

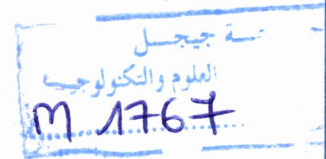
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de J'JEL
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique



Mémoire de Fin d'Etudes pour l'Obtention du Diplôme Master
en Electrotechnique

Option : Electromécanique



Thème

Modélisation par éléments finis d'un actionneur électrique à base d'un matériau magnétostrictif

Encadré par :

M^r : A. Boulassel

Réalisé par :

M^r Hamoud nabil

M^r Zitouni mahmoud

Promotion Juin 2014



Remerciement

*Je remercie dieu de nous avoir donné la force
pour accomplir ce travail.*

*Je remercie mon encadreur
M^r: Boulassel Ammar pour son aide, son
encouragement
et sa patience.*

*Et je n'oublie pas tous les enseignants du
département de génie électrique.*

Dédicace

*A ceux qui nous ont donné la vie, l'espoir et l'amour,
A ceux qui nous ont encouragé le long de nos études :*

Nos très chers parents,

Que dieu les protège et les garde.

A nos frères

A nos sœurs

A toute nos familles et nos amis

A tous nos collègues

*A toutes les personnes qui nous ont aidé de proche
ou de loin.*

Mahmoud et Nabil.





Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre. I Généralités sur les actionneurs électriques et la magnétostriction	
Introduction	2
I.1. Différents types des actionneurs électriques	2
I.1.1. Actionneurs tournantes.....	2
I.1.1.a. Moteur à courant continu.....	2
I.1.1.b. Moteur asynchrone.....	3
I.1.1.c. Moteur synchron.....	4
I.1.1.d. Moteur pas -à-pas.....	4
I.1.2. Actionneurs linéaires.....	5
I.1.2.a. Vérins électriques.....	5
I.1.2.b. Moteur linéaire.....	6
I.2. Matériaux magnétiques	6
I.2.1. Propriétés magnétiques.....	6
I.2.2. Définition d'un matériau magnétique.....	7
I.2.3. Caractéristiques des matériaux ferromagnétiques.....	8
I.2.3.1. Matériaux magnétiques durs.....	8
I.2.3.2. Matériaux magnétiques doux.....	9
I.2.3.3. Comportement magnétique des matériaux ferromagnétiques.....	9
I.2.3.4. Influence d'un champ magnétique extérieur.....	11
I.2.3.5. Mécanisme d'aimantation et cycle d'hystérésis.....	12
I.2.3.5.a. Courbe de première aimantation.....	12
I.2.3.5.b. Cycle d'hystérésis.....	12
I.3. Magnétostriction	13
I.3.1. Aperçu historique sur le phénomène de la magnétostriction.....	13
I.3.2. Définition.....	14

I.3.3. Principaux effets du phénomène de magnétostriction.....	15
I.3.3.1. Effet joule longitudinal	16
I.3.3.2. Effet Villari.....	17
I.3.3.3. Effet joule transversal.....	17
I.3.3.4. Effet Wiedemann.....	18
I.3.3.5. Effet de variation de volume.....	18
I.3.3.6. Effet de flexion.....	19
I.3.3.7. Effet de variation du module d'Young ou effet ΔE	19
I.4. Quelques applications de la magnétostriction	22
I.4.1. Moteurs magnétostrictifs linéaires.....	22
I.4.2. moteurs magnétostrictifs rotatifs.....	23
I.4.3. capteurs à base d'un matériau magnétostrictif.....	24
Conclusion.....	25

***Chapitre. II Lois de comportement magnéto-mécanique et analyse
numérique de la magnétostriction***

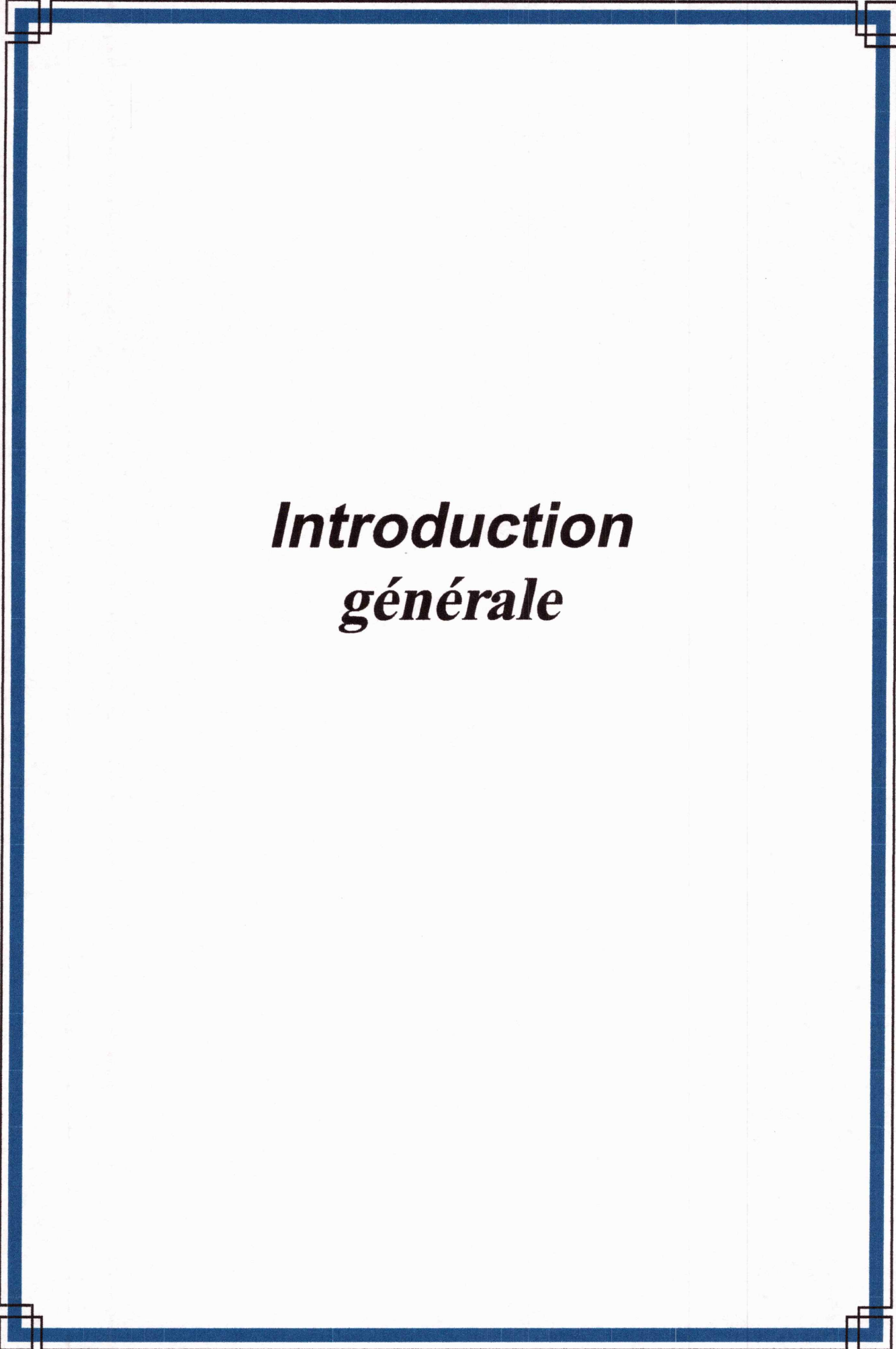
Introduction	26
II.1. Formulation des équations électromagnétiques.....	26
II.1.1. Équations et modèles	26
II.1.1.1. Équations de Maxwell et lois de comportement des milieux.....	26
II.1.1.2. Lois de comportement électromagnétique.....	27
II.1.1.3. Modèle magnétostatique.....	28
II.1.1.4. Conditions de continuité aux interfaces de séparation.....	28
II.1.1.5. Modèle élasto-statique.....	29
II.1.1.6. Condition aux limites mécanique.....	29
II.1. Problématique.....	30
II.1.1. Présentation du comportement couplé magnéto-mécanique.....	30
II.2. Couplage magnéto-mécanique.....	32

II.2.1. Etude énergétique	32
II.2.2. Coefficients de couplage magnéto-mécanique	34
II.3. Lois de comportement couplées magnéto-mécanique.....	35
II.3.1. Loi de comportement mécanique	36
II.3.2. Loi de comportement magnétique.....	37
II.4. Modèle tensoriel de déformation de magnétostriction et approximation polynomiale...	38
II.5. Loi de comportement magnéto-mécanique bidimensionnelle.....	38
II.5.1. Hypothèses d'état plan de contraintes et de déformation	38
II.5.1.a. État plan de contraint	39
II.5.1.b. État plan de déformations	40
II.6. Intégration du modèle quadratique de magnétostriction dans les lois de comportement couplées.....	40
II.7. Formulation intégrale de l'élastostatique.....	41
II.7. 1. Equation de la mécanique des solides	41
II.8. Méthode des éléments finis.....	42
II.9. Système d'équations résoudre.....	43
II.10. Application locale du principe des travaux virtuels.....	43
II.10.1. expression de force magnétique basée sur la dérivée de l'énergie.....	43
II.10.1.a. Les expressions de potentiel vecteur A et de l'induction magnétique B.....	45
II.11. discrétisation par éléments finis de problème mécanique.....	47
Conclusion.....	49

Chapitre. III Application et résultats

Introduction	50
III. 1. Dimensions géométriques et caractéristiques physiques	50
III.2. géométrie et caractéristique de l'actionneur.....	52
III.3. Introduction de conditions aux limites aux limites	54
III.3.1. Problème magnétique	54
III.3.2 Problème mécanique	55

III.4. Discrétisation en éléments finis	55
III.5. Application en magnétostatique	56
III.5.1. Potentiel, l'induction magnétique	56
III.5.2. Forces et déplacements.....	58
III.5.2.a. cas du fer	58
III.5.2.a. cas du Ternenol-D	58
III.5.2.c. Discussions sur résultats du problème magnétique.....	61
III.5.2.d. Discussions sur résultats du problème mécanique (déplacements et déformation) :.....	62
Conclusion	62
Bibliographiques.....	64



***Introduction
générale***

Introduction générale

De nos jours, les matériaux actifs tels que les matériaux magnétostrictifs sont utilisés avec succès dans des domaines aussi divers que l'automobile, la robotique, l'avionique ou le secteur médical. Comparés aux matériaux de structure (utilisés pour leurs propriétés mécaniques) et aux matériaux fonctionnels (utilisés pour leur capacité à conduire le courant électrique ou à canaliser le champ magnétique), les matériaux magnétostrictifs présentent l'avantage d'être multifonctionnels.

De plus, les fonctions de ces matériaux sont inscrites dans la matière : ils sont adaptatifs et évolutifs. Ces matériaux possèdent des propriétés magnétiques et mécanique fortement couplées qui permettent d'élaborer des capteurs (en transformant une énergie mécanique en énergie magnétique) ou bien des actionneurs (en effectuant une action sur son environnement immédiat).

Cette étude porte sur deux points du comportement de matériaux ferromagnétiques.

Le premier point concerne la déformation de magnétostriction apparaissant à l'application d'un champ magnétique (effet direct). Le second point est l'effet de l'application d'une contrainte mécanique sur le comportement magnétique (effet inverse) [1].

L'étude présentée ici concerne le couplage magnéto-mécanique développé au sein de matériaux magnétostrictifs notamment l'alliage de terfenol-D. l'objectif consiste à obtenir un modèle magnéto-mécanique capable de rendre compte des effets directs et inverse de phénomène de magnétostriction, mais aussi la formulation par la méthode des éléments finis permettant leur intégration.

Le premier chapitre de ce mémoire présente quelques généralités sur le phénomène de magnétostriction ainsi que ses diverses manifestations et les différents types des actionneurs.

Le second chapitre est consacré à l'élaboration des lois macroscopiques couplées du comportement magnéto mécanique. À cet effet un modèle quadratique de magnétostriction est explicité à partir de données expérimentales minimales.

Enfin, le dernier chapitre présente les résultats de la modélisation bidimensionnelle d'un actionneur électrique linéaire à base d'un matériau magnétostrictif, l'application de code de calcul nous a permis de prédire la déformation de matériau de l'actionneur et sa structure finale.



Chapitre I
***Généralités sur les
actionneurs électriques et la
magnétostriction***

Introduction

Les actionneurs prennent progressivement de l'importance dans le monde technologique par rapport aux moteurs électriques dits classiques. Les domaines d'applications sont vastes et concernent tout autant la fabrication industrielle (gestion des procédés) que l'automobile (vanne, dispositifs de freinage, airbag, ...) et encore bien d'autres secteurs.

La plupart des actionneurs développés jusqu'ici utilisaient des phénomènes électriques pour transformer une énergie en force ou en mouvement. Aujourd'hui les moyens technologiques se sont largement étendus avec des actionneurs basés sur des matériaux magnétostrictif utilisant donc aussi bien les effets électromagnétiques, piézoélectriques, à mémoire de forme, ou acoustiques (vibrations mécaniques, ondes progressives).

Qu'est ce qu'un actionneur?

Les actionneurs sont des systèmes transformant une énergie électrique en un phénomène physique et capables notamment d'intervenir sur un procédé. Ils peuvent être pneumatiques, hydraulique, électrique selon l'énergie motrice. Ces technologies sont considérées comme des sources d'innovations importantes pour l'industrie.

I.1. Différents types des actionneurs électriques

I.1.1. Actionneurs tournantes

I.1.1.a. Moteur à courant continu

Un moteur à courant continu est une machine destinée à transformer de l'énergie électrique disponible sous forme de tension et de courant continus, ou tout au moins unidirectionnels, en énergie mécanique. Il comporte un induit, un collecteur et des pôles magnétiques excite par une source de courant continu ou constitués d'aimants permanents.

Comme toute machine tournante, le moteur à courant continu comporte un stator et un rotor séparés par un entrefer, mais un dispositif particulier est nécessaire à son fonctionnement, le collecteur et les balais [2].

▪ Stator

Le stator est muni de pôles saillants qui portent un enroulement d'excitation (ou inducteur), destiné à être alimenté en continu. Il peut également être muni de pôles de commutation disposés entre les pôles inducteurs.

Pour les petites machines, l'enroulement d'excitation peut être remplacé par des aimants permanents. Le nombre de pôles, toujours pair, est appelé $2p$, c'est-à-dire que l'on préfère parler du nombre p de paires de pôles.

▪ Rotor

Le rotor est formé d'un circuit magnétique feuilleté comportant des encoches dans lesquelles sont placés des conducteurs associés pour former l'enroulement d'induit.

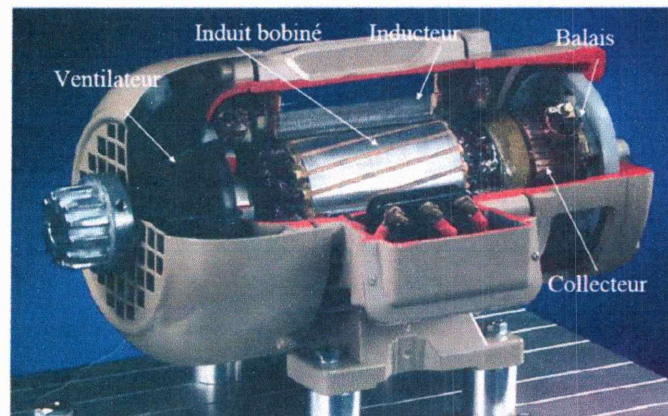


Figure. I.1. Moteur à courant continu.

▪ Collecteur et balais

Les connexions avec le générateur qui alimente le moteur se font par l'intermédiaire de contacts mobiles : les balais, solidaires du stator, frottent sur le collecteur lié au rotor. L'enroulement d'induit est relié au collecteur formé de lames conductrices isolées entre elles.

I.1.1.b. Moteur asynchrone

Le moteur asynchrone ou moteur à induction comprend un stator avec un bobinage polyphasé dans une carcasse constituée de matériau magnétique et d'un rotor, lui aussi en matériau magnétique, dans lequel sont logés des conducteurs en court-circuit.

Le moteur asynchrone est le moteur le plus utilisé dans l'ensemble des applications industrielles, du fait de sa facilité de mise en œuvre, de son faible encombrement, de son bon rendement et de son excellente fiabilité. Son seul point noir est l'énergie réactive, toujours consommée pour magnétiser l'entrefer [3].

Le dessin très simplifié ci-après illustre la constitution de ce moteur.

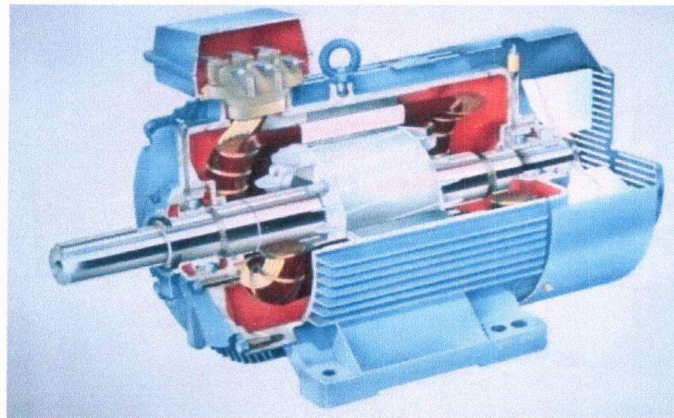


Figure. I.2. Moteur asynchrone.

I.1.1.c .Moteur synchrone

Le moteur synchrone est une autre approche de la motorisation dans les petites puissances. Comme le moteur asynchrone, il comprend un stator et un rotor séparés par l'entrefer, Le stator comporte des enroulements triphasés, Le rotor, en matériau magnétique, porte des aimants permanents.

Le dessin très simplifié ci-dessous représente une coupe d'un tel moteur [3].

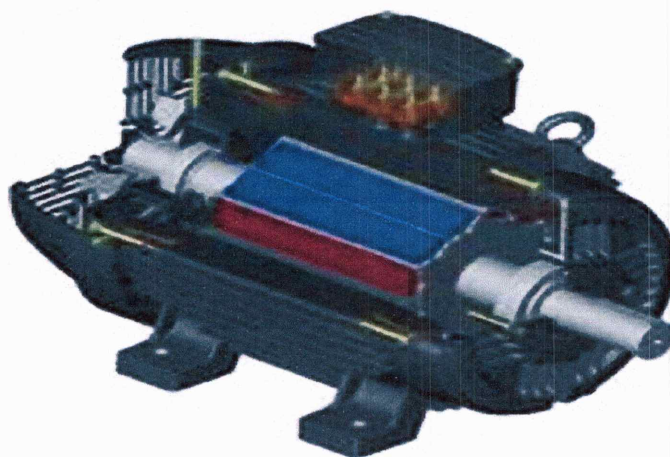


Figure. I.3.Moteur synchrone.

I.1.1.d. Moteur pas -à-pas

Le moteur pas à pas constitue un convertisseur électromécanique destiné à transformer le signal électrique (impulsion ou train d'impulsions de pilotage) en déplacement (angulaire ou linéaire) mécanique.

Au point de vue électrotechnique, le moteur classique ressemble à la machine synchrone, dont le stator (le plus souvent à pôles saillants) porte les enroulements de pilotage et le rotor (presque toujours à pôles saillants) est soit muni d'aimants permanents (structure dite polarisée ou active), soit constitué par une pièce ferromagnétique dentée (structure dite réluctance ou passive) [4].

