

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA JIJEL

Faculté des sciences et de la technologie

Département d'électrotechnique

N° : ...../2022

## **MEMOIRE DE MASTER**

**DOMAINE: Sciences et Technologies**

**FILIERE: Électrotechnique**

**SPECIALITE: Réseaux électriques**

### **Thème**

**Modélisation et circuits équivalents hautes  
fréquences d'un piquet de terre.**

**Présenté Par : Balla Cherif Mohamed Lemin**

**Encadré Par : Bachir Nekhoul**

**Date de soutenance: 07/07/2022**

#### **Jury de Soutenance**

**Président : Basma Harrat**

**Grade: Docteur**

**UnivMSB jijel**

**Encadreur : Bachir Nekhoul**

**Grade : Prof/MCA**

**Univ MSB jijel**

**Examineur 1: Sana Kaouche**

**Grade : Docteur**

**Univ MSB jijel**

**Promotion : 2021 /2022**

## Remerciement

Tout d'abord je remercie Allah le tout puissant qui m'éclaire le bon chemin.

Je tiens à remercier mon encadreur le **professeur Bachir Nekhoul** qui est un potentiel infini pour les conseils avisés et l'encouragement constant.

Avec un grand plaisir que j'adressai remerciement **Madame B.khelifi et B.Harrat**.

Je ne pourrai terminer ces remerciements sans y associer les membres de ma famille, qui j'ai toujours apporté leur soutien et leur appui afin d'arriver au terme de ce travail.

A tout ceux ou celles qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire de fin d'études.

Ainsi que tous les professeurs qui ont contribué à notre formation.

## **Dédicaces**

**Je dédie ce mémoire à ma famille et à mes amis proches...**

**Introduction générale**

---

## **Introduction Générale**

Dans le réseau électrique, la prise de terre est un composant primordial pour la sécurité des installations et des équipements et permet aussi d'éviter l'électrocution du personnel technique qui intervient in-situ (poste électrique aérien). Son rôle est d'évacuer un courant électrique de défaut vers le sol suite à une perturbation d'origine accidentelle (court-circuit) ou atmosphérique (décharge orageuse).

La mise à la terre est un branchement intentionnel reliant un conducteur du circuit, généralement le neutre, à une prise de terre enfoncée dans le sol (conducteur enterré). La mise à la terre d'un équipement garantit que l'équipement fonctionnant dans une structure est correctement mis à la terre.

Une mauvaise mise à la terre est particulièrement préjudiciable en termes d'indisponibilité des équipements; elle est aussi dangereuse et augmente le risque de panne des équipements. Sans un réseau de terre efficace, nous nous exposons aux risques de dégradation des équipements, d'électrocution, sans oublier les erreurs d'instruments, les problèmes de distorsion d'harmonique, de facteur de puissance et un éventail important de problèmes potentiels intermittents. Si les courants de défaut n'ont pas d'accès à la terre par le biais d'un réseau de mise à terre correctement conçu et maintenu, ils en trouveront un qui risque de mettre en danger les équipements électriques et la vie des individus.

Par le passé, pour garantir une protection des installations et des vies humaines, les ingénieurs proposaient uniquement le dimensionnement de la résistance de terre en tenant compte de la forme géométrique la mieux adaptée et de la résistivité du sol. Mais, en réalité les critères qui constituent une bonne prise de terre ont été révisés et un intérêt particulier est de nos jours accordé à la notion d'impédance de terre.

En effet, en basses fréquence ou pour des courants transitoires à variations lentes, l'impédance longitudinale des conducteurs formant une prise de terre de faibles dimensions est négligeable devant la résistance de terre [III.4]. Cependant, l'impédance des conducteurs étant, à partir de quelques centaines de kHz, de nature essentiellement inductive, elle varie d'une manière sensiblement proportionnelle à la fréquence [III.4] En hautes fréquences, l'impédance longitudinale des conducteurs de terre peut donc ne plus être négligeable, voire devenir prépondérante, devant la résistance de terre mesurée en basses fréquences. Notons que, en très hautes fréquences et dans des sols de résistivité élevée, la capacité (effet capacitif) de la prise de terre par rapport au sol peut réduire son impédance [III.4].

La mesure étant coûteuse et même assez délicate, ces différentes observations sur le comportement fréquentielle d'une prise de terre ont été majoritairement réalisées par simulation. Pour notre projet de fin d'études, nous nous intéressons au comportement transitoire d'un piquet enterré verticalement qui est souvent utilisé, seul ou plusieurs, comme prise de terre pour protéger les installations électriques. L'objectif de notre travail est de proposer une modélisation réaliste en régime perturbé et surtout de déduire son comportement fréquentielle dans le contenu spectral de la foudre qui s'étend jusqu'à quelques MHz.

Pour présenter notre travail, nous avons organisé notre mémoire en trois chapitres. Dans le premier chapitre, nous rappelons quelques notions sur le réseau électrique, les principaux défauts dans le réseau électrique qui altèrent la continuité du service, la foudre et la prise de terre et ses caractéristiques. Dans le deuxième chapitre, après un rappel sur la nécessité et l'apport de la modélisation pour l'analyse des dispositifs physiques complexes, nous passons en revue les fondements théoriques des trois formalismes (circuits électriques, théorie des lignes et théorie des antennes). Le dernier chapitre nous le consacrons aux applications pour confronter les résultats des trois modélisations et déduire bien évidemment celle qui nous semble la mieux appropriée pour un dimensionnement réaliste qui tient compte de l'ensemble des effets physiques susceptibles d'intervenir lors de l'injection d'un courant dont le spectre s'étale de quelques centaines de Hertz à quelques MHz. Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale.

## **Chapitre I Généralité**

---

## I.1. Introduction

Les réseaux électriques sont conçus pour empêcher toutes sortes de troubles tels que la perte d'une ligne de transmission, un groupe de production ou un transformateur. D'un point de vue général, les incidents majeurs ne sont pas causés par un seul évènement critique mais, par une perturbation initiale suivie de la combinaison d'une cascade d'événements. Les perturbations initiales sont de diverses origines qu'on peut classifier selon leur nature :

- Naturelles : les diverses conditions météorologiques, dont principalement l'impact direct de la foudre.
- Techniques : les courts-circuits, les brusques variations de charges, pertes d'éléments,....
- Humaines : les fausses manœuvres.

Divers moyens sont utilisés pour faire face à ces perturbations afin de garantir une énergie de qualité (continuité du service, maintien des grandeurs électriques dans les plages contractuelles, ...).

Parmi ces moyens nous avons les mises à la terre des installations électriques qui jouent un rôle important, en période perturbée (court circuit et impact direct de foudre), dans le comportement des réseaux, la protection du matériel et dans la sécurité du personnel technique.

L'objet de notre travail étant le dimensionnement d'un piquet de terre par modélisation suite à un impact de foudre, nous donnerons dans ce chapitre un aperçu sur les imperfections du réseau électrique, les défauts dans le réseau électrique, le phénomène de foudre et nous introduirons quelques notions sur les mises à la terre (caractéristiques, mesure, ...).

## I.2. Réseaux électriques et postes

Les sources de production d'énergie électrique, particulièrement les centrales nucléaires ou hydrauliques, sont généralement éloignées des centres de consommation, c'est-à-dire des centres industriels et des villes. L'énergie est acheminée à distance par des liaisons électriques à grand flux qui remplissent une fonction de transport d'énergie. Afin de garantir la sécurité d'alimentation, il est utile de pouvoir faire transiter l'énergie électrique par des voies différentes, pour pallier l'avarie éventuelle de l'une d'elles. En outre, une exploitation économique veut que l'on utilise en priorité les unités de production au coût de revient le plus faible du fait de leur puissance, de leur âge ou de la nature du combustible. Ces deux considérations, technique et économique, conduisent à raccorder entre elles les liaisons



électriques pour constituer des nœuds électriques qui permettent de mettre en commun toutes les sources de production et qui assurent ainsi une fonction d'interconnexion entre régions et entre pays frontaliers.

Le souci de réduire le nombre et le volume des infrastructures d'équipement à construire, la volonté de limiter les pertes d'énergie imposent sur les grandes distances de transporter l'énergie électrique à des tensions élevées dites à très haute tension (THT). Il est donc nécessaire d'élever la tension à la sortie des groupes de production puis, après son transport, de l'abaisser par plusieurs transformations successives pour alimenter les réseaux de répartition, puis les réseaux de distribution.

Les fonctions mises en évidence précédemment sont réalisées grâce à des lignes aériennes, des lignes souterraines et des transformateurs de puissance qui forment des réseaux de différentes tensions dont les nœuds et les points de transformation sont les postes [I.1-I.2].

### **I.2.1. Imperfections des réseaux**

Pour des raisons techniques et économiques, il n'est pas possible de construire des réseaux exempts de défauts de fonctionnement. Leurs éléments constitutifs sont conçus, construits et entretenus de façon à réaliser le meilleur compromis entre coût et risque de défaillance. Il en résulte que des défauts ou incidents peuvent venir perturber le bon fonctionnement des installations. Parmi les causes d'incidents susceptibles d'affecter les réseaux, citons les perturbations atmosphériques [I.3], qui peuvent induire des défauts d'isolement des parties sous tension ou, dans les cas extrêmes, mettre en péril la tenue mécanique des ouvrages.

Les courts-circuits qui s'ensuivent ont sur l'ensemble de la chaîne production-transport-consommation des effets néfastes, en particulier [I.4]:

- Des risques de perte de stabilité du réseau ;
- Des contraintes thermiques et mécaniques sur le matériel ;
- Une dégradation de la qualité de la fourniture ;
- Des tensions induites perturbant les circuits de télécommunication.

### **I.3. Défauts temporaires internes et transitoires externes**

Il va de soi qu'il est nécessaire de protéger les systèmes électriques qui peuvent être affectés par de nombreux types d'incidents. Il convient de distinguer la protection des ouvrages du réseau proprement dit (lignes...) et celle du système production-transport. La protection du système production-transport est essentielle, car certains incidents (pertes de

ligne en cascade, pertes brutales de moyens de production importants...) peuvent induire des conséquences catastrophiques (effondrement du système électrique).

### **I.3.1. Défauts affectant les lignes aériennes du réseau électrique**

Les réseaux électriques sont le siège de défauts, entraînant des perturbations dans la desserte électrique. Ces défauts proviennent, en majorité, des lignes aériennes et des décharges orageuses [I.5-I.6], les autres ayant leur origine dans les matériels des postes ou les équipements de contrôle-commande.

Ces défauts s'accompagnent de surtension que l'on peut classer en deux grandes catégories. On distingue donc :

- Les surtensions temporaires à fréquence de service qui durent plusieurs secondes (voire plusieurs heures) ; ces surtensions peuvent contenir des harmoniques de la fréquence de service ;
- Les surtensions transitoires répétitives ou non qui ont des durées de l'ordre de la milliseconde ou du dixième de seconde.

Les surtensions transitoires sont elles-mêmes subdivisées en deux catégories :

- Les surtensions de manœuvre, provoquées par les manœuvres de disjoncteurs dans le réseau ;
- Les surtensions de foudre, provoquées par la chute d'un coup de foudre sur la ligne ou sur le poste de couplage ou dans leur proximité.

#### **I.3.1.1. Défauts temporaires et permanents**

Ils sont consécutifs à une avarie de matériel : court-circuit, détérioration d'une chaîne d'isolateurs, rupture d'un conducteur, échauffement d'une pièce de jonction, avarie d'un ou plusieurs supports. La ligne, dans ce cas, ne peut être remise immédiatement en service et sa réparation nécessite la localisation du défaut puis l'intervention d'une équipe technique. Généralement, ces défauts prennent naissance suite à un court-circuit.

##### **I.3.1.1.1. Courants de court-circuit**

Les courants de court-circuit prennent naissance dans les conducteurs d'un système de transmission d'énergie électrique, lorsqu'un défaut d'isolation apparaît entre deux ou plusieurs conducteurs.

- *Types de courts-circuits*

On distingue plusieurs types de courts-circuits [I.4]:

- Le court-circuit PT entre une phase du réseau et la terre (figure I.1.a) ;
- Le court-circuit PP entre deux phases du réseau (figure I.1.b) ;
- Le court-circuit PPT entre deux phases du réseau et la terre (figure I.1.c) ;
- Le court-circuit PPP entre les trois phases sans liaison à la terre (figure I.1.d) ;
- Le court-circuit PPPT entre les trois phases et la terre (figure I.1.e).

Ces deux derniers types, appelés aussi triphasés symétriques, sont peu fréquents.

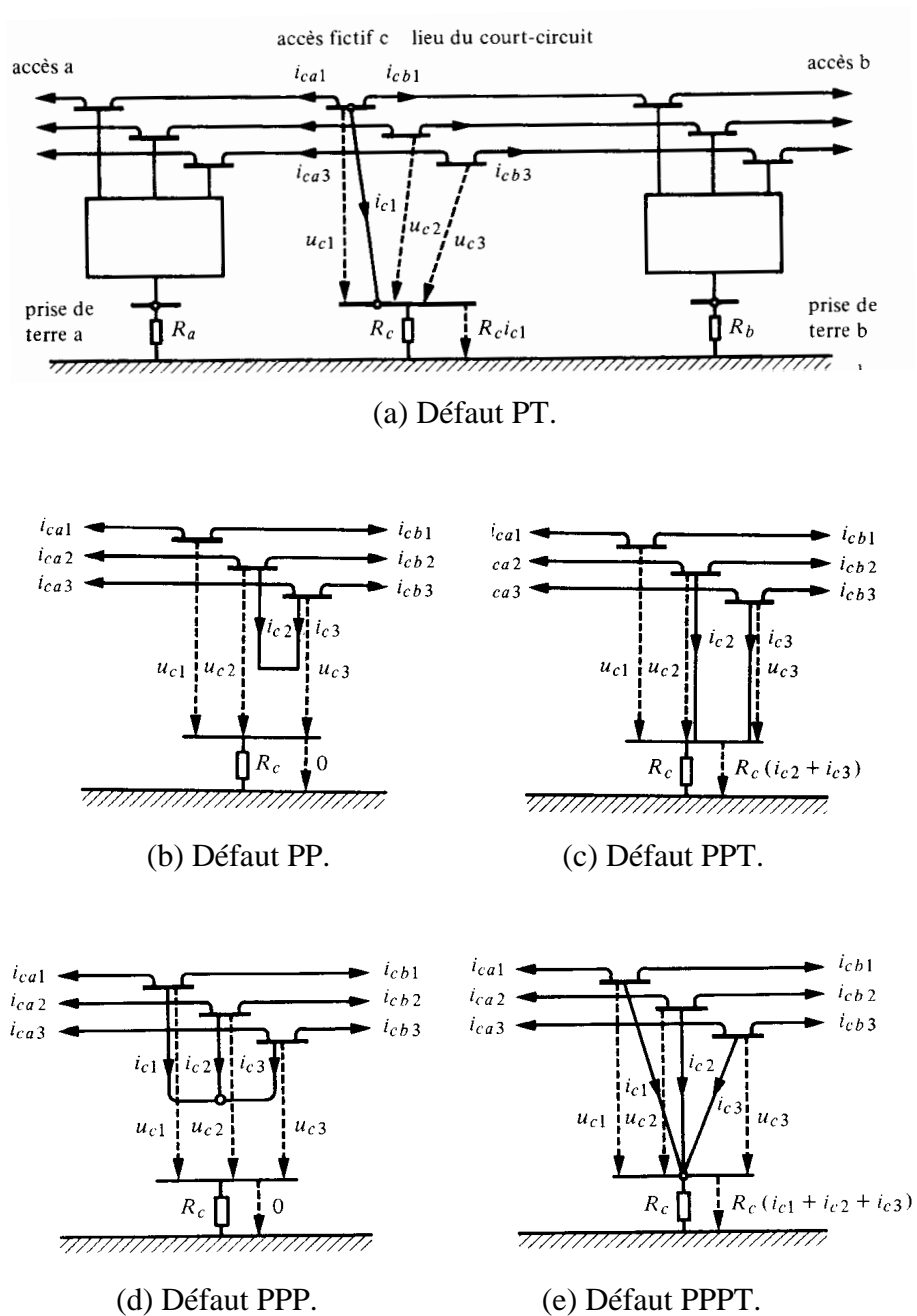


Figure I.1. Différents types de courts-circuits.

### **I.3.1.2. Défauts transitoires**

Les défauts transitoires pouvant affecté le bon fonctionnement du réseau sont généralement de nature externe. Il s'agit de l'impact direct ou indirect d'un coup de foudre. D'autres surtensions transitoires dites "transitoires de manœuvres" sont à prendre en compte pour la coordination de l'isolement, mais ces dernières relèvent du bon fonctionnement du réseau (déclenchement, enclenchement et réenclenchement d'une ligne). Dans notre travail, nous considérons principalement l'écoulement par un piquet de terre du courant injecté lors de l'impact direct de la foudre.

## **I.4. La foudre**

### **I.4.1. Surtensions de Foudre**

Les coups de foudre qui tombent sur les lignes aériennes (impact direct) provoquent des surtensions très importantes qui se propagent le long des lignes pour atteindre les postes situés aux extrémités [I.3]. Il est nécessaire de spécifier les isolements des matériels et de déterminer les protections à installer sur le réseau pour rendre acceptable économiquement le risque de défaillance des équipements à cause de la foudre : c'est un des objectifs de la coordination des isolements. Les surtensions de foudre provoquent, par impact direct sur le pylône, aussi des amorçages des chaînes d'isolateurs "back-flashover" des lignes aériennes qui dégradent la qualité de service aux points de livraison du réseau en donnant naissance à des coupures brèves ou des creux de tension [I.7]. Dans notre travail, notre intérêt est surtout porté sur l'impact direct de foudre qui reste le plus dominant et entrave le bon fonctionnement du réseau électrique dans le cas du back-flashover [I.7]. En effet, les coups de foudre directs sont une cause fréquente de pannes de lignes de transmission. Trois mécanismes sont responsables de telles pannes, à savoir le flashover à travers les chaînes d'isolateurs, le back-flashover et le midspan flashover. Le premier mécanisme se produit lorsque la foudre frappe un conducteur de phase soit en raison de l'absence de câbles de garde, soit en raison d'une défaillance du câble de garde. En particulier, les lignes présentant de très grandes portées, dont les câbles de garde sont touchés à mi-portée, peuvent subir un contournement en connectant les câbles de garde et les conducteurs de phase par l'air. Le mécanisme de back-flashover, impact direct sur le pylône, domine largement comme cause principale de coupures pour les lignes de tensions inférieures à 500 kV installées dans des régions où les conditions de résistivité du sol sont défavorables (*d'où la nécessité d'une bonne prise de terre !*). Fondamentalement, le retour de flamme se produit lorsque l'amplitude de la surtension de foudre subie par les chaînes d'isolateurs, en réponse à des coups directs sur pylône ou sur les câbles de garde (points

proches de la tête du pylône), dépasse la tenue d'isolement de la ligne. Cela rend ce mécanisme au centre des techniques destinées à améliorer les performances de systèmes de protection contre la foudre dont l'élément le plus important et la prise de terre.

#### **I.4.2. Classification des coups de foudre nuage-sol**

La foudre est un phénomène naturel de décharge électrostatique disruptive qui peut se produire lorsqu'une grande quantité d'électricité statique s'est accumulée dans des zones de nuages d'orage, dans ces nuages, entre eux ou entre de tels nuages et le sol (la terre ou la mer).

Pour des raisons très pratiques (perturbations des réseaux électriques et de télécommunications, incendies, .....), les décharges de foudre qui ont été l'objet d'études approfondies sont les décharges nuage-sol.

On distingue quatre espèces principales de coups de foudre selon le sens de propagation du traceur (leader) et la polarité du nuage (sens d'écoulement du courant principal) [I.8-I.9].

- Les coups de foudre ascendants négatifs,
- Les coups de foudre ascendants positifs,
- Les coups de foudre descendants négatifs,
- Les coups de foudre descendants positifs.

Un coup de foudre est dit ascendant, lorsque le leader (traceur) se propage à partir du sol. Il est descendant lorsque le traceur se développe à partir du nuage.

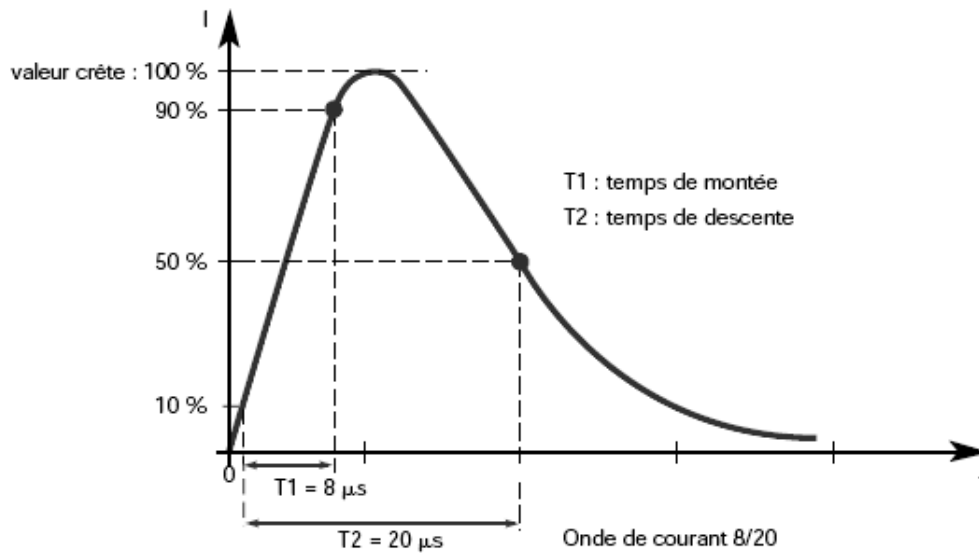
Un coup de foudre est dit négatif, si la partie négative du nuage se décharge, il est dit positif, si la partie positive se décharge. Les coups de foudre négatifs descendants et ascendants sont les plus fréquents, leur fréquence d'apparition est de l'ordre de 80 à 90% en régions tempérées.

