

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ DE JIJEL

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT D'ÉLECTROTECHNIQUE

*Projet de fin d'études*

*Présenté pour l'obtention du diplôme de master en ELECTROMECHANIQUE*

**THÈME**

*Modélisation du comportement mécanique d'un système de  
formage électromagnétique*

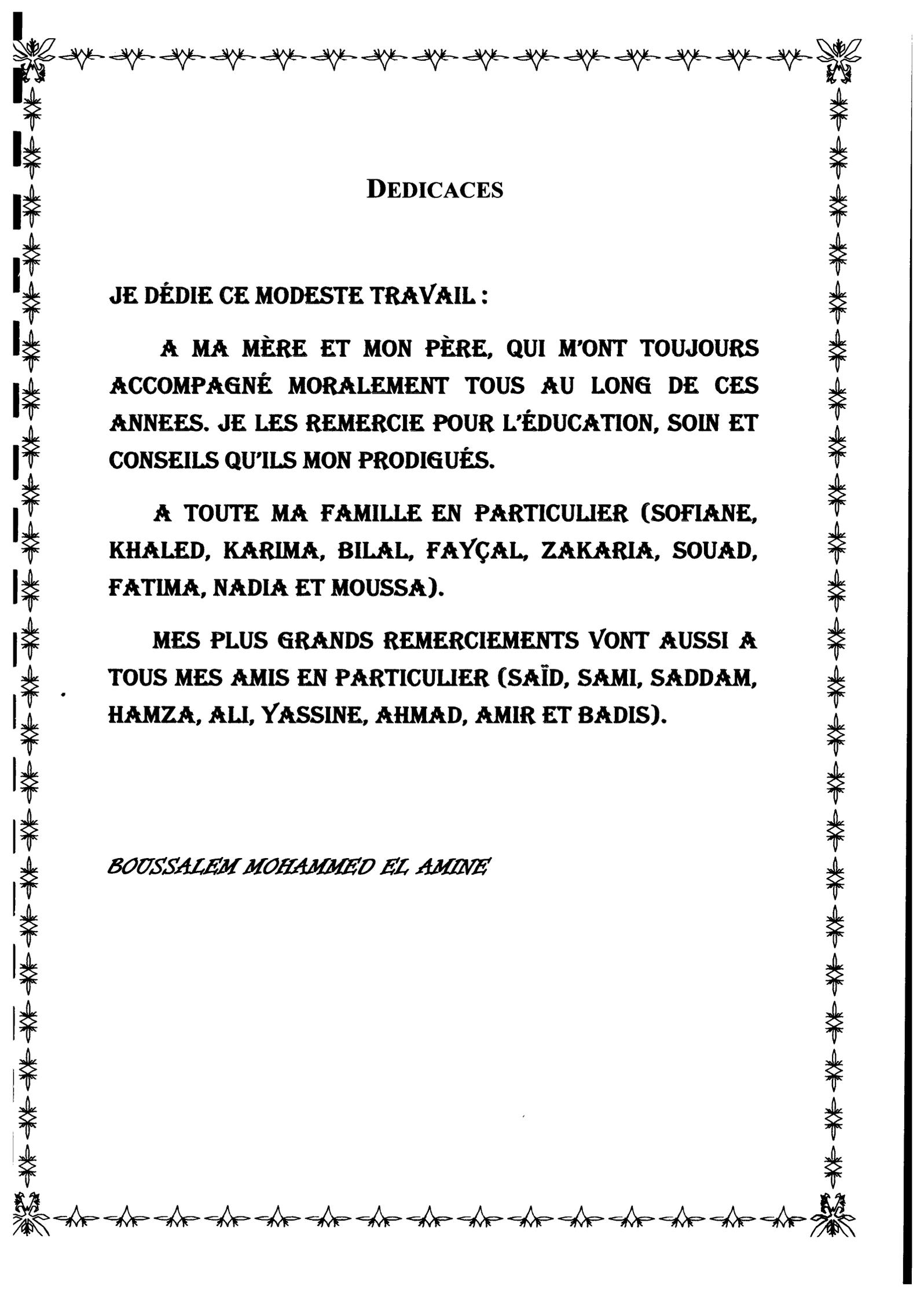
**ENCADRÉ PAR:**

DR. I. HAFSAOUI NÉE BOUTANA

**RÉALISÉ PAR :**

BOUSSALEM MOHAMMED EL AMINE

*Promotion 2014*



## DEDICACES

**JE DÉDIE CE MODESTE TRAVAIL :**

**A MA MÈRE ET MON PÈRE, QUI M'ONT TOUJOURS ACCOMPAGNÉ MORALEMENT TOUS AU LONG DE CES ANNEES. JE LES REMERCIE POUR L'ÉDUCATION, SOIN ET CONSEILS QU'ILS M'ONT PRODIGUÉS.**

**A TOUTE MA FAMILLE EN PARTICULIER (SOFIANE, KHALED, KARIMA, BILAL, FAYÇAL, ZAKARIA, SOUAD, FATIMA, NADIA ET MOUSSA).**

**MES PLUS GRANDS REMERCIEMENTS VONT AUSSI A TOUS MES AMIS EN PARTICULIER (SAÏD, SAMI, SADDAM, HAMZA, ALI, YASSINE, AHMAD, AMIR ET BADIS).**

*BOUSSALEM MOHAMMED EL AMINE*

## *Remerciements*

Mes plus grands remerciements vont avant tout à DIEU le tout puissant et miséricordieux qui m'a toujours guidé vers le bon chemin. Et qui m'a donné du courage, de la santé pour réaliser ce travail.

Je tiens à présenter mes vifs remerciements et ma plus profonde gratitude à Madame I, HAFSAOUI. maître de conférence (B) à l'université de Jijel, pour m'avoir encadré dans ce travail, ainsi que pour ses précieux conseils et orientations très judicieuses, son soutien et ses qualités humaines.

Mes remerciements s'étendent aussi aux membres de jury pour avoir accepté de me consacrer une partie de leurs temps, afin d'examiner et de juger mon travail.

Je remercie aussi l'ensemble des enseignants du département d'électrotechnique en particulier les enseignants Dr. BALI HABIBA et Dr. HADEF MOUNIR, Dr. BOUKHENAF MASSAOUD .

Enfin mes remerciements s'adressent aussi à tous mes camarades de la promotion et toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin même par un simple mot d'encouragement.

## Sommaires

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I</b>	
<b>Aspects théoriques et industriels du formage électromagnétique</b>	
<b>Historique.....</b>	<b>3</b>
<b>I-1 Introduction.....</b>	<b>5</b>
<b>I-2 Les méthodes de formage à grande vitesse.....</b>	<b>7</b>
I-2-1 Le formage électrohydraulique (FEM) .....	7
I-2-2 Le formage explosif (FEX).....	8
I-2-3 Le formage électromagnétique (FEM) .....	9
<b>I-3 Technologie des installations de FEM .....</b>	<b>10</b>
I-3-1 Instalation du FEM .....	10
a) Le générateur .....	12
b) Les bobines de champ de formage électromagnétique .....	13
c) Les caractéristique nécesssaire de bobinage FEM.....	15
d) Matériaux de construction des bobines .....	17
e) Conformateur de champ (concentreur de champ) .....	17
f) Avantages du conformateur de champ .....	18
g) Matrices .....	18
I-3-2 Applications de FEM:.....	19
a) L'assemblage .....	19
b) Le soudage .....	19
c) Le formage .....	19
I-3-3 Influence des divers paramètres sur la déformation .....	22
<b>I-4 Applications industrielles .....</b>	<b>22</b>
I-4-1 Applications dans le domaine de l'automobile .....	22
I-4-2 Applications dans le domaine du nucléaire .....	23
<b>I-5 Avantages et inconvénients du procède FEM .....</b>	<b>24</b>
I-5-1 Avantages.....	24
I-5-2 Inconvénients .....	25
<b>Conclusion .....</b>	<b>25</b>

## Chapitre II

### Modèles mathématiques

<b>II-1 Introduction .....</b>	<b>26</b>
<b>II-2 Phénomènes électromagnétiques .....</b>	<b>26</b>
II-2-1 Equation de maxwell .....	26
II-2-2 Lois de comportement du milieu .....	28
II-2-3 Propriétés des matériaux.....	29
II-2-4 Les conditions de passage .....	29
II-2-5 Potentiel scalaire électrique V et potentiel vecteur magnétique.....	30
II-2-6 Les modèles électromagnétiques .....	31
II-2-7 Le modèle magnétodynamique .....	31
II-2-8 Les forces électromagnétique .....	31
II-2-9 L'équation électromagnétique.....	32
II-2-10 Cas de systèmes axisymétriques .....	34
II-2-11 Calcul des courant induits .....	34
<b>II-3 L'équation mécanique.....</b>	<b>34</b>
II-3-1 L'équation d'équilibre .....	34
II-3-2 Relation déformation-déplacement .....	35
II-3-3 Relation contrainte-déformation.....	36
a) Cas élastoplastique.....	37
b) Cas isotrope .....	38
II-3-4 La symétrie axiale.....	39
<b>II-4 les équations thermiques.....</b>	<b>39</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>40</b>

## Chapitre III

### Formulations numériques

<b>III-1 Introduction.....</b>	<b>41</b>
<b>III-2 Méthode des élément finis.....</b>	<b>41</b>
<b>III-3 Discrétisation éléments finis de l'équation électromagnétique.....</b>	<b>42</b>
III-3-1 Condition aux limites .....	45
a) L'axe de symétrie .....	45
b) isolation magnétique .....	46

III-3-2 calcul des courant induits .....	46
<b>III-4 discrétisation éléments finis de l'équation mécanique.....</b>	<b>46</b>
III-4-1 Condition aux limites.....	47
a) L'axe de symétrie.....	47
b) Encastrement.....	47
<b>III-5 Discrétisation éléments finis de l'équation thermique.....</b>	<b>47</b>
III-5-1 Condition aux limites.....	48
a) L'axe de symétrie.....	48
b) Flux convectif.....	48
<b>III-6 Couplage.....</b>	<b>48</b>
III-6-1 Couplage faible .....	48
III-6-2 couplage fort.....	49
III-6-3 Termes de couplage.....	49
III-7 Implémentation des modèles numériques.....	52
<b>Conclusion.....</b>	<b>52</b>

## Chapitre IV

### Applications et résultats

<b>IV-1 Introduction.....</b>	<b>53</b>
<b>IV-2 Applications d'emboutissage de plaques 2d.....</b>	<b>53</b>
IV-2-1 Effet du nombre de spires de l'inducteur .....	55
IV-2-2 Effet de l'épaisseur de la plaque.....	59
IV-2-3 Effet du type de matériaux de la plaque.....	62
IV-2-4 Effet de la distance entre l'inducteur et la plaque.....	65
IV-2-5 Comparaison entre modèles de la déformations .....	65
<b>IV-3 Applications d'expansion de tubes 2d.....</b>	<b>68</b>
IV-3-1 Inducteur massif .....	68
IV-3-2 Inducteur bobiné .....	73
IV-3-3 Effet de la distance entre spires.....	75
<b>IV-4 Applications de compression de tubes 2d.....</b>	<b>76</b>
IV-4-1 Inducteur massif .....	76
IV-4-2 Inducteur bobiné .....	78
<b>IV-5 Applications 3d.....</b>	<b>80</b>
IV-5-1 Emboutissage de plaques 3d .....	80

IV-5-2 Expansion de tubes 3d .....	84
IV-5-3 Compression de tubes 3d .....	88
<b>Conclusion.....</b>	<b>90</b>
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>91</b>

## Liste des figures:

I-1 :Le champ magnétique généré par la bobine (pièce massive à l'extérieur) Provoque le rétreint d'un tube autour d'un autre tube placé à l'intérieur.....	5
I-2 :Schéma du montage du procédé de formage électromagnétique .....	6
I-3 :Principe de mise en forme d'un tube par expansion électrohydraulique.....	8
I-4 :Formage explosif.....	9
(a) Expansion de tubes.....	10
(b) Système hybride de magnétoformage .....	10
(c) Mise en forme par emboutissage électromagnétique .....	10
(d) Compression de tubes .....	11
I-5 :Exemples d'opérations de magnétoformage .....	11
I-6 :Installation du FEM industrielle.....	11
a) Photos de générateurs de FEM .....	12
b) Schéma a synoptique d'un générateur de FEM .....	12
I-7 :Photo et schéma synoptique de générateur .....	12
I-8 : Les différents types des bobines de champs selon les opérations des formage.....	14
a) Bobines de champ de type hélicoïdales .....	14
b) Bobines de champ de type mono spire.....	14
c)Bobines des champs de type coixiales .....	15
d) Inducteur mono spires avec transformateur .....	15
e) Bobines des champ avec concentrateurs.....	15
f) Bobine de champ de type en boucle.....	15
I-9 :Bobines de champ selon leur forme .....	15
I-10 :Conformateur de champs.....	18
I-11 :Les possibilités du formage magnétique .....	20
I-12 :Compression de tube .....	20
I-13 :L'expansion d'un tube.....	21
I-14:Formage par projection (placage).....	21
I-15:Panneaux de porte d'automobile, démonstration de formage .....	23
I-16:(1) Aluminium sur plastic-respirateur médical (2) Aluminium sur verre-loupe d'halogène (3) Aluminium, cuivre sur polymères (4) Acier sur l'acier-raccord de starter d'automobile.....	23
I-17:(a) Rotules de pompe hydraulique. (b) Raccord hydraulique.....	24
I-18:(a) Echafaudages. (b) conduite de gaz.....	24
III-1:Organigramme de couplage faible.....	50

III-2 : Organigramme de couplage fort.....	51
IV-1: Système d'emboutissage de plaques.....	54
IV-2: Courant de décharge du système d'emboutissage de plaques .....	55
IV-3: Variation de la densité de courant induite dans la plaque suivant de nombre de spires. 56	
IV-4 : Distributions de la température dans la plaque suivant de nombre de spires. ....	57
IV-5 : Déformation de la plaque suivant de nombre de spires.....	57
IV-6 : Evolution du déplacement du centre de la plaque suivant le nombre de spires. ....	58
IV-7 : Augmentation de la température au centre de la plaque suivant le nombre de spires ..	58
IV-8 : Densité de courant induit suivant l'épaisseur de la plaque. ....	59
(a) Distribution de la température le long de la plaque.....	60
(b) Variation de température en fonction du temp.....	60
IV-9 : Température de la plaque suivant l'épaisseur de la plaque.....	60
(a) Déformation des plaques de différentes épaisseurs.....	61
(b) Variation de déplacement du centre des plaques. ....	61
IV-10 : Déformation des plaques avec différentes épaisseurs. ....	61
IV-11 : Densité de courant induite pour différents matériaux. ....	63
(a) Température le long des différentes plaques.....	63
(b) Temperature en fonction de temp.....	64
IV-12 : Déformation des plaques avec différents matériaux.....	64
(a) Température le long des différentes plaques.....	64
(b)Température en fonction de temps.....	65
IV-13 :Température de la plaque à déformer pour différents matériaux.....	65
IV-14 : Densité de courant induite le long de la plaque pour différentes distances.....	66
IV-15 : Déformation de la plaque à déformer pour différentes distances. ....	67
IV-16 : Température le long de la plaque à déformer pour différentes distances. ....	67
IV-17 : Déformations de la plaque pour les deux modèles : élastoplastique et isotrope. ....	68
IV-18 : Système d'expansion de tube par inducteur massif.....	69
IV-19 : Densité de courant inducteur. ....	70
IV-20 : Densité de courant induit au centre du tube en fonction du temps.....	70
(a) Déformation du tube entre 20 $\mu$ s et 300 $\mu$ s. ....	71
(b) Evolution de la déformation aux différents points du tube.....	71
IV-21 : Déformation du tube.....	71
(a) Température le long du tube à différents instants. ....	72
(b) Evolution de la température aux différents points du tube.....	72

IV-22 : Température du tube à déformer. ....	72
IV-23 : Densités de courant induites au niveau du tube par différents inducteurs.....	73
(a) Forces de Lorentz suivant r.....	74
(b) Forces de Lorentz suivant z.....	74
IV-24 : Forces de Lorentz appliquées au tube.....	74
IV-25 : Déformations des tubes par différents inducteurs .....	75
IV-26 : Expansion de tubes par 4spires (effet de la distance entre spires).....	76
(a) Compression du tube à différents instants.....	77
(b) Déformation du tube en compression en fonction du temps.....	77
IV-27 : Compression de tubes par inducteur massif.....	77
IV-28 : Compression de tubes par inducteur bobiné.....	79
IV-29 : Système d'emboutissage 3D.....	81
(a) Bobine à 3 spires .....	81
(b) Bobine à 5 spires .....	82
(c) Bobine à 7 spires.....	82
(d) Bobine à 9 spires .....	83
IV-30 : Déformations des plaques.....	83
IV-31 :Déformations sur l'arrête de la plaque avec différents nombre de spires .....	84
IV-32 : Système d'expansion de tube 3D.....	85
IV-33 : Densité de courant inducteur.....	85
(a) 7spires.....	86
(b) 5spires.....	86
(c) 3spires .....	87
(d) 2spires.....	87
IV-34 : Déformations de tubes par expansion 3D à l'instant 50 $\mu$ s.....	87
IV-35 : Système de compression de tube 3D .....	88
(a) 5spires.....	88
(b) 3spires.....	89
(c) 1spire.....	89
IV-36 : Déformations de tubes par compression 3D à l'instant 50 $\mu$ s.....	89

# INTRODUCTION

## Introduction générale

---

### **Introduction générale :**

Le réchauffement global de la planète est un des problèmes majeur auquel nous devons faire face aujourd'hui en termes d'écologie.

Afin de réduire la consommation de carburant et les émissions de gaz à effet de serre, la réduction du poids des véhicules est l'une des solutions envisagées. Les alliages d'Aluminium sont alors identifiés par l'industrie automobile comme les matériaux les plus intéressants pour réduire de manière significative le poids des véhicules.

Néanmoins, la formabilité (ou la capacité de déformation) de l'aluminium pose un réel problème en emboutissage classique. En effet, l'Aluminium a une formabilité beaucoup plus faible que l'acier. Ceci limite donc son utilisation pour faire des pièces de géométrie compliquées comparables à celles en acier.

Pour étendre les limites de formabilité de matériaux tels que l'aluminium, de nouvelles techniques de mise en forme ont donc été développées : l'hydroformage, le formage superplastique par explosion et le formage électromagnétique.

Depuis la fin des années 60, la mise en forme à l'aide de champs magnétiques pulsés intenses, appelée formage électromagnétique (FEM) ou encore magnétoformage (MF), a été employée sur les matériaux à haute conductivité électrique.

Le magnétoformage est un procédé de mise en forme des métaux à grande vitesse de déformation. Ce procédé permet de déformer des pièces métalliques en déchargeant un courant intense à travers une bobine se situant à proximité de la pièce à déformer. En fonction de la forme et de la position des bobines, des pièces métalliques peuvent être réalisées par compression, expansion ou bien encore assemblées ou également soudées.

Ce procédé s'applique principalement aux métaux très bons conducteurs d'électricité (aluminium, cuivre, etc.) puisque la résistivité du matériau doit être la plus faible possible (la puissance transmise étant fonction de cette résistivité).

Par rapport à un procédé de mise en forme classique, le magnétoformage possède un certain nombre d'avantages : un procédé simple à mettre en œuvre, peu onéreux, qui grâce aux grandes vitesses augmente la formabilité des matériaux, un très fort gain de productivité, une réduction des risques de plissement, une meilleure maîtrise des

## Introduction générale

---

phénomènes liés au retour élastique, et une réduction des effets dus au frottement (aucun contact entre les outils pendant la déformation).

Les applications industrielles du magnétoformage sont nombreuses. Des secteurs industriels comme l'industrie automobile ou aérospatiale ainsi que la fabrication des emballages alimentaires peuvent être intéressés par ce procédé.

Pour une meilleure compréhension du processus de FEM, un modèle théorique précis est nécessaire. Pour cela, il est utile de développer un modèle numérique.

Le présent travail vise à développer des modèles numériques, permettant l'étude et l'analyse de différents systèmes de formage magnétique.

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres :

Après la présentation des aspects théoriques et industriels du magnétoformage au premier chapitre, nous abordons les modèles mathématiques qui régissent les phénomènes physiques mis en jeu lors du processus : les phénomènes électromagnétiques, mécaniques et thermiques.

Le chapitre 3 sera consacré aux modèles numériques éléments finis développés couplant les différents types d'équations.

Dans le chapitre 4, nous examinons et analysons les résultats des différentes applications simulées.

Finalement, nous discutons les conclusions et les perspectives envisagées.

## Historique :

Avec les premiers pas de l'homme sur terre, il a toujours formé des éléments et matériaux, d'une manière ou d'une autre pour son profit. La technique de mise en forme des métaux par champ magnétique est mise en œuvre dans l'industrie depuis les années soixante(60).

Le magnétoformage en tant que réalité scientifique est un processus multidisciplinaire très complexe. Il fait appel à l'électromagnétisme, A la thermodynamique, à la mécanique et à la métallurgie. En effet on traite à la fois de hautes fréquences, De puissances importantes et de circuits couplés dont les paramètres électriques et géométriques varient dans le temps.

Le processus de formage électromagnétique est l'une des méthodes de formage à grande vitesse qui, contrairement aux méthodes classiques de formage, offrent des avantages remarquables.

L'homme a découvert les effets du champ électromagnétique intense sur les conducteurs : ils peuvent être déplacés ou déformés. Ces deux effets ont été étudiés pour leurs aspects positifs et négatifs, depuis que la première machine électrique a été créée et utilisée, les forces électromagnétiques produisent des déformations de quelque partie des machines.

Le magnétoformage a été connu au début du 20<sup>ème</sup> siècle, mais le sujet n'a pas été étudié extensivement. Dans les premières études, les phénomènes physiques étaient décrits par des équations élémentaires.

En 1920 les expériences de P.KAPITZA, ont été indiquées par plusieurs auteurs comme le début du formage électromagnétique. Kapitsa avait appliqué des champs magnétiques forts suffisants pour déformer des conducteurs massifs. D'après ces expériences, le magnétoformage était simplement une conséquence négative des champs électromagnétiques forts dans la construction des machines électriques.

En 1962, la première machine commerciale du formage électromagnétique a été produite, mentionnée dans la première monographie compréhensive du formage à grande vitesse des métaux qui est partiellement consacrée au formage électromagnétique.

Après l'année 1960 et avant l'année 1970, il semble que l'intérêt sur ce sujet augmente de plus en plus. Baines ont présenté un model théorique du phénomène, et ont préposé une solution dans laquelle la bobine et la pièce sont traitées comme un transformateur dont la pièce représente le circuit secondaire en court- circuit cette solution néglige le changement de géométrie de la pièce en supposant que les paramètres du circuit restent constants durant la

décharge du condensateur. Il en résulte des erreurs considérables puisque le déplacement de la pièce est important durant cette période. Une autre approche a été proposée par Jansen qui a combiné la bobine et la pièce en un circuit équivalent d'un transformateur. Dans lequel la résistance du système bobine-pièce reste constante. Fluerasu a discuté le formage électromagnétique des tubes cylindriques conducteurs dans quelques articles.

D'autres auteurs comme Bendjima et Azzouz se sont rapportés aux résultats expérimentaux de Fluerasu pour la validation de leurs résultats numériques. Une simple et meilleure approche a été proposée par Al hassani et al qui ont traité le système bobine-pièce comme un circuit équivalent d'un transformateur dans lequel l'inductance et la résistance sont des fonctions des paramètres de la bobine et de la pièce, paramètres qui ont été aussi supposés constants. Dans la même période, Moon et Poo ainsi que Moon et Chattopahyay ont présenté une théorie conforme.

Entre 1960 et 1970 un grand nombre d'articles russes ont traité le formage magnétique. Un court papier de Biochenko et al a présenté brièvement l'équipement du formage magnétique avec les avantages et ses inconvénients et quelques problèmes pratiques du magnétoformage.

Dans la même période, un livre de Winkler a été publié. A la fin de l'année 1970 et en 1980, seulement quelques articles sur le formage électromagnétique étaient publiés. Nous pouvons noter le travail de King et al.

A la fin de l'années 1980, quelques auteurs français montraient un intérêt au formage électromagnétique : Rioux et al ont proposé l'utilisation d'une inductance pour l'emmagasinage de l'énergie au lieu du banc de capacités classique utilisé par tous les auteurs précédents pour la théorie et dans les expériences.

En 1990 comme les ressources informatiques ont progressé, le processus de formage électromagnétique pouvait être mieux simulé. Ce progrès a été suivi par un grand nombre d'articles traitant des simulations numériques du formage électromagnétique. De plus, un grand nombre de papiers japonais existe mais non traduits [ hafsaoui ].

Nous pouvons conclure qu'un modèle conforme définitif du processeur électromagnétique n'a pas été déjà développé.

# CHAPITRE I

## Chapitre I

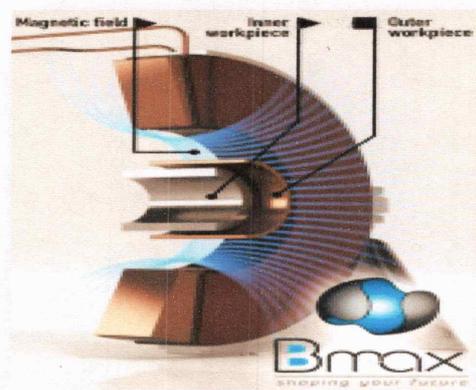
### Aspects théoriques et industriels du formage électromagnétique

#### I-1 Introduction :

Le processus de FEM est l'une des techniques de formage à grande vitesse les plus utilisées. Ce procédé est utilisé pour le formage de tôles ou de tubes métalliques électriquement conducteurs. Il repose sur la décharge rapide de forts courants dans un inducteur (bobine) placé à proximité de la pièce à former (Figure I-1). Le couplage entre le champ magnétique créé par l'inducteur, et les courants induits dans la pièce par les variations de ce même champ magnétique, génère des forces de Lorentz qui, si elles sont suffisamment importantes, permettent la mise en forme de la tôle.

Ce procédé de formage prend généralement place dans un moule. La mise au point des procédés de MF est souvent complexe à réaliser, en particulier du fait des nombreux couplages multiphysiques impliqués dans le procédé. Cela nécessite de s'appuyer sur une démarche de modélisation numérique, requérant une description précise du comportement des matériaux mis en jeu.

Un des principaux enjeux est alors de déterminer au mieux le comportement des matériaux lors de sollicitations dynamiques. En effet, la durée d'une opération de magnétoformage est de l'ordre d'une centaine de microsecondes, les vitesses de déformation associées pouvant aller de 100 à 10 000 m.s<sup>-1</sup>. Le comportement mécanique peut alors être modifié et s'éloigner du comportement observé sous sollicitations quasi-statiques [1]. Un exemple sur le procédé de magnétoformage :



**Figure I-1:** Le champ magnétique généré par la bobine (pièce massive à l'extérieur) Provoque le rétreint d'un tube autour d'un autre tube placé à l'intérieur [1]

Pour réaliser une opération de MF, il est nécessaire d'avoir un générateur de courant (composé de plusieurs capacités), une bobine, une pièce à déformer (soit sous la forme d'une tôle ou d'un tube) et une matrice sur laquelle viendra se plaquer la pièce à déformer [8]. Un exemple de montage du procédé du FEM est présenté sur la figure (Fig. I-2).

Afin de modéliser le MF, nous allons décrire brièvement les différents phénomènes physiques qui se déroulent lors de ce procédé. Dans un premier temps, un courant de forte intensité produit par le générateur traverse la bobine. Celle-ci génère alors un champ électromagnétique dans la région de l'espace située entre la bobine et la pièce. Un courant induit se propage ensuite dans la pièce à déformer.

Ce courant induit génère à son tour un champ magnétique qui s'oppose à celui généré par la bobine. En conséquence, il se développe de grandes forces de répulsion entre la bobine et la pièce.

Ces forces de répulsions, encore appelées forces de Lorentz, projettent la pièce à une grande vitesse (aux environs d'une centaine de mètres par seconde). Lorsqu'une matrice est utilisée, la pièce vient se plaquer contre celle-ci, et prend ainsi la forme désirée. En l'absence de matrice la pièce se déforme librement.

Dans tous les cas, la forme finale de la pièce dépend de plusieurs paramètres tels que la conductivité électrique de la pièce, le courant de décharge, la distance entre la bobine et la pièce[2].

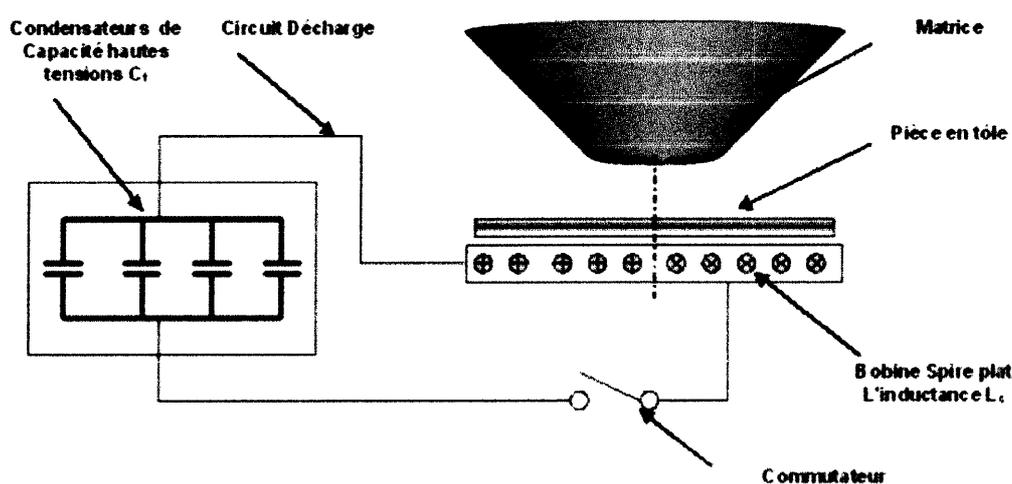


Figure I-2: Schéma du montage du procédé de formage électromagnétique[2]

## 1-2 Les méthodes de formage à grande vitesse:

Les techniques à grande vitesse peuvent être pratiquement utilisées dans le formage des métaux et cela ajoute de la flexibilité au processus. Les opérations de formage à grande vitesse sont considérées comme des opérations où les vitesses des pièces à former dépassent typiquement 100m/s. Les techniques à grande vitesse fournissent des méthodes robustes pour accomplir le formage des métaux qui est assez difficile de manière classique.

