

### Remerciements

Langage tout d'abord à Dieu qui ma donné la force Pour terminer ce modeste travail. Je tiens également à remercier **Mrs M.Melit** et **D.Sekki** pour leurs aides, leurs orientations judicieuses, ses conseilles, disponibilités et leurs

encouragements spécialement durant l'année.

Je tien remercier aussi les membres de jury qui nous ont fait l'honneur d'accepter le jugement de notre travail. Que les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Enfin je tien à remercier mes parents et tous ceux qui ont contribués de prés ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail, trouvent ici l'expression de notre profonde gratitude et respects.

Zahir

# Dédicace

Je remercie tout d'abord Dieu, le tout puissant qui m'a facilité le Chemin pour l'accomplissement de ce mémoire. Je dédie ce projet à : En signe de respect et de reconnaissance aux Personnes les plus chères Ma mère et mon père. A ma grand-mère A mes sœurs et mes frères A toute ma grande famille A tous mes amies. A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin, même avec un Simple mot d'encouragement et de gentillesse. A tous ceux qui j'aime et qui m'aiment.

### Zahir

## Sommaire

| So | mm | naire | 2 |
|----|----|-------|---|
|    |    |       | _ |

| Introduction Ge | énérale |
|-----------------|---------|
|                 |         |

### Chapitre I Généralités

| Introduction  |
|---|
| I. La compatibilité électromagnétique                                   |
| II. Emissions des convertisseurs statiques                              |
| II.1. Contenu spectral des signaux de l'électronique de puissance       |
| II.1.1. Onde trapézoïdale 7   |
| II.1.2. Impulsion rectangulaire   |
| III. Classifications des perturbations                                  |
| III.1.Couplage par rayonnement  |
| III.2. Couplage par conduction  |
| III.3. Classification par type de couplage                              |
| III.3.1. Couplage par impédance commune                                 |
| III.3.2. Couplage par diaphonie capacitive                              |
| III.3.3. Couplage par diaphonie inductive                               |
| III.3.4. Couplage par champ électrique 11                               |
| III.3.5. Couplage par champ magnétique 11                               |
| III.4. Classification par mode de propagation 11                        |
| III.4.1. Propagation en mode différentiel                               |
| III.4.2. Propagation en mode commun                                     |
| IV. Les techniques de protection en CEM en électronique de puissance 13 |

### Chapitre II Résolution des équations de maxwell par FDTD

| Introduction 15   |
|---|
| I. Méthode des différences finies FDTD                                    |
| I.1. Principe de la méthode   |
| II. Equations de Maxwell  |
| II.2. Détermination des conditions aux limites                            |
| III. Résolution des équations de Maxwell par FDTD 18                      |
| III.1. Discrétisation spatiotemporel des équations de Maxwell par FDTD 19 |
| III.1.1. La discrétisation spatiale                                       |
| III.1.2. Le cube de Yee 21  |
| III.1.3. Construction du maillage   |
| III.1.4. Discrétisation temporelle  |
| III.1.5. Détermination du critère de stabilité                            |
| III.2. Mise en œuvre de la méthode FDTD                                   |
| III.2.1. Les conditions de frontières                                     |
| III.2.2. Méthode des conditions absorbantes de Mur                        |
| a. Condition absorbante de Mur de premier ordre 27                        |
| III.3. Dispersion numérique   |
| III.4. Application de la méthode FDTD aux convertisseurs de puissance     |
| III.4.1.Traitement des différents éléments du convertisseur               |
| III.4.2. Pistes du circuit imprimé et plan de masse                       |
| III.4.3.Prise en compte du diélectrique                                   |
| III.5. Prise en compte des composants localisés du convertisseur          |
| III.5.1.Cas d'une charge résistive  |

| III.5.2. Source de tension avec sa résistance interne | 33 |
|---|----|
|---|----|

### Chapitre III Applications

| Introduction  | 36 |
|---|----|
| I. Validation   | 37 |
| I.1. Cas de l'interrupteur parfait                      | 37 |
| I.1.1. Circuit sans plan de masse                       | 38 |
| I.1.2. Circuit avec plan de masse                       | 39 |
| II. Etude paramétrique                                  | 40 |
| II.1. Effet du temps de montée du signal d'alimentation | 41 |
| III. Réduction par disposition géométrique              |    |
| III.1. Effet de la disposition des pistes               | 44 |
|   |    |

| Conclusion Générale         | 48 |
|-----------------------------|----|
| Références Bibliographiques | 49 |

# **Introduction Générale**

### **Introduction Générale**

De nos jours, l'intérêt pour la CEM ne cesse de grandir. En effet, de nombreux convertisseurs commutent directement sur le réseau (absorbeur sinusoïdal, convertisseurs pour éclairage, etc.). Le respect des normes CEM requiert alors l'installation des filtres plus complexes, donc volumineux et coûteux. La conception intégrant les critères CEM s'affirme d'autant plus nécessaire.

Le principe de la CEM consiste à permettre le fonctionnement correct et optimal de tout dispositif électrique en présence d'autres, chacun étant en fonctionnement nominal. Autrement dit, c'est le droit pour chacun de « vivre » sans « gêner » son voisin. De cette définition découlent trois pôles d'intérêt : l'étude des sources de perturbations, l'étude des couplages et, enfin, l'étude de l'impact des perturbations sur une « victime », domaine de la susceptibilité électromagnétique.

Actuellement, les convertisseurs de l'électronique de puissance sont très utilisés pour l'alimentation des équipements domestiques et industriels, malheureusement ils se comportent à la fois comme des sources de perturbations conduites à cause de leur caractère non linéaire et comme des sources de perturbations rayonnées car ils peuvent fonctionner à des fréquences relativement élevées.

La diffusion des convertisseurs statiques dans les équipements « grand public » multiplie les sources de pollution. Le problème de la CEM en électronique de puissance va donc consister, en agissant sur les caractéristiques temporelles des signaux, à limiter leur étendue spectrale ou à tenter de confiner dans le convertisseur tous les effets parasites indésirables [1].

Notre travail de master consiste à traiter directement en temporel l'analyse des techniques de réduction du champ électromagnétique par disposition géométrique dans les circuits de l'électronique de puissance, pour ce faire, nous faisons appel à une modélisation en temporel par la résolution des équations de Maxwell par la méthode des différences finies (FDTD), (Finite Difference Time Domain).

Afin de présenter notre travail, nous proposons un mémoire de fin d'études composé de trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré aux généralités, il va permettre de familiariser le lecteur avec l'objet de notre travail. Dans le deuxième chapitre nous présentons avec quelques

détails théoriques le formalisme proposé par K. S. Yee pour la résolution des équations de Maxwell directement en domaine temporel par FDTD, pour la mise en œuvre de la méthode, nous avons pris le soin de compléter ce chapitre par quelques éléments de modélisation importants pour la prise en compte des frontières fermées et des frontières ouverts et la représentation des composantes localisées. Afin de conforter les modèles théoriques que nous avons exposés au chapitre précédent, nous proposons quelques applications portant sur des techniques de réduction du champ électromagnétique par disposition géométrique des pistes. Nous complétons notre travail par une conclusion générale et des perspectives.

## **Chapitre I**

### Généralités

\_\_\_\_

#### Introduction

Dans notre travail de master, nous nous intéressons aux techniques dites par disposition géométrique qui permettent une réduction du champ électromagnétique rayonné par les circuits de l'électronique de puissance.

Dans un circuit de l'électronique de puissance, les pistes traversées par des courants très variables dans le temps deviennent des antennes émettrices d'ondes électromagnétiques dont l'impact indirect sur d'autres dispositifs (couplage électromagnétique) peut entrainer l'apparition de perturbations conduites et rayonnées.

Pour cet objectif, nous abordons ce premier chapitre qui nous permet d'introduire quelques notions utilisables dans ce travail.

Notre mémoire s'inscrit dans un thème de compatibilité électromagnétique, ceci nous a conduites à définir quelques notions s'y rapportant.

#### I. La compatibilité électromagnétique

Un appareil ou un système électrique ou électronique sera compatible du point de vue électromagnétique avec son environnement proche ou lointain, si son fonctionnement n'est pas altéré par les perturbations électriques et magnétiques générées par ce dernier. Réciproquement, l'environnement ne doit pas être perturbe par l'appareil ou le système. Si tout fonctionne correctement, il y a compatibilité électromagnétique (CEM).

Dans l'absolu, il existe toujours un niveau de perturbation électromagnétique émis par l'appareil ou l'environnement, il devra alors être inferieur à un certain seuil prédéfini par les normes de compatibilité électromagnétique.

De même, l'appareil ou le système devra présenter un certain seuil d'immunité intrinsèque, c'est-a-dire tolérer sans dysfonctionnement un niveau minimum de perturbation.