En distingue trois catégories de moteur:

- Moteur Pas-à-Pas à réluctance variable MRV
- Moteur Pas-à-Pas à aimants permanents MP
- Moteur Pas-à-Pas hybride MH

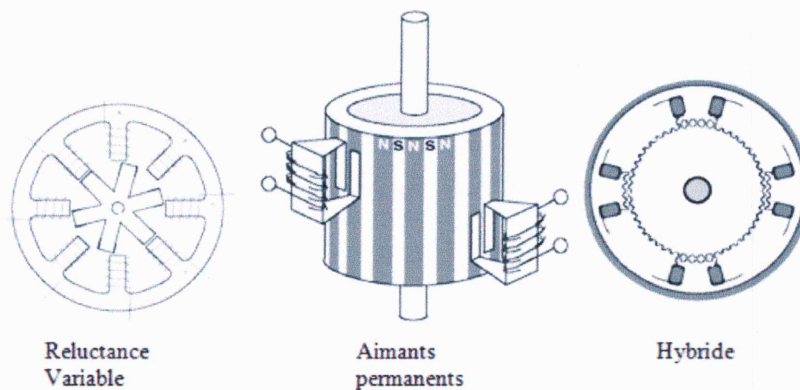


Figure. I.4. Différents types de moteur pas -à-pas.

I.1.2. Actionneurs linéaires

I.1.2.a. Vérins électriques

Les vérins électriques utilisent le principe de la transformation d'un mouvement de rotation créé par un moteur électrique en un mouvement de translation grâce à un système mécanique de transformation de mouvement.

La vitesse linéaire de la tige du vérin dépend donc de la vitesse de rotation du moteur et du pas du système de transformation de mouvement [5].

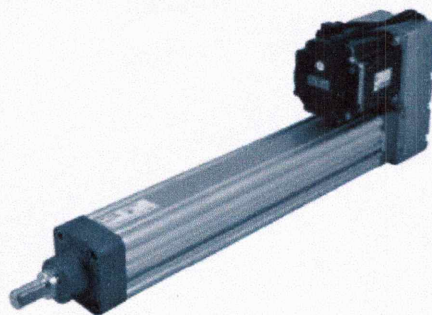


Figure. I.5. Vérin électrique.

I.1.2.b. Moteur linéaire

Le moteur linéaire offre la possibilité d'effectuer un mouvement de type rectiligne en s'affranchissant d'une quelconque transformation mécanique d'un mouvement rotatif en un mouvement linéaire. Particulièrement dans le domaine du petit, il devient très intéressant de pouvoir effectuer des déplacements linéaires avec des appareils peu encombrants.

Aujourd'hui, plusieurs fabricants proposent des moteurs linéaires tubulaires, mais dans des tailles trop grandes pour certaines applications microtechniques typiques telles que la micro robotique.

Le fonctionnement d'un moteur linéaire se base sur les mêmes principes électromagnétiques qu'un moteur rotatif. Les principaux éléments, bobines et aimants, sont simplement arrangés différemment pour produire une force et non un couple [5].

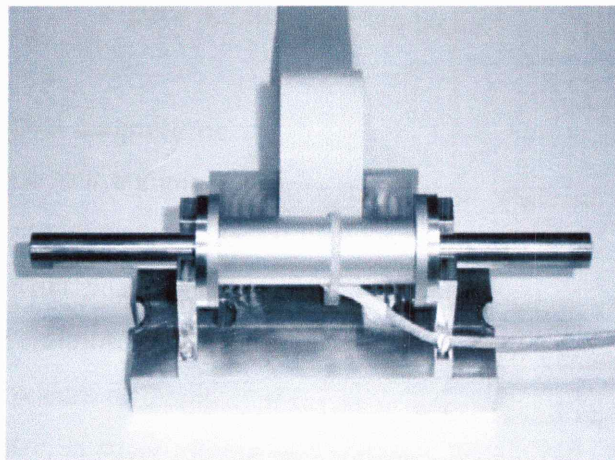


Figure. I.6. Moteur linéaire.

I.2. Matériaux magnétiques

I.2.1. Propriétés magnétiques

Au niveau atomique, les propriétés magnétiques d'un matériau sont attribuables à la contribution du moment magnétique de spin qui existe intrinsèquement dans chaque électron et à la contribution du moment orbital due à la rotation des électrons autour du noyau, et dont la superposition conduit au moment magnétique m de l'atome (Figure. I.7) [6].

▪ Diamagnétisme

Un diamagnétique parfait offre une résistance au passage du champ magnétique. Les lignes de champ H ne pénètrent pas dans le matériau. La perméabilité est donc nulle. C'est l'attribut d'un matériau qui a une susceptibilité magnétique négative ($\chi < 0$), c'est-à-dire que l'intensité de la magnétisation induite dans le corps par un champ H sera dans la direction opposée à H [8].

▪ Paramagnétisme

Par définition, tous les matériaux qui ne sont pas diamagnétiques sont paramagnétiques, c'est-à-dire ($\chi > 0$). Dans un matériau paramagnétique, chaque atome a un moment magnétique non nul. Sous l'action d'un champ extérieur, ces moments magnétiques s'orientent dans le champ et augmentent le champ H appliqué [8].

▪ Ferromagnétisme

La magnétisation d'un matériau ferromagnétique correspond à l'orientation des dipôles élémentaires dans une même direction. À la différence des paramagnétiques, cette orientation peut se faire spontanément, en l'absence d'un champ H extérieur [8].

I.2.3. Classification et caractéristiques des matériaux ferromagnétiques

Les éléments ayant un comportement ferromagnétique sont :

- le fer, le cobalt, le nickel et leurs alliages.
- le gadolinium, le dysprosium (terres rares).
- certains composés tels que ferrites, magnétites, etc.

Les composés ferromagnétiques sont souvent classés en deux catégories :

- Les matériaux magnétiques doux.
- Les matériaux magnétiques durs (aimants permanents).

I.2.3.1. Matériaux magnétiques durs

Les matériaux durs sont des matériaux qui présentent une forte aimantation rémanente et difficile à annuler (H_c est grand). Ils sont utilisés pour faire des aimants permanents (ex : acier). Ce sont des matériaux qui présentent un cycle d'hystérésis très large ($10^4 \text{ A/m} < H_c < 10^6 \text{ A/m}$). Ils sont utilisés en général comme aimant. On les utilise dans le 2ème quadrant ($B > 0$ et $H < 0$). H_c devient alors le champ démagnétisant à ne pas dépasser (Figure. I.9).

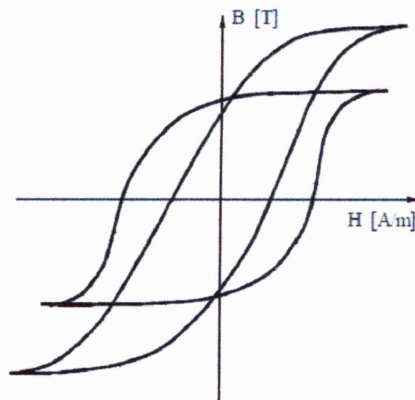


Figure. I.9. Matériaux durs.

I.2.3.2. Matériaux magnétiques doux

Les matériaux doux sont des matériaux qui possèdent une aimantation rémanente facile à annuler (H_c est petit).

A l'opposé des matériaux durs, un matériau doux présente un cycle d'hystérésis très petit voir inexistant ($10^{-2} \text{ A/m} < H_c < 100 \text{ A/m}$). C'est la base des machines tournantes ou de tout système magnétique voyant une induction alternative (μ_r dans la zone linéaire: $50 \text{ à } 10^4$) (Figure. I.10) [9].

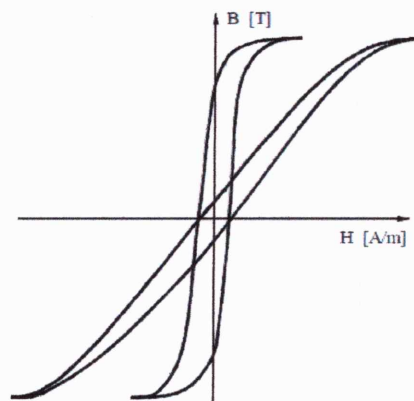


Figure. I.10. Matériaux doux.

I.2.3.3. Comportement magnétique des matériaux ferromagnétiques

Un matériau ferromagnétique peut être se décomposé macroscopiquement en plusieurs domaines portent les moments magnétiques.

Le phénomène d'orientation des moments magnétiques à l'intérieur des matériaux ferromagnétiques se produit de manière localisée. L'expérience montre que tous les matériaux

magnétiques de volume suffisant se divisent spontanément en régions plus petites qu'on appelle « domaines magnétiques » ou « domaines de Weiss » (Figure. I.11).

À l'intérieur d'un domaine, tous les moments magnétiques atomiques sont maintenus parallèles par les forces d'échange, de telle sorte que chaque domaine se présente comme un petit volume aimanté à saturation J_s avec une orientation différente de celles de ces voisins.

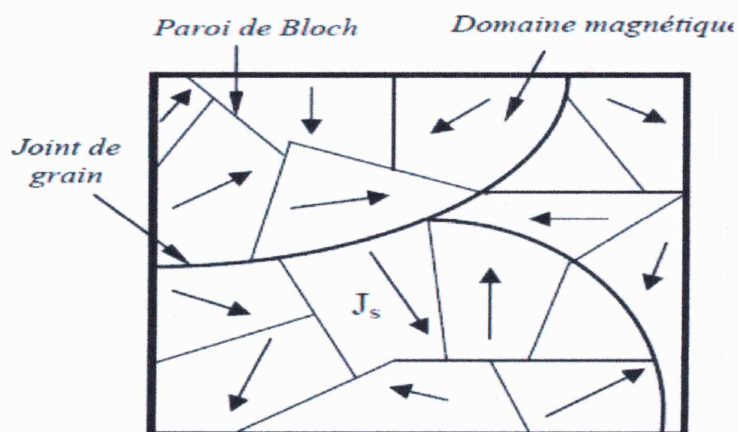


Figure .I.11.Domains de Weiss.

Les interfaces entre les domaines sont appelées « parois de Bloch » à travers lesquelles l'orientation des moments magnétiques passe progressivement d'un domaine à l'autre (Figure .I.12) [6].

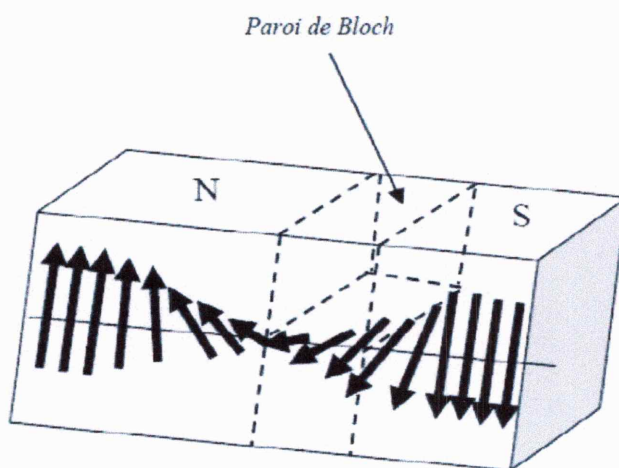


Figure. I.12.Rotation des moments magnétiques dans une paroi de Bloch à 180°.

L'existence des domaines s'explique par l'établissement d'un état dans lequel la somme des énergies créées par ce phénomène est minimale.

I.2.3.4. Influence d'un champ magnétique extérieur

L'application d'un champ magnétique extérieur H se traduit par l'introduction d'un nouveau terme d'énergie qui modifie l'état primitif d'équilibre énergétique du matériau pour créer une nouvelle configuration.

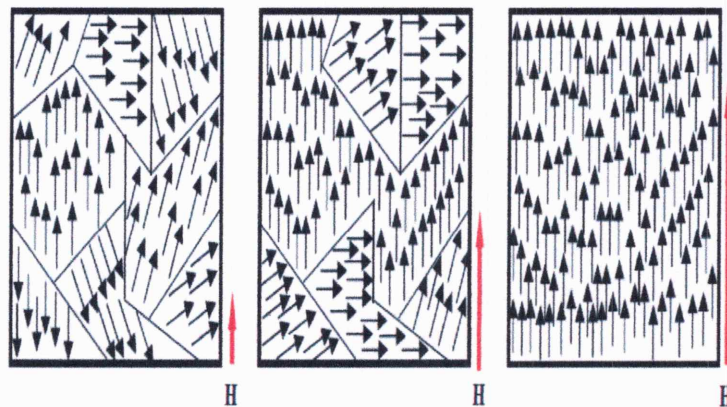


Figure I.13. Evolution des domaines de Weiss sous l'action d'un champ magnétique extérieur croissant dans un matériau ferromagnétique.

Il se produit d'abord une augmentation de certains domaines au détriment de leurs voisins par déplacements des parois (Figure. I.13). Pour des champs faibles, ce déplacement reste encore réversible. Quand les champs sont plus forts, les déplacements deviennent irréversibles.

Les domaines deviennent moins nombreux, leur direction de l'aimantation spontanée s'oriente progressivement suivant la direction du champ H . Pour des champs importants, les dernières parois disparaissent et on obtient la saturation macroscopique du matériau (Figure. I.14).

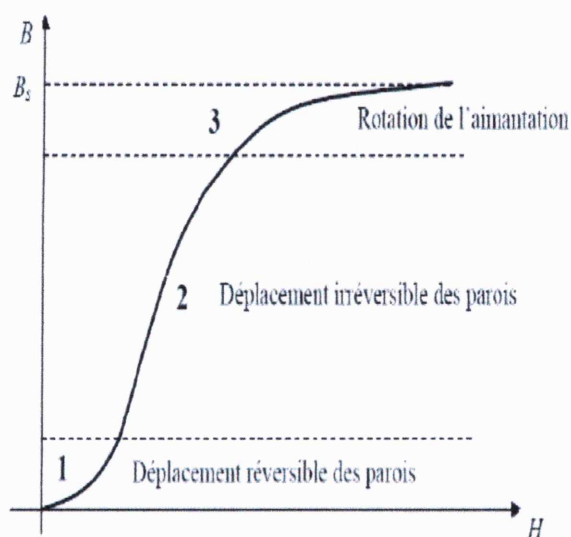


Figure. I.14. Effet de l'application d'un champ extérieur sur la courbe de 1ère aimantation.

Le mouvement des parois est en fonction de nombreux paramètres. On distingue entre autres la conductivité du matériau, l'intensité et la vitesse de l'excitation et le nombre d'obstacles.

I.2.3.5 Mécanisme d'aimantation et cycle d'hystérésis

I.2.3.5.a. Courbe de première aimantation

Sous l'action du champ H croissant, les domaines et parois évoluent progressivement jusqu'à obtenir un seul domaine correspondant à une valeur critique H_s et une induction de saturation B_s (courbe OA ou courbe de 1ère aimantation).

I.2.3.5.b. Cycle d'hystérésis

Lorsque le champ H diminue, les domaines magnétiques commencent par s'orienter pour, dans chacun des grains, prendre l'orientation facile la plus proche de celle du champ appliqué (courbe AB). H diminuant encore, l'énergie magnéto élastique du cristal ou des cristaux mono domaines devient trop élevée et des domaines d'aimantations opposées germent puis se développent.

Lorsque le champ devient nul, une aimantation rémanente subsiste qui se traduit par une induction rémanente B_r (point B). Pour obtenir l'induction nulle, il faut appliquer un champ magnétique négatif (courbe BC). Le champ H_c correspondant est le champ coercitif (point C).

Lorsque le champ augmente négativement, l'induction atteint une valeur minimale $-B_s$ (courbe CD). Quand le sens et la valeur du champ rechantent, on décrit la courbe DEFA.

L'aire du cycle d'hystérésis représente l'énergie dépensée, par unité de volume du matériau, par la réorientation des moments magnétiques des domaines et par le déplacement des parois [6].

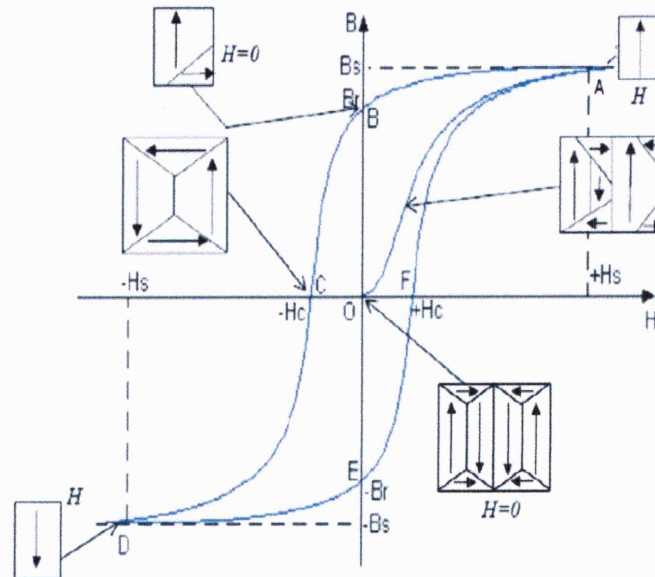


Figure. I.15. Courbe de première aimantation (OA) et le cycle d'hystérésis(ABCDEF) d'un matériau ferromagnétique.

I.3. Magnétostriction

I.3.1. Aperçu historique sur le phénomène de la magnétostriction

Le physicien anglais James Prescott Joule découvrit en 1842 qu'un barreau de fer soumis à un champ magnétique longitudinal s'allongeait suivant ce champ, en même temps qu'il se contractait transversalement, comme sous l'effet d'une traction ou compression mécanique. Il donna à ce phénomène le nom de magnétostriction.

Soumis à un champ magnétique, des échantillons de certaines substances subissent non seulement des dilatations ou des contractions, mais encore des flexions, des torsions, des modifications de densité, voire des variations de leur module d'Young. La magnétostriction se présente, au sens le plus général du terme, comme l'ensemble des relations liant les propriétés mécaniques d'un corps à ses propriétés magnétiques.

Au terme magnétostriction est associé depuis longtemps un des inconvénients majeurs de l'appareillage électrique les bruits et vibrations à fréquences fixes engendrés par ces appareils. La nuisance acoustique et vibratoire due aux déformations mécaniques provoquées par la magnétostriction des matériaux ferromagnétiques est donc l'une des principales conséquences de la magnétostriction. Cette nuisance se retrouve dans de nombreuses machines électriques comme les

transformateurs et les machines tournantes. Cependant la magnétostriction est aussi un phénomène utilisé avec profit. Les militaires furent les premiers à utiliser des matériaux magnétostrictifs pendant la seconde guerre mondiale pour les sonars des sous-marins. Les deux principaux avantages de ces matériaux sont d'une part de pouvoir émettre (mode transducteur) et recevoir des ondes acoustiques (mode capteur) avec le même matériau et d'autre part comme aucun contact physique n'est nécessaire entre le bobinage distance". Mais l'effet magnétostrictif des matériaux utilisés à cette époque (principalement Al-Fe et nickel) était très faible. Vers 1950, les capteurs et transducteurs magnétostrictifs furent remplacés par des matériaux piézo-électriques devenus beaucoup plus performants.

Dans les années 1960 les recherches reprirent après l'étude prometteuse de monsieur Belov à Moscou. Il étudiait la magnétostriction de certains métaux de la famille des terres rares. Puis Clark, un américain de la naval ordonnance laboratory, découvrit en 1974 un alliage conservant, à température ambiante et sous faible champ magnétique une grande magnétostriction, ainsi naquit le terfenol-D (un alliage de dysprosium-terbium-fer). Le terme «magnétostriction géante" est souvent donné à ces nouveaux matériaux pour les distinguer de ceux de type Al-Fe ou nickel dont les effets magnétostrictifs sont moins importants. Les performances en déformation sont environ deux fois plus importantes en comparaison avec les meilleurs matériaux piézo-électriques.

Depuis lors, les matériaux magnétostrictifs sont devenus compétitifs en terme de performance et prometteurs pour de nombreuses applications: les capteurs, les actionneurs de forte puissance, le contrôle actif des vibrations, etc [10].

I.3.2. Définition

La définition la plus populaire de la magnétostriction indique que la magnétostriction est un changement de forme, de dimensions et de propriétés mécaniques sous l'influence d'un champ magnétique.

L'un des principaux avantages de ces matériaux est qu'il est possible de générer des déplacements sans contacts électriques.

