

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE.  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHECHE SCIENTIFIQUE.



Université de Jijel  
Faculté des sciences et de la technologie  
Département de génie civil et hydraulique



## MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

En vue de l'obtention du Diplôme de MASTER ACADEMIQUE  
Filière : Travaux Public

OPTION : VOIES ET OUVRAGES D'ART

# Thème

Etude d'un viaduc autoroutier « cas du viaduc V79.4  
de la pénétrante de Djen-Djen »  
et modélisation des plaques par la méthode des  
éléments finis.

- Réalisé par :

MEHDID FATIHA

CHETTABI IMANE

-Encadré par :

M<sup>r</sup>: DERBANE SAID

Promotion 2018

## Résumé

Ce travail consiste à réaliser l'étude et la conception d'un viaduc autoroutier, qui fait partie du projet de la pénétrante autoroutière reliant le port de DJEN DJEN à l'autoroute Est Ouest, et de faire des modélisations sur des éléments de plaque à travers l'utilisation de la méthode des éléments finis.

Après l'analyse multicritères, notre choix a porté sur l'étude de la construction d'un viaduc en béton précontrainte par poste tension.

Un pré dimensionnement des éléments constituant notre ouvrage a été fait conformément aux guides techniques et aux exigences normatives.

Un calcul détaillé du viaduc en question a été réalisé avec la présentation de tous les schémas de ferrailage.

Une comparaison entre les résultats obtenus par le calcul manuel et ceux obtenus par le logiciel de calcul basé sur la méthode des éléments finis tel que ROBOT Millénium a été faite.

Une formulation d'un élément finis en utilisant l'approche en déplacement a été faite. Des tests de validation de l'élément formulé ont été réalisés en utilisant un programme en langage FORTRAN77, permet de calculer les déplacements des nœuds et des moments fléchissant. Les résultats calculés par l'élément en question ont été comparés à ceux obtenus par les logiciels SAP 2000 et RDM 6.

### **Mot clés :**

Ouvrages d'art, Viaduc, analyse multicritères, béton précontrainte, poste tension, MEF, plaque, ROBOT Millénium, SAP2000, RDM6.

## ملخص

هذا العمل يتمثل في دراسة وتصميم جسر من الطريق السريع الرابط بين ميناء جن جن والطريق السريع شرق- غرب، و إنجاز نماذج لعناصر الصفائح باستعمال طريقة عناصر منتهية.

بعد إجراء تحليل متعدد المعايير وقع اختيارنا على إنشاء جسر من الخرسانة المسبقة الإجهاد.

تم إجراء حساب أولي للعناصر المكونة لهذه المنشأة طبقا لقواعد ومراجع تقنية.

تم إجراء الحساب التفصيلي للعناصر المكونة للجسر مع وضع مخططات التسليح المناسبة.

مقارنة بين نتائج الحساب اليدوي ونتائج برنامج حساب يعتمد على طريقة عناصر منتهية مثل الروبوت للبرمجيات

لقد تم تشكيل عنصر منتهي بالاعتماد على مقارنة التنقلات. وقد تم كذلك إجراء اختبارات فعالية العنصر المشكل باستعمال برنامج FORTRAN77 الذي يمكننا من حساب انتقالات العقد وعزوم الانحناء.

لقد تم مقارنة النتائج المتحصل عليها باستخدام هذا العنصر المشكل مع النتائج المعطاة باستخدام SAP2000 و RDM6.

**كلمات مفتاحية:** منشأ فني، جسر، تحليل متعدد المعايير، خرسانة مسبقة الإجهاد، طريقة عناصر منتهية، صفائح، الروبوت للبرمجيات، SAP2000، RDM6.

# Remerciements

*Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu de tout puissant qui nous a donné, de la santé, du courage et de la patience pour mener à bien ce modeste travail.*

*Nous tenons à remercier notre encadreur Mr. DERBANE SAID pour son aide et son encadrement durant toute la période de préparation de ce mémoire.*

*Nous remercions également tous les enseignants du département de génie civil et hydraulique, qui ont contribué à notre formation avec beaucoup de compétence et de dévouement.*

*Nos remerciements s'adressent, également, aux membres de jury qui nous ont fait l'honneur d'accepter de lire et d'évaluer ce mémoire*

*En fin nous remercions tous ceux qui ont contribué de loin ou de près à la réalisation de ce modeste travail.*



CHETTABI IMANE

MEHDID FATIHA

## DEDICACE

*Je dédie ce modeste travail à :  
Mes chers parents pour leur soutien, leur  
encouragement durant toutes mes années  
d'études.*

*Tous mes frères et mes sœurs et toute ma  
famille.*

*Mon encadreur et tous mes enseignants.*

*Ma copine FATIHA et sa famille.*

*Toute la promotion VOA 2018.*

*Tous mes amis chacun à son nom.*

CHETTABI IMANE



## DEDICACE

*Je dédie ce modeste travail à :  
Mes chers parents pour leur soutien, leur  
encouragement durant toutes mes années  
d'études.*

*Tous mes frères et mes sœurs et toute ma  
famille.*

*Mon encadreur et tous mes enseignants.*

*Ma copine IMANE et sa famille.*

*Toute la promotion VOA 2018.*

*Tous mes amis chacun à son nom.*

MEHDID FATIHA



# Sommaire

# Sommaire

. Introduction générale.....	I
------------------------------	---

## Chapitre 1:Introduction et présentation de l'ouvrage

1.1. Introduction .....	1
1.2. But de l'étude .....	1
1.3. Présentation de projet .....	1
1.3.1. Position de l'ouvrage .....	1
1.3.2. Description de l'ouvrage .....	2
1.4. Conception de l'ouvrage .....	4
1.4.1. Données naturelles .....	4
1.4.1.1. Les données géotechniques .....	4
1.4.1.2. Les données topographiques .....	5
1.4.1.3. Les données hydrologiques .....	6
1.4.1.4. Les données hydrauliques .....	6
1.4.1.5. Les données climatiques .....	6
1.4.2. Données fonctionnelles .....	7
1.4.2.1. Données relatives à la voie portée .....	8
1.4.2.2. Données relatives à l'obstacle franchi .....	9
1.5. Choix de la conception de l'ouvrage .....	9
1.5.1. Critères de choix du type d'ouvrage.....	10
1.5.2. Les paramètres intervenants dans le choix du type d'ouvrage.....	10
1.5.3. Avantages et inconvénients des variantes .....	10
1.5.4. Analyse multicritère des variantes possibles .....	12
1.6. Conclusion .....	13

## Chapitre 2:Caractéristiques des matériaux

2.1. Introduction.....	14
2.2. Caractéristiques des matériaux .....	14
2.2.1. Le béton .....	14
2.2.2. L'acier .....	17
2.2.2.1. Aciers de béton armé .....	17
2.2.2.2. Acier de béton précontraint .....	19
2.3. Conclusion .....	21

## Chapitre 3:Pré-dimensionnement du tablier

3.1. Introduction .....	22
3.2. Caractéristiques géométriques du tablier.....	22
3.2.1. Largeur du tablier .....	22
3.2.2. Longueur des travées .....	22
3.2.3. Les poutres .....	22
3.2.4. La dalle .....	24
3.2.5. Les entretoise .....	25
3.2.6. L'équipement du tablier .....	25
3.2.7. Caractéristiques du pont .....	26
3.3. Caractéristique géométrique des poutres.....	26
3.3.1. Définitions.....	26
3.3.2. Notation utilisées .....	27



3.3.3. Caractéristique géométrique de la section de la poutre.....	28
3.3.4. Caractéristique géométriques de la section de la poutre avec l'hourdis .....	30
3.4. Conclusion .....	34

#### **Chapitre 4: Calcul des charges et surcharges**

4.1. Introduction .....	35
4.2. Calcul des charges permanentes .....	35
4.2.1. Calcul des charges permanentes (CP) .....	35
4.2.2. Calcul du complément des charges permanente (CCP) .....	38
4.2.3. Poids totale du tablier .....	39
4.2.4. La charge par poutre.. .....	39
4.3. Calcul des surcharges routières .....	40
4.3.1. Caractéristiques du pont .....	40
4.3.2. Evaluation des surcharges .....	41
4.3.2.1. Système de charge A(L) .....	41
4.3.2.2. Système de charges B .....	42
4.3.2.3. Système de charge MC120 : .....	45
4.3.2.4. Système de charges exceptionnelles D240 .....	46
4.4. Les effets horizontaux .....	46
4.4.1. Effet de freinage.....	46
4.4.2. Effet du vent .....	47
4.4.3. L'effet du séisme .....	47
4.4.3.1. Détermination de l'action sismique longitudinale et verticale .....	48
4.5. Conclusion .....	48

#### **Chapitre 5: Répartition longitudinale des efforts**

5.1. Introduction .....	49
5.2. Calcul des sollicitations dues aux charges permanentes.....	49
5.3. Calcul des sollicitations (M et T) dues aux surcharges .....	51
5.3.1. Calcul des moments fléchissant longitudinaux dus aux surcharges .....	51
5.3.1.1. Pour $x = 0,25L$ .....	51
5.3.1.2. Pour $x = 0,5L$ .....	55
5.3.1.3. Détermination des sections dangereuses .....	59
5.3.2. Calcul des efforts tranchants longitudinaux dus aux surcharges.....	61
5.3.2.1. Pour $x = 0,00L$ .....	61
5.3.2.2. Pour $x=0,25L$ .....	63
5.4. Conclusion.....	65

#### **Chapitre 6: Répartition transversale des efforts**

6.1. Introduction .....	66
6.2. Choix de la méthode .....	66
6.3. Principes fondamentaux de la méthode de Guyon. Massonnet.....	67
6.3.1. Paramètre de calcul .....	68
6.3.2. Paramètre de torsion (caractérise la torsion du pont) .....	69
6.3.3. Paramètre d'entretoisement (caractérise la souplesse de l'entretoisement) .....	69
6.4. Détermination des coefficients de répartition transversale.....	69
6.4.1. Coefficient de répartition transversale $K\alpha$ .....	69
6.4.2. Coefficient de répartition transversale $\epsilon$ .....	75
6.4.2.1. Les coefficients $\epsilon\alpha$ .....	75

6.4.2.2. Les coefficients $\epsilon\alpha$ .....	79
6.5. Calcul des moments et des efforts réels dans chaque poutre .....	82
6.5.1. Combinaison d'action [5] .....	82
6.5.2. Les moments.....	82
6.5.3. Les efforts tranchants .....	84
6.7. Conclusion .....	87

## Chapitre 7: Modalisation et comparaison

7.1. Introduction.....	88
7.2. Présentation de logiciel.....	88
7.3. Modélisation de l'ouvrage.....	89
7.3.1. Modélisation de la poutre.....	89
7.3.2. Modélisation de la dalle.....	90
7.3.3. Modélisation du tablier.....	90
7.3.4. Modélisations des différents cas de charge.....	90
7.3.5. Valeur des moments fléchissant réels .....	92
7.3.5.1. Les valeurs extrêmes du moment .....	94
7.3.5.2. Comparaison entre les résultats de la méthode de G-MASSONET et les résultats de logiciel ROBOT.....	94
7.4. Conclusion .....	95