Les études en CEM comprennent donc [1]:

- la recherche des sources de perturbations et leur caractérisation ;

- l'analyse des modes de transmission (couplage) ;

- la quantification des niveaux des perturbations ;

- l'étude des techniques et stratégies de réduction des perturbations émises ;

- la recherche de techniques et de stratégies de protection contre les perturbations;

#### II. Emissions des convertisseurs statiques

Le principe même de l'électronique de puissance est d'assurer une transformation de l'énergie électrique par découpage à des fréquences usuellement de 100 Hz à quelques centaines de kHz.

Les (di/dt) vont créer des impulsions brèves de tensions aux bornes des inductances parasites ou de connexions et, par suite, perturber par couplage dit par *impédance commune* les circuits sensibles utilisant les mêmes conducteurs dénommes bus de puissance.

Les (dv/dt) vont créer des impulsions très brèves de courant dans les capacités parasites diverses (*couplage carte a châssis* par exemple) et occasionner, de même que précédemment, des perturbations dans les cartes de contrôle-commande.

Les convertisseurs sont donc à la fois agresseurs et victimes :

Agresseurs principalement par les phénomènes lies aux commutations de la structure de puissance.

Victimes parce que leur carte de contrôle-commande, généralement numérique ou hybride, est auto perturbée par la partie puissance.

Les signaux numériques des cartes de contrôle-commande seront décomposes en séries de Fourier de manière, en appliquant des formules convenables, a évaluer le risque par rang d'harmonique afin de proposer une solution d'immunité en compatibilité électromagnétique.

#### II.1. Contenu spectral des signaux de l'électronique de puissance

En électronique de puissance, deux types de signaux de commandes sont généralement considères ; il s'agit du signal trapézoïdal et du signal rectangulaire.

#### II.1.1. Onde trapézoïdale

L'onde a prendre en référence (figure I.1), pour les tensions et les courants est le train d'impulsions trapézoïdales dissymétriques qui correspond a des signaux en commutation de période T, avec un temps de montée  $t_r$  et un temps de descente  $t_f$ .



Figure I.1. Onde trapézoïdale de référence

L'expression mathématique de l'amplitude en valeur efficace réduite de son harmonique de rang n est :

$$\frac{S_n}{M} = \sqrt{2\alpha} \left| \frac{\sin n\delta_r \pi}{n\delta_r} \right| \times \left| \frac{\sin[\alpha + 0.5(\delta_r - \delta_f)]n\pi}{[\alpha + 0.5(\delta_r - \delta_f)]n\pi} \right| \times \left| \frac{\sin(\delta_f - \delta_r)n\pi}{(\delta_f - \delta_r)n\pi} \right|$$
(I.1)

Avec :

$$\alpha = \frac{t_M}{T} + \frac{t_r + t_f}{2T} \qquad \qquad \delta = \frac{t_r + t_f}{2T} \qquad \qquad \delta_r = \frac{t_r}{T} \qquad \qquad \delta_f = \frac{t_f}{T}$$

Dans le cas particulier de l'impulsion trapézoïdale symétrique  $(t_f=t_r)$ , l'expression mathématique de l'harmonique de rang *n* s'écrit alors :

$$\frac{S_n}{M} = \sqrt{2\alpha} \left| \frac{\sin n\delta\pi}{n\delta\pi} \right| \times \left| \frac{\sin n\delta\pi}{n\delta\pi} \right|$$
(I.2)

Le tracé de l'enveloppe correspondante qui est le lieu des maximums de la fonction S(n)en fonction du rang d'harmoniques est donne en figure I.2.



Figure I.2. Spectre d'un signal trapézoïdal symétrique.

#### **II.1.2.** Impulsion rectangulaire

C'est le signal type des cartes numériques de contrôle-commande des convertisseurs, ou de l'onde de sortie idéale d'un hacheur (figure I.3).



Figure I.3. Impulsion rectangulaire.

L'expression mathématique de l'amplitude en valeur efficace réduite de l'harmonique de rang n est exprimée comme suit:

$$\frac{S_n}{M} = \frac{\sqrt{2}}{n\pi} |\sin n\alpha\pi| \tag{I.3}$$

L'allure de l'amplitude des harmoniques et leur enveloppe correspondante sont donnes en figure (I.4).



Figure I.5. Décomposition d'un problème d'interférence électromagnétique

**III.1.Couplage par rayonnement** : champ électrique, champ magnétique, champ électromagnétique;

**III.2.** Couplage par conduction : transmission du signal par un conducteur (n'importe quel conducteur, et pas nécessairement un morceau de fil destiné à conduire de courant électrique : un tuyau de climatisation fait parfaitement l'affaire).

#### **III.3.** Classification par type de couplage

On appelle couplage le processus par lequel l'énergie du perturbateur atteint la victime. Chaque fois que l'on parle de courant, de tension ou de champ, on n'oubliera pas qu'il s'agit de grandeurs électriques variables dans le temps.

#### III.3.1. Couplage par impédance commune

Le circuit électrique du perturbateur possède dans ce cas une impédance commune avec le circuit électrique de la victime. Aux bornes de cette impédance commune se trouve une tension générée par le courant passant dans le circuit perturbateur. Comme cette impédance est également présente dans le circuit de la victime, cette victime subite cette tension parasite. **Exemple :** deux appareils sont branchés sur le réseau 230 V : un perturbateur qui génère des tensions parasites sur la tension du réseau, et une victime qui utilise la tension du réseau, et qui récupère en même temps cette tension parasite.

#### III.3.2. Couplage par diaphonie capacitive

Dans ce cas, il existe sur un circuit perturbateur une tension susceptible de produire des perturbations (figure I.6).



Figure I.6. Couplage par diaphonie capacitive

Il existe aussi une capacité entre ce circuit perturbateur et un autre circuit, qui sera la victime. Par cette capacité, de l'énergie électrique perturbatrice atteint le circuit victime.

#### III.3.3. Couplage par diaphonie inductive

Dans ce cas, il existe dans le circuit perturbateur un courant susceptible de produire des perturbations (figure I.6).



Figure I.7. Couplage par diaphonie inductif.

À proximité de ce circuit se trouve un circuit victime. Le courant du conducteur du circuit perturbateur produit autour de lui un champ magnétique. Ce champ magnétique induit un courant dans le circuit victime.

#### III.3.4. Couplage par champ électrique

Ce couplage est aussi appelé couplage champ à fil. C'est un champ électrique incident qui va produire une perturbation sur un circuit victime. Remarquons tout de suite que le couplage capacitif cité plus haut est de même nature, puisque la capacité de couplage amène des lignes de champ sur la victime. La différence ici, c'est que le perturbateur est plus éloigné: Au lieu d'identifier le perturbateur lui-même, on identifie le champ électrique qui en est issu.

**Exemple** : le champ électrique d'impulsion issu d'une bougie d'allumage de moteur atteint l'antenne d'un récepteur autoradio.

#### III.3.5. Couplage par champ magnétique

Ce couplage est aussi appelé couplage champ à boucle. C'est un champ magnétique, issu d'un perturbateur, qui traverse un circuit victime, et induit donc dans ce circuit une tension parasite. Remarquons là aussi que ce couplage est de même nature que le couplage inductif cité plus haut...Au lieu d'identifier le perturbateur lui-même, on identifie le champ magnétique qu'il a généré.

**Exemple:** un coup de foudre à proximité de la victime. La foudre est une décharge électrostatique caractérisée par un courant de plusieurs dizaines de milliers d'ampères, et de temps de montée de l'ordre de la microseconde. La tension induite dans une boucle est donc importante du fait de la variation importante de l'intensité du courant, mais aussi de la rapidité de la montée de ce courant.

#### III.4. Classification par mode de propagation

On entend parler très souvent des deux modes de propagation: le mode différentiel et le mode commun. On aurait pu inclure ces deux définitions dans les modes de couplages, mais l'importance de ces deux termes, notamment le mode commun, mérite qu'on les définisse avec précision.

#### III.4.1. Propagation en mode différentiel

Soient deux conducteurs connectés à un appareil électrique ou électronique. On dit qu'une tension est appliquée en mode symétrique (ou différentiel) à cet appareil si la tension est présentée entre les deux conducteurs. Par exemple, la tension d'alimentation du secteur est

#### Chapitre I

appliquée en mode différentiel. Ou bien encore la tension présente sur une paire de fils téléphoniques. Si on considère le câble constitué par l'ensemble des deux conducteurs, la somme algébrique des courants dans ce câble est nulle, puisqu'il y a un courant « aller » dans le premier conducteur, et un courant « retour » de même intensité, mais opposé, dans le second conducteur.



Figure I.8. Mode différentiel

Pour éviter les problèmes de CEM, il suffit que les deux conducteurs soient suffisamment proches.

