remerciement

Avant tout, DIEU merci de m'avoir donné la volonté, la patience et le courage pour accomplir ce modeste travail

Nous tenons à formuler notre gratitude et notre profonde remerciements à notre encadreur **Mme Aicha Zibra** pour sa disponibilité et l'aide précieux, qui nous a toujours accueilli avec bienveillance, qui n'a ménagé ni son temps ni ses efforts pour nous guidé,

Nos sincères remerciements à Monsieur **Beghoul Mehmoud** pour son aide précieuse, sa compétence, ses suggestions et ses encouragements. Nous tenons à lui exprimer notre profonde gratitude et reconnaissance

Nous remercions également les membres de jury, pour avoir accepté de juger ce travail.

Ainsi l'ensemble des enseignants qui ont contribué par leur compétence à notre formation.

Enfin, nos remerciements à nos familles, nos amis, nos collègues et toutes les personnes qui nous a aidé de loin ou de prés même qu'il soit un mot d'encouragement et de gentillesse.

Oumeima Alicha & Hanene

Dédicace

Pendant toute la durée de la rédaction de ce mémoir « Elle » a toujours été à mes côté. « Elle » c'est la plus dévouée, la plus patiente et la meilleure amie qui m'a tout le temps soutenue, encouragée et surtout qui continue toujours de croire en mes capacités. ET c'est à « Elle » en premier et avant autre que je dédie ce modeste travail, témoin de ma reconnaissance envers son infini Amour. A toi ma mère « LOUIZA » qui a veillé à mes cotés, qui a tant prier pour moi et qui me pousse toujours de l'avant.

« Merci et que Dieu te Garde »

A celui qui est l'exemple du dévouement pour moi, à la mémoire de mon père « ALI ».

A mes sœurs et A Mon petit frère Messaoud.

A tous mes enseignants

A toutes mes amies

A mes collèges de promotion d'automatique 2014

A tout

Hanene

Je dédie ce travail à...

A mes très chères parents Fatima Zohra et Abdelmalek dont le soutien et le dévouement sans condition aucune ont été déterminants. Ils n'ont cessé de m'encourager et de prier pour moi. Ainsi qu'a mon frère Islam et ma petite soeur Selma A ma seul raison d'être ma chère et adorable petite fille Hadjar que Dieu la protège A mon cher et tendre époux Mohammed Tahar qui m'a apporte tout son soutien moral et matériel qui m'a permis de réussir mes études. A mes grands-parents qui à leur manière aussi m'ont soutenu. A mes beau parents Meriama et Abdennour A ma belle sœur Ikram et mes beau freres Amar et Khelifa ainsi qu'a toute leur petites familles A tous ceux et celles dans et hors de ma famille qui m'ont aidés à accomplir ce travail Qu'ils trouvent dans ce travail toute ma sincère reconnaissance

Oumeima Aicha

Table des Matières

Table des matières

| Introduction | générale | 1 |
|--------------|----------|---|
|--------------|----------|---|

Chapitre I Modélisation dynamique d'un Toycopter

| I.1 Introduction | 4 |
|--|---|
| I.2 Contexte et historique | 4 |
| I.3 Classification | 5 |
| I.4 les hélicoptères | 6 |
| I.5 Les hélicoptères drones | 6 |
| I.5.1 Mode de vol | 7 |
| I.5.2 Différentes configurations des rotors d'un hélicoptère | 7 |
| I.6 Description du Toycopter | 8 |
| I.7 Principe de fonctionnement | 9 |
| I.8 Application du formalisme de Lagrange pour la modélisation du Toycopter 10 | 0 |
| I.8.1 Evaluation de l'énergie cinétique et potentielle10 | 0 |
| I.8.1.1 L'énergie cinétique10 |) |
| I.8.1.2 L'énergie potentielle | 3 |
| I.8.2 Les forces généralisées14 | 1 |
| I.9 Model dynamique du système15 | 5 |
| I.10 La représentation d'état du système17 | 7 |
| I.11 Les valeurs des paramètres du Toycopter18 | 3 |
| I.12 Simulation en boucle ouverte | 3 |
| I.13 Conclusion | 3 |

Chapitre II Commande par Backstepping

| II.1 Introduction |
|-------------------|
|-------------------|

| II.2 Stabilité des systèmes non linéaires | 20 |
|---|----|
| II.2.1 Définition d'un point d'équilibre | 20 |
| II.2.2 Définition intuitive de la stabilité | 20 |
| II.2.3 Stabilité selon Lyapunov | 21 |
| II.2.4 Méthodes d'analyse de la stabilité | 22 |
| II.3 Aspect théorique du principe du «Backstepping» | 23 |
| II.3.1. Synthèse commande par Backstepping | 23 |
| II.3.2 Algorithme générale de la méthode | 26 |
| II.4 Application du Backstepping pour la commande des systèmes non linéaire | 26 |
| II.4.1 Application sur un système théorique | 26 |
| II.4.2 Application à un Toycopter | 29 |
| II.5 conclusion | 32 |

Chapitre III Commande par Backstepping filtrée

| III.1 Introduction | . 33 |
|--|------|
| III.2 Commande par Backstepping filtrée | . 33 |
| III.2.1. Algorithme général de commande par Backstepping filtrée | . 35 |
| III.3. Application du Backstepping filtrée au système non linéaire | . 37 |
| III.3.1. Application sur le système théorique | 37 |
| III.3.2. Application au modèle du Toycopter | 39 |
| III.4 Conclusion | .42 |

Chapitre IV Commande adaptative par Backstepping filtrée avec saturation

| IV.1. Introduction | . 43 |
|-----------------------------|------|
| IV.2.La commande adaptative | . 43 |
| IV.3. La saturation | . 44 |

| IV.4. Modélisation de l'effet de saturation | 45 |
|--|----|
| IV.5. synthèse de commande par Backstepping adaptative filtrée avec saturation des commandes | |
| IV.5.1. Application de Backstepping adaptatif filtrée au modèle du Toycopter | 52 |
| IV.6.Conclusion | 56 |

| Conclusion générale | . 57 |
|-----------------------------|------|
| Références Bibliographiques | . 59 |

Liste des figures

Liste des figures

| Figure I.1 | Schéma descriptif d'un hélicoptère drone | 7 | |
|--------------|--|----|--|
| Figure I.2 | Le Toycopter | | |
| Figure I.3 | Schéma descriptif du Toycopter | | |
| Figure I.4 | Calcule de la vitesse angulaire principale | 11 | |
| Figure I.5 | Hélicoptère avec son centre de masse, et les distances projetées | | |
| | Pour calculer l'énergie potentielle | 13 | |
| Figure I.6 | Signal de commande u_r | 19 | |
| Figure I.7 | Signal de commande u_m | 19 | |
| Figure I.8 | Angle de lacet ψ | 19 | |
| Figure I.9 | Dérivée de l'angle de lacet $\dot{\psi}$ | 19 | |
| Figure I.10 | Angle de tangage φ | 19 | |
| Figure I.11 | Dérivée de l'angle de tangage $\dot{\varphi}$ | 19 | |
| Figure II.1 | Illustration de la définition intuitive de la stabilité | 21 | |
| Figure II.2 | Sortie du système par la commande Backstepping standard | 28 | |
| Figure II.3 | Signal de commande | 28 | |
| Figure II.4 | Erreur de poursuite | 28 | |
| Figure II.5 | Evolution de l'angle de lacet ψ | | |
| Figure II.6 | Evolution de l'angle de tangage φ | 31 | |
| Figure II.7 | erreur $\psi - \psi_d$ | 31 | |
| Figure II.8 | erreur $\varphi - \varphi_d$ | 31 | |
| Figure II.9 | Signal de commande u_r | 31 | |
| Figure II.10 | Signal de commande u_m | 31 | |
| Figure III.1 | Sortie du système par la commande Backstepping filtrée | 38 | |
| Figure III.2 | Signal de commande | 38 | |
| Figure III.3 | Erreur \tilde{e}_1 | | |
| Figure III.4 | Evolution de l'angle de lacet ψ | | |
| Figure III.5 | Evolution de l'angle de tangage φ | 41 | |
| Figure III.6 | Erreur $\psi - \psi_d$ | 41 | |
| Figure III.7 | Erreur $\varphi - \varphi_d$ | 41 | |
| Figure III.8 | Signal de commande u_r | 41 | |
| Figure III.9 | Signal de commande u_m | 41 | |

| Saturation | 44 |
|--|---|
| Effets de la saturation | |
| Filtre permettant de calculer les commandes des dérivées en assurant | |
| La limitation de d'amplitude, vitesse, et de bande passante | 47 |
| Evolution de l'angle de lacet ψ | 55 |
| Evolution de l'angle de tangage φ | 55 |
| Erreur $\psi - \psi_d$ | 55 |
| Erreur $\varphi - \varphi_d$ | 55 |
| Signaux de commande | 55 |
| Signaux de commande | 55 |
| | SaturationEffets de la saturationFiltre permettant de calculer les commandes des dérivées en assurantLa limitation de d'amplitude, vitesse, et de bande passanteEvolution de l'angle de lacet ψ Evolution de l'angle de tangage φ Erreur $\psi - \psi_d$ Erreur $\varphi - \varphi_d$ Signaux de commandeSignaux de commande |

Liste des tableaux

Liste des tableaux

| Tableau I.1 | paramètres du model | | 18 |
|-------------|---------------------|--|----|
|-------------|---------------------|--|----|

Liste des abréviations

Liste des abréviations

- UAV Unmanned Aerial vehicle.
- VAA Véhicules Aériens Autonomes.
- MAV Micro Air Vehicule.
- TCP Très Courte Portée.
- MCMM Multichargés Multimissions.
- **DMT** Drone Maritime Tactique.
- TRMS Twin Rotor Mimo System.

Introduction générale

Introduction générale

Un système non linéaire commandé est un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires, d'écrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande, ou simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs. Ces systèmes n'ont pas de théorie générale. La dynamique de vol de voitures volantes à voilure tournantes étant non linéaire donc complexe et instable, par conséquent leur technique de commande doit être adaptée.

La commande et le contrôle d'un hélicoptère drone présente deux difficultés essentielles, outre la dynamique du système non linéaire et couplée qui pourrai être soumise à des variations paramétriques imprécises, l'engin évolue généralement dans un environnement perturbateur de son vol et de ses différentes manœuvres (décollage, inclinaison, descente et atterrissage) tel que des conditions atmosphériques instables (vent en rafale notamment), ou dans un théâtre d'incendie, dans des zones d'opérations militaires où le cours des évènements est particulièrement imprévisible.

Avec le développement de systèmes de plus en plus complexe de nombreuses méthodes de commande ont été élaborées. Cette élaboration a été réalisée grâce à une petite configuration plus facile à étudier appelée le Toycopter. Certaines de ces méthodes ont aboutis à des applications techniques de commande et de contrôle efficientes. Parmi celles-ci la technique de commande par Backstepping (commande stabilisante non-linéaire) dont l'efficacité a été prouvée en produisant une fonction de Lyapunov de stabilisation de façon séquentielle et systématique et donc particulièrement adaptée à la commande des systèmes non-linéaires triangulaires inferieur dont fait partie notre système (le Toycopter). L'idée de base de la commande de type Backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous systèmes d'ordre un en cascade stable, ce qui leur confèrent des qualités de robustesse et une stabilité asymptotique global. En d'autres termes, c'est une méthode multiétapes. A chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre. Cela peut être atteint à partir des fonctions de Lyapunov qui assurent pas à pas la stabilisation de chaque étape de synthèse. Quand on applique l'algorithme de cette commande on remarque qu'il y a une complexité dans les calculs de commande virtuelle si le degré relatif du système est grand.

Pour simplifier la complexité de cette synthèse, on opte pour une commande avec filtrage des commandes virtuelles. Dans cette technique les dérivés de ces commandes virtuelles ne sont pas calculés analytiquement, mais elles passent par un filtre linéaire ou non linéaire tous cela dans un contexte ou on néglige la saturation des actionneurs.

Il est bien connu qu'en pratique tous les systèmes dynamiques sont soumis à des limitations sur leurs entrées. Parmi ces limitations physiques, les plus répondu en pratique sont celles qui s'attachent à l'amplitude des commandes. L'un des effets de ces limitations des commandes se traduit par une saturation ; c'est la non-linéarité dominante en pratique, qui entraine la dégradation des performances et même, dans la plus part des cas de l'instabilité.

De tels effets de saturation des commandes sont décrits dans la littérature. Il apparait donc nécessaire de prendre en compte ces contraintes physiques, lors de la synthèse de la loi de commande.

Généralement, la conception de la loi de commande avec la saturation d'actionneur est traitée, soit par la synthèse d'une loi de commande contrainte ou bien par la conception d'une loi de commande saturante. Dans la première loi, la commande ne sature jamais et le problème est traité par la détermination d'une limite des conditions initiales de l'état du système qui évite la saturation de la commande. Dans la seconde loi, la commande peut saturer et donc il est nécessaire de définir les modèles mathématiques adéquats pour représenter la saturation.

Dans ce travail on s'intéresse à la conception d'une commande par Backstepping filtrée avec saturation des commandes appliquées sur notre système (Toycopter). Outre l'introduction et la conclusion générale, ce mémoir est organisé en quatre chapitres répartis comme suit :

Le premier chapitre est dédié à introduire quelques notions générales sur les drones et les hélicoptères drones en insistant sur le Toycopter, objet de notre étude, qui a été présenté afin de comprendre le comportement et l'influence de chaque entrée sur la dynamique du système. Au début nous avons montré son principe de fonctionnement, ensuite la modélisation de sa dynamique sera obtenue en utilisant le formalisme de Lagrange. Enfin cette dynamique est mise sous la forme d'état afin de simplifier l'étude ainsi que la simulation de ce système.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation théorique de la méthode du Backstepping. Ensuite nous avons appliqué cette dernière sur un système du troisième ordre pour que nous ayons pu voire la complexité de cette technique, après sur notre système.

2

Dans le troisième chapitre, nous avons introduit la synthèse de la commande par Backstepping avec filtrage des commandes virtuelles appliquée aussi sur un système du troisième ordre et sur le Toycopter.

Dans le quatrième chapitre, une commande par Bckstepping adaptative filtrée avec saturation des commandes et des commandes virtuelles a été brièvement présentée, où le problème de saturation est résolu, en utilisant La modification du signal d'erreur utilisé dans les lois d'adaptation par élimination de la composante d'erreur due à la saturation.

Chapitre I Modélisation dynamique d'un Toycopter

I.1 Introduction

Ces dix dernières années, les avancées technologiques et les nombreuses applications potentielles ont suscité un intérêt croissant pour la robotique aérienne. Les petits véhicules aériens sans pilote ont des applications commerciales évidentes dans l'inspection d'ouvrages d'art comme les ponts, les barrages ou les lignes hautes tensions, l'exploration d'environnements dangereux comme des forêts en feu ou des zones radioactives, les missions militaires de reconnaissance, etc... [1].

Cependant afin que les drones puissent atteindre ce potentiel, certains défis techniques doivent être surmontés notamment l'étude, et la commande en prenant en compte les phénomènes aérodynamiques. Parmi ces drones, on trouve :

• des engins plus légers que l'air : ballons et dirigeables.

• des engins plus lourds que l'air : avions, planeurs, avions convertibles, et l'hélicoptère.