Le principe de la magnétostriction peut s'expliquer en modélisant par de petites ellipses magnétisées les domaines magnétiques du matériau. Augmenter l'excitation magnétique H dans le matériau oriente ces domaines, provoquant un changement de la forme de l'échantillon (Figure .I.16).

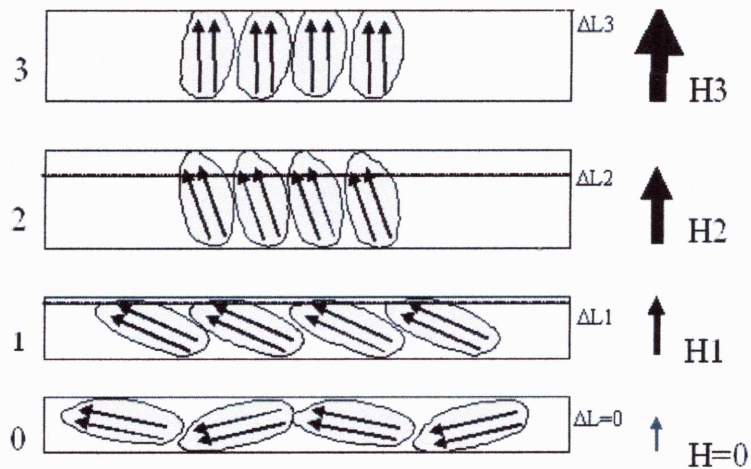


Figure. I.16. Illustration de la magnétostriction [11].

I.3.3. Principaux effets du phénomène de magnétostriction

L'on a coutume de classer les phénomènes de magnétostriction suivant leur aspect extérieur, sans tenir compte de leurs causes profondes. On distingue les effets directs, où l'application d'un champ magnétique (ou la variation de ce champ) produit une modification d'un paramètre mécanique, et les effets inverses, où la variation d'un paramètre ou d'une constante mécanique d'un matériau produit une modification de son aimantation, que ce matériau soit ou non plongé initialement dans un champ magnétique.

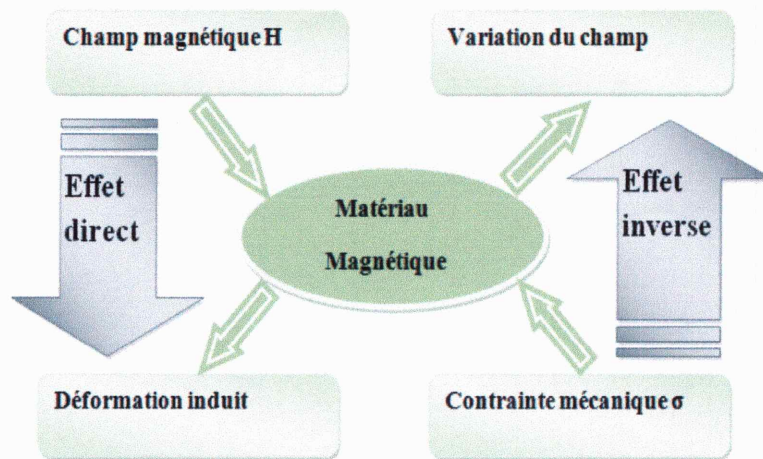


Figure. I.17. Représentation de l'effet joule direct et inverse.

I.3.3.1. Effet joule longitudinal

C'est de loin le phénomène magnétostrictif le plus important. Il a trait à l'allongement ou au raccourcissement ΔL d'un barreau ferromagnétique de longueur L sous l'action d'un champ magnétique H (Figure .I.18). $\frac{\Delta L}{L}$ n'est pas une fonction linéaire du champ et ΔL est indépendant du sens du champ dans une direction.

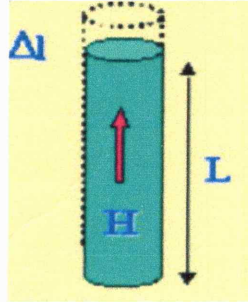


Figure. I.18. Illustration de l'effet joule.

Pour la plupart des métaux ou alliages ferromagnétiques, ΔL garde un signe constant, quelle que soit la valeur de H . Mais pour certains matériaux, on observe une inversion de signe de ΔL : c'est le cas du fer aux environs de 16 à 40 kA/m suivant les conditions de préparation [12].

Pour cette valeur critique, l'effet Joule s'annule et le barreau retrouve sa longueur initiale. Pour des valeurs de H inférieures à 16 kA/m, le barreau de fer s'allonge. Pour des valeurs de H supérieures, c'est l'inverse qui se produit. Le phénomène de saturation se traduit par l'existence d'une asymptote horizontale : quand H croît indéfiniment, tend vers une valeur limite λ_s , que l'on appelle coefficient de magnétostriction à saturation. Ce coefficient λ_s qui peut prendre des valeurs positives ou négatives (Figure. I.19), joue un rôle important dans la théorie moderne du magnétisme.

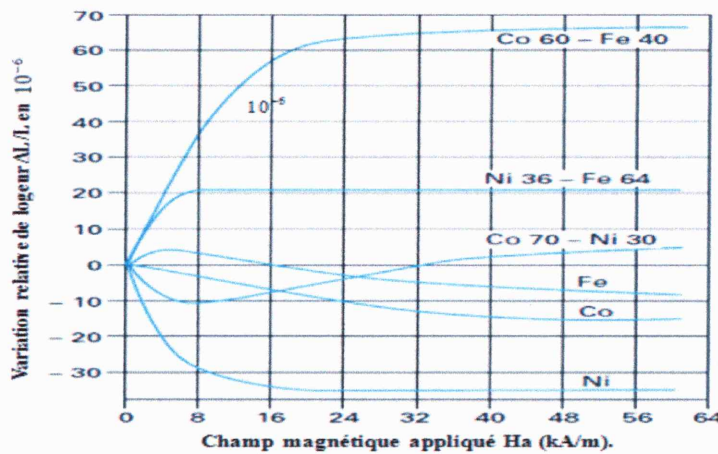


Figure. I.19. Effet Joule longitudinal de quelques métaux et alliages métalliques en fonction du champ magnétique appliqué H .

I.3.3.2. Effet Villari

L'effet Joule longitudinal inverse est aussi connu sous le nom d'effet Villari. Lorsque l'on modifie la longueur naturelle d'un barreau d'un matériau ferromagnétique, ce dernier s'aimante (Figure I.20). Si au préalable le barreau a été placé à l'intérieur d'un solénoïde, un courant transitoire parcourt la bobine. Ce courant correspond à une variation de flux magnétique associée à la variation de l'aimantation. La déformation ΔL associée à une force diffère de celle prédite par la loi de Hooke classique. Cependant on peut écrire :

$$F = ES_e \left(\frac{\Delta L}{L} \right) \quad (I.1)$$

Avec :

E : Module d'Young apparent.

S_e : Section droite du barreau.

$\left(\frac{\Delta L}{L} \right)$: Déformation relative totale.

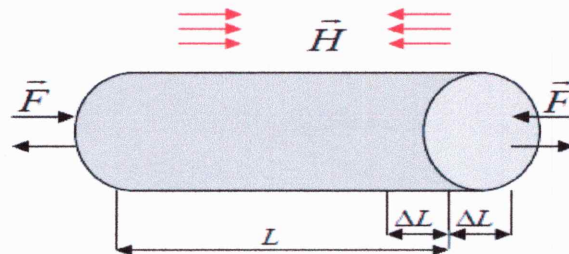


Figure. I.20.Effet Villari.

I.3.3.3.Effet joule transversal

L'effet Joule transversal est observé quand la direction de mesure de la dimension est perpendiculaire à l'aimantation (Figure I.21). Les effets Joule longitudinal et transversal n'introduisent pas de variation de volume si le matériau est isotrope ou constitué d'un ensemble désordonné de cristaux cubiques. Il n'en est pas de même pour des cristaux élémentaires présentant d'autres symétries.

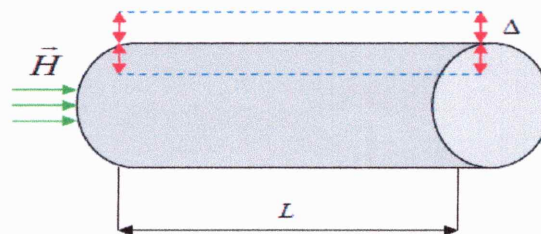


Figure. I.21.Effet joule transversal.

I.3.3.4. Effet Wiedemann

Cet effet se produit dans un barreau ou aimant ferromagnétique soumis à un champ longitudinal. Si ce barreau est traversé par un courant axial, le champ associé à ce courant provoque une torsion du barreau (Figure .I.22) : c'est l'effet Wiedemann. L'effet inverse produit une variation d'aimantation longitudinale et l'apparition d'une aimantation circulaire dans un élément long aimanté axialement et soumis à un couple de torsion.

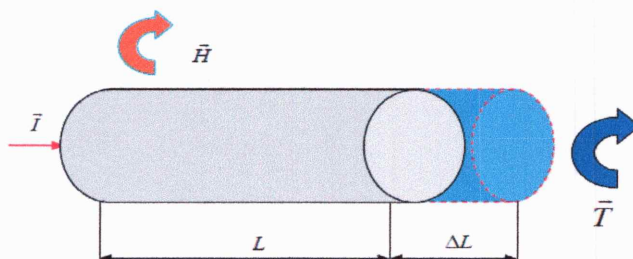


Figure. I.22. Effet Wiedemann.

I.3.3.5. Effet de variation de volume

Bien que l'effet Joule se manifeste sans changement de volume, il existe des phénomènes magnétostrictifs de variation de volume (ΔV) dans les matériaux ferromagnétiques. On distingue plusieurs types d'effets de volume d'origines différentes.

Une variation spontanée (sans champ appliqué) de volume a été mise en évidence. Un échantillon d'un matériau occupe, alors un volume différent de celui qu'il remplirait s'il n'était pas magnétique (Figure. I.23). Cette variation de volume est très grande et positive pour les alliages fer-nickel à environ 36 % de nickel ($\frac{\Delta V}{V}$) peut atteindre dans ces alliages $1,9 \cdot 10^{-6}$ à 0 k).

De plus, elle diminue quand la température croît et contribue par un terme ($\frac{\Delta V}{3V}$) à la compensation partielle de la dilatation thermique linéaire classique. Cet alliage fer-nickel est connu sous le nom d'Invar. Son coefficient global de dilatation reste inférieur ou égal à $2 \cdot 10^{-6}/k$ en valeur absolue entre les températures de 0 et 400 k. L'Invar est donc utilisé pour obtenir une grande stabilité thermique.

Une variation spontanée de volume existe pour d'autres matériaux magnétiques, mais elle est plus réduite. Par exemple, elle est égale en valeur relative à $-1,2 \cdot 10^{-3}$ pour le nickel métallique et $-2,7 \cdot 10^{-3}$ pour le fer à température ambiante. Une variation de volume est observée à bas champ.

Son amplitude est fonction de la géométrie de l'échantillon : c'est l'effet de forme. A champ plus élevé, il existe une contribution liée à la rotation de l'aimantation appelée effet de cristal.

Ces deux effets sont extrêmement faibles. Le principal effet de volume se produit pour des champs très importants (quelques 10^5 A/m). La variation de volume $\frac{\Delta V}{V}$ est alors après saturation une fonction linéaire du champ : c'est la magnétostriction forcée. Pour la plupart des métaux ou alliages magnétostrictifs, cette dernière variation reste faible, cependant des effets de volume plus importants, ont été mesurés dans des composés de terres rares. Par exemple, avec le nickel $\frac{\Delta V}{V}$ varie de $1,1 \cdot 10^{-6}$ par MA/m et de $110 \cdot 10^{-6}$ par MA/m pour le composé $Tb_{0,03}Fe_{0,97}$.

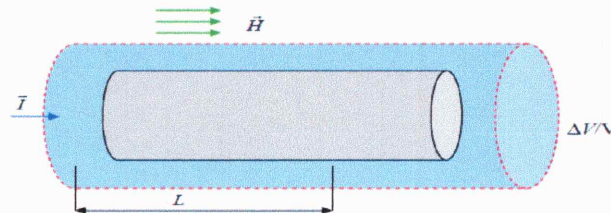


Figure. I.23.Effet de variation de volume.

I.3.3.6.Effet de flexion

Sous l'action du champ magnétique longitudinal, un barreau encastré à une extrémité subit une courbure, comme s'il travaillait à la flexion. Cet effet se traduit par un déplacement transversal de l'ensemble de l'extrémité libre du barreau sous l'action d'un champ magnétique.

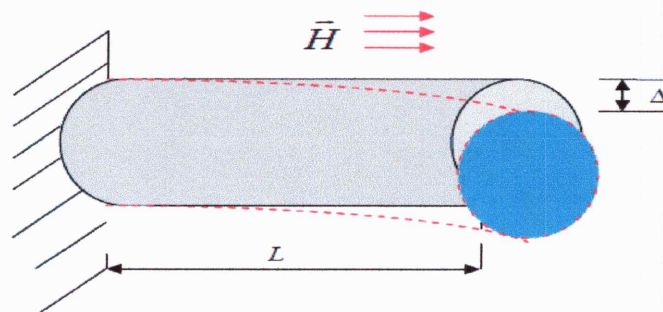


Figure. I.24.Effet de flexion.

I.3.3.7.Effet de variation du module d'Young ou effet ΔE

Lorsque l'on applique une contrainte à un matériau ferromagnétique, celle-ci provoque une variation d'aimantation qui introduit une déformation en supplément de la déformation créée par élasticité. Ce phénomène correspond à une modification des constantes élastiques du matériau, donc de son module d'Young E (Figure. I.25). Le module E est toujours réduit quel que soit le signe du coefficient de magnétostriction λ_s de matériaux ferromagnétiques doux qui présentent un alignement des moments magnétiques pour une très faible contrainte à champ nul, pour une traction saturante.

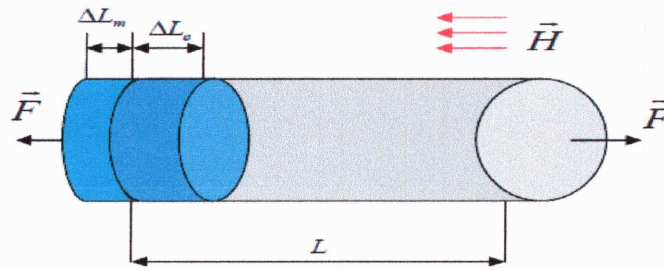


Figure. I.25. Effet de variation du module d'Young ou effet ΔE .

Contrainte	$\lambda_s < 0$	$\lambda_s > 0$
Traction $T > 0$	① 	②
Compression $T < 0$	③ 	④

Tableau. I.1. Influence de la contrainte sur la direction de facile aimantation d'un matériau magnétostrictifs isotrope à champ nul.

- Si $\lambda_s > 0$: $(\frac{\Delta L}{L}) = \lambda_s$
- Si $\lambda_s < 0$: $(\frac{\Delta L}{L}) = \frac{\lambda_s}{2} > 0$

$\Delta E = E_0 - E > 0$

Avec : E_0 module d'Young à l'état non magnétique.

Pour une contrainte nettement supérieure à celle saturant l'aimantation, ΔE tend vers zéro [$(\frac{\Delta L}{L})_m$ est très inférieure à $(\frac{\Delta L}{L})_e$]. L'effet ΔE est important pour la zone de champ où les domaines magnétiques sont mobiles. Sous champ saturant, une faible contrainte n'affecte pas l'aimantation et introduit uniquement une déformation élastique. ΔE est nulle.

Quelques valeurs mesurées de $\frac{\Delta E}{E_0}$ sont présentées dans le Tableau. I.2 .Le comportement du nickel est comparé à celui d'un composé terres rares-fer très magnétostrictif à forte anisotropie et d'un matériau amorphe (Fe-Si-B) ayant un très faible champ coercitif.

Matériau	$\Delta E/E_0(\%)$	H_a (A/m)
Ni	15	/
$Tb_{0.28}Dy_{0.72}Fe_2$	160	$340 \cdot 10^3$
$Fe_{78}Si_{10}B_{12}$	190	240

Tableau. I.2. Valeurs de $\frac{\Delta E}{E_0}$ du champ statistique appliquée H pour différents matériaux.

L'effet ΔE est mis à profit pour stabiliser la variation thermique du module d'Young E dans des alliages fer nickel connus sous les noms commerciaux de Elinvar et Durinval C (Ni42 - Fe 49.5 - Cr 5 - Ti 2,5 - Al 0,5 - Si 0,5). En général le module E d'un matériau non magnétostrictif est une fonction décroissante de la température. Une déformation due à la magnétostriction diminue en augmentant la température et s'annule au point de Curie (à la température de Curie un matériau ferromagnétique devient paramagnétique et les moments magnétiques sont dans un état désordonné).

Une réduction de l'effet magnétostrictif induit une Augmentation de E. Donc les variations thermiques de E d'origines soit élastique soit magnétostrictive ont tendance à se compenser.

Les alliages à faible coefficient thermo-élastique sont utilisés dans des résonateurs, des ressorts, des capteurs de force ou de pression, des cuves et tuyaux pour liquides refroidis, des pièces pour appareils de métrologie, ...etc.

La Figure. I.26 donne à titre d'exemple la courbe du module d'Young à H constant pour deux alliages différent. En pointillés : $(Tb_{0.6}Dy_{0.4})_{0.42}Fe_{0.58}$, en trait plein : $(Tb_{0.6}Dy_{0.33})_{0.42}Fe_{0.6}$.

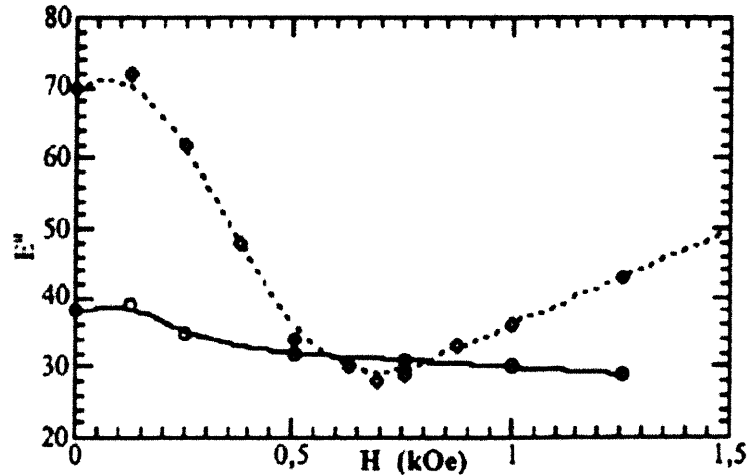


Figure. I.26. Illustration de l'effet ΔE pour deux échantillons.

I.4. Quelques applications de la magnétostriction

I.4.1. Moteurs magnétostrictifs linéaires

Ce type de moteurs est généralement utilisé dans l'industrie en tant que positionneur, pour des valves. Deux principes des moteurs linéaires magnétostrictifs sont présentés sur la Figure. I.27 et Figure. I.28.

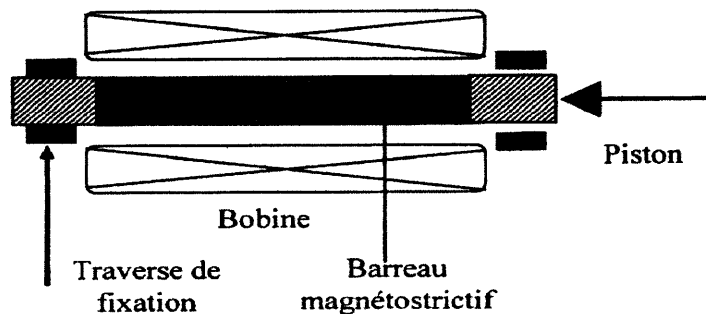


Figure. I.27. Moteur Inche-Worm.

La figure. I.27 illustre le principe du moteur appelé Inch-worm (mouvement rappelant le déplacement d'un ver ou d'une chenille et à l'origine de nombreux dispositifs), il est constitué de deux traverses de fixation à chaque bout d'un piston entraîné par le barreau magnétostrictif.

