

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA JIJEL

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département d'Automatique

N° :...../2023

## **MEMOIRE DE MASTER**

**DOMAINE: Sciences et Technologies**

**FILIERE: Automatique**

**SPECIALITE: Automatique et Informatique Industrielle**

### **Thème**

**Commande non linéaire en temps fini des robots manipulateurs**

**Présenté Par : AMARI Salah**

**Encadré Par : Dr.BOUNAR Naamane**

**Date de soutenance: 02/07/2023**

#### **Jury de Soutenance**

**Président : LABIOD Salim**

**Grade Professeur**

**Univ MSB jijel**

**Encadreur : BOUNAR Naamane**

**Grade MCA**

**Univ MSB jijel**

**Examineur : OUCIEF Nabil**

**Grade MCB**

**Univ MSB jijel**

**Promotion : 2022 /2023**

## REMERCIEMENTS

*Avant tout, je remercie Dieu Le tout puissant de m'avoir donné le courage, la volonté, la patience, et la santé Durant toutes ces années et que grâce à lui ce travail a pu être réalisé.*

*J'exprime toutes mes remerciements et mes gratitudes et les appréciations à mon encadreur Monsieur Dr. N.Boumar pour ces conseils judicieux tout au long de ce travail.*

*Mes remerciements vont également à messieurs les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'en être membres.*

*Il me tient également à cœur de dire que je ne pourrais jamais assez remercier tous les membres de ma famille qui m'ont aidé tout au long de mes études, tout particulièrement mes parents qui ont fait de moi ce que je suis aujourd'hui.*

*Enfin, je remercie toute personne ayant contribué par son aide morale ou matérielle à la réalisation de ce travail, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.*

# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail*

*A mes chers parents, les raisons de mon sourire*

*A mes frères et mes sœurs*

*A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon  
parcours universitaire.*

*A tous mes collègues de promotion 2023 et spécialement ceux  
de la Spécialité Automatique avec ses deux filières*

*A tous mes amis*

*A tous ceux que j'aime je dédie ce travail*

*S. AMARI*

# *Table des matières*

---

# Table des matières

Liste des figures .....	i
Liste des tableaux .....	iii
Introduction générale .....	1

## *Chapitre I: Généralités et modélisation des robots manipulateurs*

<b>I.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>3</b>
<b>I.2</b>	<b>Définition et avantages d'un robot manipulateur.....</b>	<b>3</b>
<b>I.2.1</b>	<b>Définition.....</b>	<b>3</b>
<b>I.2.2</b>	<b>Caractéristiques d'un robot manipulateur .....</b>	<b>4</b>
<b>I.2.3</b>	<b>Avantages des robots manipulateurs .....</b>	<b>5</b>
<b>I.3</b>	<b>Composition d'un robot manipulateur .....</b>	<b>5</b>
<b>I.3.1</b>	<b>Organe terminal .....</b>	<b>6</b>
<b>I.3.2</b>	<b>Système mécanique articulé .....</b>	<b>6</b>
<b>a.</b>	<b>Articulation .....</b>	<b>6</b>
<b>I.3.3</b>	<b>Actionneurs .....</b>	<b>7</b>
<b>I.3.4</b>	<b>Les capteurs .....</b>	<b>7</b>
<b>I.3.5</b>	<b>Système de commande et de traitement de l'information (cerveau) .....</b>	<b>8</b>
<b>I.4</b>	<b>Transformation homogène .....</b>	<b>8</b>
<b>I.4.1</b>	<b>Transformation des repères.....</b>	<b>8</b>
<b>I.5</b>	<b>Modélisation des bras manipulateurs .....</b>	<b>9</b>
<b>I.5.1</b>	<b>Modélisation Géométrique .....</b>	<b>9</b>
<b>a.</b>	<b>Modélisation géométrique direct (MGD).....</b>	<b>9</b>
<b>b.</b>	<b>Modélisation géométrique Inverse (MGI).....</b>	<b>11</b>
<b>I.5.2</b>	<b>Modélisation Cinématique.....</b>	<b>11</b>
<b>a.</b>	<b>Modélisation Cinématique Direct (MCD).....</b>	<b>11</b>
<b>b.</b>	<b>Modélisation Cinématique Inverse (MCI).....</b>	<b>12</b>
<b>I.5.3</b>	<b>Modélisation dynamique.....</b>	<b>12</b>
<b>a.</b>	<b>Le modèle dynamique inverse.....</b>	<b>12</b>
<b>b.</b>	<b>Le modèle dynamique direct .....</b>	<b>12</b>
<b>I.6</b>	<b>Modélisation dynamique d'un bras manipulateur à 2d.d.l.....</b>	<b>13</b>
<b>I.7</b>	<b>Représentation d'état.....</b>	<b>15</b>

<b>I.8</b>	<b>Commande Classique Linéaire "PD Control "</b>	16
<b>I.8.1</b>	<b>Trajectoire de reference</b>	17
<b>I.8.2</b>	<b>Résultats de Simulation</b>	17
<b>I.9</b>	<b>Conclusion</b>	19

## ***Chapitre II : Commande linéarisante des robots manipulateurs***

<b>II.1</b>	<b>Introduction</b>	20
<b>II.2</b>	<b>Commande Linéarisante "Computed Torque Control"</b>	20
<b>II.2.1</b>	<b>Analyse de la stabilité</b>	22
<b>II.2.2</b>	<b>Trajectoire de reference</b>	22
<b>II.2.3</b>	<b>Résultats de simulation</b>	23
<b>II.3</b>	<b>Conclusion</b>	30

## ***Chapitre III : Commande par mode glissant classique des robots manipulateurs***

<b>III.1</b>	<b>Introduction</b>	31
<b>III.2</b>	<b>Notion d'un système à structure variable</b>	31
<b>III.3</b>	<b>Structure de base</b>	32
<b>III.3.1</b>	<b>Structure par commutation d'une contre réaction d'état variable</b>	32
<b>III.3.2</b>	<b>Structure par commutation au niveau de l'organe de commande</b>	33
<b>III.3.3</b>	<b>Structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout la commande équivalente</b>	34
<b>III.4</b>	<b>Principe de commande par mode glissant</b>	35
<b>III.5</b>	<b>Conception de la commande par mode glissant</b>	36
<b>III.5.1</b>	<b>Choix de la surface de glissement</b>	37
<b>III.5.2</b>	<b>Condition d'existence et de convergence</b>	38
<b>III.5.3</b>	<b>Détermination de la loi de commande</b>	39
<b>III.6</b>	<b>Phénomène du broutement (Chattering)</b>	41
<b>III.7</b>	<b>Résumé sur les avantages et les inconvénients de la commande par mode glissant</b>	42
<b>III.8</b>	<b>Commande par mode glissant classique d'un robot manipulateur a 2ddl</b>	43
<b>III.9</b>	<b>Résultats de simulation</b>	45
<b>III.10</b>	<b>Conclusion</b>	54

## ***Chapitre IV : Commande par mode glissant terminal des robots manipulateurs***

<b>IV.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>55</b>
<b>IV.2</b>	<b>Convergence en temps fini .....</b>	<b>55</b>
<b>IV.3</b>	<b>Conception de la commande par mode glissant terminal .....</b>	<b>55</b>
<b>IV.3.1</b>	<b>Choix de la surface de glissement.....</b>	<b>56</b>
<b>IV.3.2</b>	<b>Détermination de la loi de commande .....</b>	<b>56</b>
<b>IV.4</b>	<b>Commande par mode glissant terminal d'un robot manipulateur à 2ddl .....</b>	<b>58</b>
<b>IV.4.1</b>	<b>Détermination de la loi de commande .....</b>	<b>58</b>
<b>IV.4.2</b>	<b>Analyse de stabilité.....</b>	<b>60</b>
<b>IV.5</b>	<b>Résultats de simulation.....</b>	<b>60</b>
<b>IV.6</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>68</b>
	<b>Conclusion Générale.....</b>	<b>69</b>
	<b>Bibliographie .....</b>	<b>71</b>

## *Liste des figures*

---



# Liste des figures

## ***Chapitre I: Généralités et modélisation des robots manipulateurs***

Figure I.1 Robot Manipulateur .....	4
Figure I.2 Vocabulaire du robot manipulateur. ....	5
Figure I.3 Symbole de l'articulation rotative. ....	7
Figure I.4 Symbole de l'articulation prismatique. ....	7
Figure I.5 Composition d'un robot industriel .....	8
Figure I.6 Transformation des repères. ....	9
Figure I.7 paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple. ....	10
Figure I.8 Structure d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté. ....	13
Figure I.9 Schéma bloc de la commande classique PD de robot manipulateur. ....	17
Figure I.10 Réponses des deux articulations du Robot (commande classique PD). ....	18

## ***Chapitre II : Commande linéarisante des robots manipulateurs***

Figure II.1 Schéma bloc de la commande linéarisante des Robots manipulateurs. ....	21
Figure II.2 Réponses des deux articulations du Robot sans charge. ....	24
Figure II.3 Réponses des deux articulations du avec changement des conditions initiales. ....	25
Figure II.4 Réponses des deux articulations du Robot (Variations de 50% de $L_i$ et $m_i$ à $t=1.5s$ ). ....	26
Figure II.5 Réponses des deux articulations du Robot (Variations de 100% de $L_i$ et $m_i$ à $t=1.5s$ ). ....	27
Figure II.6 Réponses des deux articulations du Robot avec charge .....	28
Figure II.7 Réponses des deux articulations du Robot avec charge (Introduction d'une masse de 10Kg à $t=1.5s$ ). ....	29

## ***Chapitre III : Commande par mode glissant classique des robots manipulateurs***

Figure III.1 structure par commutation d'une contre réaction d'état variable. ....	32
Figure III.2 structure par commutation au niveau de l'organe de commande. ....	33
Figure III.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente .....	34
Figure III.4 Différents modes des trajectoires d'état. ....	36
Figure III.5 Schématisation du mode de glissement dans le plan de phase. ....	36
Figure III.6 Trajectoire d'état vis-à-vis la surface de glissement. ....	38
Figure III.7 Interprétation de la commande équivalente $ueq$ . ....	40
Figure III.8 la fonction signe. ....	41

Figure III.9 Phénomène de broutement (chattering). .....	42
Figure III.10 Réponses des deux articulations du Robot sans charge. ....	46
Figure III.11 Réponses des deux articulations du avec changement des conditions initiales ...	47
Figure III.12 Réponses des deux articulations du Robot (Variations de 50% de $L_i$ et $m_i$ à $t=1.5s$ ). .....	48
Figure III.13 Réponses des deux articulations du Robot (Variations de 100% de $L_i$ et $m_i$ à $t=1.5s$ ). .....	49
Figure III.14 Réponses des deux articulations du Robot avec charge. ....	50
Figure III.15 Réponses des deux articulations du Robot avec charge (Introduction d'un masse de 10Kg à $t=1.5s$ ). .....	51
Figure III.16 Réponses des deux articulations du Robot avec changement de la fonction sign par tanh. ....	52
Figure III.17 Réponses des deux articulations du Robot avec changement de la fonction sign par arctan. ....	53

### ***Chapitre IV : Commande par mode glissant terminal des robots manipulateurs***

Figure IV.1 Réponses des deux articulations du Robot sans charge. ....	62
Figure IV.2 Réponses des deux articulations du avec changement des conditions initiales. ....	63
Figure IV.3 Réponses des deux articulations du Robot (Variations de 50% de $L_i$ et $m_i$ à $t=1.5s$ ). .....	64
Figure IV.4 Réponses des deux articulations du Robot (Variations de 100% de $L_i$ et $m_i$ à $t=1.5s$ ). .....	65
Figure IV.5 Réponses des deux articulations du Robot avec charge. ....	66
Figure IV.6 Réponses des deux articulations du Robot avec charge (Introduction d'un masse de 10Kg à $t=1.5s$ ). ....	67

## Liste des tableaux

Tableau I.1 Valeurs Numériques des paramètres du Robot .....	15
Tableau I.2 Valeurs Numériques des paramètres du Modèle.....	15

# *Introduction générale*

---

## Introduction générale

---

Les robots manipulateurs sont devenus indispensables car l'industrie manipule des charges lourdes de manière répétitive et dans des environnements dangereux. Les avancées de la recherche ont conduit à la création de bras robotiques de différentes tailles et poids, dotés de vitesses et de précisions variables, spécialement conçus pour s'adapter aux tâches qui leur sont confiées. Pour concevoir ou commander un robot, il est essentiel d'avoir des modèles mathématiques qui décrivent son fonctionnement. Ces modèles fournissent une représentation abstraite du robot et permettent d'analyser son comportement et de prédire ses réactions à des signaux de commande. En utilisant ces modèles, les ingénieurs peuvent analyser et commander le robot de manière efficace. Cela leur permet de prendre des décisions éclairées dans la conception et l'optimisation des robots pour différentes applications.

Effectivement, il existe diverses méthodes pour la commande des robots manipulateurs, parmi lesquelles on peut citer la commande par mode glissant, la commande par backstepping, la commande adaptative floue, etc. Les contrôleurs classiques s'appuient fondamentalement sur un modèle précis et complet du robot et sont donc conditionnés par la disponibilité d'un tel modèle. Pour cela, dans notre travail, nous allons nous concentrer sur la commande par mode glissant. Notre choix s'explique par sa flexibilité, sa simplicité de synthèse et sa robustesse face aux incertitudes et aux perturbations extérieures. Cette méthode nous permet d'obtenir des résultats satisfaisants dans la commande des robots manipulateurs, en tenant compte des exigences spécifiques de chaque application.

L'idée fondamentale de la commande par mode glissant (SMC) est de conduire les états du système à converger vers une surface de glissement linéaire, puis à rester à proximité de celle-ci [11]. Cette commande garantit uniquement la convergence asymptotique des états vers l'origine, mais ne peut pas garantir la convergence des erreurs de régulation du système à zéro en temps fini. Pour résoudre ce problème, Venkata Raman et Galati ont introduit dans les années 1990 un nouveau type de commande par mode glissant, appelé mode glissant terminal (TSMC) [19], [22], [23].

La commande par mode glissant terminal améliore la rapidité de poursuite par rapport à la commande par mode glissant classique (SMC). Cette méthode offre des avantages en termes de performances de suivi de trajectoire et de diminution des erreurs de poursuite, ce qui la rend pertinente dans divers domaines d'application, notamment la commande de robots manipulateurs.

L'objectif de ce mémoire est de présenter les techniques de commande par mode glissant classique et par mode glissant terminal, appliquées à un robot manipulateur à 2 degrés de liberté.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres :

Le premier chapitre offre un aperçu général sur les robots manipulateurs, en commençant par les définitions et les concepts de base. Ensuite, il aborde la modélisation du robot manipulateur à 2 degrés de liberté (DDL) en fournissant les équations de mouvement correspondantes.

Le deuxième chapitre traite de la commande linéarisante des robots manipulateurs.

Le troisième chapitre donne dans un premier temps les concepts fondamentaux de la commande par modes glissants classique. Ensuite, cette approche de commande est appliquée sur le robot manipulateur à deux degrés de liberté.

Le quatrième chapitre les concepts fondamentaux de la commande par mode glissant terminal sont présentés. Les différentes étapes pour concevoir cette commande sont expliquées, en mettant l'accent sur son application à un robot manipulateur à 2 degrés de liberté

Finalement, nous terminerons avec une conclusion générale sur l'ensemble de cette étude en donnant quelques perspectives.

# *CHAPITRE I*

## *Généralités et modélisation des robots manipulateurs*

---

# Chapitre I

## Généralités et modélisation des robots manipulateurs

### I.1 Introduction

La robotique est un domaine de la technologie à la frontière des sciences pour l'ingénieur. Elle a récemment été définie comme la science étudiant la relation "intelligente" entre la perception et l'action. En fait, il s'agit d'un ensemble de techniques (mécanique, électronique, automatique, informatique) articulées autour d'un objectif et d'un objet commun. Cet objectif est l'automatisation de nombreux secteurs de l'activité humaine réputés comme ne pouvant se passer de la présence de l'opérateur humain, et l'objet est le robot dont l'homme rêve depuis toujours pour le remplacer dans les tâches répétitives, difficiles et pénibles.

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot comme étant un système mécanique de type manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent (i.e., à usages multiples), à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un, ou plusieurs, bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon répétitive [1]

Les robots manipulateurs sont présents principalement dans les industries manufacturières mais aussi les industries agro-alimentaires, pharmaceutiques, etc. Ils sont utilisés dans une très grande variété de tâches manutention, le transfert de pièces dans une ligne de production, le chargement/déchargement de machine, le conditionnement, la palettisation, etc. l'assemblage, le soudage, la peinture, l'encollage, le découpage, le meulage, le polissage, le contrôle qualité, etc.

Dans ce chapitre on s'intéresse à un robot manipulateur à deux degrés de liberté, en présentant quelques définitions, leurs caractéristiques, et leur modélisation.

### I.2 Définition et avantages d'un robot manipulateur

#### I.2.1 Définition

Les robots manipulateurs sont des robots généralement ancrés physiquement à leur place de travail et généralement mis en place pour réaliser une tâche précise et répétitive, tels que les robots industriels, médicaux, etc.





Figure I.1 Robot Manipulateur

Un robot manipulateur est destiné au positionnement et à la mise en mouvement dans l'espace qui l'entoure d'un outil ou d'un produit à partir d'une base fixe ou plus rarement mobile (robot manipulateur mobile).

Les tâches effectuées par un robot manipulateur requièrent la génération du mouvement de l'organe terminal. Cette génération de mouvement repose sur deux fonctions principales du système de commande : d'une part, la génération de consignes associées à une trajectoire résultant de l'interpolation entre points, appelée planification de trajectoire, et, d'autre part, la commande des actionneurs assurant le suivi (ou la poursuite) de ces consignes, appelée commande du mouvement. Ce mouvement peut être décrit dans un espace propre à l'opération à effectuer par l'organe terminal ou dans l'espace de l'ensemble des articulations. Ceci conduit à distinguer deux espaces, appelés espaces opérationnel et articulaire, dans lesquels la trajectoire pourra être générée et/ou la commande du mouvement assurée.

### I.2.2 Caractéristiques d'un robot manipulateur

Un robot est choisi en fonction de l'application qu'on lui réserve. Voici quelques paramètres à prendre, éventuellement, en compte :

- La charge maximum transportable (de quelques kilos à quelques tonnes), déterminée dans les conditions les plus défavorables (en élongation maximum).
- Le volume de travail, défini comme l'ensemble des points atteignables par l'organe terminal. Tous les mouvements ne sont pas possibles en tout point du volume de travail.
- L'espace de travail (*reachable workspace*), également appelé espace de travail maximal, est le volume de l'espace que le robot peut atteindre *via* au moins une orientation. L'espace de travail dextre (*dextrous workspace*) est le volume de l'espace que le robot peut atteindre avec toutes les orientations possibles de l'effecteur (organe terminal). Cet espace de travail est un sous-ensemble de l'espace de travail maximal.
- Le positionnement absolu, correspondant à l'erreur entre un point souhaité (réel) – défini par une position et une orientation dans l'espace cartésien – et le point atteint et calculé via le modèle géométrique inverse du robot. Cette erreur est due au modèle utilisé, à la quantification de la mesure de position, à la flexibilité du système mécanique. En

général, l'erreur de positionnement absolu, également appelée précision, est de l'ordre de 1 mm.

- La répétabilité, ce paramètre caractérise la capacité que le robot a à retourner vers un point (position, orientation) donné. La répétabilité correspond à l'erreur maximum de positionnement sur un point prédéfini dans le cas de trajectoires répétitives. En général, la répétabilité est de l'ordre de 0,1 mm.
- La vitesse de déplacement (vitesse maximum en élongation maximum), accélération.
- La masse du robot.
- Le coût du robot.
- La maintenance, etc.

### I.2.3 Avantages des robots manipulateurs

Les avantages des robots manipulateurs sont :

- La répétabilité et la maîtrise de la qualité qui en découle,
- Augmentation de la productivité,
- L'amélioration de la fiabilité du processus,
- La possibilité d'éliminer des tâches pénibles ou à risque pour l'opérateur humain,
- La réduction des coûts de fabrication,
- La flexibilité de production (pour varier les produits sur une ligne ou s'adapter aux évolutions de produits)
- L'interaction avec l'homme (cellule robotisée ouverte pour une grande souplesse d'utilisation) possible grâce aux évolutions technologiques et réglementaires.
- La manutention, le transfert de pièces dans une ligne de production, le changement / déchargement de machine, le conditionnement, la palettisation, etc.
- L'assemblage, le soudage, la peinture, l'encollage, le découpage, le meulage, le polissage, le contrôle qualité, etc.

### I.3 Composition d'un robot manipulateur

La structure mécanique du robot manipulateur peut être divisée en deux parties distinctes comme le montre la figure (1.3) :

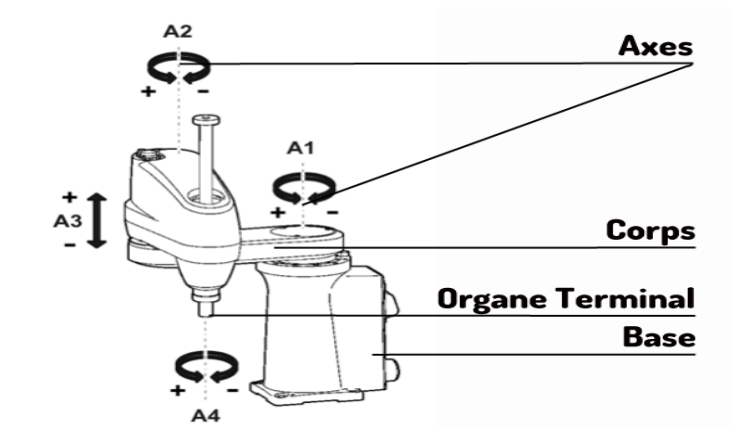


Figure I.2 vocabulaire du robot manipulateur.

### I.3.1 Organe terminal

L'organe terminal, également appelé préhenseur, outil ou effecteur, désigne le dispositif installé à l'extrémité mobile d'un robot manipulateur. Son rôle est de permettre au robot d'interagir avec son environnement en manipulant des objets ou en effectuant des transformations, peut être de nature variée et regrouper différents dispositifs selon les besoins de l'application. (Des dispositifs de serrage, des dispositifs agnatiques, des dispositifs à dépression, des outils spécifiques, des torches de soudage, des pistolets de peinture, etc.) En d'autres termes, il s'agit d'une interface entre le robot et l'environnement extérieur, lui permettant d'exercer des actions précises.

L'organe terminal peut être multifonctionnel, ce qui signifie qu'il peut être équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Par exemple, un organe terminal peut avoir à la fois des pinces de préhension et une ventouse pour différentes tâches. Il peut également être monofonctionnel, mais interchangeable [3].

### I.3.2 Système mécanique articulé

Le système mécanique articulé (S.M.A.) est un mécanisme qui présente une structure similaire à celle du bras humain. Son objectif est de remplacer ou d'imiter l'action du bras humain, et le terme "manipulateur" est utilisé pour désigner spécifiquement ce type de robot, en excluant les robots mobiles autonomes. Son est positionner l'organe terminal dans une configuration donnée, c'est-à-dire une position et une orientation spécifiques. Cela est généralement déterminé par des caractéristiques de vitesse et d'accélération requises.

L'architecture du S.M.A. est basée sur une chaîne cinématique, c'est-à-dire une séquence de corps (segments) reliés entre eux par des articulations. Sa motorisation est réalisée à l'aide d'actionneurs, qui peuvent être électriques, pneumatiques ou hydrauliques. Ces actionneurs transmettent le mouvement aux articulations, permettant ainsi le contrôle et la manipulation du bras robotique[25].

#### a. Articulation

En robotique, une articulation est une liaison entre deux corps successifs d'un mécanisme, telle qu'elle limite le nombre de degrés de liberté de l'un par rapport à l'autre. Il convient de noter que certaines articulations peuvent offrir plus d'un degré de liberté. Lorsque l'articulation ne permet qu'un seul degré de liberté, on parle d'articulation simple. Il existe deux types d'articulations simples : les articulations rotatives et les articulations prismatiques.

- Articulation **rotative** : une articulation notée R, est un pivot qui restreint le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe commun. L'angle autour de cet axe représente la configuration relative des deux corps. (voir la figure suivante).



Figure I.3 Symbole de l'articulation rotative.

- Articulation **prismatique** : Cette articulation, notée P, est une glissière qui limite le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La configuration relative des deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe. En combinant des articulations simples, il est possible de former des liaisons avec une mobilité supérieure à 1. Par exemple, une rotule peut être réalisée en utilisant trois articulations rotatoires dont les axes sont concourants, c'est-à-dire qu'ils se croisent en un point commun. [4] (voir la figure suivante).



Figure I.4 Symbole de l'articulation prismatique.

### I.3.3 Actionneurs

L'actionneur est l'organe qui actionne la structure mécanique en convertissant l'énergie source en énergie mécanique. on distingue généralement deux types d'actionneurs :

- **Actionneurs électriques**

Ce type d'actionneur utilise l'énergie électrique comme source d'alimentation. Les moteurs électriques sont les actionneurs électriques les plus couramment utilisés. Ils peuvent fonctionner avec différentes technologies, telles que les moteurs à courant continu (DC), les moteurs pas à pas, les moteurs synchrones

- **Actionneurs pneumatiques et hydrauliques**

Les actionneurs pneumatiques et hydrauliques assurent le transfert d'énergie à l'aide de différents types de vérins, tels que des vérins linéaires, angulaires ou rotatifs, ainsi que des vérins à simple effet ou à double effet, etc.