## Chapitre 8: Etude de la précontrainte

8.1. Introduction .....	96
8.1.1. Le principe de la précontrainte.....	96
8.1.2. Modes de précontrainte .....	96
8.2. Dimensionnement de la précontrainte.....	98
8.2.1. Caractéristiques géométriques de la poutre .....	98
8.2.2. L'effort de précontraint minimum .....	98
8.2.3. Calcul du nombre des câbles .....	99
8.2.4. Vérification des contraintes à la mise en tension.....	100
8.2.5. Principe de positionnement des câbles.....	102
8.2.6. Distribution constructive des câbles .....	102
8.2.6.1. La disposition des câbles à l'about .....	102
8.2.6.2. Disposition des câbles à mi travée.....	103
8.2.7. Les traces des câbles.....	104
8.2.8. Câble moyen fictif.....	109
8.2.9. Les caractéristiques géométriques des sections nettes.....	110
8.3. Les pertes et des chutes des tensions .....	116
8.3.1. Introduction.....	116
8.3.2. Les pertes instantanées.....	117
8.3.3. Les pertes différées.....	125
8.4. Vérification des contraintes normales .....	132
8.4.1. La vérification des contraintes.....	134
8.4.2. Ferrailage passif longitudinal .....	137
8.4.3. Ferrailage passif transversal (armatures du talon) .....	139
8.4.4. Justification aux E.L.U.....	139
8.5. Justifications des contraintes tangentielles.....	146
8.5.1. Introduction.....	146
8.5.2. Justifications à l'E.L.S.....	147
8.5.3. Justifications à l'E.L.U.....	150
8.6. Ferrailage de la poutre .....	158
8.7. Conclusion .....	160

## Chapitre 9 : Etude de la dalle et l'entretoise d'about

9.1. Introduction.....	161
9.2. Calcul du Ferrailage du l'hourdis.....	161
9.2.1. Etude de la flexion transversale.....	161
9.2.2. Etude de la flexion longitudinale.....	164
9.3. Schéma de ferrailage de la dalle.....	167
9.4. Étude de l'entretoise d'about.....	167
9.4.1. Dimensions de l'entretoise.....	168
9.4.2. Calcul de l'entretoise.....	168
9.4.2.1. Calcul des efforts.....	168
9.4.2.2. Emplacement des vérins.....	169
9.4.2.3. Calcul des sollicitations.....	169
9.4.3. Ferrailage de l'entretoise.....	171
9.4.4. Schéma de ferrailage de l'entretoise d'about.....	176
9.5. Conclusion.....	176

## Chapitre 10:Calcul des déformations

10.1. Introduction.....	177
10.2. Déformation de la poutre.....	177
10.2.1. Flèche due au poids propre.....	177
10.2.2. Flèche due à la surcharge.....	177
10.2.3. Contre flèche.....	178
10.3. Calcul des rotations.....	180
10.3.1. Sous le poids propre.....	180
10.3.2. Sous les surcharges.....	180
10.3.3. Sous la précontrainte.....	180
10.4. Rotation résultante.....	180
10.5. Calcul des déplacements d'appuis.....	181
10.5.1. Déplacement du à la rotation.....	181
10.5.2. Déplacement du au fluage.....	181
10.5.3. Déplacement du à la variation de la température.....	181
10.5.4. Déplacement total.....	181
10.6. Conclusion.....	181

## Chapitre 11:Les équipements

11.1. Introduction.....	182
11.2. L'étude des équipements.....	182
11.2.1. Les appareils d'appuis en élastomère fretté.....	182
11.2.2. Dimensionnement.....	183
11.3. Répartition des efforts sur les appuis.....	185
11.3.1. Action dynamique (efforts du au freinage).....	185
11.3.2. Effort due au vent.....	185
11.3.3. Effort due au séisme.....	186
11.3.4. Effort due à la déformation (déplacements).....	186
11.4. Vérification des appareils d'appui.....	186
11.4.1. Calcul des contraintes de cisaillement.....	186
11.5. Les dés d'appuis.....	190
11.5.1. Dimensionnement des dés d'appuis.....	190
11.5.2. Armatures de chainages.....	190
11.5.3. Armatures de diffusion.....	191

11.6. Les joints de chaussées.....	191
11.6.1. Les différents types de joints.....	192
11.7. Evacuation des eaux.....	192
11.8. Dispositifs de retenue.....	193
11.9. Conclusion.....	194

## **Chapitre 12 : Etude de la pile**

12.1. Introduction.....	195
12.2. Pré dimensionnement de la pile.....	195
12.3. Calcul de la pile.....	196
12.3.1. Répartition des charges et surcharges .....	199
12.3.1.1. Charge permanente.....	199
12.3.1.2. Surcharge.....	199
12.3.1.3. Les efforts horizontaux .....	204
12.3.2. Etude du chevêtre.....	208
12.3.2.1. Calcul des sollicitations.....	208
12.3.2.2. Ferrailage du chevêtre.....	210
12.3.2.3. Etude de la torsion du chevêtre.....	213
12.3.2.4. Schéma de ferrailage.....	215
12.3.3. Etude du fût.....	215
12.3.3.1. Calcul des sollicitations.....	216
12.3.3.2. Calcul des combinaisons.....	218
12.3.3.3. Vérification vis-à-vis le flambement du fut.....	223
12.3.3.4. Calcul de ferrailage.....	223
12.3.3.5. Schéma de ferrailage de fut .....	225
12.3.4. Etude de la semelle.....	226
12.3.4.1. Calcul des charges.....	226
12.3.4.2. Vérification de la stabilité du groupe des pieux sous pile.....	228
12.3.4.3. Ferrailage de la semelle.....	234
12.3.4.4. Schéma de ferrailage de la semelle.....	236
12.3.5. Etude des pieux sous pile.....	237
12.3.5.1. Ferrailage des pieux.....	237
12.3.5.2. Schéma de Ferrailage des pieux .....	237
12.4. Conclusion .....	238

## **Chapitre 13: Etude de la culée**

13.1. Introduction.....	239
13.2. Choix de la morphologie.....	239
13.3. Dimensionnement des éléments de la culée.....	240
13.3.1. Le sommier d'appui.....	240
13.3.2. Le mur garde grève.....	241
13.3.3. Le corbeau.....	241
13.3.4. Le mur frontal.....	241
13.3.5. Le mur en retour.....	242
13.3.6. La dalle de transition.....	242
13.3.7. La fondation.....	242
13.4. Vérification de la stabilité de la culée.....	243
13.4.1. Détermination des centres de gravité des éléments de la culée.....	245
13.4.2. Calcul des sollicitations.....	246
13.4.3. Vérification de la stabilité.....	249
13.4.3.1. Vérification de non renversement.....	249

13.4.3.2. Vérification de non glissement.....	250
13.4.4. Etapes d'exécution de la culée.....	250
13.4.5. Conclusion .....	251
13.5. Etude ferrailage des éléments de la culée.....	251
13.5.1. Mur garde grève.....	251
13.5.1.1. Evaluation ses efforts.....	252
13.5.1.2. Combinaison des moments .....	254
13.5.1.3. Calcul des armatures.....	254
13.5.2. Dalle de transition.....	256
13.5.2.1. Les sollicitations.....	256
13.5.2.2. Calcul des moments fléchissant et efforts tranchant .....	257
13.5.2.3. Ferrailage de la dalle de transition.....	260
13.5.3. Le corbeau.....	262
13.5.3.1. Les réactions.....	262
13.5.3.2. Moment d'encastrement .....	263
13.5.3.3. Ferrailage.....	263
13.5.4. Mur en retour.....	265
13.5.4.1. Etude des sollicitations.....	266
13.5.4.2. Les combinaisons.....	267
13.5.4.3. Le ferrailage de mur en retour.....	268
13.5.4.4. Evaluation des efforts.....	270
13.5.4.5. Ferrailage.....	271
13.5.4.6. Ferrailage de l'aile du mur (sous charge verticale) .....	273
13.5.4.7. Ferrailage de l'autre face du mur (constrictive) .....	275
13.5.5. Mur frontal.....	276
13.5.5.1. Évaluation des efforts sur le mur frontal.....	276
13.5.5.2. Vérification du flambement de mur.....	284
13.6. Etude de ferrailage de la semelle sous culée.....	287
13.6.1. Les sollicitations.....	288
13.6.2. Calcul du ferrailage.....	296
13.7. Etude de ferrailage des pieux sous culée.....	299
13.8. Conclusion.....	301

## **Chapitre 14 : la modélisation des plaques par la méthode des éléments finis**

14.1. Introduction à la méthode des élément finis.....	302
14.2. Quelques notions de base.....	303
14.2.1. Différentes formulation de la M.E.F.....	303
14.2.1.1. Modèle en déplacements.....	303
14.2.1.2. Formulation en déformations.....	303
14.2.1.3. Formulation en contraintes ou forces.....	304
14.2.1.4. Formulation Mixte.....	304
14.2.2. Modèle déplacement.....	304
14.2.2.1. Propriété du champ des déplacements.....	304
14.3. Formulation de la méthode des éléments finis.....	306
14.3.1. Définition.....	306
14.3.2. Type des éléments finis.....	306
14.3.3. Procédure d'analyse par éléments finis.....	306
14.3.4. Formulation de la matrice de rigidité d'un élément.....	308
14.4. Élément fini rectangulaire basé sur l'approche en déplacement (ACM) pour l'étude de la flexion des plaques minces.....	312
14.4.1 Introduction.....	312

14.4.2	Calcul de la matrice de rigidité de l'élément rectangulaire.....	313
14.5.	Applications numériques.....	321
14.5.1.	Introduction.....	321
14.5.2.	Elaboration d'un programme pour le calcul des plaques.....	322
14.5.3.	Console sous charge concentrée.....	325
14.5.3.1.	Représentation graphique de la répartition des déplacements de la console par SAP 2000 V14.....	327
14.5.3.2.	Représentation graphique de la répartition des déplacements par RDM 6.....	328
14.5.4.	Flexion d'une plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres.....	328
14.5.4.1.	Flexion d'une plaque carrée sous charge concentrée.....	331
14.5.4.2.	Flexion d'une plaque carrée sous charge uniformément répartie.....	331
14.5.4.3.	Flexion d'un quart de la plaque carrée avec diverses conditions.....	332
14.5.5.	Analyse et interprétation.....	335
	<b>Conclusion général</b> .....	<b>II</b>
	<b>Annexes</b> .....	<b>III</b>

# Liste des figures

## Liste des figures

### Chapitre 1 : Introduction et présentation de l'ouvrage.

Figure 1.1. Implantation de l'ouvrage « V-079.4 ».....	2
Figure 1.2. Sondage carotté et essai pressiométrique. ....	5
Figure 1.3. Vue en plan du viaduc.....	8
Figure 1.4. Profil en long du viaduc. ....	8
Figure 1.5. Profil en travers du viaduc.....	9

### Chapitre 2 : Caractéristiques des matériaux.

Figure 2.1. Diagrammes contrainte Déformation du béton. ....	16
Figure 2.2. Diagramme contrainte-déformation de l'acier de BA. ....	18
Figure 2.3. Diagramme contrainte-déformation des aciers actifs.....	21