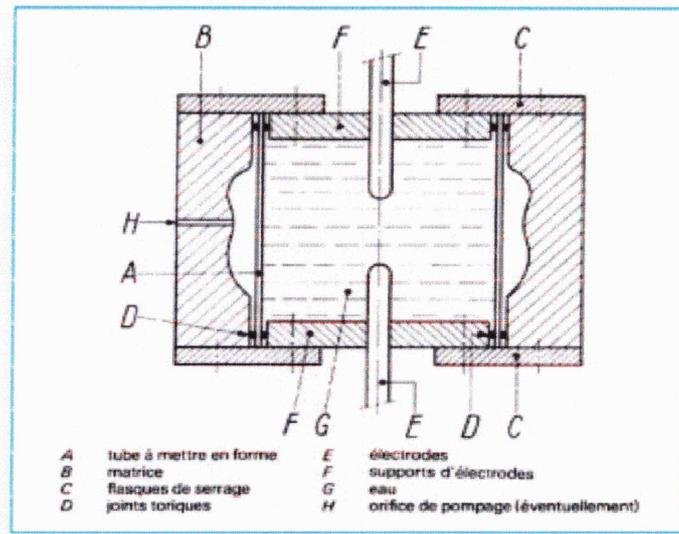
Cependant, vue l'efficacité de ces méthodes, la simplicité et la rapidité des systèmes de fabrication, un intérêt particulier des industriels s'est tourné vers ces méthodes à grande vitesse. Celles-ci sont basées principalement sur la source d'énergie utilisée pour obtenir de grandes vitesses. Les plus courantes sont le formage explosif, le formage électrohydraulique et le formage électromagnétique .

### 1-2-1 Le formage électrohydraulique (FEH) :

D'une mise en oeuvre souvent moins aisée que le FEM, le procédé de mise en forme des métaux par décharges électriques dans un liquide utilise les mêmes générateurs d'impulsions. Les bobines de champ magnétique sont remplacées par des électrodes entre lesquelles la décharge s'effectue ; les électrodes sont placées dans une cuve de formage contenant le liquide transmetteur et la pièce à mettre en forme sur sa matrice. Lors d'une décharge électrique de haute intensité dans un liquide, il se produit un ensemble de phénomènes physico-chimiques complexes dans l'espace interélectrodes : ionisation et dissociation des molécules dans la ligne de courant et ses environs ; formation de puissantes ondes de choc ; émission de rayonnements et d'ultrasons ; pulsation d'une bulle de vapeur et phénomènes de cavitation ; apparition de champs magnétiques impulsionnels. Seules les ondes de choc et la pulsation de la bulle de vapeur contribuent à la déformation de la pièce.

La durée totale de la décharge est de 100 à 300  $\mu$ s suivant les caractéristiques électriques du circuit (capacité, tension, inductance) et les vitesses de déformation correspondantes sont du même ordre de grandeur que celles atteintes en FEM. Par contre, le rendement énergétique d'une installation électrohydraulique est nettement meilleur que celui d'une installation de formage électromagnétique: pour une déformation identique en placage, l'énergie à mettre en jeu est environ deux fois moins importante en FEH qu'en FEM. Ainsi, il est possible de mettre en forme des pièces de dimensions plus importantes, en

particulier, la conductivité du matériau n'ayant plus d'influence, le formage électrohydraulique se prête bien à la déformation de l'acier[3].



**Figure I-3:** Principe de mise en forme d'un tube par expansion électrohydraulique[3]

### I-2-2 Le formage explosif (FEX):

Dans ce processus, l'énergie libérée, due à la détonation d'un explosif, est utilisée pour former la configuration désirée. La charge utilisée est très faible, mais elle est capable d'exercer d'énormes forces sur la pièce à former.

Les progrès techniques importants réalisés ces dernières années dans diverses branches de l'industrie, en particulier, dans les industries spatiales et nucléaires, nécessitent, de manière parfois conjointe, des matériaux nouveaux et des formes complexes. Les propriétés mécaniques ainsi recherchées sont, dans beaucoup de cas, peu ou pas compatibles avec les procédés de mise en forme classiques.

La possibilité d'utiliser les explosifs pour la mise en forme des métaux a été signalée dès 1878. Mais c'est surtout pendant la dernière Guerre mondiale que se situe le début du développement du procédé avec les premières réalisations d'éléments de fusées aux États-Unis. À partir de 1950, les fabrications industrielles deviennent de plus en plus variées et nombreuses et le procédé s'étend à d'autres pays.

Le formage par explosif consiste à utiliser une partie de l'énergie libérée par la détonation d'un explosif pour mettre en forme une pièce métallique.

Lorsque la déformation recherchée est du type emboutissage, le montage classique comprend (figure I.4) :

- un flan métallique disposé sur une matrice et maintenu par un serre-flan ;
- une charge explosive placée au-dessus du flan à une distance déterminée ;
- un milieu de transmission, en général de l'eau, qui entoure la charge[4].

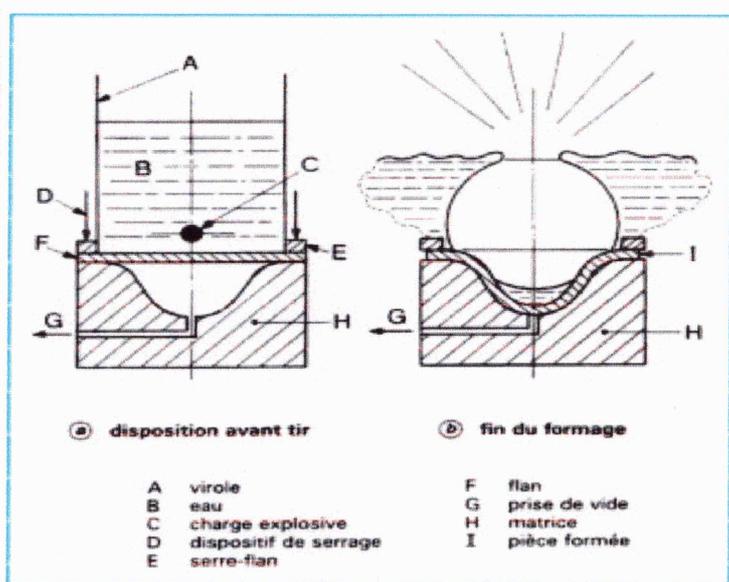


Figure I-4: formage explosif[4]

### I-2-3 Le formage électromagnétique (FEM) :

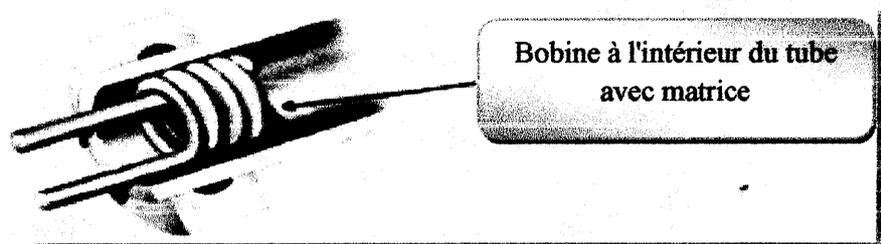
La technique du formage magnétique consiste, à lancer à l'aide d'efforts électromagnétiques intenses une pièce métallique sur une matrice ; la vitesse doit être suffisante pour qu'elle en épouse la contre-forme mais pas trop élevée afin qu'elle ne s'y incruste pas. Dans ce dernier cas, d'ailleurs, on obtient un placage qui est une extension de la technique précédente.

Dans la pratique habituelle, la pièce est placée près d'une bobine parcourue par un courant, fourni par un banc de condensateurs ; elle est alors le siège de courants induits qui se créent d'autant plus facilement que le matériau est bon conducteur.

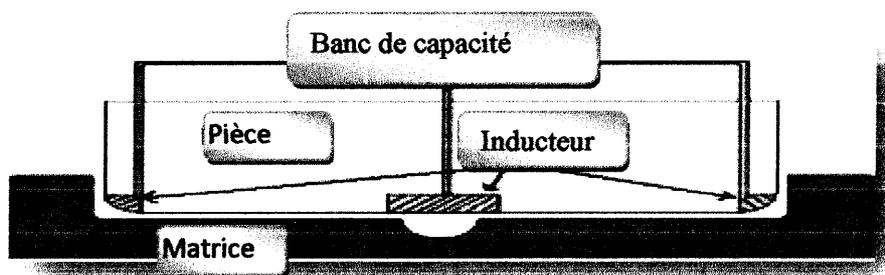
Les courants induits sont soumis à d'importantes forces de Laplace qui propulsent la plaque. L'énergie du banc de condensateurs détermine l'énergie cinétique transmissible à la pièce et donc ses dimensions maximales. De ce fait, les bancs utilisés sont de l'ordre de 10 kJ [1-3] et atteignent exceptionnellement le MJ [4] : la technique du magnétoformage est ainsi réservée aux pièces en matériau bon conducteur (cuivre ou aluminium), de dimensions modestes. Aujourd'hui, les sources impulsionnelles d'énergie à base de stockage cinétique pourraient fournir des énergies très élevées à bas prix. On peut donc envisager d'appliquer la technique du magnétoformage à des matériaux moins bon conducteurs et même magnétiques tels que l'acier et à des pièces de dimensions quelconques[5].

### I-3 Technologie des installations de FEM :

#### I-3-1 Installations du FEM:



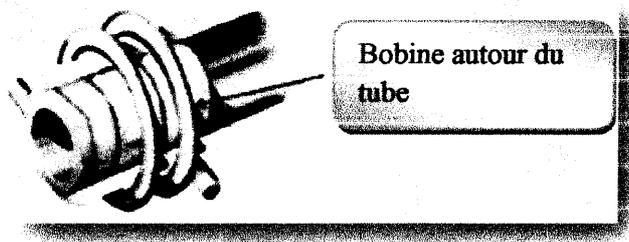
(a)Expansion de tubes[2]



(b) Système hybride de magnétoformage[2]



(c) Mise en forme par emboutissage électromagnétique[2]



(d) Compression de tubes[2]

**Figure I-5:**Exemples d'opérations de magnétoformage[2]

Une installation de FEM est constituée de généralement:

- D'un générateur pour délivrer des courants de forme impulsionnelle et d'amplitude de l'ordre de plusieurs kiloampères.
- D'une bobine de champ capable de supporter ce courant et les efforts mécaniques résultants .
- D'une pièce à déformer en métal bon conducteur.

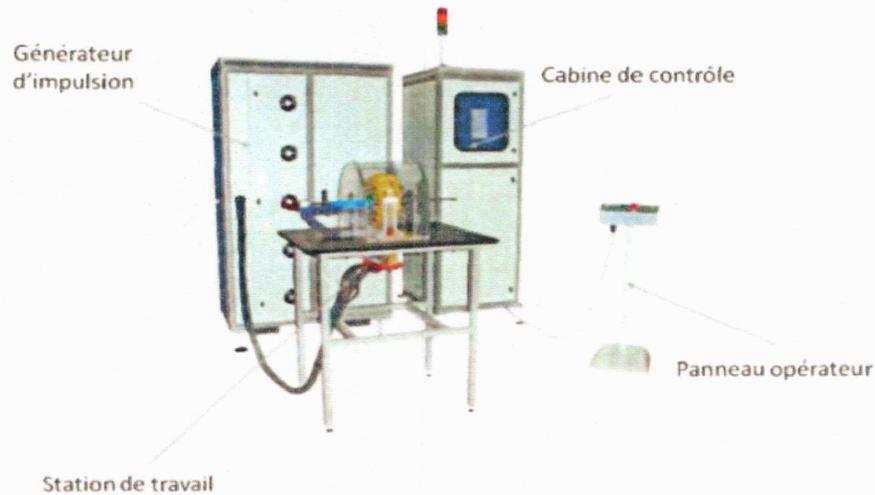


Figure I-6: Installation du FEM industrielle[2]

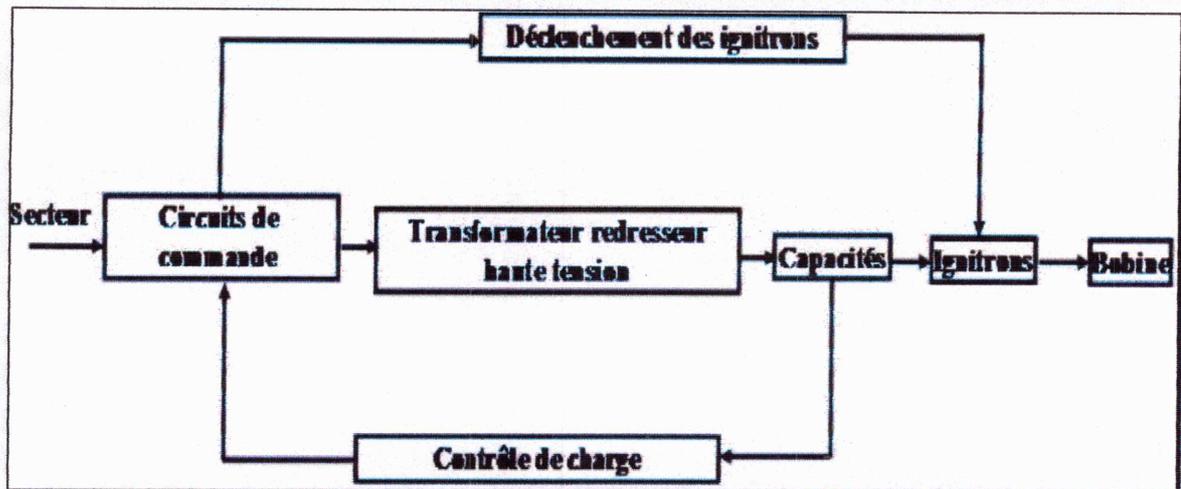
**a) Le générateur :**

Ces générateurs sont des machines capables de délivrer des impulsions électriques de grandes amplitudes sous des tensions de quelques kilovolts. Le système doit donc être capable de stocker une forte quantité d'énergie sous une forme facilement exploitable et de la libérer en une centaine de micro-secondes.

Plusieurs méthodes de stockage de l'énergie électrique peuvent être utilisées. Les impulsions électriques sont obtenues par la décharge d'une batterie de condensateurs.



a) Photos de générateurs de FEM[6]



b) Schéma synoptique d'un générateur de FEM[7]

Figure I-7 :Générateur de FEM

L'énergie  $E$  qu'une batterie de condensateurs peut stocker est donnée par :

$$E = \frac{1}{2} CV^2 \quad (I.1)$$

$C$  : capacité de la batterie de condensateur.

$V$  : la tension de charge.

Exemples de valeurs standards pour les générateurs industriels :

- ❖ Energies : 8 KJ, 16 KJ, 32 KJ, 48 KJ, 64 KJ.
- ❖ Tensions: 3 KV, 10 KV, 20 KV, 40 KV.
- ❖ Méthodes de commutation : IGNITRONS ou ECLATEUR.
- ❖ Cadences : 10 Secondes, 30 Secondes et 60 Secondes.

### b) les bobines de champ :

En formage électromagnétique, les bobines de champs transforment les impulsions électriques, dues à la décharge de la batterie de condensateurs en un champ magnétique intense. D'autre part, Ces bobines de formage doivent supporter des efforts magnétiques intenses. Elles permettent la mise en forme des métaux sans se déformer.

Dans la pièce les courants induits étant opposés au courant inducteur. La force électromagnétique tend toujours à éloigner la pièce de la bobine. Donc il est possible de réaliser des bobines de configuration et de géométrie bien déterminées.

Dans l'industrie, la classification des bobines de champ de formage se fait de la manière suivante :

Selon les opérations de formage électromagnétique [8] :

- Les bobines de compression.
- Les bobines de l'expansion.
- Les bobines de placage pour l'emboutissage des tôles minces.



**Figure I-8** : Les différents types des bobines de champs selon les opérations des formages [8]

Selon le principe de l'opération :

- Les bobines mono spires.
- Les bobines multi spires.
- Les bobines avec alimentation directe du courant à la pièce.

Selon leur construction [9] :

- **Bobines hélicoïdales** : la forme de cette bobine selon l'opération technologique.
- **Bobines avec concentrateur de champ**
- **Bobines mono spires** : ces bobines sont les plus simples.
  - En forme cylindrique pour :
    - L'expansion des tubes.
    - Compression des tubes.
  - En forme plate pour formage de plaque :
    - Bobines mono spires.
    - Bobines coaxiales.

**c) Les caractéristiques nécessaires de bobinage FEM:**

Une bobine de formage électromagnétique doit assurer les caractéristiques suivantes :

- ❖ Une distribution nécessaire du champ magnétique ou la concentration dans la zone de travail dans la pièce.
- ❖ Un grand coefficient de conversion de l'énergie du banc de capacité .
- ❖ Une grande résistance mécanique.
- ❖ Une fréquence optimale du courant de décharge.
- ❖ Une connexion efficace aux conducteurs de la machine du FEM.

Le courant de décharge est donné par :

$$I = I_0 \exp(-t/\tau) \sin \omega t \quad (I.2)$$

Avec :

$$I_0 = V \sqrt{\frac{C}{L}}$$

V : Tension de charge de la batterie de condensateurs.

R : Résistance totale du système.

L : Inductance totale du système.

C : Capacité totale du système.

I : Courant de décharge.

- ❖ La constante de temps :

$$\tau = \frac{2L}{R}$$

- ❖ La fréquence de décharge :

$$\omega = 2\pi f$$

avec:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

#### d) Matériaux de construction des bobines :

Dans la construction des bobines de formage, On utilise, en général, les matériaux de bonne conductivité, leurs alliages et les matériaux d'isolation.

Les matériaux pour les bobines solénoïdales et les bobines avec conformateur de champ doivent avoir la plus grande conductivité électrique et grandes caractéristiques mécaniques.

Du point de vue conductivité, le cuivre est un matériau convenable mais il possède de faibles paramètres mécaniques d'où d'autres matériaux plus forts mécaniquement doivent être utilisés comme le bronze, l'aluminium et l'acier à faible carbone.

#### e) Conformateur de champ (concentrateur de champ) :

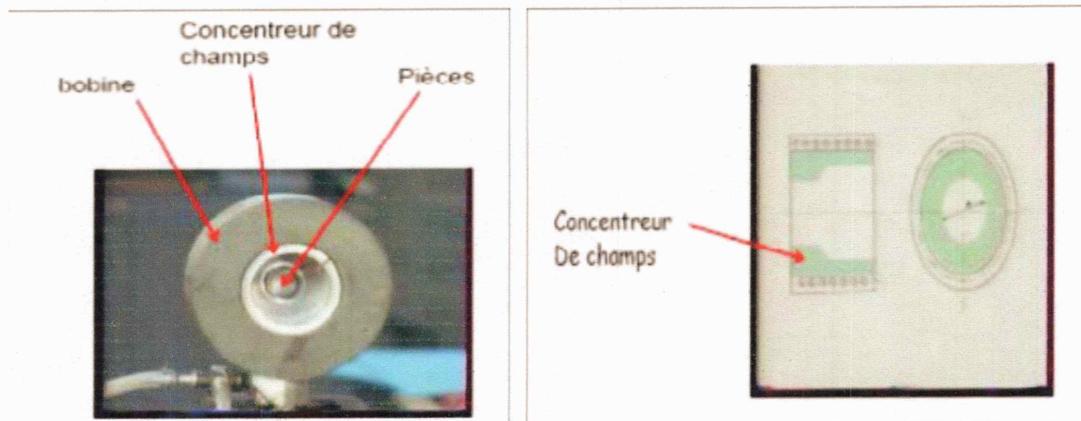
Le conformateur de champ électromagnétique est généralement un cylindre évidé en cuivre ou d'autre (par ex : béryllium ou alliages d'aluminium). Il s'intercale entre la bobine de champ et la pièce à déformer.

L'ensemble bobine conformateur se comporte comme un transformateur dont le primaire est la bobine de champ et le secondaire est le conformateur de spire unique en court-circuit les courants qui circulent dans le conformateur se bouclent au niveau de la fente isolée. Il apparaît directement que le conformateur offre la possibilité d'augmenter le courant de décharge. Le champ magnétique étant proportionnel au courant se trouve donc nettement multiplié [7] [10] [11].

Il existe plusieurs types de conformateurs de champ :

- ❖ Concentrateur guillotine : pour déformer des pièces tubulaires en une zone encadrée par des diamètres supérieurs.
- ❖ Concentrateur multiple : pour déformer plusieurs pièces identiques à chaque opération.

❖ Concentrateur multiple : pour déformer plusieurs pièces identiques à chaque opération.



**Figure I-10 : Conformateur de champs [7]**

**f) Avantages du conformateur de champ:**

- ❖ Augmentation de l'intensité du champ par concentration du courant inducteur.
- ❖ Distribution particulière des forces électromagnétiques qui permettent d'effectuer des déformations dans des zones précises de la pièce.
- ❖ Utilisation de la même bobine de champ et du même générateur pour effectuer des déformations sur des pièces de diamètres différents.

L'emploi du conformateur rend délicate la modélisation du processus qui passe d'un système axisymétrique à un système tridimensionnel [7] [10] [11].

**g) Matrices :**

A partir de la pression magnétique, on ne peut guère assurer la forme exacte à donner à la pièce, tout au plus, pourra-t-elle être accentuée là où la déformation doit être maximum. Il peut même arriver, surtout dans le cas des faibles épaisseurs de métal, que les forces parasites dues aux imperfections du champ ou aux interactions entre différents points de la pièce conduisent à des instabilités ou à des déformations néfastes (dissymétrie, pièce froissée).

Par conséquent, la forme à obtenir sera déterminée par une matrice contre laquelle la pièce vient se plaquer. Lorsque celle-ci entre en contact avec la matrice, elle y perd vitesse et énergie cinétique.

La principale qualité demandée au matériau, qui constitue la matrice, est une grande résilience aux chocs (capacité à absorber des chocs mécaniques d'énergie élevée). On pourra choisir par exemple, des plastiques tels que le polyuréthane de forte densité, ou bien une matrice de caoutchouc gonflable, permettant ainsi le formage et le démoulage de pièce complexes, ou encore du bois [7] [8].

### **I-3-2 Applications de FEM :**

Les opérations habituellement réalisées par Magnétoformage sont classifiées en trois groupes :

- ❖ Assemblage
- ❖ Formage
- ❖ Soudage

#### **a) L'assemblage :**

Le formage magnétique était avant tout, un procédé d'assemblage d'une pièce tubulaire sur un support résistant mécaniquement. On distingue :

- ❖ L'assemblage par expansion.
- ❖ L'assemblage par compression.

#### **b) Le soudage :**

Le Magnétoformage, grâce à sa haute vitesse de propulsion, est un procédé permettant le soudage des métaux. Le phénomène s'apparente au soudage par explosion. Il s'applique sur des pièces de forme tubulaire de petite taille. Il permet de "souder" des matériaux tels que l'aluminium sur le cuivre, l'aluminium sur l'acier...

#### **c) Le formage :**

Dans la technique du formage magnétique, plusieurs applications sont possibles. On distingue trois opérations essentielles qui sont :

- ❖ La compression.
- ❖ L'expansion.
- ❖ l'emboutissage.

Les possibilités du magnétoformage.

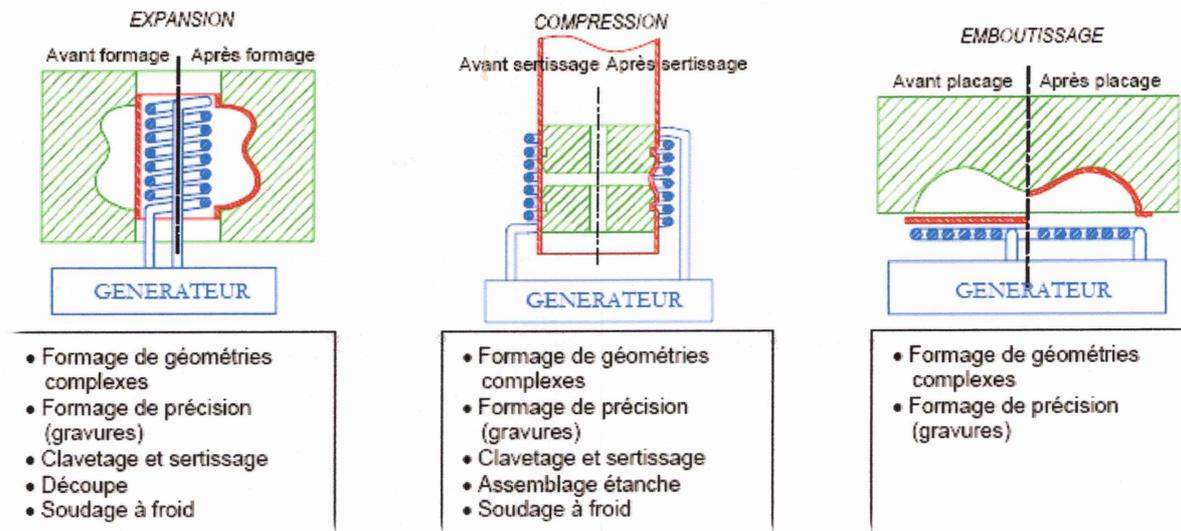


Figure I-11 : Les possibilités du formage magnétique [12]

❖ **La mise en forme par compression :**

Dans cette configuration, la pièce tubulaire à former, est introduite à l'intérieur d'une bobine, de manière coaxiale. Le tube conducteur est alors le siège d'un courant induit parallèle et de sens opposé au courant inducteur. Le champ magnétique résultant exerce sur le courant induit une force radiale dirigée vers l'intérieur, dépassant largement la limite élastique du métal.

Cette technique trouve ses applications plus dans les sertissages et les assemblages que dans les mises en forme.

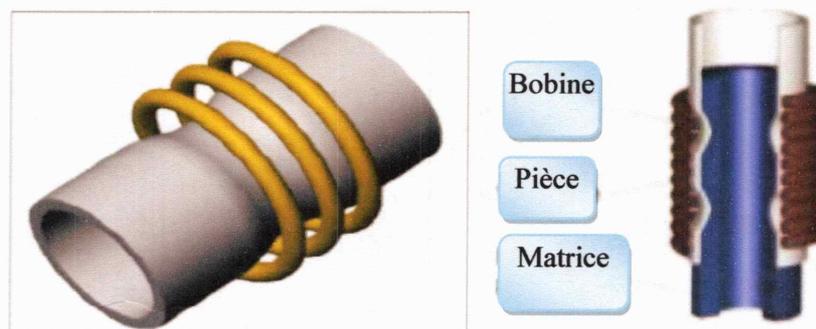


Figure I-12 : Compression detube [13]

❖ **Mise en forme par expansion :**

La pièce à déformer est également disposée coaxialement à une bobine de champ mais à l'extérieur de celle-ci. Le champ magnétique créé par la bobine induit un courant dans la pièce, créant des efforts électromagnétiques qui assurent l'expansion de la pièce.

L'expansion est essentiellement utilisée pour les opérations de mise en forme de pièces tubulaires. Elle est d'une mise en œuvre plus aisée et donne en général de meilleurs résultats que les opérations de presse classiques.

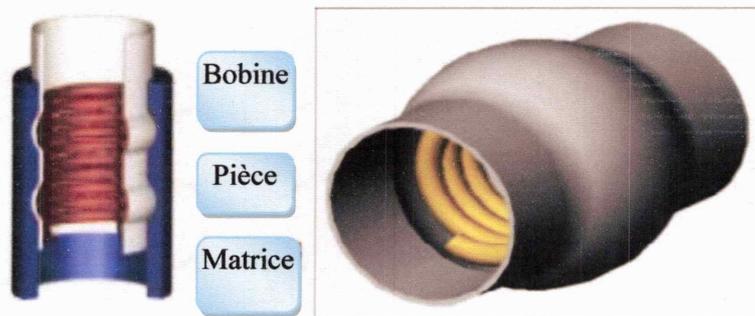


Figure I-13 : L'expansion d'un tube [13]

❖ **Placage des pièces plates :**

Cette opération consiste à faire passer un courant dans une bobine spirale plate, au-dessus de laquelle est placée une plaque à former.

La décharge dans la bobine induit un courant dans la plaque qui est propulsée perpendiculairement à la bobine. L'utilisation de placage se révèle très intéressante dans les opérations d'emboutissage ou pour obtenir des pièces à tolérance serrée ou encore ne présentant pas de défauts de surface.

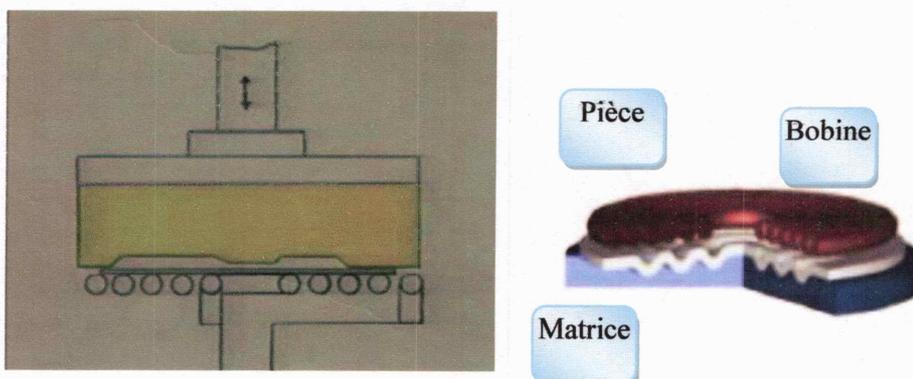


Figure I-14 : Formage par placage [13]

**I-3-3 Influence des divers paramètres sur la déformation :**

Les différents paramètres influant sur la déformation sont [10]:

- ❖ Résistivité de la pièce.
- ❖ Nombre de spires de la bobine de champ.
- ❖ Intensité du courant de décharge.
- ❖ Distance entre la bobine et la pièce
- ❖ Épaisseur de la pièce.
- ❖ Fréquence de travail.
- ❖ Ductilité du métal de la pièce.

**I-4 Applications industrielles :****I-4-1 Applications dans le domaine de l'automobile :**

Le domaine de l'automobile est sans conteste celui qui utilise le plus le procédé de formage magnétique.

Les contraintes de coût et de qualité associées aux cadences de production provoquent la démarche vers le procédé.

L'opération de l'emboutissage est parmi les opérations les plus utilisées dans l'industrie automobile. C'est une technique de fabrication permettant d'obtenir, à partir d'une feuille de tôle plate et mince, un objet dont la forme n'est pas développable. Le principe est fondé sur la déformation plastique du matériau, déformation consistant en un allongement ou un rétreint local de la tôle pour obtenir la forme désirée.

L'utilisation du processus FEM, permet de former, par exemple, des portes d'automobiles en alliage d'aluminium, qui ne peuvent pas être fabriqués sans défaillance par l'emboutissage conventionnel. Le panneau de la porte a été formé premièrement près de la forme désirée par l'emboutissage conventionnel.

Alors une opération électromagnétique secondaire a été emportée pour former les coins serrés et les zones pointus par les bobines électromagnétiques. Les résultats sont bons et représentés dans la figure (figure I-15).



**Figure I-15 :** Panneaux de porte d'automobile, démonstration de formage [14]

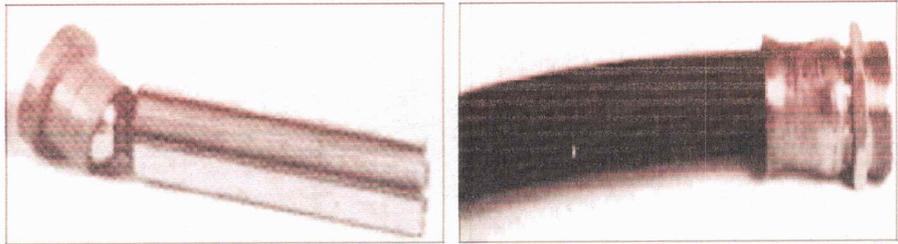
#### I-4-2 Applications dans le domaine du nucléaire :

Le Magnétoformage est utilisé dans la fabrication de pièces en acier inox, gaines de combustibles ou barres de contrôle...