#### III.4.2. Propagation en mode commun

Soit un câble (constitué de plusieurs conducteurs) connecté à un appareil électrique ou électronique. Supposons que des champs électromagnétiques extérieurs induisent un courant parasite dans l'ensemble des conducteurs de ce câble. Ce courant entre dans l'appareil victime par ce câble. Remarquons que dans le mode différentiel, il existait dans le câble un conducteur pour le courant « aller » et un conducteur pour le courant « retour ». Ce n'est pas le cas ici : le champ électromagnétique a induit des courants en phase dans tous les conducteurs du câble.



Figure I.9. Mode commun

Comme il n'y a pas de conducteur de retour de ce courant dans ce câble, il faut se poser la question de savoir par quel chemin le courant de mode commun va se refermer, puisque en principe, un courant parcourt un circuit fermé...

Puisque ce courant est « entré » dans l'appareil, il va nécessairement ressortir de l'appareil :

- par d'autres câbles de l'appareil, s'ils existent.

- par un conducteur de « terre », s'il existe.

- par la capacité entre l'appareil et la « terre », qui existe toujours.

Ce courant, via ces trois chemins possibles va finir par retourner « à la terre ». Il va alors circuler dans la terre, et va revenir pour boucler le circuit, en principe jusqu'à l'autre extrémité du câble considéré. L'extrémité du câble sera l'appareil d'où provenait le câble, par exemple son alimentation, etc. Le circuit est ainsi bouclé.

Ce courant est dit « de mode commun ». Son circuit peut être très grand :

- en longueur, car le câble peut venir de loin.

- en largeur, car le câble peut être haut par rapport au sol.

Donc la surface de ce circuit peut être grande, il en résulte :

- le flux du champ magnétique traversant ce circuit peut être grand,

- la ddp entre les éléments de ce circuit peut être élevée.

Il en résulte que des perturbations extérieures peuvent créer des courants importants dans ce circuit et perturber l'appareil (appareil victime). En effet, ce courant perturbateur qui entre dans l'appareil va, si rien n'est fait, traverser la carte électronique et perturber les circuits électroniques qu'elle comporte.

#### IV. Les techniques de protection en CEM en électronique de puissance

L'amélioration de la compatibilité électromagnétique agit de la cote des sources en tentant de réduire les perturbations qu'elles émettent ; c'est le but même de notre travail où nous proposons une action par disposition géométrique afin de réduire le champ électromagnétique émis par le convertisseur, de la cote des victimes en les protégeant des influences extérieures. Bien qu'il s'agisse à première vue de deux approches distinctes, on met en œuvre, dans la pratique, des techniques apparentées. Nous avons vu qu'une source de perturbation atteignait sa victime par le biais d'un couplage. C'est à ce niveau qu'il faut agir. On a recours pour cela à des dispositifs de découplage, terme qui existait bien avant que la compatibilité électromagnétique ne figure au vocabulaire.

X

### **Chapitre II**

# **Résolution des équations de Maxwell par FDTD**

#### Introduction

L'objectif de ce travail est l'analyse des techniques de réduction du champ électromagnétique par disposition géométrique dans les circuits de l'électronique de puissance.

Dans ce chapitre, après un bref aperçu sur la compatibilité électromagnétique et les différents modes de couplage, nous donnons les différents éléments théoriques que nous avons utilisés pour le calcul du champ électromagnétique, le concept que nous avons utilisé est basé sur la résolution des équations de Maxwell par FDTD, pour mettre en exergue notre démarche nous détaillons le principe de la discrétisation spatiale et temporelle des équations de Maxwell, nous donnons aussi quelques notions sur les conditions absorbantes ainsi que la prise en compte des différents éléments d'un circuit électrique

#### I. Méthode des différences finies FDTD

La méthode des différences finies dans le domaine temporel est une méthode numérique basée sur la discrétisation en temps et en espace. Cette technique numérique appliquée à la résolution des équations de Maxwell offre plusieurs avantages malgré sa mise en œuvre assez délicate et sa consommation d'un temps de calcul important.

De ce fait, Elle est très utilisée pour le traitement des problèmes de compatibilité électromagnétique (CEM).

#### I.1. Principe de la méthode

La méthode des différences finies dans le domaine temporel ou FDTD (Finite Differences Time Domain) est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temps.

Dans notre travail, nous avons choisi la simulation dans le domaine temporel, selon la méthode des différences finies, car elle a l'avantage de permettre une caractérisation dans une large bande de fréquence d'une structure en une seule simulation.

L'application de cette méthode aux équations de Maxwell dans l'espace libre a été introduite pour la première fois par K. S. Yee en 1966 [3], elle consiste à approcher les dérivées partielles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées. Le schéma proposé par K. S. Yee permet de surmonter la difficulté due à la dépendance simultanée du champ électrique E et du champ magnétique H entre eux.

Plus tard, en 1975, le schéma de K. S. Yee [3] a été généralisé par A. Taflove [4] par l'introduction des termes de conductivité électrique et magnétique autorisant le traitement des pertes.

Nous allons tout d'abord examiner dans ce chapitre, les principaux points clés de la méthode FDTD : la discrétisation des équations de Maxwell aux sens des différences finies centrées, le critère de stabilité et la dispersion numérique due au maillage spatial...

#### **II.** Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont à la base de l'électromagnétisme. Elles traduisent sous forme locale différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) qui régissaient l'électromagnétisme avant que Maxwell ne les réunisse sous forme d'équation intégrale. Ces équations montrent notamment qu'en régime stationnaire, les champs électrique et magnétique sont indépendants l'un de l'autre, alors qu'ils ne le sont pas en régime variables. Dans le cas le plus général, il faut donc parler du champ électromagnétique, la dichotomie électrique et magnétique étant une vue de l'esprit. En l'absence d'un courant d'excitation et des courants d'aimantation, les équations de Maxwell dans un milieu conducteur sous forme locale (II.1 à II.4) :

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial \vec{t}}$$
 (Maxwell-Faraday) (II.1)

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \vec{t}}$$
 (Maxwell- Ampère) (II.2)

$$\nabla . D = \rho$$
 (Maxwell- Gauss) (II.3)

$$\nabla . \vec{B} = 0$$
 (Conservation du flux) (II.4)

Elles sont aussi exprimés forme intégrale (II.5 à II.8) sont données par les expressions suivantes :

$$\oint_C \vec{E}.\vec{d}l = -\int_c \frac{\partial B}{\partial \vec{t}}.\vec{d}s \tag{II.5}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot \vec{dl} = \int_s \left( \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \vec{t}} \right) \cdot \vec{ds}$$
(II.6)

$$\oint_{sp} \vec{D}.\vec{ds} = Q \tag{II.7}$$

$$\oint_{sp} \vec{B}.\vec{ds} = 0 \tag{II.8}$$

Ou :  $\rho$  et Q sont respectivement la densité volumique de charge libre et la charge embrassée par la surface fermée.

Les relations constitutives d'un milieu Linéaire, Homogène et Isotrope (LHI) sont :

$$D = \varepsilon \vec{E} \tag{II.9}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{II.10}$$

$$\vec{j}_c = \sigma \vec{E} \tag{II.11}$$

Où :  $\mu$ ,  $\sigma$  et  $\varepsilon$  sont respectivement la perméabilité, la conductivité et la permittivité du milieu.

#### II.1. Détermination des conditions aux limites

Pour la résolution des équations de Maxwell, il est nécessaire d'exprimer les conditions de passage entre les différents milieux du problème considéré. Dans notre étude, les problèmes que nous traitons (convertisseur de puissance) comportent généralement différents milieux de propriétés physiques différentes, ce qui nous impose la nécessité d'exprimer les conditions de passage aux interfaces ; on obtient ces relations en intégrant les équations aux dérivées partielles (II.1-II.4) sur une surface ou un volume et en faisant usage de relations intégrales (II.5-II.8), après quelques manipulations nous obtenons :

• Conditions sur les composantes tangentielles

$$H_{t1} - H_{t2} = Js \tag{II.12}$$

C'est la condition de passage pour les composantes tangentielles du champ magnétique.

$$E_{t1} - E_{t2} = 0 \tag{II.13}$$

Cette équation exprime la continuité de la composante tangentielle du champ électrique lors du passage à travers l'interface entre les deux milieux.

Conditions sur les composantes normales

$$B_{n1} - B_{n2} = 0 \tag{II.14}$$

Cette équation indique que la composante normale du champ magnétique est continue en passant d'un milieu à l'autre à travers l'interface [5].

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s \tag{II.15}$$

La composante normale du vecteur déplacement électrique D est discontinue lorsqu'il y a une densité de charge surfacique libre ( $\rho_s$ ) à l'interface entre les deux milieux.