Un phénomène de coup de foudre nuage-sol négatif comprend deux grandes phases principales:

- le développement d'une prédécharge de foudre (non visible), qui provoque le développement d'un canal chargé négativement vers le sol ;
- l'amorçage d'un premier arc en retour qui se propage depuis le sol vers le nuage.

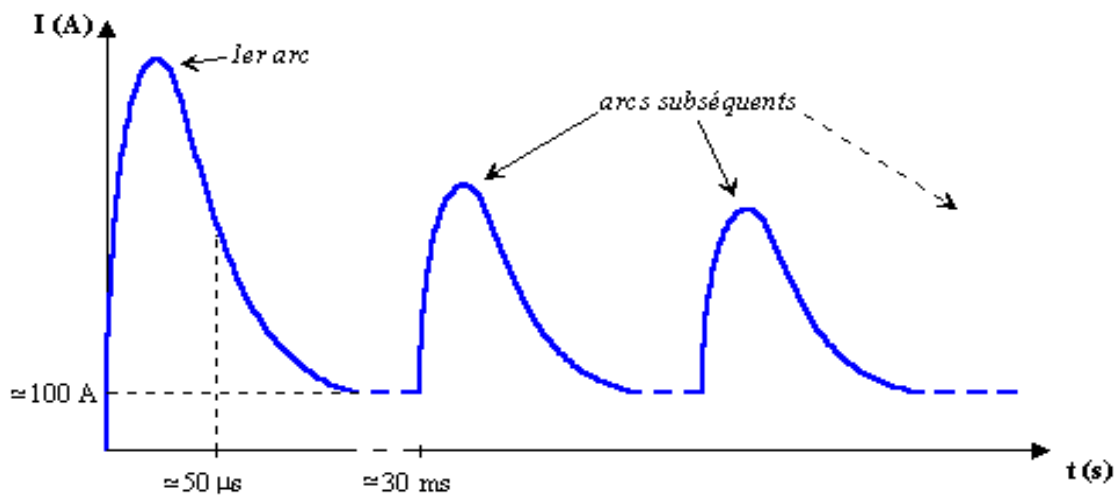
##### **- *Caractéristiques électriques***

Les arcs en retour sont responsables de la majorité des dégâts causés par la foudre. Le courant de l'arc en retour est de nature impulsionnelle, et sa forme se caractérise par une valeur de crête, un front de montée jusqu'à la crête (ou temps de montée) et un temps de décroissance (figure I.2) [I.10-I.11].



**Figure I.2.** Onde de courant de foudre.

Généralement, il n'y a pas un seul arc en retour, mais plusieurs, en moyenne quatre éclairs, parfois jusqu'à une quinzaine. Ces arcs en retour (1<sup>ier</sup> arc + arcs subséquents) se succèdent pendant 500 ms à 1 s; le premier arc est souvent le plus fort car il correspond à la décharge initiale des charges accumulées (figure I.3).



**Figure I.3.** Evolution du courant de l'onde de foudre.

Nombre d'événements	paramètre	unité	95%	50%	5%
	<b>Courant de crête</b>				
<b>101</b>	Premier arc en retour	<b>kA</b>	<b>14</b>	<b>30</b>	<b>80</b>
<b>135</b>	Arc en retour subséquent	<b>kA</b>	<b>4.6</b>	<b>12</b>	<b>30</b>
	<b>di/dt maximal</b>				
<b>92</b>	Premier arc en retour	<b>kA/μs</b>	<b>5.5</b>	<b>12</b>	<b>32</b>
<b>122</b>	Arc en retour subséquent	<b>kA/μs</b>	<b>12</b>	<b>40</b>	<b>120</b>
	<b>Temps de montée (2kA-crête)</b>				
<b>89</b>	Premier arc en retour	<b>μs</b>	<b>1.8</b>	<b>5.5</b>	<b>18</b>
<b>118</b>	Arc en retour subséquent	<b>μs</b>	<b>0.22</b>	<b>1.1</b>	<b>4.5</b>
	<b>Durée de l'impu. (2 kA-mi-amplitude)</b>				
<b>90</b>	Premier arc en retour	<b>μs</b>	<b>30</b>	<b>75</b>	<b>200</b>
<b>115</b>	Arc en retour subséquent	<b>μs</b>	<b>6.5</b>	<b>32</b>	<b>140</b>

**Tableau I.1.** Paramètres du courant des décharges négatives.

### I.4.3. Modèle électrique du canal de foudre

Des études très approfondies ont montré que les coups de foudre peuvent être modélisés par un générateur de courant à la base du canal dont l'amplitude peut varier de quelques kA à quelques centaines de kA. Le canal ionisé est ensuite considéré comme une antenne verticale sur laquelle va circuler un courant dit "courant d'arc en retour". La propagation de ce courant le long du canal est à l'origine d'un rayonnement électromagnétique. Dans ce qui va suivre nous donnons un bref aperçu sur la modélisation du courant à la base du canal et du courant de l'arc en retour [I.10-I.11].

#### *a/ Courant à la base du canal*

Le courant à base du canal  $i(0,t)$  doit être spécifié afin de déterminer le courant en fonction de la hauteur et du temps le long du canal de retour  $i(z,t)$  (figure I.4).

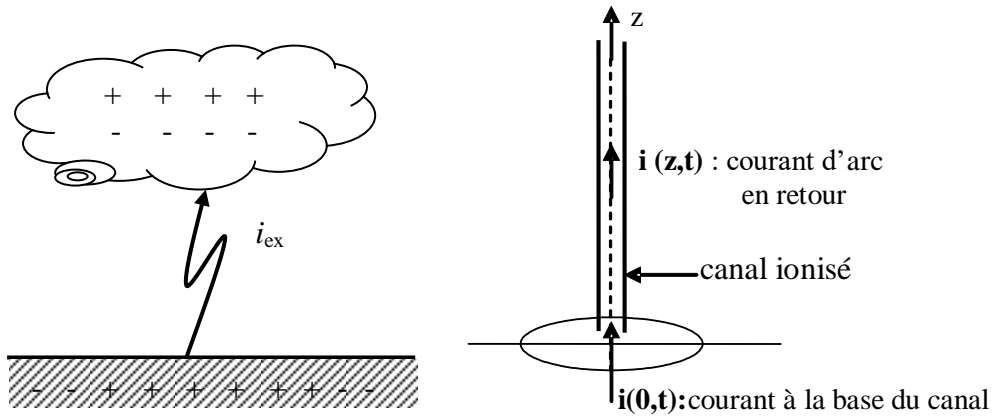


Figure I.4. Décharge nuage – terre et réciproquement (représentation du canal ionisé).

Dans la littérature deux expressions analytiques sont le plus souvent utilisées pour représenter le courant à la base du canal. En premier la fonction bi – exponentielle (figure I.5).

$$i(0,t) = I_0(\exp(-\alpha \cdot t) - \exp(-\beta \cdot t)) \tag{I.1}$$

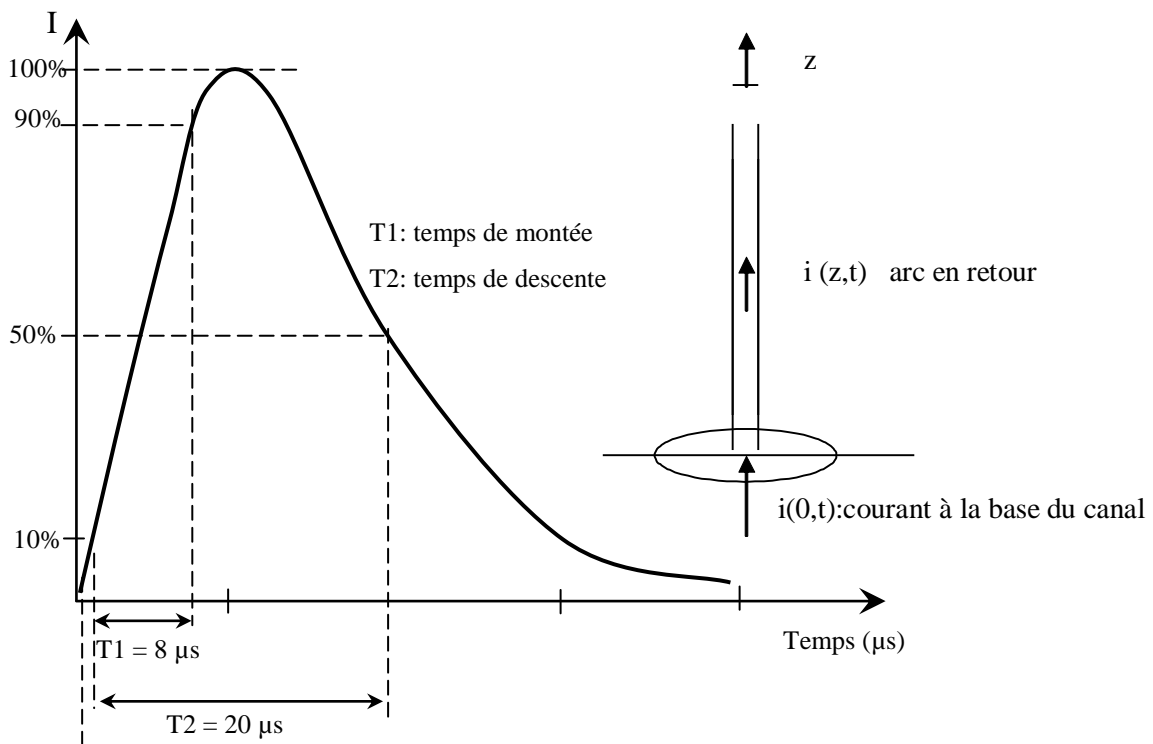


Figure I.5. Onde de courant.



Puis, plus récemment F. Heidler a proposé une nouvelle expression analytique [I.9]:

$$i(0, t) = \frac{I_0}{\eta} \cdot \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \quad (\text{I.2})$$

Où :

$$\eta = \exp\left(-\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^n \sqrt[n]{n \frac{\tau_2}{\tau_1}}\right) \quad (\text{I.3})$$

Avec :

$I_0$  : l'amplitude du courant à la base du canal ;

$\tau_1$  : la constante de temps de front ;

$\tau_2$  : la constante de décroissance ;

$\eta$  : facteur de correction de l'amplitude ;

$N = 2 \div 10$ .

L'expression analytique de F. Heidler [I.9] a été préférée à la fonction double exponentielle habituellement employée car elle a l'avantage de présenter une dérivée nulle pour  $t = 0$ , ce qui correspond aux observations expérimentales.

## I.5. Classification et comportement général des prises de terre

### I.5.1. Le problème de la prise de terre

Malgré les études très intéressantes et très objectives parues sur ce sujet, on rencontre quelques fois l'opinion que tout objet "mis à la terre", même par quelques décimètres de piquet enfoncé dans le sol, devient par le fait même incapable d'être le siège d'aucune tension dangereuse : plusieurs incidents majeurs avec dégâts matériels sont à l'origine de cette conception simpliste.

Le mode de connexion du régime du neutre à la terre et la nature de la prise de terre jouent un rôle très important dans le cas d'un court-circuit. Aussi dans un système de protection contre la foudre, la prise de terre est un élément indispensable. Lors de ces deux perturbations c'est à travers la prise de terre que le courant de défaut (foudre et court-circuit) s'écoule.

*En effet, l'écoulement des courants dans le sol est facilité par une faible impédance du réseau de terre, aussi bien pour les courants de fréquences élevées que pour les courants de*

*défauts aux fréquences industrielles. Un réseau de terre doit avant tout être equipotentiel tout en présentant une impédance minimale aux courants de défauts.*

Une prise de terre entièrement enfouie dans le sol d'une façon à avoir un contact privilégié avec celui-ci et un conducteur de terre constituent une installation de mise à la terre (malt) [I.12]. Le conducteur relie la pièce métallique ou le neutre de l'équipement électrique à la prise de terre. Afin de vérifier l'état des prises de terre le conducteur de terre est muni d'une borne de terre ce qui permet de séparer le matériel de la malt (Figure I.6).

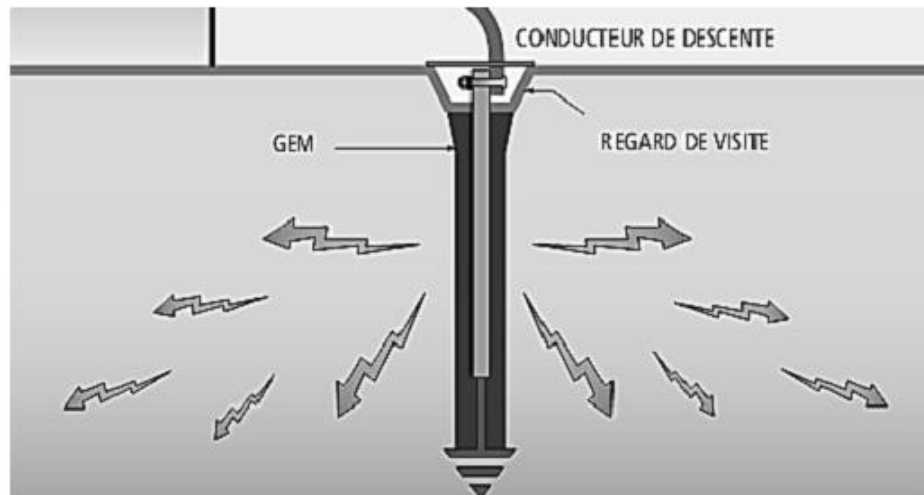


Figure I.6. Une installation typique de mise à la terre.

## I.5.2. Objet général et classification des prises de terre

Les diverses fins auxquelles on cherche à contribuer par la mise à la terre des installations électriques sont la protection du matériel, l'amélioration de la qualité de service et la sécurité des personnes. Ces buts généraux sont loin de déterminer de façon rigoureuse les moyens à mettre en œuvre, et des voies très différentes peuvent conduire à des degrés de perfection du même ordre. La perfection absolue en ces domaines est d'ailleurs hors d'atteinte car l'électricité demeure une source d'incidents qu'il est impossible d'éviter complètement de manière optimale. La nature du sol, la forme, la quantité de cuivre utilisé et l'intensité du courant de défaut sont généralement les principaux paramètres déterminant lors de l'analyse du comportement transitoire d'une prise de terre [I.12].

### I.5.2.1. Résistivité des terrains

Le sol intervient surtout par sa résistivité dans le comportement des prises de terre. Or la résistivité des terrains naturels présente les particularités suivantes :

- Elle est extrêmement variable d'un endroit à un autre, selon la nature des roches et leur

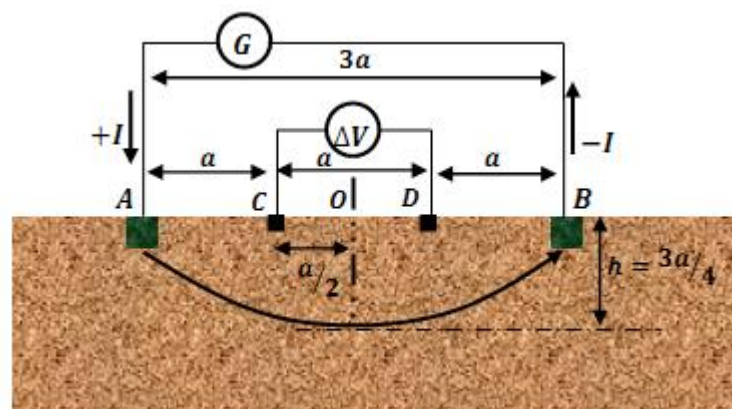
taux d'humidité.

- Le sol à un endroit donné est souvent extrêmement hétérogène, tant horizontalement qu'en profondeur.
- La résistivité des couches superficielles du terrain présente de très importantes variations saisonnières.

La conception d'un réseau de terre doit donc débiter par une étude de la résistivité du sol dans lequel il sera réalisé. Pour un réseau de terre, il est nécessaire de connaître le profil de la résistivité du sol suivant la profondeur, de manière à choisir la disposition des conducteurs de terre et à prévoir les caractéristiques électriques du réseau de terre. La résistivité du sol est un facteur important à prendre en compte pour la conception. Elle varie sensiblement suivant les types de sol, de l'humidité, et de la température donnant lieu à des variations d'impédance du sol.

Néanmoins, les mesures de résistivité du sol ne peuvent s'appliquer que dans le cas de construction d'une nouvelle prise de terre : elles permettent de prévoir par avance la valeur de résistance de terre et d'ajuster la construction selon la valeur de terre souhaitée. Dans le cas de prises de terre existantes, la démarche consiste à vérifier que celles-ci répondent correctement aux normes de sécurité en termes de construction et de valeur de résistance.

La méthode de mesure de la résistivité apparente des sols la plus utilisée est celle de Wenner [I.13] dans laquelle quatre électrodes sont disposées en ligne et équidistantes (figure I.7). L'appareil de mesure est un tellurohmètre classique. Les deux électrodes extrêmes sont celles d'injection du courant de mesure  $I$  et les deux centrales sont les électrodes de mesure de la différence de potentiel  $\Delta V$ . Le point  $O$  de mesure de la résistivité se trouve au milieu d'un système symétrique, entre les électrodes de potentiel. La distance «  $a$  » entre deux électrodes adjacentes est appelée « base de mesure »; la distance entre les électrodes extrêmes est la « ligne d'émission » (elle est égale à «  $3a$  » pour la méthode de Wenner).



**Figure I.7.** Dispositif de mesure de Wenner [I.13].

### I.5.2.2. Formes des prises de terre

Une prise de terre est habituellement composée d'une ou de plusieurs électrodes verticales ou horizontales telles que des tiges métalliques [I.12]. La forme de la prise de terre est normalement commandée par l'emplacement physique des appareils et des structures métalliques à mettre à la terre, par exemple la prise de terre d'un poste de transformation ou de distribution est généralement constituée d'un réseau maillé (grille) de conducteur enfoui dans le sol et forme le treillis du poste (figure I.8).

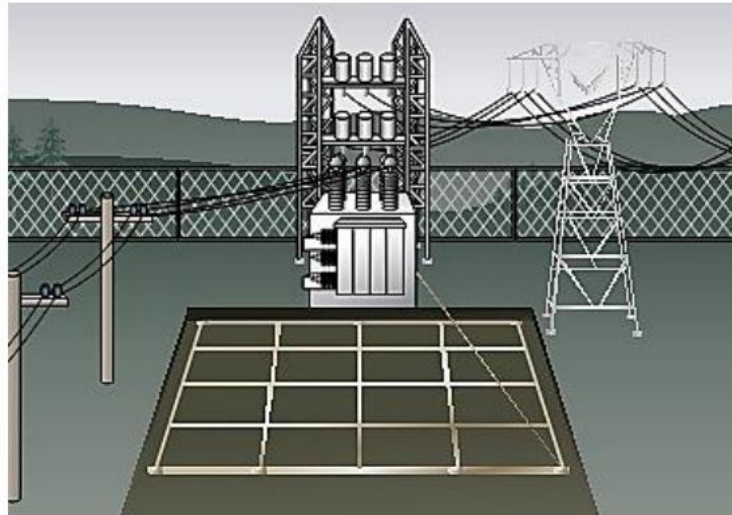
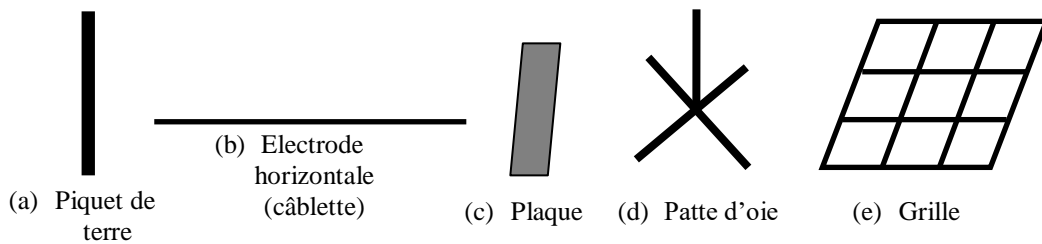


Figure I.8. Prise de terre d'un poste.

La mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie est constituée des structures des pylônes en contact direct avec le sol. Souvent un conducteur horizontal est ajouté entre les pylônes, il est enfoui à une faible profondeur et relie les pylônes entre eux à une grande distance. Ce conducteur est appelé contrepois. La protection contre la foudre est assurée par un conducteur appelé fil de garde reliant les sommets des pylônes les uns aux autres et mis à la terre sur chaque pylône.

La prise de terre peut avoir donc des formes très variées (figure I.9):

- Plaque,
- Piquet vertical,
- Electrode horizontale,
- Grille de mise à la terre,
- Prise de terre à bras rayonnants (patte d'oie).