Ce type de système non linéaire est très difficile à commander. La difficulté dans la commande vient de sa nature instable, fortement couplée et leur sensibilité à l'environnement extérieur [2].

Dans ce premier chapitre, le résumé du contexte et l'historique, classification de drones et la configuration des différents rotors seront rappelés et en dernier lieu sera étudié l'hélicoptère drone (Toycopter).

I.2 Contexte et historique

Un drone est un aéronef sans pilote à son bord et doté d'une certaine autonomie et d'une capacité de décision. Les drones ou UAV (Unmanned Aerial vehicle) possèdent une charge utile pour l'emport de matériels nécessaires à l'accomplissement des missions auxquelles ils sont employés. Notons que le mot drone peut également désigner les engins terrestres ou sous-marins autonomes. Cependant, il est courant de réserver son usage aux VAA (Véhicules Aériens Autonomes).

Ce sont les conflits armés qui, au cours de l'histoire, ont révélé l'utilité des drones et ont ainsi amplifié leurs intérêts sur le champ de bataille. Le concept de drone a connu un premier grand essor au cours de la seconde guerre mondiale par les apparitions des fusées V1 et V2, où il a d'abord été jugé comme inadapté et sans réelle utilité par une majorité de militaires et de chefs de file politiques de l'époque. Seule une poignée d'hommes a su imaginer le formidable potentiel de l'idée même d'un drone, ainsi que son impact futur sur l'art de mener la guerre. C'est ensuite durant les guerres de Corée et du Vietnam que les VAA ont connu un second grand essor. Le contexte de la « guerre froide » a en revanche nécessité le développement secret de cette nouvelle arme stratégique. Les drones ont alors permis l'espionnage afin de minimiser les risques humains au cours des interventions militaires. Ce sont les innovations technologiques qui ont permis d'acquérir cette supériorité tactique, en particulier dans les domaines de l'automatique et des télécommunications. Les conflits actuels ont encore amplifié l'utilisation des drones. Aujourd'hui, le développement de drones reste un domaine de recherche très actif dans le monde, tant pour les applications civiles que militaires. Toutefois, seuls les drones militaires sont actuellement en service, puisque les drones non militaires ne sont pas intégrés dans l'espace aérien civil. Voici un panel réduit des missions actuelles et futures des drones, pour ne citer que quelques domaines d'application tels que :

• la reconnaissance et le sauvetage en condition atmosphérique extrême, ou les drones aideraient à la localisation de victimes potentielles.

• l'inspection d'infrastructure telle que les pipelines, les lignes électriques ou les barrages hydrauliques.

• la surveillance de zones d'intérêts comme les frontières ou le trafic autoroutier.

• la cartographie de zones agricoles ou urbaines.

• la prospection pétrolière [3].

I.3 Classification

La classification des drones est un exercice très difficile, dans la mesure où elle est différente selon les pays. Cependant les drones aériens peuvent être classés selon trois critères que sont l'altitude de croisière, l'endurance en termes de temps de vol et leur dimension principale. Dans ce cadre, le domaine opérationnel des drones peut se décomposer en trois segments :

• les drones tactiques.

• les drones de moyenne altitude et longue endurance (MAL) permettant d'utiliser une charge utile de l'ordre de 100 kg.

• les drones de haute altitude et longue endurance (HALE).

Le segment tactique se décompose lui-même en six segments :

• les micro-drones (Micro Air Vehicule ou MAV), pouvant être contenu dans une sphère de 30 cm.

• les mini-drones (Mini Air Vehicule ou MAV également), pouvant être contenu dans une sphère de 70 cm.

- les drones de très courte portée (TCP).
- les drones moyenne portée lente (multichargés multi-missions ou MCMM lent)
- les drones rapides basse altitude (MCMM rapides).
- les drones maritimes tactiques (DMT).

Cela peut surprendre de distinguer en deux segments les micro-drones et les minidrones, mais la différence d'échelle entre les deux impose aujourd'hui encore des contraintes fortes pour le choix des matériaux des capteurs et des systèmes embarqués. Par conséquent ces deux familles sont fortement différenciées par l'autonomie en vol et la qualité des contrôles, cependant la miniaturisation des cartes électroniques jointe à l'augmentation des capacités de calculs des mini-systèmes embarqués tendent à réduire ces écarts [4].

I.4 Les hélicoptères

Les hélicoptères sont un type d'aéronefs et s'appellent aussi des giravions. La structure proprement dite d'un hélicoptère est plus simple que celle d'un avion puisqu'elle ne comprend ni aile ni gouverne mobile. La voilure dite tournante comprend l'ensemble des pales et le moyeu [5].

L5 Les hélicoptères drones

Le terme drone, en anglais, désignait à l'origine un avion-cible, avion pris pour objectif dans des exercices de combat aérien ou d'essai des missiles. Communément l'appellation drone désigne un aérodyne (nom générique de tout appareil volant plus lourd que l'air) automatisé (autonome et/ou piloté depuis le sol). Dans la classification américaine, le drone indique un système d'aéronef sans pilote (en anglais UAS, Unmanned Aerial System). Le drone fait partie de ce système qui est constitué :

- un ou plusieurs vecteurs aériens équipés de capteur de détection.
- une ou plusieurs stations au sol de commande et de recueil des détections.
- des liaisons radioélectriques de données entre le vecteur aérien et la partie au sol.

Un hélicoptère drone est un aérodyne automatisé dont la propulsion à l'instar de l'hélicoptère avec pilote est assurée par des rotors. Ses utilisations correspondent à ses qualités de manœuvrabilité, principalement celles qui exigent un vol stationnaire. Ces missions peuvent être civiles ou militaires. Tels que repérages, surveillances, relevés topographiques, inspection, guerre électronique, reconnaissance, brouillage, largage des tracts, etc... Sont des applications largement utilisées en attendant d'autre à l'étude ou à l'imaginer.



Figure I.1. Hélicoptère drone.

I.5.1 Mode de vol

Dans la littérature, le fonctionnement aérodynamique et mécanique est analysé selon le type de vol que réalise l'hélicoptère. L'hélicoptère exécute en principe trois sortes de vols :

- Vol stationnaire, l'appareil étant immobile par rapport à l'air.
- Vol vertical (ascendant ou descendant).
- Vol de translation (horizontalement ou incliné) [5].

I.5.2 Différentes configurations des rotors d'un hélicoptère

Ce type d'aéronef possède des configurations diverses de rotors :

- (a) Configuration à rotor principal avec ou sans rotor de queue. Par la suite, nous appellerons hélicoptère standard ou simplement hélicoptère, la configuration correspondant à un rotor principal et un rotor de queue.
- (b) Configurations à deux rotors principaux. On peut distinguer les cinq solutions suivantes :
 - configuration à deux rotors principaux en tandem (bi-rotor en tandem).
 - configuration à deux rotors principaux coaxiaux contrarotatifs (bi-rotor coaxial).
 - configuration à deux rotors principaux côte à côte.
 - configuration à deux rotors principaux pivotants.
 - configuration à deux rotors principaux dit convertibles.
- (c) Un hélicoptère à trois rotors.
- (d) Un hélicoptère à quatre rotors [5].

L'objectif de notre travail c'est d'étudier un hélicoptère drone standard, c'est le Toycopter qui possède un rotor principal et un rotor de queue sachant que:

Rotor principal

Un rotor est un ensemble de pièces mécaniques complexes. Il existe plusieurs types de rotors, les plus connus sont le rotor rigide, semi-rigide et le rotor articulé [5].

• Rotor de queue

En ce qui concerne le rotor de queue, il est composé du même mécanisme que le rotor principal sauf qu'il ne contient pas l'ensemble des articulations qui aident à la commande du pas cyclique. Ce rotor est aussi entraîné par le moteur qui fait tourner le rotor principal [5].

I.6 Description du Toycopter

Le Toycopter est en gros un hélicoptère simplifié en modèle réduit, il est composé de deux liaisons :

• un puits vertical articulé à la base par le biais d'un joint de rotation.

• une tige articulée avec la première liaison par l'intermédiaire d'une autre articulation de rotation, et équipées de deux hélices, une à chaque extrémité.

L'hélice principale ajustera le mouvement vertical, et l'autre contrôlera le mouvement horizontal [6].

Notant bien qu'il y'a deux différences fondamentales avec un vrai hélicoptère :

• il ne peut pas modifier l'orientation des pales de ses hélices.

• il est condamné à rester sur place. On peut par contre, jouer sur la vitesse et le sens de rotation des hélices pour le maintenir dans la position souhaitée [2].



Figure I.2. Le Ttoycopter.

Le fait que la poussée de l'hélice est variée par la modification de la vitesse de rotation des hélices introduit une forte non-linéarité qui rend la tâche de contrôle difficile, ainsi que la dynamique de Lagrange sera plus compliquée [6]. Ce qui justifie de montrer tous les détails de modélisation dans ce chapitre.

L7 Principe de fonctionnement

La configuration étudiée est un système mécanique de corps rigide composé de deux liaisons principales :

• La première liaison (placé à la verticale)

Elle est articulée à la base par l'intermédiaire d'un joint de rotation, donnant naissance au mouvement horizontal Toycopter (coordonnée φ).



Figure I.3. Schéma descriptif du Toycopter.

• La deuxième liaison (le bras)

Elle est articulée sur la première liaison, par le biais d'un autre joint de rotation permettant un mouvement vertical (coordonnée ψ).

Les coordonnées (ψ, φ) , où φ est l'angle de lacet (angle horizontal) entre la projection du bras sur la base horizontale, et ψ est l'angle de tangage (angle vertical) entre l'axe vertical et le bras, elle peut être utilisé pour décrire le mouvement du Toycopter depuis les points d'extrémité du bras restant sur une sphère.

Les moteurs à courant continu sont fixés aux deux extrémités du bras, chacun équipé d'une hélice. Ces moteurs sont montés de manière telle que leurs points des axes de rotation indiquent la direction du mouvement qu'ils actionnent.

Le moteur principal varie sa vitesse ω_m afin de contrôler la force perpendiculaire au plan du rotor (la force aérodynamique générée le long de la coordonnée ψ), tandis que le moteur arrière varie sa vitesse ω_r pour contrôler le mouvement horizontal. Notez que, malgré

le fait qu'il y a autant d'actionneurs que de direction souhaitée, le système est néanmoins sous-actionné, étant donné qu'il y a plus de coordonnées généralisées que d'actionneurs indépendants. Ceci peut être compris intuitivement en disant que les moteurs doivent contrôler à la fois la vitesse et la coordination correspondants à la direction qu'ils actionnent.

Le centre de masse du système n'est volontairement pas sur l'articulation entre la première et la seconde liaison, ce qui rend le système instable [6].

L8 Application du formalisme de Lagrange pour la modélisation du Toycopter

Le formalisme de Lagrange est utilisé pour modéliser le comportement dynamique du Toycopter. Cette approche particulière est assez simple à mettre en œuvre [7].

Pour déterminer le mode dynamique, on doit prendre en considération les hypothèses suivantes :

• les effets du sol et ceux de la vitesse relative sont négligés.

• la force de poussée de l'hélice est considérée proportionnelle au carré de la vitesse de rotation du rotor.

• l'air génère un couple de frottement proportionnel au carré de la vitesse sur les hélices.

• le frottement du moteur est purement visqueux. Les frottements du bras, et du corps sont visqueux [6].

La première étape de modélisation consiste à sélectionner des coordonnées généralisées, l'ensemble choisi est : { $\varphi, \varphi, \rho_m, \rho_r$ }.

Où : ρ_m et ρ_r représentent les angles de l'hélice. (Les indices *m* est *r* signifient : principal et arrière).

L8.1 Evaluation de l'énergie cinétique et potentielle

I.8.1.1 L'énergie cinétique

L'énergie cinétique totale consiste à déterminer quatre termes, chacun correspond à l'un des corps rigides du Toycopter (bras : W_a , corps : W_b , l'hélice principale : W_m et l'hélice arrière W_r).

$$W_c = W_a + W_b + W_m + W_r \tag{I.1}$$

Pour obtenir chacun de ces termes, nous allons utiliser la formule générale de l'énergie cinétique d'un corps unique et rigide W_{cR} .

$$W_{cR} = \frac{1}{2} M v_A^T v_A + M v_A^T (\Omega \times AG) + \frac{1}{2} \Omega^T I_A \Omega$$
(I.2)

Avec :

A : Est un point du corps rigide, il se déplace avec une vitesse linéaire instantanée v_A .

 Ω : La vitesse angulaire instantanée.

M: La masse de la rigidité du corps centré au point G.

 I_A : Le tenseur d'inertie par rapport à un cadre fixé au point A du corps rigide.

Puisqu'il y'a quatre différents corps rigides dans la configuration, on a besoin alors de calculer huit vitesses, et d'appliquer la formule à chaque corps.

La vitesse angulaire principale est obtenue en additionnant les trois vitesses angulaires qui découlent de rotation le long de ρ_m , ψ et φ .

Cela résulte de la composition des vitesses angulaires du déplacement référentiel. La figure (I.4) illustre les contributions de $\dot{\phi}$, et de ψ à la vitesse angulaire principale.



Figure I.4. Calcul de la vitesse angulaire principale []

(a) Un cadre fixé au corps rigide formé par l'hélice principale et son rotor du moteur (1,2,3). Les deux coordonnées ψ et ρ_m sont également indiquées. (b) et (c) Contribution $\dot{\psi}$, $\dot{\phi}$ au cadre ci-joint. Les flèches claires représentent $\dot{\psi}$ dans (b), et $\dot{\phi}$ dans (c).

Un calcul similaire peut être effectué pour l'axe arrière. Le résultat sera comme suit :

$$\Omega_m = [\dot{\varphi}\sin\psi + \dot{\rho_m} \quad \psi\sin\rho_m + \varphi\cos\psi\cos\rho_m \quad \psi\cos\rho_m - \varphi\cos\psi\sin\rho_m]^T \quad (I.3)$$

$$\Omega_r = [\rho_r + \psi - \varphi \cos(\psi + \rho_r) \ \varphi \sin(\psi + \rho_r)]^T$$
(I.4)

Pour les rotors, l'hélice principale et arrière, le point A dans la formule générale de l'énergie cinétique est choisie pour être égale au centre de masse G.

Il nous reste à calculer les vitesses linéaires de ces deux centres.

Soit :

M(R): est le centre de masse du rotor de l'hélice principale (arrière) du rotor.

OM et OR: désignent la longueur entre le centre de rotation du bras et le centre de masse correspondant.

La vitesse linéaire est due aux deux rotations à la vitesse angulaire $\dot{\phi}$ et $\dot{\psi}$.