#### III. Résolution des équations de Maxwell par FDTD

Le traitement des problèmes électromagnétiques a débuté par la résolution des équations de Maxwell en régime quasi-statique dans le domaine fréquentiel, les solutions analytiques sont à la base des principales approches utilisées.

Dans quelques cas de dispositifs électromagnétique, dont la géométrie est susceptible d'être simplifier et présentant des symétries physiques, il est possible de proposer une solution analytique des équations de Maxwell. Malheureusement ce genre de situation est assez rare et une solution analytique est souvent trop laborieuse.

Les limites de la méthode intégrale pour la résolution des équations de Maxwell ont poussé vers le développement d'une autre approche pour la résolution des équations de Maxwell directement en domaine temporel. La méthode des différences finies « Finite Différences Time Domain » (FDTD), originellement introduite par K. S. Yee [3] est devenue l'objet de plusieurs travaux de développement suite à ses capacités remarquables.

Cette technique approchée, dite par différences finies, modifie les conditions aux limites, mais également les équations à résoudre : dans toute les équations considérées (Laplace ou Maxwell), on remplace les dérivées par des différences finies c'est-à-dire qu'on ne fait pas tendre la distance entre deux point vers zéro quand on effectue la dérivation.

#### III.1. Discrétisation spatiotemporel des équations de Maxwell par FDTD

Le point de départ de la méthode des différences finies est la forme différentielle des équations de Maxwell (II.16) et (II.17).

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial \vec{t}}$$
 (Maxwell-Faraday) (II.16)

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial D}{\partial \vec{t}}$$
 (Maxwell- Ampère) (II.17)

Dans un milieu linéaire, homogène, isotrope caractérisé par  $\mu$ ,  $\varepsilon$  et  $\sigma$  en l'absence de densité de charge et de courant d'excitation, nous avons :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \tag{II.18}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{II.19}$$

$$\vec{J}_t = \vec{J}_C + \vec{J}_D \tag{II.20}$$

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \tag{II.21}$$

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{II.22}$$

Dans un système de coordonnées cartésiennes, les équations rotationnelles de Maxwell (II.16) et (II.17) fournissent six équations aux dérivées partielles, comportant les six composantes des champs électrique et magnétique [6].

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right)$$
(II.23)

$$\frac{\partial E_{y}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_{x}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z}}{\partial x} - \sigma E_{y} \right)$$
(II.24)

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right)$$
(II.25)

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right)$$
(II.26)

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \tag{II.27}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right)$$
(II.28)

Pour implémenter ces équations dans le programme de calcul, on doit donc les discrétiser à partir de l'approximation des déférences finies à point centré.

#### **III.1.1.** La discrétisation spatiale

Abordons maintenant la façon de discrétiser les six équations de Maxwell. Pour cela, nous considérons l'une des six équations de Maxwell :

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right)$$
(II.29)

Dans le calcul de  $H_y$ , on fait intervenir la dérivée partielle de  $E_x$  par rapport à z, donc d'après la définition de la dérivée centrée, le point où l'on calcule  $H_y$  doit se trouver au milieu d'un segment parallèle à l'axe Oz, ayant comme extrémités deux points où  $E_x$  est connu. De même, le calcule de  $H_y$  fait intervenir la dérivée partielle de  $E_z$  par rapport à x. Donc le point où l'on calcule  $H_y$  se trouve également au milieu d'un segment parallèle à Ox ayant pour extrémités deux points où  $E_z$  est connu. En conséquence  $H_y$  représentée sur la figure (II.1), doit se trouver au milieu des deux points  $E_x$  et des deux points  $E_z$ .

Notons que les valeurs du champ électrique et du champ magnétique seront calculées en différents points du maillage. Elles seront respectivement appelées nœuds électriques et nœuds magnétiques.



Figure II.1. Circulation du champ E autour de H



Figure II.2. Disposition des nœuds électrique et des nœuds magnétiques dans le plan.

On vient de voir que les nœuds  $H_y$  doivent se trouver entre deux nœuds  $E_x$  et entre deux nœuds  $E_z$ , de même les nœuds  $H_x$  doivent se trouver entre deux nœuds  $E_z$  et entre deux nœuds  $E_y$  (équations (II.26) à (II.28)). Selon les équations (II.23) à (II.28), on constate également que le nœud Ey, représenté sur la figure (II.3), doit se trouver entre deux nœuds  $H_x$  et entre deux nœuds  $H_z$ . Les nœuds  $E_x$  doivent se trouver entre deux nœuds  $H_y$  et entre deux nœuds  $H_z$ . Les nœuds  $E_z$  doivent se trouver entre deux nœuds  $H_y$ .



Figure II.3. Circulation du champ H autour de E

L'arrangement des nœuds électriques et magnétiques doit donc respecter toutes ces conditions, et conduit au schéma de la maille de K. S. Yee [3].

#### III.1.2. Le cube de Yee

Pour implémenter les équations de Maxwell dans un programme de calcul par la méthode numérique dite FDTD, nous utilisons une discrétisation en carrés ou en cubes. L'espace est découpé en cubes, introduits par K. S. Yee [3] comme celui présenté en (figure II.4).



Figure II.4. Cellule élémentaire de Yee.

Pour indiqué la position selon (x, y, z), K. S. Yee [3] propose la notation suivante : (i, j, k) = (i $\Delta$ x, i $\Delta$ y, i $\Delta$ z) (II.30)

-21-

Et une composante quelle conque du champ peut s'écrire comme suit :

$$F^{n}(i, j, k) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)$$
(II.31)

Avec :  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , et  $\Delta z$  sont les pas de discrétisation spatiale, et  $\Delta t$  le pas de la discrétisation temporelle.

Les parallélépipèdes ou mailles élémentaires constituent le volume de calcul. Afin de le représenter selon le schéma décrit précédemment, on doit construire un maillage pour la structure étudié. Précisons que dans le volume de calcul, sont toujours présents un nœud magnétique entre quatre nœuds électriques et un nœud électrique entre quatre nœuds magnétiques.

Ainsi la dérivée centrée est utilisée pour toutes les dérivées spatiales présentes dans les équations de Maxwell. Pour représenter le volume de calcul, il est nécessaire de construire un maillage.

#### **III.1.3.** Construction du maillage

Une discrétisation spatio-temporelle est nécessaire pour résoudre les équations de Maxwell (II.23) jusqu'à (II.28). La discrétisation spatiale s'effectue dans un volume nécessairement fini. Dans le cas d'un maillage régulier, les dérivées spatiales sont évaluées dans les trois directions Ox, Oy, Oz avec des incréments constants : dx, dy, dz, appelés pas spatiaux. Ces derniers sont choisis par l'utilisateur et dépendent de la plus petite longueur d'onde présente dans la bande de fréquence d'analyse et de la géométrie de la structure à étudier. Le volume de calcul est donc un parallélépipède comme le montre la (figure II.5).



Figure II.5. Extraction d'une cellule élémentaire.

Il est composé de  $(N_x*N_y*N_z)$  cellules élémentaires de taille dx, dy, dz. On va associer trois nœuds électriques et trois nœuds magnétiques pour chaque cellule élémentaire. Les valeurs du champ en ces nœuds seront notées  $E_x(i, j, k)$ ,  $E_y(i, j, k)$ ,  $E_z(i, j, k)$ ,  $H_x(i, j, k)$ ,  $H_y(i, j, k)$ , k,  $H_z(i, j, k)$  et sont représentées ci-dessous dans la maille de K. S. Yee (figure (II-3)) où les entiers i, j, k représentent les indices de la cellule dans le maillage et varient respectivement de 1 à Nx, 1 à Ny, et 1 à Nz. La construction d'un maillage irrégulier est possible. Dans ce cas, les pas de discrétisation varient selon les directions Ox, Oy et Oz.

Notons que dans ce cas, on doit prendre des précautions en raison des nœuds électriques qui ne seront plus exactement entre deux nœuds magnétiques. Quant aux nœuds magnétiques, on les trouve toujours au milieu des nœuds électriques, comme on peut le constater sur la figure (II.6). Pour ne pas s'éloigner de l'hypothèse de la dérivée centrée, la variation entre les dimensions de deux mailles voisines ne doit pas dépasser 20 % [7].



Figure II.6. Disposition des nœuds électriques et des nœuds magnétiques dans le plan xoy, pour le cas d'un maillage irrégulier

Après être intéressé aux problèmes de discrétisation spatiale, nous allons maintenant aborder la résolution des équations de Maxwell. Par conséquent, une discrétisation temporelle s'impose.

#### **III.1.4.** Discrétisation temporelle

Prenons une des six équations de Maxwell; par exemple :

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} \right)$$
(II.32)

Elle fait apparaître dans le membre de gauche la dérivée du champ magnétique par rapport au temps, tandis que le membre de droite est considéré à un instant t. Si on prend en considération le principe de la dérivée centrée, on en déduit que le membre de droite (le champ électrique) doit être calculé entre deux instants successifs où on calcule le membre de gauche (le champ magnétique).