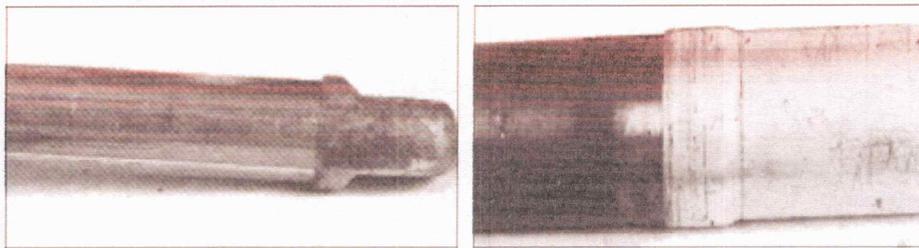
**Figure I-16 :** (1) aluminium sur plastic-respirateur médical (2) aluminium sur verre-loupe d'halogène (3) aluminium, cuivre sur polymères (4) acier sur l'acier-raccord de starter d'automobile [15]

On distingue d'autres applications dans le domaine de l'aviation et de l'espace



**Figure I-17:**(a) Rotules de pompe hydraulique [15] (b) Raccord hydraulique [15]

Et dans le bâtiment :



**Figure I-18 :** Conduite de gaz [15]

### **I-5 Avantages et inconvénients du procédé de FEM :**

#### **I-5-1 Avantages :**

Cette technologie ne produit ni chaleur, ni rayonnement, gaz ou fumées. On peut donc parler de technologie qui contribue à préserver l'environnement.

Pour le soudage, le grand avantage réside dans l'absence de températures élevées, d'où la possibilité de souder des combinaisons impossibles par fusion. En effet, l'absence de chauffage permet d'assembler des matériaux métalliques dont les points de fusion peuvent être très différents.

De plus, d'autres avantages du processus de FEM sont remarqués :

- ❖ Réduction des coûts et des composants.
- ❖ Possibilité d'assemblages multi matériaux.
- ❖ Réduction du poids de l'assemblage.
- ❖ Meilleurs ratios de productivité par rapports aux procédés conventionnels.
- ❖ Élimination des travaux de préparation et de reprise.
- ❖ Consommables : pas de métal d'apport ni de gaz nécessaires.
- ❖ Consommation d'énergie inférieure de 30-50% aux procédés conventionnels.
- ❖ Qualité supérieure à un procédé classique.
- ❖ Procédé stable, minimum d'incidents : pas de reprise, pas de finition.
- ❖ Absence de zone affectée thermiquement.
- ❖ Absence de corrosion dans la zone soudée.
- ❖ Meilleure conductibilité dans la zone soudée.
- ❖ Meilleure esthétique que tout autre procédé d'assemblage.
- ❖ Possibilité de réalisations d'assemblages impossibles jusqu'alors.
- ❖ Procédé économe en énergie et non polluant (pas de gaz).

#### **I-5-2 Inconvénients :**

- ❖ Chaque type de pièce formée par l'impulsion magnétique correspond à une bobine spécifique. Il faudra donc une machine adaptée à chaque application.
- ❖ Formage directe des matériaux conducteurs seulement.
- ❖ Considérations de sécurité importantes.
- ❖ Restrictions géométriques.

#### **Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons décrit les techniques du formage électromagnétique, et les opérations industrielles de mise en forme des matériaux conducteurs par impulsion magnétique. Aussi, les différents constituants d'une installation de FEM, ont été détaillés.

D'autre part, nous avons présenté l'importance de ce type de formage, ses avantages et ses inconvénients.

# CHAPITRE II

**Chapitre II****Modèles mathématiques****II-1 Introduction :**

Le contenu de ce chapitre est principalement consacré à l'analyse mathématique des phénomènes électromagnétiques, mécaniques et thermiques mise en jeu lors du processus du FEM. Nous présenterons donc les modèles mathématiques et les équations régissant la déformation de toute pièce par FEM.

Ainsi, la première partie de ce chapitre sera consacré à la formulation du problème électromagnétique. Ensuite, nous aborderons celle du problème mécanique et nous terminons par la présentation du couplage des deux modèles qui permet la simulation du problème complet d'une installation de magnétoformage.

**II-2 Phénomènes électromagnétiques [7], [10], [15], [18]:**

L'induction magnétique résulte de l'interaction entre les champs électrique et magnétique. Les équations qui gouvernent ces phénomènes sont les équations de Maxwell, les lois constitutives des milieux, la loi d'Ohm et les conditions de passage entre deux milieux.

**II-2-1 Equation de maxwell :**

Les phénomènes électromagnétiques sont décrits de façon assez complète par les célèbres équations de Maxwell, auxquelles il faut rajouter les équations de comportement. Ces équations permettent non seulement de décrire les champs électriques et magnétiques ainsi que leur interaction mais aussi de donner un cadre mathématique à ceux-ci. Elles se déclinent sous le système des quatre formes locales ci-après :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \quad (\text{Équation de Maxwell-Faraday}) \quad (\text{II.1})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D} \quad (\text{Équation de Maxwell-Ampère}) \quad (\text{II.2})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{Équation de Maxwell-Thomson}) \quad (\text{II.3})$$

$$\operatorname{div}(\vec{D}) = \rho \quad (\text{Équation de Maxwell-Gauss}) \quad (\text{II.4})$$

$$\operatorname{rot}(\vec{J}) = -\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial t} \quad (\text{Équation fondamentale de continuité}) \quad (\text{II.5})$$

Parmi les cinq équations précédentes, seulement trois équations sont indépendantes. un système indépendant peut être formé par les deux premières équations combinées soit avec la forme électrique de la loi de Gauss ou avec l'équation de continuité.

Avec :

$\vec{E}$  : Champ électrique. [V/m]

$\vec{B}$  : Induction magnétique. [T]

$\vec{H}$  : Champ magnétique. [A/m]

$\vec{D}$  : Induction électrique. [A.S/m<sup>2</sup>]

$\vec{j}$  : Densité de courant. [A/m<sup>2</sup>]

$\rho$  : Densité de charge. [C/m<sup>2</sup>]

L'équation de Maxwell-Ampère (équation (II.2)) met en évidence que des champs magnétiques peuvent être générés soit par les courants électriques soit par la variation d'un champ électrique. L'équation de Maxwell-Faraday (équation (II.1)) décrit l'induction d'un courant électrique par variation d'un champ magnétique; ce principe est particulièrement important dans ce mémoire. L'équation de Maxwell-Gauss (équation (II.4)) relie la densité de flux électrique aux charges électriques. Enfin, de l'équation de Maxwell-Thomson ou encore équation du flux magnétique (équation (II.3)) ressort la continuité de la densité de flux magnétique  $\vec{B}$  dans et hors la. Matière ainsi qu'aux interfaces, cette équation démontre en fait l'inexistence de la charge magnétique. Afin de fermer le système, des équations constitutives sont ajoutées, elles décrivent les propriétés macroscopiques du milieu.

**II-2-2 Lois de comportement du milieu :**

Pour définir les phénomènes électromagnétiques complètement à l'intérieur d'un milieu, on rajoute aux équations précédentes les lois dites de comportement des milieux. Et Pour des matériaux linéaires et isotropes, ces équations peuvent s'écrire :

$$\vec{B} = \mu(\vec{H} + \vec{M}) \quad (\text{II.6})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.7})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$\mu$ : Perméabilité du matériau.

$\varepsilon$ : Permittivité du matériau.

$\vec{P}$ : Vecteur de polarisation qui décrit comment le matériau est polarisé en présence d'un champ électrique  $\vec{E}$ .

$\vec{M}$ : Vecteur magnétisation qui décrit comment le matériau est magnétisé en présence d'un champ magnétique  $\vec{H}$ .

Ces équations décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques mais actuellement, on ne peut pas les résoudre directement, dans la plupart des cas. De plus, selon les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables ; les équations se découpent alors, en donnant naissance à des modèles plus simples.

L'expression détaillée des densités des courants :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad (\text{II.9})$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma[\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}] \quad (\text{II.10})$$

Avec :

$\sigma$  : Conductivité électrique.

$\vec{j}_s$ : Densité du courant imposé dans l'inducteur.

$\vec{j}_{ind}$ : Densité du courant induit.

$\sigma \vec{E}$ : Exprime le courant de conduction résultant du champ électrique  $\vec{E}$ .

$\sigma(\vec{V} \wedge \vec{B})$ : Exprime le courant résultant du mouvement à la vitesse  $\vec{V}$ .

### II-2-3 Propriétés des matériaux :

Les relations constitutives (II.6) (II.7) (II.8) ont été introduites formellement, ces relations qui semblent être simples peuvent être plus compliquées dans certains cas. Il existe quatre groupes principaux de matériaux.

Le plus compliqué est celui des matériaux inhomogènes ou les paramètres constitutifs varient avec les coordonnées spatiales telles que différentes propriétés de champs peuvent être dans différentes parties de la structure du matériau.

Pour les matériaux anisotropes, les relations en champs sont différentes en tout point pour différentes directions. Cela veut dire qu'un tenseur  $3 \times 3$  est nécessaire pour définir proprement les relations constitutives. Si ce tenseur est symétrique, le matériau est souvent dit réciproque et le système de coordonnées peut être tourné de manière à obtenir une matrice diagonale.

La non linéarité est l'effet de variation des propriétés (perméabilité magnétique et Permittivité électrique) avec l'intensité du champ électromagnétique. Cela inclue aussi l'effet d'hystérésis, ou non seulement les intensités de champ influent sur les propriétés physiques du matériau mais aussi l'historique de la distribution de champ.

En fin, la dispersion décrit les changements de vitesse d'onde avec la longueur d'onde.

Dans le cas de domaine fréquentiel, la dispersion est exprimée par une dépendance des lois constitutives de la fréquence.

### II-2-4 Les conditions de passage :

A la limite de séparation des deux milieux correspondant respectivement aux indices 1 et 2, nous avons les conditions de passage suivantes :

- La condition de conservation de la composante normale de l'induction magnétique :

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.11})$$

- La condition de la continuité de la composante tangentielle du champ électrique :

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.12})$$



Avec :

$\vec{n}$ : Vecteur unitaire normal à l'interface dirigé du milieu 1 vers le milieu 2.

La condition de continuité de la composante normale de la densité du courant de conduction aux interfaces entre deux milieux de conductivités électriques différentes :

$$(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.13})$$

### II-2-5 Potentiel scalaire électrique $V$ et potentiel vecteur magnétique :

Dans certains cas, il est plus utile de formuler le problème en termes du potentiel scalaire électrique  $V$  et le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  définis par :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II.14})$$

$$\vec{E} = -\text{grad} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II.15})$$

Qui résultent respectivement de la loi de Gauss sous sa forme magnétique et la loi de Faraday.

**II-2-6 Les modèles électromagnétiques :**

Les équations de Maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques mais elles ne peuvent être résolues directement. De plus, dans les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent négligeables. Les équations se découpent donnant naissance à des modèles plus simples.

- ❖ Modèle électrostatique.
- ❖ Modèle électrocinétique.
- ❖ Modèle magnétique scalaire.
- ❖ Modèle magnétostatique vectoriel.
- ❖ Modèle magnétodynamique.

Nous utilisons dans cette étude le modèle magnétodynamique.

**II-2-7 Le modèle magnétodynamique :**

Ce modèle s'applique aux dispositifs électrotechniques dans les sources de courant ou de tension variant en fonction du temps. Les champs électrique et magnétique sont alors couplés par la présence des courants induits. On obtient alors le système suivant :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left[\frac{1}{\mu} * \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right] + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma * \overrightarrow{\text{grad}}V = \overrightarrow{Jex} \quad (\text{II.16})$$

$$\text{div}(\overrightarrow{\varepsilon \text{grad}}V) + \text{div}\left(\varepsilon \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) + \rho = 0 \quad (\text{II.17})$$

Avec:

$\overrightarrow{Jex}$  : courant d'excitation

**II-2-8 Les forces électromagnétiques :**

Le calcul des forces électromagnétiques comporte le calcul des forces volumiques agissant sur le corps et les forces surfaciques résultant de sauts de champs électromagnétiques sur les limites.

Dans un système, la distribution des forces électromagnétiques dépend du matériau. Ainsi, les expressions et les techniques utilisées pour le calcul des forces électromagnétiques sont différentes selon les différents types de matériaux.

Pour cela, la méthode la plus utilisée pour calculer les forces dans un dispositif avec courant induit est celle utilisant l'expression de Lorentz donnée par l'équation suivante:

$$\vec{f} = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (\text{II.18})$$

### II-2-9 L'équation électromagnétique :

Afin de développer un modèle numérique pour l'étude des systèmes de formage électromagnétique, il est nécessaire de coupler les équations électromagnétiques et les équations mécaniques pour analyser le comportement temporel et spatial des différents composants d'un dispositif de FEM.

En utilisant la formulation en potentiels et en considérant les matériaux isotropes, le système d'équations à utiliser est le suivant :

$$-div \left( \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \vec{v} \times (\overrightarrow{rot} \vec{A}) + \sigma \overrightarrow{grad} V - \vec{j}^e \right) = 0 \quad (\text{II.19})$$

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{rot}(\mu^{-1} \overrightarrow{rot} \vec{A}) - \sigma \vec{v} \times (\overrightarrow{rot} \vec{A}) + \sigma \overrightarrow{grad} V = \vec{j}^e \quad (\text{II.20})$$

Le système précédent peut être réduit en utilisant la transformation suivante :

$$\vec{A} = \vec{A} + \overrightarrow{grad} V \quad (\text{II.21})$$

Ainsi, nous obtenons :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{rot}(\mu^{-1} \overrightarrow{rot} \vec{A}) - \sigma \vec{v} \times (\overrightarrow{rot} \vec{A}) = \vec{j}^e \quad (\text{II.22})$$

Qui peut être décrit sous la forme générale :

$$d_a u - \operatorname{div}(c \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} u + \alpha \cdot u - \gamma) + a \cdot u + \beta \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} u = f \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$$d_a = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

$$c = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & u^{-1} & u^{-1} \\ 0 & u^{-1} & u^{-1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ u^{-1} & 0 & u^{-1} \\ u^{-1} & 0 & u^{-1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ u^{-1} & u^{-1} & 0 \\ u^{-1} & u^{-1} & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & u^{-1} & u^{-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & u^{-1} & u^{-1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u^{-1} & 0 & u^{-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ u^{-1} & 0 & u^{-1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u^{-1} & u^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ u^{-1} & u^{-1} & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & u^{-1} & u^{-1} \\ 0 & u^{-1} & u^{-1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u^{-1} & 0 & u^{-1} \\ u^{-1} & 0 & u^{-1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u^{-1} & u^{-1} & 0 \\ u^{-1} & u^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma u_y - \sigma u_x \\ \sigma u_z - \sigma u_x \end{bmatrix}^T & \begin{bmatrix} \sigma u_x - \sigma u_y \\ 0 \\ \sigma u_z - \sigma u_y \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma u_x - \sigma u_z \\ \sigma u_y - \sigma u_z \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma u_y - \sigma u_x \\ \sigma u_z - \sigma u_x \end{bmatrix}^T & \begin{bmatrix} \sigma u_x - \sigma u_y \\ 0 \\ \sigma u_z - \sigma u_y \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma u_x - \sigma u_z \\ \sigma u_y - \sigma u_z \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma u_y - \sigma u_x \\ \sigma u_z - \sigma u_x \end{bmatrix}^T & \begin{bmatrix} \sigma u_x - \sigma u_y \\ 0 \\ \sigma u_z - \sigma u_y \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma u_x - \sigma u_z \\ \sigma u_y - \sigma u_z \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

$$f = \begin{bmatrix} J_x^e \\ J_y^e \\ J_z^e \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

$$\alpha = 0$$

$$\gamma = 0$$

**II-2-10 Cas de systèmes axisymétriques :**

La formulation en potentiel vecteur dans le cas de systèmes axisymétriques avec courant azimutal est réduite en négligeant le terme du gradient du potentiel électrique car le champ électrique n'est présent que dans la direction azimutale.

En coordonnées cylindriques, (II.22) elle s'écrit :

$$\sigma r \frac{\partial A^*}{\partial t} - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}^T \left( r u \mu^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial A^*}{\partial r} \\ \frac{\partial A^*}{\partial z} \end{bmatrix} + \mu^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} A^* \right) + r \sigma (\vec{v} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial A^*}{\partial r} \\ \frac{\partial A^*}{\partial z} \end{bmatrix}) = J_\varphi^e \quad (\text{II.28})$$

Avec :

$A^*$ : Est définie par  $A^* = \frac{A_\varphi}{r}$

Nous utilisons cette transformation afin d'éviter les singularités au niveau de l'axe de symétrie.

Par identification avec la forme générale, les coefficients sont :

$$d_a = r\sigma, \quad c = r\mu^{-1}, \quad \alpha = u^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a = r\sigma, \quad \beta = r\sigma\vec{v}, \quad f = J_\varphi^e$$

**II.2.11 Calcul des courants induits :**

Pour calculer les courants induits, il est nécessaire d'introduire une autre équation :

$$\vec{J}_{ind} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \vec{v} \times (\text{rot } \vec{A}) \quad (\text{II.29})$$

**II.3 Phénomènes mécaniques [14] [17][18]:****II.3.1 L'équation d'équilibre :**

L'équation fondamentale régissant la déformation de tout matériau isotrope est donnée par l'équation d'équilibre appelée en 3D, la seconde loi de Newton :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \text{div}[\sigma] = \vec{F} \quad (\text{II.30})$$

Avec :

$\vec{u}$ : Le champ de déplacement (u, v, w)

$\sigma$ : Le tenseur de contraintes

$\vec{F}$ : Le vecteur de charge

Dans le cas d'une analyse transitoire, où les charges et les contraintes sont variables dans le temps, l'amortissement visqueux peut être modélisé par l'amortissement de Rayleigh où le paramètre d'amortissement C est une combinaison linéaire de la masse m et l'élasticité K :

$$c = \alpha_{dM} \cdot m + \beta_{dK} \cdot K \quad (\text{II.31})$$

Avec:

$\alpha_{dM}, \beta_{dK}$ : coefficients d'amortissement.

Dans notre modèle numérique, nous considérons un amortissement nul.

### II.3.2 Relation déformation-déplacement :

En tout point, la déformation  $\varepsilon$  est complètement définie par les composantes (u, v, w) et leurs dérivées. Elle est formée par 3 composantes :

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{th} + \varepsilon_p \quad (\text{II.32})$$

Avec :

$\varepsilon_{el}$ : La déformation élastique.

$\varepsilon_{th}$ : La déformation thermique donnée par :  $\varepsilon_{th} = \alpha(T - T_{ref})$ .

$\alpha$ : Le coefficient d'expansion thermique.

$\varepsilon_p$ : La déformation plastique.

T: Température.

$T_{ref}$ : Température ambiante.

Dans notre modélisation des systèmes de formage magnétique, la déformation thermique n'est pas considérée.

Les composantes de la déformation sont :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{yz}$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xz}$$

### II.3.3 Relation contrainte-déformation :

La contrainte dans un matériau est décrite par le tenseur symétrique :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

Avec :

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz}$$

Pour les matériaux non linéaires nous utilisons deux cas :

- Elastoplastique.
- Isotrope.

**a) Cas élastoplastique :**

La relation contraintes - déformation est :

$$\sigma = D\varepsilon_{el} + \sigma_0 = D(\varepsilon - \varepsilon_p - \varepsilon_{th} - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (\text{II.34})$$

Avec :

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

$E$ : Le module de Young.

$\nu$ : Le coefficient de poisson.

$\varepsilon_0$ : Contrainte initiale.

La déformation plastique est définie par :

$$\dot{\varepsilon}_p = \lambda H(\varepsilon_p, K, \nu) \dot{K} = \lambda G(\varepsilon_p, K, \nu) \quad (\text{II.35})$$

Avec :

$\lambda$ : est le multiplicateur plastique.

Dans le cas de modèle parfaitement plastique :

$$K = \varepsilon_p \quad F = \Phi(\sigma - Y_0) \quad H = \frac{\partial F}{\partial \sigma}$$

**b) Cas isotrope :**

Dans ce cas la matrice D est différente :

$$D^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

Et :

$$\sigma = D_d \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \varepsilon_{z0} \\ \varepsilon_{xy0} \\ \varepsilon_{yz0} \\ \varepsilon_{xz0} \end{bmatrix} + \sigma_0 \quad (\text{II.37})$$

Avec :

$$D_d = G \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.38})$$

**II-3-3 La symétrie axiale :**

En axisymétrie, les coordonnées cylindriques  $r, \theta$  et  $z$  sont utilisées. Dans ce cas, le déplacement dans la direction  $\theta$ , les composantes de la contrainte  $\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}$  ainsi que les composantes de la déformation  $\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}$  sont supposées nuls. Les charges sont indépendantes de  $\theta$  et seulement les charges dans les directions  $r$  et  $z$  sont considérées.

Afin d'éliminer toute division par  $r$  qui cause problèmes en  $r = 0$ , les équations sont transformées. La première est multipliée par  $r^2$  et la deuxième par  $r$  et une nouvelle variable  $u = \frac{u}{r}$  est introduite.

La relation déformation- déplacement dans le cas de symétrie axiale donne :

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}$$

**II.4 Phénomènes thermiques [21] [22]:**

Afin d'analyser la distribution de la température dans les pièces déformées par FEM, nous avons introduit l'équation thermique qui permet d'analyser le phénomène thermique du à l'effet Joule.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(-k \overrightarrow{\text{grad}} T) = Q + q_s.T \quad (\text{II.39})$$

Avec :

T : La température

K : Conductivité thermique

$\rho$ : Densité

$C_p$  : Capacité thermique à pression constante

$Q$  : Source de chaleur. Dans notre cas, elle est représentée par la chaleur dégagée par effet Joule

$q_s$  : Coefficient d'absorption ( $q_s=0$ )

### **Conclusion :**

Tous ces modèles mathématiques établis aussi bien pour le problème électromagnétique, mécanique que pour celui thermique, sont résolus numériquement vu leur complexité et la lourdeur des équations mises en jeu surtout dans les problèmes à géométries non simples.

Pour cela, nous avons choisi d'utiliser comme méthode d'approximation numérique, la méthode des éléments finis, connue pour son adaptation aux problèmes pratiques et non linéaires.

Les formulations éléments finis des différentes équations résolues feront l'objet du chapitre suivant.



# CHAPITRE III



## Chapitre III

### Formulations numériques

#### III-1 Introduction :

Les modèles mathématiques établis dans le chapitre précédent seront formulés numériquement dans le but de leur résolution et la simulation des problèmes pratiques de magnétoformage.

Il existe plusieurs méthodes de résolution : analytiques, numériques ou mixtes capables de résoudre les équations différentielles régissant les problèmes physiques.

Les méthodes analytiques sont d'emploi restreint à des géométries simples dans les problèmes non complexes.

Les méthodes numériques consistent à ramener la résolution des équations différentielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques.

Pour passer d'un problème exact continu régi par des équations aux dérivées partielles au problème discret, il existe plusieurs méthodes numériques s'approximant couramment utilisées.

Dans ce travail présent, le choix a été porté sur la méthode des éléments finis pour son adaptation aux problèmes à géométrie complexes en bidimensionnel et même en tridimensionnel.

#### III-2 Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis (MEF) est l'une des méthodes les plus adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Elle s'applique à la majorité des problèmes pratiques (linéaires ou non linéaires, stationnaires ou dépendant du temps) définis dans un domaine géométrique complexes et quelques soient les conditions physiques de fonctionnement. La technique des éléments finis discrétise l'espace à l'aide d'éléments géométriques simples (triangles ou quadrangles en général), ensuite la forme forte des équations est remplacée par la forme faible dans laquelle les inconnues sont

approximées par une combinaison linéaire de fonctions de base dont le support est l'un des éléments.

Ainsi, la résolution de toute équation aux dérivées partielles est ramenée à la résolution d'un système d'équation pour aboutir aux valeurs de l'inconnue aux nœuds du maillage.

### III-3 Discrétisation éléments finis de l'équation électromagnétique [19] :

Par la méthode des éléments finis la résolution de l'équation électromagnétique nécessite sa discrétisation.

En tridimensionnel, et en coordonnées cartésiennes, le système à résoudre en tout point du maillage est donné par :

$$\frac{1}{\mu} \left[ - \left( \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z} \right] + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} - \sigma \left[ V_y \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - V_z \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] = J_{sx} \quad (\text{III. 1})$$

$$\frac{1}{\mu} \left[ - \left( \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z} \right] + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} - \sigma \left[ V_z \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - V_x \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] = J_{sy} \quad (\text{III. 2})$$

$$\frac{1}{\mu} \left[ - \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z \partial y} \right] + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} - \sigma \left[ V_x \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - V_y \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] = J_{sz} \quad (\text{III. 3})$$

La formulation intégrale obtenue après l'utilisation des fonctions de projection est :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\mu} \left[ \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial A_x}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial A_y}{\partial y} d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial z} d\Omega \right] \\
& - \int_{\Gamma} N \frac{\partial A_x}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma} N \left( \frac{\partial A_y}{\partial n} + \frac{\partial A_z}{\partial n} \right) d\Gamma + \sigma \int_{\Gamma} N \frac{\partial A_x}{\partial t} d\Omega \\
& - \sigma \left[ V_y \int_{\Gamma} \left( N \frac{\partial A_y}{\partial x} - N \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) d\Omega - V_z \int_{\Gamma} \left( N \frac{\partial A_x}{\partial z} - N \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) d\Omega \right] \\
& = \int_{\Gamma} N J_{sx} d\Omega \quad \text{(III. 4)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\mu} \left[ - \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial A_y}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial z} \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial A_x}{\partial y} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial z} d\Omega \right] \\
& - \int_{\Gamma} N \frac{\partial A_y}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma} N \left( \frac{\partial A_z}{\partial n} + \frac{\partial A_x}{\partial n} \right) d\Gamma + \sigma \int_{\Gamma} N \frac{\partial A_y}{\partial t} d\Omega \\
& - \sigma \left[ \int_{\Omega} V_z \left( N \frac{\partial A_z}{\partial y} N \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) d\Omega - \int_{\Omega} V_x \left( N \frac{\partial A_y}{\partial x} N \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) d\Omega \right] \\
& = \int_{\Gamma} N J_{sy} d\Omega \quad \text{(III. 5)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\mu} \left[ \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial A_x}{\partial z} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial z} \frac{\partial A_y}{\partial y} d\Omega \right] \\
& - \int_{\Gamma} N \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma} N \left( \frac{\partial A_x}{\partial n} + \frac{\partial A_y}{\partial n} \right) d\Gamma + \sigma \int_{\Omega} N \frac{\partial A_z}{\partial t} d\Omega \\
& - \sigma \left[ V_x \int_{\Gamma} \left( N \frac{\partial A_x}{\partial z} - N \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) d\Omega - V_y \int_{\Gamma} \left( N \frac{\partial A_z}{\partial y} - N \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) d\Omega \right] \\
& = \int_{\Gamma} N J_{sz} d\Omega \quad \text{(III. 6)}
\end{aligned}$$

Après discrétisation nous obtenons un système matriciel élémentaire :

$$\begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & M_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial A_x}{\partial t} \\ \frac{\partial A_y}{\partial t} \\ \frac{\partial A_z}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 7})$$

Avec :

$$\begin{aligned} M_{xxij} = & \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega + \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega + \sigma V_y \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \\ & + \sigma V_z \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (\text{III. 8})$$

$$M_{xyij} = -\frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega - \sigma V_y \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) d\Omega \quad (\text{III. 9})$$

$$M_{xzij} = -\frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega - \sigma V_z \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) d\Omega \quad (\text{III. 10})$$

$$M_{yxij} = -\frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega - \sigma V_x \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (\text{III. 11})$$

$M_{yyij}$

$$\begin{aligned} = & \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega + \sigma V_z \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \\ & + \sigma V_x \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (\text{III. 12})$$

$$\begin{aligned} M_{yzij} = & -\frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega \\ & - \sigma V_z \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (\text{III. 13})$$

$$M_{zxi} = -\frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega - \sigma V_x \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \quad (\text{III. 14})$$

$$M_{zyij} = -\frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega - \sigma V_y \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \quad (\text{III. 15})$$

$$= \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega + \sigma V_x \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) d\Omega$$

$$+ \sigma V_y \int_{\Omega} \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (\text{III. 16})$$

$$K_{xxij} = K_{yyij} = K_{zzij} = \sigma \int_{\Omega} (N_i N_j) d\Omega \quad (\text{III. 17})$$

$$F_{xij} = \int_{\Omega} N_i J_{sx} d\Omega \quad (\text{III. 18})$$

$$F_{yij} = \int_{\Omega} N_i J_{sy} d\Omega \quad (\text{III. 19})$$

$$F_{zij} = \int_{\Omega} N_i J_{sz} d\Omega \quad (\text{III. 20})$$

L'équation magnétodynamique, en symétrie axiale :

$$-\frac{1}{\mu} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} \right] + \sigma \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma \left[ V_r \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + V_z \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right]$$

$$= J_{s\theta} \quad (\text{III. 21})$$

Avec :

$$A = r A_{\theta}$$

### III-3-1 Condition aux limites :

#### a) L'axe de symétrie :

Dans le cas d'un système axisymétrique, le long de l'axe z, une condition de symétrie axiale doit être appliquée :

$$B_r = 0$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial r} = 0$$

Utilisant la variable  $A^*$ , la première équation sera automatiquement vérifiée partout où  $r$  est zéro, ce qui est montré par cette identité :

$$B_r = -\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} = r \frac{\partial A^*}{\partial z} \quad (\text{III.22})$$

La deuxième condition de symétrie doit être donnée explicitement, en écrivant l'expression en fonction de la variable  $A^*$ .

#### b) Isolation magnétique :

Cette condition impose le potentiel magnétique nul sur la limite considérée :  $\vec{A} = \vec{0}$

Dans notre modèle, elle est appliquée sur la boîte infinie.

#### III-3-2 Calcul des courants induits :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{j} - \sigma \vec{v} \times (\text{rot} \vec{A}) = \vec{0} \quad (\text{III.23})$$

#### III-4 Discrétisation éléments finis de l'équation mécanique [15] :

En utilisant la méthode des résidus pondérés, nous obtenons la forme intégrale suivante :

$$W = - \int_V [N] [\rho [\ddot{u}] - \text{div}[\sigma] - [F]] dV = 0 \quad (\text{III.24})$$

Sous forme matricielle :

$$\int_V [D][\sigma] dV - \int_V [N][F_v] dV - \int_{S_f} [N][F_s] dS + \int_{S_f} [N]\rho[\ddot{u}] dV = 0 \quad (\text{III.25})$$

Avec :

$$[N] = [N_x \quad N_y \quad N_z]$$

$$[D] = \left[ \frac{\partial N_x}{\partial x} \quad \frac{\partial N_y}{\partial y} \quad \frac{\partial N_z}{\partial z} \quad \frac{\partial N_x}{\partial y} + \frac{\partial N_y}{\partial x} \quad \frac{\partial N_x}{\partial z} + \frac{\partial N_z}{\partial x} \quad \frac{\partial N_y}{\partial z} + \frac{\partial N_z}{\partial y} \right]$$

$$[\sigma] = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{yz}]$$

$$[F_v] = [F_x \quad F_y \quad F_z]$$

$$[F_S] = [F_{Sx} \quad F_{Sy} \quad F_{Sz}]$$

A cette formulation intégrale, nous ajoutons les lois de comportement du matériau.