### Chapitre 3: Pré-dimensionnement du tablier.

Figure 3.1. Coupe transversal d'une poutre. ....	22
Figure 3.2. Coupe transversale du tablier. ....	26
Figure 3.3. Section médiane de la poutre. ....	28
Figure 3.4. Section d'about de la poutre.....	29
Figure 3.5. Section médiane de la poutre intermédiaire avec hourdis. ....	30
Figure 3.6. Section médiane de la poutre de rive avec hourdis. ....	30
Figure 3.7. Section d'about de la poutre intermédiaire avec hourdis. ....	32
Figure 3.8. Section d'about de la poutre de rive avec hourdis.....	32

### Chapitre 4 : Calcul des charges et surcharges.

Figure 4.1. Vue latérale de la poutre en béton précontraint. ....	35
Figure 4.2. Coupe transversale droite de la dalle.....	36
Figure 4.3. L'entretoise d'about. ....	37
Figure 4.4. Schémas du système Bc.....	43
Figure 4.5. Schémas du système Bt. ....	44
Figure 04.6. Schémas du système Br.....	45
Figure 4.7. Schémas du système Mc120. ....	45
Figure 4.8. schéma du système D240.....	46



## **Chapitre 6 : Répartition transversale des efforts.**

Figure 06.1. La position des poutres. ....	74
--	----

## **Chapitre 7 : Modalisation et comparaison.**

Figure 7.1. Choix de l'affaire. ....	89
Figure 7.2. Modélisation des poutres. ....	89
Figure 7.3. Modélisation de la dalle. ....	90
Figure 7.4. Modélisation du tablier. ....	90
Figure 7.5. Système A(L) 3 voies chargées. ....	91
Figure 7.6. Système Bc 3voies chargées. ....	91
Figure 7.7. Système militaire Mc120. ....	92
Figure 7.8. Charge exceptionnelle D240. ....	92
Figure 7.9. Moment max à l'E.L.U. ....	94
Figure 7.10. Moment max à l'E.L.S. ....	95

## **Chapitre 8 : Etude de la précontrainte.**

Figure.8.1. Précontrainte par pré tension. ....	97
Figure.8.2. Précontrainte par post- tension. ....	97
Figure.8.3. Disposition des cables à mi travée.....	103
Figure.8.4. Trace de cable à l'extrados. ....	104
Figure.8.5. Trace de cable à l'intrados. ....	105
Figure.8.6 . Diagramme des contraintes normales(phase5). ....	138
Figure.8.7. Courbe d'interaction effort normale-moment fléchissant. ....	140
Figure.8.8. Diagramme de la contrainte à L'ELU.....	141
Figure.8.9. Diagramme des déformations et des contraintes à L'E.L.U dans le cas d'une section partiellement comprimée.....	142
Figure8.10. Rupture du coin inférieur .....	155
Figure.8.11. Les trois zones à l'aval d'application de la précontrainte et la zone régularisation.....	157
Figure.8.12. Le ferrailage de la poutre.....	159

## **Chapitre 9 : Etude de la dalle et l'entretoise d'about.**

	161
Figure 9.1. Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle (E.L.U).....	
Figure 9.2. Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle (E.L.S).....	162
Figure 9.3. Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle E.L.U.....	164

Figure 9.4. Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle E.L.S.....	164
Figure 9.5. Schéma de ferrailage de la dalle. ....	167
Figure 9.6. Dimensions de l'entretoise.....	168
Figure 9.7. Schéma de ferrailage de l'entretoise(tablierBP) .....	176

### **Chapitre 10 : Calcul des déformations.**

Figure 10.1. diagramme des moments dans une poutre. ....	178
Figure 10.2. diagramme des moments sous la précontrainte. ....	179

### **Chapitre 11 : Les équipements.**

Figure. 11.1. Appareil d'appui en élastomère fretté.....	183
Figure 11.2. Appareil d'appuis. ....	183
Figure 11.3. Dimension de l'appareil d'appui. ....	189
Figure 11.4. Les dimensionne des dés.....	190
Figure 11.5. Ferrailage de dés d'appuis.....	191
Figure 11.6. joint de chausséetype WP alu. 300.....	192
Figure.11.7. Gargouille.....	192
Figure 11.8. Dispositif de retenue.....	193

### **Chapitre 12 : Etude de la pile.**

Figure 12.1. Coupe transversale B-B de la pile. ....	197
Figure 12.2. Coupe longitudinale A-A de la pile. ....	198
Figure 12.3. Vue en plan. ....	199
Figure 12.4. Coupe transversale B-B de la pile (effet du courant). ....	207
Figure 12.5. Partie qui travaille à la torsion.....	213
Figure 12.6. Coupe transversale du chevêtre. ....	213
Figure 12.7.Schéma de ferrailage de chevêtre. ....	215
Figure 12.8. Charges appliquées au fut.....	216
Figure 12.9. Effet de flambement.....	223
Figure 12.10. Schéma de Ferrailage de fut. ....	225
Figure 12.11. Schéma de ferrailage de la semelle. ....	236
Figure 12.12. Schéma de ferrailage des pieux. ....	237

### Chapitre 13 : Etude de la culée.

Figure 13.1. Coupe longitudinale dans la culée.....	240
Figure 13.2. Dimensionnement de la semelle.....	243
Figure 13.3. C.D.G des éléments de la culée .....	245
Figure 13.4. Schéma de ferrailage de mur garde grève .....	256
Figure 13.5. Schéma de ferrailage de la dalle de transition .....	262
Figure 13.6. Schéma de ferrailage de corbeau.....	266
Figure 13.7. Schéma de ferrailage mur en retour.....	275
Figure 13.8. Schéma de ferrailage de mur frontal.....	284
Figure 13.9. Schéma de ferrailage de la semelle.....	285
Figure 13.10.Schéma de ferrailage des pieus.....	300

### Chapitre 14 : la modélisation des plaques par la méthode des éléments finis

Figure 14.1. Disciplines de base de la MEF. ....	303
Figure 14.2. Modélisation par élément fini des structures.....	307
Figure.14.3.c. Forces nodales. ....	313
Figure 14.4. Section C-C après déplacement.....	315
Figure 14.5. Organigramme du programme de calcul des plaques. ....	324
Figure 14.6. Console sous charge concentrée.....	325
Figure14.7. Présentation graphique par SAP 2000 V14 d'une console sous charge.....	327
Figure14.8. Présentation graphique par RDM 6 d'une console sous charge.....	328
Figure 14.9. Plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres.....	329
Figure14.10. Présentation graphique par SAP2000 d'une plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres (C. C. C. L; $L = 10, h = 0.4, 330$ ).....	330
Figure14.11. Présentation graphique par RDM 6 d'une plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres (C. C. C. L; $L = 10, h = 0.4, P = 1000, \nu = 0,3, E = 3600$ ) .....	330
Figure 14.12. Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres sous charge concentrée. ....	331
Figure 14.13. Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres sous charge uniformément répartie. ....	332
Figure 14.14. Maillage du quart de la plaque. ....	332
Figure 14.15. Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords encastres sous charge concentrée au centre ( $h = 0,2$ ). ....	334
Figure14.16. Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords	



# Liste des tableaux

# Liste des tableaux

## Chapitre 1 : Introduction et présentation de l'ouvrage.

Tableau 1.1. Les hauteurs respectives des appuis. ....	3
Tableau 1.2. Espace de comparaison.....	12

## Chapitre 2 : Caractéristiques des matériaux.

Tableau 2.1. La résistance à la compression du béton à 28 jours. ....	15
Tableau 2.2. La résistance à la traction du béton à 28 jours. ....	15
Tableau 2.3. Les paramètres des câbles de précontraint.....	21

## Chapitre 4 : Calcul des charges et surcharges.

Tableau 4.1. La variation de la section de la poutre.....	36
Tableau 4.2. La nature et les caractéristiques de couche de roulement. ....	38
Tableau 4.3. Les poids du complément des charges. ....	39
Tableau 4.4. Poids revenant à chaque poutre .....	39
Tableau 4.5. La classe du pont. ....	41
Tableau 4.6. valeurs de Coefficient de dégressivité transversale de la charge. ....	41
Tableau 4.7. Charge A (L) par voie. ....	42
Tableau 4.8. Valeurs de coefficient $b_c$ . ....	43
Tableau 4.9. Charge Bc par essieu. ....	44
Tableau 4.10. Charge de Bt par essieu. ....	45
Tableau 4.11. L'effort de freinage du au système A(L).....	47
Tableau 4.12. Zone sismique groupe de pont et classification du site.....	47
Tableau 4.13. Coefficient d'accélération sismique. ....	47

## Chapitre 5: Répartition longitudinale des efforts.

Tableau 5.1. Les éléments de réduction due au poids propre pour chaque poutre.....	49
Tableau 5.2. Les éléments de réduction due au poids propre de hourdis pour chaque poutre.	49
Tableau 5.3. Les éléments de réduction due au poids propre d'entretoise pour chaque poutre. .....	50

Tableau 5.4. Les éléments de réduction due au poids propre de (revêtement + chape) pour chaque poutre. ....	50
Tableau 5.5. Les éléments de réduction due au poids propre de (corniche + longrine + glissière + réseaux) pour chaque poutre. ....	50
Tableau 5.6. Les éléments de réduction due au poids propre total pour chaque poutre. ....	50
Tableau 5.7. Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du train de charges Bc. ....	52
Tableau 5.8. Moments fléchissant selon Bc. ....	53
Tableau 5.9. Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du système Bt. ....	53
Tableau 5.10. Moments fléchissant selon Bt. ....	54
Tableau 5.11. Moments fléchissant à $x = 0,25L$ . ....	55
Tableau 5.12. Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du train de charges Bc. ....	56
Tableau 5.13. Moments fléchissant selon Bc. ....	57
Tableau 5.14. Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du système Bt. ....	57
Tableau 5.15. Moments fléchissant selon Bc. ....	57
Tableau 5.16. Moments fléchissant à $x = 0,5L$ . ....	58
Tableau 5.17. Moments fléchissant maximums. ....	61
Tableau 5.18. Les efforts tranchants $x = 0,00L$ . ....	63
Tableau 5.19. Les efforts tranchants $x = 0,25L$ . ....	64

## **Chapitre 6 : Répartition transversale des efforts.**

Tableau 6.1. Les valeurs de $k_0$ pour $\theta = 0.65$ . ....	70
Tableau 6.2. Les valeurs de $k_0$ pour $\theta = 0.70$ . ....	71
Tableau 6.3. Les valeurs de $k_0$ pour $\theta = 0.692$ . ....	71
Tableau 6.4. Les valeurs de $k_1$ pour $\theta = 0.65$ . ....	72
Tableau 6.5. Les valeurs de $k_1$ pour $\theta = 0.7$ . ....	72
Tableau 6.6. Les valeurs de $k_1$ pour $\theta = 0.692$ . ....	72
Tableau 6.7. Les valeurs de $K\alpha$ pour $\theta=0.692$ ....	73
Tableau 6.8. Les valeurs $k\alpha$ Pour la poutre 1. ....	74
Tableau 6.9. Les valeurs $k\alpha$ Pour la poutre 2. ....	74
Tableau 6.10. Les valeurs $k\alpha$ Pour la poutre 3. ....	74
Tableau 6.11. Tableau récapitulatif des $K\alpha$ . ....	75
Tableau 6.12. Les valeurs de $\varepsilon_0$ pour $\theta=0.60$ . ....	75
Tableau 6.13. Les valeurs de $\varepsilon_0$ pour $\theta=0.70$ . ....	76
Tableau 6.14. Les valeurs de $\varepsilon_0$ pour $\theta=0.692$ . ....	76
Tableau 6.15. Les valeurs de $\varepsilon_1$ pour $\theta=0.60$ . ....	76