### I.3.4 Les capteurs

Les capteurs convertissent les caractéristiques physiques de l'environnement en signaux électriques exploitables. Le robot peut être équipé de divers types de capteurs, notamment :

- Capteurs internes ou proprioceptifs, qui mesurent les paramètres liés à l'état interne du robot, tels que la position des articulations, la vitesse, l'accélération, les courants électriques, les tensions, etc.

- Capteurs externes ou extéroceptifs, qui captent les informations provenant de l'environnement externe au robot, tels que la distance, la luminosité, la température, la pression, le son, etc.

Ces capteurs permettent au robot de percevoir son environnement et de recueillir les données nécessaires pour prendre des décisions, adapter son comportement et interagir de manière appropriée avec son environnement.

### I.3.5 Système de commande et de traitement de l'information (cerveau)

Qui joue le rôle du "cerveau", est responsable de la gestion et de la répartition de l'énergie vers les différents actionneurs en générant les signaux de commande nécessaires. Le choix du système de commande est déterminé par les facteurs suivants :

- La complexité de la structure mécanique.
- L'ampleur des tâches à réaliser.
- Les performances souhaitées.

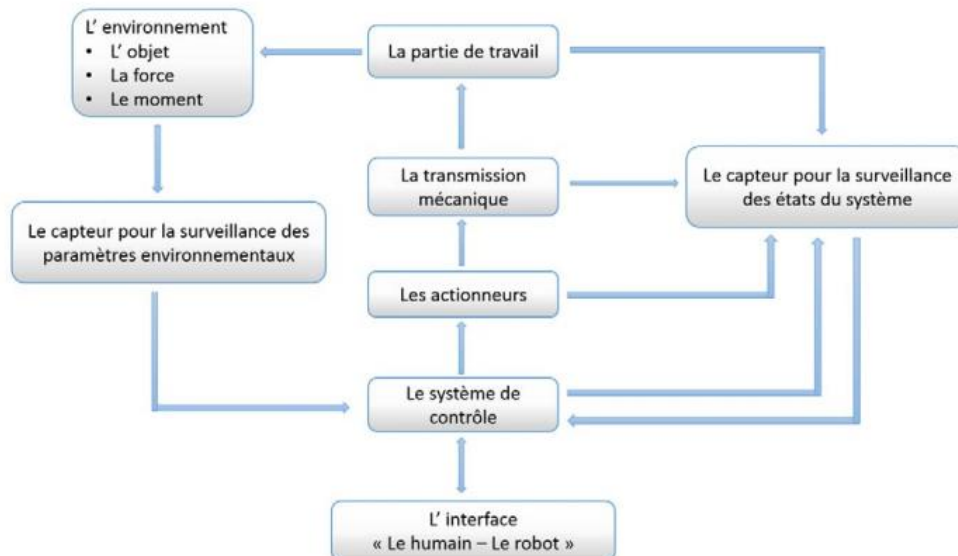


Figure I.5 Composition d'un robot industriel

## I.4 Transformation homogène

### I.4.1 Transformation des repères

Appliquons une transformation de translation et/ou de rotation au repère  $R_i$ , ce qui entraînera sa transition vers le repère  $R_j$ . Cette transformation est représentée par la matrice  ${}^i T_j$  également appelée matrice de transformation homogène de dimension (4x4), et est définie de la manière suivante :

$${}^i T_j = \begin{bmatrix} i s_j & i n_j & i a_j & i p_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & p_x \\ s_y & n_y & a_y & p_y \\ s_z & n_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Où :  ${}^i s_j$ ,  ${}^i n_j$  et  ${}^i a_j$  désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes  $x_j$ ,  $y_j$  et  $z_j$  du repère  $R_j$ . exprimés dans le repère  $R_i$  et où  ${}^i P_j$  est le vecteur exprimant l'origine du repère  $R_j$  dans le repère  $R_i$  [25].

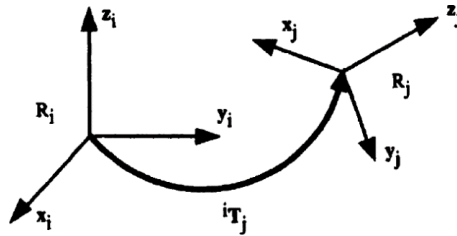


Figure I.6 Transformation des repères.

On peut écrire la matrice  ${}^i T_j$  de transformation sous la forme :

$${}^i T_j = \begin{bmatrix} {}^i A_j & {}^i P_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i s_j & {}^i n_j & {}^i a_j & {}^i p_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec :

- ${}^i A_j$  La matrice de rotation
- ${}^i P_j$  La matrice de translation

## I.5 Modélisation des bras manipulateurs

### I.5.1 Modélisation Géométrique

La modélisation géométrique permet de décrire la position de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme, et réciproquement. On peut identifier deux types de modèles :

1. Modèle géométrique direct.
2. Modèle géométrique inverse.

Afin d'analyser le comportement mécanique d'un robot ou d'un bras manipulateur, il est essentiel d'associer un système de coordonnées orthogonales à chaque corps de la structure mécanique, ainsi qu'un référentiel fixé à la base du robot ou du bras manipulateur. L'étude des mouvements des corps est ainsi équivalente à l'étude des mouvements des systèmes de coordonnées.

#### a. Modélisation géométrique direct (MGD)

Le modèle géométrique direct permet de déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal par rapport à un repère fixe, en fonction des variables articulaires  $q_1, q_2, \dots, q_n$  du mécanisme. Il ne prend pas en compte les forces qui génèrent le mouvement, il s'agit de trouver la fonction  $F$  qui satisfait l'équation suivante :

$$X_i = F(q_1, q_2, \dots, \dots, q_n) \quad (I.1)$$

$i = 1, 2, \dots, \dots, p.$

avec :

$p$ : C'est le nombre de variables géométriques.

$n$ : C'est le nombre de degré de liberté du robot

Cette représentation géométrique repose principalement sur la position relative ou absolue des différents corps du robot dans l'espace. Il est donc crucial de sélectionner la méthode appropriée.

En robotique, l'utilisation fréquente des matrices homogènes pour décrire les transformations entre les repères est motivée par leur capacité à représenter n'importe quelle transformation, qu'il s'agisse d'une translation ou d'une rotation, avec un nombre minimal d'opérations.

L'expression générale de cette transformation est obtenue par une succession de 4 transformations élémentaires entre deux repères  $R_i$  et  $R_{i-1}$

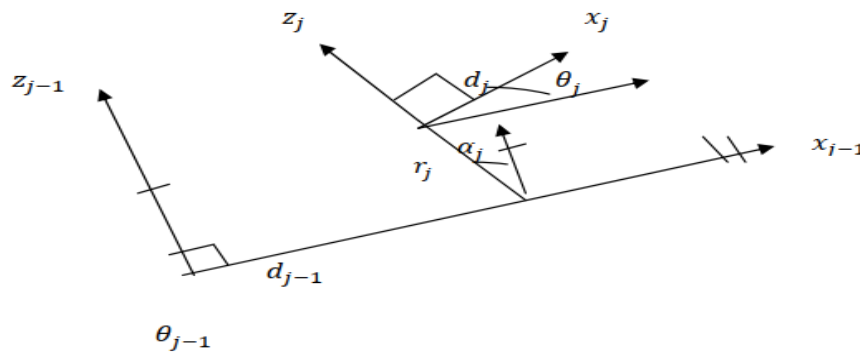


Figure I.7 paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple.

- 1/ Rotation autour de  $x$  d'angle  $\alpha_{j-1}$  définie  $Rot(x, \alpha_{j-1})$ .
- 2/ Translation le long de  $x$  d'un longueur  $d_{j-1}$  définie  $Trans(x, d_{j-1})$ .
- 3/ Rotation autour de  $z$  d'angle  $\theta_j$  définie  $Rot(z, \theta_j)$ .
- 4/ Translation le long de  $z$  d'un longueur  $r_j$  définie  $Trans(z, r_j)$ .

La matrice de transformation homogène définissant le repère  $R_j$  dans le repère  $R_{j-1}$  est donnée comme suit :

$${}^{j-1}T_j = Rot(x, \alpha_{j-1})Trans(x, d_{j-1})Rot(z, \theta_j)Trans(z, r_j)$$

$$\begin{aligned}
{}^{j-1}T_j &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_{j-1} & -s\alpha_{j-1} & 0 \\ 0 & s\alpha_{j-1} & c\alpha_{j-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_{j-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_j & -s\theta_j & 0 & 0 \\ s\theta_j & c\theta_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
{}^{j-1}T_j &= \begin{bmatrix} c\theta_j & -s\theta_j & 0 & d_{j-1} \\ c\alpha_{j-1}s\theta_j & c\alpha_{j-1}c\theta_j & -s\alpha_{j-1} & -r_js\alpha_{j-1} \\ s\alpha_{j-1}s\theta_j & s\alpha_{j-1}c\theta_j & c\alpha_{j-1} & r_jc\alpha_{j-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.2)
\end{aligned}$$

Avec :

$$c\alpha_{j-1} = \cos(\alpha_{j-1}) ; c\theta_j = \cos(\theta_j).$$

$$s\alpha_{j-1} = \sin(\alpha_{j-1}) ; s\theta_j = \sin(\theta_j).$$

### b. Modélisation géométrique Inverse (MGI)

Le modèle géométrique inverse nous permet de calculer les variables articulaires à partir des variables géométriques. Il est défini par la fonction inverse ou réciproque de F

$$q = F^{-1}(x) \quad (I.3)$$

avec :

$$q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

## I.5.2 Modélisation Cinématique

Dans le modèle géométrique, on se concentre uniquement sur la position et l'orientation des corps et de l'organe terminal, tandis que dans le modèle cinématique, les vitesses de l'organe terminal et les vitesses articulaires font leur apparition

### a. Modélisation Cinématique Direct (MCD)

Le MCD exprime les vitesses de translation et d'orientation de l'effecteur  $\dot{X}$  d'un bras manipulateur, il est noté :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial F}{\partial q} \frac{dq}{dt} \quad (I.4)$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{X} \quad : \text{Vecteur de position et d'orientation de l'organe terminal}$$

$$\frac{\partial F}{\partial q} = J(q) \quad : \text{matrice jacobienne de dimension } (m.n)$$

$$\frac{dq}{dt} = \dot{q} \quad : \text{Vecteur de vitesse articulaire.}$$



## b. Modélisation Cinématique Inverse (MCI)

Le modèle cinématique inverse nous permet de déterminer les vitesses à appliquer aux actionneurs fonction des vitesses désirée pour l'organe terminal dans l'espace de la tâche. Il est exprimé par la forme suivante :

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (I.5)$$

### I.5.3 Modélisation dynamique

Les bras manipulateurs sont caractérisés par des modèles dynamiques qui comprennent un ensemble d'équations mathématiques contenant des informations sur leur dynamique peuvent être simulés sur un ordinateur dans le but de concevoir une commande qui répond aux performances désirées. Peuvent être obtenues en utilisant les principes mécaniques classiques de Newton et de Lagrange. Les approches d'Euler Lagrange et Newton-Euler permettent d'aboutir aux équations du mouvement des robots. Dans la modélisation dynamique on constate deux modèles :

#### a. Le modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse est représenté par la relation de la forme :

$$\tau = G(q, \dot{q}, \ddot{q}, fext) \quad (I.6)$$

#### b. Le modèle dynamique direct

Le modèle dynamique direct est représenté par la relation de la forme :

$$q = G(q, \ddot{q}, \tau, fext) \quad (I.7)$$

La méthode la plus utilisée est constituée par les **équations de Lagrange-Euler**.

- **Formalisme de Lagrange-Euler**

Le formalisme d'Euler-Lagrange conduit à un algorithme qui permet de formuler les équations dynamiques du mouvement. L'approche d'Euler-Lagrange est utilisée pour modéliser et présenter la dynamique des robots à travers les équations du mouvement. Cette approche est décrite par l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = T_i \quad i = 0, \dots, n \quad (I.8)$$

avec :

$T_i$  : La force ou le couple généralisé à la  $i^{\text{ème}}$  articulation.

$n$  : Le nombre de degré de liberté.

$q_i$  : La coordonnée généralisée de l'articulation  $i$ .

$\dot{q}_i$  : La dérivée de la coordonnée généralisée.

$L$  : Le Lagrangien exprimé par l'équation suivante :

$$L = E_c - E_p \quad (\text{I.9})$$

où :

$E_c$  : L'énergie cinétique.

$E_p$  : L'énergie Potentielle.

Le modèle dynamique général d'un robot manipulateur est habituellement décrit par l'équation matricielle suivante [7].

$$T = M(\theta) \ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) + T_d \quad (\text{I.10})$$

Où

$M(\theta)$  : Matrice d'inertie de dimension  $(n \times n)$  symétrique et définie positive.

$N(\theta, \dot{\theta})$  : Vecteur de dimension  $(n \times 1)$  spécifiant l'effet de Centrifuge et de Coriolis.

$G(\theta)$  : Vecteur de dimension  $(n \times 1)$  exprimant l'effet gravitationnel.

$H(\dot{\theta})$  : Vecteur de dimension  $(n \times 1)$  exprimant les frottements.

$T_d$  : Vecteur de dimension  $(n \times 1)$  regroupant les perturbations.

Ce modèle peut être obtenu à partir des méthodes de NEWTON-EULER ou d'EULER-LAGRANGE [8]

## I.6 Modélisation dynamique d'un bras manipulateur à 2d.d.l

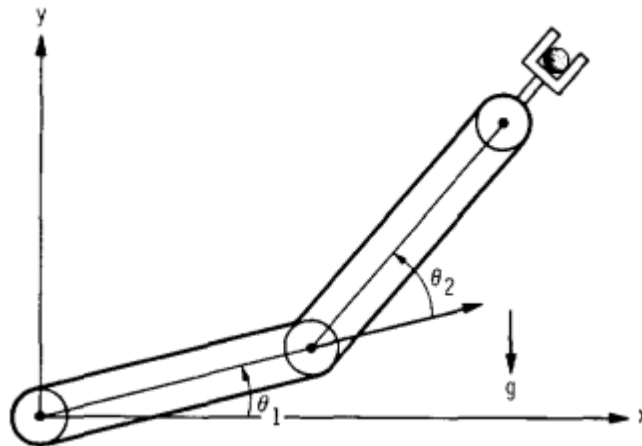


Figure I.8 Structure d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté.

Le modèle dynamique de ce robot avec la charge  $(m)$  est donné par l'équation matricielle suivante [9] :

$$T = M(\theta) \ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) + mJ^T(\theta)[J(\theta)\ddot{\theta} + \dot{j}(\theta, \dot{\theta}) + g] \quad (\text{I.11})$$

A partir de l'équation (I.10) et (I.11) donc :

$$T_d = mJ^T(\theta)[J(\theta)\ddot{\theta} + j(\theta, \dot{\theta}) + g] \quad (I.12)$$

où

$\theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$  Vecteur des variables articulaires généralisées.

$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix}$  Vecteur des couples généralisés.

- **Matrice d'inertie**

$$M(\theta) = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 \cos \theta_2 & a_3 + \frac{a_2}{2} \cos \theta_2 \\ a_3 + \frac{a_2}{2} \cos \theta_2 & a_3 \end{pmatrix} \quad (I.13)$$

- **Matrice de forces de centrifuge et de Coriolis**

$$N(\theta, \dot{\theta}) = \begin{pmatrix} -(a_2 \sin \theta_2) + \left( \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \frac{\dot{\theta}_2^2}{2} \right) \\ (a_2 \sin \theta_2) \frac{\dot{\theta}_1^2}{2} \end{pmatrix} \quad (I.14)$$

- **Vecteur des forces de gravité**

$$G(\theta) = \begin{pmatrix} a_4 \cos \theta_1 + a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \quad (I.15)$$

- **Vecteur exprimant les frottements**

$$H(\dot{\theta}) = \begin{pmatrix} V_1 \dot{\theta}_1 + V_2 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ V_3 \dot{\theta}_2 + V_4 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2) \end{pmatrix} \quad (I.16)$$

- **Matrice Jacobienne**

$$J(\theta) = \begin{pmatrix} -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \quad (I.17)$$

$$g = \begin{pmatrix} 0 \\ +9.81 \end{pmatrix}$$

avec :

$a_1 \dots a_5$  : Sont des paramètres constants obtenus à partir des masses ( $m_1, m_2$ ) et de longueurs ( $L_1, L_2$ ) des deux bras.

$V_1, V_3$  : sont les coefficients des frottements visqueux

$V_2, V_4$  : sont les coefficients des frottements secs

- **Paramètres du robot [9]**

Paramètres	$m_1$ [Kg]	$m_2$ [Kg]	$L_1$ [m]	$L_2$ [m]
Valeurs Numériques	15.91	11.36	0.432	0.432

Tableau I.1 Valeurs Numériques des paramètres du Robot

- **Paramètres du modèle [9]**

Paramètres	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$V_1, V_3$ ( $\frac{\text{Nt.m}}{\text{rad.s}^{-1}}$ )	$V_2, V_4$ (Nt. m)
Valeurs Numériques	3.83	2.12	0.71	81.82	24.06	1.0	0.5

Tableau I.2 Valeurs Numériques des paramètres du Modèle

Charge  $m$  : varie de 0 à 10Kg

## I.7 Représentation d'état

Les équations de la dynamique (I.10) peuvent s'écrire en utilisant le changement de variable ci-dessous :

$$\begin{cases} \theta = x_1 \\ \dot{\theta} = x_2 \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

Avec  $\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$  et  $\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$

Alors, D'après (I.10) et (I.18) la représentation d'état est obtenue comme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = M(\theta)^{-1} [T - N(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta) - H(\dot{\theta}) - T_d] \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

Si on ajoute les sorties, la représentation d'état générale du système devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = f(\theta_1, \theta_2) + b(\theta_1, \theta_2)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{I.20})$$

avec :

$$b = M(\theta)^{-1}$$

$$f = -M(\theta)^{-1}[N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) + T_d] \quad (\text{I.21})$$

$$u = T$$

### I.8 Commande Classique Linéaire "PD Control " [2]

La commande classique PD (proportionnelle-dérivée) est une technique de commande couramment utilisée dans le domaine de l'automatisation et du contrôle. Elle repose sur la rétroaction de l'erreur entre la valeur mesurée d'une variable de système et sa valeur de référence, en utilisant deux composantes principales : la proportionnelle et la dérivée.

En combinant ces deux composantes, la commande PD permet de réduire l'erreur de suivi de référence, d'améliorer la stabilité du système et de réduire les effets des perturbations.

Elle est particulièrement utile dans les systèmes où une réponse rapide et un suivi précis de référence sont nécessaires. Plus précisément, cette méthode utilise un contrôleur fixe de type PD qui génère une loi de commande par contre réaction donnée par :

$$T = K_V (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + K_P (\theta_d - \theta) \quad (\text{I.22})$$

En tenant compte des expressions (II.1), il vient :

$$T = K_V \dot{E}(t) + K_P E(t) \quad (\text{I.23})$$

$K_V$  et  $K_P$  : matrices (n x n) constantes, positives et diagonales.

Dans la suite, on notera :

$$\text{Vecteur de l'erreur de position} \quad : \quad E(t) = \theta_d(t) - \theta(t)$$

$$\text{Vecteur de l'erreur de vitesse} \quad : \quad \dot{E}(t) = \dot{\theta}_d(t) - \dot{\theta}(t) \quad (\text{I.24})$$

$$\text{Vecteur de l'erreur de l'accélération} \quad : \quad \ddot{E}(t) = \ddot{\theta}_d(t) - \ddot{\theta}(t)$$

où  $\theta_d$ ,  $\dot{\theta}_d$ ,  $\ddot{\theta}_d$  représentent respectivement les vecteurs de position désirée, vitesse désirée, et accélération désirée.

La loi de Commande PD est traduite par le schéma bloc de la figure (II.1).

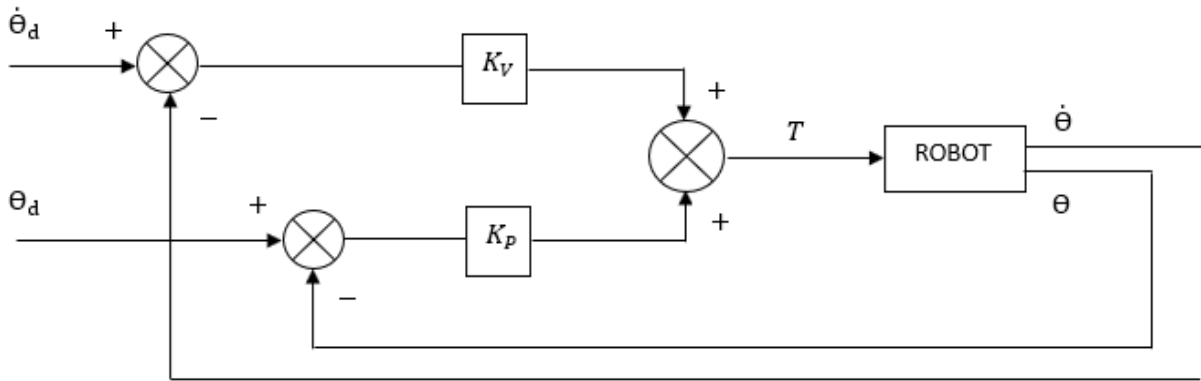


Figure I.9 Schéma bloc de la commande classique PD de robot

### I.8.1 Trajectoire de référence

La trajectoire de référence que nous avons utilisée est de type cycloïde, ce qui garantit une continuité en termes de position, vitesse et accélération donnée par [9]:

$$\theta_{r1}(t) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi t}{3} - \sin \frac{2\pi t}{3} \right) & , \quad 0 \leq t \leq 3 \\ 0, & 3 < t \end{cases}$$

$$\theta_{r2}(t) = \begin{cases} \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi t}{3} - \sin \frac{2\pi t}{3} \right) & , \quad 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{\pi}{2}, & 3 < t \end{cases}$$

Les vitesses et les accélérations désirées sont obtenues par dérivation.

- Paramètres de synthèse

$$K_P = \text{Diag}[150,150]$$

$$K_V = \text{Diag}[100,100]$$

### I.8.2 Résultats de Simulation

Les simulations qui vont être présentées dans ce chapitre ont été réalisées sur logiciel "MATLAB". La méthode de RUNGE-KUTTA d'ordre 4 avec un pas de  $10^{-3}$  s a été utilisée dans cette simulation. Les lois de commande développées dans ce chapitre sont testées sur un modèle d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté (a été présenté précédemment).

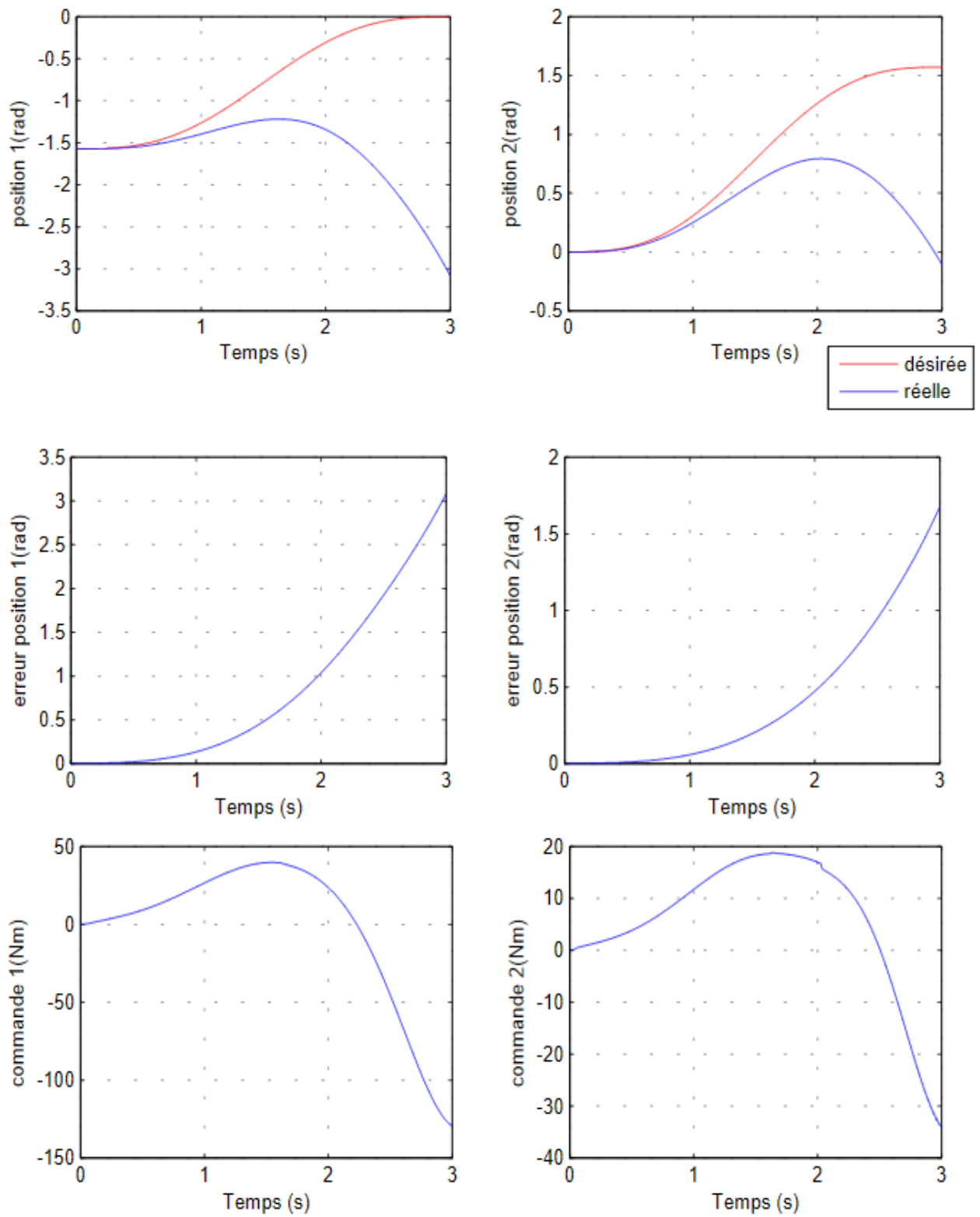


Figure I.10 Réponses des deux articulations du robot (commande classiquePD).