**Figure I.9.** Différentes formes de prises de terre.

En pratique nous rencontrons souvent les formes suivantes :

- Piquets (pour pylônes électriques et station de télécommunication),
- Grille (pour poste aérien et pylônes)
- Electrode horizontale (utilisée comme barre d'interconnexion des mises à la terre)

### I.5.2.3. Variation du comportement de la prise de terre avec le courant écoulé

Pour des courants extrêmement élevés intervient un phénomène dit d'ionisation ; le sol, considéré comme un isolant imparfait, possède un gradient de claquage (figure I.10) qui est variable selon sa nature (exemple : de l'ordre de 200 kV pour l'argile). Il en résulte qu'aucun gradient supérieur ne peut en subsister dans le sol au voisinage de l'électrode sans donner lieu à des décharges internes qui augmentent les dimensions équivalentes de l'électrode (figure I.11) et ramènent les gradients à cette valeur limite [I.14].

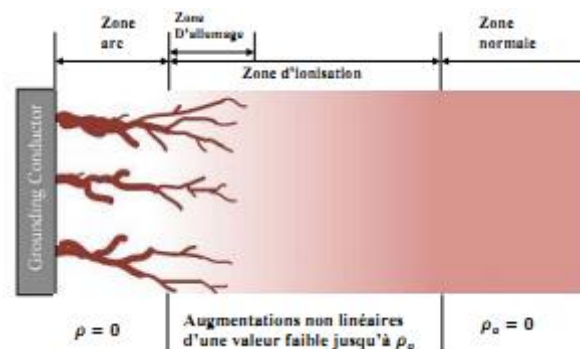


Figure I.10. Région de claquage du sol voisin de l'électrode de mise à la terre sous l'effet de la foudre.



Figure I.11. Modification des dimensions transversales lors de l'ionisation.

### **I.5.3. Mesure**

#### **I.5.3.1. Caractéristiques d'une bonne installation de mise à la terre**

La philosophie fondamentale pour toute installation de mise à la terre est d'essayer de maximiser la surface des électrodes ou des conducteurs en contact avec le sol environnant. Cela diminue non seulement la résistance de terre de l'installation de mise à la terre, mais cela améliore aussi considérablement l'impédance de l'installation de mise à la terre sous des conditions de coups de foudre.

##### **- Liaison équipotentielle**

La liaison équipotentielle permet de garantir que les différences de potentiel dangereuses ne se produisent pas entre différents conducteurs d'arrivée comme les branchements d'eau métalliques, les systèmes électriques, les systèmes de télécommunications et la mise à la terre locale, et minimise également les tensions de pas et de contact.

##### **- Bonne résistance à la corrosion**

Le système d'électrodes de terre doit résister à la corrosion, être compatible avec les autres conducteurs enterrés et connectés à l'installation de mise à la terre. Le cuivre est de loin le matériau le plus commun utilisé pour les conducteurs de mise à la terre. En général, certaines procédures de maintenance ou d'inspection doivent être adoptées pour assurer l'efficacité à long terme d'une installation de mise à la terre.

##### **- Réduire l'impédance du sol**

La résistivité du sol varie sensiblement suivant les types de sol, l'humidité et la température, et cela engendre des variations de l'impédance de l'installation de mise à la terre. Plus la résistivité est faible, plus il est facile de réaliser une installation de mise à la terre efficace.

Les mesures qui peuvent être utilisées pour réduire l'impédance du sol incluent :

- Connexion à la prise de terre de conducteurs enterrés supplémentaires ;
- Utilisation de plusieurs prises de terre interconnectées ;
- Utilisation d'un ruban plat plutôt que des conducteurs circulaires ;
- Utilisation de conducteurs espacés connectés en parallèle ;
- Utilisation de grilles à mailles équipotentielles ;
- Utilisation de nombreux conducteurs courts enterrés et interconnectés.

#### **I.5.3.2. Principe de conception d'un réseau de terre**

Pour satisfaire les conditions énoncées au paragraphe précédent, le réseau de terre doit respecter deux principes fondamentaux [I.12]:

- être équipotentiel, c'est-à-dire minimiser les différences de potentiel auxquelles les équipements et les personnes sont susceptibles d'être soumis ;
- avoir une résistance de terre faible afin de favoriser l'écoulement dans le sol du courant engendré par les défauts.

Les paramètres à prendre en compte au départ sont la résistivité du sol, les dimensions du terrain pour réaliser le réseau de terre, l'intensité du courant de défaut et la durée du défaut. Le facteur coût de réalisation sera également intégré au cours de l'étude pour comparer différentes solutions possibles.

### I.5.3.3. Mesure de la résistance de terre

Plusieurs méthodes de mesure de la résistance de terre existent et peuvent être appliquées selon la configuration de l'installation.

**Principe de la mesure de terre** [I.15]: Soit la E la prise de terre à mesurer (figure I.12). On fait circuler à l'aide d'un générateur approprié G, un courant alternatif I constant à travers la prise auxiliaire H dite « prise d'injection courant », le retour se réalisant par la prise de terre E. On mesure la tension V entre les prises E et le point du sol où le potentiel est nul au moyen d'une autre prise auxiliaire S dite « prise de potentiel 0V ». Le quotient de la tension V, ainsi mesurée par le courant constant injecté I, donne la résistance recherchée.

$$R_E = V_{ES} / I_{EH}$$

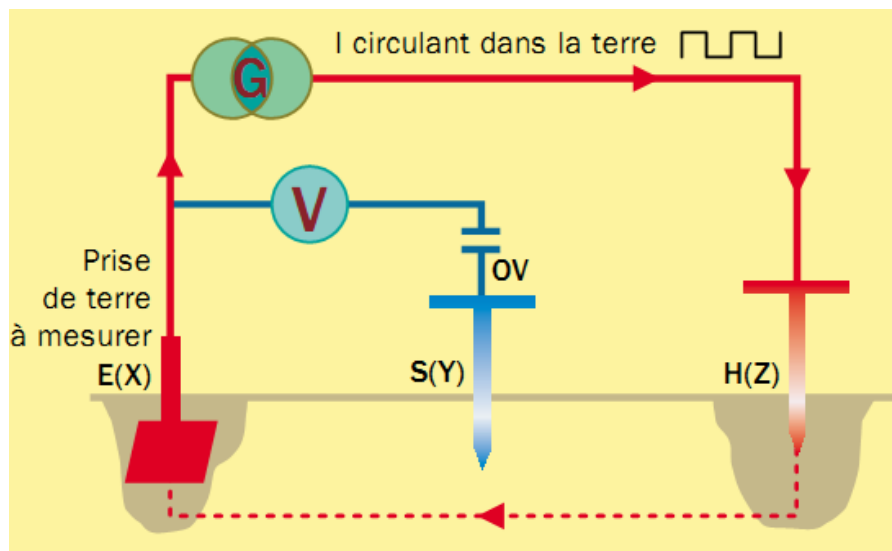


Figure I.12. Dispositif de mesure de la résistance de terre.

Si la connaissance de la résistance d'une mise à la terre est souhaitée, malheureusement cette dernière s'avère insuffisante pour caractériser le comportement transitoire d'une mise à la terre.

## I.6. Quantités utilisées pour caractériser les performances dynamiques des électrodes de mise la terre

Ces deux dernières décennies, le comportement à haute fréquence et dynamique de la mise à la terre a fait l'objet de recherches théoriques et expérimentales approfondies. Des distributions spatiales et temporelles complexes sont nécessaires pour une analyse complète du comportement dynamique des électrodes de mise à la terre sous des courants de foudre [I16]. Outre les distributions de potentiel, les courants longitudinaux et de fuite, les champs électromagnétiques et les tensions sont nécessaires dans les études détaillées de compatibilité électromagnétique (CEM) et de sécurité, par exemple. Cependant, des grandeurs uniques basées sur les fonctions temporelles du courant injecté  $i(t)$  et du potentiel électrique résultant au point d'injection par rapport à la terre éloignée  $v(t)$  sont principalement utilisées. L'objectif principal de ces grandeurs est de comparer les performances dynamiques avec les performances à basse fréquence et à faible courant [I.16].

Les valeurs maximales de  $i(t)$  et  $v(t)$ ,  $I_m$  et  $V_m$ , respectivement, sont à la base de la définition de la quantité appelée comme impédance impulsionnelle  $Z$ , définie par :

$$Z = V_m / I_m \quad (I.4)$$

De plus, la quantité appelée impédance transitoire de mise à la terre  $z(t)$  est une fonction du temps définie comme un quotient entre  $v(t)$  et  $i(t)$  au point d'injection :

$$z(t) = v(t) / i(t) \quad (I.5)$$

Une autre quantité utile est l'impédance harmonique de mise à la terre, définie comme suit :

$$Z(j\omega) = V(j\omega) / I(j\omega) \quad (I.6)$$

avec la relation :

$$v(t) = F^{-1} \{ F[i(t)] \times Z(j\omega) \} \quad (I.7)$$

où  $F$  est la transformée de Fourier

Toutes ces quantités ainsi définies sont maintenant utilisées pour une analyse approfondies du comportement transitoire d'une mise à la terre. Ces différentes quantités sont le plus souvent déduites par modélisation.



## Références Bibliographiques :

- [1.1] Bornard P., Pavard M., Réseaux de Transport et d'Interconnexion de L'énergie Electrique : Fonctionnement et Réglage, *Techniques de L'ingénieur*, vol D4090-pp.1-26.
- [1.-2] André Chanal, "Lignes Aériennes : Présentation et Calcul des Lignes", *Techniques de l'Ingénieur*, Vol. D 4 420, pp. 1-12, Février 2000.
- [1.3] Noblat M., la Foudre et les Installations Electriques HT, *Cahier Technique Merlin Gerin* n° 168,1993.
- [I.4] B. de Metz-Noblat, F. Dumas et C. Poulain Calcul, "des courants de court-circuit", , Cahier technique n° 158. Schneider Septembre 2005.
- [I.5] J. Mahseredjian, A. Xémard, B. Khodabakhchian, "Régimes transitoires dans les réseaux électriques," *Technique de l'ingénieur Réseaux électriques linéaires*, vol. TIB258DUO, no. D82, Nov. 2007.
- [I.6] Tuan Tran Quoc, "Modélisation et amélioration des performances des réseaux électriques". HDR Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble- 2000.
- [I.7]F. H. Silveira and al, "Backflashovers of Transmission Lines Due to Subsequent Lightning Strokes", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. Vol. 54, NO. 2, APRIL 2012.
- [1.8] K. Berger, "Novel Observations on Lightning Discharges: Results of Research on Mount San Salvatore", *Journal of Franklin Institute*, Vol. 283, N° 6, June 1967.
- [I.9] Heidler, F., « Traveling current source model for LEMP calculation », in *6<sup>th</sup> Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, pp. 157-62, Zurich, Switzerland, 1985b.
- [1-10] Diendorfer, G., and M.A. Uman, « An improved return stroke model with specified channel-base current », *Journal of Geophysical Research*, 95 (D9) 13621-44, 1990.
- [1.11] Bruce, C.E.R., and R.H. Golde, « the lightning discharge », *The journal of the institution of electrical engineers*, 88 (6) 487-520, 1941.
- [I.12] P. G. Laurent, « Guide sur le calcul, l'exécution et la mesure des prises de terre », RGE, pp 563-572, 1972.
- [I.13] Mesure de la résistivité du sol. <https://www.chauvin-arnoux.com/sites/default/files/D00TEC87.PDF>
- [I.14] A. M. Mousa, « The soil ionization gradient associated with discharge of high currents into concentrated electrodes », *IEEE Trans. Power Deliv.*, Vol. 9, (3), pp. 1669–1677. 1994.
- [I.15] Prise de terre: explication, matériel et méthode de mesure, <https://www.installation-renovation-electrique.com/prise-de-terre-explications-materiel-mesure>.
- [I.16] Leonid Grecev, "Modeling of Grounding Electrodes Under Lightning Currents", *IEEE Trans. On EMC - VOL. 51, NO. 3, August 2009*.

Chapitre II : Modélisation numérique  
d'un piquet de terre

---

## II.1. Introduction

Pour étudier des structures complexes de phénomènes physiques, on dispose, à l'heure actuelle, de méthodes d'approximation permettant de résoudre la plupart des problèmes pour lesquels il n'existe pas de solution analytique formelle. Toutefois, avec l'aide de l'ordinateur et de moyens mathématiques adéquats, on peut réduire les erreurs introduites par les approximations et obtenir des valeurs numériques précises. Dès lors, la discrétisation du problème correspond au choix d'un modèle numérique permettant de traiter les équations mathématiques. Il est important de savoir distinguer et hiérarchiser les différents niveaux d'hypothèses utilisés pour modéliser un phénomène physique. En effet, la solution exacte d'un modèle mathématique qui ne correspond pas à la réalité physique est inutile.

Depuis maintenant plus d'une décennie pour analyser les transitoires électromagnétiques dans le réseau électrique, des méthodes numériques, des plus simples au plus rigoureuses, sont utilisés pour traiter certains types de problèmes.

L'objectif de notre PFE est de répondre à la question suivante : pour un simple piquet de terre est-il nécessaire de faire appel à une modélisation rigoureuse ?. Avant de répondre à cette question dans le chapitre 3 (applications) de notre mémoire, nous consacrons ce deuxième chapitre à quelques rappels théoriques sur les modélisations les plus utilisées pour l'analyse du comportement transitoire d'une prise de terre.

## II.2. Modélisation des systèmes physiques

### II.2.1 Qu'est-ce qu'un modèle ?

Le principe d'un modèle [II.1] est de remplacer un système complexe en un objet ou opérateur simple reproduisant les aspects ou comportements principaux de l'original (ex : modèle réduit, maquette, modèle mathématique ou numérique, modèle de pensée ou raisonnement,...).

### II.2.2 Pourquoi faut-il modéliser ?

Dans la nature, les systèmes et phénomènes physiques les plus intéressants sont aussi les plus complexes à étudier. Ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres non-linéaires interagissant entre eux (électrique, électromagnétique, mécanique, thermique,...), ce qui nécessite une analyse globale.

### II.2.3 Quels sont les différents modèles ?

L'une des solutions est de recourir à une série d'expériences pour analyser les paramètres et grandeurs du système. Mais les essais peuvent s'avérer très coûteux (équipements électriques THT, matériaux rares, instrumentations très chères...) et ils peuvent être très dangereux (essais nucléaires, Très Haute Tension,...). Enfin il est peut être difficile de mesurer tous les paramètres : échelles du problème trop petites ou trop grandes (réseaux électrique). On peut aussi construire un modèle mathématique permettant la représentation du phénomène physique. Ces modèles utilisent très souvent des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) linéaires dont on ne connaît pas de solutions analytiques en général. Il faut alors résoudre le problème numériquement en transformant les équations continues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul (le maillage). Dans certains cas il s'agit de la seule alternative (nucléaire, astrophysique, spatial...). Dans d'autres cas, les simulations numériques sont menées en parallèle avec des expérimentations.

### II.2.4. De la modélisation à la simulation numérique

Les différentes étapes pour modéliser un système complexe sont [II.1]:

- Recherche d'un modèle mathématique représentant la physique. Mise en équation.
- Elaboration d'un maillage. Discrétisation des équations de la physique.
- Résolution des équations discrètes (souvent systèmes linéaires à résoudre).
- Transcription informatique et programmation des relations discrètes.
- Simulation numérique et exploitation des résultats.
- 

## II.3. Modélisation du comportement transitoire d'une prise de terre

Comme rappelé ci-dessus, la première étape est le choix d'un modèle mathématique représentant la physique qui doit être traduit par une ou des équations (différentielles ou intégro-différentielles) à résoudre.

L'analyse physique du comportement d'une prise de terre montre qu'il s'agit d'un problème de type électromagnétique [II.2-II.4]. Différentes approches sont utilisées par les scientifiques et les ingénieurs pour les problèmes de types électromagnétique. Généralement, ces approches peuvent être classées comme expérimentaux ou théoriques.

Néanmoins les professionnels croient fermement dans les mesures [II.5]; ces mesures sont toujours coûteuse, longues, ne prévoient généralement pas de variation de paramètre dans une grande mesure, et parfois ne sont pas fiables, ou même dangereuses.

Ces difficultés sont généralement évitées en utilisant les approches théoriques, c'est la modélisation numérique. La modélisation offre l'avantage de paramétrer le problème et d'accéder à des résultats certes approchés, car utilisant généralement un maillage, mais permettant une analyse quantitative et qualitative des grandeurs physiques souhaitées.

Presque tous les problèmes qui se posent dans la science et l'ingénierie peuvent être formulés en termes d'équations différentielles et/ou intégrales. En règle générale, les méthodes de résolution d'équations aux dérivées partielles ou des équations intégrales peuvent être classées comme ceux analytiques ou numériques.

Le principal inconvénient des méthodes analytiques est l'incapacité de gérer les problèmes impliquant des géométries complexes et des domaines hétérogènes. Si le modèle mathématique n'admet pas de solution analytique, il est alors nécessaire de chercher une solution approchée de ce modèle; cette difficulté peut être surmontée en utilisant des méthodes numériques dès lors, la discrétisation du problème correspond au choix d'un modèle numérique permettant de traiter les équations mathématiques. Notons cependant que le principal problème découlant de l'application des méthodes numériques est lié au taux de convergence et la précision.

### II.3.1. Quelques rappels théoriques

La prise de terre est considéré comme un dispositif électromagnétique, avant de donner un aperçu sur les différents formalismes qui seront utilisés dans notre travail, nous rappelons très brièvement quelques notions théoriques relatives à la théorie du champ électromagnétique et celle des lignes de transmission.

#### II.3.1.1 Equations de Maxwell

Les phénomènes électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell. Ces équations relient les quatre vecteurs caractéristiques du champ électromagnétique [II.6]:

- $\vec{E}$  : le champ électrique,
- $\vec{H}$  : le champ magnétique,
- $\vec{D}$  : l'induction électrique,
- $\vec{B}$  : l'induction magnétique.

Dans un milieu infini, non magnétique ( $\mu_r = 1$ ), linéaire, homogène, isotrope et conducteur, dont les sources sont constituées par une densité volumique de courant  $\vec{J}_v$  et une

densité volumique de charge  $\rho_v$ , les équations générales de Maxwell s'écrivent en l'absence de courant d'aimantation [II.6] :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J}_v + \vec{J}_l + \vec{J}_D \quad (\text{II.2})$$

$$\text{div}\vec{E} = \frac{\rho_t}{\varepsilon} \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div}\vec{H} = 0 \quad (\text{II.4})$$

$\vec{J}_l$  : densité volumique de courant de conduction.

$\vec{J}_D$  : densité volumique de courant de déplacement.

$\rho_t$  : densité de charge totale (charges libres + charges liées).

- **La conservation de la charge**

La densité volumique de courant  $\vec{J}$  est liée à la densité volumique de charge  $\rho$  par la loi de conservation de charge ou équation de continuité, qui s'écrit en harmonique comme suit [II-1]:

$$\text{div}\vec{J} + j\omega\rho = 0 \quad (\text{II.5})$$

Elle reste valable pour la densité de courant extérieur ( $\vec{J}_v$ ), pour la densité de courant libre ou de conduction ( $\vec{J}_l$ ), et pour la densité de courant de polarisation ( $\vec{J}_p$ ). Notons que :

$$\text{div}\vec{J}_l = 0 \quad (\text{II.6})$$

- **Les équations constitutives**

Les champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{H}$  sont reliés aux inductions électrique  $\vec{D}$  et magnétique  $\vec{B}$  par les équations linéaires caractéristiques du milieu [II.6]:

$$\vec{D} = \varepsilon.\vec{E} \quad (\text{II.7})$$

$$\vec{B} = \mu.\vec{H} \quad (\text{II.8})$$

$\mu$  : perméabilité magnétique du milieu, que nous prendrons dans la suite égale à  $\mu_0$ , perméabilité du vide (milieu amagnétique).

Dans un milieu linéaire isotrope, homogène et conducteur, il existe une troisième équation caractéristique du milieu qui relie la distribution de courant  $\vec{J}_l$  et le champ électrique  $\vec{E}$  (loi d'Ohm):

$$\vec{J}_l = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.9})$$

où :  $\sigma$  est la conductivité électrique du milieu considéré.

La densité volumique de courant de déplacement est donnée par :

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.10})$$

Deux vecteurs suffisent alors pour décrire les phénomènes électromagnétiques. Les équations de Maxwell s'écrivent en harmonique comme suit :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} + j\omega\mu_0 \vec{H} = \vec{0} \quad (\text{II.11})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} - j\omega\epsilon_c \vec{E} = \vec{J}_v \quad (\text{II.12})$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_c} \quad (\text{II.14})$$

avec :

$$\epsilon_c = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$$

$\epsilon_c$  : permittivité complexe qui fait intervenir la conductivité du milieu.

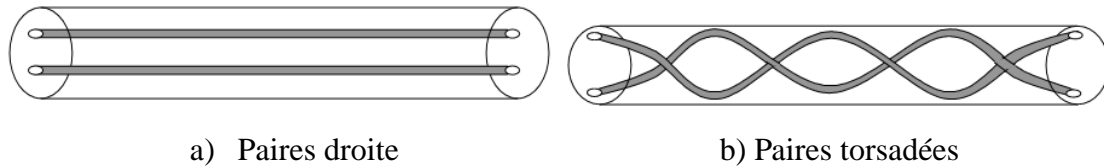
### II.3.1.2. Les équations des lignes de transmission

Les lignes de transmission permettent le transfert des informations. Les distances à parcourir, la bande passante des signaux et la technologie utilisée dépendent du type d'information. La théorie des lignes de transmission permet l'étude des phénomènes de propagation le long d'une structure filaire. Cette méthode est basée sur la résolution de deux équations différentielles liant la tension et le courant en une position sur le conducteur. Ce principe permet donc de déterminer, de façon approchée, les tensions et courants induits sur les conducteurs filaires ne comportant ni coude ni discontinuité géométrique. Elle s'applique particulièrement aux structures filaires simples, en garantissant des temps de calculs relativement faibles.