Tableau 6.16. Les valeurs de $\varepsilon_1$ pour $\theta=0.70$ .....	77
Tableau 6.17. Les valeurs de $\varepsilon_1$ pour $\theta=0.692$ .....	77
Tableau 6.18. Les valeurs de $\varepsilon\alpha$ pour $\theta=0.692$ .....	77
Tableau 6.19. Les valeurs $\varepsilon\alpha$ Pour la poutre 1.....	78
Tableau 6.20. Les valeurs $\varepsilon\alpha$ Pour la poutre 2.....	78
Tableau 6.21. Les valeurs $\varepsilon\alpha$ Pour la poutre 3.....	78
Tableau 6.22. Tableau récapitulatif des $\varepsilon\alpha$ .....	79
Tableau 6.23. Les valeurs de $\varepsilon_1^{\overline{\overline{\quad}}}$ pour $\theta=0.60$ .....	79
Tableau 6.24. Les valeurs de $\varepsilon_1^{\overline{\overline{\quad}}}$ pour $\theta=0.70$ .....	79
Tableau 6.25. Les valeurs de $\varepsilon_1^{\overline{\overline{\quad}}}$ pour $\theta=0.692$ .....	80
Tableau 6.26. Les valeurs de $\varepsilon\alpha^{\overline{\overline{\quad}}}$ pour $\theta=0.692$ et $\alpha=0.114$ .....	80
Tableau 6.27. Les valeurs $\varepsilon\alpha^{\overline{\overline{\quad}}}$ Pour la poutre 1.....	80
Tableau 6.28. Les valeurs $\varepsilon\alpha^{\overline{\overline{\quad}}}$ Pour la poutre 2.....	81
Tableau 6.29. Les valeurs $\varepsilon\alpha^{\overline{\overline{\quad}}}$ Pour la poutre 3.....	81
Tableau 6.30. Tableau récapitulatif des $\varepsilon\alpha^{\overline{\overline{\quad}}}$ .....	81
Tableau 6.31. Les valeurs des moments dans les différentes poutres à $X=0.25L$ .....	82
Tableau 6.32. Les valeurs des moments dans les différentes poutres à $X=0.5L$ .....	82
Tableau 6.33. Les valeurs des moments maximums dans les différentes poutres.....	83
Tableau 6.34. La poutre la plus sollicitée.....	83
Tableau 6.35. Combinaison des moments ELU.....	84
Tableau 6.36. Combinaison des moments ELS.....	84
Tableau 6.37. Les valeurs des efforts tranchants dans les différentes poutres à $X=0.0L$ .....	84
Tableau 6.38. Les valeurs des efforts tranchants dans les différentes poutres à $X=0.25L$ .....	85
Tableau 6.39. La poutre la plus sollicitée.....	85
Tableau 6.40. Combinaison à ELU.....	85
Tableau 6.41. Combinaison à ELS.....	86
Tableau 6.42. Les combinaisons max des moments dans chaque poutre.....	86
Tableau 6.43. Les combinaisons max des efforts dans chaque poutre.....	87

### **Chapitre 8 : Etude de la précontrainte.**

Tableau 8.1. Les caractéristiques géométriques de la section à mi travée (0,5L).....	98
Tableau.8.2. Longueurs des câbles. ....	109
Tableau 8.3. Position de câble moyen.....	110
Tableau 8.4. Les distances du point d'application. ....	112
Tableau 8.5. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à $x = 0,00$ m.....	113
Tableau 8.6. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à $x = 1,00$ m.....	113
Tableau 8.7. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à $x = 5,00$ m.....	113
Tableau 8.8. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à $x = 5,00$ m.....	114
Tableau 8.9. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à $x = 10$ m.....	114



Tableau 8.10. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à $x = 20$ m.....	114
Tableau 8.11. Les différents valeurs de $\alpha$ en radian. ....	118
Tableau 8.12. Les longueurs $L_x$ en (m). ....	118
Tableau 8.13. Les Valeurs des pertes par frottement de différentes sections en (MPa). ....	119
Tableau 8.14. Calcul de la longueur du câble. ....	120
Tableau 8.15. Les pertes par recul d'ancrage dans les différentes sections.....	121
Tableau 8.16. Pertes par raccourcissement instantané du béton dans différentes sections. ...	122
Tableau 8.17. Pertes par raccourcissement du béton dans les câbles de 1ere famille sous l'effet de 2 <sup>ème</sup> famille. ....	124
Tableau 8.18. Pertes instantanées totales aux différentes sections. ....	124
Tableau 8.19. La tension probable dans différentes sections. ....	125
Tableau 8.20. Les pertes dues au retrait du béton en (MPa). ....	128
Tableau 8.21. Les pertes dues à la relaxation des aciers en (MPa). ....	129
Tableau 8.22. Les pertes dues au fluage du béton en (MPa).....	130
Tableau 8.23. Pertes différées totales de chaque câble aux différentes sections en (MPa). ..	131
Tableau 8.24. Les pertes totales moyennes dans les différentes sections. ....	131
Tableau 8.25. La tension finale probable dans différentes sections. ....	131
Tableau 8.26. Caractéristiques géométriques de la section à $x=0.00$ m.....	135
Tableau 8.27. Vérification des contraintes à $x=0.00$ m.....	136
Tab 8.28. Caractéristiques géométriques de la section à $x=10$ m. ....	136
Tableau 8.29. Vérification des contraintes à $x=10$ m.....	136
Tableau 8.30. Caractéristiques géométriques de la section à $x=20$ m.....	137
Tableau 8.31. Vérification des contraintes à $x=20$ m.....	137
Tableau.8.32. Caractéristiques géométriques de la section nette à $X=0,00L$ .....	148
Tableau 8.33. Vérification des contraintes de cisaillement.....	150
Tableau 8.34. calcul $P_i$ .....	153

## **Chapitre 12 : Etude de la pile.**

Tableau 12.1. Répartition des surcharges (une seule travée chargée).....	204
Tableau 12.2. Répartition des surcharges (deux travée chargée). ....	204
Tableau 12.3. Combinaison des charges et surcharges en E.L.U et E.L.S.....	208
Tableau 12.4. Combinaison 01 et 02.....	219
Tableau 12.5. Combinaison 03 et 04.....	220

Tableau 12.6. Combinaison 05 et 06.....	221
Tableau 12.7. Combinaison 07 et 08.....	222
Tableau.12.8. Combinaison 01 et 02 en ELU. ....	229
Tableau 12.9. Combinaison 01 et 02 en ELS. ....	229
Tableau 12.10. Combinaison 03 et 04 en E.L.U. ....	230
Tableau 12.11. Combinaison 03 et 04 en E.L.S. ....	231
Tableau 12.12. Combinaison 05 et 06 en E.L.U. ....	232
Tableau 12.13. Combinaison 07 et 08 en ELS.....	233

### **Chapitre 14 : Introduction à la modélisation des plaques par la méthode des éléments finis**

Tableau 14.1. Influence de l'éclatement $L/h$ sur la flèche maximale du console. ....	326
Tableau 14.2. Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres sous charge concentrée.....	329
Tableau 14.3. Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastres et deux autres libres sous charge uniformément répartie. ....	331
Tableau 14.4. Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords encastres sous charge concentrée au centre ( $h = 0,2$ ). ....	333
Tableau 14.5. Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords encastres sous charge concentrée au centre ( $h = 2$ ).....	335

## Notation

Conformément à la rédaction du présent projet de fin d'étude, il est recommandé de faire usage des notations ci-après, qui énumèrent l'essentiel de ce qui est utilisé en béton armé, précontraint et le sol

### ✓ Principe :

#### Majuscules latines :

Elles désignent :

- les actions et sollicitations (forces, moments),
- les grandeurs géométriques à l'exception des longueurs,
- les modules de déformations et d'élasticité.

#### Minuscules latines :

Elles désignent :

- les longueurs et les quantités géométriques ayant la dimension d'une longueur,
- les densités de forces réparties,
- les résistances des matériaux,
- certains coefficients.

#### Majuscules grecques :

Elles ne sont employées que dans quelques cas consacrés par l'usage.

#### Minuscules grecques :

Elles désignent :

- les contraintes,
- les grandeurs sans dimension, ou réduites à des grandeurs sans dimension, comme les déformations relatives.
- certains coefficients.

#### Indices :

Les indices sont employés pour distinguer des grandeurs de même nature, représentables par le même symbole, mais se rapportant à des matériaux, des âges ou des rôles mécaniques différents.

Ces indices sont constitués, sauf exceptions, par une ou plusieurs minuscules latines, ou d'une majuscule latine éventuellement suivie de minuscules latines ou des chiffres.

Un indice ou une suite d'indices peut être omis dans le but d'alléger l'écriture s'il ne risque pas d'en résulter de confusion.

#### L'apostrophe :

L'apostrophe peut servir à distinguer deux grandeurs de même nature différant par leur emplacement géométrique ou leur signe. Les éléments supérieurs peuvent ainsi être

distingués des éléments inférieurs d'une même section (fibre, membrure, armatures).

### ✓ Indices :

#### Majuscules latines :

**A** : afférent aux actions accidentelles.

**E** : afférent aux séismes.

**G** : afférent aux charges permanentes.

**P** : afférent à l'action de la précontrainte.

**Q** : afférent à une action variable quelconque.

**V** : afférent à l'effort tranchant.

**T** : afférent aux actions dues aux variations de température.

**W** : afférent aux actions dues au vent.

#### Minuscules latines et abréviations :

**a** : ancrage.

**b** : béton.

**c** : compression.

**d** : différé ; permet aussi de désigner une valeur de dimensionnement ou de calcul ; diffusion.

**e** : limite d'élasticité.

**i** : initial ; instantané ; indice.

**j** : âgé de j jours ; indice.

**lim** : limite.

**max** : maximal.

**min** : minimal.

**p** : précontrainte.

**r** : retrait du béton ; rupture ; réduit.

**réd** : réduit.

**s** : acier pour les armatures passives ; scellement ou adhérence.

**ser** : service.

**t** : transversal ; traction.

**u** : ultime.

### ✓ Notations

#### Notations en majuscules latines :

**As** : Aire d'une section d'armatures passives.

**Ap** : Aire d'une section d'armatures de précontrainte.

**At** : Somme des aires des sections droites d'un cours d'armatures transversales passives.

**B** : Aire d'une section de béton.

**E** : Module d'élasticité longitudinal.

**Es** : Module d'élasticité d'un acier d'armature passive.

**Ei** : Module de déformation instantané ( $E_{ij}$  à l'âge de  $j$  jours).

**Ev** : Module de déformation à long terme ( $E_{vj}$  pour une sollicitation appliquée à l'âge de  $j$  jours).

**F** : Force ou action en général.

**G** : Module d'élasticité transversal ; action permanente.

**I** : Moment d'inertie en général.

**M** : Moment en général ; moment fléchissant.

**Mg** : Moment fléchissant dû aux charges permanentes.

**Mq** : Moment fléchissant dû aux charges et actions variables.

**Mu** : Moment de calcul pour l'état limite ultime.

**Mser** : Moment de calcul pour l'état limite de service.

**N** : Effort normal.

**P** : Action de la précontrainte.

**Q** : Action ou charge variable.

**R** : Réaction d'appui; force résultante.

**S** : Moment statique.

**T** : variations uniformes de température.

**V** : Effort tranchant.

**W** : Vent.

### Notations en minuscules latines :

**a** : désigne de façon générale une dimension (longueur, dimension transversale, longitudinale; position longitudinale).