#### III-4-1 Condition aux limites :

##### a) L'axe de symétrie :

Dans le cas d'un système axisymétrique, le long de l'axe z, une condition de symétrie axiale doit être appliquée :

$$r = 0$$

##### b) Encastrement :

Afin de déformer les pièces et éviter la propulsion de ces dernières, nous considérons qu'elles sont encastées au niveau de leurs extrémités. C'est-à-dire que le déplacement de ces extrémités est nul.

#### III-5 Discrétisation éléments finis de l'équation thermique [21] :

La formulation éléments finis intégrale de l'équation thermique est donnée par l'équation suivante :

$$\iint_{\Omega} M_i k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dx dy + \iint_{\Omega} M_i \rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy$$

$$+ \iint_{\Omega} M_i Q dx dy = 0 \quad (\text{III.26})$$

Avec :

$M_i$  : Fonctions d'interpolation pour la température

### III-5-1 Condition aux limites :

#### a) L'axe de symétrie :

Toujours au niveau de l'axe de symétrie, la même condition correspondante est appliquée.

#### b) Flux convectif :

Sur les autres limites de la pièce à déformer (Plaques ou tubes), nous avons appliqué comme condition aux limites flux convectif :

$$-\vec{n} \cdot (-K \overrightarrow{\text{grad}} T) = 0 \quad (\text{III.27})$$

### III-6 Couplage :

Après la formulation éléments finis des modèles électromagnétiques, mécanique et thermiques, il est nécessaire de les coupler afin de mettre en place un modèle plus près de la réalité permettant la simulation des systèmes de formage magnétique le couplage peut être faible : les différents systèmes d'équations sont résolus séparément en un processus itératif.

Cependant, le couplage fort nécessite la résolution d'un système global à chaque pas de temps.

#### III-6-1 Couplage faible :

Le processus de résolution d'un problème de magnétoformage en couplage faible est illustré par l'organigramme figure III-1.

L'équation électromagnétique est résolue à chaque pas de temps.

Les forces magnétiques calculées sont les termes sources de l'équation mécanique qui est résolue par élément finis, donnant les déformations.

Par contre, les sources de l'équation thermique sont représentées par les quantités de chaleur dégagées par effet joule.

Pour tenir compte de la déformation de la pièce, la géométrie est remaillée.

Ainsi, ce processus itératif est répété jusqu'à la dernière étape de calcul.

### III-6-2 Couplage fort :

Le couplage fort est celui qui donne les résultats les plus proches de la réalité et nécessite la résolution du système globale (équation électromagnétiques, mécaniques et thermiques) à chaque pas de temps et de manière transitoire. L'inconvénient de ce type de couplage est la manipulation de larges matrices et par conséquent la nécessité de plus d'espace mémoire. Pour tenir compte de la déformation de la géométrie, cette dernière est remaillée à chaque pas de temps. L'algorithme de ce type de couplage est représenté sur la figure III-2

C'est le type de couplage qui a été utilisé dans ce travail puisque le logiciel utilisé le permet.

### III-6-3 Termes de couplage :

Les termes de couplage sont représentés par :

- Pour l'équation thermique, c'est la source de chaleur qui est évacuée par effet Joule :

$$Q = \frac{1}{2\sigma} J^2 \quad (\text{III. 28})$$

Cependant, tous les paramètres électromagnétiques et mécaniques sont considérés, indépendants de la température.

Cette hypothèse est tout à fait acceptable, puisque les différentes températures obtenues ne sont pas très importantes et par conséquent, son influence est négligeable.

- Pour l'équation mécanique, c'est les forces qui s'appliquent sur la pièce dont les forces électromagnétiques sont les plus prépondérantes.

$$\vec{F} = \vec{J} \times \overrightarrow{rotA} \quad (\text{III. 29})$$

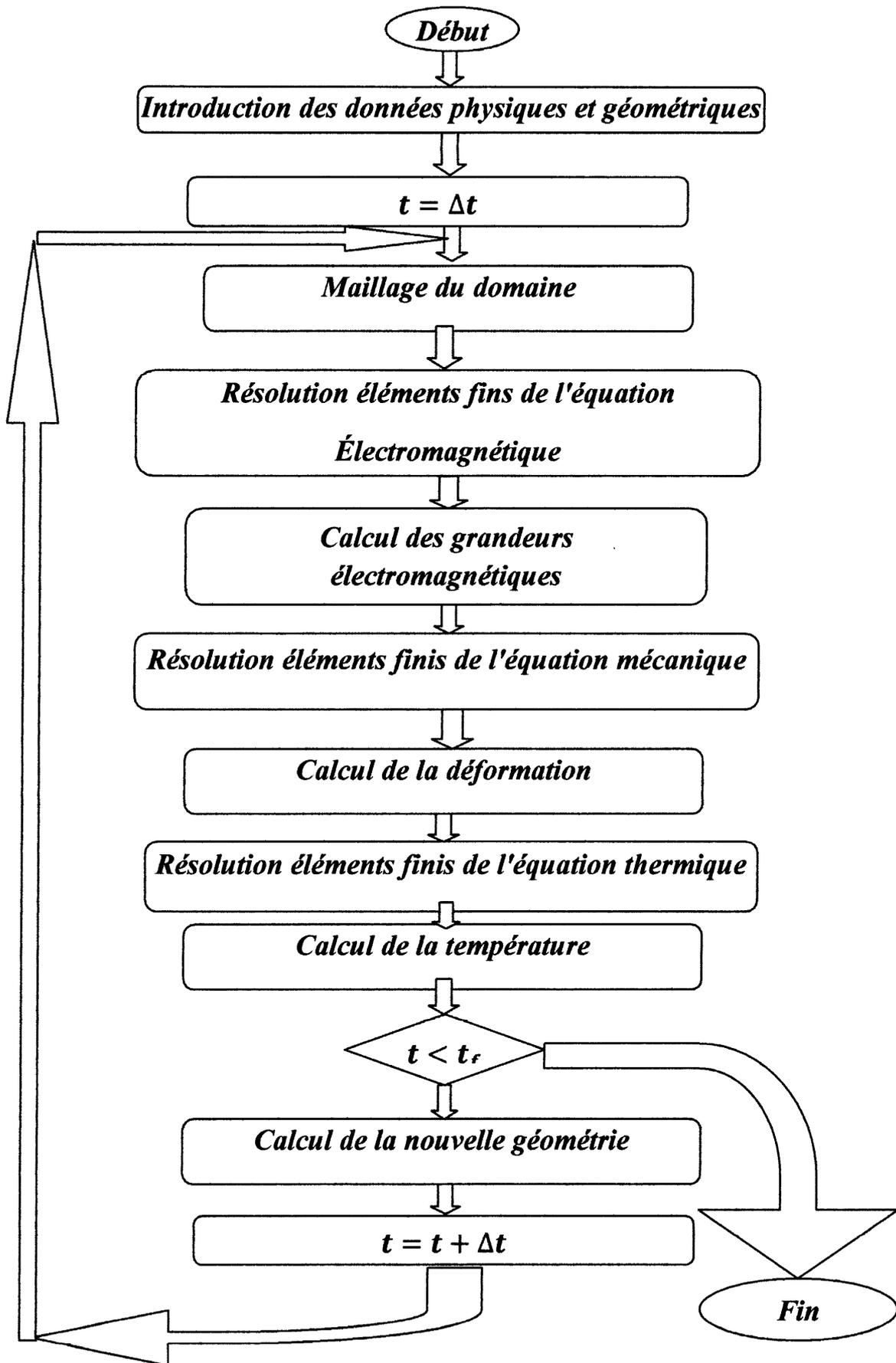


Figure III-1 : Organigramme du couplage faible

**III-7 Implémentation des modèles numériques :**

Les modèles développés sont implémentés afin de simuler différents systèmes de formage magnétique bidimensionnels et tridimensionnels.

Tous les résultats obtenus, présentés dans le chapitre suivant, ont été obtenus grâce au logiciel Comsol version 3.4 [22].

C'est un logiciel très développé, permettant d'élaborer différents modèles, d'analyser différents phénomènes physiques, de résoudre différents problèmes et de coupler plusieurs modèles de natures différentes. Il est doté d'une interface graphique facile à manipuler.

Le logiciel Comsol utilise la méthode des éléments finis pour résoudre différents problèmes avec des géométries simples ou complexes. Il permet de générer un maillage automatique, en offrant une grande liberté de choix de l'utilisateur. En outre, il permet d'analyser les résultats en offrant différentes possibilités pour le tracé des courbes et graphes des différentes grandeurs calculées.

**Conclusion :**

Les modèles numériques envisagés dans ce chapitre, permettent de formuler les systèmes d'équations à résoudre régissant les systèmes de formage magnétique.

L'application des différents développements concernant différentes installations de magnétoformage (Emboutissage - Expansion - compression...) en bidimensionnel et tridimensionnel feront l'objet du chapitre suivant.

**Chapitre IV****Applications et résultats****IV-1 Introduction :**

Les modèles développés sont validés pour différents dispositifs de formage magnétique : emboutissage de plaques, expansion et compression de tubes. Dans certains cas, des études paramétriques sont menées pour analyser l'effet des paramètres géométriques et physiques des installations simulées.

Tous les résultats obtenus, en utilisant le logiciel COMSOL, sont présentés et interprétés dans ce chapitre.

**IV-2 Applications d'emboutissage de plaques 2d :**

L'emboutissage de plaques métalliques est un processus industriel très important et très utilisé surtout dans l'industrie des automobiles.

Le dispositif de magnétoformage destiné à l'emboutissage de plaques, comporte une bobine spirale plate (bobine de Pancake) en cuivre placée au-dessous d'un disque mince en aluminium, attaché à sa périphérie.

Le système axisymétrique modélisé est celui montré sur la figure (figure IV-1), où une plaque conductrice est placée au-dessus d'une bobine plate en cuivre, sous forme de spires circulaires coaxiales où circule le courant de décharge, montré sur la figure (figure IV-2).

Les paramètres physiques et géométriques de cette installation d'emboutissage sont réunis dans le tableau IV-1.

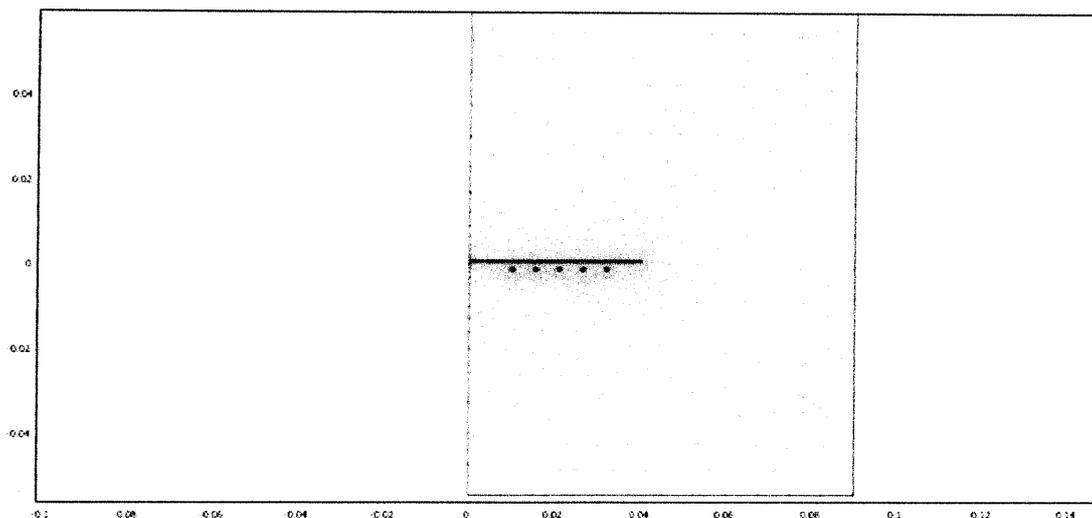


Figure IV-1: Système d'emboutissage de plaques

Nombre de spires	1-5
Rayon des spires	$4,5 \cdot 10^{-4} [\text{m}]$
Conductivité électrique de la bobine (cuivre)	$8,998 \cdot 10^7 [\text{s/m}]$
Rayon de la plaque	0.04 [m]
Epaisseur de la plaque	$5 \cdot 10^{-4} [\text{m}]$
Conductivité électrique de la plaque (Aluminium)	$3,774 \cdot 10^7 [\text{s/m}]$
Conductivité thermique	160 [W/(m*k)]
Densité	2700 [kg/m <sup>3</sup> ]
Capacité calorifique à pression constante	900 [J/(kg*k)]

Tableau IV-2 Paramètres du système d'emboutissage

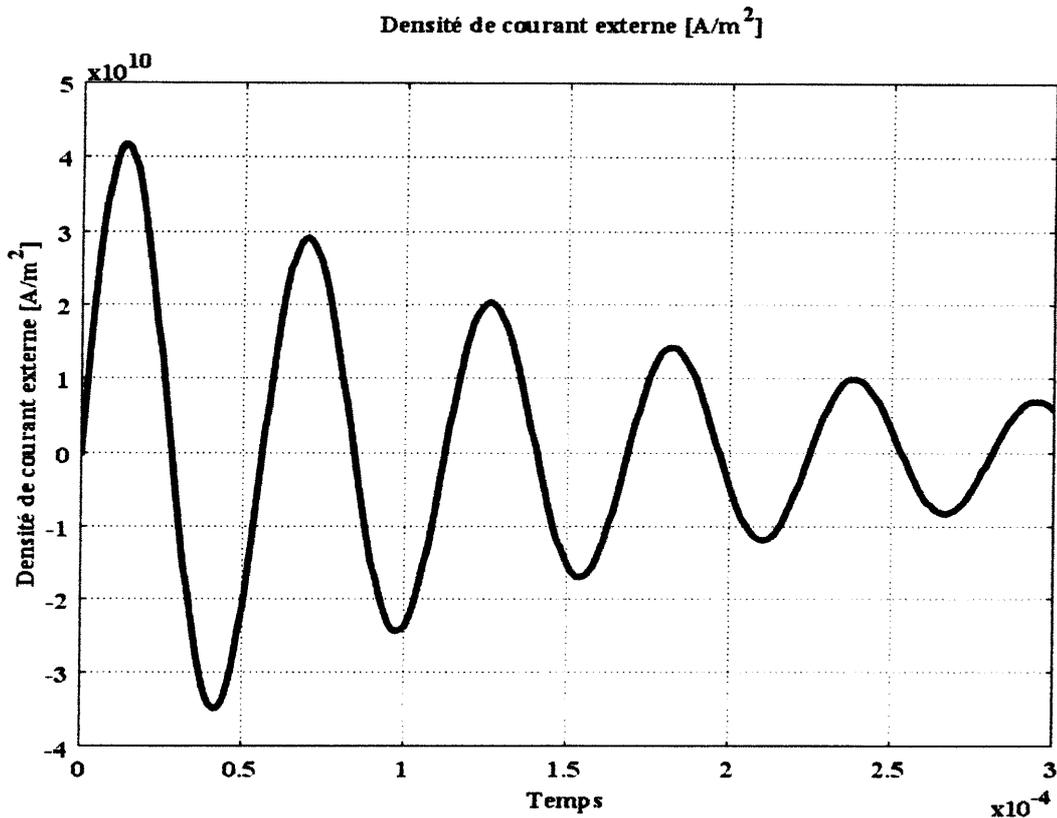


Figure IV-2: Courant de décharge du système d'emboutissage de plaques

#### IV-2-1 Effet du nombre de spires de l'inducteur :

Dans une première application d'emboutissage de plaque, nous avons utilisé quatre différents inducteurs avec une, trois, quatre et cinq spires, afin d'analyser l'influence du nombre des spires sur la déformation de la plaque.

Les distributions de la densité de courant induite le long de la plaque à déformer à l'instant  $300\mu\text{s}$  (fig. IV-3) montrent des formes tout à fait évidentes, puisque le courant induit est opposé au courant inducteur (loi de Lenz), de plus, il est maximal dans les régions de la plaque en face des spires.

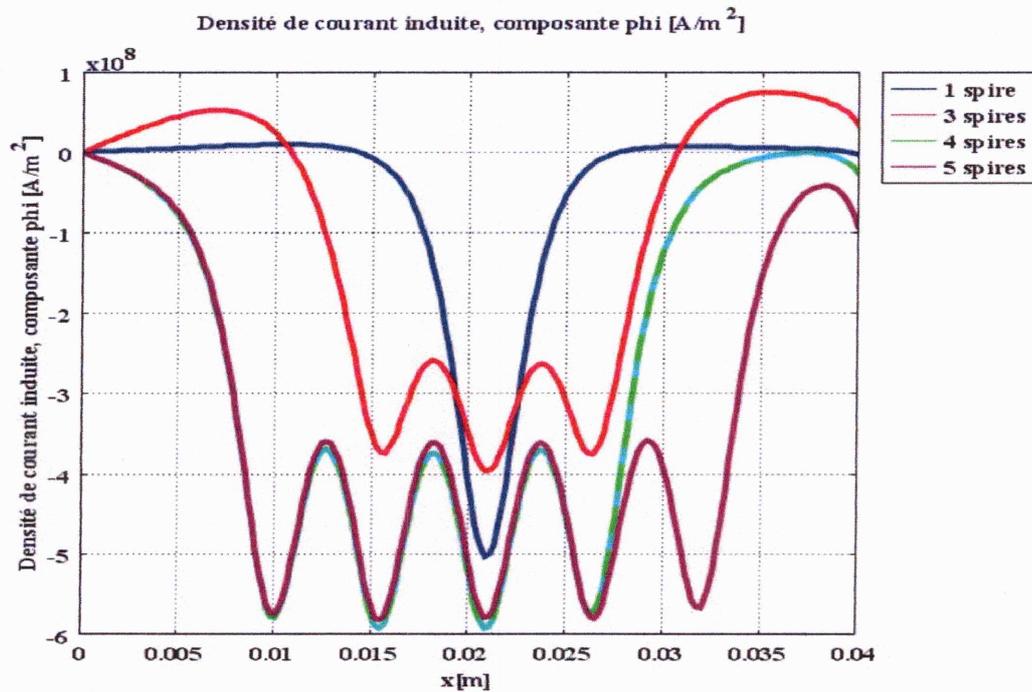
Pour ce qui est de la température de la plaque, ses distributions (fig. IV-4) sont proportionnelles à celles du courant induit et cela est justifié, puisque l'augmentation de la température est due à l'effet joule.

La figure (fig.IV-5), représentant la déformation de la plaque calculée numériquement, montre que celle-ci est d'autant plus importante que le nombre de spires est plus grand. Cela

est expliqué par le fait que le courant induit et par conséquent les forces de Lorentz augmentent avec le nombre de spires de l'inducteur.

D'autre part, l'évolution temporelle de la déformation ainsi que celle de la température, au centre du disque, sont montrées respectivement sur les figures (fig. IV-6) et (fig. IV-7).

La même remarque est constatée, la déformation ainsi que la température évoluent de manière plus grande si le nombre de spires de l'inducteur est plus important.



**Figure IV-3:** Variation de la densité de courant induite dans la plaque suivant le nombre de spires

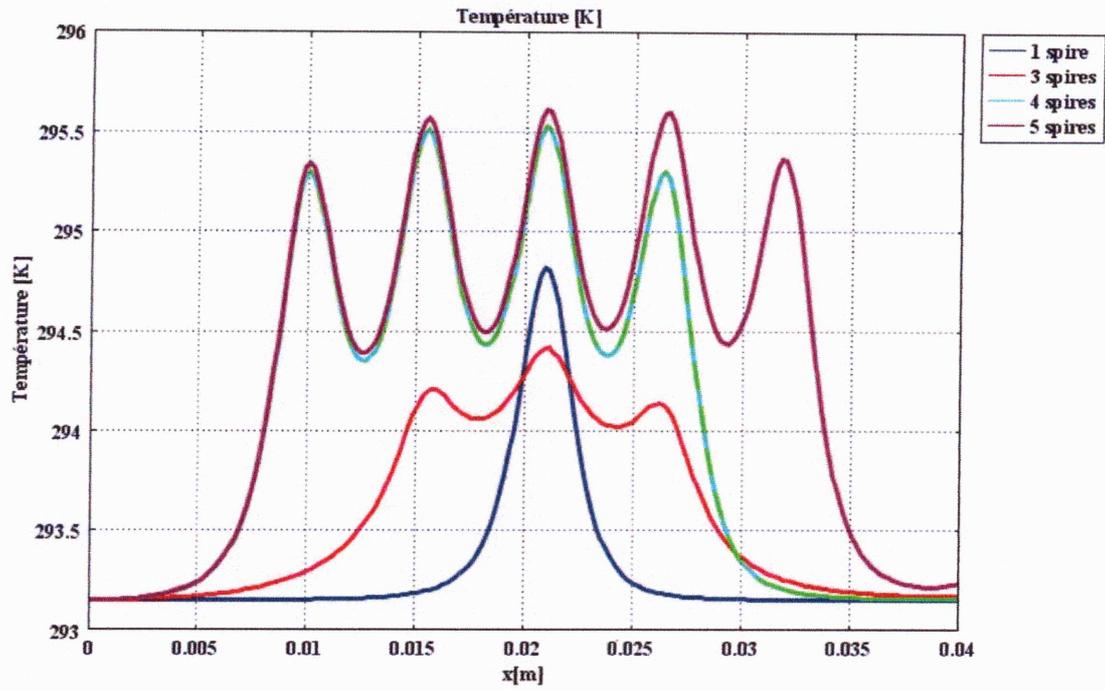


Figure IV-4 : Distributions de la température dans la plaque suivant le nombre de spires

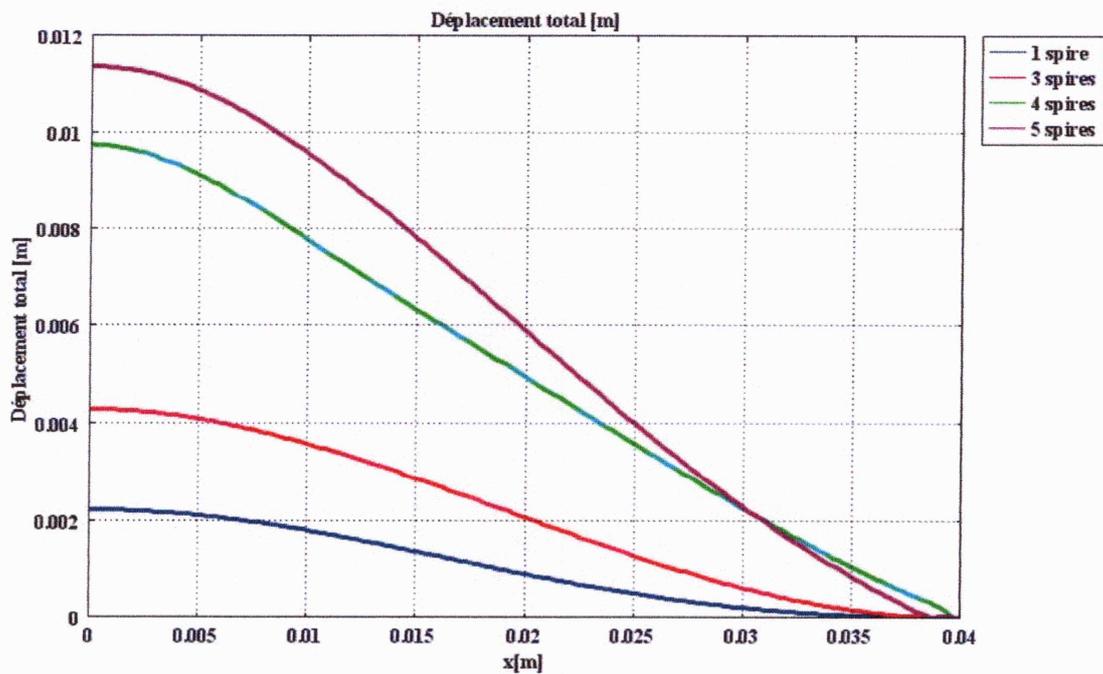


Figure IV-5 : Déformation de la plaque suivant le nombre de spires

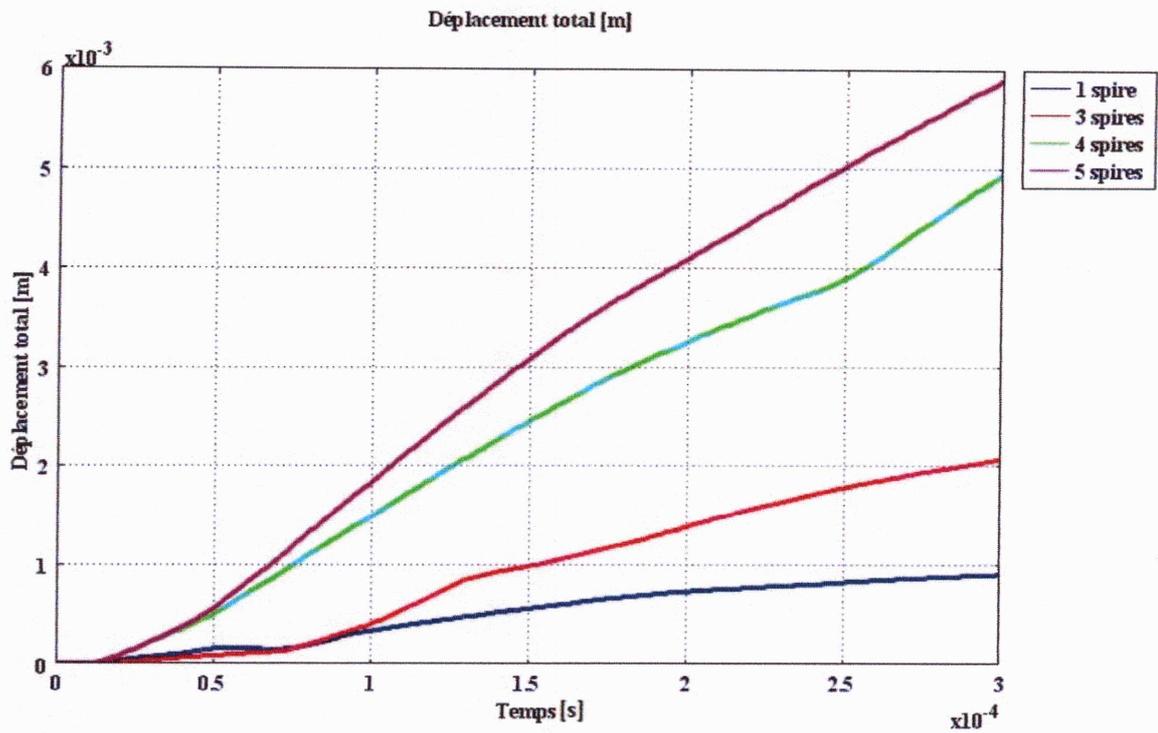


Figure IV-6 : Evolution du déplacement du centre de la plaque suivant le nombre de spires

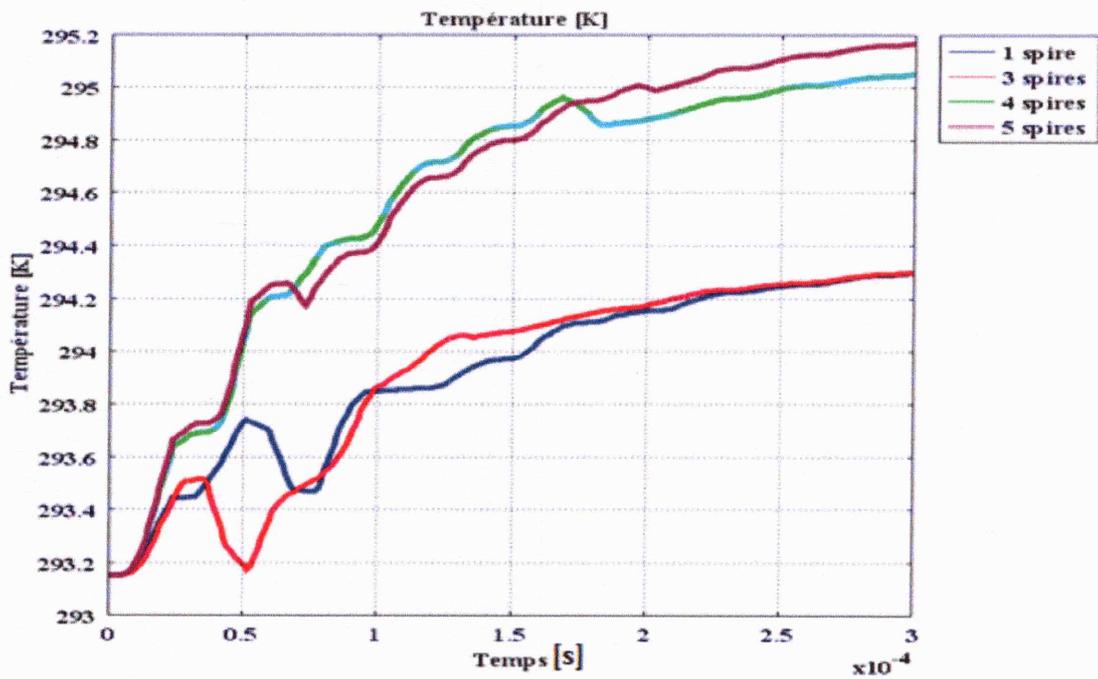


Figure IV-7 : Augmentation de la température au centre de la plaque suivant le nombre de spires

#### IV-2-2 Effet de l'épaisseur de la plaque :

Afin d'examiner l'effet des dimensions de la plaque à déformer, nous avons utilisé le même système précédent avec des disques de différentes épaisseurs : 0,15mm ; 0,5mm ; 0,75mm et 1mm.

En considérant le même courant inducteur, les courants induits créés dans les différentes plaques, relevés le long de celles-ci (fig. IV-8), sont de mêmes formes dont l'amplitude diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaque. Donc, les courants induits et par conséquent, la température de la plaque (fig. IV-9 (a) et (b)) ainsi que la déformation de celle-ci (fig. IV-10(a) et (b)), sont d'autant plus forts que l'épaisseur de la pièce à déformer est faible.

Ainsi, l'effet de l'épaisseur du disque sur le formage de celui-ci a été étudié. Nous pouvons conclure que toutes les grandeurs physiques sont plus importantes dans le cas d'épaisseur faible de la plaque. Pour cela, dans l'emboutissage des plaques, il est fortement recommandé d'utiliser des pièces minces qui présentent une formabilité plus intéressante.

