

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



Université de Jijel

Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de génie électrique

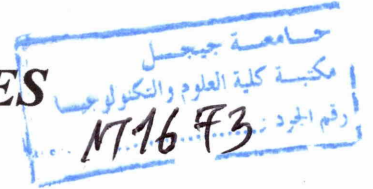


**PROJET DE FIN D'ETUDES**

En vue pour l'obtention du

**Diplôme de Master en  
Electrotechnique**

Spécialité : MACHINES ELECTRIQUES



*Thème*

***Modélisation et simulation numérique  
de procédés de formage  
électromagnétique***

*Présenté par :*

➤ **ILYAS KICHA**

*Proposé et dirigé par :*

**Mr. A.HAMANE**

Année universitaire : 2013/2014

# Remerciement

*Avant tout nous tenons nos remerciements à notre dieu de nos avoir donné la force et le courage Pour faire ce travail.*

*A la suite Nous tenons à remercier vivement Mr. AHMED HAMANE notre promoteur qui a fourni des efforts énormes, par ses informations ses conseils et ses encouragements.*

*Nous tenons également à remercier messieurs les membres de jury pour avoir accepté De nous consacrer une partie de leurs temps, afin d'examiner et de juger Notre travail.*

*Je remercie aussi l'ensemble des enseignants du département d'électrotechnique.*

*Nos plus chaleureux remerciements pour tous ceux qui de près et de loin ont contribué à la réalisation de cette mémoire.*

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
------------------------------------	----------

## **CHAPITRE I : CONCEPTS GENERAUX SUR LE FORMAGE ELECTROMAGNETIQUE**

INTRODUCTION .....	3
I.1 HISTOIRE ET IMPORTANCE DU FEM .....	3
I.2 DESCRIPTION DU FEM .....	5
I.3 DISPOSITIFS ET APPLICATIONS DU MAGNETOFORMAGE .....	6
I.3.1 DISPOSITIFS .....	6
I.3.2 APPLICATIONS .....	8
<i>I.3.2.1 ASSEMBLAGE PAR MAGNETOFORMAGE .....</i>	<i>9</i>
<i>I.3.2.2 SOUDAGE PAR MAGNETOFORMAGE.....</i>	<i>9</i>
<i>I.3.2.3 APPLICATIONS DANS LE DOMAINE DE L'AUTOMOBILE .....</i>	<i>10</i>
I.4 PRINCIPAUX ELEMENTS D'UNE INSTALLATION DE FEM .....	12
I.4.1 GENERATEUR .....	12
I.4.2 BOBINES DE CHAMP .....	13
I.4.3 CONFORMATEUR DE CHAMP .....	15
I.4.4 MATRICES .....	16
I.5 AVANTAGES DU FORMAGE À GRANDE VITESSE .....	17
I.6 ANALYSE SIMPLIFIEE DU FEM .....	19
I.6.1 DISTRIBUTION DE LA PRESSION MAGNETIQUE .....	21
I.6.2 EFFET DE PEAU .....	21
I.7 MODELES NUMERIQUES .....	22
I.8 CONCLUSION .....	23

# CHAPITRE II : ETUDE ET DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION ELECTROMAGNETIQUE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

INTRODUCTION .....	24
II.1 FORMULATION DU PROBLEME ELECTROMAGNETIQUE .....	25
II.1.1 EQUATIONS DE MAXWELL .....	25
II.1.2 LOIS DE COMPORTEMENT .....	26
II.1.3 CONDITIONS DE PASSAGE .....	27
II.1.4 CONDITIONS AUX LIMITES.....	28
II.1.5 COURANTS INDUITS ET COURANTS IMPOSES.....	29
II.1.6 EQUATION DE DIFFUSION ELECTROMAGNETIQUE .....	30
II.1.6.1 FORMULATION EN POTENTIEL VECTEUR $A$ .....	30
II.1.6.2 PHENOMENES LIES AU MOUVEMENT .....	31
II.1.6.3 CAS DE SYSTEMES AXISYMETRIQUES .....	32
II.1.7 SOLUTION AU PROBLEME DU TERME DE VITESSE .....	33
II.1.7.1 LA GEOMETRIE NE VARIE PAS LORS DU MOUVEMENT : .....	33
II.1.7.2 LA GEOMETRIE VARIE LORS DU MOUVEMENT .....	34
II.2 MODELISATION NUMERIQUE DU PROBLEME ELECTROMAGNETIQUE .....	36
II.2.1 METHODES DE RESOLUTION .....	36
II.2.2 METHODE DES ELEMENTS FINIS .....	38
II.2.2.1 FORMULATION PAR LA METHODE DES RESIDUS PONDERES .....	39
II.2.3 FORMULATION ELEMENTS FINIS DE L'EQUATION MAGNETIQUE .....	42
II.2.3.1 DISPOSITIF ETUDIE .....	42
II.2.3.2 DISCRETISATION TEMPORELLE .....	43
II.2.3.3 FORMULATION INTEGRALE .....	43
II.3 CONCLUSION .....	46

## **CHAPITRE III : COUPLAGE MAGNETO-MECANIQUE : APPLICATION AU MAGNETOFORMAGE**

INTRODUCTION :	47
III.1 EVOLUTION TEMPORELLE DU COURANT INDUCTEUR	48
III.2 MODELES DE COUPLAGE MAGNETO-MECANIQUE	48
III.3 COUPLAGE MAGNETO-MECANIQUE	49
III.3.1 FORMAGE PAR PLACAGE	49
III.3.1.1 FORCE MAGNETIQUE	49
III.3.1.2 ACCELERATION DE LA PLAQUE	51
III.3.1.3 VITESSE DE LA PLAQUE	51
III.3.1.4 CALCULE DE DEPLACEMENT	52
III.3.1.5 DISCRIPTION DU DISPOSITIF ETUDIE	52
III.3.1.6 PROCESSUS DES CALCULS NUMERIQUES	53
III.3.1.7 RESULTATS DE COUPLAGE	55
III.4 CONCLUSION	62
CONCLUSION GENERALE	63

## INTRODUCTION GENERALE

Le formage électromagnétique est une méthode moderne de réalisation des différentes pièces industrielles, il remplace peu à peu le formage par presse hydraulique. Cela est dû à, l'augmentation de la formabilité, la réduction des distorsions (froissement) et des retours élastiques du matériau à former, par cette technique qui est caractérisée par une grande finesse de formage [4],[31]. De nos jours, le magnétoformage fait l'objet de plusieurs investigations.

L'étude des phénomènes magnétodynamiques dans les dispositifs électrotechniques a fait l'objet de nombreuses études au cours de ces dernières années. Actuellement, les travaux se penchent surtout sur le calcul des courants induits et les conséquences de ces dernières, en particulier dans des pièces conductrices en mouvement.

La présence des courants induits et du champ électromagnétique engendre des forces électromagnétiques qui développent soit des déplacements, soit des vibrations ou des déformations de la structure sur laquelle elles s'exercent. C'est ce type de forces qui est utilisé dans le procédé objet de notre étude, appelé *formage magnétique*. Cette technique est principalement utilisée pour la mise en forme des matériaux très bons conducteurs de l'électricité. Son principe est basé sur la déformation plastique des matériaux sous l'action des forces créées par une variation rapide d'un champ magnétique pulsé. Celui-ci est généré par la décharge d'un banc de condensateurs à travers une bobine.

Le magnétoformage en tant que réalité scientifique est un processus multidisciplinaire. Il fait appel à l'électromagnétisme, la thermodynamique, la mécanique et la métallurgie [1]. La conception des dispositifs électromagnétiques pour réaliser ces opérations nécessite une modélisation électromagnétique et mécanique couplées. Le calcul des courants induits constitue donc une partie fondamentale de l'analyse des phénomènes relatifs à cette technique. Si, au début, les problèmes traités étaient réduits à une forme simple pour permettre d'obtenir une solution analytique, l'évolution des moyens informatiques et les méthodes numériques ont permis de se rapprocher des phénomènes réels et d'élargir la variété des problèmes susceptibles d'être résolus. De nos jours, des interactions plus complexes entre phénomènes différents font l'objet de nombreuses études.

La méthode numérique la plus couramment utilisée est la méthode des éléments finis. Elle paraît la mieux adaptée pour tenir compte des géométries compliquées des systèmes et de la non linéarité des matériaux magnétiques.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés au calcul des courants induits et des forces dans le cas des déplacements à haute vitesse liées aux dispositifs de formage électromagnétique. Pour le calcul de ces courants et ces forces, il est nécessaire d'avoir une connaissance précise de la répartition spatiale et temporelle du champ électromagnétique. Nous plaçons notre étude dans le cadre des phénomènes couplés magnéto-mécaniques.

Notre étude concerne le formage d'une plaque métallique mince par une bobine spirale, dans le cas d'un système de placage libre. Nous faisons une programmation sous environnement Matlab pour l'élaboration de nos modèles.

Notre travail est présenté selon le plan suivant :

Un premier chapitre sera consacré à la description du formage électromagnétique. Pour cela, nous évoquerons les techniques de ce procédé, le matériel utilisé, les modèles physiques et mathématiques de représentation des dispositifs, les avantages ainsi que les différentes applications dans l'industrie.

Le deuxième chapitre présente le modèle mathématique et l'équation magnétodynamique qui régit tout dispositif de magnétoformage. Un modèle magnétique bidimensionnel pas-à-pas dans le temps, basé sur la méthode des éléments finis, avec prise en compte du mouvement, pour l'étude du comportement dynamique d'une plaque en formage électromagnétique libre sera développé.

Dans le troisième chapitre, la formulation électromagnétique est couplée à la résolution de l'équation mécanique (modèle couplé magnéto-mécanique). Par la suite, il s'agit de valider les modèles établis, en les appliquant à un cas réel de systèmes de magnétoformage,

CHAPITRE I : CONCEPTS GENERAUX SUR LE FORMAGE  
ELECTROMAGNETIQUE



## **CONCEPTS GENERAUX SUR LE FORMAGE ELECTROMAGNETIQUE**

### **INTRODUCTION**

Le formage électromagnétique (FEM) est une technique de formage à grande vitesse, qui utilise les forces électromagnétiques produites par une décharge électrique pour former des matériaux tels que les plaques et les tubes. Cette technique commençait en 1950, et développée très rapidement entre la fin de l'année 1960 et le début de 1970, pour presque une quinzaine d'années. Mais soudainement, la recherche sur cette technique a été abandonnée pour aucune raison apparente. De nos jours, comme le développement rapide de l'industrie d'automobile cherche de nouvelles techniques, l'intérêt au FEM a été renouvelé et plus de chercheurs ont commencés à investir plus de temps, d'effort et d'argent dans le FEM. Pour comprendre cette technique, on peut discuter sur le magnétoformage de trois aspects différents, le mécanisme, le processus et les opérations du FEM.

Le processus de FEM a tous les avantages du formage à grande vitesse. Cela a rendu cette technique attirant aux chercheurs et ingénieurs dans ces dernières années. C'est la technique à grande vitesse la plus largement utilisée.

### **I.1 HISTOIRE ET IMPORTANCE DU FEM**

Quand l'électricité à été introduite, l'homme à découvert les effets des champs électromagnétiques intenses sur les corps conducteurs : les corps conducteurs peuvent être déplacés ou déformés. Depuis que la première machine électrique a été conçue et mise en opération, les deux effets (mouvement et déformation) causés par les forces électromagnétiques ont été étudiés pour leur aspects positif et négatif.

Durant l'utilisation des machines électriques, des fois, les forces électromagnétiques produisent des effets indésirables. A part l'effet de mouvement désiré, les mouvements indésirables sont généralement des déformations sur des parties des machines électriques. Dans d'autres cas, l'effet de déformation causé par les forces électromagnétiques est l'effet désiré, et les mouvements sont des effets secondaires accompagnant la déformation. C'est le cas du

formage électromagnétique (FEM), c'est un processus de formage des objets conducteurs à grande vitesse de déformation dans des champs électromagnétiques intenses.

Malgré que le FEM étant déjà connue dans le 20<sup>ème</sup> siècle, le sujet n'a pas été étudié largement parce qu'il n'avait pas des applications sur le niveau industriel à cause des limites techniques. Dû au manque des composants et des matières performantes (ex : générateur à haute tension de décharge très rapide, les bon isolants, etc.) requis pour la construction d'un système de FEM, cette technologie a été laissée à coté pour des dizaine d'années. En plus, le manque des ordinateurs rapides qui peuvent soutenir des modèles numériques compliqués, aussi contribué à cette situation.

Le système de FEM a beaucoup d'avantages (cf. chapitre I, § I.5) ce qui le rend très efficace par rapport aux systèmes de formage classique (hydraulique, mécanique, etc.) ou même aux autres systèmes de formage à grande vitesse (gaz explosif, électrohydraulique).

Dans les systèmes de formage conventionnels, la vitesse de déformation est dans l'ordre de 0.1m/s, alors qu'elle peut atteindre quelques centaines de mètres par seconde dans les systèmes de formage à grande vitesse. Ça veut dire que l'objet est déformé très rapidement, dans l'ordre de la microseconde [1].

Contrairement à la plupart des systèmes de formage conventionnels, le magnétoformage se fait sans contact avec l'objet. Comme le transfert d'énergie est établi à travers le champ électromagnétique, le processus peut se faire dans l'air ou dans le vide, par contre dans les autres systèmes, un intermédiaire (gaz ou liquide) est requis pour le transfert d'énergie. Dans le FEM, la pression exercée sur la pièce est presque uniforme et la force est exercée sur chaque point de l'objet. Les pièces sans contrainte peuvent être déformées 100% sans avoir une défaillance, parce que les limites de formabilité augmentent pendant le FEM dû à la grande vitesse de déformation, tandis que dans les systèmes de formage conventionnels, le même matériel défaille de 20 à 40% en déformation [1].

L'avantage principal du FEM est sa contrôlabilité et sa répétition, pour presque toutes les procédures à grande vitesse, où l'objet requis est relativement simple. Dans les systèmes de FEM, la déformation prend place à la température ambiante, l'augmentation de la température au niveau du système est comparativement petite. Ça veut dire que les distorsions dues à la chaleur, qui apparaissent dans les systèmes conventionnels, sont théoriquement évités.

Comme il a beaucoup d'avantages, le FEM a aussi des inconvénients : il a besoin des précautions de sécurité spéciales (l'opération en haute tension), en plus de ça, le problème du coût et la taille de l'équipement. Dans la pratique, leurs applications sont restreintes aux objets de forme simple (sauf dans le cas où on utilise des matrices), il y a aussi des limites sur la taille de la pièce à former.

## I.2 DESCRIPTION DU FEM

Le formage électromagnétique ou magnétoformage est un procédé à grande vitesse de déformation. Il est basé sur les propriétés conductrices des matériaux et s'appuie sur les lois de Foucault et de Laplace. Il associe un générateur d'impulsion (1) composé de capacités hautes tension, un inducteur (2) et une ébauche à former (3) conductrice de courant (fig.I.1).

Le principe de base consiste à lancer à l'aide d'efforts électromagnétiques intenses une pièce métallique sur une matrice (Fig.I.1). On place initialement la pièce près d'une bobine parcourue par un courant fourni par la décharge d'un banc de condensateurs [2] ; elle est alors le siège de courants induits. L'action du champ magnétique produit par la bobine (localisé dans l'entrefer entre la bobine et la pièce à former) sur les courants induits donne naissance à d'importantes forces électromagnétiques qui propulsent la pièce vers une matrice qui présente la contre-forme voulue. Lorsqu'elle arrive sur cette dernière, la pièce prend sa forme après le choc. En général, la matrice est un outil qu'on enlève à la fin de l'expérience. Mais dans certains cas elle fait partie de la forme finale ; c'est le cas lorsqu'on effectue du placage ou du soudage. Sans l'utilisation des matrices, la pièce se déforme librement, et ça forme finale dépend de plusieurs paramètres du processus.

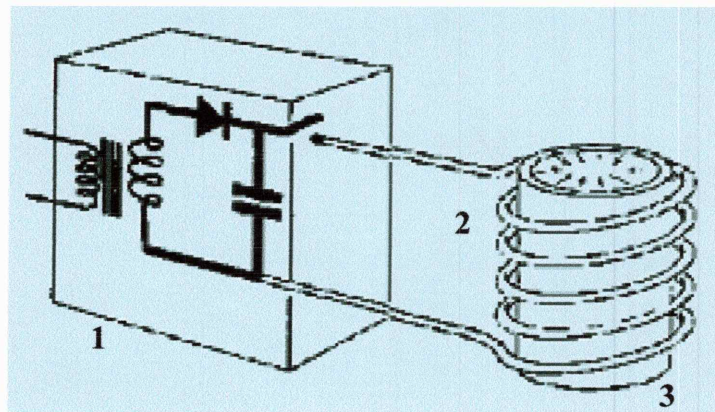


Fig.I.1 Principe du formage électromagnétique.

Jusqu'ici seulement des pièces plates (plaques métalliques) et cylindriques (tubes métalliques) ont été utilisés dans le processus du FEM. Les pièces ont été fabriquées par des matériaux bon conducteurs de l'électricité (aluminium et ses alliages, cuivre et ses alliages, aciers doux, métaux précieux, etc.) [4].

Les opérations de FEM sont effectuées en une centaine de microsecondes en appliquant une induction magnétique intense et transitoire de plusieurs Teslas à des fréquences de plusieurs kHz. Une telle induction est produite par un courant oscillatoire amorti de plusieurs dizaines de kiloampères sous une tension d'une dizaines de kilovolts. La pièce à déformer se met en mouvement avec des vitesses de quelques centaines de mètres par seconde et la pression magnétique développée dans cette dernière est de l'ordre de  $10^7$  Pascals [25].

Les techniques de mise en forme de matériaux à grande vitesse de déformation sont caractérisées par une énergie importante libérée pendant un temps très court et une vitesse de déformation très élevée rendant les phénomènes d'inertie non négligeables. Ce caractère dynamique entraîne la non-validité des lois classiques de résistances des matériaux et le recours aux théories de la plasticité devient nécessaire [4], [26].

### **I.3 DISPOSITIFS ET APPLICATIONS DU MAGNETOFORMAGE**

Le magnétoformage s'applique en priorité aux métaux très bons conducteurs (Aluminium, cuivre..) de forme tubulaire ou plane. Il permet de simplifier les assemblages et les opérations de formage difficilement réalisables en utilisant les procédés conventionnels. Les métaux mauvais conducteurs comme les aciers inoxydables peuvent être formés en utilisant un propulseur en aluminium meilleur conducteur [27].

#### **I.3.1 DISPOSITIFS**

Dans la technique du magnétoformage, plusieurs applications sont possibles. Suivant la disposition et la forme de la bobine inductrice, on distingue trois configurations particulières dans le processus du formage électromagnétique dans l'industrie :

*a) Le premier permet une mise en forme par expansion ;* la pièce à former est disposée également coaxialement à une bobine, mais à l'extérieur de celle-ci (fig.I.2). Le champ magnétique créé par la bobine induit un courant dans le cylindre, créant des efforts électromagnétiques qui assurent l'expansion de ce cylindre.

L'expansion est essentiellement utilisée pour des opérations de mise en forme de pièces tubulaires. Elle est d'une mise en oeuvre plus aisée et donne en général de meilleurs résultats que les opérations de presse classique [25].

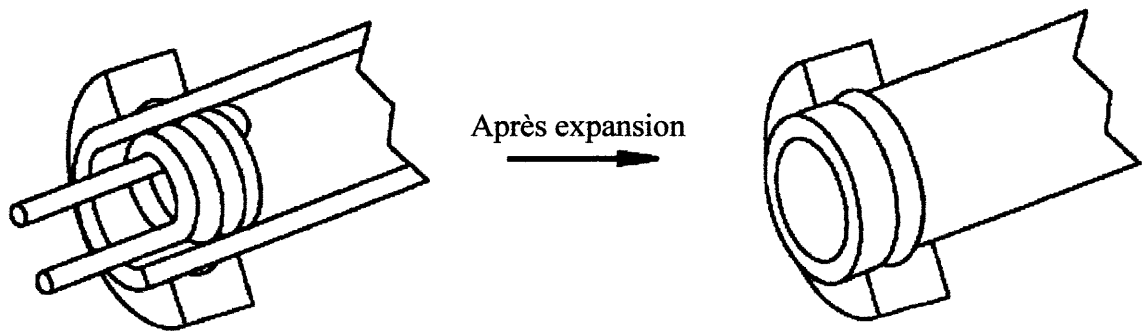


Fig.I.2 Expansion d'un tube.

b) *Le second cas est celui de la mise en forme par compression* ; la pièce tubulaire à former est introduite à l'intérieur d'une bobine de manière coaxiale (fig.I.3). Les forces électromagnétiques développées dans le tube sont suffisantes pour rétreindre celui-ci.

La compression trouve ses applications dans les sertissages et les assemblages plus que dans les mises en forme [25].



Fig.I.3 Compression d'un tube.

c) *Le troisième cas est le formage de pièces planes (placage)* ; cette opération consiste à faire passer le courant dans une bobine spirale plane au-dessus de laquelle est placée une plaque qu'on cherche à former (fig.I.4). La décharge dans la bobine induit un courant dans la plaque qui est propulsée perpendiculairement à la bobine.

L'utilisation du placage se révèle très intéressante dans les opérations d'emboutissage nécessitant des configurations poinçon-matrice complexes ou pour obtenir des pièces à tolérances serrées ou encore ne présentant pas de défauts de surface [4].

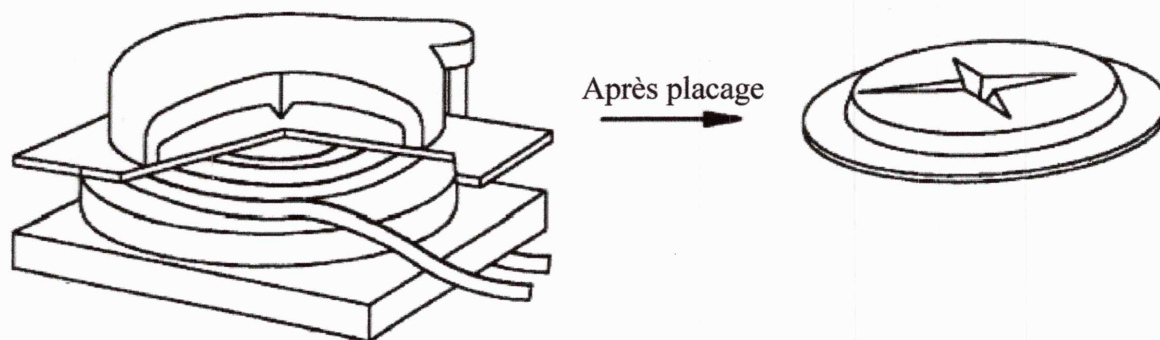


Fig.I.4 Formage par placage.