La vitesse linéaire instantanée du centre de l'hélice de la masse exprimée dans le cadre fixe attachée à l'hélice est donnée (pour l'hélice principale et l'hélice arrière) comme suit :

$$v_m = \left[\dot{\psi} OM \quad \dot{\phi} \sin \psi \sin \rho_m OM \quad \dot{\phi} \sin \psi \cos \rho_m OM \right]^{\prime}$$
(I.5)

$$\boldsymbol{v}_r = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varphi}} \sin \boldsymbol{\psi} O R & \dot{\boldsymbol{\psi}} \sin \boldsymbol{\rho}_r O R & -\dot{\boldsymbol{\psi}} \cos \boldsymbol{\rho}_r O R \end{bmatrix}^T$$
(I.6)

En raison du choix du point A, le second terme dans la formule de l'énergie cinétique W_{cR} s'annule. L'examen d'un tenseur d'inertie en diagonale (pour les deux hélices) donne :

$$W_m = \frac{1}{2} M_m v_m^T v_m + \frac{1}{2} \left[I_{m1} (\dot{\rho_m} + \dot{\phi} \sin \phi)^2 \times \left(I_{m23} \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi + \dot{\phi}^2 \right) \right]$$
(I.7)

$$W_r = \frac{1}{2} M_r v_r^T v_r + \frac{1}{2} I_{r1} (\dot{\phi} + \dot{\rho_r})^2 + \frac{1}{2} I_{r23} \dot{\phi}^2$$
(I.8)

Dans les équations ci-dessus, l'angle de l'hélice n'apparait pas, car nous admettons que $I_{r2} = I_{r3} = I_{r23}$ et $I_{m2} = I_{m3} = I_{m23}$. Cela permettra de réduire par l'un de l'ordre de la dynamique du système. Les coordonnées ρ_m et ρ_r sont appelées les coordonnées cycliques, car elles ne figurent pas explicitement ni dans le lagrangien, ni dans la force généralisée.

Selon la même approche, le reste des énergies cinétiques peut être exprimé comme suit :

$$W_a = \frac{1}{2} I_{b11} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} I_{b11} \dot{\phi}^2 \cos^2 \psi + \frac{1}{2} I_{b33} \dot{\phi}^2 \sin^2 \psi$$
(I.9)

$$W_b = \frac{1}{2} I_b \dot{\varphi}^2 \tag{I.10}$$

I.8.1.2 L'énergie potentielle

Le centre de masse du Toycopter $G_g(G_g :$ est utilisé ici pour la distinguer de G, la variable générique indiquant le centre de masse de l'un des quatre organes rotatifs à laquelle la formule de l'énergie cinétique est appliquée), n'est pas forcement sur le centre de rotation.

Il est censé de se trouver quelque part dans le plan contenant le bras, et le centre de rotation. Ainsi, deux paramètres sont nécessaires pour décrire sa position.



Figure I.5. Hélicoptère avec son centre de masse, et les distances projetées nécessaires pou calculer l'énergie potentielle []

Utilisant la figure (I.5), l'énergie potentielle peut être mise sous la forme :

$$W_p = M_t g(R_{gz} \sin \psi - R_{gy} \cos \psi) = G_s \cos \psi - G_c \sin \psi \qquad (I.11)$$

Élargir le Lagrangien $L = W_a + W_b + W_m + W_r - W_p$ montre un regroupement des constantes physiques dans les constantes phénoménologiques.

$$I_{\varphi} = I_b + I_{b22} + I_{m23} + I_{r23}$$

$$I_{c} = I_{b33} - I_{b22} + I_{m1} - I_{m23} + M_{m}OM^{2} + M_{r}OR^{2}$$
$$I_{\phi} = I_{b11} + I_{m23} + I_{r1} + M_{m}OM^{2} + M_{r}OR^{2}$$

Le Lagrangien sera donc :

$$L = W_a + W_b + W_m + W_r - W_r$$

$$= \frac{1}{2} I_{\varphi} \dot{\varphi}^{2} + \frac{1}{2} I_{c} \sin^{2} \psi \dot{\varphi}^{2} + \frac{1}{2} I_{\phi} \dot{\psi}^{2} + I_{m1} \sin \psi \dot{\varphi} \dot{\rho}_{m}$$
$$+ \frac{1}{2} I_{m1} \dot{\rho}_{m}^{2} + I_{r1} \dot{\psi} \dot{\rho}_{r}^{2} - G_{s} \cos \psi + G_{c} \sin \psi \qquad (I.12)$$

Ces constantes phénoménologiques peuvent être calculées aussi à partir des paramètres du modèle, lorsqu'ils sont connus, ou identifiés expérimentalement.

I.8.2 Les forces généralisées

Le système est soumis sous l'effet de plusieurs forces extérieures telles que les forces aérodynamiques, les forces de frottement, et les forces électromécaniques.

Premièrement, concernant les forces aérodynamiques, les hélices engendrent des couples proportionnels au carré de la vitesse. Ainsi que les orientations de l'hélice principale $(C_m |\omega_m|\omega_m \text{et}C_r |\omega_r|\omega_r)$, les hélices génèrent des contre-couples aérodynamiques $(C_{m1} |\omega_m|\omega_m \text{et}C_{r1} |\omega_r|\omega_r)$.

La résistance de l'air est présente sur les angles des ailettes $(C_{m\eta}|\omega_m|\omega_m \text{ et } C_{r\eta}|\omega_r|\omega_r)$, ainsi que sur les moteurs $(C_{m1}|\omega_m|\omega_m \text{ et } C_{r1}|\omega_r|\omega_r)$.

Deuxièmement, les effets dissipatifs sont présents dans le système, et ils sont modélisés comme des forces visqueuses. Sur l'axe ψ , le frottement visqueux sera considéré avec $C_{\psi}\dot{\psi}$, le couple correspondant agissant sur cet axe. De même, sur l'axe φ , $C_{\varphi}\dot{\varphi}$ représentera le frottement visqueux.

Enfin, les moteurs électriques reçoivent un couple électromoteur : $K_m u_m$ pour le moteur principal et $K_r u_r$ pour le moteur arrière, où u_m et u_r représentent les tensions d'entrées de ce moteur.

Ces couples sont accompagnés de :

• couples réactifs dus aux frottements visqueux, et la force électromotrice due à la rotation, modélisés par : $-F_m \omega_m$ et $-F_r \omega_r$.

• la résistance de l'air $-C_{m1}(\eta_m)\omega_m|\omega_m|$ et $-C_{r1}(\eta_r)\omega_r|\omega_r|$. Puisque toutes les contraintes ne dépendent pas du temps, il suffit d'envisager un petit déplacement δq de la coordonnée qpour évaluer F_q .

La force généralisée associée sera alors :

$$F_a \delta q = W_a \tag{I.13}$$

Où : W_q est le travail effectué par toutes les forces (ces forces sont constantes le long du déplacement δq).

Après des manipulations algébriques simples, on obtient :

$$F_{\psi} = C_m(\eta_m)\dot{\rho}_m |\dot{\rho}_m| - C_{r1}(\eta_r)\dot{\rho}_r |\dot{\rho}_r| - C_{\varphi}\dot{\psi}$$
(I.14)

$$F_{\varphi} = C_r(\eta_r) \rho_r |\dot{\rho}_r| \sin(\psi) - C_{m1}(\eta_m) \dot{\rho}_m |\dot{\rho}_m| - C_{\varphi} \dot{\varphi} - C_{\varphi 0} sgn \dot{\varphi}$$
(I.15)

$$F_{\rho m} = K_m u_m - F_m \dot{\rho}_m - C_{m1} \dot{\rho}_m |\dot{\rho}_m|$$
(I.16)

$$F_{\rho r} = K_r u_r - F_r \dot{\rho}_r - C_{r1} \dot{\rho}_r |\dot{\rho}_r|$$
(I.17)

L9 Model dynamique du système

La dynamique du système est la dérivée de la formule de Lagrange précédente, et des forces généralisées, en utilisant la formule suivante :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial q}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_q \tag{I.18}$$

Avec : $q = \psi, \varphi, \rho_m, \rho_r$

Puisque ρ_m , et ρ_r sont des coordonnées cycliques, qui n'apparaissent pas dans les forces généralisées, une nouvelle notation sera utilisée pour décrire les vitesses angulaires de l'hélice, ($\omega_m = \dot{\rho}_m$ et $\omega_r = \dot{\rho}_r$). Posant $I_r = I_{r1}$ et $I_m = I_{m1}$ la dynamique sera donc :

$$I_{\psi}\ddot{\psi} + I_{r}\dot{\omega_{r}} = C_{m}\omega_{m}|\omega_{m}| - C_{r1}\omega_{r}|\omega_{r}| + G_{s}\sin\psi + \frac{1}{2}I_{c}\dot{\varphi^{2}}\sin(2\psi)$$
$$-C_{\psi}\dot{\psi} + I_{m}\omega_{m}\dot{\varphi}\cos\psi \qquad (I.19)$$

15

$$(I_{\varphi} + I_c \sin^2(\psi))\ddot{\varphi} + I_m \dot{\omega_m} \sin \psi = C_r \omega_r |\omega_r| \sin \psi - C_{m1} \omega_m |\omega_m| \sin \psi$$

$$-I_c \dot{\psi} \dot{\phi} \sin(2\psi) - I_m \omega_m \dot{\psi} \cos \psi - C_{\phi} \dot{\phi} - C_{\phi 0} \operatorname{sgn}(\dot{\phi})$$
(I.20)

$$\dot{\omega}_m = v_m \tag{I.21}$$

$$\dot{\omega}_r = v_r \tag{I.22}$$

Considérant les équations d'un moteur à courant continu, nous obtenons également les relations suivantes :

$$I_m \dot{\omega}_m = K_m u_m - F_m \omega_m - C_{m1} \omega_m |\omega_m| \tag{I.23}$$

$$I_r \dot{\omega}_r = K_r u_r - F_r \omega_r - C_{r1} \omega_r |\omega_r|$$
(I.24)

Où : v_m et v_r servent comme des entrées du système [6-8].

Pour une meilleure compréhension de la physique du modèle, voici l'explication des termes utilisés :

| $I_r \dot{\omega_r}$ et $I_m \dot{\omega_m} \sin \psi$ | : contre-couples inertiels le long de ψ et de φ |
|--|--|
| $G_s \sin \psi$ et $G_c \cos \psi$ | : effet de la gravité (centre de gravité ≠ centre de rotation) |
| $\frac{1}{2}I_c\dot{\varphi^2}\sin(2\psi)$ | : effet centrifuge le long de ψ |
| $I_m \omega_m \dot{\varphi} \cos \psi$ | : effet Coriolis le long de ψ |
| $I_c \dot{\psi} \dot{\phi} \sin(2\psi)$ et $I_m \omega_m \dot{\psi} \cos \psi$ | : effet Coriolis le long de φ |
| $C_m \omega_m \omega_m $ et $C_r \omega_r \omega_r \sin \psi$ | : couples aérodynamiques (contributions directes) |
| $C_{m1}\omega_m \omega_m \sin\psi$ et $C_{r1}\omega_r \omega_r $ | : couples aérodynamiques (termes de couplage) |
| $C_{oldsymbol{\psi}}\dot{\psi}$ et $C_{arphi}\dot{arphi}$ | : frottement visqueux |
| v _m et v _r | : couples électromagnétiques |
| K_i et F_i | : paramètres des moteurs (constantes de couple et de temps) |
| u_r et u_m | : tensions des moteurs (entrées du système) |
| ψ et φ | : sorties du système (lacet et tangage) |

16

 ω_m et ω_r

: Vitesse de rotation du moteur avant et arrière [rad/s] [2].

En examinant les équations, on voit directement la complexité introduite par les termes de couplages d'une part et les non-linéarités d'autre part. Notons que les différents coefficients ont été identifiés et qu'ils sont par conséquent entachés d'une certaine erreur. En particulier, la densité de l'air environnant peut changer d'un jour à l'autre [8].

L10 La représentation d'état du système

Le choix des variables d'état dépend de la commande, nous choisissons comme état le vecteur suivant :

$$x = (\psi, \dot{\psi}, \varphi, \dot{\varphi}, \omega_m, \omega_r)^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)^T$$

Nous définissons également le vecteur de sortie y et le vecteur d'entrée u du système réel (actionneur + Toycopter) :

$$\begin{cases} \mathbf{u} = (u_m, u_r)^T \\ \mathbf{y} = (\psi, \varphi)^T \end{cases}$$

Tel que, u_m et u_r sont des tensions du moteur principal et arrière.

Partant des relations (I.19) à (I.24), nous obtenons les équations d'états sous forme canonique :

$$\begin{pmatrix} x_{1} = x_{2} \\ \dot{x}_{2} = \frac{1}{l_{\psi}} [C_{m} x_{5} | x_{5} | + G_{s} \sin x_{1} + G_{c} \cos x_{1} + \frac{1}{2} l_{c} (x_{4})^{2} \sin(2x_{1}) \\ - C_{\psi} x_{2} + l_{m} x_{5} x_{4} \cos x_{1} - K_{r} u_{r} + F_{r} x_{6}] \\ \dot{x}_{3} = x_{4} \\ \dot{x}_{4} = \frac{1}{(l_{\varphi} + l_{c} \sin^{2}(x_{1}))} [C_{r} x_{6} | x_{6} | \sin x_{1} - l_{c} x_{2} x_{4} \sin(2x_{1}) + l_{m} x_{5} x_{2} \cos x_{1} \\ - C_{\varphi} x_{4} - K_{m} u_{m} \sin x_{1} + F_{m} x_{5} \sin x_{1} - C_{\varphi 0} \operatorname{sgn} x_{4}] \\ \dot{x}_{5} = (\frac{1}{l_{m}}) (K_{m} u_{m} - F_{m} x_{5} - C_{m1} x_{5} | x_{5} |) \\ \dot{x}_{6} = (\frac{1}{l_{r}}) (K_{r} u_{r} - F_{r} x_{6} - C_{r1} x_{6} | x_{6} |) \end{cases}$$
(I.25)

I.11 Les valeurs des paramètres du Toycopter

| Ι _ψ | 40e-3 | [Kg m ²] | lφ | 6.7e-3 | [Kg m ²] |
|-------------------------------|---------|--------------------------|-----------------------|------------------|--------------------------|
| l _c | 31.7e-3 | [Kg m ²] | C _{\varphi0} | 24e-3 | [Nm] |
| Cψ | 6e-3 | [Nm s/rad] | C _{\varphi} | 2e-3 | [Nm s/rad] |
| C _m | 3.64e-6 | [Nm s ² /rad] | Cr | 1.26 e -6 | [Nm s ² /rad] |
| <i>C</i> _{<i>m</i>1} | 3e-7 | [Nm s ² /rad] | C _{r1} | 1.6 e- 7 | [Nm s ² /rad] |
| I _m | 21e-5 | [Kg m ²] | I _r | 54.4e-6 | [Kg m ²] |
| F _m | 15e-5 | [Nm s/rad] | Fr | 15e-5 | [Nm s/rad] |
| K _m | 4.37e-3 | [Nm/V] | K _r | 4.37e-3 | [Nm/V] |
| G _s | -60e-3 | [Nm] | G _c | -0.31 | [Nm] |

Le tableau ci-dessous représente les valeurs des paramètres qu'on va utiliser dans les simulations :

Tableau I.1. Paramètres du modèle [6]

I.12 Simulation en boucle ouverte

Dans la simulation en boucle ouverte effectuée avec une entrée sinusoïdale, nous avons obtenus les résultats montrés dans les figures (I.6 - I.11). De ces figures, nous avons montré la dynamique du Toycopter qui est fortement non-linéaire. On constate d'après les résultats obtenus que le système définit un comportement instable.

L13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit quelques notions essentielles sur les drones (historique, classification..), en insistant sur les hélicoptères drones, nous avons abordé son mode de vol, les différentes configurations des rotors, ensuite nous avons su qu'est-ce qu'un Toycopter, son principe de fonctionnement, et en utilisant le formalisme de Lagrange, le modèle dynamique de notre système (Toycopter) est obtenu. Enfin, l'étude par simulation en boucle ouverte nous a permis de mieux comprendre la dynamique du Toycopter. Les résultats ont montré l'instabilité et la complexité du système.