- ***Interprétation***

Les réactions (ou réponses) du système sont instables et imprévisibles et présenter des erreurs importantes. La commande PD est basée sur l'hypothèse d'un système linéaire. Dans un système linéaire, l'effet d'une entrée est directement proportionnel à la réponse du système. Cependant, les non-linéarités présentes dans les robots manipulateurs, telles que les frottements, les jeux mécaniques et les effets de couplage entre les articulations, ne respectent pas cette hypothèse de linéarité. Ces non-linéarités introduisent des comportements complexes qui ne peuvent pas être facilement modélisés ou compensés par une simple commande PD.

## **I.9 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons donné la description générale et les notions fondamentales sur les robots manipulateurs. Nous avons également montré leurs composants et leurs différentes modélisations (géométrique, cinématique, dynamique). Enfin, nous avons donné le modèle dynamique détaillé d'un robot à deux degrés de liberté et données ainsi que sa représentation d'état pour lui appliquer la commande classique PD sur notre modèle du robot dans la fin de ce chapitre et pour lui appliquer aussi différents types de commandes dans les chapitres suivants.



*CHAPITRE II*

**Commande linéarisante des robots  
manipulateurs**

---

## Chapitre II

### Commande linéarisante des robots manipulateurs

#### II.1 Introduction

Les robots manipulateurs sont d'une importance capitale dans le domaine de l'automatisation industrielle, car ils améliorent la précision et l'efficacité dans l'exécution d'une large gamme de tâches. Cependant, la Commande de ces systèmes complexes est confrontée à des défis en raison de leur comportement non linéaire et des interactions dynamiques entre leurs composants. Pour de tels systèmes, il est nécessaire d'envisager des techniques de commande non linéaire.

La commande linéarisante offre un moyen intéressant de simplifier la dynamique complexe du robot en la transformant en un modèle linéaire équivalent, et aussi une approche puissante qui vise à linéariser le comportement non linéaire du robot pour faciliter sa commande. Toutefois, cette dernière nécessite une connaissance précise du modèle du robot.

Dans ce chapitre nous allons présenter et appliquer la commande linéarisante sur un robot manipulateur à deux degrés de liberté, et nous allons montrer les avantages et les inconvénients de cette commande.

#### II.2 Commande Linéarisante "Computed Torque Control"

La commande Linéarisante est une approche de commande utilisée dans le domaine de la robotique pour contrôler avec précision les robots manipulateurs non linéaires. Cette méthode vise à linéariser (comportement linéaire en boucle fermée) le modèle dynamique complexe du robot en compensant les non-linéarités et en appliquant une commande rétroactive précise.

La commande linéarisante fonctionne en calculant le couple de commande requis pour chaque articulation du robot en utilisant un modèle dynamique précis. Ce modèle intègre les propriétés mécaniques du robot régi par L'équation matricielle (I.10). Ensuite, des termes correctifs sont ajoutés pour annuler les effets des non-linéarités du système. Lorsque nous avons une connaissance précise du modèle de robot, cela permet l'implémentation de commande linéarisante directement à l'aide de paramètres connus.

La boucle de linéarisation est établie en sélectionnant un couple  $T$  spécifique à appliquer au robot de la forme suivante [7] :

$$T = \hat{M}(\theta)T' + \hat{N}(\theta, \dot{\theta}) + \hat{G}(\theta) + \hat{H}(\dot{\theta}) \quad (\text{II.1})$$

Où  $\hat{M}$ ,  $\hat{N}$ ,  $\hat{G}$  et  $\hat{H}$  sont les estimés de  $M$ ,  $N$ ,  $G$  et  $H$ .

Dans le cas où le modèle du robot est connu avec une précision suffisante, (c-à-d  $\hat{M} = M$ ,  $\hat{N} = N$ ,  $\hat{G} = G$ ,  $\hat{H} = H$  et  $T_d=0$ ) et en remplaçant (II.4) dans (I.10), on aura :

$$\ddot{\Theta} = T' \quad (\text{II.2})$$

À condition que la matrice  $\hat{M}(\Theta)$  soit non singulière, le problème de commande du robot peut être transformé en un problème de commande de  $n$  doubles intégrateurs découplés [7,10], Ainsi, l'entrée  $T'$  peut être considérée comme une commande pour la boucle externe chargée de réguler le système. Cette commande est spécifiée en termes d'accélération.

A partir de l'équation (II.2) on trouve :

$$\ddot{\Theta} = -\hat{M}(\Theta)^{-1}(\hat{N}(\Theta, \dot{\Theta}) + \hat{G}(\Theta) + \hat{H}(\dot{\Theta})) - T \quad (\text{II.3})$$

Elle peut être obtenue à l'aide d'un compensateur linéaire "proportionnel-dérivé" ou d'un retour d'état pour le système linéarisé [7]. En ce qui concerne la commande de suivi de trajectoire,  $T'$  est donnée par :

$$T' = \ddot{\Theta}_d(t) + K_V \dot{E}(t) + K_P E(t) \quad (\text{II.4})$$

$K_V$  et  $K_P$  : matrices ( $n \times n$ ) constantes, positives et diagonales.

$$K_V = \text{Diag}(K_{V_i}) = \text{Diag}(2\xi_i \omega_i), \quad K_P = \text{Diag}(K_{P_i}) = \text{Diag}(\omega_i^2) \quad ; \quad i = 1 \dots n.$$

avec :

$\xi$  : facteur d'amortissement,  $\omega$  : pulsation propre.

En remplaçant (II.4) dans (II.1), on obtient la loi de commande:

$$T = \hat{M}(\Theta) [\ddot{\Theta}_d(t) + K_V \dot{E}(t) + K_P E(t)] + \hat{N}(\Theta, \dot{\Theta}) + \hat{G}(\Theta) + \hat{H}(\dot{\Theta}) \quad (\text{II.5})$$

Cette loi de commande se traduit par le schéma de la figure (II.1)

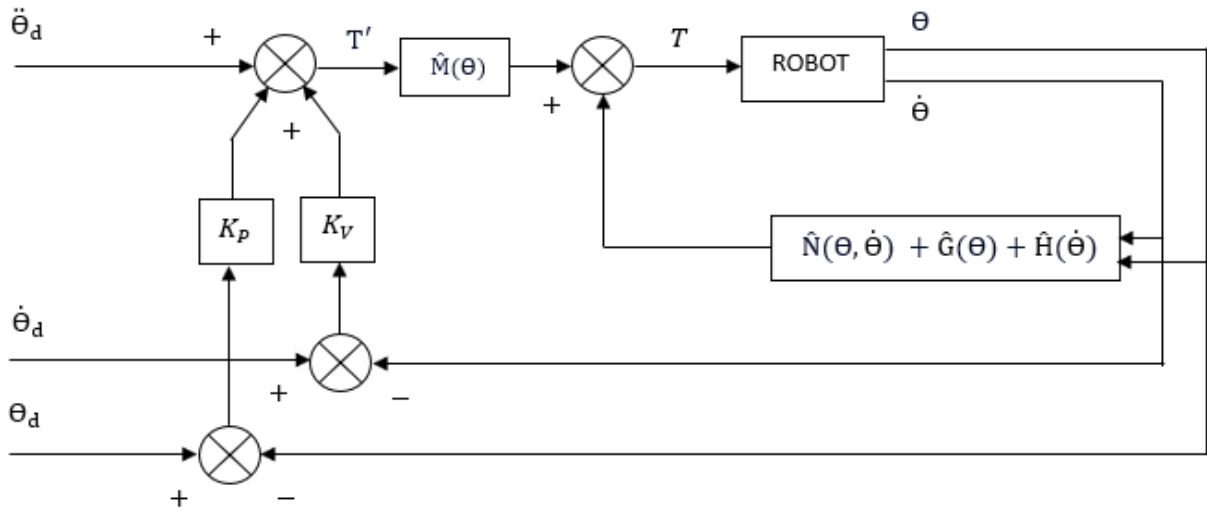


Figure II.1 Schéma bloc de la commande linéarisante des robots manipulateurs.

### II.2.1 Analyse de la stabilité

Le comportement du robot en boucle fermée il se traduit a partir de l'équation de l'erreur  
En combinant les équations (I.10) et (II.5).

On obtient :

$$M(\Theta) [\ddot{E}(t) + K_V \dot{E}(t) + K_P E(t)] = 0 \quad (\text{II.6})$$

On a vu que la matrice  $M(\Theta)$  est inversible, donc on a multiplié(II.6) par  $M(\Theta)^{-1}$ , ce qui donne :

$$\ddot{E}(t) + K_V \dot{E}(t) + K_P E(t) = 0$$

Le comportement du robot avec cette loi de commande est identique à celui d'un système du second ordre. Cette dernière équation a pour solution un signal  $E(t)$  qui tend exponentiellement vers zéro [7]. La décroissance exponentielle de  $E(t)$  vers zéro est une propriété souhaitable dans la commande et le contrôle des robots, car cela indique que l'erreur entre la trajectoire souhaitée et la trajectoire réelle diminue progressivement jusqu'à atteindre une précision élevée. Cette propriété de convergence exponentielle est souvent recherchée pour assurer un suivi précis des trajectoires et une performance stable du robot. En résumé, on peut conclure que lorsque le modèle du robot est parfaitement connu, le système en boucle fermée avec cette commande présente une stabilité exponentielle

### II.2.2 Trajectoire de reference

La trajectoire de référence que nous avons utilisée est de type cycloïde, comme le chapitre précédent par [9]:

$$\theta_{r1}(t) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi t}{3} - \sin \frac{2\pi t}{3} \right) & , \quad 0 \leq t \leq 3 \\ 0, & 3 < t \end{cases}$$

$$\theta_{r2}(t) = \begin{cases} \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi t}{3} - \sin \frac{2\pi t}{3} \right) & , \quad 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{\pi}{2}, & 3 < t \end{cases}$$

Les vitesses et les accélérations désirées sont obtenues par dérivation.

- **Paramètres de synthèse**

$$K_P = \text{Diag}[100,100]$$

$$K_V = \text{Diag}[20,20]$$

### II.2.3 Résultats de simulation

La commande linéarisante est appliquée sur un modèle d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté (chapitre précédent). Pour bien analyser les résultats de simulation et montrer les points positifs et les points négatifs de cette commande, une série des tests va être effectuée sur ces schémas.

#### Test 1 : Test à vide (sans charge et sans perturbations)

Dans ce test, nous voulons montrer le comportement du robot en poursuite de la trajectoire cycloïdale allant de l'état initiale  $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$  et  $\theta_2 = 0$  jusqu'à l'état final  $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$  en 3 secondes sans charge et sans variations paramétriques, ensuite avec un changement des conditions initiales comme suit :  $\theta_1 = -1.4$  et  $\theta_2 = 0.05$

#### Test 2 : variations paramétriques

Dans ce test, nous montrons le comportement du robot en présence de variations sur les paramètres du robot (variations de 50% et 100 % des longueurs et des masses de segments à l'instant  $t=1.5s$ ).

#### Test 3 : Introduction de la charge

Dans ce test, nous montrons le comportement du robot en réaction à l'introduction des charges de 5Kg et 10Kg à l'instant  $t=1.5s$ .

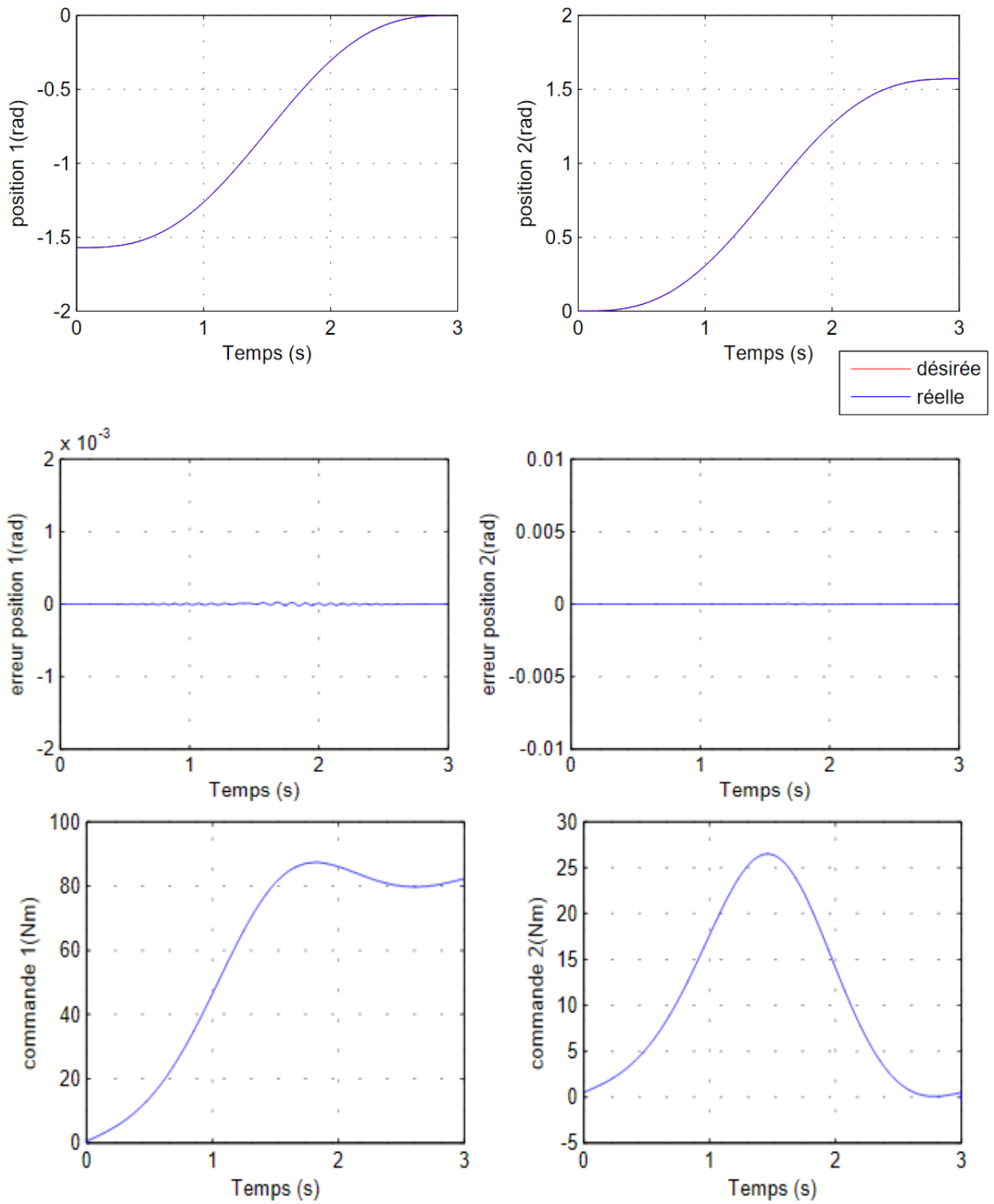


Figure II.2 Réponses des deux articulations du robot sans charge.

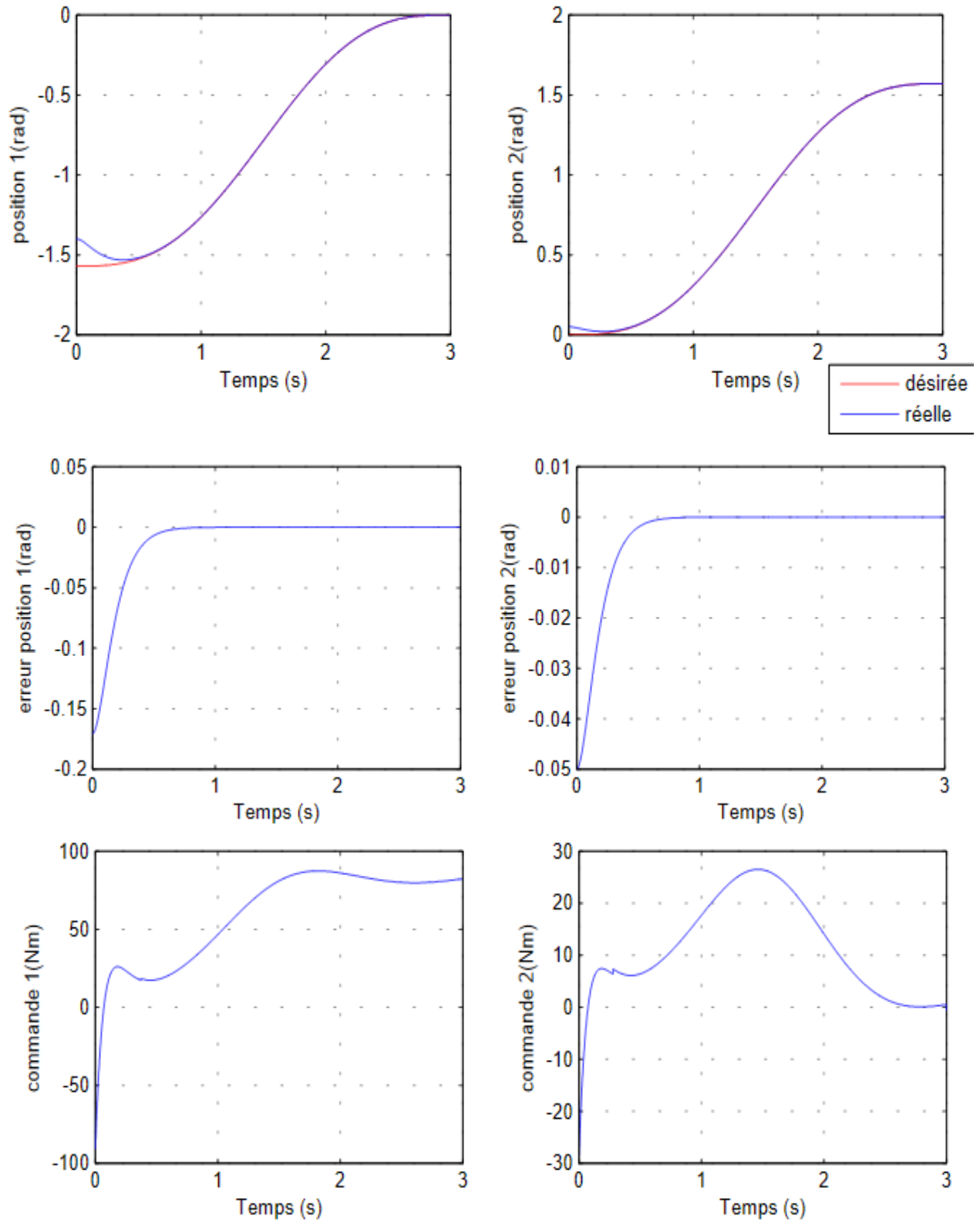


Figure II.3 Réponses des deux articulations du avec changement des conditions initiales.

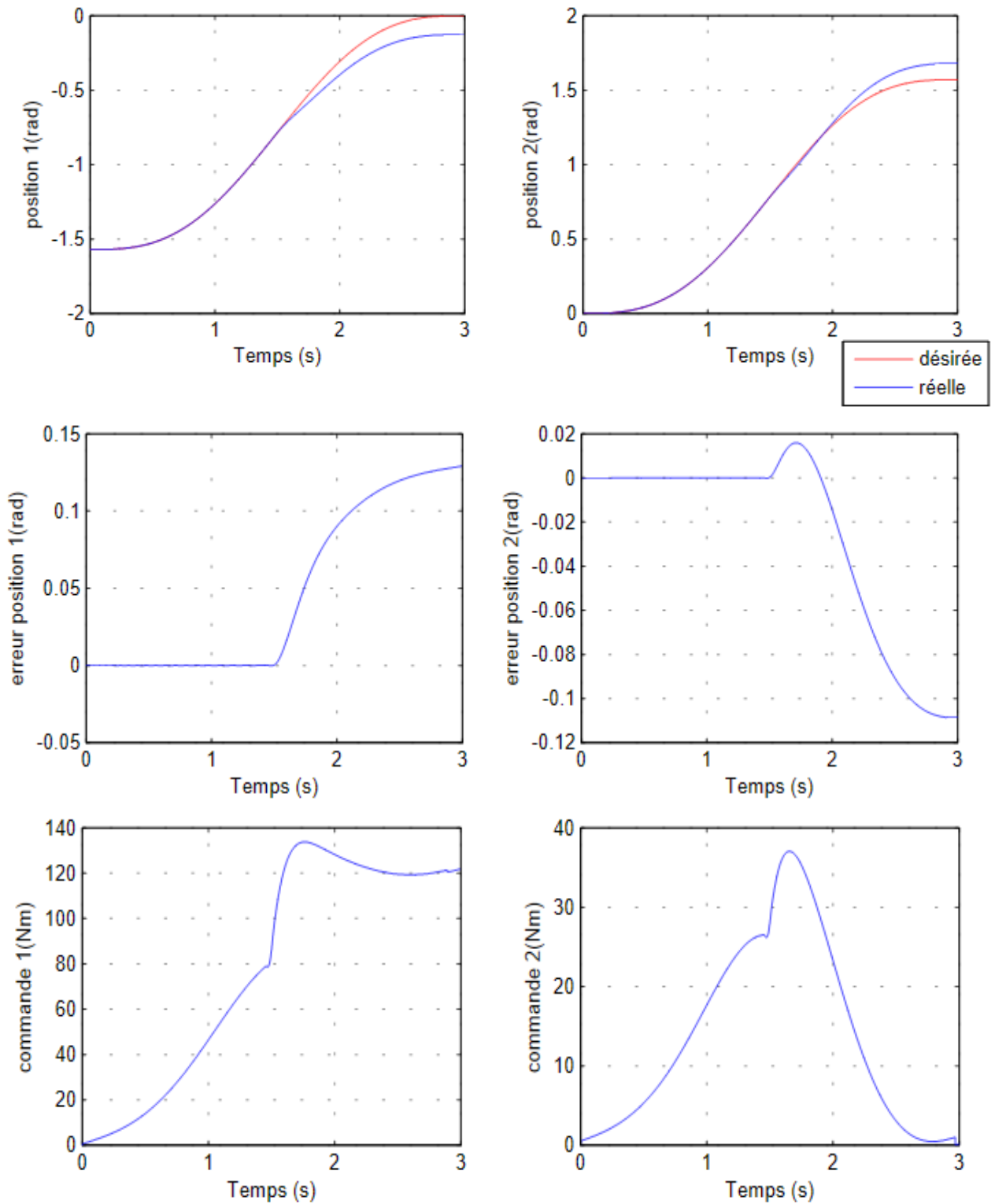


Figure II.4 Réponses des deux articulations du robot  
(Variations de 50% de  $L_i$  et  $m_i$  à  $t=1.5$ s).