**b** : désigne une dimension transversale (le plus souvent la largeur ou épaisseur d'une section).

**bo** : épaisseur brute de l'âme d'une poutre.

**bn** : épaisseur nette de l'âme d'une poutre.

**b** et **b'** : largeur des membrures respectivement inférieure ou supérieure d'une poutre, s'il y a lieu de les distinguer.

**c** : distance d'une barre, ou d'un conduit de câble au parement (enrobage).

**fe** : limite élastique d'un acier pour armature passive.

**fpe** : limite élastique d'un acier pour armature de précontrainte.

**fpr** : limite de rupture d'un acier.

**fcj** : résistance caractéristique à la compression du béton âgé de  $j$  jours.

**fc28** ou **fc** : résistance caractéristique à la compression du béton (âgé de 28 jours et conventionnelle).

**ftj** : résistance caractéristique à la traction du béton âgé de  $j$  jours.

**ft28** ou **ft** : résistance caractéristique à la traction du béton (âgé de 28 jours et conventionnelle).

**h** : hauteur totale d'une section.

**j** : nombre de jours.

**k** : coefficient en général.

**l** : longueur ou portée.

**n** : coefficient d'équivalence acier-béton; nombre entier.

**q** : densité de charge variable.

**s** : espacement des armatures en général.

**st** : espacement des armatures passives transversales.

**st** : espacement des armatures de précontrainte transversales.

**t** : temps.

**u** : périmètre; dimension.

**x** : coordonnée en général; abscisse en particulier.

**y** : ordonnée par rapport à l'axe central principal d'inertie.

**z** : coordonnée complémentaire à  $x$  et  $y$  ; bras de levier du couple de flexion.

### Notations en minuscules grecques :

L'écriture latine usuelle est donnée entre parenthèses.

**$\alpha$ (alpha)** : angle d'une armature passive avec la fibre moyenne d'une poutre; déviation angulaire ; coefficient sans dimension.

**$\beta$ (bêta)** : angle d'inclinaison de calcul des bielles dues à l'effort tranchant.

**$\gamma$ (gamma)** : coefficient partiel de sécurité défini dans les directives communes au calcul des constructions (indiqué).

**$\delta$ (delta)** : variation d'une grandeur (écrite en lettre grecque).

**$\xi$ (epsilon)** : déformation relative.

**$\xi_{bc}$**  : raccourcissement relatif du béton comprimé.

**$\xi_r$**  : retrait du béton.

**$\theta$ (thêta)** : température.

**$\lambda$ (lambda)** : coefficient sans dimension.

**$\mu$ (mu)** : coefficient sans dimension.

**$\nu$ (nu)** : coefficient de Poisson pour le béton.

$\xi$  (**xi**) : coefficient sans dimension.  
 $\rho_{1000}$  : valeur garantie de la perte par relaxation à 1000 h.  
 $\sigma$  (**sigma**) : contrainte normale.  
 $\sigma_b$  : contrainte du béton.  
 $\sigma_{bc}$  : contrainte de compression du béton.  
 $\sigma_{bt}$  : contrainte de traction du béton.  
 $\sigma_s$  : contrainte de l'acier passif.  
 $\sigma_p$  : contrainte de l'acier de précontrainte.  
 $\tau$  (**tau**) : contrainte tangente.  
 $\tau_s$  : contrainte d'adhérence.  
 $\varphi$  (**phi**) : coefficient de frottement par unité de longueur ; angle.  
 $\omega$  (**oméga**) : angle.

### ✓ Autres notations et symboles

$\Delta$  : Variation ou différence.  
 $\Delta\sigma$  = variation de contrainte  
 $\Delta\theta$  = différence de température).  
 $\Sigma$  : sommation.  
 $\emptyset$  : diamètre nominal d'une armature.  
 $\infty$  : final (au temps conventionnel égal à l'infini).  
 $K_a$  : coefficiente de repartition trans.moments  
 $\varepsilon_a$  : coefficiente de repartition trans. effo. tanch.  
 $E$  : Module d'Young.  
 $W$  : poids  
 $R$  : force de réaction  
 $F$  : force due au renforcement  
 $H_n$  : force laterale a la tranche  
 $Z$  : profondeur  
 $r$  : rayon  
 $\theta$  : angle du plan de rupture  
 $K$  : coefficient de participation du renforcement  
 $V_n$  : force normale a la tranche  
 $D$  : travail interne  
 $\delta$  : Déplacement unitaire.  
 $\gamma_{dry}$  : Poids volumique Humide.  
 $\nu$  : Coefficient de Poisson.  
 $\sigma$  : Contrainte.  
 $\tau$  : Contraintes de cisaillement (tangentielle).  
 $\varphi$  : Angle de frottement interne du sol.  
 $c$  : Cohésion du sol.  
 $EA$  : Rigidité normale.  
 $EI$  : Rigidité de flexion.  
 $G$  : Module de cisaillement.

### ✓ Abréviations

LCPC: Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.  
MEF : Méthode des Eléments Finis.  
SETRA : Société d'étude de la terre armée.  
GTR : Guide technique de réalisation.  
AL : Analyse limite.  
EL : Equilibre limite.  
BA/PEL : béton armé/précontraint aux états limite  
HA : haute adhérencen  
DKQ : Discrète Kirchhoff Quadrilatéral)

# **Introduction générale**

## Introduction générale

On appelle pont tout ouvrage permettant à une voie de circulation de franchir un obstacle naturel ou une voie de circulation terrestre, fluviale ou maritime. Toutefois, cette définition est imprécise dans la mesure où elle ne fait apparaître aucune notion de dimension, de forme ou de nature d'ouvrage. Par convention, nous appelons pont tout ouvrage quel que soit sa dimension, construit sur site.

Le souci de l'ingénieur est d'avoir comment le construire, en assurant parfaitement son service avec un coût optimal. Pour ces raisons, le dimensionnement d'un pont constitue un travail de synthèse de multiple discipline, telles que la géotechnique, le calcul des structures, la dynamique, la résistance des matériaux et le calcul des fondations.

Le caractère spécifique du calcul des ponts réside dans l'interdépendance des éléments de structure soumise simultanément à des sollicitations combinées.

A la base de tous ces paramètres, l'ingénieur doit faire recours à une conception visant l'optimisation de plusieurs paramètres déterminants (le coût, la sécurité des usagers, l'esthétique de l'ouvrage et les délais de réalisation) en tenant toujours compte des contraintes naturelles et fonctionnelles susmentionnées. Après la proposition des variantes issues de la réflexion de l'ingénieur, celles-ci doivent être vérifiées d'une façon détaillée, pour déterminer la variante la plus optimale possible, donc la plus satisfaisante de nos besoins en fonction des moyens disponibles.

L'objectif principal de notre projet de fin d'étude a été divisé en deux parties, de réaliser l'étude et la conception d'un viaduc autoroutier en premier lieu, puis de faire une analyse des éléments de plaque à travers l'utilisation de la méthode des éléments finis.

L'ouvrage d'art en question s'inscrit dans le cadre de la réalisation de la pénétrante autoroutière reliant le port de Djen Djen à l'autoroute Est Ouest sur 110 km, Sa longueur est de 160 m, implanté dans la section de la wilaya de Sétif entre le PK 79+346 et le PK 79+506.

Notre projet de fin d'études est principalement divisé en quatorze (14) chapitres :

- Le premier chapitre est consacré à la présentation de l'ouvrage, tout en indiquant les données nécessaires pour sa conception ;

- Le second chapitre est consacré aux choix des matériaux de construction qui conditionne en grande partie la conception et le calcul de l'ouvrage d'art ;
- Le troisième chapitre présente le pré-dimensionnement des différents éléments constitutifs du tablier.
- Le quatrième chapitre présente la définition et le calcul des charges et des surcharges (permanentes ou d'exploitations) que l'ouvrage objet de notre PFE va supporter.
- Le cinquième chapitre est consacré à la répartition longitudinale des efforts, et au calcul des sollicitations à travers l'utilisation des règles de la RDM, la méthode des lignes d'influences et le théorème de BARRE.
- Le sixième chapitre présente l'étude de la répartition transversale des sollicitations pour obtenir les sollicitations moyennes appliquées à chaque poutre en fonction de la position du chargement et de déduire la poutre la plus sollicitée ;
- Le septième chapitre contient la modélisation du tablier de notre ouvrage en utilisant le logiciel ROBOT Millénium. Une comparaison entre les résultats obtenus par le calcul manuel en utilisant la méthode des lignes d'influence et la répartition par la méthode de GUYON MASSONNET et ceux obtenus par le logiciel ROBOT Millénium a été faite ;
- Le huitième chapitre présente l'étude de la précontrainte ainsi que les vérifications qui correspondent aux différentes pertes des charges ;
- Le neuvième chapitre est consacré à l'étude de la dalle et de l'entretoise d'about ;
- Le dixième chapitre est réservé au calcul des déformations et des déplacements au niveau d'appuis ;
- Le onzième chapitre présente le dimensionnement des différents équipements de notre ouvrage à savoir ; appareils d'appui, dés d'appui et joins de chaussée. Les choix adoptés pour ces équipements ont été vérifiés par rapport aux normes et aux guides techniques ;
- Le douzième chapitre contient le dimensionnement de la pile ainsi que le calcul des différentes sollicitations agissantes sur cette dernière sous les charges appliquées (poids propre du tablier, tous les systèmes de charge,...etc.). Un calcul du ferrailage de tous les éléments constructifs de la pile (chevêtre, fût, semelle,...etc.) a été effectué, avec une présentation de tous les schémas de ferrailage. ;
- Le treizième chapitre présente le dimensionnement de la culée ainsi que le calcul des sollicitations agissantes sur cette dernière sous les différentes charges appliquées (poids propre de la culée, poussée de remblais,...etc.). Un calcul du ferrailage de tous les



éléments constructifs de la culée a été effectué avec une présentation de tous les schémas de ferrailage ;

- Le quatorzième chapitre représente une introduction à la modélisation des plaques par la méthode des éléments finis, une formulation d'un élément finis basé sur l'approche en déplacement (élément ACM) a été faite, un programme élaboré en langage FORTRAN77, permet de calculer les déplacements des nœuds et les moments fléchissant. Les résultats calculés sont comparés à ceux obtenus par les logiciels de calcul disponibles à savoir ; SAP2000 et RDM6.
- Et à la fin, une conclusion générale.

