

*Republique Algerienne Democratique et Populaire*  
*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*



**Université de Jijel**



**Faculté des Sciences et de la Technologie**

**Département d'automatique**

*Mémoire de fin d'études pour L'obtention du*  
*diplôme De Master en Automatique*

*Option : Automatique et Traitement de Signal*

**Thème :**

**Commande par backstepping et commande  
à surface dynamique  
de la machine asynchrone**

**Réalisé par :**

*OULD SIDI EL MOKHTAR YACINE*

*BOULKANDOUL MOHAMMED*

**Members du jury :**

<i>M<sup>me</sup>. BIAD SOUAD</i>	<i>(MAA)</i>	<i>president</i>
<i>Mr. DOUDOU SOFIAN</i>	<i>(MCR)</i>	<i>Examineur</i>
<i>Mr. OUCIEF NABIL</i>	<i>(MAA)</i>	<i>Encadreur</i>

**Soutenu le : 25 juin 2013**



*Dédicace*

*Je dédie ce mémoire  
A mes chers parents pour tous les sacrifices  
consentis, pour leur soutien durant toute  
mes  
A toute ma grande famille.  
A mes collègues de la promotion et mes amis.  
A mon Binôme*



*Mohammed*





*Dédicace*

*Un grand merci à dieu tout puissant qui nous a aidée et nous clarifier le chemin vers l'accomplissement de ce modeste travail. Je dédie ce travail à ceux qui m'ont donné leur amour, m'ont appris la persévérance, le goût de la victoire et la joie de tous les jours; et qui m'ont aidée de loin moralement comme matériellement malgré la distance.*

*A vous ma seul raison de vivre : mes chers parents,  
Mes frères et toute ma famille,  
A tous mes amis*

*A mon Binôme et tous ceux qui m'ont connu,  
En fin je vous remercie mon encadreur. N.OUCIEF*



*Yassine*

## **Remerciements**

*El'hamdou lillah avant tout,*

*Nous remercions ALLAH, le tout puissant, pour m'avoir donné, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaires, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles, qui se sont hissés au travers de mon chemin, durant toutes mes années d'études.*

*Naturellement, nous remercions notre promoteur,*

*Monsieur N.OUCIEF, pour sa disponibilité au quotidien, ses précieux conseils et ses encouragements. Qui nous a pris à mener bien ce travail.*

*Nous remercions toutes les personnes du département d'Automatique, permanentes ou non, pour leurs conseils, aide, et soutien ; sans oublier l'ensemble des enseignants qui ont contribué à notre formation.*

*Enfin, un grand MERCI s'adresse à nos collègues qui nous ont gratifiés d'un entourage de travail bien plaisant, et qui n'ont ménagé aucun effort pour nous encourager.*

## Sommaire

<i>Remerciements</i> .....	I
<b>Sommaire</b> .....	II
<b>Liste des figures</b> .....	V
<b>Liste de Notations et Symboles</b> .....	VII
<b>Introduction générale</b> .....	1

### Chapitre I : Modélisation de la machine asynchrone

I.1. Introduction .....	3
I.2. Hypothèses simplificatrices .....	3
I.3. Modélisation triphasée de la machine.....	4
I.4. Modélisation dans le repère $(\alpha, \beta)$ .....	6
I.5. Modèle d'état dans le repère fixe .....	7
I.6. Modèle d'état dans le repère tournant avec le flux.....	8
I.7. Conclusion.....	10

### Chapitre II : Commande par backstepping et commande à surface dynamique de la machine asynchrone

II.1. Introduction .....	11
II.2. Commande par Backstepping .....	12
II.2.1. Algorithme de base .....	12
II.2.2. Système d'ordre n .....	15
II.3. Commande à surface dynamique .....	16
II.3.1. Principe de la méthode .....	16

II.3.2. Dynamique des erreurs .....	18
II.3.3. Stabilité de la commande à surface dynamique .....	21
II.4. Application de la commande par backstepping à la machine asynchrone .....	21
II.5. Application de la commande à surface dynamique à la machine asynchrone .....	25
II.5.1. Choix des gains des correcteurs et des constantes de temps des filtres.....	26
II.6. Simulation numérique .....	28
II.6.1. Commande par Backstepping .....	28
II.6.2. Commande à surface dynamique .....	32
II.6. Conclusion .....	36

### **Chapitre III : Commande par backstepping adaptatif et commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone**

III.1. Introduction .....	37
III.2. Notions sur la commande adaptative .....	38
III.2.1. Commande adaptative directe .....	38
III.2.2. Commande adaptative indirecte .....	39
III.3. Commande par backstepping adaptif .....	39
III.3.1. Principe de la méthode .....	39
III.4. Commande à surface dynamique adaptive .....	45
III.4.1. principe .....	45
III.4.2. Dynamique des erreurs .....	47
III.5. Applications à la machine asynchrone.....	49
III.5.1. Commande par Backstepping Adaptatif .....	49
III.5.2. Commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone.....	53
III.6. Simulation numérique .....	55
III.6.1. Commande par backstepping adaptatif.....	55
III.6.2. Commande à surface dynamique adaptative .....	62

---

III.7. Conclusion .....	69
<b>Conclusion générale</b> .....	70
Annexes.....	72
A. Stabilité au sens de Lyapunov .....	72
B. Stabilité des systèmes Lipchitziens .....	74
C. Tableau des paramètres de la machine asynchrone .....	76
<b>Les références bibliographiques</b> .....	77



## Liste des figures

<b>Figure (I.1)</b>	représentation des enroulements de la machine asynchrone.	3
<b>Figure (I.2)</b>	Transformation de repère.	5
<b>Figure (II.1)</b>	Résultats de simulation de la commande par backstepping avec les paramètres nominaux.	28
<b>Figure (II.2)</b>	Résultats de simulation de la commande par backstepping avec introduction de la charge à $t=5$ sec.	29
<b>Figure (II.3)</b>	Résultats de simulation de la commande par Backstepping avec variation paramétrique à $t=5$ sec.	30
<b>Figure (II.4)</b>	Résultats de simulation de la commande à surface dynamique avec les paramètres nominaux.	32
<b>Figure (II.5)</b>	Résultats de simulation de la commande à surface dynamique avec introduction de la charge à $t=5$ sec.	33
<b>Figure (II.6)</b>	Résultats de simulation de la commande à surface dynamique avec variation paramétrique à $t=5$ sec.	35
<b>Figure (III.1)</b>	Commande adaptative directe.	38
<b>Figure (III.2)</b>	Commande adaptative indirecte.	39
<b>Figure (II.3)</b>	Résultats de simulation commande par backstepping adaptatif de la machine asynchrone avec les paramètres nominaux.	56
<b>Figure (III.4)</b>	Evolution des estimés de $T_L$ et $a_6$ .	57
<b>Figure (II.5)</b>	Résultats de simulation de la commande par backstepping Adaptatif de la machine asynchrone avec introduction de la charge.	58
<b>Figure (III.6)</b>	Evolution des estimés de $T_L$ et $a_6$ .	59
<b>Figure (II.7)</b>	Résultats de simulation de la commande par backstepping Adaptatif de la machine asynchrone avec charge et variation paramétrique.	60
<b>Figure (III.8)</b>	Evolution des estimés de $T_L$ et $a_6$ .	61
<b>Figure (II.9)</b>	Résultats de simulation de la commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone avec les paramètres nominaux.	63



<b>Figure (III.10)</b>	Evolution des estimés de $T_L$ et $\alpha_6$ .	64
<b>Figure (II.11)</b>	Résultats de simulation de la commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone introduction de la charge.	65
<b>Figure (III.12)</b>	Evolution des estimés de $T_L$ et $\alpha_6$ .	66
<b>Figure (II.13)</b>	Résultats de simulation de la commande par surface dynamique adaptative de la machine asynchrone avec variation paramétrique.	67
<b>Figure (III.14)</b>	Evolution des estimés de $T_L$ et $\alpha_6$ .	68

## Liste de Notations et Symboles

$A, B, C$	: indices des phases statorique
$a, b, c$	: indices des phases rotorique
$s, r$	: indices relatif au stator et rotor respectivement
$d$	: indice de l'axe en direct
$q$	: indice de l'axe en quadratique
$U_{s(a,b,c)}$	: Tension de phase statorique
$U_{r(a,b,c)}$	: Tension de phase rotorique
$R_s, R_r$	: Résistances statorique et rotorique
$i_{s(a,b,c)}$	: Courant de phase statorique
$i_{r(a,b,c)}$	: Courant de phase rotorique
$\Phi_{s(a,b,c)}$	: Flux de phase statorique
$\Phi_{r(a,b,c)}$	: Flux de phase rotorique
$\vec{U}_s$	: Vecteur spatial de tension statorique
$\vec{i}_s$	: Vecteur spatial de courant statorique
$\vec{\Phi}_s$	: Vecteur spatial de flux statorique
$\vec{U}_r$	: Vecteur spatial de tension rotorique
$\vec{i}_r$	: Vecteur spatial de courant rotorique
$\vec{\Phi}_r$	: Vecteur spatial de flux rotorique
$\omega$	: Vitesse rotorique
$\omega_s$	: Vitesse de rotation du repère $(d, q)$ par rapport au stator

$L_s, L_r, M$	: Inductances statorique, rotorique et mutuelle
$L_{sr}$	Matrice inductances statorique, rotorique
$U_{s\beta}, U_{s\alpha}$	: Composantes $(\alpha, \beta)$ de la tension statorique dans le référentiel fixe
$U_{sd}, U_{sq}$	: Composantes $(d, q)$ de la tension statorique dans le référentiel tournant
$U_{r\beta}, U_{r\alpha}$	: Composantes $(\alpha, \beta)$ de la tension rotorique dans le référentiel fixe
$U_{rd}, U_{rq}$	: Composantes $(d, q)$ de la tension rotorique dans le référentiel tournant
$i_{s\beta}, i_{s\alpha}$	: Composantes $(\alpha, \beta)$ de la courant statorique dans le référentiel fixe
$i_{sd}, i_{sq}$	: Composantes $(d, q)$ de la courant statorique dans le référentiel tournant
$i_{r\beta}, i_{r\alpha}$	: Composantes $(\alpha, \beta)$ de la courant rotorique dans le référentiel fixe
$i_{rd}, i_{rq}$	: Composantes $(d, q)$ de la courant rotorique dans le référentiel tournant
$\Phi_{s\beta}, \Phi_{s\alpha}$	: Composantes $(\alpha, \beta)$ de la fluxe statorique dans le référentiel fixe
$\Phi_{r\beta}, \Phi_{r\alpha}$	: Composantes $(\alpha, \beta)$ de la fluxe rotorique dans le référentiel fixe
$\Phi_{sd}, \Phi_{sq}$	: Composantes $(d, q)$ de la fluxe statorique dans le référentiel tournant
$\Phi_{rd}, \Phi_{rq}$	: Composantes $(d, q)$ de la fluxe rotorique dans le référentiel tournant
$(\alpha_r, \beta_r)$	: Repère lié rotor
$(\alpha_s, \beta_s)$	: Repère lié stator
$\sigma$	: Coefficient de dispersion magnétique
$\rho$	: Position angulaire
$\theta$	: Position angulaire du rotor par rapport au stator
$\theta_s$	: Position angulaire du repère $(d, q)$ par rapport au stator
$\theta_r$	: Position angulaire du repère $(d, q)$ par rapport au rotor
$n_p$	: Nombre de paires de pôles
$y$	: Vecteur de sortie

$p(\rho)$	: Matrice de Park
$J$	: Inertie de la machine
$j$	: $\sqrt{-1}$
$T_L$	: Couple de charge
$\hat{T}_L$	: Couple de charge estimée
$u$	: Variable manipulée (commande)
$V$	: Fonction de Lyapunov
$V^*$	: Fonction de Lyapunov pour la commande adaptative
$x$	: Variable d'état
$\alpha$	: Commande virtuelle dans le backstepping
$e_i$	: Erreur dans le backstepping
$\bar{x}_i$	: Commande virtuelle dans la commande surface dynamique
$s_i$	: Variable d'erreur dans la commande surface dynamique
$\xi_i$	: Les erreurs des filtres
$x_{id}$	: Variable désirée
$\tau_i$	: Constante de temps
$k_i$	: gain de contrôle
$\  \cdot \ $	: Norme Euclidienne
$\lambda_{\min}$	: plus petite valeur propre
$\lambda_{\max}$	: plus grande valeur propre

## Introduction générale

La machine asynchrone de par sa simplicité de conception et d'entretien, sa robustesse ainsi que son faible coût, tient une place de choix dans le domaine industriel. Toutefois, son modèle est non linéaire et hautement couplé. Les lois de commande classiques, par PI ou PID par exemple, quoiqu'encore très utilisées, peuvent s'avérer insuffisantes ou peu adaptées. On doit lui appliquer alors, des lois de commande non linéaire [1].

La théorie de Lyapunov a été pendant longtemps un outil important de l'étude des systèmes linéaires, aussi bien que dans la commande non linéaire. Cependant, son utilisation dans la commande non linéaire a été entravée par les difficultés de trouver une fonction de Lyapunov pour un système donné [2]. Le développement des outils constructifs pour la conception de commande non linéaire basée sur la théorie de Lyapunov, comme le backstepping, a offert la solution qui permet de construire récursivement et d'une manière systématique et directe la loi de commande et la fonction de Lyapunov.

La méthodologie du backstepping peut se définir comme une façon d'organiser un système en plusieurs sous-systèmes en cascade. L'exploitation de la méthodologie de conception sur un plan général aboutit à la mise en place d'une loi de commande associée systématiquement à une fonction de Lyapunov [2]. La stabilité globale de chaque sous-système s'obtient en définissant une commande virtuelle stabilisatrice à chaque étape de conception.

Un des avantages que procure le backstepping est celui de pouvoir le fusionner facilement avec d'autres techniques de commande tel que la commande adaptative. Toutefois, la combinaison de ces approches conduit, en général, à des contrôleurs très compliqués et d'ordre élevé. On parle alors d'explosion de termes et de sur-paramétrisation de la commande. Pour venir à bout de cette limitation, une amélioration majeure a été apportée à cette méthode par l'usage de filtres linéaires [11]. Il s'agit de la commande à surface dynamique.

Cette approche offre l'avantage d'avoir une procédure de design de la commande similaire à celle du backstepping et de conduire à des contrôleurs dont l'expression est simple et réduite. Son idée consiste à filtrer à chaque étape  $i$  la commande virtuelle par un filtre linéaire du premier ordre. L'erreur dans l'étape  $i+1$  est alors construite par la différence entre la variable d'état correspondante et la variable filtrée de la commande virtuelle. La dérivée de cette dernière est remplacée par son expression issue du filtre ce qui empêche l'explosion des termes dans la commande.

Cependant, elle souffre de l'inexistence d'une méthode générale pour le choix des gains du contrôleur et les constantes de temps des filtres pour garantir la stabilité du système.

Ce mémoire s'articule autour de trois chapitres:

Dans le premier chapitre, on présente brièvement quelques modèles dynamiques de la machine asynchrone utilisés par la communauté des automaticiens pour tester les approches de commande. Les modèles obtenus sont non linéaires multivariables. A la fin de ce chapitre, on met l'accent sur le modèle qu'on va utiliser dans le reste de ce mémoire.

Dans le deuxième chapitre, on présente une étude théorique de la commande par backstepping et la commande à surface dynamique ainsi que leur application au modèle de la machine asynchrone.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude et l'application à la machine asynchrone du backstepping adaptatif et la commande à surface dynamique adaptative. Nous allons voir que malgré l'efficacité la simplicité de mise en œuvre de cette dernière commande, elle souffre de la difficulté d'établir une condition suffisante de la stabilité.

**Chapitre I****Modélisation de la machine asynchrone****I.1. Introduction**

Le modèle de la machine asynchrone est non linéaire et hautement couplé présentent une commande assez complexe. Les progrès réalisés en commande non linéaire et les avancées technologiques considérables, tant dans le domaine de l'électronique de puissance que dans celui de la micro-informatique, ont rendu possible l'implantation de commandes performantes de la machine à induction, faisant d'elle un concurrent redoutable dans les secteurs de la vitesse variable et du contrôle rapide du couple. Cependant, il demeure que cette machine reste un sérieux candidat pour l'automatique non linéaire.

L'objectif du présent chapitre est de mettre en relief les différents modèles de la machine asynchrone et l'intérêt qu'ils présentent pour l'automaticien.

**I.2. Hypothèses simplificatrices**

Pour établir des relations simples entre les tensions d'alimentation du moteur et ses courants, il faut s'appuyer sur les hypothèses suivantes [4] [5]:

- l'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encoche est négligeable.

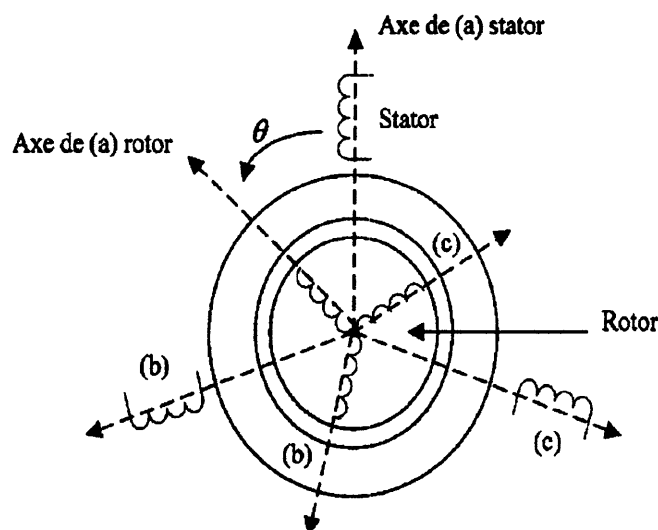
- la saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables.
- les résistances des enroulements ne varient pas avec la température et on néglige l'effet de peau.
- répartition sinusoïdale, le long de l'entrefer des champs magnétiques de chaque bobinage.

Parmi les conséquences importantes de ces hypothèses, on peut citer :

- l'additivité des flux.
- la constance des inductances propres.
- la loi de variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements du stator et du rotor en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

### I.3. Modélisation triphasée de la machine

Les enroulements des trois phases statoriques et rotoriques peuvent être représentés comme indiqué sur la figure (I.1). Les phases rotoriques sont court-circuitées sur elles-mêmes.



**Figure (I.1) :** représentation des enroulements de la machine asynchrone

$\theta$  : Angle électrique entre l'axe de la phase statorique et la phase rotorique.



En se basant sur les hypothèses évoquées auparavant, les équations des tensions des phases statoriques et rotoriques qui décrivent le fonctionnement de la machine s'écrivent comme suit [6]:

$$U_{s(a,b,c)} = R_s i_{s(a,b,c)} + \frac{d\Phi_{s(a,b,c)}}{dt} \quad (\text{I.1})$$

$$U_{r(a,b,c)} = 0 = R_r i_{r(a,b,c)} + \frac{d\Phi_{r(a,b,c)}}{dt} \quad (\text{I.2})$$

Les équations de flux en fonction de courants s'obtiennent à partir des différentes inductances, dont certaines dépendent du temps par l'intermédiaire de l'angle électrique  $\theta$ .

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} = L_s \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (\text{I.3})$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = L_r \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + M^T \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{I.4})$$

tel que

$$L_{s(r)} = \begin{bmatrix} l_{s(r)} & M_{s(r)} & M_{s(r)} \\ M_{s(r)} & l_{s(r)} & M_{s(r)} \\ M_{s(r)} & M_{s(r)} & l_{s(r)} \end{bmatrix}, M_{sr} = m_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta \end{bmatrix}$$

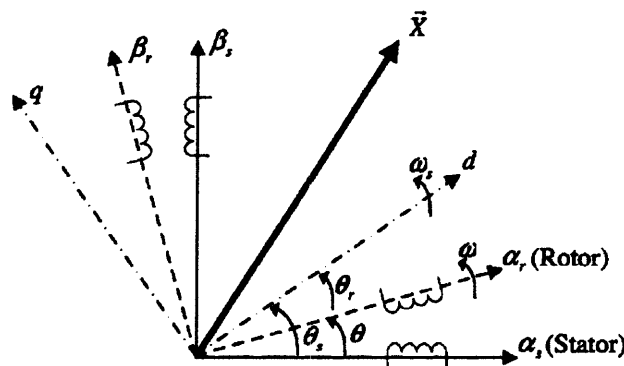
L'introduction du vecteur spatial permet de simplifier grandement le modèle décrit par les équations (1.1) et (1.2).

La représentation vectorielle d'une grandeur triphasée peut s'exprimer dans différents référentiels liés à la machine asynchrone. Ces référentiels sont de types biphasés, ce qui réduit considérablement la complexité du modèle en vue de commande. La structure symétrique et équilibrée de la machine asynchrone permet le passage d'une représentation triphasée à un autre biphasé équivalent (transformation de Park et Concordia). Dans cette transformation

toutes les grandeurs électromagnétiques de la machine, statoriques ou rotoriques, sont soumises à un seul référentiel [7].