### I.3.2 APPLICATIONS

Comme on l'a déjà vu, toutes les pièces formées par la technique de FEM peuvent être divisées en trois configurations (cf. &I.3.1). Selon le type d'opération technologique, les pièces sont aussi divisées en plusieurs groupes d'application, on résume les opérations de chaque technique de mise en forme dans la figure (fig.I.5) suivante :

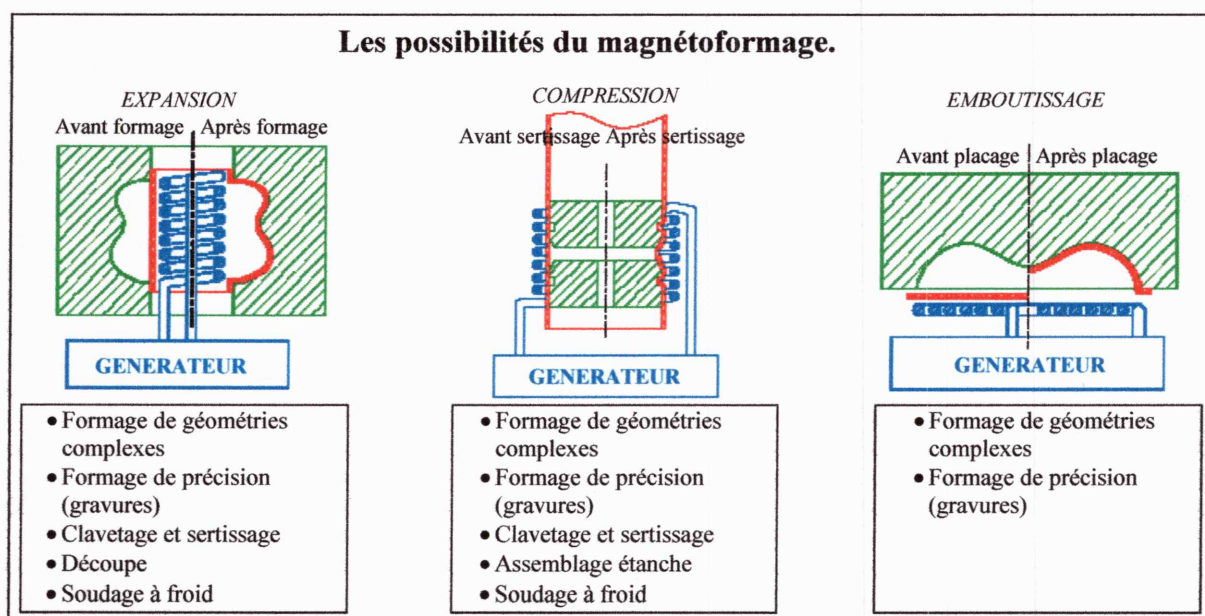


Fig.I.5 Types d'applications du formage électromagnétique.

Les opérations habituellement réalisées par magnétoformage sont classifiées en trois groupes :

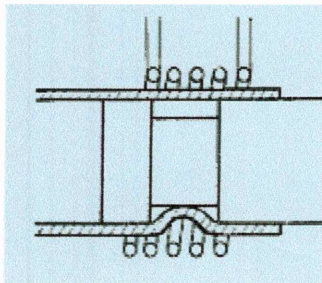
- Opérations d'assemblages
- Opérations de Formage
- Opérations de Soudage

Le FEM peut fournir des opérations combinées qui consistent en tous les trois groupes et schématiques.

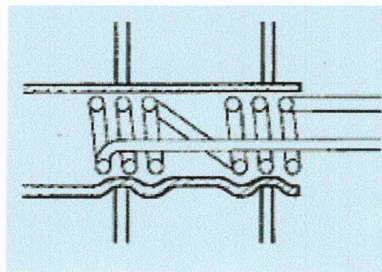
### I.3.2.1 ASSEMBLAGE PAR MAGNETOFORMAGE

Le magnétoformage est avant tout un procédé d'assemblage d'une pièce tubulaire sur un support résistant mécaniquement (fig.I.6).

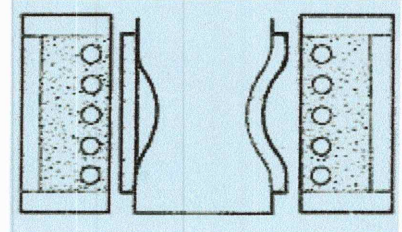
Un tel sertissage est d'une très grande qualité car il adapte parfaitement les deux pièces à former, même si celles-ci ne sont pas parfaitement régulières.



Croquis d'assemblages



Assemblage par expansion



Assemblages par rétreint

Fig.I.6 Assemblage par magnétoformage.

### I.3.2.2 SOUDAGE PAR MAGNETOFORMAGE

Le Magnétoformage, grâce à sa haute vitesse de propulsion, est un procédé permettant le soudage des métaux (fig.I.7). Le prolongement logique du sertissage est le soudage. En effet, si on augmente considérablement l'énergie cinétique du tube en mouvement, il peut se produire une « soudure par choc » entre les deux pièces par diffusion à froid et formant alors une soudure de bonne qualité sur une faible épaisseur. Cette technique est particulièrement intéressante lorsqu'on ne peut pas souder normalement les deux matériaux ou lorsqu'il faut éviter le contact direct avec les pièces à souder.

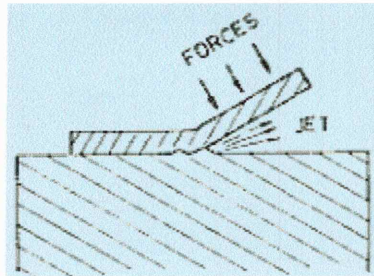


Fig.I.7 Soudage par magnétoformage.

### ***1.3.2.3 APPLICATIONS DANS LE DOMAINE DE L'AUTOMOBILE***

Le domaine de l'automobile est sans conteste celui qui utilise le plus le procédé de magnétoformage [2].

L'opération d'emboutissage parmi les opérations les plus utilisées dans l'industrie automobile. C'est une technique de fabrication permettant d'obtenir, à partir d'une feuille de tôle plane et mince, un objet dont la forme n'est pas développable. Le principe est fondé sur la déformation plastique du matériau (en général un métal), déformation consistant en un allongement ou un rétreint local de la tôle pour obtenir la forme désirée. Par suite de la conservation globale (au moins approximative) du volume du matériau.

Les contraintes de coût et de qualité associées aux cadences de production provoquent la démarche vers le procédé.

Le besoin accentué à l'amélioration de la formabilité dans le formage des tôles métalliques et l'extension des limites du formage avec la déformation à grande vitesse a été observé depuis l'apparition du formage électromagnétique, Vohnout et Daehn [4] proposent un outil électromagnétique approprié pour le formage hybride des tôles (MT-EM), présenté dans la figure (fig.I.8). Généralement l'emboutissage des pièces larges à besoin d'un très grand niveau d'énergie électromagnétique si on utilise le formage à grande vitesse pour former une pièce entière. En raison des limites pratiques de la rigidité des outils de formage et de la capacité des bancs de condensateurs, les forces électromagnétiques ne peuvent pas formées des grandes parties. Afin de réduire les besoins des outils robustes et les grands bancs de condensateurs, une importante puissance doit être appliquée seulement à l'étape finale du formage et seulement aussi sur des surfaces locales des parties exigées. L'idée du processus (MT-EM) revient aux méthodes d'emboutissages conventionnelles [4], [5]. Dans ce processus, les parties sont préformées initialement par l'emboutissage conventionnel. L'étape finale du formage des coins serrés et des zones pointus est accomplie par les forces de répulsion électromagnétique générée dans les surfaces exigées de la pièce par un ensemble de bobines [4], [5].



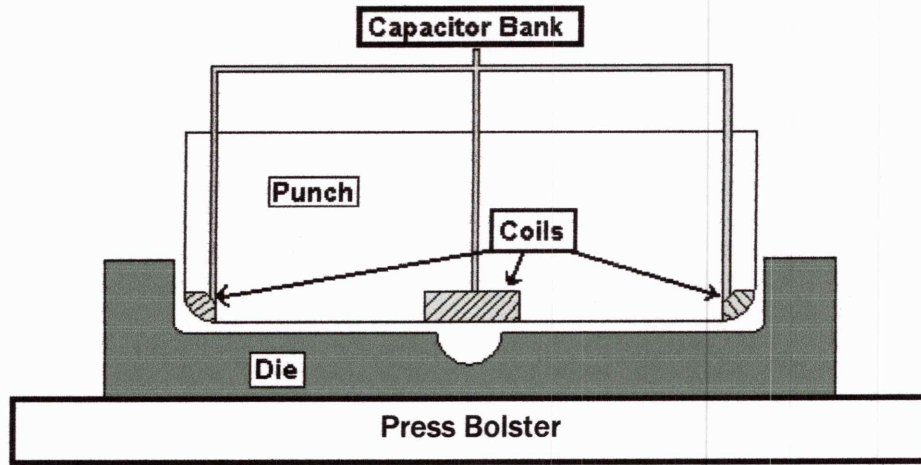
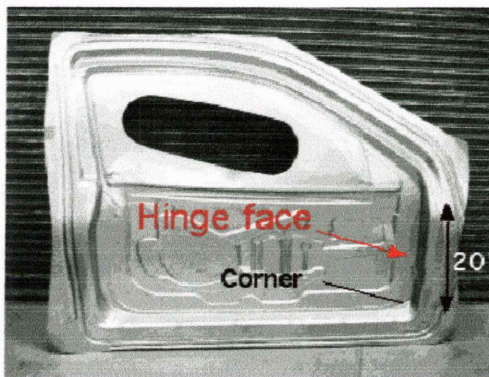
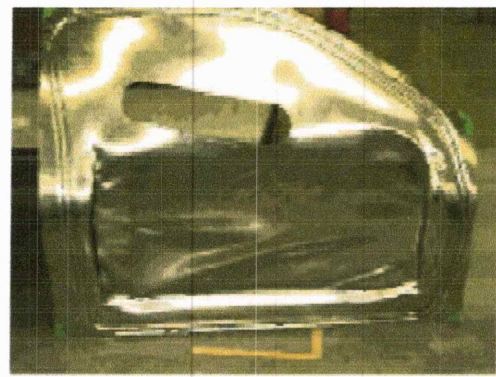


Fig.I.8 Matched tool-electromagnetic hybrid sheet forming [ 4].

L'utilisation de ce processus (MT-EM), Vohnout a effectué une démonstration pour former des portes d'automobiles en alliage d'aluminium, qui ne peuvent pas être fabriqués sans défaillance par l'emboutissage conventionnel, représenté dans la figure (fig.I.9) [4]. Le panneau de la porte a été formé premièrement près de la forme désirée par l'emboutissage conventionnel. Alors une opération électromagnétique secondaire a été emportée pour former les coins serrés et les zones pointus par les bobines électromagnétiques. Les résultats sont bons et représentés dans la figure (fig.I.10) [6].



Panneau A, production en acier



Panneau B, 6111-T4 aluminium

Fig.I.9 Panneaux de porte d'automobile, démonstration de formage.



Fig.I.10 Le processus de reformage électromagnétique appliqué sur le panneau de porte.

## I.4 PRINCIPAUX ELEMENTS D'UNE INSTALLATION DE FEM

### I.4.1 GENERATEUR

Ces générateurs sont des machines capables de délivrer des impulsions électriques de grandes amplitudes sous des tensions de quelques kilovolts.

Le système doit donc être capable de stocker une forte quantité d'énergie sous une forme facilement exploitable et de la libérer en une centaine de microsecondes. Parmi les méthodes de stockage de l'énergie, la méthode des condensateurs est la plus courante car la plus facile à mettre en œuvre, tout en présentant un bon rendement énergétique [4].

L'énergie  $E$  qu'une batterie de condensateur peut stocker est donnée par :

$$E = \frac{1}{2} C V_0^2$$

Où,  $C$  est la capacité de batterie de condensateur et  $V_0$  est la tension maximale du chargement. Pour former des petits composants, cette énergie est habituellement entre 6kJ et 20kJ par unité, les plus grandes unités atteignent 240kJ. Les plus grandes batteries de condensateurs ont plusieurs unités connectées en parallèle [4].

Le réglage de l'énergie se fait en affichant la tension de charge, donc la charge et la décharge de batterie de condensateur est sécurisée par un circuit de commande automatique, ce qui élimine les risques d'accidents électriques [4].

La figure (fig.I.11) est une photographie d'un banc de condensateur de *Maxwell Magneform*. Il a une capacité du stockage d'énergie maximale de 48 kJ. Le banc constitué par un ensemble de huit condensateurs reliés en parallèles, chacun a une capacité de 120 $\mu$ F. La tension de charge maximale est de 10kV [27].

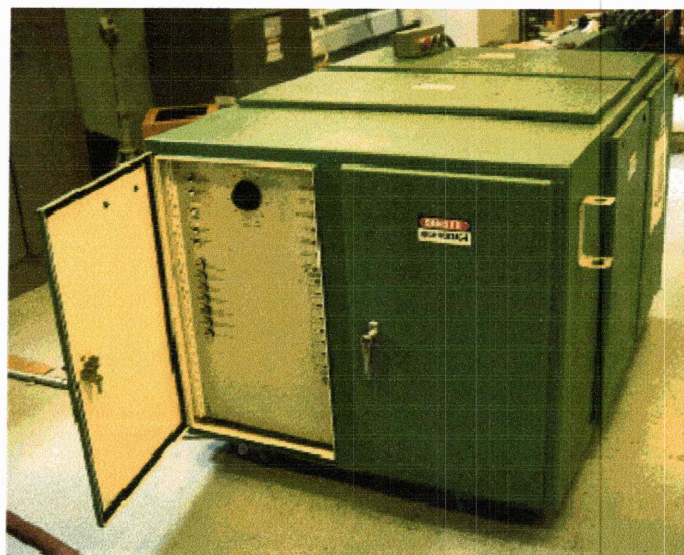


Fig.I.11 Photographie de banc de condensateur.

## I.4.2 BOBINES DE CHAMP

En magnétoformage, la bobine de champ joue un rôle primordial : d'une part, elle transforme les impulsions électriques, dues à la décharge de la batterie de condensateur, en un champ magnétique intense et d'autre part, en supportant les efforts magnétiques intenses, elle permet la mise en forme des métaux sans se déformer.

Suivant le genre de l'opération de formage, trois types de bobines sont utilisés :

i) La bobine plate enroulée spiralement utilisée en formage des tôles métalliques (fig.I.12).

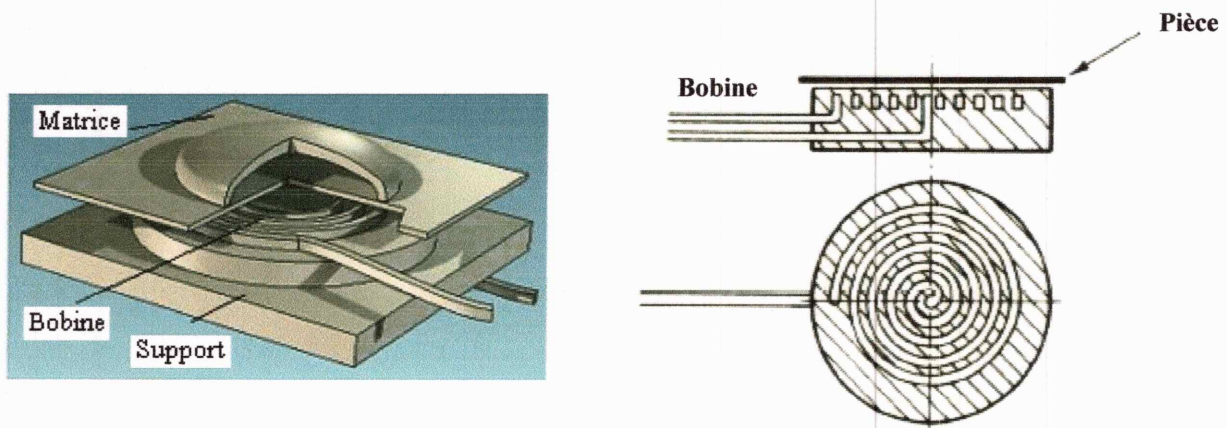


Fig.I.12 Bobine spirale.

ii) La bobine hélicoïdale utilisée pour l'expansion des tubes (fig.I.13.a).

iii) La bobine de compression : semblable à celle d'expansion cependant, elle entoure le tube à comprimer (fig.I.13.b).

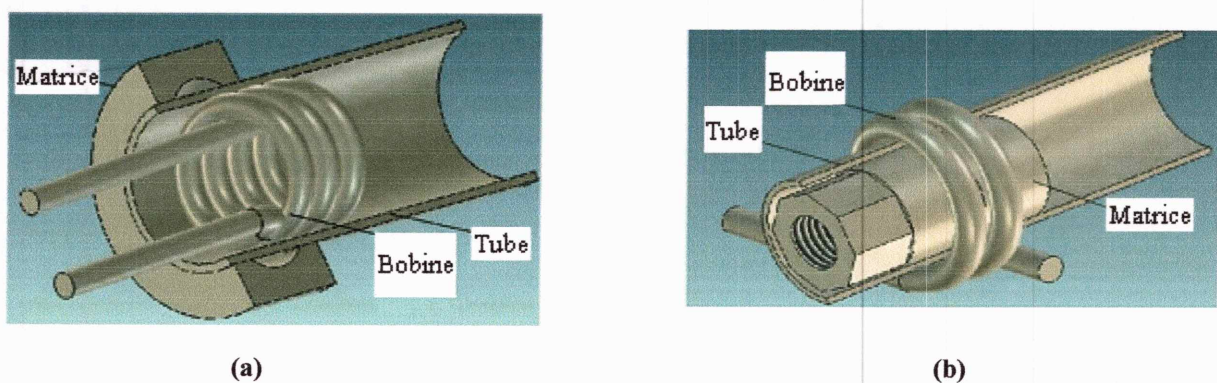


Fig.I.13 Bobine hélicoïdale, a) Bobine d'expansion, b) Bobine de compression.

Les bobines peuvent être classées aussi selon les techniques de fabrication, on trouve :

### 1-Bobines fil fin :

Ces bobines sont simples à réaliser. Elles sont constituées d'un enroulement de fil (le plus souvent en cuivre) effectué sur un tube isolant, leur utilisations est limitée par un champ

d'environ  $1.6 \cdot 10^7$  A/m qui doit être pas dépassé [30]. Ces bobines restent relativement fragiles et leur durée de vie est le plus souvent courte.

### 2-Bobines hélicoïdales :

Les bobines hélicoïdales sont réalisées en alliage cuprobéryllium (1 à 2% de béryllium). Dans un cylindre massif, une rainure de forme hélicoïdale est effectuée ; elle est suivie d'un perçage au diamètre intérieur souhaité qui peut varier de 5 à 70mm afin d'obtenir un ressort conducteur (fig.I.14). La réalisation de telles bobines est un travail délicat. Mais ce sont les problèmes d'échauffement qui risquent de limiter la fiabilité de ces bobines ; lorsque l'isolation est réalisée avec soin, ce type d'inducteur permet de produire des champs d'environ  $4,4 \cdot 10^7$  A/m avec une excellente durée de vie [26].

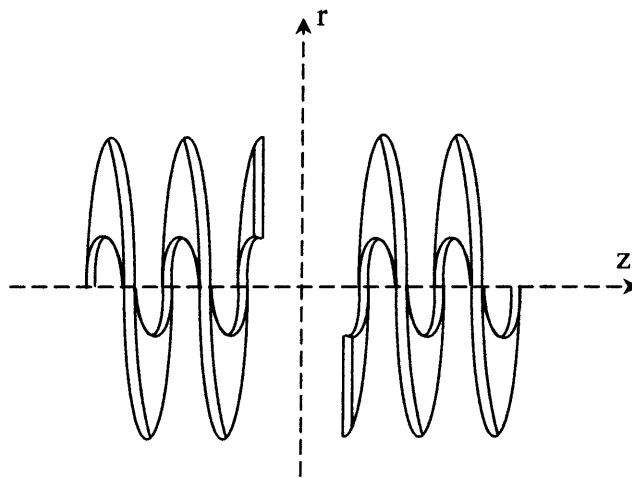


Fig.I.14 Bobine hélicoïdale.

### 3-Bobines monospires

On conçoit qu'une bonne efficacité est obtenue lorsque la diffusion du champ au travers de la pièce à déformer est négligeable, pour cela, l'épaisseur de peau doit être faible et donc la fréquence du champ élevée. Ceci impose un ensemble banc de condensateur-bobine dont le temps de décharge est de quelques microsecondes [15].

On peut penser aussi qu'un maximum d'efficacité est obtenu lorsque le temps d'établissement du champ est très inférieur au temps de mise en mouvement de la pièce ; une fraction importante de l'énergie magnétique est alors transférée à la pièce sous forme d'énergie cinétique [30].

Pour ces raisons, on choisit souvent une bobine d'inductance très faible (10 – 100nH), ce qui conduit à des bobines monospires (fig.I.15). La fréquence que l'on peut obtenir avec cette bobine reste limitée par les inductances parasites du générateur (condensateur, câblage).

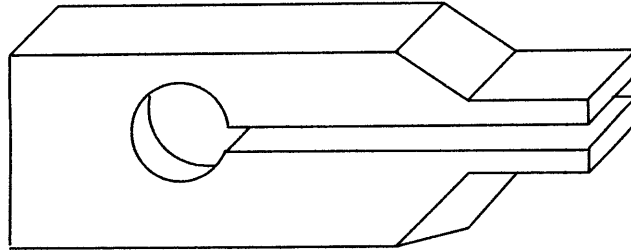


Fig.I.15 Bobine monospire.

#### **4-Bobines renforcées et bobines destructibles :**

La pression magnétique que l'on désire, peut être, dans certains cas, si élevée qu'elle dépasse de beaucoup la résistance à la rupture du matériau constituant la bobine. L'étouffement quand à lui est toujours moins critique si l'on effectue qu'un seul tir, il reste néanmoins une contrainte. Si on désire une cadence de travail élevée, il devient nécessaire de refroidir la bobine. Dans ce cas, on est amené à construire des bobines en matériaux très solides et réfractaires (acier inox, tungstène). On limite aussi les déformations par l'effet d'inertie avec des matériaux très denses (Tantales). Des bobines usinées avec beaucoup de soins dans une masse de cuivre au béryllium, traitées thermiquement (recuit), puis frettées, présentent d'assez bonnes caractéristiques mais sont chères. A l'opposé, l'emploi d'une petite bobine et peu résistante, qui va se détruire au cours de l'opération de formage, est une solution intéressante dans le domaine des très grandes pressions.

La destruction n'est pas instantanée et le temps pendant lequel elle crée un champ peut être suffisant pour propulser la pièce à former. Le problème de la résistance mécanique étant résolu, il est possible de fabriquer des bobines plus petites dans lesquelles le champ est bien mieux confiné. Ces bobines ont, par conséquent, une efficacité élevée. Notons que l'arrêt brutal du champ, lors de la destruction de la bobine, favorise certainement l'absorption du champ par la pièce, en introduisant des harmoniques de fréquences élevées.