L'utilisation de cette approche est liée à la connaissance des paramètres linéiques dont l'évaluation peut se faire par rapport à un référentiel constitué par le sol lorsqu'il s'agit d'une structure filaire aérienne ou souterraine.

### II.3.1.2.1. Hypothèses générales pour la théorie des lignes de transmissions

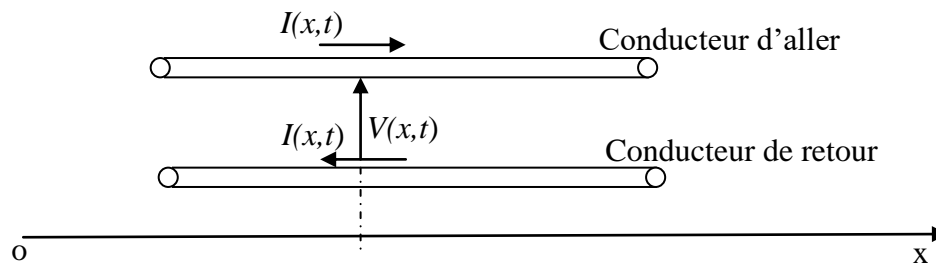
Une ligne de transmission est un ensemble de deux ou plusieurs conducteurs acheminant de concert un signal électrique, d'une source (ou émetteur) vers une charge (ou récepteur). Exemples de lignes bifilaires (figure II.1)



**Figure II.1.** Exemple de lignes bi-filaires.

- a) Deux conducteurs filaires parallèles et maintenus à distance constante l'un de l'autre par un isolant.
- b) Deux conducteurs filaires isolés torsadés.

La ligne bifilaire est la plus simple (figure II.2); elle est représenté par deux fils conducteurs cylindriques identiques (conducteur aller + conducteur retour).



**Figure II.2.** Schéma simplifié d'une ligne bifilaire.

La théorie des lignes de transmissions est construite sur les propriétés du champ électromagnétique ; en utilisant les équations de Maxwell-Fraday (II.1) et Maxwell-Ampère (II.2) et sous certaines approximations et hypothèses, il est alors possible de traduire ces équations liant les champs électrique et magnétique en équations faisant apparaître directement le courant et la tension [II.7]. Les hypothèses de base de l'approximation des lignes de transmission sont [II.7]:

- La géométrie de la ligne est raisonnablement uniforme ;
- Le mode de propagation quasi transverse électromagnétique (quasi-TEM) est prépondérant le long de la ligne ;
- Les dimensions transversales de la ligne sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde significative minimum  $\lambda_{\min}$  ( $h \ll \lambda_{\min}$ ); c'est-à-dire que toutes les dimensions



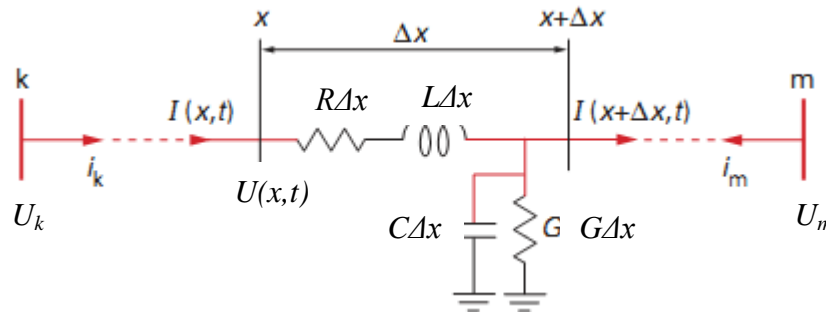
transversales (hauteurs, espacements entre conducteurs, diamètre des conducteurs) sont faibles devant la plus petite longueur d'onde.

- Conservation du courant (courant sur le conducteur de retour est égal et opposé au courant sur le conducteur d'aller au même point d'abscisse  $x$ ).

Sous ces conditions, la théorie des lignes de transmission donne des résultats valables jusqu'à des fréquences de l'ordre de quelques dizaines de Mégahertz et offre l'avantage d'une mise en œuvre aisée aussi bien en fréquentiel qu'en temporel.

### II.3.1.2.2. Équations des lignes de transmission

Les équations différentielles (courant-tension) d'une ligne de transmission uniforme bi-filaire dont les paramètres ne varient pas en fonction de la fréquence, sont obtenues (dans le cas de l'injection directe) en analysant une section infinitésimale de ligne  $\Delta x$  (figure II.3). La ligne est connectée au nœud de gauche  $k$  et au nœud de droite  $m$ . Si  $\Delta x \rightarrow 0$  alors on obtient les équations différentielles partielles d'une ligne de transmission [II.7]:



**Figure II.3.** Modélisation d'une section d'une ligne bi-filaire à constantes distribuées.

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + RI(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.15})$$

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} + GU(x,t) + C \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.16})$$

$R$  est la résistance linéique de la ligne ;

$L$  est l'inductance linéique de la ligne ;

$G$  est la conductance linéique transverse de la ligne ;

$C$  est la capacité linéique transverse de la ligne.

Rappelons que E. D. Sunde [II.8] est le premier à avoir montré qu'une électrode enterrée peut être traité comme une ligne de transmission bi-filaire; pour cette objectif il a développé des expressions analytiques pour le calcul des paramètres linéiques ( $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $G$ ).

En utilisant la transformée de Laplace, alors en fréquentiel, pour un élément infinitésimal de l'électrode, les équations des lignes de transmission en courant et en tension s'écrivent comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dU(x, \omega)}{dx} = -Z I(x, \omega) \\ \frac{dI(x, \omega)}{dx} = -Y U(x, \omega) \end{array} \right. \quad (\text{II.17})$$

Avec :

$$Z=R+j\omega L$$

$$Y=G+j\omega C$$

### II.3.2. Modélisation numérique d'une prise de terre

Les modélisations les plus utilisées sont [II.9]:

- L'approche des circuits électriques
- Résolution numériques des équations des lignes de transmission
- Les méthodes basées sur la résolution numérique des équations de Maxwell ou d'une formulation déduite à partir de ces dernières. Ces méthodes dites pleines ondes sont les plus rigoureuses.

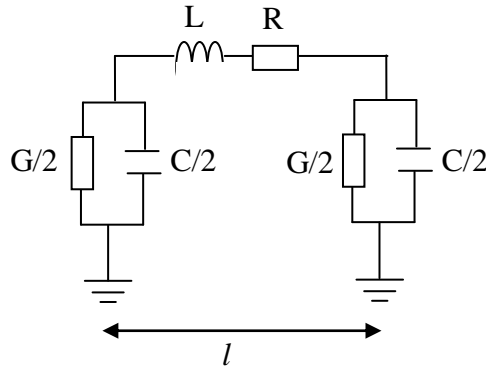
Les approches de Circuit sont basées sur une approximation quasi-statique qui limite leur validité aux hautes fréquences. La résolution numérique des équations des lignes de transmission a conduit à une modélisation intéressante. Pour la résolution numérique des équations de Maxwell (formalisme pleine onde) on cite dans la littérature la méthode des moments (MOM) [II.2], la méthode des éléments finis (FEM) [II.3-II.4], la méthode des Différences Finies dans le Domaine Temporel (FDTD) [II.10-II.11] et le circuit équivalent partiel d'élément (PEEC) [II.9] ; le formalisme pleine onde est la procédure la plus rigoureuse et la plus précise sur une large gamme de fréquences.

Le but de notre travail étant d'indiquer la modélisation la mieux appropriée pour simuler le comportement transitoire d'un piquet; dans ce qui va suivre nous donnons un aperçu sur les trois modélisations les plus couramment rencontrées dans la littérature :

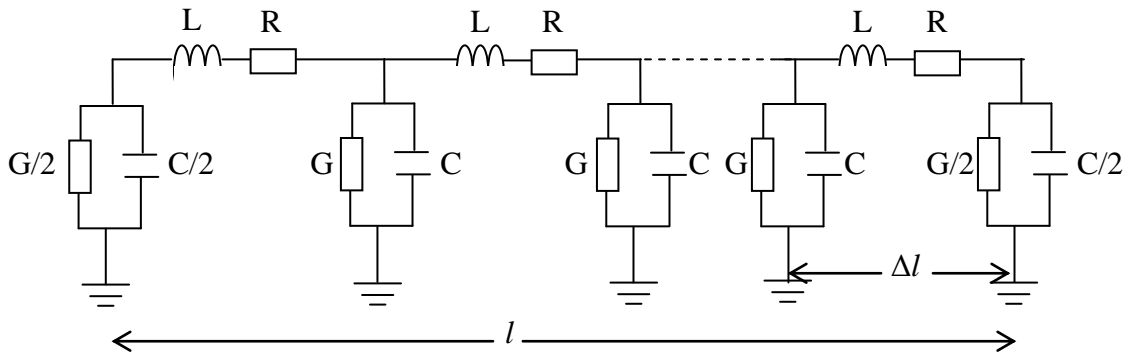
- Théorie des circuits ;
- Théorie des lignes de transmission ;
- Théorie des antennes.

### II.3.2.1. Théorie des circuits

L'électrode de terre est alors considérée comme une ligne de transmission avec pertes à paramètres linéiques ( $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $G$ ) constants. A partir des équations (II.16) et (II.17), une électrode filiforme de longueur  $l$  peut être représentée par un circuit équivalent (cellule ou série de cellules en  $\pi$ ) comme suit (figure II.4):



(a) Circuit équivalent à constantes localisées d'une électrode enterrée (une cellule en  $\pi$ ).



(b) Circuit équivalent segmenté d'une électrode enterrée à constantes réparties (série de cellules en  $\pi$ ).

**Figure II.4.** Schéma équivalent d'une électrode enterrée par la théorie des circuits.

Les paramètres linéiques ( $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $G$ ) sont calculés en utilisant les expressions développées par E. d. Sunde [II.8]. Le choix de la longueur  $\Delta l$  de la cellule (figure II.4. (b)) pour le circuit à constantes réparties est réalisé en masquant la propagation [II.7].

#### II.3.2.1.1. Schéma équivalent pour une branche à constantes localisées (intégration par la méthode des trapèzes)

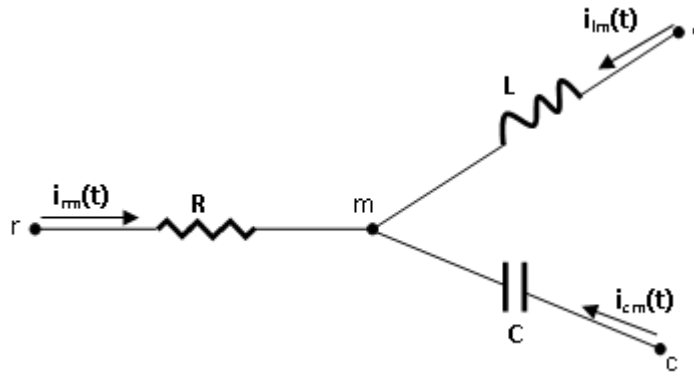
L'électrode de terre est maintenant traitée comme une succession de cellules en  $\pi$  en série. Le schéma électrique (figure II.4) ainsi obtenu est considéré comme un simple circuit électrique composé de résistances, d'inductances, de conductances et de capacités. Pour analyser directement en temporel le circuit ainsi obtenu il faut en premier déduire le schéma

équivalent temporel de chacune de ses branches ; ces derniers sont obtenus après intégration numérique de la relation courant-tension pour chaque type de branche.

L'intégration numérique peut être réalisée par différentes méthodes, dont nous citons [II.1]:

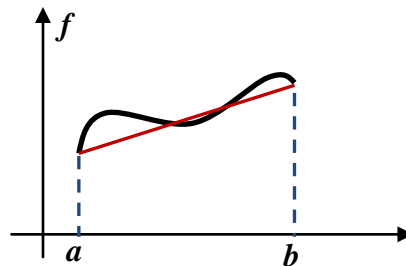
- La méthode des trapèzes
- La méthode d'Euler-Cauchy
- Les méthodes de Gear
- Les méthodes de Runge et Kutta
- Les méthodes de Simpson

La plus simple est celle des trapèzes que nous appliquons sur la branche à constantes localisées (figure II.5) suivante :



**Figure II.5.** Branches constantes localisées.

Le principe est d'assimiler la région sous la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur un segment  $[a, b]$  (figure II.6) à un trapèze et d'en calculer l'aire  $T$  :



**Figure II.6.** Principe de la méthode des trapèzes.

$$T = (b-a) \cdot (f(b) + f(a)) / 2$$

**a) Résistance**

$$i_{rm}(t) = (u_r(t) - u_m(t)) \cdot R_e \quad (\text{II.19})$$

son admittance est alors :  $R_e = 1/R$

**b) Inductance**

$$u_l(t) - u_m(t) = L(di_{lm}/dt) \quad (\text{II.20})$$

En intégrant par la méthode des trapèzes, nous obtenons :

$$i_{lm}(t) = R_l(u_l(t) - u_m(t)) + I_{lm}(t - \Delta t) \quad (\text{II.21})$$

Avec :

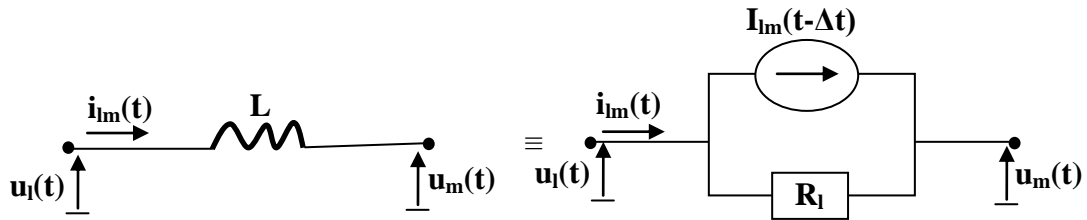
$$I_{lm}(t - \Delta t) = i_{lm}(t - \Delta t) + R_l(u_l(t - \Delta t) - u_m(t - \Delta t)) \quad (\text{II.22})$$

$I_{lm}(t - \Delta t)$  : source de courant fictive.

et :

$$R_l = \frac{\Delta t}{2L} : \text{admittance équivalente.}$$

Le schéma équivalent en temporel d'une inductance est alors comme suit (figure II.7):



**Figure II.7.** Schéma équivalent d'une inductance en régime temporel.

**c) Capacité**

$$i_{cm}(t) = C(du_{cm}/dt) \quad (\text{II.23})$$

En intégrant par la méthode des trapèzes, nous obtenons :

$$i_{cm}(t) = R_c(u_c(t) - u_m(t)) + I_{cm}(t - \Delta t) \quad (\text{II.24})$$

Avec :

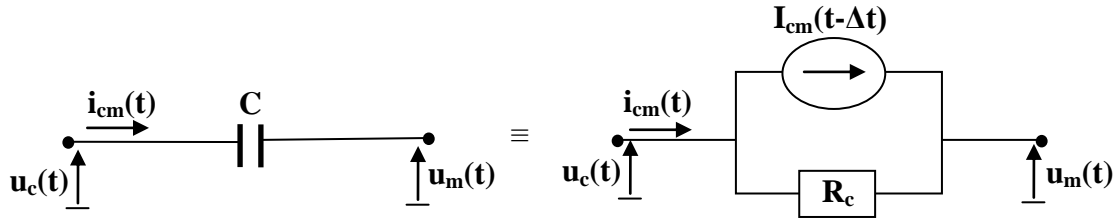
$$I_{cm}(t - \Delta t) = -i_{cm}(t - \Delta t) - R_c(u_c(t - \Delta t) - u_m(t - \Delta t)) \quad (\text{II.25})$$

$I_{cm}(t - \Delta t)$  : source de courant fictive.

et :

$$R_c = \frac{2C}{\Delta t} : \text{admittance équivalente.}$$

Le schéma équivalent en temporel d'une capacité est alors comme suit (figure II.8):



**Figure II.8.** Schéma équivalent d'une capacité en régime temporel.

*Remarque* : pour les différentes autres branches (combinaisons R, L et C), en adoptant la même démarche, on peut définir chaque fois la source de courant fictive et l'admittance équivalente.

### II.3.2.1.2. Equation Matricielle Nodale

Donc, après représentation de l'électrode par un schéma à constantes localisées, par intégration trapézoïdale des équations différentielles pour les éléments localisés, on peut étudier les éléments d'une prise de terre sous forme d'un schéma équivalent, comprenant les sources réelles de courant, connues à chaque instant, et les sources fictives définies à partir des grandeurs électriques antérieures. Le calcul de la répartition des courants se fera en utilisant une technique bien connue dans le réseau électrique qui consiste en la résolution de l'équation matricielle nodale en temporelle définie comme suit [II.12]

$$[Y][V]=[i(t)] - [I(t-\tau)] \quad (\text{II.26})$$

où :

[Y]: Matrice admittance nodale ;

[V] : Vecteur de tensions nodales (inconnu) ;

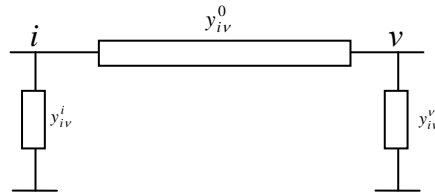
[i(t)] : Vecteur de courantes sources injectées ;

[I(t-τ)] : Vecteur de courant des sources fictives.

#### **-Construction de la matrice admittance nodale**

La matrice de admittance nodale [Y] peut se calculer à partir de la matrice diagonale des admittances longitudinales et transversales des branches. En effet, considérons autour du nœud **i** (figure II.9) tous les nœuds "voisins", c'est-à-dire reliés directement à ce nœud **i**, nous affecterons de l'indice général **v** pour les distinguer des autres nœuds pour lesquels **j** ≠ **v**.

La liaison entre un nœud **i** et un nœud **v** est supposée représentée par un quadripôle en  $\pi$  (figure II.9) d'admittance longitudinale  $y_{iv}^0$  et d'admittances transversales  $y_{iv}^i$  et  $y_{iv}^v$ .



**Figure II.9.** Quadripôle équivalent d'une banche longitudinale.

Alors, le calcul des éléments de la matrice admittance nodale  $[Y]$  s'explique comme suit :

$$Y_{ij} = -y_{iv}^i \quad \text{si } j = v \quad (\text{II.27})$$

$$Y_{ij} = 0 \quad \text{si } j \neq v \quad (\text{ie. pas de liaison entre } i \text{ et } j) \quad (\text{II.28})$$

$$Y_{ij} = Y_{ji} \quad (\text{II.29})$$

$$Y_{ii} = \sum_v y_{iv}^0 + \sum_v y_{iv}^i \quad (\text{II.30})$$

### II.3.2.2. Résolution des équations des lignes de transmission par FDTD

#### II.3.2.2.1. Rappels FDTD

La méthode des différences finies temporelles FDTD (Finite Difference Time Domain) a été appliquée pour trouver des solutions numériques de plusieurs types de problèmes dans différents domaines [II.13].

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. Dans cette méthode nous avons la transformation de l'opérateur différentiel  $\frac{\partial}{\partial}$  en un opérateur aux différences  $\frac{\Delta}{\Delta}$  où chaque dérivée est remplacée par des différences finies ; c'est à dire que lors de la dérivation, la distance entre deux points ne tend pas vers zéro.

- Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- Inconvénients : limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann.

#### **-Principe - ordre de précision**

La méthode des différences finies consiste à approximer les dérivées des équations de la physique au moyen des développements de Taylor et se déduit directement de la définition de la dérivée. Elle est due aux travaux de plusieurs mathématiciens du 18ème siècle (Euler,

Taylor, Leibniz...).

Soit  $u(x, y, z, t)$  une fonction de l'espace et du temps. Par définition de la dérivée, on a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x, y, z, t) - u(x, y, z, t)}{\Delta x} \quad (\text{II.31})$$

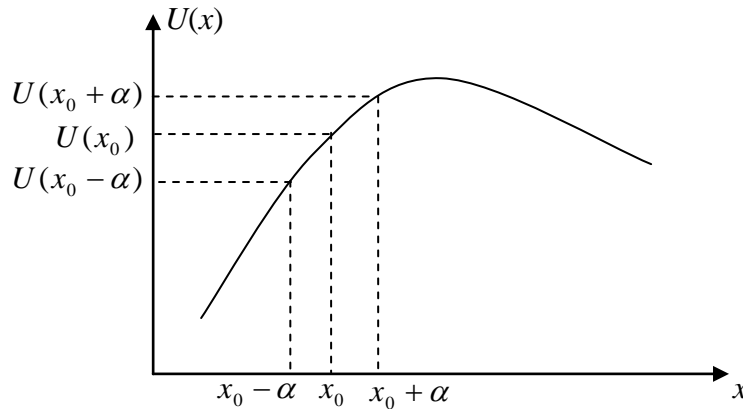
Si  $\Delta x$  est petit, un développement de Taylor de  $u(x + \Delta x, y, z, t)$  au voisinage de  $x$  donne :

$$u(x + \Delta x, y, z, t) = u(x, y, z, t) + \Delta x \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{6} \frac{\partial^3 u(x, y, z, t)}{\partial x^3} + \dots \quad (\text{II.32})$$

En tronquant la série au premier ordre en  $\Delta x$ , on obtient :

$$\frac{u(x + \Delta x, y, z, t) - u(x, y, z, t)}{\Delta x} = \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial x} + O(\Delta x) \quad (\text{II.33})$$

L'approximation de la dérivée  $\frac{\partial u}{\partial x}(x)$  est alors d'ordre 1 indiquant que l'erreur de troncature  $O(\Delta x)$  tend vers zéro comme la puissance première de  $\Delta x$ . Il est schématisé sur la figure II.10 et explicité ci après dans le cas d'une structure unidimensionnelle.