Pour la commande de la machine asynchrone, il existe deux référentiels qui sont souvent utilisés [8]:

- Le référentiel fixe par rapport au stator ( $\alpha_s, \beta_s$ ) par convention appelé ( $\alpha, \beta$ ).
- Le référentiel tournant à la vitesse de champ du stator nommé ( $d, q$ ).



Figure(L.2) : Transformation de repère.

#### I.4. Modélisation dans le repère ( $\alpha, \beta$ )

Le but est de passer d'un système triphasé ( $a, b, c$ ) vers un système diphasé ( $\alpha, \beta$ ) en utilisant la transformation de Concordia définie par :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

La projection des équations du modèle dans le référentiel fixe lié au stator sur les axes ( $\alpha, \beta$ ) permet d'obtenir les équations de Concordia :

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d\Phi_{s\alpha}}{dt} \\ U_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d\Phi_{s\beta}}{dt} \end{cases} \quad \begin{cases} U_{r\alpha} = R_r i_{r\alpha} + \frac{d\Phi_{r\alpha}}{dt} + \omega \Phi_{r\beta} = 0 \\ U_{r\beta} = R_r i_{r\beta} + \frac{d\Phi_{r\beta}}{dt} - \omega \Phi_{r\alpha} = 0 \end{cases} \quad (I.6a)$$

$$\begin{cases} \Phi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + M i_{r\alpha} \\ \Phi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + M i_{r\beta} \end{cases} \quad \begin{cases} \Phi_{r\alpha} = L_r i_{r\alpha} + M i_{s\alpha} \\ \Phi_{r\beta} = L_r i_{r\beta} + M i_{s\beta} \end{cases} \quad (I.6b)$$

Le modèle complet la machine asynchrone comprend l'équation mécanique donnée par :

$$T_m - T_L = J \frac{d\omega}{dt} + f_r \omega \quad (I.7)$$

Pour des raisons de simplification, on suppose que le frottement est négligeable. Le couple électromagnétique est donné par :

$$T_m = n_p \frac{M}{L_r} + \text{Im}(\vec{i}_s \vec{\Phi}_r) \quad (I.8)$$

Dans le référentiel fixe  $(\alpha, \beta)$  le couple est défini par :

$$T_m = n_p \frac{M}{L_r} + (\Phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \Phi_{r\beta} i_{s\alpha}) \quad (I.9)$$

## I.5. Modèle d'état dans le repère fixe

Le choix des variables d'état, et de sortie dépend des objectifs liés à la commande ou à l'observation. Pour notre application on prend comme vecteur d'état :

$$x = [\omega \quad \Phi_{r\alpha} \quad \Phi_{r\beta} \quad i_{s\alpha} \quad i_{s\beta}]^T \quad (I.10)$$

Le choix des courants statoriques est justifié par le fait qu'ils sont accessibles pour la mesure [9].

Les deux tensions du stator sont les entrées du modèle. Afin d'obtenir un système carré, deux sorties doivent être choisies, la vitesse de rotation et la norme de flux rotorique.

$$y = [\omega \quad \sqrt{\Phi_{r\alpha}^2 + \Phi_{r\beta}^2}] \quad (I.11)$$

Le choix de la norme de flux rotorique a pour but d'amener le fonctionnement de la machine asynchrone dans une partie linéaire du circuit magnétique (pas de saturation magnétique) [10].

D'après les équations (2.4), (2.6) et (2.8) on peut tirer le modèle non linéaire de la machine asynchrone représenté dans le référentiel fixé au stator  $(\alpha, \beta)$  :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \\ I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n_p M}{J L_r} (\Phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \Phi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{T_L}{J} \\ -\frac{R_r}{L_r} \Phi_{r\alpha} - n_p \omega \Phi_{r\beta} + \frac{R_r}{L_r} M I_{s\alpha} \\ n_p \omega \Phi_{r\alpha} - \frac{R_r}{L_r} \Phi_{r\beta} + \frac{R_r}{L_r} M I_{s\beta} \\ \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} \Phi_{r\alpha} + \frac{n_p M}{\sigma L_s L_r^2} \omega \Phi_{r\beta} - \left( \frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2} \right) I_{s\alpha} \\ -\frac{n_p M}{\sigma L_s L_r^2} \Phi_{r\alpha} + \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} \Phi_{r\beta} - \left( \frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2} \right) I_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{s\alpha} \\ U_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (I.12)$$

Avec

$$\sigma = 1 - \left( \frac{M^2}{L_s L_r} \right)$$

## I.6. Modèle d'état dans le repère tournant avec le flux

Ce modèle se base sur la transformation du vecteur d'état de la machine asynchrone dans le repère fixe au stator  $(\alpha, \beta)$  vers le repère tournant avec le flux  $(d, q)$ . Il en résulte un système découplé, avec un comportement presque linéaire. Par conséquent, la dynamique du flux rotorique est linéaire.

Ce modèle est utilisé par la commande vectorielle ou commande par orientation de flux (field oriented control) qui est une technique de commande classique pour l'entraînement de la machine asynchrone. L'idée fondamentale de cette commande est de ramener le comportement de la machine asynchrone à celui d'une machine à courant continu [9].

On définit :

$$\rho = \arctan\left(\frac{\phi_\beta}{\phi_\alpha}\right) \quad (\text{I.13})$$

Les transformations  $(d, q) \rightarrow (\alpha, \beta)$  sont données par :

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} \quad (\text{I.14})$$

et

$$\begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{pmatrix} \quad (\text{I.15})$$

où

$$\cos \rho = \left(\frac{\phi_\alpha}{|\phi|}\right), \quad \sin \rho = \left(\frac{\phi_\beta}{|\phi|}\right) \quad (\text{I.16})$$

et

$$|\phi| = \sqrt{\phi_\alpha^2 + \phi_\beta^2} \quad (\text{I.17})$$

Donc, les nouvelles entrées de commande  $u_d, u_q$  sont données par :

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix} \quad (\text{I.18})$$

Le système (1.29) devient après la transformation  $(\alpha, \beta) \rightarrow (d, q)$  comme suite [3] :

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega}{dt} &= \mu\phi_d i_d - \frac{T_L}{J} \\
\frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q - \beta p\omega i_d - \alpha L_m \frac{i_q i_d}{\phi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_q \\
\frac{d\phi_d}{dt} &= -\alpha\phi_d + \alpha L_m i_d \\
\frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_q + \alpha\beta\phi_d + p\omega i_d + \alpha L_m \frac{i_q^2}{\phi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_d \\
\frac{d\rho}{dt} &= p\omega + \alpha L_m \frac{i_q}{\phi_d}
\end{aligned} \tag{I.19}$$

avec

$$\sigma = 1 - \left( \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right), \quad \alpha = R_r / L_r, \quad \beta = \left( \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \right), \quad \gamma = \left( \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} \right) + \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} \right) \text{ et } \mu = \left( \frac{p L_m}{J L_r} \right)$$

## I.7. Conclusion

Nous avons présenté brièvement dans ce chapitre, quelques modèles de la machine asynchrone utilisés de façon standard dans la littérature. Les modèles obtenus ne sont pas linéaires.

L'accent était posé sur les modèles biphasés représentés dans des repères tournant et fixe. Le choix de ces représentations permet de modéliser la machine sous forme d'un modèle d'état multivariable carré avec comme entrées les tensions statoriques. Le choix des sorties est lié à la nature de l'étude effectuée sur la machine.

Le modèle d'état choisi dans ce travail est celui lié au repère tournant avec le flux. Dans ce cas les sorties sont la vitesse et la norme du flux rotorique.

**Chapitre II****Commande par backstepping et commande à surface  
dynamique de la machine asynchrone****II.1. Introduction**

Le backstepping a permis de résoudre le problème de commande d'une large classe de systèmes non linéaires. Bien que très intéressante sur le plan théorique, cette technique reste très lourde d'usage dans la pratique. Cette limitation vient essentiellement de l'explosion des termes utilisés par la commande, sauf dans certain cas très particuliers. Pour venir à bout de cette limitation, une amélioration majeure a été apportée à cette méthode par l'usage de filtres linéaires [11]. Il s'agit de la commande à surface dynamique.

Cette approche est en fait un backstepping filtré. Elle offre l'avantage d'avoir une procédure de design de la commande similaire à celle du backstepping et de conduire à des contrôleurs dont l'expression est réduite. Cependant, elle souffre de l'inexistence d'une méthode générale pour le choix des gains du contrôleur et les constantes de temps des filtres pour garantir la stabilité du système.

Dans ce chapitre nous allons étudier ces deux approches de commande avec leur application à la machine asynchrone.

## II.2. Commande par Backstepping

La commande par Backstepping se caractérise par sa souplesse et son adéquation à une large classe de systèmes non linéaires. Son principe consiste à calculer, d'une façon récursive, une loi de commande afin de garantir qu'une certaine fonction de Lyapunov soit définie positive et sa dérivée soit toujours négative. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation [12].

### II.2.1. Algorithme de base

Soit le cas du système non linéaire du troisième ordre suivant [12] :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (\text{II.1})$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \quad (\text{II.2})$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u \quad (\text{II.3})$$

où,  $g_i$  et  $f_i$  ( $i=1,2,3$ ) sont des fonctions non linéaires connues tel que  $f_i(0)=0$  et  $g_i(x) \neq 0$ ,  $\forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathfrak{R}^3$ .

On désire faire suivre à la sortie  $y = x_1$  le signal de référence  $y_r$ , où  $\dot{y}_r, \ddot{y}_r, \dddot{y}_r$  sont supposées connues et uniformément bornées. Le système étant de degré relatif égal à trois, la conception s'effectue en trois étapes.

#### Etape 1

On considère l'équation (II.1). La variable d'état  $x_2$  est traitée comme une commande virtuelle et l'on définit la première valeur désirée  $(x_1)_d = \alpha_0 = y_r$ . La première variable d'erreur est définie par :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \quad (\text{II.4})$$

et sa dérivée est :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (\text{II.5})$$

On choisit la fonction de Lyapunov :

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{II.6})$$



Sa dérivée le long de la solution de (II.5) est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0] \quad (\text{II.7})$$

Afin d'assurer la stabilité du sous-système décrit par (II.1), on prend comme valeur désirée de  $x_2$  la fonction  $\alpha_1$ , telle que :

$$\alpha_1 = (x_2)_d = \frac{1}{g_1} [-k_1 e_1 - f_1 + \dot{\alpha}_0] \quad (\text{II.8})$$

où  $k_1 > 0$  est une constante de conception. Donc, la dérivée de fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (\text{II.9})$$

### Etape 2

Dans cette étape on considère le sous-système (II.1)-(II.2) et l'on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (\text{II.10})$$

A cause du fait que  $x_2$  ne peut être forcée à prendre instantanément une valeur désirée, en l'occurrence  $\alpha_1$ , l'erreur  $e_2$  n'est pas instantanément nulle.

La conception dans cette étape consiste alors, à forcer cette erreur à s'annuler avec une certaine dynamique choisie au préalable. Les équations du système à commander, dans l'espace  $(e_1, e_2)$ , s'écrivent :

$$\dot{e}_1 = f_1 - \dot{\alpha}_0 + g_1 (e_2 + \alpha_1) \quad (\text{II.11})$$

$$\dot{e}_2 = f_2 - \dot{\alpha}_1 + g_2 x_3 \quad (\text{II.12})$$

pour lesquelles on choisit la fonction de Lyapunov :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{II.13})$$

qui a pour dérivée :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\ &= e_1 [f_1 + g_1 (e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0] + e_2 [f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1] \\ &= e_1 [f_1 + g_1 \alpha_1 - \dot{\alpha}_0] + e_2 [f_2 + g_1 e_1 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1] \\ &= -k_1 e_1^2 + e_2 [f_2 + g_1 e_1 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1] \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

Le choix de la valeur désirée de  $x_3$  est donnée par :

$$(x_3)_d = \alpha_2 = \frac{1}{g_2} [\dot{\alpha}_1 - g_1 e_1 - f_2 - k_2 e_2] \quad (\text{II.15})$$

où,  $k_2 > 0$  et  $\dot{\alpha}_1$  se calcule analytiquement :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \quad (\text{II.16})$$

Un tel choix permet de réduire  $\dot{V}_2$  à

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (\text{II.17})$$

ce qui assure la stabilité asymptotique de (II.1)-(II.2).

### Etape 3

Considérons maintenant le système global (II.1)-(II.3). La troisième variable d'erreur est :

$$e_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (\text{II.18})$$

Les équations du système dans l'espace des erreurs  $(e_1, e_2, e_3)$  sont données par :

$$\dot{e}_1 = f_1 - \dot{\alpha}_0 + g_1 \times (e_2 + \alpha_1) \quad (\text{II.19})$$

$$\dot{e}_2 = f_2 - \dot{\alpha}_1 + g_2 \times (e_3 + \alpha_2) \quad (\text{II.20})$$

$$\dot{e}_3 = f_3 - \dot{\alpha}_2 + g_3 u \quad (\text{II.21})$$

On choisit la fonction de Lyapunov :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (\text{II.22})$$

Sa dérivée le long de la solution de (II.19)-(II.21) devient :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 [f_3 + g_2 e_2 + g_3 u - \dot{\alpha}_2] \quad (\text{II.23})$$

Le choix approprié de la commande se donne par :

$$u = \frac{1}{g_3} [\dot{\alpha}_2 - f_3 - g_2 e_2 - k_3 e_3] \quad (\text{II.24})$$

tel que :  $k_3 > 0$  et  $\dot{\alpha}_2$  se calcule analytiquement :

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{\ddot{y}}_r \quad (\text{II.25})$$

Il en résulte que :

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{II.26})$$

D'où la stabilité asymptotique en boucle fermée du système original (II.1)-(II.3) et la régulation à zéro de l'erreur de poursuite  $(y - y_r)$

### II.2.2. Système d'ordre n

L'extension de la procédure récursive de conception de la commande par Backstepping à un système d'ordre n type :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

donne [12] :

$$\begin{aligned} (x_1)_d &= \alpha_0 = y_r \\ (x_{i+1})_d &= \alpha_i = \frac{1}{g_i} [\varphi_i - g_{i-1}e_{i-1} - \omega_i - k_i e_i] \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

$$u = \frac{1}{g_1} [\varphi_{n-1} - g_{n-1}e_{n-1} - k_n e_n - \omega_n]$$

où,

$$e_i = x_i - \alpha_{i-1} \quad (\text{II.29})$$

$$\begin{cases} \varphi_i = \sum_{k=1}^i \left( \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) - \omega_i \\ \omega_i = f_i - \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k \end{cases} ; i = 1, \dots, n \quad (\text{II.30})$$

Les différentes fonctions de Lyapunov sont données par la formule suivante :

$$V_i = \sum_{j=1}^i (x_j - \alpha_{j-1})^2 \quad (\text{II.31})$$

## II.3. Commande à surface dynamique

### II.3.1. Principe de la méthode

Le design de la commande à surface dynamique est similaire à celui du backstepping et s'applique aux systèmes non linéaires sous forme triangulaire inférieure connus sous le nom de systèmes de type *strict-feedback* [1]. Dans cette section, pour des raisons de simplification on considère le système de forme triangulaire inférieure suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1) \\ \dot{x}_2 &= x_3 + f_2(x_1, x_2) \\ \dot{x}_3 &= u + f_3(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

Le but de la commande est de faire suivre  $x_1$  sa valeur désirée  $x_{1d}$  qui est supposée dérivable. Le système étant du troisième ordre, on peut structurer la conception de la commande dans les trois étapes suivantes :

#### Etape 1

La première variable d'erreur (aussi appelée dans certaines références surface de glissement) est définie par

$$s_1 = x_1 - x_{1d} \quad (\text{II.33})$$

et sa dynamique est :

$$\dot{s}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 + f_1(x_1) - \dot{x}_{1d} \quad (\text{II.34})$$

L'idée principale du backstepping est de laisser certains états agir comme des commandes virtuelles. La même idée est exploitée dans la commande à surface dynamique. Alors, afin de transformer (II.34) à une équation différentielle linéaire homogène et stable, on choisit la valeur désirée de  $x_2$  comme suit :

$$\bar{x}_2 = \dot{x}_{1d} - f_1(x_1) - k_1 s_1 \quad (\text{II.35})$$

où  $k_1$  est une constante positive.

La technique de la commande à surface dynamique, telle que présentée dans [12], utilise un filtre passe-bas pour filtrer  $\bar{x}_2$  :

$$\begin{aligned} \tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} &= \bar{x}_2 \\ x_{2d}(0) &= \bar{x}_2(0) \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

### Etape 2

La seconde variable d'erreur est définie par

$$s_2 = x_2 - x_{2d} \quad (\text{II.37})$$

et sa dérivée est

$$\dot{s}_2 = x_3 + f_2(x_1, x_2) - \dot{x}_{2d} \quad (\text{II.38})$$

De même que dans l'étape 1, on choisit  $\bar{x}_3$  comme suit:

$$\begin{aligned} \bar{x}_3 &= \dot{x}_{2d} - k_2 s_2 - f_2(x_1, x_2) \\ &= \frac{\bar{x}_2 - x_{2d}}{\tau_2} - k_2 s_2 - f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

où  $k_2$  est une constante positive. La variable filtrée est définie par :

$$\begin{aligned} \tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} &= \bar{x}_3 \\ x_{3d}(0) &= \bar{x}_3(0) \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

### Etape 3

Enfin, on définit la troisième variable d'erreur

$$s_3 = x_3 - x_{3d} \quad (\text{II.41})$$

qui a pour dérivée

$$\dot{s}_3 = u + f_3(x_1, x_2, x_3) - \dot{x}_{3d} \quad (\text{II.42})$$

La commande  $u$  est choisie de telle sorte à la stabiliser asymptotiquement (II.42) à l'origine

$$u = \dot{x}_{3d} - f_3(x_1, x_2, x_3) - k_3 s_3 = \frac{\bar{x}_3 - x_{3d}}{\tau_3} - f_3(x_1, x_2, x_3) - k_3 s_3 \quad (\text{II.43})$$

Un tel choix permet d'avoir

$$\dot{s}_3 = -k_3 s_3 \quad (\text{II.44})$$

### II.3.1. Dynamique des erreurs

De la section précédente, on s'aperçoit que la commande à surface dynamique est une version filtrée du backstepping. Toutefois, la stabilité du système (II.32) n'est pas garantie dans les étapes de conception de la commande. Dans cette section, on exprime la dynamique des erreurs en fonction de l'ensemble des gains du contrôleur et les constantes de temps des filtres afin de simplifier l'étude de la stabilité.