Lorsqu'on aimante le barreau, une des traverses est activée de sorte que le piston ne puisse se déplacer que dans une direction. En activant alors les traverses consécutivement, on obtient un déplacement linéaire du piston [13].

La figure. I.28 montre un autre principe des moteurs linéaires, c'est le moteur de Kiewewetter, qui exploite, ce qui est très rare, la magnétostriction transversale. Il est constitué d'un tube cylindrique formant un stator à l'intérieur duquel est bridé un barreau cylindrique de Terfenol-D. Des mouvements de va-et-vient sont effectués en alimentant séquentiellement une série de bobinages indépendants disposés le long du stator. La section du Terfenol-D diminue et le matériau se trouve désolidarisé du tube. En alimentant successivement les bobinages, cette zone contractée se propage le long du barreau qui se déplace tout entier dans le tube. Ce type d'actionneur est recherché pour le positionnement précis d'objet.

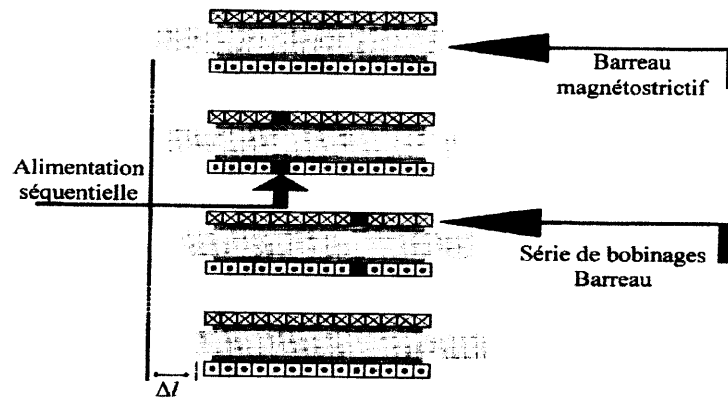


Figure. I.28. Principe du moteur de Kiewewetter.

I.4.2. moteurs magnétostrictifs rotatifs

Des moteurs magnétostrictifs à mouvement rotatifs ont aussi été mis au point [13]. Pour ces moteurs également basés sur la technique du Inch-Worm, des couples importants à faibles vitesses, ainsi que des couples élevés à l'arrêt, sont disponibles. Ces moteurs utilisent les mouvements combinés de plusieurs barreaux magnétostrictifs afin de mettre en rotation un arbre, via l'actionnement de pièces d'entraînement (Figure. I.29). Le prototype mis au point par Vranish, d'un volume de $26 \times 11,5 \times 10,8 \text{ cm}^3$ est capable de développer un couple de 12,2 N.m à une vitesse de 0.5tr/mn, et dispose d'une précision angulaire de 800 micro rad.

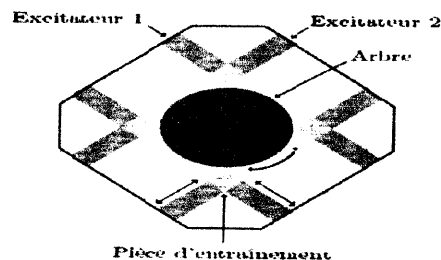


Figure. I.29. Principe d'un moteur rotatif magnétostrictif.

Enfin, une application potentiellement importante des actionneurs magnétostrictifs concerne le contrôle actif du bruit et des vibrations.

I.4.3. capteurs à base d'un matériau magnétostrictif

Où la conversion mécanique magnétique est mise à profit. De nombreux capteurs de position, de forces et de couples, ainsi que de pression, ont été étudiés et certains ont fait l'objet d'une commercialisation. Les variations des propriétés magnétiques induites par une contrainte sont mises à profit, en mesurant la tension induite dans une bobine de mesure de flux liée à l'échantillon magnétostrictif. Il est à noter que la réalisation de capteurs magnétostrictifs ne nécessite pas de matériaux à magnétostriction géante, mais plutôt des matériaux capables de transformer l'énergie élastique en énergie magnétique avec un rendement tendant vers l'unité [13].

Enfin, l'une des applications les plus importantes du Terfenol-D est le sonar ; application ayant fait l'objet d'importantes recherches, et l'une des plus développées.

Différentes configurations ont été définies. Toutes associent le mouvement unidirectionnel d'un barreau de Terfenol-D, soit à celui d'un piston pour générer une onde longitudinale, soit à la déformation d'une coque pour produire des ondes radiales. D'autres dispositifs à base de matériaux à magnétostriction géante font l'objet de développement pour répondre aux besoins spécifiques de certaines applications de l'aérospatiale (amplification de déplacement, micro-pompes...).

Un sonar (acronyme de Sound Navigation And Ranging) désigne l'ensemble des techniques qui permettent de transmettre et de recevoir de l'information à travers le milieu marin en utilisant les ondes de vibrations élastiques. L'eau propage ces vibrations à de grandes distances, alors qu'elle absorbe très vite les ondes électromagnétiques, y compris les ondes lumineuses.

L'objectif essentiel des techniques sonars est la détection des sources de bruits ou des obstacles immergés. Le sonar passif capte les sons ou les ultrasons éventuellement émis par l'objet à détecter, donne sa direction, parfois sa distance.

Le sonar actif (d'abord nommé asdic), comme le radar, émet des signaux et s'efforce de recevoir des échos réfléchis sur les cibles éventuelles en évaluant leur distance [13].

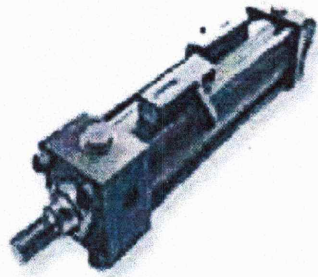


Figure. I.30. Capteur de déplacement

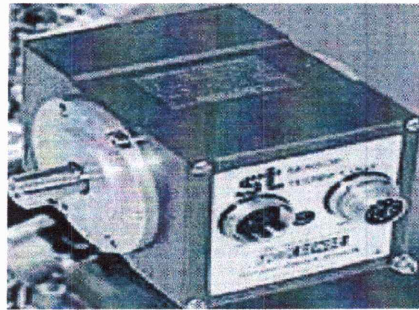


Figure. I.31. Capteur de couple à électronique intégrée

Conclusion

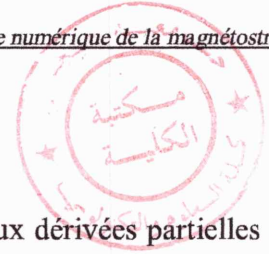
Dans ce chapitre, nous avons cité les différents types des actionneurs électriques selon leurs mouvement, dans un première temps, une classification des matériaux magnétiques a été fait, les comportements de ces matériaux sont décrit aussi.

Ce travail nous a permis d'élargir nos connaissances sur les phénomènes de magnétostriction notamment l'effet joule, ainsi que les autres principaux effets de magnétostriction, chaque effets de magnétostriction a son effet inverse.

L'effet Joule transversal est associé toujours à l'effet longitudinal car cet effet se fait à volume constant.

Chapitre II

Lois de comportement magnéto-mécanique et analyse numérique de la magnétostriction



Introduction

En électrotechnique, les modèles obtenus sont des équations aux dérivées partielles dont la résolution analytique n'est pas évidente, aussi pour s'affranchir de cette difficulté des méthodes numériques ont été développées (élément finis, différences finis...etc.).

Les matériaux magnétostrictif présentent un couplage magnéto-mécanique non linéaire, qu'il est nécessaire de représenter analytiquement au sein d'un modèle tenant compte des aspects magnétiques, mécaniques, couplés et non linéaires du problème.

Pour cela nous avons choisi la méthode des éléments finis. Pour modéliser les phénomènes de magnétostriction notamment l'effet direct décrit au chapitre I, nous allons établir, à partir des hypothèses, des lois de comportement couplées intégrant le couplage entre les grandeurs magnétiques et mécaniques. La déformation de magnétostriction est une fonction paire et indépendante à contraintes appliquées.

II.1. Formulation des équations électromagnétiques

L'étude d'un dispositif électromagnétique nécessite la connaissance des champs électromagnétiques dans ce dispositif et donc les valeurs du flux, les forces magnétiques, etc, le calcul du champ magnétique nécessite une résolution des équations de Maxwell.

Ces équations décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques et s'adaptent à tout milieu électromagnétique, mais à l'heure actuelle, on ne peut pas les résoudre directement. Dans la plus part des cas, certains phénomènes (matériaux de construction, fréquence de travail) devient négligeable, les équations sont découplées, alors on donnant naissance à des modèles et des formulations plus simples [14 ,15].

II.1.1. Équations et modèles

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques classiques sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell et par les trois relations du milieu considéré.

II.1.1.1. Équations de Maxwell et lois de comportement des milieux

Loi de Maxwell-Gauss

$$\overline{\text{div}} \vec{D} = \rho \quad (\text{II.1})$$

Loi de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

Loi de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

Loi de conservation du flux magnétique

$$\overrightarrow{\text{div}} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.4})$$

Avec :

\vec{E} : Champ électrique[V/m].

\vec{B} : Induction magnétique[T].

\vec{H} : Champ magnétique[A/m].

\vec{D} : Induction électrique[C/m²].

\vec{j} : Densité de courant [A/m²].

ρ : Densité volumique de charges [C/m³].

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité de courant de déplacement [A/m²].

II.1.1.2. Lois de comportement électromagnétique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.6})$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.7})$$

L'expression détaillée des densités des courants :

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{ind}} + \vec{j}_{\text{ex}} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

\vec{j}_{ind} : La densité de courant induit.

\vec{j}_{ex} : La densité de courant d'excitation.

\vec{B}_r : Induction magnétique rémanente (cas d'aimants permanents) en [T].

ϵ : Permittivité en [F/m].

μ : Perméabilité magnétique en [H/m].

σ : Conductivité électrique en [S.m⁻¹].

II.1.1.3. Modèle magnétostatique

La magnétostatique consiste à l'étude des phénomènes magnétique en régime stationnaire. Le champ magnétique est alors invariant dans le temps et n'est qu'un des courants stationnaires imposés ou à des aimants permanents. Les équations a considérées sont les équations de maxwell ((II.3), (II.4)) où dérivées temporelles sont nulles [16].

$$\overline{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II.9})$$

$$\overline{\text{div}} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.10})$$

L'équation (II.10) permet de définir une fonction A s'appelle potentiel vecteur magnétique tel que [24] :

$$\vec{B} = \overline{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.11})$$

D'où le système d'équation :

$$\overline{\text{rot}} (\nu \overline{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{J} \quad (\text{II.12})$$

En tenant compte des relations d'analyse vectorielle, l'équation devient :

$$\overline{\text{rot}} (\nu \overline{\text{rot}} \vec{A}) = \overline{\text{grad}} \nu \cdot (\overline{\text{rot}} \vec{A}) + \nu (-\Delta A + \overline{\text{grad}} (\overline{\text{div}} \vec{A})) \quad (\text{II.13})$$

On utilise la jauge de coulomb $\overline{\text{div}} \vec{A} = 0$, on obtient alors :

$$\overline{\text{rot}} (\nu \overline{\text{rot}} \vec{A}) = \overline{\text{grad}} \nu \cdot (\overline{\text{rot}} \vec{A}) + \nu (-\overline{\text{div}} \overline{\text{grad}} \vec{A}) \quad (\text{II.14})$$

Dans chaque région du dispositif d'étude la réductivité est constante c.-à-d. $\overline{\text{grad}} \vec{V} = 0$.

L'équation précédente devient :

$$\overline{\text{rot}} (\nu \overline{\text{rot}} \vec{A}) = -(\overline{\text{div}} (\nu \overline{\text{grad}} \vec{A})) = J \quad (\text{II.15})$$

ν : la réductivité du matériau.

II.1.1.4. Conditions de continuité aux interfaces de séparation

Sur une limite de séparation de deux milieux différents notés 1 et 2, on peut trouver des conditions de continuité du type [17] :

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (\text{II.16})$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (\text{II.18})$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (\text{II.19})$$

Ici \vec{n} est le vecteur normal à l'interface dirigé du milieu 1 vers le milieu 2, \vec{J}_s est la densité libre surfacique de courant libre à l'interface et ρ_s est la densité surfacique de charge à l'interface.

A partir de ces équations, on montre qu'il y a :

- Continuité des composantes respectivement normale de l'induction magnétique \vec{B} et tangentielle du champ électrique \vec{E} à la traversée de la surface de séparation des deux milieux 1 et 2.
- Discontinuité des composantes respectivement tangentielle du champ magnétique \vec{H} et normale de l'induction électrique \vec{D} par la présence du courant et des charges surfaciques.

II.1.1.5. Modèle élasto-statique

En statique des solides élastiques, on ne s'intéresse pas au mouvement que prend le solide pendant l'application du chargement pour atteindre la position d'équilibre final [18].

On ne s'intéresse qu'à l'état d'équilibre final l'équation de mouvement pour la mécanique des solides est donnée par :

$$\text{div} \vec{\sigma} + \vec{f}_v = \rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2} \quad (\text{II.20})$$

Où :

σ : Tenseur des contraintes.

u : Déplacement.

ρ : Masse volumique du matériau.

Dans l'état d'équilibre final, l'équation de mouvement devient l'équation d'équilibre :

$$\text{div} \vec{\sigma} + \vec{f}_v = 0 \quad (\text{II.21})$$

Où : f_v représente les forces volumique, le terme $\rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2}$ est nul car l'état final est à l'équilibre.

L'équation d'équilibre est une équation différentielle vectorielle dont les inconnues sont le tenseur des contraintes.

II.1.1.6. Condition aux limites mécanique

Pour que le problème de l'élastostatique soit convenablement posé, il convient de compléter sa formulation par la condition régnant à la frontière du $\partial\Omega_s$ solide.

Il existe seulement deux types de conditions aux limites antagoniques imposées sur deux zones distinctes $\partial\Omega_\mu$ et $\partial\Omega_\sigma$ tel que :

$$\partial\Omega_s = \partial\Omega_\mu \cup \partial\Omega_\sigma \quad (\text{II.22})$$

Ω_s : Domaine d'étude.

$$\emptyset = \partial\Omega_\mu \cap \partial\Omega_\sigma \quad (\text{II.23})$$

Sur la portion frontière $\partial\Omega_\mu$ on impose des conditions de déplacement ainsi appelées conditions aux limites essentielles :

$$U_i = U_i^0 |_{\partial\Omega_\mu} \quad (\text{II.24})$$

Où :

U^0 : est le vecteur $[U_x^0 \ U_y^0]^t$ des déplacements imposés sur $\partial\Omega_\mu$.

Sur la portion complémentaire de frontière $\partial\Omega_s$, on impose des efforts extérieurs surfaciques $F_s = [F_{xx}^s \ F_{yy}^s]$ éventuellement nuls, ces conditions sont dites conditions aux limites de type équilibre, qui doivent satisfaire les équations d'équilibre, en surface (condition naturelles de bord) :

$$F_i^s = \sigma_{ij} n_j |_{\partial\Omega_\sigma} \quad (\text{II.25})$$

Pour l'effet direct du phénomène de magnétostriction, la solution consiste à déterminer le vecteur de déplacement U dans le domaine Ω_s .

II.1. Problématique

II.1.1. Présentation du comportement couplé magnéto-mécanique

Dans le but de modéliser, par la méthode des éléments finis, le phénomène de magnétostriction décrit au chapitre I, se représentant au sens le plus général comme l'ensemble des relations liant les propriétés mécaniques d'un corps à ses propriétés magnétiques et réciproquement, nous allons établir, à partir d'hypothèses simples, des lois de comportement couplées intégrant directement le couplage entre les grandeurs magnétiques et mécaniques.

Ces lois constitutives devront rendre compte du comportement du milieu magnétostrictif considéré, avec suffisamment d'exactitude. La caractérisation d'un matériau magnétostrictif illustre les dépendances magnéto-mécaniques mises en jeu. La figure(II.1) représente les caractéristiques expérimentales $B(H, \sigma)$ et $\varepsilon^H(H, \sigma)$ d'un barreau de terfenol-D.

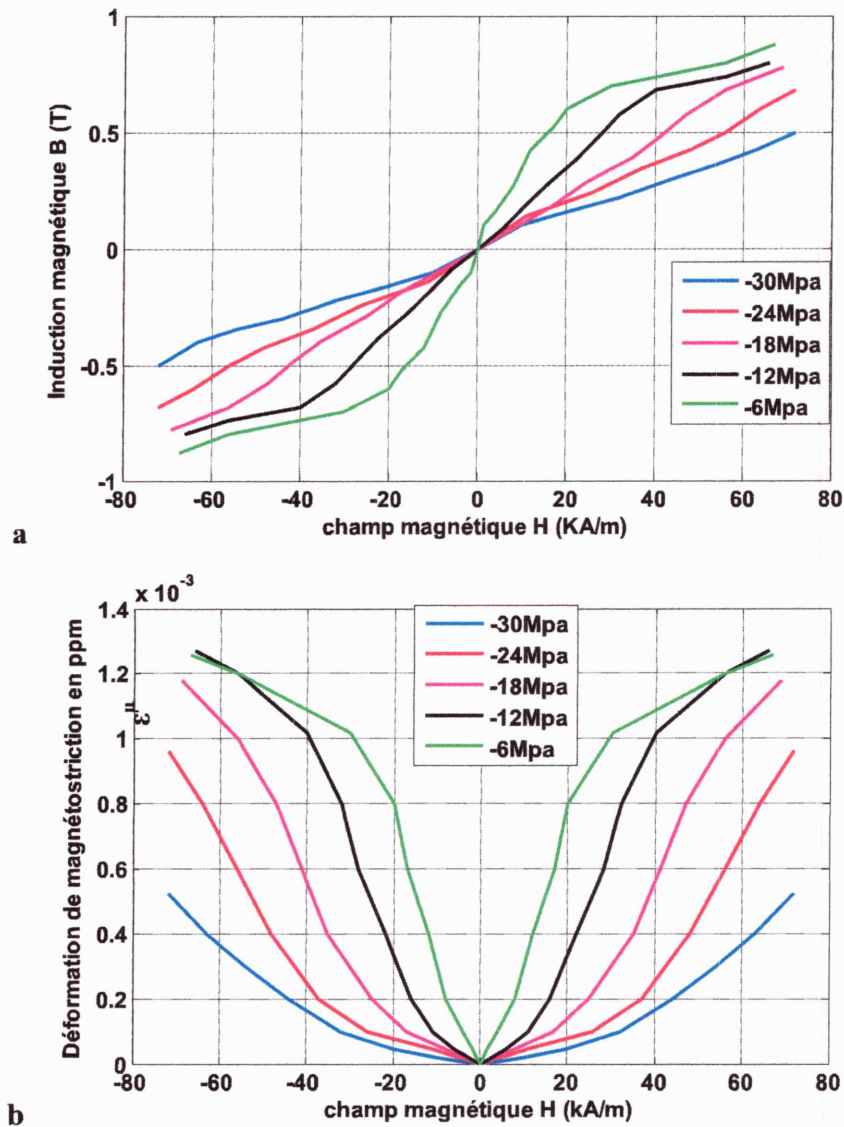


Figure .II.1. Relevé magnétique H (B , σ) (a) et de déformation de magnétostriction $\epsilon^\mu(H, \sigma)$ (b) d'un barreau de terfenol-D, illustrant le couplage magnéto-mécanique.

Ces réseaux de courbes montrent l'effet de contrainte sur le comportement magnétique, ainsi que l'effet du champ magnétique sur le comportement mécanique. La modélisation d'un tel phénomène semble complexe en raison des dépendances non linéaires magnéto-mécaniques.

En effet, le champ H et la déformation de magnétostriction ϵ^μ dépendant très fortement de la contrainte appliquée, (figure .II.1.b). En revanche, la figure .II.2 illustrant la déformation de magnétostriction en fonction de l'induction magnétique, pour difficultés afin de modéliser ce type, de couplage.