Dans le chapitre suivant, on s'intéresse à la commande du Toycopter par la technique Backstepping standard.















Figure I.7. Signal de commande u_m







Figure I.11. Dérivée de l'angle de tangage $\dot{\phi}$
Chapitre II

Commande par Backstepping

II.1 Introduction

La plupart des systèmes physiques qui nous entourent sont non linéaires. Bien souvent, ces non-linéarités sont faibles ou ne sont pas visibles sur la plage d'opérations de ces systèmes. L'intérêt constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises. Dans ce sens, plusieurs méthodes de commande ont été développées dont la majorité sont basées sur le modèle qui décrit la dynamique du système à commander [9]. Parmi ces méthodes, on cite la méthode de Lyapunov, la commande par Backstepping qui est utilisée dans ce travail.

Nous proposons dans ce chapitre des techniques de synthèse de contrôleurs non linéaires pouvant être utilisés pour améliorer les performances d'une classe de système non linaires à structure triangulaire inférieure. Dans un premier lieu, quelques définitions sont exposées concernant les systèmes non linéaires et la théorie de stabilité de Lyapunov. Ensuite, on présente la technique de commande par Backstepping. On termine par une application de de la technique sur un système théorique puis sur le Toycopter décrit dans le premier chapitre.

II.2 Stabilité des systèmes non linéaires

II.2.1 Définition d'un point d'équilibre

Physiquement, un système est en équilibre quand il conserve son état en absence de forces externes. Mathématiquement, cela équivaut à dire que la dérivée de son état est nulle. Soit le système autonome suivant:

$$\dot{x} = f(x) \tag{II.1}$$

L'état (ou les états) d'équilibre x_e , est la solution (sont les solutions) de l'équation algébrique suivante :

$$f(x_e) = 0 \tag{II.2}$$

II.2.2 Définition intuitive de la stabilité

Un système est stable si légèrement perturbé de son point d'équilibre, il reste proche de ce point d'équilibre.



Figure II.1. Illustration de la définition intuitive de la stabilité

II.2.3 Stabilité selon Lyapunov

Soit le système dont l'état est définit par le vecteur x qui possède la position d'équilibre $x_e = 0$. Pour cela, on suppose qu'à l'instant $t = t_0$, la condition initiale $x(t_0)$ (la perturbation initiale) se trouve à l'intérieure d'un cercle de rayon δ . L'équation de ce cercle est :

$$x_1^2 + x_2^2 = \delta^2 \Rightarrow \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \delta > 0$$
 (II.3)

Ce qui implique

$$\|x\| = \delta \tag{II.4}$$

Où ||x|| est la norme euclidienne. Si le point d'équilibre est différent de l'origine, l'équation du cercle devient :

$$\|x(t_0) - x_e\| = \delta \tag{II.5}$$

• Stabilité simple

On dit qu'un système est stable si pour tout $\xi > 0$, il existe $\delta(\xi) > 0$ tel que :

$$\|x(t_0) - x_e\| < \delta(\xi) \tag{II.6}$$

Et après un certain temps t ; pour les valeurs $t > t_0$, la relation suivante est vérifiée :

$$\|x(x_0, t_0, t) - x_e\| < \delta(\xi)$$
 (II.7)

• Stabilité asymptotique

Un état d'équilibre x_e est asymptotiquement stable, si toutes les trajectoires convergent vers x_e quand $t \rightarrow \infty$;

Soit :

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = x_e \tag{II.8}$$

Remarque

Il n'est pas nécessaire que l'état x(t) tend vers le point d'équilibre x_e lorsque t augmente infiniment pour que le système soit stable (le cas de la stabilité simple). Mais s'il tend effectivement vers x_e le système est asymptotiquement stable.

II.2.4 Méthodes d'analyse de la stabilité

a) Première méthode de Lyapunov (Méthode de linéarisation)

Le théorème de stabilité locale de Lyapunov, connu sous le nom de *première méthode*, permet de se prononcer sur la linéarisation d'une dynamique autour d'un point d'équilibre, cette méthode apporte une validité théorique à la technique de linéarisation. Elle mentionne que si le système linéaire est asymptotiquement stable, alors il ya une stabilité asymptotique. Dans le cas où le système linéaire est instable, il y a une instabilité. Par contre si celui-ci est stable sans pour autant l'être asymptotiquement, alors il est impossible de se prononcer sur la stabilité.

Ce théorème est d'une importance limitée, car il ne permet d'étudier que la stabilité d'un point d'équilibre (stabilité locale) et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale). De plus, à cause de l'approximation du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non linéaires (zone-morte, saturation...) [10].

b) Deuxième méthode de Lyapunov (Méthode directe)

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Pour un système physique. L'énergie est une fonction définie positive de son état. Dans un système conservatif, l'énergie reste constante, pour un système dissipatif, elle décroit. Pour ces deux cas, le système est stable, mais si l'énergie croit le système est instable.

L'idée de cette méthode est d'analyser la stabilité du système, sans résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. Il suffit simplement d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui est équivalente) le long de la trajectoire du système. Le théorème suivant, qui permet de se prononcer sur la stabilité d'un système, est fourni par Lyapunov [10].

Théorème 1

Pour le système $\dot{x} = f(x)$ où $x_e = 0$ est le point d'équilibre, si une fonction de Lyapunov V(x) existe tel que :

- V(0) = 0 et $V(x) > 0, \forall x \neq 0$
- $\lim_{\|x\|\to\infty} V(x) = \infty$ (c-à-d, V(x) n'est pas bornée radialement)
- $\dot{V}(0) = 0$ et $\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0$

Alors le système est globalement asymptotiquement stable. Si $\dot{V}(x) \leq 0$, on peut conclure uniquement que le système est stable.

II.3 Aspect théorique du principe du «Backstepping»

La technique de commande par Backstepping a été développée au début des années 90 [11]. L'arrivée de la commande par Backstepping a donné un nouveau souffle à la commande des systèmes non linéaires, qui est malgré les grands progrès réalisés, il manquait des approches générales. Cette technique est une méthode systématique et récursive de synthèse de lois de commande non linéaire qui utilise le principe de stabilité de Lyapunov (méthode directe) et qui peut s'appliquer à un grand nombre de systèmes non linéaires qui ont une forme triangulaire inférieure.

L'idée de base du Backstepping est de stabiliser au départ le premier sous système par une fonction stabilisante connue via une fonction de Lyapunov choisie, ensuite d'ajouter à son entrée un intégrateur. On procède de même pour le prochain sous-système augmenté et ainsi de suite pour les sous-systèmes successifs pour aboutir enfin à une fonction de Lyapunov globale donnant la loi de commande globale qui stabilise le système [12]. Dans cette partie, l'idée principale de la technique du Backstepping est démontrée par son application à travers un exemple, sur un système du troisième ordre.

II.3.1. Synthèse commande par Backstepping

Considérons un système non linéaire de 3^{éme} ordre modélisé par la représentation d'état suivante [13]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3) . u \end{cases}$$
(II.9)

Où : g_i et f_i (i= 1, 2, 3) sont des fonctions non linéaires connues **Objectif :** Notre objectif est de faire suivre à la sortie $y = x_1$ le signal de référence y_r . **Supposition 1 :** On suppose que $f_i(0) = 0$, et $g_i(x) \neq 0$, $\forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$. **Supposition 2 :** y_r , \dot{y}_r , \ddot{y}_r et $y_r^{(3)}$ sont supposés connues et uniformément bornées. Le système étant du troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes :

Etape 1

On considère d'abord le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \tag{II.10}$$

La variable d'état est traitée comme une commande et l'on définit la première valeur désirée :

$$x_{1d} = \alpha_0 = y_r \tag{II.11}$$

La première variable d'erreur se définit par :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0$$
 (II.12)

Sa dérivée est donnée comme suit :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0 \tag{II.13}$$

Pour un tel système, on choisit la fonction de Lyapunov quadratique suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2$$
 (II.14)

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0]$$
 (II.15)

Un choix judicieux pour rendre négative et assure la stabilité de l'origine du sous-système décrit par (II.10), ce choix se donne comme suit :

$$x_{2d} = \alpha_1 = \frac{1}{g_1} \left[-k_1 e_1 - f_1 + \dot{\alpha}_0 \right]$$
(II.16)

 x_{2d} est la commande virtuelle du premier sous-système, où k_1 est un paramètre de design positif.

Si $x_2 = x_{2d}$, l'équation (II.15) devient :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \le 0 \tag{II.17}$$

La constante positive k_1 permet d'assurer la négativité de V_1 , donc la convergence de l'erreur e_1 vers 0. On conclut alors à partir de (II.14) et (II.17) que e_1 est asymptotiquement stable.

Etape 2

On considère, dans ce cas, les deux premiers sous-systèmes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \end{cases}$$
(II.18)

Et on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1$$
 (II.19)

La dynamique des erreurs s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1 \end{cases}$$
(II.20)

Pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2$$
 (II.21)

Cette fonction de Lyapunov a pour dériver :

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = e_1[f_1 + g_1(\alpha_1 + e_2) - \dot{\alpha}_0] + e_2[f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1]$$

= $-k_1 e_1^2 + e_2[f_2 + g_1 e_1 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1]$ (II.22)

On prend comme une deuxième commande virtuelle :

$$x_{3d} = \alpha_2 = \frac{1}{g_2} \left[\dot{\alpha}_1 - g_1 e_1 - f_2 - k_2 e_2 \right]$$
(II.23)

Où: $k_2 > 0$, avec $\dot{\alpha}_1$ calculée analytiquement comme suit :

$$\dot{\alpha}_{1} = \frac{\partial \alpha_{1}}{\partial x_{1}} \dot{x}_{1} + \frac{\partial \alpha_{1}}{\partial y_{r}} \dot{y}_{r} + \frac{\partial \alpha_{1}}{\partial \dot{y}_{r}} \ddot{y}_{r}$$
(II.24)

Un tel choix permet de réduire la dérivée de V_2 à :

$$\dot{V}_2 \le -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \le 0 \tag{II.25}$$

On conclut alors que e_1 et e_2 sont asymptotiquement stable.

Etape 3

Le système (II.9) est maintenant considéré dans sa globalité. La nouvelle variable d'erreur est :

$$e_3 = x_3 - \alpha_2 \tag{II.26}$$

Ce qui permet d'écrire la dynamique des erreurs (e_1, e_2, e_3) :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2(e_3 + \alpha_2) - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{e}_3 = f_3 + g_3 u - \dot{\alpha}_2 \end{cases}$$
(II.27)

On prend comme fonction de Lyapunov :

$$V_3(e_1, e_2 e_3) = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2$$
 (II.28)

Sa dérivée s'écrit sous la forme :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = \dot{V}_2 + e_3\dot{e}_3 = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 + e_3[g_3u + g_2e_2 + f_3 - \dot{\alpha}_2]$$
 (II.29)
Le choix approprié de la vraie commande *u* se donne par :

ix approprie de la viale commande à se donne par .

$$u = \frac{1}{g_3} \left[\dot{\alpha}_2 - g_2 e_2 - f_3 + k_3 e_3^2 \right]$$
(II.30)

Où $k_2 > 0$, *et* $\dot{\alpha}_2$ calculée analytiquement par:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{y}_r$$
(II.31)

Avec ce choix, on trouve :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) \le -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \le 0$$
 (II.32)

D'où la stabilité en boucle fermée du système original (II,9), et la régulation à zéro de l'erreur de poursuite $(y-y_r)$. Les deux principaux objectifs du designe (la stabilité et la poursuite) sont alors atteints.

II.3.2 Algorithme générale de la méthode

Dans cette partie, on essayera de généraliser l'application de l'approche du Backstepping sur des systèmes d'ordre n [14] :

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = f_{1}(x_{1}) + g_{1}(x_{1})x_{2} \\ \dot{x}_{2} = f_{2}(x_{1}, x_{2}) + g_{2}(x_{1}, x_{2})x_{3} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1}) + g_{n-1}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1})x_{n} \\ \dot{x}_{n} = f_{n}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1}, x_{n}) + g_{n-1}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1}, x_{n})u \end{cases}$$
(II.33)

En général, la conception, par le principe du Backstepping, de la loi de commande u est exécutée en n étapes. À la i ^{ème} étape, un sous-système d'ordre i est stabilisé par rapport à une fonction de Lyapunov V_i par la conception d'une fonction stabilisante α_i (la commande virtuelle du i^{ème} sous-système). La Commande est alors établie à l'étape finale [15]. L'algorithme global du Backstepping est donné par :

$$\begin{cases} x_{1d} = \alpha_0 = y_r \\ \alpha_1 = \frac{1}{g_1} (-k_1 e_1 + \alpha_0 - f_1) \\ \alpha_i = \frac{1}{g_i} (-k_i e_i + \dot{\alpha}_{i-1} - f_i - g_{i-1} e_{i-1}) \\ \vdots \\ \vdots \\ u = \alpha_n = \frac{1}{g_n} (-k_n e_n + \dot{\alpha}_{n-1} - f_n - g_{n-1} e_{n-1}) \end{cases}$$
(II.34)

II.4 Application du Backstepping pour la commande des systèmes non linéaire II.4.1 Application sur un système théorique

Soit un système d'ordre 3 définit par les équations dynamiques suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + x_1^2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + x_2^2 + x_1^3 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 + x_2 x_3 + u \end{cases}$$
(II.35)

Notre but est de forcer x_1 à suivre la référence y_r . La synthèse de la loi de commande s'effectue alors en 3 étapes de même manière vu précédent (II.10-II.25).

Etape 1

$$x_{1d} = \alpha_0 = y_r \tag{II.36}$$

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 = x_1 - \sin(t)$$
 (II.37)

$$x_{2d} = \alpha_1 = -x_1^2 + \alpha_0 - 5e_1 \tag{II.38}$$

Etape 2

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \tag{II.39}$$

$$x_{3d} = \alpha_2 = -x_1^3 - x_2^2 - e_1 - 5e_2 + \dot{\alpha}_1 \tag{II.40}$$

Etape 3

$$e_3 = x_3 - \alpha_2$$
 (II.41)

$$u = x_1 x_2 - x_2 x_3 + \dot{\alpha}_2 + 5e_3 - e_2 \tag{II.42}$$

Tel que :

$$\dot{\alpha}_1 = -2x_1(x_2 + x_1^2) + 25e_1 + 5e_2 + \dot{\alpha}_0 \tag{II.43}$$

$$\ddot{\alpha}_{1} = (-2x_{1}^{2} + x_{2}^{2}) - 2x_{1}(2x_{1}(x_{2} + x_{1}^{2}) + (x_{3} + x_{2}^{2} + x_{1}^{3})) + \ddot{\alpha}_{0} + 25(-5e_{1} + e_{2}) - 5(-5e_{2} + e_{3} - e_{1})$$
(II.44)

$$\dot{\alpha}_2 = -3x_1^2(x_2 + x_1^2) - 2x_2(x_3 + x_2^2 + x_1^3) + \ddot{\alpha}_1$$

-5(-5e_2 + e_3 - e_1) - 5(e_1 + e_2) (II.45)

Test de simulation

Pour tester l'efficacité de la technique du Backstepping nous allons effectuer un test de simulation sur le système (II.35).

Notre but est de forcer x_1 à suivre la référence $y_r = \sin(t)$.