# **Chapitre 1:**

## **Introduction et présentation de l'ouvrage.**

### **1.1. Introduction :**

D'une façon générale, on appelle pont tout ouvrage permettant à une voie de circulation de franchir un obstacle naturel ou une autre voie de circulation .selon le cas, on distingue : pont-route, pont-rail, pont-canal. [1]

Cette définition est un peu imprécise dans la mesure où elle ne se réfère à aucune notion de dimension, de forme ou de nature d'ouvrage. Pour les petits ponts hydrauliques, on parle couramment de ponceaux ou dalots. A l'inverse, on emploie de préférence le terme de viaduc lorsqu'il s'agit d'un ouvrage de grande longueur possédant de nombreuses travées et généralement situé en site terrestre. De même, une buse est un ouvrage de franchissement que l'on ne désigne jamais par le terme de pont, même si son ouverture est de dimension respectable .Enfin, certain tranchées couvertes répondent à la définition d'un pont; cependant, elles ne sont pas traitées dans le cadre de ce cours car ce sont des structure dont la conception, le calcul et les procédés d'exécution les rattachent à une famille de construction assez différente de celle qui nous concerne. [1]

En résumé, on appellera pont tout ouvrage de franchissement en élévation construit in situ, ce qui exclut les buses totalement ou partiellement préfabriquées. [1]

La conception d'un pont doit satisfaire à un certain nombre d'exigences puisqu'il est destiné à offrir un service à des usagers. On distingue les exigences fonctionnelles (ou données fonctionnelles) qui sont l'ensemble des caractéristiques permettant au pont d'assurer sa fonction d'ouvrage de franchissement, et les exigences naturelles(ou données naturelles) qui sont l'ensemble des éléments de son environnement influant sur sa conception. [1]

### **1.2. But de l'étude :**

Ce mémoire de fin d'étude consiste à faire l'étude d'un ouvrage d'art (viaduc à poutre préfabriquée en béton précontrainte), cet ouvrage projeté au niveau de la pénétrante autoroutière relie le port de DJEN DJEN à l'autoroute Est-ouest sur 110Km, tronçon de la Wilaya de Sétif.

### **1.3. Présentation de projet :**

#### **1.3.1. Position de l'ouvrage :**

Il s'agit d'un viaduc situé au point kilométrique 79 (Pk 79+346 au Pk79+506) du projet de la pénétrante autoroutière reliant le port de DJEN DJEN du PK0+00 à l'autoroute Est-ouest sur PK 110. L'ouvrage en question permettra de franchir une contrainte naturelle (un oued).

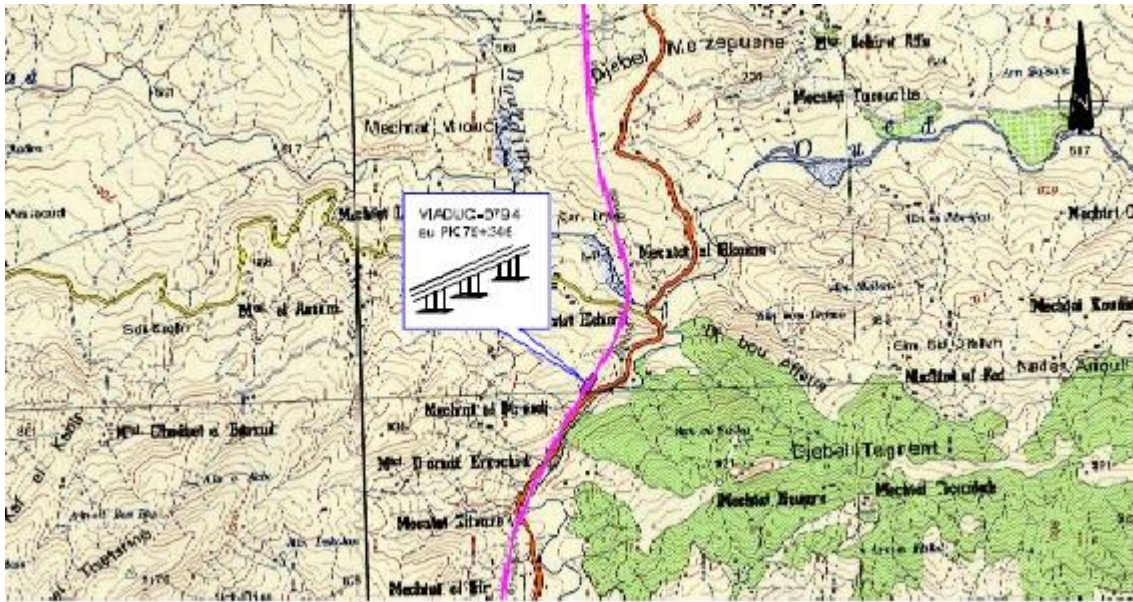


Figure 1.1. Implantation de l'ouvrage « V-079.4 ».

### 1.3.2. Description de l'ouvrage :

L'ouvrage, qui fait l'objet de notre étude, s'inscrit dans le cadre de la réalisation de la pénétrante autoroutière reliant le port de DJEN DJEN à l'autoroute Est-ouest implanté au niveau de la wilaya de Sétif. Cet ouvrage est requis entre les PK 79+346 et 79+506 afin de traverser Oued Dehamcha.

Une longueur de 160 m a été retenue pour l'ouvrage par raison de la topographie du site. La hauteur de l'ouvrage permet également de protéger l'autoroute de la crue centenaire de l'Oued franchi.

L'ouvrage est un viaduc à deux (2) tabliers de trois (3) voies chacun permettant la traversée de l'oued Dehamcha.

Il est de type pont à poutres en béton précontraint, isostatique à quatre (4) travées de 40 m chacune, soit 160 m de longueur totale (entraxe, appuis, culées) et d'une largeur de 13,25 m par tablier. Le viaduc est implanté dans un alignement droit.

a) **La superstructure** : qui comprend :

- **La poutraison** : Chaque tablier est constitué de cinq (5) poutres préfabriquées en béton précontraint en forme de T, d'une longueur de 40 m chacun et d'une hauteur de 2,00 m, espacées de 2,9m.
- **Le platelage** : La poutraison est entretoisée en about et surmontée d'une dalle en béton armé d'une épaisseur de 26 cm, surmonté d'une couche de revêtement de 8 cm d'épaisseur.

- **La chaussée :** comporte

- Trois voies de circulation ayant une largeur de 3,5m.
- Une bande dérasée gauche de 1m de largeur.
- Une bande dérasée droite de 0,5m de largeur.

**b) L'infrastructure :** Les quatre travées s'appuient sur deux culées et trois piles.

- **Les culées :** Les culées du viaduc sont les parties situées sur la rive destinées à supporter le poids du tablier. Les deux (2) culées sont de type remblayées, constituées de mur garde-grève, de murs de front, de murs en retour, d'une dalle de transition et d'un corbeau arrière. Elles sont fondées sur des fondations profondes (8 pieux de diamètre de 1,20 m) couronnées par une semelle de 1,60 m d'épaisseur pour chaque tablier.
- **Les piles :** Les piles sont des appuis intermédiaires supportant chaque tablier de l'ouvrage. Les piles P02 et P03 sont composées d'un voile plein de 5 m de largeur et de 1,7m d'épaisseur et d'un chevêtre de liaison. Elles sont fondées sur des pieux de 1,20m de diamètre couronnés par une semelle de 2,00 m d'épaisseur. Quant à la pile P04 elle est composée d'un voile plein de 5 m de largeur et de 1,5 m d'épaisseur et un chevêtre de liaison. Elles sont fondées sur des pieux de diamètre de 1,20 m couronnés par une semelle de 1,80 m d'épaisseur.

Appuis	C1 (Coté Djen Djen)	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	C5 (Coté Eulma)
<b>Hauteur moyenne (m)</b>	Repose sur la semelle	12,15	12,80	9,32	3,6

**Tableau 1.1.** Les hauteurs respectives des appuis.

- **Les fondations :** En fonction de la nature des sols et des résultats des essais effectués, des fondations profondes ont été retenues :
  - Le diamètre des pieux privilégié est de 1,2m afin d'uniformiser la conception.
  - Le pourcentage de ferrailage minimum longitudinal des pieux est porté à 1 % Ab.
  - Semelle de liaison pour fondations profondes :
    - Un débord du périmètre de la semelle égale au diamètre du pieu est prévu par rapport à l'axe du pieu le plus proche.
    - Pour éviter l'effet de groupe dans les pieux d'une même semelle, un entraxe minimal de 3,6 est requis entre les pieux.

#### **1.4. Conception de l'ouvrage :**

La conception d'un pont résulte, le plus souvent, d'une démarche itérative dont l'objectif est l'optimisation technique et économique de l'ouvrage de franchissement projeté vis-à-vis de l'ensemble des contraintes naturelles et fonctionnelles imposées, tout en intégrant un certain nombre d'exigences de qualité architecturale ou paysagère. L'étude d'un projet est conduite par un ingénieur expérimenté et imaginatif, possédant une bonne connaissance des divers types d'ouvrages, de leur pré-dimensionnement et de leurs sujétions d'exécution, et capable d'une hardiesse réfléchie dans la recherche de solution à la fois économique et originales lorsque se posent des problèmes de complexité inhabituelle. [2]

##### **1.4.1. Données naturelles :**

La visite des lieux par l'ingénieur chargé d'un projet est une étape essentielle pour un projet d'ouvrage d'art. Les principaux renseignements à recueillir sur place sont résumés ci-après. [2]

##### **1.4.1.1. Les données géotechniques :**

Les données géotechniques sont évidemment fondamentales dans l'étude d'un ouvrage, Ainsi la connaissance des caractéristiques du sol sont toujours indispensable puisqu'elle conditionne le type de fondation des appuis. En outre, elle souvent décisive pour le choix de la solution pour le franchissement projeté. [1]

La campagne de reconnaissance géotechnique pour le viaduc V-079.4 a consisté en l'exécution de :

- Un sondage carotté.
- Un essai préssiométrique.
- Des essais de laboratoire réalisés par le CTTTP.

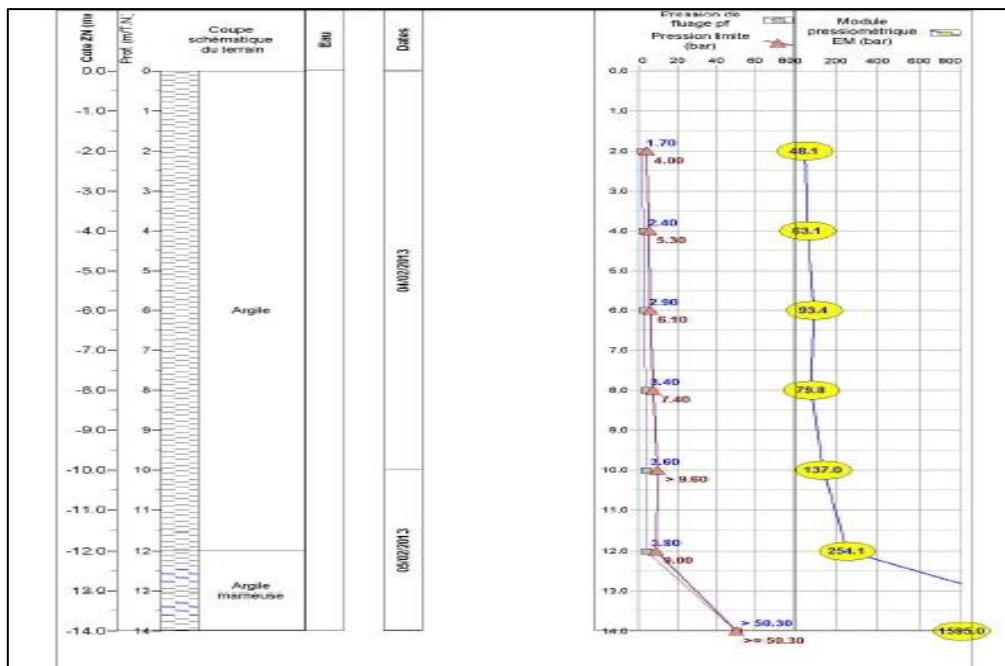


Figure 1.2. Sondage carotté et essai pressiométrique.

