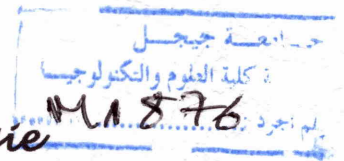


République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique



Université de Jijel
Faculté des Sciences et la Technologie
Département d'Automatique



Mémoire pour l'obtention du diplôme de MASTER en Génie
Electrique, Option Automatique Informatique Industriel

Thème :

Commande Adaptative des Quadrotors

Encadré par :

M^{me} Hana Boudjedir

Présenté par :

M^{lle} Ryma Abadou

Promotion 2013/2014

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciement

Avant tout, DIEU merci de m'avoir donné la volonté, la patience et le courage pour accomplir ce modeste travail

*Je tien à formuler ma gratitude et mes profonds remerciements à mon encadreur **Mme Hana Boudjedir** pour sa disponibilité et son aide précieuse.*

Je remercie également les membres de jury, pour avoir accepté de juger ce travail.

Ainsi l'ensemble des enseignants qui ont contribué par leur compétence à ma formation.

Enfin, mes remerciements à ma famille, mes amis, mes collègues et toutes les personnes qui m'ont aidé de loin ou de près même qu'il soit un mot d'encouragement et de gentillesse.

Dédicace

J'ai le grand plaisir de dédie ce modeste travail :

A mon père et ma mère en témoignage de leur amour et de leurs sacrifices sans limites à mon égard, je ne remercierai jamais assez pour tout ce qu'ils ont fait pour moi, que dieu les garde à jamais,

*A ma chère grande sœur **Nawel**,*

*A mes chères frères **Lamine** et **Nacereddine**,*

A tous mes amis.

Ryma

Sommaire

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I: Fonctionnement et modélisation du Quadrotor

I.1 Introduction	4
I.2 Description générale du quadrotor	4
I.3 Mouvements du quadrotor.....	5
I.3.1 Mouvement vertical	6
I.3.2 Mouvement de roulis	6
I.3.3 Mouvement de tangage.....	7
I.3.4 Mouvement de lacet.....	7
I.4 Modélisation dynamique du quadrotor.....	8
I.4.1 Angles d'Euler	9
I.4.2 Forces.....	10
I.4.3 Moments	10
I.4.4 Modélisation du quadrotor selon Newton-Euler.....	12
I.4.4.1 Mouvement de translation.....	13
I.4.4.2 Mouvement de rotation.....	14
I.4.5 Représentation d'état du quadrotor.....	15
I.5 Simulation en Boucle Ouvert	16
I.6 Conclusion.....	20

Chapitre II: Commande PID appliquée au Quadrotor

II.1 Introduction	21
II.2 Correcteurs PID	21
a. L'action proportionnelle P	22
b. L'action intégrale I	22
c. L'action dérivée D	22
II.2.1 Correcteur proportionnelle (p)	23
II.2.2 Correcteur Proportionnel-Intégral (PI).....	23
II.2.3 Correcteur Proportionnel-Dérivé (PD).....	24
II.2.4 Correcteur Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID)	24
II.3 Application de la commande PID	24
II.4 Conclusion	30

Chapitre III : Commande adaptative appliquée au Quadrotor

III.1 Introduction	31
III.2 Principe de la commande adaptative	31
III.2.1 Commande adaptative directe	31
III.2.2 Commande adaptative indirecte	32
III.3 Concept de la commande adaptative	33
III.3.1 Méthode de Lyapunov	33
III.4 Position de problème	34
III.5 Synthèse de la commande adaptative pour quadrotor	37
III.5.1 Preuve de stabilité	39
III.6 Application de la commande adaptative sur quadrotor	39
III.7 Conclusion	46

Chapitre IV : Commande adaptative basée sur un observateur à grand gain

IV.1 Introduction	47
IV.2 Généralité	47
IV.2.1 Observabilité des systèmes linéaires	48
IV.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires	48
IV.3 Principe des observateurs	49
IV.3.1 Observateurs des systèmes linéaires	50
IV.3.2 Observateurs des systèmes non linéaires	50
IV.4 Observateur à grand gain	51
IV.4.1 Position du problème	51
IV.4.2 Application sur le quadrotor	53
IV.5 Conclusion	57
Conclusion générale.....	58

Liste des figures

Figure I-1	Forme carrée	4
Figure I-2	Forme croix.....	4
Figure I-3	Structure générale simplifié d'un quadrotor	5
Figure I-4	Mouvement vertical (montée/descente).....	6
Figure I-5	Mouvement de roulis	6
Figure I-6	Mouvement de tangage.....	7
Figure I-7	Mouvement de lacet.....	7
Figure I-8	Description des repères.....	9
Figure I-9	Modèle dynamique du Quadrotor.....	12
Figure I-10	Commode des mouvements du Quadrotor.....	16
Figure I-11	Mouvement vertical par simulation.....	17
Figure I-12	Mouvement de roulis par simulation	18
Figure I-13	Mouvement de tangage par simulation.....	19
Figure I-14	Mouvement de lacet par simulation.....	19
Figure II-1:	Schéma de régulation	21
Figure II-2	Commande du mouvement de rotation par un PID.....	25
Figure II-3	Sorties du quadrotor (sans variation paramétrique)	26
Figure II-4	Signaux de commande u_2, u_3, u_4 (sans variation paramétrique).....	27
Figure II-5	Sorties du quadrotor (avec variation paramétrique).....	28
Figure II-6	Signaux de commande u_2, u_3, u_4 (avec variation paramétrique)	29
Figure III-1	Commande adaptative à modèle de référence.	32
Figure III-2	Commande adaptative auto ajustable.....	32
Figure III-3	Schéma de la simulation de la commande adaptative.....	40
Figure III-4	Angles de rotation (φ, θ, ψ) et les erreurs de poursuite (sans variation paramétrique).....	41

Figure III-5 Mouvements selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite (sans variation paramétrique).....	42
Figure III-6 Signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4 (sans variation paramétrique).....	43
Figure III-7 Angles de rotation (φ, θ, ψ) et les erreurs de poursuite (avec variation paramétrique).....	44
Figure III-8 Mouvements selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite (avec variation paramétrique).....	45
Figure III-9 Signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4 (avec variation paramétrique).....	46
Figure IV-1 Typologie d'observateur.....	49
Figure IV-2 Simulation de la commande avec observateur à grand gain.....	53
Figure IV-3 Signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4	54
Figure IV-4 Angles de rotation (φ, θ, ψ) et les erreurs de poursuite.....	55
Figure IV-5 Mouvements selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite.....	56

Liste des tableaux

Tableau I-1 Paramètres du quadrotor	17
Tableau II.1 Paramètres du régulateurs PID utilisé.....	25
Tableau III-1 Paramètres de la commande adaptative.....	40
Tableau IV-1 Paramètres d'observateur.....	54

Introduction Générale

Les robots volants ne cessent d'évoluer au fil des années. Il existe de toutes sortes, des ballons dirigeables, des hélicoptères ou avion miniatures, ainsi que d'autres un peu moins connus tels que les drones à deux, trois et quatre rotors qui sont en cours de développement[1]. Ce sont des systèmes dynamique, non linéaires, interconnectés, sous actionnéset perturbés ce qui complique leur étude, modélisation ainsi que la conception des lois de commande qui garanties les performances en boucle fermée vis-à-vis les perturbations internes ou/ et externes[2].

L'utilisation des drones peut avoir plusieurs applications que ce soit dans le domaine militaire telles que l'exploration, la surveillance et l'espionnage ; ou bien dans le domaine civil, telles que la surveillance des réseaux routiers, d'installations industrielles et de lignes haute tension. Le champ d'application des drones est très vaste et ceci a donné naissance à plusieurs projets de recherche à travers le monde. Des chercheurs de plusieurs communautés scientifiques, telles que la robotique, l'aéronautique, le traitement du signal et l'informatique, avec le support de l'industrie et de gouvernements, participent au développement de telles machines (de la conception à la commande en passant par la réalisation), où le but réside dans le développement de prototypes fortement manœuvrable et extrêmement stables. [3]

Le modèle de drone aquatre rotors, appelés le Quadrotor. Ce derniera une histoire longue et discontinue dans son développement. Différentes variations de la conception du quadrotor sont vues dès 1907 avec le développement du Gyroplane construit par Louis et Jacques Breguet. Ce modèle particulier est composé d'un châssis central carré avec un bras attaché à chaque coin soutenant un rotor de 2 lames. Une paire de rotor diagonale tourne dans un sens, alors que la paire restante tourne dans l'autre sens. Beaucoup de vols ont été atteints aux basses altitudes. Cependant; l'avion n'était pas pratique en tenant compte qu'il lui a manqué la stabilité et la commande appropriée.

La modélisation des systèmes aéronautiques conduit à des modèles complexes, couplés, sous-actionnée, multi-variables et fortement non linéaires, ce qui rend leur commande par des techniques classiques une tâche très difficile[4].

Les recherches concernant la commande adaptative ont commencé vers le début des années 1950 due l'insuffisance des commandes classiques, tel que le PID. Après une première période de relatif succès, les premiers résultats théorique fondamentaux sont apparus vers 1960 et ont permis de réaliser de grandes avancés, de plus les progrès rapides de micro-électronique ont rendu la réalisation de tels contrôleurs de manières simple et peu couteuse une mission possible.

L'objectif principal de ce mémoire de master est de développer une loi de commande adaptative sans et avec observateur pour le quadrotor, qui permet d'assurer les performances en boucle fermée.

Ce travail est divisé en 4 chapitres comme suit :

Chapitre 1 :Fonctionnement et modélisation du quadrotor

Le principe de fonctionnement et les différents modes de vol sont présentés au début du chapitre. La modèle dynamique du quadrotor a été largement détaillée en utilisant le formalisme de Newton-Euler. A la fin, une simulation en boucle ouverte a été présentée pour mieux comprendre le comportement dynamique du quadrotor.

Chapitre 2 :Commande PID appliquée au quadrotor

Ce chapitre est consacré à l'application de la commande PID pour la stabilisation du quadrotor. Le rôle de chaque action est donné. Une simulation en boucle fermée est réalisée sur les angles de rotations pour mieux comprendre l'avantage et l'inconvénient de cette commande.

Chapitre 3 :Commande Adaptative appliquée au quadrotor

Ce chapitre a comme objectif la synthèse d'une loi de commande adaptative pour le quadrotor. La commande adaptative est une technique très utile pour les systèmes a modèle inconnu et/ou sous l'effet des perturbations au cours du temps.dans un

premier lieu nous exposons le principe et le concept de notre commande. Ensuite, la stabilité du système bouclé est démontrée par la théorie de Lyapunov. Des simulations ont été effectuées afin de montrer les performances de la technique proposée.

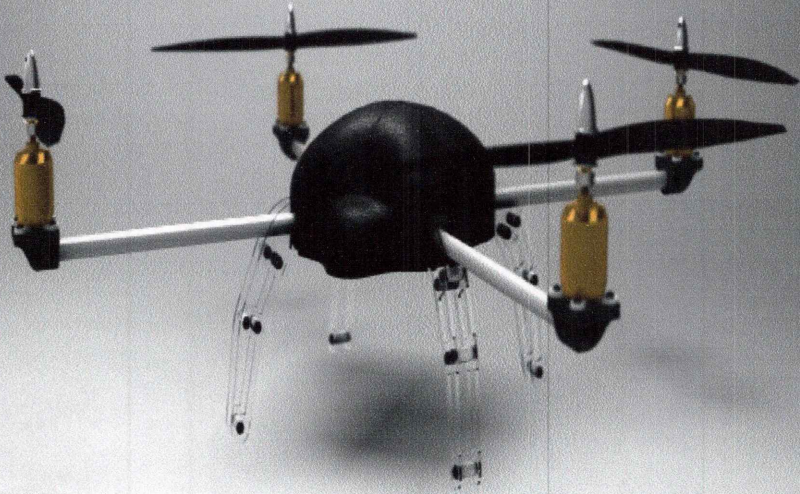
Chapitre 4 : Commande adaptative basée sur un observateur à grand gain

Afin de pouvoir estimer les états non mesurables un observateur à grand gain est utilisé dans ce dernier chapitre.

Et une conclusion générale clôture ce mémoire. Nous résumons dans cette conclusion, les principaux résultats obtenus et évoquons quelques perspectives.

AeroDrone MR4

Beautiful. Functional. Brilliant



Chapitre I

*Fonctionnement et modélisation des
Quadrotors*

I.1 Introduction

L'avancement technologique en aérodynamique et la commande des systèmes autonomes a permis le développement du robot volant autonome « drone » [6].

Le quadrotor est un des robots volants autonomes les plus complexe et difficile à commander vu le nombre d'effets physiques qui affectent sa dynamique à savoir les effets aérodynamiques, la gravité, les effets gyroscopiques, les frottements et les moments d'inertie. En effet les modèles dynamiques du quadrotor proposés changent en fonction des taches planifiées et en fonction des milieux de navigation définis à priori par l'opérateur [7].

Ce chapitre est consacré à la modélisation (équation différentielle et modèle d'état) du quadrotor après avoir donné la description de ce système, la structure générale et le principe de vol. Une simulation en boucle ouverte est effectuée pour mieux comprendre le comportement dynamique du quadrotor ainsi que son principe de fonctionnement.

I.2 Description générale du quadrotor

Un quadrotor est un robot mobile aérien à quatre rotors dont ces 4 rotors sont placés aux extrémités d'une croix, et l'électronique de contrôle est habituellement placée au centre [8]. Entre autre il existe des quadrotors en forme d'un carrée.

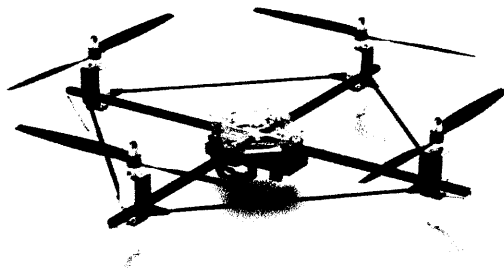


Figure I-1 Forme carrée

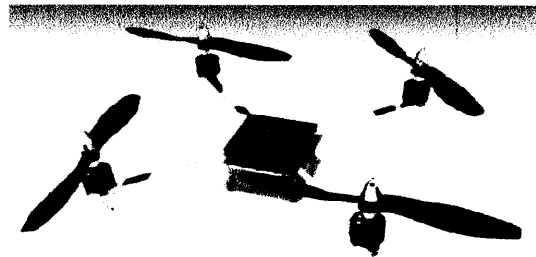


Figure I-2 Forme croix

Les moteurs utilisés pour tourner les hélices sont à courant continu, ils fournissent la force verticale (force de poussée) qui permet à l'engin de s'élever. Les quatre hélices de l'appareil sont bipale (des pales petites et légères) et identique, leur taille sont plus petite à celle de l'engin.

Afin d'éviter que le quadrotor tourne sur lui-même, il est nécessaire que chaque deux rotors placés sur un même axe tournent dans le même sens de direction et les moteurs latéraux tournent dans le sens opposé des rotors avant et arrière (Voir Figure I.3).

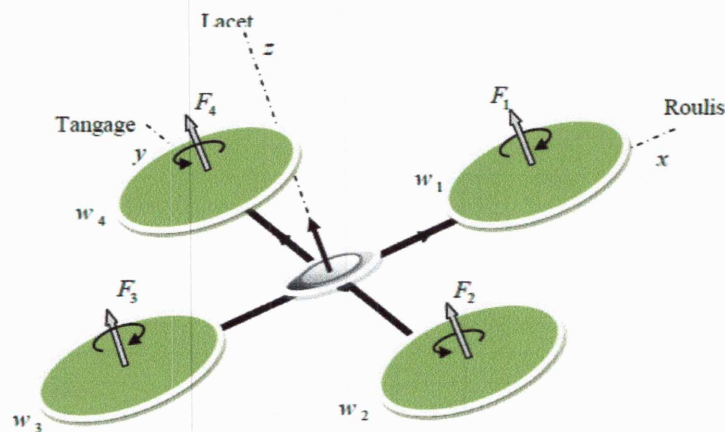


Figure I-3 Structure générale simplifié d'un quadrotor

Le mouvement de rotation des moteurs provoque une force de portance verticale, en faisant varier astucieusement la vitesse de rotation des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre (vertical), de l'incliner à gauche/droite (roulis) ou en avant/arrière (tangage) ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet).

Le quadrotor a six degrés de libertés, trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation, ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre entrées seulement, donc c'est un système sous actionné ce qui complique sa commande.

I.3 Mouvements du quadrotor

Les mouvements du quadrotor sont obtenus en variant la vitesse de chaque rotor et par conséquent la variation de la force de poussée.

Le quadrotor est caractérisé par quatre différents mouvements qui sont [9]:

- ✓ Mouvement vertical.
- ✓ Mouvement de roulis.
- ✓ Mouvement de tangage.
- ✓ Mouvement de lacet.

I.3.1 Mouvement vertical

Le vol vertical ascendant (descendant) est obtenu par l'augmentation (diminution) des forces aérodynamique pour avoir une différence par rapport au poids du quadrotor, mathématiquement, si la norme de la force sustentatrice est supérieure à celle de pesanteur le mouvement est ascendant, et si la norme de la force sustentatrice est inférieure à celle de la pesanteur le mouvement est descendant.

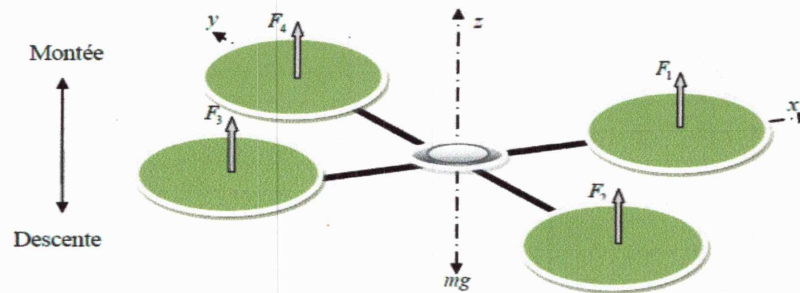


Figure I-4 Mouvement vertical (montée/descente)

I.3.2 Mouvement de roulis

Ce vol est obtenu par la création d'une différence de vitesse de rotation entre les deux rotors droit (M_2) et gauche (M_4). Cette différence résulte une rotation autour l'axe X avec un angle (φ). Cette rotation provoque une translation selon l'axe Y . cette dernière est négatif/positif si la rotation est dans le sens positif/négatif, autrement dit la vitesse de rotation ω_4 est supérieure/inferieur à ω_2 ce qui donne une force de portance F_4 supérieure/inferieur à F_2 .