Considérons les dynamiques des surfaces de glissement (II.34) (II.38) et (II.44). En ajoutant et en soustrayant  $\bar{x}_2$  et  $x_{2d}$  de (II.34),  $\bar{x}_3$  et  $x_{3d}$  de (II.38), on trouve :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + s_2 + (x_{2d} - \bar{x}_2) \quad (\text{II.45a})$$

$$\dot{s}_2 = -k_2 s_2 + s_3 + (x_{3d} - \bar{x}_3) \quad (\text{II.45b})$$

$$\dot{s}_3 = -k_3 s_3 \quad (\text{II.45c})$$

On définit maintenant les erreurs des filtres  $\xi_i = x_{id} - \bar{x}_i$  ( $2 \leq i \leq 3$ ). D'après (II.36) et (II.40), leurs dynamiques sont données par :

$$\dot{\xi}_2 = \dot{x}_{2d} - \dot{\bar{x}}_2 = \frac{-\xi_2}{\tau_2} - \dot{\bar{x}}_2 \quad (\text{II.46a})$$

$$\dot{\xi}_3 = \dot{x}_{3d} - \dot{\bar{x}}_3 = \frac{-\xi_3}{\tau_3} - \dot{\bar{x}}_3 \quad (\text{II.46b})$$

En dérivant (II.35) et (II.39), on obtient :

$$\dot{\tilde{x}}_2 = -\dot{f}_1 + \ddot{x}_{1d} - k_1 \dot{s}_1 \quad (\text{II.47a})$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_3 &= -\dot{f}_2 + \ddot{x}_{2d} - k_2 \dot{s}_2 \\ &= -\dot{f}_2 - \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} - k_2 \dot{s}_2 \end{aligned} \quad (\text{II.47b})$$

En remplaçant (II.47) dans (II.46), on obtient:

$$\dot{\xi}_2 - k_1 \dot{s}_1 = -\frac{\xi_2}{\tau_2} + \dot{f}_1 - \ddot{x}_{1d} \quad (\text{II.48a})$$

$$\dot{\xi}_3 - \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} - k_2 \dot{s}_2 = -\frac{\xi_3}{\tau_3} + \dot{f}_2 \quad (\text{II.48b})$$

Les équations (II.45) et (II.48) peuvent être réécrites sous la forme compacte suivante :

$$T\dot{z} = \bar{A}z + \bar{B}\dot{f} + \bar{E}\ddot{x}_{1d} \quad (\text{II.49})$$

tel que

$$z = [s_1 \quad s_2 \quad s_3 \quad \xi_2 \quad \xi_3]^T, \dot{f} = [\dot{f}_1 \quad \dot{f}_2]^T,$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -k_2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

La matrice  $T$  est de plein rang. On peut calculer son inverse en utilisant la propriété suivante :

$$\begin{bmatrix} X & 0 \\ Y & Z \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} X^{-1} & 0 \\ -Z^{-1}YX^{-1} & Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

avec  $X$  et  $Z$  sont des matrices carrées inversibles. Cela donne :

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_1}{\tau_2} & k_2 & 0 & \frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.51})$$

En multipliant l'équation (II.49) par  $T^{-1}$ , on obtient :

$$\dot{z} = Az + B\dot{f} + E\ddot{x}_{1d} \quad (\text{II.52})$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -k_2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_3 & 0 & 0 \\ -k_1^2 & k_1 & 0 & k_1 - \frac{1}{\tau_2} & 0 \\ -\frac{k_1^2}{\tau_2} & \frac{k_1}{\tau_2} - k_2^2 & k_2 & \frac{k_1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_2^2} & k_2 - \frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -\frac{1}{\tau_2} \end{bmatrix}$$

Il est à noter que la fonction  $\dot{f}$  peut être réécrite en fonction de  $z$  :

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \frac{\partial f}{\partial x} \dot{x} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1)}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\eta_1(z))}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial f_2(\eta_1(z), \eta_2(z))}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\eta_1(z), \eta_2(z))}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_1 s_1 + s_2 + \xi_2 + \dot{x}_{1d} \\ -k_1 s_2 + s_3 + \frac{\xi_2}{\tau_2} + \xi_3 \end{bmatrix} \\ &= \Phi(z) \end{aligned} \quad (\text{II.53})$$

où



$$\begin{cases} n_1(z) = x_1 = s_1 + x_{1d} \\ n_2(z) = x_2 = s_2 + \xi_2 + \bar{x}_2 = s_2 + \xi_2 - k_1 s_1 - f_1\{n_1(s_1)\} \end{cases} \quad (\text{II.54})$$

En remplaçant (II.53) dans (II.52) on obtient :

$$\dot{z} = Az + B\Phi(z) + E\ddot{x}_{1d} \quad (\text{II.55})$$

### II.3.2. Stabilité de la commande à surface dynamique

Le problème majeur de la commande à surface dynamique est la détermination des gains du contrôleur et en particulier les constantes de temps des filtres. Un choix inapproprié de ces gains provoque l'instabilité du système [11]. Dans cette section nous allons donner une condition suffisante pour garantir la stabilité du système.

Considérons le cas d'un problème de régulation ( $x_{1d} = cste, \dot{x}_{1d} = 0$ ). La dynamique des erreurs devient:

$$\dot{z} = Az + B\Phi(z) \quad (\text{II.56})$$

Supposons que  $\Phi(z)$  est une fonction Lipschitzienne avec la constante de Lipschitz  $\gamma$  (voir Annexe B) et considérons la fonction de Lyapunov :

$$V = z^T P z$$

où  $P$  est symétrique est définie positive. La stabilité du système peut être garantie, si l'on choisit les gains du contrôleur et  $P$  de façon à ce que l'inégalité suivante soit vérifiée (voir Annexe B) :

$$\lambda_{\min}(A^T P + P A) > 2\gamma \lambda_{\max}(PB) \quad (\text{II.57})$$

## II.4. Application de la commande par backstepping à la machine asynchrone

Reprenons l'équation (I.35) ; le modèle dynamique de la machine asynchrone du repère  $(d, q)$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= a_1 x_2 x_3 - c \\
\dot{x}_2 &= -a_2 x_2 + a_3 x_1 x_3 + a_4 x_1 x_4 + a_5 \frac{x_2 x_4}{x_3} + b u_q \\
\dot{x}_3 &= a_6 x_3 - a_5 x_4 \\
\dot{x}_4 &= -a_2 x_4 + a_7 x_3 - a_4 x_1 x_2 - a_5 \frac{x_2^2}{x_3} + b u_d \\
\dot{x}_5 &= -a_4 x_1 - a_5 \frac{x_2}{x_3}
\end{aligned} \tag{II.58}$$

tel que :  $a_1 = \frac{\mu}{J}$ ,  $a_2 = \gamma$ ,  $a_3 = -\beta p$ ,  $a_4 = -p$ ,  $a_5 = -\alpha L_m$ ,  $a_6 = -\alpha$ ,  $a_7 = \alpha \beta$ ,  $b = \frac{1}{\sigma L_s}$ ,  $c = \frac{T_L}{J}$ .

Le degré relatif du système est égal à deux, donc la recherche de la commande par Backstepping se fait en deux étapes. L'objectif de la commande est de forcer la vitesse de rotation et l'amplitude de flux à suivre leurs références  $w_d, \phi_d$ . La procédure de Backstepping appropriée est la suivante :

#### Etape 1

On définit les erreurs de poursuite:

$$e_1 = x_{1d} - x_1 \tag{II.59a}$$

$$e_3 = x_{3d} - x_3 \tag{II.59b}$$

Leurs dynamiques sont :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_{1d} - a_1 x_2 x_3 + c \tag{II.60a}$$

$$\dot{e}_3 = \dot{x}_{3d} - a_6 x_3 + a_5 x_4 \tag{II.60b}$$

Notre objectif est que ces deux erreurs convergent vers zéro. On définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_3^2 \tag{II.61}$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V} = e_1(\dot{x}_{1d} - a_1 x_2 x_3 + c) + e_3(\dot{x}_{3d} - a_6 x_3 + a_5 x_4) \quad (\text{II.62})$$

On peut satisfaire cet objectif en utilisant  $x_2 x_3$  et  $x_4$  comme commandes virtuelles dans les équations (II.60) pour commander  $e_1$  et  $e_3$ . Un choix judicieux de  $x_2 x_3$  et  $x_4$  rendrait  $\dot{V}$  négative et assurerait la stabilité du sous-système décrit par (II.60). Prenons comme valeurs désirées de  $x_2 x_3$  et  $x_4$  les fonctions  $\alpha_1$  et  $\alpha_3$  telles que:

$$\alpha_1 = (x_2 x_3)_d = \frac{1}{a_1}(\dot{x}_{1d} + c + k_1 e_1) \quad (\text{II.63a})$$

$$\alpha_3 = x_{4d} = \frac{1}{a_5}(-\dot{x}_{3d} + a_6 x_3 - k_3 e_3) \quad (\text{II.63b})$$

tel que  $k_1$  et  $k_2$  sont des constantes positives. Cela rend  $\dot{V}$  négative:

$$\dot{V} = -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{II.64})$$

aussi bien que :

$$\dot{e}_1 = -k_1 e_1 \quad (\text{II.65a})$$

$$\dot{e}_3 = -k_3 e_3 \quad (\text{II.65b})$$

## Étape 2

Les équations (II.60) deviennent

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_{1d} - a_1(\alpha_1 - e_2) + c \quad (\text{II.66a})$$

$$\dot{e}_3 = \dot{x}_{3d} - a_6 x_3 + a_5(\alpha_3 - e_4) \quad (\text{II.66b})$$

Ce qui implique que :

$$\dot{e}_1 = -k_1 e_1 + a_1 e_2 \quad (\text{II.67a})$$

$$\dot{e}_3 = -k_3 e_3 - a_5 e_4 \quad (\text{II.67b})$$

Donc la dynamique des erreurs  $e_2$  et  $e_4$  est donnée par :

$$\dot{e}_2 = \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_2 x_3 - x_2 \dot{x}_3 \quad (\text{II.68a})$$

$$\dot{e}_4 = \dot{\alpha}_3 - \dot{x}_4 \quad (\text{II.68b})$$

Pour des raisons de simplification, on note :

$$\dot{e}_2 = \varphi_1 - bx_3 u_q \quad (\text{II.69a})$$

$$\dot{e}_4 = \varphi_2 - bu_d \quad (\text{II.69b})$$

avec :

$$\varphi_1 = \frac{1}{a_1} [\ddot{x}_{1d} + k_1(-k_1 e_1 + a_1 e_2)] - x_3 \left[ -a_2 x_2 + a_3 x_1 x_3 + a_4 x_1 x_4 + a_5 \frac{x_2 x_4}{x_3} \right] - x_2 (a_6 x_3 - a_5 x_4) \quad (\text{II.70a})$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{a_5} [-\ddot{x}_{3d} + a_6 (a_6 x_3 - a_5 x_4) - k_3 (-k_3 e_3 - a_5 e_4)] - \left[ -a_2 x_4 + a_7 x_3 - a_4 x_1 x_2 - a_5 \frac{x_2^2}{x_3} \right] \quad (\text{II.70b})$$

On choisit la fonction de Lyapunov :

$$V_a = V + \frac{1}{2} e_3^2 + \frac{1}{2} e_4^2 \quad (\text{II.71})$$

Sa dérivée, le long de la solution de (II.69) est :

$$\dot{V}_a = e_1 (-k_1 e_1 + a_1 e_2) + e_2 (\varphi_1 - bx_3 u_q) + e_3 (-k_3 e_3 - a_5 e_4) + e_4 (\varphi_2 - bu_d) \quad (\text{II.72a})$$

$$\dot{V}_a = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + e_2 (k_2 e_2 + a_1 e_1 + \varphi_1 - bx_3 u_q) + e_4 (k_4 e_4 - a_5 e_3 + \varphi_2 - bu_d) \quad (\text{II.72b})$$

où  $k_2$  et  $k_4$  sont des constantes positives. Maintenant, comme les commandes  $u_q$  et  $u_d$  sont apparues dans  $\dot{V}_a$ , on les choisit de sorte que  $\dot{V}_a \leq 0$ . Un bon choix de celles-ci est donné par :

$$u_q = \frac{1}{bx_3} (k_2 e_2 + a_1 e_1 + \varphi_1) \quad (\text{II.73a})$$

$$u_d = \frac{1}{b} (k_4 e_4 - a_5 e_3 + \varphi_2) \quad (\text{II.73b})$$

ce qui assure :

$$\dot{V}_a = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 \leq 0 \quad (\text{II.74})$$

Selon la définition de la stabilité de Lyapunov, le système est asymptotiquement stable. Donc notre objectif est atteint.

## II.5. Application de la commande à surface dynamique à la machine asynchrone

Considérons le modèle dynamique de la machine asynchrone (II.58). les étapes de synthèse de la commande par surface dynamique sont les suivantes :

### Etape 1

Les premières surfaces de glissement sont :

$$s_1 = x_1 - x_{1d} \quad (\text{II.75a})$$

$$s_3 = x_3 - x_{3d} \quad (\text{II.75b})$$

Leurs dynamiques sont données par :

$$\dot{s}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = a_1 x_2 x_3 - c - \dot{x}_{1d} \quad (\text{II.76a})$$

$$\dot{s}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = a_6 x_3 - a_5 x_4 - \dot{x}_{3d} \quad (\text{II.76b})$$

Considérons maintenant les quantités :

$$\overline{(x_2 x_3)} = \frac{1}{a_1} [\dot{x}_{1d} + c - k_1 s_1] \quad (\text{II.77a})$$

$$\overline{x_4} = \frac{1}{a_5} [-\dot{x}_{3d} + a_6 x_3 + k_3 s_3] \quad (\text{II.77b})$$

et leurs valeurs filtrées :

$$\frac{d(x_2 x_3)_d}{dt} = \frac{\overline{(x_2 x_3)} - (x_2 x_3)_d}{\tau_1} \quad (\text{II.78a})$$

$$\dot{x}_{4d} = \frac{\overline{x_4} - x_{4d}}{\tau_2} \quad (\text{II.78b})$$

Eu ajoutant et en soustrayant  $\overline{(x_2 x_3)}$  et  $(x_2 x_3)_d$  à l'équation (II.76a) et,  $\overline{x_4}$ ,  $x_{4d}$  à l'équation (II.76b) on obtiennent :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + a_1 s_2 + a_1 e_2 \quad (\text{II.79a})$$

$$\dot{s}_3 = -k_3 s_3 - a_5 s_4 - a_5 e_4 \quad (\text{II.79b})$$

tel que :

$$s_2 = x_2 x_3 - (x_2 x_3)_d \quad (\text{II.80})$$

$$s_4 = x_4 - x_{4d} \quad (\text{II.81})$$

$$e_2 = (x_2 x_3)_d - \overline{(x_2 x_3)} \quad (\text{II.82})$$

$$e_4 = x_{4d} - \overline{x_4} \quad (\text{II.83})$$

## Etape 2

Considérons les dynamiques de  $s_2$  et  $s_4$  :

$$\dot{s}_2 = \dot{x}_2 x_3 + x_2 \dot{x}_3 - (x_2 x_3)_d \quad (\text{II.84a})$$

$$\dot{s}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4d} \quad (\text{II.84b})$$

Pour des raisons de simplification, on note :

$$\dot{s}_2 = \varphi_1 + x_3 b u_q \quad (\text{II.85})$$

$$\dot{s}_4 = \varphi_2 + b u_d \quad (\text{II.86})$$

où

$$\varphi_1 = x_3 (-a_2 x_2 + a_3 x_1 x_3 + a_4 x_1 x_4 + a_5 \frac{x_2 x_4}{x_3}) - x_2 (a_6 x_3 - a_5 x_4) - \frac{\overline{(x_2 x_3)} - (x_2 x_3)_d}{\tau_1} \quad (\text{II.87})$$

$$\varphi_2 = -a_2 x_4 + a_7 x_3 - a_4 x_1 x_2 - a_5 \frac{x_2^2}{x_3} - \frac{\overline{x_4} - x_{4d}}{\tau_2} \quad (\text{II.88})$$

Afin de stabiliser asymptotique  $s_2$  et  $s_4$ , on choisit :

$$u_q = \frac{-1}{b x_3} [\varphi_1 + k_2 s_2] \quad (\text{II.89})$$

$$u_d = \frac{-1}{b} [\varphi_2 + k_4 s_4] \quad (\text{II.90})$$

ce qui donne :

$$\dot{s}_2 = -k_2 s_2 \quad (\text{II.91a})$$

$$\dot{s}_4 = -k_4 s_4 \quad (\text{II.91b})$$

### II.5.1. Choix des gains des correcteurs et des constantes de temps des filtres

En considérant les équations (II.79) et (II.91) on peut écrire

$$\dot{z}_2 = \begin{bmatrix} -k_3 & -a_5 & -a_5 \\ 0 & -k_4 & 0 \\ \frac{-1}{a_5}k_3^2 & -k_3 & k_3 + \frac{-1}{\tau_2} \end{bmatrix} z_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\ddot{x}_{3d} - a_6(a_6\eta_1(z_1) - a_5\eta_1(z_2))}{a_5} \end{bmatrix} \quad (\text{II.94b})$$

Si les gains  $k_i$  ( $i=1,\dots,4$ ) et constantes de temps  $\tau_i$  ( $i=1,2$ ) sont choisis de telle sorte à ce que les matrices fondamentales des erreurs soient stables, et si les termes non homogènes dans (II.94) sont bornés alors les erreurs  $z_i$  ( $i=1,2$ ) restent bornées. De plus, si  $\ddot{x}_{1d} = \ddot{x}_{3d} = 0$ , alors le système est asymptotiquement stable si (II.57) est vérifiée (car il est évident que les non-linéarités dans (II.94b) sont Lipschitziennes).

## II.6. Simulation numérique

Afin de montrer les qualités des deux approches étudiées dans ce chapitre, nous avons complété leur application à la machine asynchrone en effectuant une simulation numérique en nous servant du logiciel Matlab 7.10.0 sous l'environnement Windows7. La résolution des équations différentielles a été effectuée par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas fixe  $h=10^{-3}$  sec. La vitesse de la machine asynchrone est souhaitée d'arriver à 200 (*rad/sec*) et l'amplitude de flux est aussi requiert d'atteindre sa référence évaluée à 1 (*Wb*).

### II.6.1. Commande par Backstepping

Les valeurs des gains utilisés sont :  $k_1 = 7, k_2 = 10, k_3 = 7$  et  $k_4 = 10$ .

#### Test 1

On effectue ce test avec les valeurs nominales des paramètres et sans couple de charge. La famille des figures (II.1) montre que la vitesse et le flux suivent leurs références, ce qui prouve l'efficacité du backstepping en l'absence de perturbation.

#### Test 2

Dans ce test, on introduire un couple  $T_L = 10$  N.m à  $t = 5s$ . La figure (II.2) montre la déviation de la vitesse et du flux de leurs références.

#### Test 3

Dans ce test, on effectue une variation de 10% des paramètres  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  et  $a_7$  à l'instant  $t=5$  sec. D'après la figure (II.3), on remarque que dès l'introduction des incertitudes paramétriques, déviation de la vitesse et du flux de leur référence.