Une fabrication normalisée avec un fil fin (un à deux millimètres de diamètre) et un enrobage plastique, assurent une très bonne productibilité avec un prix de revient peu élevé.

### **I.4.3 CONFORMATEUR DE CHAMP**

Le conformateur (ou concentrateur) de champ constitue un outil séduisant qui est apparu au cours des années 60 ; il est souvent utilisé dans le cas de la compression. Il s'agit d'un cylindre conducteur évidé, de dimensions intérieures adaptées à celles de la pièce à déformer et de diamètre extérieur glissant juste dans le diamètre intérieur de la bobine de compression [25].

Aux fréquences de travail en magnétoformage, le conducteur peut être un écran pour le champ magnétique, en effet, les courants induits qui circulent à la surface du conformateur sont voisins de ceux qui circulent dans la bobine ; ils constituent ensemble deux nappes de courants de sens opposés situées en vis à vis [25]. Le conformateur est de plus fondu suivant un demi-plan vertical passant par son axe et la fente isolée électriquement (fig.I.16) ce qui oblige les courants créés au voisinage de la bobine à passer au voisinage de la pièce à déformer [25]. On est alors en présence d'un transformateur dont le primaire est la bobine multispires et le secondaire est le conformateur spire unique en court-circuit ; le flux primaire est concentré dans la surface intérieure du conformateur.

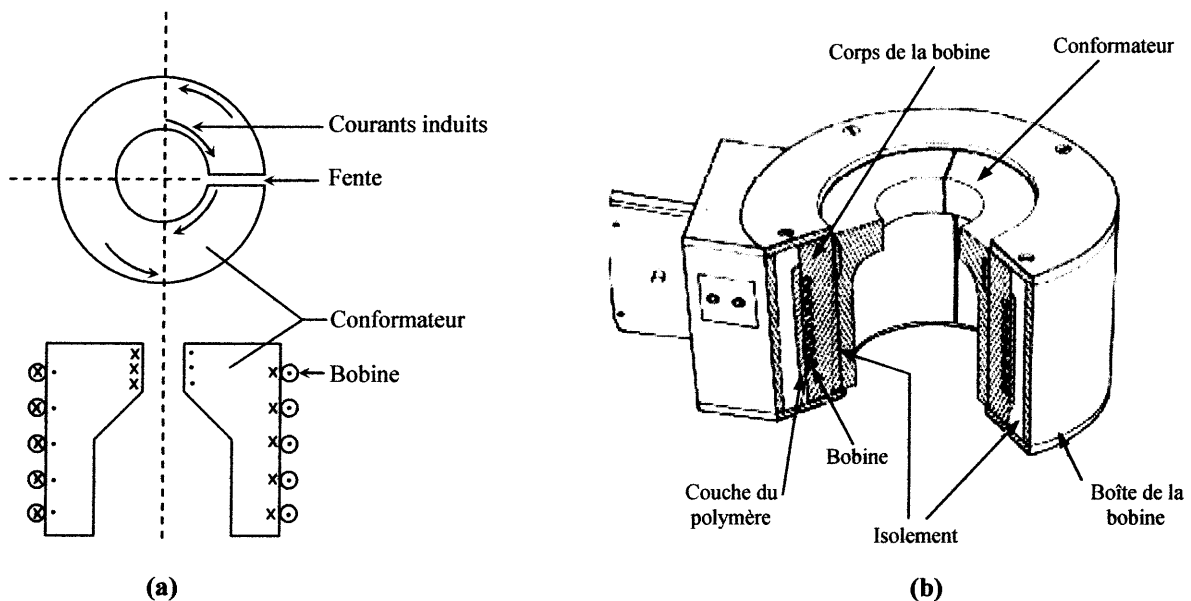


Fig.I.16 Conformateur de champ : (a) Opération d'une bobine de conformateur ;  
(b) La construction pratique d'un conformateur de champ.

Les conformateurs de champ sont utilisés pour adapter des bobines standard aux applications spécifiques. Le but de celles-ci est de concentrer le champ magnétique aux points exigés qui augmentent de cette façon la force sur la pièce à ces points, et de réduire les efforts de déformation sur le corps de la bobine [27].

#### I.4.4 MATRICES [31]

La mise en forme d'une pièce est généralement obtenue en utilisant une matrice ou un moule contre lequel la pièce vient se plaquer. En général, la matrice est un outil qu'on enlève à la fin de l'expérience. Mais dans certains cas, elle fait partie de la forme finale, c'est le cas lorsqu'on effectue du placage ou du soudage.

Le placage de la pièce contre la matrice se fait à haute vitesse, cela nécessite l'utilisation des matériaux résistants aux chocs, pour la production des matrices, comme (plastiques tels que le polyuréthane de forte densité, caoutchouc gonflable ou bois).

## I.5 AVANTAGES DU FORMAGE À GRANDE VITESSE

Certaines applications industrielles ont stimulés l'utilisation des matériaux légers tel que l'aluminium, notamment dans l'industrie automobile [28]. Or, le formage de tôles en aluminium avec les procédés à faible vitesse de déformation pose des problèmes de formabilité [4], [31], [28]. D'autre part la recherche d'une grande finesse de formage, et la mise en forme de très minces tôles ont stimulés l'utilisation des procédés à haute vitesse.

Les méthodes de formage à grande vitesse (notamment la méthode de FEM) regagnent l'intérêt dans l'industrie parce qu'ils ont des avantages par rapport aux technologies conventionnels de formage. En peut résumer les avantages de formage à grande vitesse par :

*(a) Premièrement le formage à grande vitesse augmente la formabilité des métaux.* Par exemple, les alliages d'aluminium 6061 ont des faibles formabilités qui augment le coût de l'opération comparativement avec la production de la même pièce utilisant de l'acier. Cependant, lorsqu'on forme les alliages d'aluminium par les méthodes de formage à grande vitesse, la formabilité de l'aluminium peut être considérablement augmentée [4], ce qui peut rendre le formage des alliages d'aluminium plus compétitif avec celui de l'acier. A part l'aluminium, beaucoup des métaux, tel que l'acier, les alliages du magnésium et titane ont été démontrés pour avoir plus de résistivité sous des charges assez importantes [7], [4].

La figure (fig.I.17) montre deux plaques en aluminium de mêmes caractéristiques. La première est formée avec une presse conventionnelle et la seconde avec le procédé de FEM. Le formage persiste jusqu'à ce que une fissure apparaisse sur la pièce. Les résultats montrent que la plaque formée avec le procédé de FEM présente un accroissement des allongements d'environ 44% par rapport à l'autre [29].

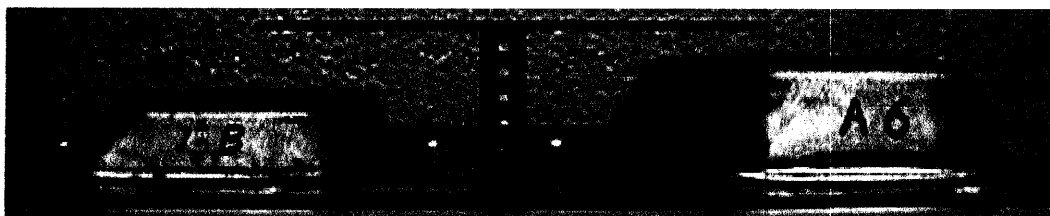
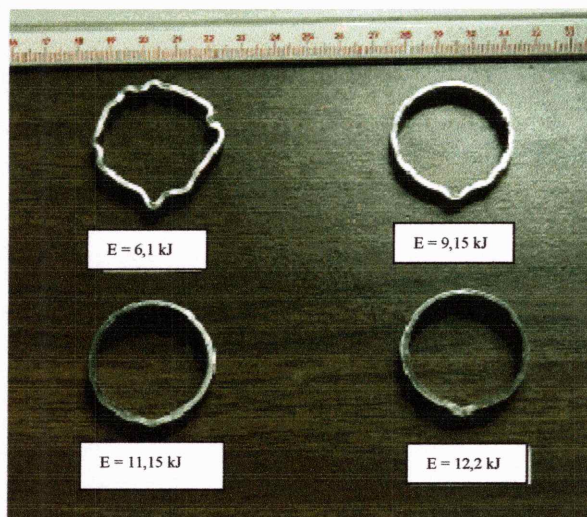
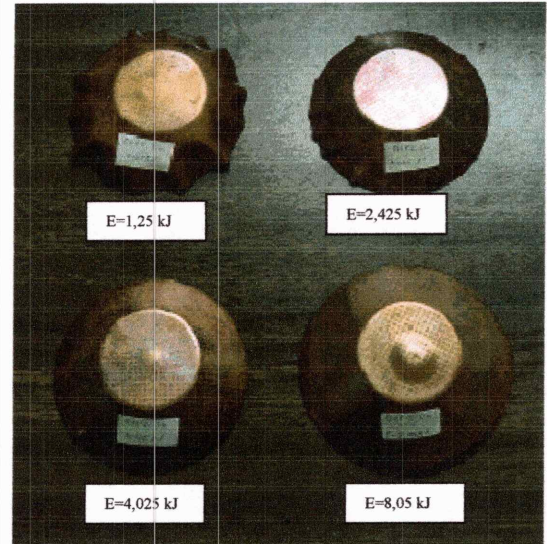


Fig.I.17 Effet de la vitesse de déformation sur les allongements (Gauche : résultat typique fait par l'emboutissage conventionnel ; Droit : résultat typique fait par l'emboutissage électromagnétique).

(b) *Le deuxième avantage de formage à grande vitesse est de réduire le plissage.* Les forces d'inertie sont crues d'être la raison principale pour ceci. Le travail expérimental de Padmanabhan [27] sur les tubes et les plaques est un exemple qui montre la réduction de l'effet de plissage. Il a été montré que le nombre des plis réduit comme l'énergie du lancement est augmenté (fig.I.18).



(a)



(b)

Fig.I.18 Effet de la vitesse de déformation sur les rides, (a) Cas de compression,  
(b) Cas de placage.

(c) *Le troisième avantage de formage à grande vitesse est l'effet de la haute pression sous l'impact.* Quand deux corps élastiques semi-infinis 1 et 2 entrent en collision sous une vitesse  $V_0$ , la pression de l'impact peut être décrite en utilisant la formule [28] :

$$P = \frac{\rho_1 \rho_2 C_1 C_2}{\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2} V_0$$

où  $\rho_1$  et  $\rho_2$  représentent les densités des deux corps et  $C_1$ ,  $C_2$  représentent la vitesse de propagation de l'onde longitudinale dans les deux corps. De cette équation, c'est très facile d'atteindre une haute pression sous l'impact de grande vitesse. Par exemple, l'impact aluminium-aluminium avec 50m/s peut produire une pression de 680Mpa. L'impact de la haute pression est très bénéfique pour l'imposition des détails sur les surfaces du métal [28].



La figure (fig.I.19) montre le repassage traditionnel et inertiel. Dans le dernier cas, l'impact de la pièce sur la matrice produit une grande contrainte compressive à travers l'épaisseur de la pièce.

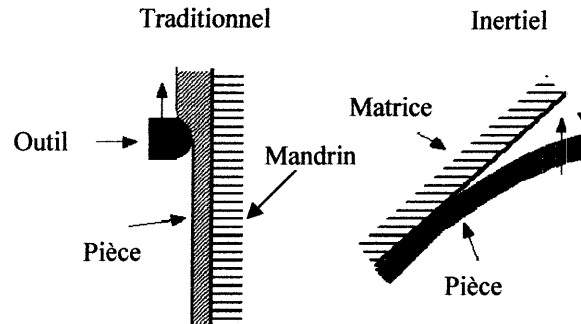


Fig.I.19 Repassage traditionnel (gauche) et inertiel.

(d) *Le formage à grande vitesse diminue le retour élastique.* Un travail récent de Padmanabhan [27] et quelques travaux sur le formage par explosion [8], ont fortement supporté que le retour élastique peut être considérablement réduit dans le formage à grande vitesse des métaux. La raison principale en est que l'impact cause la diminution des taches résiduelles. Un retour élastique réduit va augmenter la précision des pièces formées quand on utilise des matrices, et par conséquent une réduction dans le coût de construction de la matrice. De plus, la méthode de formage à grande vitesse peut être utilisée comme technologie d'assemblage des tubes à cause du retour élastique réduit.

(e) *Finalement, le formage à grande vitesse va réduire les coûts de fabrication.* Cela revient à plusieurs aspects, comme la réduction du coût des outils de formage, la diminution du temps de fabrication, l'automatisation facile, le peu de nettoyage avant et après l'opération du soudage, moins d'inspection et de reprise sur l'impact du soudage.

La vitesse de déformation joue un rôle prépondérant lors d'une opération de mise en forme, car le travail de déformation est obtenu par la transformation de l'énergie cinétique que le métal acquiert.

## I.6 ANALYSE SIMPLIFIÉE DU FEM

Une analyse simplifiée du processus du FEM est présentée ici pour familiariser le lecteur avec les principes de base du processus et comment les pressions de formage sont produites. Le circuit utilisé dans le FEM peut être représenté par un circuit RLC. La figure (fig.I.20) représente le circuit simplifié [31, 9, 10].

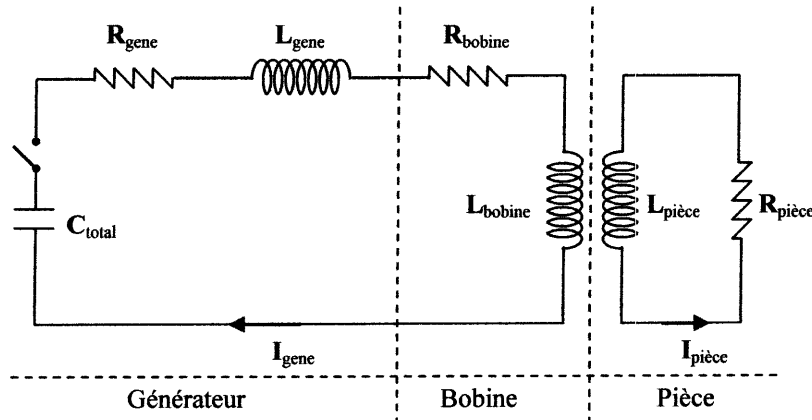


Fig.I.20 Circuit simplifié de FEM.

Le courant déchargé à travers la bobine dans ce circuit peut être décrit par l'équation différentielle suivante [9] :

$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} + 2\xi\omega \frac{d I(t)}{dt} + \omega^2 I(t) = 0 \tag{1-1}$$

Ici I est le courant,  $\omega$  est la pulsation,  $\xi$  est le facteur d'amortissement et t est le temps. La solution de cette équation est discutée en détail plus tard.

Le courant de décharge donné par cette équation est montré dans la figure (fig.I.21). Le courant résultant est sinusoïdalement amorti avec le temps.

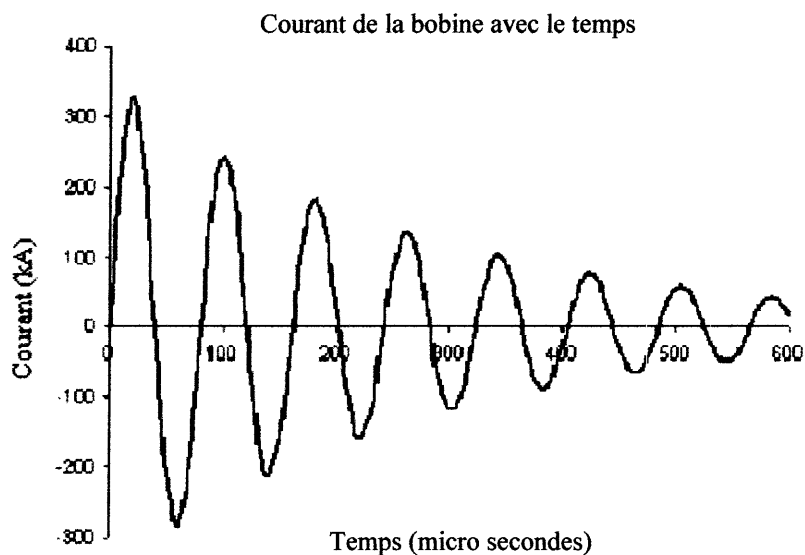


Fig.I.21 Evolution temporelle du courant inducteur donné par la solution de l'équation (1-1) [11].

**I.6.1 DISTRIBUTION DE LA PRESSION MAGNETIQUE**

La densité de force exercée sur un élément de volume  $d\mathbf{v}$  d'un conducteur électrique est donnée par la formule de Laplace :

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \wedge \mathbf{B}$$

Avec :

$\mathbf{B}$  : induction magnétique ;

$\mathbf{J}$  : densité du courant électrique.

Le champ magnétique dans la bobine et le champ magnétique induit dans la pièce s'opposent, d'où une force qui s'exerce sur la pièce et qui est typiquement connue sous le nom de la pression magnétique. La pression magnétique est donnée par [11] :

$$P = \frac{\mu_0 H^2}{2}$$

où  $P$  est la pression,  $\mu_0$  est la perméabilité du vide et  $H$  est l'intensité de champ électromagnétique.

L'intensité électromagnétique varie avec le temps, l'emplacement, le courant appliqué et la géométrie, et est assez difficile à déterminer. Les distributions de l'intensité électromagnétique pour les bobines spirales (idéales) ont été déterminées analytiquement, mais aucune solution analytique générale n'existe pour les opérations de formage des tôles métallique avec les bobines plates [30].

**I.6.2 EFFET DE PEAU**

Un champ magnétique pénétrera une surface d'une ébauche une distance  $\delta$ , donnée par [11] :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$$

$\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$  : sont respectivement, la perméabilité magnétique du vide, la conductivité électrique et la pulsation.

Les pertes du champ augmentent lorsque l'épaisseur de peau augmente (dans certain cas plus grand que l'épaisseur de la pièce) donc une profondeur de peau optimale existe pour le processus du FEM. Habituellement, l'épaisseur de peau est contrôlée par la variation de la fréquence [30].

## I.7 MODELES NUMERIQUES

Le magnétoformage, en tant que réalité scientifique, est un processus multidisciplinaire très complexe. Il fait appel à l'électromagnétisme, la thermodynamique, la mécanique et la métallurgie [1]. En effet on traite à la fois de haute fréquence, de puissance importante et de circuits couplés dont les paramètres électriques et géométriques varient dans le temps. Les grandes vitesses de déformation qui interviennent font que la loi de comportement est mal connue [15]. Cela explique que dans la plupart des cas, l'approche essentielle du magnétoformage reste expérimentale. Néanmoins, diverses études ont été faites. Les grandes difficultés rencontrées proviennent des hypothèses trop simplificatrices nécessaires à une approche analytique.

Dans les opérations de formage conventionnel, les solutions analytiques pour tous les problèmes ne sont pas disponibles et les méthodes numériques, principalement l'analyse par éléments finis, sont utilisées pour simuler les processus. Même chose pour le processus du FEM, avec la complication de la variation de champ magnétique avec le temps. Trois approches numériques ont été utilisées pour modéliser le processus du FEM :

- La résolution de l'équation mécanique par la méthode des éléments finis avec une distribution analytique de la pression ;
- La résolution de l'équation électromagnétique par la méthode des éléments finis pour calculer la distribution de la pression, par la suite cette dernière est utilisée alors pour résoudre l'équation mécanique ;
- Résolution simultanée des deux équations électromagnétique et mécanique.

L'application d'une distribution de la pression calculée analytiquement au pièce de déformation dans un code de calcul mécanique est la façon la plus simple de modéliser le processus, sachant qu'il n'exige pas au temps de calcul. Les distributions de la pression analytique sont utilisées comme entrée à un code de calcul mécanique. L'exactitude est sacrifiée sachant que beaucoup de suppositions simplificatrices sont utilisées pour dériver les solutions analytiques, tel que la longueur de la pièce infinie, bobine idéale et la pression électromagnétique ne change pas avec la déformation de la pièce. Cette approche a été utilisée pour modéliser le processus de formage d'un tube par Lee et Lee [12] et Mahanian et Blackwell [13], et pour le formage d'une plaque par Shangyu et al. [14] avec un bon accord entre les modèles numérique et expérimental.

La deuxième approche implique l'utilisation d'un code de calcul électromagnétique pour calculer la distribution de la pression et passer cette information à un code de calcul mécanique. Cela peut être fait une fois au début de la simulation, ou il peut être répété dans un intervalle discret pendant la durée de la simulation [11]. Ce processus peut capturer la variation de la

distribution de la pression causée par la déformation de la pièce [11]. Oliveira [11], Oliveira et Worswick [16] et Oliveira et al. [17] ont comparé les résultats d'une analyse numérique par un code connu sous le nom «*Loosely coupled*» avec les expériences et ils ont trouvés le bon accord entre eux.

Les codes qui peuvent résoudre les équations électromagnétique et mécanique simultanément sont appelés codes « couplés » ou « complètement couplé ». Ils fournissent la meilleure simulation disponible pour la distribution d'une pression variable, avec un coût computationnel substantiel [18]. Bendjima et Féliachi [19], Bendjima et al. [20] et Golovashchenko [21] ont développé des codes couplés pour la modélisation du FEM d'un tube. Fenton et Daehn [22] ont utilisé aussi un code hydrodynamique pour analyser le formage libre et le formage avec une matrice d'une plaque par une bobine spirale. Un code couplé 2D en éléments finis a été développé par Stiemer et al. [23] pour simuler l'opération du formage libre et avec matrice. Tous les auteurs rapportent le bon accord avec les résultats expérimentaux pour le formage libre des pièces.

## **I.8 CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous avons décrit l'importance de FEM, les dispositifs de mise en forme des matériaux conducteurs par induction magnétique. Nous avons éventuellement cité les différentes applications de ce procédé, les accessoires utilisés dans les procédés industriels mettant en profil cette technique, les avantages et une analyse simplifiée du FEM. Finalement, le chapitre est achevé par les modèles numériques existants qui traitent le magnétoformage.

Le FEM met en jeu des vitesses de déformation importantes et son principe est basé sur les courants induits. Le deuxième chapitre sera consacré au problème magnétodynamique.

**CHAPITRE II : ETUDE ET DEVELOPPEMENT DE**  
**L'EQUATION ELECTROMAGNETIQUE**  
**PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS**

## ETUDE ET DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION ELECTROMAGNETIQUE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

### INTRODUCTION

Le magnétoformage est une technique de déformation rapide des matériaux soumis à des efforts électromagnétiques intenses, ces efforts sont dus à la présence d'un champ magnétique et de courants induits. La détermination de la répartition du champ magnétique et des densités de courant s'avère donc nécessaire pour toute étude dans ce domaine.