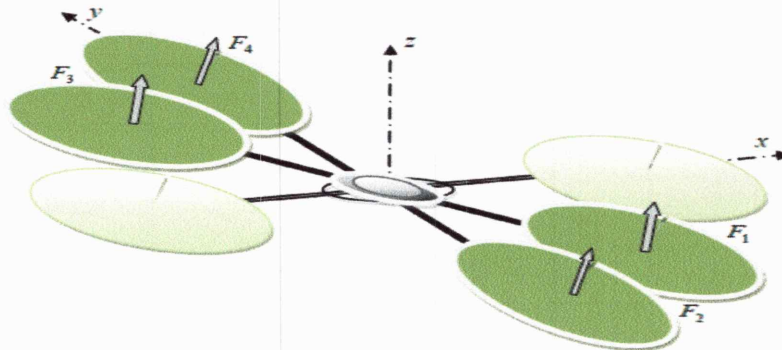


Figure I-5 Mouvement de roulis

I.3.3 Mouvement de tangage

Ce vol est obtenu par la différence de vitesse de rotation entre les deux rotors avant (M_1) et arrière (M_3). Cette différence résulte une rotation autour l'axe Y avec un angle(θ). Cette rotation provoque une translation selon l'axe X . cette dernière est positif/négatif si la rotation est dans le sens positif/négatif, autrement dit la vitesse de rotation ω_3 est supérieure/inferieur à ω_1 ce qui donne une force de portance F_3 supérieure/inferieur à F_1 .

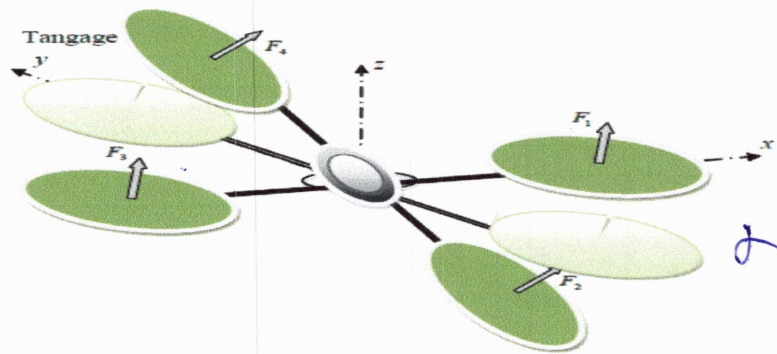


Figure I-6 Mouvement de tangage

I.3.4 Mouvement de lacet

Ce vol est obtenu par la création d'une différence de vitesse entre les rotors {1,3} et {2,4}. Ce mouvement n'est pas un résultat direct de la poussée mais de la rotation des rotors. L'augmentation de la force de portance dans une paire de rotors doit être égale à la diminution des autres paires pour s'assurer que toute la force de poussée demeure la même pour garder le quadrotor sur la même altitude (selon l'axe Z). La rotation autour de l'axe Z est dans le sens positif/négatif si on augmente/diminue la vitesse de rotation des moteurs {1,3} et on diminue/augmente celle des moteurs {2,4}.

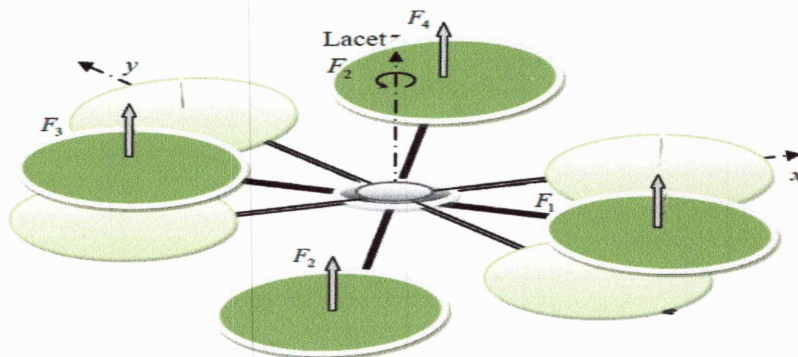


Figure I-7 Mouvement de lacet

I.4 Modélisation dynamique du quadrotor

Le modèle dynamique d'un engin volant est relativement difficile à établir puisque la dynamique du système est fortement non linéaire, Ce modèle fait le lien entre les commandes et les sorties à contrôler.

Afin de pouvoir comprendre au mieux le modèle dynamique développé ci-dessous, voilà les différentes hypothèses à prendre en considération:

- ✓ Le quadrotor est rigide et symétrique, ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale.
- ✓ Les hélices sont rigides, ce qui induit une négligence d'effet de leur déformation lors de la rotation.
- ✓ Le centre de masse et l'origine coïncident.
- ✓ Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors.

Pour évaluer le modèle mathématique du quadrotor il faut avoir une connaissance de sa localisation on utilisant deux repères qui sont :

- Repère fixe « R_f »
- Repère mobile « R_m »

Le passage entre ces deux repères est représenté par la matrice de transformation T de dimension (4*4) qui contient l'orientation et la position du repère mobile par rapport au repère fixe.

$$T = \begin{bmatrix} R & \xi \\ 0_{3 \times 1} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.1})$$

Avec : R est la matrice de rotation (3*3)

$$\xi \text{ est le vecteur de position : } \xi = [x \ y \ z]^T \quad (\text{I.2})$$

Les deux repères sont orientés comme indiqué sur la figure suivante :

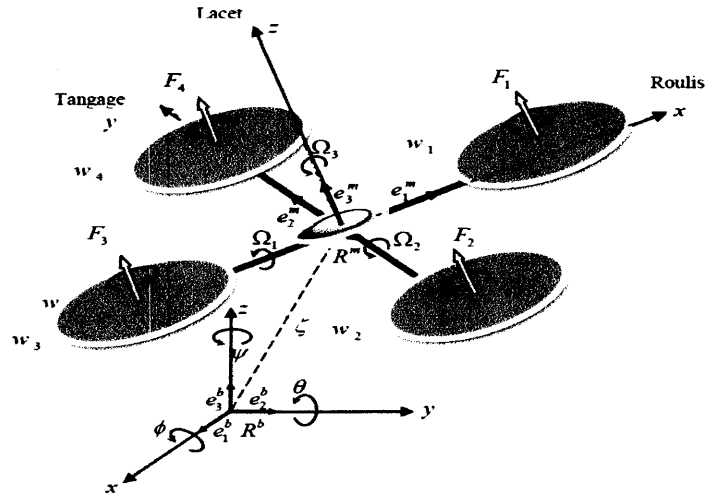


Figure I-8 Description des repères.

I.4.1 Angles d'Euler

On utilise les angles d'Euler pour déterminer les éléments de la matrice de rotation R . Au début le repère mobile coïncide avec le repère fixe, après le repère mobile fait un mouvement de rotation autour l'axe x avec un angle de roulis (φ) suivi d'une rotation autour l'axe y avec un angle de tangage (θ) suivi d'une rotation autour l'axe z d'un angle de lacet (ψ). Alors, la matrice de rotation R est définie par:

$$R = Rot_z(\psi) \times Rot_y(\theta) \times Rot_x(\varphi) \quad (I.3)$$

$$R = \begin{pmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi \\ 0 & S\varphi & C\varphi \end{pmatrix} \quad (I.4)$$

$$R = \begin{pmatrix} C\theta C\psi & S\theta S\psi & -C\varphi S\psi & C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\psi \\ C\theta S\psi & S\theta C\psi & C\varphi C\psi & C\varphi S\theta S\psi - S\varphi C\psi \\ -S\theta & S\varphi C\theta & C\varphi C\theta \end{pmatrix} \quad (I.5)$$

Avec $C = \text{Cos}$ et $S = \text{Sin}$.

Donc la matrice de transformation T qui décrit les six mouvements est la suivante :

$$T = \begin{pmatrix} C\theta C\psi & S\theta S\psi & -C\varphi S\psi & C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\psi & x \\ C\theta S\psi & S\theta C\psi & C\varphi C\psi & C\varphi S\theta S\psi - S\varphi C\psi & y \\ -S\theta & S\varphi C\theta & C\varphi C\theta & & z \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix} \quad (I.6)$$

I.4.2 Forces

- ✓ Le poids du quadrotor est donné par :

$$P = mg \quad (I.7)$$

Où : m est la masse totale.

g est la gravité.

- ✓ Les forces de poussées sont provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carrée de la vitesse de rotation des moteurs comme suit :

$$F_{P_i} = K_p \omega_i^2 \quad / \forall i = \overline{1:4} \quad (I.8)$$

Où K_p est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

- ✓ Les forces de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement elle agisse sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par la relation suivante :

$$F_{T_i} = K_d \omega_i^2 \quad / \forall i = \overline{1:4} \quad (I.9)$$

Où K_d est le coefficient de drag (traînée) il dépend de la fabrication de l'hélice.

I.4.3 Moments

Il y a plusieurs moments agissants sur le quadrotor, ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

- Moment due aux forces de poussée

- ✓ le mouvement de rotation sur l'axe X est dû au moment crée par la différence entre les forces de portance des rotors M_2 et M_4 , ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = L(F_{P4} - F_{P2}) = LK_p(\omega_{\theta 4}^2 - \omega_{\theta 2}^2) \quad (I.10)$$

✓ le mouvement de rotation sur l'axe Y est dû au moment crée par la différence entre les forces de portance des rotors M_1 et M_3 , ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = L(F_{P3} - F_{P1}) = LK_p(\omega_{\theta 3}^2 - \omega_{\theta 1}^2) \quad (I.11)$$

Avec L est la longueur du bras horizontal entre le rotor et le centre de gravité du quadrotor.

➤ Moment due aux forces de traînée

La rotation autour de l'axe Z est dû au moment crée par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = F_{T1} - F_{T2} + F_{T3} - F_{T4} = K_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (I.12)$$

➤ Moment due à l'effet gyroscopique

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope [10], appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation (du grec gyro signifie rotation et scope signifie observer).

Dans notre cas il y a deux moments gyroscopiques :

✓ Moment gyroscopique des hélices est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T \quad (I.13)$$

Avec J_r est l'inertie des rotors.

Ω est la vitesse angulaire du quadrotor écrite comme suite :

$$\Omega = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \quad (I.14)$$

✓ Moment gyroscopique dû aux mouvements de rotation du quadrotor sur les axes (x, y, z), alors il existe trois moments gyroscopiques donnés par la relation suivante :

$$M_{gq} = \Omega \wedge J \Omega \quad (I.15)$$

Avec J est l'inertie du système.

I.4.4 Modélisation du quadrotor selon Newton-Euler

Le modèle dynamique du quadrotor peut être vu comme un système où ses évolutions spatiales sont les sorties et la tension de chacun de ses moteurs sont les entrées.

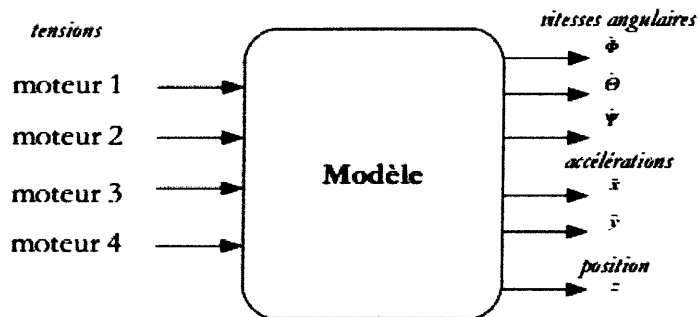


Figure I-9 Modèle dynamique du Quadrotor

En utilisant la formulation de Newton-Euler, on obtient les équations de l'accélération linéaire et l'accélération rotative respectivement écrites sous la forme suivante:

$$\begin{cases} m \ddot{\xi} = R F_p + P \\ J \dot{\Omega} = M_T - M_{gh} - M_{gq} \end{cases} \quad (I.16)$$

Avec :

✓ ξ : le vecteur de position.

- ✓ m : la masse du quadrotor.
- ✓ Ω : la vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe.
- ✓ R : la matrice de rotation.
- ✓ P : le poids du quadrotor.
- ✓ J : la matrice de dimension (3*3) représente l'inertie du système donnée par :

$$J = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad (I.17)$$

- ✓ F_p : le vecteur de dimension (3*1) représente les forces de poussées.
- ✓ M_T : les moments provoqués par les forces de poussée et de trainée.
- ✓ M_{gh} : le moment gyroscopique des hélices.
- ✓ M_{gq} : le moment gyroscopique du quadrotor.



I.4.4.1 Mouvement de translation

$$m\ddot{\xi} = RF_p + P \quad (I.18)$$

On a :

$$\xi = [x \quad y \quad z]^T \Rightarrow \ddot{\xi} = [\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z}]^T \quad (I.19)$$

$$F_p = \left[0 \quad 0 \quad K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \right]^T \quad (I.20)$$

$$P = [0 \quad 0 \quad -mg]^T \quad (I.21)$$

On remplace chaque force par sa formule dans (I.18), on aura :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \phi S \theta C \psi + S \phi S \psi \\ C \phi S \theta S \psi - S \phi C \psi \\ C \phi C \theta \end{bmatrix} K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

Alors, on obtient les trois équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{X} = \frac{1}{m} \left[K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \right] (C \varphi S \theta C \psi + S \varphi S \psi) \\ \ddot{Y} = \frac{1}{m} \left[K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \right] (C \varphi S \theta S \psi - S \varphi C \psi) \\ \ddot{Z} = \frac{1}{m} \left[K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \right] (C \varphi C \theta) - g \end{cases} \quad (I.23)$$

I.4.4.2 Mouvement de rotation

$$J \dot{\Omega} = M_T - M_{gh} - M_{gq} \quad (I.24)$$

On a :

$$\Omega = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \Rightarrow \dot{\Omega} = [\ddot{\phi} \quad \ddot{\theta} \quad \ddot{\psi}]^T \quad (I.25)$$

$$M_{gq} = \Omega \wedge J \Omega = \begin{bmatrix} (I_z - I_y) \dot{\theta} \dot{\psi} \\ (I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\psi} \\ (I_y - I_x) \dot{\phi} \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (I.26)$$

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T = [\Omega_r J_r \dot{\theta} \quad -\Omega_r J_r \dot{\phi} \quad 0]^T \quad (I.27)$$

$$\text{Avec : } \Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad (I.28)$$

$$M_T = \begin{bmatrix} LK_p (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ LK_p (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ K_d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (I.29)$$

On remplace chaque moment par sa formule dans (I.24), on obtient les trois équations différentielles qui définissent le mouvement de rotations:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{L}{I_x} K_p (\omega_4^2 - \omega_2^2) - \frac{(I_z - I_y)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = \frac{L}{I_y} K_p (\omega_3^2 - \omega_1^2) - \frac{(I_x - I_z)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{J_r \Omega_r}{I_y} \dot{\phi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} K_d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) - \frac{(I_y - I_x)}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} \end{cases} \quad (I.30)$$

D'après les équations précédentes le modèle dynamique complet qui régit le quadrotor est le suivant :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{L}{I_x} u_2 + \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\psi} \dot{\theta} - \frac{J_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = \frac{L}{I_y} u_3 + \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{J_r \Omega_r}{I_y} \dot{\phi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} u_4 + \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} \\ \ddot{x} = \frac{1}{m} (C_\psi S_\theta C_\phi + S_\phi S_\psi) u_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (S_\psi S_\theta C_\phi - S_\phi C_\psi) u_1 \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (C_\theta C_\phi) u_1 - g \end{cases} \quad (I.31)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p & K_p & K_p & K_p \\ 0 & -K_p & 0 & K_p \\ -K_p & 0 & K_p & 0 \\ K_d & -K_d & K_d & -K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (I.32)$$

I.4.5 Représentation d'état du système

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suit:

$$\begin{aligned} X &= [\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad X \quad \dot{X} \quad Y \quad \dot{Y} \quad Z \quad \dot{Z}]^T \\ X &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T \end{aligned} \quad (I.33)$$

Donc la représentation d'état du système est donnée par :

$$\dot{X} = f(X, u)$$

$$f(X, u) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 - x_4 a_2 \Omega_r + b_1 u_2 \\ x_4 \\ x_2 x_6 a_3 + x_2 a_4 \Omega_r + b_2 u_3 \\ x_6 \\ x_2 x_4 a_5 + b_3 u_4 \\ x_8 \\ (C_{x_5} S_{x_3} C_{x_1} + S_{x_1} S_{x_4}) \frac{1}{m} u_1 \\ x_{10} \\ (S_{x_5} S_{x_3} C_{x_1} - S_{x_1} C_{x_5}) \frac{1}{m} u_1 \\ x_{12} \\ -g + (C_{x_1} C_{x_3}) \frac{1}{m} u_1 \end{pmatrix} \quad (I.34)$$

Avec :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \\ a_2 = \frac{J_r}{I_x} \\ a_3 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \\ a_4 = \frac{J_r}{I_y} \\ a_5 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = \frac{I}{x} \\ b_2 = \frac{I}{y} \\ b_3 = \frac{I}{z} \end{cases}$$

I.5 Simulation en boucle ouverte

Dans cette partie une simulation en boucle ouverte est effectuée sur le modèle dynamique d'un quadrotor afin d'illustrer son comportement dynamique.