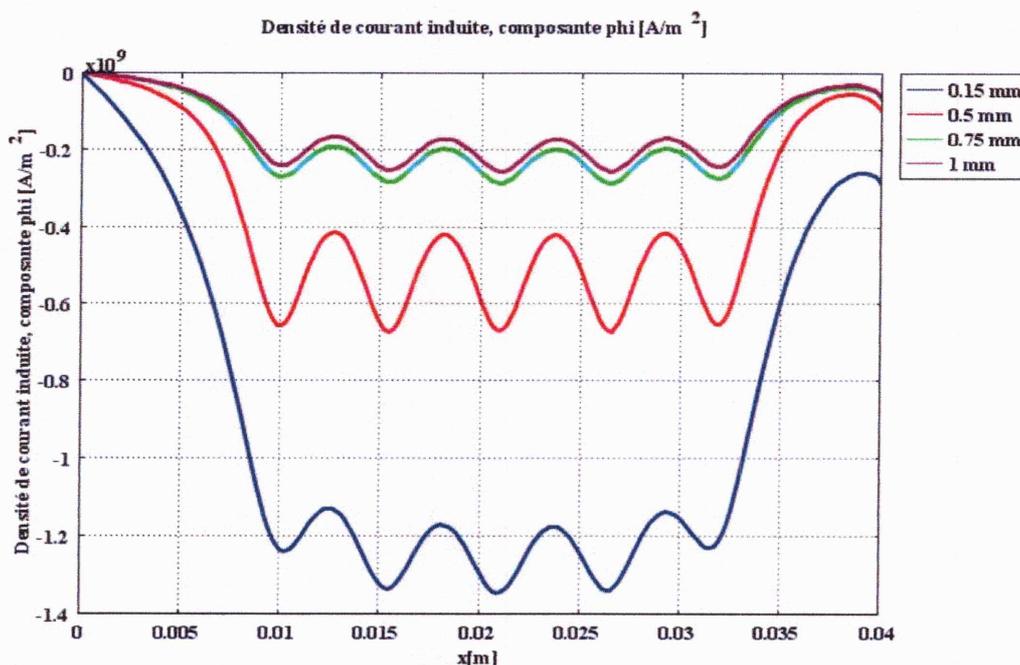
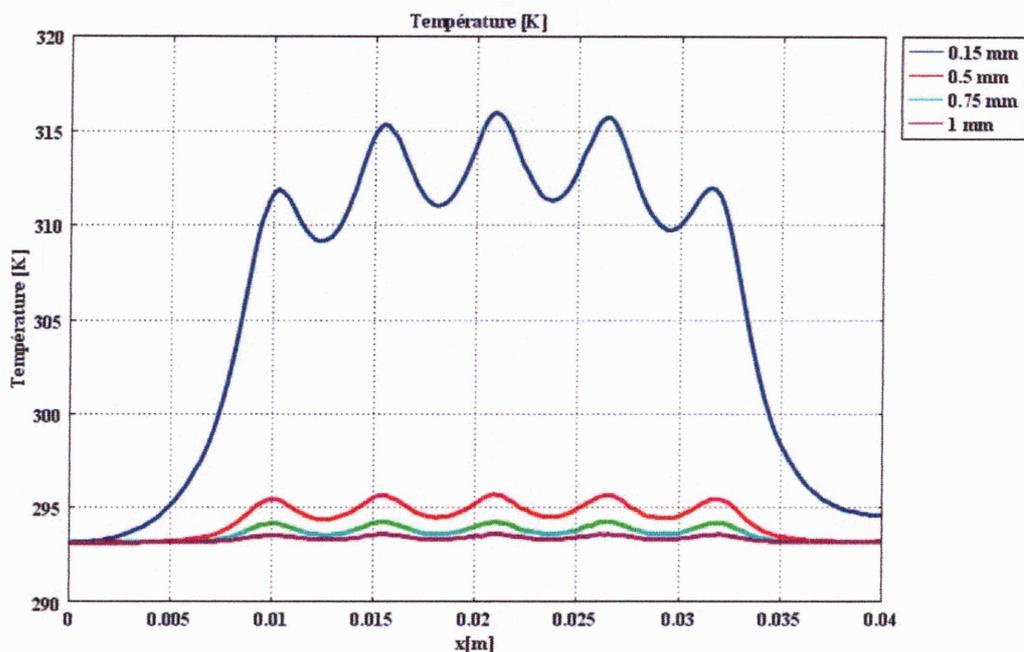
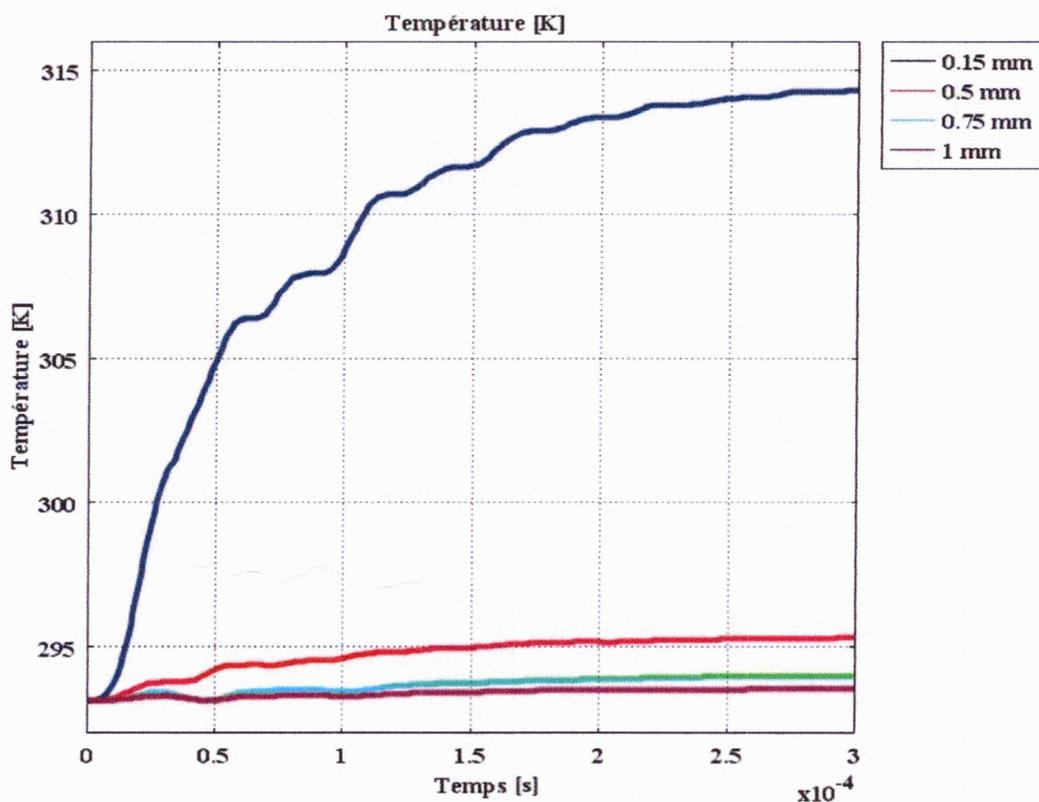


Figure IV-8 : Densité de courant induit suivant l'épaisseur de la plaque

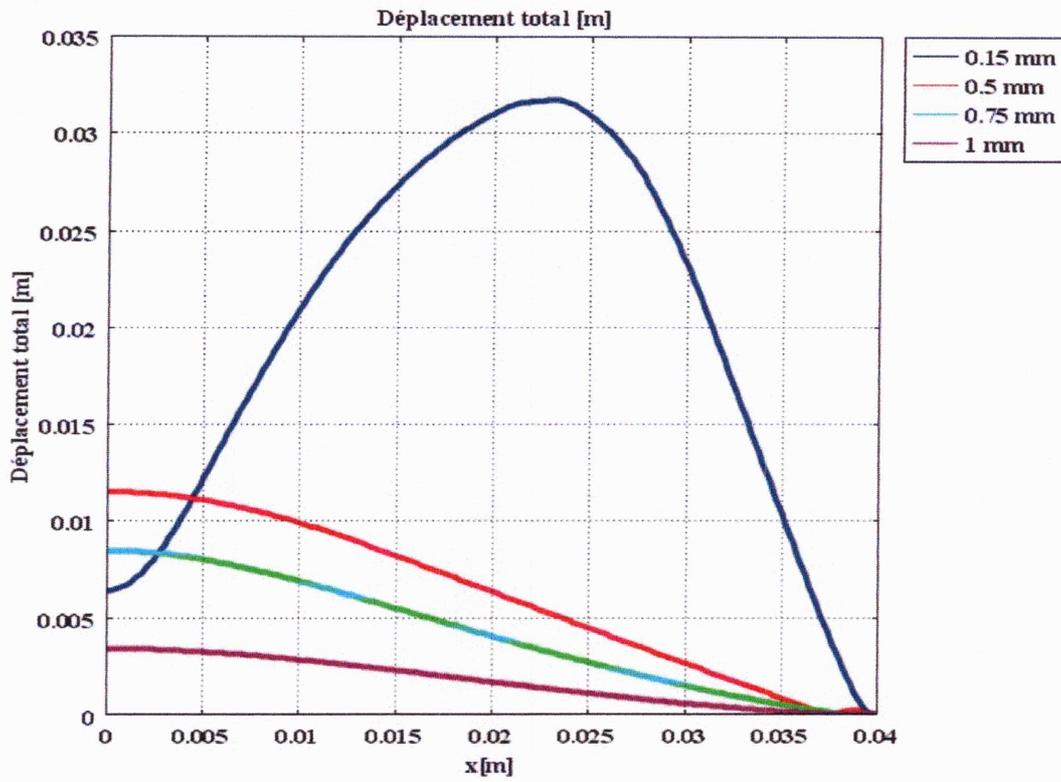


(a) Distribution de la température le long de la plaque

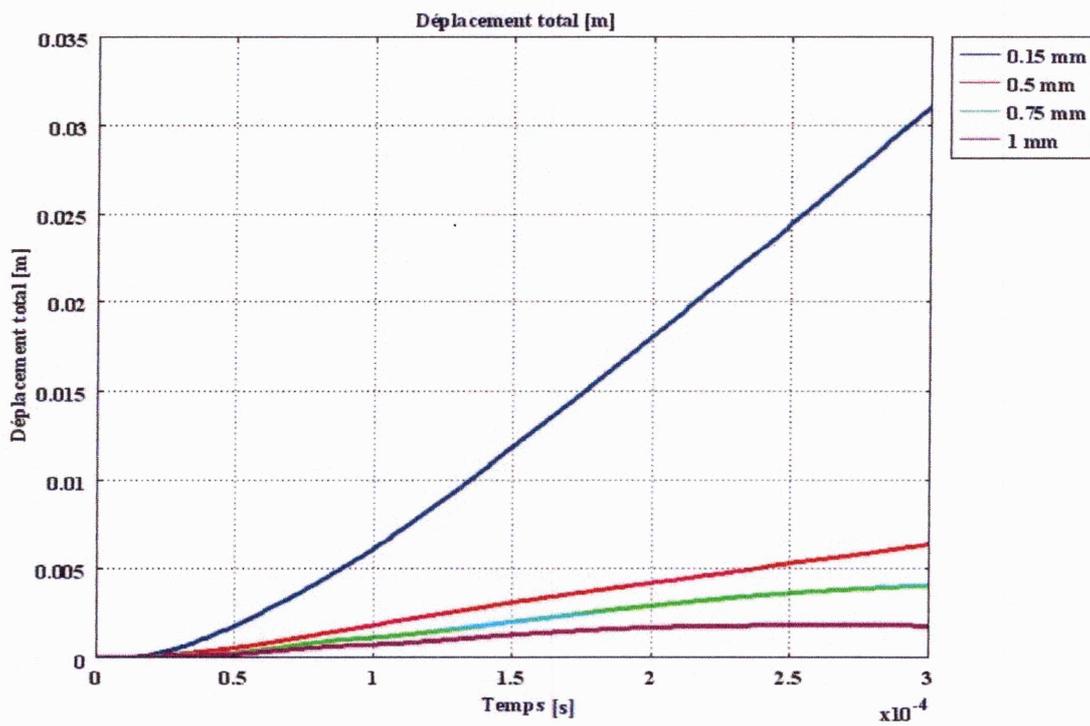


(b) Variation de température en fonction du temps

Figure IV-9 : Température de la plaque suivant l'épaisseur de la plaque



(a) Déformation des plaques de différentes épaisseurs



(b) Variation de déplacement du centre des plaques

Figure IV-10 : Déformation des plaques avec différentes épaisseurs

**IV-2-3 Effet du type de matériaux de la plaque :**

Pour effectuer une analyse comparative entre différents matériaux de la plaque à déformer, et montrer la différence de leurs comportements sous les mêmes conditions de formage, nous avons utilisé plusieurs pièces dont les paramètres sont donnés dans le Tableau IV-2.

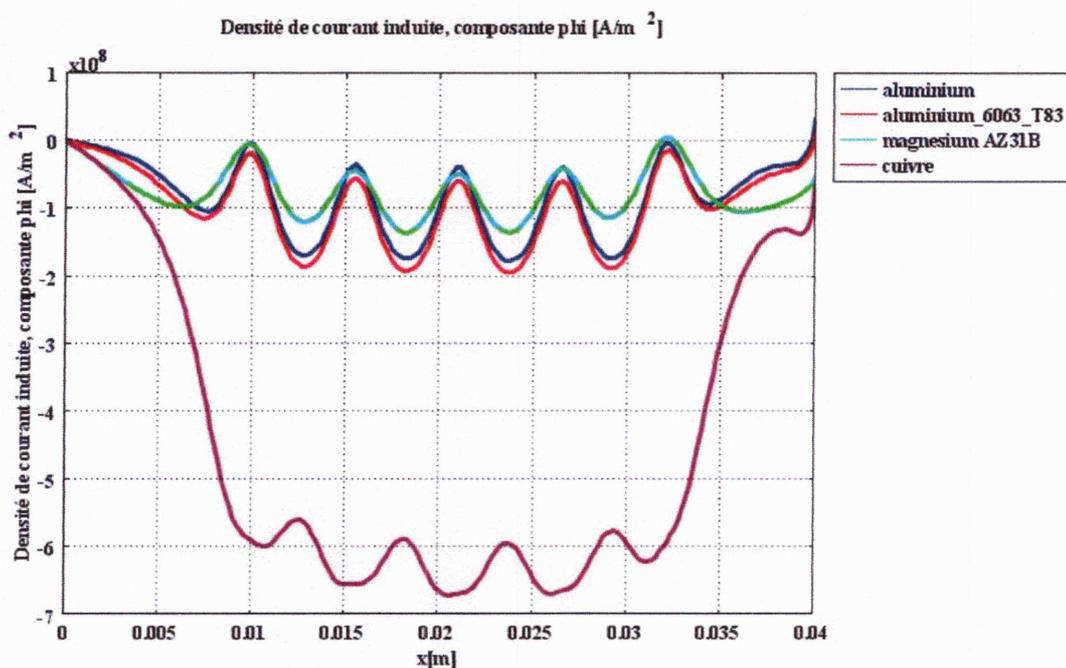
La distribution de la densité de courant induit créée dans différents matériaux à l'instant  $200\mu\text{s}$  (fig.IV-11), montre que le courant induit est parfaitement proportionnel à la conductivité de la pièce à déformer et par conséquent, les courants induits les plus importants sont créés au niveau du cuivre. Cependant, ce dernier présente de mauvaises propriétés mécaniques, ce qui explique le taux de sa déformation (fig. IV-12 (a) et (b)). En effet, nous remarquons, que le Magnésium est le matériau qui présente une meilleure déflexion et que le cuivre est le matériau le moins déformable.

Pour ce qui est de la température, cette dernière est plus importante pour le Magnésium et plus faible pour le cuivre (fig. IV-13).

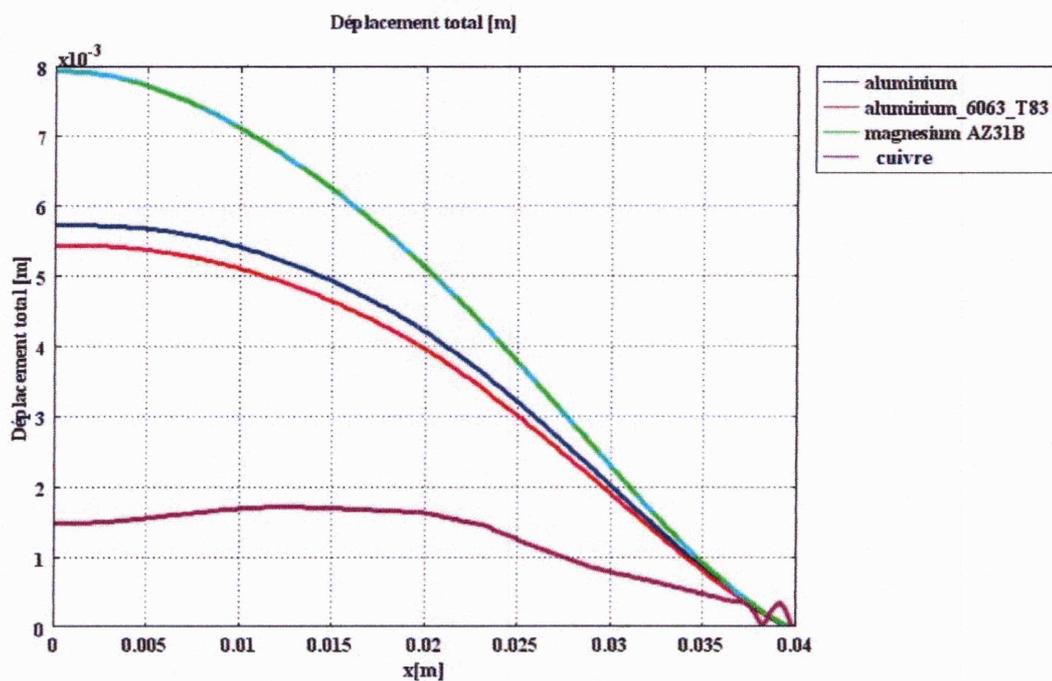
Nous pouvons conclure que toutes les grandeurs étudiées sont plus importantes dans le cas du Magnésium AZ31B et par conséquent, c'est le matériau qui présente une meilleure formabilité en utilisant le formage magnétique. Malheureusement, industriellement il n'est pas très utilisé et c'est l'Aluminium qui est le privilégié.

	Conductivité[S/m]	Module de young[pa]	Coeff-de poisson	Densité[kg/m <sup>3</sup> ]
Aluminium	$3,774.10^7$	$70.10^9$	0.33	2700
Aluminium 6063_T83	$3,030.10^7$	$69.10^9$	0.33	2700
cuivre	$5,998.10^7$	$110.10^9$	0.35	8700
Magnesium AZ31B	$1,087.10^7$	$45.10^9$	0.35	1770

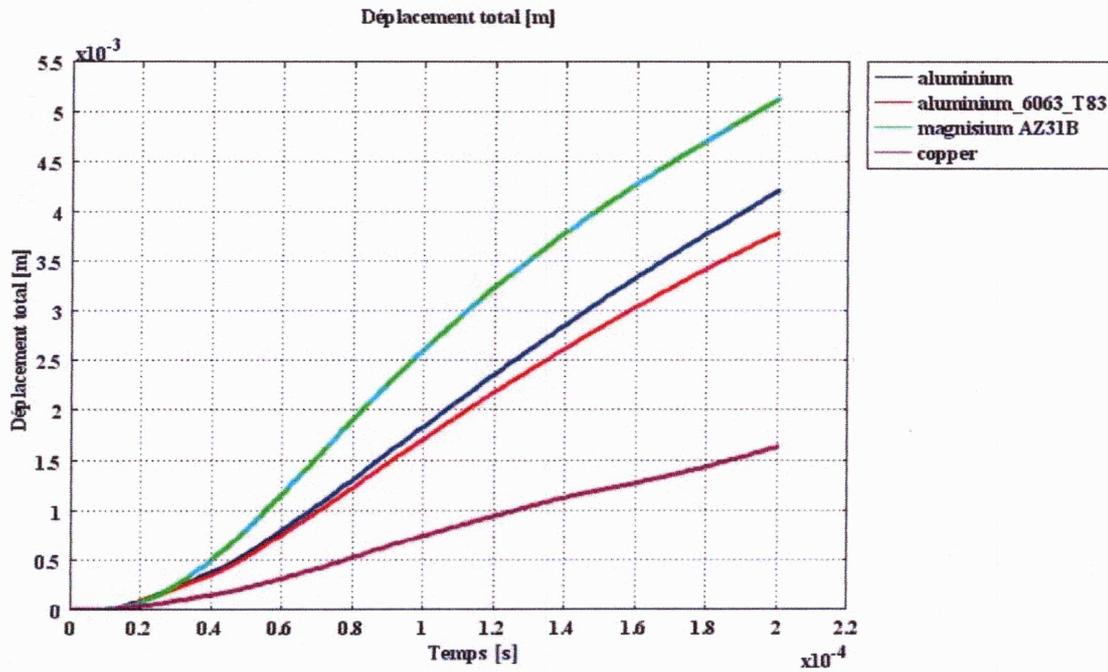
**Tableau IV-2** Paramètres des matériaux de la plaque.



Figur IV-11 : Densité de courant induite pour différents matériaux.

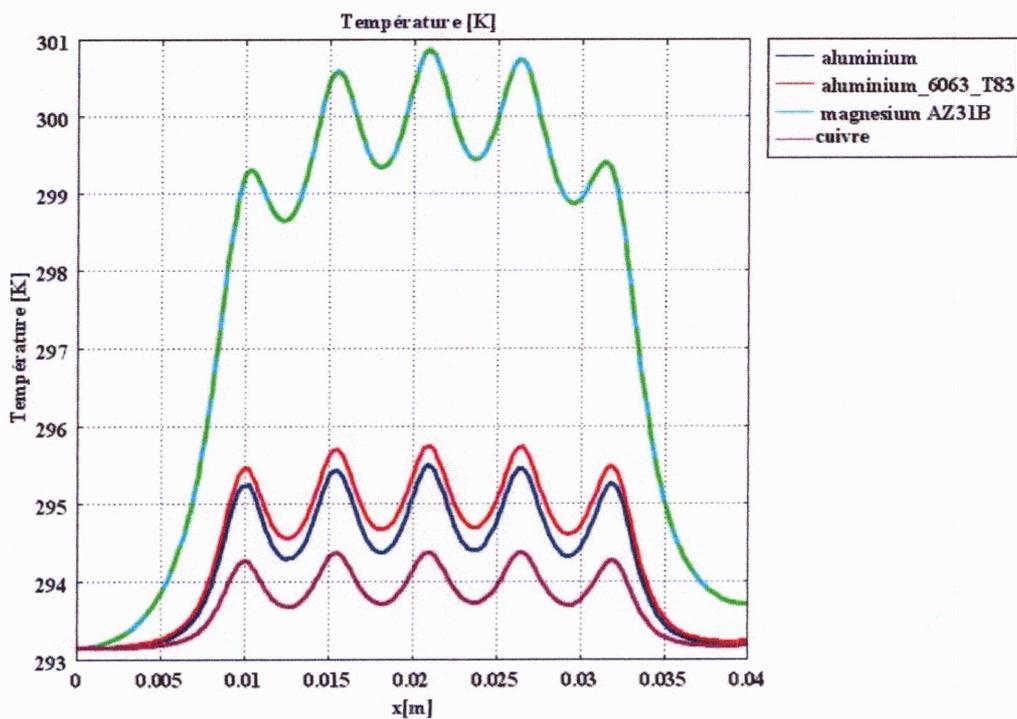


(a) Déformation des plaques de différents matériaux

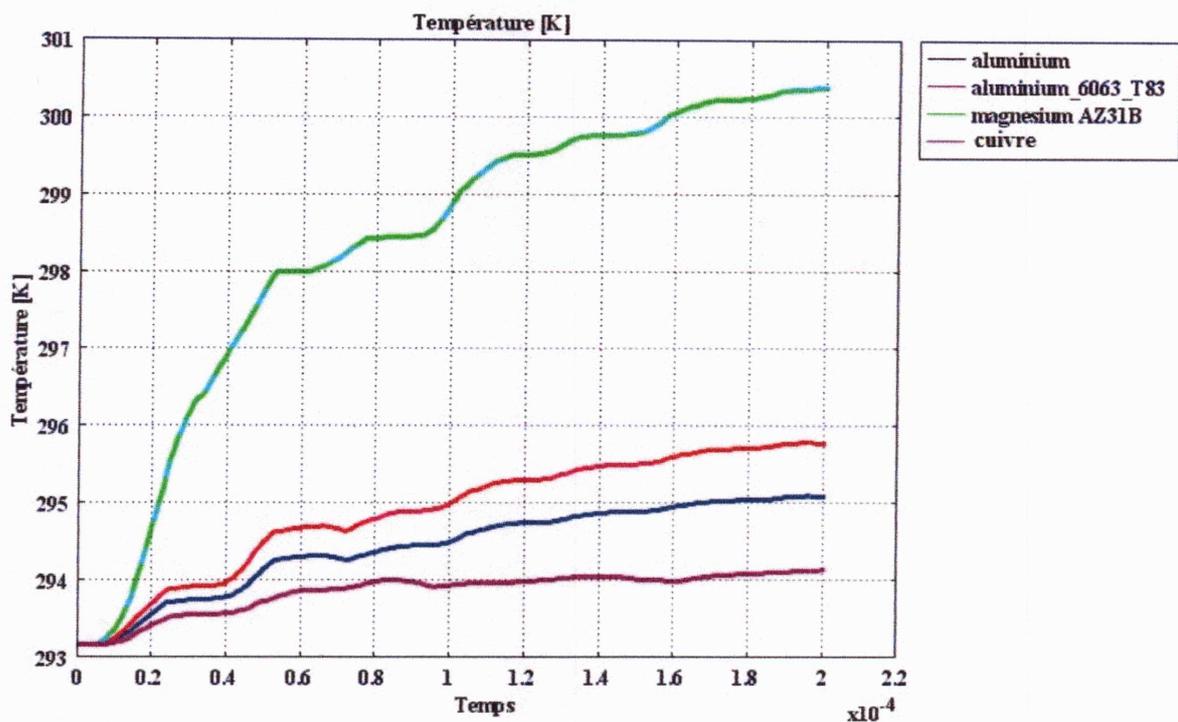


(b) Variation de déformation en fonction du temps

Figure IV-12 : Déformation des plaques avec différents matériaux



(a) Température le long des différentes plaques



(b) Température en fonction de temps

Figure IV-13 : Température de la plaque à déformer pour différents matériaux

#### IV-2-4 Effet de la distance entre l'inducteur et la plaque :

Un autre paramètre à étudier et qui a une grande influence sur le comportement et la déformation de la plaque en Aluminium, est sa distance par rapport à la bobine.

Les résultats obtenus sont attendus, puisque plus la plaque est rapprochée de la bobine, plus les courants induits et par conséquent, la déformation et la température de la plaque sont importantes (fig. IV-14, fig. IV-15 et fig. IV-16).

#### IV-2-5 Comparaison entre modèles de la déformation :

Pour modéliser la déformation dans tous les systèmes de FEM modélisés, nous avons choisi un modèle de déformation élastoplastique. En comparant la déformation obtenue avec le modèle élastoplastique et celle du modèle isotrope, nous remarquons que la première est

différente et plus importante que celle obtenue dans le deuxième cas. En effet, ce type de modèle mathématique est celui qui présente une meilleure déformation (fig. IV-17) et reflète la réalité du formage magnétique.