Dans la suite, on considère un système électrotechnique composé d'air, de matériaux ferromagnétiques ou conducteurs et de sources de champ magnétique (inducteurs dans lesquels circule un courant variable dans le temps). L'ensemble du système forme le domaine d'étude  $\Omega$  de frontière  $\Gamma$  (fig.II.1). Si le système étudié présente des symétries ou des périodicités géométriques, il est possible de réduire le domaine d'étude  $\Omega$  à une partie seulement du système. Dans ce type de problème, les répartitions spatiale et temporelle des champs électriques  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{J}$  et des champs magnétiques  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  sont recherchées dans tout le domaine  $\Omega$  et dans un intervalle de temps  $[0, T]$ . Par définition, notre étude se fera en magnétodynamique.

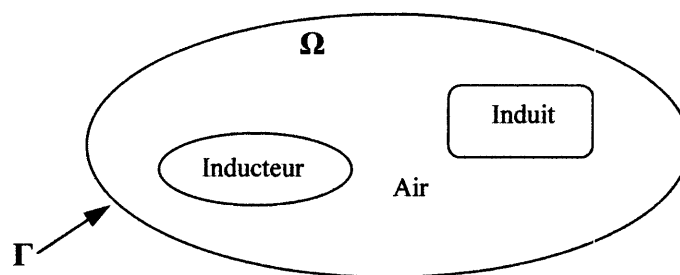


Fig.II.1 Domaine d'étude  $\Omega$ .

Ce chapitre se décompose en deux grandes parties. La première est relative à la formulation du problème électromagnétique. Les équations de Maxwell et les différentes lois de comportement permettant d'obtenir l'évolution des champs magnétiques et électriques seront rappelées. Les conditions aux limites du domaine seront ensuite introduites. Les problèmes dus au terme de mouvement et les différentes techniques de traitement de celui-ci seront étudiés.

Enfin, une formulation en potentiel vecteur permettant de résoudre les différents problèmes d'électromagnétisme sera introduite.

La seconde partie est relative à la modélisation du problème électromagnétique. Les sciences de l'ingénieur permettent de décrire le comportement des systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles dont la résolution nécessite souvent l'utilisation des méthodes numériques.

## **II.1 FORMULATION DU PROBLEME ELECTROMAGNETIQUE<sup>1</sup>**

### **II.1.1 EQUATIONS DE MAXWELL**

En général, l'étude des systèmes électromagnétiques nécessite la description du champ électrique et magnétique dans les différents milieux du dispositif et les interactions qui en découlent. Les répartitions spatiale et temporelle des champs magnétiques et électriques sont obtenues par les équations de Maxwell :

$$\mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{div} \mathbf{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\mathbf{div} \mathbf{D} = \rho \quad (2.4)$$

avec  $\mathbf{H}$  le champ magnétique (A/m),  $\mathbf{B}$  l'induction magnétique (T),  $\mathbf{E}$  le champ électrique (V/m),  $\mathbf{D}$  l'induction électrique (C/m<sup>2</sup>),  $\mathbf{J}$  la densité de courant (A/m<sup>2</sup>),  $\rho$  la densité volumique de charges (C/m<sup>3</sup>) et  $t$  le temps (s).

Dans ce système d'équations, les relations (2.1) et (2.2) expriment le couplage entre les grandeurs électriques et magnétiques.

Ces équations décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques mais actuellement, on ne peut pas les résoudre directement, dans la plupart des cas. De plus, selon les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables ; les équations se découplent alors, en donnant naissance à des modèles plus simples.

Dans la plupart des problèmes d'électrotechnique, le courant de déplacement introduit par le terme  $\partial \mathbf{D} / \partial t$  est négligé devant celui de conduction  $\mathbf{J}$ . le système est alors quasi-stationnaire. Dans ces conditions, on obtient la forme locale du théorème d'Ampère :

---

<sup>1</sup> Nous adoptons les conventions suivantes :

- Les grandeurs vectorielles sont écrites en caractère gras.
- Les grandeurs scalaires sont écrites en caractère standard.



$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.5)$$

ce qui induit la conservation de la densité de courant :

$$\text{div } \mathbf{J} = 0 \quad (2.6)$$

la densité volumique de charge est considérée comme nulle ( $\rho = 0$ ), l'équation (2.4) se simplifie alors, et prend la forme suivante :

$$\text{div } \mathbf{D} = 0 \quad (2.7)$$

Les cinq champs vectoriels précédents ne sont pas aussi indépendants les uns des autres, leur liaison est fonction du milieu où ils règnent. Différents matériaux soumis aux excitations électromagnétiques identiques se comportent différemment, alors, pour définir complètement les phénomènes électromagnétiques à l'intérieur d'un milieu, on rajoute aux équations précédentes les lois dites de comportement des milieux.

## II.1.2 LOIS DE COMPORTEMENT

Le comportement électrique et magnétique des différents milieux du domaine est pris en compte par les lois de comportement. Celles-ci lient les différents champs magnétiques et électriques entre eux. Ces relations mettent en jeu non seulement les champs eux-mêmes mais aussi des variables, comme la température ou bien encore les contraintes mécaniques. On supposera dans la suite ces variables constantes. Ainsi, les lois ne dépendent alors que des champs. Dans un problème d'électrotechnique, la conductivité électrique est généralement supposée constante dans chaque milieu. On obtient alors une relation de la forme :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.8)$$

avec  $\sigma$  la conductivité électrique ( $\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ ). Pour le comportement magnétique, si le matériau n'est pas ferromagnétique, le modèle est linéaire de la forme :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (2.9)$$

avec  $\mu_0$  la perméabilité de l'air et  $\mu_r$  la perméabilité relative. Pour les matériaux ferromagnétiques, on peut utiliser des modèles relativement complexes qui prennent en compte le phénomène d'hystérésis. Mais leur introduction dans des modèles numériques conduit à une augmentation du temps de calcul qui peut être acceptable en 2D mais plus du tout en 3D. Aussi

on préférera utiliser, dans le cas de matériaux ferromagnétiques doux, une relation de la forme (2.9) avec  $\mu_r$  qui peut dépendre ou non de  $\mathbf{H}$ .

Dans le cas des matériaux durs (aimants permanents), le phénomène de rémanence est introduit, et on obtient une loi de la forme :

$$\mathbf{B} = \mu_a \mathbf{H} + \mathbf{B}_r \quad (2.10)$$

avec  $\mathbf{B}_r$  l'induction rémanente et  $\mu_a$  la perméabilité magnétique de l'aimant qui est supposée constante et proche de la perméabilité de l'air.

Pour le comportement électrique, la relation diélectrique est de la forme :

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.11)$$

avec  $\varepsilon$  est la permittivité électrique.

Selon les matériaux utilisés,  $\mu$ ,  $\sigma$  et  $\varepsilon$  peuvent être soit des scalaires, modélisant alors le comportement de matériaux isotropes, soit des tenseurs qui permettent de tenir compte des effets d'anisotropie.

Le terme  $\mathbf{J}$  regroupe l'ensemble des densités de courants. Ces courants peuvent être des courants induits (dans la charge) ou imposés (dans l'inducteur).

### II.1.3 CONDITIONS DE PASSAGE

Par ailleurs, les équations de Maxwell entraînent, aux interfaces entre deux milieux de propriétés physiques différentes, les conditions de passage suivantes :

- La conservation de la composante normale de l'induction magnétique :

$$(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.12)$$

- La continuité de la composante tangentielle du champ magnétique :

$$(\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \times \mathbf{n} = 0 \quad (2.13)$$

avec :

$\mathbf{n}$  : vecteur unitaire normal à l'interface dirigé du milieu 1 vers le milieu 2.

L'équation (2.6) implique la condition de continuité de la composante normale de la densité du courant de conduction aux interfaces entre deux milieux de conductivités électriques différentes :

$$(\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.14)$$

### II.1.4 CONDITIONS AUX LIMITES

La résolution du système composé des équations de Maxwell et des lois de comportement admet une infinité de solutions. Par conséquent, pour assurer l'unicité de la solution, des conditions aux limites du domaine sont imposées.

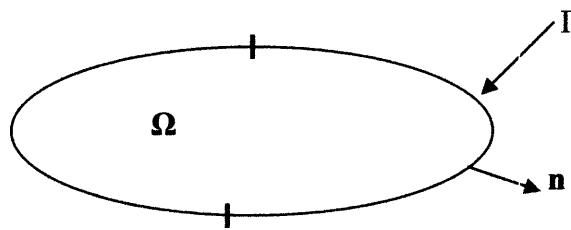


Fig.II.2 Conditions limites  $\Gamma$ .

Les conditions données par les équations (2.12) et (2.13) définissent la liaison entre les grandeurs de deux milieux magnétiquement différents. Ces relations combinées avec les relations (2.9) et  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$  deviennent :

$$\text{rot } \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{n} = \text{rot } \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{n} \quad (2.15)$$

$$\left( \frac{1}{\mu_2} \text{rot } \mathbf{A}_2 - \frac{1}{\mu_1} \text{rot } \mathbf{A}_1 \right) \times \mathbf{n} = 0 \quad (2.16)$$

Généralement les conditions aux limites peuvent être comme suit :

- Condition de Dirichlet. La valeur du potentiel vecteur est imposée à la surface  $\Gamma$  du domaine de résolution :

$$\mathbf{A} \Big|_{\Gamma} = \mathbf{A}_0 \quad (2.17)$$

- Condition de Neumann. La dérivée du potentiel vecteur par rapport à la normale à la surface  $\Gamma$  est imposée :

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} = \mathbf{A}_n \quad (2.18)$$

### II.1.5 COURANTS INDUITS ET COURANTS IMPOSES

Les modèles magnétodynamiques s'appliquent aux dispositifs électrotechniques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient en fonction du temps. Les champs électrique et magnétique sont couplés par la présence des courants induits [31].

Les ingénieurs électriciens se sont intéressés aux courants induits depuis longtemps, et ces courants étaient distingués comme une entité à part dans le domaine de l'électromagnétisme depuis que Foucault a découvert leur nature [32]. Les effets des courants induits peuvent être bénéfiques ou néfastes [33].

Dans certains dispositifs, les courants induits sont indésirables parce qu'ils engendrent des pertes, comme dans les machines électriques. Il en résulte des échauffements qui constituent une contrainte sévère aux conditions de fonctionnement du système [33]. Dans d'autres dispositifs, les courants induits sont bénéfiques et donc utilisés, comme dans le chauffage par induction et le formage électromagnétique [32]. Dans les deux cas, l'étude des courants induits constitue une partie fondamentale de l'analyse des phénomènes électromagnétiques.

Jusqu'à présent nous avons étudié des systèmes électromagnétiques au repos, dans un repère supposé galiléen. Dans le cas d'une charge en mouvement, qui est le cas du magnétoformage, les courants induits apparaissent à première vue comme étant dus à deux aspects. Le premier, pour une position donnée, correspond à l'apparition des courants induits dus à la variation temporelle de l'excitation, gouverné par le postulat de Maxwell-Faraday [34]. Le deuxième aspect correspond à l'apparition des courants induits dus au mouvement conformément à la loi de Lorentz. D'après Lenz, il s'agit de deux aspects d'un même phénomène, leurs effets s'opposent à l'action qui leur a donné naissance. En mouvement l'équation (2.8) devient :

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.19)$$

avec  $\mathbf{v}$  est la vitesse au point considéré.

Dans l'équation (2.5), le terme  $\mathbf{J}$  regroupe l'ensemble des densités de courants. La densité des courants d'excitation  $\mathbf{J}_{\text{ex}}$  qui alimentent le dispositif électrotechnique doit être connue. Ainsi la quantité  $\sigma \mathbf{E}$  peut être décomposée en une partie imposée et connue  $\mathbf{J}_{\text{ex}}$  et une partie due au champ électrique induit, pour laquelle on gardera la notation  $\sigma \mathbf{E}$ . On peut, de manière tout à fait formelle, transformer l'équation (2.19) en :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_{\text{ex}} + \sigma (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.20)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{ex}} + \mathbf{J}_{\text{ind}}$$

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.21)$$

où  $\mathbf{J}_{\text{ind}}$  est la densité de courant induit.

### II.1.6 EQUATION DE DIFFUSION ELECTROMAGNETIQUE

Le cadre des régimes quasi-stationnaire néglige les phénomènes de propagation mais pas les phénomènes d'induction. Dans la plupart des cas, suivant la géométrie des dispositifs, un choix judicieux de la variable d'état nous permet de réduire le nombre d'inconnues donnant naissance à des modèles plus simples.

A partir des équations (2.2) et (2.3), on définit le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  telle que l'induction  $\mathbf{B}$  dérive dans l'espace de position de celui-ci, et on montre aussi que le champ électrique dérive dans le temps du potentiel vecteur magnétique et dans l'espace du potentiel scalaire électrique  $V$ , d'où :

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (2.22)$$

$$\text{rot} \left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.23)$$

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = - \text{grad } V \quad (2.24)$$

Classiquement, on suppose que le potentiel scalaire  $V$  constant ou carrément nul à l'infini (le champ électrique  $\mathbf{E}$  est généré uniquement par la variation temporelle de  $\mathbf{B}$ ) d'où on obtient [35]:

$$\mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.25)$$

Les équations de Maxwell forment un système d'équations différentielles vectorielles difficile à résoudre. La résolution fait intervenir des grandeurs intermédiaires vectorielles ou scalaires permettant de diminuer cette complexité. L'utilisation de ces variables constitue une formulation.

#### II.1.6.1 FORMULATION EN POTENTIEL VECTEUR $\mathbf{A}$

Dans notre étude 2D, nous avons choisi la formulation en potentiel vecteur magnétique. Elle présente l'avantage d'avoir une seule composante de  $\mathbf{A}$  à calculer, perpendiculaire au plan d'étude.

En combinant la relation (2.22) avec la relation (2.5), et la relation magnétique ( $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ ). Nous obtenons :

$$\text{rot}(\nu \text{rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad (2.26)$$

où :  $\nu = \frac{1}{\mu}$  représente la réductivité magnétique.

Ainsi on obtient, en rassemblant les équations (2.26), (2.25) et (2.20) ; l'équation de la magnétodynamique.

$$\text{rot}(\nu \text{rot } \mathbf{A}) + \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_{\text{ex}} \quad (2.27)$$

Cette équation est appelée équation de diffusion électromagnétique de la grandeur  $\mathbf{A}$  qui décrit le système de magnétoformage.

L'association de l'équation de diffusion et des conditions aux limites assurent l'unicité de l'induction mais ne définit pas de manière unique le potentiel vecteur magnétique d'où la nécessité une contrainte supplémentaire, le potentiel vecteur magnétique doit satisfaire la jauge de Coulomb, soit :

$$\text{div } \mathbf{A} = 0$$

### II.1.6.2 PHENOMENES LIES AU MOUVEMENT

Il nous faut dans l'évaluation du champ électrique créant les courants de Foucault tenir compte du champ électromoteur ( $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ). Le choix du repère a une grande importance dans de tels calculs. Dans le cas où la géométrie du système reste inchangée lors du mouvement, on peut faire les calculs dans un repère fixe. Le terme  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  est alors explicite [33]. Dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque les caractéristiques géométriques varient suivant la direction de la vitesse, le terme  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  doit être pris en compte implicitement, en choisissant un système de référentiel local lié à chaque partie [32].

#### *Formulation dans un repère lie à la charge :*

Lorsque la géométrie du système varie lors du mouvement, le calcul des courants induits ne peut plus s'effectuer en se basant sur l'équation (2.27). Le problème doit ainsi être décrit différemment, en exprimant l'équation (2.27) dans un repère mobile lié à la pièce en mouvement, ce qui donne :

$$\text{rot} (\mathbf{v} \text{ rot } \mathbf{A}) + \sigma \frac{D\mathbf{A}}{Dt} = \mathbf{J}_{\text{ex}} \tag{2.28}$$

$$\text{où } \frac{D\mathbf{A}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A}$$

Par conséquent, le mouvement se traduit par le déplacement de la charge. Dans notre système d'étude, le mouvement se traduit par la déformation ou le déplacement de la pièce.

Dans ce modèle l'opérateur (D/Dt) tient compte de la variation totale du flux magnétique à travers le circuit, d'une part, la variation temporelle de l'induction et d'autre part, celle due au déplacement.

### II.1.6.3 CAS DE SYSTEMES AXISYMETRIQUES

Dans une configuration axisymétrique telle que représentée sur la figure (fig.II.3), la formulation utilisant le potentiel vecteur présente l'avantage de n'avoir qu'une seule composante.

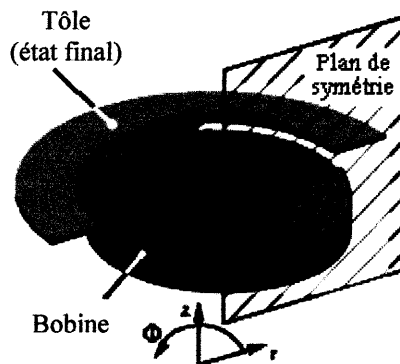


Fig.II.3 Configuration axisymétrique.

Pour un problème axisymétrique,  $\mathbf{B}$  n'a que deux composantes ( $B_r, 0, B_z$ ) où  $B_r$  et  $B_z$  ne dépendent que de  $r$  et  $z$  (coordonnées cylindriques).  $\mathbf{A}$  n'a qu'une seule composante  $A_\theta$  ne dépendant que de  $r$  et  $z$ . De plus, la densité de courant n'a qu'une seule composante suivant  $\theta$ .

$$\mathbf{A} \begin{vmatrix} 0 \\ A_\theta \\ 0 \end{vmatrix} \quad \mathbf{J} \begin{vmatrix} 0 \\ J_\theta \\ 0 \end{vmatrix} \quad \mathbf{B} \begin{vmatrix} B_r \\ 0 \\ B_z \end{vmatrix}$$

Sachant qu'en coordonnées axisymétriques, nous avons :

$$\text{rot } \mathbf{A} : \begin{cases} -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} & \mathbf{e}_r \\ 0 & \mathbf{e}_\theta \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) & \mathbf{e}_z \end{cases}$$

Dans ces conditions, la formulation vectorielle (2.28) se réduit à :

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{v}{r} \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) + \sigma \frac{D A_\theta}{D t} = J_{\text{ex}\theta} \quad (2.29)$$

Si nous considérons comme inconnue du problème, le potentiel vecteur magnétique modifié A tel que :

$$A = r A_\theta \quad (2.30)$$

Et si on note pour la commodité de l'écriture,  $J_{\text{ex}\theta} = J_{\text{ex}}$ , l'équation (2.29) devient :

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\sigma}{r} \frac{D A}{D t} = J_{\text{ex}} \quad (2.31)$$

### II.1.7 SOLUTION AU PROBLEME DU TERME DE VITESSE

De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude des courants induits dus à la variation temporelle des phénomènes inducteurs mais assez peu lorsque le terme de mouvement cohabite avec la variation temporelle du champ inducteur [36]. Les travaux qui ont été réalisés en utilisant des méthodes numériques comme les méthodes des différences finies, volumes finis et éléments finis [15,36], ont montré que l'existence du terme de vitesse dans l'équation du champ magnétique rend sa résolution délicate et conduit à une solution numérique instable (induit des oscillations non-physiques).



### II.1.7.1 LA GEOMETRIE NE VARIE PAS LORS DU MOUVEMENT :

Dans ce cas, le remède à cette situation est bien connu dans le cadre des différences finies ou éléments finis. Il consiste à utiliser le décentrage de maille ; en contrepartie, cela engendre une perte de précision numérique, la solution physique du problème restant cependant acceptable [36]. Plusieurs méthodes de décentrage de maille ont été proposées [15], [36] et sont exposées ci-après.

- **Viscosité artificielle** : cette méthode s'inspire des différences finies monodimensionnelles qui montrent que le décentrage du point d'intégration est équivalent au calcul sans décentrage en ajoutant un terme généralement désigné par « viscosité artificielle », dans l'équation du champ magnétique cela revient à ajouter une réductivité artificielle à la réductivité physique.
- **Formule de quadrature décentrée** : cette approche consiste à généraliser aux éléments finis rectangulaires l'approche monodimensionnelle du décentrage du point d'intégration. L'idée est de remplacer l'expression de l'intégrale du terme  $\nabla \cdot \mathbf{grad} \alpha_j$  ( $\alpha_j$  : fonction de projection) par le produit de la surface ( $\Omega$ ) et de la valeur de la fonction en un point du domaine.
- **Méthode de Petrov-Galerkine** : cette méthode consiste à introduire des fonctions de pondération décentrées.

### II.1.7.2 LA GEOMETRIE VARIE LORS DU MOUVEMENT

Dans le cas de systèmes à géométrie variable dans le temps, cela conduit à une équation du type (2.28) où le terme de vitesse disparaît par contre la modélisation du mouvement dans de tels cas pose le problème de la continuité des champs entre les parties fixes et mobiles à cause de la déformation du maillage[15]. Plusieurs approches ont été développées pour assurer la jonction entre les deux parties, la manière la plus évidente est le remaillage à chaque pas de temps.

- **Méthodes hybrides** : elles reposent sur la combinaison de la méthode des éléments finis avec des techniques de résolution différentes. Alors que le reste du problème est classiquement maillé en éléments finis, l'entrefer des machines électriques est modélisé par une méthode analytique [33] (par exemple le macro-élément), ou la méthode des intégrales de frontières [37]. Elles ont été adaptées aussi pour l'étude du formage électromagnétique, mais se restreignent aux cas de déformations uniformes.

- **Méthodes avec surface de glissement [15]** : dans cette méthode, on considère que les régions du dispositif peuvent être réparties en deux maillages indépendants, glissant l'un par rapport à l'autre, et qu'il s'agit de reconnecter à chaque nouvelle position relative (fig.II.4). L'avantage de cette technique est d'éviter la distorsion du maillage durant le mouvement, mais elle ne peut être utilisée pour l'étude du magnétoformage car on ne peut pas considérer le déplacement de la charge comme étant un glissement.

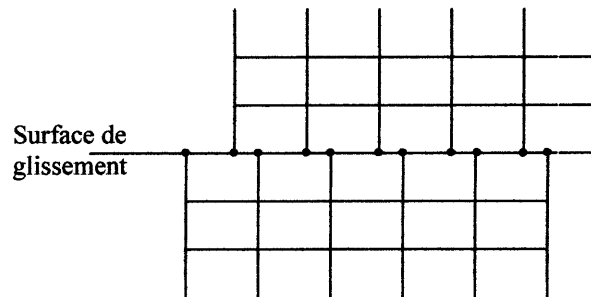


Fig.II.4 Maillages indépendants avec surface de glissement.