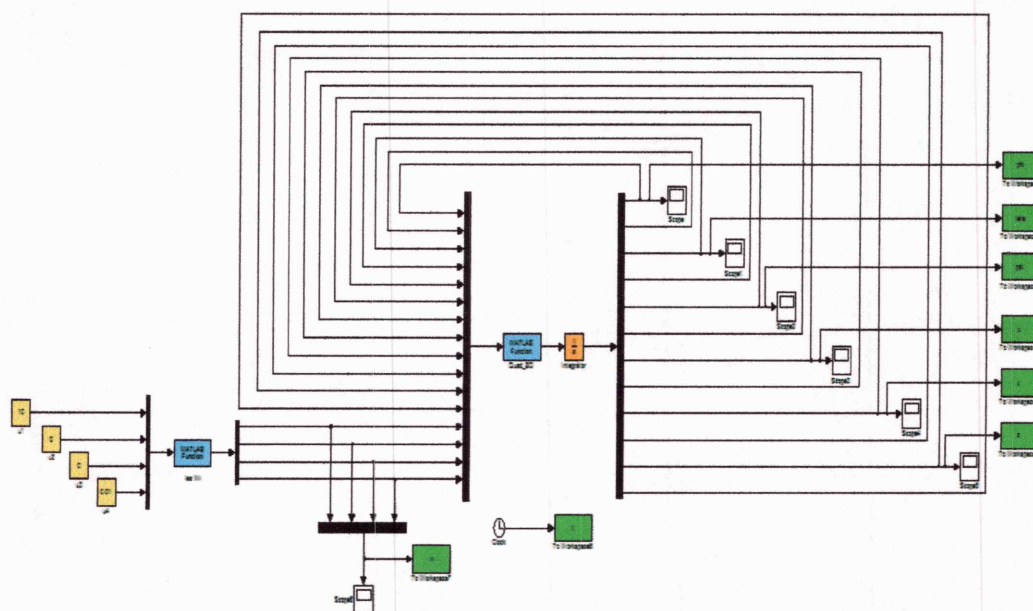


Figure II-10 Commande des mouvements du quadrotor

Les paramètres du modèle du quadrotor utilisé dans la simulation sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau I.1 Paramètres du quadrotor

Paramètres		Valeurs
K_p : Coefficient de poussée		3.13×10^{-5} N/rad/s
K_d : Coefficient de trainée		7.5×10^{-7} N/rad/s
l : Longueur du bras horizontal		0.232 m
m : Masse du quadrotor		1kg
g : Gravité		9.81 m/s^2
I_x	La matrice d'inertie	$6.228 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
I_y		$6.228 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
I_z		$1.121 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2$
J_r : Inertie des rotors		$6.01 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$

1^{er} cas : Mouvement vertical

On applique les données suivantes : $\begin{cases} u_1 = 10 > mg \\ u_2 = u_3 = u_4 = 0 \end{cases}$

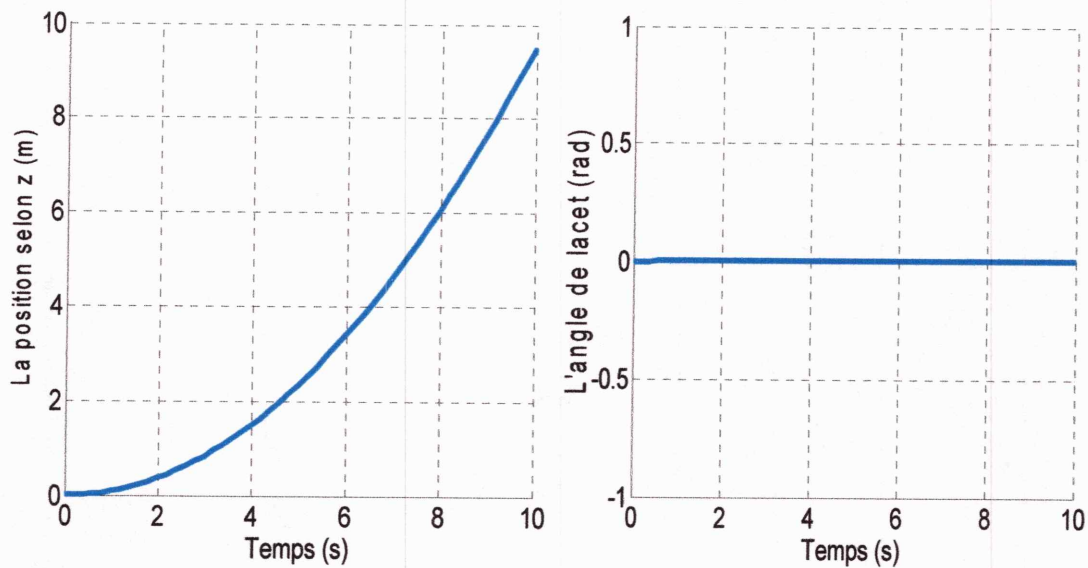


Figure I-11 Mouvement vertical par simulation

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Il y'a que le mouvement vertical ascendant (selon l'axe Z) due à la commande u_1 qu'est supérieure aux poids du quadrotor.
- Aucun mouvement de translation (et rotation) selon (et autour) les axes X et Y car les commandes u_2 , u_3 et u_4 sont nulles.

2^{ème} cas : Mouvement de roulis

On applique les données suivantes :
$$\begin{cases} u_1 = mg \\ u_2 = 10^{-6}, u_3 = u_4 = 0 \end{cases}$$

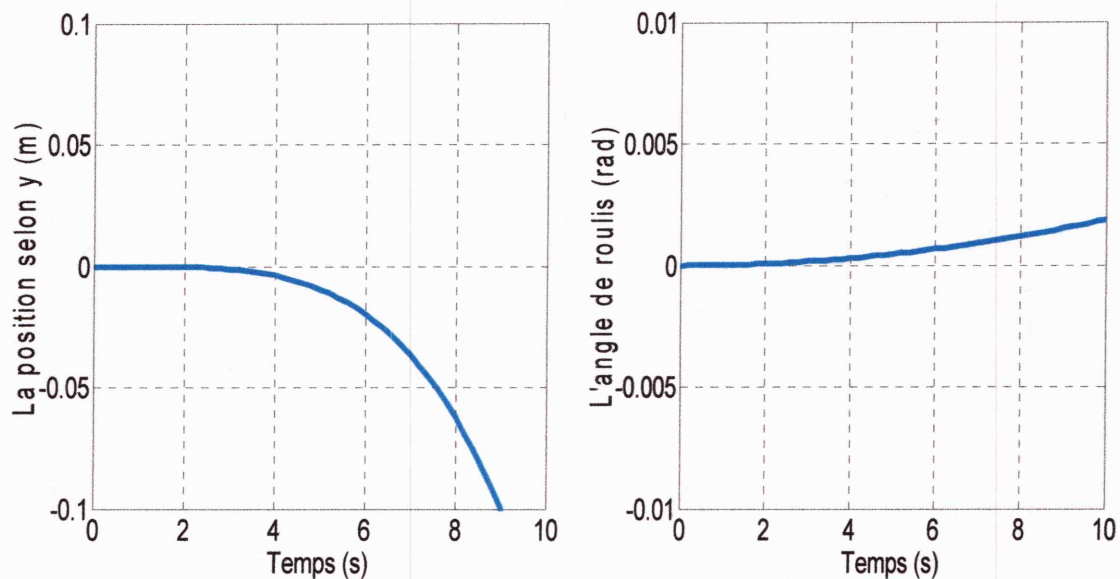


Figure I-12 Mouvement de roulis par simulation

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Il y'a un mouvement de translation selon l'axe Y (sens négatif) provoqué par le mouvement de rotation autour l'axe X (sens positif) par un angle φ due à la commande non nulle u_2 .
- Un mouvement stationnaire selon Z car $u_1=mg$.

3^{ème} cas : Mouvement de tangage

On applique les données suivantes :
$$\begin{cases} u_1 = mg \\ u_3 = 10^{-6}, u_2 = u_4 = 0 \end{cases}$$

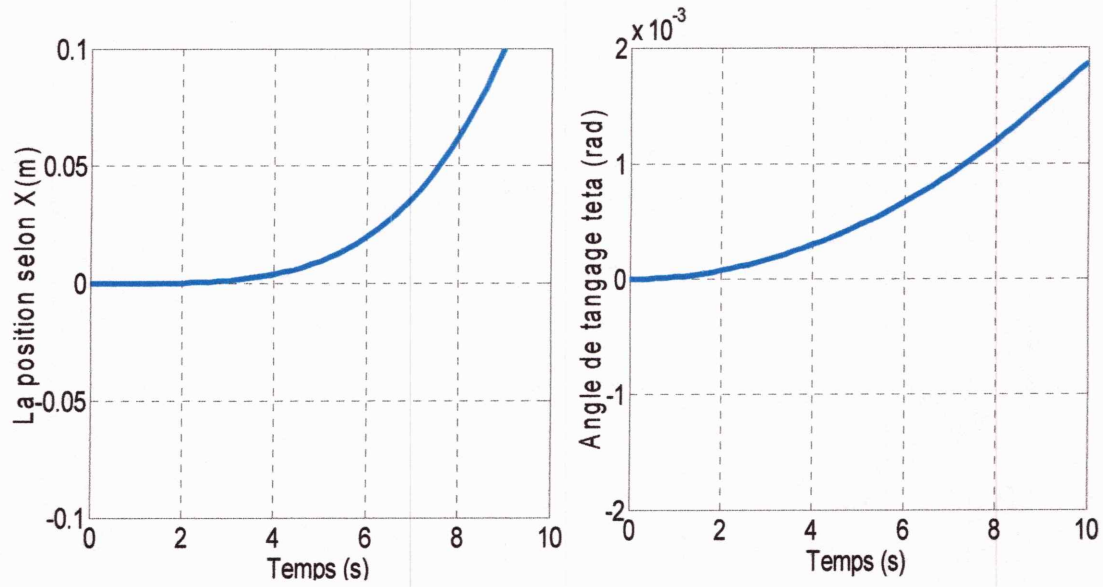


Figure I-13 Mouvement de tangage par simulation

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Il y'a un mouvement de translation selon l'axe X (sens positif) provoqué par le mouvement de rotation autour l'axe Y (sens positif) par un angle θ due à la commande non nulle u_3 .

4^{eme} cas : Mouvement de lacet

On applique les données suivantes : $\begin{cases} u_1 = mg \\ u_4 = 10^{-2}, u_2 = u_3 = 0 \end{cases}$

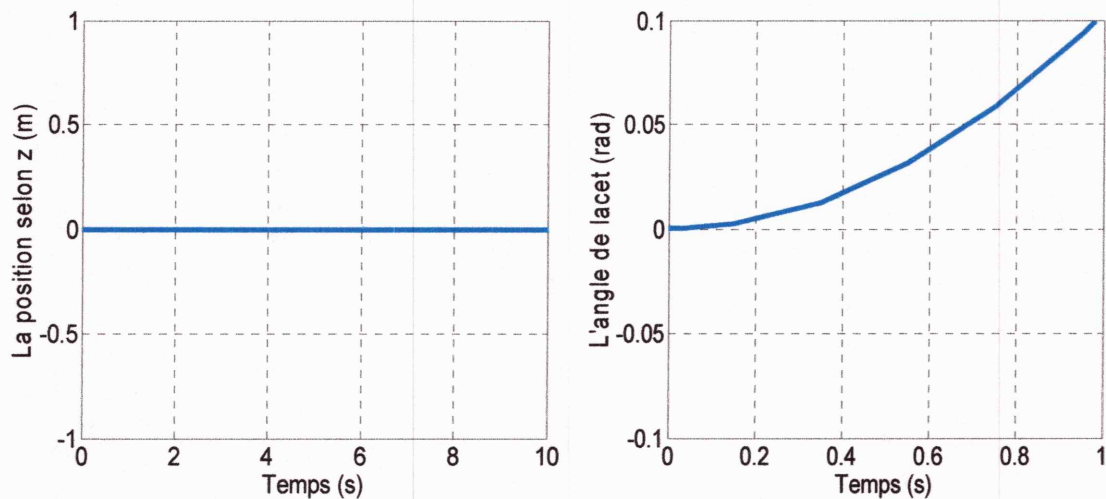


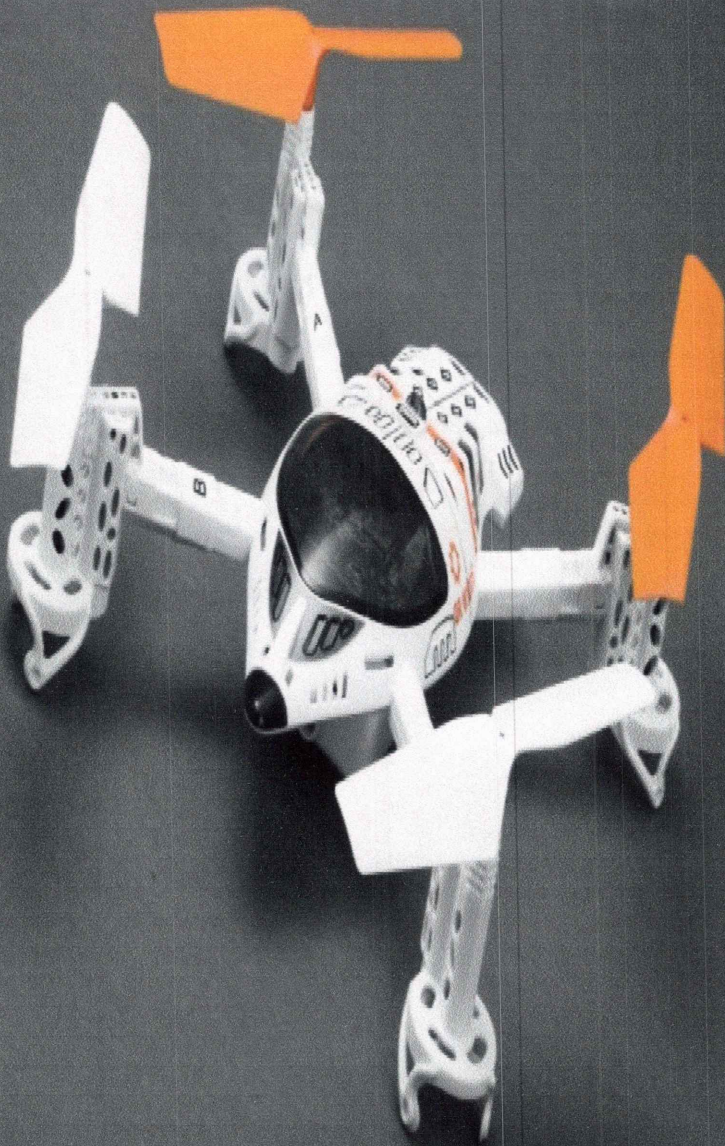
Figure I-14 Mouvement de lacet par simulation

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- il y'a un mouvement de rotation autour de l'axe Z (lacet) due à la commande non nulle u_4 .

I.6 Conclusion

Ce chapitre permet d'avoir une conception générale du quadrotor et de son principe de fonctionnement, autrement dit ses différents mouvements de vol provoqué par la variation des vitesses de rotation des quatre rotors à savoir : vol vertical, vol de roulis, vol de tangage et vol de lacet. Ensuite, le modèle dynamique de l'engin volant est obtenu en utilisant le formalisme de Newton-Euler d'où le modèle acquis est non linéaire et sous actionnée avec six sorties et quatre entrées seulement. A la fin de ce chapitre, une simulation en boucle ouverte est effectuée afin de mieux comprendre la dynamique et les modes de fonctionnement de l'engin. Le quadrotor est un système instable ce qui implique la nécessité d'ajouter un régulateur. Dans le prochain chapitre une commande PID est utilisée pour la stabilisation du quadrotor.



Chapitre II

Commande PID appliquée au Quadrotor

II.1 Introduction

Les systèmes asservis pouvaient présenter des défauts : une précision insuffisante, une stabilité trop relative (voir instable), un temps de réaction trop lent, un dépassement trop important, il est donc nécessaire d'intégrer des dispositifs complémentaires dans la chaîne directe appelé *correcteurs*. L'objectif principal des contrôleurs est d'assurer et d'améliorer les performances du système bouclé afin de suivre un comportement désiré.

De nos jours, le régulateur standard le plus utilisé dans l'industrie est le régulateur PID (plus de 90% des contrôleurs utilisés sont des PIDs). Le PID est placé sur le marché pour la première fois en 1939 [9]. La popularité de ce contrôleur vient de sa simple structure par rapport aux autres techniques de commande existantes et son faible coût de fabrication.

Dans la première partie de ce chapitre une description générale du contrôleur PID est présentée. Dans la deuxième partie nous présentons les résultats de la simulation due à l'application de cette technique sur le quadrotor afin de montrer les inconvénients de la commande à paramètres fixes.

II.2 Correcteur PID

La synthèse des correcteurs consiste à déterminer les paramètres afin de satisfaire certaines performances en boucle fermée. Ces dernières peuvent être résumées par :

- ✓ Stabilité,
- ✓ Insensibilité aux perturbations (rejet de perturbations),
- ✓ Précision,
- ✓ Rapidité,
- ✓ Le signal de commande doit être limité en énergie.

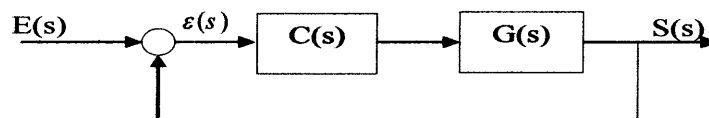


Figure II-1: Schéma de régulation

$E(s)$: entrée désirée,

$S(s)$: Sortie réelle,

$\varepsilon(s)$: L'erreur de poursuite,

$C(s)$: régulateur,

$G(s)$: système.

Le correcteur PID est composé de trois actions : une action **proportionnelle P**, une action **intégrale I** et une action **dérivée D**.

a. Action proportionnelle P

On dit qu'une correction est proportionnelle lorsque le signal de commande $u(t)$ est proportionnel au signal d'écart $\varepsilon(t)$. La fonction de transfert $C(s)$ du correcteur proportionnel est alors une constante. On peut écrire :

$$u(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) \quad \Rightarrow \quad C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \quad (\text{II.1})$$

K_p Gain proportionnel.

Cette action améliore la précision, mais avec un risque de perdre la stabilité du système si le gain proportionnel a une valeur très élevée.

b. Action intégrale I

On dit qu'une correction est intégrale lorsque le signal de commande $u(t)$ est proportionnel à l'intégrale du signal d'écart $\varepsilon(t)$. La fonction de transfert $C(s)$ du correcteur à action intégrale s'écrit :

$$u(t) = K_I \cdot \int_0^t \varepsilon(t) dt \quad \Rightarrow \quad C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{K_I}{s} \quad (\text{II.2})$$

K_I Gain d'intégration.

Cette action permet de rendre le système plus précis (l'erreur tend vers zéro), mais avec l'inconvénient qu'il devient lent et risque de perdre la stabilité.

c. Action dérivée D

On dit qu'une correction est dérivée lorsque le signal de commande $u(t)$ est

proportionnel à la dérivée du signal d'écart $\varepsilon(t)$. La fonction de transfert $C(s)$ du correcteur à action dérivée s'écrit :

$$u(t) = K_D \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \Rightarrow C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_D \cdot s \quad (\text{II.3})$$

K_d : Le gain de dérivation.

Cette action permet de rendre le système très rapide et plus stable, mais avec l'inconvénient d'amplifier les bruits.

II.2.1 Correcteur proportionnelle (p)

Le correcteur à action proportionnelle, est le correcteur le plus simple, puisque il est défini par un simple gain K_p . La sortie du correcteur est donnée par :

$$u(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) \quad (\text{II.4})$$

La fonction de transfert $C(s)$ de ce correcteur s'écrit sous la forme:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \quad (\text{II.5})$$

II.2.2 Correcteur Proportionnel-Intégral (PI)

Ce correcteur est défini par l'association d'un terme d'action proportionnelle et d'un terme d'action intégrale. La sortie du correcteur est donnée par :

$$u(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + K_I \cdot \int_0^t \varepsilon(t) dt \quad (\text{II.6})$$

La fonction de transfert $C(s)$ de ce correcteur s'écrit sous la forme :

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (\text{II.7})$$

Avec $K_I = \frac{K_p}{T_i}$, T_i est appelée constante d'intégration.

II.2.3 Correcteur Proportionnel-Dérivé (PD)

Le signal de commande est réalisé à partir de l'association d'un terme d'action proportionnelle et d'un terme d'action dérivée. La sortie du correcteur est donnée par :

$$u(t) = K_p \left(1 + T_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (\text{II.8})$$

La fonction de transfert $C(s)$ de ce correcteur s'écrit sous la forme :

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p (1 + T_d \cdot s) \quad (\text{II.9})$$

Avec $K_D = K_p \cdot T_d$, T_d est appelée constante de dérivation.