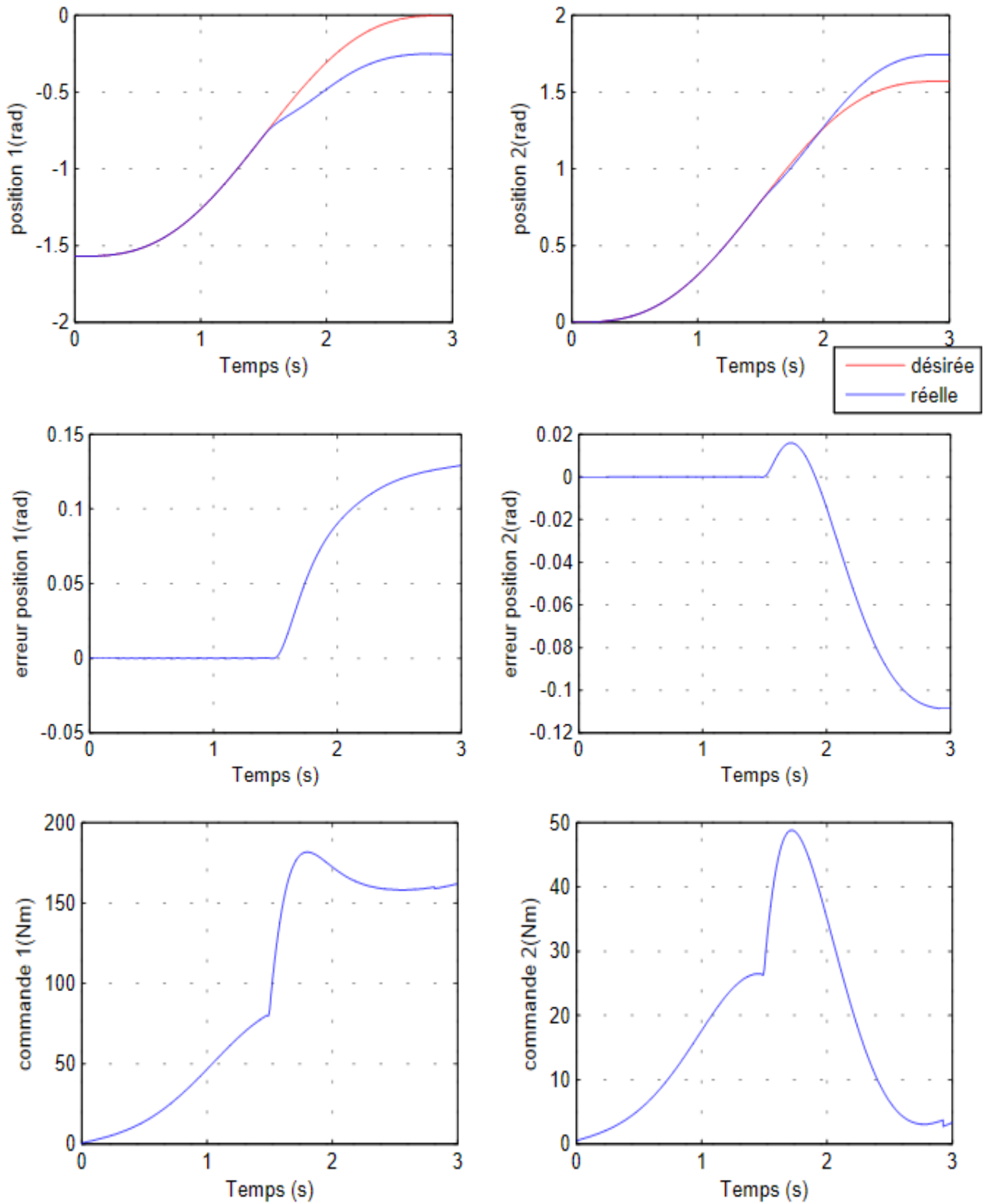


Figure II.5 Réponses des deux articulations du robot  
(Variations de 100% de  $L_i$  et  $m_i$  à  $t=1.5s$ ).

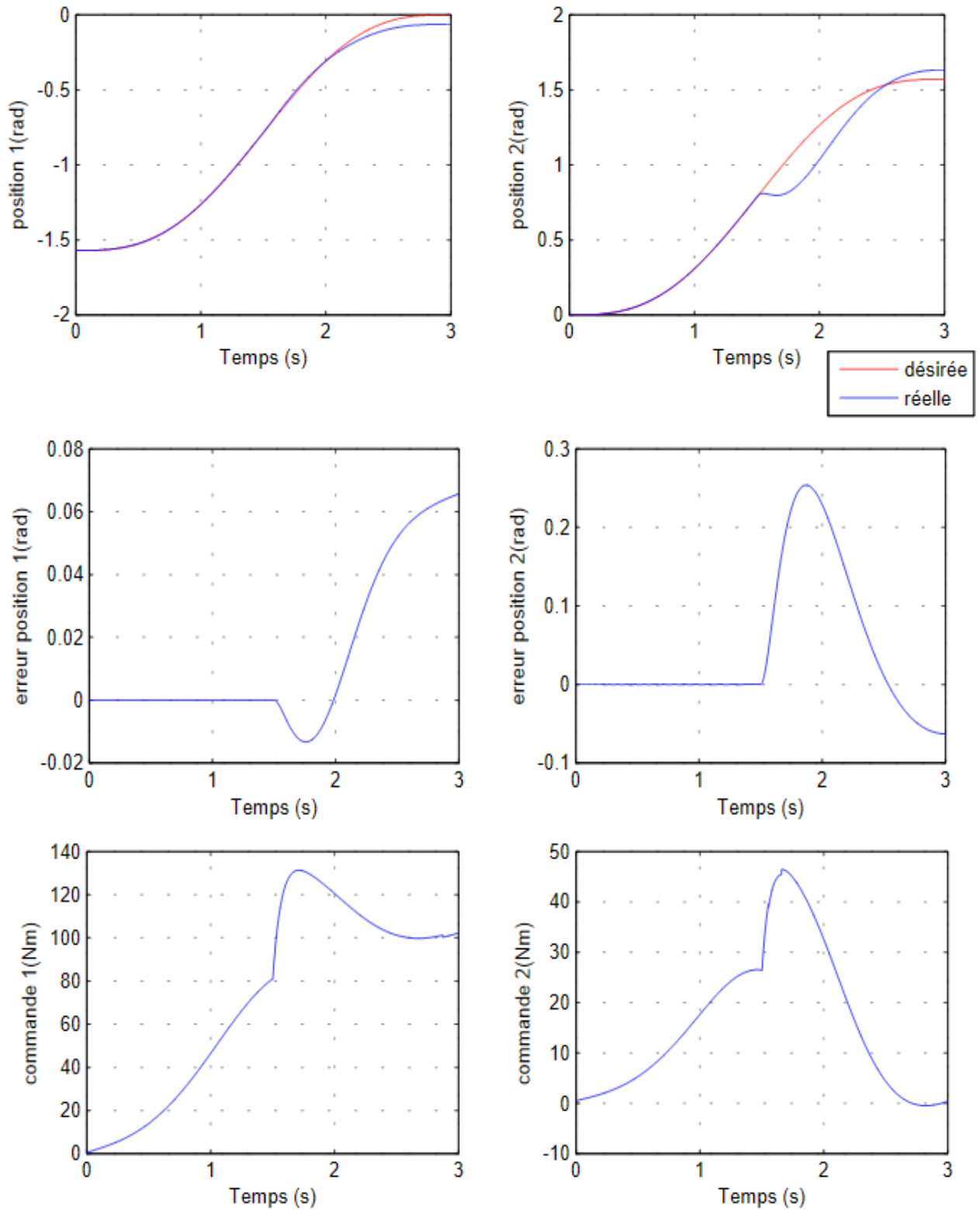


Figure II.6 Réponses des deux articulations du robot avec charge

(Introduction d'une masse de 5Kg à  $t=1.5$ s).

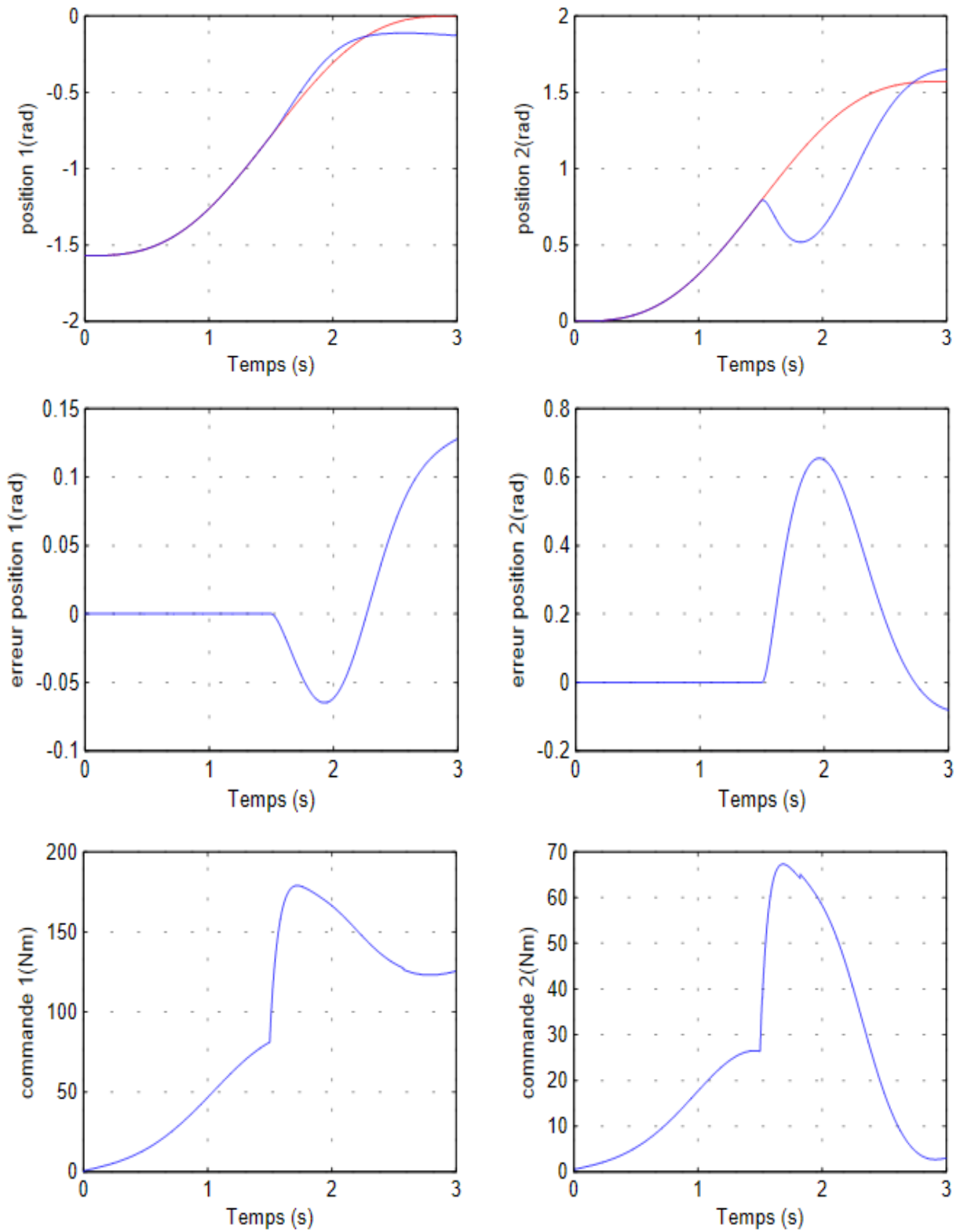


Figure II.7 Réponses des deux articulations du robot avec charge (Introduction d'une masse de 10Kg à  $t=1.5$ s).

- **Interprétation**

**Test 1**

Selon les réponses du système figure (II.4) , nous remarquons que le système est stable avec de très bonnes performances de poursuite de position et de vitesse. Dans ce cas le comportement du robot est tout à fait satisfaisant.

**Test 2**

Selon les réponses du système figure (II.5) et (II.6), nous remarquons que les performances de poursuite sont dégradées et le système est devenu instable dès l'introduction des variations paramétriques.

**Test 3**

Nous remarquons sur les figures (II.7) et (II.8) que le comportement du système devient instable et les performances de poursuite se dégradent considérablement dès l'introduction de la charge, le contrôleur ne peut pas compenser l'effet des non-linéarités introduites par la charge.

**II.3 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons appliqué la commande Linéarisante sur un robot manipulateur à deux degrés de liberté. L'application de cette loi de commande nécessite une connaissance précise du modèle du robot. Lorsque cette connaissance est disponible et que les paramètres du robot sont bien connus, cette commande peut être considérée comme une solution idéale. Cependant, dans des situations où il y a des changements dans les paramètres du robot ou une connaissance inexacte de ces paramètres, ou encore lorsque des dynamiques non modélisées sont présentes, la commande linéarisante peut s'avérer inefficace ou inutile. Elle ne pourra pas s'adapter aux variations et aux perturbations du système. L'étude par simulation a permis de mettre en évidence l'influence cruciale des différentes perturbations sur le comportement de cette commande. Cela souligne le besoin de trouver une solution qui puisse limiter les inconvénients de cette approche. L'objectif est de concevoir un contrôleur qui peut tolérer la présence des changements de paramètres et des perturbations du système, offrant ainsi une meilleure performance et une plus grande robustesse, c'est l'objectif du le chapitre suivant.

## *CHAPITRE III*

### **Commande par mode glissant classique des robots manipulateurs**

---

## Chapitre III

# Commande par mode glissant classique des robots manipulateurs

---

### III.1 Introduction

Les régulateurs linéaires telles que le PID et les commandes par retour d'état linéaire sont efficaces pour les systèmes avec des paramètres constants et un modèle bien connu. Cependant, dans le cas de systèmes non linéaires ou de systèmes linéaires avec des paramètres variables, ces commandes conventionnelles peuvent ne pas être efficaces, surtout lorsque les performances exigées sont strictes.

Pour concevoir un schéma de commande, on utilise généralement un modèle mathématique qui représente de manière approximative la réalité physique. La robustesse du schéma de commande est propriété essentielle, ce qui signifie que la loi de commande doit être peu sensible aux erreurs, aux incertitudes, aux variations paramétriques et aux perturbations extérieures. Dans notre étude, nous avons opté pour la commande par mode glissant, qui est un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable. Cette approche repose principalement sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinu, initialement développée par Filippov en 1960 [11]. Depuis la publication des livres d'Emelyanov et d'Utkin [6,12], les automaticiens ont rapidement reconnu l'intérêt de cette technique qui regroupe simplicité de synthèse et robustesse.

Dans ce chapitre, nous allons explorer le concept de commande par mode glissant classique et son loi de commande par la définition et détermination de la commande équivalente ainsi que la loi de commutation associée à la surface de glissement, et nous examinons également la condition d'existence du mode de glissement. Par la suite, nous appliquons cette commande à un robot manipulateur à deux degrés de liberté.

### III.2 Notion d'un système à structure variable

Un système à structure variable est un système qui subit des changements dans sa configuration pendant son fonctionnement. Le terme "système à structure variable" fait référence à la commutation du système et de son contrôleur entre deux ou plusieurs structures différentes. L'étude de ces systèmes est très importante, notamment dans les domaines de la physique, de la mécanique et de l'électricité. Cela est principalement dû aux propriétés de

stabilité que peut avoir le système global indépendamment de celles de chaque sous-système pris individuellement [12].

### III.3 Structure de base

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode glissant, on a trois configurations de base pour la synthèse des différentes lois de commande [13] :

- Un changement de structure par commutation d'une contre réaction d'état variable.
- Un changement de structure par commutation au niveau de l'organe de commande.
- Un changement de structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout d'un terme dit « commande équivalente ».

#### III.3.1 Structure par commutation d'une contre réaction d'état variable

C'est une configuration utilisée dans les systèmes de commande pour ajuster la dynamique du système en changeant la contre réaction d'état appliquée. Cette structure de commande n'exige pas une forte sollicitation de commande [14]. Elle a été largement appliquée dans la commande des moteurs à courant continu et à aimants permanents, ainsi que dans la commande des machines à induction. Elle repose sur la commande par retour d'état, où la dynamique du système est ajustée par le biais des gains. La non-linéarité est introduite par la commutation entre les différents jeux de gains, d'où une variation au niveau de la dynamique du système.

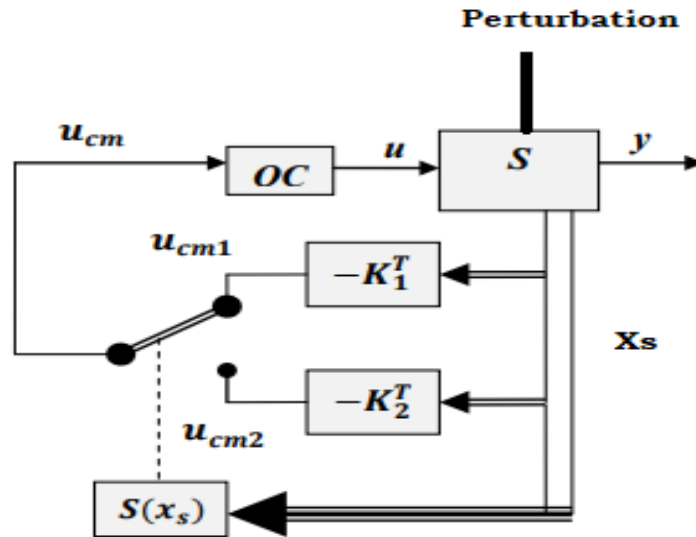


Figure III.1 structure par commutation d'une contre réaction d'état variable

Le système à régler  $S$  a une grandeur de commande " $u$ " et une grandeur de sortie " $y$ " (fig. III.1). Son comportement est représenté par le vecteur d'état " $x_s$ ", ce vecteur d'état est soumis à une contre-réaction, soit par le vecteur ligne " $-k_1$ ", soit par " $-k_2$ ", en fonction de la position d'un commutateur. La tension de commande " $u$ " est ensuite transmise à l'organe de commande, qui génère la grandeur de commande [15].

Le choix entre la contre-réaction d'état par  $-k_1$  ou  $-k_2$  est déterminé par la loi de commutation  $S(x)$ . Cette loi dépend également du vecteur d'état  $S(x)$ , on a :

$$u = \begin{cases} u_{cm1} = -k_1^T x_s & \text{si } S(x_s) > 0 \\ u_{cm2} = -k_2^T x_s & \text{si } S(x_s) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

En utilisant une stratégie de commande (loi de commutation) appropriée, il est possible d'obtenir un phénomène transitoire stable et bien amorti, même si les deux contre-réactions conduisent à un comportement instable ou à la limite de la stabilité.

Sous certaines conditions, la commutation peut se produire à une fréquence très élevée (théoriquement infinie). Le système fonctionne alors en mode de glissement, où son comportement dynamique est déterminé par la condition suivante :

$$S(x_s) = 0 \quad (\text{III.2})$$

Dans ce cas, l'organe de commande reçoit une tension de commande  $u_{cm}$  qui commute rapidement entre deux valeurs variables  $u_{cm1}$  et  $u_{cm2}$ , ce qui peut entraîner une sollicitation importante de l'organe de commande. Cet inconvénient limite souvent la mise en œuvre pratique de cette configuration [13].

### III.3.2 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

Cette structure est la plus courante et la plus utilisée. Elle repose sur le fonctionnement tout ou rien (TOR) des interrupteurs de puissance généralement associés aux variateurs de vitesse dans plusieurs applications.

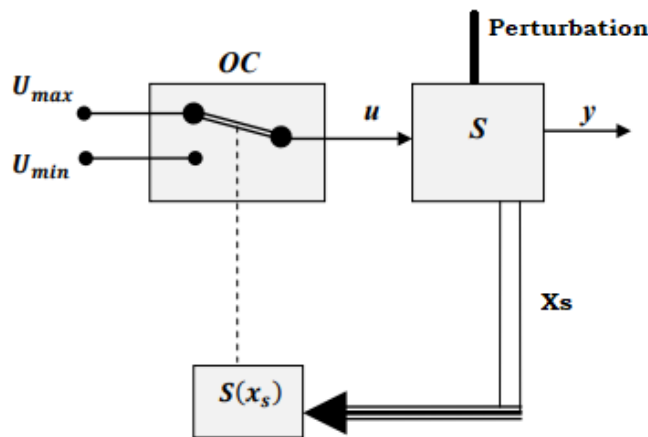


Figure III.2 structure par commutation au niveau de l'organe de commande

où :

OC : Organe de commande.

S : Système à commander.



$S(x_s)$  : Surface de glissement.  
 $u$  : Tension de commande.

Dans cette structure, l'organe de commande (OC) doit être conçu de manière à ce que la grandeur de commande  $u$  ne peut avoir que deux valeurs  $U_{max}$  et  $U_{min}$ . La commutation entre ces deux valeurs est définie par la loi de commutation suivante :

$$u = \begin{cases} U_{max} & \text{si } S(x_s) > 0 \\ U_{min} & \text{si } S(x_s) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Cette configuration exige un organe de commande capable d'effectuer une commutation rapide entre deux positions [13]. L'électronique de puissance offre une solution respectant parfaitement ces exigences : le variateur de courant continu à pulsation. Ce dernier est utilisé pour alimenter les moteurs à courant continu, tandis que les onduleurs monophasés ou triphasés sont utilisés pour alimenter le stator des machines à courant alternatif.

En mode de glissement (ou régime glissant), la dynamique du système  $S$  est donnée par

$$S(x_s) = 0$$

### III.3.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout la commande équivalente

Une telle structure schématisée par la fig.III.3, présente un avantage significatif. Elle permet de pré-positionner l'état futur du système en utilisant une commande équivalente qui correspond à la valeur désirée du système en régime permanent. Cela entraîne une faible sollicitation de l'organe de commande, mais rend le système plus sensible aux variations paramétriques [16].

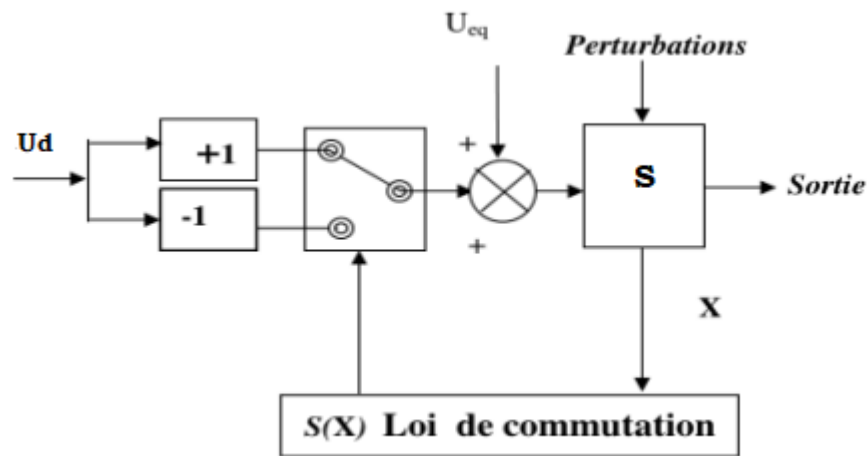


Figure III.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente

$U_{eq}$  : Vecteur de commande équivalente.  
 $U_d$  : Vecteur de commande discontinu.

Le terme de commutation  $U_d$  est responsable de la convergence des trajectoires du système vers l'état désiré et de son maintien à cet état.

$$u = \begin{cases} U_{eq} + U_d & \text{si } S(x_s) > 0 \\ U_{eq} - U_d & \text{si } S(x_s) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Nous avons choisi d'utiliser cette forme d'écriture de la loi de commande dans la suite de notre étude.

Nous avons choisi cette structure de commande pour plusieurs raisons:

- Tout d'abord, elle est simple et permet de réduire la sollicitation de la commande. En ajoutant la commande équivalente, nous pouvons pré-positionner le système dans un état désiré stable à long terme. Ensuite, en manipulant le terme de commutation, nous assurons la convergence du système vers cet état désiré et son maintien par la suite.
- Dans de nombreux travaux de recherche, cette méthode de commande a été examinée et les auteurs ont présenté des résultats très satisfaisants pour la commande des robots les machines à asynchrones [17].

### III.4 Principe de commande par mode glissant

La commande par mode glissant est une approche de commande qui permet de d'orienter le vecteur d'état d'un système vers un hyperplan  $S=0$  (surface de glissement). Cette surface, étant une relation entre les variables d'état du système, définit une équation différentielle qui détermine entièrement la dynamique du système tant qu'il reste sur cette surface. L'évolution d'un système sous cette loi de commande qui le maintient sur la surface est indépendante du système lui-même et des perturbations auxquelles il est soumis, mais dépend uniquement des propriétés de cette surface. Le système bouclé n'est donc pas seulement robuste vis-à-vis des incertitudes et des perturbations extérieures, mais il est totalement insensible à ces incertitudes et perturbations, à condition qu'elles puissent effectivement être rejetées par la commande.

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes (figure.III.4):

#### ➤ Mode de convergence (MC)

Il s'agit du mode où la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et converge vers la surface de commutation  $S(x_s) = 0$ . Ce mode est déterminé par la loi de commande et le critère de convergence [13].

#### ➤ Mode de glissement (MG)

Il s'agit du mode où la variable d'état a atteint la surface de glissement et converge vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est déterminée par le choix de la surface de glissement  $S(x) = 0$  [13].

#### ➤ Mode du régime permanent (MRP)

Ce mode est inclus pour analyser la réponse du système autour de son point d'équilibre, qui correspond à l'origine du plan de phase. Il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande [13].

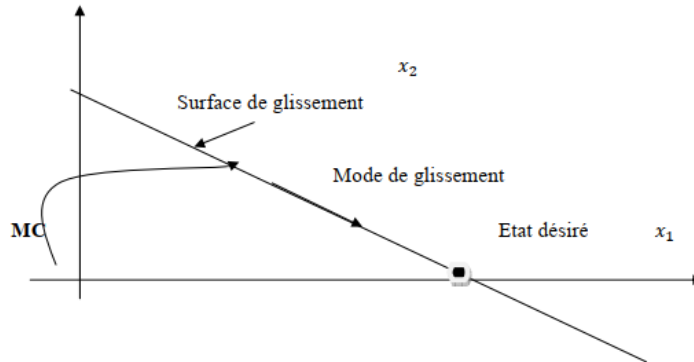


Figure III.4 Différents modes des trajectoires d'état.