✓ **Les conditions de sol :**

- Les sols dans la zone du projet sont composés d'argile, reposant sur une argile marneuse.
- Les fondations de l'ouvrage (piles et culées) reposeront directement sur l'argile marneuse.
- La longueur d'ancrage des pieux est en fonction de l'importance de la charge nominale à mobiliser à chaque appui et de la capacité portante de la marne déterminée par les études géotechniques.
- Les sols sont classés S2 au niveau sismique.
- Les sols sont non agressifs.

✓ **Type de fondation recommandé :**

En fonction de la nature des sols déterminés à partir de sondage carotté et des essais pressiométriques ainsi que des essais de laboratoire, des fondations profondes en pieux sont retenues.

- Le diamètre des pieux privilégié est de 1,2 m afin d'uniformiser la conception.
- La profondeur des pieux est de 15 m.

**1.4.1.2. Les données topographiques :**

Il convient de disposer d'un relevé topographique aussi précis que possible, avec l'indication de repère de niveau. La vue en plan du site doit indiquer les possibilités d'accès, ainsi que les aires disponibles pour les installations du chantier. [2]

**1.4.1.3. Les données hydrologiques :**

L'objectif de l'étude hydrologique est de déterminer les caractéristiques hydrologiques liées au site d'implantation de l'ouvrage dans le cas de franchissement d'un cours d'eau (la fréquence, la section d'écoulement, l'importance de crues, le débit et le niveau maximale des eaux).

L'écoulement dans cet Oued s'effectue en bonne partie en régime torrentiel. Le niveau d'eau atteint au maximum est de 2 m sur les tronçons avec une pente longitudinale relativement faible.

Les culées de l'ouvrage ont été conçues de telle façon à éviter que les PHE n'atteignent le pied du remblai lors d'une crue exceptionnelle.

Pour l'oued Dehamcha, la ligne des plus hautes eaux (PHE) à l'endroit de l'ouvrage est estimé à 558,85 m. Le dessous des poutres est donc à élévation suffisante afin de conserver un tirant d'air minimal supérieur à 1 mètre sous l'ouvrage.

**1.4.1.4. Les données hydrauliques :**

Lorsqu'un ouvrage franchit un cours d'eau ou un canal, un certain nombre de renseignements sont nécessaires. [2]

Le viaduc est conçu pour être à l'abri d'une crue centennale. Ce viaduc traverse l'oued Dehamcha. Généralement, cet oued est sec en été mais possède un débit élevé en période de pluies.

Nous avons fait le choix pour le calcul du niveau PHE par la prise en compte du débit correspondant à l'ensemble du bassin versant de l'Oued.

Dans un premiers temps, le débit de ce oued a été estimé à l'aide des formules hydrologiques exposées et détaillées dans le rapport d'étude hydrologique et hydraulique et de la géométrie des bassins versants.

La valeur du débit correspondant à la crue centennale est évaluée à 588,12 m<sup>3</sup>/s.

**1.4.1.5. Les données climatiques :****a. Effet du vent :**

Le titre II de fascicule 61 du CPC admet des hypothèses simplificatrices pour évaluer l'action de vent sur les ponts, dans les circonstances courantes. [3]

- Pour les ponts mise en service, lorsque le vent souffle perpendiculairement à l'axe de la chaussée, il développe sur toute la surface frappée normalement une pression de 2000 N/m<sup>2</sup>.



- Pour les ponts en cours d'exécution, la pression est fixée à  $1000\text{N/m}^2$  si la phase de chantier dont la durée n'excède pas un mois ou bien  $1.250\text{ N/m}^2$  si la phase de chantier dont la durée excède un mois.
- Lorsque le pont comporte des piles hautes et minces en élévation, il y a lieu de prendre en compte un vent oblique exerçant sur les faces latérales des piles une action concomitante des effets envisagés dans les deux cas précédent.

**b. Effet de la neige :**

Il est rare que l'on ait à considérer des charges de neige sur les ponts. Cela peut se produire dans certains cas particuliers : [1]

- Grands ouvrages en phase de construction.
- Passerelles piétonnes couvertes.
- Passerelles piétonnes couvertes ou découvertes en site montagneux.

**c. Effet de la température :**

Les effets de la température sont, bien évidemment, pris en compte dans les règlements de calcul des constructions. Ces effets interviennent pour le dimensionnement des joints de chaussée et des appareils d'appui.

Dans notre cas l'ouvrage est localisé en zone tempérée.

**d. Effet de séisme :**

Un séisme est une succession de déplacements rapides imposés aux fondations d'un ouvrage.

Selon le RPOA V2008, la classification parasismique de la zone de Sétif est IIa correspond à une sismicité moyenne avec un coefficient d'accélération de 0,25. [4]

Le présent ouvrage supportant l'autoroute est classée dans le groupe d'importance 1 et satisfait les exigences de la sécurité publique et de la défense nationale.

**1.4.2. Données fonctionnelles :**

L'obligation de respecter certaines contraintes d'origine fonctionnelle est liée, dans de nombreux cas à l'existence d'un risque d'agression de la structure projetée.

L'implantation de l'ouvrage résulte un certain nombre de choix effectués au niveau de la dite opération. Le cadre du projet est donc fixé, et il n'est pas toujours possible de tant soit peu le modifier car le coût du pont est souvent faible devant celui de l'opération. Toutefois, en site urbain ou lorsque se posent des problèmes majeurs de fondations, le choix du tracé doit impérativement tenir compte des ouvrages dont le coût relatif peut alors être exceptionnellement élevé.

### 1.4.2.1. Données relatives à la voie portée :

Les caractéristiques fonctionnelles des voies portées sont : [5]

#### a. Tracé en plan :

Le tracé en plan est la ligne définissant la géométrie de l'axe de la voie portée, dessinée sur un plan de situation et repérée par les coordonnées de ses points caractéristiques. Cet axe n'est pas forcément l'axe de symétrie de la chaussée.

L'axe en plan de notre ouvrage est inscrit dans un alignement droit et la géométrie de l'ouvrage à une longueur de 160 m.

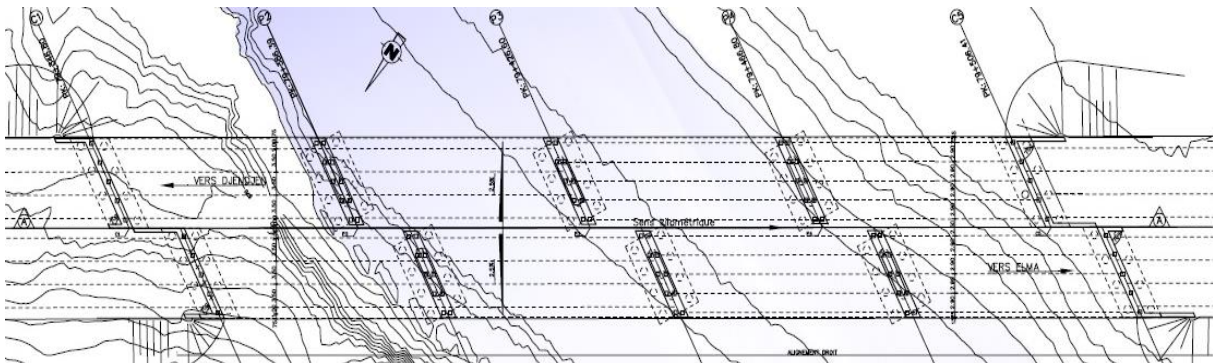


Figure 1.3. Vue en plan du viaduc

#### b. Profil en long :

Est la ligne située sur l'axe de l'ouvrage, définissant en élévation du tracé en plan, il doit être défini en tenant en compte de nombreux paramètres liés aux contraintes fonctionnelles de l'obstacle franchi et aux contraintes naturelles.

Le profil en long de notre chaussée est défini par :

- Il traverse l'oued Dehamcha sur une longueur de 160 m.

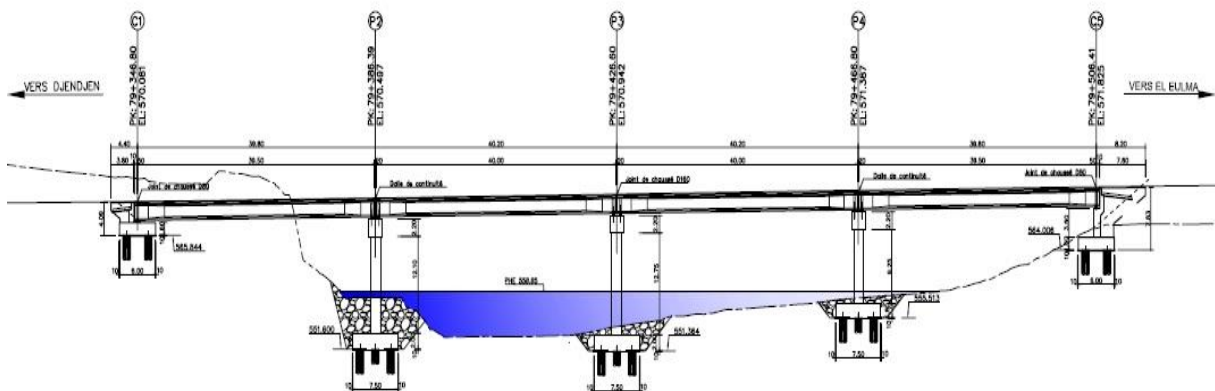


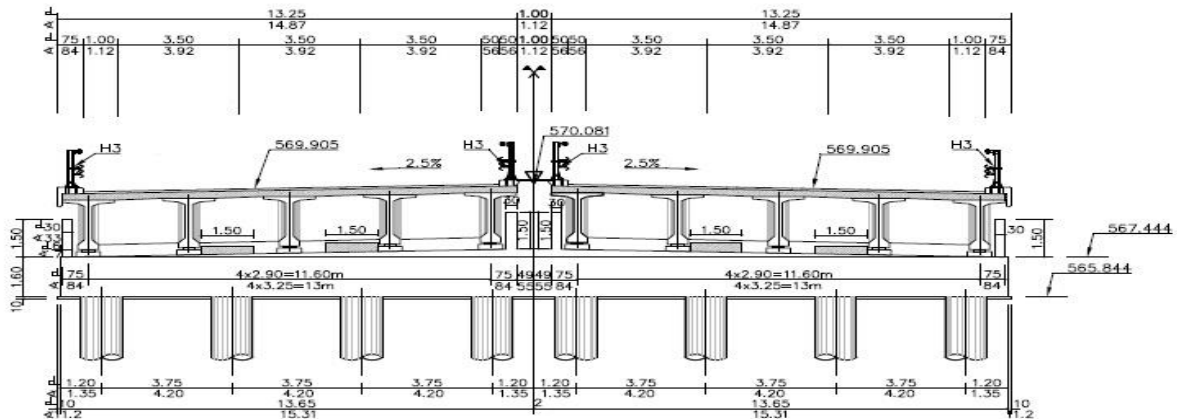
Figure 1.4. Profil en long du viaduc.