- **Méthodes de remaillage** : dans un problème avec mouvement, les positions relatives des régions fixes et mobiles varient dans le temps, et on peut donc envisager de remailler, à chaque pas calcul, la nouvelle géométrie qui en résulte. En pratique, le mouvement est pris en compte à l'aide d'une couche d'éléments finis placés dans l'interface constituée par l'entrefer. Cette couche peut occuper toute la région de l'entrefer ou une partie de celle-ci. Cette technique est connue sous le nom de « bande de mouvement » [15]. A chaque pas de déplacement de la partie mobile, les éléments de la bande de mouvement se déforment. Lorsque au bout de quelques pas de calcul, la limite de distorsion est atteinte, alors on remaille l'entrefer. Cette méthode permet d'obtenir des résultats numériques proches des résultats expérimentaux.

- **Technique de la bande de mouvement** : cette technique a été aussi adaptée pour l'étude du formage électromagnétique [15]. Elle consiste à créer une bande géométrique subdivisée en sous-régions occupant la charge et une partie de l'air environnant (Fig.II.5). L'induit se déplace d'une distance égale ou multiple de la largeur d'une sous-région. Ainsi, on peut simuler le déplacement durant son mouvement tout en gardant le même maillage éléments finis. L'approche proposée permet de traiter des dispositifs en déplacement rectiligne sans déformation tout en gardant le même maillage et sans avoir à modifier sa topologie pendant toute la durée de simulation. Néanmoins, elle se limite aussi aux cas de dispositifs à géométrie invariante lors du mouvement.

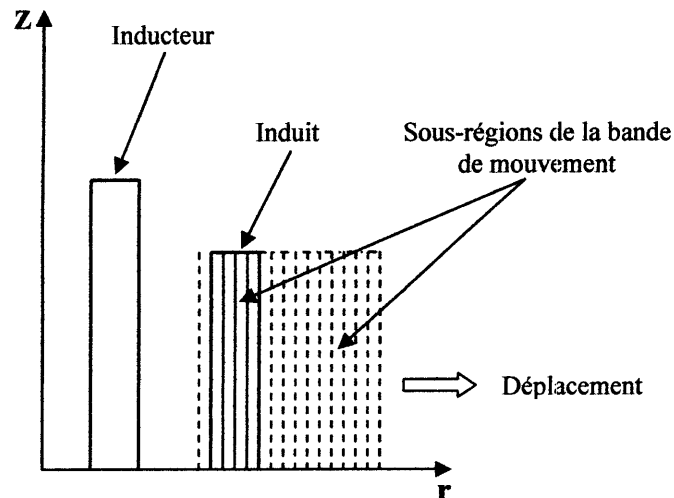


Fig.II.5 Simulation du mouvement par la technique de la bande de mouvement.

## II.2 MODELISATION NUMERIQUE DU PROBLEME ELECTROMAGNETIQUE

Le développement d'un système doit s'appuyer non seulement sur l'expérimentation mais aussi sur un modèle de comportement du dispositif en cours de conception. Ainsi, il est possible de prévoir les conséquences de différents choix (configuration géométrique, choix des matériaux,...) sans avoir à réaliser un prototype. L'utilisation de la modélisation a donc un intérêt économique évident. Cependant, tout outil de modélisation doit être manipulé en connaissant parfaitement les hypothèses simplificatrices utilisées.

Le phénomène courant de Foucault est modélisé à l'aide des équations de Maxwell. Les gros progrès réalisés dernièrement dans la résolution de ces équations par des méthodes numériques (élément finis, équations intégrales) doivent être exploités. Nous allons présenter un certain nombre de méthodes de résolution en mettant en évidence leurs avantages et leurs limitations.

### II.2.1 METHODES DE RESOLUTION

Pour la résolution du problème électromagnétique, plusieurs méthodes existent, nous citons :

1. **Résolution analytique** : ce sont les premières méthodes utilisées, elles consistent à résoudre l'équation différentielle analytiquement avec la technique de séparation des variables. Elles sont

d'emploi restreint à des géométries simples dans une approche unidimensionnelle ou quelquefois dans des problèmes bidimensionnels et tridimensionnels.

**2. Méthodes des équations intégrales :** ce sont des méthodes semi-analytiques qui ne résolvent pas directement l'équation de diffusion. Elles font usage de l'expression analytique du potentiel vecteur magnétique donné par la formule intégrale de Biot et Savart. On distingue la méthode des intégrales de frontières et la méthode des circuits couplés. Elles sont d'une mise en œuvre relativement simple et exploitée dans les problèmes de milieux linéaires.

**3. Méthode des différences finies :** c'est une méthode qui résout directement l'équation différentielle. Elle consiste à remplacer le milieu continu dans lequel l'équation est applicable, par un réseau de points auxquels s'applique l'équation discrétisée. Cette dernière est obtenue en remplaçant l'opérateur différentiel par l'opérateur aux différences. Elle permet de tenir compte de la non-linéarité des milieux et aboutit à une formulation relativement simple dans le cas des géométries simples. Mais elle conduit à des imprécisions lorsque la variation de l'inconnue recherchée est de la forme exponentielle si on veut aboutir à un système de taille raisonnable [38]. Si on veut gagner en précision, la densité nodale du réseau maillé devient importante ce qui augmente fortement la taille des systèmes à résoudre.

**4. Méthode des volumes finis :** Le domaine est divisé en un nombre fini d'éléments de volumes entourant un point P et l'équation est intégrée sur chaque élément. Dans cette méthode, contrairement à la méthode des différences finies, la variation linéaire de l'inconnue peut être remplacée par d'autres fonctions d'interpolation. On peut alors approcher par sous domaines en fonction de la variation de la grandeur, en y choisissant une interpolation convenable [39].

**5. Méthode des éléments finis [15] :** La méthode des éléments finis est bien adaptée à la résolution d'équations aux dérivées partielles sur des domaines à géométrie complexe, linéaire et non linéaire : On cherche tout d'abord à exprimer, à partir du modèle local, constitué des équations aux dérivées partielles et des conditions aux limites, une formulation intégrale qui porte sur le domaine de résolution. Cette présentation intégrale peut se faire à partir de l'une des deux méthodes, la formulation variationnelle (méthode de Ritz) ou la méthode des résidus pondérés (méthode de Galerkin). La première concerne les milieux pour lesquels on peut exprimer l'énergie du système tandis que la seconde procédure est plus générale et ne nécessite pas la connaissance de l'expression de cette énergie.

## II.2.2 METHODE DES ELEMENTS FINIS

Appliquée à la conception des structures électromagnétiques, la méthode des éléments finis est devenue un outil très répandu, elle consiste à chercher une solution approchée à partir d'une discrétisation du domaine d'étude sur lequel les équations de Maxwell sont résolues.

Cette méthode permet de déterminer un champ scalaire ou vectoriel satisfaisant à un ensemble d'équations aux dérivées partielles et d'équations ordinaire en tout point du domaine d'étude et à tout instant, tout en respectant les conditions aux limites.

Si le temps n'apparaît pas comme variable dans la formulation du problème, ce dernier est dit stationnaire, sinon c'est un problème d'évolution temporel.

Le domaine, dans lequel est effectuée la simulation, est décomposé en parties appelées éléments finis sur lesquels sont construites des solutions approchées. Les inconnues sont les valeurs de la solution en un ensemble de points finis qui sont les nœuds de la discrétisation.

Généralement, pour les problèmes électromagnétiques, la méthode des éléments finis est associée avec la méthode variationnelle ou la méthode des résidus pondérés. Dans le premier cas, la méthode consiste à chercher une fonctionnelle qui correspond à l'équation physique du problème qui va être minimisée par la suite. Par contre, dans la méthode des résidus pondérés on utilise directement l'équation physique du problème à étudier [35]. Ce qui facilite la compréhension et l'application de cette méthode par rapport à la méthode variationnelle.

La mise en œuvre de la méthode nécessite de :

- 1- discrétiser le domaine d'étude sur la trame d'un maillage en éléments finis
- 2- intégrer l'équation physique du problème sur chaque élément en utilisant les fonctions d'interpolation définies au sens des éléments finis
- 3- effectuer une opération d'assemblage des équations algébriques sur tout le domaine
- 4- résoudre le système obtenu en prenant en compte les conditions aux limites.

En ce qui concerne la discrétisation temporelle, l'approche classique de la méthode des différences finies est utilisée.

### II.2.2.1 FORMULATION PAR LA METHODE DES RESIDUS PONDERES

Considérons un système physique dont le comportement est représenté par l'équation aux dérivées partielles linéaire dans le domaine  $\Omega$  de frontière  $\Gamma$  :

$$L(u) - f = 0 \quad (2.32)$$

Les fonctions  $u$  et  $f$  peuvent être dépendantes de plusieurs variables. Nous limiterons le nombre de variables indépendantes à 2. Elles sont généralement les coordonnées géométriques  $x$  et  $y$ .

Ce problème peut être, résolu par une méthode des résidus pondérés. Le principe de base de cette méthode consiste à introduire dans le résidu :

$$R(u) = L(u) - f \quad (2.33)$$

une fonction d'interpolation susceptible de vérifier les conditions aux limites et de choisir autant de critères qu'il y a d'inconnues à déterminer. Ces critères consistent à annuler une expression de la forme :

$$\int_{\Omega} w R(u) d\Omega = 0 \quad (2.34)$$

où  $w$  est une pondération dont la forme varie en fonction des diverses variantes de la méthode. Les principales sont :

- Collocation par points
- Collocation par sous-domaines
- Galerkinge
- Moindres carrés

#### *Formulation par la méthode de Galerkinge :*

La méthode de Galerkinge est une méthode de résidus pondérés consistant à choisir comme pondération, les fonctions de base qui ont servi à construire la fonction d'interpolation.

A partir de la forme générale (2.34)

$$\int_{\Omega} w R(u) d\Omega = 0$$

on choisit :  $w = \{N\}$

ceci permet d'écrire la méthode de Galerkin sous forme :

$$W = \int_{\Omega} \{N\} R(u) d\Omega = 0 \quad (2.35)$$

Le vecteur  $\{N\}$  représente ici les fonctions de base de l'approximation nodale de façon globale, c'est-à-dire valide sur l'ensemble du domaine  $\Omega$ . Cependant nous savons que les fonctions  $N$  sont définies seulement sur des sous domaines élémentaires donc il est évident que la relation précédente ne peut être écrite en pratique. Nous utilisons donc la propriété de l'intégrale qui consiste à formuler l'intégrale d'un tout comme la somme des intégrales des parties connexes; ainsi l'expression précédente devient :

$$W = \sum \int_e \{N\} R(\{N\}\{u\}) d\Omega = 0 \quad (2.36)$$

où les fonctions d'interpolations  $N$  sont alors associées spécifiquement à un élément à ses inconnues, mais expriment aussi le fait que les autres inconnues ne participent pas à l'approximation.

Cette formulation est discrétisée avec des éléments triangulaires du premier ordre (fig.II.6) où on calcule les valeurs de  $u$  aux différents nœuds du maillage. Pour un point donné appartenant à un élément  $\Omega^e$  du domaine, la valeur de  $u$  est obtenue par une interpolation linéaire des valeurs nodales  $u_i$  comme suit :

$$u = \sum_{i=1}^3 N_i u_i \quad (2.37)$$

avec  $N_i$  fonction d'interpolation linéaire qui s'exprime dans :

- l'élément réel  $\Omega^e$  (figure.II.6) sous la forme :

$$\begin{aligned} N_1(x, y) &= \frac{1}{2S} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \\ N_2(x, y) &= \frac{1}{2S} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \\ N_3(x, y) &= \frac{1}{2S} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \end{aligned} \quad (2.38)$$

avec :

$$2S = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) \quad (2.39)$$

- l'élément de référence  $\Omega^r$  (figure.II.7) sous la forme :

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= 1 - \xi - \eta \\ N_2(\xi, \eta) &= \xi \\ N_3(\xi, \eta) &= \eta \end{aligned} \quad (2.40)$$

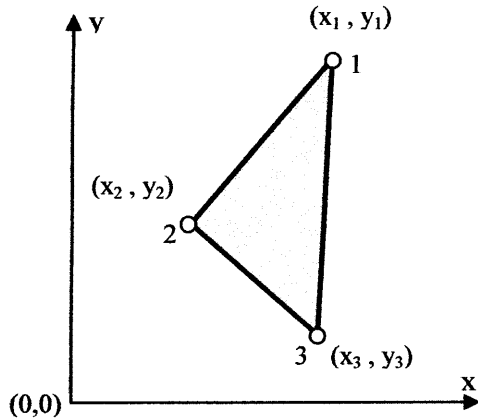


Fig.II.6 Elément réel.

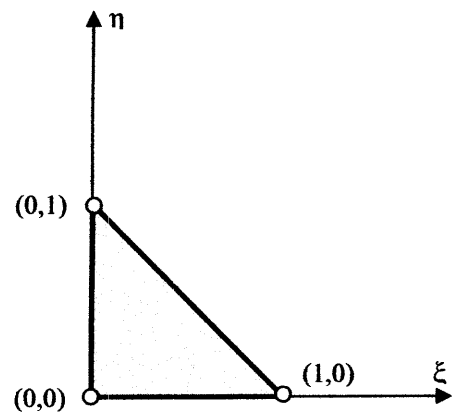


Fig.II.7 Elément de référence.

Une intégrale sur l'élément réel peut être transformée en une intégrale sur l'élément de référence comme suit :

$$\iint_{\Omega^e} u(x, y) dx dy = \iint_{\Omega^r} u(\xi, \eta) \det(j_L) d\xi d\eta \tag{2.41}$$

où  $j_L$  est la matrice Jacobienne, elle est définie en 2D comme suit :

$$j_L = \begin{bmatrix} \sum_{i=1,n} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1,n} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1,n} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1,n} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

avec,  $n$  : le nombre de nœuds par élément.

Après l'assemblage des formes intégrales élémentaires, on obtient le système algébrique suivant :

$$[K]\{u\} = \{F\} \tag{2.43}$$

Avec,  $[K]$  : matrice globale,

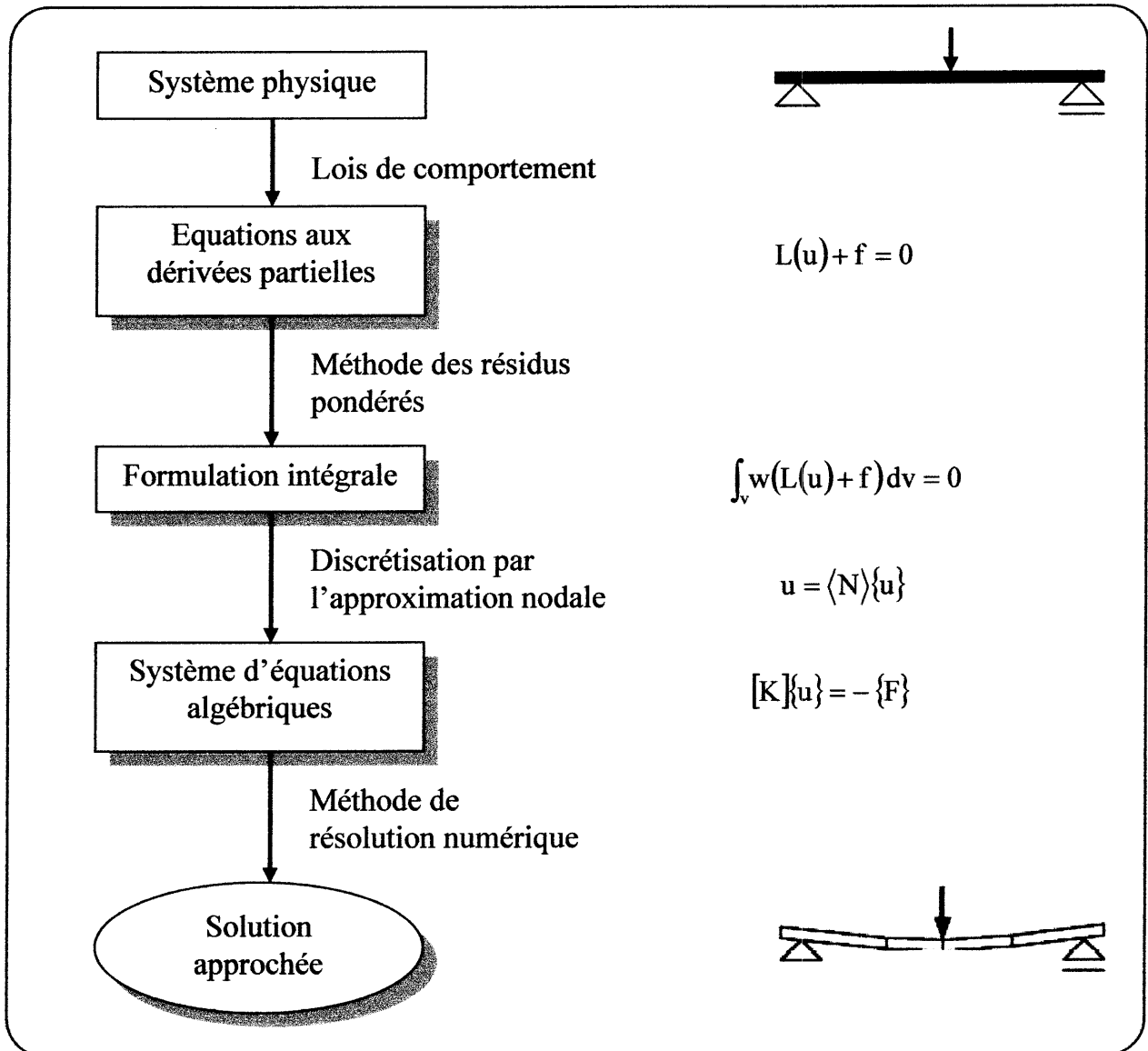
$\{u\}$  : vecteur inconnu,

$\{F\}$  : vecteur source global.

Le schéma global conduisant à la simulation numérique d'un système physique par la méthode des éléments finis est résumé au tableau (II.1).



Tableau.II.1 : Principales étapes de la simulation d'un problème physique par la méthode des éléments finis.



## II.2.3 FORMULATION ELEMENTS FINIS DE L'EQUATION MAGNETIQUE

### II.2.3.1 DISPOSITIF ETUDIE

En considérant la configuration de la figure (Fig.II.3) qui consiste à mettre un inducteur spiral face à la charge circulaire et si on néglige l'hélicité des spires (celles-ci sont supposées circulaires coaxiales), le système montrant une symétrie de révolution est donc axisymétrique et le problème peut être ramené à un problème 2D (Fig.II.8) où le potentiel magnétique est perpendiculaire au plan d'étude.

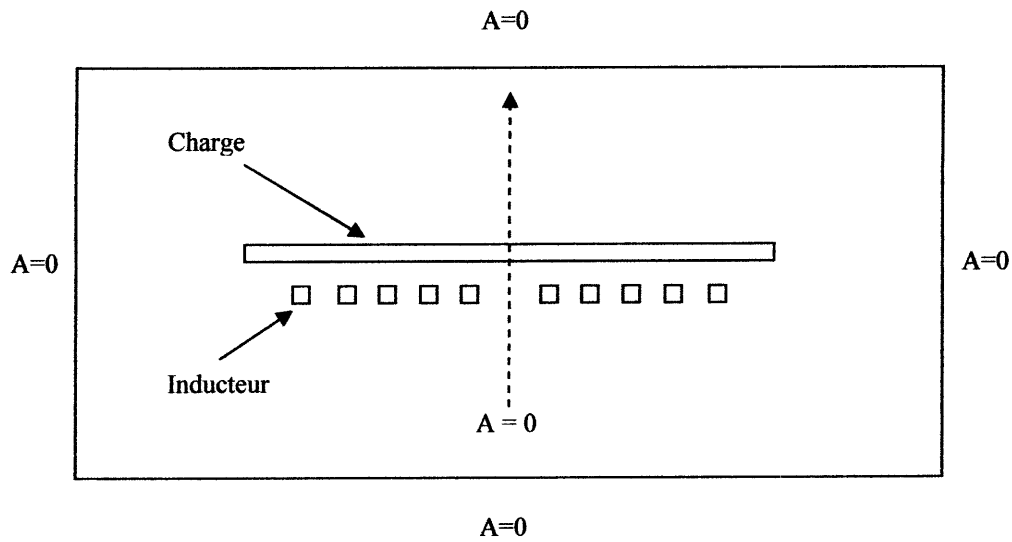


Fig.II.8 Domaine de résolution.

**II.2.3.2 DISCRETISATION TEMPORELLE**

Afin de résoudre l'équation (2.31) en transitoire, on est amené à traiter le terme de dérivée par rapport au temps. La discrétisation du temps par la méthode des différences finies permet de considérer les variations non sinusoïdales [33]. L'opérateur de dérivation par rapport au temps peut être obtenu à partir d'un développement limité en séries de Taylor de la fonction  $A(t)$ . Parmi les différents choix possibles, on utilise en général le schéma implicite (inconditionnellement stable, mais dont la précision est liée à la valeur du pas de temps), qui aboutit à :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \frac{v}{r} \frac{\partial A(t + \Delta t)}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{v}{r} \frac{\partial A(t + \Delta t)}{\partial z} \right] - \frac{\sigma}{r} \frac{A(t + \Delta t)}{\Delta t} + \frac{\sigma}{r} \frac{A(t)}{\Delta t} + J_{ex}(t + \Delta t) = 0 \tag{2.44}$$

où  $\Delta t$  est le pas de temps,  $A(t)$  le potentiel vecteur à l'instant  $t$  et  $A(t + \Delta t)$  est le potentiel vecteur à l'instant  $t + \Delta t$ .

**II.2.3.3 FORMULATION INTEGRALE**

Cette formulation est obtenue en appliquant la méthode de Galerkinge à l'équation (2.44). Pour la simplicité, la formulation a été exécutée terme par terme.

a- *Le premier terme dans l'équation (2.44). C'est :*

$$\int_{\Omega} N^t \left[ \frac{\partial}{\partial r} v \frac{\partial A(t + \Delta t)}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial A(t + \Delta t)}{\partial z} \right] dr dz \quad (2.45)$$

Ce terme, après intégration par parties, résulte en deux intégrales :

- Le première intégrale, exprime les conditions aux limites du système.

Rappelons :

$$H_r = -v \frac{\partial A_{\theta}}{\partial z} = -\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{et} \quad H_z = \frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r}$$

le première intégrale dans l'équation (2.45) peut être écrite comme suit :

$$\int_{\Omega} \text{div} (j N^t H_z - i N^t H_r) dr dz$$

En appliquant le théorème de la divergence, nous obtenons :

$$\oint_L N^t (j H_z - i H_r) \cdot \mathbf{n} dl$$

où  $\mathbf{n}$  est un vecteur unitaire normal au point considéré de la frontière.

Nous obtenons les conditions de Neumann sur le plan de symétrie. Pour les conditions aux limites de type Dirichlet, la fonction de la forme  $N^t$  est égale à zéro sur les frontières du domaine où les potentiels sont imposés. Cette frontière est choisie de manière adéquate.