### III.5 Conception de la commande par mode glissant

Considérons la classe de systèmes monovariabiles suivante:

$$y^{(n)} = f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + g(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})u + \Delta(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) \quad (\text{III.5})$$

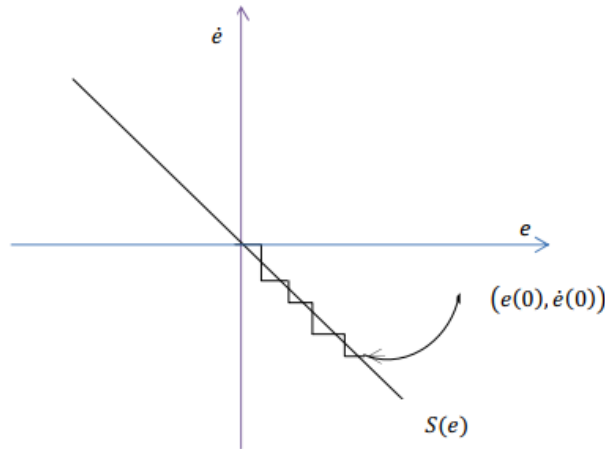


Figure III.5 Schématisation du mode de glissement dans le plan de phase.

où  $y$  est la sortie du système,  $u$  est son entrée, et  $\Delta(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})$  représente les incertitudes.

En choisissant comme vecteur d'état  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T$

On peut écrire le système (III.5) comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x) + g(x)u + \Delta(x) \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

On définit le vecteur des erreurs de poursuite par  $E = x - x_d = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T$  où  $x_d = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]^T$  est le vecteur des signaux de référence. Ainsi, l'objectif de la commande est de contraindre le vecteur d'état à suivre asymptotiquement le vecteur des signaux de référence.

La conception des par mode glissant permet de traiter de manière systématique les problèmes de stabilité et les performances désirées. La conception de cette méthode se fait en trois étapes :

- 1- Le choix de la surface
- 2- L'établissement des conditions d'existence de la convergence.
- 3- La détermination de la loi de commande.

### III.5.1 Choix de la surface de glissement

La fonction de commutation est une fonction scalaire qui permet à la variable à régler de glisser le long de cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase (c'est-à-dire la convergence de la variable d'état vers sa valeur désirée). Ainsi, la surface  $S(x)$  représente le comportement dynamique désiré du système. J.J. Slotine [15] propose une forme d'équation générale pour définir la surface de glissement qui garantit la convergence d'une variable vers sa valeur désirée:

$$\begin{aligned} S(x) &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e(x) \\ &= \sum_k^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left(\frac{d}{dt}\right)^{n-k-1} \lambda^k e \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

avec :

$e(x)$  : le vecteur des erreurs de poursuite par

$$e(x) = x - x_d \quad (\text{III.8})$$

$\lambda$  : Constante positive.

$n$  : Degré relatif, égale au nombre de fois qu'il dériver la sortie pour faire apparaître la commande  $U$ .

Par exemple :

- Pour  $n = 1$  :  $S(x) = e(x)$  .
- Pour  $n = 2$  :  $S(x) = \lambda e(x) + \dot{e}(x)$  .
- Pour  $n = 3$  :  $S(x) = \lambda^2 e(x) + 2\lambda\dot{e}(x) + \ddot{e}(x)$  .

Donc, l'objectif de la commande se traduit par la stabilisation de la variable  $S(x)$  (c'est-à-dire amener la variable  $S(x)$  à converger vers zéro). Une fois que  $S(x)=0$  est atteint, l'erreur de poursuite  $e(x)$  converge exponentiellement vers zéro, à condition que  $\lambda$  soit choisi strictement positif.

### III.5.2 Condition d'existence et de convergence

Les critères d'existence et de convergence (conditions d'attractivité) sont les conditions qui garantissent que les différentes dynamiques du système convergent vers la surface de glissement et y restent, indépendamment des perturbations. Pour assurer ce mode de convergence, il est nécessaire de prendre en compte deux éléments : une fonction de commutation discrète, et fonction de Lyapounov.

#### ➤ Fonction discrete de commutation

C'est la première condition de convergence. elle a été proposée par Emelyanov [6] et Utkin [12], Il s'agit de donner à la surface une dynamique qui converge vers zéro. Cette propriété est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 & \text{si } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 & \text{si } S(x) > 0 \end{cases}$$

Cette condition est donnée comme suite :

$$\dot{S}(x) \cdot S(x) < 0 \quad (\text{III.9})$$

#### ➤ Fonction de Lyapounov

La fonction de Lyapounov est une fonction scalaire positive définie ( $V(x) > 0, \forall x \neq 0$  et  $V(0) = 0$ ). La loi de commande doit être conçue de manière à ce que cette fonction décroisse (c'est-à-dire que  $\dot{V}(x)$  est définie négative).

L'idée de base est de choisir une fonction scalaire  $S(x)$  qui assure l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence, et de construire une commande  $u$  telle que le carré de la surface corresponde à une fonction de Lyapounov. Pour cela, nous définissons la fonction candidate de Lyapounov de la manière suivante :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{III.10})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}(x) = \dot{S}(x) \cdot S(x) < 0 \quad (\text{III.11})$$

Pour que la fonction  $V(x)$  décroisse, il suffit de s'assurer que  $\dot{V}(x)$  soit définie négative (condition d'attractivité).

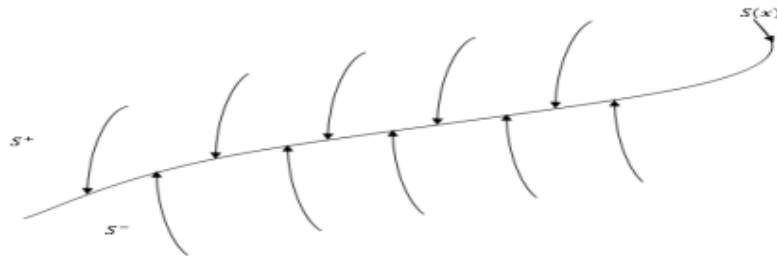


Figure III.6 Trajectoire d'état vis-à-vis la surface de glissement.

- Il est essentiel de souligner que l'inégalité (III.11), connue sous le nom de condition d'attractivité, n'est pas suffisante pour garantir une convergence en temps fini vers la surface. Pour assurer une convergence de  $S(x)$  vers 0 en temps fini, une condition plus rigoureuse doit être satisfaite. Dans le contexte des modes glissants classiques, on utilise couramment une condition d'attractivité non linéaire appelée condition de  $\eta$  attractivité [15].

$$\dot{S}.S < \eta|S| \quad \text{Avec} \quad \eta > 0 \quad (\text{III.12})$$

### III.5.3 Détermination de la loi de commande

La loi de commande par mode glissant est composée de deux termes :

- La commande équivalente  $U_{eq}$  caractérisant la dynamique du système sur la surface de glissement
- La commande discontinue  $U_d$  en fonction de signe de la surface de glissement.

La loi de commande globale est donnée par la relation suivante :

$$U = U_{eq} + U_d \quad (\text{III.13})$$

#### ➤ Commande équivalente

La commande  $U_{eq}$  représente un mouvement de glissement idéal, sans tenir compte des incertitudes et des perturbations du système. Physiquement, elle peut être interprétée comme la valeur moyenne de la commande réelle. Elle est déterminée en respectant les conditions d'invariance de la surface de glissement :

$$\dot{S} = S = 0 \quad (\text{III.14})$$

$$\dot{S} = \frac{\partial s \partial x}{\partial x \partial t} = 0 \quad (\text{III.15})$$

Soit l'équation (III.6) , en considérant le cas idéal (sans incertitudes)  $\Delta(x) = 0$

Donc :

$$\dot{x}_n = f(x) + b(x)U \quad (\text{III.16})$$

En remplaçant l'équation (III.16) dans (III.15) :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial s}{\partial x}(f(x) + b(x)U_{eq}) \quad (\text{III.17})$$

à partir de l'équation (III.17) on obtient :

$$U_{eq} = - \left( \frac{\partial s}{\partial x} b(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) \quad (\text{III.18})$$

avec :  $\left( \frac{\partial s}{\partial x} b(x) \right) \neq 0$

Elle est peut également être interprétée comme une valeur moyenne que prend la commande lorsqu'elle commute rapidement entre les valeurs  $U_{max}$  et  $U_{min}$  (la figure III.7)

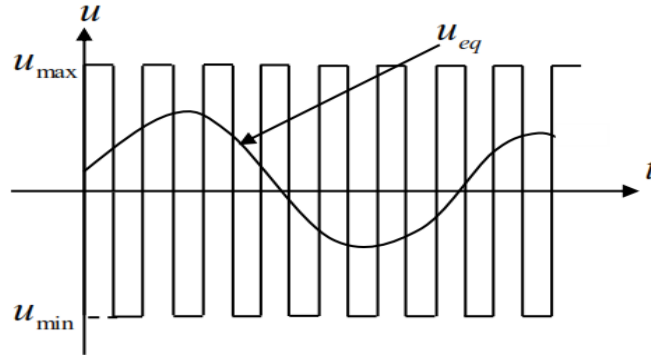


Figure III.7 Interprétation de la commande équivalente  $u_{eq}$ .

### ➤ Commande discontinue

La loi de commande discontinue est conçue pour répondre aux conditions de convergence. Cette commande assure que les dynamiques convergent vers la surface et rend le système insensible aux incertitudes et perturbations, tels que des paramètres mal connus. Même si le système quitte temporairement la surface de glissement, le terme discontinu de la commande le ramène vers celle-ci, car la surface est attractive. C'est pourquoi la commande par modes glissants est considérée comme robuste.

En remplaçant l'expression de  $u_{eq}$  dans (III.13), donc :

$$U = - \left( \frac{\partial s}{\partial x} b(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) + U_d \quad (\text{III.19})$$

En remplaçant l'expression (III.19) dans  $\dot{S}(x) = 0$ , on obtient :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} (f(x) - b(x) \left( \frac{\partial s}{\partial x} b(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) + b(x) U_d) \quad (\text{III.20})$$

On aura :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} b(x) U_d \quad (\text{III.21})$$

Pour assurer la condition d'attractivité générale:

$$\dot{S}(x).S(x) < 0 \Rightarrow S(x) \left( \frac{\partial s}{\partial x} b(x) + U_d \right) < 0 \quad (\text{III.22})$$

Il suffit que  $u_d$  soit de signe opposé à  $S(x) \frac{\partial s}{\partial x} b(x)$ .

Dans la littérature, diverses expressions sont suggérées pour le terme  $u_d$  [6]. Il existe plusieurs propositions concernant sa forme. Parmi les différentes formes proposées, toutes impliquent un terme discontinu. Une des formes les plus couramment utilisées, en raison de sa simplicité, est la suivante :  $U_d = -K \text{signe}(s)$

Où :  $K$  est une constante positive, et  $\text{signe}$  et la fonction signe classique

$$\text{Signe}(s) = \begin{cases} +1 & \text{si } S(x) > 0 \\ 0 & \text{si } S(x) = 0 \\ -1 & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

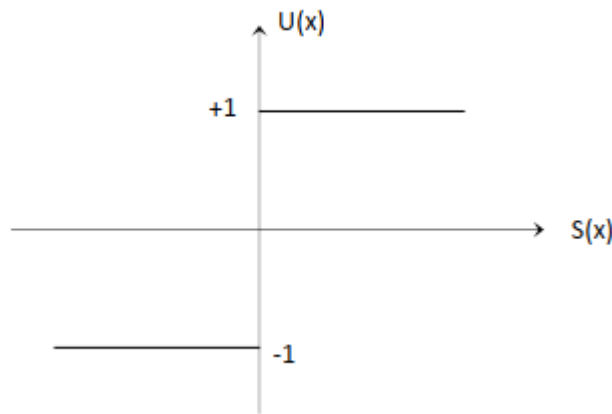


Figure III.8 la fonction signe.

Le choix du gain  $K$  est très important, car il détermine le comportement du système. Un gain trop faible entraînera un temps de réponse très long, tandis qu'un gain trop élevé provoquera des oscillations importantes au niveau de l'organe de commande. Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées du système (phénomène de Chattering) ou même endommager l'organe de commande. Par conséquent, il est important de choisir judicieusement la valeur du gain en assurant un compromis entre le temps de réponse et la stabilité du système.

### III.6 Phénomène du broutement (Chattering)

En pratique, l'utilisation de la commande discontinue peut entraîner l'excitation de dynamiques à haute fréquence non prises en compte dans le modèle, ce qui conduit à l'apparition d'un phénomène appelé réticence ou broutement, connu sous le nom de chattering en anglais. Ce phénomène se caractérise par de fortes oscillations autour de la surface de glissement.



Ce phénomène de réticence se manifeste en raison des limitations physiques des actionneurs, tels que les retards et les imperfections, qui empêchent la commutation de la commande de se produire à une fréquence infinie...etc. La commande par mode glissant a été confrontée à ce phénomène indésirable qui peut entraîner une dégradation prématurée de l'organe de commande, augmenter la consommation d'énergie et même causer l'instabilité du système en excitant des dynamiques à haute fréquence qui n'ont pas été prises en compte lors de la modélisation.

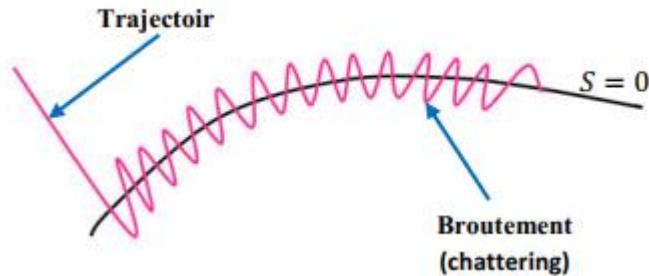


Figure III.9 Phénomène de broutement (chattering).

De nombreuses recherches ont été menées afin de réduire ou éliminer ce phénomène. Parmi les solutions envisagées, il est proposé de remplacer la fonction signe par une approximation continue, de type grand gain, dans un voisinage de la surface, telle qu'une fonction sigmoïde par exemple (tangente hyperbolique, arctan...etc)

- **Fonction Arctan**

Pour des valeurs de  $\sigma$  suffisamment petites, la fonction suivante constitue une bonne approximation différentiable de la fonction signe :

$$F = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{S}{\sigma}\right)$$

Plus la valeur de  $\sigma$  est faible, une meilleure approximation est obtenue.

- **La fonction tangente hyperbolique**

Une autre approximation lisse de la fonction  $sign(s)$  est la fonction tangente hyperbolique ( $tanh$ ) donnée comme suit :

$$F = \tanh\left(\frac{S}{\sigma}\right)$$

### III.7 Résumé sur les avantages et les inconvénients de la commande par mode glissant

En résumé, la commande par mode glissant présente les caractéristiques avantageuses suivantes :

- La commande par mode de glissant est largement appréciée pour sa robustesse face aux perturbations et aux incertitudes du modèle.
- Un problème de poursuite à plusieurs dimensions est transformé en un problème de stabilisation de dimension inférieure.

- L'ordre de la dynamique du système se réduit en fonction du nombre d'entrées lorsqu'il est soumis à un mouvement de glissement.
- La dynamique du système peut être adaptée en fonction du choix spécifique de la surface de glissement.

Cependant, l'obtention de ces performances comporte certains inconvénients :

- Le phénomène de broutement (chattering) causé par la partie discontinue de cette commande peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs.
- Le système est constamment soumis à une commande élevée pour assurer sa convergence vers l'état désiré, ce qui n'est pas souhaitable.

Parmi les solutions proposées pour résoudre ces problèmes, on trouve la commande par mode glissant à bande limite. Cette approche consiste à remplacer la fonction de commutation par une fonction de saturation, telle que l'hystérésis ou l'arc tangente...etc.

### III.8 Commande par mode glissant classique d'un robot manipulateur à 2ddl

Le modèle d'état du robot manipulateur à deux degrés de liberté présenté dans le premier chapitre est:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) + b_{11}(x_1, x_3)u_1 + b_{12}(x_1, x_3)u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) + b_{21}(x_1, x_3)u_1 + b_{22}(x_1, x_3)u_2 \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

avec :

$$\theta = [\theta_1 \quad \theta_2]^T = [x_1 \quad x_3]^T ; \quad \dot{\theta} = [x_2 \quad x_4]^T ; \quad u = [u_1 \quad u_2]^T$$

alors :

$$-M(\theta)^{-1}[N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) + \mathbf{T}_d] = f(x) = [f_1(x) \quad f_2(x)]^T \quad (\text{III.25})$$

et :

$$M(\theta)^{-1} = b(x_1, x_3) = \begin{bmatrix} b_{11}(x_1, x_3) & b_{12}(x_1, x_3) \\ b_{21}(x_1, x_3) & b_{22}(x_1, x_3) \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

La loi de commande par mode glissant du robot manipulateur dont le modèle dynamique est donné par l'équation (III.24) se calcule de la manière suivante [18].

- **Choix de la surface de glissement :**

La surface de glissement est choisie comme suit :

$$S = \dot{e} + \lambda e \quad (\text{III.27})$$

et

$$\dot{S} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} \quad (\text{III.28})$$

avec :

$e = [e_1 \quad e_2]^T$  : L'erreur de position avec :  $e_1 = x_1 - x_{1d}$  et  $e_2 = x_3 - x_{3d}$

$\dot{e} = [\dot{e}_1 \quad \dot{e}_2]^T$  : L'erreur de vitesse avec :  $\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}$  et  $\dot{e}_2 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}$ .

$\ddot{e} = [\ddot{e}_1 \quad \ddot{e}_2]^T$  : L'erreur d'accélération avec :  $\ddot{e}_1 = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{1d}$  et  $\ddot{e}_2 = \ddot{x}_3 - \ddot{x}_{3d}$ .

Donc :  $e = \theta - \theta_d$ ,  $\dot{e} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$  et  $\ddot{e} = \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

On a :

$$U = U_{eq} + U_d$$

$U_{eq}$  et  $U_d$  : Sont des vecteurs de dimension (2 x 1).

A partir de l'équation (III.28) et l'équation au régime glissant  $\dot{S} = S = 0$  :

Donc :

$$\dot{S} = (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d) + \lambda(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) = 0$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_d - \lambda(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) \quad (III.29)$$

on a l'équation dynamique du robot

$$\ddot{\theta} = -M(\theta)^{-1}[N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) - T] \quad (III.30)$$

De (III.29) et (III.30), on aura :

$$\ddot{\theta}_d - \lambda(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) = \ddot{\theta} = M(\theta)^{-1}[U_{eq} - N(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta) - H(\dot{\theta})] \quad (III.31)$$

d'où :

$$U_{eq} = M(\theta) [\ddot{\theta}_d - \lambda(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d)] + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) \quad (III.32)$$

La commande discontinue est donnée par :

$$U_d = -K \text{sign}(s) \quad (III.33)$$

Donc la commande globale est donnée comme suit :

$$U = M(\theta) [\ddot{\theta}_d - \lambda(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d)] + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) + \mathbf{T}_d - K \text{sign}(s) \quad (III.34)$$

avec :

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$$

$$S = [S_1 \quad S_2]^T$$

et la forme de la commande est :

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

### III.9 Résultats de simulation

Les simulations qui vont être présentées ont été réalisées sur logiciel "MATLAB". La méthode de RUNGE-KUTTA d'ordre 4 avec un pas de  $10^{-3}$ s a été utilisée. La loi de commande développée dans ce chapitre est testée sur un modèle d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté (présenté dans le premier chapitre). Nous utilisons les mêmes trajectoires de référence de type cycloïde déjà présentées dans le deuxième chapitre.

- **Paramètres de synthèse**

$$\lambda = \begin{bmatrix} 70 & 0 \\ 0 & 70 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 80 \end{bmatrix}$$

#### Test 1 : Test à vide (sans charge et sans perturbations)

Dans ce test, nous voulons montrer le comportement du robot en poursuite de la trajectoire cycloïdale allant de l'état initial  $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$  et  $\theta_2 = 0$  jusqu'à l'état final  $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$  en 3 secondes sans charge et sans variations paramétriques, ensuite avec un changement des conditions initiales comme suit :  $\theta_1 = -1.4$  et  $\theta_2 = 0.05$

#### Test 2 : variations paramétriques

Dans ce test, nous montrons le comportement du robot en présence de variations sur les paramètres du robot (variations de 50% et 100 % des longueurs et des masses de segments à l'instant  $t=1.5$ s).

#### Test 3 : Introduction de la charge

Dans ce test, nous montrons le comportement du robot en réaction à l'introduction des charges de 5Kg et 10Kg à l'instant  $t=1.5$ s.

#### Test 4 : élimination de broutement (Chattering)

Dans ce test, nous voulons montrer le comportement du robot par le changement de la fonction  $sign(s)$  dans la loi de commande par  $\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{s}{\sigma}\right)$  ensuite  $\tanh\left(\frac{s}{\sigma}\right)$ .

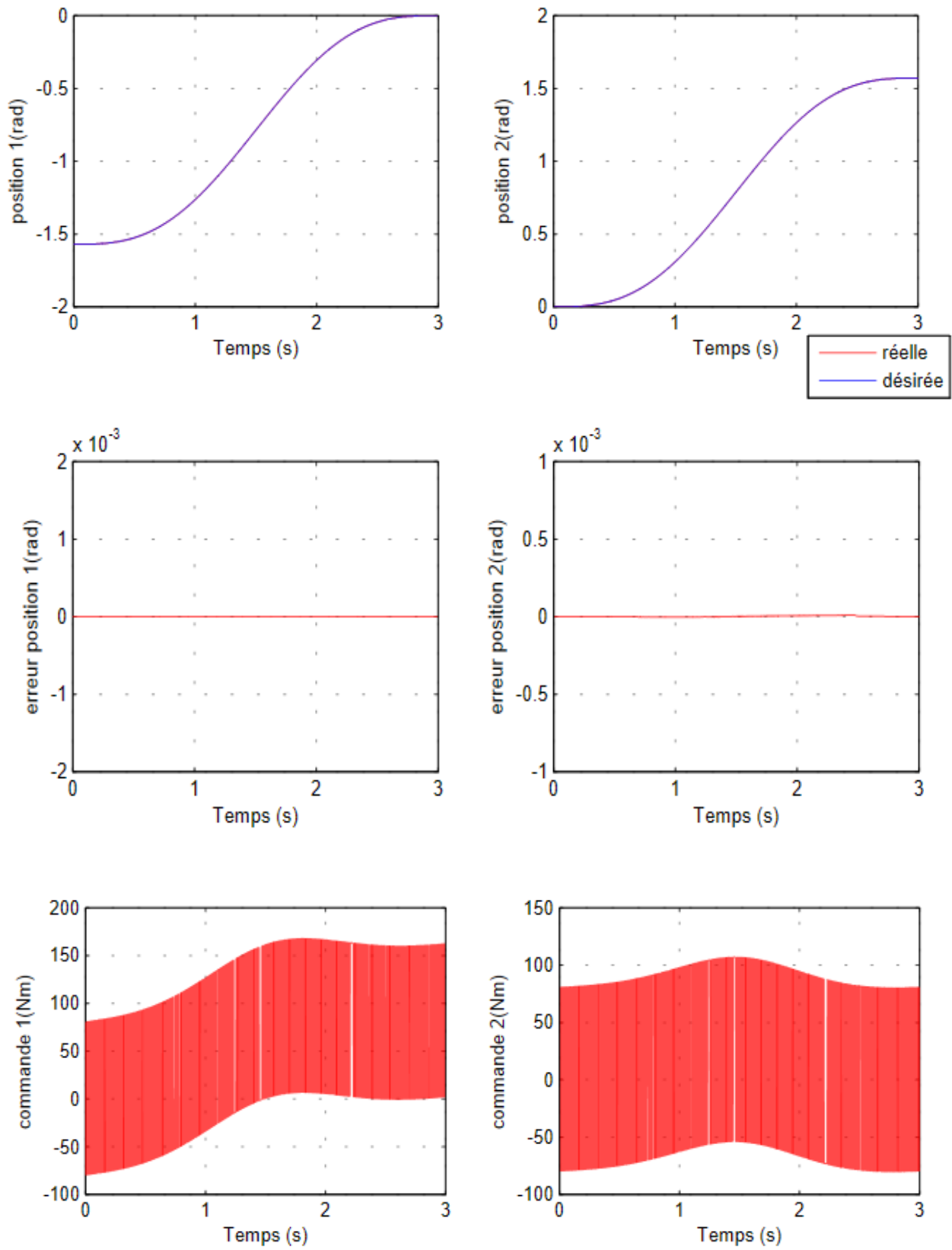


Fig.III.10 Réponses des deux articulations du robot sans charge.