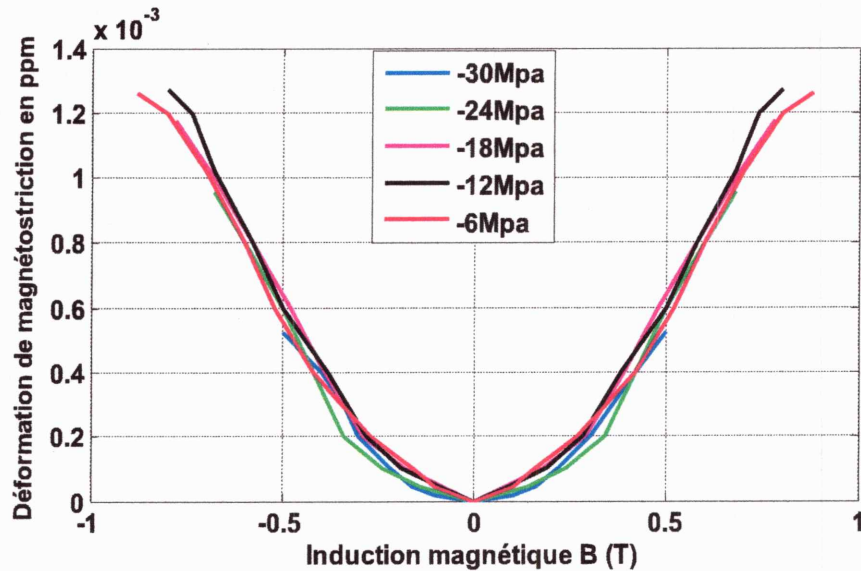


Figure. II.2. Courbes de déformation $\varepsilon^{\mu}(H, \sigma)$, d'un barreau de terfenol-D, en fonction de l'induction magnétique B pour des contraintes de compression comprises entre -6 et -30MPa.

Tout d'abord, la déformation de magnétostriction du terfenol-D, est en fonction de l'induction magnétique, est peu influencée par la contrainte appliquée. De plus, cette représentation met en évidence le fait que la déformation de magnétostriction semble être proportionnelle au carré de l'induction. Il paraît judicieux de mettre en œuvre un modèle simple de déformation de magnétostriction quadratique en B et indépendant de la contrainte appliquée.

II.2. Couplage magnéto-mécanique

II.2.1. Etude énergétique

Le choix comme variable d'état du champ et d'induction magnétique implique naturellement une formulation magnétique en vecteur potentiel et mécanique en contrainte ou en déplacement.

Du point de vue magnétique, le choix de la variable d'état est fortement influencé par la possibilité d'établir phénoménologique de la déformation de magnétostriction indépendante de contrainte et quadratique avec l'induction magnétique. Par conséquent, le choix de l'induction magnétique comme variable d'état semble s'imposer.

Du point de vue mécanique des structures, nous avons utilisé la variable d'état la plus communément employée pour le calcul de structure : la déformation locale du matériau qui implique une formulation de déplacement.

Le couplage induit par le phénomène de magnétostriction peut être décrit par des modèles mathématiques en fonction des variables d'état B et ε , ces modèles de comportement que nous cherchons à établir permettent de définir l'état macroscopique magnétique et mécanique de ces matériaux[1].

$$\vec{H} = \vec{H}(B, \varepsilon) \quad (\text{II.26})$$

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}(B, \varepsilon) \quad (\text{II.27})$$

Le phénomène qui couple comportement magnétique, induit une énergie de couplage due aux contributions magnétiques et mécaniques. La différentielle totale exacte de la densité d'énergie potentielle totale de ce phénomène, qui représente la densité de travail magnéto-mécanique, permet de prendre en compte l'effet des contributions $dw(B, \varepsilon)$ de la densité d'énergie potentielle totale $w(B, \varepsilon)$, lors de variation élémentaires dB et $d\varepsilon$.

$$\partial w(B, \varepsilon) = \left. \frac{\partial w(B, \varepsilon)}{\partial B} \right|_{\varepsilon} dB + \left. \frac{\partial w(B, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_B d\varepsilon = \vec{H}(B, \varepsilon)dB + \sigma(B, \varepsilon)d\varepsilon \quad (\text{II.28})$$

L'intégration par rapport à l'induction magnétique de l'expression de $\vec{H} = \vec{H}(B, \varepsilon)$ ainsi que celle de la contrainte $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}(B, \varepsilon)$ par rapport à la déformation mécanique, permettent d'établir deux formes de l'expression de densité d'énergie potentielle totale. ces deux expressions font intervenir respectivement la densité d'énergie purement mécanique $w(0, \varepsilon)$ (obtenue à $B=0$) et la densité d'énergie magnétique $w(B, 0)$ (obtenue à $\varepsilon = 0$).

$$W(B, \varepsilon) = \int_0^B H(B, \varepsilon)dB + W(0, \varepsilon) \quad (\text{II.29})$$

$$W(B, \varepsilon) = \int_0^B \sigma(B, \varepsilon)d\varepsilon + W(B, 0) \quad (\text{II.30})$$

À partir de l'expression des densités d'énergie classique purement magnétique et mécanique des matériaux ferromagnétique, et des deux équations précédent, on établit deux expressions possibles de l'énergie totale mise en jeu, dans un domaine magnétostrictif Ω .

$$W(B, \varepsilon) = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H(B, \varepsilon)dB + \int_0^{\varepsilon} \sigma(0, \varepsilon)d\varepsilon \right) d\Omega \quad (\text{II.31})$$

$$W(B, \varepsilon) = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H(B, 0)dB + \int_0^{\varepsilon} \sigma(B, \varepsilon)d\varepsilon \right) d\Omega \quad (\text{II.32})$$

La même étude peut être élaborée à partir de la différentielle totale exacte de la densité de la co-énergie potentielle, en prenant comme variables d'état H et σ à la place de B et ε .

$$dW_c(H, \varepsilon) = \left. \frac{dw_c(H, \sigma)}{dH} \right|_{\sigma} dH + \left. \frac{dw_c(H, \sigma)}{d\sigma} \right|_H d\sigma = B(H, \sigma)dH + \varepsilon(H, \sigma)d\sigma \quad (\text{II.33})$$

En effet, on peut déduire deux expressions de la densité de la co-énergie totale de w_c mise en jeu ce phénomène.

$$W_c(H, \sigma) = \int_0^B B(H, \sigma)dH + \int_0^{\sigma} \varepsilon(H, \sigma)d\sigma \quad (\text{II.34})$$

$$W_c(H, \sigma) = \int_0^B B(H, 0)dH + \int_0^{\sigma} \varepsilon(H, \sigma)d\sigma \quad (\text{II.35})$$

Tel que l'on ait :

$$W + W_c = HB + \sigma \varepsilon \quad (\text{II.36})$$

II.2.2. Coefficients de couplage magnéto-mécanique

La linéarité de l'opération de dérivation permet d'écrire de deux manières différentes la dérivée partielle du second ordre de la densité d'énergie potentielle totale, qui est de classe C^2 :

$$\left. \frac{\partial \sigma(B, \varepsilon)}{\partial B} \right|_{\varepsilon} = \frac{\partial^2 w(B, \varepsilon)}{\partial B \partial \varepsilon} = \left(\frac{\partial^2 w(B, \varepsilon)}{\partial B \partial \varepsilon} \right)^t + \left(\frac{\partial H(B, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \Big|_B \right)^t \quad (\text{II.37})$$

Ceci signifie que $\vec{H}(B, \varepsilon)$ et $\sigma(B, \varepsilon)$ sont liés du fait qu'ils représentent les dérivées partielles d'une même fonction (densité d'énergie potentielle totale). Il est à noter que la propriété précédente qui implique l'égalité des dérivées croisées partielles secondes d'une différentielle, constitue le théorème de Schwarz.

L'égalité de ces dérivées secondes croisées introduit le coefficient magnéto-mécanique $\alpha(B, \varepsilon)$ qui lie les grandeurs magnétiques et mécaniques :

$$\alpha(B, \varepsilon) = \left. \frac{\partial \sigma(B, \varepsilon)}{\partial B} \right|_{\varepsilon} = \left. \frac{\partial H(B, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_B \quad (\text{II.38})$$

Il est également possible d'établir un coefficient de couplage magnéto-mécanique, en fonction des variables d'état H et σ , à partir de l'égalité des dérivées partielles du second ordre de la densité de la co-énergie potentielle totale :

$$\left. \frac{\partial \varepsilon(H, \sigma)}{\partial H} \right|_{\sigma} = \frac{\partial^2 w_c(H, \sigma)}{\partial H \partial \sigma} = \left(\frac{\partial^2 w_c(H, \sigma)}{\partial H \partial \sigma} \right)^t = \left(\frac{\partial B(H, \sigma)}{\partial \sigma} \Big|_H \right)^t \quad (\text{II.39})$$

Tel que :

$$\eta(H, \sigma) = \left. \frac{\partial \varepsilon(H, \sigma)}{\partial H} \right|_{\sigma} = \left. \frac{\partial B(H, \sigma)}{\partial \sigma} \right|_H \quad (\text{II.40})$$

Ces dérivées partielles montrent la dépendance entre les grandeurs magnétique et mécanique, et représentent la base de l'élaboration des lois de comportement couplées.

Dans l'approche énergétique détaillée ci-dessus [19], l'utilisation de l'énergie et de la co-énergie totale a permis d'établir les coefficients de couplage, respectivement en fonction du couple de variables d'état (B, ε) et (H, σ) . À partir d'une analogie avec les relations de Maxwell établies en Thermodynamique, il est possible d'explicitier les quatre expressions des coefficients de couplage, en fonction des différentes combinaisons de variables d'état.

Variables d'état	Déformation ε	Contrainte σ
Induction B	$\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \Big _B = \frac{\partial \sigma}{\partial B} \Big _\varepsilon$	$\frac{\partial H}{\partial \sigma} \Big _B = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial B} \Big _\sigma$
Champ H	$\frac{\partial B}{\partial \varepsilon} \Big _H = -\frac{\partial \sigma}{\partial H} \Big _\varepsilon$	$\frac{\partial B}{\partial \sigma} \Big _H = \frac{\partial \varepsilon}{\partial H} \Big _\sigma$

Tableau. II.1. Expression des coefficients de couplage magnéto-mécanique en fonction des diverses combinaisons de variables d'état.

Au vu du tableau ci-dessus, il apparaît clairement que chaque fonction d'état possède un groupe de variables propres. La figure (II.3) illustre le choix des variables naturelles affectées à chaque fonction d'état.

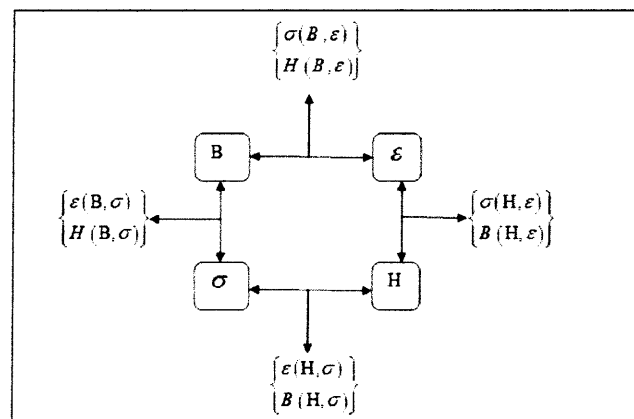


Figure. II.3. Variables d'états naturels associés aux fonctions d'état respectives.

II.3. Lois de comportement couplées magnéto-mécanique

À partir des coefficients piézo-magnétique trouvés précédemment Tableau (II.1) il est faisable d'établir les lois de comportement sous leurs formes primaires en fonction des différentes combinaisons de variables d'état :

$$\begin{cases} H(B, \varepsilon) = H(B, 0) + \int_0^\varepsilon \frac{\partial \sigma}{\partial B} \partial \varepsilon \\ \sigma(B, \varepsilon) = \sigma(0, \varepsilon) + \int_0^B \frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \partial B \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

$$\begin{cases} B(H, \sigma) = B(H, 0) + \int_0^\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial H} \partial \sigma \\ \varepsilon(H, \sigma) = \varepsilon(0, \sigma) + \int_0^H \frac{\partial B}{\partial \sigma} \partial H \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

$$\begin{cases} H(B, \sigma) = H(B, 0) - \int_0^\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial B} \partial \sigma \\ \varepsilon(B, \sigma) = \varepsilon(0, \sigma) - \int_0^B \frac{\partial H}{\partial \sigma} \partial B \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

$$\begin{cases} B(H, \varepsilon) = B(H, 0) - \int_0^\varepsilon \frac{\partial \sigma}{\partial H} \partial \varepsilon \\ \sigma(H, \varepsilon) = \sigma(0, \varepsilon) - \int_0^H \frac{\partial B}{\partial \varepsilon} \partial H \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

Le coefficient magnéto-mécanique est aussi appelé constante piézo-magnétique où le préfixe rappelle le mot piézo qui est une ancienne unité m.t.s. de pression (1piézo=10³ pascals) venant du grecque piezen voulant dire presser. En effet, le phénomène piézo-magnétique présente une analogie avec la piézo-électricité [20], dans le sens où l'application d'une contrainte induit des charges électriques à la surface de certains cristaux (effet direct) et l'application d'une tension électrique induit une variation de dimensions de ces matériaux (effet inverse). Le phénomène piézo-électrique est souvent utilisé autour d'un point de fonctionnement correspondant à une polarisation du champ électrique et à une précontrainte donnée permettant ainsi d'obtenir un comportement linéaire autour d'une polarisation. Cette approche peut être utilisée pour modéliser le phénomène de magnétostriction [21].

II.3.1. Loi de comportement mécanique

En se plaçant dans le cadre de l'élasticité linéaire, il est possible de décomposer la déformation totale ε en une déformation élastique ε^e , due aux contraintes, et une déformation de magnétostriction ε^μ à l'effet direct de magnétostriction, et qui est supposée dépendre seulement de l'induction magnétique [22].

$$\varepsilon = \varepsilon^e(\sigma) + \varepsilon^\mu(B) \quad (\text{II.45})$$

Cette hypothèse basée sur l'approche phénoménologique permet d'exprimer la loi de comportement mécanique dit loi de Hooke, pour un system isotherme et adiabatique, valable pour les petites déformations d'un matériau élastique homogène qui postule une dépendance linéaire entre le tenseur des contraintes et celui des déformations :

$$\sigma(B, \varepsilon)_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon^e_{kl} = C_{ijkl} \left(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^\mu(B) \right) = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \sigma_{ij}^\mu \quad (\text{II.46})$$

Où : ε^μ et σ^μ représentent respectivement un modèle tensoriel de déformation et de contrainte équivalente de magnétostriction qui restent encore à définir. Le terme C_{ijkl} représente le tenseur de rigidité élastique du quatrième ordre dont ses composantes sont exprimées, dans le cas des matériaux isotropes.

$$C_{ijkl} = \lambda^* \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^* (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (\text{II.47})$$

II.3.2. Loi de comportement magnétique

La loi de comportement couplé magnétique peut finalement être exprimée en intégrant les deux égalités du coefficient de couplage magnéto-mécanique, équation (II.46), ainsi qu'en utilisant la loi de comportement mécanique, décrite à l'équation (II.44).

$$H(B, \varepsilon) = H(B, 0) + \int_0^\varepsilon \frac{\partial \sigma(B, \varepsilon)}{\partial B} d\varepsilon = H(B, 0) - \frac{\partial \sigma^\mu(B, 0)}{\partial B} \varepsilon = H(B, 0) - \frac{\partial \varepsilon^\mu(B)}{\partial B} C_\varepsilon^t \quad (\text{II.48})$$

Où : $H(B, 0)$ représente le comportement non linéaire magnétique de matériau obtenu à déformation nulle ($\varepsilon = 0$), et le dernier terme constitue le champ induit par l'effet inverse.

Cette loi constitutive magnétique est exprimée en fonction de la caractéristique expérimentale $H(B, 0)$ qui doit être obtenue à déformation nulle. Cette courbe expérimentale est difficile à obtenir car elle impose un dispositif d'asservissement de la contrainte imposée sur l'échantillon, afin de compenser la déformation due à l'effet de forme et à la magnétostriction.

Pour pallier cet inconvénient, il semble sensé d'explicitier notre loi de comportement non pas à déformation nulle mais, à contrainte nulle soit à ($\varepsilon = \varepsilon^\mu$).

L'équation (II.48) permet d'établir l'expression de $H(B, 0)$ comme suit :

$$H(B, 0) = H(B, \varepsilon^\mu) + \frac{\partial \varepsilon^\mu(B)}{\partial B} C_\varepsilon^t \varepsilon^\mu \quad (\text{II.49})$$

À partir de cette expression, la loi de comportement magnétique couplée décrite à l'équation (II.46) s'écrit :

$$H(B, \varepsilon) = H(B, \varepsilon^\mu) - \frac{\partial \varepsilon^\mu(B)}{\partial B} C_\varepsilon^t (\varepsilon - \varepsilon^\mu) = H(B, \varepsilon^\mu) - H^\mu(B, \varepsilon) \quad (\text{II.50})$$

Ainsi, la loi constitutive magnétique des matériaux magnétostrictifs, est explicitée à partir de la courbe expérimentale $H(B, \varepsilon^\mu)$, qui correspond à la caractéristique magnétique à contrainte nulle. Le terme $H^\mu(B, \varepsilon)$ représente le champ induit de la magnétostriction.

À partir d'une approche énergétique, qui permet d'établir le coefficient de couplage liant les grandeurs magnétiques et mécaniques et, en utilisant une approche phénoménologique afin d'établir la loi de comportement magnétique et mécanique couplées suivantes :

$$H(B, \varepsilon) = H(B, \varepsilon^\mu) - H^\mu(B, \varepsilon) \quad (\text{II.51})$$

$$\sigma(B, \varepsilon) = C(\varepsilon - \varepsilon^\mu(B)) \quad (\text{II.52})$$

II.4. Modèle tensoriel de déformation de magnétostriction et approximation polynomiale

Le comportement sous contrainte de compression du terfenol-D, peut être mis en évidence dans l'évolution de la déformation de magnétostriction en fonction de l'induction magnétique (Figure II.2). À partir d'un niveau de précontrainte, la déformation de magnétostriction semble ne plus dépendre de la contrainte appliquée (Figure II.2).

Par ailleurs, on constate à partir de cette représentation que la déformation de magnétostriction dans le cas du terfenol-D semble être proportionnelle au carré de l'induction magnétique [23], il est défini par :

$$\varepsilon_{II}^{\mu}(B) = \alpha_0 B_{II}^2 \quad (II.53)$$

ε_{II}^{μ} : Déformation de magnétostriction relevée suivant la direction longitudinale du barreau de terfenol-D.

α_0 : Coefficient du module de magnétostriction.

B_{II} : L'induction magnétique parallèle à la direction longitudinale du barreau de Terfenol-D.

Ce modèle tensoriel est exprimé dans le référentiel de la cause qui lui a donné naissance et non pas dans celui du matériau. La répartition de l'induction magnétique dans la totalité du matériau n'est pas homogène, et par conséquent les déformations de magnétostriction seront exprimées dans un référentiel de celui de matériau.

II.5. Loi de comportement magnéto-mécanique bidimensionnelle

Nous développons ici les lois de comportement magnéto-mécanique, et plus particulièrement le comportement magnétique couplé, dans le cadre bidimensionnel. On se propose dans un premier temps de rappeler les hypothèses attachées aux états plans de contraintes et de déformation [24]. Nous précisons par la suite le modèle de déformation de magnétostriction restreint au cadre bidimensionnel. La loi de comportement magnétique couplé est ensuite formulée dans les hypothèses d'états plans de contraintes et de déformation.