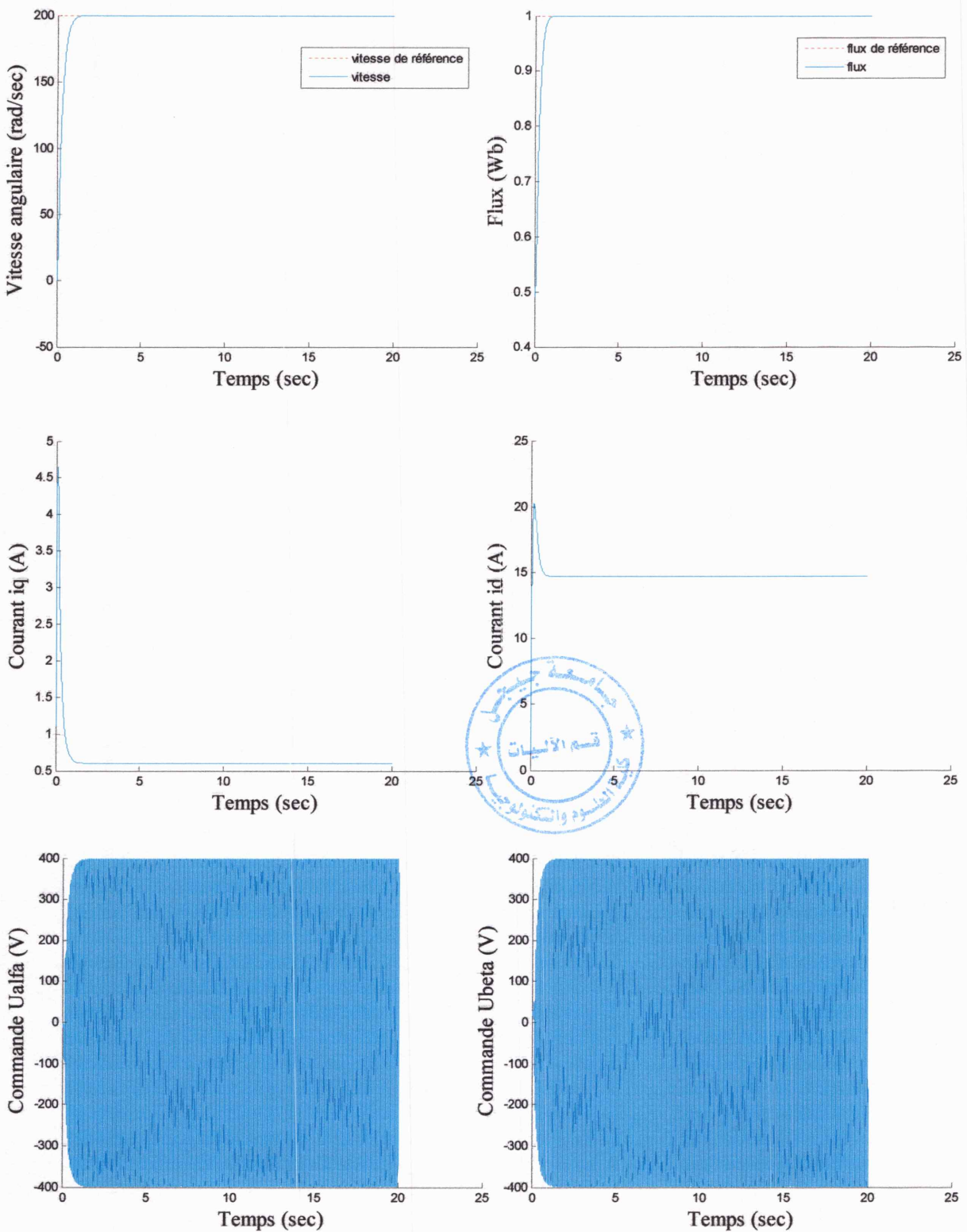
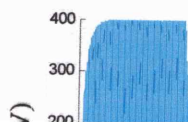
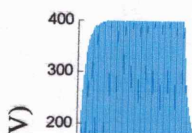
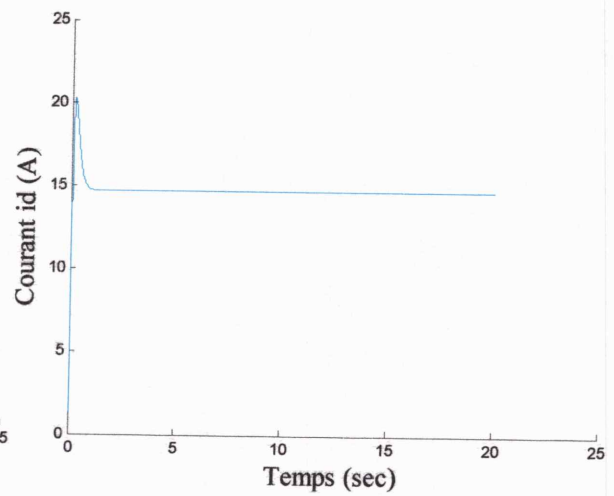
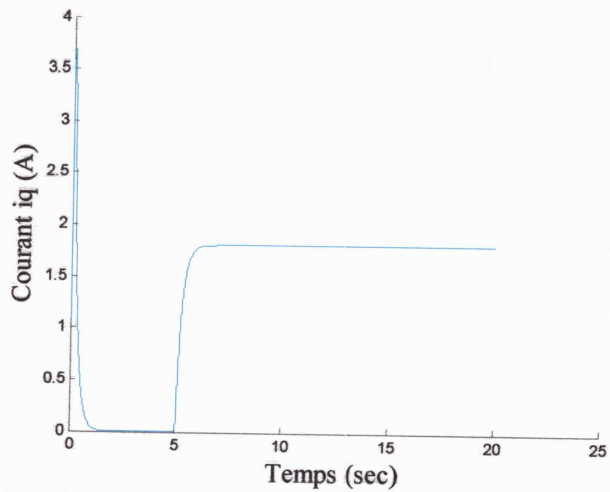
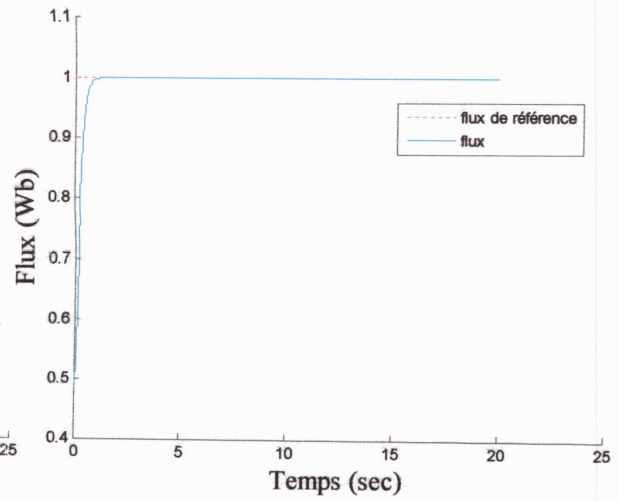
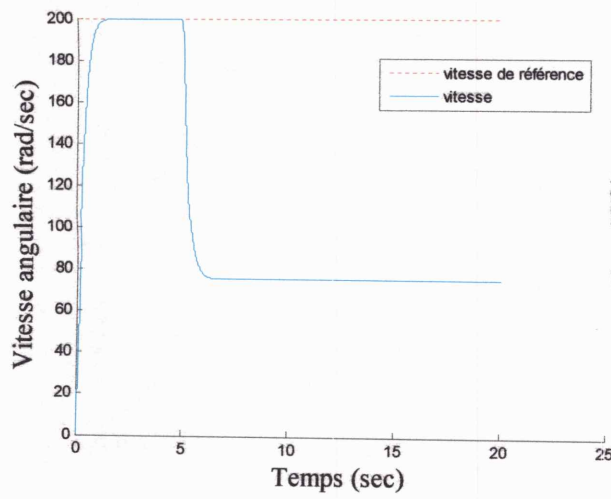
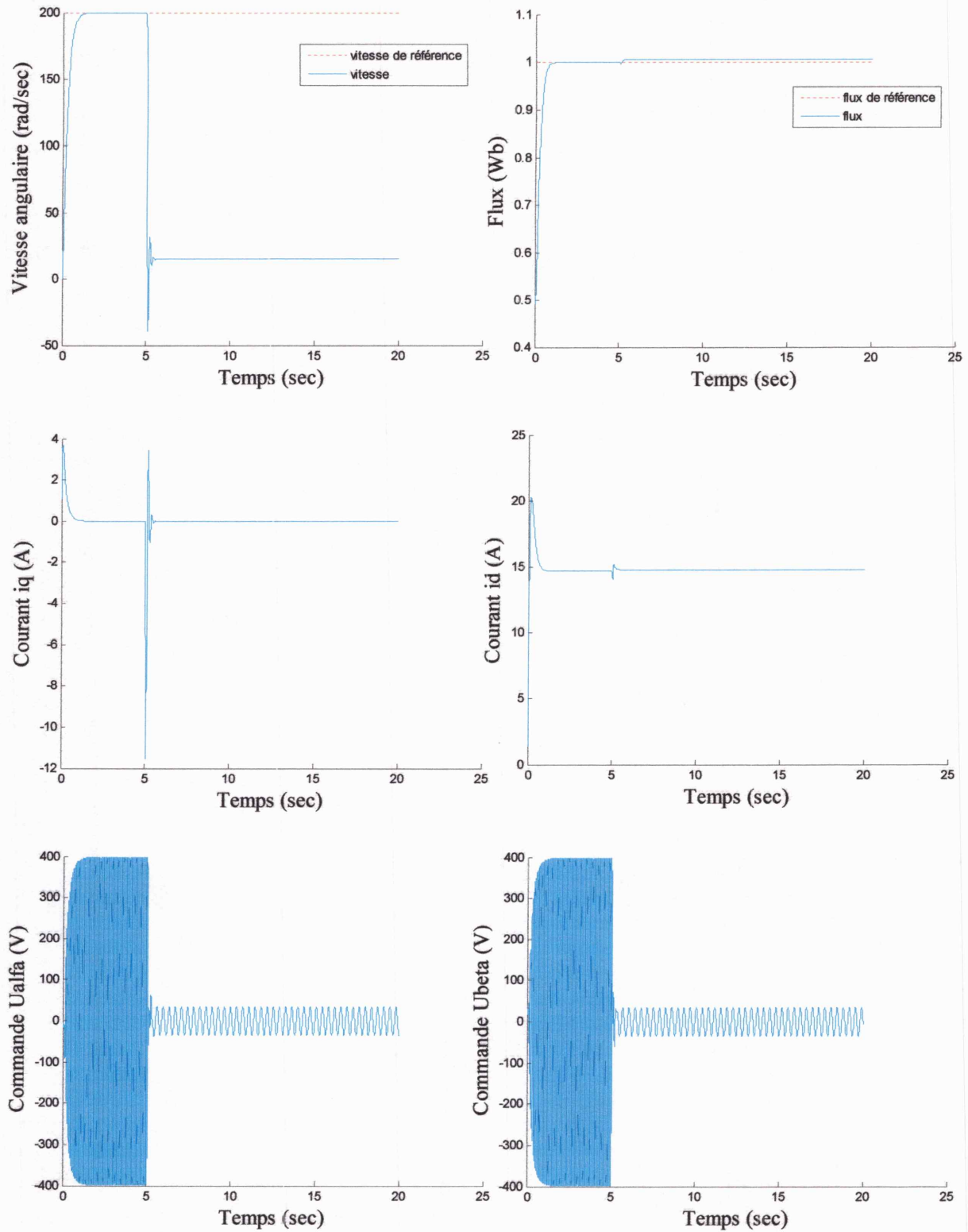


Figure (II.1): Résultats de simulation de la commande par backstepping avec les paramètres nominaux.







**Figure (II.3) :** Résultats de simulation de la commande par Backstepping avec variation paramétrique à  $t=5$  sec.

### II.6.2. Commande à surface dynamique de la machine asynchrone

À l'aide du calcul symbolique de Matlab, on a trouvé les intervalles des valeurs des gains et des constantes de temps qui rendent les matrices fondamentales des systèmes (II.94) stables. Les valeurs utilisées dans cette section sont:  $k_1 = 7$ ,  $k_2 = 120$ ,  $k_3 = 5$  et  $k_4 = 30$ ,  $\tau_1 = 0.05$  et  $\tau_2 = 0.05$ .

#### Test 1

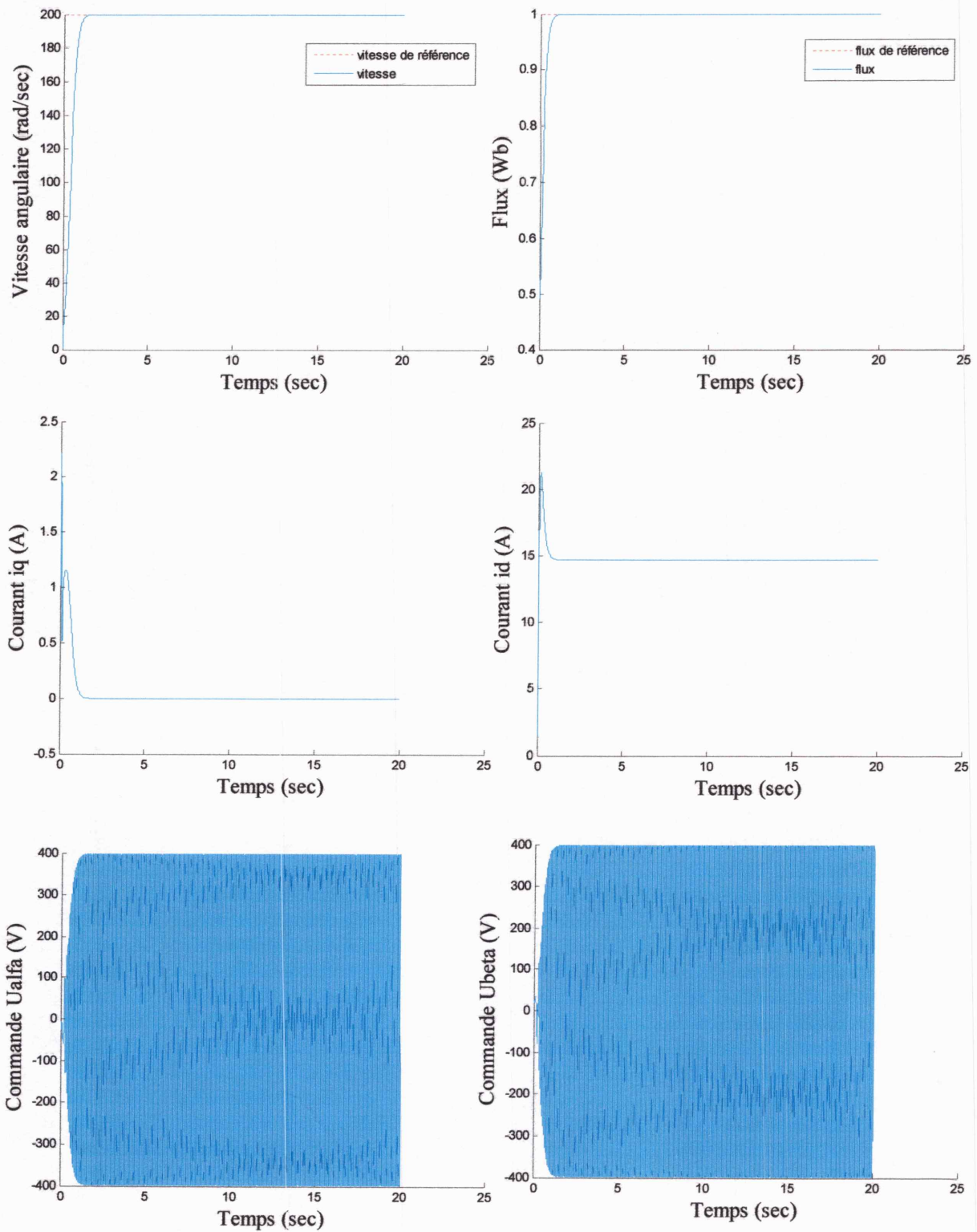
On effectue ce test avec les valeurs nominales des paramètres et sans couple de charge. La famille des figures (II.4) montre des résultats similaires à ceux obtenus avec la surface dynamique.

#### Test 2

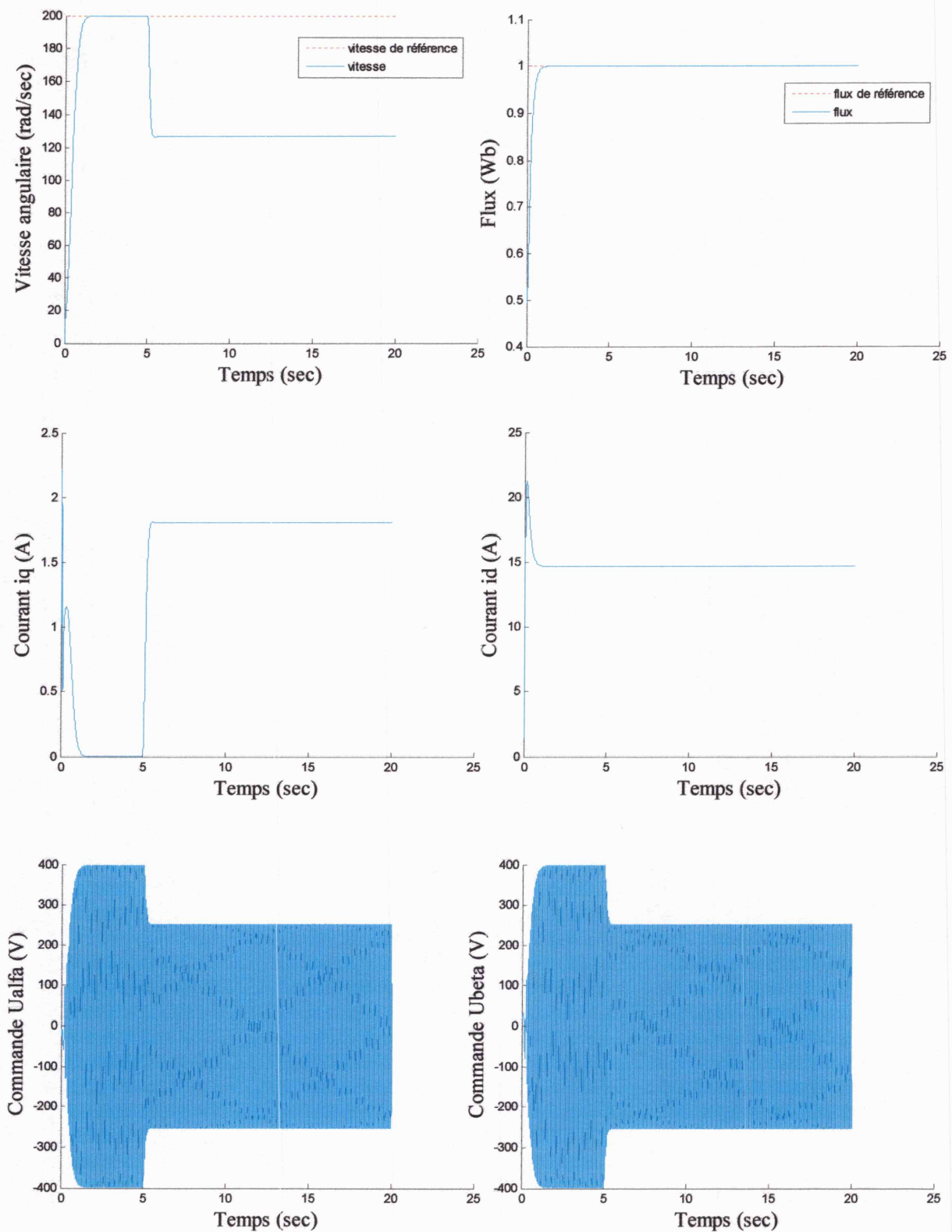
Dans ce test on introduit un couple  $T_L = 10$  N.m à  $t=5$  sec. La figure (II.5) montre la déviation de la vitesse et du flux de leur référence

#### Test 3

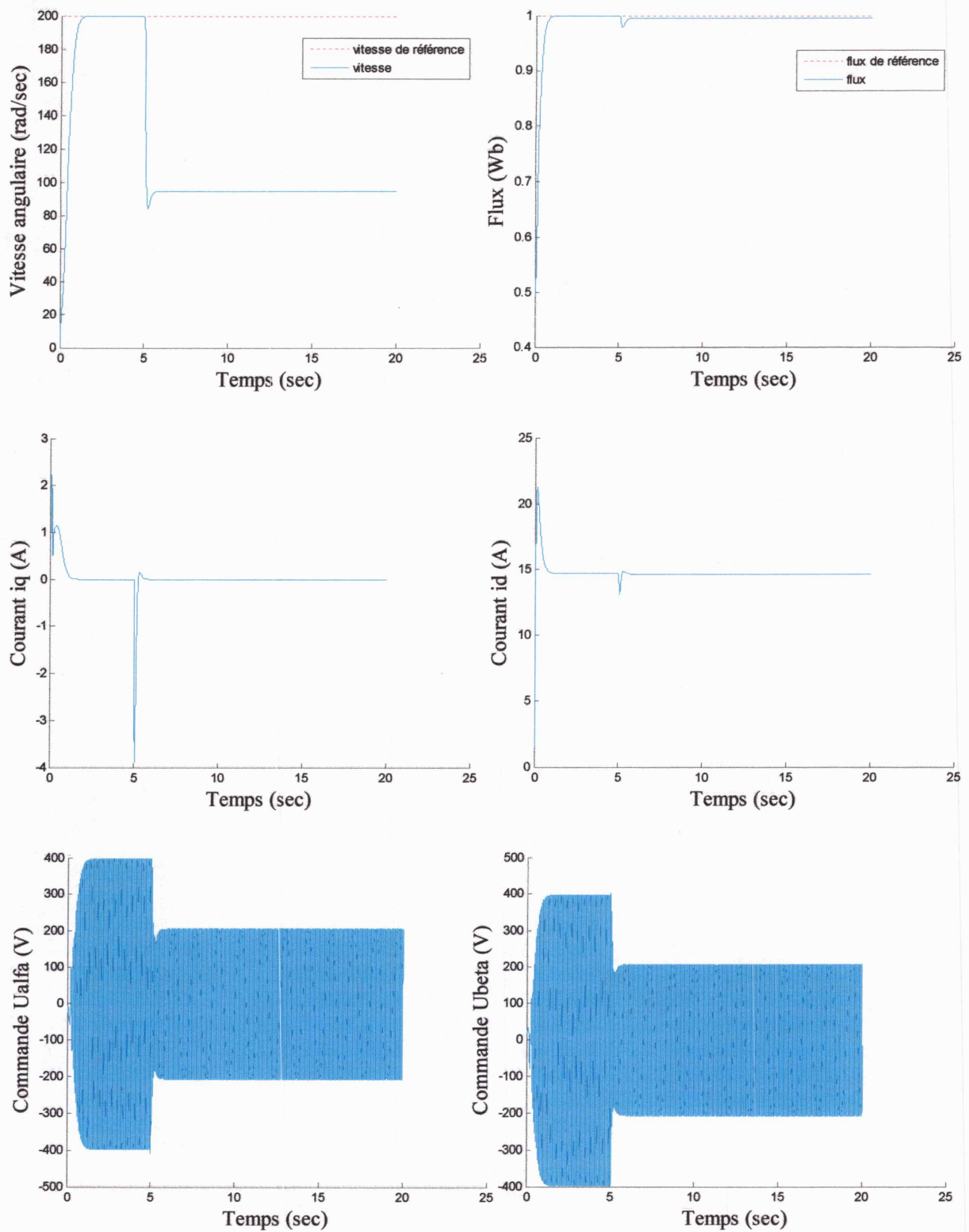
Dans ce test on effectue une variation de 10%, à l'instant  $t=5$  sec, des paramètres  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  et  $a_7$ . La figure (II.6) montre une détérioration des performances de la commande.



**Figure (II.4):** Résultats de simulation de la commande à surface dynamique avec les paramètres nominaux.



**Figure (II.5) :** Résultats de simulation de la commande à surface dynamique avec introduction de la charge à  $t=5$  sec.



**Figure (II.6) :** Résultats de simulation de la commande à surface dynamique avec variation paramétrique à  $t=5$  sec.

## **II.6. Conclusion**

La commande à surface dynamique a été développée pour surmonter l'explosion de termes, qui est le problème principal du backstepping, par l'utilisation de filtres dynamiques.

Dans ce chapitre, nous avons étudié ces deux approches de commande ainsi que leur application à la machine asynchrone. A l'issue de cette étude, nous avons constaté la simplicité de l'application de la commande à surface dynamique par rapport au backstepping. Toutefois, on s'est avisé que cette méthode souffre de la difficulté du choix des gains du correcteur et les constantes de temps des filtres afin de garantir la stabilité. En plus, nous étions amenés à supposer que les non-linéarités du système sont Lipschitziennes afin de pouvoir établir une condition suffisante de la stabilité du système.