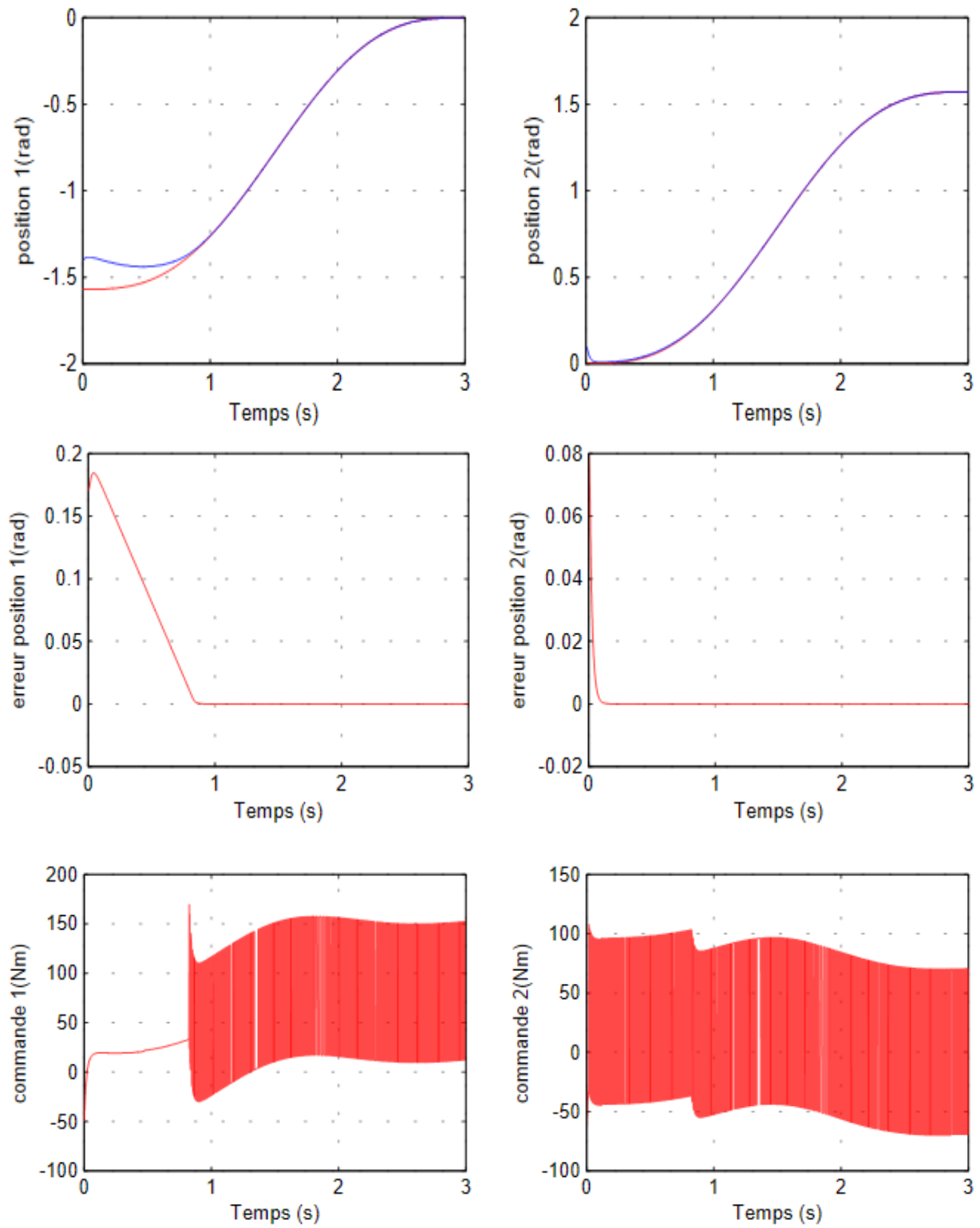


Fig. III.11 Réponses des deux articulations du avec changement des conditions initiales

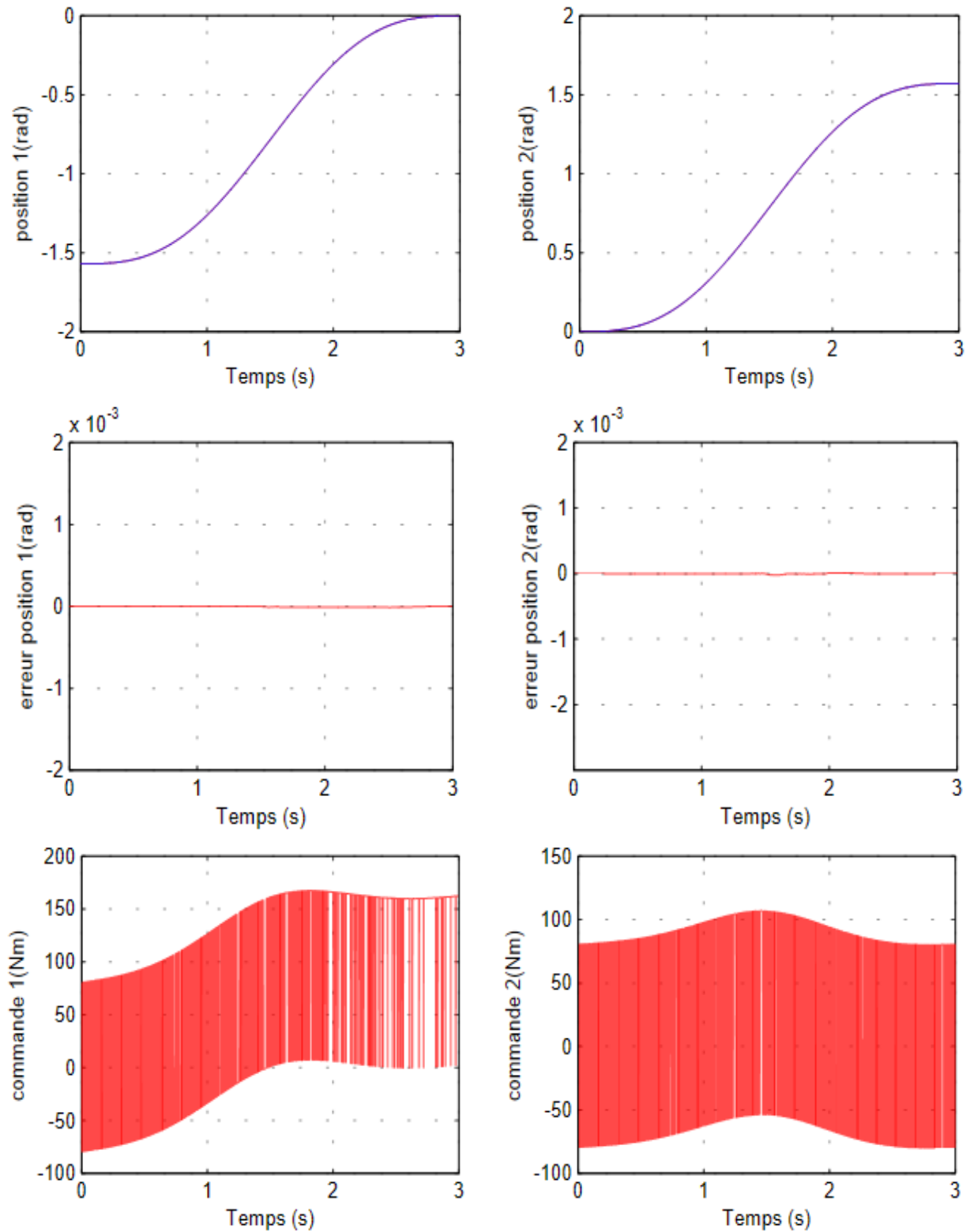


Fig.III.12 Réponses des deux articulations du robot (Variations de 50% de  $L_i$  et  $m_i$  à  $t=1.5s$ ).

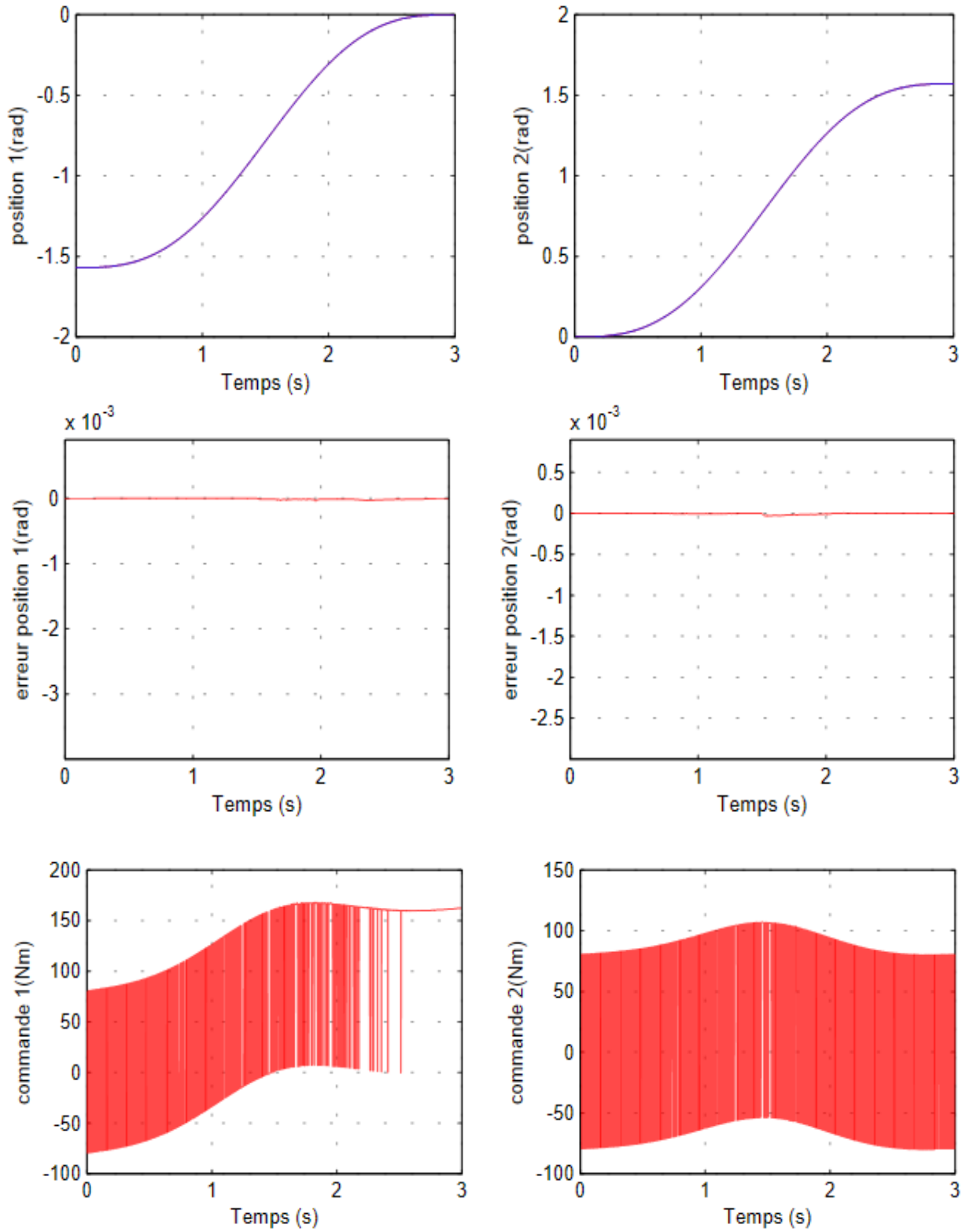


Fig.III.13 Réponses des deux articulations du robot  
(Variations de 100% de  $L_i$  et  $m_i$  à  $t=1.5s$ ).



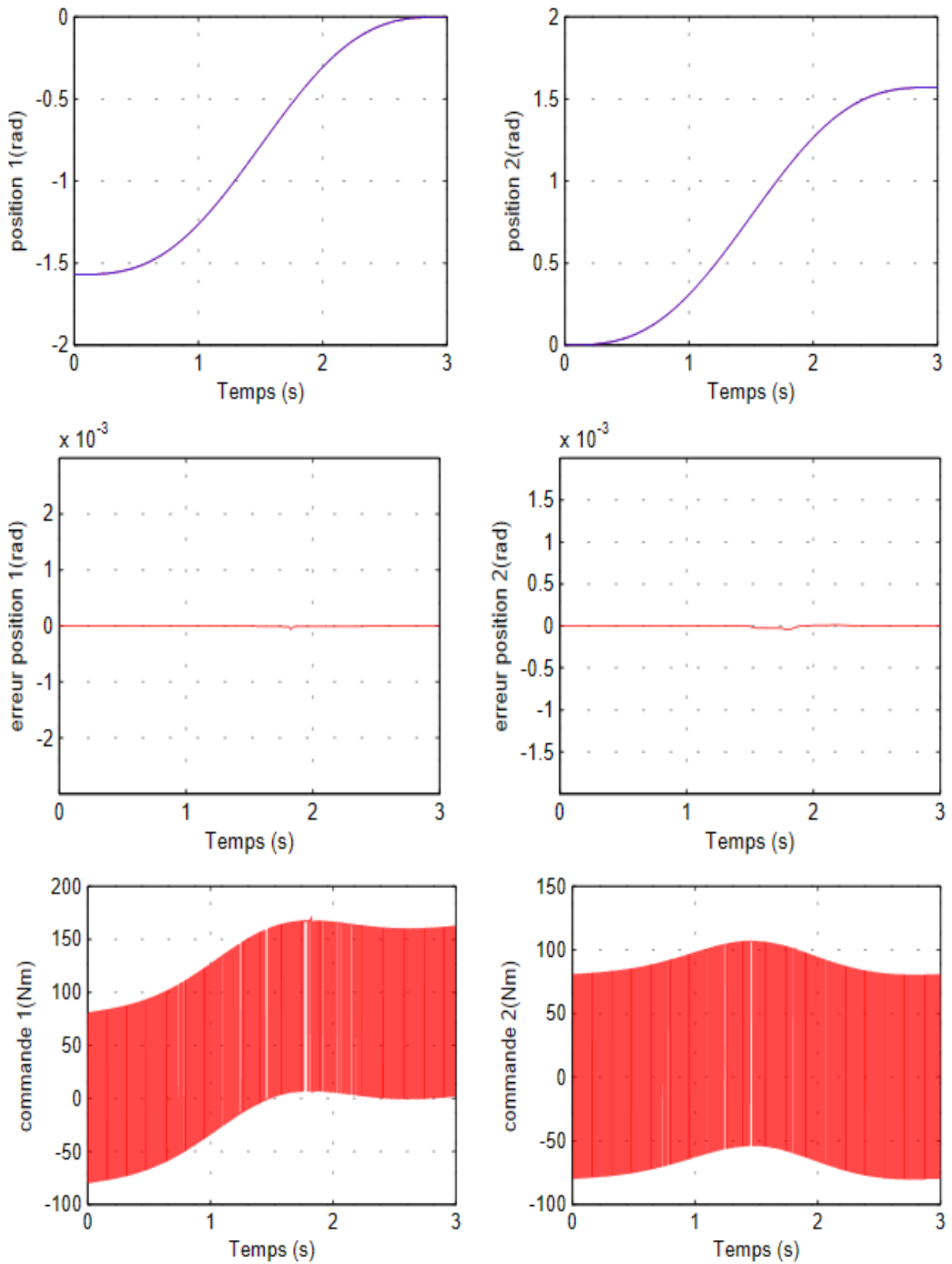


Fig.III.14 Réponses des deux articulations du robot avec charge.

(Introduction d'une masse de 5Kg à  $t=1.5s$ ).

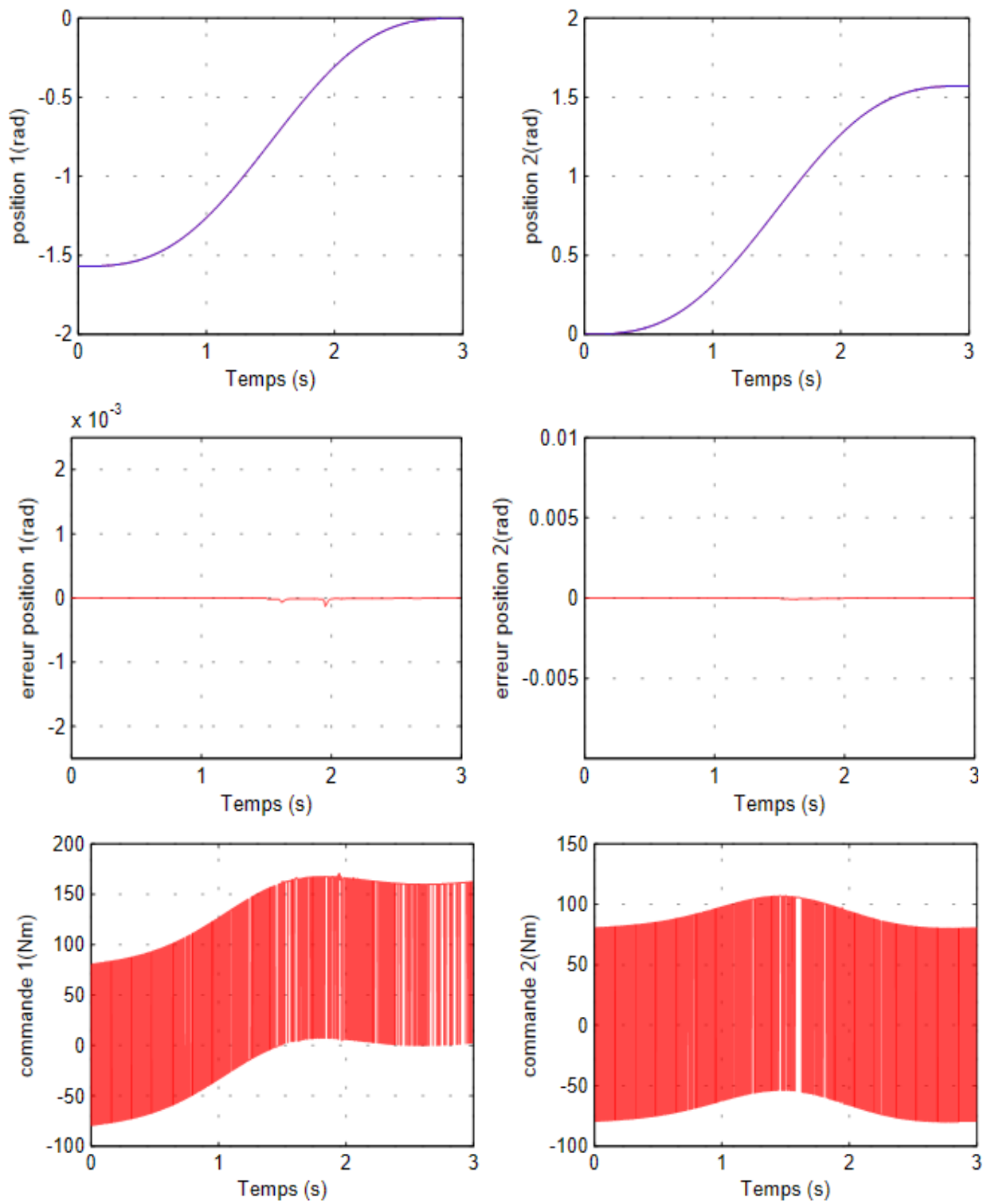


Fig.III.15 Réponses des deux articulations du robot avec charge.

(Introduction d'une masse de 10Kg à  $t=1.5s$ ).

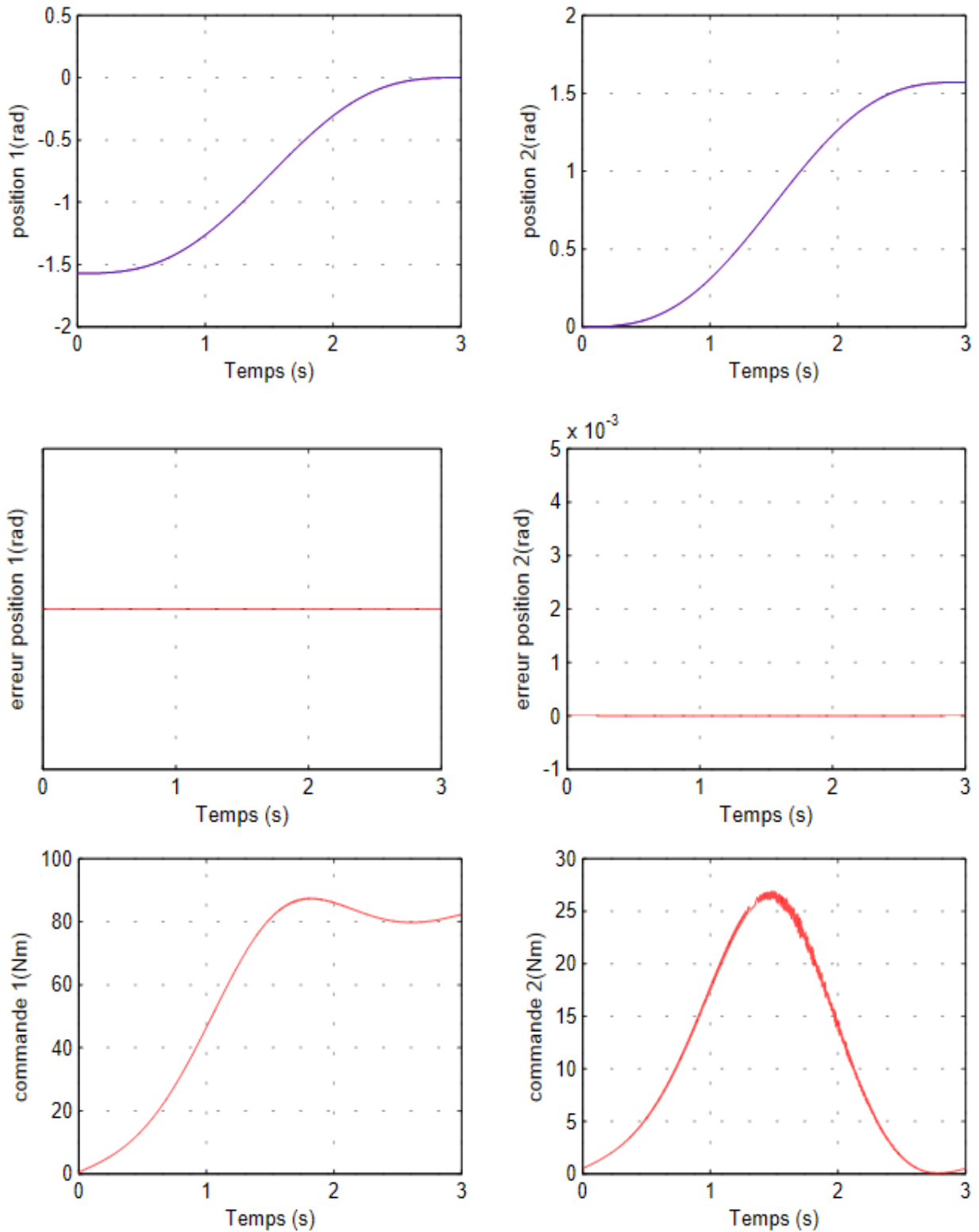


Fig.III.16 Réponses des deux articulations du robot avec changement de la fonction *sign* par *tanh*.

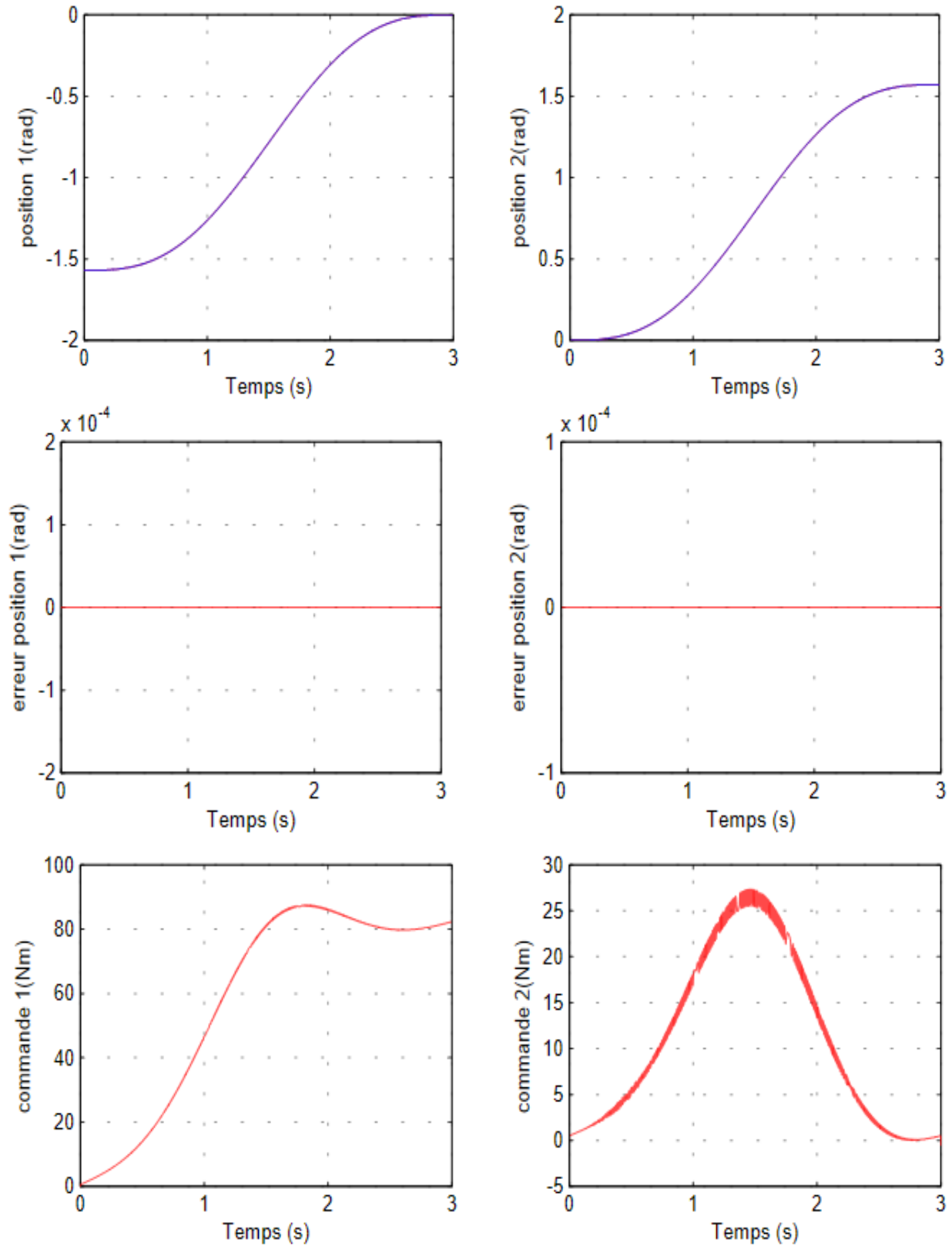


Fig.III.17 Réponses des deux articulations du robot avec changement de la fonction *sign* par *arctan*.