**Figure II.10.** Calcul de la dérivée de  $U(x)$  en  $x_0$ .

Supposons que la distance entre deux noeuds voisins est  $\alpha = \Delta x$  et  $U(x)$  une fonction continue et connue aux points  $x_1 = x_0 - \alpha$  et  $x_2 = x_0 + \alpha$ , il est possible d'évaluer numériquement la dérivée de  $U(x)$  en  $x_0$  en utilisant les développements limités de Taylor aux points  $x_1$  et  $x_2$ .

$$U(x_0 - \alpha) = U(x_0) - \alpha \frac{\partial U(x_0)}{\partial x} + \frac{\alpha^2}{2!} \frac{\partial^2 U(x_0)}{\partial x^2} - \dots + \frac{\alpha^i}{i!} \frac{\partial^i U(x_0)}{\partial x^i} \quad (\text{II.34})$$

$$U(x_0 + \alpha) = U(x_0) + \alpha \frac{\partial U(x_0)}{\partial x} + \frac{\alpha^2}{2!} \frac{\partial^2 U(x_0)}{\partial x^2} + \dots + \frac{\alpha^i}{i!} \frac{\partial^i U(x_0)}{\partial x^i} \quad (\text{II.35})$$



En combinant ces développements limités de Taylor à droite  $x_2$  et à gauche  $x_1$  à l'ordre 2, la dérivée de  $U$  au point  $x_0$  peut être approchée de manière centrée à l'ordre 2 comme suit :

$$\frac{\partial U(x_0)}{\partial x} = \frac{U(x_0 + \alpha) - U(x_0 - \alpha)}{2\alpha} + \theta(\alpha^2) \quad (\text{II.36})$$

Cette solution génère une erreur d'ordre 2 ( $\theta(\alpha^2)$ ), beaucoup plus intéressante qu'une erreur d'ordre 1 (dans le cas d' « approximation à gauche » ou d' « approximation à droite »).

Cette méthode peut être appliquée à n'importe quel système physique et notamment à la résolution des équations des lignes dans le domaine temporel qui font apparaître des différentiations de l'ordre 1 sur le temps et l'espace.

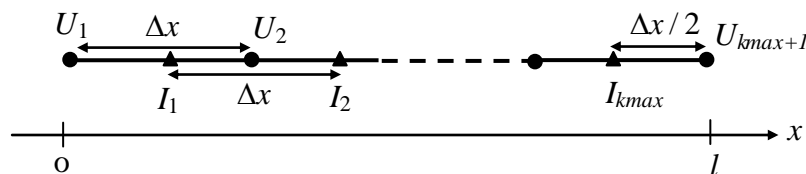
**Remarque :** Dans certains cas où la forme du dispositif étudié ne présente pas un grand degré de symétrie et s'il y a des conditions de frontières qui s'appliquent, une solution numérique des équations des lignes est fortement souhaitable pour déterminer les valeurs de potentiel et de courant à des points discrets appelés nœuds dans un plan donné. Dans le cas du réseau électrique, pour analyser la propagation des surtensions transitoires sur les lignes de transport d'énergie nous pouvons utiliser la méthode numérique dite FDTD.

### II.3.2.2.2. Discrétisation des équations des lignes de transmissions par les différences finies

La méthode des différences finies va nous permettre de convertir les dérivées partielles de l'espace et du temps respectivement des équations (II.16) et (II.17) en des différences finies.

Pour ce faire, il faut en premier subdiviser alternativement la ligne de longueur  $l$  en des nœuds de courant et de tension (figure II.11), pour déduire des équations de récurrences en tension et en courant en chaque nœud.

Deux nœuds consécutifs d'un même type sont séparés d'un intervalle  $\Delta x$ , et les deux extrémités du conducteur sont définies comme des nœuds de tension comme illustrée sur la figure II.11 suivante :



**Figure II.11.** Discrétisation spatiale d'une ligne.

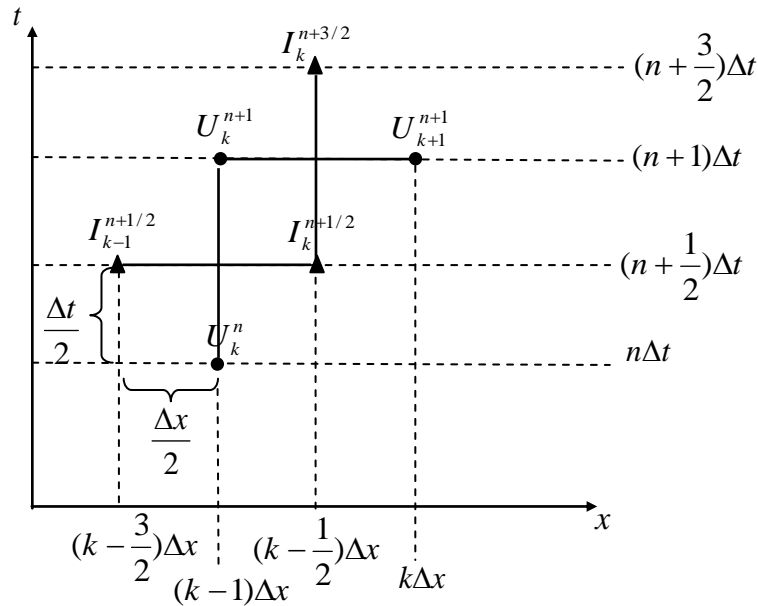
Pour assurer le passage des grandeurs électriques de la forme continue à la forme discrète, nous définissons aussi un pas temporel  $\Delta t$ . En adoptant la discrétisation spatiale en figure II.11, nous obtenons alors les écritures discrètes suivantes au point d'abscisse  $x$  et à l'instant  $t$  [II.7] :

$$\begin{cases} U(x, t) = (U)_k^n = U((k-1)\Delta x, n\Delta t) \\ I(x, t) = (I)_k^n = I((k-1/2)\Delta x, (n-1/2)\Delta t) \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

Avec :  $l = k_{\max} \Delta x$

$t_{\max} = n_{\max} \Delta t$  (temps de simulation)

Pour traduire les dérivées par les différences finies nous utilisons alors le schéma d'entrelacement spatio-temporel en figure II.12 suivante [II.7]:



**Figure II.12.** Entrelacement Spatio-temporel.

A partir de ce schéma d'entrelacement, en remplaçant les dérivées partielles par les différences finies dans les équations (II.16) et (II.17), nous obtenons les équations sous formes discrètes suivantes :

$$\frac{(U)_{k+1}^{n+1} - (U)_k^{n+1}}{\Delta x} + R \frac{(I)_k^{n+3/2} + (I)_k^{n+1/2}}{2} + L \frac{(I)_k^{n+3/2} - (I)_k^{n+1/2}}{\Delta t} = 0 \quad (\text{II.38})$$

$$\frac{(I)_k^{n+1/2} - (I)_{k-1}^{n+1/2}}{\Delta x} + G \frac{(U)_k^{n+1} + (U)_k^n}{2} + C \frac{(U)_k^{n+1} - (U)_k^n}{\Delta t} = 0 \quad (\text{II.39})$$

Puis les équations de récurrences en tension et courant suivantes :

Pour  $k=2, \dots, k_{\max}$

$$(U)_k^{n+1} = \left[ C \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{G}{2} \Delta x \right]^{-1} \left\{ \left( C \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{G}{2} \Delta x \right) (U)_k^n - \left( (I)_k^{n+1/2} - (I)_{k-1}^{n+1/2} \right) \right\} \quad (\text{II.40})$$

Pour  $k=1, \dots, k_{\max}$

$$(I)_k^{n+3/2} = \left[ L \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{R}{2} \Delta x \right]^{-1} \left\{ \left( L \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{R}{2} \Delta x \right) (I)_k^{n+1/2} - \left( (U)_{k+1}^{n+1} - (U)_k^{n+1} \right) \right\} \quad (\text{II.41})$$

Afin d'obtenir des résultats précis lors de l'utilisation des équations de récurrences (II.40) et (II.41), la longueur de l'intervalle (longueur de la cellule)  $\Delta x$  ne doit pas être trop longue en termes de longueur d'onde calculée à la fréquence significative la plus élevée. En règle générale, la longueur ne doit pas être supérieure à un dixième de la longueur d'onde (où la longueur d'onde est liée à la vitesse de mode le plus bas de la ligne):

$$\Delta x \leq \frac{v_{\min}}{10 f_{\max}} \quad (\text{II.42})$$

Le pas de temps  $\Delta t$  utilisé pour la procédure de solution itérative doit également être choisi avec soin, sinon la solution pourrait être instable. Le critère de stabilité à utiliser est que le pas de temps doit être inférieur ou égal à la longueur de l'élément (cellule) divisée par la vitesse du mode le plus élevée sur la ligne, donc:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{v_{\max}} \quad (\text{II.43})$$

Ceci est le critère de stabilité usuel.

**Remarque :** En imposant des conditions aux deux extrémités (générateur et charge) de la ligne, les équations (II.40) et (II.41) permettent d'analyser numériquement la propagation d'une onde électrique le long de cette dernière.

### II.3.2.3 Résolution par les différences finies de l'équation de propagation en fréquentiel:

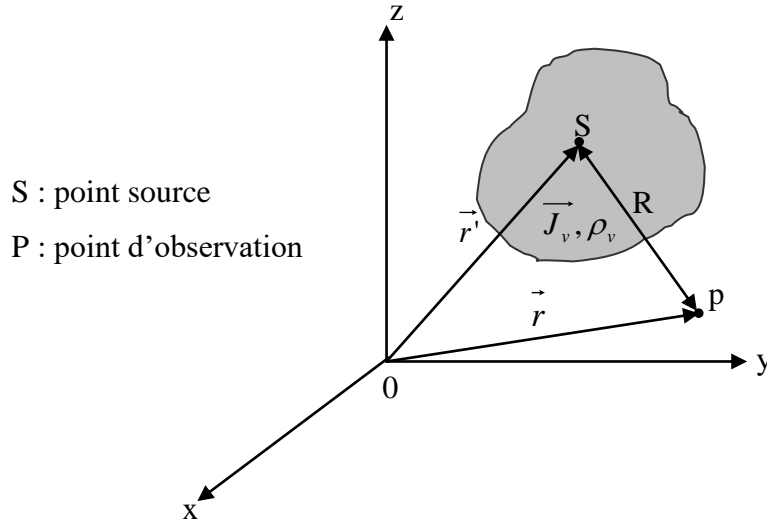
Après dérivation spatiale de l'équation (II.17), nous pouvons déduire l'équation de propagation en tension suivante [II.14]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - RGU - j\omega(RC + LG)U + LC\omega^2 U = 0 \quad (\text{II.44})$$

Sa résolution numérique en utilisant les différences finies permet de déduire la tension le long de l'électrode. Le courant est déduit en utilisant l'équation (II.18).

### II.3.2.4. Bref aperçu sur la modélisation par la théorie des antennes

Soit une structure métallique de densité volumique de courant  $\vec{J}_v$  et de densité volumique de charge  $\rho_v$  constituant une source d'un champ électromagnétique (figure II. 13) qui rayonne dans le milieu environnant ( $\sigma, \mu, \varepsilon$ ), homogène, isotrope, conducteur et infini.



**Figure II. 13.** Source de rayonnement électromagnétique dans un milieu infini.

A partir des équations de Maxwell, de la loi de la conservation de la charge et de la condition de jauge (unicité du potentiel vecteur) pour un milieu conducteur, on peut établir la relation suivante qui donne le champ électrique rayonné en un point du milieu infini, par la source volumique [II.15]:

$$\vec{E}^r = \frac{1}{j\omega\epsilon_c} \iiint_v [\vec{\text{grad div}} + k^2] \vec{J}_v(\vec{r}') G(R) dv' \quad (\text{II.45})$$

avec :

$$G(R) = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} : \text{fonction de Green pour un milieu infini.}$$

$$\epsilon_c = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (\text{II.46})$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_c} = j \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma + j\omega\epsilon)} \quad (\text{II.47})$$

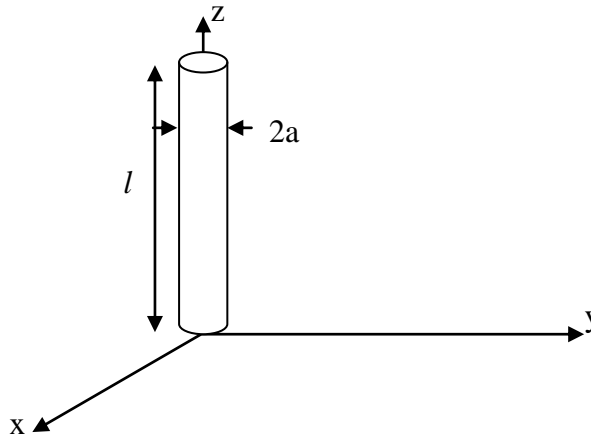
$\epsilon_c$  : permittivité complexe qui fait intervenir la conductivité du milieu.

$k$  : constante intrinsèque de propagation du milieu.

### II.3.2.4.1. Approximation des antennes minces

Pour un fil rectiligne (figure II.14), conducteur de longueur  $l$  et de rayon de la section transversal  $a$  tel que :

$$\begin{cases} a \ll l \\ a \ll \lambda \end{cases} \quad (\lambda \text{ étant la longueur d'onde du signal})$$



**Figure II. 14.** Conducteur filiforme dans un milieu infini et dissipatif.

Dans le cas où la densité de courant est restreinte à la surface du cylindre circulaire, l'équation intégrale (II.45) se réduit à une intégrale de surface. De plus si les conditions de la théorie des fils minces sont réunis ( $a \ll \lambda$  et  $a \ll l$ ), alors l'équation intégral-différentielle qui donne la composante tangentielle du champ rayonné en un point  $z$  de la surface du fil rectiligne se réduit alors à [II.2]:

$$E^r = \frac{1}{j\omega\epsilon_c} \int_0^l I(z') \left[ \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} + k^2 \right] G(R) dz' \quad (\text{II.48})$$

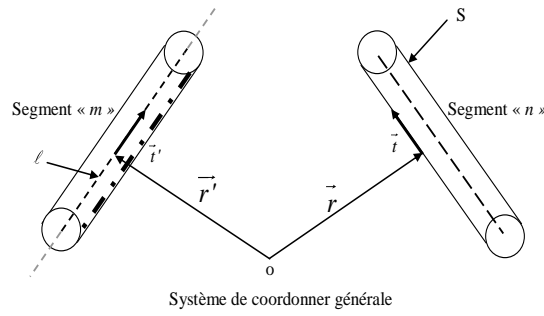
Le courant  $I(z')$  a pour origine le champ électrique qualifié de champ appliqué  $E^i$  qui existe sur toute la surface du fil dans le cas d'un champ incident (réception) ou d'une manière localisée dans le cas d'un générateur (émission).

**Remarque :**

Pour un milieu inhomogène (ex : interface sol-air), la prise en compte de l'interface entre deux demi-milieux (air et sol) est réalisée par correction de la fonction de Green  $G(R)$ .

- ***Interaction électromagnétique***

Soit deux segments  $m$  et  $n$  (émetteur et récepteur), appartenant au même conducteur ou à deux conducteurs différents (avec pertes) comme il est montré en figure II.15.



**Figure II.15.** Configuration géométrique pour l'interaction électromagnétique.

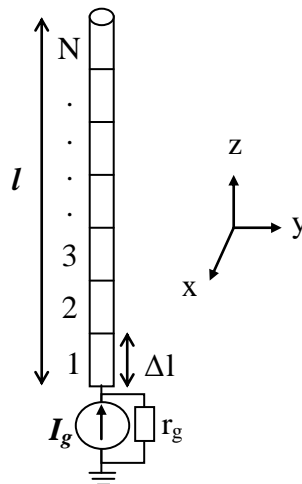
L'interaction électromagnétique entre les segments m et n est décrite par l'équation suivante sur la surface du segment récepteur:

$$E^r(r) + E^i(r) = I \cdot Z_s \tag{II.49}$$

Où :

$Z_s$  : impédance de surface [II.2].

L'équation intégrale ainsi obtenue (II.49) ne présente pas de solution analytique. Des méthodes matricielles mieux connues sous le nom de "méthode des moments" [II.16] sont utilisées. L'intégration numériquement nécessite la subdivision du conducteur de longueur  $l$  en N éléments de longueur  $\Delta l$  (figure II. 16).



**Figure II.16.** Subdivision d'un conducteur filiforme.

L'intégration de l'équation (II.49) en champ électrique est réalisée par la méthode projective de Galerkin [II.16]. Dans le cas d'un conducteur alimenté (figure II.16) par un générateur de courant localisé  $I_g$ , cette intégration conduit au système matriciel suivant [II.2]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_{22} & \dots & z_{2i} & \dots & z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & z_{i2} & \dots & \dots & \dots & z_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & z_{N2} & \dots & \dots & \dots & z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_i \\ \dots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_g \\ -z_{21}I_g \\ \dots \\ -z_{i1}I_g \\ \dots \\ z_{N1}I_g \end{bmatrix} = [Zmn][I] \quad (\text{II.50})$$

Où [Zmn]: impédance généralisée [II.2].

#### II.4. Paramètres linéiques d'une électrode enfouie verticalement

Les expressions des paramètres linéiques sont fonction des données géométriques et physiques en figure II.17.

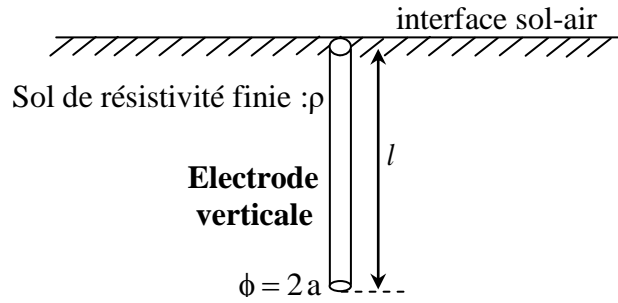


Figure II.17. Conducteur enfouie verticalement.

$$G = \frac{2\pi}{\rho \left[ \ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (\text{II.51})$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\left[ \ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right]} \quad (\text{II.52})$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[ \ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right] \quad (\text{II.53})$$

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (\text{II.54})$$

où :  $\rho$  est la résistivité finie du sol et  $\rho_c$  est la résistivité du conducteur (électrode).

### Références Bibliographiques :

- [II.1] E. Goncalvès da Silva, "Méthodes et Analyse Numérique", Hal open science, id : cel-00556967. INPGrenoble – France - septembre 2005.
- [II.2] L. D. Grcev, "Computer Analysis of Transient Voltages in Large Grounding Systems", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.11, N° 2, April 1996.
- [II.3] B. Nekhoul, P. Labie, F. X Zgainski ans G. Menier, "Calculating the Impedance of a Grounding Systems" IEEE Trans on magnetic, Vol.32. N°3 pp. 1509-1512, May 1996.
- [II.4] B. Nekhoul, C. Guerin, P. Labie, G. Meunier, R. Feuillet, X. Brunotte, "A finite element method for calculating the electromagnetic fields generated by substation grounding systems", IEEE Transactions on Magnetics 31 (3), 2150-2153. 1995.
- [II.5] N. Harid et al., "On the Analysis of Impulse Test Results on Grounding Systems", IEEE Transactions on Industry Applications, 2015.
- [II-6] F. Gardiol, "Electromagnétisme " EPFL., Traité d'électricité, Vol. III.
- [II.7] C. R. Paul, "Analysis of multiconductor transmission lines". New York: Wiley interscience, 1994.
- [II.8] E. D. Sunde, "Earth Conducting Effects in Transmission Systems", New York, N. Y. Dover publications, Inc 1968.
- [II.9] Guideline for Numerical Electromagnetic Analysis Method and its Application to Surge Phenomena, CIGRE - Working Group C4.501, June 2013.
- [II.10] B. Nekhoul, D. Poljak, D. Sekki, D. Cavka, B. Harrat, K. Kerroum, K. Elkhamlichi Drissi, "An efficient transient analysis of realistic grounding systems: transmission line versus antenna theory approach", Engineering Analysis with Boundary Elements 48, 14-23. 2014.
- [II.11] Yaqing Liu, Nelson Theethayi, and Rajeev Thottappillil, "An Engineering Model for Transient Analysis of Grounding system Under Lightning Strikes: Nonuniform Transmission-Line Approach". IEEE Trans on Power Delivery. Vol. 20. N°.2. April 2005.
- [II.12] H.W. Dommel, "Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multi-phase Networks", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 88, No. 2, April 1969.
- [II.13] Jan Carlsson, "A FDTD Program for Computing Responses on Branched Multi-conductor Transmission Lines". Swedish National Testing and Research Institute- SP Report 1998:16.
- [II.14] B. Harrat, "Caractérisation et Optimisation Numérique d'une Mise à la Terre", thèse de doctorat en sciences. Université de Jijel -2008.
- [II-15] B. Rascalou, "Approche Théorique de la Mise à la Terre: de l'Etude de Régime Continu à l'Analyse Electromagnétique ", Thèse de Doctorat en Electromagnétisme. L'université Blaise Pascal. 02 Octobre 1987.
- [II.16] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", Macmillan, New York, 1968.