II.2.4 Correcteur Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID)

Ce type de correcteur permet de réaliser des performances telles que la stabilité, la rapidité et la précision grâce à la combinaison des trois actions P , I et D . Ceci peut se faire en ajustant les paramètres associés à ces actions.

$$u(t) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (\text{II.10})$$

La fonction de transfert $C(s)$ de ce correcteur s'écrit sous la forme :

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s = K_p \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \quad (\text{II.11})$$

Ce correcteur permet de rendre le système plus stable, précis et rapide, mais il est sensible aux bruits et système lent.

II.3 Application de commande PID

Le quadrotor est composé de deux sous-systèmes : le sous-système de rotation et le sous-système de translation. Ce dernier est commandé physiquement par le premier

sous-système. Alors, garantir les meilleures performances pour le premier sous-système implique la stabilisation du deuxième sous-système.

Nous présentons dans cette partie les résultats de simulation obtenus par l'application de la commande PID sur le sous-système de rotation.

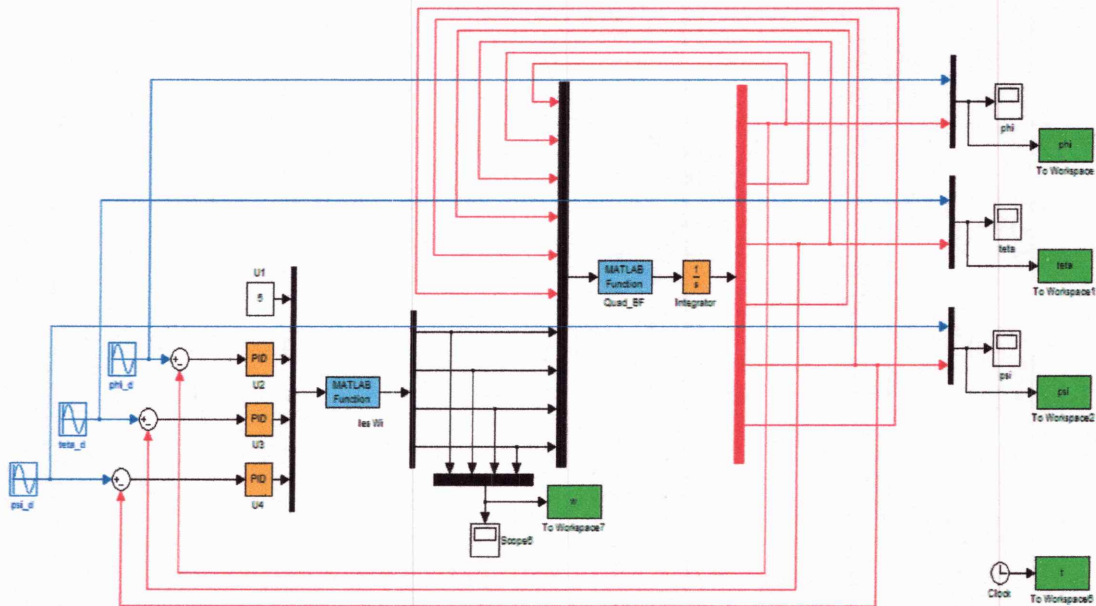


Figure II-2 Commande du mouvement de rotation par un PID

Le tableau suivant présente les paramètres utilisé pour régulateur PID :

Tableau II.1 Paramètres du régulateurs PID utilisé

Régulateur	Paramètres	Valeurs
PID1 (φ)	K_P	1
	K_I	0.2
	K_D	1
PID2 (θ)	K_P	3
	K_I	1
	K_D	1
PID3 (ψ)	K_P	1
	K_I	0.1
	K_D	1

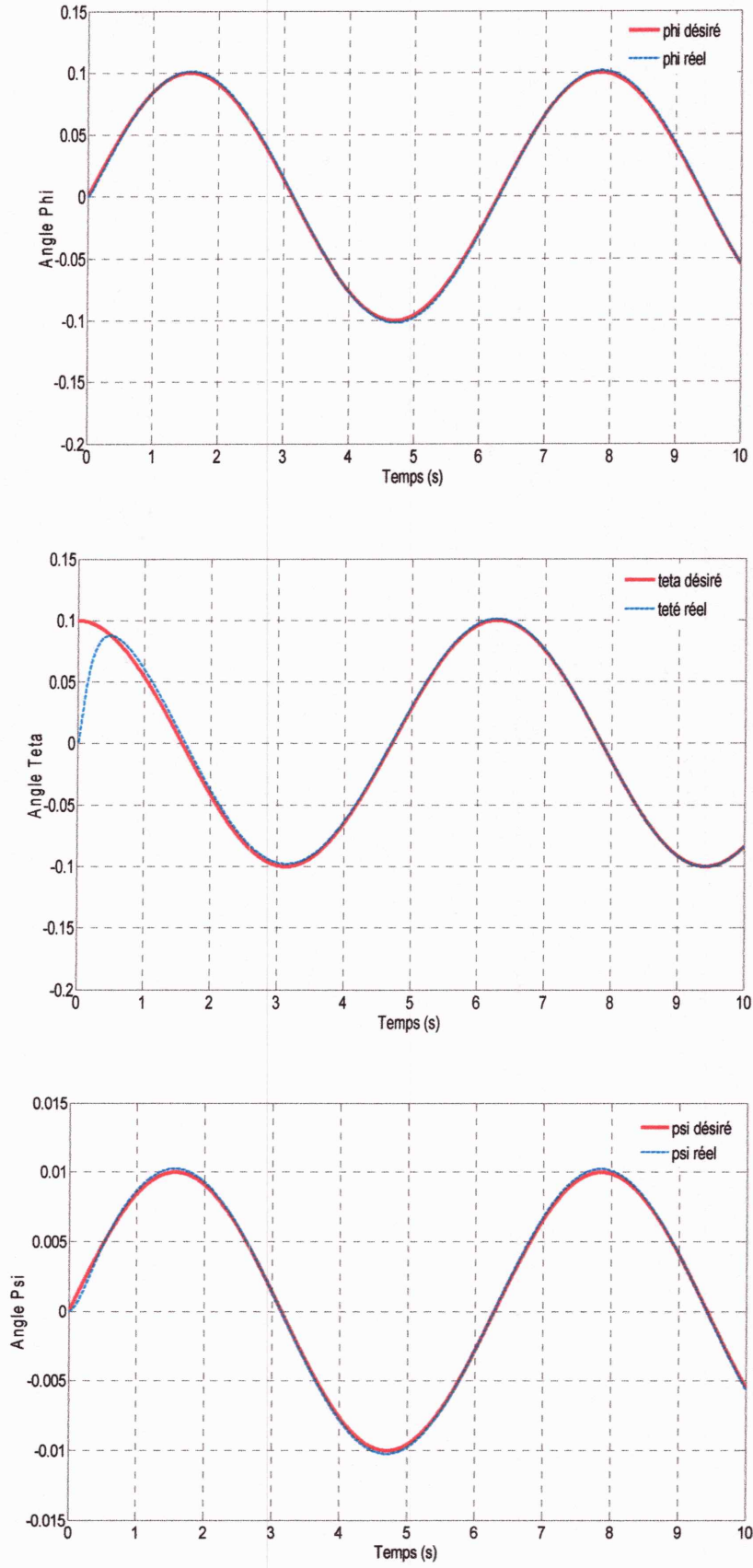


Figure II-3 Sorties du quadrotor (sans variation paramétrique)

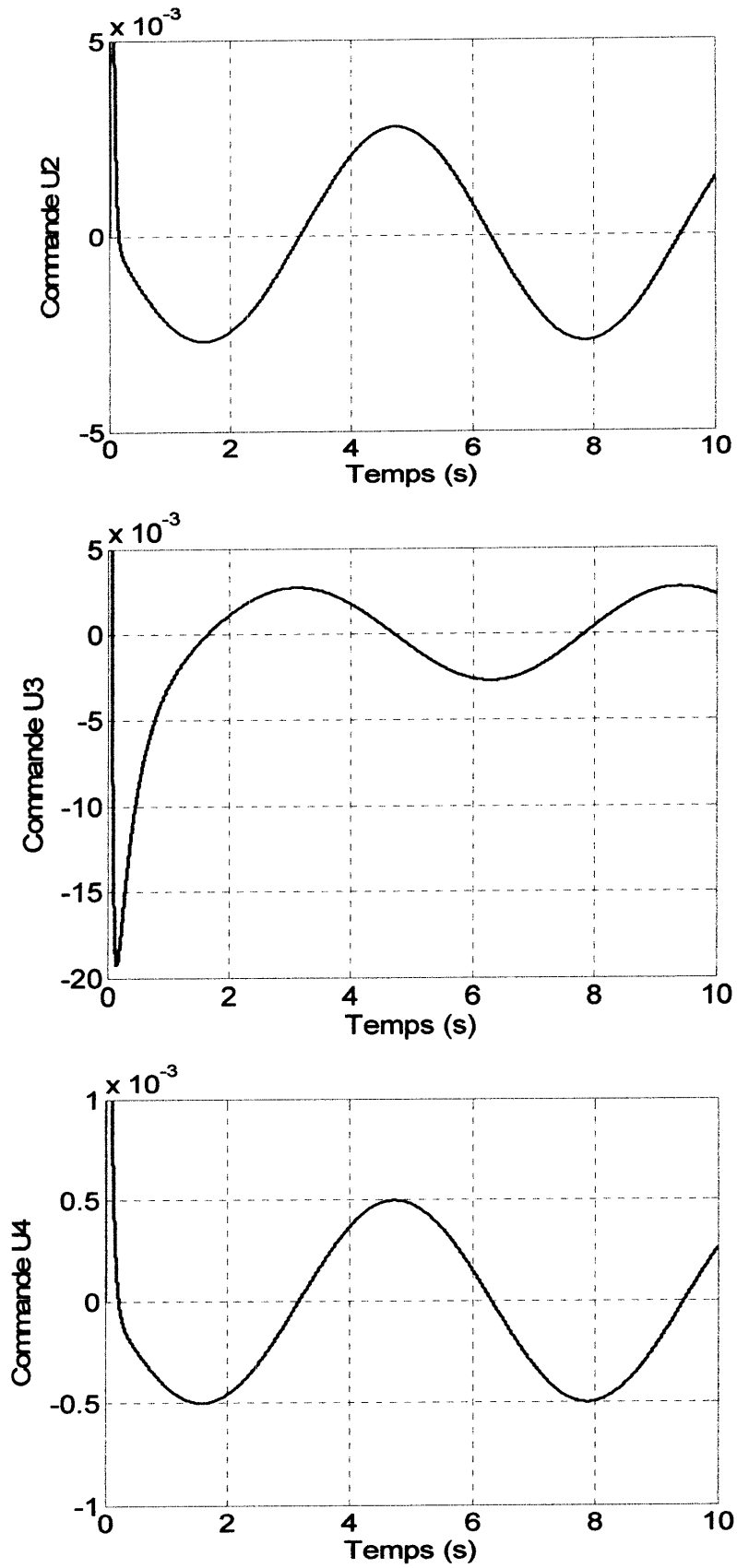


Figure II-4 Signaux de commande u_2, u_3, u_4 (sans variation paramétrique)

D'après les résultats observés dans la Figures II-3 on remarque que le quadrotor est bien stabilisée, les sorties du système convergent rapidement vers les signaux des consignes.

Le quadrotor en mouvement peut être confronté à des perturbations (masse supplémentaire, vent et d'autre) pour cela nous avons simulé de nouveau le mouvement de rotation en présence d'une variation paramétrique de 100%.

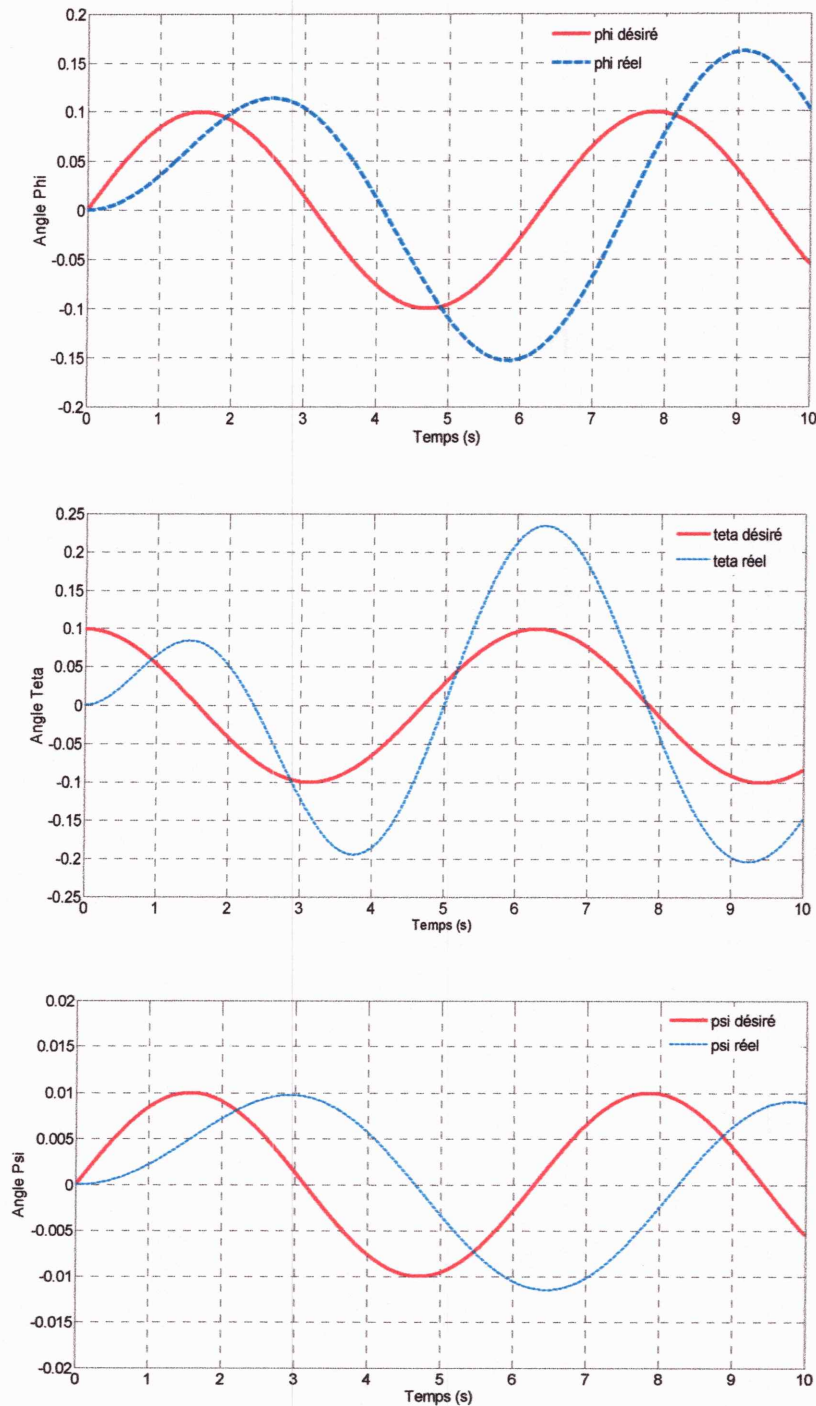


Figure II-5 Sorties du quadrotor (avec variation paramétrique)

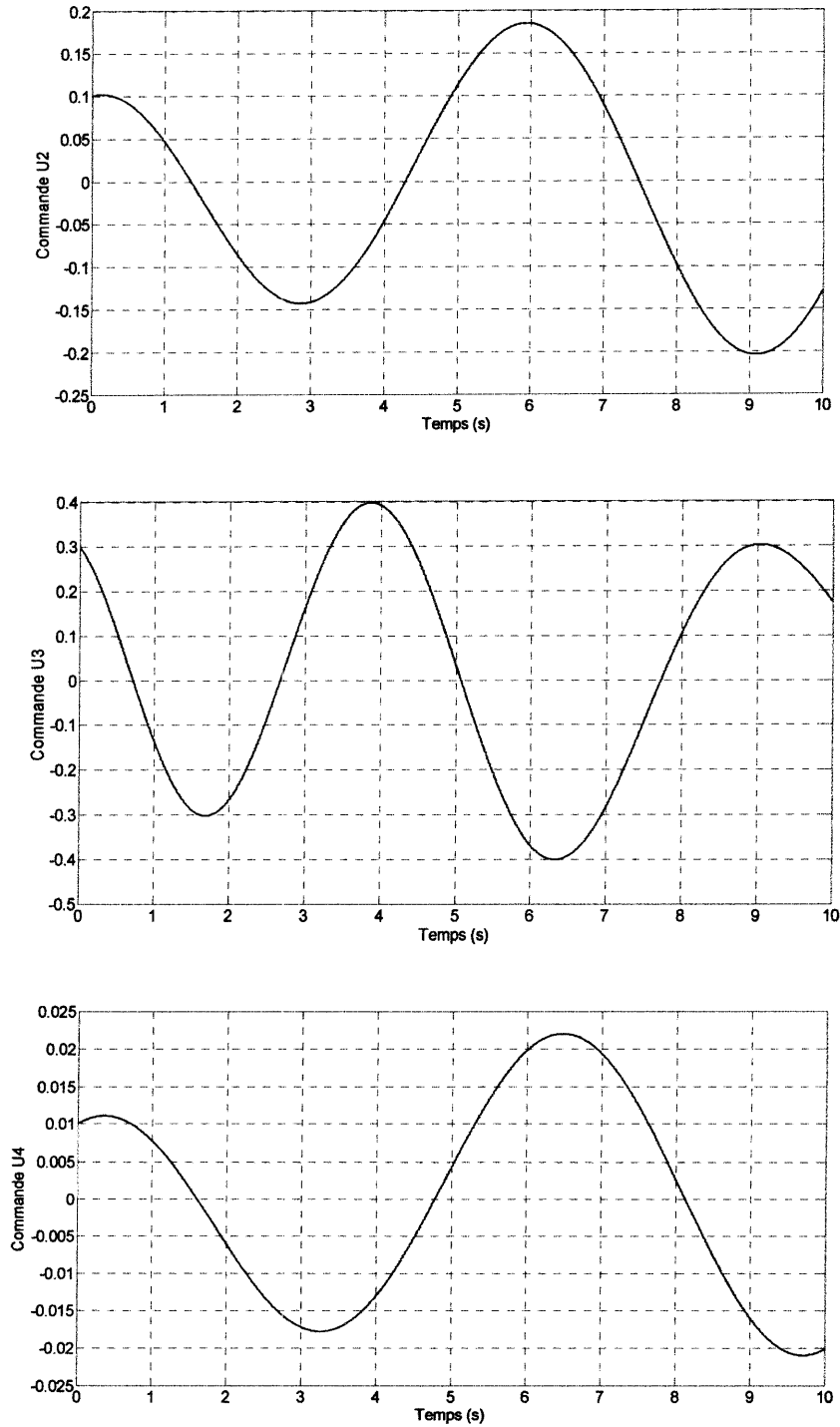


Figure II-6 Signaux de commande u_2, u_3, u_4 (avec variation paramétrique)

D'après les résultats observés dans la Figures II-5 on remarque l'apparition d'une erreur de poursuite à la présence de la variation paramétrique. L'influence de cette variation est vue dans les signaux de commande (Figure II.6). Comme solution on peut changer la valeur des paramètres PID. Cette méthode n'est pas pratique, car à

chaque fois le système est met sous une nouvelle perturbation, il est nécessaire de trouver des nouvelles valeurs. Pour résoudre ce problème, l'utilisation d'une technique de commande à paramètres variables comme la commande adaptative est plus pratique.