En tenant compte des six équations de Maxwell, on arrive à la conclusion que le champ électrique et le champ magnétique ne doivent pas être calculés aux mêmes instants, mais à des instants décalés.

Pour le cas d'une discrétisation uniforme, avec un pas d'échantillonnage dt, le champ électrique sera calculé pour des multiples impairs de dt/2, et le champ magnétique pour les multiples pairs de dt/2 comme le montre la figure (II.7) :



Figure II.7. Calcul de H à l'instant ndt et calcul de E à l'instant (n+0.5) dt

Les équations précédentes (II.23) à (II.28) sont alors traduites par FDTD comme suit : - Pour le champ magnétique :

$$H_{x}^{n+1/2}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = H_{x}^{n-1/2}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} [E_{y}^{n}(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_{y}^{n}(i, j+\frac{1}{2}, k)] - \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} [E_{z}^{n}(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{z}^{n}(i, j, k+\frac{1}{2})]$$
(II.33)  

$$H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) = H_{y}^{n-1/2}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} [E_{z}^{n}(i+1, j, k+\frac{1}{2}) - E_{z}^{n}(i, j, k+\frac{1}{2})] - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} [E_{x}^{n}(i+\frac{1}{2}, j, k+1) - E_{z}^{n}(i+\frac{1}{2}, j, k)]$$
(II.34)  

$$H_{z}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) = H_{z}^{n-1/2}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} [E_{x}^{n}(i+\frac{1}{2}, j+1, k) - E_{x}^{n}(i+\frac{1}{2}, j, k)] - \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} [E_{y}^{n}(i+1, j+\frac{1}{2}, k) - E_{z}^{n}(i, j+\frac{1}{2}, k)]$$
(II.35)

Pour le champ électrique :

$$E_{x}^{n+1}(i+\frac{1}{2},j,k) = \frac{(\varepsilon/\Delta t - \sigma/2)}{(\varepsilon/\Delta t + \sigma/2)} E_{x}^{n}(i+\frac{1}{2},j,k)$$

$$+ \frac{1}{(\varepsilon/\Delta t + \sigma/2)\Delta y} [H_{z}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_{z}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k)] \quad (II.36)$$

$$- \frac{1}{(\varepsilon/\Delta t + \sigma/2)\Delta z} [H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})]$$

$$E_{y}^{n+1}(i,j+\frac{1}{2},k) = \frac{(\varepsilon/\Delta t - \sigma/2)}{(\varepsilon/\Delta t + \sigma/2)} E_{y}^{n}(i,j+\frac{1}{2},k)$$

$$+ \frac{1}{(\varepsilon/\Delta t + \sigma/2)\Delta z} [H_{x}^{n+1/2}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_{z}^{n+1/2}(i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2})] \quad (II.37)$$

$$- \frac{1}{(\varepsilon/\Delta t + \sigma/2)\Delta x} [H_{z}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_{z}^{n+1/2}(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)]$$

$$E_{y}^{n+1}(i, j, k + \frac{1}{2}) = \frac{(\varepsilon / \Delta t - \sigma / 2)}{(\varepsilon / \Delta t + \sigma / 2)} E_{z}^{n}(i, j, k + \frac{1}{2}) + \frac{1}{(\varepsilon / \Delta t + \sigma / 2)\Delta x} [H_{y}^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) - H_{y}^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2})]$$
(II.38)  
$$- \frac{1}{(\varepsilon / \Delta t + \sigma / 2)\Delta y} [H_{x}^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) - H_{x}^{n+1/2}(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2})]$$

#### III.1.5. Détermination du critère de stabilité [10]

Le critère de stabilité numérique répond à deux impératifs, l'un spatial et l'autre numérique. En effet, les valeurs du champ en tout point du volume de calcul dépendent des valeurs obtenues aux instants précédents. Ce schéma fonctionne sous la contrainte d'un critère de stabilité reliant le pas temporel dt aux pas spatiaux dx, dy et dz.

En raison de ce critère de stabilité, l'échantillonnage numérique doit être suffisamment fin pour pouvoir suivre l'évolution temporelle du champ électromagnétique.

Par conséquent, afin qu'il n'y ait pas d'instabilités numériques, le pas de temps pour le calcul doit être plus petit que le pas de temps correspondant à la propagation de l'onde sur une maille. On représente la condition de stabilité par la relation suivante :

$$dt \le \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}}$$
(II.39)

Où :

c : la vitesse de la lumière, dx, dy, dz sont les pas de discrétisation spatiale.

Précisons que dans le cas où ce critère de stabilité n'est pas respecté, l'algorithme sera divergent. En pratique, on choisit  $\Delta t$  assez proche de sa valeur maximum pour réduire autant que possible le nombre d'itérations, donc la durée du calcul numérique.

#### III.2. Mise en œuvre de la méthode FDTD

Toute structure (3D, 2D ou 1D) à analyser est discrétisée selon une grille FDTD qui s'étend jusqu'aux bords de la structure considérée si elle est de dimensions et à frontières bien définies. Dans le cas contraire une modélisation par troncature est possible mais reste de précision incertaine.

La modélisation des structures à frontières ouvertes est possible moyennant quelques conditions particulières dites absorbantes que nous détaillerons dans le paragraphe qui va suivre.

A l'origine du temps, on suppose que toutes les composantes des champs dans la structure sont nulles. Une excitation est alors appliquée à certains points de la grille, le long

d'une ligne ou sur un plan. On évalue la réponse de la structure, en fonction du temps, jusqu'à ce que toutes les composantes soient amorties.

Si l'on souhaite ensuite déterminer la réponse en fréquence, on prend la transformée de Fourier de la réponse temporelle.

#### **III.2.1.** Les conditions de frontières

Depuis que K. S. Yee [3] a proposé la méthode des différences finies à point centrées (FDTD) dans le domaine temporel, son utilisation ne cesse d'augmenter dans différentes disciplines.

Par la force des choses, une méthode qui discrétise l'espace considère un maillage de dimensions finies, afin d'effectuer les calculs en un temps fini. La méthode des différences finies s'applique donc naturellement à des structures fermées moyennant des conditions particulières sur les frontières.

Pour pouvoir étudier des structures ouvertes comme les antennes et déterminer la diffraction produite par divers corps, on introduit une frontière absorbante qui simule un milieu infini ; cela implique que des conditions doivent être imposées sur les frontières de l'espace ouvert de simulation. En effet, les équations de Maxwell en champ électrique discrétisées par la méthode FDTD ne peuvent être utilisées sur la limite du domaine de calcul, cela est du au que chaque composante du champ électrique ( $E_x$  par exemple) est exprimée en fonction de quatre composantes du champ magnétique, deux d'entre elles se trouvent à l'extérieur ( $H_{z1}$  et  $H_{y1}$ ) du volume de calcule (figure II.8).



Figure II.8. Illustration de volume de calcul et les composantes à l'extrémité

Dans la littérature, le problème des structures ouvertes est résolu en plaçant sur les bords du volume de calculs des conditions absorbantes. Deux grandes méthodologies sont développées dans ce but :

• Une première approche par troncature dite « hard », qui impose une condition sur les composantes du champ électrique et du champ magnétique ;

• La deuxième méthode communément appelée « soft » propose un ajustement des valeurs des propriétés physiques tel que la conductivité  $\sigma$  au voisinage de la troncature pour éviter les réflexions indésirables.

Les plus citées et les plus utilisées sont les suivants :

- Condition aux limites retardée [4].
- Condition PML de Berenger [6].
- Condition absorbante de Mur [9].
- Condition PML de Sullivan [11].

Afin de tenir compte des frontières, Vu la nature des dispositifs que nous allons traiter ou le but est de quantifier l'ordre de grandeur du champ électromagnétique, nous avons opté dans notre travail pour l'utilisation de la méthode de Mur de premier ordre ; cela est justifié par son implémentation simple et un temps de calcul moindre avec une précision acceptable.

#### III.2.2. Méthode des conditions absorbantes de Mur [9]

#### a. Condition absorbante de Mur de premier ordre

Les conditions d'absorption aux frontières de G. Mur sont déduites de l'équation générale de propagation des ondes planes. Elles impliquent que la propagation d'une onde incidente vers l'un des bords du domaine de calcul se fait dans une seule direction, c'est-àdire sans réflexion sur ce bord. Une équation différentielle, qui permet à une onde de se propager dans certaines directions, est appelée « one way wave equation ».

L'équation de propagation pour une grandeur physique quelconque  $\phi(x, y, z, t)$ , se propageant selon une seule direction et sans atténuation dans un espace libre, est donnée par [7] comme :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\sqrt{1 - s^2}\right)\varphi\Big|_{x=0} = 0$$
(II.40)

c: La vitesse de propagation dans l'air.