- **Interprétation**

**Performances de poursuite** : Nous remarquons que les performances de poursuite sont très satisfaisantes en absence et en présence de perturbations et des incertitudes. Les trajectoires suivent parfaitement les trajectoires désirées pour les deux articulations et pour les trois tests. Cela est tout à fait prévisible vu que la commande est conçue pour être robuste vis-vis les différents types d'incertitudes (variations paramétrique et charge).

**Effort et qualité des signaux de commande** : En ce qui concerne les signaux de commande (réponses des couples), nous remarquons que l'effort de commande est important en comparaison avec la commande linéarisante appliquée en deuxième chapitre. Nous constatons également la présence du phénomène broutement sur ces grandeurs, ce qui empêche tout application sur site réel. Ceci constitue l'inconvénient majeur de cette technique.

### III.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé les principes théoriques de la commande par mode glissant classique. Nous avons décrit les trois étapes essentielles pour concevoir cette commande, à savoir le choix de la surface de glissement, la condition d'attraction et le calcul de la commande. Cette commande est ensuite appliquée en simulation sur un robot manipulateur à deux degrés de liberté. L'approche de commande par mode glissant classique est particulièrement adaptée aux systèmes non linéaires incertains et soumis à des perturbations externes importantes, car elle présente une robustesse face à ce type d'incertitudes. Cependant, la présence du phénomène de chattering constitue l'inconvénient principal de cette méthode, notamment au niveau du signal de commande, et nous avons corrigé ce problème en remplaçant la fonction *sign* par la fonctions *tanh*. Dans la suite de ce mémoire, notre objectif sera d'améliorer le temps de convergence vers l'état désirée en appliquant le concept de la commande en temps fini.

## *CHAPITRE IV*

### **Commande par mode glissant terminal des robots manipulateurs**

---

## Chapitre IV

# Commande par mode glissant terminal des robots manipulateurs

---

### IV.1 Introduction

La commande classique par mode glissant (SMC) peut assurer une stabilité asymptotique. La commande par mode glissant terminal (TSMC) est une variante du SMC qui peut atteindre une stabilité en temps fini, le TSMC présente plusieurs avantages par rapport au SMC, tels qu'une meilleure précision de suivi, une convergence rapide, une insensibilité aux incertitudes du système et aux perturbations externes. Grâce à ses propriétés, le TSMC est particulièrement utile pour le contrôle de suivi de haute précision des robots manipulateurs, car elle permet d'accélérer la convergence des systèmes non linéaires incertains [19].

Dans ce chapitre, nous commençons par aborder le concept de convergence en temps fini. Ensuite, nous présentons les principes fondamentaux de la commande par mode glissant terminal. Enfin, nous étudions l'application de cette commande à un robot manipulateur à 2ddl.

### IV.2 Convergence en temps fini

La commande en temps fini a pour objectif non seulement d'améliorer les performances du système, mais également de renforcer ses propriétés de stabilité. En d'autres termes, elle vise à atteindre une convergence précise et robuste vers l'état désiré. Cela présente un intérêt théorique majeur, mais aussi des implications pratiques significatives. En effet, en appliquant une poursuite en temps fini, on s'assure que la tâche est réalisée de manière exacte et fiable, répondant ainsi aux exigences spécifiques.

Cependant, une question pertinente se pose quant à la possibilité d'obtenir un tel contrôleur en respectant certaines contraintes physiques. Par exemple, il peut être nécessaire de prendre en compte des contraintes de continuité de la commande d'entrée plutôt que de permettre une variation infinie. Il est donc important d'étudier la faisabilité de ce contrôleur en prenant en considération les contraintes physiques et les limitations du système. Cela permet d'assurer une mise en œuvre pratique et réalisable de la poursuite en temps fini, en tenant compte des contraintes réelles auxquelles le système est soumis [24].

### IV.3 Conception de la commande par mode glissant terminal

La conception de la commande par mode glissant terminal repose sur deux aspects essentiels: le choix particulier de la surface de glissement et l'établissement d'une loi de commande qui guide l'état du système pour rester sur cette surface.

Considérant une classe des systèmes non-linéaires d'ordre deux sous la forme suivante [20]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x, t) + b(x, t)u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

où :  $x = [x_1 \quad x_2]^T$  est le vecteur d'état du système.

$f(x, t)$  et  $g(x, t)$  sont de matrices fonction des paramètres dynamique de système.

$d(t)$  : représente les incertitudes.

L'objectif de la commande est d'assurer que la sortie du système converge vers un signal de référence.

### IV.3.1 Choix de la surface de glissement

On définit une surface de glissement comme suit [21] :

$$s = x_2 + \lambda x_1^{\frac{q}{p}} \quad (\text{IV.2})$$

où  $\lambda > 0$  et  $p > q$  sont des nombres entiers impairs positifs

La dérivée de  $S$  par rapport aux temps est donnée par :

$$\dot{S} = \dot{x}_2 + \lambda \frac{q}{p} x_1^{\frac{q-p}{p}} \dot{x}_1 \quad (\text{IV.3})$$

### IV.3.2 Détermination de la loi de commande

La condition suffisante pour l'existence de TSMC est :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2 < -\eta |S| \quad (\text{IV.4})$$

où  $\eta > 0$

La condition (IV.4) mène à :

$$S \cdot \dot{S} < -\eta |S| \quad (\text{IV.5})$$

Différenciant (IV.2) par rapport au temps et à l'aide de (IV.5), on a :

$$S \left( \dot{x}_2 + \lambda \frac{q}{p} x_1^{\frac{q-p}{p}} \dot{x}_1 \right) < -\eta |S| \quad (\text{IV.6})$$

En substituant (IV.1) dans cette inégalité, on obtient :

$$S \left( f(x, t) + g(x, t)u + d(t) + \lambda \frac{q}{p} x_1^{\frac{q-p}{p}} x_2 \right) < -\eta |S| \quad (\text{IV.7})$$

Si  $S < 0$  alors

$$u < \frac{1}{g} \left( -\eta - f(x, t) - d(t) - \lambda \frac{q}{p} x_1^{\frac{q-p}{p}} x_2 \right) \quad (\text{IV.8})$$



Si  $S > 0$  alors

$$u > \frac{1}{g} \left( -\eta - f(x, t) - d(t) - \lambda \frac{q}{p} x_1^{\frac{q-p}{p}} x_2 \right) \quad (\text{IV.9})$$

Pour vérifier ces deux inégalités (IV.8) et (IV.9), il suffit de prendre  $u$  dans l'expression suivante comme suit :

$$u = -\frac{1}{g} \left( f(x, t) + d(t) + \lambda \frac{q}{p} x_1^{\frac{q-p}{p}} x_2 + (\eta + k) \text{sign}(s) \right) \quad (\text{IV.10})$$

où  $k$  est une constante positive.

Si l'état du système atteint le mode glissant  $s = 0$  dans un temps fini vérifiant [21] :

$$t_r \leq \frac{|s(0)|}{\eta} \quad (\text{IV.11})$$

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique (IV.2) devient alors

$$s = x_2 + \lambda x_1^{\frac{q}{p}} = 0$$

Donc :

$$\dot{x}_1 = -\lambda x_1^{\frac{q}{p}} \quad (\text{IV.12})$$

Soit un état initial  $\dot{x}_1(0) \neq 0$ , la dynamique (IV.2) atteindra l'état  $x_1 = 0$  dans un temps fini [22]. La période  $t_s$  prise à partir de l'état initial  $x_1(0)$  à 0, est déterminée par :

$$t_s = -\lambda^{-1} \int_{x_1(0)}^0 \frac{dx_1}{x_1^{\frac{q}{p}}} = \frac{p}{\lambda(p-q)} |x_1(0)|^{\frac{p-q}{p}} \quad (\text{IV.13})$$

On peut également établir que si l'état  $x_1$  atteint zéro, il restera à zéro indéfiniment. Cela peut être démontré en utilisant une fonction de Lyapunov et en montrant que :

$$V = \frac{1}{2} x_1^2 \quad (\text{IV.14})$$

La dérivée de  $V$  est donnée par :

$$\dot{V} = x_1 \dot{x}_1 = -\lambda x_1 x_1^{\frac{q}{p}} = -\lambda x_1^{\frac{q+p}{p}} \quad (\text{IV.15})$$

Étant donné que  $(p + q)$  est pair, la fonction  $V$  est définie négative, ce qui implique que  $x_1(0)$  est asymptotiquement stable.

- Le temps requis pour atteindre l'équilibre à zéro, tel que déterminé par l'équation (IV.13), dépend des paramètres  $p, q, \lambda$  et de la valeur initiale  $x_1(0)$ . Si la valeur initiale  $x_1(0)$  est fixée ou appartient à une région limitée connue, il est possible de choisir  $\lambda$  de manière que  $t_s$  soit très petit.
- En examinant l'équation (IV.10), on observe la présence du problème de singularité dans la commande par mode glissant terminal lorsque  $x_1 = 0$  et  $x_2 \neq 0$ , comme indiqué dans l'équation (IV.12). Afin de résoudre ce problème, on remplace  $x_1^{\frac{q+p}{p}}$  par  $\frac{x_1^{1-\frac{q}{p}}}{x_1^{2-\frac{2q}{p}+\varepsilon}}$  avec  $\varepsilon$  une constante positive très petite [20].

#### IV.4 Commande par mode glissant terminal d'un robot manipulateur à 2ddl

Le modèle d'état du robot manipulateur à 2ddl (III.24) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) + g_{11}(x_1, x_3)u_1 + g_{12}(x_1, x_3)u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) + g_{21}(x_1, x_3)u_1 + g_{22}(x_1, x_3)u_2 \end{cases} \quad (\text{IV.16})$$

avec :

$$\theta = [\theta_1 \quad \theta_2]^T = [x_1 \quad x_3]^T ; \quad \dot{\theta} = [x_2 \quad x_4]^T ; \quad u = [u_1 \quad u_2]^T$$

alors :

$$-M(\theta)^{-1}[N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta})] = f(x) = [f_1(x) \quad f_2(x)]^T \quad (\text{IV.17})$$

et :

$$M(\theta)^{-1} = g(x_1, x_3) = \begin{bmatrix} g_{11}(x_1, x_3) & g_{12}(x_1, x_3) \\ g_{21}(x_1, x_3) & g_{22}(x_1, x_3) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.18})$$

##### IV.4.1 Détermination de la loi de commande

Pour résoudre le problème précité, on définit une surface de glissement comme suit :

$$s = \dot{e} + \lambda e^{\frac{q}{p}} \quad (\text{IV.19})$$

et

$$\dot{s} = \ddot{e} + \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} \quad (\text{IV.20})$$

avec :

$$e = [e_1 \quad e_2]^T : \text{L'erreur de position avec : } e_1 = x_1 - x_{1d} \text{ et } e_2 = x_3 - x_{3d}$$

$$\dot{e} = [\dot{e}_1 \quad \dot{e}_2]^T : \text{L'erreur de vitesse avec : } \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \text{ et } \dot{e}_2 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} .$$

$$\ddot{e} = [\ddot{e}_1 \quad \ddot{e}_2]^T : \text{L'erreur d'accélération avec : } \ddot{e}_1 = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{1d} \text{ et } \ddot{e}_2 = \ddot{x}_3 - \ddot{x}_{3d} .$$

$$\text{Donc : } e = \theta - \theta_d, \dot{e} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d \text{ et } \ddot{e} = \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

A partir de l'équation (IV.18) et l'équation au régime glissant  $\dot{s} = s = 0$  :

$$\text{Donc :} \quad \dot{s} = (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d) + \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} = 0 \quad (\text{IV.21})$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_d - \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} \quad (\text{IV.22})$$

On a l'équation dynamique du robot

$$\ddot{\theta} = -M(\theta)^{-1}[N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) - T] \quad (\text{IV.23})$$

De (IV.21) et (IV.22), on aura :

$$\ddot{\theta}_d - \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} = \ddot{\theta} = M(\theta)^{-1}[U - N(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta) - H(\dot{\theta})] \quad (\text{IV.24})$$

d'où :

$$U = M(\theta) \left[ \ddot{\theta}_d - \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} \right] + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) \quad (\text{IV.25})$$

Notre objectif est de garantir une bonne poursuite des sorties du système vers leurs trajectoires désirées, et pour vérifier la condition de convergence en temps finie, pour cela la loi de commande prendra la forme suivante :

$$U = M(\theta) \left[ \ddot{\theta}_d - \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} \right] + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) - (\eta + k) \text{sign}(s) \quad (\text{IV.26})$$

Et pour résoudre le problème de la singularité de la commande, on remplace  $e^{\frac{q-p}{p}}$  avec

$$\frac{e^{1-\frac{q}{p}}}{e^{2-\frac{2q}{p}+\varepsilon}}$$

$\varepsilon$  : constant positive très petit.

Donc :

$$U = M(\theta) \left[ \ddot{\theta}_d - \lambda \frac{q}{p} \frac{e^{1-\frac{q}{p}}}{e^{2-\frac{2q}{p}+\varepsilon}} \dot{e} \right] + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + H(\dot{\theta}) - M(\theta) (\eta + k) \text{sign}(s) \quad (\text{IV.27})$$

#### IV.4.2 Analyse de stabilité

Pour analyser la stabilité, on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{IV.28})$$

On dérive la fonction de Lyapunov  $\dot{V}$  comme suit :

$$\dot{V} = s \cdot \dot{s} < -\eta |S| \quad (\text{IV.29})$$

On remplace (IV.21) dans (IV.29), il vient

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \left( \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d + \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} \right) \\ &= s \left( (M(\theta)^{-1} [U - N(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta) - H(\dot{\theta})]) - \ddot{\theta}_d + \lambda \frac{q}{p} e^{\frac{q-p}{p}} \dot{e} \right) \end{aligned}$$

Après développements, il vient:

$$s[-(\eta + k) \text{sign}(s)] < -\eta |S|$$

Par conséquent, la stabilité en temps fini du système est garantie.

#### IV.5 Résultats de simulation

La loi de commande par mode glissant terminal développée dans ce chapitre est testée sur un modèle d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté (présenté dans le premier chapitre). Nous utilisons les mêmes trajectoires de référence de type cycloïde déjà présentées dans le deuxième et le troisième chapitre

$$\theta_{r1}(t) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi t}{3} - \sin \frac{2\pi t}{3} \right) & , \quad 0 \leq t \leq 3 \\ 0, & 3 < t \end{cases}$$

$$\Theta_{r2}(t) = \begin{cases} \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi t}{3} - \sin \frac{2\pi t}{3} \right), & 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{\pi}{2}, & 3 < t \end{cases}$$

- **Paramètres de la commande**

$$\lambda = \begin{bmatrix} 70 & 0 \\ 0 & 70 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 60 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}, p = 5, q = 3, \eta = 20, \varepsilon = 0.01$$

Pour démontrer l'efficacité de cette commande nous ferons trois testes

### Test 1 : Test à vide (sans charge et sans perturbations)

Dans ce test, nous voulons montrer le comportement du robot en poursuite de la trajectoire cycloïdale allant de l'état initiale  $\Theta_1 = -\frac{\pi}{2}$  et  $\Theta_2 = 0$  jusqu'à l'état final  $\Theta_1 = 0$  et  $\Theta_2 = \frac{\pi}{2}$  en 3 secondes sans charge et sans variations paramétriques.

### Test 2 : variations paramétriques

Dans ce test, nous montrons le comportement du robot en présence de variations sur les paramètres du robot (variations de 50% et 100 % des longueurs et des masses de segments à l'instant  $t=1.5s$ ).

### Test 3 : Introduction de la charge

Dans ce test, nous montrons le comportement du robot en réaction à l'introduction des charges de 5Kg et 10Kg à l'instant  $t=1.5s$ .

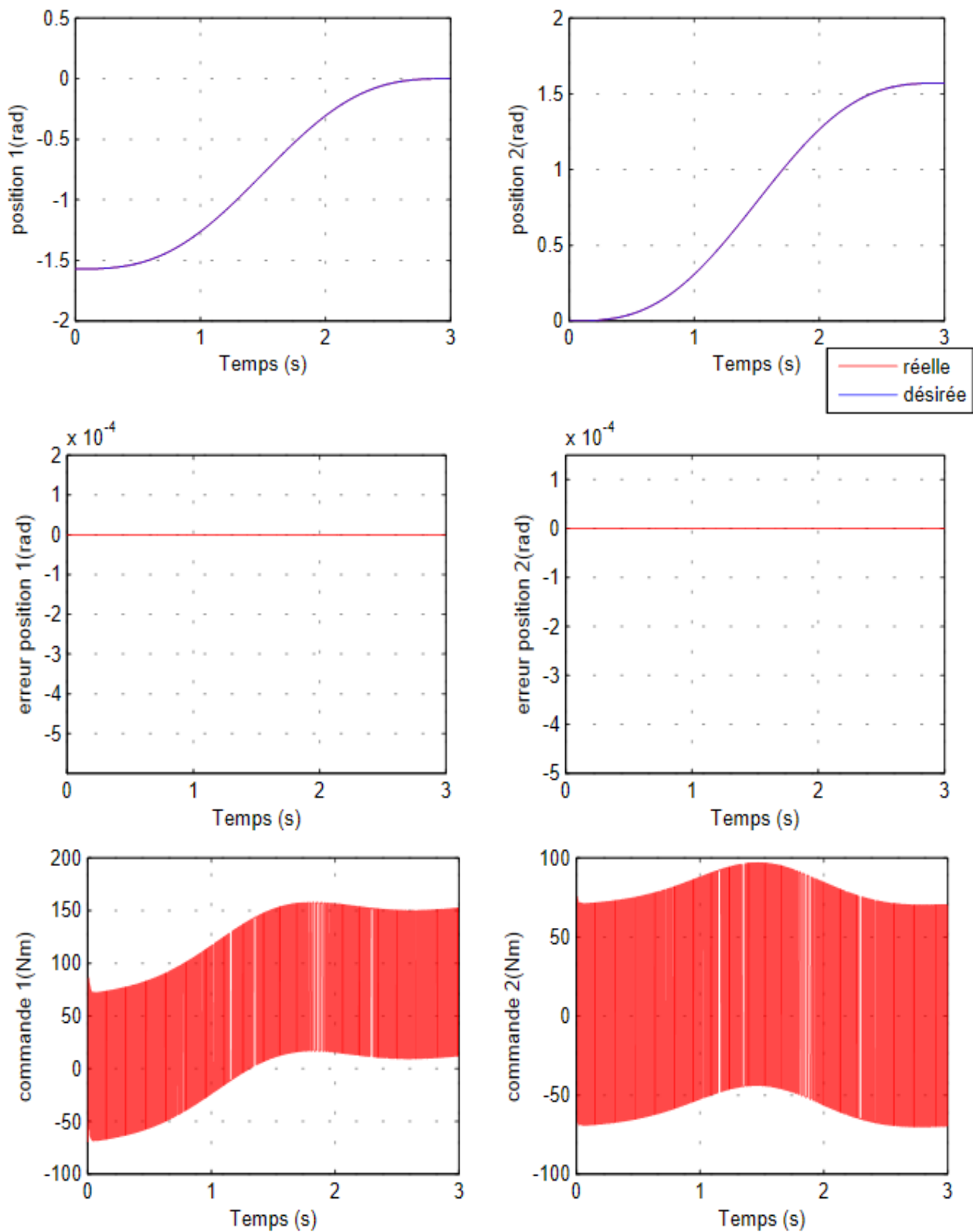


Figure IV.1 Réponses des deux articulations du robot sans charge.

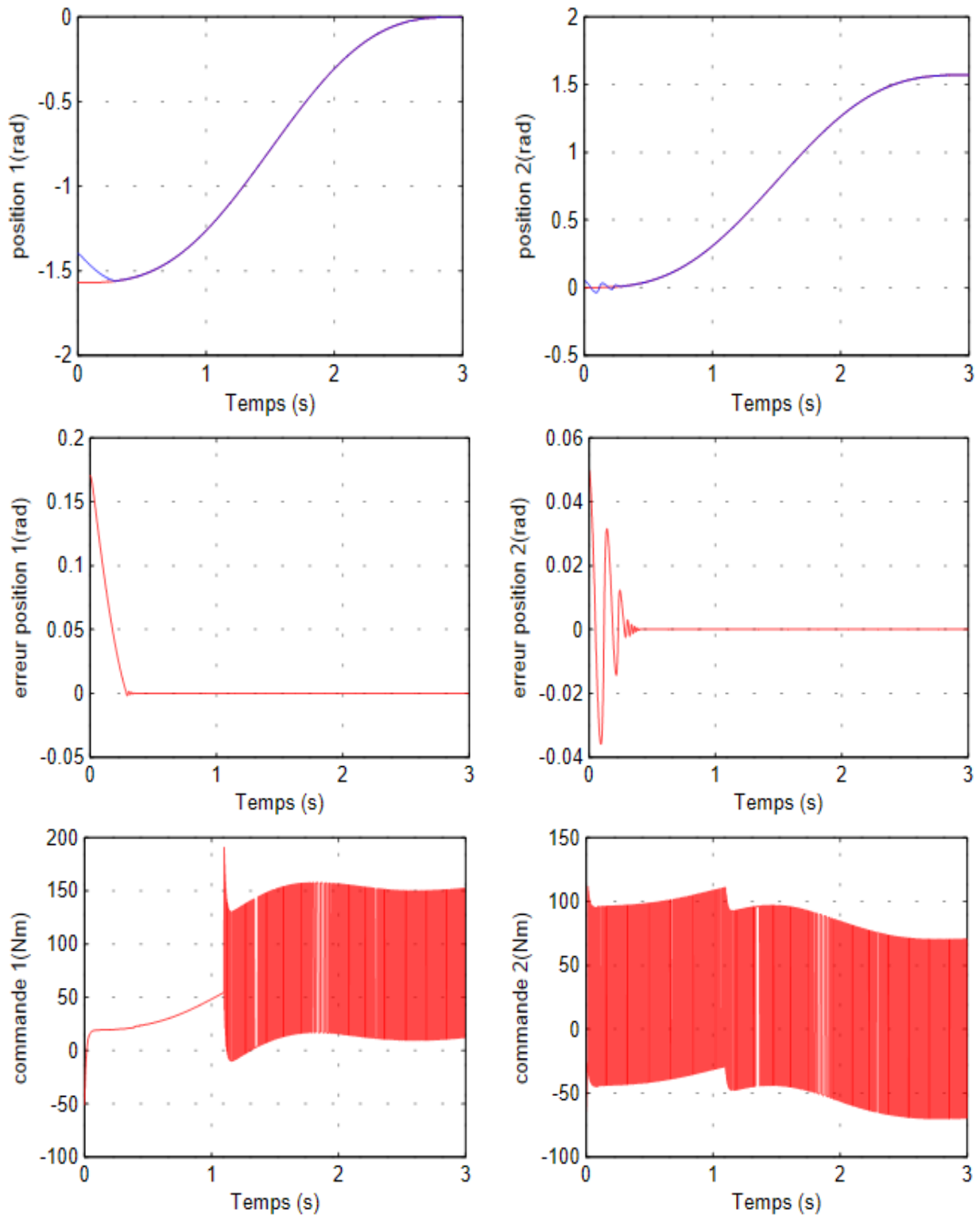


Figure IV.2 Réponses des deux articulations du avec changement des conditions initiales

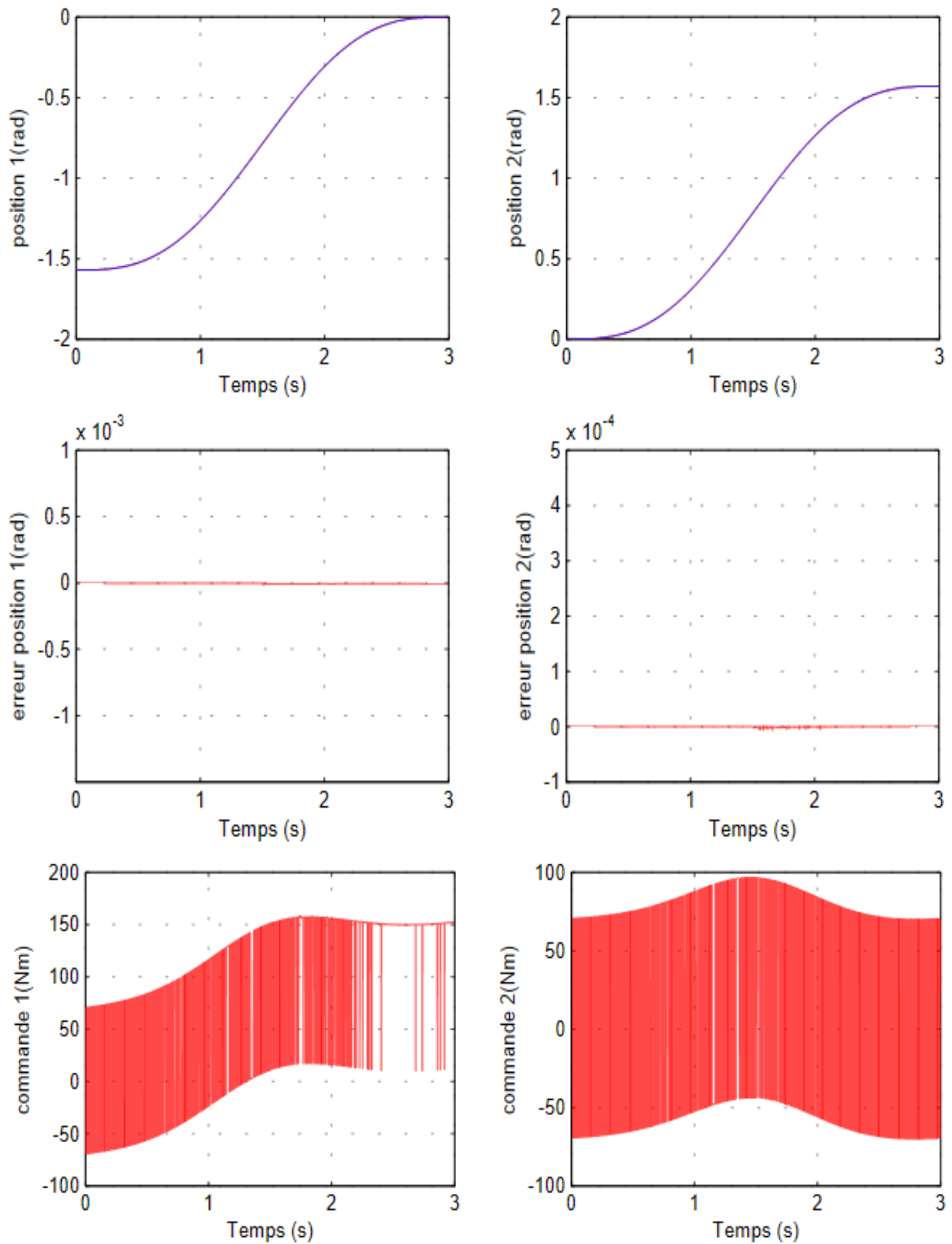


Figure IV.3 Réponses des deux articulations du robot  
(Variations de 50% de  $L_i$  et  $m_i$  à  $t=1.5s$ ).