## **Chapitre III**

# **Commande par backstepping adaptatif et commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone**

### **III.1. Introduction**

La version adaptative du backstepping offre une méthode itérative et systématique, qui permet, pour des systèmes non linéaires de tout ordre, de construire récursivement et simultanément les trois parties indispensables à une commande adaptative basée sur Lyapunov [14]:

- La loi de commande : permet de répondre aux spécifications désirées.
- La loi d'adaptation : détermine la dynamique d'estimation des paramètres inconnus.
- La fonction de Lyapunov : permet le choix adéquat des deux précédentes lois et garantit la convergence et la stabilité de la structure adaptative.

Le backstepping a permis d'éliminer la contrainte de la matching condition (les paramètres inconnus doivent être présents dans les équations où se trouve la commande), qui représente une barrière infranchissable pour beaucoup de méthode. Ce résultat a été obtenu au prix d'une sur-paramétrisation.



La commande par surface dynamique adaptative, proposée dans [15] a permis de surmonter le problème de sur-paramétrisation. Cette technique requiert un nombre d'estimés égal au nombre de paramètres inconnus.

Ce chapitre est consacré à l'étude et l'application à la machine asynchrone de ces deux approches de commande.

### III.2. Notions sur la commande adaptative

La commande adaptative est une commande dans laquelle le contrôleur est automatiquement ajusté afin de commander des changements dans le procédé et/ou son environnement. Ce genre de problème peut être traité dans le cadre de la commande robuste, mais en présence de fortes perturbations, incertitudes du modèle ou paramètres à forte variation dans le temps, la commande adaptative présente un meilleur choix.

Un contrôleur adaptatif n'est autre que la combinaison, d'un module d'estimation en ligne de certains paramètres inconnus, et d'un contrôleur qui se sert de ces paramètres. Cette combinaison donne lieu à deux approches différentes de conception et de commande : la commande adaptative directe et la commande adaptative indirecte.

#### III.2.1. Commande adaptative directe

Dans cette approche ce sont les paramètres du contrôleur qui sont directement estimés (figure III.1), et on n'a nul besoin d'estimer ceux du procédé. Le modèle de ce dernier est directement paramétrisé en fonction des paramètres inconnus  $\theta_c$  du contrôleur. Les estimés  $\hat{\theta}_c$  servent directement à mettre à jour le contrôleur, sans aucun calcul intermédiaire.

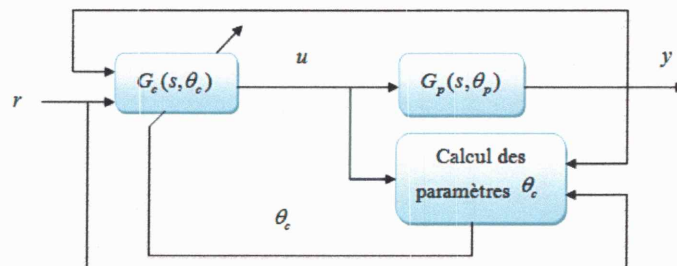


Figure (III.1) : Commande adaptative directe.

### III.2.2. Commande adaptative indirecte

Contrairement à la méthode précédente, les paramètres du contrôleur sont estimés en ligne, pour être ensuite utilisés dans le calcul de ceux du contrôleur. Le modèle du procédé  $G_p(s, \theta_p)$  est paramétrisé par rapport à certains paramètres inconnus  $\theta_p$ . Un estimateur (en ligne) génère des estimés  $\hat{\theta}_p$  de  $\theta_p$  à chaque instant  $t$ , en utilisant les signaux d'entrée et de sortie ( $u$  et  $y$ ) du contrôleur, le modèle estimé du procédé  $G_p(s, \hat{\theta}_p)$  est considéré comme étant le vrai modèle, à chaque instant  $t$ .

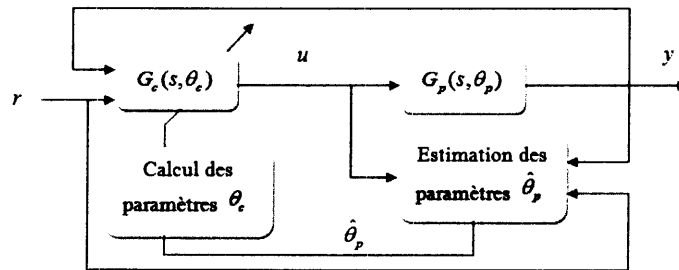


Figure (III.2) : Commande adaptative indirecte.

### III.3. Commande par backstepping adaptatif

Le backstepping adaptatif est la méthode qui résulte de la fusion du design adaptatif par Lyapunov et la technique du backstepping.

#### III.3.1. Principe de la méthode

On considère toujours le même problème de poursuite, appliqué au système

$$\dot{x}_1 = f_1^T q + g_1 x_2 \quad (\text{III.1})$$

$$\dot{x}_2 = f_2^T q + g_2 x_3 \quad (\text{III.2})$$

$$\dot{x}_3 = f_3^T q + g_3 u \quad (\text{III.3})$$

$$y = x_1 \quad (4)$$

où,  $q$  est le vecteur des paramètres inconnus.

### Etape 1

On considère le sous-système (III.1), où  $x_2$  est traitée comme une commande et l'on introduit la variable d'erreur donnée par :

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (III.5)$$

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \quad (III.6)$$

où  $x_{1d} = \alpha_0$  représente la trajectoire de référence  $y_r$ . On prend comme fonction de Lyapunov :

$$V_1(e_1, \tilde{q}_1) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{q}_1^T \Gamma^{-1} \tilde{q}_1 \quad (III.7)$$

où  $\tilde{q}_1$  est l'erreur  $(q - \hat{q}_1)$ .  $\hat{q}_1$  étant l'estimé à l'étape 1 de  $q$ .

La dérivée de (III.7), est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 + \tilde{q}_1^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{q}}_1 \\ &= e_1 [f_1^T q + g_1 x_2 - \dot{x}_{1d}] + \tilde{q}_1^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{q}}_1 \end{aligned}$$

Le choix de la valeur désirée de  $x_2$  :

$$x_{2d} = \frac{1}{g_1} [\dot{x}_{1d} - f_1^T \tilde{q} - k_1 e_1]$$

permet d'écrire la dérivée sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 [f_1^T (q - \tilde{q}_1) - k_1 e_1] + \tilde{q}_1^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{q}}_1 \\ &= -k_1 e_1^2 + \tilde{q}_1^T \Gamma^{-1} [\Gamma f_1 e_1 + \dot{\tilde{q}}_1] \end{aligned}$$

La loi de mise à jour  $\dot{\hat{q}}_1 = -\Gamma f_1 e_1$  permet d'assurer la négativité de la dérivée de la fonction (III.7), qui s'écrit :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0$$

### Etape 2

On considère le sous-système (III.1)-(III.2). On utilise les variables d'erreurs données par :

$$e_2 = x_2 - x_{2d} \quad (III.8)$$

Le système se met sous la forme :

$$\dot{e}_1 = f_1^T q + g_1(e_2 + x_{2d}) - \dot{x}_{1d} \quad (III.9)$$

$$\dot{e}_2 = f_2^T q + g_2 - \dot{x}_{1d} \quad (III.10)$$

On prend la fonction de Lyapunov donnée par l'équation (III.7). Sa dérivée le long de la solution de (III.9)-(III.10) s'écrit, après simplification :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + \tilde{q}_1^T \Gamma^{-1} [\Gamma f_1 e_1 + \dot{\hat{q}}_1] + g_1 e_1 e_2 \quad (III.11)$$

avec le choix  $\dot{\hat{q}}_1 = -\Gamma f_1 e_1$ , la dérivée se réduit à :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + g_1 e_1 e_2 \quad (III.12)$$

Le signe de  $\dot{V}_1$  étant indéterminé, afin d'en savoir plus sur la stabilité du système, on construit la nouvelle fonction de Lyapunov :

$$V_2(e_1, \hat{q}_1, e_2) = V_1(e_1, \hat{q}_1) + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (III.13)$$

sa dérivée s'écrit (toujours avec le choix  $\dot{\hat{q}}_1 = -\Gamma f_1 e_1$ ) :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\ &= -k_1 e_1^2 + g_1 e_1 e_2 + e_2 \dot{e}_2 \\ &= -k_1 e_1^2 + e_2 [g_1 e_1 + \dot{e}_2] \\ &= -k_1 e_1^2 + e_2 [g_1 e_1 + f_2^T q + g_2 - \dot{x}_{2d}] \end{aligned} \quad (III.14)$$

où le terme  $\dot{x}_{2d}$  se calcule analytiquement :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2d} &= \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \tilde{q}_1} \dot{\tilde{q}}_1 \\ &= \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} (f_1^T q + g_1 x_2) + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \tilde{q}_1} (-\Gamma f_1 e_1) \end{aligned} \quad (III.15)$$

où  $\dot{V}_2$  s'écrit, avec ces notations :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 + e_2 \left[ g_1 e_1 + g_2 x_3 + \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right)^T q - \dot{x}_{3d} \right] \quad (\text{III.16})$$

On choisit, à présent, la valeur désirée  $x_{3d}$  de  $x_3$ , afin d'éliminer les termes connus dans l'expression de la dérivée. Etant donné que  $q$  n'est pas connu, on le remplace par son estimé  $\hat{q}_1$  à l'étape 1 :

$$x_{3d} = \frac{1}{g_2} \left[ \dot{x}_{2d} - g_1 e_1 - k_2 e_2 - \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right)^T \hat{q} \right] \quad (\text{III.17})$$

La dérivée qui en résulte est donnée par :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right)^T [q - \hat{q}_1] \quad (\text{III.18})$$

Avec ces choix, on ne dispose plus d'aucune liberté pour annuler le terme incertain. Pour surmonter ce handicap, au lieu d'utiliser  $\hat{q}_1$  comme estimé de  $q$ , on utilise un nouvel estimé  $\hat{q}_2$  (estimé à l'étape 2). Après quelques simplifications, l'expression de la dérivée s'écrit

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right)^T [q - \hat{q}_2] \quad (\text{III.19})$$

Afin de se débarrasser du terme incertain, on utilise la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_2^* = V_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T \Gamma^{-1} \tilde{q}_2 \quad (\text{III.20})$$

où  $\tilde{q}_2$  représente l'erreur d'estimation à l'étape 2 ( $q - \hat{q}_2$ ). La dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2^* &= \dot{V}_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{q}}_2 \\ &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \tilde{q}_2^T \Gamma^{-1} \left[ \dot{\tilde{q}}_2 + \Gamma e_2 \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

avec  $\dot{\tilde{q}}_2 = -\Gamma e_2 \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right)$  le choix de la dynamique de mise à jour de l'estimé  $\hat{q}_2$  qui

permet de lever l'indétermination du signe de  $\dot{V}_2^*$ . Cela permet d'avoir :

$$\dot{V}_2^* = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (\text{III.22})$$

### Etape 3

On considère à présent tout le système (III.1)-(III.3). Avec les variables d'erreurs de finies précédemment, ce système s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= f_1^T q + g_1(e_2 + x_{2d}) - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 &= f_2^T q + g_2(e_3 + x_{3d}) - \dot{x}_{2d} \\ \dot{e}_3 &= f_3^T q + g_3 u - \dot{x}_{3d} \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

On commence par la fonction de Lyapunov donnée par l'équation (III.20). Sa dérive évaluée le long de la trajectoire du système. Après la simplification et avec le choix

$$\dot{q}_2 = -\Gamma e_2 \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right) \text{ on trouve:}$$

$$V_2^* = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + g_2 e_2 e_3 \quad (\text{III.24})$$

Afin de venir à bout du terme de signe indéfini, on introduit la nouvelle fonction de Lyapunov :

$$V_3 = V_2^* + e_3 \dot{e}_3 \quad (\text{III.25})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2^* + e_3 \dot{e}_3 \\ &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + g_2 e_2 e_3 + e_3 \dot{e}_3 \\ &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 (g_2 e_2 + \dot{e}_3) \\ &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 (g_2 e_2 + f_3^T q + g_2 u - \dot{x}_{3d}) \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

où  $\dot{x}_{3d}$  est calculé analytiquement:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{3d} &= \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \hat{q}_1} \dot{\hat{q}}_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \hat{q}_2} \dot{\hat{q}}_2 \\ &= \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} [f_1^T q + g_1 x_2] + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \hat{q}_1} [-\Gamma f_1 e_1] + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} [f_2^T q + g_2 x_3] + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \hat{q}_2} \left[ -\Gamma e_2 \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

Ceci donne:

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 \left[ g_2 e_2 + g_3 u + \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right)^T q - \dot{x}_{3d} \right] \quad (\text{III.28})$$

Pour choisir la commande  $u$ , étant donné que  $q$  n'est pas connu, on utilise son plus récent estimé disponible,  $\hat{q}_2$ . La loi de commande est choisie afin d'éliminer les termes de signe indéfini dans l'expression de la dérivée :

$$u = \frac{1}{g_3} \left[ \dot{x}_{2d} - g_2 e_2 - \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right)^T \hat{q}_2 \right] \quad (\text{III.29})$$

On obtient alors:

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_2^2 + e_3 \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right)^T (q - \hat{q}_2) \quad (\text{III.30})$$

Pour pouvoir éliminer le terme résiduel, on définit, encore une fois, un nouvel estime  $\hat{q}_3$  (estime l'étape 3 de  $q$ ) qui permet, après quelque simplification, d'écrire l'expression (III.30) sous la forme :

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_2^2 + e_3 \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right)^T (q - \hat{q}_3) \quad (\text{III.31})$$

On exploite le libre choix de la loi de mise à jour de  $\hat{q}_3$  pour éliminer le terme incertain. Pour ce faire, on construit la nouvelle fonction de Lyapunov :

$$V_3^* = V_3 + \frac{1}{2} \tilde{q}_3^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{q}}_3 \quad (\text{III.32})$$

où  $\tilde{q}_3$  représente l'erreur d'estimation  $(q - \hat{q}_3)$  à l'étape 3. La dérivée de la fonction (III.32) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3^* &= \dot{V}_3 + \frac{1}{2} \tilde{q}_3^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{q}}_3 \\ &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_2^2 + \tilde{q}_3^T \Gamma^{-1} \left[ \dot{\tilde{q}}_3 + \Gamma e_3 \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

où  $\dot{\hat{q}}_3 = -\Gamma e_3 \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right)$ . À présent le choix de la dynamique de mise à jour de

l'estimée  $\hat{q}_3$  est simple. En effet, avec le choix  $\dot{\hat{q}}_3 = -\Gamma e_3 \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right)$

l'indétermination du signe de la dérivée est levée. On obtient alors :

$$V_3^* = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{III.34})$$

D'où la stabilité du système. Le système compensé est donné, dans l'espace des erreurs, par :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 \\ -1 & -k_2 & 1 \\ 0 & -1 & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\Gamma e_1 f_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\Gamma e_2 \left( f_2 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} f_1 \right) & 0 \\ 0 & 0 & -\Gamma e_3 \left( f_3 - \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} f_2 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q - \hat{q}_1 \\ q - \hat{q}_2 \\ q - \hat{q}_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### III.4. Commande à surface dynamique adaptative

#### III.4.1. principe

Soit à commande le système

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= q_1 f_1(x_1) + x_2 \\ \dot{x}_2 &= q_2 f_2(x_1, x_2) + x_3 \\ \dot{x}_3 &= q_3 f_3(x_1, x_2, x_3) + u \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

où  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  sont des paramètres inconnus. L'objectif est toujours de faire suivre  $y = x_1$  sa référence  $x_{1d}$ . Pour ce faire, on procède récursivement comme dans le cas de la commande à surface dynamique non adaptative.



### Etape 1

On conserve la même approche récursive. On reprend ainsi, les mêmes étapes que le cas non adaptatif. La première variable d'erreur et sa dynamique sont

$$s_1 = x_1 - x_{1d} \quad (\text{III.36})$$

$$\dot{s}_1 = q_1 f_1 + x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (\text{III.37})$$

La valeur désirée de  $x_2$  est donnée par

$$\bar{x}_2 = -\hat{q}_1 f_1(x_1) + \dot{x}_{1d} - k_1 s_1 \quad (\text{III.38})$$

où  $\hat{q}_1$  est l'estimée de  $q_1$  calculer pour

$$\dot{\hat{q}}_1 = \rho_1 s_1 f_1 \quad (\text{III.39})$$

La variable filtrée est

$$\begin{aligned} \tau_2 \dot{\bar{x}}_2 + \bar{x}_2 &= \bar{x}_2 \\ \bar{x}_2(0) &= \bar{x}_2(0) \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

### Etape 2

De même que pour l'étape 1, la deuxième variable d'erreur sa dynamique, la valeur désirée de  $x_3$  ainsi que la variable filtre sont donné par les étapes suivantes :

$$s_2 = x_2 - x_{2d} \quad (\text{III.41})$$

$$\dot{s}_2 = q_2 f_2 + x_3 - \dot{x}_{2d} \quad (\text{III.42})$$

$$\bar{x}_3 = -\hat{q}_2 f_2(x_1, x_2) + \dot{x}_{2d} - k_2 s_2 = -\hat{q}_2 f_2(x_1, x_2) + \frac{\bar{x}_2 - x_{2d}}{\tau_2} - k_2 s_2 \quad (\text{III.43})$$

$$\begin{aligned} \tau_3 \dot{\bar{x}}_3 + \bar{x}_3 &= \bar{x}_3 \\ \bar{x}_3(0) &= \bar{x}_3(0) \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

où est  $\hat{q}_2$  l'estimer de  $q_2$  calcule pour la loi [15]:

$$\dot{\hat{q}}_2 = \rho_2 s_2 f_2 \quad (\text{III.45})$$

### Etape 3

On considère à présent la troisième variable d'erreur

$$s_3 = x_3 - x_{3d} \quad (\text{III.46})$$

$$\dot{s}_3 = q_3 f_3 + u \quad (\text{III.47})$$

La commande  $u$  est choisie comme suit :

$$u = -\hat{q}_3 f_3(x_1, x_2, x_3) - k_3 s_3 + \dot{x}_{3d} = -\hat{q}_3 f_3(x_1, x_2, x_3) - k_3 s_3 + \frac{\bar{x}_3 - x_{3d}}{\tau_3} \quad (\text{III.48})$$

avec la loi d'adaptation [15] :

$$\dot{\hat{q}}_3 = \rho_3 s_3 f_3 \quad (\text{III.49})$$

#### III.4.2. Dynamique des erreurs

Comme dans le chapitre précédent, dans cette section on va structurer la dynamique des erreurs sous forme d'un système non linéaire Lipschitzien afin de simplifier l'étude de la stabilité du système.

Considérons les dynamiques des variables des erreurs (III.37) (III.42) et (III.47), en ajoutant et en soustrayant  $\bar{x}_2$  et  $x_{2d}$  à (III. 37),  $\bar{x}_3$  et  $x_{3d}$  à (III. 42), on trouve

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + s_2 + \tilde{q}_1 f_1 + \xi_2 \quad (\text{III.49a})$$

$$\dot{s}_2 = -k_2 s_2 + \tilde{q}_2 f_2 + \xi_3 \quad (\text{III.49b})$$

$$\dot{s}_3 = -k_3 s_3 + \tilde{q}_3 f_3 \quad (\text{III.49c})$$

où  $\xi_i = x_{id} - \bar{x}_i$  ( $2 \leq i \leq 3$ ) sont les erreurs des filtres. Cela permet d'écrire :

$$\begin{cases} \dot{S} = AS + f\tilde{q} + \xi \\ \dot{\tilde{q}} = -\Gamma f^T S \end{cases} \quad (\text{III.50})$$

avec :

$$S = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}, \tilde{q} = \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 \end{bmatrix}, \xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & -k_2 & 1 \\ 0 & 0 & -k_3 \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \end{bmatrix}.$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov :

$$V = S^T S + \tilde{q}^T \Gamma^{-1} \tilde{q} \quad (\text{III.51})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T (A^T + A)S + 2S^T f \tilde{q} + 2S^T \xi - 2\tilde{q}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{q}} \\ &= S^T (A^T + A)S + 2S^T f \tilde{q} + 2S^T \xi - 2\tilde{q}^T \Gamma^{-1} \Gamma f^T S \\ &= S^T (A^T + A)S + 2S^T \xi \\ &\leq S^T (A^T + A)S + 2\|S\|\|\xi\| \end{aligned}$$

En se servant du fait que si  $A$  est stable, on peut écrire:

$$S^T (A^T + A)S \leq 2S^T \lambda_{\max}(A)S \quad (\text{III.52})$$

tel que  $\lambda_{\max}(A)$  est la plus grande valeur propre (qui est négative) de  $A$ , on obtient l'inégalité :

$$\dot{V} \leq \|S\|(\lambda_{\max}(A)\|S\| + 2\|\xi\|) \quad (\text{III.53})$$

De l'inégalité (III.53) on constate que  $\dot{V} < 0$  si  $-\lambda_{\max}(A)\|S\| > 2\|\xi\|$  c.à.d.

$$\|S\| > \frac{2\|\xi\|}{-\lambda_{\max}(A)} \quad (\text{III.54})$$

D'où l'erreur converge vers une boule de rayon  $\frac{2\|\xi\|}{-\lambda_{\max}(A)}$ .