On choisit pour la simulation les paramètres :

- Les gains $k_1 = k_2 = k_3 = 60$
- les conditions initiales: x(0) = [0.2; -0.3; 0.4]

Les résultats de simulation obtenus sont représentés par les figures (II.2-II.4). La figure (II.2) représente la sortie du système et la sortie désirée, la figure (II.3) représente l'erreur, le signal de commande est représenté sur la figure (II.4). D'après ces résultats on remarque que l'état x_1 suit la référence x_{1d} , donc l'objectif de la commande par Backstepping est réalisé.



Figure II.2. Sortie du système par la commande Backstepping standard



Figure II.3. Signal de commande



Figure II.4. Erreur de poursuite

II.4.2 Application à un Toycopter

Dans cette partie, nous appliquons le Backstepping standard au modèle de Toycopter donné par l'équation d'état (I.25).

Notre objectif est de ramener la position angulaire $(x_1 = \psi, x_3 = \varphi)$ vers une position désirée x_{1d} et x_{3d} .

Selon le modèle du système pour atteindre notre objective on doit diviser la synthèse de la commande en deux parties, la première partie est consacrée au calcule de la commande u_r du l'angle de lacet et la deuxième partie pour le calcule de la commande u_m de l'angle de tangage.

Considérons tout d'abord le 1^{er} sous-système :

$$\dot{x}_{1} = x_{2}$$

$$\dot{x}_{2} = \frac{1}{I_{\psi}} \Big[C_{m} x_{5} |x_{5}| - C_{\psi} x_{2} + I_{m} x_{5} x_{4} \cos x_{1} + \frac{1}{2} I_{c} x_{4}^{2} \sin(2x_{1}) + G_{s} \sin x_{1} + G_{c} \cos x_{1} - u_{r} K_{r} + F_{r} x_{6} \Big]$$
(II.46)

La conception de la loi de commande de ce sous-système ce fait on deux étapes *Etape 1*

$$x_{1d} = \alpha_0 \tag{II.47}$$

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \implies \dot{e}_1 = x_2 - \dot{\alpha}_0 \tag{II.48}$$

⋆ x_2 est l'entrée de la commande virtuelle, et soit x_{2d} la valeur désirée de x_2 la fonction de lyapunov est choisie comme suit :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \tag{II.49}$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (x_2 - \dot{\alpha}_0)$$
 (II.50)

$$x_{2d} = \alpha_1 = \dot{x}_{1d} - k_1 e_1 \tag{II.51}$$

Etape 2

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \Longrightarrow \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \tag{II.52}$$

$$u_r = (-(C_m x_5 | x_5 | - C_{\psi} x_2 + F_m x_5 + I_m x_5 x_4 \cos x_1 + I_c x_2 x_4 \sin 2x_1 + G_s \sin x_1 + G_c \cos x_1)/I_{\psi}) - k_2 e_2 - e_1 + \alpha_1)(-I_{\psi}/K_r)$$
(II.53)

Tel que :

$$\dot{\alpha}_1 = \ddot{x}_{1d} - K_1(x_2 - \dot{x}_{1d})$$

Prenons maintenant le 2^{éme} sous-système :

$$\dot{x}_{3} = x_{4}$$

$$\dot{x}_{4} = \frac{1}{I_{\varphi}I_{c}\sin^{2}(x_{1})} [C_{r}x_{6}|x_{6}|\sin x_{1} - C_{\varphi}x_{4} + I_{m}x_{5}x_{2}\cos x_{1} - I_{c}x_{2}x_{4}\sin 2x_{1}$$

$$-C_{\varphi 0} sgn(\dot{\varphi}) + F_{m}x_{5}\sin x_{1} - K_{m}u_{m}\sin x_{1}] \qquad (II.54)$$

Etape 1

$$x_{3d} = \alpha_2 \tag{II.55}$$

$$e_3 = x_3 - \alpha_2 \implies \dot{e}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_2 \tag{II.56}$$

$$x_{4d} = \alpha_3 = \dot{x}_{3d} - k_3 e_3 \tag{II.57}$$

Etape 2

On considère l'erreur

$$e_{4} = x_{4} - \alpha_{3}$$
(II.58)

$$u_{m} = ((-(C_{r}x_{6}|x_{6}|\sin x_{1} + C_{\varphi 0} sgn(\dot{\varphi}) + F_{m}x_{5} \sin x_{1} - c_{\varphi}x_{4} + I_{m}x_{5}x_{2} \cos x_{1} - I_{c}x_{2}x_{4} \sin 2x_{1})/(I_{\varphi}I_{c} \sin^{2}(x_{1}))) - k_{4}e_{4} - e_{3} + \dot{\alpha}_{3})((I_{\varphi}I_{c} \sin^{2}(x_{1}))I - K_{m} \sin x_{1})$$
(II.59)

Test de simulation

Pour montrer l'efficacité de la commande appliquée au modèle du Toycoptére nous avons effectué une simulation numérique. L'objectif consiste à ramener la sortie du système $y=[x_1, x_3]$ vers une sortie désirée $y_r = [x_{1d}, x_{3d}] = [1.3, 1.3]$

Pour cette simulation on prend les paramètres suivants :

- Les gains $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 2$
- les conditions initiales: x(0) = [0.4; 0; 0; 0; 0; 0]

Les figures (II.5), (II.6), présentent respectivement, l'évolution de l'état x_1 et x_{1d} , x_3 et x_{3d} , ainsi que les figures (II.7), (II.8) présente l'erreur entre les sorties du système et le signal de référence, en remarque que la position de l'altitude et de l'angle de lacet suivent leurs références de plus, les erreurs de poursuite sont faibles et convergent vers zéro.

Les figures (II.5), (II.6), présentent respectivement, l'évolution de l'état x_1 et x_{1d} , x_3 et x_{3d} , ainsi que les figures (II.7), (II.8) présente l'erreur entre les sorties du système et le



Figure II.5. Évolution de l'angle de lacet ψ Figure II.6. Évolution de l'angle de tangage φ







Temps(s)



Figure II.10. Signal de commande u_m

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait un petit rappel sur la stabilité des systèmes non linéaires suivi d'une description de la commande par Backstepping. Cette procédure permet d'obtenir de façon constructive et récursive une loi de commande qui assure la stabilité du système en boucle fermée via une fonction de Lyapunov. L'application de cette commande sur un Toycopter nous à donné de bons résultats, ce qui prouve l'importance de la technique utilisée. On remarque aussi qu'il y a une complexité lors de la synthèse de cette commande surtout si l'ordre du système dépasse 3. Ce fait représente l'inconvénient majeur du Backstepping. Dans la suite de notre travail, nous proposons de surmonter cette difficulté en utilisant la technique par Backstepping avec filtre.

Chapitre III

Commande par Backstepping filtré

III.1 Introduction

La mise en œuvre de Backstepping devient de plus en plus complexe quand l'ordre du système augmente. Cette complexité croissante est principalement due à la nécessité de calculer les dérivées de la commande à chaque étape de la conception [16]. Ce chapitre traite d'une Modification qui élimine la nécessité de calculer les dérivées analytiques en introduisant des filtres de commande dans la conception de Backstepping. La principale contribution de cette technique est l'analyse rigoureuse de l'effet du filtre de commande sur la stabilité et les performances en boucle fermée [17], on commence par la conception des de commande par Backstepping avec filtre. Puis on passe à l'application de cette technique sur le Toycopter, les résultats sont validés par un test de simulation.

III.2 Commande par Backstepping filtrée

Considérons un système non linéaire du 3^{éme} ordre modélisé par la représentation d'état sous forme triangulaire suivante [13]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3) . u \end{cases}$$
(III.1)

Objectif: L'objectif est de ramener l'état x_1 vers une trajectoire désirée x_{1d} .

Supposition : $g_1(x_1)$, $g_2(x_1, x_2)$, $g_3(x_1, x_2, x_3)$ sont des fonctions connus non nulles Pour le calcul de la commande on suit les mêmes étapes de calcul dans le Backstepping standard. (Voir chapitre II). Tout en essayant d'éviter le calcul analytique fastidieux des dérivées des commandes virtuelles, pour ce faire, on fait appel a la notion de filtrage. Ou on utilise des filtres linéaires d'ordre deux pour produire des signaux de commande virtuelle et leurs dérivés.

Remarque

Au long de ce chapitre $x_{i,c}$ (i=1...3) représente les sorties des filtres qui vont remplacer les commandes virtuelles $x_{i,d}$ (i=1...3), par la suite on va y a voir une nouvelle grandeur d'erreur qui d'écrit l'écart entre l'état du système et la sortie du filtre, soit :

$$\tilde{e}_i = x_i - x_{i,c} \ (i=1..3)$$
 (III.1)

Comme d'habitude avec le Backstepping standard, la synthèse de la loi de commande s'effectue en 3 étapes :

Etape 1

Dans cette première étape, on n'a pas besoin d'insérer un filtre pour le calcul de dérivée de commande et on écrit :

$$x_{id} = x_{1,c} = \alpha_0 \tag{III.2}$$

$$\tilde{e}_1 = x_1 - x_{1,c} \Rightarrow \dot{\tilde{e}}_1 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{x}_{1,c}$$
 (III.3)

La fonction de Lyapunov candidate est :

$$V_1 = \frac{1}{2}\tilde{e}_1^2 \tag{III.4}$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_1 = \tilde{e}_1 \dot{\tilde{e}}_1 = \tilde{e}_1 (f_1 + g_1 x_2 - \dot{x}_{1,c})$$
 (III.5)

On pose :

$$-k_1 \tilde{e}_1 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{x}_{1,c}$$
(III.6)

Si $x_2 = x_{2d}$ et d'après l'équation (III.6), on trouve :

$$x_{2d} = \frac{1}{g_1} \left(-f_1 - \dot{x}_{1,c} - k_1 \tilde{e}_1 \right), (k_1 > 0)$$
(III.7)

On aura donc :

$$\dot{V}_1 = -k_1 \tilde{e}_1^2 \tag{III.8}$$

Etape 2

$$\tilde{e}_2 = x_2 - x_{2,c}$$
 (III.9)

Alors :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_1 = -k_1 \tilde{e}_1 + g_1 \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{e}}_2 = f_2 + g_2 x_3 - \dot{x}_{2,c} \end{cases}$$
(III.10)

La fonction de Lyapunov candidate est :

$$V_2 = \frac{1}{2}\tilde{e}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{e}_2^2 \tag{III.11}$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_2 = \tilde{e}_1 \dot{\tilde{e}}_1 + \tilde{e}_2 \dot{\tilde{e}}_2 = -k_1 \tilde{e}_1^2 + e_2 (g_1 \tilde{e}_1 + f_2 + g_2 x_3 - \dot{x}_{2,c})$$
(III.12)

On pose :

$$-k_2\tilde{e}_2 = g_1\tilde{e}_1 + f_2 + g_2x_3 - \dot{x}_{2,c}$$
(III.13)

On aura donc :

$$\dot{V}_2 = -k_1 \tilde{e}_1^2 - k_2 \tilde{e}_2^2 \tag{III.14}$$

Si $x_3 = x_{3,d}$ et d'après l'équation (III.13), on trouve :

$$\alpha_2 = x_{3,d} = \frac{1}{g_2} \left(-g_1 \tilde{e}_1 - f_2 + \dot{x}_{2,c} - k_2 \tilde{e}_2 \right), (k_2 > 0)$$
(III.15)

Etape3

$$\tilde{e}_3 = x_3 - x_{3,c}$$
 (III.16)

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_{1} = -k_{1}\tilde{e}_{1} + g_{1}\tilde{e}_{2} \\ \dot{\tilde{e}}_{2} = -k_{2}\tilde{e}_{2} + g_{1}\tilde{e}_{1} + g_{2}\tilde{e}_{3} \\ \dot{\tilde{e}}_{3} = f_{3} + g_{3}u - \dot{x}_{3,c} \end{cases}$$
(III.17)

La fonction de Lyapunov candidate est :

$$V_3 = \frac{1}{2}\tilde{e}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{e}_2^2 + \frac{1}{2}\tilde{e}_3^2$$
(III.18)

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_3 = \tilde{e}_1 \dot{\tilde{e}}_1 + \tilde{e}_2 \dot{\tilde{e}}_2 + \tilde{e}_3 \dot{\tilde{e}}_3 = -k_1 \tilde{e}_1^2 - k_2 \tilde{e}_2^2 + \tilde{e}_3 (f_3 + g_3 u - \dot{x}_{3,c} + g_2 \tilde{e}_2) \quad (\text{III.19})$$

On cherche une loi de commande qui vérifie :

$$-k_3\tilde{e}_3 = g_2\tilde{e}_2 + f_3 + g_3u - \dot{x}_{3,c}$$
(III.20)

Ce qui donne :

$$u = \frac{1}{g_3} \left[\dot{x}_{3,c} - g_2 \tilde{e}_2 - f_3 + k_3 \tilde{e}_3^2 \right]$$
(II.21)

On aura donc :

$$\dot{V}_3 = -k_1 \tilde{e}_1^2 - k_2 \tilde{e}_2^2 - k_3 \tilde{e}_3^2 \tag{III.22}$$

Le choix $k_1, k_2, k_3 > 0$.

Ce qui implique la stabilité asymptotique des erreurs e_1, e_2, e_3, e_4 .

III.2.1. Algorithme général de commande par Backstepping filtrée

Dans cette section on généralise l'algorithme de synthèse de la commande Backstepping filtrée sur un système d'ordre n d'écrit par l'équation suivant [14] :

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = f_{1}(x_{1}) + g_{1}(x_{1})x_{2} \\ \dot{x}_{2} = f_{2}(x_{1}, x_{2}) + g_{2}(x_{1}, x_{2})x_{3} \\ & \ddots \\ & \ddots \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1}) + g_{n-1}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1})x_{n} \\ \dot{x}_{n} = f_{n}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1}, x_{n}) + g_{n}(x_{1}, x_{2} \dots x_{n-1}, x_{n})u \end{cases}$$
(II.23)

L'algorithme général de la commande par Backstepping filtrée est donné par [16] :

$$\begin{cases} x_{1d} = x_{1,c} = \alpha_{0} \\ \alpha_{1} = \frac{1}{g_{1}} \left(-k_{1} \tilde{e}_{1} + \dot{x}_{1,c} - f_{1} \right) \\ \alpha_{i} = \frac{1}{g_{i}} \left(-k_{i} \tilde{e}_{i} + \dot{x}_{i,c} - f_{i} - g_{i-1} v_{i-1} \right) \\ \vdots \\ \vdots \\ u = \alpha_{n} = \frac{1}{g_{n}} \left(-k_{n} \tilde{e}_{n} + \dot{x}_{n,c} - f_{n} - g_{n-1} v_{n-1} \right) \end{cases}$$
(III.24)

Avec v_i (i = 1 ... n - 1) est un terme additif de compensation, il a été introduit dans les commandes pour compenser l'erreur du filtrage, comme suit :

$$v_i = x_i - \xi_i (i = 1 \dots n - 1)$$

Où ξ_i est une nouvelle grandeur qui mesure l'écart entre les commandes virtuelles et la sortie du filtre de la manière suivante :

$$\dot{\xi}_i = -k_i\xi_i + g_i(x_{i+1,c} - \alpha_i) + g_i\xi_{i+1}$$
 (i = 1 ... n - 1)

Avec $\xi_i(0)=0$ et $\xi_n=0$.