On considère que le domaine de calcul est situé dans la région  $x \ge 0$ , pour cela, nous donnons parla suite les conditions absorbantes pour la frontière située à x=0. Dans ce cas, la condition à une direction de propagation d'onde dans le sens croissant de x.

Nous considérons une approximation du premier ordre donnée par :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)\phi\Big|_{x=0} = 0$$
(II.41)

On prend la composante  $E_Z$  (*ie* :  $\phi(x, y, z) = E_Z$ ) comme exemple, et nous appliquons la méthode FDTD pour l'approximation des dérivées spatiale et temporelle respectivement :

Nous obtenons la condition absorbante de Mur pour la composante  $E_z$  à x=0 donnée par :

$$E_{z}^{n+1}\left(0, j, k+\frac{1}{2}\right) = E_{z}^{n}\left(1, j, k+\frac{1}{2}\right) + \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x}\left[E_{z}^{n+1}\left(1, j, k+\frac{1}{2}\right) - E_{z}^{n}\left(0, j, k+\frac{1}{2}\right)\right] (\text{II}.42)$$

Cette expression est simple pour une implémentation dans un code de calcul.

#### **III.3.** Dispersion numérique [8]

Lorsqu'un signal électromagnétique se propage dans un domaine de calcul maillé par les différences finies, il subit des transformations (distorsion, atténuation) dues, entre autres, aux effets dispersifs du maillage. Ces effets sont dus à la discrétisation qui donne une représentation approchée des signaux, mais aussi et surtout, aux précisions des formulations utilisées pour approcher les dérivées partielles. En d'autres termes, cette dispersion dépend, d'une part, de la taille de la cellule dx, dy, dz par rapport à la plus petite longueur d'onde présente dans le spectre d'analyse, et d'autre part, de l'ordre de l'erreur commise lors de l'évaluation des dérivées partielles qui figurent dans les équations de Maxwell.

En résumé, en choisissant une valeur d'incrément spatial inférieur à la valeur  $\lambda/10$ , il paraît juste de dire que le phénomène de dispersion est négligeable.

#### III.4. Application de la méthode FDTD aux convertisseurs de puissance

Les dispositifs de l'électronique de puissance sont composes généralement d'éléments a comportements non linéaires (interrupteurs composés de transistors et de diodes), des pistes de circuits imprimes, d'un diélectrique et d'un plan de masse ainsi que de charges localisées (résistance, inductance, ...).

Afin de modéliser l'environnement électromagnétique transitoire des convertisseurs de l'électronique de puissance par FDTD, plusieurs phénomènes lies a la nature même des différents composants sus cites doivent être traités soigneusement.

#### III.4.1.Traitement des différents éléments du convertisseur

Une configuration canonique d'un convertisseur est présentée en figure II.9, où  $V_s$  est une source d'excitation et  $R_s$  sa résistance,  $S_w$  l'interrupteur, une charge Z. Dans le cas général, la charge peut être une résistance pure, une résistance en série avec une inductance ou une résistance en parallèle avec une capacité.





Figure II.9. Configuration du convertisseur étudié

Dans notre travail de projet de fin d'études nous avons traité des configurations simples ; nous considérons un convertisseur qui comporte une charge résistive, une source de tension continue sous forme d'une rampe qui simule la fermeture de l'interrupteur S<sub>w</sub>, Rs représente la résistance interne de la source.

#### III.4.2. Pistes du circuit imprimé et plan de masse

Le traitement du problème des convertisseurs de puissance avec pistes est compliqué à cause de leur forme et de leur épaisseur qui est très faible; si nous prenons cette épaisseur égale à la discrétisation spatial, le nombre de cellules sera très important et conduirait à un temps de calcul prohibitif. Une première solution est de considérer un maillage non uniforme qui alourdit le traitement par FDTD.

Pour éviter cet inconvénient lie a la discrétisation, en 1992, Lin-Kun WU [12] propose une approche pour le traitement d'une plaque conductrice qui est le cas d'une piste ou d'un plan de masse.

Soit un champ électrique incident sur une piste de largeur w, parallèle à l'axe des x et de résistance R comme le montre le schéma en figure (II.10) Cette piste infinitésimalement mince est caractérisée par une discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique. En considérant que le champ électrique incident et le champ total ont une seule composante suivant la direction de l'axe oy qui est tangentielle à la surface de la piste, à l'interface de la piste, les conditions de passage sont écrites sous la forme :

$$E_{y}(x, y, z_{0^{+}}) = E_{y}(x, y, z_{0^{-}})$$
  
=  $E_{y}(x, y, z_{0})$   
=  $-RJ_{y}(x, y, z_{0})$   
(II.43)

$$J_{y}(x, y, z_{0}) = H_{x}(x, y, z_{0^{+}}) - H_{x}(x, y, z_{0^{-}})$$
(II.44)

 $J_y$ : la densité du courant qui circule sur la surface de la plaque du circuit imprimé.



Figure II.10.Une piste de largeur w et de résistance R avec un champ électrique incident.

Dans notre cas, les pistes du circuit imprime sont considérées parfaitement conductrices, et d'épaisseur égale a zéro. Il suffit donc d'imposer le champ électrique à la surface de la piste égal à zéro [13].

Pour la prise en compte d'un plan de masse parfaitement conducteur, nous retenons ces mêmes considérations.

#### III.4.3.Prise en compte du diélectrique

Une coupe transversale appliquée sur le convertisseur en figure (II.9) montre les différentes interfaces entre le diélectrique et les pistes du circuit, les pistes et l'air (figure II.11). Nous supposons que le diélectrique et les pistes occupent les cellules k+1 et k+2 respectivement.



Figure II.11. Illustration d'une coupe transversale dans le circuit imprime.

En pratique, l'épaisseur du diélectrique est comprise entre 1 mm et 3 mm ; si nous prenons une discrétisation spatiale de 3 mm par exemple pour le dispositif de l'électronique de puissance, le nombre de mailles sera exagéré et la modélisation consommerait un important temps de calcul.

Pour palier a ce problème, A. Taflove [14] propose une méthode dite « Contour Integrale Approach » déduite a partir des équations de Maxwell sous forme intégrale. Dans un milieu non homogène ou pour l'utilisation d'une discrétisation spatiale non uniforme, les équations de Maxwell sous forme intégrale s'adaptent mieux [14].

A titre d'exemple, nous considérons la composante  $E_x$  du champ électrique pour la déduction de la condition à appliquer à l'interface entre un diélectrique et l'air. La figure (II.12) montre une grille de discrétisation par FDTD sur l'interface air-diélectrique.



Figure II.12. Prise en compte du diélectrique par la méthode contour integral approcha

A partir de l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale, nous avons :

$$\oint_{I} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \left( \sigma \vec{E}_{x} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}_{x}}{\partial t} \right) d\vec{s}$$
(II.45)

Alors :

$$\oint H.dl = \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}} (i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}} (i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k) \right] \Delta z$$

$$+ \left[ H_y^{n+\frac{1}{2}} (i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}} (i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2}) \right] \Delta y$$

$$\iint \left( \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \right) ds = \left( \Delta z \Delta y - \Delta y \frac{d_1}{2} \right) \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \Delta y \frac{d_1}{2} \cdot \left( \varepsilon_1 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_1 E_x \right)$$
(II.46)
(II.47)

En combinant ces deux équations, nous obtenons l'équation en champ électrique suivant :

$$E_{x}^{n+1}(i+\frac{1}{2},j,k) = \frac{A}{B}E_{x}^{n}(i+\frac{1}{2},j,k)$$

$$+\frac{1}{B\Delta y}\left[H_{z}^{n+1}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_{z}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)\right] \qquad (II.48) \qquad (II.48)$$

$$-\frac{1}{B\Delta z}\left[H_{y}^{n+1}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})\right]$$
Avec :

$$A = \frac{s_{0}}{\Delta t} \left( 1 - \frac{d_{1}}{2\Delta x} \right) + \frac{d_{1} \cdot s_{1}}{2\Delta t \cdot \Delta z} + \frac{d_{1} \sigma_{1}}{4\Delta x} \text{ et } B = \frac{s_{0}}{\Delta t} \left( 1 - \frac{d_{1}}{2\Delta x} \right) + \frac{d_{1} \cdot s_{1}}{2\Delta t \cdot \Delta z} - \frac{d_{1} \sigma_{1}}{4\Delta x}$$
(II.49)

Cette expression (II.48) montre que pour la prise en compte du diélectrique, nous devons introduire une valeur moyenne de la permittivité et de la conductivité sur les nœuds de l'interface. Les autres composantes du champ peuvent être déduites de la même manière [6] et [15].