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les notions de base du régulateur PID, ensuite nous avons appliqué une commande PID sur le quadrotor en boucle fermé. Les résultats de simulation obtenue sont satisfaisants pour le cas où le système n'est pas sous l'effet des variations paramétrique. Cependant, la commande PID a montré ces limitations si le système change du modèle. Pour cette raison, une commande adaptative est proposée dans le chapitre suivant pour la stabilisation du quadrotor même si le système est perturbé.



Chapitre III

*Commande Adaptative appliquée au
Quadrotor*

III.1 Introduction

Les perturbations paramétriques rassemblent les variations de dynamiques, de gain statique, de retard. Un régulateur à paramètres fixes n'étant pas conçu pour prendre en compte ce type de perturbations, les performances en boucle fermée s'en trouvent alors affectées et dégradées. C'est à ce niveau qu'intervient la boucle d'adaptation, pour permettre de maintenir les performances désirées en présence des perturbations paramétriques. [11]

Les techniques de commande classique (PID, Backstepping,...) exigent la connaissance du modèle exacte. Du fait qu'il est difficile de modéliser exactement un quadrotor [4], nous avons fait recours à la commande adaptative dont la connaissance exacte du modèle n'est pas nécessaire.

Nous proposons dans ce chapitre la technique de commande adaptative, dans un premier lieu nous exposons le principe et le concept de notre commande. La stabilité du système en boucle fermé est prouvée par la méthode de Lyapunov. Ensuite cette approche est utilisée dans la simulation sur quadrotor pour valider la loi de commande présentée.

III.2 Principe de la commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble des techniques utilisées pour l'ajustement automatique des régulateurs pour assurer les performances voulues quand les paramètres du système à contrôler sont inconnus et/ou variaient avec le temps [12]. Son utilisation requiert la mesure d'un certain indice de performance qui est comparé à l'indice désiré. Suivant l'écart obtenu, le mécanisme d'adaptation modifie les paramètres afin de maintenir l'indice de performance à la valeur désirée.

Un contrôleur adaptatif n'est autre que la combinaison d'un module d'estimation de certains paramètres inconnus, et d'un contrôleur qui se sert de ces paramètres. Cette combinaison donne lieu à deux approches différentes de conception et de commande : la commande adaptative directe et la commande adaptative indirecte.

III.2.1 Commande adaptative directe

La commande adaptative directe autrement dit à modèle de référence (MRAC: Model Reference Adaptive Control) [13] a été proposée pour la première fois en 1961 se basant sur la minimisation d'un indice de performances, approche connue

généralement sous la règle de conception du MIT (Massachusetts Institute of Technology). La structure en boucle fermée du MRAC est représentée par la figure III-1. En effet, la différence entre la sortie du procédé et la sortie du modèle de référence est une mesure de la différence entre les performances réelles et les performances désirées. Cette information est ensuite utilisée par le mécanisme d'adaptation (loi d'adaptation) pour ajuster les paramètres du régulateur afin de faire tendre l'erreur vers zéro. Cette technique demande souvent des algorithmes plus rapides et favorise une application en temps réel (cas de robots manipulateurs).

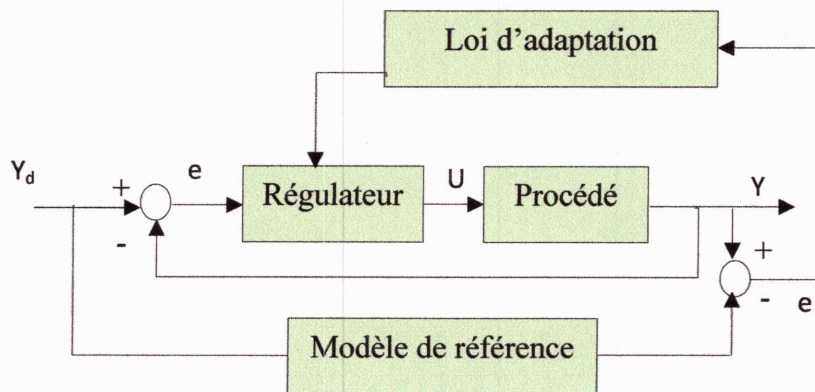


Figure III-1 Commande adaptative à modèle de référence.

III.2.2 Commande adaptative indirecte

Encore appelée commande adaptative auto ajustable avec identification du modèle, cette stratégie a été proposée par Kalman en 1958, le schéma block de cette commande est représenté par la figure III-2.

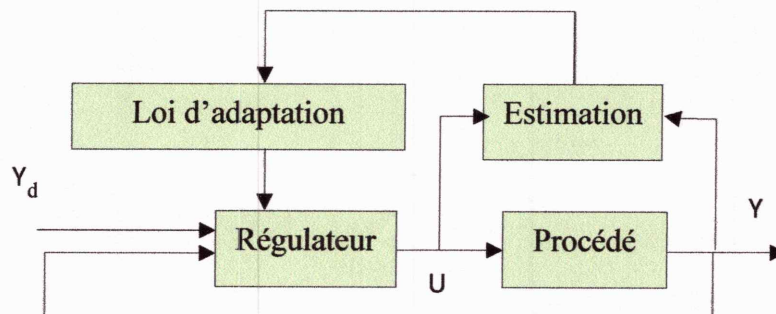


Figure III-2 Commande adaptative auto ajustable

La conception de ces systèmes est basée sur le principe d'équivalence certaine qui consiste à séparer les problèmes d'identifications et de commande. Cette dernière est calculée en supposant que les paramètres du système à régler sont connus. Pour réaliser cette commande, on distingue trois étapes :

- Estimation des paramètres du modèle du système et prédiction adaptative.
- Synthèse de la loi de commande à l'aide des paramètres estimés et des performances désirées.
- Calcul et application de la commande du système.

III.3 Concept de la commande adaptative

Dans la conception de commande classique (non adaptatif), une structure de régulation (par exemple, placement des pôles) est choisie en premier, et les paramètres du régulateur sont alors calculés sur la base des paramètres connus de l'installation. Dans une commande adaptative, la principale différence est que les paramètres de l'installation sont inconnus, de sorte que les paramètres du régulateur sont à fournir par une loi d'adaptation. En conséquence, la conception de la commande adaptative est plus complexe, compte tenu des besoins supplémentaires de choisir une loi d'adaptation et de prouver la stabilité du système avec adaptation.

La conception d'un contrôleur adaptatif implique généralement les étapes suivantes:

- Choisir une loi de commande contenant des paramètres variables.
- Choisir une loi d'adaptation pour ajuster les paramètres.
- Analyser les propriétés de convergence du système de contrôle résultant.

Dans la théorie des systèmes, la stabilité est un élément très important. Celle-ci passe au premier plan dans le cadre des systèmes non linéaires. Des théories classiques comme celle de Lyapunov peuvent être employées pour atteindre ce but.

III.3.1 Méthode de Lyapunov

Le concept de la commande adaptative est basé sur la théorie de Lyapunov. Le but est de construire une loi de commande ramenant le système vers des états désirés. En d'autres termes, on souhaite faire de l'état désiré un état d'équilibre stable en boucle fermée.

La méthode de Lyapunov permet d'étudier la stabilité des systèmes complexes qui sont décrits par des systèmes différentiels. La stabilité d'un système est la capacité de ce dernier à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il en est ponctuellement écarté. Il existe deux méthodes pour démontrer la stabilité du système, directe et indirecte.

Théorème 1 : pour le système $\dot{x} = f(x)$ où $x_e = 0$ est le point d'équilibre, si une fonction de Lyapunov $V(x)$ existe tel que :

- $V(0) = 0$ et $V(x) > 0, \forall x \neq 0$.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} V(x) = \infty$ (c-à-d, $V(x)$ n'est pas bornée radialement).
- $\dot{V}(0) = 0$ et $\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0$.

Alors le système est globalement asymptotiquement stable. Si $\dot{V}(x) \leq 0$, on peut conclure uniquement que le système est stable.

III.4 Position du problème

Dans cette section, on considère le système non linéaire de type MIMO composé de p sous-systèmes, représenté sous la forme suivante :

$$\sum_i \begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2}, \dot{x}_{i2} = x_{i3}, \dots, \dot{x}_{i, r_i-1} = x_{i, r_i} \\ \dot{x}_{i, r_i} = f_i(X) + g_i(X)u_i \\ y_i = x_{i1} \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où $[x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1, r_1}, \dots, x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{p, r_p}]^T \in R^n$, avec $n = \sum_i r_i$, est le vecteur d'état

complet. Ce vecteur d'état est supposé mesurable, $u = [u_1, \dots, u_p]^T \in R^p$ est l'entrée de

commande, $y = [y_1, \dots, y_p]^T$ est le vecteur de sortie, $f_i(X)$ et $g_i(X)$, $i=1, \dots, p$,

sont des fonctions non linéaires étant supposées inconnues.

Si l'on choisit la notation suivante :

$$f(X) = \begin{pmatrix} f_1(X) \\ \vdots \\ f_p(X) \end{pmatrix} \quad g(X) = \begin{pmatrix} g_1(X) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & g_p(X) \end{pmatrix}$$

La dynamique du sous-système (III.1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$y^{(r)} = f_i(X) + g_i(X)u_i$$

Notre objectif consiste à synthétiser une loi de commande qui assure la bornitude de toutes les variables du système en boucle fermé et garantit la poursuite de la sortie $y(t)$ à la trajectoire désirée $y_d(t)$.

$$y_d(t) = [y_{d1}(t), \dots, y_{dp}(t)]^T \quad (III.2)$$

Pour faciliter la conception de la commande, nous adoptons les suppositions suivantes :

Supposition 1 : la trajectoire désirée $y_{di}(t)$, $i=1, \dots, p$ et ses dérivées $\dot{y}_{di}, \dots, y^{(n)}$ sont connues, bornées et continues.

Supposition 2 : la matrice $g(x)$ est définie positive et inversible.

On définit les erreurs de poursuite comme suit :

$$\begin{cases} e_1(t) = y_{d1}(t) - y_1(t) \\ \vdots \\ e_p(t) = y_{dp}(t) - y_p(t) \end{cases} \quad (III.3)$$

Les erreurs filtrées correspondantes sont définies comme suit :

$$\begin{cases} s_1(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_1 \right)^{r_1-1} e_1 & \lambda_1 > 0 \\ \vdots \\ s_p(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_p \right)^{r_p-1} e_p & \lambda_p > 0 \end{cases} \quad (III.4)$$

En effet, $s=0$ représente une équation différentielle linéaire dont la solution unique est $e=0$ [13].

À partir de (III.4), pour que $e_i(t) \rightarrow 0$ asymptotiquement il faut que $s_i(t) \rightarrow 0$, pour $i=1, \dots, p$. Dans ce cas, notre objectif devient la synthèse d'une loi de commande qui force les erreurs filtrées à converger vers zéro.

Les dynamiques des erreurs filtrées sont données par :

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = v_1 - f_1(X) - g_1(X)u_1 \\ \vdots \\ \dot{s}_p = v_p - f_p(X) - g_p(X)u_p \end{cases} \quad (III.5)$$

Avec

$$\begin{cases} v_1 = y_{d1}^{(r_1)} + \beta_{1,r_1} e_1^{(r_1-1)} + \dots + \beta_{1,1} e_1 - \beta_{1,1} e_1(0) \\ \vdots \\ v_p = y_{dp}^{(r_p)} + \beta_{p,r_p} e_p^{(r_p-1)} + \dots + \beta_{p,1} e_p - \beta_{p,1} e_p(0) \end{cases} \quad (III.6)$$

Où $\beta_{i,j} = \frac{(r_i - 1)!}{(r_i - j)!(j - 1)!} \lambda_i^{r_i - j}$, $i=1, \dots, p$ $j=1, \dots, r_i - 1$.

Pour des raisons de simplicité, nous choisissons :

$$\begin{cases} s(t) = [s_1(t), \dots, s_p(t)]^T \\ v(t) = [v_1(t), \dots, v_p(t)]^T \end{cases}$$

Donc, l'équation (III.5) peut s'écrire sous la forme compacte suivante :

$$\dot{s} = v - f(x) - g(x)u \quad (III.7)$$

Si les fonctions non linéaires $f(x)$ et $g(x)$ sont bien connus, pour atteindre l'objectif de la commande, on peut utiliser la loi de commande idéale suivante :

$$u^* = g^{-1}(x)(-f(x) + v + Ks) \quad (III.8)$$

Où $K = \text{diag} [k_1, \dots, k_p]$, avec $k_i > 0$ et pour $i=1, \dots, p$.

Si l'on remplace u par u^* dans l'équation (III.7), on obtient :

$$\dot{s} = -Ks \quad (III.9)$$

Ou encore
$$\dot{s}_i = -k_i s_i, \forall i = 1, \dots, p \quad (III.10)$$

De (III.10), on peut conclure que $s_i(t) \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$, et donc e_i et toutes ses dérivées convergent asymptotiquement vers zéro.

Selon l'analyse ci-dessus, le calcul de la commande idéale (III.8) est possible si les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont connus. Cependant, dans ce chapitre, ces fonctions sont considérées comme inconnues de plus contrairement au modèle (III.1) notre modèle d'application a une matrice $g(X)$ non inversible, donc il est impossible de utiliser la commande u^* .

III.5 Synthèse de la commande adaptative pour quadrotor

Dans cette partie, une commande adaptative est synthétisée afin de résoudre le problème du modèle inconnu.

Pour le cas du quadrotor la matrice de commande $g(x)$ est connue, elle est définie par :

$$g = \begin{pmatrix} (C \varphi S \theta C \psi + S \varphi S \psi) / m & 0 & 0 & 0 \\ (C \varphi S \theta S \psi - S \varphi C \psi) / m & 0 & 0 & 0 \\ C \varphi C \theta / m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{pmatrix}$$

La loi de commande approximative à la commande idéale dans (III.8) est donnée par :

$$u = g^{-1}(x)(-\hat{f}(x) + v + Ks) \quad (III.11)$$

Avec $\hat{f}(x)$ est la fonction estimé de $f(x)$

On remplace l'équation (III.11) dans (III.7) on aura :

$$\Rightarrow \dot{s} = -Ks - \tilde{f}(x) \quad (\text{III.12})$$

Avec $\tilde{f} = f - \hat{f}$ est l'erreur d'estimation.

Le quadrotor, est un système sous actionnée avec six sorties et quatre entrées seulement cela implique que $g(x)$ est une matrice non carrée alors l'utilisation directe de la loi dans (III.11) est impossible.

Pour cela l'équation (III.7) peut prendre la forme suivante :

$$\dot{s} = v - f(x) - G(x)U + v_s \quad (\text{III.13})$$

Avec : $G = [g(x), g_s]$ où $g_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$

$$U = [u^T, u_s^T]^T \text{ où } u_s = [u_5 \quad u_6]^T$$

Et : $v_s = g_s u_s \quad (\text{III.14})$

Pour cette nouvelle forme, la loi de commande idéale est :

$$\dot{U} = G^{-1}(v + Ks - f + v_s) \quad (\text{III.15})$$

f et v_s sont inconnues. La loi de commande réelle est :

$$U = G^{-1}(v + Ks - \hat{f} + \hat{v}_s) \quad (\text{III.16})$$

Avec \hat{f} et \hat{v}_s sont les estimés de f et v_s respectivement. Dont les lois d'adaptation sont données par :

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\hat{f}} = -F_f S \\ \dot{\hat{v}}_s = F_{v_s} S \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Avec : F_f et F_{v_s} sont les gains d'adaptation. D'où : $F_f = \text{diag}([c_1, \dots, c_6])$ et $F_{v_s} = \text{diag}([d_1, d_2, 0, 0, 0, 0])$.

On remplace l'équation (III.16) dans (III.13) on aura :

$$\Rightarrow \dot{S} = -KS - \tilde{f} + \tilde{v}_s \quad (\text{III.18})$$

Avec $\tilde{f} = f - \hat{f}$ et $\tilde{v}_s = v_s - \hat{v}_s$

III.5.1 Prouve de stabilité

Pour étudier la convergence de l'erreur de poursuite et la stabilité du système en boucle fermé. Nous considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} S^T S + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{f}^T F_f^{-1} \tilde{f}) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{v}_s^T F_{vs}^{-1} \tilde{v}_s) \quad (\text{III.19})$$

La première dérivée de cette fonction para rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V} = S^T \dot{S} + \text{tr}(\tilde{f}^T F_f^{-1} \dot{\tilde{f}}) + \text{tr}(\tilde{v}_s^T F_{vs}^{-1} \dot{\tilde{v}}_s) \quad (\text{III.20})$$

En remplaçant (III.18) dans (III.20), on aura :

$$\dot{V} = -S^T K S + \text{tr}(\tilde{f}^T (F_f^{-1} \dot{\tilde{f}} - S)) + \text{tr}(\tilde{v}_s^T (F_{vs}^{-1} \dot{\tilde{v}}_s + S)) \quad (\text{III.21})$$

Par introduire les lois d'adaptations (III.17) et sachant que $\dot{\tilde{f}} = -\dot{\hat{f}}$ et $\dot{\tilde{v}}_s = -\dot{\hat{v}}_s$, la première dérivée de Lyapunov sera :

$$\dot{V} = -S^T K S \quad (\text{III.22})$$

$\dot{V} \leq 0$ alors, le système est globalement asymptotiquement stable.

III.6 Application de la commande adaptative sur quadrotor

Dans cette section, on va donner les résultats de simulation issus de l'application de la technique de commande adaptative sur le quadrotor : sans et avec variation

paramétrique. La figure suivante présente le schéma de simulation par Simulink-Matlab.