Dans l'algorithme toutes les équations sont en fonction de $x_{i,c}$ et $\dot{x}_{i,c}$ qui représente les sortie du filtre et qui vont être défini par la suite :

Pour i=1 $x_{i,c} = \alpha_0$ et $\dot{x}_{1,c} = \dot{x}_{1d} = \dot{\alpha}_0$

Pour i=2...n $x_{i,c}$ et $\dot{x}_{i,c}$ sont défini par un filtre d'ordre deux comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_{i,1=w_n z_{i,2}} \\ \dot{z}_{i,2=-2\zeta w_n z_{i,2}} - w_n(z_{i,1-}\alpha_i) \end{cases} (i = 1 \dots n - 1)$$

Avec

 $x_{i+1,c}(\mathbf{t})=z_{i,1}$ et $\dot{x}_{i+1,c}=w_n z_{i,2}$, les sorties du chaque filtre

Les paramètres du filtre sont la pulsation $w_n > 0$ et l'amortissement $\zeta \in [0.1]$, un choix judicieux de ces deux paramètres permet une bonne converge du filtre. Surtout on doit faire le choix de $w_n > k_{i+1}$ (i = 1 ... n - 1).

III.3 Application du Backstepping au système non linéaire

III.3.1 Application sur le système théorique

Considérons le système de l'exemple du chapitre précédant (II.35) :

Etape 1

۱

I

$$x_{1,c} = x_{1d} \tag{III.26}$$

$$\tilde{e}_1 = x_1 - x_{1,c}$$
 (III.27)

$$x_2 = x_{2,d} = -x_1^2 - \dot{x}_{1,c} - k_1 \tilde{e}_1$$
(III.28)

Etape 2

$$\tilde{e}_2 = x_2 - x_{2,c}$$
 (III.29)

$$x_3 = x_{3,d} = -x_1^3 - x_2^2 + \dot{x}_{2,c} - \tilde{x}_1 - k_2 \tilde{e}_2 - \nu_1$$
(III.30)

Tel que :

$$v_1 = \tilde{e}_1 - \xi_1$$
 et $\dot{\xi}_1 = -k_1\xi_1 + (x_{2,c} - \alpha_1) + \xi_2$
Etape 3

$$\tilde{e}_3 = x_3 - x_{3,c}$$
 (III.31)

$$u = -x_1 x_2 - x_2 x_3 + \dot{x}_{3,c} - \tilde{x}_2 + k_3 \tilde{e}_3 - v_2$$
(III.32)

Avec

$$v_2 = \tilde{e}_2 - \xi_2$$
et $\dot{\xi}_2 = -k_2\xi_2 + (x_{3,c} - \alpha_2) + \xi_3$
Ou $\xi_3 = 0$.

$$u_{r} = (-(C_{m}x_{5}|x_{5}| - C_{\psi}x_{2} + F_{m}x_{5} + I_{m}x_{5}x_{4}\cos x_{1} + I_{c}x_{2}x_{4}\sin 2x_{1} + G_{s}\sin x_{1} + G_{c}\cos x_{1})/I_{\psi}) - k_{2}\tilde{e}_{2} + \dot{x}_{2,c} + v_{1})(-I_{\psi}/K_{r})$$
(III.38)
Tel que

$$v_{1} = \tilde{e}_{1} - \xi_{1}$$
Avec $\dot{\xi}_{1} = -k_{1}\xi_{1} + 1(x_{2,c} - \alpha_{1})$
Prenons maintenant le 2^{éme} sous-système :
 $\dot{x}_{3} = x_{4}$
 $\dot{x}_{3} = \frac{1}{1-1} \int_{0}^{1} C_{x} |x| \sin x_{2} = C_{x} + 1 |x| x_{2} \cos x_{2} = 1 |x| x_{2} \sin 2x_{2} = C_{x} - \sin (\dot{\alpha}) = 0$

$$x_{4} = \frac{1}{I_{\varphi}I_{c}\sin^{2}(x_{1})} [C_{r}x_{6}|x_{6}|\sin x_{1} - C_{\varphi}x_{4} + I_{m}x_{5}x_{2}\cos x_{1} - I_{c}x_{2}x_{4}\sin 2x_{1} - C_{\varphi0}\operatorname{sgn}(\varphi) - F_{m}x_{5}\sin x_{1} - u_{m}K_{m}\sin x_{1}]$$
(III.39)

Etape 1

$$x_{3,c} = x_{3d}$$
 (III.40)

$$\tilde{e}_3 = x_3 - x_{3,c} \tag{III.41}$$

$$\alpha_2 = x_4 = x_{4,d} = \dot{x}_{3,c} - k_3 \tilde{e}_3 = -k_3 \tilde{e}_3$$
(III.42)

Etape 2

$$\tilde{e}_{4} = x_{4} - x_{4,c}$$
(III.43)
$$u_{m} = ((-(C_{r}x_{6}|x_{6}|\sin x_{1} + C_{\varphi 0} sgn(\dot{\varphi}) + F_{m}x_{5} \sin x_{1} - C_{\varphi}x_{4} + I_{m}x_{5}x_{2} \cos x_{1} - I_{c}x_{2}x_{4} \sin 2x_{1})/(I_{\varphi}I_{c} \sin^{2}(x_{1}))) - k_{4}\tilde{e}_{4} + \dot{x}_{4,c} + v_{3})((I_{\varphi}I_{c} \sin^{2}(x_{1}))I - K_{m} \sin x_{1})$$
(III.44)

Avec

$$v_3 = \tilde{e}_3 - \xi_3$$
 et
 $\dot{\xi}_2 = -k_2\xi_2 + 1(x_{3,c} - \alpha_2)$

Test de simulation

Nous présentons dans cette section les résultats de simulation obtenus en appliquant la technique de Backstepping avec filtrage des commandes virtuelles. L'objectif consiste à ramener la sortie du système $y = [x_1, x_3]$ vers une sortie désirée $y_r = [x_{1d}, x_{3d}] = [1.3, 1.3]$

On choisit pour la simulation les paramètres :

- Les gains $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 10, \zeta = 0.7, w_n = 60$
- les conditions initiales: x(0) = [0.4; 0; 0; 0; 0; 0]

Les résultats de simulation sont illustrés sur les figures ci-dessous :



Figure III.4. Évolution de l'angle de lacet ψ Figure III.5. Évolution de l'angle de tangage φ



Figure III.6. Erreur $\psi - \psi_d$



Figure III.8. Signal de commande u_r



Figure III.7. Erreur φ – φ_d





Dans le premier sous-système, les figures (III.4, III.6, III.8) représentent respectivement l'évolution de l'angle de lacet ψ l'erreur ($\psi - \psi_d$) et le signal de commande u_r . d'après ces figures on remarque que la position de l'altitude et l'ange de lacet suivent leur référence de plus, les erreurs de poursuite sont faibles et convergent vers zéro.

le deuxième sous-système les figures (III.5, III.7, III.9) représentent respectivement l'évolution de l'angle de tangage φ , l'erreur ($\varphi - \varphi_d$), et le signale de commande u_m . d'après ces figures on remarque qu'il ya une bonne poursuite. Donc l'objectif de la commande Backstepping avec filtrage des commandes virtuelles est réalisé.

III.4 Conclusion

Dans le chapitre précédent, nous avons fait la conception de la technique du Backstepping qui permet d'obtenir de façon constructive une loi de commande qui assure la stabilité du système en boucles fermé via une fonction de Lyapunov.

Pour éliminer le problème de la complexité de cette technique, nous avons utilisé dans ce chapitre une nouvelle technique qui utilise le filtrage des commandes virtuelles. Nous avons appliqué cette dernière sur le modèle du Toycopter.

Les résultats de simulation effectuée sont acceptables ce qui prouve l'efficacité de la technique proposée.

Chapitre IV

Commande adaptative par Backstepping filtré avec saturation

IV.1. Introduction

L'un des principaux problèmes rencontrés durant la conception d'un schéma de commande est la présence de la saturation. Cette caractéristique est pratiquement inévitable dans les systèmes réels. Elle inclut des contraintes sur l'amplitude de la variable d'entrée. Ces contraintes peuvent être dues à des restrictions volontairement placées sur l'actionneur pour éviter la détérioration du système et/ou des limitations physiques sur les actionneurs eux mêmes.

La négligence de la saturation, pendant la mise en œuvre d'un contrôleur, conduit à une dégradation significative dans les performances de la boucle de commande, elle peut même causer l'instabilité dans le cas des systèmes instables en boucle ouverte. Cela, revient au fait que la saturation impose des limitations sur la capacité de la loi de commande

Le problème de la saturation s'avère de plus en plus délicat dans la commande adaptative et surtout dans le cas d'une adaptation continue durant la saturation. De ce fait, on peut avoir des dégradations néfastes dans les performances et même dans la stabilité du système de commande [20].

Dans ce chapitre, on s'intéresse de donner un petit rappel sur la commande adaptative, la saturation, et l'application sur un système non linéaire (Toycopter), nous commençons par la position du problème de saturation surtout dans un cadre adaptative, puis nous proposant une solution qui sera validée par un test de simulation sur le Toycopter.

IV.2.La commande adaptative

Les recherches concernant la commande adaptative ont débuté vers le début des années 1950 et ont été motivées par le besoin de fournir une aide de haute performance pour le pilotage d'avion. Apré une première période de relatif sucées, les premiers résultats théorique fondamentaux sont apparus vers 1960 et ont permis au domaine de réalise de grandes avancés, de plus, les progrès rapides de micro-électronique ont rendu possibles la réalisation de tels contrôleurs de manières simple et peu couteuse.

La commande adaptative offre l'avantage que les bornes des incertitudes ne sont pas exigées d'êtres connues, puisque elles sont annulées en ligne d'une manière adaptative. Dans Un schéma de commande adaptative, les paramètres des contrôleurs (schéma direct) ou de la fonction non linéaire (schéma indirectes) sont adaptés en utilisant les signaux qui sont disponibles dans les systèmes. Cependant les méthodes de conceptions de la commande adaptative standard [18], sont limitées aux systèmes ou la commande peut êtres exprimées sous forme de produit d'une fonction non linaires connue par un vecteur de paramètres inconnus

IV.3. La saturation

La saturation est une caractéristique statique et sans mémoire, il est connu dans la pratique que tout les systèmes dynamiques sont soumis a des contraintes sur l'amplitude et la vitesse des entrés, ou bien a des limitations sur les actionneurs [19].

La saturation a été toujours un problème important pour les systèmes de commande, du fait que tous les actionneurs se saturent à un certain niveau. Lorsqu'un actionneur atteint ces limites, on dit qu'il est saturé et aucune tentative visant à accroître le signal de commande ne donne un résultat [21]. Mathématiquement, la saturation peut être décrite par :

$$Sat(x) = \begin{cases} x_{max} = si \ x \ge x_{max} \\ x = si |x| < x_{max} \\ -x_{max} = si \ x \le -x_{max} \end{cases}$$

La saturation est une non-linéarité discontinue et sa linéarisation pose des problèmes aux points angulaires.



Figure IV.1. Saturation

IV.4. Modélisation de l'effet de saturation

Les effets indésirables que peut causer la saturation sur les systèmes de commande sont la dégradation des performances de commande comme les grands dépassements et les cycles limite. Dans le pire des cas, elle peut causer une instabilité du schéma de commande. Dans la figure IV.2 (b), quand la saturation se produit on remarque que le système est entraîné en boucle ouverte par le signal de commande saturé jusqu'à ce que ce dernier retourne de nouveau dans la zone linéaire non saturée. Alors, au cours de cette période (saturation), il n'y a pas d'action de commande, ce qui implique que la saturation de l'entrée pour un système instable produirait une grande défaillance du schéma de commande, même pour les systèmes Stables, elle peut causer des dépassements ou encore l'instabilité sous des grandes Perturbations [20].



Figure IV.2. Effets de la saturation

Le problème de saturation s'avère plus délicat dans la commande adaptative, parce que le fait de continuer l'adaptation durant la saturation de l'entrée peut causer facilement une instabilité du système. Dans les approches de commande adaptatives, l'adaptation des paramètres s'effectue par l'utilisation de l'erreur de poursuite. Dans cette erreur, on trouve la contribution des conditions initiales, des erreurs paramétriques et de la saturation du signal de commande. Alors, pour avoir une adaptation stable, le signal d'erreur à utiliser dans l'adaptation ne doit pas contenir la composante due à la saturation du signal de commande. L'inclusion de la partie due à la saturation va provoquer une mauvaise adaptation et peut déstabiliser le système bouclé. A partir de ce constat, les solutions utilisées pour remédier aux effets indésirables de la saturation dans le cadre d'une commande adaptative sont :

- L'arrêt de l'adaptation durant la saturation, cette méthode malgré sons efficacité est souvent confrontée au problème de démonstration de la stabilité [21].
- La modification de la loi de commande de telle sorte que le signal généré par le contrôleur reste toujours dans la zone linéaire, i.e. non saturé [22], [23].

• La modification du signal d'erreur utilisé dans l'adaptation par élimination de la composante due à la saturation [24].

Dans ce travail on adopte la 3^{éme} solution.

IV.5. synthèse de commande par Backstepping adaptative filtrée avec saturation des commandes

Nous nous intéressons dans cette partie du chapitre à la synthèse d'une loi de commande par Backstepping adaptative filtrée pour un système non- linéaire soumis à une contrainte de saturation. La solution proposée est traité de manières à surmonter le problème de saturation.

Soit un système non linéaire d'ordre 3 définit par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \varphi_1^T(x_1)\theta_1 + \psi_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = \varphi_2^T(x_1, x_2)\theta_1 + \psi_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 = \varphi_3^T(x_1, x_2, x_3)\theta_1 + \psi_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u \end{cases}$$
(IV.1)

Avec $u = sat(u_c)$ ou u_c° est le signal de commande généré par le contrôleur

Objectif: L'objectif est de ramener l'état x_1 vers une trajectoire désirée $x_{1,d}$.

Supposition 1: $g_1(x_1)$, $g_2(x_1, x_2)$, $g_3(x_1, x_2, x_3)$ sont des fonctions connus non nulles. Supposition 2: $\psi_1(x_1)$, $\psi_2(x_1, x_2)$, $\psi_3(x_1, x_2, x_3)$ sont des fonctions connus.

Supposition 3 : les vecteurs des paramètres θ_i (*i*=1,3) sont inconnus, φ_i sont supposés connus

La synthèse de la loi de commande s'effectue en 3 étapes, à chaque étape on fait le développement d'une commande virtuelle $\alpha_i = x_{i+1,d}$ (*i*=0,2), jusqu'à la dernière étape où on aboutit la formule finale de la commande *u*, comme on a déjà vu dans le chapitre précédent la commande par Backstepping filtrée s'appuie sur l'utilisation des filtres pour le calcul des commandes virtuelles ainsi que leur dérivées, pour cela on laisse la notation $x_{i,d}$ et on opte la nouvelle notation $x_{i,c}$ qui représente les sorties des filtres, on prend en considération la présence de saturation d'amplitude pour la commande, et une limitation d'amplitude, vitesse, et de bande passante pour les commandes virtuelles, alors un nouveau filtre qui permet en même temps de calculer les dérivés des commandes virtuelles et de réaliser la limitation d'amplitude, de vitesse, et de la bande passante est choisit comme suit[25] :



Figure IV.3. Filtre permettant de calculer les commandes virtuelles et leurs dérivés en assurant la limitation d'amplitude, vitesse, et bande passante

La notation x_c° représente le signal de commande ou de commande virtuelle avant filtrage et saturation.