- Le deuxième intégrale dans l'équation (2.45) fournit la matrice élémentaire. Pour un élément  $\Omega^e$  la relation devient :

$$-\frac{1}{r_0} \int_{\Omega^e} \mathbf{grad} N^t v \mathbf{grad} N A(t + \Delta t) dr dz \quad (2.46)$$

En utilisant l'élément de référence, nous obtenons :

$$-\frac{1}{r_0} \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \mathbf{grad} N^t v \mathbf{grad} N A(t + \Delta t) \det(\mathbf{j}_L) d\xi d\eta$$

Où  $r$  est remplacé par  $r_0$ , le centre d'élément  $\Omega^e$ .

b- *Le deuxième terme dans l'équation (2.44). Le terme  $-\sigma A(t + \Delta t)/(r \Delta t)$  dans l'équation (2.44), après l'application de la méthode de Galerkin, devient :*

$$-\frac{\sigma}{r_0 \Delta t} \int_{\Omega^e} N^t N A(t + \Delta t) drdz \quad (2.47)$$

ou, dans l'élément de référence :

$$-\frac{\sigma}{r_0 \Delta t} \int_0^1 \int_0^{1-\eta} N^t N A(t + \Delta t) \det(j_L) d\xi d\eta$$

**c- Le troisième terme dans l'équation (2.44).** Ce terme est semblable au deuxième terme, mais avec  $A(t)$  représente le potentiel connu du pas antérieur. Contrairement au deuxième terme, ce terme est introduit comme un vecteur de courants induits. Il donne :

$$\frac{\sigma}{r_0 \Delta t} \int_{\Omega^e} N^t N A(t) drdz \quad (2.48)$$

**d- Le quatrième terme dans l'équation (2.44).** Ce terme contient la densité de courant externe  $J_{ex}(t+\Delta t)$ , et après l'application de la méthode de Galerkin on obtient :

$$\int_{\Omega^e} N^t J_{ex}(t + \Delta t) drdz = \int_0^1 \int_0^{1-\eta} N^t J_{ex}(t + \Delta t) \det(j_L) d\xi d\eta \quad (2.49)$$

Le système algébrique à résoudre dans ce cas sera donc donné par la relation matricielle suivante :

$$[SS]\{A\}^{(t+\Delta t)} = \{Q\} \quad (2.50)$$

Avec,  $[SS]$  : matrice de rigidité magnétique,

$\{A\}$  : vecteur du potentiel magnétique,

$\{Q\}$  : vecteur densité de courant électrique.

$\{A\}^{(t+\Delta t)}$  est le vecteur correspondant aux valeurs du potentiel vecteur magnétique aux nœuds du maillage à l'instant  $(t + \Delta t)$ . Ce vecteur est obtenu en résolvant le système (2.50).

### **II.3 CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous avons exposé le modèle magnétodynamique dans le cas des systèmes avec une partie mobile. Dans ces cas. Il faut tenir compte du champ électromoteur. Le choix du repère a une grande importance dans de tels calculs. Notre cas est caractérisé par une déformation géométrique lors du mouvement, ce qui nous impose de considérer l'approche de l'opérateur  $D/Dt$ .

Le calcul des grandeurs électromagnétiques, passe par une résolution de l'équation électromagnétique, où nous avons discrétisé l'équation de diffusion en potentiel vecteur magnétique dans le contexte de la méthode des éléments finis.

La conception de dispositifs destinés au magnétoformage nécessite la modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques couplés. Nous nous intéressons au troisième chapitre à la modélisation du problème magnéto-mécanique.



**CHAPITRE III : COUPLAGE MAGNETO-  
MECANIQUE : APPLICATION AU MAGNETOFORMAGE**

## **COUPLAGE MAGNETO - MECANIQUE : APPLICATION AU MAGNETOFORMAGE**

### **INTRODUCTION**

Conformément à la loi de Laplace, l'interaction entre le champ magnétique et les courants induits dans la pièce donne naissance à des forces électromagnétiques pulsatoires intenses qui propulsent la pièce avec des vitesses de quelques centaines de mètres par seconde.

Le déplacement modifie la distribution du champ magnétique et celle de la force [15]. Dans ces cas, le comportement du système électromécanique est régi par l'interaction entre deux phénomènes de nature différente, magnétique et mécanique. La modélisation de ces phénomènes couplés nécessite la solution des équations du champ magnétique et des équations mécaniques.

Une solution analytique du processus est très difficile à obtenir. Par conséquent, une analyse numérique du magnétoformage est nécessaire. Cette analyse numérique doit prendre en considération l'interaction entre la force magnétique et la déformation/le déplacement de la pièce.

Pour la conception d'un système de magnétoformage efficace, il est important de connaître le comportement de la pièce durant l'opération de formage. La pièce constitue la seule partie du système électromécanique dont la géométrie change de manière significative durant l'application de l'impulsion magnétique [1].

Nous nous proposons maintenant de valider les modèles numériques que nous avons développés pour la modélisation des phénomènes électromagnétiques – mécanique, et de les appliquer à un système de formage électromagnétique qui consiste au placage d'un disque mince.

Ce chapitre sera consacré à l'analyse dynamique d'un dispositif de placage libre (Fig.III.2). Dans ce cas, la plaque se déplace sans déformation durant l'opération de magnétoformage. On analysera les phénomènes électromagnétiques et mécaniques avec un modèle couplé magnéto-mécanique.

Les résultats de cette étude sont obtenus en utilisant une programmation sous environnement Matlab.

### III.1 EVOLUTION TEMPORELLE DU COURANT INDUCTEUR

نور

Le système électromagnétique est équivalent à une mise en série d'une résistance  $R_{\text{sys}}$  et d'une inductance  $L_{\text{sys}}$  (Fig.I.20). Lorsqu'une batterie de condensateurs, chargés d'une importante quantité d'électricité, se décharge à travers ce système, le courant délivré est variable au court du temps.

La décharge des condensateurs à travers le circuit est décrite par l'équation différentielle (1.1), si le condensateur est chargé sous une tension  $V_0$ , le courant de décharge est sinusoïdalement amorti et décrit comme suit :

$$I(t) = V_0 \frac{\sqrt{C/L_{\text{sys}}}}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega t} \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

où :

$$\xi = \frac{1}{2} R_{\text{sys}} \sqrt{\frac{C}{L_{\text{sys}}}} \quad \text{et} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{L_{\text{sys}} C}}$$

avec  $R_{\text{sys}}$  représente la résistance du système, et  $L_{\text{sys}}$  l'inductance du système.

### III.2 MODELES DE COUPLAGE MAGNETO-MECANIQUES

Dans les dispositifs électromécaniques où apparaissent les phénomènes magnétiques et mécaniques, le mouvement relatif de la structure, la déformation des matériaux ainsi que les non linéarités magnétiques font que les études des deux phénomènes ne peuvent être effectuées indépendamment. Le développement des modèles du couplage est alors nécessaire.

Le choix du modèle de couplage pour la modélisation de ce type de problème est fonction du niveau d'interaction entre les grandeurs physiques des phénomènes mis en jeu. En général, il existe deux types de modèles de couplage magnéto-mécanique :

- couplage unidirectionnel ou faible.
- couplage fort.

Le couplage unidirectionnel est préconisé dans le cas où les grandeurs physiques (magnétique et mécanique) sont faiblement couplées, alors que le couplage fort consiste à résoudre simultanément les problèmes magnétiques et mécaniques.



### III.3 COUPLAGE MAGNETO-MECANIQUE

La conception de dispositifs destinés au magnétoformage nécessite la modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques couplés. Nous nous intéressons maintenant à la modélisation du problème mécanique dans les configurations d'étude de formage électromagnétique.

Le domaine électromagnétique influe sur le domaine mécanique par intermédiaire des forces qu'il crée dans l'épaisseur de peau des parties mobiles, donc la connaissance de la répartition des forces ou des pressions est nécessaire.

#### III.3.1 FORMAGE PAR PLACAGE

##### III.3.1.1 FORCE MAGNETIQUE

Une fois déterminé le potentiel vecteur en chaque point et à chaque instant (selon (2.50)), on en déduit :

- la densité de courants induits dans la charge comme suit :

$$\mathbf{J} = -\sigma \frac{A(t + \Delta t) - A(t)}{\Delta t} \quad (3.2)$$

- l'induction magnétique :

$$\mathbf{B} : \begin{cases} B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \\ B_\theta = 0 \\ B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \end{cases} \quad (3.3)$$

La force est créée dans l'épaisseur de peau du disque à mouvoir. Il est donc soumis à une force magnétique  $\mathbf{F}$  de densité volumique :

$$d\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV \quad (3.4)$$

d'où on peut calculer la force totale sur le disque en intégrant l'expression précédente sur le volume de la charge :

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV \quad (3.5)$$

Comme la plaque (charge) est supposée se déplacer sans se déformer, on néglige la déformation du disque dans la direction radiale, ce qui est légitime puisque comme nous allons le voir l'induction magnétique axiale est très faible devant la composante radiale, l'équation (3.5) devient :

$$F = -\int_V (J B_r) e_z dV \quad (3.6)$$

La densité de force axiale agissant sur chaque nœud j est :

$$f_z(j) = -J(j)B_r(j) \quad (3.7)$$

La densité de force axiale agissant sur chaque élément i est :

$$f_z(i) = \sum_{j=1}^3 f_z(j) \quad (3.8)$$

La force totale qui occasionne le mouvement de la charge est donnée par :

$$F = \sum_{i=1}^{N_e} f_z(i) V(i) \quad (3.9)$$

V(i) : volume de l'élément triangulaire (i), donné par :

$$V(i) = 2.\pi. r(i). S(i)$$

S(i) : section droite de l'élément (i).

r(i) : rayon du centre de gravité de l'élément (i).

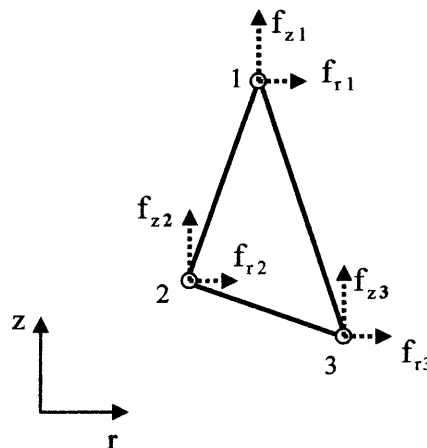


Fig.III.1 Représentation des forces nodales axiales et radiales.

### III.3.1.2 ACCELERATION DE LA PLAQUE

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à notre système, nous pouvons écrire :

$$m \cdot a = F + m \cdot g \quad (3.10)$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m} - g$$

$a$  : accélération de la plaque.

$m$  : masse de la plaque.

$g$  : accélération de la pesanteur.

### III.3.1.3 VITESSE DE LA PLAQUE

On a :

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} - g \\ \Rightarrow dv &= \left( \frac{F}{m} - g \right) dt \\ \Rightarrow \int_t^{t+\Delta t} dv &= \int_t^{t+\Delta t} \left( \frac{F}{m} - g \right) dt \end{aligned}$$

Pendant le laps de temps  $\Delta t$ , la force  $F$  est considérée constante :

Donc :

$$\begin{aligned} v^{t+\Delta t} - v^t &= \left( \frac{F}{m} - g \right) \Delta t \\ v^{t+\Delta t} &= v^t + \left( \frac{F}{m} - g \right) \Delta t \end{aligned} \quad (3.11)$$

$v^t$  : vitesse du disque à l'instant  $t$ .

$v^{t+\Delta t}$  : vitesse du disque à l'instant  $t + \Delta t$ .

### III.3.1.4 CALCUL DU DEPLACEMENT

On a :

$$v = \frac{dz}{dt} \Rightarrow dz = v dt$$

La vitesse est supposée constante pendant l'intervalle  $\Delta t$ .

$$d^{t+\Delta t} = d^t + v^{t+\Delta t} \Delta t \tag{3.12}$$

$d^t$  : déplacement total de la plaque à l'instant  $t$ .

$d^{t+\Delta t}$  : déplacement total de la plaque à l'instant  $t + \Delta t$ .

III.3.1.5 DESCRIPTION DU DISPOSITIF ETUDIE

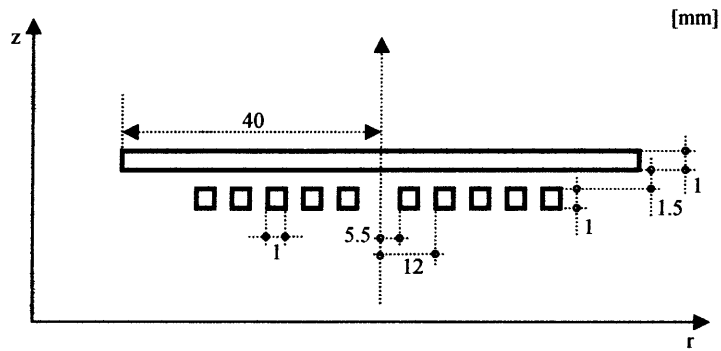


Fig.III.2 Installation d'étude.

Le dispositif de magnétoformage que nous avons étudié est montré en figure (III.2). La bobine est en cuivre et de forme spirale comportant cinq spires. La pièce à déformer est un disque en aluminium de perméabilité magnétique égale à celle du vide. Les paramètres de l'installation sont donnés dans le tableau (III.1).

Bobine	Nombre de spires $n_s$	5
	Section d'une spire inductrice	1 mm <sup>2</sup>
	Rayon extérieur de la bobine	32,5 mm
	Conductivité $\sigma_s$	$0,57 \cdot 10^8 (\Omega m)^{-1}$
	La perméabilité $\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} H/m$
Charge	Rayon de la plaque	40 mm
	Epaisseur de la plaque	1 mm
	Conductivité $\sigma_c$	$0,34 \cdot 10^8 (\Omega m)^{-1}$
	La perméabilité $\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} H/m$
	Masse volumique $\rho$	$2,75 \cdot 10^3 Kg/m^3$
Générateur 6KV	Résistance $R_{sys}$	25,5 m $\Omega$
	Inductance $L_{sys}$	2 $\mu H$
	Capacité C	40 $\mu F$

Tableau III.1 Paramètre de l'installation.

## III.3.1.6 PROCESSUS DES CALCULS NUMERIQUES

Le processus des calculs correspond à un couplage alternatif de trois équations : celle de la décharge des condensateurs donnant le courant source, celle électromagnétique et l'équation mécanique donnant le déplacement et la vitesse comme le montre l'organigramme ci-dessous (Fig.III.3).

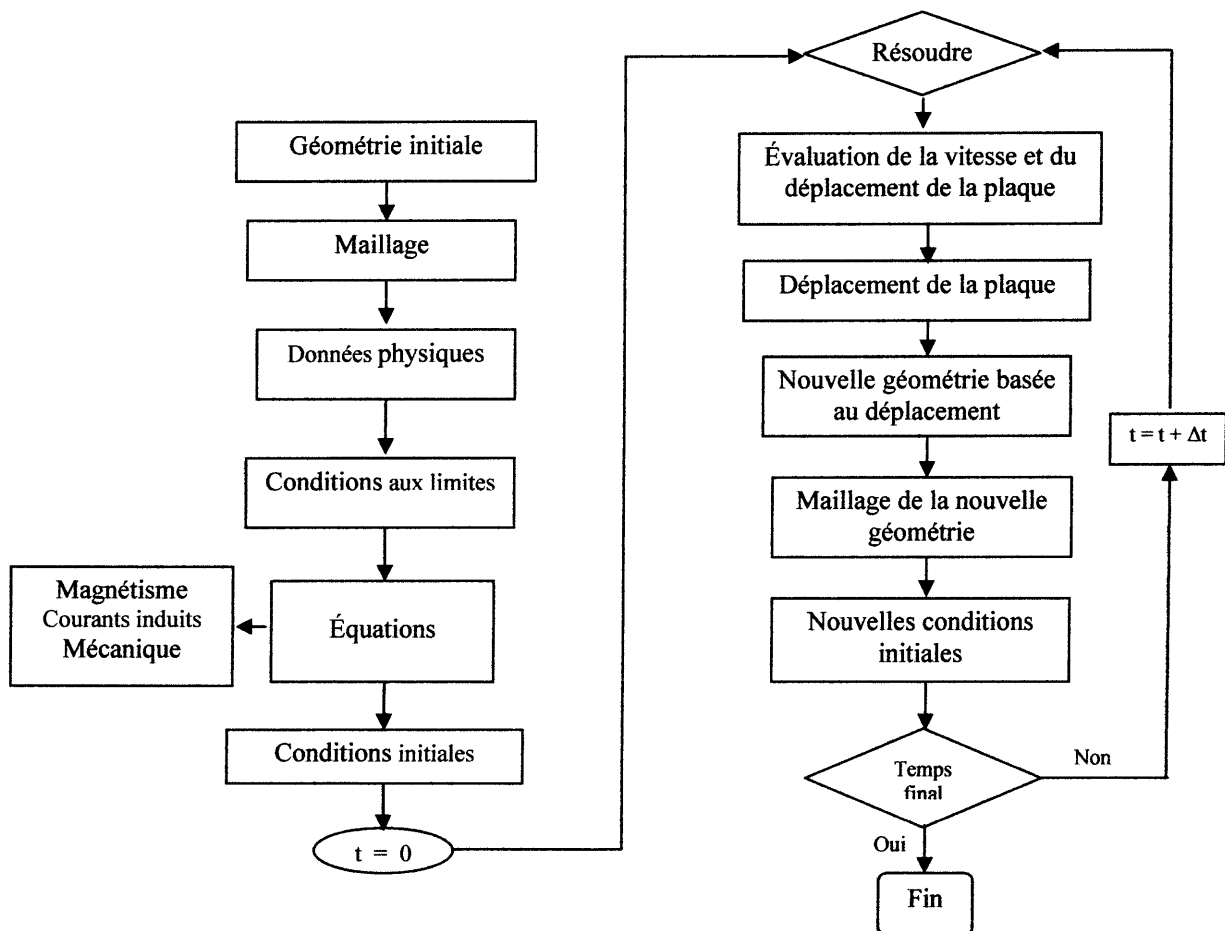


Fig.III.3 Organigramme de couplage transitoire.

L'évaluation des courants induits dans les dispositifs de magnétoformage nécessite la prise en compte du mouvement, puisque ces derniers comportent des parties mobiles. Lors de l'opération de formage libre d'une plaque la position relative de la charge-inducteur varie dans le temps, donc la géométrie de la charge varie suivant la direction de la vitesse. Par conséquent, le mouvement sera simulé à travers le déplacement de la plaque. Dans ce cas, il faut générer un nouveau maillage à chaque pas de déplacement, dans notre travail on utilise la méthode de remaillage, ce qui se traduit par un temps de calcul trop important.

La solution de l'équation (2.44) dans la partie mobile conductrice dépend des valeurs du potentiel vecteur magnétique calculées au pas de temps précédents. Ces valeurs doivent être calculées à chaque pas de déplacement par la technique d'interpolation, afin de calculer correctement les courants induits (selon (3.2)).

### III.3.1.7 RESULTATS DE COUPLAGE

L'objectif de cette étude est d'appliquer le modèle couplé développé pour la détermination des caractéristiques dynamiques du dispositif de magnétoformage et notamment de la réponse mécanique de la partie mobile.

La figure (III.4) montre le maillage élément finis, généré par Matlab, adopté à cette étude, il contient des éléments triangulaires de premier ordre. Ce maillage varie chaque pas de temps au cours du déplacement de la charge. Le pas de discrétisation temporelle  $\Delta t$  est pris égal à  $1\mu s$ .

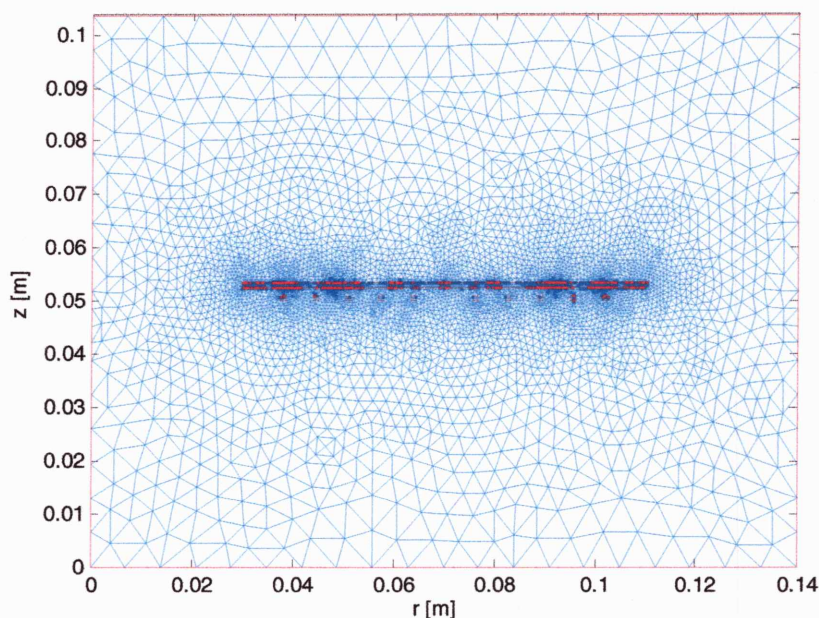


Fig.III.4 Maillage éléments finis du modèle ( $t = 0$ ).

A chaque pas de temps, la force magnétique est évaluée à partir de la solution de l'équation magnétodynamique. Cette force est introduite dans l'équation mécanique pour calculer le déplacement et la vitesse de la plaque. Par la suite, on déplace la plaque suivant la direction de la vitesse. Une fois la plaque prend sa nouvelle position, on fait remailler la géométrie obtenue (Fig.III.5), et en même temps on calcule le potentiel vecteur de la nouvelle géométrie par interpolation du potentiel vecteur de la géométrie avant déplacement. On résout ensuite le problème pour le pas de temps suivant.

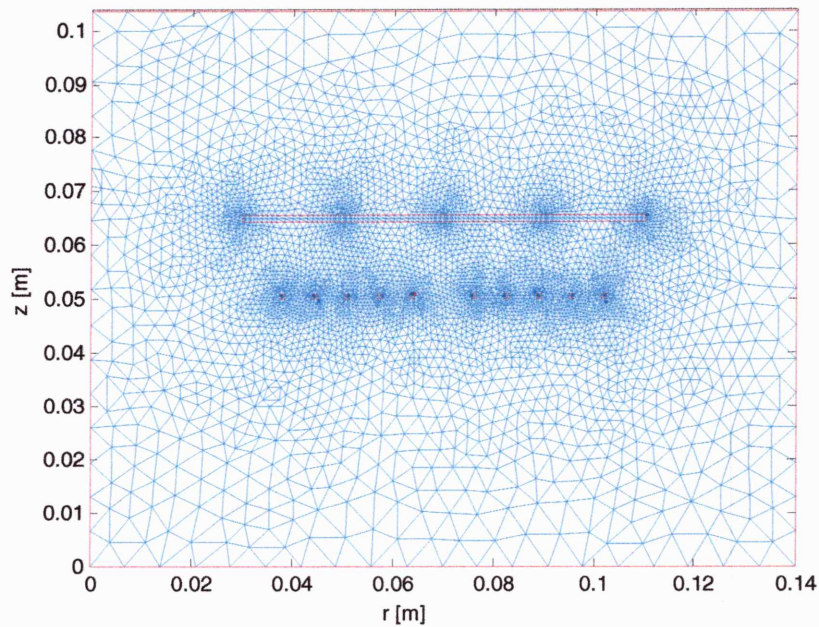


Fig.III.5 Maillage éléments finis du modèle ( $t = 200 \mu\text{s}$ ).