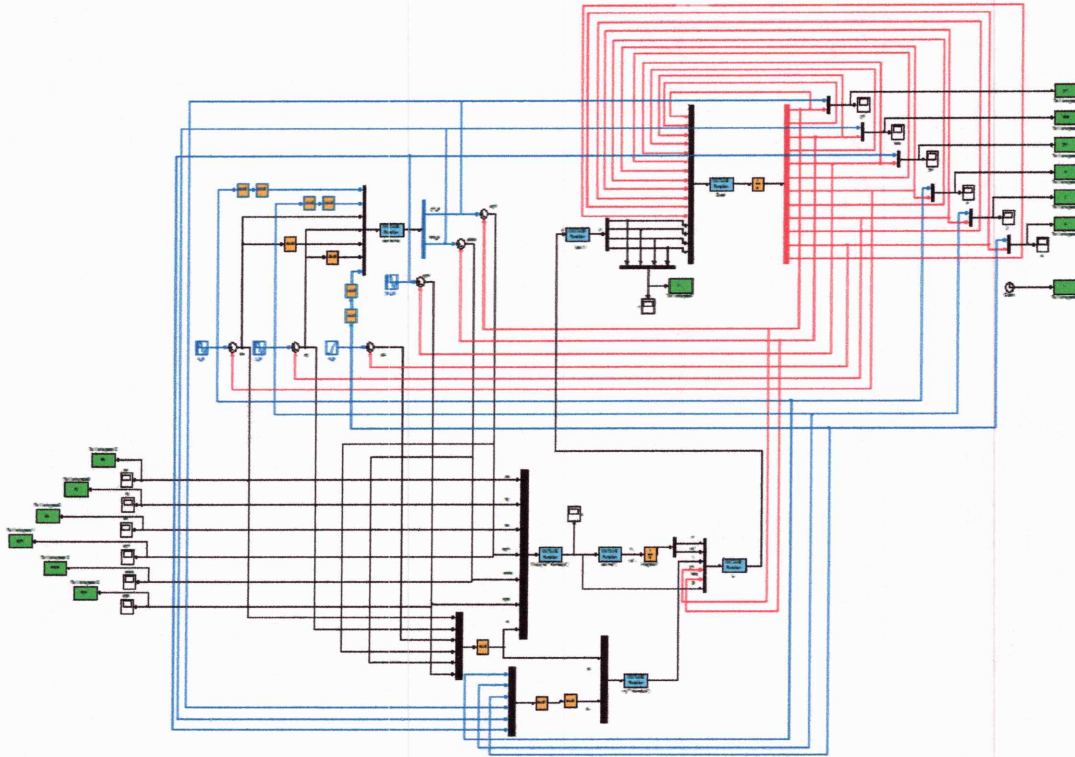


Figure III-3 Schéma de simulation de la commande adaptative.

Tableau III-1 Paramètres de la commande adaptative.

Paramètre	x	y	z	φ	θ	ψ
$\lambda_{(i)}$	50	50	10	50	50	10
$k_{(i)}$	50	50	10	50	50	10
$F_{f(i)}$	50	50	10	50	50	10
$F_{v_s(i)}$	50	50	0	0	0	0

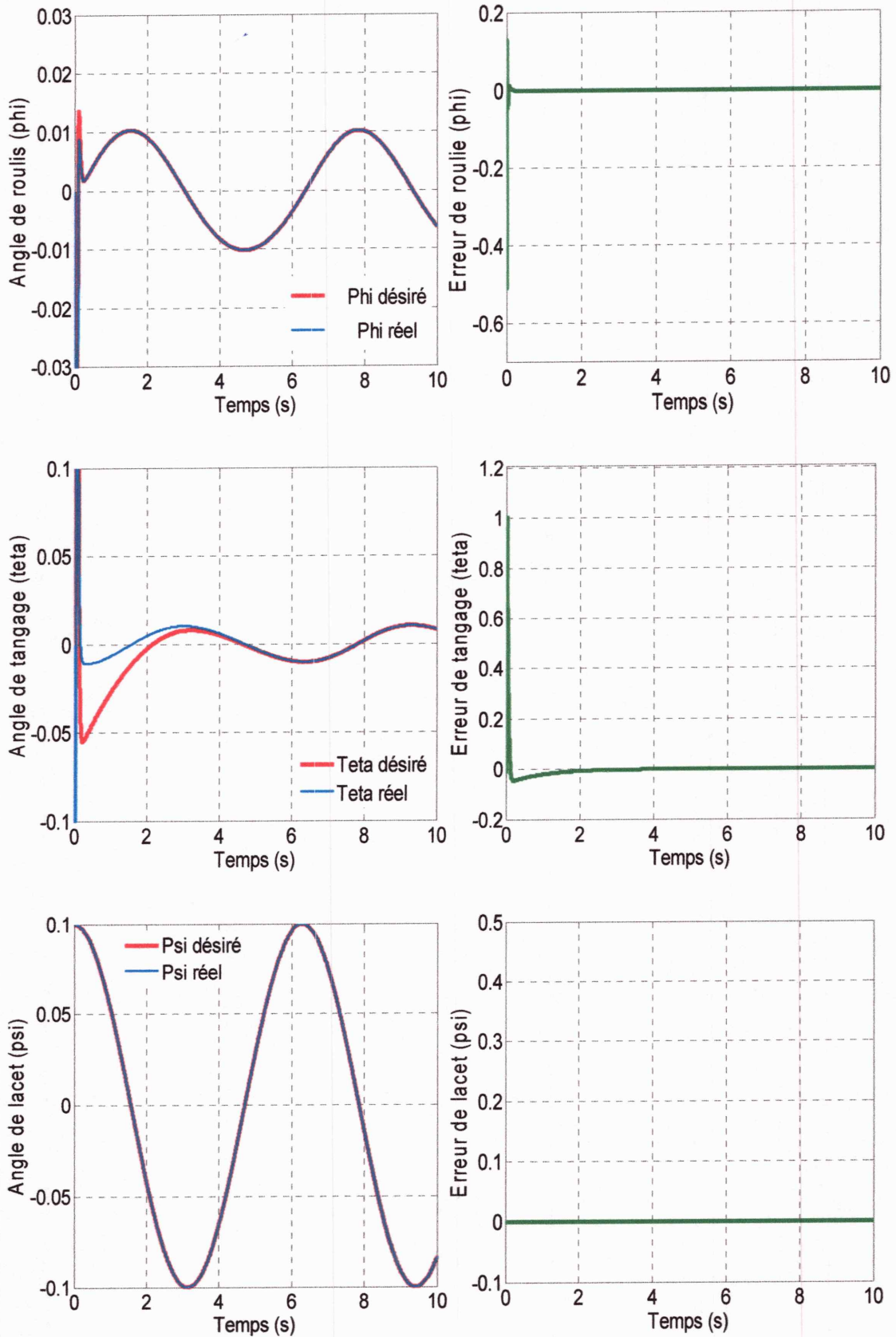


Figure III-4 Angles de rotation (φ, θ, ψ) et les erreurs de poursuite (sans variation paramétrique).

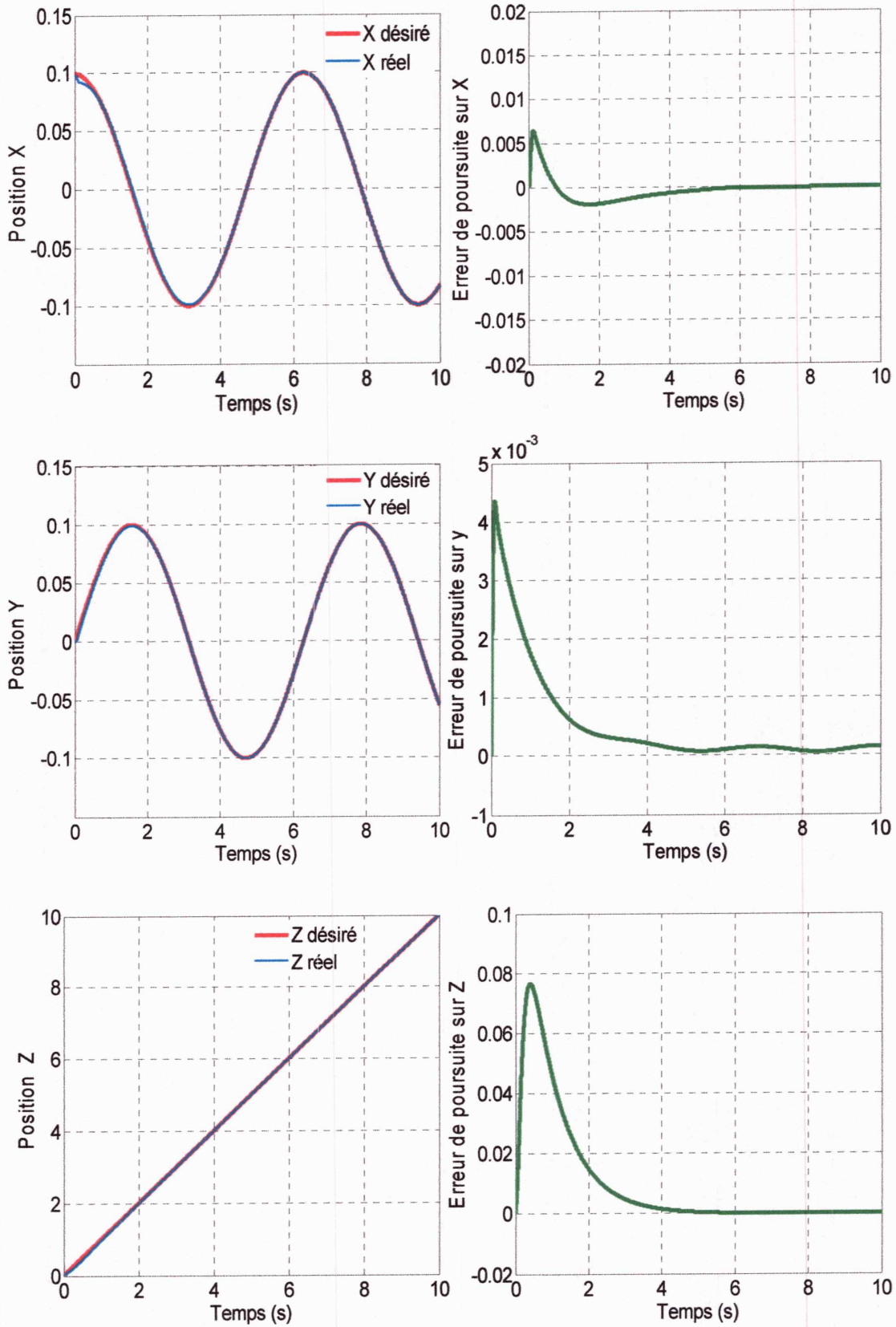


Figure III-5 Mouvements selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite (sans variation paramétrique).

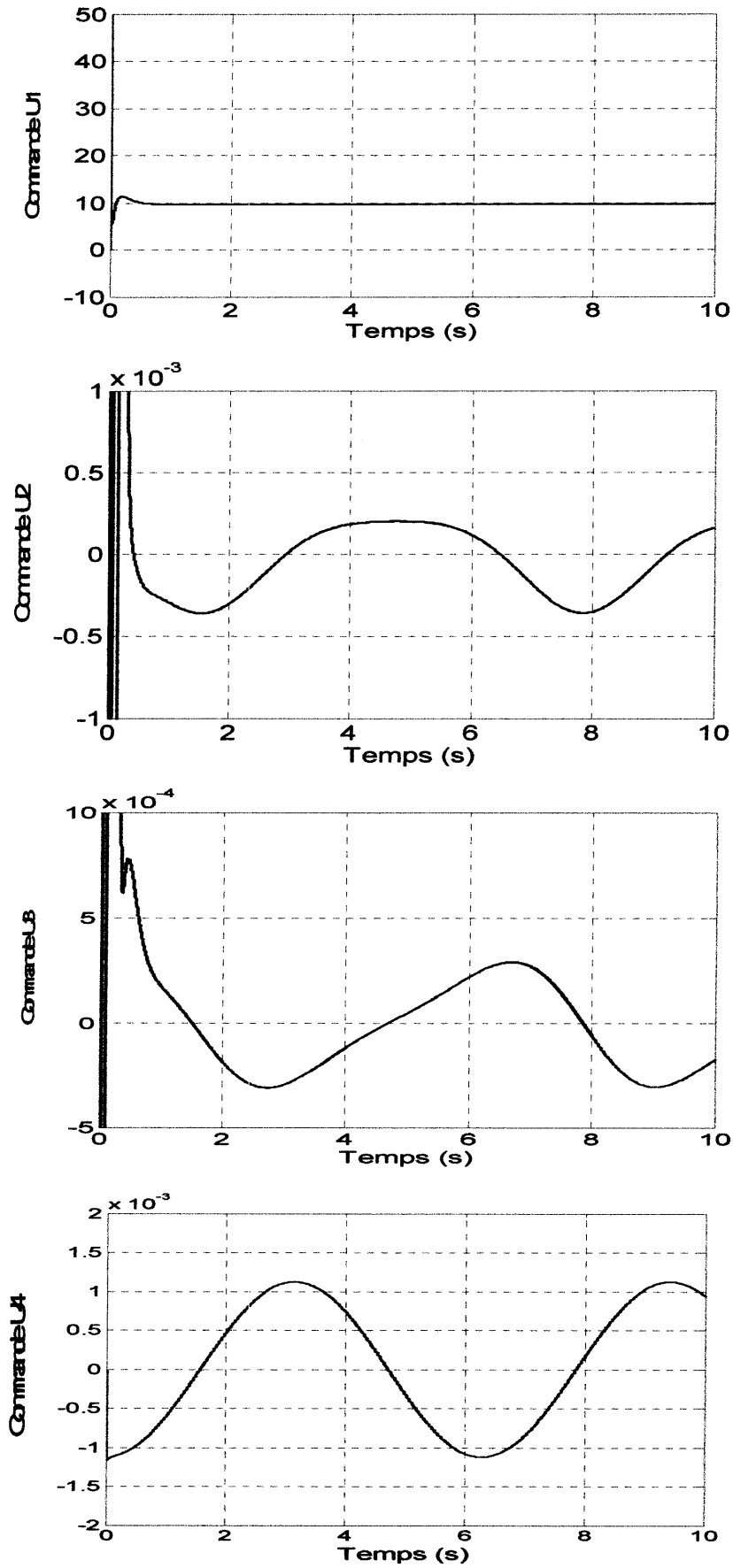


Figure III-6 Signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4 (sans variation paramétrique).

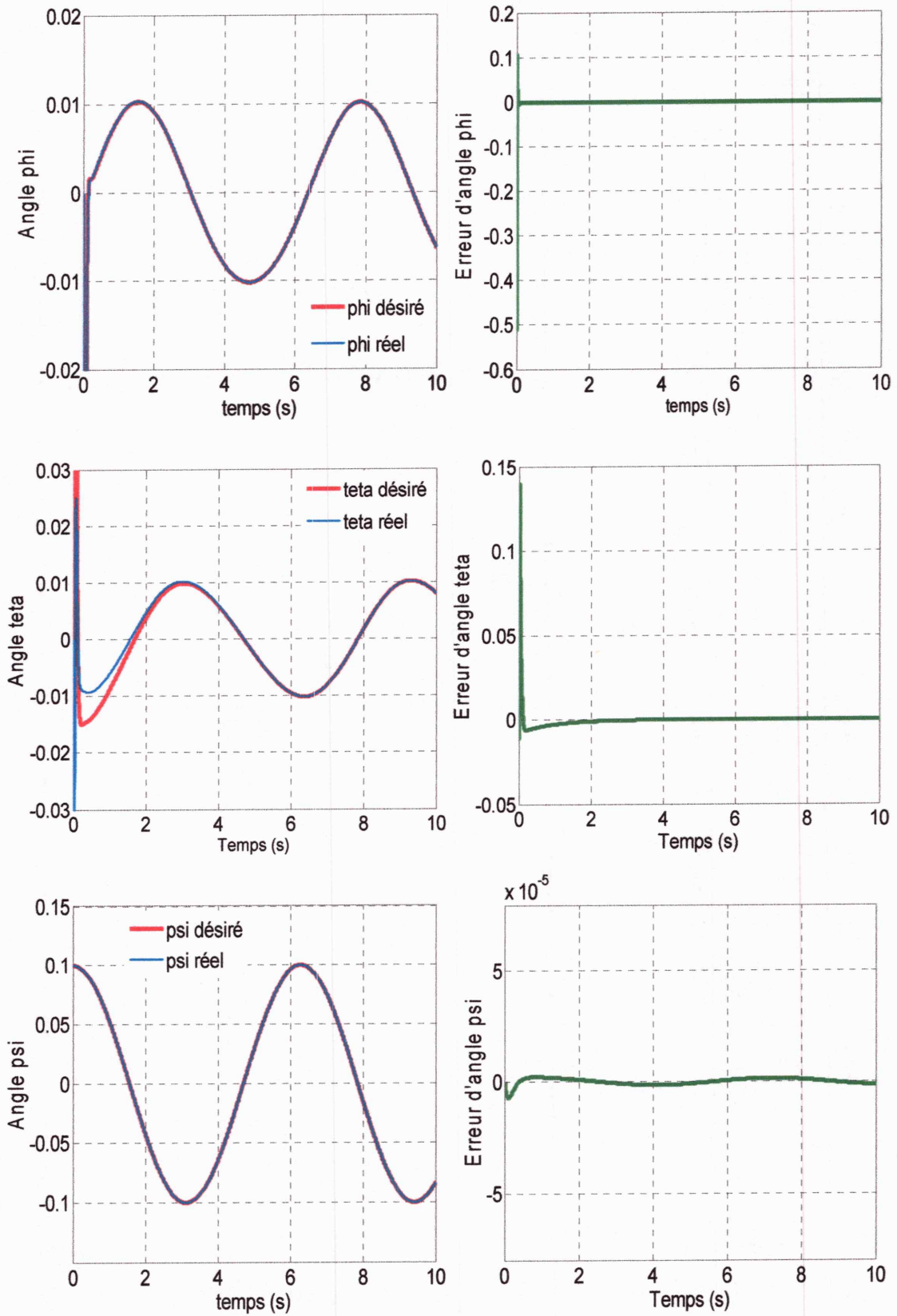


Figure III-7 Angles de rotation (φ, θ, ψ) et les erreurs de poursuite (avec variation paramétrique).