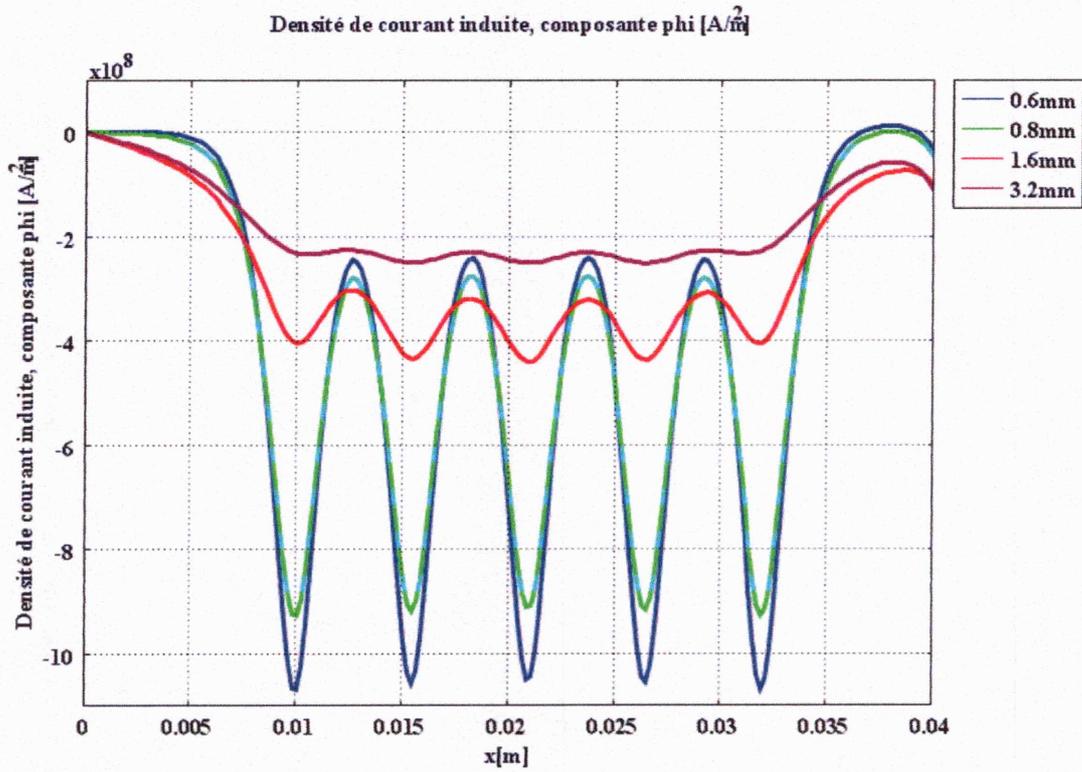


Figure IV-14 : Densité de courant induite le long de la plaque pour différentes distances

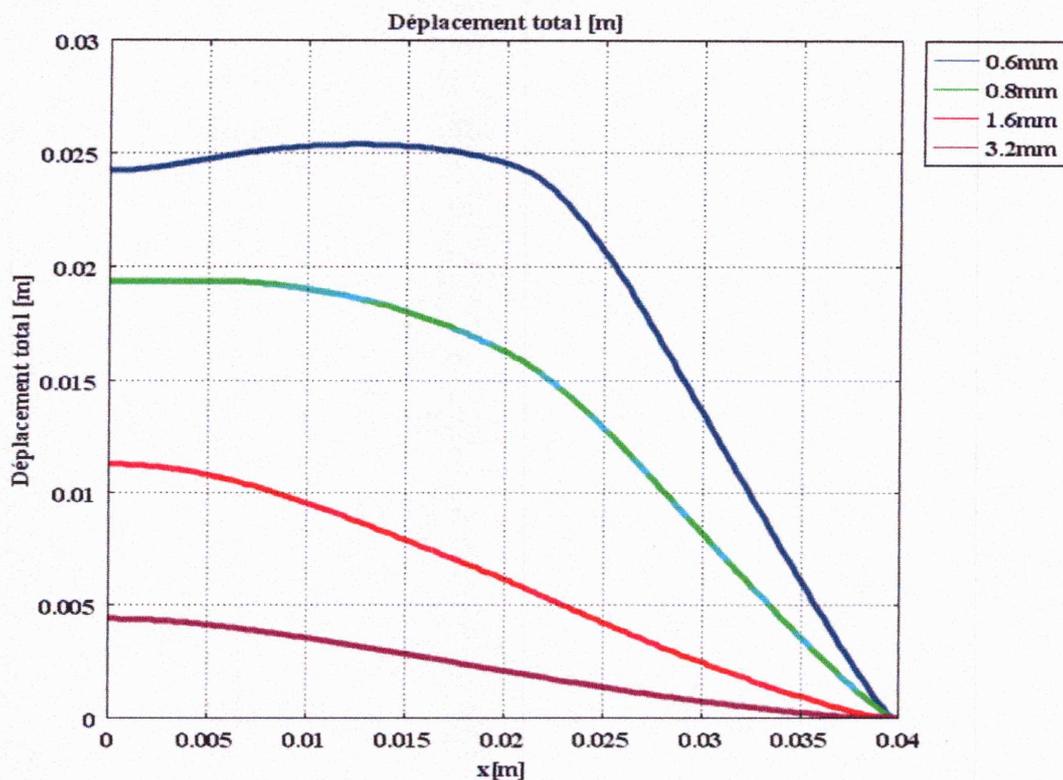


Figure IV-15 : Déformation de la plaque à déformer pour différentes distances

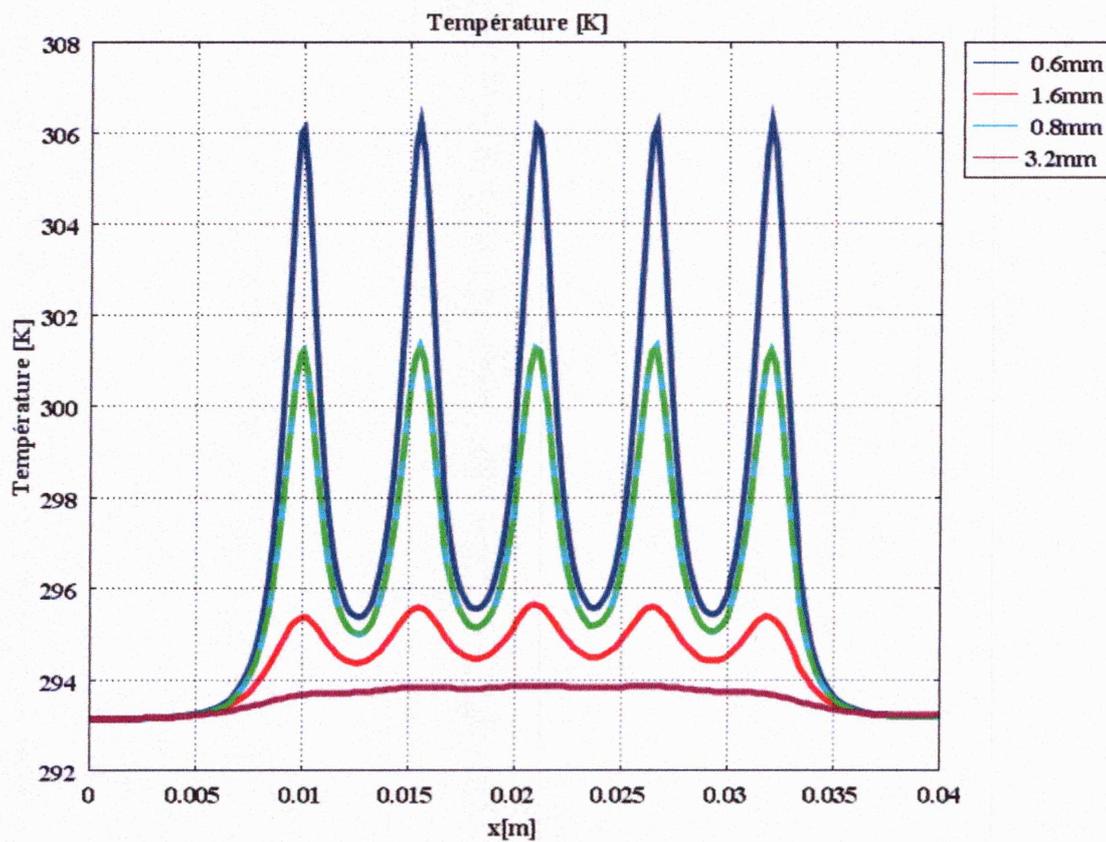


Figure IV-16 : Température le long de la plaque à déformer pour différentes distances

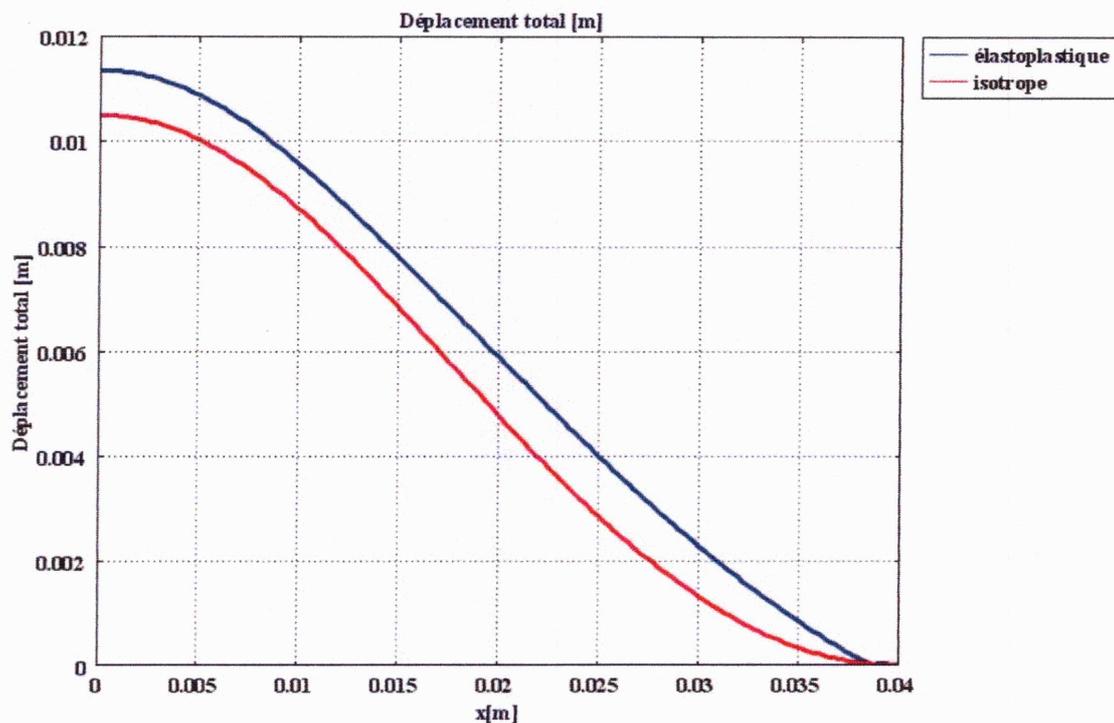


Figure IV-17 : Déformations de la plaque pour les deux modèles : élastoplastique et isotrope

### IV-3 Applications d'expansion de tubes 2d :

L'expansion magnétique de tubes est une opération de formage très utilisée pour la production de pièces de forme tubulaires car elle est plus efficace et plus pratique que les procédés classiques.

L'installation destinée au formage de tube par expansion est constituée essentiellement d'un inducteur disposé à l'intérieur du tube à déformer.

#### IV-3-1 Inducteur massif :

Dans ce cas, l'inducteur est supposé non bobiné sous forme d'un tube massif de longueur 40mm, disposé à l'intérieur d'un tube plus long, de longueur 48mm (fig. IV-18) et délivrant un courant impulsionnel (fig. IV-19).

Le courant induit créé au niveau du tube (Fig. IV-20) est toujours de même forme mais opposé à sa source.

L'évolution de la déformation du tube montrée sur (fig. IV-21 (a)) est logique et montre une expansion presque uniforme dans la région en face de l'inducteur.

D'autre part, nous pouvons constater (fig. IV-21 (b)) que l'expansion du tube se fait aux premiers instants et reste constante à partir de  $100\mu\text{s}$ .

Concernant la température, celle-ci présente la même forme que la déformation (fig. IV-22 (a)), elle est plus importante dans les régions déformées, mais nous remarquons une grande élévation de température dans l'expansion par rapport à l'emboutissage de plaques (fig. IV-22 (b)).

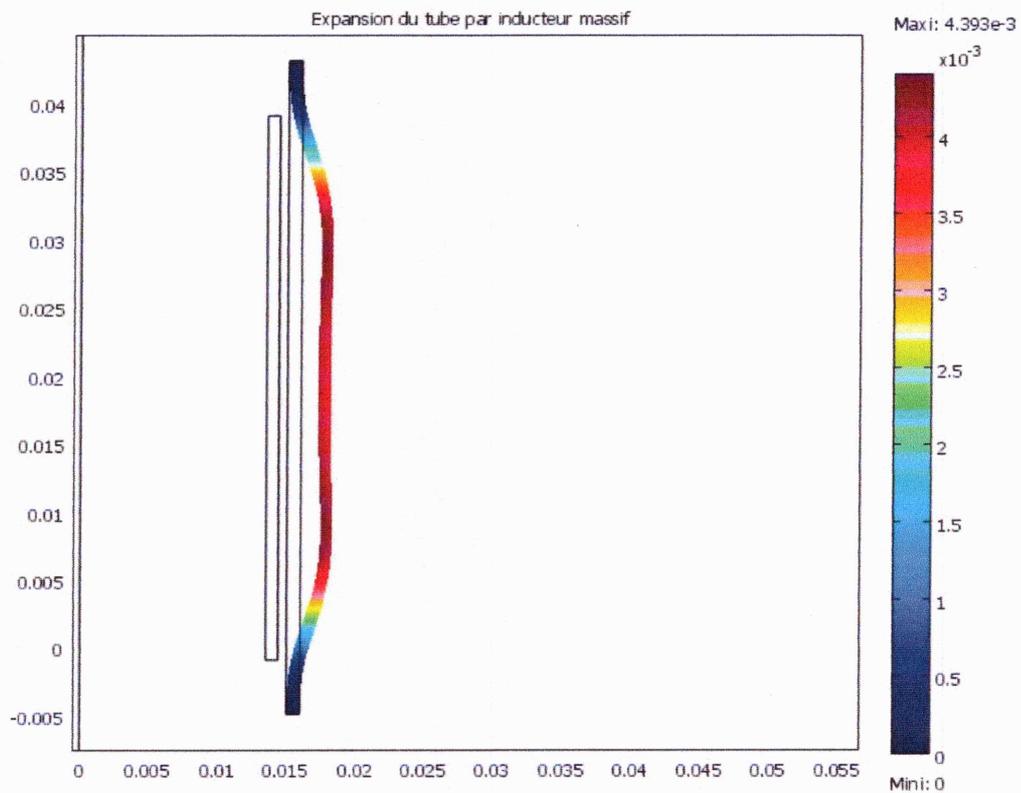


Figure IV-18 : Système d'expansion de tube par inducteur massif

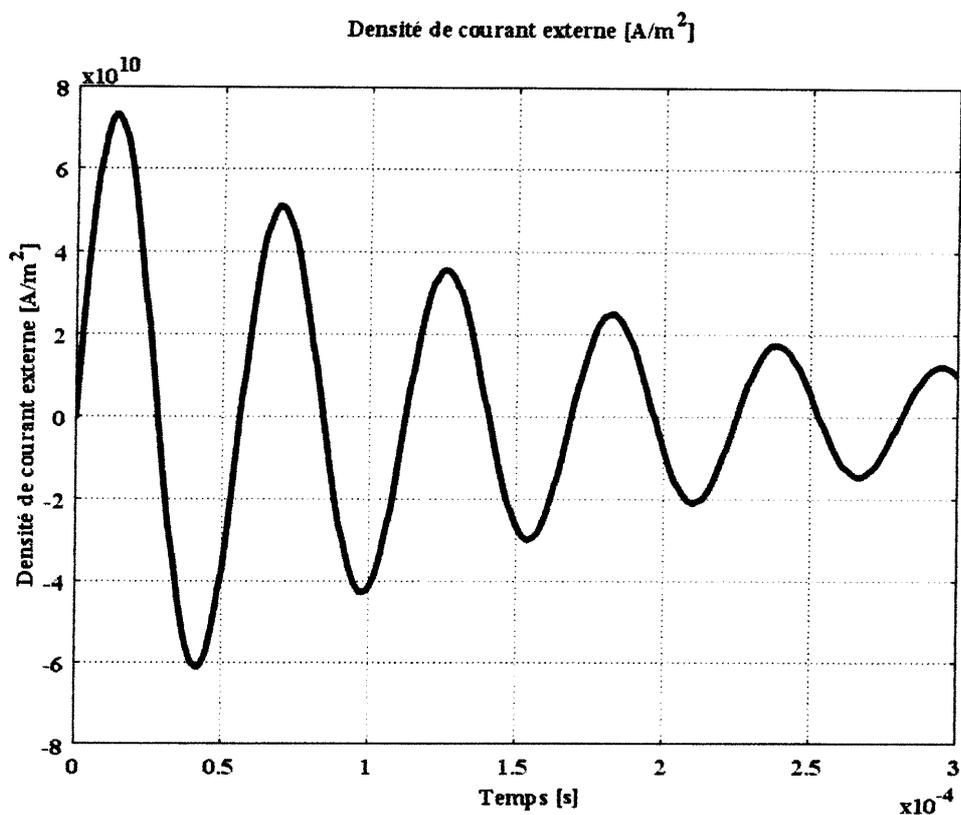


Figure IV-19 : Densité de courant inducteur

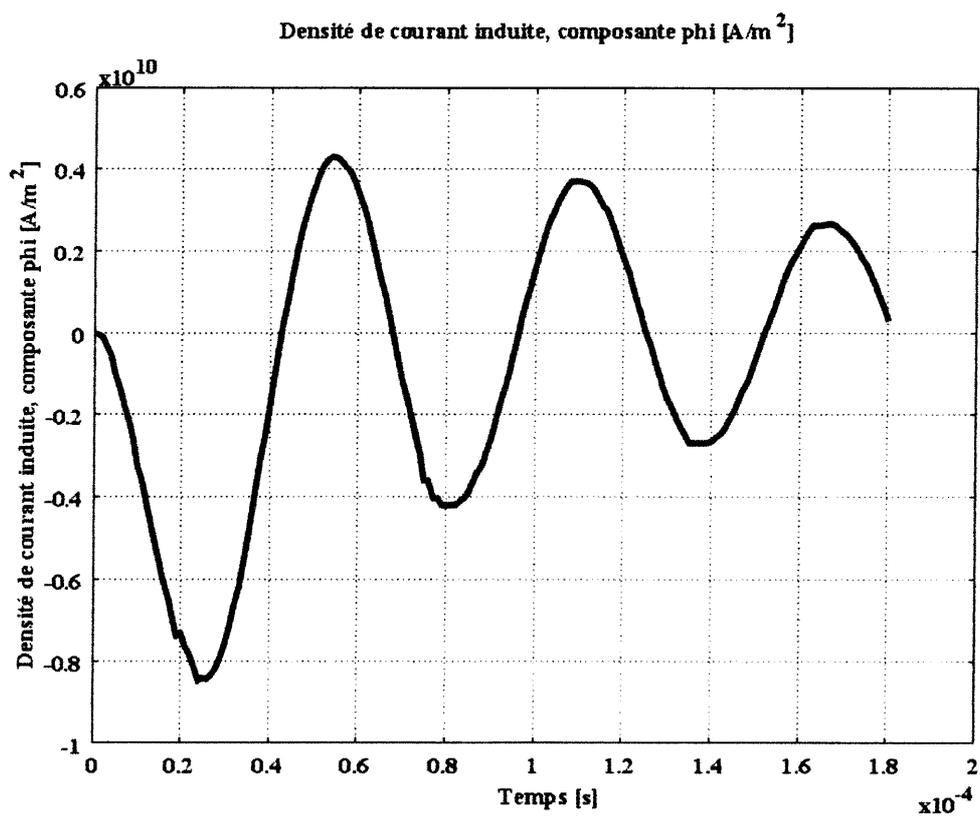
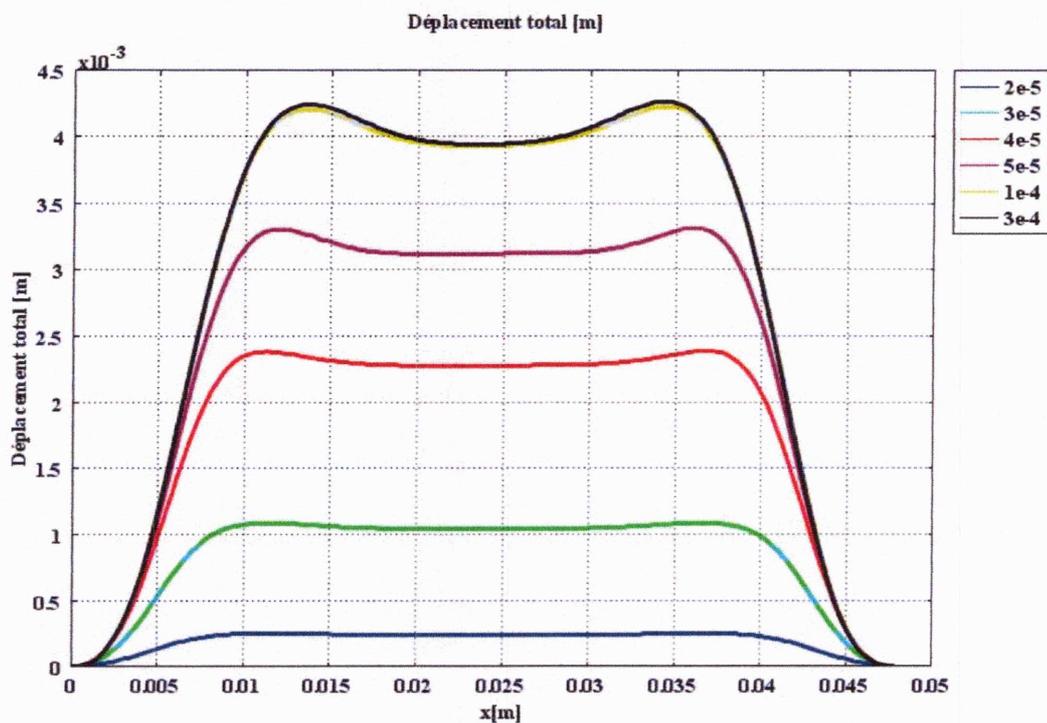
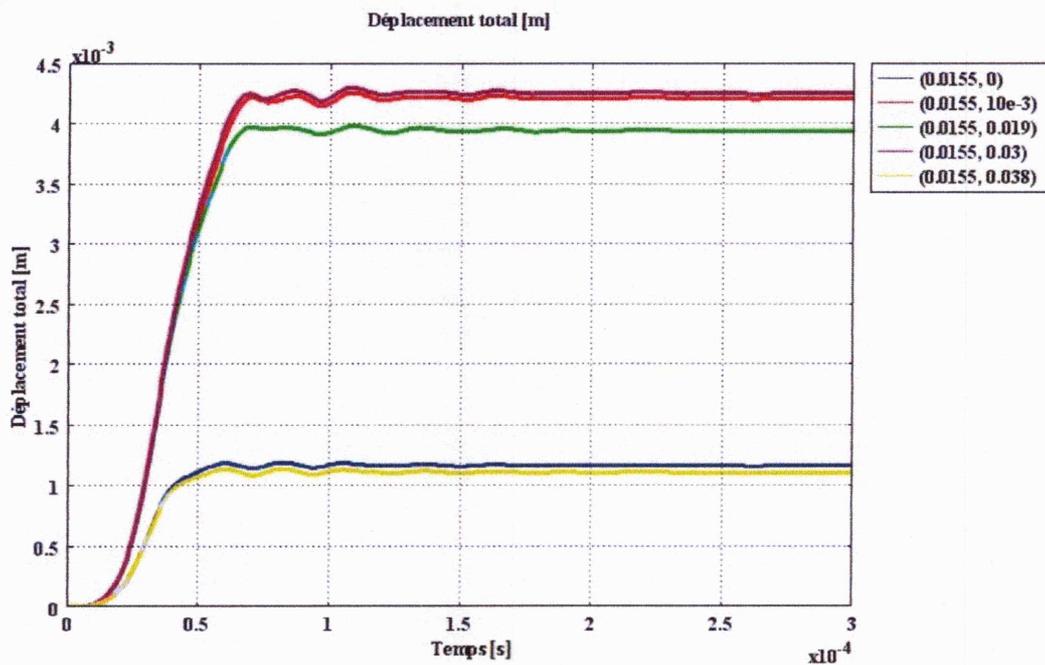


Figure IV-20 : Densité de courant induit au centre du tube en fonction du temps.

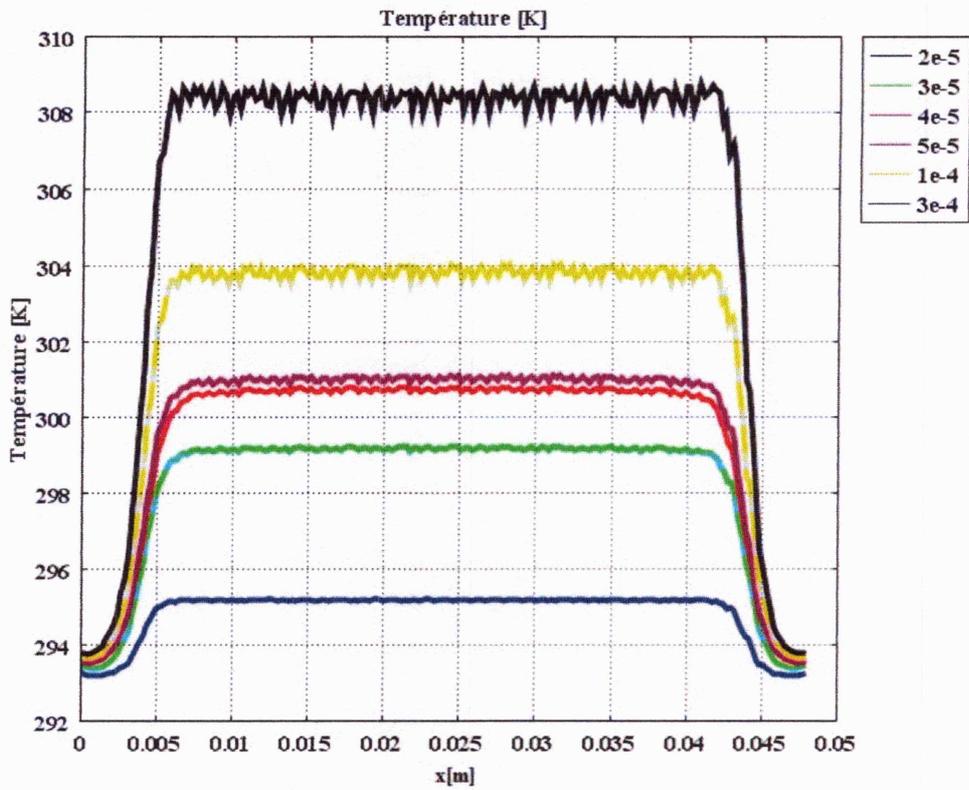


(a) Déformation du tube entre 20 $\mu$ s et 300 $\mu$ s.

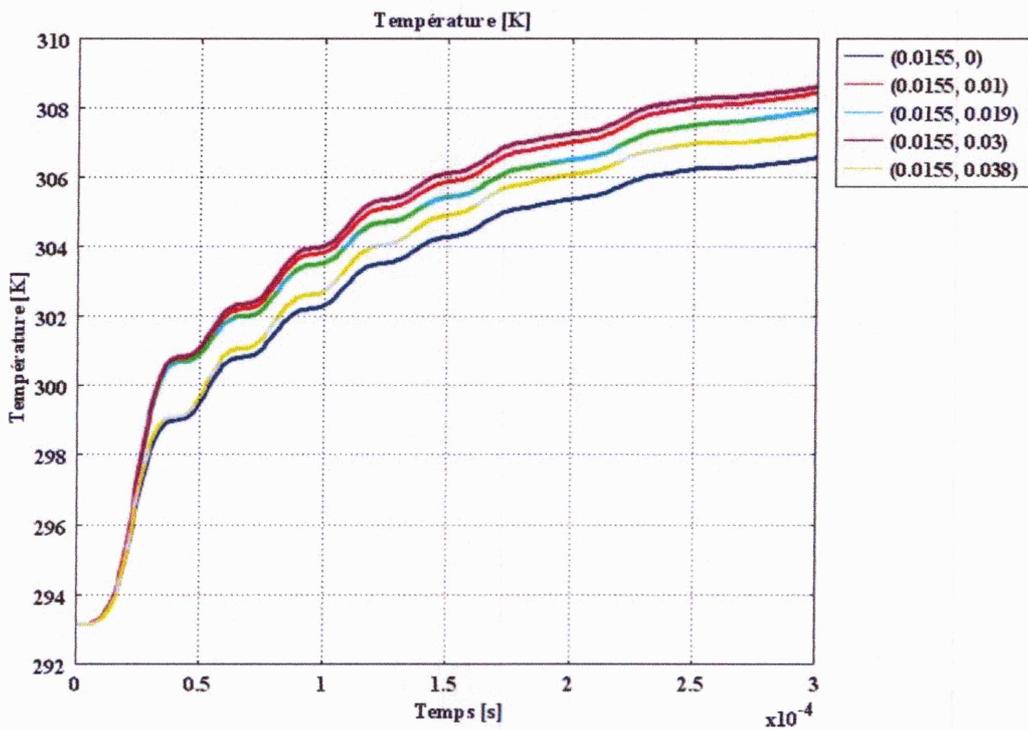


(b) Evolution de la déformation aux différents points du tube

Figure IV-21 : Déformation du tube



(a) Température le long du tube à différents instants.



(b) Evolution de la température aux différents points du tube.

Figure IV-22 : Température du tube à déformer.

### IV-3-2 Effet du nombre de spires :

Dans cette application, l'inducteur est une bobine spirale avec différents nombre de spires.

Les densités de courant induites et par conséquent, les forces créées au niveau du tube sont d'autant plus importantes que le nombre de spires est important (fig. IV-23)(fig. IV-24).

D'autre part, différentes formes de tubes sont obtenues avec ces différents inducteurs (fig. IV-25).

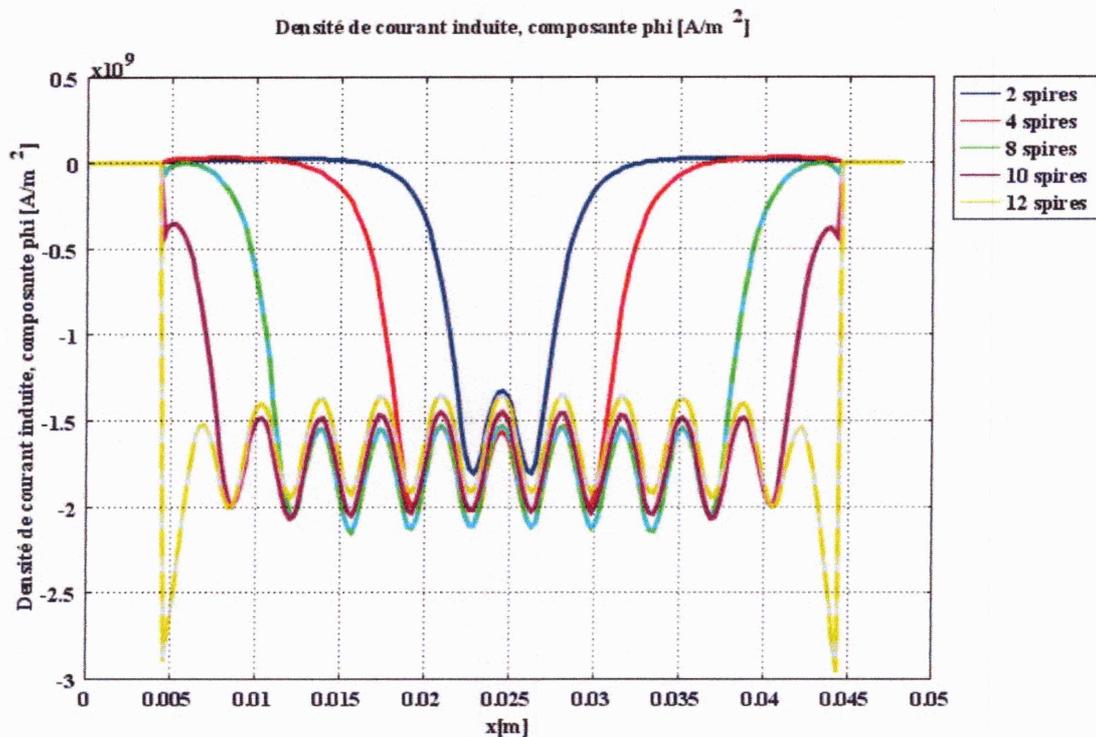
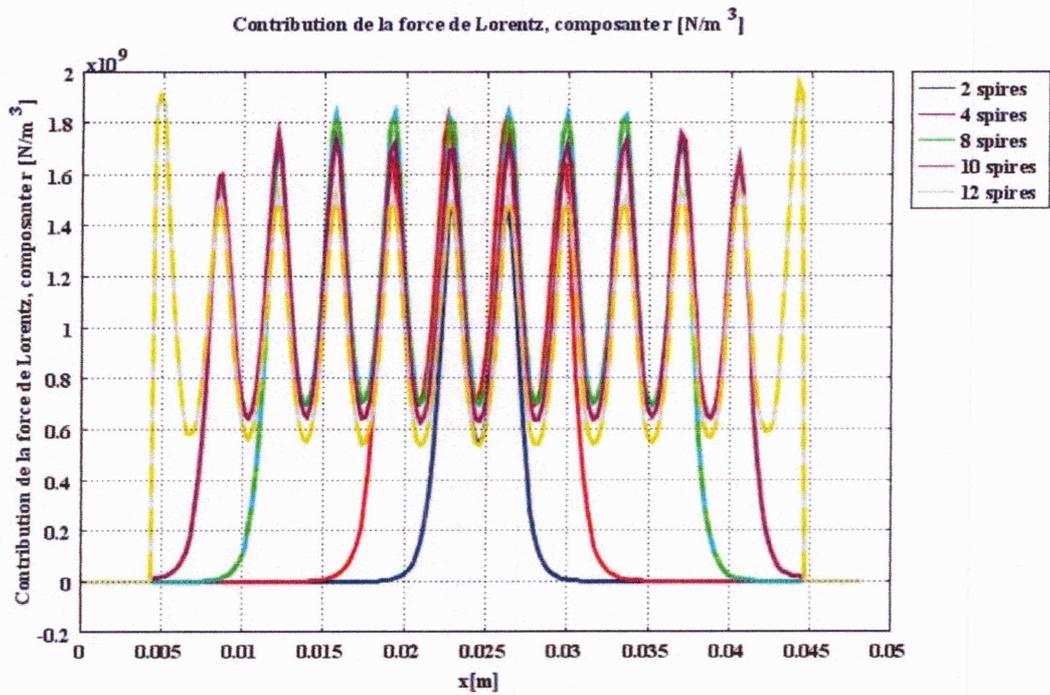
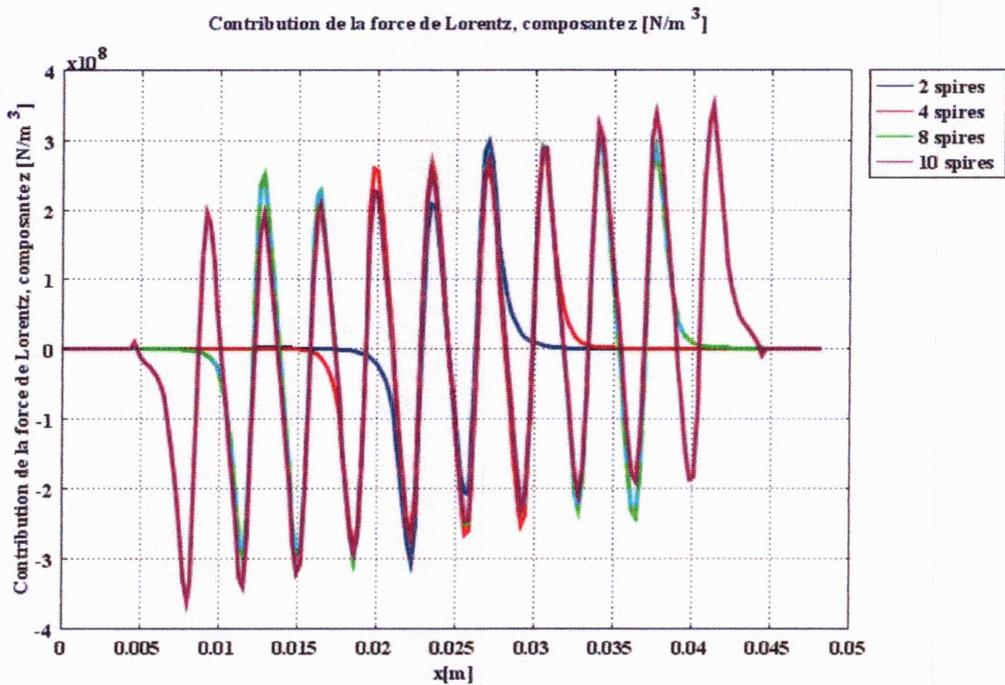