#### III.5. Prise en compte des composants localisés du convertisseur

Dans le cas général, un convertisseur comporte une charge résistive, capacitive ou inductive, il contient aussi des interrupteurs à fonctionnement non linéaire tel qu'une diode ou un transistor. Dans ce paragraphe, nous donnons des expressions explicites pour la prise en compte de ces différents composants par FDTD.

Si nous considérons que les éléments du convertisseur sont orientes dans la direction de l'axe des x comme le montre la figure (II.13), en utilisant l'équation caractéristique pour chaque composant qui relie le courant qui y passe et la tension entre ces bornes, nous déduisons a partir de la loi d'Ampère l'équation de récurrence qui permet le calcul de la composante  $E_x$  du champ électrique [9] ET [16].



a. Résistance



Figure II.13. Eléments localisés orientés suivant l'axe des x.

#### III.5.1.Cas d'une charge résistive

Lorsqu'un convertisseur comporte une résistance, les équations de Maxwell discrétisées par FDTD doivent être modifiées afin de prendre en compte le courant qui circule dans la résistance. Le courant traversant une résistance est donne par la loi d'Ohm et la tension entre ses bornes est obtenue en intégrant le champ électrique dans la direction d'orientation de la résistance.

En figure (II.13.a), nous avons une résistance orientée suivant l'axe des x et disposée dans l'espace libre, l'application de la loi d'Ohm donnes [11]:

$$I_{x}^{n+1/2}(i, j, k) = \frac{V}{R}$$

$$= \frac{\Delta x}{2R} \left[ E_{x}^{n+1}(i, j, k) + E_{x}^{n}(i, j, k) \right]$$
(II.50)

La densité de courant correspondante est donnée par :

$$J_{L} = \frac{I_{x}^{n+1/2}(i,j,k)}{\Delta z \Delta y} \tag{II.51}$$

Avec :

R : la valeur de la résistance,

 $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ : les pas de discrétisation spatiale.

En combinant les deux équations (II.50) et (II.51) et en remplaçant la densité de courant de conduction dans l'équation d'Ampère, nous obtenons l'équation en champ électrique suivante :

$$E_{x}^{n+1}(i+\frac{1}{2},j,k) = \frac{\left(\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} - \frac{\Delta x}{2R\Delta y\Delta z}\right)}{\left(\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} + \frac{\Delta x}{2R\Delta y\Delta z}\right)} E_{x}^{n}(i+\frac{1}{2},j,k)$$

$$+ \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} + \frac{\Delta x}{2R\Delta y\Delta z}\right)} \left[H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k)\right] \quad (II.52)$$

$$- \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} + \frac{\Delta x}{2R\Delta y\Delta z}\right)} \left[H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})\right]$$

Cette dernière expression est similaire à l'équation (II.36) ; en effet si nous remplaçons en (II.36) la conductivité  $\sigma$  par :

$$\sigma = \frac{\Delta x}{R \cdot \Delta y \Delta z} \tag{II.53}$$

Nous obtenons une expression de même forme que (II.52).

Nous pouvons donc affirmer, que la prise en compte d'une résistance dans le convertisseur est réalisable en remplaçant la conductivité de la cellule correspondante à l'emplacement de cette dernière dans l'équation générale de Maxwell-Ampère par son expression équivalente (II.53).

#### III.5.2.Source de tension avec sa résistance interne

Pour une source de tension  $V_S$  avec sa résistance interne  $R_S$  orientée dans la direction des x (Figure II.17.a) [11]:

$$I_x^{n+1/2}(i,j,k) = \frac{\Delta x}{2R_s} \left[ E_x^{n+1}(i,j,k) + E_x^n(i,j,k) \right] + \frac{V_s^{n+1/2}}{R_s}$$
(II.54)

De la même manière que précédemment, nous déduisons l'équation de récurrence pour le calcul de la composante  $E_x$  du champ électrique :

$$E_{x}^{n+1}(i+\frac{1}{2},j,k) = \frac{\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} - \frac{\Delta x}{2R_{s}\Delta y\Delta z}}{\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} + \frac{\Delta x}{2R_{s}\Delta y\Delta z}} E_{x}^{n}(i+\frac{1}{2},j,k) + \frac{\frac{\Delta t}{R_{s}\varepsilon_{0}\Delta y\Delta z}}{1 + \frac{\Delta t \cdot \Delta x}{2R_{s}\varepsilon_{0}\Delta y\Delta z}}$$
$$+ \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} + \frac{\Delta x}{2R_{s}\Delta y\Delta z}\right)\Delta y} \left[H_{z}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_{z}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k)\right] \quad (II.55)$$
$$- \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon_{0}}{\Delta t} + \frac{\Delta x}{2R_{s}\Delta y\Delta z}\right)\Delta y} \left[H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_{y}^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})\right]$$

k

## **Chapitre III**

## **Applications**

#### Introduction

Dans ce chapitre nous donnons quelques applications pour but de valider nos développements des modèles présentés dans le chapitre précèdent.

Nos applications mettent en évidence l'effet de plusieurs facteurs dans les convertisseurs de l'électronique de puissance :

- le temps de montée du signal source,

- la résistance de la charge.

- la disposition géométrique des pistes

Nous complétons notre étude par une discussion et interprétation des résultats obtenus.

#### I. Validation

Avant d'aborder notre étude, nous proposons tout d'abord une validation de nos développements. Dans cette étude nous étudions le rayonnement électromagnétique des convertisseurs de l'électronique de puissance, nous proposons quelques résultats de simulations que nous réalisons en domaine temporel par résolution des équations de Maxwell par FDTD.

Dans le cas d'un interrupteur linéaire, nous fondons notre analyse sur quelques paramètres qui sont :

- le temps de montée du signal source,

- la résistance de la charge.

#### I.1. Cas de l'interrupteur parfait

Le circuit analysé est celui que nous présentons en figure III.1, nous notons deux configurations du convertisseur :

- Circuit sans plan de masse.
- Circuit avec plan de masse

Dans le cas d'un interrupteur parfait, la prise en compte de la fermeture de ce dernier est réalisée en appliquant à t = 0 un signal source de type rampe figure III.2.



Figure III.1. Configuration de base des circuits utilisés pour la simulation.



Figure III.2. Tension de source du convertisseur.

Le champ électromagnétique est calculé au milieu du circuit (figure III.1) sans plan de masse (a) et a 5 cm de hauteur.

#### I.1.1. Circuit sans plan de masse

Les deux figures III.3 et III.4 illustrent la variation de champ électrique et le champ magnétique respectivement.



a. Résultat de non calculs

b. Résultat publié par [17].

24

Figure III.3. Champ électrique émis par le circuit sans plan de masse.



Figure III.4. Champ magnétique émis par le circuit sans plan de masse.

L'analyse des résultats obtenus pour le cas d'un convertisseur avec interrupteur parfait et sans plan de masse, montre une très bonne concordance de nos résultats avec les résultats publiés [17].

#### I.1.2. Circuit avec plan de masse

Pour cette application, nous considérons la configuration géométrique en figure III.1 avec plan de masse (b) pour le même point de calcul du champ électromagnétique.



Figure III.5. Champ électrique émis par le circuit avec plan de masse.



Figure III.6. Champ magnétique émis par le circuit avec plan de masse.

L'introduction du plan de masse met en évidence, l'effet du plan de masse parfait. En effet, la prise en compte du plan de masse est réalisée par :

- prise en compte des conditions de passage sur les composantes du champ électromagnétique sur l'interface diélectrique-plan de masse, lors de la résolution des équations de Maxwell par FDTD [3].

#### **II. Etude paramétrique**

Afin de mettre en exergue l'effet de chaque paramètre électrique sur le rayonnement du convertisseur, nous proposons une étude paramétrique, nous considérons pour l'ensemble de nos applications la configuration de base du circuit illustrée en figure III.7.

Le point de calcul de champ électromagnétique est situé au centre de la boucle et a 5 cm de hauteur.



Figure III.7. Configuration de base du circuit utilisé pour la simulation.

#### II.1. Effet du temps de montée du signal d'alimentation

Dans cette application nous examinons l'effet du temps de montée du signale source sur le champ électromagnétique émis.

Nous prenons trois valeurs du temps de montée (Tm) du signal :

- $T_m = 0.5 \text{ ns}$ ;
- $T_m = 1 \text{ ns};$
- $T_m = 2 ns.$

Nous traçons la tension aux bornes de la charge (figure III.8) ainsi que le champ électrique (figure III.9) et le champ magnétique (figure III.10).



Figure III.8. Tension aux bornes de la charge R.



Figure III.9. Champ électrique au centre du circuit et à 5 cm de hauteur.



Figure III.10. Champ magnétique au centre du circuit et à 5 cm de hauteur.