II.5.1. Hypothèses d'état plan de contraintes et de déformation

Nous rappelons brièvement les hypothèses attachées aux états plans de contraintes et de déformation. Suivant l'état plan d'approximation utilisé, la matrice d'élasticité du matériau s'écrit :

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda' + 2\mu^* & \lambda' & 0 \\ \lambda'\lambda' & 2\mu^* & 0 \\ 0 & 0 & \mu^* \end{bmatrix} \quad (\text{II.54})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \lambda' = \lambda^* & \text{états plan de déformations} \\ \lambda' = \frac{2\lambda^*\mu^*}{\lambda^* + 2\mu^*} & \text{états plan contraintes} \end{cases}$$

Les tenseurs de contraintes et de déformation s'écrivent en notation vectorielle :

$$\sigma = \{\sigma_{11} \sigma_{22} 2\sigma_{12}\}^t \quad (\text{II.55})$$

$$\varepsilon = \{\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} 2\varepsilon_{12}\}^t \quad (\text{II.56})$$

II.5.1.a. État plan de contraintes

L'état plan de contraintes est une approximation utilisée afin de modéliser des corps élastiques plans et minces sollicités dans leur plan, telles que des plaques (Figure II.4).

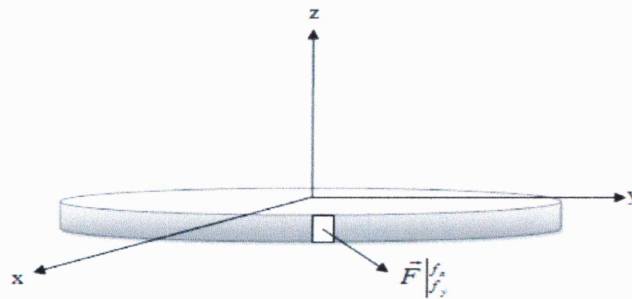


Figure. II.4. configuration adaptée au modèle de contraintes planes.

Les hypothèses de base du modèle de contraintes planes sont [20] :

$$\sigma_{33} = \sigma_{32} = \sigma_{31} = 0 \quad (\text{II.57})$$

Ce qui implique :

$$\varepsilon_{31}^e = \varepsilon_{32}^e = 0 \quad (\text{II.58})$$

La composante de déformation ε_{31}^e n'est pas nulle, elle dépend des autres composantes, son expression peut être déterminée à partir de la loi de comportement mécanique en imposant

$$\sigma_{33} = 0 :$$

$$\varepsilon_{33}^e = -\frac{\lambda^*}{2\mu^* + \lambda^*} (\varepsilon_{11}^e + \varepsilon_{22}^e) \quad (\text{II.59})$$

II.5.1.b. État plan de déformations

L'hypothèse des déformations planes est surtout utilisée pour modéliser les corps solides encastrés entre deux massifs rigides et, sollicités par des forces de surface et de volume qui ont des composantes nulles suivant l'axe z . On s'intéresse à l'état de contraintes du matériau dans une tranche élémentaire de position quelconque.

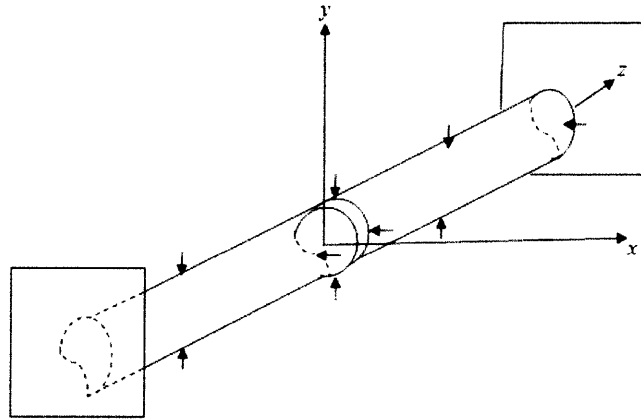


Figure. II.5. dispositif adapté au modèle de déformations planes.

Les hypothèses de base du modèle de déformation planes s'écrivent :

$$\varepsilon_{33}^e = \varepsilon_{32}^e = \varepsilon_{31}^e = 0 \quad (\text{II.60})$$

$$\text{Ce qui implique que : } \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0 \quad (\text{II.61})$$

La composante du tenseur de contrainte σ_{33} n'est pas nulle, et peut être déduite les autres composantes :

$$\sigma_{33} = \lambda^* (\varepsilon_{11}^e + \varepsilon_{22}^e) = \frac{\lambda^*}{2(\lambda^* + \mu^*)} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (\text{II.62})$$

II.6. Intégration du modèle quadratique de magnétostriction dans les lois de comportement couplées

La loi de comportement purement mécanique, décrit par la loi de Hooke dans l'hypothèse isotrope, s'écrit [25] :

$$\sigma_{kl} = \lambda \delta_{kl} \text{trace}(\varepsilon^e) + 2\mu \varepsilon_{kl}^e \quad (\text{II.63})$$

$$k, l=1, 2, 3$$

$\text{trace}(\varepsilon^e)$: trace de la matrice de tenseur des déformation élastique ε^e , il est défini par [26 ,27] :

$$\varepsilon_{kl}^e(\mu) = \frac{1}{2} (\mu_{k,l} + \mu_{l,k}) \quad (\text{II.64})$$

Avec :

$$u_{k,l} = \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (\text{II.65})$$

$u_{k,l}$: Déplacement de nœud k par rapport au point x_l .

En effet, à partir des hypothèses de départ qui implique que la déformation de magnétostriction s'effectue à volume constant, peut s'écrire :

$$\sigma_{kl}^\mu = 2\mu * \varepsilon_{kl}^\mu = \alpha_0 \mu * (3B_k B_l - \delta_{kl} B^2) \quad (\text{II.66})$$

II.7. Formulation intégrale de l'élastostatique

II.7. 1. Equation de la mécanique des solides

La théorie de l'élasticité linéaire à pour objectif d'étudier le comportement mécanique des solides déformables, pour un solide S_Ω de volume Ω et de frontière régulière $\partial\Omega$ repéré par le référentiel (X, Y, Z) de coordonnées cartésiennes orthogonales (x, y, z) soumis à l'action des forces volumiques extérieures $[F^\Omega] = [F_x F_y F_z]^t$, l'équation d'équilibre dans le cas statiques s'écrit [18, 28,26] :

$$\sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i^\Omega = 0 \quad (\text{II.67})$$

Le premier terme représente les efforts intérieurs exprimés par l'intermédiaire des composantes du vecteur associé au tenseur des contraintes en 2D [18 ,26] :

$$[\sigma] = [\sigma_{xx} \sigma_{yy} 2\sigma_{xy}]^t \quad (\text{II.68})$$

Les composantes σ_{xx} , σ_{yy} sont les contraintes normales selon des axes (ox) et (oy) , alors que la composante σ_{xy} désigne la contrainte tangentielle ou de cisaillement.

L'équation différentielle (II .67) peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$[D]^t [\sigma] = -[F^\Omega] \quad (\text{II.69})$$

L'opérateur de dérivation $[D]$ a pour expression [11,21] :

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{II.70})$$

La résolution du système d'équation. (II. 60) n'est réalisable qu'en connaissant la loi de comportement (Loi de Hooke) adaptée au matériau magnétostrictif en évolution isotherme :

$$[\sigma(B, \varepsilon)] = [C][\varepsilon - \varepsilon^\mu] \quad (\text{II.71})$$

Avec :

$$[\varepsilon] = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ 2\varepsilon_{xy}]^t \quad (\text{II.72})$$

$$[\varepsilon^\mu] = [\varepsilon^\mu_{xx} \ \varepsilon^\mu_{yy} \ 2\varepsilon^\mu_{xy}]^t \quad (\text{II.73})$$

Cette loi de comportement lie le vecteur de contrainte σ au vecteur associé au tenseur de déformations totales, et à celui associé au tenseur des déformations de magnétostriction.

Sous l'hypothèse des petites déformations, les composantes du vecteur de déformation élastiques sont reliées au vecteur de déplacement par la relation :

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.74})$$

Qui s'écrit sous la forme matricielle comme suit :

$$[\varepsilon]^e = [D][U] \quad (\text{II.75})$$

Dans laquelle :

$$[U] = [U_x \ U_y]^t \quad (\text{II.76})$$

II.8. Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est une méthode numérique de résolution des équations différentielles aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites. Cette méthode a été utilisée initialement pour l'analyse des structures (mécanique, génie civil).

Son champ d'application actuel couvre les domaines suivant :

- Contraintes et déformation
- Mécanique des fluides
- Problème thermique
- Electromagnétisme
- Plus récemment les problèmes couplés magnéto-thermique et magnéto-mécanique.

Le principe de la méthode des éléments finis est basé sur une formulation intégrale du problème aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites. Cette formulation peut être de deux types : variationnelle ou résidus pondérés.

Malgré l'importance de son domaine d'application, cette méthode devient imprécise dans deux situations particulières qui sont :

- Lorsque le domaine d'étude devient infini.
- Présence de singularité au niveau du domaine d'étude dont certains points présentent des dérivés infinis.

La méthode consiste à mailler l'espace en régions élémentaires dans lesquelles on représente la grandeur recherchée par une approximation polynomiale. Le maillage peut être constitué de triangles ou de rectangles aux sommets desquels on recherche les valeurs de l'inconnue en supposant que, dans ce domaine, l'inconnue varie linéairement en fonction des coordonnées.

Une telle méthode nécessite donc de mailler tous l'espace étudié.

II.9. Système d'équations résoudre

La résolution des équations différentielle (II.15) et (II.21) qui régissent le problème magnétique et mécanique d'un système électromagnétique, revient à rechercher le potentiel vecteur magnétique A , ainsi que le déplacement U qui, rendent la fonctionnelle d'énergie E_t minimale :

$$E_t = w(B, \varepsilon) - T \quad (II.77)$$

Où $w(B, \varepsilon)$ dénote l'énergie magnéto-élastique décrite dans l'équation (II.32) et T représente le travail des sources magnétiques et mécaniques :

$$w(B, \varepsilon) = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H(B, \varepsilon^\mu) dB + \int_{\varepsilon^\mu}^{\varepsilon} \sigma(B, \varepsilon) d\varepsilon \right) d\Omega \quad (II.78)$$

$$T = \int_{\Omega} A_j^S d\Omega + \int_{\Gamma_n} A \cdot (HXn) d\Gamma_n + \int_{\Omega} U \cdot F^\Omega d\Omega + \int_{\Gamma_\sigma} U \cdot F^\Gamma d\Gamma \quad (II.79)$$

La minimisation de l'énergie total par rapport aux inconnues A et U le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} [s] \cdot \{A\} = \{J\} + \{J^\mu\} \\ [K] \cdot \{U\} = \{F^\mu\} + \{F\} \end{cases} \quad (II.80)$$

$[s]$: Matrice de rigidité magnétique.

$\{A\}$: Vecteur des valeurs de potentiel vecteur magnétique.

$\{J\}$: Vecteur des sources des courants.

$\{J^\mu\}$: Vecteur des sources des courants dues à l'effet inverse de magnétostriction.

$[K]$: Matrice de rigidité mécanique.

$\{U\}$: Vecteur des déplacements nodaux.

$\{F\}$: Vecteur des forces extérieures d'origine non magnétique.

$\{F^\mu\}$: Vecteur des forces de magnétostriction.

II.10. Application locale du principe des travaux virtuels

II.10.1. expression de force magnétique basée sur la dérivée de l'énergie

Selon le principe des travaux virtuels, la force magnétique agissant sur le système s'identifie à la variation d'énergie [29].

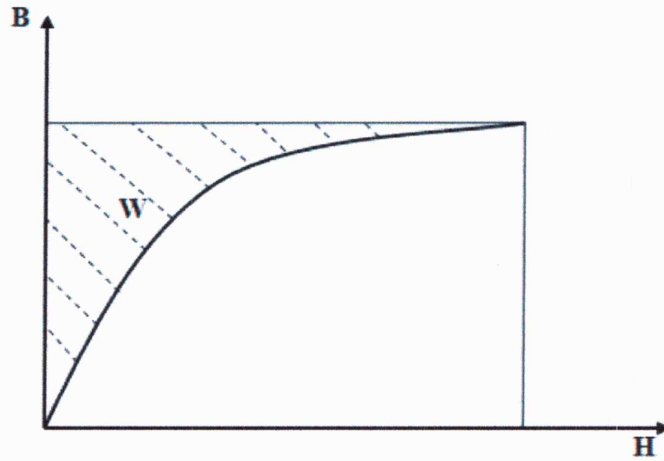


Figure. II.6. représentation de l'énergie magnétique.

$$w = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H^t dB \right) d\Omega \quad (\text{II.81})$$

H : champ magnétique.

B : Induction magnétique

La forme magnétique est donnée lors d'un déplacement virtuel à flux ϕ constant ou à courant constant I constant [29].

$$F^{\text{mag}} = \frac{-\partial w}{\partial u} \quad (\text{II.82})$$

Le vecteur de déplacement est donné dans un système des coordonnées par :

$$u = [U_x U_y]^t \quad (\text{II.83})$$

U_x : Déplacement de nœud suivant l'axe des x.

U_y : Déplacement de nœud suivant l'axe des y.

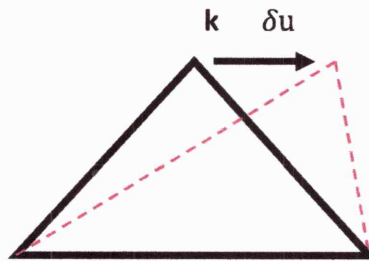


Figure. II.7. déplacement virtuel d'un nœud en 2D

À partir de l'équation (II.81) et (II.82) la force magnétique sera :

$$F = -\frac{\partial}{\partial u} \left(\int_{\Omega} \int_0^B H^t dB \right) d\Omega \quad (\text{II.84})$$

L'expression de la force magnétique issue de l'application des travaux virtuels s'écrit :

$$F^e = \frac{\partial}{\partial u} \int_{\Omega} \left(\int_0^B H \cdot dB \right) \det(j) d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial u} \left(\int_0^B H \cdot dB \right) \det(j) d\Omega - \int_{\Omega} (H \cdot dB) \frac{\partial \det(j)}{\partial u} d\Omega \quad (\text{II.85})$$

Où : la matrice jacobéenne, et son $\det(j)$ déterminant.

D'après les équations constitutives de matériau $H = v \cdot B$ on peut écrire :

$$\int_0^B H dB = \int_0^B v B dB = \frac{1}{2} \int_0^{B^2} (v B^2) dB^2 \quad (\text{II.86})$$

Dans ces dernières équations, la dérivée de l'intégrale sera :

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\int_0^B H dB \right) = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{2} \int_0^{B^2} v(B^2) dB^2 \right) = \frac{\partial}{\partial B^2} \left(\frac{1}{2} \int_0^{B^2} (v B^2) dB^2 \right) \frac{\partial B^2}{\partial u} \quad (\text{II.87})$$

L'équation (II.84) s'écrit simplement :

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\int_0^B H dB \right) = \frac{1}{2} v(B^2) \frac{\partial B^2}{\partial u} \quad (\text{II.88})$$

Finalement l'expression de la force magnétique élémentaire s'écrit :

$$F^e = - \int_{\Omega} \left\{ \frac{v}{2} \frac{\partial}{\partial u} \left(2B^t \frac{\partial B^2}{\partial u} \right) \det(j) + \left(\frac{1}{2} \int_0^{B^2} v dB^2 \right) \frac{\partial \det(j)}{\partial u} \right\} d\Omega \quad (\text{II.89})$$

L'expression de ces deux composantes s'écrit directement à partir de l'équation

$$F_x^e = - \int_{\Omega} \left\{ \frac{v}{2} \frac{\partial}{\partial u_x} \left(2B^t \frac{\partial B^2}{\partial u_x} \right) \det(j) + \left(\frac{1}{2} \int_0^{B^2} v dB^2 \right) \frac{\partial \det(j)}{\partial u_x} \right\} d\Omega \quad (\text{II.90})$$

$$F_y^e = - \int_{\Omega} \left\{ \frac{v}{2} \frac{\partial}{\partial u_y} \left(2B^t \frac{\partial B^2}{\partial u_y} \right) \det(j) + \left(\frac{1}{2} \int_0^{B^2} v dB^2 \right) \frac{\partial \det(j)}{\partial u_y} \right\} d\Omega \quad (\text{II.91})$$

II.10.1.a. Les expressions de potentiel vecteur A et de l'induction magnétique B

Pour résoudre un problème par méthode des éléments finis, (MEF). Il faut découper le domaine d'étude en élément finis comme dans la figure (II.8).

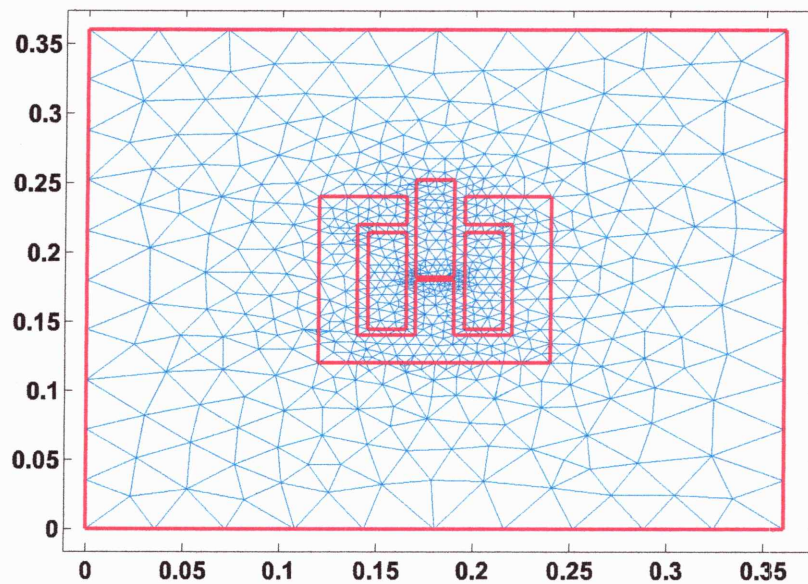


Figure.II.8. maillage de la géométrie d'un actionneur linéaire en élément finis.

Ce découpage s'appelle maillage qui peut être bidimensionnel ou tridimensionnel.

Dans la majorité des cas bidimensionnels, on rencontre les éléments triangulaires de premier ou deuxième ordre [27] :

$$A(x, y) = \sum_{e=1}^N A_e(x, y) \quad (\text{II.92})$$

N : nombre total des éléments de domaine d'étude.

Pour un élément triangulaire de premier ordre, nous avons l'expression élémentaire de potentiel vecteur magnétique A .

$$A_e = \sum_{i=1}^3 N_i A_{ei} \quad (\text{II.93})$$

$$N_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i X + c_i y) \quad (\text{II.94})$$

Où N_i est la fonction d'interpolation (fonction de forme).

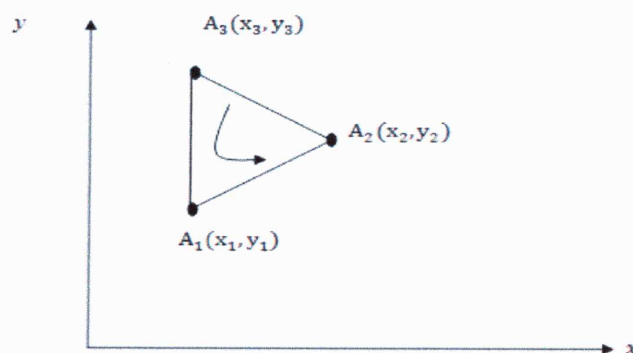


Figure. II.9. Repérage d'un élément fini.

L'induction magnétique B est calculé à partir de potentiel vecteur magnétique A dans le mode standard :

$$B_x = \frac{1}{\det} (C_1 A_1 + C_2 A_2 + C_3 A_3) \quad (\text{II.95})$$

$$B_y = \frac{1}{\det} (b_1 A_1 + b_2 A_2 + b_3 A_3) \quad (\text{II.96})$$

Les expressions de C_i et b_i sont :

$$\begin{cases} C_i = X_K - X_j \\ b_i = y_j + y_K \end{cases} \quad (\text{II.97})$$

Où :

X_K et y_j $i=1, 2, 3$ sont des coordonnées des nœuds i d'élément considéré, les indexes i, j et k sont des indices circulaires 1, 2, 3, 1, 2, 3. A_i : Potentiel aux nœuds i .