Remarque :

Dans la première étape on n'a pas besoin d'utiliser le filtre pour cela $x_{1,d} = x_{1,c}^{\circ} = x_{1,c}$

Etape 1

$$\tilde{e}_1 = x_1 - x_{1,c} \Rightarrow \dot{e}_1 = \varphi_1^T \theta_1 + \psi_1 + g_1 x_2 - \dot{x}_{1,c}$$
 (IV.2)

Avec x_2 est la commande virtuelle saturée pour cela on peut réécrire (IV.2) comme suit :

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \varphi_1^T \theta_1 + \psi_1 + g_1 x_{2,c} - \dot{x}_{1,c}$$
(IV.3)

$$\dot{\tilde{e}}_{1} = \varphi_{1}^{T} \theta_{1} + \psi_{1} + g_{1} \dot{x}_{2,c} - \dot{x}_{1,c} + g_{1} x_{2,c} - g_{1} \dot{x}_{2,c}^{\circ}$$
(IV.4)

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \varphi_1^T \,\theta_1 + \,\psi_1 + g_1 x_{2,c}^\circ + \dot{x}_{1,c} + g_1 (x_{2,c} - x_{2,c}^\circ) \tag{IV.5}$$

Etant donné que θ_1 est inconnu, soit alors $\hat{\theta}_1$ une estimation de θ_1

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \varphi_1^T \tilde{\theta}_1 + \varphi_1^T \hat{\theta}_1 + \psi_1 + g_1 \dot{x}_{2,c} - \dot{x}_{1,c} + g_1 (x_{2,c} - \dot{x}_{2,c})$$

 $O\dot{u}: \tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ l'erreur d'estimation paramétrique.

Nous proposons une solution pour le problème de saturation des commandes virtuelles basée sur la modification du signal d'erreur utilisé, cette modification permet une adaptation correcte des paramètres par élimination de la composante d'erreur due à la saturation des commandes virtuelles dans le processus d'adaptation. Pour cela, on introduit une nouvelle grandeur ξ_1 qui représente la version filtrée par l'effet de saturation ou la composante d'erreur due à la saturation, cette grandeur est [26] :

$$\dot{\xi}_1 = -k_1\xi_1 + g_1(x_{2,c} - \dot{x_{2,c}})$$
 (IV.6)

Soit la variable d'erreur modifiée v_1 dans laquelle on élimine l'effet de l'erreur due à la saturation, cette variable est donnée par la relation

$$v_1 = \tilde{e}_1 - \xi_1 \tag{IV.7}$$

Où:

$$\dot{v}_1 = \dot{\tilde{e}}_1 - \dot{\xi}_1$$
 (IV.8)

$$\dot{v}_1 = \varphi_1^T \,\widetilde{\theta_1} + \varphi_1^T \,\theta_1 + \psi_1 - \dot{x}_{1,c} + g_1 x_{2,c}^\circ + k_1 \xi_1 \tag{IV.9}$$

La fonction de Lyapunov candidate est choisie comme suit :

$$V_{1} = \frac{1}{2} v_{1}^{2} + \frac{1}{2\sigma_{1}} \tilde{\theta}_{1}^{T} \tilde{\theta}_{1}$$
(IV.10)

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_1 = v_1 \dot{v}_1 + \frac{1}{\sigma_1} \tilde{\theta}_1^T \, \dot{\tilde{\theta}}_1 \tag{IV.11}$$

$$\dot{V}_{1} = v_{1} \left(k_{1} \xi_{1} + \varphi_{1}^{T} \hat{\theta}_{1} + \psi_{1} - \dot{x}_{1,c} + g_{1} x_{2,c}^{\circ} + \varphi_{1}^{T} \tilde{\theta}_{1} \right) + \frac{1}{\sigma_{1}} \tilde{\theta}_{1}^{T} \dot{\tilde{\theta}}_{1}$$
(IV.12)

Etant donné que :

$$\dot{\tilde{\theta}}_1 = \dot{\theta}_1 - \dot{\tilde{\theta}}_1 \Rightarrow \dot{\tilde{\theta}}_1 = -\dot{\tilde{\theta}}_1$$
(IV.13)

On remplace l'équation (IV.13) dans (IV.12), on trouve :

$$\ddot{V}_{1} = v_{1} \left(k_{1} \xi_{1} + \varphi_{1}^{T} \,\widehat{\theta}_{1} + \psi_{1} + g_{1} \, x_{2,c}^{\circ} + \varphi_{1}^{T} \,\widehat{\theta}_{1} - \dot{x}_{1,c} \right) - \frac{1}{\sigma_{1}} \widetilde{\theta}_{1}^{T} \,\hat{\theta}_{1} \qquad (IV.14)$$

Etant donné que :

$$\varphi_1^T \,\widetilde{\theta}_1 = \widetilde{\theta}_1^T \,\varphi_1 \tag{IV.15}$$

Alors l'équation (IV.14) devient :

$$\dot{V}_{1} = v_{1} \left(k_{1} \xi_{1} + \varphi_{1}^{T} \,\hat{\theta}_{1} + \psi_{1} - \dot{x}_{1,c} + g_{1} \, x_{2,c}^{\circ} \right) + \tilde{\theta}_{1}^{T} \left(v_{1} \varphi_{1} - \frac{\bar{\theta}_{1}}{\sigma_{1}} \right)$$
(IV.16)

48

La loi d'adaptation de $\hat{\theta}_1$ est donnée par : $\dot{\hat{\theta}}_1 = \sigma_1 \varphi_1 \nu_1$, où $(\sigma_1 > 0)$, il vient alors :

$$\dot{V}_1 = v_1 \left(k_1 \xi_1 + \varphi_1^T \,\hat{\theta}_1 + \psi_1 - \dot{x}_{1,c} + g_1 \, \dot{x}_{2,c}^\circ \right) \tag{IV.17}$$

On impose :

$$x_{2,c}^{\circ} = \frac{1}{g_1} \left(-\varphi_1^T \,\hat{\theta}_1 - \psi_1 + \,\dot{x}_{1,c} - k_1 \tilde{e}_1 \,\right), k_1 > 0 \tag{IV.18}$$

On aura donc :

$$\dot{V}_1 = -k_1 v_1^2 \tag{IV.19}$$

Ce qui implique la convergence asymptotique de v_1 et la bornitude de $\tilde{\theta}_1$.

Etape 2

Soit $x_{2,c}$ et $\dot{x}_{2,c}$ les signaux résultant de l'opération de filtrage et saturation de $x_{2,c}^{\circ}$.

$$\tilde{e}_2 = x_2 - x_{2,c} \Rightarrow \tilde{\tilde{e}}_2 = \varphi_2^T \theta_2 + \psi_2 + g_2 x_3 - \dot{x}_{2,c}$$
 (IV.20)

$$\dot{\tilde{e}}_2 = \varphi_2^T \,\theta_2 + \psi_2 + g_2 x_{3,c} - \dot{x}_{2,c} \tag{IV.21}$$

$$\dot{\tilde{e}}_2 = \varphi_2^T \,\theta_2 + \psi_2 + g_2 x_{3,c}^\circ - \dot{x}_{2,c} + g_2 (x_{3,c} - x_{3,c}^\circ) \tag{IV.22}$$

Nous commençons par le choix de la nouvelle grandeur ξ_2 :

$$\dot{\xi}_2 = -k_2\xi_2 + g_2(x_{3,c} - \dot{x_{3,c}})$$
(IV.23)

Notons par v_2 la différence entre l'erreur \tilde{e}_2 et la nouvelle grandeur ξ_2 :

$$v_2 = \tilde{e}_2 - \xi_2 \tag{IV.24}$$

Où :

$$\dot{v}_2 = \dot{\tilde{e}}_2 - \dot{\xi}_2$$
 (IV.25)

$$\dot{\nu}_2 = \varphi_2^T \,\theta_2 + \psi_2 + g_2 \,x_{3,c}^\circ - \dot{x}_{2,c} + k_2 \xi_2 \tag{IV.26}$$

Etant donné que θ_2 est inconnu, soit alors $\hat{\theta}_2$ une estimation de θ_2 . On définit l'erreur d'estimation paramétrique par :

$$\tilde{\theta}_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2 \tag{IV.27}$$

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{\tilde{\theta}}_2 = -\dot{\hat{\theta}}_2 \tag{IV.28}$$

$$\dot{\nu}_2 = \varphi_2^T \theta_2 + \psi_2 + g_2 x_{3,c}^\circ + \varphi_2^T \tilde{\theta}_2 - \dot{x}_{2,c} + k_2 \xi_2$$
(IV.29)

En se basant sur les équations (IV.9), (IV.18) et (IV.29) on peut écrire :

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = -k_1 v_1 + g_1 v_2 + \varphi_1^T \tilde{\theta}_1 \\ \dot{v}_2 = \varphi_2^T \theta_2 + \psi_2 + g_2 x_{3,c}^\circ + \varphi_2^T \tilde{\theta}_2 - \dot{x}_{2,c} + k_2 \xi_2 \end{cases}$$
(IV.30)

La fonction de Lyapunov candidate est

$$V_2 = \frac{1}{2} v_1^2 + \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{1}{2\sigma_1} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2\sigma_2} \tilde{\theta}_2^T \tilde{\theta}_2$$
(IV.31)

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_2 = -k_1 v_1^2 + v_2 (g_1 v_1 + \varphi_2^T \hat{\theta}_2 + \psi_2 + g_2 x_{3,c}^\circ - \dot{x}_{2,c}) + \tilde{\theta}_2^T (v_2 \varphi_2 - \frac{\hat{\theta}_2}{\sigma_2}) \quad (IV.32)$$

La loi d'adaptation de $\hat{\theta}_2$ est donnée par : $\dot{\hat{\theta}_2} = \sigma_2 \varphi_2 \nu_2$ où $(\sigma_2 > 0)$, on trouve :

$$\dot{V}_2 = -k_1 v_1^2 + v_2 \left(g_1 v_1 + \varphi_2^T \hat{\theta}_2 + \psi_2 + g_2 x_{3,c}^\circ - \dot{x}_{2,c} \right)$$
(IV.33)

Choisissant $x_{3,c}^{\circ}$:

$$\dot{x_{3,c}} = \frac{1}{g_2} \left(-g_1 \, v_1 - \varphi_2^T \, \hat{\theta}_2 - \psi_2 + \dot{x}_{2,c} - k_2 \tilde{e}_2 \right), k_1 > 0 \tag{IV.34}$$

On aura donc :

$$\dot{V}_2 = -k_1 v_1^2 - k_2 v_2^2 \tag{IV.35}$$

Ce qui implique la convergence asymptotique de e_1 et e_2 et la bornitude de $\tilde{\theta}_1$ et $\tilde{\theta}_2$.

Etape 3

Soit $x_{3,c}$ et $\dot{x}_{3,c}$ les signaux résultant de l'opération de filtrage et de saturation de $x_{3,c}^{\circ}$.

$$\tilde{e}_3 = x_3 - x_{3,c} \Rightarrow \dot{\tilde{e}}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3,c} \Rightarrow \dot{\tilde{e}}_3 = \varphi_3^T \theta_3 + \psi_3 + g_3 u - \dot{x}_{3,c}$$
 (IV.36)

$$\dot{\tilde{e}}_3 = \varphi_3^T \,\theta_3 + \,\psi_3 + g_3 u_c^\circ - \dot{x}_{3,c} - g_3 (u_c - u_c^\circ) \tag{IV.37}$$

Soit la nouvelle grandeur :

$$\dot{\xi}_3 = -k_3\xi_3 + g_3(u - u_c^\circ) \tag{IV.38}$$

Et :

$$v_3 = \tilde{e}_3 - \xi_3 \Rightarrow \dot{v}_3 = \dot{\tilde{e}}_3 - \dot{\xi}_3$$
 (IV.39)

Etant donné que θ_3 est inconnu, soit alors $\hat{\theta}_3$ une estimation de θ_3 . On définit l'erreur d'estimation paramétrique par :

$$\tilde{\theta}_3 = \theta_3 - \hat{\theta}_3 \tag{IV.40}$$

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{\theta}_3 = -\dot{\theta}_3 \tag{IV.41}$$

On écrit :

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = -k_1 v_1 + g_1 v_2 + \varphi_1^T \tilde{\theta}_1 \\ \dot{v}_2 = -k_2 v_2 - g_1 v_1 + g_2 v_3 + \varphi_2^T \tilde{\theta}_2 \\ \dot{v}_3 = \varphi_3^T \theta_3 + \psi_3 + g_3 u_c^\circ + \varphi_3^T \tilde{\theta}_3 - \dot{x}_{3,c} + k_3 \xi_3 \end{cases}$$
(IV.42)

La fonction de Lyapunov candidate est :

$$V_3 = \frac{1}{2} v_1^2 + \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{1}{2} v_3^2 + \frac{1}{2\sigma_1} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2\sigma_2} \tilde{\theta}_2^T \tilde{\theta}_2 + \frac{1}{2\sigma_3} \tilde{\theta}_3^T \tilde{\theta}_3$$
(IV.43)

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_3 = -k_1 v_1^2 - k_2 v_2^2 + v_3 (g_2 v_2 + g_3 u_c^{\circ} + \varphi_3^T \hat{\theta}_3 + \psi_3 - \dot{x}_{3,c})$$

La loi d'adaptation de $\hat{\theta}_3$ est donnée par : $\dot{\hat{\theta}}_3 = \sigma_3 \varphi_3 v_3$ où ($\sigma_3 > 0$), on trouve :

$$\dot{V}_3 = -k_1 v_1^2 - k_2 v_2^2 + v_3 (\varphi_3^T \hat{\theta}_3 + \psi_3 + g_3 u_c^\circ + g_2 v_2 - \dot{x}_{3,c})$$
(IV.45)

On prend

$$u_{c}^{\circ} = \frac{1}{g_{3}} \left(-g_{2} v_{2} - \varphi_{3}^{T} \hat{\theta}_{3} - \psi_{3} + \dot{x}_{3,c} - k_{3} \tilde{e}_{3} \right)$$
(IV.46)

On aura donc :

$$\dot{V}_3 = -k_1 v_1^2 - k_2 v_2^2 - k_3 v_3^2 \tag{IV.47}$$

51

Ce qui implique la convergence asymptotique de v_1, v_2, v_3 et la bornitude de $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3$.

Remarque

Dans cette étape étant c'est la dernière on n'a pas besoin de filtre, pour cela u_c° est passée par une saturation sat(x) pour produire u_c qui va être appliqué au système.