Figure IV-23 : Densités de courant induites au niveau du tube par différents inducteurs



(a) Forces de Lorentz suivant r



(b) Forces de Lorentz suivant z

Figure IV-24 : Forces de Lorentz appliquées au tube

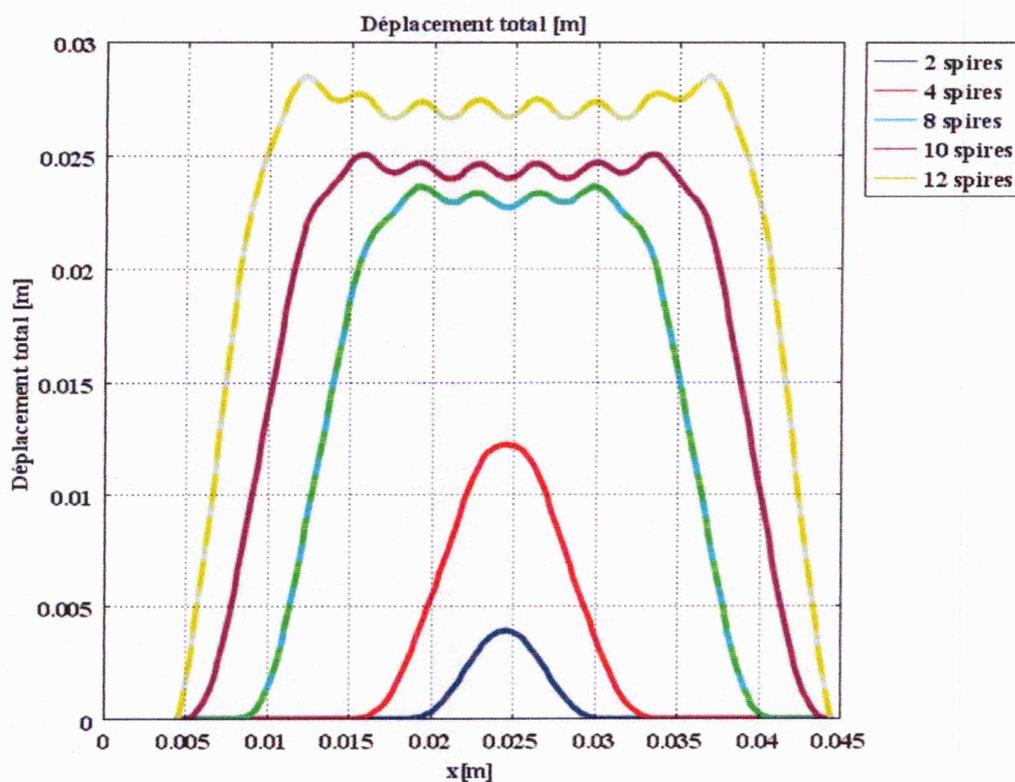


Figure IV-25 : Déformations des tubes par différents inducteurs

#### IV-3-3 Effet de la distance entre spires :

Dans une autre application, nous avons utilisé quatre spires mais distantes l'une de l'autre.

La déformation du tube est alors différente, elle n'est plus uniforme le long de la longueur du tube. Elle devient plus accentuée dans les régions en face des spires (fig. VI-26).

Ainsi, nous pouvons conclure que les paramètres géométriques du système de FM, influent fortement sur la forme obtenue de la pièce et sur l'importance de cette déformation.

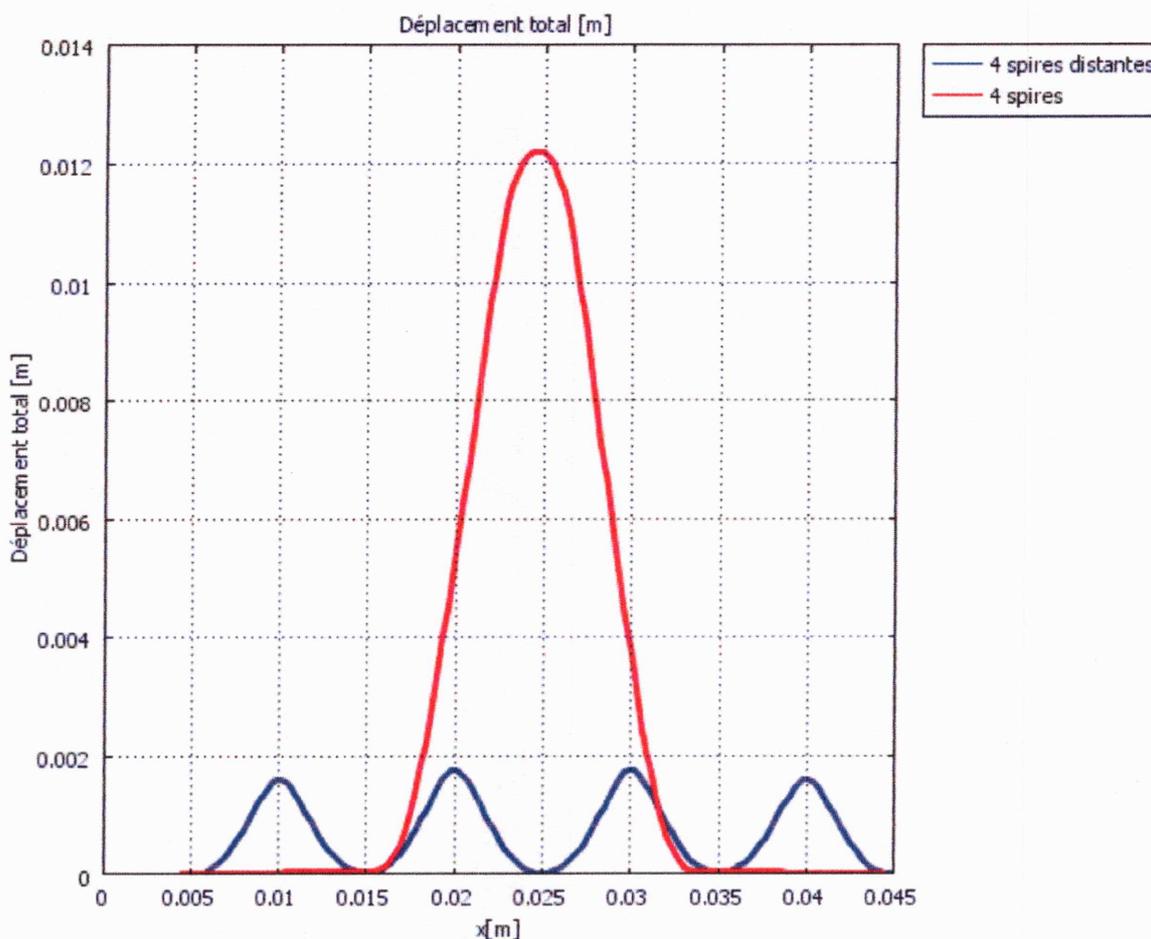


Figure IV-26 : Expansion de tubes par 4 spires (effet de la distance entre spires)

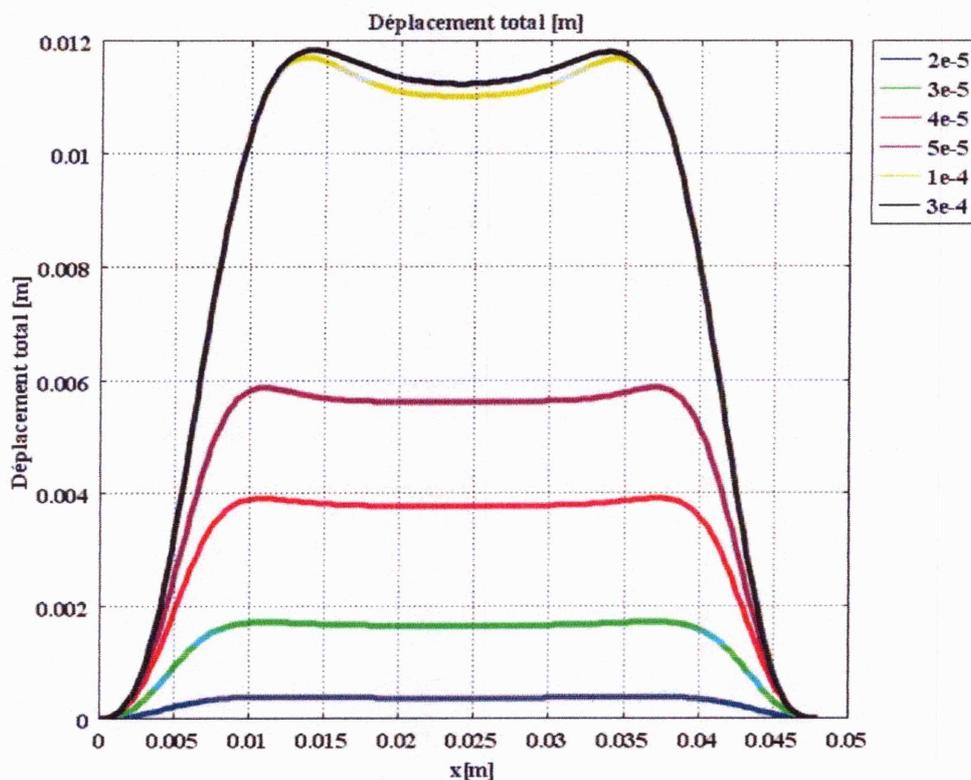
#### IV-4 Applications de compression de tubes $2d$ :

Une autre opération de formage de tubes est celle de la compression, pour laquelle, le tube est introduit à l'intérieur de l'inducteur. La déformation devient alors vers l'intérieur du tube.

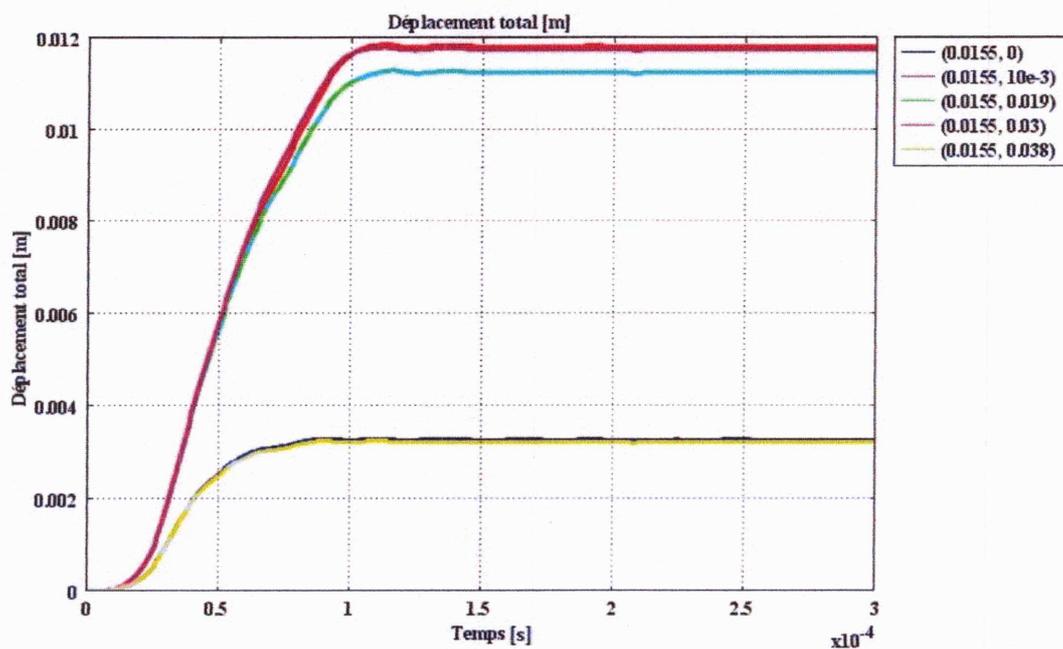
##### IV-4-1 Inducteur massif :

En inversant la disposition du tube par rapport à celle de l'inducteur, toutes les grandeurs, aussi bien électromagnétiques que mécaniques, sont différentes.

Les déformations sont plus importantes dans le cas de compression de tube par rapport à celles dans le cas d'expansion (fig. IV-27).



(a) Compression du tube à différents instants

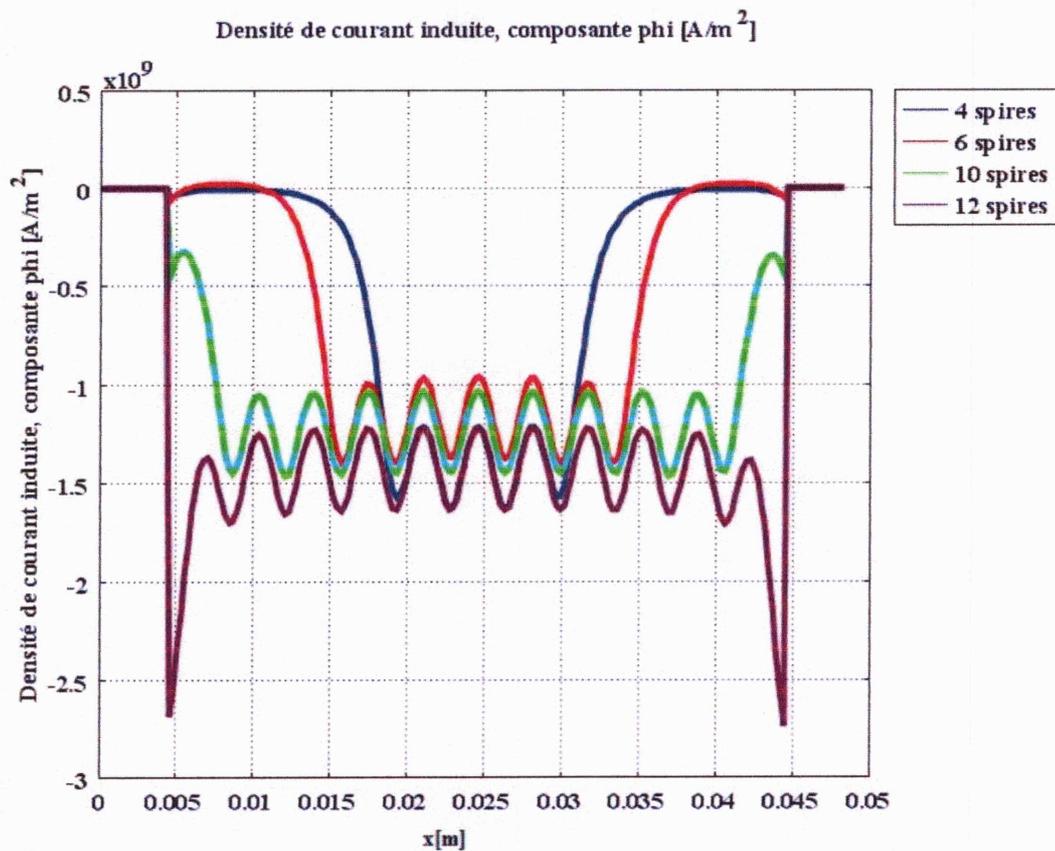


(b) Déformation du tube en compression en fonction du temps

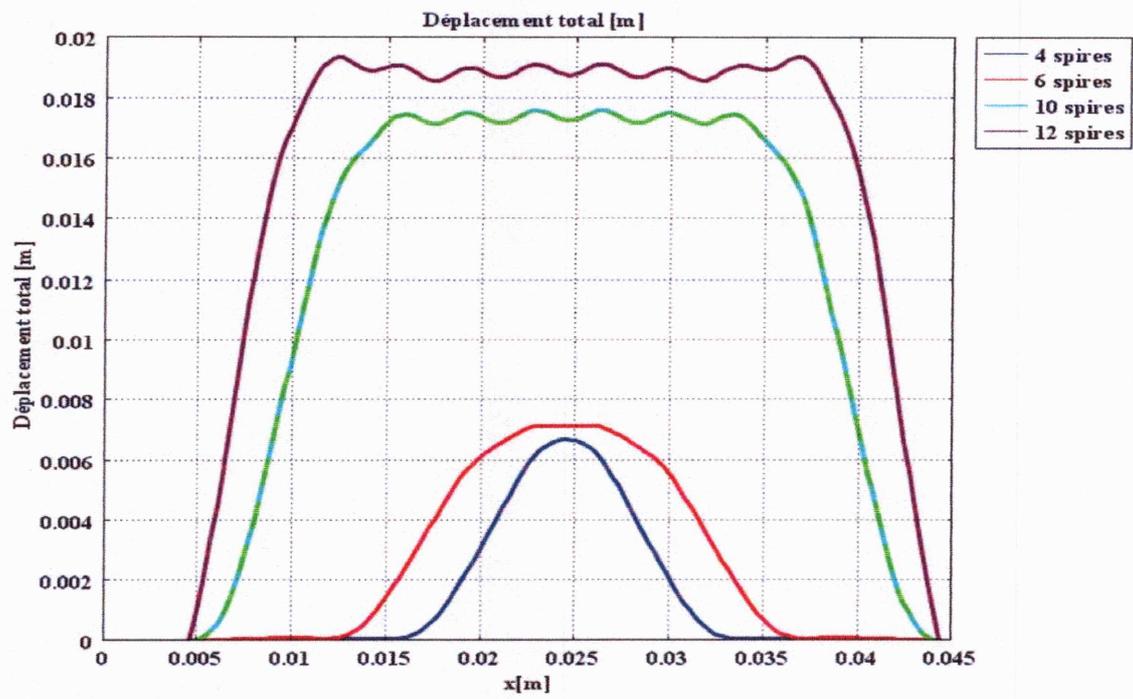
Figure IV-27 : Compression de tubes par inducteur massif

**IV-4-2 Inducteur bobiné :**

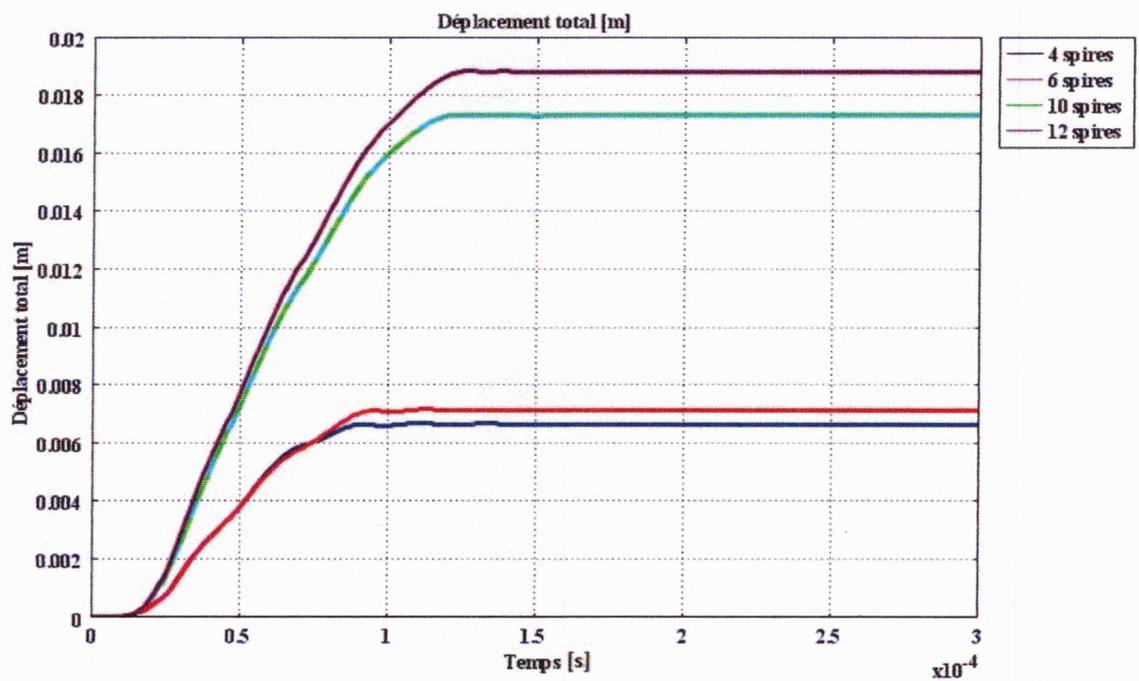
En utilisant un inducteur avec différents nombre de spires pour compresser un tube en Aluminium, les résultats obtenus sont aussi plus importants que ceux de l'expansion de ce tube. De plus, la déformation est différente et augmente avec le nombre de spires de la bobine utilisée (figure IV-28).



(a)



(b)



(c)

Figure IV-28 : Compression de tubes par inducteur bobiné

**IV-5 Applications 3D :**

Après le modèle bidimensionnel, nous avons essayé de simuler les systèmes de FEM en utilisant un modèle tridimensionnel, en utilisant le logiciel Comsol.

Les résultats obtenus en 3D, sont très satisfaisants et permettent d'analyser mieux le comportement des pièces à former.

**IV-5-1 Emboutissage de plaques 3D :**

Le système 3D d'emboutissage de plaques simulé numériquement montré sur la figure (figure IV-29) ressemble à celui étudié en 2D, comportant une bobine de 5 spires au dessous d'une plaque en Aluminium d'épaisseur 0,5 mm attachée à sa périphérie pour éviter son déplacement.

Les différentes déformations de la plaque obtenues à l'instant  $50\mu\text{s}$ , avec différents nombres de spires montrées sur les figures (figure IV-30 (a) (b) (c) et (d)), permettent de constater la même remarque que dans le cas bidimensionnel (déformation est d'autant plus importante que le nombre de spires est grand). De plus, différentes formes sont obtenues dans chaque cas (figure IV-31).

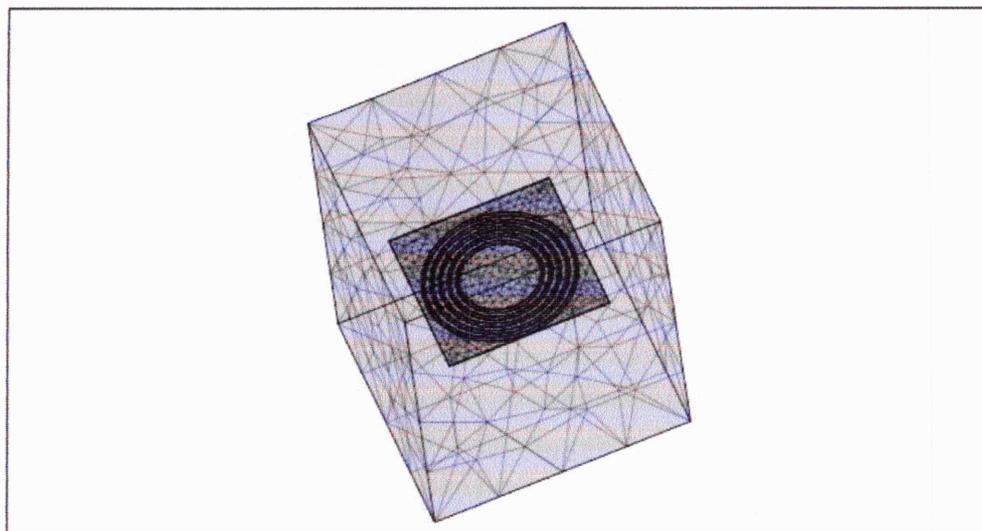
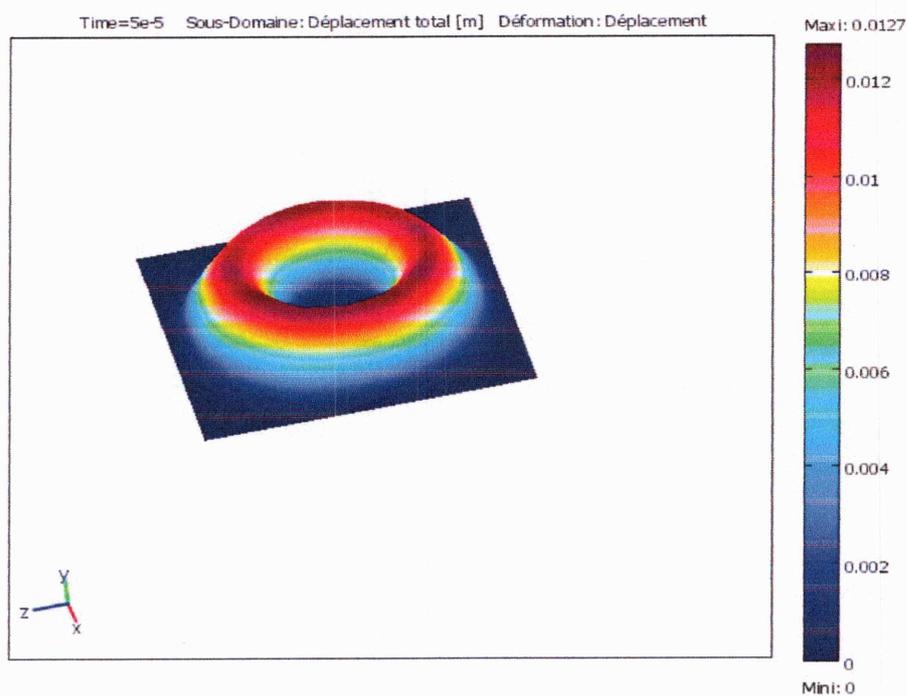
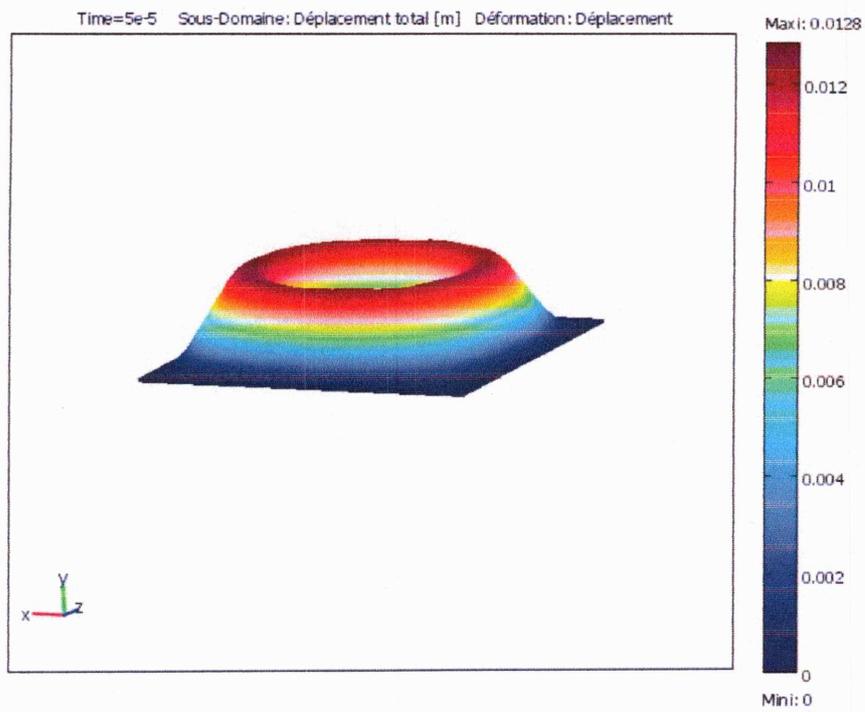


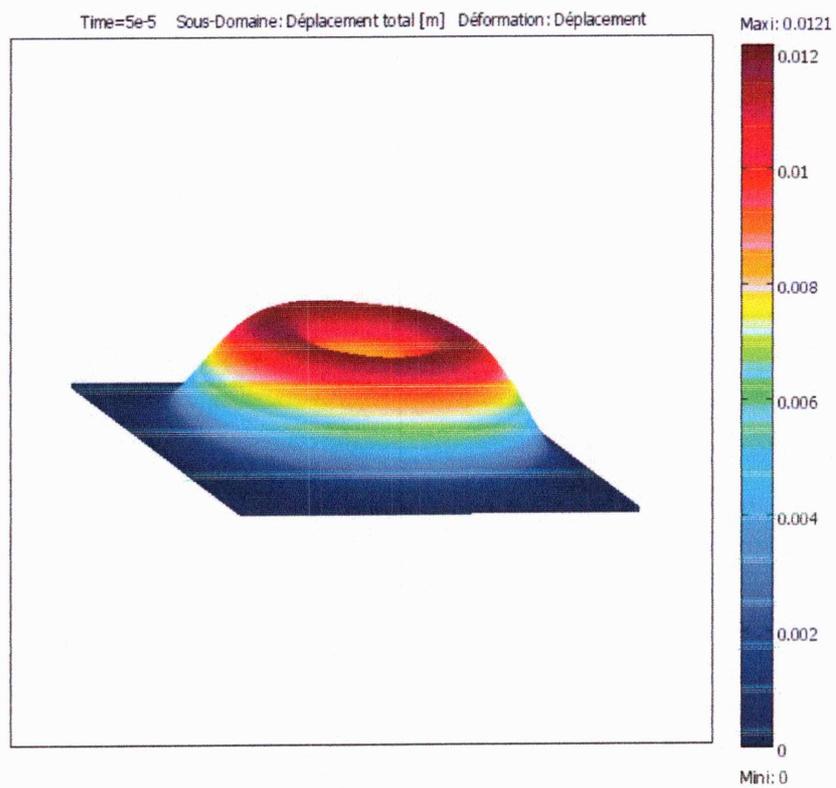
Figure IV-29 : Système d'emboutissage 3D