Le déterminant de jacobéenne est donné par :

$$\det = c_3 b_2 - c_2 b_3 \quad (\text{II.98})$$

II.11. discrétisation par éléments finis de problème mécanique

La formulation du problème couplé élastostatique est discrétisée en éléments finis triangulaires du premier ordre, liés par les trois points nodaux sur lesquels on cherche à déterminer le champ de déplacement approche U :

$$U_j = \sum_{i=1}^p N_i U_{ij} \quad j \in (x, y) \quad (\text{II.99})$$

Avec :

P : Nombre des nœuds par élément, ici $p=3$.

N_i : Fonction d'interpolation.

On notera M le vecteur comportant les fonctions N_i d'interpolations :

$$M = [N_1 N_2] \quad (\text{II.100})$$

L'expression(II.99) s'écrit sous forma matricielle :

$$[U]^e = [M][U_{kj}]^e \quad (\text{II.101})$$

Où :

$$[U_{kj}]^e = \begin{bmatrix} U_{xj} \\ U_{yj} \end{bmatrix} \quad \text{Avec } j \in (1, 2, \dots, P) \quad (\text{II.102})$$

Le terme U_{kj} dénote la composante K des valeurs de la fonction U aux nœuds j de l'élément (e).

M représente la matrice des fonctions de forme nodales :

$$[M] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad (\text{II.103})$$

Il est possible d'exprimer la matrice de déformation à partir d'une matrice de permutation $[P]$ et de l'opérateur différentiel $[DU]$ appliqué au champ de déplacement U :

$$[\varepsilon] = [p] [DU] \quad (\text{II.104})$$

Avec :

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.105})$$

$$[DU] = \begin{bmatrix} \frac{\partial U_x}{\partial x} & \frac{\partial U_x}{\partial y} & \frac{\partial U_y}{\partial x} & \frac{\partial U_y}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.106})$$

Compte tenu de l'expression (II.101), on explicite la déformation en fonction des déplacements nodaux de l'élément :

$$[\varepsilon] = [P] [DN][U]^e \quad (\text{II.107})$$

Avec :

$$[DN] = \begin{bmatrix} DN & 0 \\ 0 & DN \end{bmatrix} \quad (\text{II.108})$$

Et :

$$DN = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.109})$$

En utilisant ces notations, (II.67) conduit au système algébrique final suivant :

$$[K] \cdot [U] = [F] + [F^\mu] \quad (\text{II.110})$$

Où :

$[K]$, $[F]$ et $[F^\mu]$ Dénotent respectivement la matrice de rigidité mécanique, le vecteur équivalent des forces totales extérieures appliquées à structure et le vecteur équivalent des forces de magnétostriction induit par un champ magnétique, dont leurs expressions élémentaires sont :

$$[K]^e = \int_{\Omega^e} [DU]^t [P]^t [C] [DN] d\Omega \quad (\text{II.111})$$

$$[F]^e = \int_{\Omega^e} [M]^t [F^\Omega] d\Omega + \int_{\Omega^e} [M]^t [F^S] d\Omega_\sigma \quad (\text{II.112})$$

$$[F^\mu]^e = \int_{\Omega^e} [DN]^t [P]^t [C] [\varepsilon^\mu] d\Omega \quad (\text{II.113})$$

Le terme $[U]$ représente le vecteur de la solution des déplacements nodaux de la structure, regroupés nœud par nœud. On donnera son expression élémentaire :

$$[U]^e = [U_{x1}^e \ U_{x2}^e \ U_{x3}^e \ U_{y1}^e \ U_{y2}^e \ U_{y3}^e]^t$$

(II.114)

La force globale est donnée par somme des forces de tous les nœuds qui entourent l'objet (Figure II.10).

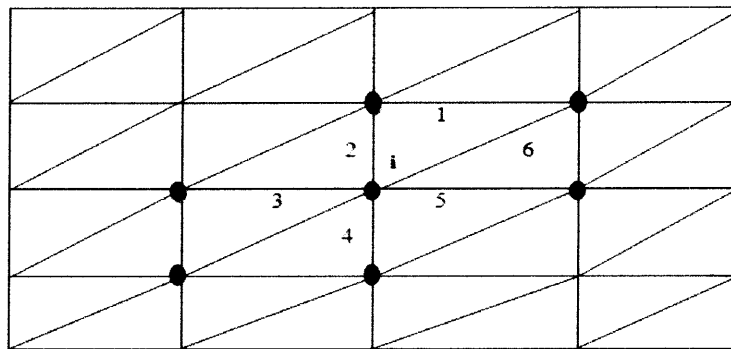


Figure. II.10. la somme des contributions des éléments 1-6 donne la force au nœud i.

La force qui agit sur le nœud i est la somme des contributions des éléments 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les équations de Maxwell, sur la base desquelles tous les phénomènes électromagnétiques peuvent être modélisés. Nous nous sommes intéressés au modèle magnéto-statique et élasto-statique. Ce travail a été consacré à la présentation de modèle numérique utilisé pour la résolution des problèmes magnéto-mécaniques.

Pour expliciter les lois constitutives du matériau, le modèle tensoriel de magnétostriction explicite l'expression d'un modèle quadratique de magnétostriction, pour le cas 2D.

Nous avons explicité la modélisation numérique du phénomène de magnétostriction par la méthode des éléments finis.

Grâce à la méthode des éléments finis nous avons décrit les équations de la mécanique des solides afin de calculer les forces totales appliquées aux structures et les déplacements des nœuds de chaque élément.



Chapitre III
Application et résultats

Introduction

Après avoir détaillé, les formulations magnétique et mécanique par la méthode des éléments finis dans le chapitre précédent, on présente dans ce chapitre les résultats de la modélisation des deux problèmes magnétique et mécanique de phénomènes de magnétostriction en prenant en compte l'effet direct, ainsi que de prédire le comportement de la structure à modéliser.

On calcule le potentiel vecteur magnétique puis les déplacements des nœuds causés par l'influence des forces magnétiques et de magnétostriction dans un actionneur électrique linéaire.

On applique le modèle numérique bidimensionnel à un actionneur électrique linéaire, dont l'étude de cette actionneur dans la magnétostatique.

III. 1. Dimensions géométriques et caractéristiques physiques

▪ Barreau magnétostrictif :



Figure.III.1. Repérage et dimensions du barreau magnétostrictif

DL : direction longitudinale

DT : direction transversale

▪ Dimension de la culasse

La culasse en forme de U est constituée de fer. Les dimensions en m de cette culasse sont définies à la (figure III.2).

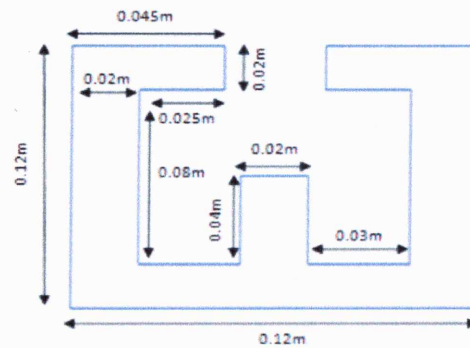


Figure.III.2. Dimensions de la culasse en fer

▪ **Dimensions et caractéristiques des bobines excitatrices**

J_s : A/m² C'est la densité de courant interpolée aux nœuds du maillage éléments finis.

h, L, μ_r : Signifient respectivement, Largeur, longueur, perméabilité relative.

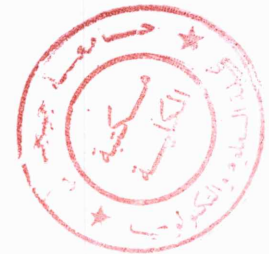
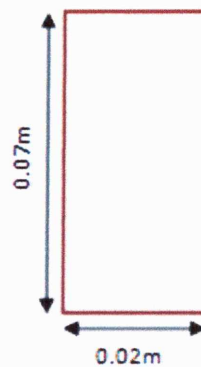


Figure.III.3. Dimensions et caractéristique de la bobine

Tout ce qui concerne les bobines (en cuivre), dimensions géométriques et caractéristiques physiques magnétiques, sont récapitulées au Tableau (III.1).

Largeur h [m]	0.02
Longueur L [m]	0.07
Densité de courant J_s [A/m ²]	$3 \cdot 10^5$
Perméabilité relative μ_r	1

Tableau.III.1. Dimensions et propriétés des bobines.

▪ **propriétés et caractéristiques des matériaux utilisées**

Les caractéristiques des matériaux utilisées sont données dans le tableau suivant :

Matériau	μ_r	Module de Young E [GPa]	Coefficient de poisson
Terfenol-D	4	27	0.3
Fer	1000	190	0.3

Tableau.III.2. Propriétés magnétiques et mécanique des matériaux utilisés.

Avant d'aller aux résultats de notre simulation, notant que l'étude de phénomène magnétique a été effectuée en utilisant le modèle vectoriel (formulation en terme de potentiel vecteur).

Le potentiel vecteur \vec{A} joue un rôle primordial car, sa connaissance implique la connaissance de toutes les autres grandeurs physique (induction et champ magnétique). Pour la mécanique, en préférant l'approche cinématique ou déplacement dans laquelle on cherche à caractériser les déplacements U effectués par les nœuds du maillage.

III.2. Géométrie et caractéristique de l'actionneur

Le domaine d'étude considérée pour l'analyse numérique dans le cadre bidimensionnel.

La figure (III.4) représente un actionneur électrique linéaire cette actionneur il consiste un barreau ferromagnétique et un culasse (circuit magnétique).

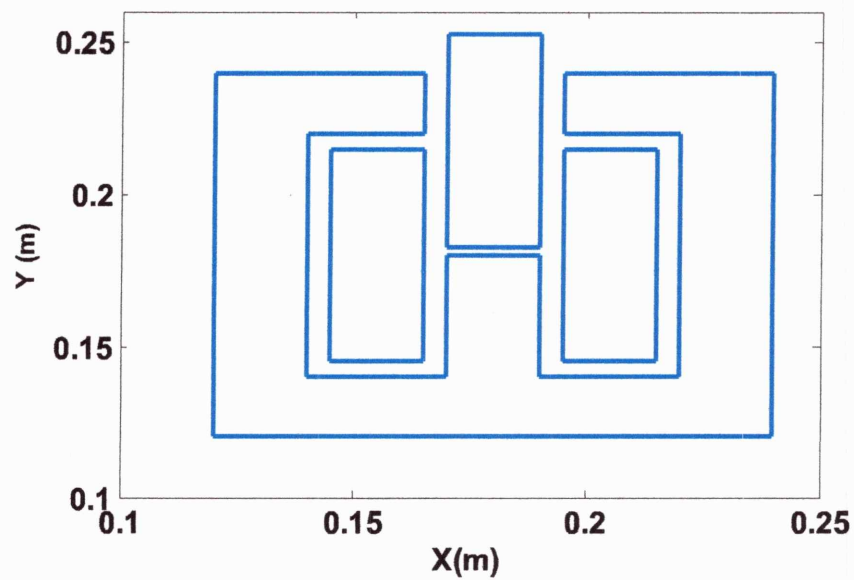


Figure.III.4. Géométrie de l'actionneur électrique linéaire.

La caractéristique mécanique de déformation de la magnétostriction de matériaux en fonction de carré de l'induction magnétique est représentée sur la figure (III.5).

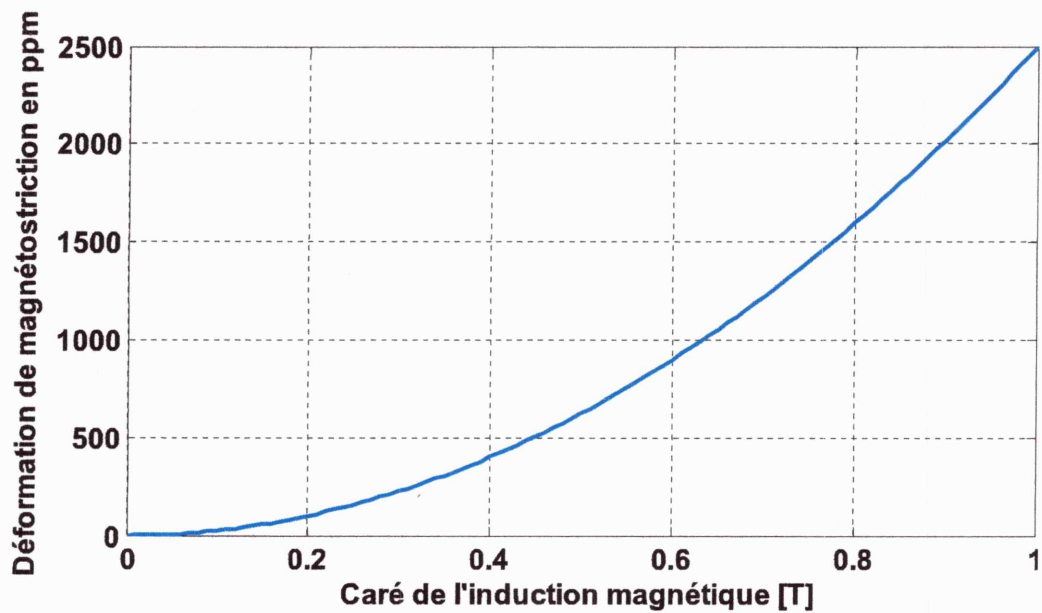


Figure.III.5. Courbe de déformation de magnétostriction en fonction de l'induction magnétique.

III.3. Introduction de conditions aux limites

III.3.1. Problème magnétique

Les conditions aux limites peuvent être introduites dans le système d'équations suivant [s]. $[A]=[J]$ par la méthode de terme unité sur la diagonale. Cette méthode consiste à modifier, pour chaque relation $A_i = \bar{A}_i$, le vecteur de la densité de courant $[J]$ puis la matrice de rigidité magnétique $[S]$.

$$\begin{cases} J_i = J_i - S_{ij}A_i \\ J_i = A_i \end{cases} \quad j=1, 2, 3, \dots, n \quad j \neq i$$

$$\begin{cases} S_{ij} = S_{ji} \\ S_{ii} = 1 \end{cases} \quad j=1, 2, 3, \dots, n \quad i \neq j$$

A_i : Valeur de potentielle sur la limite du dispositif.

\bar{A}_i : Condition de potentielle à la limite.

Enfin avec ces conditions, le système d'équation à résoudre est de l'ordre $(n*n)$.

$$\begin{bmatrix} S_{1,1} & \dots & S_{1,i-1} & 0 & S_{1,i+1} & \dots & S_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{i-1,1} & \dots & S_{i-1,i-1} & 0 & S_{i-1,i+1} & \dots & S_{i-1,n} \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ S_{i+1,1} & \dots & S_{i+1,i-1} & 0 & S_{i+1,i+1} & \dots & S_{i+1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{n,1} & \dots & S_{n,i-1} & 0 & S_{n,i+1} & \dots & S_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_{i-1} \\ A_i \\ A_{i+1} \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 - S_{1,i}\bar{A}_i \\ \vdots \\ J_{i-1} - S_{i-1,i}\bar{A}_i \\ \bar{A}_i \\ J_{i+1} - S_{i+1,i}\bar{A}_i \\ \vdots \\ J_n - S_{n,i}\bar{A}_i \end{bmatrix}$$

Dans notre cas les équipotentiels sont nulles aux frontières de la boîte d'aire de l'actionneur. Donc On pose les conditions de Dirichlet qui sont $(A=0)$ comme dans la figure (III.6).

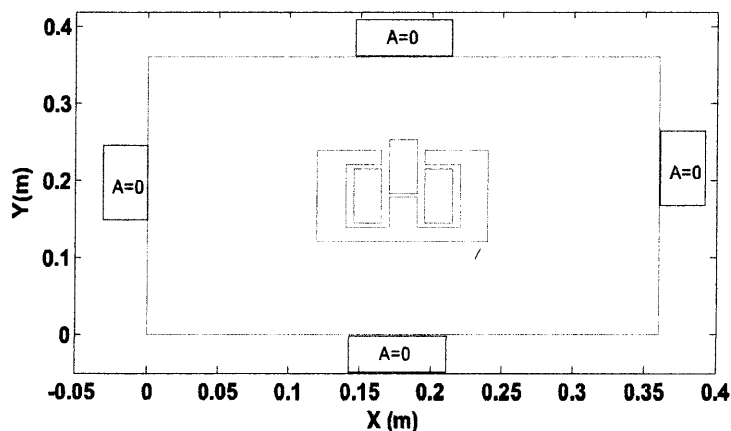


Figure.III.6. Conditions aux limites de problème magnétique

III.3.2 Problème mécanique

Les conditions aux limites de problème mécanique sont semblables à celles du problème magnétique sauf quelques modifications sur la taille du système à résoudre, cela dépend des degrés de liberté (ddl) des nœuds, dans notre cas (application 2D), chaque nœud d'un élément triangulaire à deux degrés de liberté [30].

Pour le problème mécanique la côte qui en bas et fixe, donc les déformations de ces points sont nulles $[U_x, U_y] = [0,0]$.

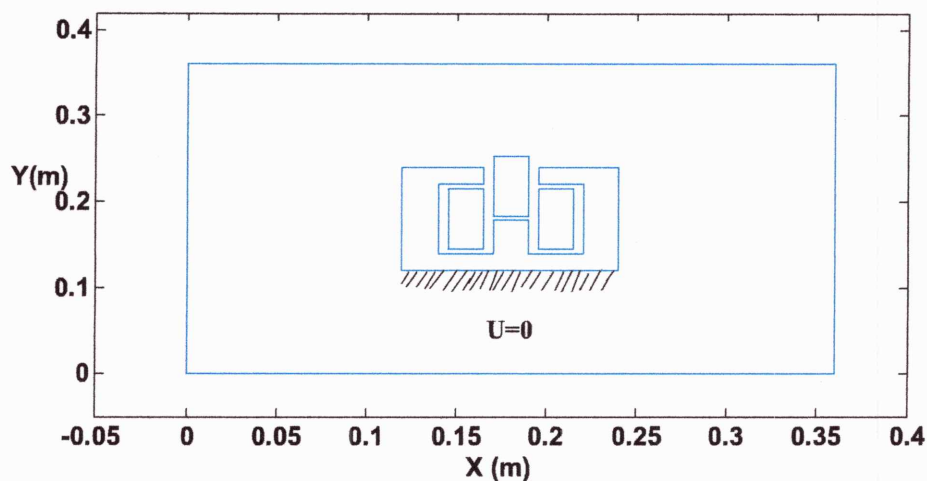


Figure.III.7. Condition aux limites de problème mécanique.

III.4. Discrétisation en éléments finis

Après traçage de la géométrie de l'actionneur et l'introduction des conditions aux limites Nous avons la discrétisés en éléments finis afin les deux problèmes magnétique et mécanique, pour cela on utilise les fonctions de maillage automatique de matlab avec l'utilisation de notre propre programmation.