**Chapitre III : Application**

---

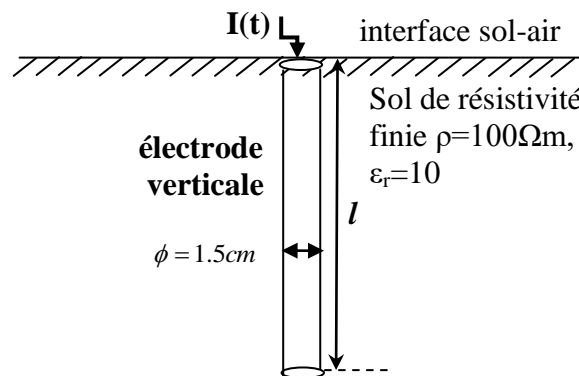
### III.1. Introduction

Ce dernier chapitre nous le consacrons aux applications pour essayer de donner quelques indications concernant la modélisation appropriée du comportement transitoire d'un piquet de terre (électrode de terre enterrée verticalement). En premier nous validons nos développements sous Matlab (théorie des lignes de transmission) et l'utilisation de Simulink (théorie des circuits électriques) par confrontation à un résultat publié [III.1]. Aussi, nous complétons cette confrontation en utilisant le logiciel NEC-4 [III.2] qui utilise le formalisme rigoureux des antennes. Nous proposons ensuite quelques applications en paramétrant la résistivité du sol et le temps de montée du générateur onde de foudre.

### III.2. Applications

#### III.2.1. Sol de faible résistivité

Pour valider les différentes modélisations (lignes de transmission en temporel "TLT", lignes de transmission en fréquentiel "TLF", circuit électrique localisé "CEL", circuits électriques répartis "CER") que nous utilisons dans ce travail, nous reprenons une application déjà traitée, en utilisant le logiciel EMTP [III.3] par R. Shariatinasab [III.1]. Il s'agit d'une électrode verticale enterrée dans un sol homogène (figure III.1), alimentée à son entrée par un générateur de courant onde de foudre d'amplitude  $I_m=31,1\text{Ka}$ , de temps de montée  $t_m=3.83\mu\text{s}$  et de temps mi-hauteur  $t_h=75\mu\text{s}$ .



**Figure III.1.** Conducteur enfouie verticalement.

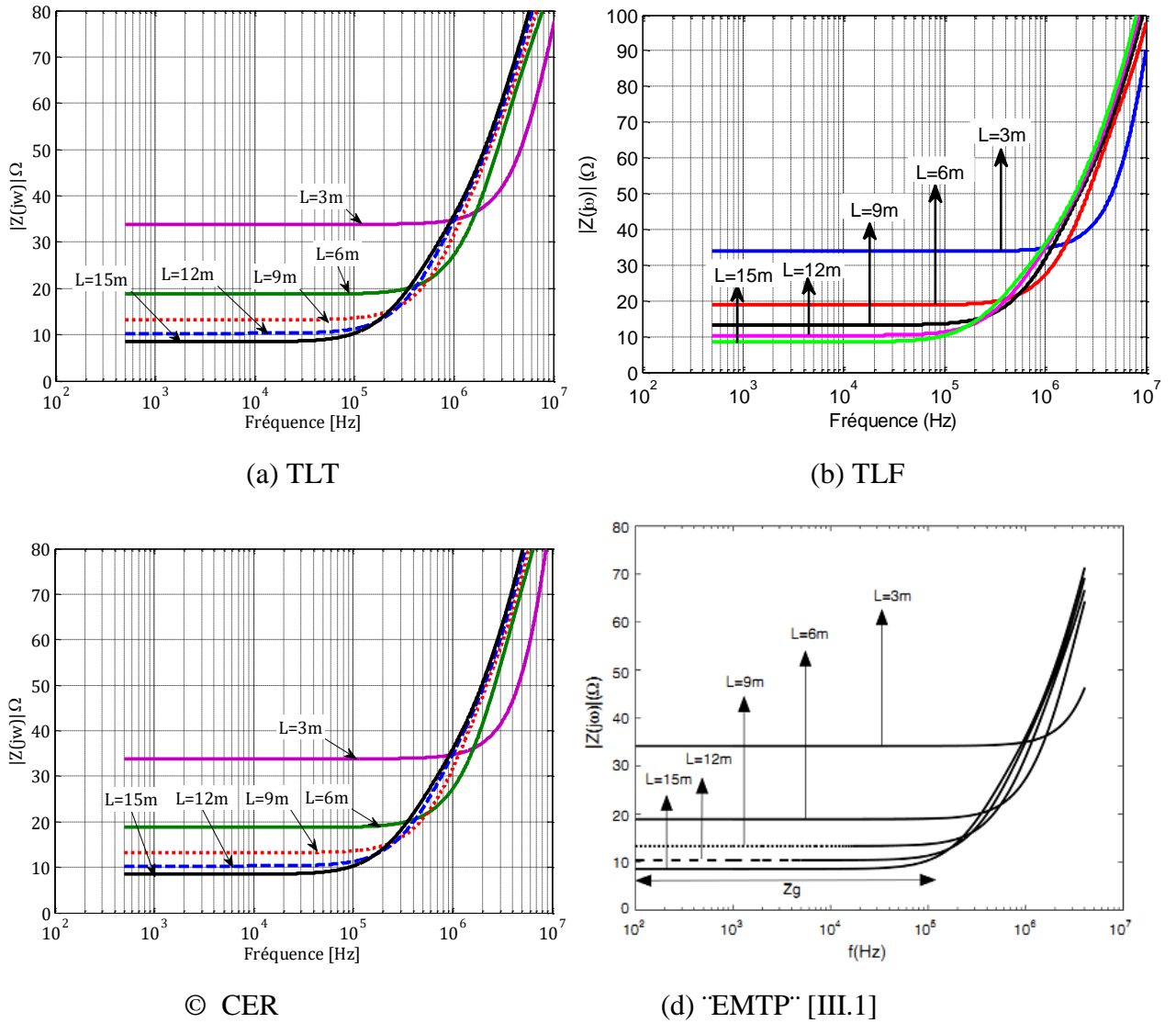


Figure III.2. Impédance harmonique pour différentes longueurs de l'électrode verticale.

Méthode \ Longueur	Analytique	EMTP	CER	CEL	TLT	TLF
3m	33.8 Ω	-	33.836 Ω	36.04 Ω	33.864 Ω	33.84 Ω
6m	18.75 Ω	-	18.7589 Ω	19.7 Ω	18.759 Ω	18.76 Ω
9m	13.22 Ω	-	13.225 Ω	14.12 Ω	13.255 Ω	13.23 Ω
12m	10.29 Ω	-	10.303 Ω	10.62 Ω	10.303 Ω	10.3 Ω
15m	8.47 Ω	-	8.4817 Ω	8.63 Ω	8.482 Ω	8.48 Ω

Tableau 1. Valeurs de l'impédance en basse fréquence ( $R_{LF}$ ).

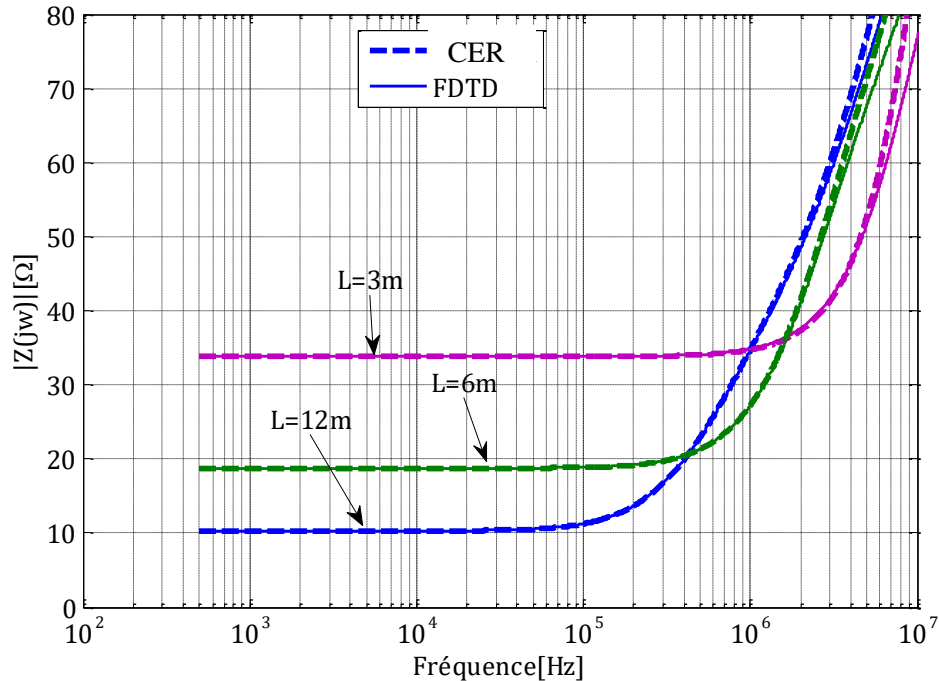
Rappelant que le comportement de mise à la terre haute fréquence peut être considéré comme inductif lorsque  $|Z(\omega)|/R_{LF} > 1$ , résistif lorsque  $|Z(\omega)|/R_{LF} \approx 1$ , ou capacitif lorsque  $|Z(\omega)|/R_{LF} < 1$ , où  $R_{LF}$  est la résistance de terre basse fréquence [III.4].

Pour  $\rho_s = 100 \Omega.m$ , les résultats en figure III.2 montrent que l'impédance harmonique présente un comportement résistif jusqu'à une fréquence caractéristique  $f_c$  puis adopte un comportement inductif au-delà de cette dernière. Nous constatons (tableau III.2) que cette fréquence caractéristique varie avec la longueur : la fréquence caractéristique  $f_c$  (ou fréquence de commutation) augmente avec la longueur. La concordance des résultats avec ceux publiés et réalisés avec le logiciel EMTP [III.3] est parfaite.

Méthode longueur	EMTP	CEL	CER	TLT	TLF
3m	$\approx 5.5 \cdot 10^5$ Hz	-	$5 \cdot 10^5$ Hz	$4 \cdot 10^5$ Hz	$4.5 \cdot 10^5$ Hz
6m	$\approx 2.1 \cdot 10^5$ Hz	-	$1.5 \cdot 10^5$ Hz	$1.75 \cdot 10^5$ Hz	$2 \cdot 10^5$ Hz
9m	$\approx 8 \cdot 10^4$ Hz	-	$7.5 \cdot 10^4$ Hz	$6 \cdot 10^4$ Hz	$6.5 \cdot 10^4$ Hz
12m	$\approx 5 \cdot 10^4$ Hz	-	$4 \cdot 10^4$ Hz	$4 \cdot 10^4$ Hz	$4.3 \cdot 10^4$ Hz
15m	$\approx 3 \cdot 10^4$ Hz	-	$2.5 \cdot 10^4$ Hz	$3 \cdot 10^4$ Hz	$3.2 \cdot 10^4$ Hz

**Tableau 2.** Fréquence caractéristique  $f_c$  pour différentes longueurs du piquet.

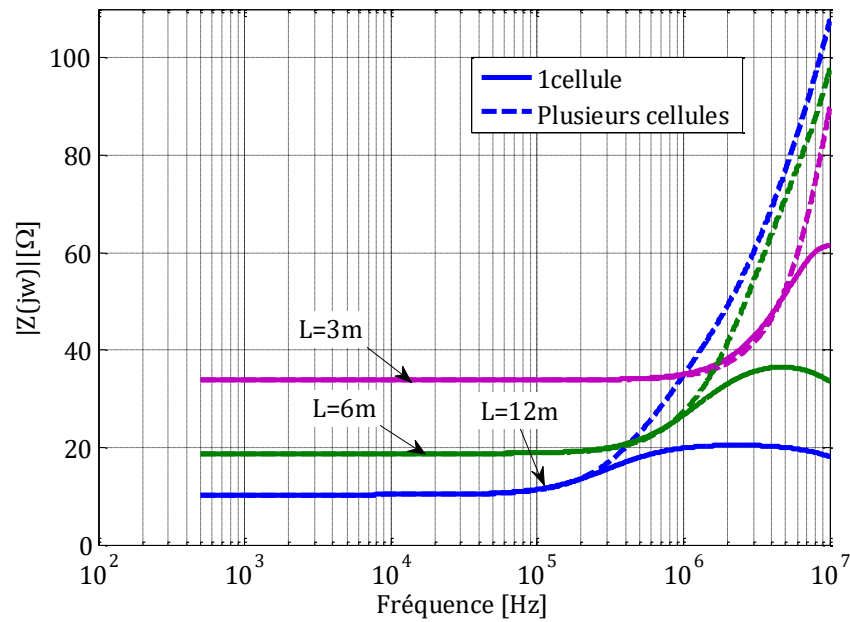
Les résultats en figure III.2 et sur les tableaux III.1 et III.2, montrent que pour toutes les modélisations, pour les différentes longueurs, nous avons le même type de variation fréquentielle : impédance constante ( $|Z(\omega)|=R_{LF}$ ) jusqu'à la fréquence caractéristique  $f_c$  puis une brusque augmentation à partir de cette dernière. Ces résultats en figure III.2 sont globalement concordants en amplitude et en allure générale.



**Figure III. 3.** Impédance harmonique : Comparaison entre les modélisations par la théorie des lignes et la théorie des circuits. ( $\rho_s = 100 \Omega.m$ )

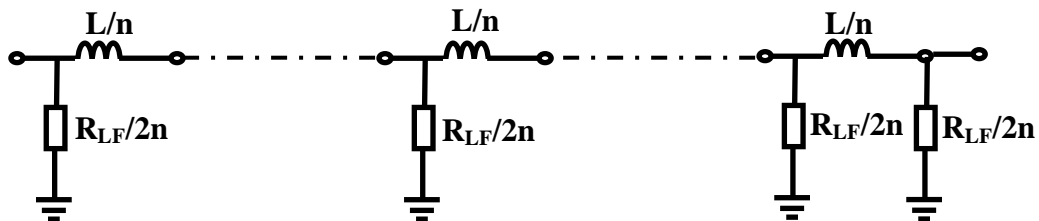
Pour une meilleure confrontation, en figure III.3 nous proposons une comparaison entre la théorie des lignes de transmissions en temporel et la théorie des circuits à constantes réparties. Nous relevons une légère différence aux hautes fréquences qui est certainement due à l'erreur introduite par la méthode d'intégration numérique (méthode des trapèzes) que nous utilisons lors de la modélisation par la méthode des circuits électriques à constantes réparties. Cette légère différence démarre à partir de la fréquence caractéristique.

Nous notons que la modélisation par la théorie des circuits avec une seule cellule (figure III.4) n'est pas adaptée lorsque la fréquence augmente ; cette inadéquation est plus marquée lorsque la longueur du piquet augmente.



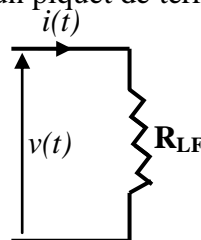
**Figure III.4.** Impédance harmonique : Modélisation par les circuits électriques (CEL et CER).

Pour une résistivité du sol de  $100 \Omega.m$ , avec les paramètres du générateur sus-donnés, nous pouvons déduire que le schéma équivalent pour les différentes longueurs est une série de  $n$  circuit  $R_{LF}$ - $L$  (figure III.5).



**Figure III. 5.** Circuit équivalent à paramètres répartis d'un piquet enterré pour une faible résistivité du sol.

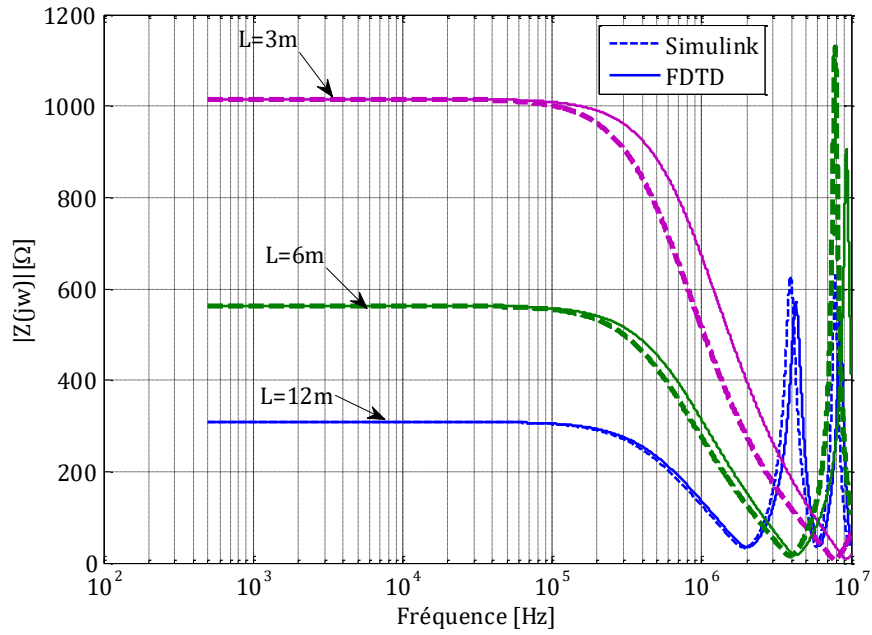
Des résultats obtenus pour la fréquence de coupure pour les différentes longueurs (tableau III.2), aux basses fréquences (ex. contenu fréquentiel d'un court circuit) une simple résistance localisée (figure III.6) suffit pour modéliser un piquet de terre.



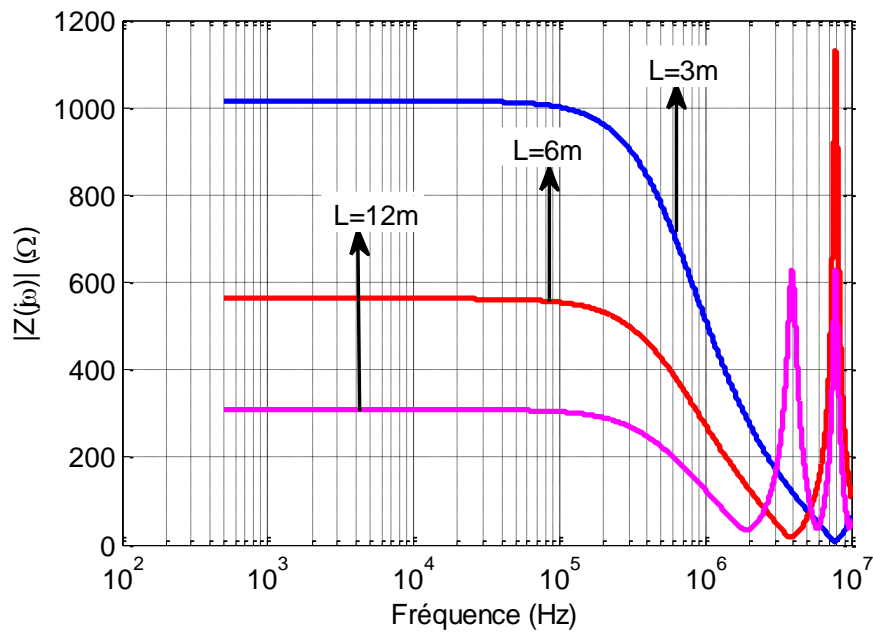
**Figure III.6.** Schéma équivalent d'un piquet de terre en basses fréquences ( $\rho_s = 100 \Omega.m$ ).

**III.2.2. Sol de forte résistivité**

Dans ce qui va suivre nous gardons l'application en figure III.1 pour les longueurs  $l = 3\text{m}$ ,  $6\text{m}$  et  $12\text{m}$  et nous considérons respectivement les cas pour les résistivités du sol suivantes:  $\rho_s = 3000 \Omega\cdot\text{m}$  et  $\rho_s = 7000 \Omega\cdot\text{m}$ .



(a) CER et TLT



(b) TLF

**Figure III.7.** Impédance harmonique pour différentes longueurs de l'électrode verticale ( $\rho_s=3000\Omega\text{m}$ ).

Pour la résistivité du sol  $\rho=3000\Omega\text{m}$ , les résultats en figure III.7 montrent bien la légère différence entre les modélisations par la théorie des lignes et la théorie des circuits à constantes réparties; cette différence est mise en évidence par le décalage observé sur la fréquence caractéristique  $f_c$ . Le décalage de  $f_c$  diminue lorsque la longueur du piquet de terre augmente.

Les résultats en figure III.7 montrent aussi que si pour la longueur  $l=3\text{m}$  le piquet de terre à un comportement plutôt R-C (résistif aux basses fréquences et capacitif aux hautes fréquences) que nous représentons par son circuit électrique en figure III.8, ce n'est pas le cas pour les deux autres longueurs ( $l=6\text{m}$  et  $l=12\text{m}$ ) où nous avons un comportement résistif aux basses fréquences, puis des alternances capacitive et inductive aux hautes fréquences (à partir de la fréquence caractéristique) que nous représentons par le circuit électrique en figure III.9.

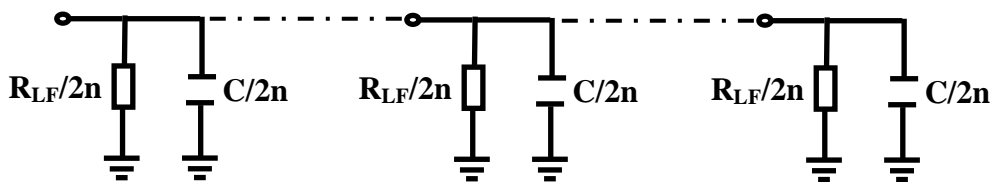


Figure III.8. Circuit équivalent d'un piquet ( $l=3\text{m}$ ) pour une forte résistivité.