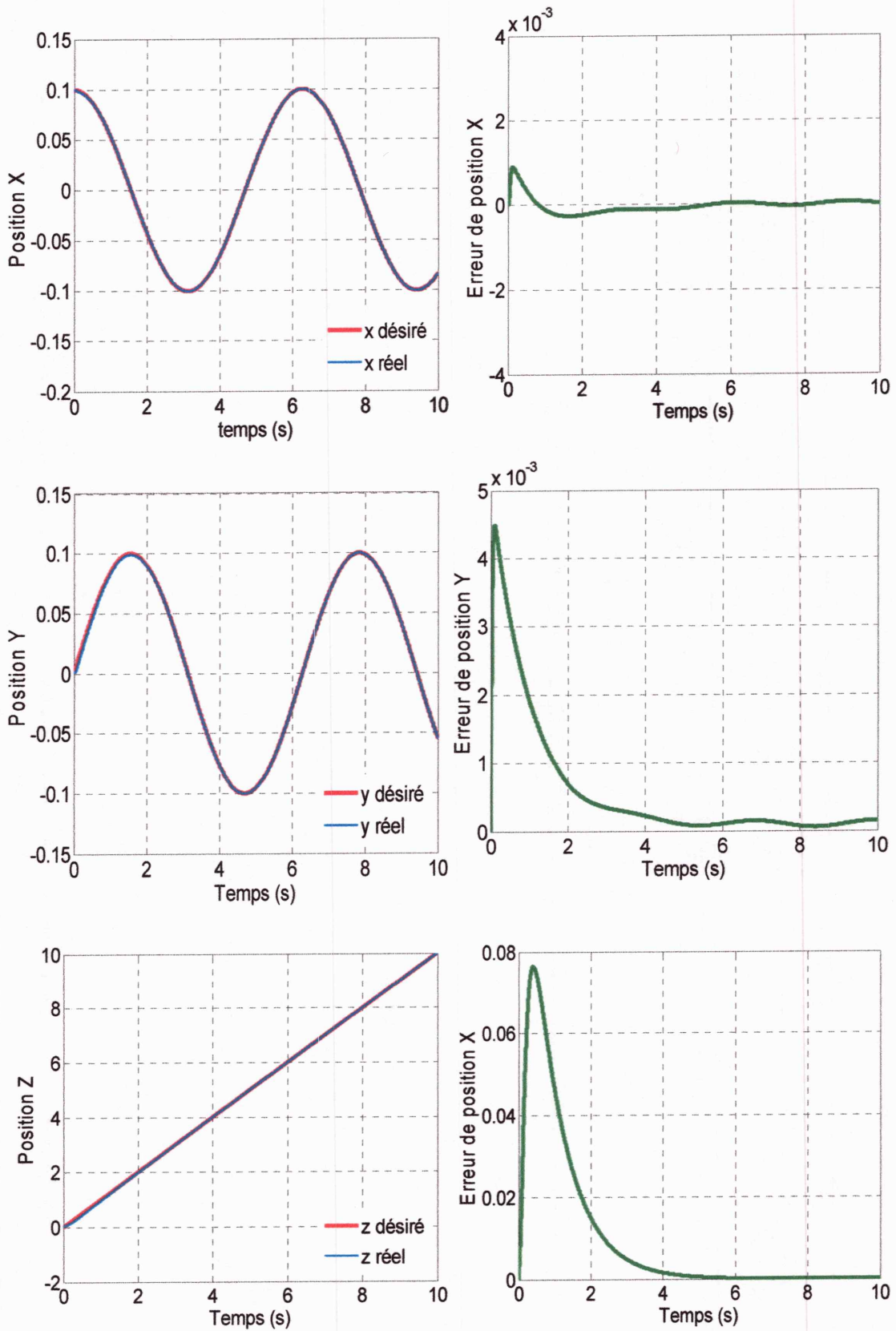


Figure III-8 Mouvements selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite (avec variation paramétrique).

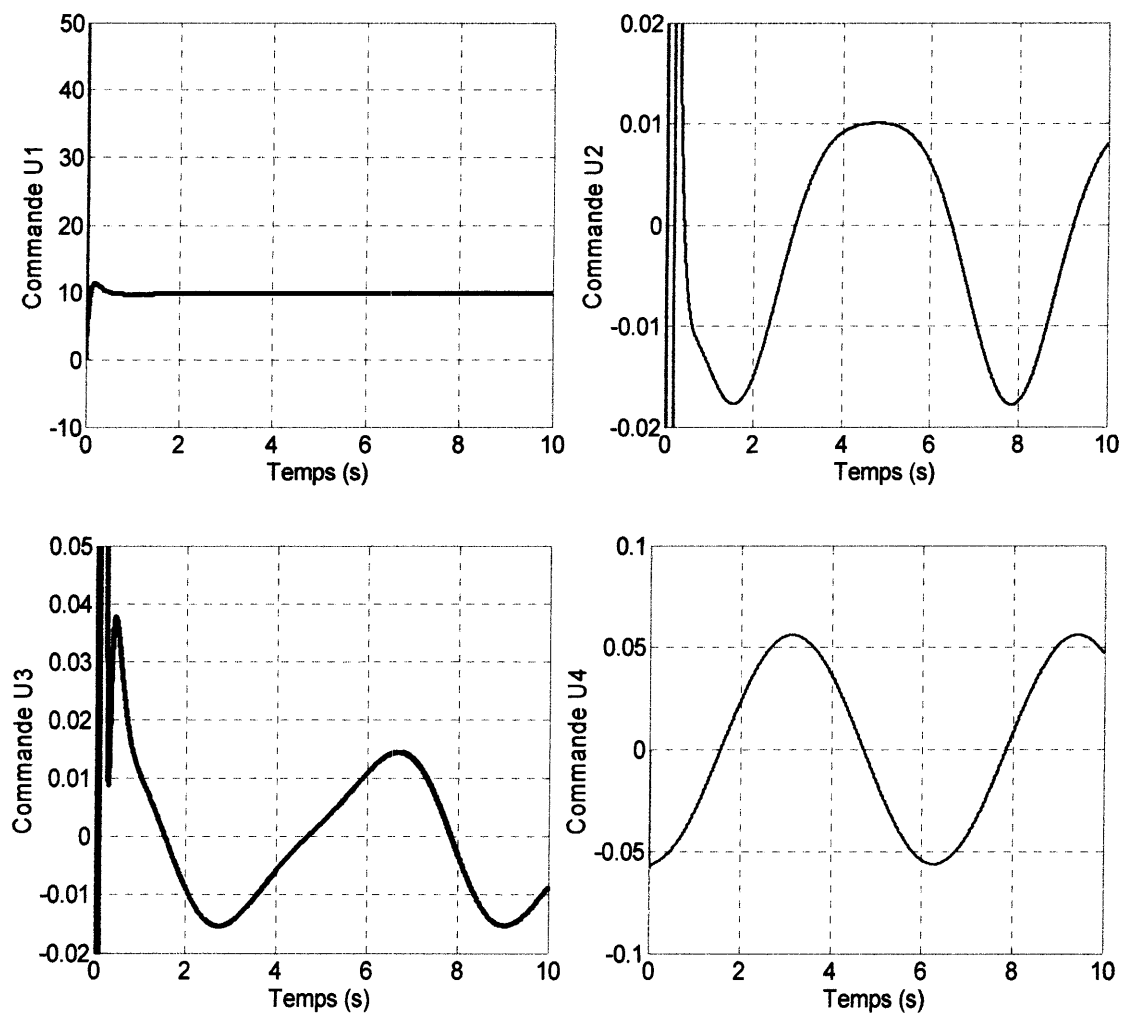


Figure III-9 Signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4 (avec variation paramétrique).

D'après les résultats de simulation, on remarque l'efficacité de la technique proposée dans les deux cas : sans et avec variation paramétrique.

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts de la commande adaptative, et nous avons également donné le principe de la commande adaptative directe et indirecte. Ensuite nous avons développé notre loi de commande pour le système sous actionné quadrotor. La stabilité du système global (quadrotor + commande adaptative) est prouvée par la méthode Lyapunov. Des simulations ont été effectuées à la présence et l'absence des variations paramétrique afin de montrer l'efficacité de cette technique.

Chapitre IV



Commande adaptative basée sur un observateur à grand gain

IV.1 Introduction

La commande des processus industriels nécessite souvent la connaissance du vecteur d'état complet. Malheureusement, en pratique, seule les variables de sorties et d'entrées sont disponibles à cause de l'absence de capteur ou du fait que certaines variables n'ont pas une signification physique évidente. De là, se pose le problème de la reconstruction du vecteur d'état à partir des variables de sorties et d'entrées mesurées sur le système. Sous certaines conditions, il est possible de reconstruire les variables d'état à l'aide d'un système dynamique dit *observateur*. La possibilité de reconstruire les variables du système à partir de la mesure des entrées et des sorties de ce dernier est liée à son *observabilité* [14].

La théorie de l'observateur d'état a tout d'abord été introduite par Kalman et Bucy pour les systèmes linéaires dans un environnement stochastique (Filtre de Kalman-Bucy). Puis Luenberger a fait une théorie générale des observateurs pour les systèmes linéaires déterministes. Les observateurs linéaires ont donné lieu à des travaux récents, allant vers une généralisation toujours plus poussée. Pour les systèmes non linéaires, différents types d'observateurs ont été développés, parmi lesquels il est possible de citer les observateurs à grand gain [15], les observateurs à mode glissant [16], les estimateurs à horizon glissant (Moving Horizon Estimators MHE) [17], et bien sûr le filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter (EKF)). L'utilisation d'observateurs à grand gain dans le contrôle des systèmes non linéaires a commencé à apparaître à la fin des années 1980 dans les travaux de Saberi, Tornambeet Khalil [18].

Dans ce chapitre, on s'intéresse particulièrement à l'application de l'observateur à grand gain pour l'estimation des états de quadrotor. Mais avant, on doit citer quelques notions sur l'observabilité des systèmes.

IV.2 Généralité

L'observabilité d'un système est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties [14].

IV.2.1 Observabilité des systèmes linéaire

Soit un système continu décrit par l'équation d'état déterministe suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Où les vecteurs $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ et $y(t) \in R^p$ représentent respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices A , B et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées. L'observabilité du système linéaire (IV.2) est garantie si et seulement si :

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (\text{IV.2})$$

Alors, le système linéaire (IV.1) est observable, si le rang de la matrice d'observabilité O est égal à la dimension n de ce système. [14]

IV.2.2 Observabilité des systèmes non linéaire

Dans le cas des systèmes non linéaires, le problème d'observation est compliqué par le fait que l'observabilité dépend de l'entrée appliquée. Considérons le système non linéaire modélisé sous la forme suivante : [19]

$$(S) \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

L'observabilité est définie à partir de la notion d'*indiscernabilité* ou *indistinguabilité*.

Définition 1 : deux états initiaux $x(t_0) = x_1$ et $x(t_0) = x_2$ sont dit *indistinguishables* si

$\forall t \geq t_0$, les sorties correspondantes $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont identiques quelle que soit

l'entrée admissible $u[t_0, t]$ du système. Autrement dit :



$$\forall x_1, x_2 \in R^n, x_1 \neq x_2 \Rightarrow \exists u \in U, y(x_1, u) = y(x_2, u)$$

Définition 2 : le système est dit observable s'il n'existe pas de couple d'état initiaux x_1, x_2 indistinguables. Autrement dit :

$$\forall x_1, x_2 \in R^n, x_1 \neq x_2 \Rightarrow \exists u \in U, y(x_1, u) \neq y(x_2, u)$$

IV.3 Principe des observateurs

Un observateur est un développement mathématique qui permet de reconstituer les états internes d'un système à partir uniquement des données accessibles, c'est-à-dire les entrées imposées et les sorties mesurées, c'est en quelque sorte un « capteur virtuel » ou « capteur logiciel ». Le but d'un observateur est précisément de fournir une estimation de la valeur courante de l'état $x(t)$ en fonction des grandeurs supposées connues, qui sont, ses entrées u (obtenues d'un algorithme de commande) et ses sorties y (mesurées par des capteurs). Cette estimation devra être obtenue en temps réel.

L'observation se fait en deux phases; la première est une étape d'estimation et la seconde est une étape de correction. L'estimation se fait par le calcul des grandeurs d'état à l'aide de modèle proche du système, et la correction se fait par l'addition ou la soustraction de la différence entre les états estimés et ceux mesurés (erreur d'estimation) que l'on multiplie par un gain G . Ce gain régit la dynamique et la robustesse de l'observateur, donc son choix est important et doit être adapté aux propriétés du système dont on veut effectuer l'observation des états [20].

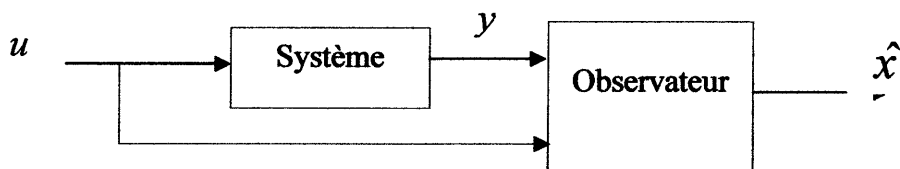


Figure IV-1 Typologie d'observateur

\hat{x} : l'estimé de x l'état interne du système.

u : la commande du système.

y : la sortie mesurée du système.

Il existe des différentes catégories d'observateur comme les observateurs linéaires et non linéaires.

IV.3.1 Observateur pour des systèmes linéaires

Initialement les systèmes abordés ont été les systèmes linéaires, pour lesquels les observateurs de Kalman et Luenberger ont donné de bons résultats. Le filtre de Kalman est utilisé dans le cas des systèmes stochastiques, et l'observateur de Luenberger dans le cas déterministe [19]. Dans les deux, on considère l'observateur du système linéaire défini par :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (\text{IV.4})$$

L'erreur d'estimation définie par $e = \hat{x} - x$ satisfaisant l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (\text{IV.5})$$

IV.3.2 Observateur pour des systèmes non linéaires

L'observation d'état dans le cas des systèmes non linéaires est délicate. En effet, il n'existe pas de méthode universelle ou systématique pour la synthèse d'observateurs pour ces systèmes. La plupart des approches non linéaires supposent que le modèle est parfaitement connu, hypothèse peu réaliste dans un contexte industriel, mais qui est une bonne approche théorique.

De façon générale, un observateur non linéaire consiste en un système dynamique auxiliaire (O) dont les entrées sont les entrées/sorties mesurées d'un système (S) (équation IV.3) les sorties sont supposées mesurable [21].

$$O : \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + G(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = h(\hat{x}(t)) \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

G : le gain d'observateur.

$G(y(t) - \hat{y}(t))$: le terme de correction.

La partie non linéaire commandée de la dynamique de l'état vérifie en général la condition de Lipschitz par rapport à x c'est-à-dire :

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq k \|x_1 - x_2\|$$

L'erreur d'estimation entre le vecteur d'état $x(t)$ et $\hat{x}(t)$ convergent asymptotiquement vers zéro $\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

Donc la dynamique de l'erreur est donnée par :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \tag{IV.7}$$

Pour résoudre le problème d'estimation non linéaire, plusieurs approches sont disponibles dans la littérature, d'où l'observateur à grand gain utilisée dans ce chapitre.

IV.4 Observateur à grand gain

L'appellation *grand gain* provient de la structure de l'observateur lorsque la fonction non linéaire possède une grande constante *Lipschitz*, la moindre erreur entre l'état réel et l'état estimé va se répercuter. Par conséquent le gain G de l'observateur doit être important pour compenser cette amplification de l'erreur [14].

Les techniques dites à grand gain sont très répandues dans la littérature. Il s'agit principalement de technique de vérification qui permet d'établir des conditions suffisantes pour garantir la convergence de l'erreur d'estimation à zéro et d'assurer la stabilité du système.

L'observateur à grand gain possède la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + G(y(t) - \hat{y}(t))$$

IV.4.1 Position du problème

D'après le chapitre précédent on a eu une loi de commande idéale donné par l'équation (III.17) suivante :



$$U = G^{-1} (v + Ks - \hat{f} + \hat{v}_s)$$

Où $K_i = \text{diag} [k_1, \dots, k_p]$, $k_i > 0 \forall i=1, \dots, p$.

Et $s=0$ représente une équation différentielle linéaire dont la solution unique est $e=0$, donc pour que $e = x_d - x$ converge vers zéro il faut que $s = \dot{e} + \lambda e$ converge vers zéro.

Dans notre cas les états du système sont inconnue alors on aura besoin d'un observateur pour estimer ces états.

Soit :

$$\begin{cases} \dot{e}_i = \dot{e}_i \\ \ddot{e}_i = \ddot{e}_i = \dot{s}_i - \lambda_i \dot{e}_i \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

Où $\lambda_i = \text{diag} [\lambda_1 \dots \lambda_p]$, $\lambda_i > 0 \forall i=1, \dots, p$.

D'après (IV.8) on déduit l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\lambda_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{s}$$

$$\Rightarrow \dot{E} = AE + BS \quad (\text{IV.9})$$

Avec $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\lambda_i \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

L'observateur à grand gain utilisé pour l'estimation du vecteur d'état est donné par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{e}} \\ \ddot{\hat{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\lambda_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \dot{\hat{e}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} (e - \hat{e})$$

$$\Rightarrow \dot{\hat{E}} = A\hat{E} + G(e - \hat{e}) \quad (\text{IV.10})$$

Où $G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}$: gain d'observateur avec la condition que $g_1 > 1$ et $g_2 > g_1$ pour que G

soit suffisamment grand afin que $\hat{e} \rightarrow 0$.