La discrétisation de l'actionneur en éléments finis est présentée dans la figure (III .8)

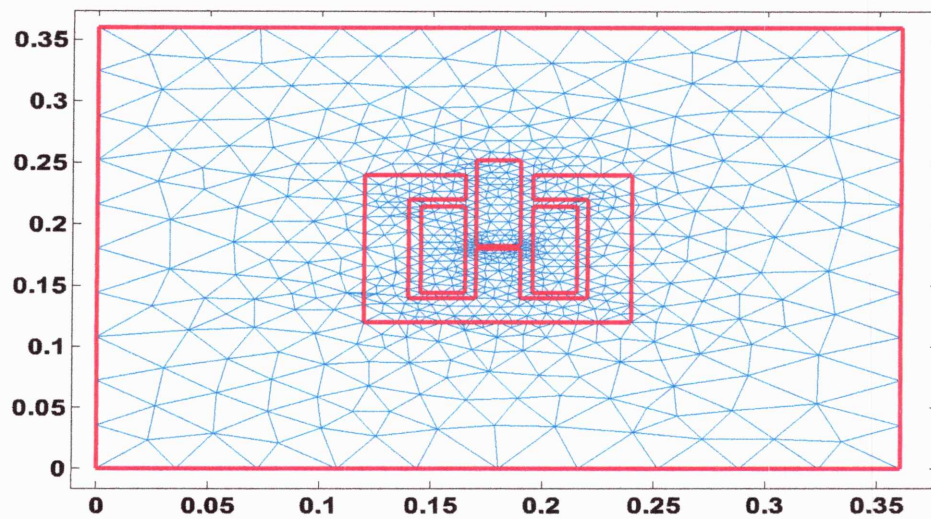


Figure. III.8. Discretisation de l'actionneur électrique linéaire en élément finis

D'après la figure (III.8), nous remarquons que la discrétisation est très fort dans la région de l'entrefer utilisée a été discrétisée en 1468 éléments dont le nombre de nœuds est de 755 nœuds.

III.5. Application en magnéto-statique

III.5.1. Potentiel, induction magnétique

Pour le problème magnéto-mécanique dans l'équation (II.90) elles n'existent pas des forces extérieures, la conductivité électrique dans (circuit magnétique et le barreau de terfenol-D), la densité de courant est fixée dans un temps $t=0$ à $3 \cdot 10^5$ A/m². Les courants induits par l'effet inverse sont nuls, puisque elles n'existent pas des forces extérieures d'origine non magnétique.

Alors, la relation du problème magnétique et mécanique dans la cas statique se fait à partir de l'organigramme suivant :

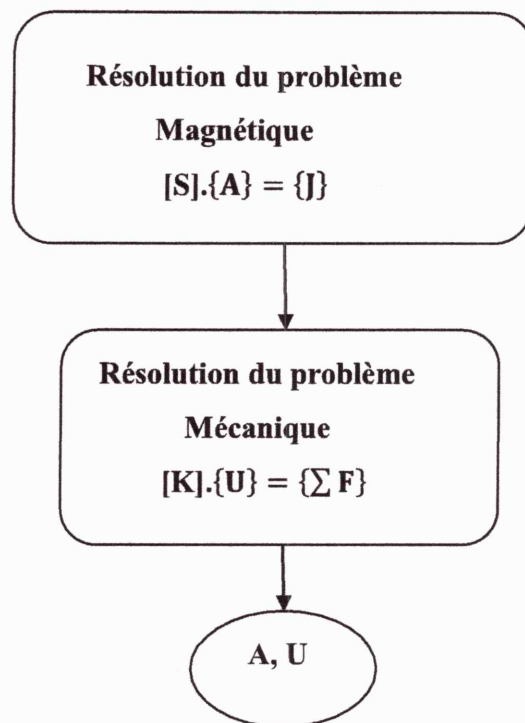


Figure. III.9. Organigramme de résolution de problème magnétique et mécanique.

Après la résolution de problème magnétique, on obtient dans la figure (III.10) les lignes de potentiel vecteur magnétique.

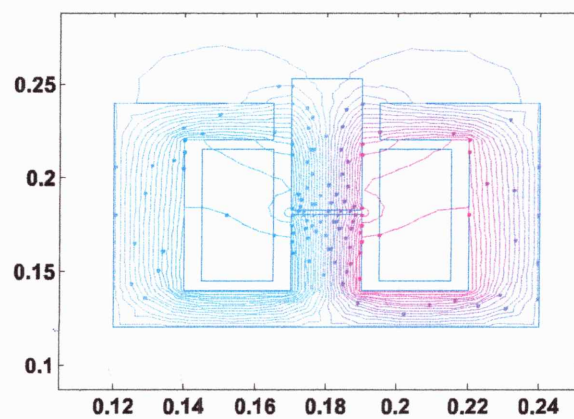


Figure.III.10. Lignes équipotentielles (30 lignes).

On voit aussi le champ de vecteur de l'induction magnétique exercée au dispositif dans le plan (O X Y).

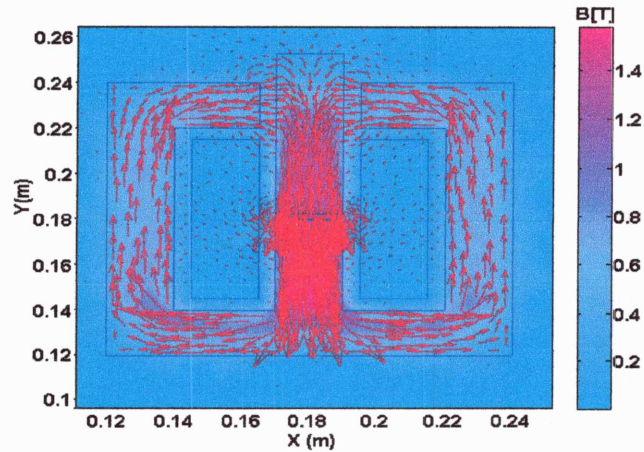


Figure.III.10. Distribution de l'induction magnétique.

III.5.2. Forces et déplacements

III.5.2.a. Cas du fer

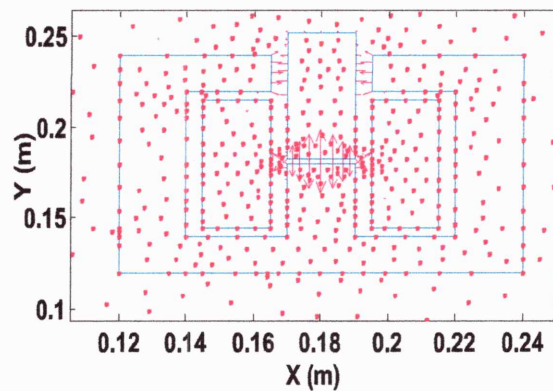


Figure.III.11. Distribution des forces nodales magnétique exercées sur le matériau magnétostrictif amplification par un facteur de 2.

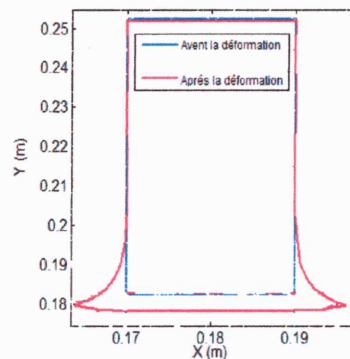


Figure.III.12. Déplacements nodaux due à la force magnétique.

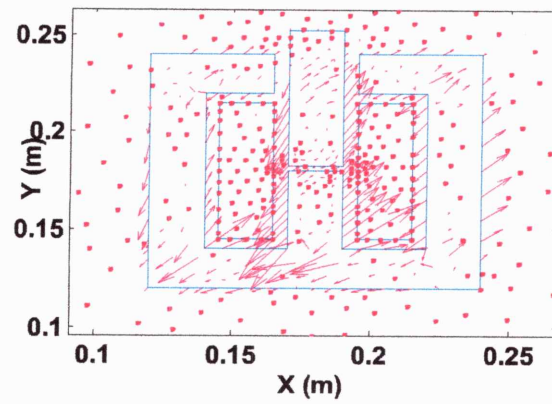


Figure.III.12. Distribution des forces nodales magnétostrictives.

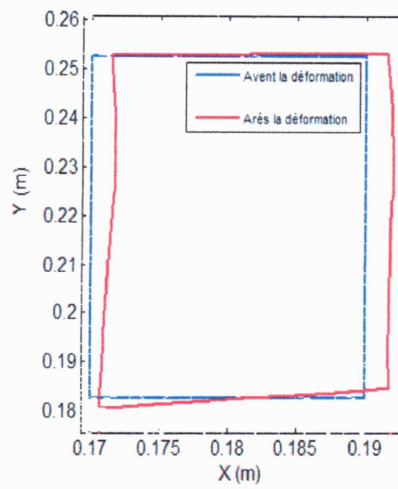


Figure.III.14. Déplacement nodaux due à la force de magnétostriction.

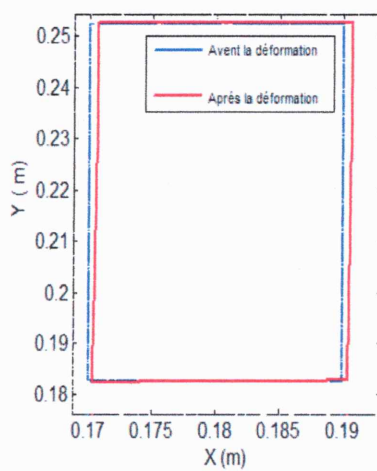


Figure.III.15. Déplacement total.

III.5.2.b. Cas du Terfenol-D

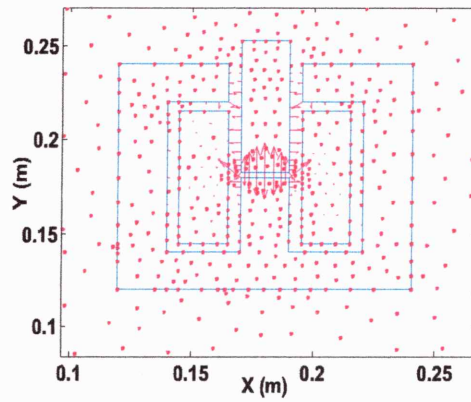


Figure.III.16. Distribution des forces nodales magnétiques.

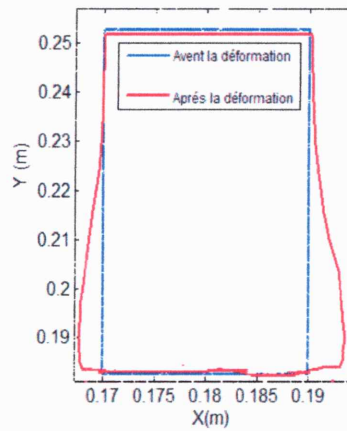


Figure.III.17. Déplacement due à la force magnétique.

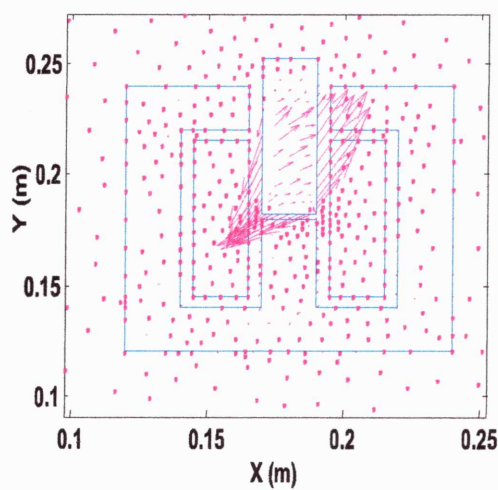


Figure.III.18. Distribution des forces nodales magnétostrictifs.

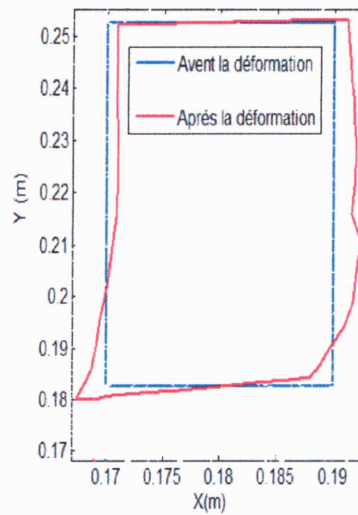


Figure.III.19. Déplacement due a la force de magnétostriction.

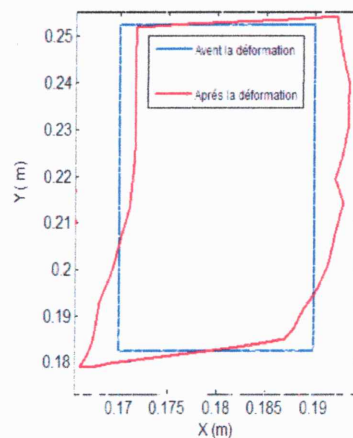


Figure.III.20. Déplacement total .

III.5.2.c. Discussions sur résultats du problème magnétique

On voit clairement, que dans les deux cas que ces forces magnétiques sont toujours normales à la surface de séparation de deux milieux est de perméabilités magnétiques différentes (circuit magnétiques-aire / fer et Trefenol-D-aire).

Et qu'elles sont dirigées vers le milieu de faible perméabilité. De plus, leurs amplitudes sont plus importants aux endroits où le champ magnétique est plus concentré.

III.5.2.d. Discussions sur résultats du problème mécanique (déplacements et déformation) :

La résolution du système mécanique, avec un terme source les forces magnétiques et celles, de magnétostriction, donne la répartition du champ de déplacement (U). Ces déplacements nodaux sont illustrés en figure précédent. Chaque nœud présente deux solutions mécaniques en terme de déplacement : déplacement suivant x, et l'autre y (2 ddl).

Il est à noter que, les déplacement des nœuds occasionnés sur la structure ont été amplifiés par les facteurs suivants :

- la déformée induit par les forces de magnétostriction est 10^3 fois la déformée réelle.
- la déformée induit par les forces de magnétique est $5 \cdot 10^4$ fois la déformée réelle.

Enfin en remarque que la déformation de bareau de Tarfenol-D il est plus important par rapport au bareau de fer.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons modélisé l'effet direct de la magnétostriction dans le cas statique pour l'actionneur électrique linéaire par la méthode des éléments finis en 2D.

Nous avons accès aux grandeurs locales magnétique et mécanique de matériau tel que le potentiel vecteur magnétique et les déplacements nodaux, mais aussi les forces nodales magnétiques et de magnétostriction, qui permet de déterminer les déformations causées par l'effet direct de magnétostriction.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce projet de fin d'études consiste à étudier les phénomènes de magnétostriction en tenant compte de l'effet inverse par la méthode des éléments finis, dont l'application est de tenir en compte de l'effet Joule direct et l'application à un actionneur électrique linéaire dans le cas statique (magnétostatique et élastostatique).

Les lois de comportements magnétique et mécanique ainsi que le modèle quadratique de magnétostriction sont intéressants. Cependant, le modèle de déformation de magnétostriction est indépendant aux contraintes appliquées, il semble indispensable de prendre en considération cet effet de contrainte sur la déformation.

La magnétostriction est un phénomène complexe ; la déformation de magnétostriction est associée toujours par la chaleur (problème thermique), de plus, le module de Young est supposé constant, mais il a une variation avec l'augmentation du champ magnétique.

Dans le domaine des machines électriques, la magnétostriction est l'une des causes de vibration et déformation de ces machines, qui est l'une des inconvénients de ces machines dans l'industrie.

La meilleure modélisation de la magnétostriction est de résoudre l'équation différentielle dans le domaine temporelle (pas à pas dans le temps) pour le problème magnétique, aussi de résoudre l'équation de mécanique des solides en tenant en compte la masse des pièces ferromagnétiques.

Une autre évolution serait de tenir en compte de la non linéarité de matériau magnétique, ceci est basé sur l'étude des propriétés dont la perméabilité magnétique dépend fortement de l'induction magnétique.

- [1] Karim. Azoum, «contribution à la modélisation numérique de phénomènes magnéto-élastique, étude de dispositifs à base de matériaux magnétostrictif ». Thèse de doctorat sciences , université paris XI Orsay ,France,2005.
- [2] P. Mayé, « Aide – mémoire électrotechnique » Dunod, Paris, 2006.
- [3] Alexandre. Perrat, « Efficacité Energétique des Machines » Schneider Electric.2010.
- [4] M. Correvon, « Les moteurs pas-à-pas » Haute Ecole d’Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud.
- [5] Fanchon. Jean-Louis, «Guide des sciences et technologies industrielles,Dessin industriel et graphes,matériaux éléments de construction ».
- [6] M. Bui Anh Tuan, « Caractérisation et modélisation du comportement des matériaux magnétiques doux sous contrainte thermique » Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1. 2006.
- [7] Larabi. Zina, «Modélisation 3D d’un dispositif MEMS : Application à une pompe sanguine» mémoire de Magistère Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou. 2013.
- [8] Christophe . Cartier million, «Actionneurs rotatifs magnétostrictifs a accumulation de pas» Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble.2002.
- [9] M. Correvon, «Circuits électriques et magnétiques» Haute Ecole d’Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud.
- [10] Chetouh. Samir, « Caractérisation mécanique des matériaux intelligents de type magnétostrictifs et leur application » mémoire de Magistère, Université Mentouri-Constantine.2010.
- [11] A.G. Olabi and A. Grunwald, «Design and Application of Magnetostrictive “MS” Materials » Dublin City University, School of Mechanical and Manufacturing Engineering, Glasnevin, Dublin 9, Ireland.
- [12] Pierre. Hartmann, « Effets et matériaux magnétostrictifs »Techniques de l’Ingénieur, Vol .2, E 1880.
- [13] Zaimen.Hicham, «Etude de l’effet inverse de la magnétostriction sur le comportement magnétique des matériaux ferromagnétique : Cas du Terfenol-D» mémoire de Magistère, Université Mentouri-Jijel.2010.
- [14] Jean-Claude. Sabonnadière, «Calcul des champs électromagnétiques » Techniques de l’Ingénieur, D 3 020.
- [15] Nehal. Ouassila, « Etude et modélisation des paliers planaires » mémoire de Magistère Université Mentouri-Constantine. 2009.

- [16] Francesca. Rapetti, « approximation des équations de la méthodynamique en domaine tournant par la méthode des éléments avec joints ». Thèse de doctorat de l'université paris 6, 2000.
- [17] Ryma. Delimi, « Méthodes comparées pour le calcul des forces d'origine électromagnétique Application aux paliers magnétiques » mémoire de Magistère Université Constantine. 2008.
- [18] G.R. Liu and S.S. Quek, «The finite element method : A practical course » ,Elsevier science Ltd,2003.
- [19] N. Boccara, « les principes de la thermodynamique classique », presses universitaires. France, 1976.
- [20] V. Piefort, «finite element modelling of piezoelectric active structures», thesis, faculty of applied sciences, université libre de bruxelles, 2000.
- [21] J. Aime, «dispositifs magnétostrictifs pour l'auscultation des câbles de génie civil », thèse de doctorat de l'institut national des sciences appliquées de Lyon, juillet 2001.
- [22] L. Hirsinger, « Etude des déformations magnéto-élastiques dans les matériaux ferromagnétique doux. Application à l'étude des déformations d'une structure de machine électrique », thèse de l'école normale supérieure de cachan, décembre 1994.
- [23] N. Galopin, « modélisation et caractérisation de matériau actif pour la conception de dispositif magnéto-électrique », thèse doctorat, université paris-sud XI, orsay.2007.
- [24] J.F. Lmbert, « Analyse des structures par éléments finis » cepadues, paris. 1984.
- [25] E. Stein, E. Ramm, « Error controlled adaptive finite elements in solid mechanics ». John wiley & sons Ltd.2003.
- [26] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, « the finite element method : the basis » volume 1, Butterworth-Heinemann publishing Ltd.2000.
- [27] Joao. pedro A. Bastos, Nelson sadowski, «electromagnetic modeling by finite element methods ». Marcel Dekker, inc, 2003.
- [28] Ph. Trompette, « Mécanique des structures par la méthode des éléments finis statique et dynamique ». Edition Masson, paris, France, 1992.
- [29] Joul. Columb, « A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evolution of magnetic forces, torques and stiffness » IEEE Transactions on magnetic. Vol 19, NO 6, pp 2514-2519.
- [30] Khir. Eddine bilal, chenouki walid , « modélisation de l'effet direct de la magnétostriction sur la machine électrique », diplôme d'ingénieur d'état, université de jijel, 2010.
- [31] L. Besbes, « contribution à la modélisation numérique des phénomènes couples magnéto-élastique. Application à l'étude des vibrations d'origine numérique dans les MRV » thèse de doctorat de l'université paris VI, France, 1995.