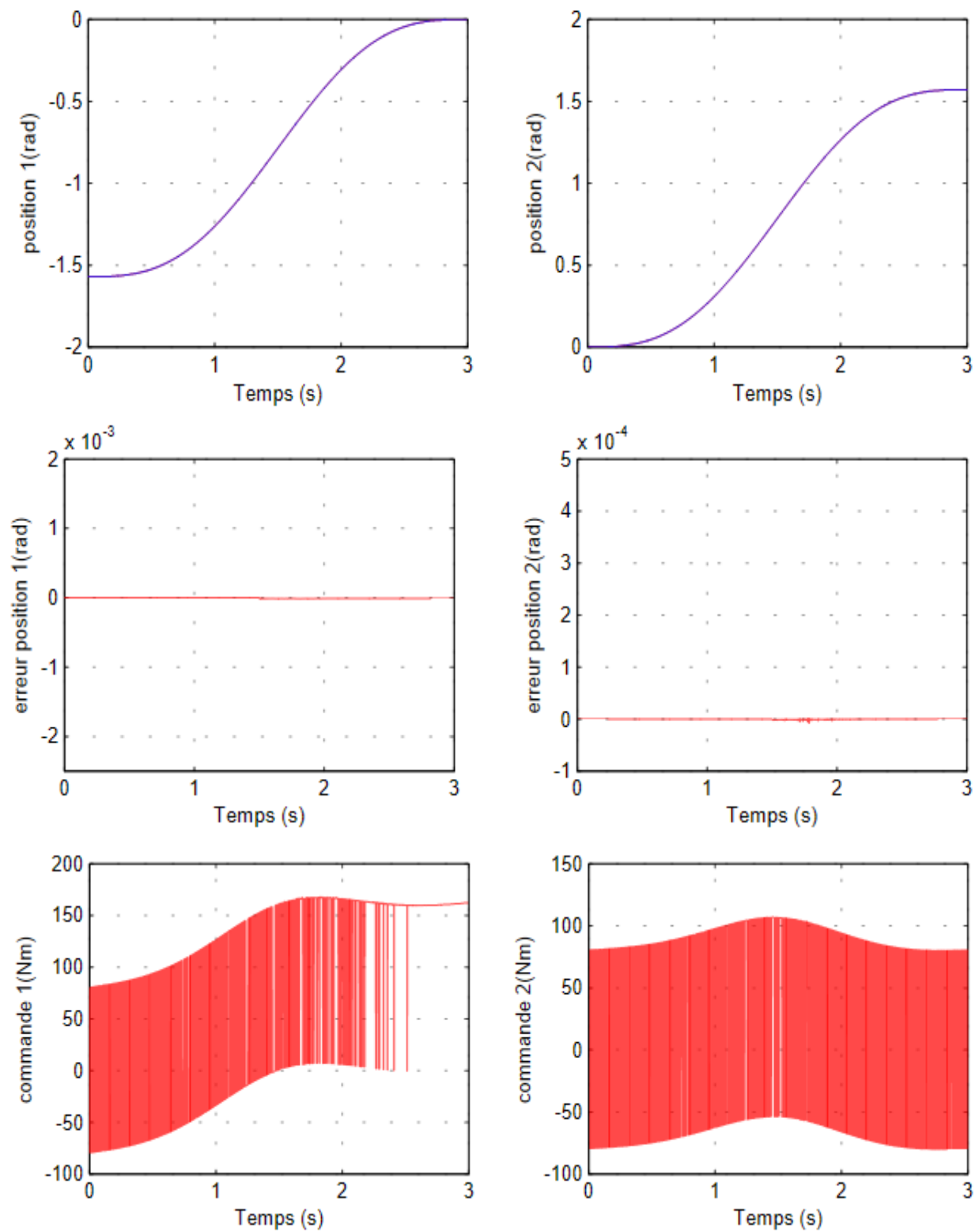


Figure IV.4 Réponses des deux articulations du robot  
(Variations de 100% de  $L_i$  et  $m_i$  à  $t=1.5s$ ).

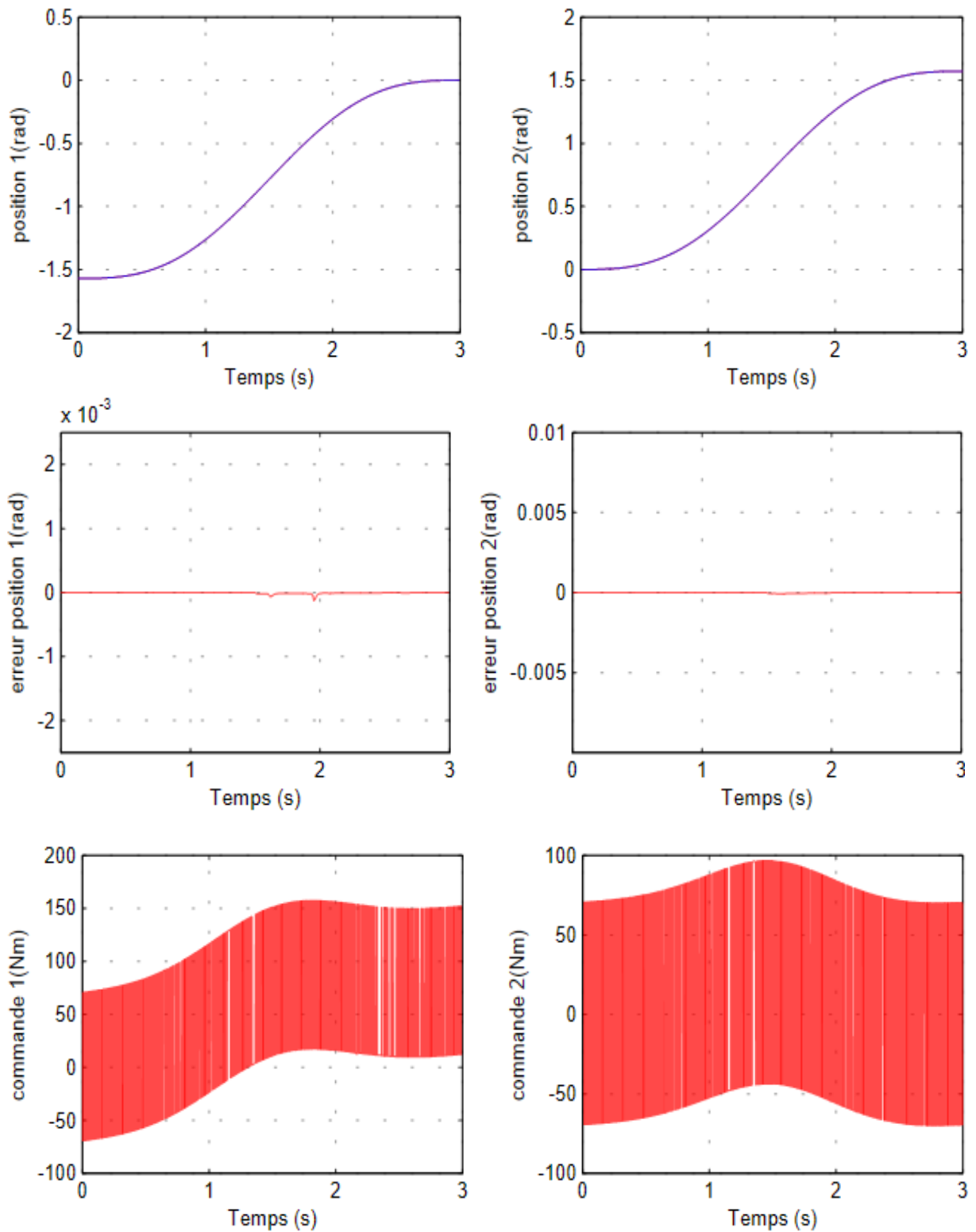


Figure IV.5 Réponses des deux articulations du robot avec charge.

(Introduction d'une masse de 5Kg à  $t=1.5s$ ).

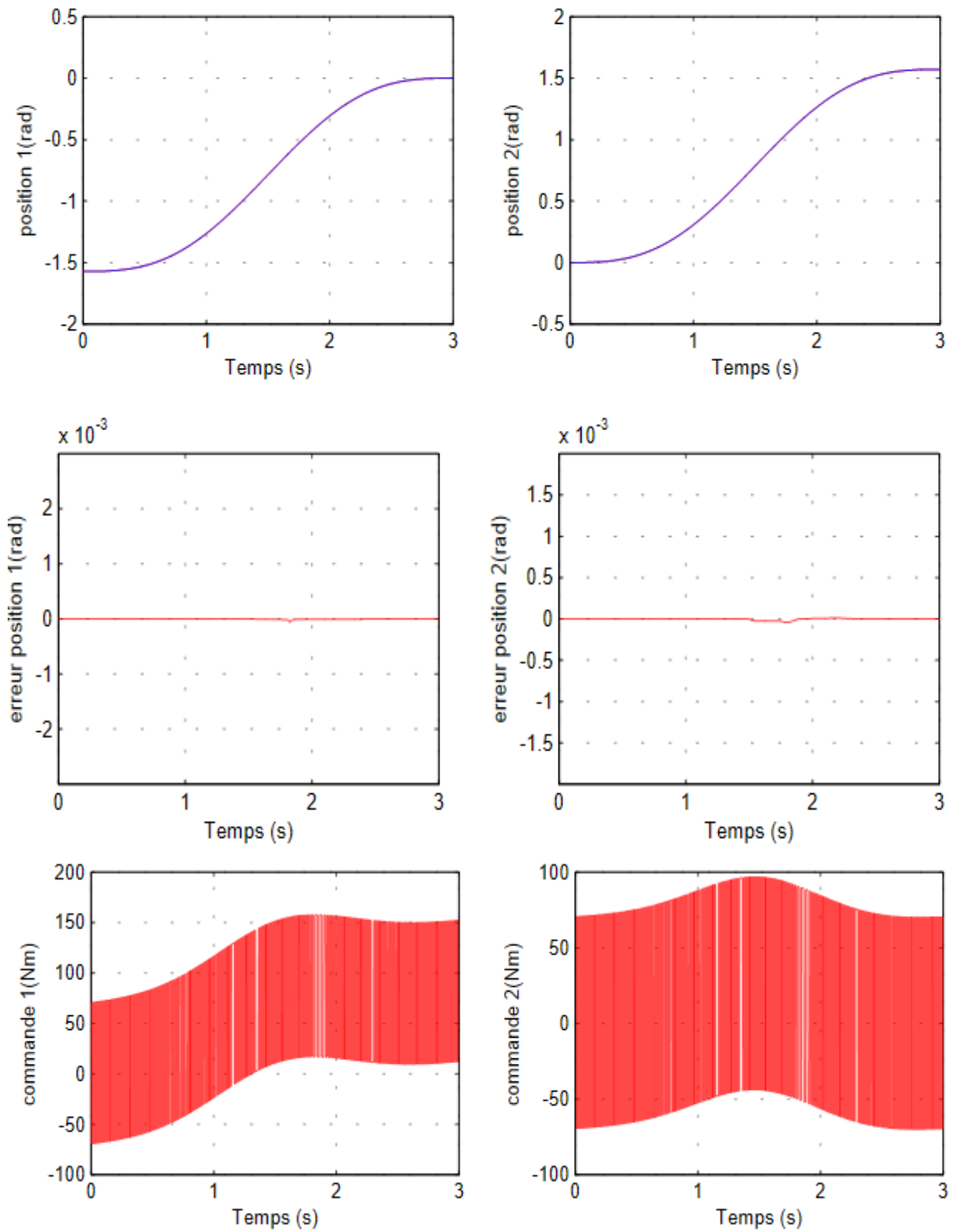


Figure IV.6 Réponses des deux articulations du robot avec charge (Introduction d'une masse de 10Kg à  $t=1.5s$ ).

- ***Interprétation***

Les figures présentées mettent en évidence les performances de la commande dans différentes situations où des perturbations sont présentes. Malgré ces perturbations, on peut observer que la sortie du système suit de manière satisfaisante le signal de référence et plus rapide par rapport à la commande par mode glissant classique. Cela indique que la commande parvient à atténuer les effets indésirables des perturbations et maintient le système proche de son comportement désiré. Les résultats démontrent donc l'efficacité de cette commande dans la gestion des perturbations, temps de convergence et la capacité à maintenir de bonnes performances même dans des conditions défavorables.

## **IV.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons abordé les concepts fondamentaux de la commande par mode glissant terminal (TSMC). Cette commande utilise une surface de glissement non linéaire, ce qui permet d'améliorer les performances du régime transitoire (temps de réponse). Comparée à la SMC classique qui repose sur une surface de glissement linéaire, la TSMC présente des avantages significatifs tels que sa rapidité, sa capacité à converger en temps fini et sa précision accrue. Les hyperplans de commutation non linéaires utilisés dans la TSMC contribuent à ces améliorations en permettant une gestion plus efficace des transitions du système. En général, la commande par mode glissant terminal offre des caractéristiques supérieures qui la rendent plus performante que la SMC classique. A noter que cette approche souffre encore du problème de chattering qui doit être traité.

## *Conclusion générale*

---

## Conclusion générale

L'objet de cette étude portait sur la commande des robots manipulateurs. En raison du comportement non linéaire inhérent à ce type de système, il est impératif de développer une stratégie de commande efficace, garantissant stabilité, précision et rapidité, même en présence d'une vaste gamme de variations dynamiques.

Dans cette optique, nous avons examiné de manière théorique et simulé numériquement trois approches de commande pour la poursuite de trajectoires de référence des robots manipulateurs. Ces approches comprennent la commande linéarisante, la commande par mode glissant classique et la commande par mode glissant terminal.

Dans le premier chapitre, nous avons tout d'abord introduit des notions générales et des définitions sur la robotique, ainsi que les outils mathématiques nécessaires pour modéliser les robots manipulateurs. Ensuite, nous avons procédé à la modélisation d'un robot manipulateur de 2 degrés de liberté, en fournissant son modèle dynamique. Ce modèle inclut les équations de mouvement du robot.

Dans le deuxième chapitre, nous avons tout d'abord présenté la commande classique PD. Nous avons exposé sa loi de commande. Ensuite, nous avons introduit la commande linéarisante qui repose sur la connaissance exacte du modèle du système. Nous avons fourni sa loi de commande et l'avons appliquée sur notre modèle de robot et effectué des tests pour évaluer ses performances, en présentant les résultats de simulation obtenus.

Dans le troisième chapitre, nous avons abordé, dans un premier temps, l'aspect théorique de la commande par mode glissant. Nous avons décrit les trois étapes à suivre pour déterminer cette loi de commande, à savoir le choix de la surface de glissement, la condition d'attraction, et le calcul de la commande. Toutefois, il est reconnu que cette technique de commande peut souffrir du phénomène de chattering. Afin de remédier à ce problème, nous avons remplacé la partie discontinue de la commande par des fonctions sigmoïdes telles que l'arc tangente ( $s$ ) et la tangente hyperbolique ( $\tanh$ ). À la fin de ce chapitre, nous avons appliqué cette commande sur un robot manipulateur à 2 degrés de liberté, et nous avons présenté les résultats de simulation obtenus.

Dans le dernier chapitre, nous avons abordé les concepts fondamentaux de la commande par mode glissant terminal. Cette commande utilise une surface de glissement non linéaire qui assure une convergence en temps fini et accélère la convergence du système. Ensuite, nous avons appliqué ce principe pour commander un robot manipulateur à deux degrés de liberté. Enfin, nous avons appliqué cette commande en simulation sur notre modèle de robot et réalisé trois tests pour évaluer ses performances. En conclusion, la commande par mode glissant terminal est très efficace pour la commande des robots manipulateurs et elle présente des performances intéressantes en termes de temps de convergence et de robustesse, cela sans nécessiter de connaissance préalable du modèle du robot.

A titre de perspective de ce travail, nous pouvons suggérer :

- La suppression de certains capteurs est une nécessité industrielle, donc il est intéressant de développer une loi de commande par mode glissant terminal à base d'observateur de vitesse pour les robots manipulateurs.
- Synthèse d'une loi de commande par mode glissant terminal des robots manipulateurs avec prise en compte du problème de chattering et mise en œuvre pratique.

## *Bibliographie*

---



---

---

## Bibliographie

- [1] J.L. Boimond, Robotique, *ISTIA, Université Angers*, [www.istia.univ-angers.fr/~boimond/Cours\\_robotique.pdf](http://www.istia.univ-angers.fr/~boimond/Cours_robotique.pdf).
- [2] C. Vibet, Robots principe et contrôle, Ellipses, Paris, 1987.
- [3] P. Fiset, H. Buyse, J.C. Samin. Introduction à la robotique, *MECA 2732*. 2004.
- [4] E. Dombre, W. Khalil. Modélisation et commande des robots, *Hermes science publication paris*, 2 édition 1988.
- [5] P. Reignier, Pilotage réactif d'un robot mobile étude du lien entre la perception et l'action, *Thèse Doctorat*, Institut National polytechnique de Grenoble, France, 1994.
- [6] S.V. Emelyanov. S.K. Korovin and L.V. Levant Ovsky. Drift algorithm in control of uncertain processes. *Problems of Control and Information Theory*, vol. 15, Iss. 6, pp. 425-438, 1986.
- [7] L.Guenfef, N. Bali, R. Illoul and M.S. Boucherit, "Commande Linéarisante Adaptative : Application au Robot Portos," *COMAEI 96* , Vol. 1, pp.86-91, Tlemcen 3-5 Déc 1996.
- [8] B. d' Andrea-Novel, Commande Non Linéaire Des Robots, *Addison-Wesely Reading*, MA, 1988.
- [9] H. Seraji, "Décentralized Adaptive Control Of Manipulators :Theory, Simulation and Experimentation," *IEEE Transactions On Robotics and Automation*, Vol.5, No.2 ,PP.183-201, April 1989.
- [10] J.J.Craig, Adaptive Control Of Mechanical Manipulators, *Addison-Wesley Reading* MA, 1988.
- [11] A.F. Filipov, Differential equations with discontinuous right-hand sides, *Mathematics and its Applications*. 1988.
- [12] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 212-222, April 1977, doi: 10.1109/TAC.1977.1101446.
- [13] H. Bühler, Réglage par mode de glissement, EPFL scientific publications, 1986.
- [14] F.Betin. Commande d'actionneurs électriques soumis à une charge mécanique fortes ? *Memoire de Master*, université d'El-Oued , 2018.
- [15] Slotine, E. Jean-Jacques, LI, Weiping, et al. Applied nonlinear control, *EnglewoodCliffs. NJ : Prentice hall*. 1991.

- [16] A.Yahdou. Commande et observation par modes glissants d'une machine asynchrone double étoile sans capteur mécanique, *Mémoire de magister*. Université de Chlef Hassiba Ben Bouali. 2011.
- [17] K. Jezernik. "Robust chattering free sliding mode control of servo drives", *International journal of electronics*, vol.80. no 2. p 169-179.1996.
- [18] J. Ohri, Robust adaptive tracking control of robot manipulator. *These de doctorat*, Institut national de technologie. Kurukshetra, INDIA. Novembre, 2009.
- [19] W. Wang, J. Vi, D. Zhao and D. Lju, "Design of a Stable Sliding-mode controller for a Class of Second-order Underactuated Systems," *Control Theory and Applications*, IEE Proceedings, vol. 151, no. 6, pp. 683-690, 2004.
- [20] J. LIU and F. SUN. "A novel dynamic terminal sliding mode control of uncertain nonlinear systems," *Journal of Control Theory and Applications*, 5 (2) 189-193, 2007.
- [21] N.M. Ben Romdhane and T. Damak. "Terminal sliding mode feedback linearization control," *International Journal of Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering*, IJ-STA, vol. 4, no. 1, pp.1174-1187, July 2010.
- [22] K. Y. Zhuang, H. Y. Su, K. Q. Zhuang, J. Chu. "Adaptive terminal sliding mode control for high order nonlinear dynamic systems," *Journal of Zhejiang University*, 4: 58-63, 2003.
- [23] Y. Feng, X.H. Yu and ZH.. Man "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators," *Automatica*, 38, pp. 2159-2167, 2002.
- [24] F. Adıgüzel and Y. Yalçın. "Immersion and invariance disturbance observer-based nonlinear discrete-time control for fully actuated mechanical systems. Man," *International Journal of Systems Science* 53:2, pp. 388-401, 2020.
- [25] D.Mekki, R.Ourezki, Commande par mode glissant flou d'un bras manipulateur. *Mémoire de Fin d'Etude de MASTER ACADEMIQUE*, Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou. ALGERIA.2014.

## Résumé

Les robots manipulateurs sont des systèmes complexes dont les modèles sont non linéaires et approximatifs (c-à-d présence d'incertitudes paramétriques et perturbations extérieures). Ainsi, les commandes classiques de type linéaire s'avèrent inefficaces pour ce genre de systèmes. Ce travail porte sur la commande non linéaire des robots manipulateurs. Nous présentons trois types de commande non linéaire, à savoir, la commande linéarisante, la commande par mode glissant et enfin la commande non linéaire en temps fini qui devient une nécessité dans certaines applications, notamment pour la commande des robots manipulateurs. Les résultats de simulation montrent l'intérêt de la commande en temps fini en comparaison avec la commande robuste de type mode glissant simple.

**Mots clés :** Robots manipulateurs, modélisation, commande par mode glissant, commande en temps fini.

## Abstract

Robot manipulators are complex systems whose models are non-linear and uncertain (i.e. presence of parametric uncertainties and external disturbances). Thus, conventional linear control techniques are inefficient for this kind of systems. This work deals with the nonlinear control of manipulator robots. We present three nonlinear control techniques, namely, the computed torque control method, the sliding mode control and finally the finite-time control technique which becomes a necessity for certain applications, in particular for robot manipulators control. The simulation results show the interest of the finite-time control in comparison with the robust sliding mode control technique.

**Key words :** Robot manipulators, modelling, sliding mode control, finite-time control.

## تلخيص

روبوتات المناور هي أنظمة معقدة ذات نماذج غير خطية وتقريبية (أي وجود شكوك معلمية واضطرابات خارجية). وبالتالي، فإن التحكم الخطي التقليدي غير فعال لهذا النوع من الأنظمة. يتطرق هذا العمل للتحكم غير الخطي في روبوتات المناور. نقدم ثلاثة أنواع من التحكم غير الخطي، وهي التحكم الخطي، والتحكم عن طريق الوضع المنزلق، وأخيرًا التحكم غير الخطي في الوقت المحدد والذي يصبح ضرورة في بعض التطبيقات، لا سيما للتحكم في الروبوتات المناورة. تظهر نتائج المحاكاة اهتمام التحكم في الوقت المحدود بالمقارنة مع التحكم القوي عن طريق الوضع المنزلق.

كلمات مفتاحية: روبوتات المناور، نمذجة، التحكم عن طريق الوضع المنزلق، التحكم غير الخطي في الوقت