Ces résultats mettent bien en évidence l'effet du temps de montée ; cette étude simule la rapidité de la fermeture de l'interrupteur dans la pratique qui a une relation directe avec le régime transitoire. En effet plus la fermeture est rapide plus le signal est riche en fréquences hautes et entraine une amplitude plus importante en émission électromagnétique. Nous constatons que le champ magnétique (figure III.10) est plus sensible à l'effet du temps de montée.

Ce résultat va permettre aux concepteurs des circuits de l'électronique de puissance de faire attention aux interrupteurs utilisés lors de la réalisation des convertisseurs afin d'assurer la compatibilité électromagnétique d'un tel système électrique.

#### **II.2.Effet de la charge**

Dans ce qui va suivre, on va présenter l'effet de la variation de la charge ; autrement dit l'amplitude et la forme du courant qui traverse le circuit, pour ce faire nous considérons trois valeurs différentes de la charge R comme suit :

- R = 300Ω;
- $R = 500\Omega$ ;
- R = 1kΩ.

La figure III.11 illustre la variation de la tension aux bornes de la charge ; nous présentons en figures III.12 et III.13 les résultats du champ électrique et du champ magnétique respectivement.







Figure III.12. Champ électrique émis par le circuit.



Figure III.13. Champ magnétique émis par le circuit.

La résistance de charge la plus importante conduit a un courant moindre, qui se constate aussi bien sur les amplitudes et le contenu fréquentiel du champ électromagnétique émis.

#### III. Réduction par disposition géométrique

Après notre étude de sensibilisation sur les différents paramètres électriques du convertisseur, nous proposons dans ce qui vas suivre une étude de la réduction du champ électrique et magnétique en procédant une réorganisation géométrique des pistes du convertisseur tout en gardant le même périmètre du circuit et la même configuration.

#### III.1. Effet de la disposition des pistes

Soit les cinqs configurations géométriques en figure III.14, qui représente le même circuit électrique sous différentes dispositions des pistes ; notons que nous gardons le même périmètre pour conserver la même longueur pour l'ensemble des pistes.



a. Boucle rectangulaire horizontale b. Boucle rectangulaire verticale c. Boucle carrée



d. Boucle rectangulaire verticale e. boucle rectangulaire horizontale Figure III.14. Différents configurations géométriques du circuit.



Figure III.15. Tension aux bornes de la charge.



Figure III.16. Champ électrique pour différentes configurations.



Figure III.17. Champ magnétique pour différents configuration.

L'analyse des différents résultats en figure III.15 – III.17 montre bien l'effet de la disposition géométrique des pistes du convertisseur, en effet un réarrangement des pistes introduit un changement de la surface de la boucle rayonnante constituant le convertisseur et de la répartition des charges sur les pistes du convertisseur.

Nous remarquons que les configurations qui ont des surfaces relativement plus importantes (configuration 6\*4, 4\*6 et 5\*5) conduisent à un rayonnement plus important, nous notons aussi l'effet de proximité (configuration 8\*2 et 2\*8) qui peut aussi avoir un effet non négligeable sur le rayonnement.

L'ensemble des résultats obtenus montre que pour assurer la compatibilité électromagnétique d'un tel système, le concepteur possède plusieurs approches basées sur la disposition géométrique ou bien les paramètres électriques. En pratique, les paramètres électriques tels que la charge et l'interrupteur sont imposée par l'application même où le convertisseur est employé, cela nous laisse la possibilité de jouer sur la disposition géométrique, cette technique offre l'avantage de rien rajouté aussi bien au cout de l'installation qu'a l'encombrement de système globale.

# **Conclusion Générale**

#### **Conclusion Générale**

Dans ce travail de master en compatibilité électromagnétique, nous nous sommes intéressés à un problème d'actualité qui concerne l'analyse des techniques de réduction du champ électromagnétique par disposition géométrique dans les circuits de l'électronique de puissance.

Ces dernières années, nous assistons a une diffusion rapide et diversifiée des équipements intégrant de l'électronique de puissance, tant dans le domaine professionnel et militaire (variation de vitesse, chauffage, contrôle de l'énergie) que « grand public » (domestique, automobile, ordinateurs, etc.).

L'électronique de puissance utilise les semi-conducteurs de puissance en mode interrupteur. Ce fonctionnement confère au convertisseur un rendement très élevé ; par contre, il donne lieu à de nombreuses perturbations électromagnétiques dues essentiellement aux commutations rapides des semi-conducteurs. Les perturbations se propagent vers la source d'alimentation du convertisseur et vers la charge qu'il alimente et une partie de cette énergie est rayonnée.

Plus récemment l'approche temporelle qui consiste en la résolution des équations de Maxwell par la technique numérique dite FDTD a été appliquée pour la modélisation de l'émission électromagnétique des dispositifs de l'électronique de puissance. Cette approche est réalisée avec prise en compte de frontières ouvertes.

Nous avons montré l'effet des différents éléments dans le convertisseur sur le rayonnement électromagnétique, les résultats obtenus peuvent servir l'ingénieur concepteur pour prendre des conclusions et proposer des solutions pour la comptabilité électromagnétique CEM.

En perspective de ce travail, il serait intéressant de s'intéresser au compromis optimal en terme de volume du système qui doit intégrer la technologie des semi-conducteurs et des composants passifs ainsi que d'autres paramètres qui influent sur ce compromis, comme par exemple la fréquence de découpage.

-48-

# **Références bibliographiques**

#### **Références bibliographiques**

- J. L. Cocquerelle « CEM et électronique de puissance », Edition TECHNIP, ISBN 2710807645, 1990.
- [2] J. L. Cocquerelle, C. Pasquier, « Rayonnement Electromagnétique des Convertisseurs a Découpage, Approche Simplifiées par le Concept des Ilots Rayonnants », EDP Sciences. 2003.
- [3] Kane S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", IEEE transactions on antennas and propagation, vol. pp-14, no. 3, p. 302-307, may 1966.
- [4] A. Taflove, M. E. Brodwin, Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations, IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. 23, no.8, p.623-630, august 1975.
- [5] f. Garddiol, « Electromagnétisme », Traité d'électricité, vol. III, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, ISBN 2-88074-318, 1996.
- [6] J.P.Berenger, "A Perfectly Matched Layer for Absorption of Electromagnetic Waves", Journal of computational physics, vol. 114, N<sup>0</sup> 2, pp. 185-200, August 1994.
- [7] Abdellatif Hafiane, Etude du couplage d'antennes imprimées par la méthode des différences finies et extraction du modèle électrique, thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de marne la vallée, mars 2003.
- [8] Allen Taflove, Susane C. Hagness, Computational electromagnetic fdtd: the finite difference time domain second edition, Artech house, 2000.
- [9] G. Mur, "Absorbinig Boubdary Condition for the Finite-Difference Approximation of Time –Domain Electromagnetic Field Equations", IEEE Trans. Electromag. Compact, EMC-23, pp.377-382, Nov. 1981.
- [10] Allen Taflove, Susane C. Hagness, Computational electromagnetic fdtd: the finite difference time domain second edition, Artech house, 2000.

- [11] Dennis M. Sullivan, "A simplified PML for use the FDTD Method", IEEE Microwave and Guided wave Letters.vol. 6, N<sup>0</sup> 2, pp. 97-99, Feb. 1996.
- [12] L. WU, L. Han, "Implementation and Application of Resistive Sheet Boundary Condition in the Finite-Difference Time-Domain Method (EM Scattering)", IEEE trans. Antennas and Propagation, vol. 40, N° 6, pp. 628-633, Feb. 1992.
- [13] D. M. Sheen, S. M. Ali, M. D. Abouzahra, J. A. Kong, « Application of the tree-Dimensional Finite-Difference Time-Domain Method to the Analysis of planar Microstrip circuits Sheen », IEEE Trans. On Kicrowave theory and techniques, vol. 38, N°7, pp. 849-857, July. 1990.
- [14] A. Taflove, K. R. Umshankar and K. S. Yee, "Detailed FD-TD Analysis of Electromagnetic Fields Penetrating Narrow Slots and Lapped Joints in Thick Conducting Screens", IEEE trans. Antennas and Propagation, vol. 36, N° 2, pp. 247-257, Feb. 1988.
- [15] W. Sui, D. A. Christensen, and C. H.Durney, "Extending the Two-Dimensional FDTD Method to Hybrid Electromagnetic Systems with Active and Passive Lumped Elements", IEEE Trans. On microwave and techniques, Vol. 40, No. 4, pp. 724-730, April 1992.
- [16] A. P. Zhao and P. Alinikula, "Investigation of the Performance of the Resistive Voltage Source Used for the FDTD Analysis of Microstrip Circuits", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 30, No. 6, pp. 378-381, Sept. 2001.
- [17] M. Melit, « Etude des Perturbations dans les Convertisseurs de l'Electronique de Puissance », thèse de doctorat de l'université de Jijel – 19 avril 2008.