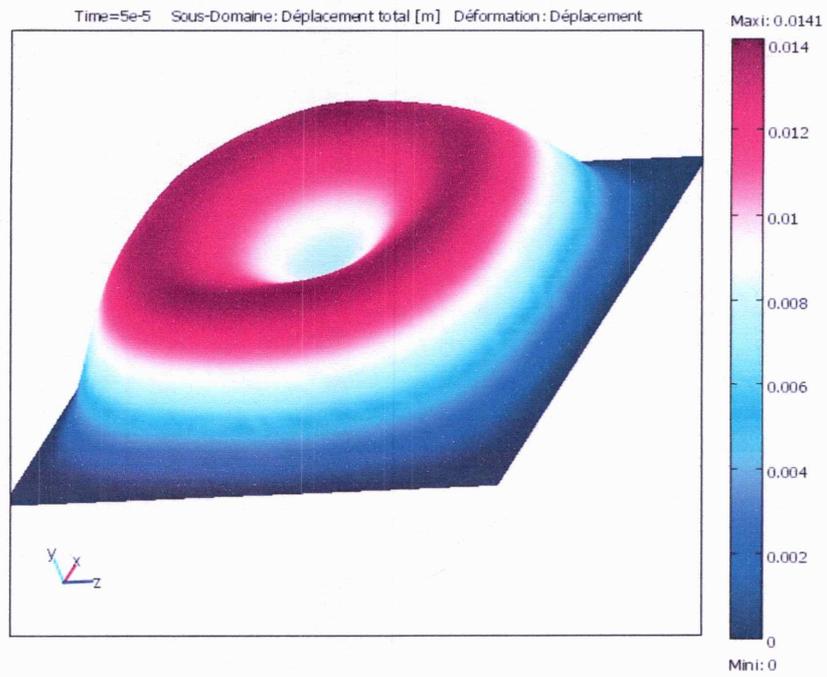
(a) Bobine à 3 spires



(b) Bobine à 5 spires

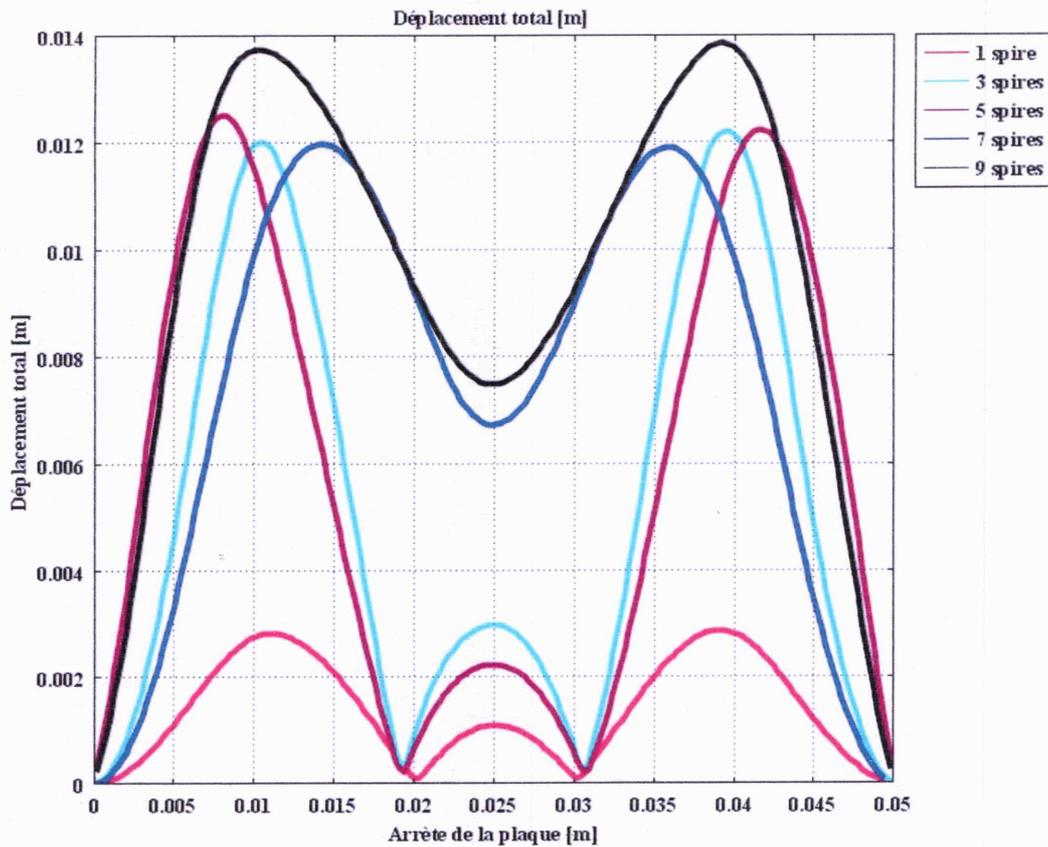


(c) Bobine à 7 spires



(d) Bobine à 9 spires

Figure IV-30 : Déformations des plaques



**Figure IV-31** : Déformations sur l'arrête de la plaque avec différents nombre de spires

#### IV-5-2 Expansion de tubes 3D :

Le système d'expansion de tube (figure IV-32) comporte une bobine avec 5 spires, de rayon 0,5 mm, concentriques à l'intérieur d'un tube en Aluminium, de longueur 15 mm.

Avec la même énergie de formage magnétique (figure IV-33), différentes formes sont obtenues (figure IV-34), avec des bobines de différents nombres de spires.

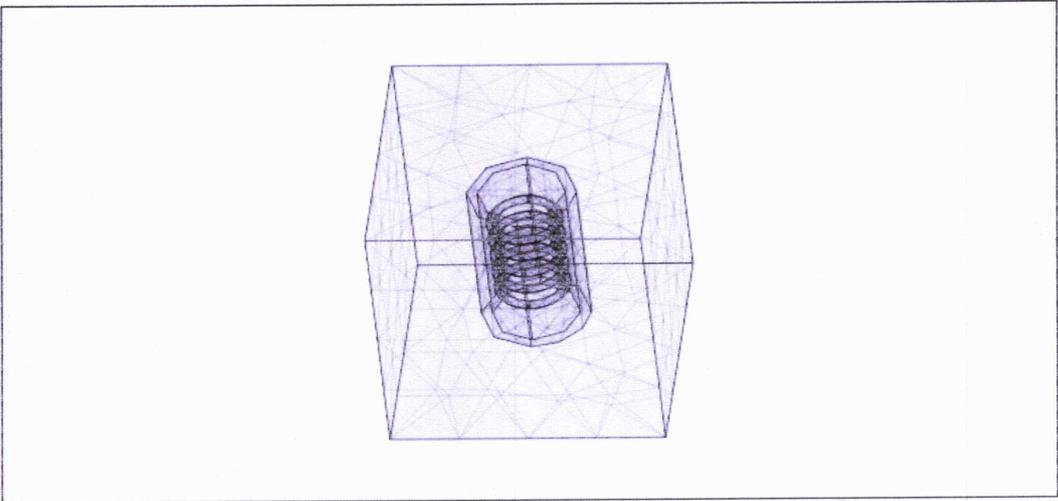


Figure IV-32 : Système d'expansion de tube 3D

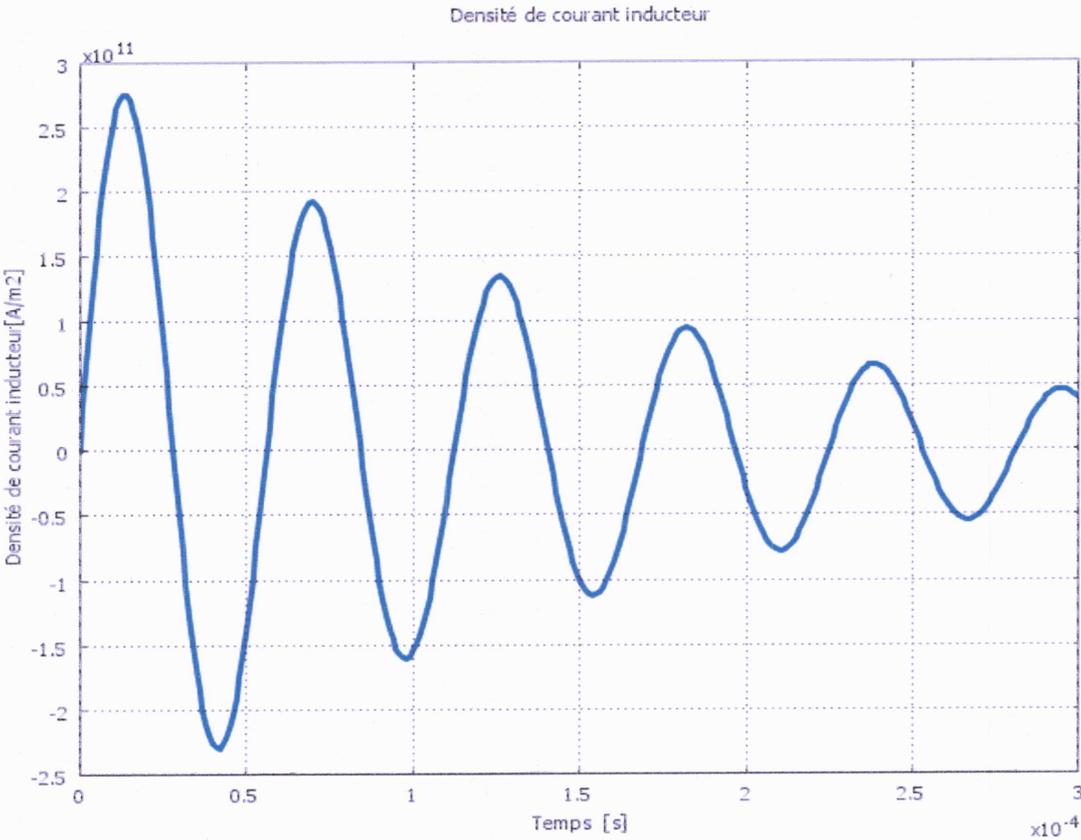
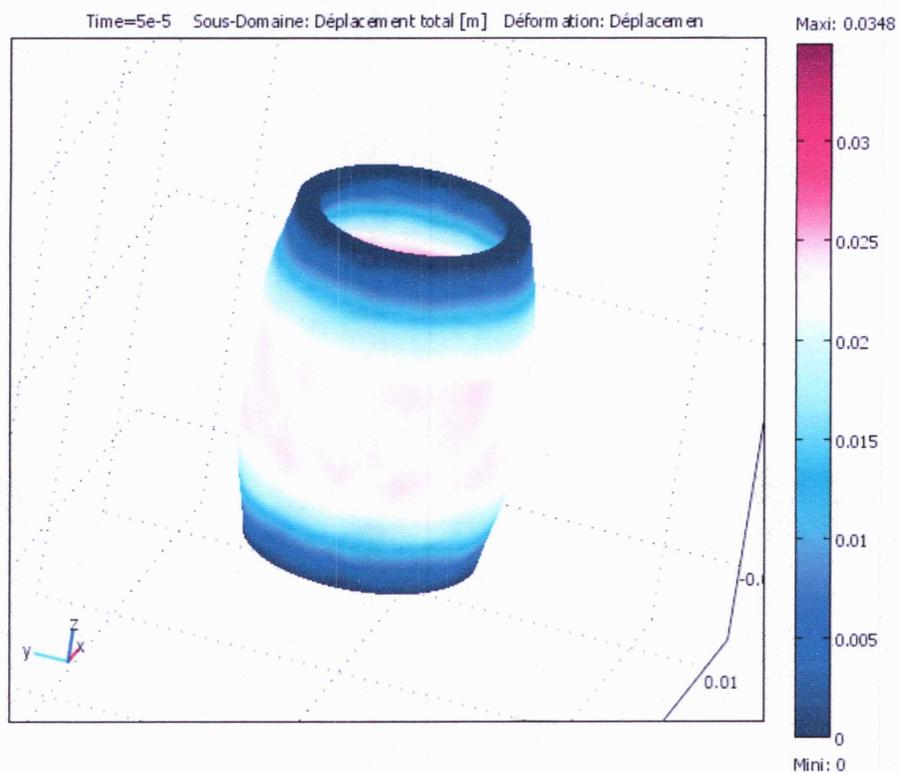
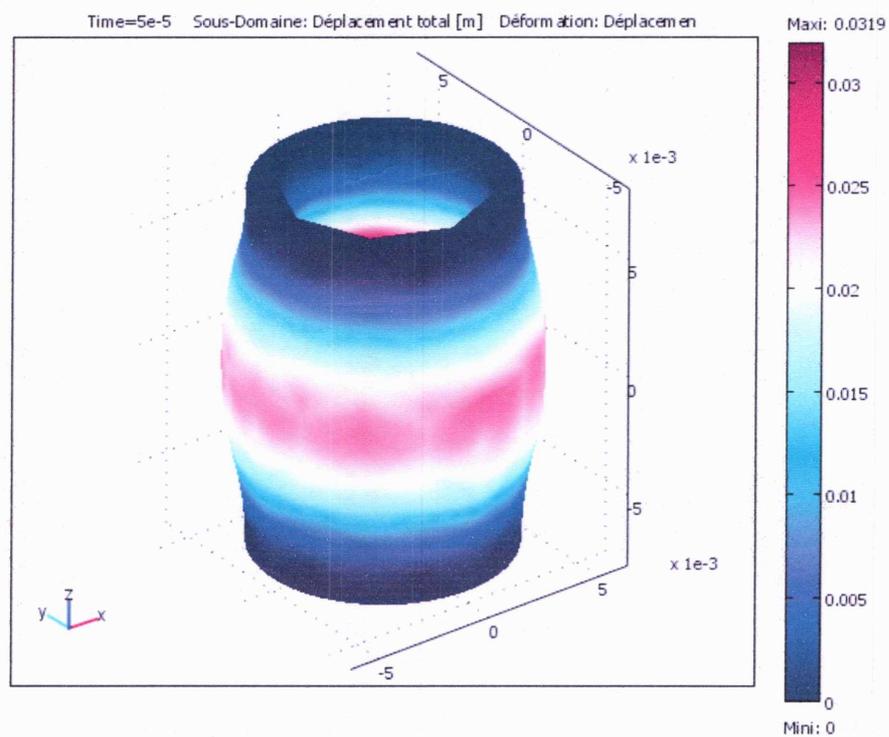


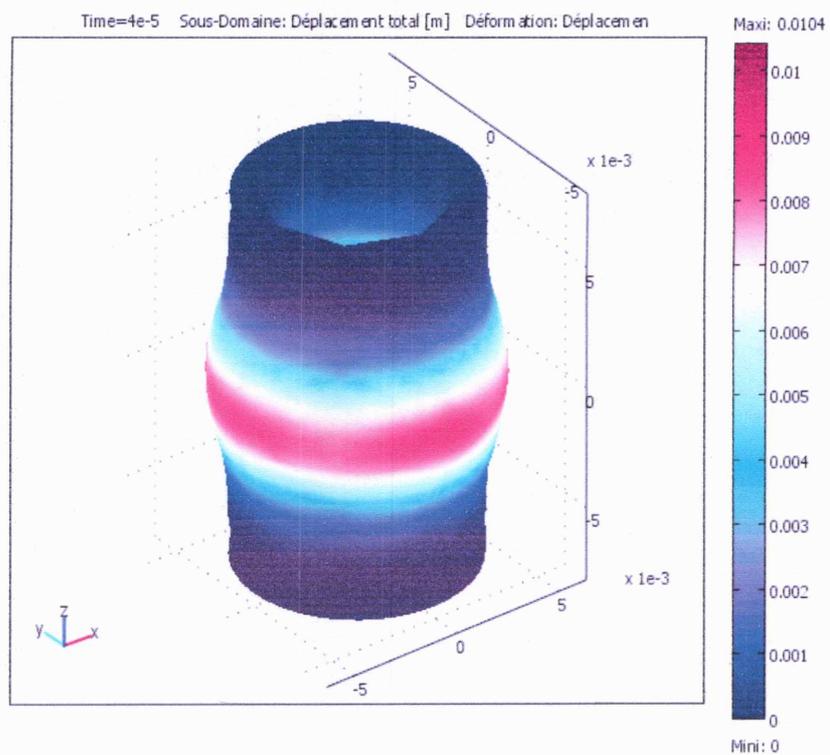
Figure IV-33 : Densité de courant inducteur



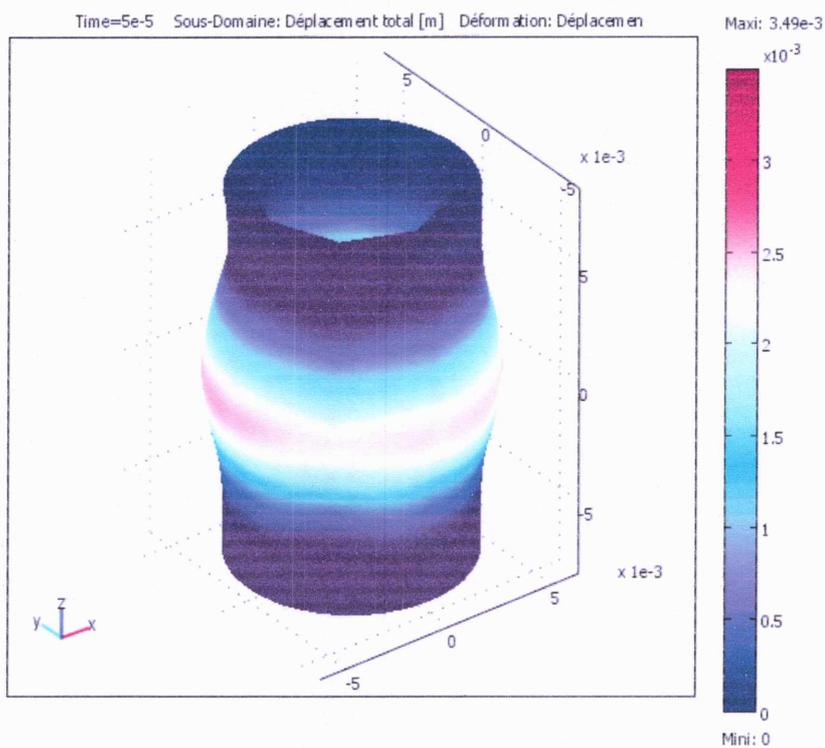
(a) 7spires



(b) 5spires



(c) 3spires

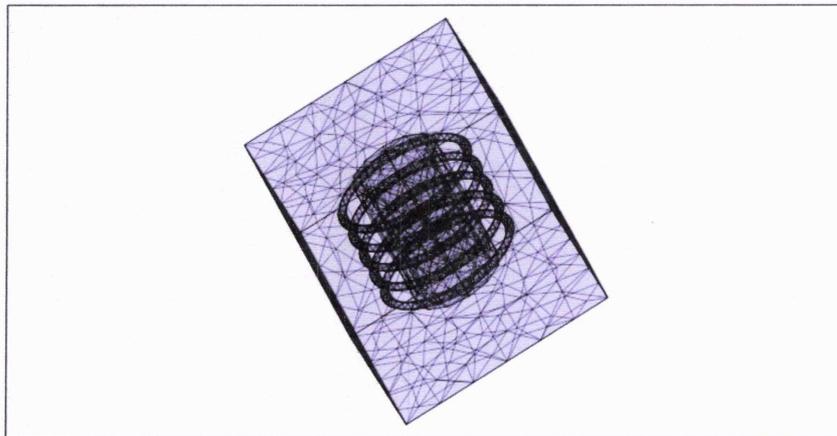


(d) 2spires

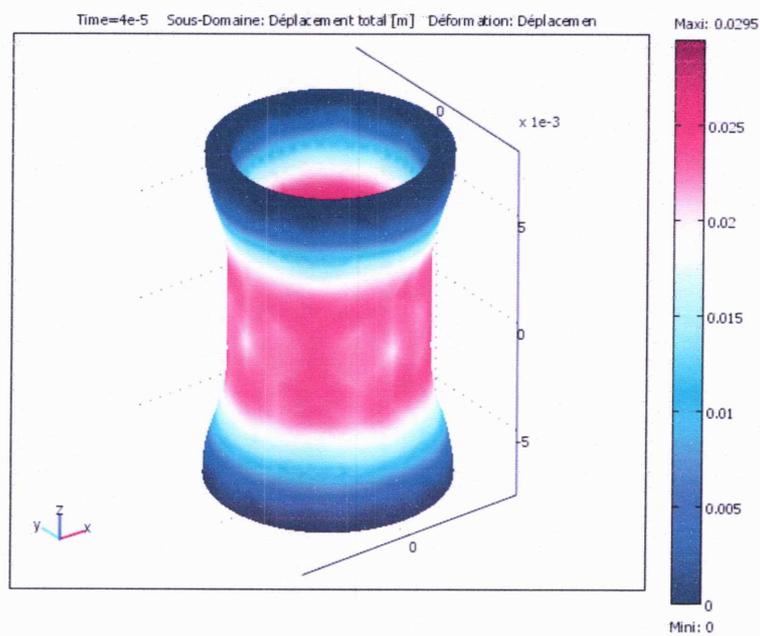
Figure IV-34 : Déformations de tubes par expansion 3D à l'instant 50 $\mu$ s

**IV-5-3 Compression de tubes 3D :**

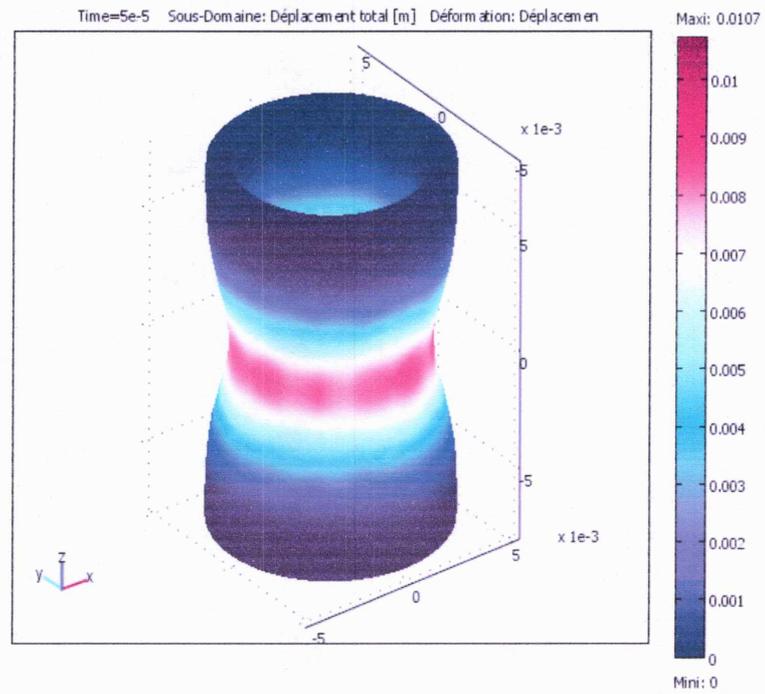
Une dernière application tridimensionnelle est celle concernant la compression de tube (figure IV-35), Les différentes formes obtenues, avec trois bobines différentes (5spires, 3spires et 1 spire) (figure IV-36), montrent que le modèle numérique développé est capable de simuler tout dispositif de magnétoformage, même en tridimensionnel.



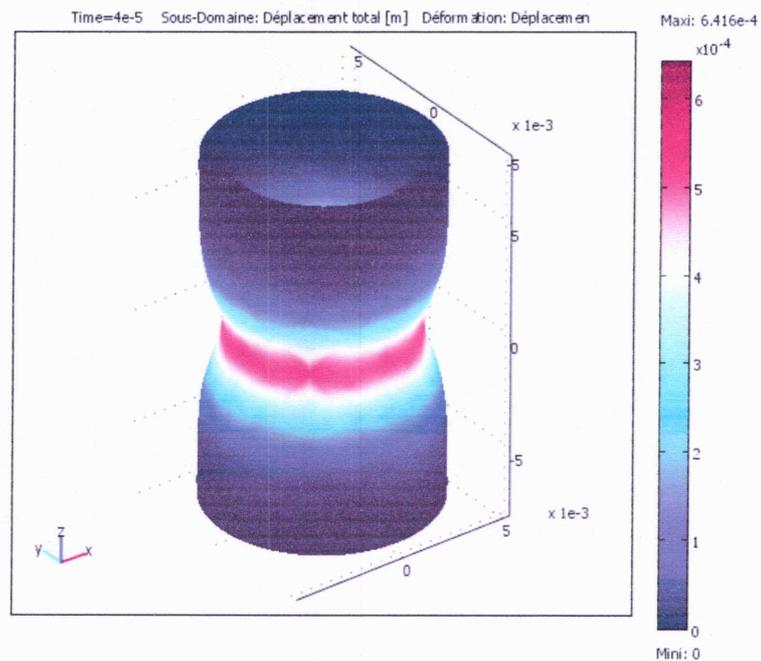
**Figure IV-35 : Système de compression de tube 3D**



**(a) 5spires**



(b) 3spires



(c) 1spire

Figure IV-36 : Déformations de tubes par compression 3D à l'instant 50 $\mu$ s

**Conclusion :**

En utilisant des installations de magnétoformage industrielles, aussi bien pour le formage des plaques que pour l'expansion et la compression des tubes, les résultats obtenus par nos modèles numériques concordent bien avec ceux trouvés expérimentalement [14] [17] et montrent l'aptitude de ces modèles à prévoir la déformation des différentes pièces utilisées.

Une étude paramétrique nous a permis d'analyser le comportement de pièces à déformer sous différentes installations de formage magnétique.

Un autre modèle tridimensionnel a été développé grâce au logiciel Comsol. Des résultats très impressionnants ont été obtenus et confirment ceux trouvés en bidimensionnel.

### **Conclusion générale:**

Le but proposé de ce travail était de développer un modèle numérique permettant d'étudier et simuler tout dispositif de FEM afin d'analyser le comportement électromagnétique et mécanique des pièces à déformer par un champ électromagnétique intense.

Les modèles numériques ont été élaborés sous l'environnement Comsol, ce logiciel très développé, utilisant la méthode des éléments finis, nous a permis l'introduction des trois types d'équations, réalisation du couplage fort ainsi que l'obtention des résultats et leur analyse, pour différents systèmes, en gagnant beaucoup de temps nécessaire à la programmation classique.

A la fin de ce travail, nous pouvons conclure que les modèles numériques développés aussi bien en bidimensionnel qu'en tridimensionnel sont capables d'analyser différents systèmes de FEM et de prévoir les déformations dans différents cas.

L'effet thermique du processus de magnétoformage a été aussi étudié dans le cas d'emboutissage de plaques.

Les résultats numériques obtenus dans les différents cas, présentés dans le chapitre précédent, sont très satisfaisants et sont comparables à ceux trouvés expérimentalement dans certains cas.

Les modèles développés ont toujours besoin de plus de raffinements pour améliorer leurs résultats.

D'autres systèmes comme le formage avec matrices, le soudage de pièces avec différents matériaux et le formage mixte des pièces de formes complexes peuvent être étudiés dans le futur.

## Bibliographie

- [1] "Identification du comportement mécanique dynamique de tube d'aluminium par un essai d'expression électromagnétique" CSMA 2013 le colloque notionnel en calcul des structures 13-17 mai 2013.
- [2] Thèse docteur de l'université de Strasbourg par Muhammad Ali Siddiqui "Numerical modeling and simulation of electromagnetic forming process (2006 - 2009).
- [3] Techniques de l'ingénieur "travail des métaux en feuilles formage par électrohydraulique ".
- [4] Techniques de l'ingénieur "travail des métaux en feuilles formage par explosif ".
- [5] Techniques de l'ingénieur "travail des métaux en feuilles formage par électromagnétique ".
- [6] K.Manish, "An uniform pressure Electromagnetic Actuator for forming flat sheets" Thèse, université d'Ohio state, 2005.
- [7] J.A.Tagopoulos, E.E.Kriezis,"Eddy currents in linear conducting media",Elsevier,1985.
- [8] M. Leroy, J, Y.renoud, AR.M.E.C.A,"Bobines pour champs magnétiques intenses" Brevet N°75 35 401.19 Novembre 1975.
- [9] M.M Altynova ,"A Translation of the Russian book : sparavochink Po magnitoimpul'sony obra botke Métallov".
- [10] B.Bendjima,"contribution a la modélisation par éléments finis des phénomènes électromagnétiques relatifs au magnétoformage", Thèse de Doctorat, saint Nazaire 1997.
- [11] M.guillot,"la production de champs magnétiques intenses transitoires : les effets secondaires deviennent prépondérants ", RGE revue générale d'électricité, N. 9, pp.37-48 1987.

[12] "Formage électromagnétique : confrontation entre modèle numérique et expérience, Troyes, septembre 2005.

[13] "L'électromagnétisme et la mise en forme des matériaux », laboratoire de mécanique de Rouen 16 avril 2009, David cardinaux.

[14] V.J.Vohout,"Ahybrid Quasi-static/dynamic process for forming large sheet metal parts form aluminum alloys",Ph.D dissertation, the Ohio state university,Columbus,1998.

[15] Thèse de doctorat,"Etude et modélisation numérique tridimensionnelle des effets mécaniques de champ électromagnétique", Hafsaoui Ilhem née Boutana, université de Jijel.

[16] P.Zhang, "Joining by High Velocity Deformation", Thèse de Ph D, Université d'Ohio state, 2003.

[17] D.A. Olivera , "Electromagnetic Forming of Aluminum Alloy sheet: Experiment and model," Thèse de Master, Université de Waterloo,Ontario,Canada,2002.

[18] A.Bossavit,"A Numerical approach to transient 3D non linear eddy curent problems",in Applied Electromagnetics in materials, pp.65-75,1990.

[19] B. Bendjima, M.Feliachi," Finite element analysis of transient phenomena in electromagnetic forming system",IEE Computation in Electromagnetics, pp.113-116,1996.

[20] R. Albanese, G.Rubinacci," Integral formulations for 3D eddy curenets computation using edge elements,"Inst. Elec. Eng, pt. A, Vol. 135, pp. 457-461, 1988

[21] V.S.Arpaci,"Introduction to heat transfert", Prentice Hall, upper Saddle River,1999.

[22] COMSOL Multiphysics 3.5 .

## RESUME

L'objet de ce travail était de modéliser numériquement des systèmes de **formage électromagnétique FEM**, où différentes pièces sont déformées à l'aide d'un courant pulsatoire et intense, généré par un banc de capacités, circulant à travers un inducteur, placé à proximité de la pièce à déformer.

Pour cela, un couplage numérique de type fort, entre les équations électromagnétiques, thermiques et mécaniques, a été réalisé.

Les modèles numériques ont été élaborés sous l'environnement Comsol, ce logiciel très développé, utilisant la méthode des éléments finis, nous a permis l'introduction des trois types d'équations, réalisation du couplage fort ainsi que l'obtention des résultats et leur analyse, pour différents systèmes, en gagnant beaucoup de temps nécessaire à la programmation classique.

## ABSTRACT

The purpose of this study was the numerical modeling of the **electromagnetic forming EMF** systems, where different workpieces are deformed, by means of a high pulse current. This current is generated by a capacitor bank.

For this, a strong numerical coupling between the electromagnetic, thermal and mechanical equations was performed.

Numerical models have been developed under the Comsol environment, highly developed software, using the finite element method.

This software has allowed us the introduction of the three types of equations, realization of strong coupling and the achievement of results and analysis for different systems, winning a lot of time needed with classical programming.