IV.5.1. Application de Backstepping adaptatif filtré au modèle du Toycopter

Dans cette section nous appliquons la technique précédentes à la commande de position de l'altitude ψ est l'angle de lacet φ du modèle du Toycopter. Considérons tout d'abord le 1^{er} sous-système :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_{2} = \frac{1}{I_{\psi}} \Big[C_{m} x_{5} |x_{5}| - C_{\psi} x_{2} + I_{m} x_{5} x_{4} \cos x_{1} + \frac{1}{2} I_{c} x_{4}^{2} \sin(2x_{1}) + G_{s} \sin x_{1} + G_{c} \cos x_{1} - u_{r} K_{r} + F_{r} x_{6} \Big]$$

Etape 1

On choisit φ_1^T , ψ_1 , θ_1 , g_1 comme suit : $\varphi_1^T=0$, $\psi_1=0$, $\theta_1=0$, $g_1=1$

$$\tilde{e}_1 = x_1 - x_{1,c} \tag{IV.48}$$

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \varphi_1^T \,\theta_1 + \,\psi_1 + g_1 x_{2,c}^\circ - \dot{x}_{1,c} + g_1 (x_{2,c} - x_{2,c}^\circ) \tag{IV.49}$$

$$\dot{\xi}_1 = -k_1 \xi_1 + g_1 \left(x_{2,c} - \dot{x_{2,c}} \right)$$
(IV.50)

$$v_1 = \tilde{e}_1 - \xi_1 \tag{IV.51}$$

$$\dot{\nu}_1 = \varphi_1^T \tilde{\theta}_1 + \varphi_1^T \theta_1 + \psi_1 - \dot{x}_{1,c} + g_1 x_{2,c}^\circ + k_1 \xi_1$$
(IV.52)

$$\mathbf{x}_{2,c}^{\circ} = \frac{1}{g_1} \left(-\varphi_1^T \,\hat{\theta}_1 - \psi_1 + \,\dot{x}_{1,c} - k_1 \tilde{e}_1 \,\right) \tag{IV.53}$$

Etape 2

On choisit :

$$\varphi_2^T = (x_2), \psi_2 = \frac{1}{I_{\psi}} [C_m x_5 | x_5 | + G_c \cos x_1 + \frac{1}{2} I_c (x_4)^2 \sin(2x_1) + G_s \sin x_1 + I_m x_5 x_4 \cos x_1 + F_r x_6], \theta_2 = (C_{\psi}), g_2 = 1$$

$$\tilde{e}_2 = x_2 - x_{2,c}$$
 (IV.54)

$$\dot{\tilde{e}}_2 = \varphi_2^T \,\theta_2 + \psi_2 + g_2 u_c^\circ - \dot{x}_{1,c} + g_2 (u_{rc} - u_{rc}^\circ) \tag{IV.55}$$

.

$$\dot{\xi}_2 = -k_2\xi_2 + g_2(u_r - u_{r,c}^\circ)$$
(IV.56)

$$v_2 = \tilde{e}_2 - \xi_2 \Rightarrow \dot{v}_2 = \dot{\tilde{e}}_2 - \dot{\xi}_2$$
 (IV.57)

On choisit la loi de commande et la loi d'adaptation de $\hat{\theta}_2$ comme suit :

$$u_{rc}^{\circ} = \frac{1}{g_2} \left(-\psi_2 - \varphi_2 \hat{\theta}_2 + \dot{x}_{1,c} - k_2 \tilde{e}_2 - g_1 v_1 \right)$$
(IV.58)

$$\hat{\theta}_2 = \sigma_2 \varphi_2 v_2 \tag{IV.59}$$

On prend maintenant le 2^{éme} sous-système :

 $\dot{x}_3 = x_4$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{I_{\varphi}I_c \sin^2(x_1)} \left[C_r x_6 |x_6| \sin x_1 - C_{\varphi} x_4 + I_m x_5 x_2 \cos x_1 - I_c x_2 x_4 \sin 2x_1 - C_{\varphi 0} \, sgn\left(\dot{\varphi}\right) - F_m x_5 \sin x_1 - u_m K_m \sin x_1 \right]$$

Etape 1

On choisit aussi : $\varphi_3^T = 0$, $\psi_3 = 0$, $\theta_3 = 0$, $g_3 = 1$

$$\tilde{e}_3 = x_3 - x_{3,c}$$
 (IV.60)

$$\dot{\tilde{e}}_3 = \varphi_3^T \,\theta_3 + \psi_3 + g_3 x_{4,c}^\circ + \dot{x}_{3,c} + g_3 (x_{4,c} - x_{4,c}^\circ) \tag{IV.61}$$

$$\dot{\xi}_3 = -k_3\xi_3 + g_3(x_{4,c} - x_{4,c}^\circ)$$
(IV.62)

$$v_3 = \tilde{e}_3 - \xi_3 \tag{IV.63}$$

$$\dot{\nu}_3 = \varphi_3^T \tilde{\theta}_3 + \varphi_3^T \theta_3 + \psi_3 - \dot{x}_{3,c} + g_3 x_{4,c}^\circ + k_3 \xi_3$$
(IV.64)

$$\dot{x}_{4,c} = \frac{1}{g_3} \left(-\varphi_3^T \,\hat{\theta}_3 - \psi_3 + \dot{x}_{3,c} - k_3 \tilde{e}_3 \, \right) \tag{IV.65}$$

Etape 2

$$\varphi_4^T = (x_4), \psi_4 = \frac{1}{(l_{\varphi} + l_c \sin^2(x_1))} \left[C_r x_6 | x_6 | \sin x_1 - l_c x_2 x_4 \sin(2x_1) + l_m x_5 x_2 \cos x_1 - K_m u_m \sin x_1 + F_m x_5 \sin x_1 - C_{\varphi 0} \operatorname{sgn} x_4 \right], \theta_4 = (C_{\varphi}), g_4 = \frac{-K_m}{(l_{\varphi} + l_c \sin^2(x_1))}$$

$$\tilde{e}_4 = x_4 - x_{4,c}$$
 (IV.66)

$$\dot{\tilde{e}}_4 = \varphi_4^T \,\theta_4 + \psi_4 + g_4 u_{m,c}^\circ - \dot{x}_{4,c} - g_4 (u_{mc} - u_{mc}^\circ) \tag{IV.67}$$

$$\dot{\xi}_4 = -k_4 \xi_4 + g_4 \left(u_m - u_{m,c}^{\circ} \right)$$
(IV.68)

$$v_4 = \tilde{e}_4 - \xi_4 \Rightarrow \dot{v}_4 = \dot{\tilde{e}}_4 - \dot{\xi}_4$$
 (IV.69)

On choisit la loi de commande et la loi d'adaptation de $\hat{\theta}_4$ comme suit :

$$u_{mc}^{\circ} = \frac{1}{g_4} \left(-\psi_4 - \varphi_4 \hat{\theta}_4 + \dot{x}_{4,c} - k_4 e_4 - g_3 v_3 \right)$$
(IV.70)

$$\hat{\theta}_4 = \sigma_4 \varphi_4 v_4 \tag{IV.71}$$

Test de simulation

Notre objectif est de tester les performances de la technique développée sur l'hélicoptère drone afin de pouvoir suivre la trajectoire désirée $y_d = [1.3, 1.3]$

La fonction de saturation est caractérisée par le paramètre u_{max} =80 pour les commandes virtuelles, la saturation d'amplitude $u_{M,max}$ =200 et la saturation de vitesse $u_{R,max}$ =200. Les paramètres de synthèse sont choisis comme suit : $k_1 = k_2 = k_3 = 50$, $\zeta = 0.7$, $w_n = 60$. Les conditions initiales choisies sont : x(0) = [0.4, 0, 0, 0]

Les résultats de simulation obtenus sont illustrés sur les figures données ci-dessous.

Les figures (IV.4), (IV.5), présente respectivement, l'évolution de l'angle de lacet ψ et l'angle de tangage φ

Les figures (IV.6), (IV.7), présentent l'évolution du signal d'erreur $(\psi - \psi_d)$ et $(\varphi - \varphi_d)$.

Les figures (IV.8), (IV.9), présentent l'évolution du signal de commande u_r et u_m en fonction de temps.

D'après ces figures, on constate que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées. On peut par ailleurs remarquer que le signal de commande généré par le contrôleur est toujours maintenu entre les limites de saturation sauf au démarrage qui est l'inconvénient majeur de cette saturation, sa sensibilité vis-à-vis les conditions initiale.


Figure II.4. Evolution de l'angle de lacet ψ **Figure II.5.** Evolution de l'angle de tangage φ



Figure II.6 Erreur $\psi - \psi_d$











Figure II.9. Signaux de commande

IV.6.Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la technique de la commande par Backstepping adaptative filtrée avec saturation.

Dans un premier temps, nous avons exposé le problème de saturation pour la commande des systèmes non linéaires surtout dans le cadre adaptative dans un deuxième lieu nous avons essayés de développer une commande par Backstepping adaptative filtrée avec saturation des commandes et commandes virtuelles, puis nous avons appliqué cette approche au modèle d'un Toycopter.

Les résultats de simulation ont démontré l'efficacité de notre arrangement de conception et ont prouvé que l'objectif de la commande par Backsteppinge filtrée avec saturation a été réalisé.

Conclusion générale

•

Conclusion générale

Les systèmes industriels ont souvent un comportement significativement non linéaire. La linéarisation autour d'un point de fonctionnement est souvent inadaptée pour les besoins de la commandes, par conséquent il est important de développer des méthodes de commandes non linaires pour les systèmes non linéaires. La méthode de backstepping a l'avantage du fait qu'elle ne conduit pas à l'annulation de ces non linéarités.

Dans la commande des systèmes non linaires, la stabilité est un élément très important, auquel la théorie de Lyapunov apporte une solution à la fois sure et efficace. Dans un contexte adaptatif, cette stabilité au passe premier plan, pour devenir l'élément clé. La dynamique de mise à jour utilisée est beaucoup plus rapide que celle obtenue par l'approche de l'identification.

Le travail effectué dans ce mémoire avait pour objectif d'une part, la génération d'un modèle pour un engin volant qui est un mini-hélicoptère à deux rotors et d'autre part, l'utilisation des lois de commande stabilisante pour sa commande.

Le premier chapitre a fait l'objet d'une brève présentation du principe de fonctionnement d'un hélicoptère ainsi que les éléments qui le constituent. Aussi une étude sur la modélisation de l'hélicoptère drone a été réalisée dans l'unique but de pouvoir commander ce système avec les tensions des moteurs à courant continu. En effet, ceci trouve son intérêt dans la pratique puisqu'il est plus facile de commander avec des tensions plutôt qu'avec des forces de poussée.

Le deuxième chapitre a été consacré à l'étude de la technique du Backstepping appliquée aux systèmes du troisième ordre et puis, généralisée au système d'ordre n. Etape par étape, une commande est conçue et une analyse de stabilité est établie. A l'étape finale, une loi de commande globale assurant la stabilité en boucle fermée du système est construite via une fonction de Lyapunov, les erreurs convergent vers zéro et la sortie du système suit sa référence. Les résultats de simulation obtenus en fin du chapitre montrent la robustesse de cette technique.

Pour résoudre l'inconvénient de la complexité d'implémentation de la commande par Backstepping nous avons adoptés dans le troisième chapitre une commande basée sur le filtrage des commandes virtuelles. Dans le dernier chapitre, le problème de saturation est traité par des solutions existantes, avec la commande par Backstepping adaptative filtrée, et cela en proposant une approche dont le principe consiste a modifié le signal d'erreur utilisée dans les lois d'adaptation.de manière à isoler la composante de l'erreur due à la saturation.

Les simulations effectuées ont permis de valider les approches, et montrer les performances dans chaque schéma.

Références bibliographiques

Références Bibliographiques

[1] B. HÉRISSÉ, "Asservissement et Navigation Autonome d'un drone en environnement incertain par flot optique", thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2010.

[2] Sylvain RUDAZ, "Contrôle non-linéaire du Toycopter", Projet de semestre, école polytechnique fédérale de Lausanne, 2006.

[3] A. KOEHL, "Modélisation, Observation et Commande d'un Drone Miniature a Birotor Coaxial", thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2012.

[4] **D.Poinsot**, "Commande d'un drone en vue de la conversion vol rapide - vol stationnaire", thèse de doctorat, Université d'Isae Supaero Onera Dcsd, 2008.

[5] A. MARTINI, "Modélisation et Commande de vol d'un hélicoptère drone soumis à une rafale de vent", l'Université Paul Verlaine-Metz, 2008.

[6] Ph.Mullhaupt, B.Srinivasan, J.Lévine, and D.Bonvin, "Cascade Control of the Toycopter", in ECC'99, 1999.

[7] A.J.Fossad et D.Normand-Cyrot, "Système Non Linéaire", Tome3 : Commande, Masson 1993.

[8] Ph.Mullhaupt, B.Srinivasan, J.Lévine, and D.Bonvin, "Control of the Toycopter Using a Flat Approximation", IEEE Transactions Control Systems Technology, Automatic Control, 2008.

[9] I.Jouffroy, "Stabilité et systèmes non linéaires Réflexions sur l'analyse de contraction", Thèse de Doctorat, Université de Savoie, 1992.

[10] F.ESHBAIR, "Modélisation et commande d'un système multi-moteur par la technique de commande backstepping" Thèse de Doctorat, 2005.

[11] L.GUESSAS, "Backstepping backstepping adaptatif pour le contrôle la poursuite et la synchronisation des systèmes dynamiques non linéaires chaotiques", Thèse de Doctorat, Université de Sétif.

[12] C.AZZEDDINE, "Commande backstepping d'une machine asynchrone sans capteur de vitesse", Mémoire de Magistère, Université de Batna, 2011.

[13] A.R.Benaskeur, "Aspects de l'application du Backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires", Thèse Doctorat, Université du Laval, 2000.

[14] **k.Hicham**, "Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non Linéaires", Mémoire de Magister, Université de Sétif, 2012.

[15] M.Mouna, "Commande backstepping appliquée à la machine synchrone a aimants permanents", Mémoire de Magistère, Université de Batna, 2005.

[16] J.Farrell, M.Polycarpou, M.Sharma, and w.Dong, "Command Filtered backstepping", pp:1923-1928, American control conference, 2008.

[17] J.Farrell, M.Polycarpou, M.Sharma, and w.Dong, "Command Filtered backstepping" IEEE transactions on automatic control, VOL. 54, NO.6, pp:1391-1395, 2009.

[18] J.J.E Slotine, W.Li, "Applied nonlinear control, Prentice hall", 1991.

[19] D. Henion, "Stabilité des Systèmes Linéaires incertain a commande contrainte, thèse de doctorat, université de Toulouse", 1999.

[20] Z. Aicha, "commande adaptative flou des systèmes non linéaires avec saturation des commandes", mémoir de magistère, université de Bejaia, 2009.

[21] S. labiod, T.M. Guerra, "direct adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems with input saturation", Third IFAC Workshop on Advanced Fuzzy and Neural Control, 2007.

[22] J. H. Park, G. T. Park, "Robust adaptive controller using universal approximators for nonlinear systems under input constraint", ISIE, pp. 1881-1886, 2001.

[23] A. Zibra, S. Labiod et B. Mendil, "Commande adaptative indirecte floue d'une classe de systèmes non linéaires avec saturation", CGE'06, EMP, pp : 1089-1102, 2009.

[24] M. Polycarpou, J. Farrell and M. Sharma, On-line approximation control of uncertain nonlinear systems: issues with control input saturation. In Proc. ACC, pp. 543-548, 2003.

[25] J.Farrell, M.Polycarpou, and M.Sharma, "Backstepping-Based Flight Control

With Adaptive Function Approximation", Journal of Guidance, Control, and Dynamic, Vol, pp: 1089-1102, 28, No. 6, 2005.

[26] Farrell, M.Polycarpou, and M.Sharma, "On-line Approximation Based Control of Uncertain Nonlinear Systems with Magnitude, Rate and Bandwidth Constraints on the States and Actuators", pp: 2557-2562, American control conference, 2004.