Notons que cette analyse ne garantit pas la stabilité du système du fait qu'elle n'a pas pris en compte que les erreurs des filtres dépendent des variables d'erreurs et des paramètres inconnus.

### III.5. Applications de la machine asynchrone

#### III.5.1. Commande Backstepping Adaptatif

Reprenons le modèle (I.32). Nous employons maintenant la technique du backstepping adaptatif pour atteindre les objectifs de poursuite de vitesse et d'amplitude de flux avec  $T_L$  et  $a_6$  sont des paramètres inconnus. Les étapes de conception de commande sont discutées en détail ci-dessous

##### Etape 1

D'abord, on définit les erreurs

$$\begin{aligned} e_1 &= x_{d1} - x_1 \\ e_3 &= x_{d3} - x_3 \end{aligned}$$

Les équations de leurs dynamiques sont :

$$\begin{aligned} e_1 &= \dot{x}_{d1} - a_1 x_2 x_3 + c = \dot{x}_{d1} - a_1 x_2 x_3 + \frac{T_L}{J} \\ e_3 &= \dot{x}_{d3} - a_6 x_3 + a_5 x_4 \end{aligned} \quad (\text{III.55})$$

On prend la fonction de Lyapunov

$$v = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_3^2 + \frac{1}{2G_1} \tilde{T}_L^2 + \frac{1}{2G_2} \tilde{a}_6^2 \quad (\text{III.56})$$

où  $\tilde{T}_L$  et  $\tilde{a}_6$  sont les erreurs d'estimation  $\tilde{T}_L = \hat{T}_L - T_L$ ,  $\tilde{a}_6 = \hat{a}_6 - a_6$ , le terme  $J$  est inséré afin de simplifier les calculs :

$$\dot{v} = e_1 \left( \dot{x}_{1d} - a_1 x_2 x_3 + \frac{T_L}{J} \right) + e_3 (\dot{x}_{3d} - a_6 x_3 + a_5 x_4) + \frac{1}{JG_1} \tilde{T}_L \dot{\tilde{T}}_L + \frac{1}{G_2} \tilde{a}_6 \dot{\tilde{a}}_6 \quad (\text{III.57})$$

Le choix des commandes virtuelles est donné par :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= (x_2 x_3)_d = \frac{1}{a_1} \left( \dot{x}_{1d} - k_1 e_1 + \frac{T_L}{J} \right) \\ \alpha_3 &= (x_4)_d = \frac{1}{a_5} (-\dot{x}_{3d} + a_6 x_3 - k_3 e_3) \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

L'équation (III.58) indique le comportement désiré  $x_2, x_3$  et  $x_4$ . Mais les paramètres  $T_L$  et  $a_6$  sont inconnus, donc besoin d'utiliser leurs estimés  $\hat{T}_L, \hat{a}_6$ , ce qui donne :

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= (x_2 x_3)_d = \frac{1}{a_1} \left( \dot{x}_{1d} - k_1 e_1 + \frac{\hat{T}_L}{J} \right) \\ \alpha_3 &= (x_4)_d = \frac{1}{a_5} (-\dot{x}_{3d} - k_3 e_3 + \hat{a}_6 x_3)\end{aligned}\quad (III.59)$$

La loi d'adaptation:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{T}}_L &= G_1 e_1 \\ \dot{\hat{a}} &= -G_2 x_3 e_3\end{aligned}\quad (III.60)$$

assure la négativité de  $\dot{v}$ , qui s'écrit :

$$\dot{v} = -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 \leq 0$$

**Etape 2 :**

$$\begin{cases} e_2 = \alpha_1 - x_2 x_3 \\ e_4 = \alpha_3 - x_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} e_2 &= \frac{1}{a_1} \left( \dot{x}_{1d} - k_1 e_1 + \frac{\hat{T}_L}{J} \right) - x_2 x_3 \\ e_4 &= \frac{1}{a_5} (-\dot{x}_{3d} - k_3 e_3 + \hat{a}_6 x_3) - x_4 \end{aligned}\quad (III.61)$$

Alors (III.55) peut être exprimé suivante :

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \dot{x}_{1d} - a_1(\alpha_1 - e_2) + \frac{T_L}{J} \\ \dot{e}_3 &= \dot{x}_{3d} + a_5(\alpha_3 - e_4) - a_6 x_3\end{aligned}\quad (III.62)$$

Après quelques calculs, on parvient à :

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= -k_1 e_1 + a_1 e_2 - \frac{\tilde{T}_L}{J} \\ \dot{e}_3 &= -k_3 e_3 - a_5 e_4 + \tilde{a}_6 x_3\end{aligned}\quad (III.63)$$

L'équation de la dynamique des erreurs  $e_2$  et  $e_4$  est :

$$\begin{aligned}\dot{e}_2 &= \frac{1}{a_1} \left[ \ddot{x}_{1d} + k_1 \left( -k_1 e_1 + a_1 e_2 - \frac{\tilde{T}_L}{J} \right) + \frac{\dot{\tilde{T}}_L}{J} \right] - x_2 \dot{x}_3 - x_3 \dot{x}_2 \\ \dot{e}_4 &= \frac{1}{a_5} \left[ -\ddot{x}_{3d} + \hat{a}_6 \dot{x}_3 + \hat{a}_6 x_3 - k_3 (-k_3 e_3 - a_5 e_4 - \tilde{a}_6 x_3) \right] - \dot{x}_4\end{aligned}\quad (\text{III.64})$$

Pour des raisons de simplification, on note

$$\begin{aligned}\dot{e}_2 &= \varphi_1 + \varphi_2 \frac{\tilde{T}_L}{J} - b x_3 u_q \\ \dot{e}_4 &= \varphi_3 + \varphi_4 \tilde{a}_6 - b u_d\end{aligned}\quad (\text{III.65})$$

où

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{1}{a_1} \left[ \ddot{x}_{1d} + k_1 (-k_1 e_1 + a_1 e_2) + \frac{\dot{\tilde{T}}_L}{J} \right] - x_2 (a_6 x_3 - a_5 x_4) \\ &\quad - x_3 \left[ -a_2 x_4 + a_7 x_3 - a_4 x_1 x_4 + a_5 \frac{x_2 x_4}{x_3} \right]\end{aligned}\quad (\text{III.66})$$

$$\varphi_2 = \frac{-k_1}{a_1} \quad (\text{III.67})$$

$$\begin{aligned}\varphi_3 &= \frac{1}{a_5} \left[ -\ddot{x}_{3d} - k_3 (-k_3 e_3 - a_5 e_4) + x_3 \hat{a}_6 + (a_6 x_3 - a_5 x_4) \hat{a}_6 \right] \\ &\quad - \left( -a_2 x_4 + a_7 x_3 - a_4 x_1 x_2 - a_5 \frac{x_2^2}{x_3} \right)\end{aligned}\quad (\text{III.68})$$

$$\varphi_4 = \frac{-k_3}{a_5} x_3 \quad (\text{III.69})$$

sont des signaux connus qui vont être utilisés dans les commandes et l'estimation. Maintenant on augmente la fonction de Lyapunov dans (III.56) en ajoutant les variables  $e_2$  et  $e_4$ .

$$\begin{aligned}v_a &= v + \frac{1}{2} (e_2^2 + e_4^2) \\ &= \frac{1}{2} \left[ e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + \frac{1}{G_1 J} \tilde{T}_L^2 + \frac{1}{G_1 J} \tilde{a}_6^2 \right]\end{aligned}\quad (\text{III.70})$$

En utilisant les équations (III.57), nous pouvons calculer la dérivée de  $v_a$  :

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_a &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 + \frac{1}{G_1 J} \tilde{T}_L \dot{\tilde{T}}_L + \frac{1}{G_2} \tilde{a}_6 \dot{\tilde{a}}_6 \\
 &= e_1 \left( -k_1 e_1 + a_1 e_2 - \frac{\tilde{T}_L}{J} \right) + e_2 \left( \varphi_1 + \varphi_2 \frac{\tilde{T}_L}{J} - b x_3 u_q \right) \\
 &\quad + e_3 \left( -k_3 e_3 - a_5 e_4 + \tilde{a}_6 x_3 \right) + e_4 \left( \varphi_3 + \varphi_4 \tilde{a}_6 - b u_d \right) \\
 &\quad + \frac{1}{G_1} \frac{\tilde{T}_L}{J} \dot{\tilde{T}}_L + \frac{1}{G_2} \tilde{a}_6 \dot{\tilde{a}}_6 \tag{III.71} \\
 \dot{v}_a &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + e_2 \left( \varphi_1 - b x_3 u_q + a_1 e_1 + k_2 e_2 \right) \\
 &\quad + e_4 \left( \varphi_3 - b u_d - a_5 e_3 + k_4 e_4 \right) + \frac{\tilde{T}_L}{J} \left( e_2 \varphi_2 - e_1 + \frac{1}{G_1} \dot{\tilde{T}}_L \right) \\
 &\quad + \tilde{a}_6 \left( e_4 \varphi_4 + e_3 x_3 + \frac{1}{G_2} \dot{\tilde{a}}_6 \right)
 \end{aligned}$$

où  $k_2 \geq 0$  et  $k_4 \geq 0$  sont des constantes. Maintenant comme les termes  $u_q$ ,  $u_d$  et  $\dot{\tilde{T}}_L$  sont apparues dans la dérivée dans (III.71), on les choisit de tel sorte que  $\dot{v}_a \leq 0$ . Un bon choix de celles-ci est donné par :

$$u_q = \frac{1}{b x_3} (\varphi_1 + a_1 e_2 + k_2 e_2) \tag{III.72}$$

$$u_d = \frac{1}{b} (\varphi_3 - a_5 e_3 + k_4 e_4) \tag{III.73}$$

$$\dot{\tilde{T}}_L = -G_1 (e_2 \varphi_2 - e_1) \tag{III.74}$$

$$\dot{\tilde{a}}_6 = -G_2 (e_4 \varphi_4 + e_3 x_3) \tag{III.75}$$

ce qui rend la loi d'adaptation déterminée dans l'étape précédente caduque.

La dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\dot{v}_a = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 \leq 0$$

Donc les conditions de Lyapunov sont admises et l'objectif est atteint.

### III.5.2. Commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone

Considérons le modèle dynamique de la machine asynchrone (I.32). les paramètres supposés inconnus sont  $T_L$  et  $a_6$ .

Les étapes de synthèse de la commande par surface dynamique adaptative sont les suivantes :

#### Étape 1

Les premières surfaces de glissement sont :

$$s_1 = x_1 - x_{1d} \quad (\text{III.76a})$$

$$s_3 = x_3 - x_{3d} \quad (\text{III.76b})$$

et leurs dynamiques sont donnée par :

$$\dot{s}_1 = a_1 x_2 x_3 - \frac{T_L}{J} - \dot{x}_{1d} \quad (\text{III.77a})$$

$$\dot{s}_3 = a_6 x_3 - a_5 x_4 - \dot{x}_{3d} \quad (\text{III.77b})$$

Considérons maintenant les quantités :

$$\overline{(x_2 x_3)} = \frac{1}{a_1} \left[ \dot{x}_{1d} + \frac{T_L}{J} - k_1 s_1 \right] \quad (\text{III.78a})$$

$$\overline{x_4} = \frac{1}{a_5} \left[ -\dot{x}_{3d} + a_6 x_3 + k_3 s_3 \right] \quad (\text{III.78a})$$

Les équations (III.78) indiquent le comportement désiré  $x_2 x_3$  et  $x_4$ . Mais les paramètres  $T_L$  et  $a_6$  sont inconnus, donc besoin d'utiliser leurs estimés  $\hat{T}_L$  et  $\hat{a}_6$ , ce qui donne :

$$\overline{(x_2 x_3)} = \frac{1}{a_1} \left[ \dot{x}_{1d} + \frac{\hat{T}_L}{J} - k_1 s_1 \right] \quad (\text{III.79a})$$

$$\overline{x_4} = \frac{1}{a_5} \left[ -\dot{x}_{3d} + \hat{a}_6 x_3 + k_3 s_3 \right] \quad (\text{III.79b})$$

Les variables filtrées :

$$(\dot{x}_2 x_3)_d = \frac{\overline{(x_2 x_3)} - (x_2 x_3)_d}{\tau_1} \quad (\text{III.80a})$$

$$\dot{x}_{4d} = \frac{\overline{x_4} - x_{4d}}{\tau_2} \quad (\text{III.80b})$$



Les lois d'adaptation sont :

$$\dot{\hat{T}}_L = -G_1 s_1 \quad (\text{III.81a})$$

$$\dot{\hat{a}}_6 = G_2 s_3 x_3 \quad (\text{III.81b})$$

### Étape 2

$$s_2 = x_2 x_3 - (x_2 x_3)_d \quad (\text{III.82a})$$

$$s_4 = x_4 - x_{4d} \quad (\text{III.82b})$$

Considérons les dynamiques de  $s_2$  et  $s_4$  :

$$\dot{s}_2 = \dot{x}_2 x_3 + x_2 \dot{x}_3 - (x_2 x_3)_d \quad (\text{III.83a})$$

$$\dot{s}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4d} \quad (\text{III.83b})$$

Pour des raisons de simplification, on note :

$$\dot{s}_2 = \varphi_1 + x_3 b u_q \quad (\text{III.84a})$$

$$\dot{s}_4 = \varphi_2 + b u_d \quad (\text{III.84b})$$

où

$$\varphi_1 = x_3 (-a_2 x_2 + a_3 x_1 x_3 + a_4 x_1 x_4 + a_5 \frac{x_2 x_4}{x_3}) - x_2 (a_6 x_3 - a_5 x_4) - \frac{\overline{(x_2 x_3)} - (x_2 x_3)_d}{\tau_1} \quad (\text{III.85a})$$

$$\varphi_2 = -a_2 x_4 + a_7 x_3 - a_4 x_1 x_2 - a_5 \frac{x_2^2}{x_3} - \frac{\overline{x_4} - x_{4d}}{\tau_2} \quad (\text{III.85b})$$

Le système (III.84) peut être linéariser et stabiliser par le choix suivant des commandes:

$$\begin{cases} u_q = \frac{-1}{bx_3} [\varphi_1 + k_2 s_2] \\ u_d = \frac{-1}{b} [\varphi_2 + k_4 s_4] \end{cases} \quad (\text{III.86})$$

## III.6. Simulation numérique

### III.6.1. Commande par backstepping adaptatif

Les simulations ont été réalisées sur le modèle (I.32) en utilisant les commandes (III.72) et (III.73) et les lois d'adaptation (III.74) et (III.75). Les références de la vitesse et du flux sont les mêmes que ceux du chapitre précédent. Pour tous les tests, on utilise les valeurs des gains suivantes :

$$k_1 = 7, k_2 = 10, k_3 = 7 \text{ et } k_4 = 10, G_1 = 0.17, G_2 = 0.001.$$

#### Test 1

On effectue ce test avec les valeurs nominales des paramètres et sans couple de charge. La famille des figures (III.3) (III.4) montre que la vitesse et le flux suivent leurs références, ainsi que les paramètres estimés.

#### Test 2

On essaye de faire suivre les références avec l'introduction d'une charge  $T_L = 30 \text{ N.m}$  à  $t = 5s$  et on prend  $a_6 = -2.1459$ .

Les figures (III.5) et (III.6) montrent l'efficacité de cette commande malgré l'introduction brusque de la charge.

#### Test 3

Dans ce test, on introduit la charge et on effectue une variation à l'instant  $t = 5s$  de 10% des paramètres  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  et  $a_7$  non compris dans la loi d'adaptation.

Des figures (III.7) et (III.8), on remarque que la commande a pu préserver ses performances malgré la variation de tous les paramètres du système.

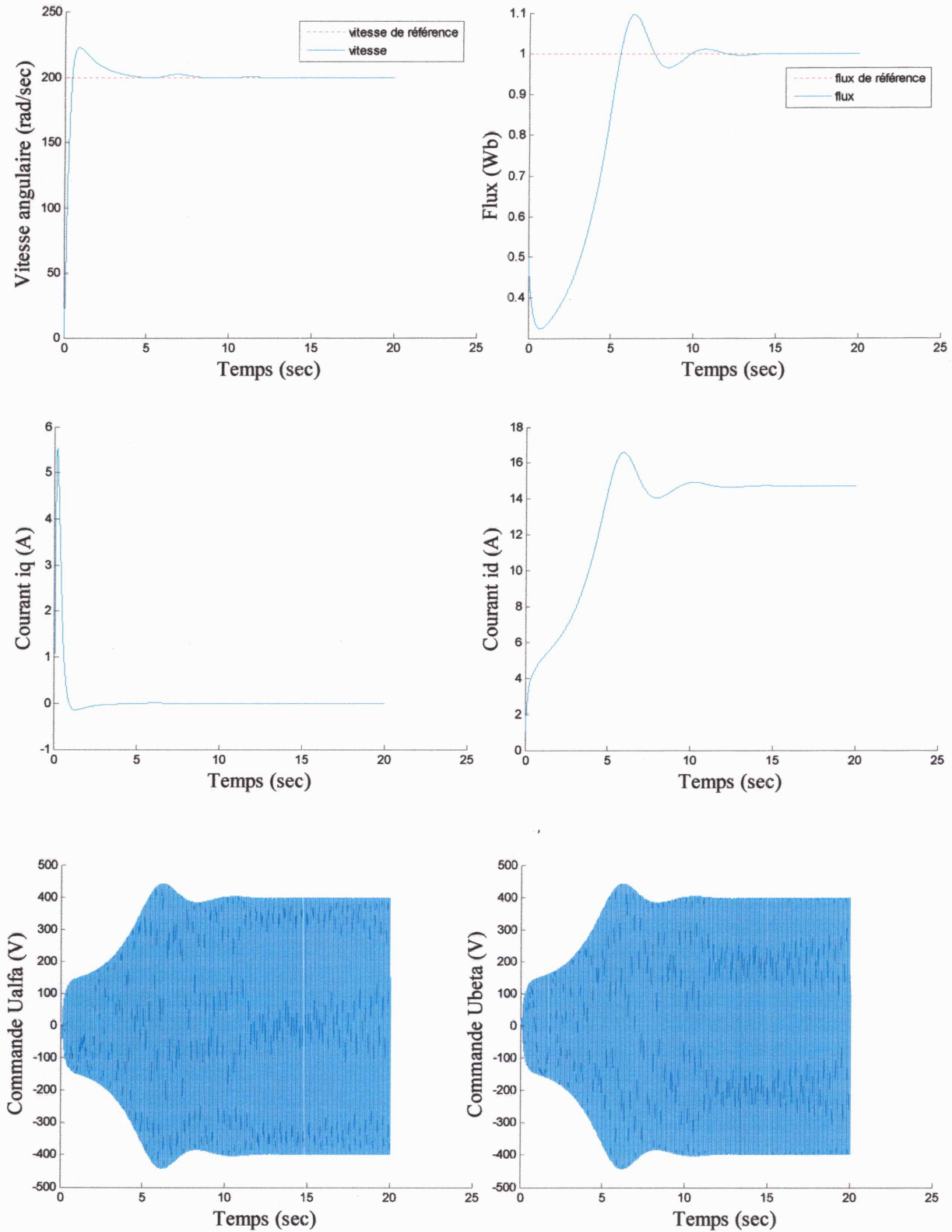


Figure (II.3) : Résultats de simulation commande par backstepping adaptatif de la machine asynchrone avec les paramètres nominaux.