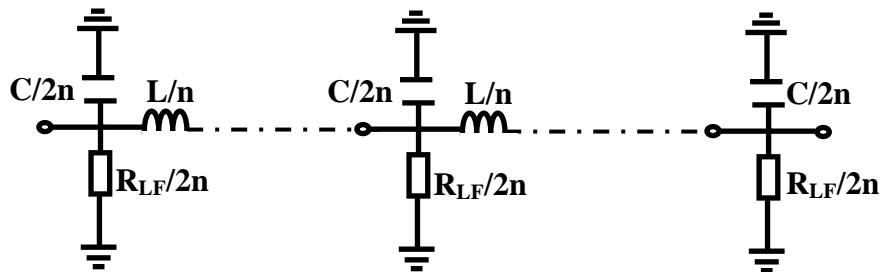
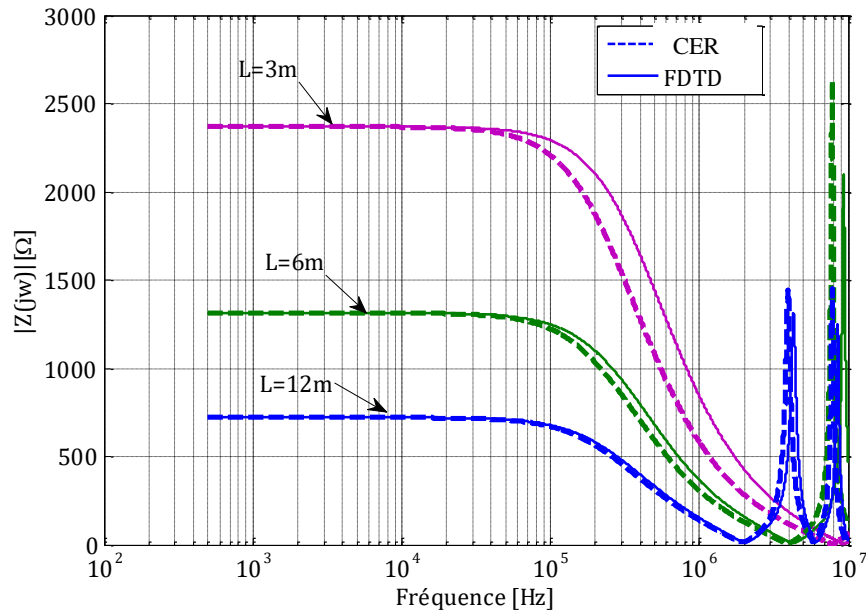


Figure III.9. Circuit équivalent d'un piquet ( $l=6\text{m}$  et  $l=9\text{m}$ ) pour une forte résistivité.

Les résultats en figure III.10 confirment la différence de comportement fréquentiel lorsque la longueur du piquet augmente pour une résistivité élevée du sol ( $\rho_s=7000\Omega\text{m}$ ).



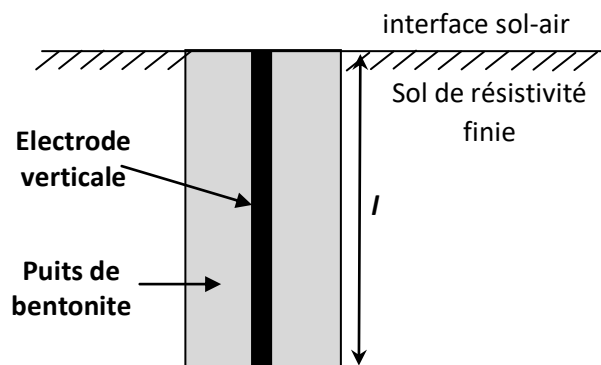


**Figure III. 10.** Impédance harmonique pour différentes longueurs de l'électrode verticale ( $\rho_s=7000\Omega\text{m}$ ).

Il est bien connu [III.4], que le comportement inductif à haute fréquence indique une possibilité que les performances de mise à la terre puissent se détériorer dans les premiers instants de l'impulsion de foudre. Au contraire, le comportement capacitif à haute fréquence indique une possibilité de meilleures performances de mise à la terre dans les premiers instants de l'impulsion de foudre. Donc pour les piquets de longueurs importantes :

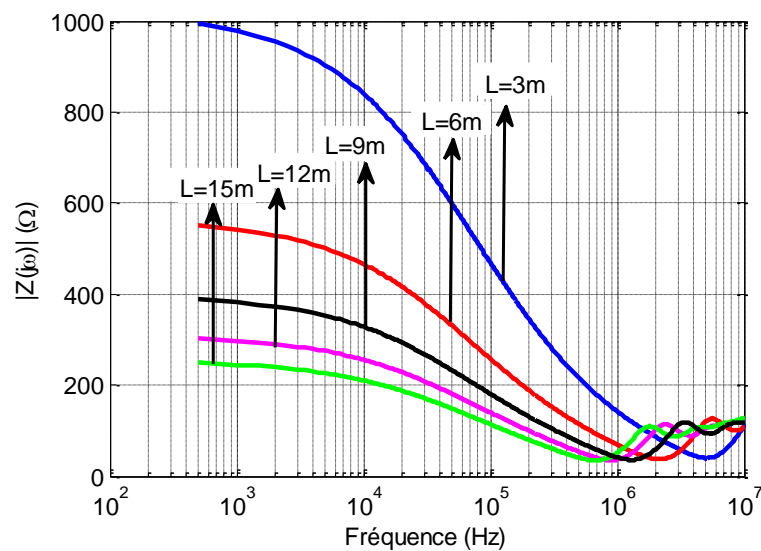
- 1) Aux basses fréquences, les performances de mise à la terre sont indépendante de la fréquence ( $|Z(j\omega)| \approx R_{LH}$ ) jusqu'à la fréquence caractéristique qui dépend de la longueur.
- 2) Au-dessus de la fréquence caractéristique, les performances de mise à la terre dépendent de la fréquence, soit à dominante inductive ( $|Z(j\omega)| > R_{LH}$ ) soit à dominante capacitive ( $|Z(j\omega)| < R_{LH}$ ).

Donc, dans les terrains à forte résistivité, il serait peut-être plus approprié d'associer plusieurs piquets ou éventuellement utiliser la solution préconisée par les industriels qui consiste à enfouir le piquet dans un puits (figure III. 11) préalablement réalisé et remplie d'une matière à faible résistivité [III.5].



**Figure III.11.** Piquet de terre enfoui dans un puits de bentonite.

Les résultats que nous obtenons et sus indiqués (figures III.2 et III.7) sont déjà signalés dans une étude élaborée par L. Grcev [III.6] ; cependant les résultats en figure III.12 que nous obtenons en faisant une modélisation par la théorie des lignes et en tenant compte de la variation de la résistivité et de la permittivité électrique du sol avec la fréquence [III.7] (expressions (III.1) et (III.2)), montrent que dans un sol de haute résistivité le comportement du piquet de terre est plutôt capacitive.

**Figure III.12.** Impédance harmonique pour différentes longueurs de l'électrode verticale ( $\rho_s=3000\Omega\text{m}$ ) avec dépendance fréquentielle des paramètres électriques du sol.

$$\rho_g(f) = \rho_0 \{1 + 4.7 \times 10^{-6} \times \rho_0^{0.73} \times f^{0.54}\}^{-1} \quad (\text{III.1})$$

$$\varepsilon_g(f) = 9.5\varepsilon_0 \times 10^4 \times \sigma_0^{0.27} \times f^{-0.46} + 12\varepsilon_0 \quad (\text{III.2})$$

avec:

$$\sigma_0 = (\rho_0)^{-1}$$

$\rho_0$  : résistivité électrique du sol à très basse fréquence

$\varepsilon_0$  : permittivité électrique de l'air.

### III.3. Analyse par la théorie des antennes

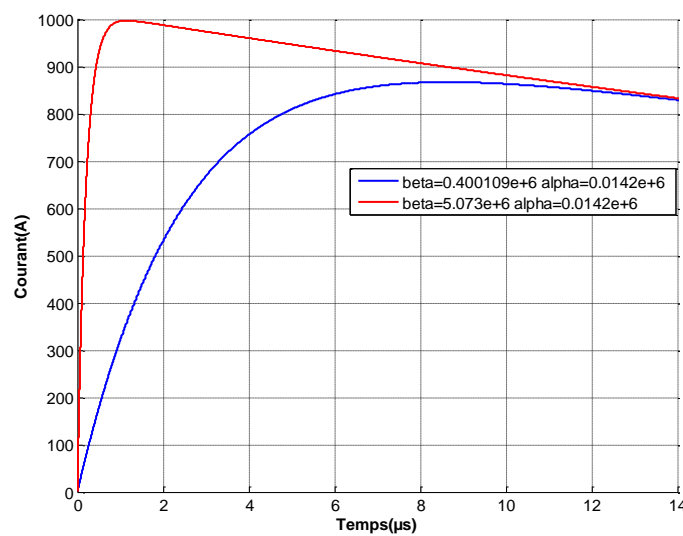
Parmi les objectifs fixés dans ce projet de fin études, nous avons prévu de confronter la modélisation électromagnétique rigoureuse élaborée à partir de la théorie des antennes [III.8] à celle établie après quelques hypothèses simplificatrices (théorie des lignes).

Pour atteindre cet objectif, nous avons prévu d'utiliser le logiciel NEC-4 [III.2] (utilisant la théorie des antennes) pour calculer la répartition des courants, puis calculer les potentiels en utilisant les expressions analytiques proposées par Visacro [III.9] permettant de simplifier le calcul des éléments de l'impédance généralisé (II.50). Cette étape n'a pas été réalisée et donc nous ne pouvons pas proposer une analyse basée sur l'impédance harmonique. Dans ce qui va suivre nous proposons une ébauche d'analyse en confrontant uniquement les courants dans les conducteurs obtenus par les différentes modélisations.

Pour comparer la modélisation par la théorie des antennes (**TA**) à celles obtenues par la théorie des lignes (**TL**) et la théorie des circuits (**TC**), nous considérons l'application en figure III.1 et en paramétrant la longueur du piquet, la résistivité du sol et le temps de montée du générateur de courant dont l'expression générale est la suivante :

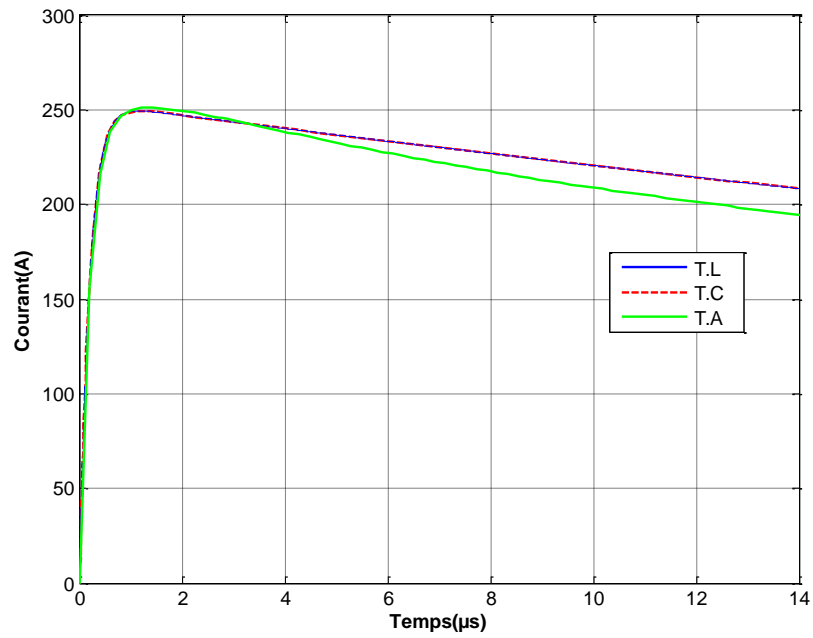
$$I(o,t) = I_o(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$$

Nous considérerons respectivement les deux générateurs en figure III.13 où nous avons un premier courant à temps de montée rapide et un deuxième relativement lent.

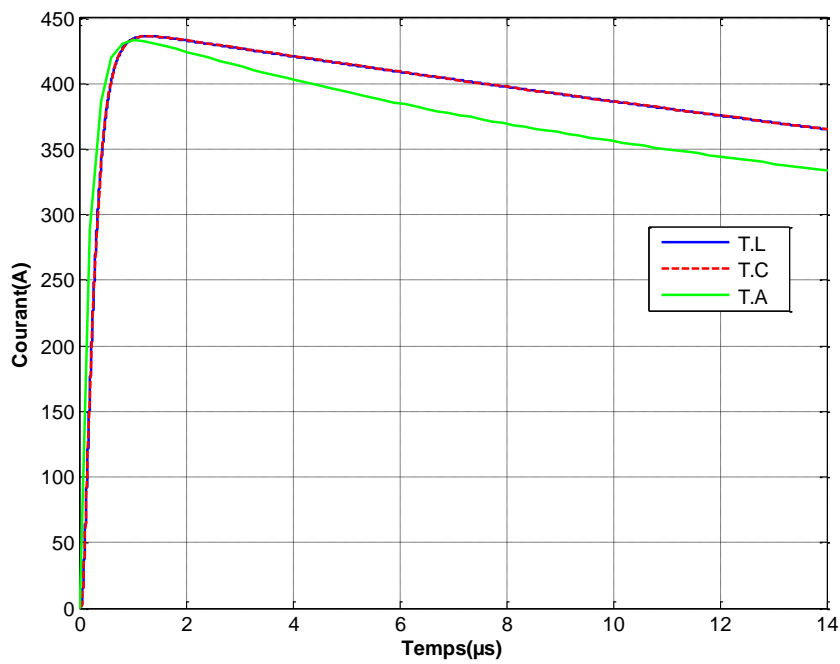


**Figure III.13.** Variation temporelle des générateurs de courant.

1/ Générateur à temps de montée rapide :  $\alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}$  et  $\beta = 5.073 \mu\text{s}^{-1}$  et  $I_o = 1.0167 \text{ kA}$



**Figure III.14.** Courant au milieu du piquet ( $h=2m$  et  $\rho=100\Omega m$ ).



**Figure III.15.** Courant au milieu du piquet ( $h=8m$  et  $\rho=100\Omega m$ ).

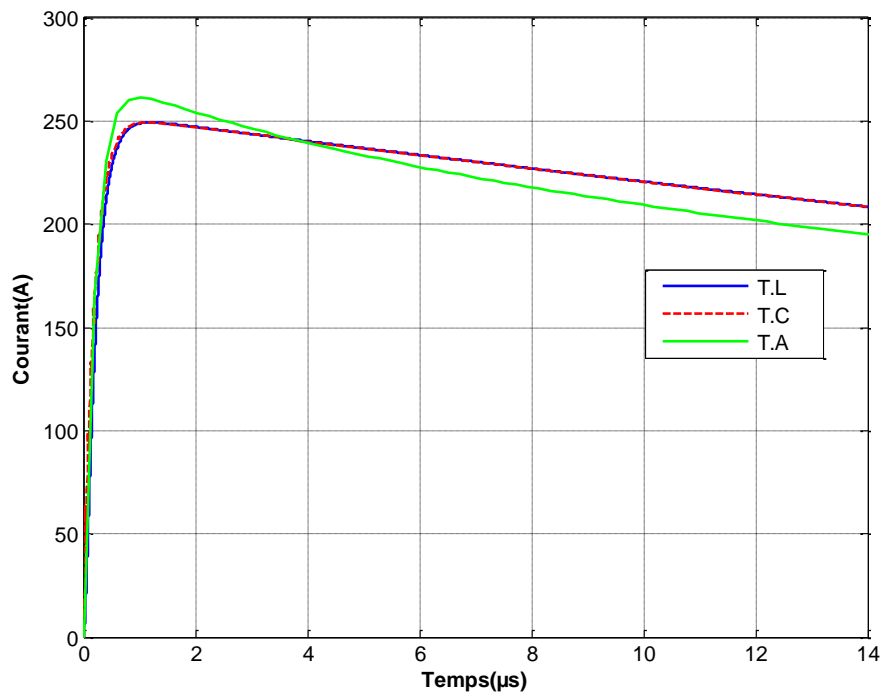


Figure III.16. Courant au milieu du piquet ( $h=2m$  et  $\rho=1000\Omega m$ ).

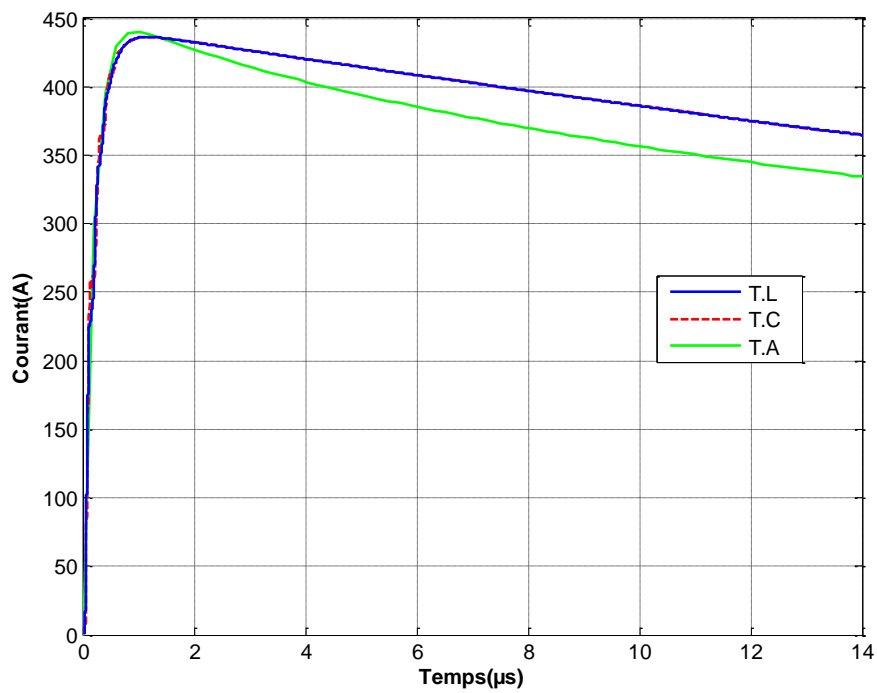


Figure III.17. Courant au milieu du piquet ( $h=8m$  et  $\rho=1000\Omega m$ ).

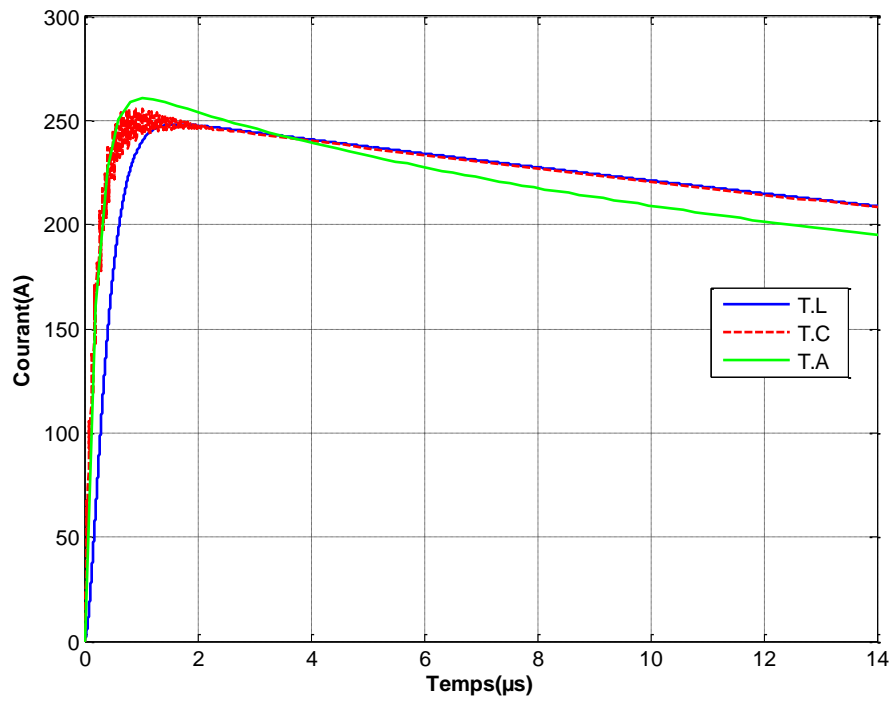


Figure III.18. Courant au milieu du piquet ( $h=2m$  et  $\rho=5000\Omega m$ ).