Les résultats de simulations donnant les caractéristiques dynamiques du dispositif de magnétoformage représenté dans la figure (III.2), sont obtenus lorsque le système est alimenté par un courant sinusoïdal amorti, dont l'allure sur un intervalle de  $200 \mu\text{s}$  est donnée par la figure (Fig.III.6).

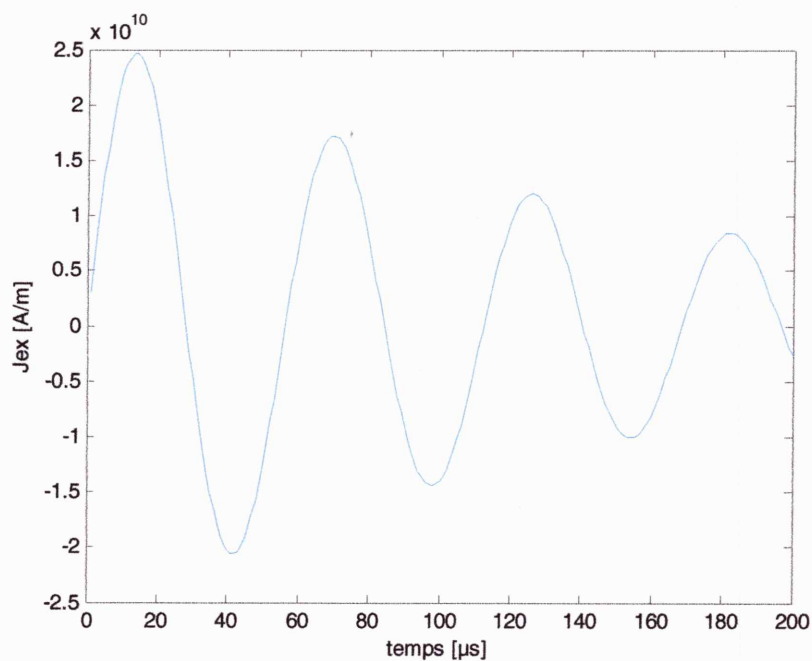


Fig.III.6 Evolution temporelle du densité de courant inducteur.

La figure (III.7) présente les lignes isovaleurs du potentiel vecteur magnétique  $A$ , dans tout le domaine d'étude limité par  $r = 140 \text{ mm}$  et  $z = 103.5 \text{ mm}$ , à l'instant  $t = 20 \mu\text{s}$ .

La figure (III.8) montre la répartition du potentiel vecteur magnétique suivant un chemin radial. On remarque que la valeur maximale du potentiel vecteur  $A$  est au niveau de l'inducteur.

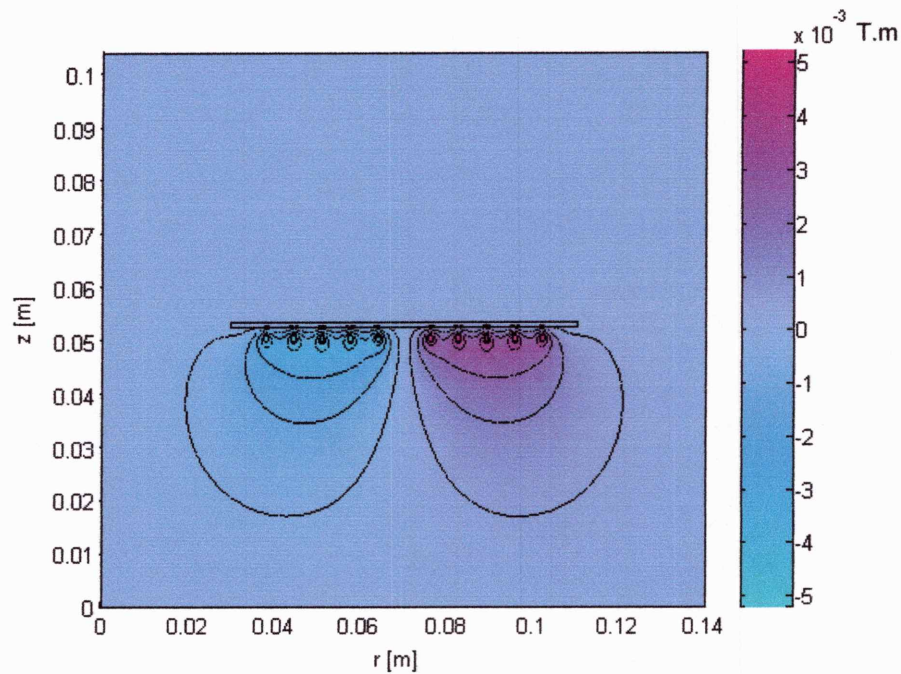


Fig.III.7 Les isovaleurs du potentiel vecteur à  $t = 20 \mu\text{s}$ .

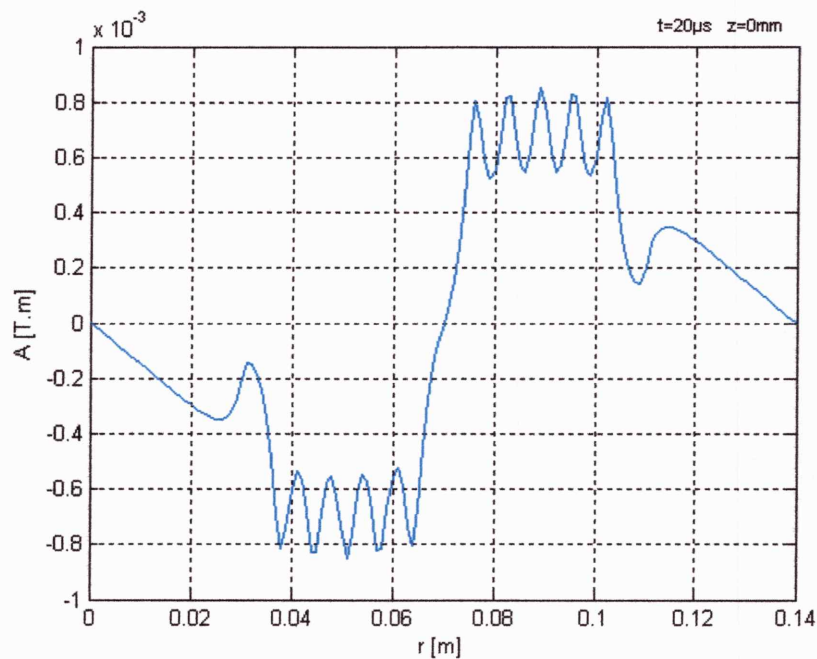


Fig.III.8 Répartition de  $A$  dans la plaque suivant  $r$ .

La densité de courant induite obtenue (Fig.III.9) a la même forme que le courant inducteur mais de sens inverse. C'est ce que suggère exactement la loi de Lenz. En remarque que la fréquence du signal n'est pas constante, cela explique par le fait que les paramètres globaux à



s'avoir l'inductance, la résistance de la charge et la mutuelle inductance entre la bobine et la plaque sont dynamiques dans le temps. Cependant, le courant induit est bien inférieur au courant d'alimentation en amplitude.

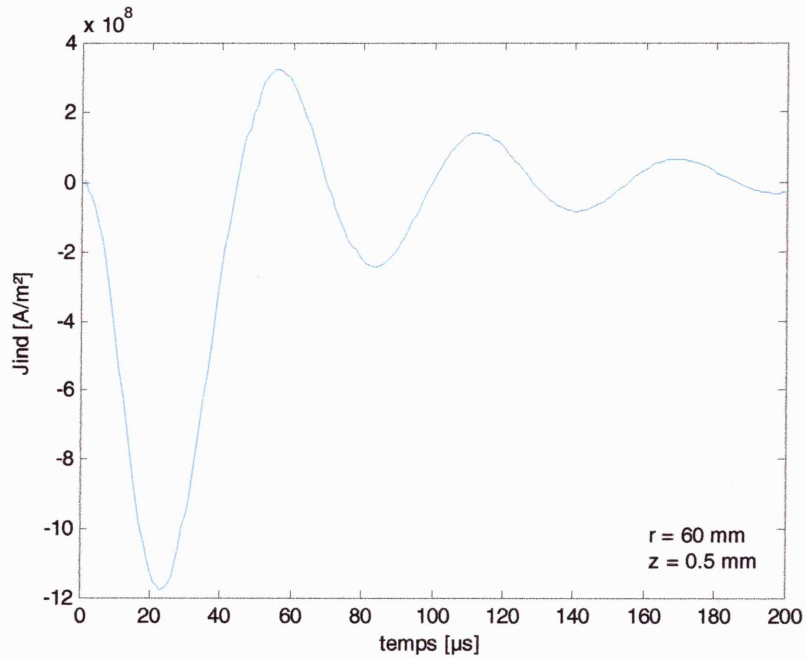


Fig.III.9 Densité de courant induit dans la charge.

La figure (III.10) montre la répartition de l'induction magnétique à l'instant  $t = 20 \mu s$ , nous avons agrandi l'image afin d'obtenir des effets visualisables, on remarque que l'induction magnétique est plus importante dans l'entrefer entre la bobine et la plaque, elle atteint environ 2.9 T dans cette instant.

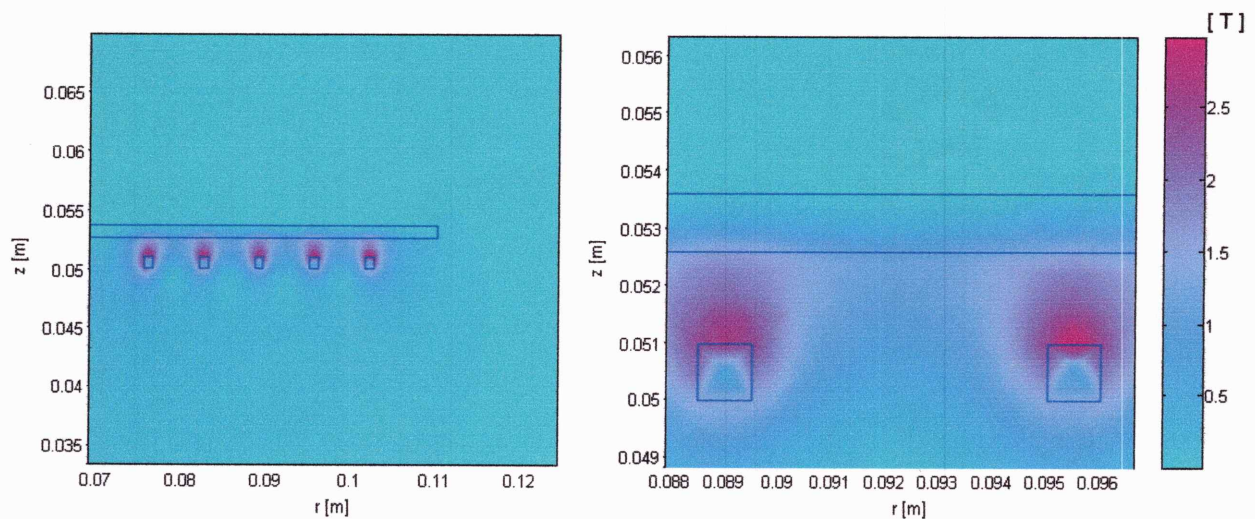


Fig.III.10 Zoom sur la répartition de l'induction magnétique.

D'une manière générale, la concentration des densités de courant sur les surfaces extérieures de l'inducteur et leur diminution vers le centre conformément au principe physique, bien connu qui est l'effet de peau. Cela s'explique par le fait que le champ magnétique tend à se concentrer sur les surfaces extérieures à des fréquences élevées (17794 Hz dans notre cas).

Les figures (III.11) et (III.12) représentent la distribution de l'induction magnétique le long de la plaque à un instant  $t = 20 \mu\text{s}$ . On remarque que l'effet de proximité qui se manifeste par l'augmentation des densités de courant sur les points de la charge situés juste au-dessus des spires de l'inducteur, il est dû au fait que le champ est accentué en ces points.

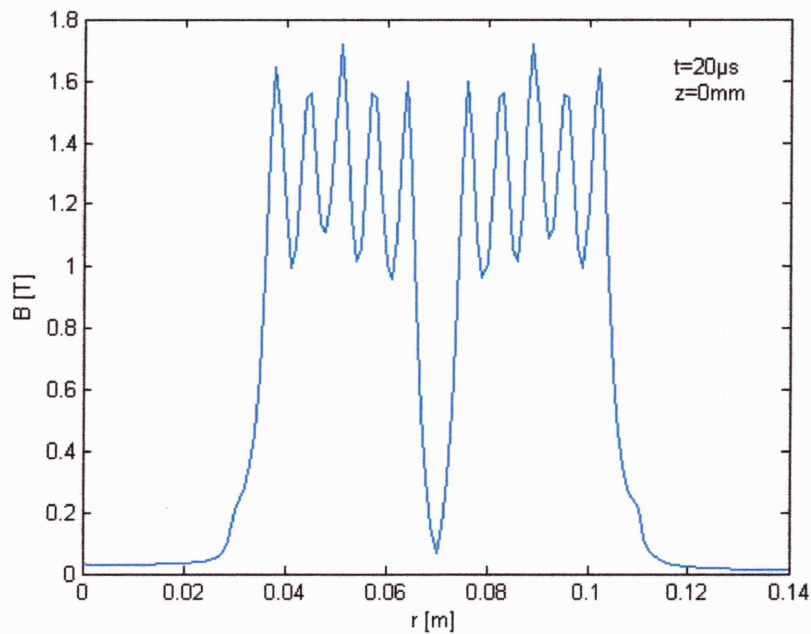


Fig.III.11 Répartition de B dans la plaque suivant r ( $z = 0 \text{ mm}$ ).

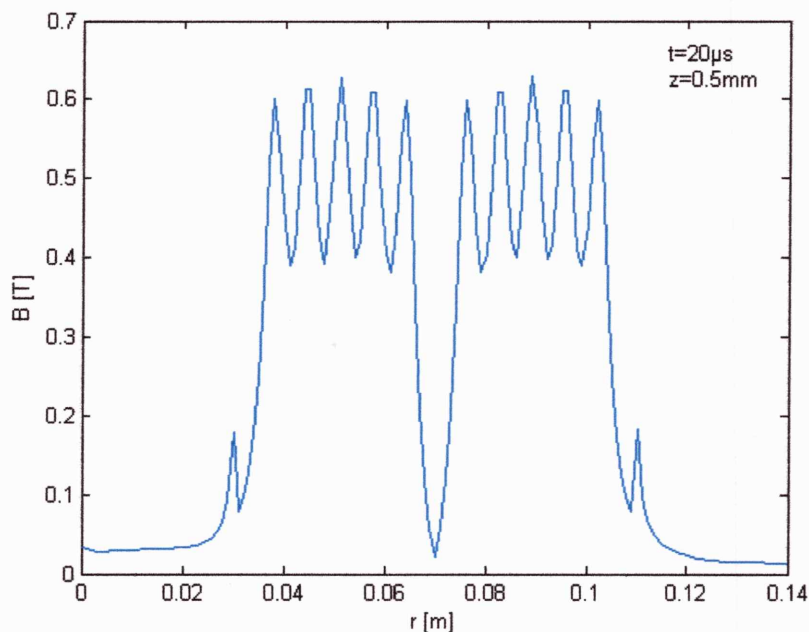


Fig.III.12 Répartition de B dans la plaque suivant r ( $z = 0,5 \text{ mm}$ ).

Les figures (III.13) et (III.14) représentent la répartition de l'induction magnétique suivant un chemin axial à un instant  $t = 20 \mu\text{s}$ . La diminution importante de l'induction magnétique dans la charge suivant l'axe Oz, cela veut dire que la charge fait écran au champ créé par l'inducteur ; le champ magnétique diminue au fur et à mesure qu'il pénètre dans l'épaisseur de la charge.

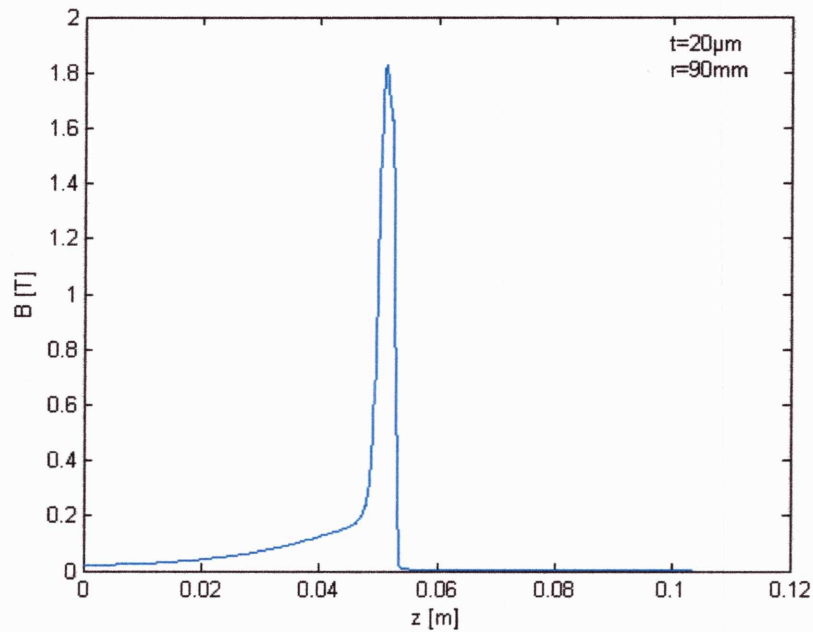


Fig.III.13 Répartition de B dans le domaine d'étude suivant z.

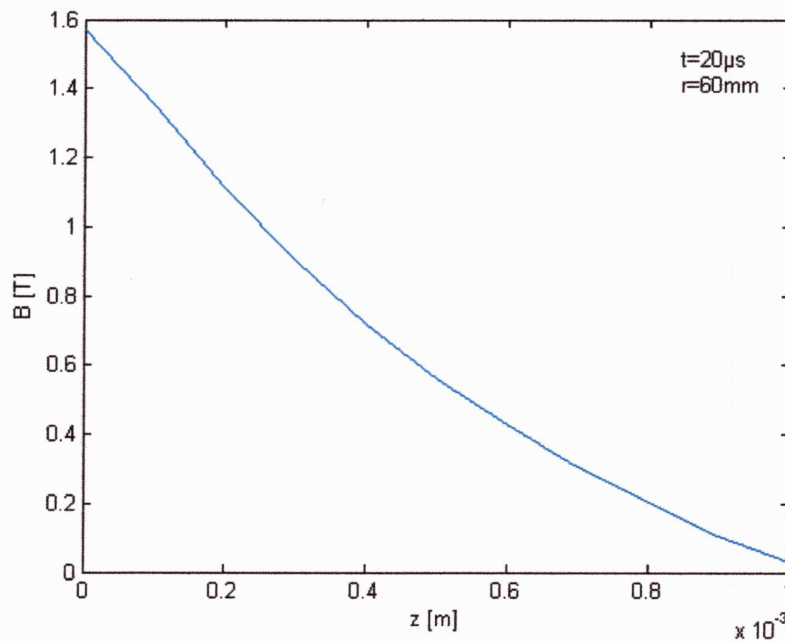


Fig.III.14 Répartition de B dans la plaque suivant z.

L'induction magnétique radiale est beaucoup plus importante que l'induction axiale (III.15), (III.16), (III.17), ce qui renforce l'hypothèse selon laquelle la déformation de la charge sur la direction radiale est négligée. On en déduit que le déplacement de la plaque est essentiellement axial.

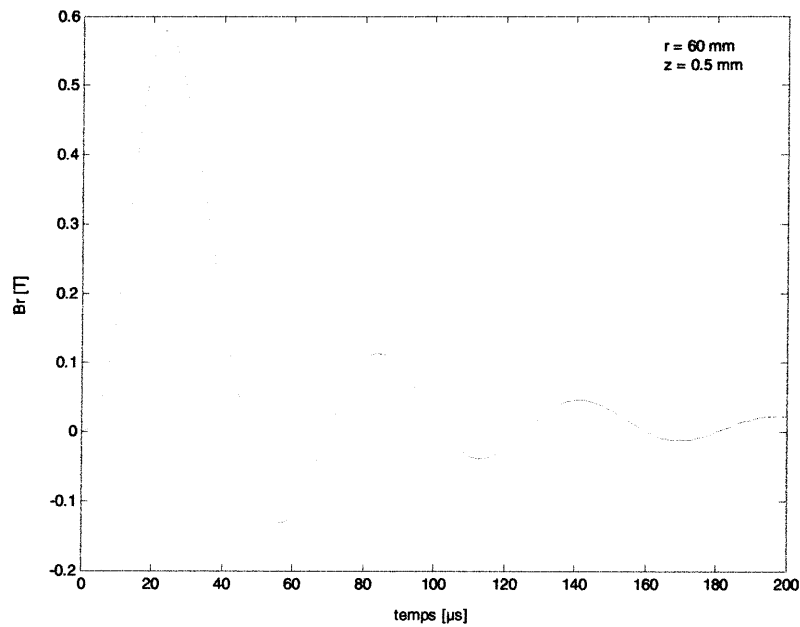


Fig.III.15 Composante radiale de l'induction magnétique dans la charge.

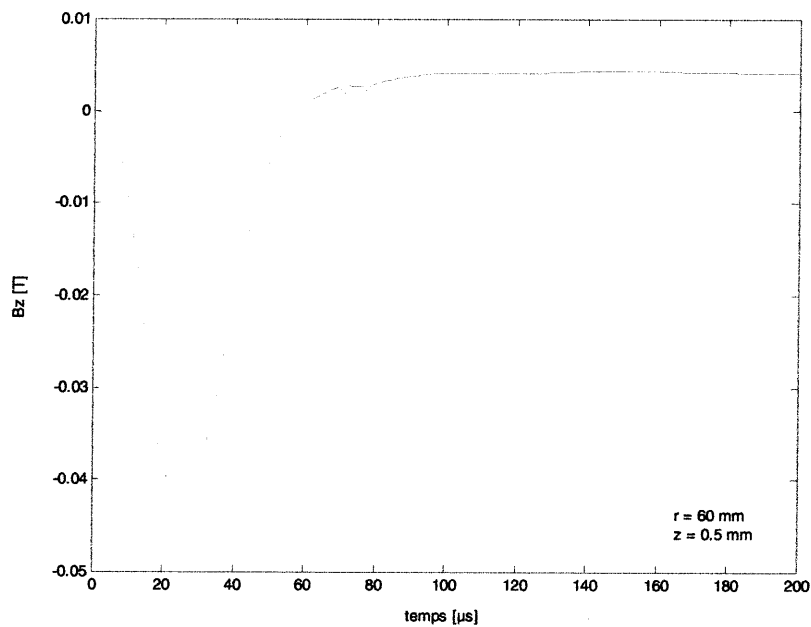


Fig.III.16 Composante axiale de l'induction magnétique dans la charge.