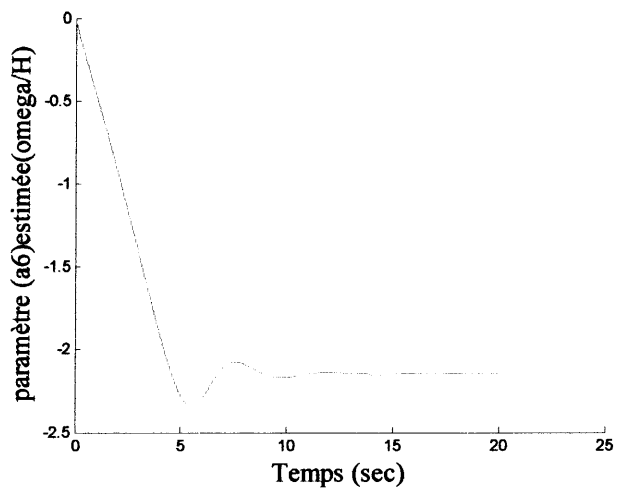
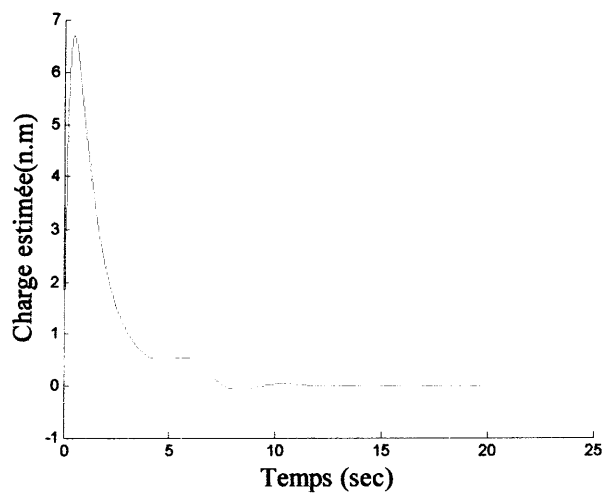
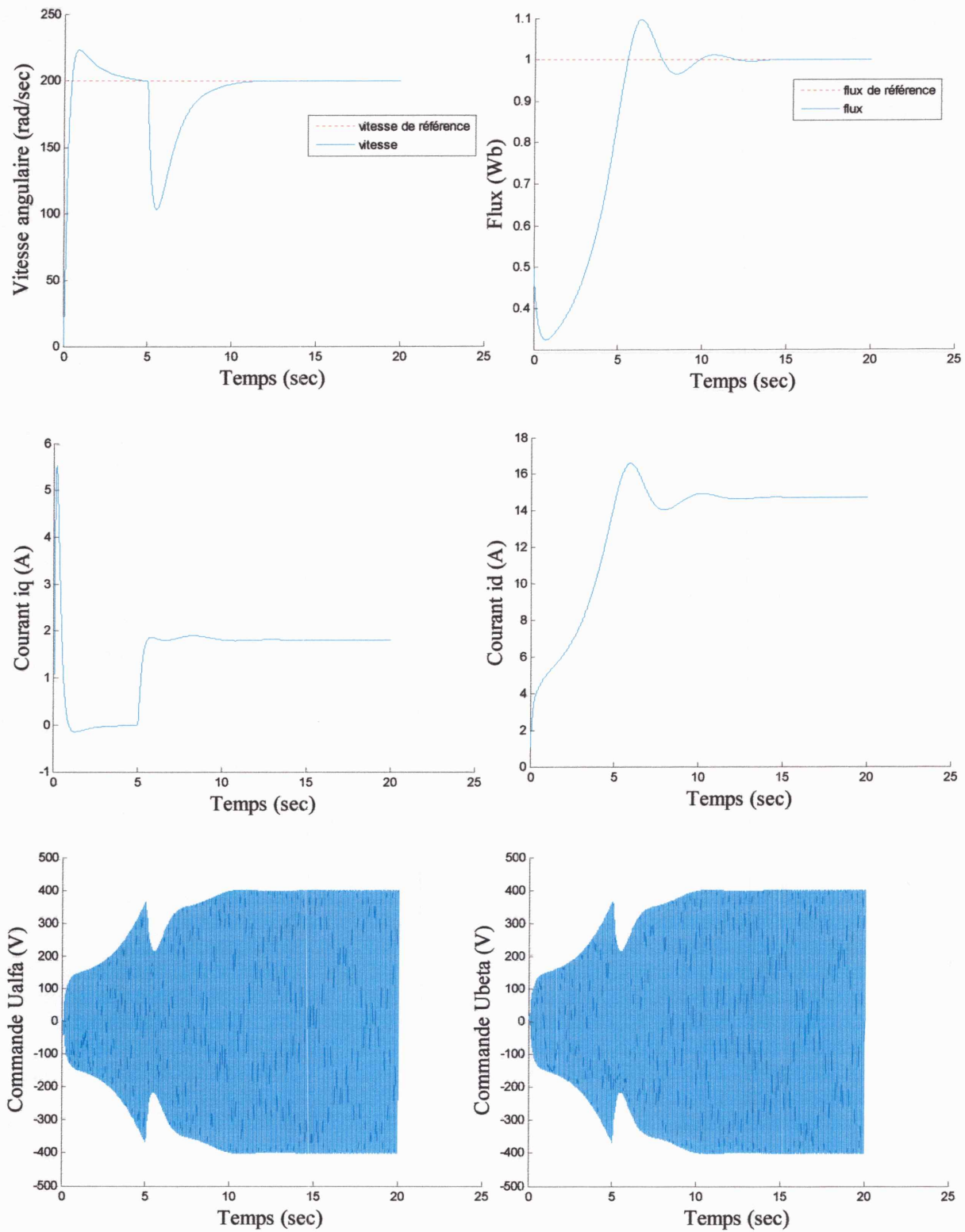


Figure (III.4) : Evolution des estimés de  $T_L$  et  $a_6$ .



**Figure (II.5) :** Résultats de simulation de la commande par backstepping Adaptatif de la machine asynchrone avec introduction de la charge.

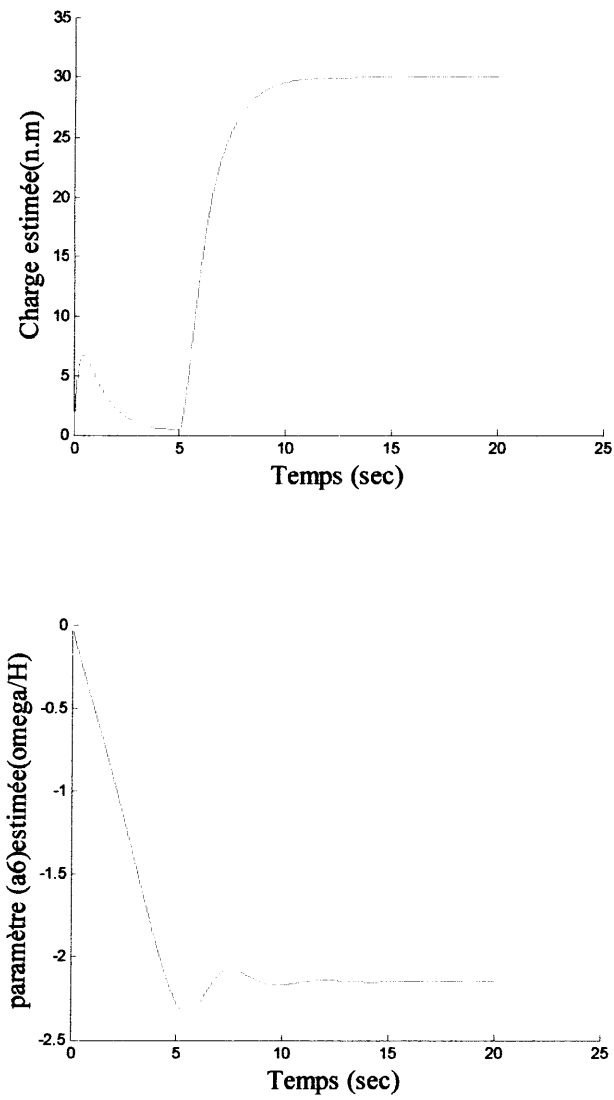
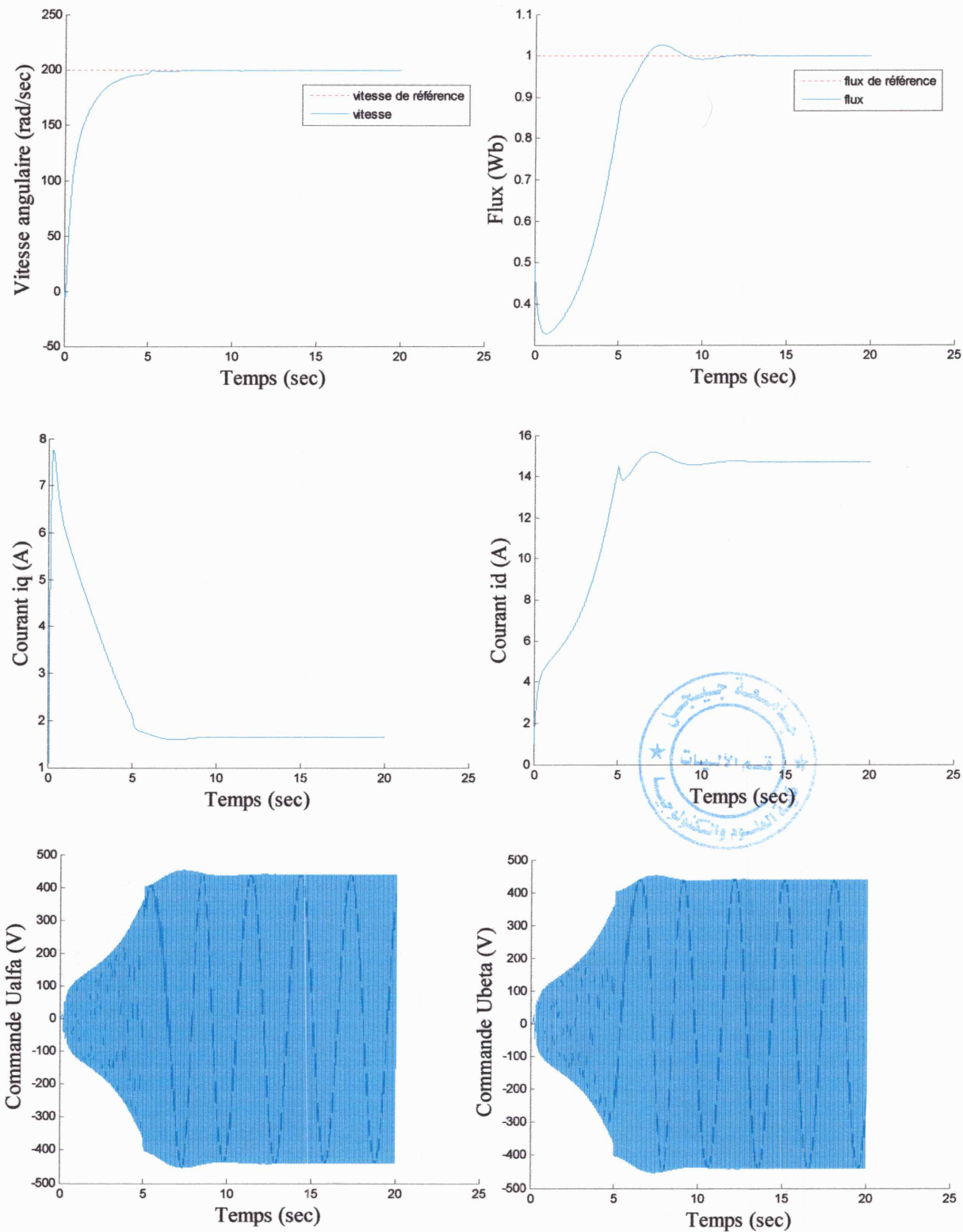


Figure (III.6) : Evolution des estimés de  $T_L$  et  $a_6$ .



**Figure (II.7) :** Résultats de simulation de la commande par backstepping Adaptatif de la machine asynchrone avec charge et variation paramétrique.

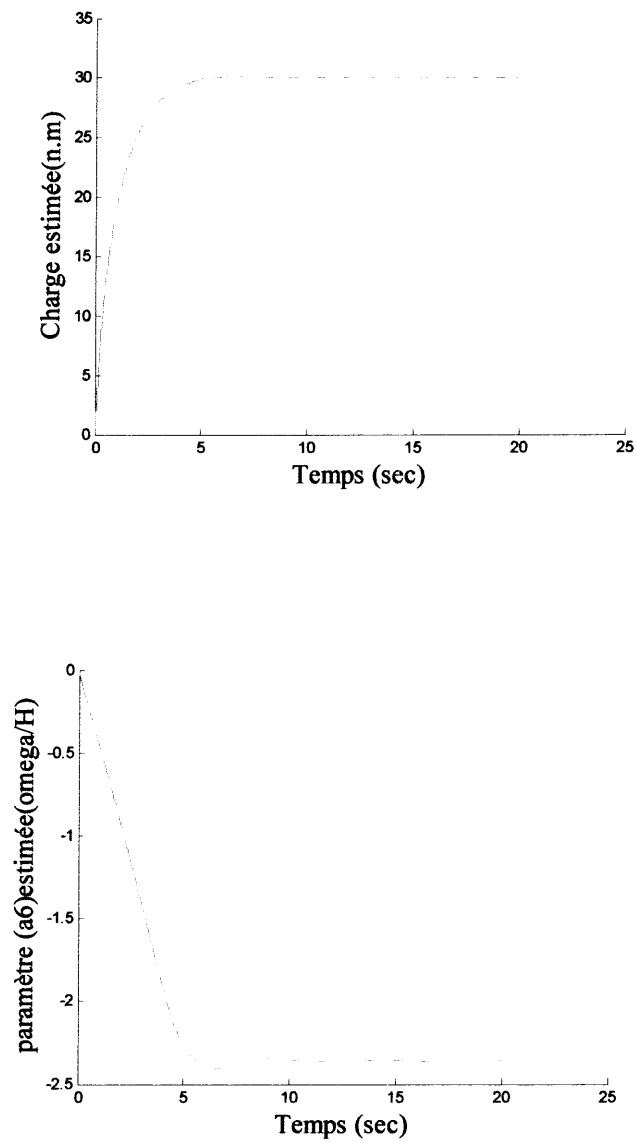
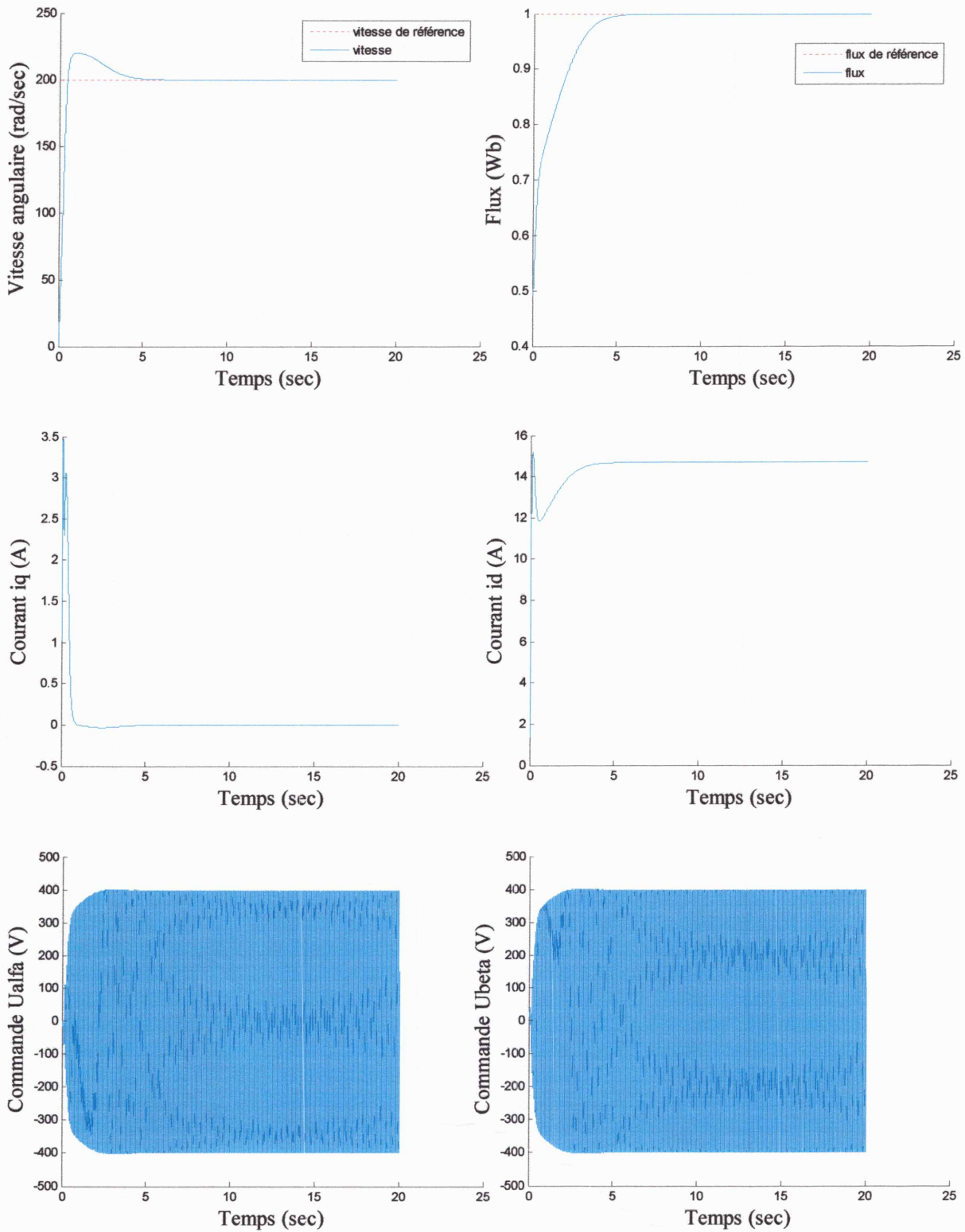


Figure (III.8) : Evolution des estimés de  $T_L$  et  $a_6$ .





**Figure (II.9) :** Résultats de simulation de la commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone avec les paramètres nominaux.

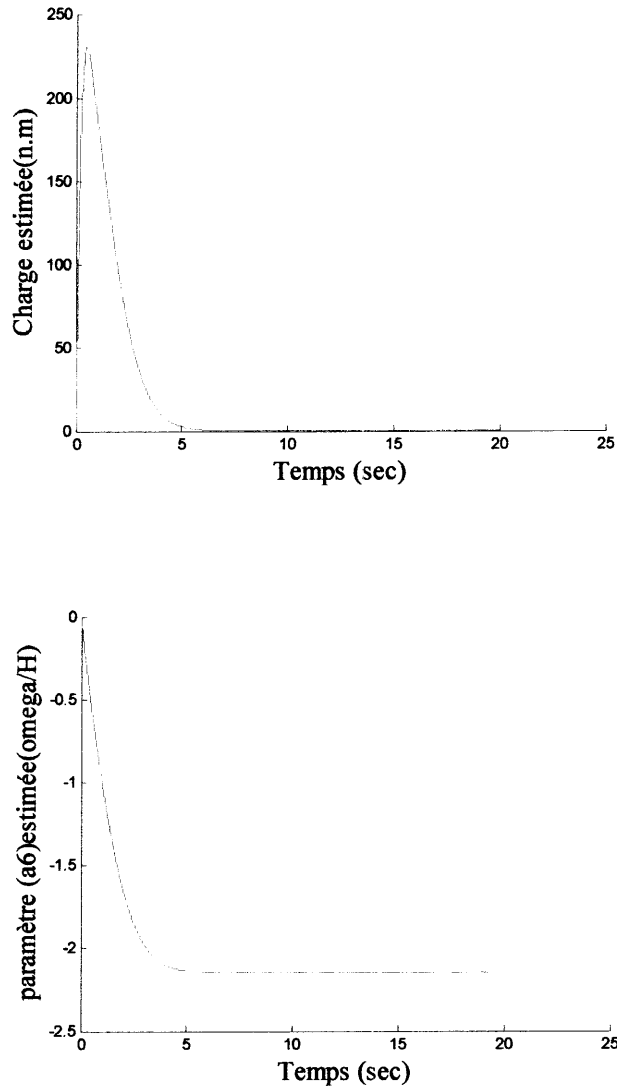
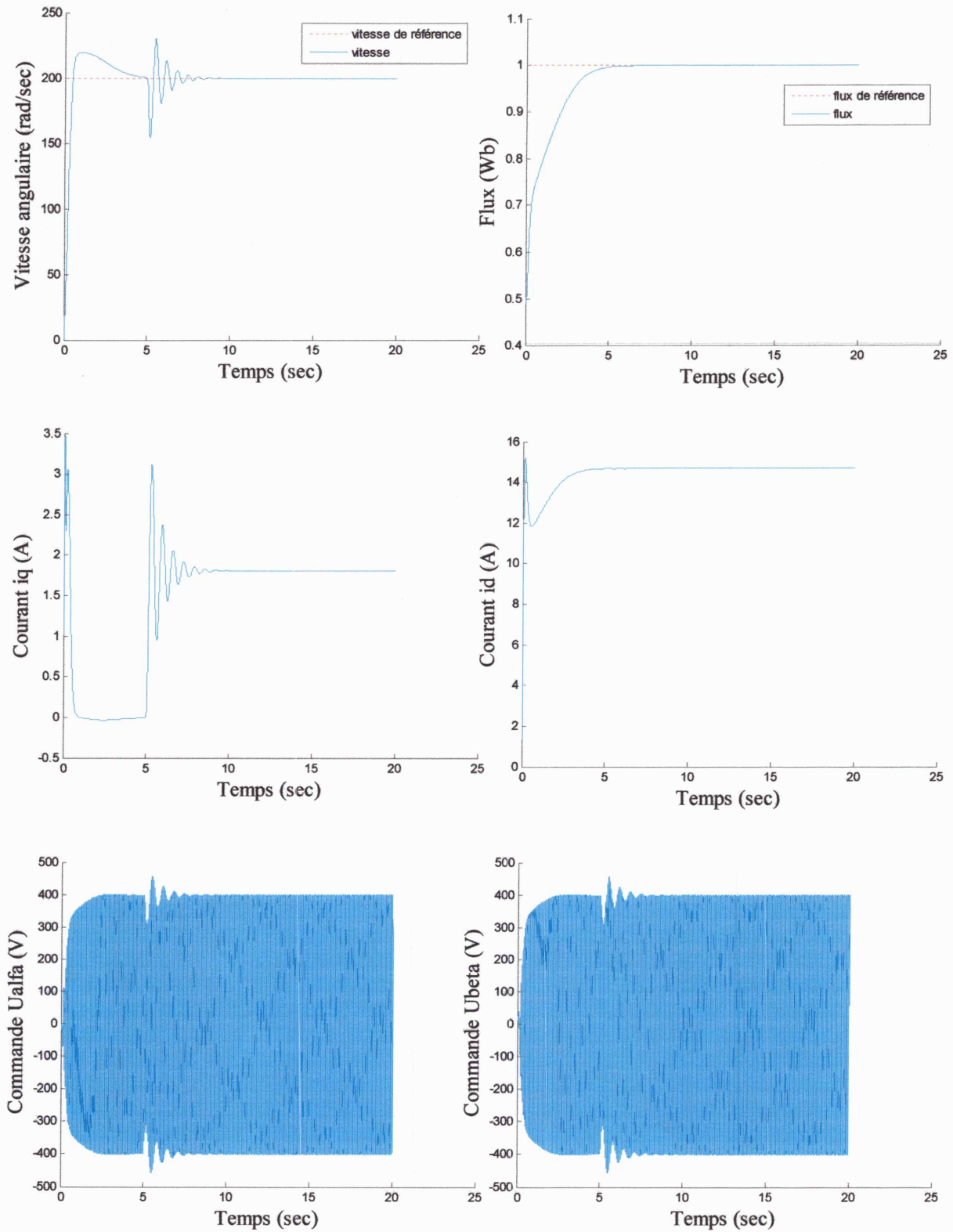


Figure (III.10) : Evolution des estimés de  $T_L$  et  $a_6$ .