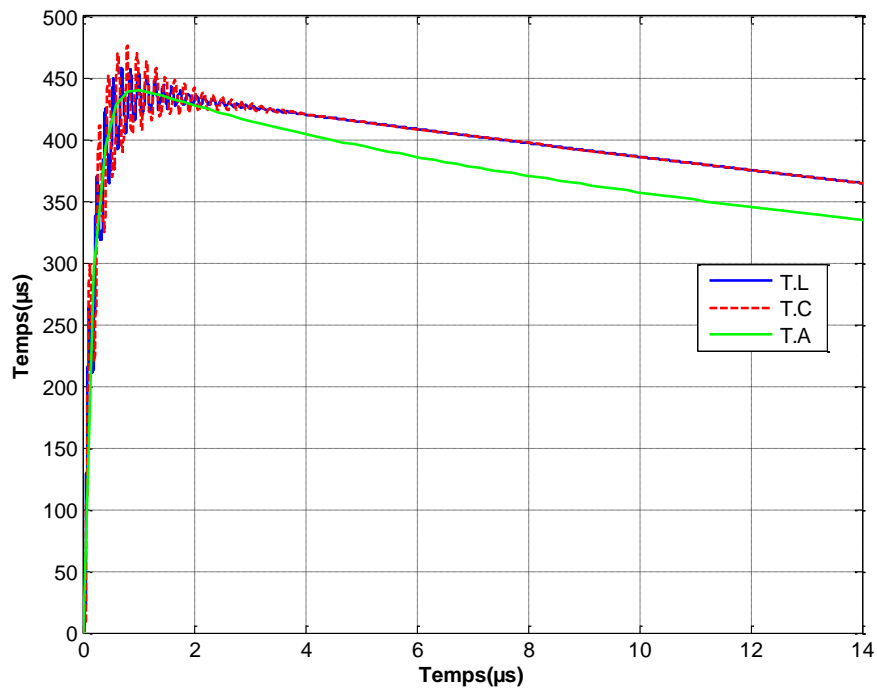
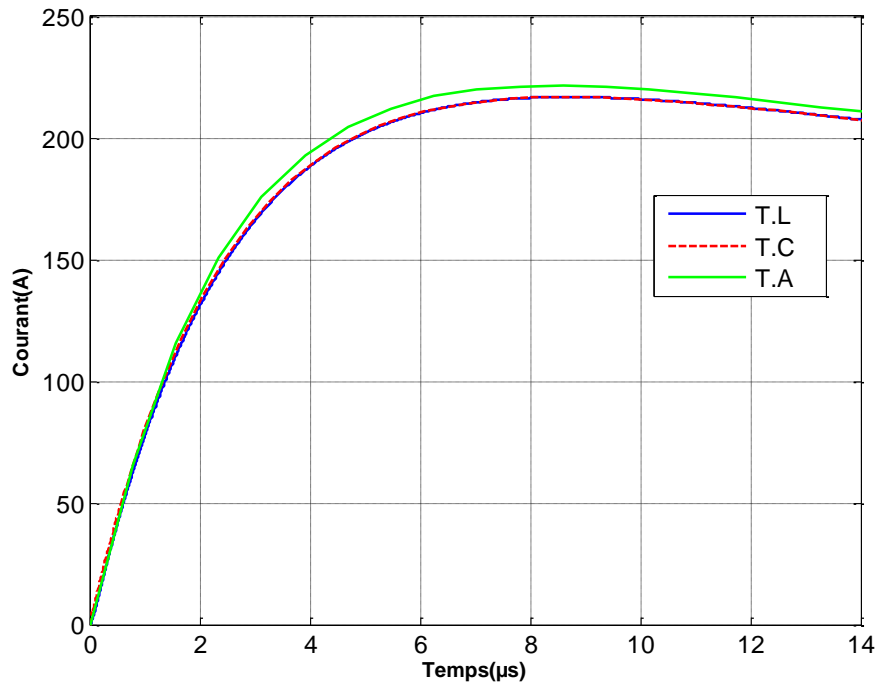


Figure III.19. Courant au milieu du piquet ( $h=8m$  et  $\rho=5000\Omega m$ ).

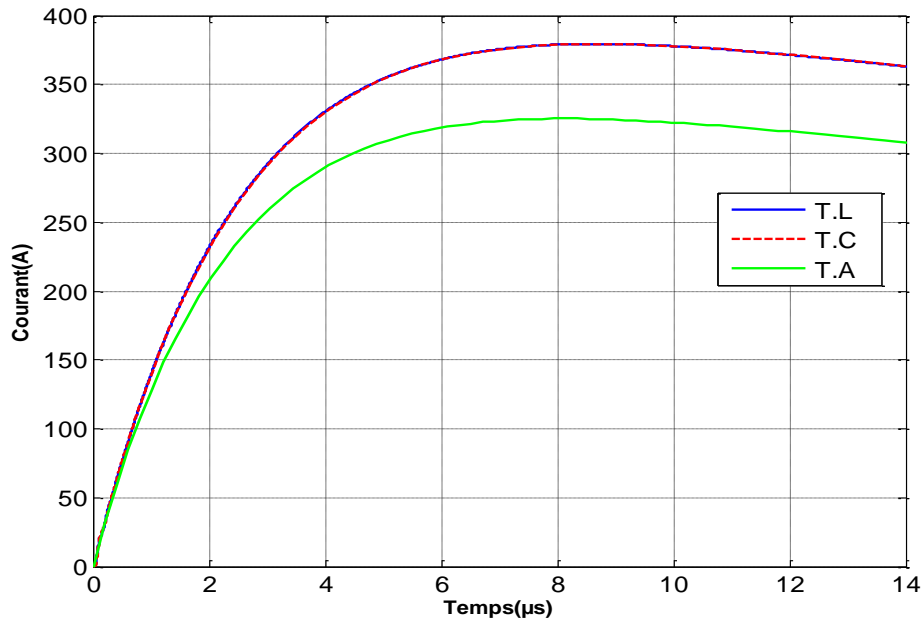
Les résultats en figures III.14 à III.19, pour un générateur de courant à temps de montée rapide, montrent ce qui suit :

- Pour les piquets de faibles longueurs ( $l=2\text{m}$ ), la théorie des circuits à paramètres répartis est largement suffisante pour modéliser le comportement transitoire d'un piquet de terre enfoui dans un sol de faible résistivité. Pour les sols à fortes résistivités, le modèle fait apparaître des oscillations numériques sur le courant.
- Pour les piquets de longueurs plus importantes ( $l=8\text{m}$ ), nous constatons que l'effet de la propagation met en évidence une différence dans l'allure durant le temps de montée et aussi en amplitude. La théorie des antennes se décale de la modélisation simplifiée (TL et TC) et mettra certainement mieux en évidence le comportement (inductif ou capacitif) du piquet de terre dans les premiers instants du transitoire.
- Pour les sols à fortes résistivités, la théorie des antennes conduit à des résultats sans oscillations (figure III.19), donc très stable du point de vue numérique et évitera certainement les mauvaises interprétations relatives à l'impédance harmonique et permettra une meilleure définition de la fréquence caractéristique ( $f_c$ ).

2/ Générateur à temps de montée lent :  $\alpha=0.0142 \mu\text{s}^{-1}$  et  $\beta=0.400109 \mu\text{s}^{-1}$  et  $I_0= 1.0167 \text{ kA}$



**Figure III.20.** Courant au milieu du piquet ( $h=2m$  et  $\rho=1000\Omega m$ ).



**Figure III.21.** Courant au milieu du piquet ( $h=8m$  et  $\rho=1000\Omega m$ ).



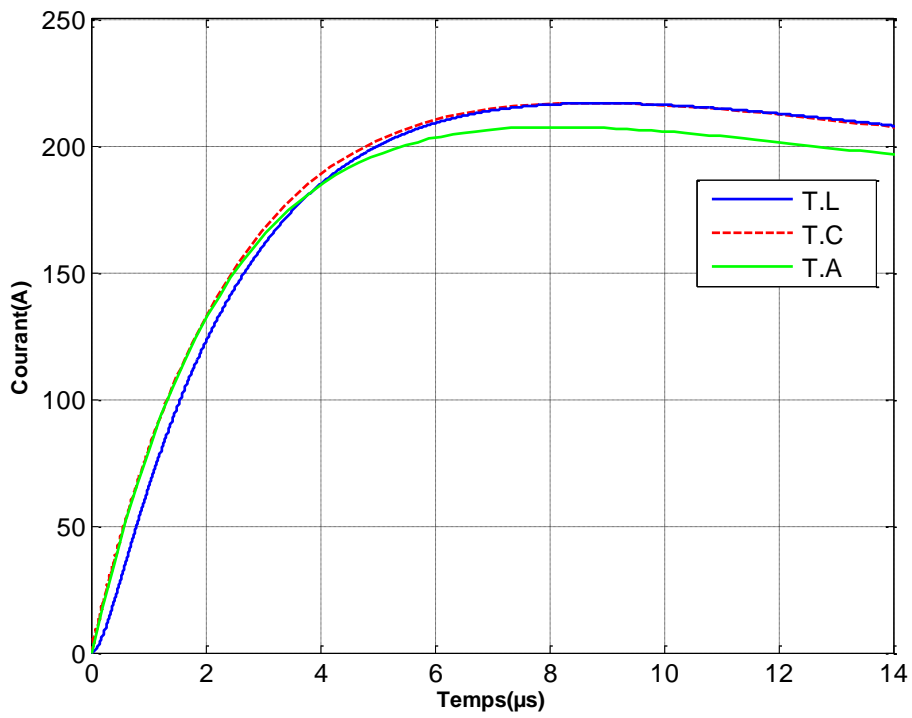


Figure III.22. Courant au milieu du piquet ( $h=2m$  et  $\rho=5000\Omega m$ ).

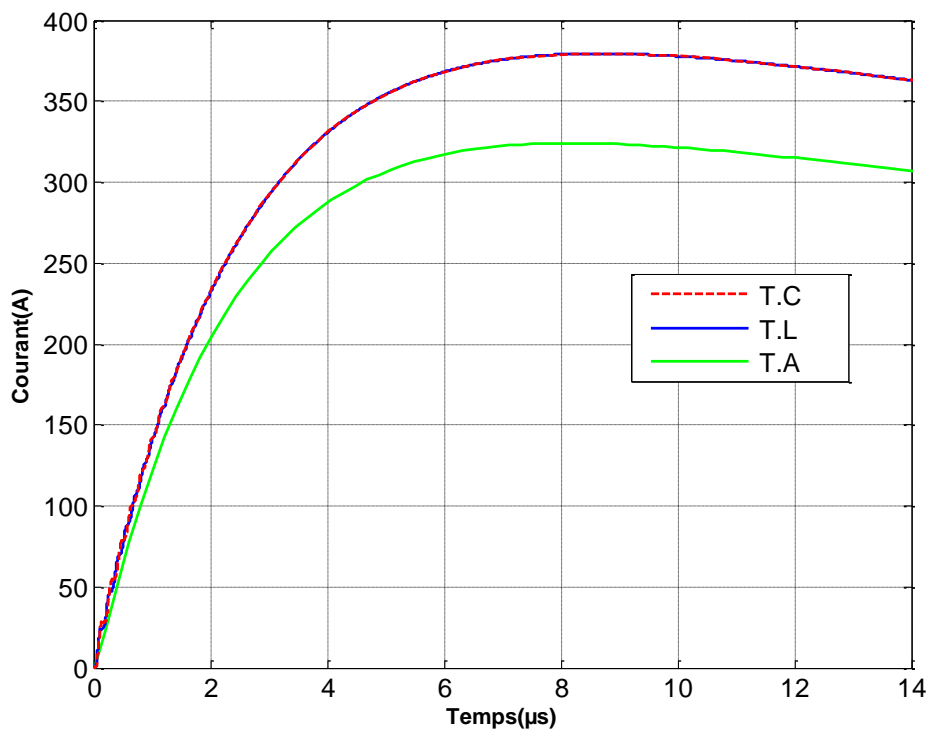


Figure III.23. Courant au milieu du piquet ( $h=8m$  et  $\rho=5000\Omega m$ ).

Pour un générateur de courant à temps de montée lent, notre attention a été portée uniquement sur les sols à résistivités relativement élevées.

Pour les résistivités relativement élevées, les résultats en figures III.20 à III.22, montrent une bonne concordance entre les trois types de modélisations (TL, TC et TA) ; les résultats obtenus par la théorie des antennes s'écartent légèrement de ceux obtenus par la théorie des lignes et la théorie des circuits. De ces résultats, nous pouvons affirmer qu'une modélisation par la théorie des circuits est suffisante pour modéliser un piquet court soumis à une onde de foudre à temps de montée lent.

Pour un piquet de longueur bien plus importante (figure III.23), nous avons une différence entre la modélisation simplifiée (TL et TC) et la modélisation rigoureuse (TA) ; cette différence peut se justifier par le fait que la théorie des antennes soit plus rigoureuse en termes de prise en compte de la propagation.

### Références Bibliographiques

- [III.1] R. Shariatinasab, "The effect of grounding system modeling on lightning-related studies of transmission lines", *Journal of Applied Research and Technology* - 2017. <https://doi.org/10.1016/j.jart.2017.06.003>.
- [III.2] G. J. Burke, "Numerical Electromagnetic Code – NEC–4, Method of Moments. Part II: Program Description – Theory". January, 1992.
- [III.3] W. S. Meyer, and T. Liu, "Electromagnetic Transients Program theory book, Bonneville power administration, 1995.
- [III.4] L. Grcev, "*High-frequency grounding*", in *Lightning Protection*, V. Cooray Ed., London, The Institution of Engineering and Technology, 2010.
- [III.5] B. Nekhoul, P. Labie and al., "Calculating the Impedance of a Grounding Systems", *IEEE Trans. on magnetic*, Vol.32, N°3., pp. 1509-1512, May 1996.
- [III.6] L. Grcev and al., "On High-Frequency Circuit Equivalentents of a Vertical Ground Rod", *IEEE Trans. On Power Delivery*. VOL. 20, NO. 2, APRIL 2005.
- [III.7] S. Visacro and R. Alipio, "Frequency dependence of soil parameters: Experimental results, predicting formula and influence on the lightning response of grounding electrodes", *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 27, no. 2, pp. 927–935, Apr. 2012.
- [III.8] L. D. Grcev, "Computer Analysis of Transient Voltages in Large Grounding Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.11, N° 2, April 1996.
- [III.9] S. Visacro and al., "HEM: A Model for Simulation of Lightning-Related Engineering Problems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, n°.2, APRIL 2005.

**Conclusion Générale**

---

## *Conclusion Générale*

La prise de terre assure la protection des équipements et des installations. Elle accroît la fiabilité des équipements et réduit le risque de détérioration en cas de foudre ou de courant de court circuit. Aussi, son rôle est de protéger les personnes contre les éventuels défauts d'isolement des équipements sous tension. Donc, en régime perturbé (court-circuit ou impact direct de foudre), la prise de terre tient un rôle essentiel pour un écoulement rapide du courant de défaut. Il est donc nécessaire de bien connaître son comportement aussi bien en basse fréquence que dans le spectre de la foudre.

Il est bien connu que la qualité d'une prise de terre est liée au comportement de son impédance harmonique, plus celle-ci est faible plus l'écoulement du courant de défaut est rapide et l'augmentation du potentiel de la terre ne varie pas rapidement pour atteindre des valeurs dangereuses aussi bien pour les personnes que pour le matériel électrique.

Malheureusement l'analyse du comportement d'une prise de terre n'est pas une tâche aisée car ce dernier dépend de plusieurs paramètres qui sont :

- la nature du sol (résistivité, stratification, humidité,.....) ;
- sa géométrie (simple électrode verticale ou horizontale, grille de mise à la terre) ;
- la quantité de cuivre utilisée ;
- de l'amplitude des courants injectés (avec ou sans ionisation du sol),
- le contenu spectral du courant injecté (comportement purement résistif,
- .....

Pour caractériser pratiquement une prise de terre, la mesure doit être réalisée in situ ; la mesure est généralement coûteuse et ne permet pas la prise en compte de l'ensemble des paramètres sus-cités en quelques essais. Depuis maintenant plusieurs décennies, les ingénieurs font appel à la simulation numérique et plusieurs modélisations sont utilisées.

Au cours de ce projet de fin d'études, nous nous sommes intéressés à l'analyse du comportement d'un piquet de terre par modélisation. L'objectif est de définir une modélisation simplifiée et éventuellement de déduire un schéma équivalent en tenant compte de certaines des contraintes (résistivité du sol, forme et contenu spectral) sus-citées. Au cours de ce travail nous avons simulés avec trois formalismes, du plus simple au plus rigoureux :

- La théorie des circuits ;
- La théorie des lignes de transmission ;

- La théorie des antennes.

L'analyse des résultats obtenus montre que deux gammes peuvent être distinguées dans le domaine fréquentiel : la gamme "basse fréquence" et la gamme "haute fréquence".

Pour les faibles résistivités du sol et pour toutes les longueurs du piquet, la gamme "basse fréquence" est à comportement à dominante résistive et la gamme "haute fréquence" à comportement à dominante inductive. Dans ce cas une modélisation par la théorie des circuits à constantes réparties peut s'avérer suffisante.

Pour les fortes résistivités du sol et pour un piquet de faibles longueurs, la gamme "basse fréquence" est à comportement à dominante résistive et la gamme "haute fréquence" à comportement à dominante capacitive. Pour les piquets de longueurs importantes, la gamme "basse fréquence" à comportement à dominante résistive et pour la gamme "haute fréquence" il existe un basculement entre le comportement inductif et capacitif. La théorie des lignes peut être utilisée sans pertes importantes de précision.

La théorie des antennes permettra certainement de mieux estimer les performances du piquet de terre, de longueur importante, dans les premiers instants de l'onde de foudre pour les impulsions à temps de montée rapide.

## Sommaire

Introduction Générale.....	2
<b>Chapitre I: Généralités</b>	
I.1. Introduction.....	5
I.2. Réseaux électriques et postes.....	5
I.2.1. Imperfections des réseaux.....	6
I.3. Défauts temporaires internes et transitoires externes.....	6
I.3.1. Défauts affectant les lignes aériennes du réseau électrique.....	7
I.3.1.1. Défauts temporaires et permanents.....	7
I.3.1.2. Défauts transitoires.....	9
I.4. La foudre.....	9
I.4.1. Surtensions de Foudre.....	9
I.4.2. Classification des coups de foudre nuage-sol.....	10
I.4.3. Modèle électrique du canal de foudre.....	13
I.5. Classification et comportement général des prises de terre.....	15
I.5.1. Le problème de la prise de terre.....	15
I.5.2. Objet général et classification des prises de terre.....	16
I.5.2.1. Résistivité des terrains.....	16
I.5.2.2. Formes des prises de terre.....	17
I.5.2.3. Variation du comportement de la prise de terre avec le courant écoulé.....	19
I.5.3. Mesure.....	19
I.5.3.1. Caractéristiques d'une bonne installation de mise à la terre.....	19
I.5.3.2. Principe de conception d'un réseau de terre.....	20
I.5.3.3. Mesure de la résistance de terre.....	21
I.6. Quantités utilisées pour caractériser les performances dynamiques des électrodes de mise la terre.....	21
Références Bibliographiques : .....	22

## Chapitre II: Modélisation numérique d'un piquet de terre

II.1. Introduction .....	24
II.2. Modélisation des systèmes physiques .....	24
II.2.1 Qu'est-ce qu'un modèle ? .....	24
II.2.2 Pourquoi faut-il modéliser ? .....	24
II.2.3 Quels sont les différents modèles ? .....	25
II.2.4. De la modélisation à la simulation numérique .....	25
II.3. Modélisation du comportement transitoire d'une prise de terre .....	25
II.3.1. Quelques rappels théoriques .....	26
II.3.1.1 Equations de Maxwell .....	26
II.3.1.2. Les équations des lignes de transmission .....	28
II.3.2. Modélisation numérique d'une prise de terre .....	31
II.3.2.1. Théorie des circuits .....	32
II.3.2.2. Résolution des équations des lignes de transmission par FDTD .....	36
II.3.2.3 Résolution par les différences finies de l'équation de propagation en fréquentiel: .....	41
II.3.2.4. Bref aperçu sur la modélisation par la théorie des antennes .....	41
II.4. Paramètres linéiques d'une électrode enfouie verticalement.....	44
Références Bibliographiques : .....	45

## Chapitre III: Application

III.1. Introduction .....	47
III.2. Applications.....	47
III.2.1. Sol de faible résistivité .....	47
III.2.2. Sol de forte résistivité.....	52
III.3. Analyse par la théorie des antennes.....	56
Références Bibliographiques.....	64
Conclusion Générale .....	66



## Résumé

Les réseaux électriques sont, en particulier, exposés aux agressions naturelles comme la foudre et les courts circuits. Les réseaux sont donc affectés de perturbations qui peuvent mettre en cause la pérennité du matériel et la qualité du service rendu et dont il faut chercher à minimiser les conséquences.

Dans la littérature, la modélisation numérique des systèmes de mises à la terre la plus rencontrée et la plus rigoureuse est celle qui consiste à résoudre une équation intégrale par la méthode des moments (théorie des antennes). Un autre formalisme qui consiste à résoudre des équations de l'électromagnétisme aux dérivées partielles par la méthode des éléments finies est aussi présent. Enfin, la résolution directement des équations de Maxwell ou des lignes de transmissions par la méthode dite *FDTD* est aussi utilisée.

## Mots clés

Lignes de transmissions  
Résistivité apparente.

modélisation  
FDTD

## Abstract

In particular, electrical networks are exposed to natural aggressions such as lightning and short circuits. The networks are thus affected by disturbances which may jeopardize the durability of the equipment and the quality of the service rendered and which must be sought to minimize the consequences.

In the literature, numerical modeling of the most encountered and rigorous grounding systems are that of solving an integral equation by the method of moments (antenna theory). Another formalism which consists in solving equations of electromagnetism with partial drifts by the finite element method is also present. Finally, the direct resolution of the Maxwell equations or of the transmission lines by the so-called FDTD method is also used.

## Key words

Transmission lines  
Apparent Resistivity

modelisation  
FDTD

## المخلص

تتعرض الشبكات الكهربائية الى ظواهر طبيعية وخصوصا البرق والدوائر القصيرة. وبالتالي تتأثر الشبكات عن طريق الاضطرابات التي قد تؤثر على استدامة المواد وجودة الخدمة والتي يجب أن تسعى للحد من العواقب .

النمذجة العددية للأنظمة الأرضية الأكثر وجود صرامة هي التي تقوم بحل معادلة تكاملية بطريقة العزوم. نموذج اخر و الذي يقوم بحل المعادلات الكهرومغناطيسية بمشتقات جزئية بطريقة العناصر المنتهية. وأخيرا، يستخدم أيضا حل معادلات ماكسويل مباشرة أو خطوط النقل بطريقة (الفروق المنتهية في المجال الزمني).

## الكلمات المفتاح

خيوط النقل، النمذجة، FDTD، المقاومة الظاهرة