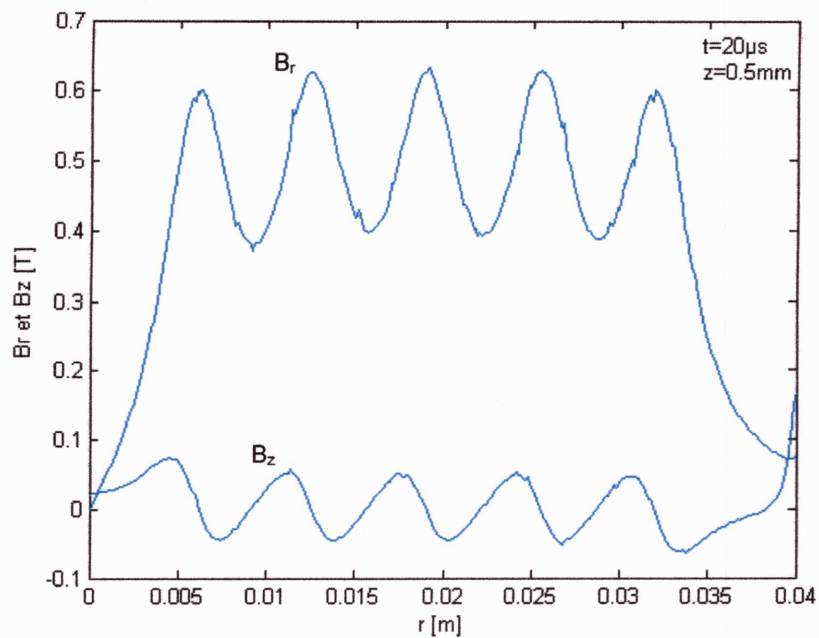


Fig.III.17 Répartition des composantes axiale et radiale de l'induction magnétique dans la charge suivant la direction  $r$ .

En calculant la force magnétique totale agissant sur la plaque, on remarque qu'elle présente des pics importants pendant les premiers pas de calcul puis elle tend à s'annuler (Fig.III.18). On peut donc conclure que la charge se trouve soumise aux plus grandes forces aux premiers instants du processus de formage. Même remarque est faite pour la pression (Fig.III.19).

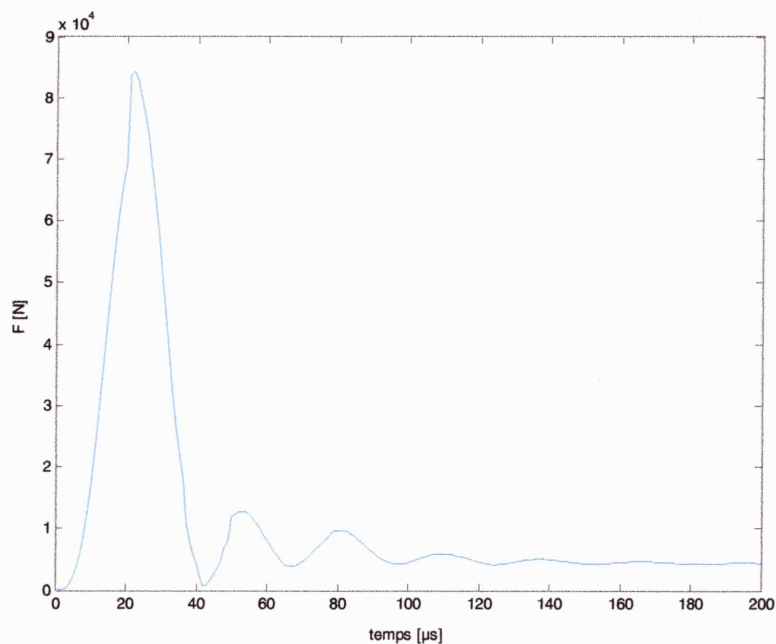


Fig.III.18 Force électromagnétique axiale totale.

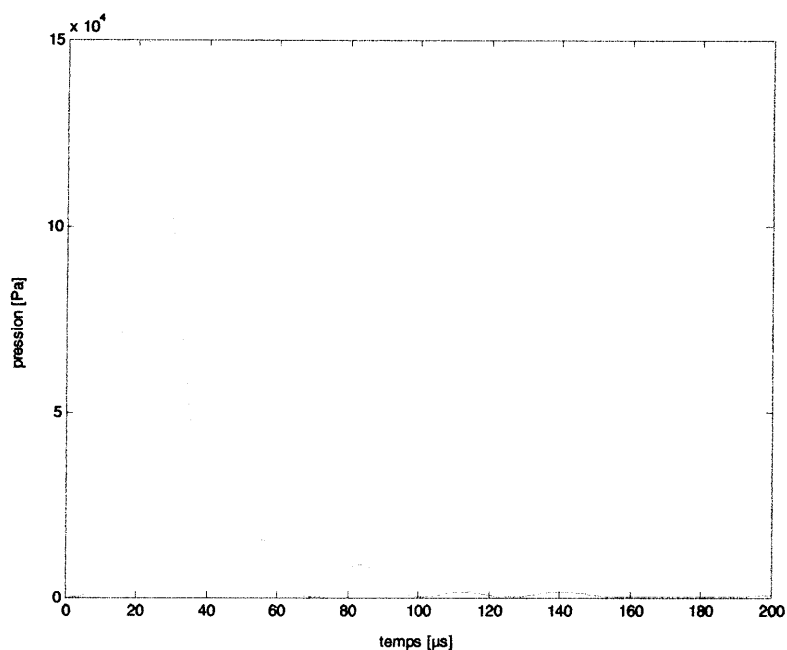


Fig.III.19 Pression magnétique.

Sachant que sous l'effet de la pression magnétique la plaque se déplace à des vitesses importantes atteignant un maximum proche de 80 m/s. les figures (III.20) et (III.21) représentent la vitesse et le déplacement de la plaque respectivement, en effet, nous constatons une augmentation de la vitesse qui tend à se stabiliser à partir de 100  $\mu$ s et par conséquent, le déplacement devient de plus en plus uniforme.

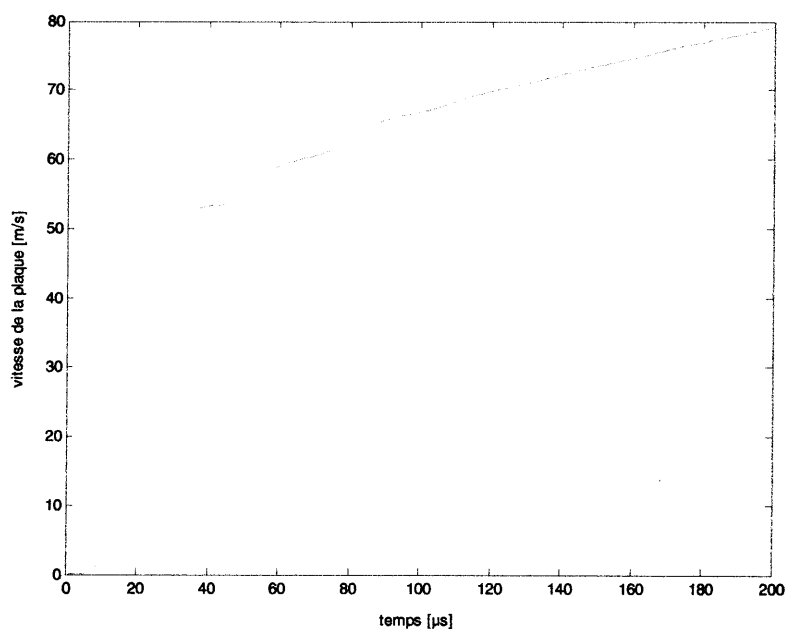


Fig.III.20 Vitesse de la plaque.

Dans le cas de la présence d'une matrice qui est la contre-forme voulue, le choc de la pièce avec cette matrice s'effectue quand la vitesse est maximale pour avoir un formage efficace. Dans ces conditions, on voit que l'action du champ a lieu avant le contact effectif avec la matrice. La pièce ainsi mise en mouvement n'est alors soumise qu'à une force faible lorsqu'elle rencontre la matrice, et c'est sa seule énergie cinétique qui constitue l'outil virtuel.

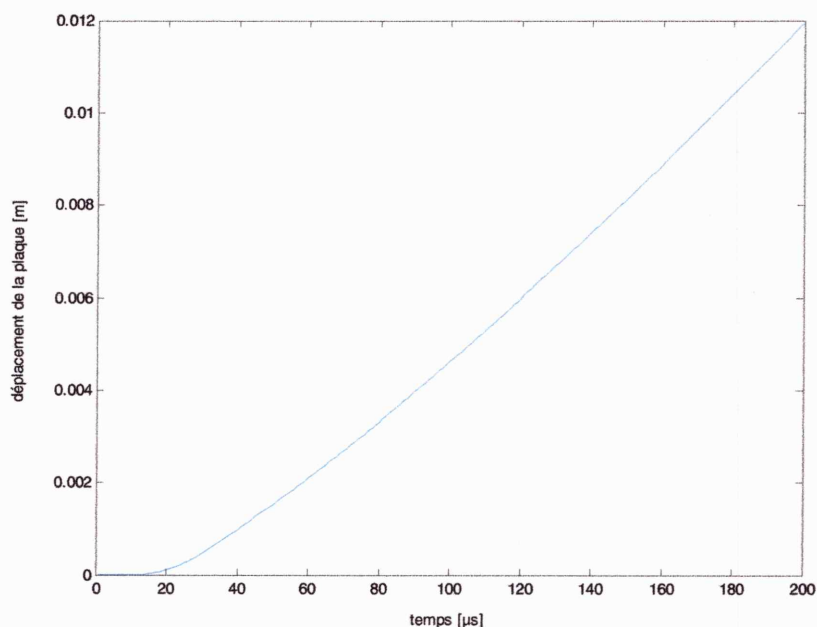


Fig.III.21 Déplacement total de la charge en fonction du temps.

Les figures (III.22-25) montent l'évolution de la plaque pour des temps différents, avec la répartition des lignes équipotentielles.

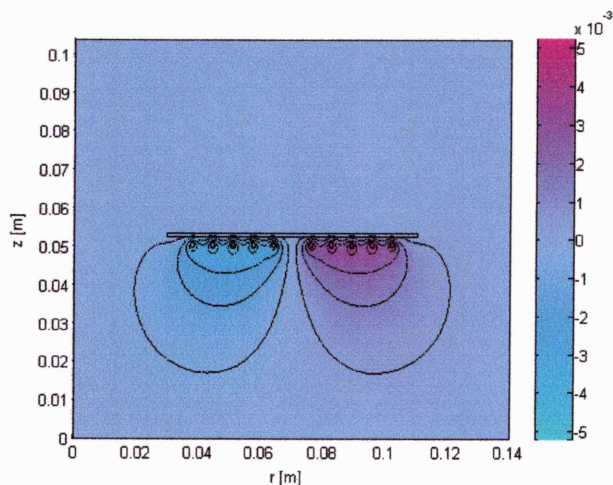


Fig.III.22 Position de la plaque à t = 20 µs.

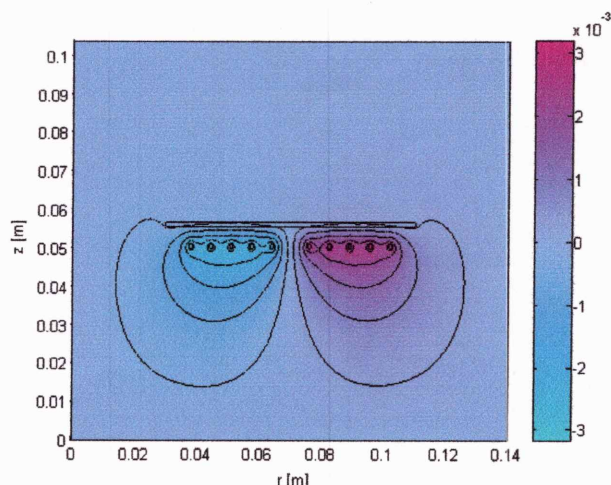
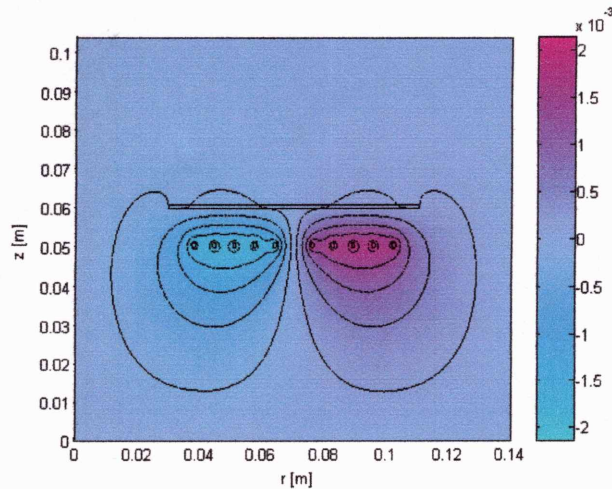
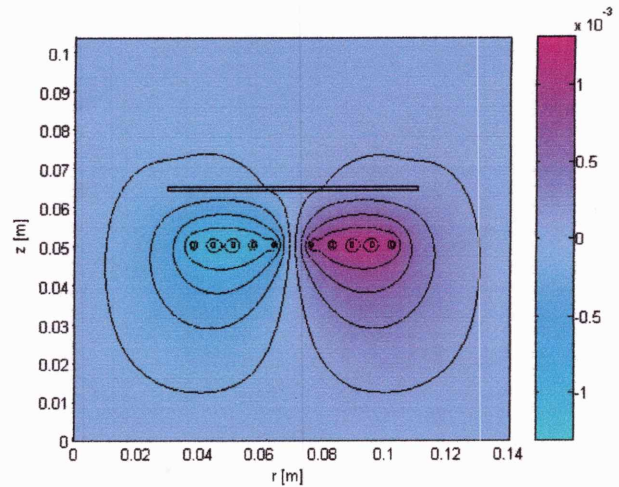


Fig.III.23 Position de la plaque à t = 80 µs.

Fig.III.24 Position de la plaque à  $t = 140 \mu\text{s}$ .Fig.III.25 Position de la plaque à  $t = 200 \mu\text{s}$ .

### III.4 CONCLUSION

L'application du modèle précédent de magnétoformage, nous a permis de connaître le comportement dynamique de la pièce. Elle nous a également permis de montrer que seules les deux premières périodes de la pression magnétiques ont un effet sur le mouvement de la pièce, que l'action du champ a lieu avant que la pièce n'ait atteint sa déplacement maximal et que la pièce n'est soumise qu'à sa seule énergie cinétique. La connaissance de la position de la pièce au moment où sa vitesse est très importante pour l'efficacité de l'opération de formage. En effet, le calcul mécanique a permis de déterminer ces deux paramètres (déplacement et vitesse) en fonction du temps.

Ce modèle utilisant les éléments finis a permis de calculer les grandeurs magnétiques et mécaniques, d'en déduire la pression par une formule exacte et de mettre en évidence le déphasage entre la densité de courant induit et l'induction. Ce déphasage joue un rôle primordial pour la nature des sollicitations de pression.



## CONCLUSION GENERALE

L'objectif de nos travaux était le développement de modèles 2D magnétodynamiques permettant le calcul des courants induits et des forces électromagnétiques tout en simulant le mouvement dans les systèmes de magnétoformage.

Pour atteindre l'objectif visé, une analyse a été menée sur les modèles physiques et mathématiques représentant les dispositifs de magnétoformage et sur les méthodes qui traitent le problème de la vitesse. Ensuite, nous avons proposé un modèle basé sur la méthode des éléments finis pour l'étude du comportement dynamique d'une plaque en formage par placage libre. Pour la prise en compte du mouvement, ce modèle utilise une technique de remaillage. De plus, ce modèle a été couplé à l'équation de mouvement qui caractérise le magnétoformage, ce qui a permis de calculer le déplacement de la pièce et sa vitesse.

Le magnétoformage est caractérisé par des phénomènes électromagnétiques-mécaniques couplés. La modélisation du mouvement s'est avérée nécessaire. De ce point de vue, un modèle quasi-bidimensionnel pour le formage libre de plaques sans déformation, a été utilisé. Son application a permis de ressortir toutes les grandeurs électromagnétiques et mécaniques.

Ce modèle est caractérisé par un temps utilisateur important et un maillage éléments finis n'est pas fixé ce qui peut conduire à des bruits numériques dans le calcul à cause de remaillage. On obtient, en plus des grandeurs électromagnétiques, le champ des vitesses, de déplacement, ainsi que la position de la plaque à chaque pas temporel.

Le modèle proposé n'incluent pas l'effet dynamique de paramètres du circuit d'alimentation. Cependant, des travaux restent encore à faire : prise en compte de l'hélicité de l'inducteur, résolution non-linéaire des équations élasto-plastiques en cas de déformation, prise en compte de l'effet thermique, modélisation tridimensionnelle de systèmes avec conformateurs de champs. Il serait évidemment plus intéressant d'effectuer des essais pour avoir des données expérimentales fiables.

## ***Bibliographie***

---

- [14] H. Shangyu, C. Zihua, W. Zhongren, W. Lifeng and Y. Mei, "A finite element analysis of electromagnetic sheet metal expansion process", (sic), Transactions of the nonferrous metals society of china, V.8, n.3, 1998, PP. 490-495.
- [15] B. Bendjima, "Contribution à la modélisation par élément finie des phénomènes électromagnétiques relatifs au magnétoformage", Thèse de doctorat, Nantes, 1997.
- [16] D.A. Oliveira and M.J. Worswick, "Electromagnetic forming of aluminum alloy sheet", Journal de physique IV France, V.110, 293-298, 2003.
- [17] D.A. Oliveira, M.J. Worswick and M. Finn, "Finite element modelling of the electromagnetic forming of aluminum alloy sheet", Proceedings of the 4<sup>th</sup> international ESAFORM conference on material forming VII, Liege, Belgium, 2001, PP. 773-776.
- [18] A. El-Azab, M. Garnich and A. Kapoor, "Modelling of the electromagnetic forming of sheet metals: state-of -the-art and future needs", Journal of materials processing technology. V.142, 2003, PP.744-754.
- [19] B. Bendjima and M. féliachi, "Finite element analysis of transient phenomena in electromagnetic forming system", proceedings of the IEE 3<sup>ed</sup> international conference on computation in electromagnetic, 10-12 April 1996, Bath, UK, PP. 113-116.
- [20] B. Bendjima, K. Srairi and M. Féliachi, "A coupling model for analysing dynamical behaviours of an electromagnetic forming system", IEEE Transactions on magnetism, V.33, n°2, pp 1638-1641, 1997.
- [21] S. Golovashchenko, "Numerical and experimental results on pulsed tube calibration", Proceeding of the TMS annual meeting: sheet metal forming technology-1999, M. Demeri ed, San Diego, Ca, TMS, 1999, PP.117-127.
- [22] G.K Fenton and G.S Daehn, "Modelling of electromagnetically formed sheet metal", Journal of materials processing technology, V.75, 1998, PP. 6-16.
- [23] M. Stiemer, M. Klocke, F.T. Sultmeier, H. Blum, A. Joswig and S. Kulig, "Validation of different approaches to coupled electrodynamic-structural mechanical simulation of electromagnetic forming", Proceeding of the 1<sup>st</sup> international conference on high speed forming, University of Dortmund, M. Kleiner ed, March 31-April 2004, PP. 105-118.
- [24] D.V. Hutton, "Fundamentals of finite element analysis", The McGraw-Hill companies, 2004.
- [25] M. Leroy, J.Y. Renaud, "Formage électromagnétique", Techniques de l'ingénieur, M708, PP. 1-18.
- [26] M.Guillot, "La production de champs magnétiques intenses transitoires : Les effets secondaires deviennent prépondérants", RGE., N° 9, PP. 37-47, Octobre 1987.
- [27] M. Padmanabhan, "Wrinkling and springback in electromagnetic sheet metal forming and electromagnetic ring compression", Master thesis, The Ohio State University, 1997.

## Bibliographie

---

- [28] P. Zhang, "Joining enabled by high velocity deformation", PhD thesis, The Ohio State University, 2003.
- [29] J. Shang, "Electromagnetically assisted sheet metal stamping", PhD thesis, The Ohio State University, 2006.
- [30] J.M.S. Imbert, "Increased formability and the effects of the tool / sheet interaction in electromagnetic forming of aluminum alloy sheet", Master thesis, University of Waterloo, Canada, 2005.
- [31] J.C. Sabonnadière et J.L. Coulomb, "Calcul des champs électromagnétiques", Techniques de l'ingénieur, D3020, PP. 1-20.
- [32] A. Krawczyk and J.A. Tegopoulos, "Numerical modelling of eddy currents", Clarendon Press, Oxford, 1993.
- [33] F. Bouillault, "Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en mouvement comportant des parties ferromagnétiques massives", thèse de doctorat, Paris IV, le 06 Février 1984.
- [34] J. Bok et N. Hlin-Jug, "Ondes électromagnétiques, relativité", Herman, Paris, 2<sup>ème</sup> tirage, 1979.
- [35] J.P.A. Bastos et N. Sadowski, "Electromagnetic Modeling By Finite Element Methods", Marcel Dekker, INC. ISBN: 0-8247-4269-9, 2003.
- [36] J. Bignon, "Contribution à la modélisation de structure électromagnétique à courant de Foucault", thèse de docteur-ingénieur, INP de Grenoble, 23 juin 1983.
- [37] F. Henrotte, A. Nicolet, H. Hédia, A. Genon and W. Legros, "Modelling of electromechanical relays taking into account movement and electric circuits", IEEE Trans. On Mag., V.30, n° 5, PP. 3236-3239, September 1994.
- [38] B. Maouche, "Etude et développement semi-analytique de l'équation de diffusion électromagnétique avec terme de déplacement dans le cas des dispositifs axisymétrique excités en courant ou en tension", Thèse de magister en électrotechnique, centre universitaire Abderahman mira de Bejaia, 1996.
- [39] D. Bialod, J.P. Saint-Germain, V. Igne et L. Missenard, "Induction, conduction dans l'industrie", Edition ELECTRA, 1996.