**Figure (II.11) :** Résultats de simulation de la commande à surface dynamique adaptative de la machine asynchrone avec introduction de la charge.

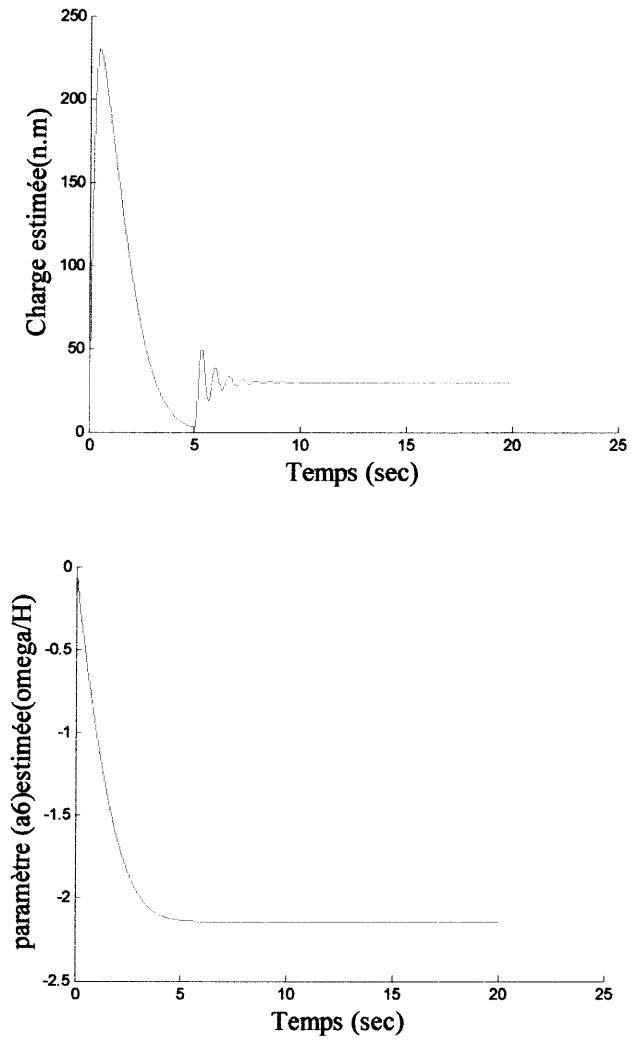
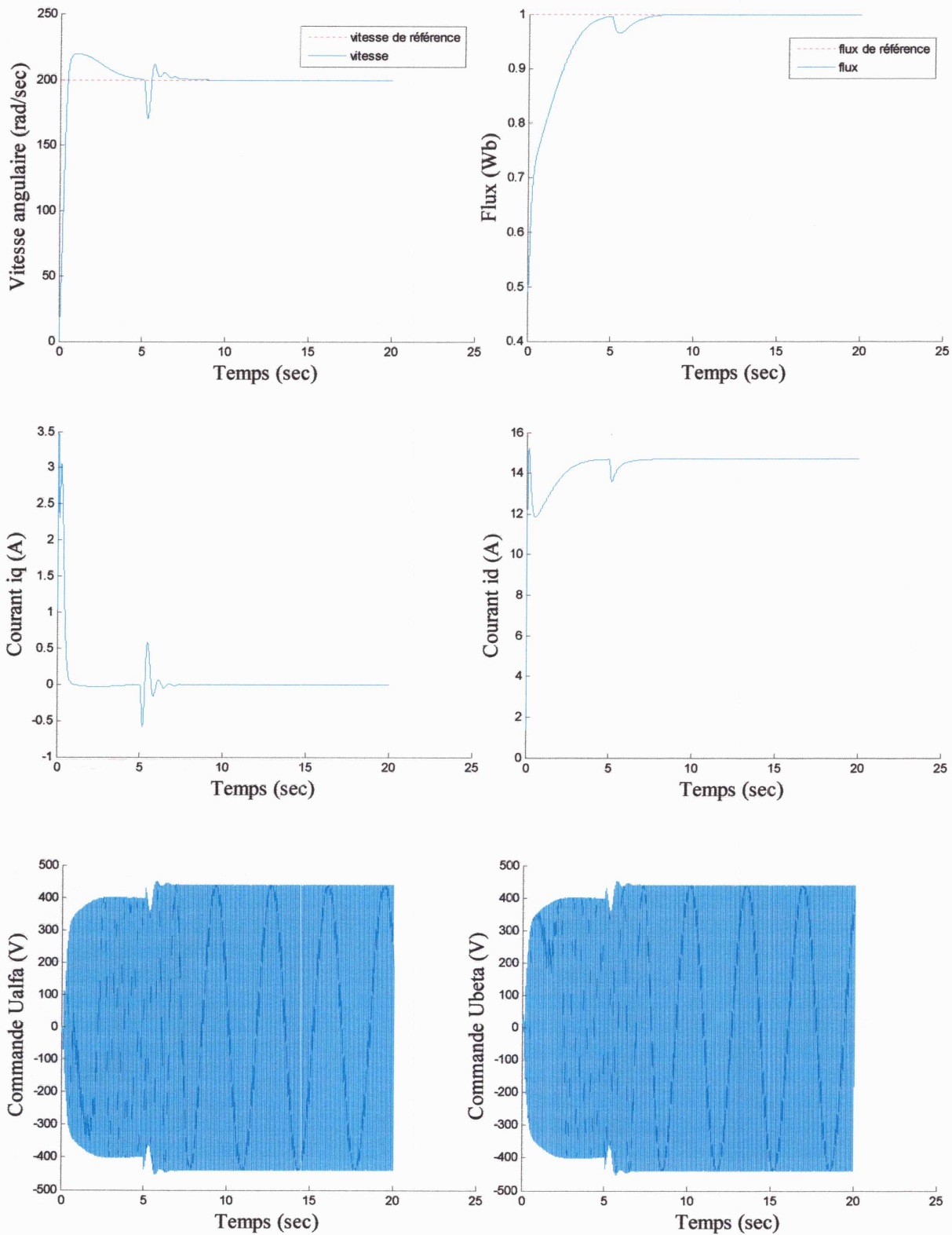


Figure (III.12) : Evolution des estimés de  $T_L$  et  $a_6$ .



**Figure (II.13) :** Résultats de simulation de la commande par surface dynamique adaptative de la machine asynchrone avec variation paramétrique.

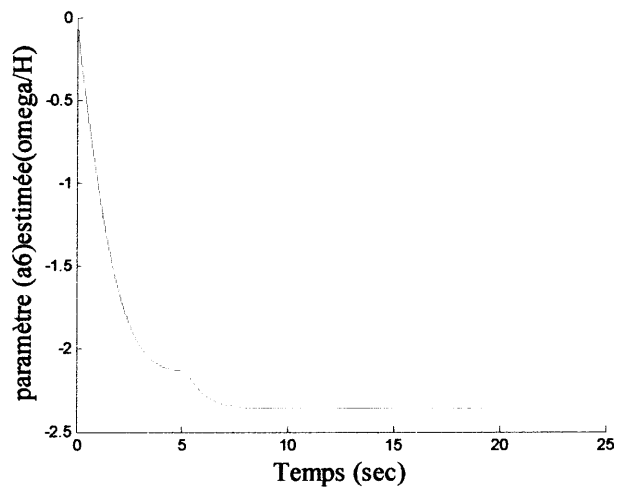
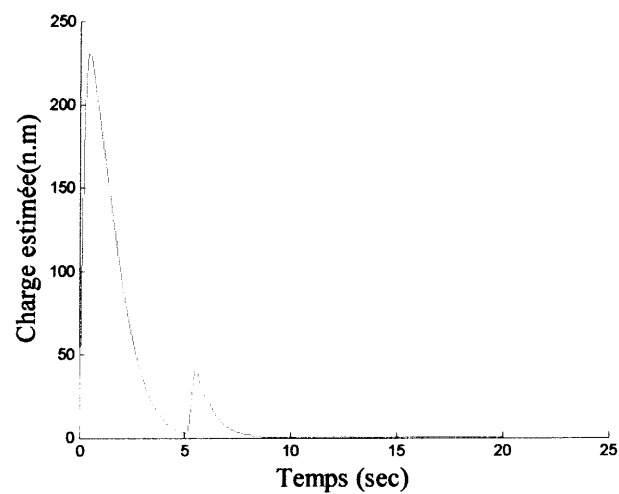


Figure (III.14) : Evolution des estimés de  $T_L$  et  $a_6$ .

### **III.7. Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons montré l'efficacité des commandes par backstepping et la commande à surface dynamique appliquées au modèle de la machine asynchrone. Ces deux approches sont similaires dans les étapes de construction de la commande mais aboutissent à des lois de commande différentes.

Tandis que le backstepping amène généralement à des commandes lourdes et sur-paramétrées mais dont la stabilité est fondée sur la fonction de Lyapunov, la commande à surface dynamique aboutit à des lois de commande courtes et simples, mais dont la stabilité n'est pas garantie.

Enfin, dans l'étude en simulation, les deux approches ont montré leurs efficacités même pour les incertitudes non structurées et ont donné des résultats similaires.

## **Conclusion générale et perspective**

La machine asynchrone est l'un des systèmes les plus utilisés dans le domaine industriel à cause de sa simplicité de conception et d'entretien, sa robustesse ainsi que son faible coût. Toutefois, à la différence de la machine à courant continu, où il suffit de faire varier la tension de l'induit pour varier la vitesse, le moteur asynchrone nécessite l'emploi d'alimentation à tension et fréquence variables. C'est pour cela que la machine asynchrone a été longtemps utilisée à vitesse constante [1]. Il fallait attendre l'apparition de composants modernes de puissance (transistor IGBT, thyristor GTO,...) qui ont permis la conception d'onduleurs à modulation d'impulsion performants qui permettent d'appliquer des lois de commande non linéaire avancées.

Malgré le progrès réalisé, la commande non linéaire des systèmes dynamiques continue de souffrir du manque de résultats pratiques, notamment en ce qui concerne les procédés industriels. Cette contreperformance s'explique par la faiblesse, en termes de stabilité à cause de la nature explosive en temps fini des systèmes non linéaires.

L'apparition de la commande par backstepping, a permis de franchir des pas considérables dans la commande des systèmes non linéaires et a offert la solution qui permet de construire récursivement la loi de commande et la fonction de Lyapunov indépendamment de l'ordre du système et du type des linéarités.

Bien que la commande par backstepping soit très intéressante sur le plan théorique, cette technique reste très lourde d'usage dans la pratique et conduit à des lois de commande complexes, surtout dans sa version adaptative. Afin de résoudre ce problème, une amélioration majeure a été apportée par l'usage de filtres linéaires [12]. Il s'agit de la commande à surface dynamique.

Cette approche offre l'avantage d'être similaire au backstepping et conduit à des contrôleurs dont l'expression est simple. Cependant, ses avantages sont apportés au détriment de la difficulté de trouver les gains du contrôleur et les constantes de temps des filtres pour garantir la stabilité du système.



Dans cette optique, ce mémoire présente une étude de ces deux approches de commande avec leur application au modèle de la machine asynchrone dans le repère tournant avec le champ.

Dans le premier chapitre, on présente brièvement les différents modèles de la machine asynchrone et l'intérêt qu'ils présentent. L'accent est posé sur les modèles biphasés représentés dans des repères tournant et fixe. Le choix de ces représentations permet de modéliser la machine sous forme d'un modèle d'état non linéaire multivariable carré avec comme entrées les tensions statoriques. Le choix des sorties est lié à la nature de l'étude effectuée sur la machine.

L'étude menée dans deuxième chapitre, concerne la théorie et l'application à la machine asynchrone de ces deux approches de commande. A l'issue de cette étude, nous avons constaté la simplicité de l'application de la commande à surface dynamique par rapport au backstepping. Toutefois, on s'est avisé que la commande par surface dynamique ne garantit pas la stabilité de façon naturelle comme le backstepping. Nous étions amenés à analyser la stabilité après avoir synthétiser la loi de commande et nous avons supposé que les non-linéarités du système sont Lipschitziennes.

Le troisième chapitre concerne l'étude et l'application à la machine asynchrone du backstepping adaptatif et de la commande surface à dynamique.

Comme perspective pour des travaux ultérieurs nous suggérons l'utilisation de la commande à surface dynamique avec des filtres non linéaires.

## Annexes

## A. Stabilité au sens de Lyapunov

### A.1. Définitions

#### Stabilité (définition intuitive)

Intuitivement le système est stable, si initialement légèrement perturbé de son point d'équilibre le système revient à ce point d'équilibre.

#### Stabilité selon Lyapunov

Soit un système dont l'état est  $x$  et qui possède la position d'équilibre  $x_e$ . Écarté de cette position, et abandonné à lui-même à  $t = t_0$  avec les conditions initiales  $x_0$ , le système aura comme état  $x(t)$ . On dit que la position d'équilibre est stable si  $\forall R > 0, \exists r > 0$  tel que :

$$\|x_0 - x_e\| < r \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < R \quad (\text{A.1})$$

#### Stabilité locale

Concerne simplement la position d'équilibre considérée, sans rien préjuger sur le domaine de validité de cette stabilité.

#### Stabilité globale

On parle de stabilité globale lorsque le système est stable pour toutes les valeurs que peuvent prendre les variables du système.

#### Région d'attraction

La région autour de la position d'équilibre, à l'intérieur de laquelle toutes les trajectoires approchent le point d'équilibre est appelée région d'attraction ou domaine d'attraction.

### A.2. Première méthode de Lyapunov

Soit à étudier la stabilité d'un système non linéaire  $\sum$  linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

- Si le système linéarisé est asymptotiquement stable, alors  $\sum$  est asymptotiquement stable
- Si le système linéarisé est instable, alors  $\sum$  est instable
- Si le système linéarisé est stable sans l'être asymptotiquement, on ne peut se prononcer.

### A.3. Deuxième méthode de Lyapunov

Cette méthode découle du concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Si le système est conservatif, l'énergie reste constante, pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, il est clair que le système est instable.

L'idée ici est de trouver une fonction  $V(x)$  de signe défini (avec  $V(0) = 0$ ), dans un domaine  $D$  comprenant la position d'équilibre, et dont la dérivée totale par rapport au temps  $\dot{V}$  soit définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre sera asymptotiquement stable dans ce domaine.

## B. Stabilité des systèmes Lipchitziens

Généralement on appelle les systèmes Lipchitziens Les systèmes dynamiques de la forme

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + f(x) \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{B.1}$$

tel que la fonction non linéaire vérifie la condition de continuité de Lipschitz c.-à-d.  $\forall x_1, x_2 \in \mathfrak{R}^n, \exists \lambda$  une constante positive tel que

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq \gamma \|x_1 - x_2\|\tag{B.2}$$

ou encore

$$\|f(x, u)\| \leq \gamma \|x\| \text{ si } f(0) = 0\tag{B.3}$$

La stabilité de cette classe des systèmes non linéaires est relativement simple à analyser, car la norme de la partie non linéaire est bornée par la norme d'un terme linéaire.

Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V = x^T P x\tag{B.4}$$

où  $p$  est matrice symétrique définie positive. La dérivée de  $V$  est donnée par

$$\dot{V} = x^T (A^T P + P A) x + 2x^T P f(x)\tag{B.5}$$

Dans le cas où  $A$  est stable alors il existe une matrice définie positive  $Q$  tel que

$$A^T P + P A = -Q\tag{B.6}$$

La dérivée de  $V$

$$\dot{V} = -x^T Q x + 2x^T P f(x)\tag{B.7}$$

vérifie les' inégalités suivantes :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -x^T Q x + 2 \|x^T P\| \cdot \|f(x, u)\| \\
&\leq -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 + 2 \|x\| \cdot \|P\| \lambda \|x\| \\
&\leq -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 + 2\gamma (\lambda_{\max}(P)) \|x\|^2 \\
&= (-\lambda_{\min}(Q) + 2\gamma \lambda_{\max}(P)) \|x\|^2
\end{aligned} \tag{B.8}$$

où  $\lambda_{\max}$  et  $\lambda_{\min}$  de signent respectivement la plus grande valeur propre et la plus petite valeur propre. Donc la dérivée de  $V$  soit définie négative si

$$\lambda_{\min}(Q) > 2\gamma \lambda_{\max}(P) \tag{B.9}$$

qui est la condition suffisante de la stabilité du système.

**C. Tableau des paramètres de la machine asynchrone [13]**

<b>Paramètre de la machine asynchrone</b>	
Résistance de stator	$R_s = 0.18 \ \Omega$
Résistance de rotor	$R_r = 0.15 \ \Omega$
Nombre de paires de pôles	$n_p = 1$
Inductance de stator	$L_s = 0.0699 \ H$
Inductance de rotor	$L_r = 0.0699 \ H$
Inductance de la mutuelle	$M = 0.068 \ H$
Inertie de rotor	$J = 0.056 \ kgm^2$
Couple de charge	$T_L = 30 \ Nm$

## Les références bibliographiques

- [1] CHEBBI Azeddine, «Commande Backstepping d'une machine asynchrone sans capteur de vitesse» mémoire de magister université de Batna, 2011.
- [2] : Eshbair, Fahed «Modélisation et commande d'un système multi-moteur par la technique de commande backstepping», Mémoire de la maîtrise en génie électrique, Université du Québec, 2005.
- [3] : A. Bouguerne «Diagnostic automatique des défauts des moteurs asynchrones», Mémoire de Magister, université mentouri constantine, 2009.
- [4] : J-P.Caron, J-P. Autier, «Modélisation et commande de la machine asynchrone», Edition Technip, Paris 1995.
- [5] : R. Abdessemed, M. Kadjoudj, «Modélisation des Machines Electriques», presses de l'université de Batna, 1997.
- [6] : H.Tamrabet, «Robustesse d'un contrôle vectoriel de structure minimale d'une MAS» Mémoire de Magister, Université de Batna, 2006.
- [7] : Adel Mrabet, " Commande non linéaire à modèle prédictif pour une machine asynchrone", Thèse de Doctorat, université du Québec, mai 2007.
- [8] : Canudas de Wit, C. «Commande des moteurs asynchrones», Hermès Science Publication, France, 2000.
- [9] : R. Marino, S. Persada, p. Valigi, «Adaptive Input-Output Linearizing control of Induction Motors» IEE transaction on automatic control, Vol.38, No.2, 1993.
- [10] : Bonivento, C. and al. «Implicit fault-tolerant control: application to induction motors », Automatica, 2004.
- [11] : Bongsob Song, J.Karl Hedrik «Dynamic Surface Control of Uncertain Nonlinear Systems; An LMI Approach», Springer-Verlag, 2011.
- [12] : D. Swaroop, and al, «Dynamic surface control for a class of nonlinear systems», IEEE Transactions on Automatic Control, 2000.

- [13] : K. Tigha, M. Zellige, «Commande par Backstepping Adaptatif avec Observateur de Perturbations de la Machine Asynchrone», mémoire d'ingénieur d'état, université de jijel, 2008.
- [14] BENASKEUR A.R, «Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires» Ph.D. Thesis, Université Laval, 2000.
- [15] P. P ATRICK YIP et J. KA RL HEDRICKA « Adaptive dynamic surface control: asimplified algorithm for adaptive backsteppig control of nonlinear systems» INT. J. CONT ROL, VOL. 71, NO. 5, 1998.