En utilisant les états estimés par cet observateur la loi de commande adaptative utilisée a la forme suivante :

$$U = G^{-1}(\hat{v} + K\hat{s} - \dot{f} + \hat{v}_s) \tag{IV.11}$$

Dont :

$$\begin{cases} \hat{s} = \hat{e} + \lambda \hat{e} \\ \hat{v} = \dot{x}_d + \lambda \hat{e} \\ \hat{v}_s = F_{v_s} \hat{s} \\ \dot{f} = -F_f \hat{s} \end{cases} \tag{IV.12}$$

IV.4.2 Application sur le quadrotor

La figure suivante montre le schéma de simulation utilisé pour l'estimation des états de quadrotor

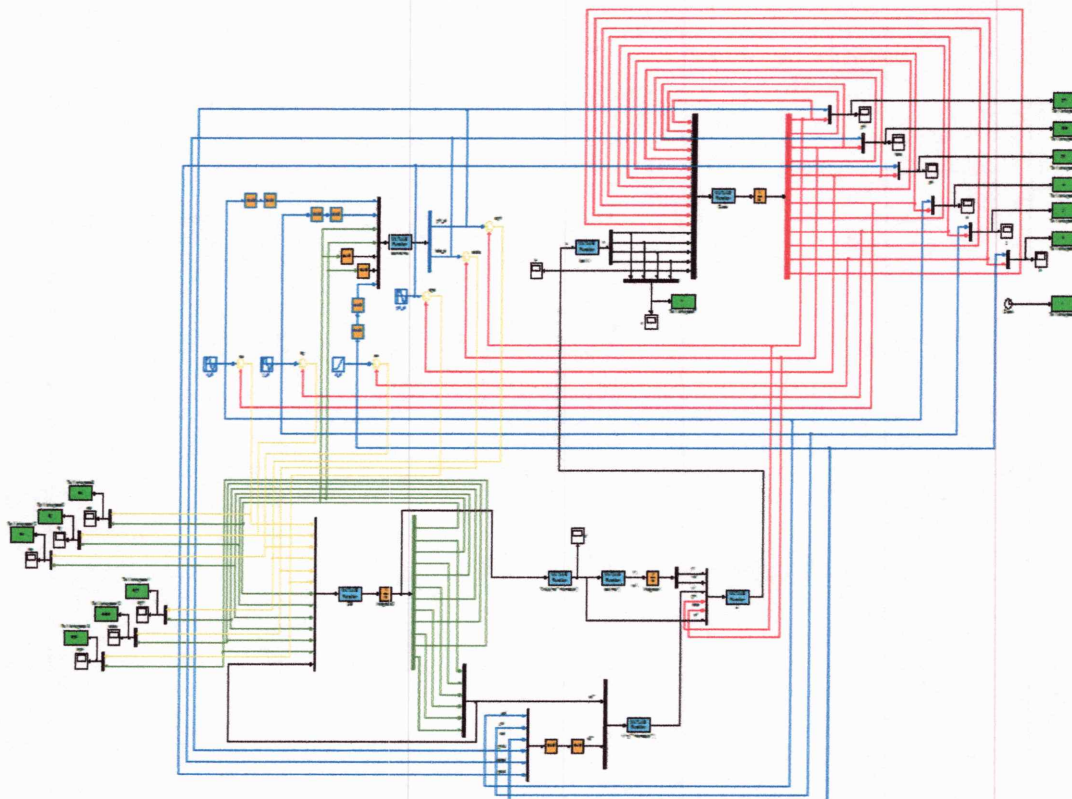


Figure IV-2 Simulation de la commande avec observateur à grand gain

Tableau IV-1 Paramètres d'observateur

Paramètres	G_i	λ_i
x	[500,10000]	50
y	[500,10000]	50
z	[500,10000]	10
φ	[500,10000]	50
θ	[500,10000]	50
ψ	[500,10000]	10

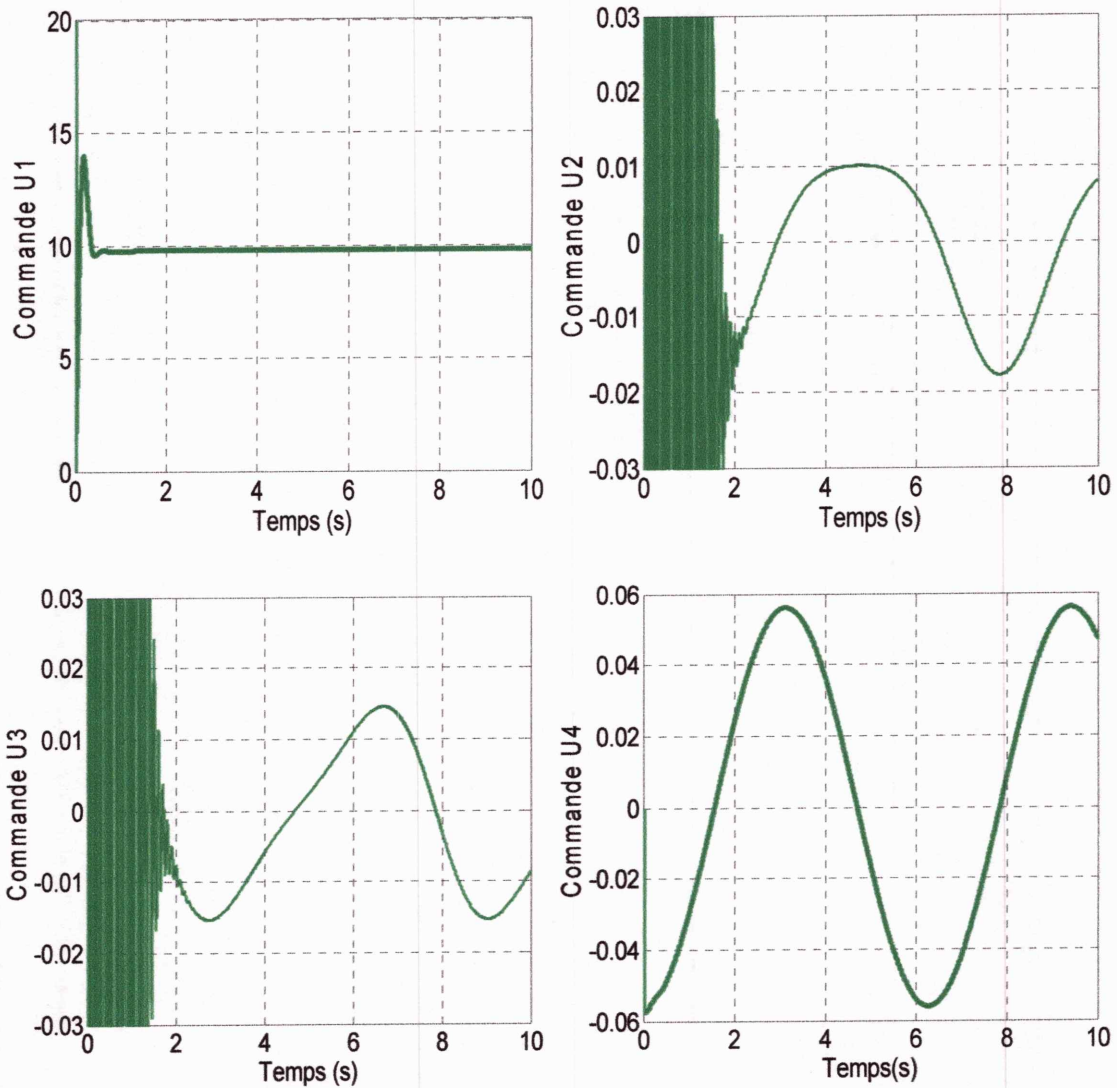


Figure IV-3 Signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4 .

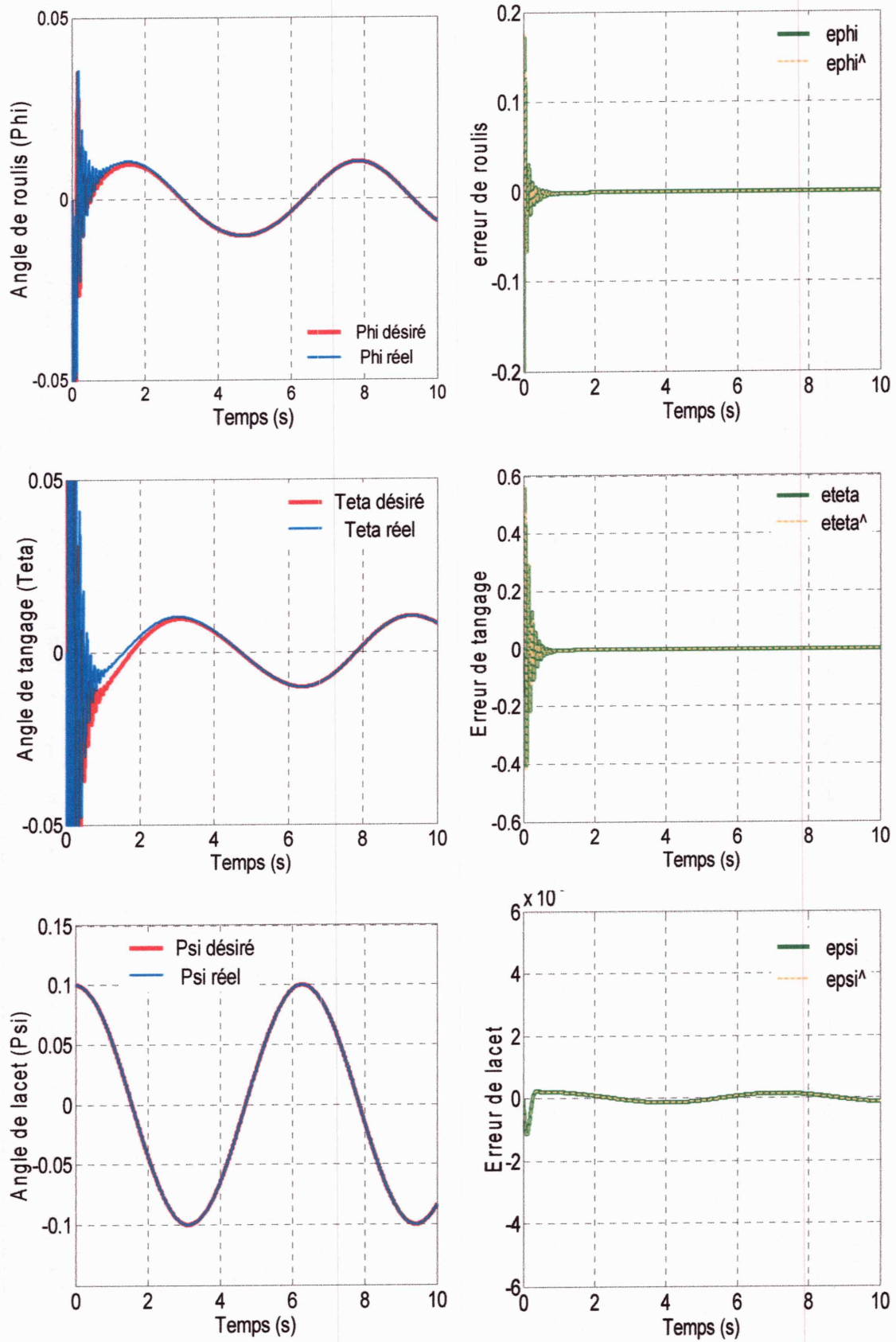


Figure IV-4 Angles de rotation (φ, θ, ψ) et les erreurs de poursuite.

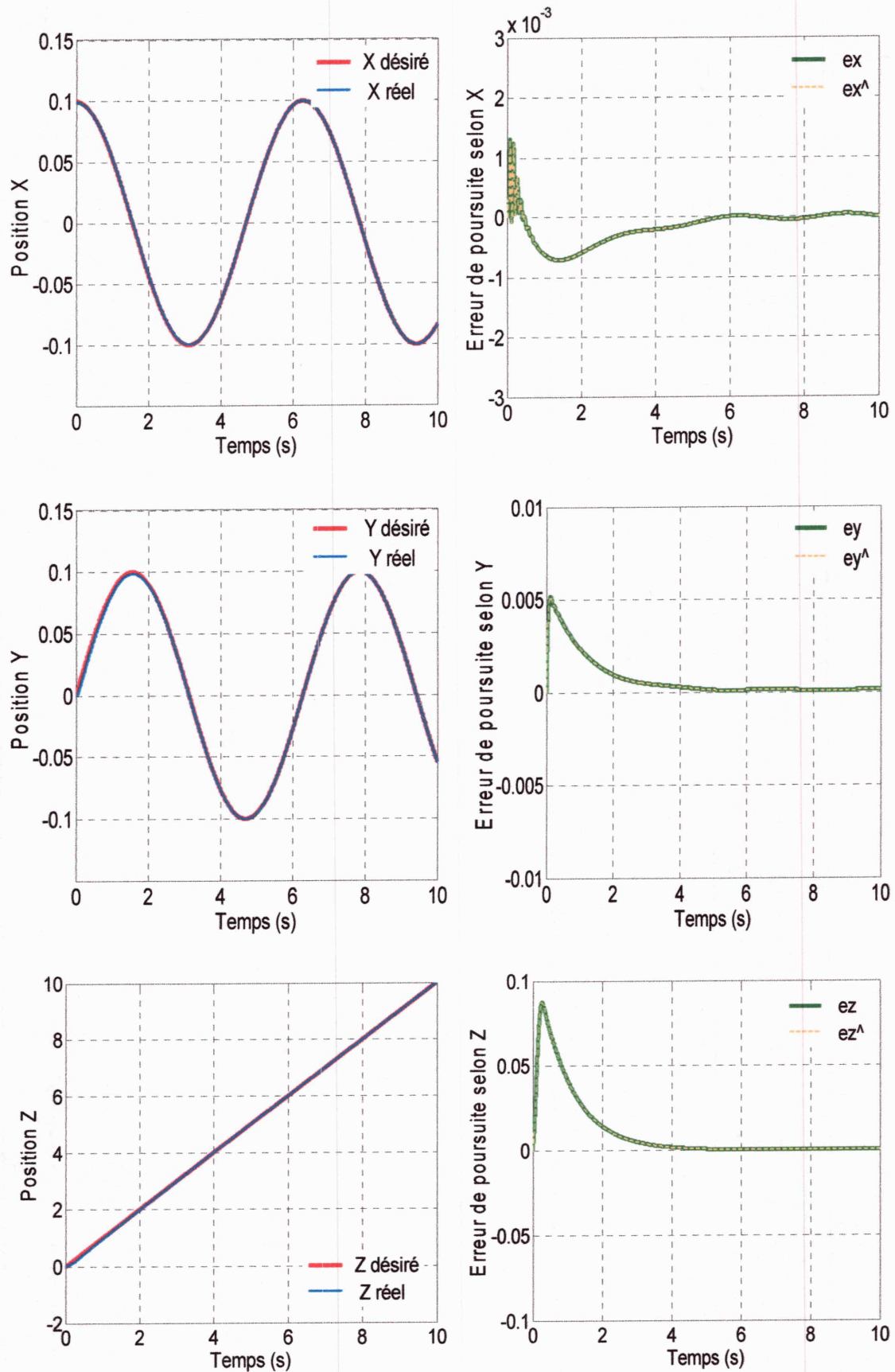


Figure IV-5 Mouvements selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite.

Les résultats montre une bonne convergence des sortie réelles vers les sorties désirées et l'identification des états estimés et états réels ce qui signifie que la commande est observé d'une façon acceptable et assure la stabilité du quadrotor.

IV.5 Conclusion

Afin de surmonter le problème des états non mesurables, un observateur non linéaire est introduit. C'est l'observateur à grand gain. Une bonne estimation des états est effectuée par cet observateur. Les simulations effectuées montrent clairement la bonne poursuite du système à la trajectoire désiré.



Conclusion Générale

Le travail effectué dans ce mémoire avait pour objectif d'une part, la conception d'un modèle pour un engin volant qui est un mini-hélicoptère de type Quadrotor qui a connu une grande popularité ces dernières années et d'autre part, la synthèse d'une loi de commande adaptative sans et avec observateur d'état stabilisante.

Le quadrotor est un système non linéaire, multi variables, interconnecté, sous actionné et instable. Le problème traité consiste à garantir en premier lieu la stabilité de ce dernier ainsi que de garantir les performances en boucle fermée.

Une description générale, principe de fonctionnement et les différents mouvements effectués par ce drone est présentée dans la première partie de notre mémoire. On a vu que le quadrotor est un système sous-actionné composé de six sorties et quatre entrées seulement avec un modèle dynamique non linéaire et fortement couplé. La simulation en Boucle ouverte a montré les mouvements possible du quadrotor ainsi sa nature instable dû à la complexité du système, la tâche de sa commande présente un défi à surmonté.

Dans la deuxième partie on a fait un rappel à ce qu'on a déjà étudié pendant notre cursus universitaire sur les régulateurs avec des recherches bibliographiques sur la commande PID. Cette dernière est utilisée pour commander les mouvements rotatifs du quadrotor. Le résultat de simulation nous a montré que le système est stable et que le régulateur choisi a donné des bonnes performances dans le cas où le modèle est totalement connu. Cependant, ce régulateur (PID) est limité si le système est sous l'effet (dégradation des performances) si le système est soumis sous une variation paramétrique.

En dépit des progrès de la théorie de la stabilité pendant plus d'un demi-siècle, notre connaissance de la stabilité des systèmes non linéaires est, en général, très limitée. Cela rend la stabilité des systèmes non linéaires difficile à préserver, pour cela nous avons synthétisé une loi de commande dans la troisième partie de notre

étude. La commande adaptative proposée dans notre travail garantie les performances du système bouclé a la présence et a l'absence des variations paramétrique. La stabilité a été prouvé par la méthode directe de Lyapunov de plus cette loi résoudre le problème de la nature sous actionnée du quadrotor.

La même loi été utilisée dans la dernière partie de ce mémoire mais cette fois en se basant sur l'implémentation d'un observateur à grand gain pour l'estimation de vecteur états.

Comme perspective immédiate à ce travail il serait intéressant de généraliser la structure de commande présentée dans le 3ème chapitre par l'utilisation de différentes commandes telles que la commande adaptative floue et commande adaptative par backstepping et de faire l'étude de stabilité pour les systèmes non linéaires commandés par une technique adaptative basée sur un observateur à grand gain.

Bibliographies

[1] T.Gicquer « Les robots volants ». 5 ème journée nationale de la recherche en robotique. Guidel, Octobre 2005.

[2] L.Nouvlière « Commande par mode glissant ». Article, Université d'Evry Val d'Essonne 2003/2004.

[3] A.Hably « Approches bornées pour la commande des drones ». Institut National Polytechnique De Grenoble, Doctorat 2007.

[4] A.Boussayoud & D.Bouhbel « Synthèse par OEP des commandes PID et PID floue pour la stabilisation d'un Quadrirotor ». Université de Jijel, Master 2013.

[5] J.B Pomet « La commande adaptative des systèmes non linéaires». L'école des mines de paris, doctorat 1989.

[6] H.Boudjedir & M.Bouhaouia « Modélisation et commande des mini hélicoptères à quatre rotors », Université de Jijel 2008.

[7] H.Khabbache « Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires, application : Système UAV de type Quadrirotor », Université de Sétif Magister 2012.

[8] F.Yacef & M.Nasri « Commande PID adaptative robuste appliquée au quadrirotor », Université de Jijel Master 2009.

[9] R.Chemali « Commande adaptative d'un quadrirotor », Université de Jijel 2011.

[10] A.Arafèh « Modélisation et Commande d'un mini hélicoptère à quatre rotors », Université de Jijel 2012.

[11] S.Sawadogo « Modélisation, commande prédictive et supervision d'un système d'irrigation », université de Toulouse 1992.

[12] K.Bentakouka & I.Talhi « Commande adaptative floue des Quadrirotor ». Université de Jijel, PFE 2010.

[13] J.J.E Slotine & W. Li, « Applied nonlinear Control » .Prentice Hall, 1991.

[14] S.Boukhalfa « Synthèse d'observateurs non linéaire : Application au diagnostic de défauts ». Université de Tizi-Ouzou, Magister.

[15] J.P.Gauthier, H.Hammouri & S.Othman « A simple observer for nonlinear systems – application to bio-reactors », IEEE Transactions on Automatic Control.

[16] Slotine, J. E., Hedrick, J. K. & Misawa, E. A. [1987], « On sliding observers for nonlinear systems », Journal of Dynamics Systems, Measurements and Control.

[17] Michalska, H. & Mayne, D. Q. [1995], « Moving-horizon observers and observer-based control », IEEE Transactions on Automatic Control.

[18] K. Khalil & L.Praly « High-gain observers in nonlinear feedback control », 2013.

[19] O.Omar « Sur la résolution des problèmes inverses pour les systèmes dynamiques non linéaires ». Université de Grenoble, Doctorat 2012.

[20] T.Boumegoura « recherche de signature électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d'observateurs en vue du diagnostic », Université de Lyon, Doctorat 2001.

[21] C.Bennani « Stabilisation et estimation de l'état des systèmes dynamique non linéaire et application ». Université de Tizi-ouzou, Magister 2011.