### c. Profil en travers :

Le profil en travers est l'ensemble des éléments qui définissent la géométrie et l'équipement de la voie dans le sens transversal.

Le profil en travers de notre chaussée est défini par :

- Une largeur de 13.25 m.
- Une chaussée comporte 3 voies de circulation de 3,5 m pour chacun, une bande dérasée gauche de 1 m et une bande dérasée droite de 0,5 m.
- Une dalle en béton armé de 26 cm d'épaisseur.
- Le béton bitumineux aura une épaisseur de 8 cm et sera associé à une couche d'étanchéité mince de 5 mm.
- La chaussée présente un divers unique de 2,5 %.
- Cinq (5) poutres préfabriquées en béton précontraint en T de 2 m d'hauteur.



**Figure 1.5.** Profil en travers du viaduc.

#### 1.4.2.2. Données relatives à l'obstacle franchi :

Lorsque l'ouvrage est franchi une voie de communication, il convient de respecter les caractéristiques fonctionnelles relatives à cette voie. Dans la plupart des cas, il s'agit de respecter certaines hauteurs libres et certaines ouvertures. [5]

➤ **Le gabarit :** Il s'agit de l'espace libre à réserver sous l'intrados du tablier lors du franchissement d'une voie de circulation terrestre ou autre.

Pour notre cas, l'ouvrage est conçu pour traverser un oued, donc l'étude du gabarit est nécessaire.

### 1.5. Choix de la conception de l'ouvrage :

Pour franchir une brèche donnée, le concepteur recherche normalement la solution la plus économique respectant les contraintes imposées dont la nature est très diverse. Pour aboutir au meilleur choix, il doit d'une part bien connaître l'éventail des solutions possibles, avec

leurs sujétions, leurs limites et leur coût, et d'autre part être en mesure de recenser et d'évaluer les contraintes avec la plus grande précision possible, afin de limiter au maximum les aléas pendant l'exécution. [2]

Suite au recueil des données naturelles et fonctionnelles, on peut éliminer les ponts dalles en béton armé ou précontraint coulés en place vu la grande difficulté d'étayage et de coffrage. On a opté à proposer les variantes les plus adaptées et faire une étude comparative selon les avantages et les inconvénients que représente chaque variante. On propose les variantes suivantes :

- Pont à poutres en béton armé.
- Pont à poutres en béton précontraint.
- Pont mixte ou métallique.

### **1.5.1. Critères de choix du type d'ouvrage**

Dans le cas de notre franchissement, plusieurs variantes peuvent être envisagées, mais, tout d'abord, Nous citons les différents critères de choix qui sont :

- L'obstacle à franchir.
- La voie portée : pont (route, rails.....).
- Le matériau principal dont ils sont constitués.
- La fonction mécanique : isostatique ou hyperstatique.
- La disposition en plan : droits, biais, courbes.
- Leur durée de vie prévue : définitif ou provisoire.

### **1.5.2. Les paramètres intervenants dans le choix du type d'ouvrage**

- Les profils de la chaussée (en long, en travers, en plan) :
- Les positions possibles des appuis.
- La nature du sol de fondation.
- Le gabarit à respecter.
- Les conditions d'exécution et d'accès à l'ouvrage.

### **1.5.3. Avantages et inconvénients des variantes :**

#### **a) Pont à poutre en béton précontraint :**

Les poutres sont précontraintes par câbles (post-tension ou pré-tension), leur préfabrication à terre permet d'économiser l'utilisation souvent onéreuse d'un cintre, Ils sont utilisés pour le franchissement des portées intermédiaires de l'ordre de 25m. Leurs portées les plus économiques situent entre 30 et 35m.

**➤ Les avantages :**

- Le mode de réalisation des poutres tel que le béton coulé en atelier ou sur chantier a poste fixé est en général de meilleure qualité.
- La facilité du contrôle de réalisation ainsi que la rapidité d'exécution des travaux.
- La préfabrication permet de diminuer le délai d'exécution de l'ouvrage,
- Puisqu'il est possible de rendre indépendant la fabrication des poutres du reste du chantier
- Les coffrages des poutres peuvent être utilisés un grand nombre de fois.
- La possibilité d'assembler des éléments préfabriqués sans échafaudage.
- Les ponts à poutres préfabriquées en béton précontraint sont souvent très économiques (les portées allant jusqu'à 30m en précontrainte par pré tension, et pour les portés qui sont comprise entre 30 et 50m en précontrainte en post tension).

**➤ Inconvénients :**

- Le principal inconvénient des suites de travées indépendantes provient de la présence d'un joint de chaussée au-dessus de chaque appui (inconfort, risques de dégradations, pénétration d'eau, etc...).
- Surcoût de transport des poutres préfabriquées si le chantier est loin du site de fabrication.
- La hauteur des poutres et leurs poids qui augmentent au fur et à mesure que leur portée augmente
- Déformation des poutres par fluage due à compression excessive de leur partie inférieure.
- L'obligation d'attendre que la mise en tension soit faite pour pouvoir décoffrer.

**b) Ponts mixte ou métallique :**

Dans les ponts métalliques, le tablier est formé par un hourdis et des poutres métalliques, par contre dans les ponts mixtes, le tablier est composé d'une dalle en béton armé reposant sur des poutres métalliques ; dans les deux cas, la dalle est connecté à la semelle supérieure des poutres par des éléments de liaison appelés connecteurs, dont le rôle est d'éviter tout glissement relatif du tablier par rapport aux poutres.

**➤ Les avantages :**

- Rapidité et simplicité de mise en œuvre.
- Possibilité de franchir de grandes portées avec une grande compétitivité.
- Simplicité d'usinage des poutres à âme pleine.
- Légèreté par rapport au tablier en béton, ce qui équilibre la portance du sol.

➤ **Les inconvénients :**

- Risques de corrosion de l'acier surtout en présence d'un milieu agressif.
- Risque de voilement, déversement des poutres.
- Nécessite de visites périodiques et entretien courant.
- Sensibilité au gradient thermique.
- Matériaux très chers.

c) **Les ponts à poutre en béton armé :**

Pour ce type, le tablier est constitué de poutres longitudinales, de longueur qui peut aller jusqu'à 20 m

Ce type d'ouvrage a été largement employé au début des programmes de travaux autoroutiers.

➤ **Les avantages:**

- Ne demande pas beaucoup d'entretien.
- Ne demande pas de personnels très qualifiés ni de contrôle de haute technique.
- Exécution facile.

➤ **Les inconvénients:**

- Ossature très lourde.
- Déconseillés pour les tracés continus.
- Echafaudage important.
- Non économique pour les portées supérieures à 20 m.

**1.5.4. Analyse multicritère des variantes possibles :**

	<b>Pont métallique</b>	<b>Pont en béton armé</b>	<b>Pont en béton précontrainte</b>
<b>Economie</b>	-	-	+
<b>Entretien</b>	-	-	+
<b>Esthétique</b>	-	+	+
<b>Exécution</b>	+	+	+
<b>Délai</b>	+	+	+

**Tableau 01.2.** Espace de comparaison.

**Indices d'appréciations :** (+) : favorable.

(-) : peu favorable.

**1.6. Conclusion :**

D'après les différentes données naturelles et fonctionnelles ainsi que l'analyse multicritère, notre choix porte sur la réalisation d'un pont à poutres précontraintes par post-tensions de (03) piles et (02) culées. Ce pont est constitué (04) travées de 40 m de longueur.

# **Chapitre 2:**

## **Caractéristiques des matériaux.**



## 2.1. Introduction :

Pour la réalisation des ouvrages d'art, deux matériaux sont essentiels et plus utilisés; le béton et l'acier.

Dans tout ce qui suit, le calcul de notre projet sera conforme au règlement B.A.E.L 91 et au B.P.E.L 91. [7], [8]

## 2.2. Caractéristiques des matériaux :

On donne ici les caractéristiques du béton, des aciers actifs et passifs de construction en relation directe avec le calcul.

### 2.2.1. Le béton :

Le béton est un matériau hétérogène composé d'un mélange de liant, granulats, eau et éventuellement d'adjuvants, dont des proportions est convenables.

Le béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à l'âge de 28 jours notée «  $f_{c28}$  », avec un contrôle strict et une masse volumique ( $\rho \cong 2500 \text{ kg/m}^3$ ).[6]

#### a) Résistance à la compression :

Dans les cas courants, pour l'établissement des projets, le béton est défini par sa résistance caractéristique requise (ou spécifiée) à la compression à l'âge de 28 jours, notée  $f_{c28}$ . La résistance à la compression est mesurée par compression axiale de cylindres droits de révolution de  $200 \text{ cm}^2$  de section et d'une hauteur double de leur diamètre, suivant le mode opératoire du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

Lorsque des sollicitations s'exercent sur le béton à un âge de  $j$  jours inférieur à 28, il y a lieu de se référer à la résistance caractéristique  $f_{cj}$  obtenue au jour considéré, laquelle peut être évaluée par les formules suivantes :[7]

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83 \times j} \times f_{c28} \quad \text{si } f_{c28} \leq 40 \text{MPa.}$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1,40 + 0,95 \times j} \times f_{c28} \quad \text{si } f_{c28} > 40 \text{MPa.}$$

Pour un béton à l'âge de plus de 28 jours, lorsque l'on doit justifier la résistance des sections, on conserve :  $f_{cj} = f_{c28}$

- Les classes de résistance des bétons utilisées pour notre projet sont :

Béton		$f_{c28}$ (MPa)
superstructure	Poutre	41
	Hourdis	27
Infrastructure (culées, piles et pieux)		27

**Tableau 2.1.** La résistance à la compression du béton à 28 jours.

**b) Résistance caractéristique à la traction :**

La résistance caractéristique à la traction Notée  $f_{t28}$ , est conventionnellement définie par la relation : [7]

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times f_{c28}.$$

Cette relation n'est valable que pour des bétons courants dont la résistance caractéristique à la compression ne dépasse pas 60 MPa.

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times 41 = 3,06 \text{ MPa} \quad \text{Pour le béton de } f_{c28} = 41 \text{ MPa}$$

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times 27 = 2,22 \text{ MPa} \quad \text{Pour le béton de } f_{c28} = 27 \text{ MPa}$$

- Pour notre projet, on a :

Béton		$f_{c28}$ (MPa)
Superstructure	Poutre	3,06
	Hourdis	2,22
Infrastructure (culées, piles et pieux)		2,22

**Tableau 2.2.** La résistance à la traction du béton à 28 jours.

**c) Contrainte de calcul à l'E.L.U:**

$$f_{bu} = \frac{0,85 \times f_{cj}}{\theta \times \gamma_b}$$

Le coefficient  $\theta$  est fixé à 1 lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'action considérée est supérieure à 24h, à 0.9 lorsque cette durée est comprise entre 1h et 24h, et à 0.85 lorsqu'elle est inférieure à 1h. [7]

$$\gamma_b = 1,5 \quad \text{En situations durables ou transitoires.}$$

$$\gamma_b = 1,15 \quad \text{En situations accidentelles.}$$

Pour notre projet on a :

$$\theta = 1 \quad (\text{durée} > 24\text{h}).$$

- Dans le cas accidentel :  $\gamma_b = 1,15$

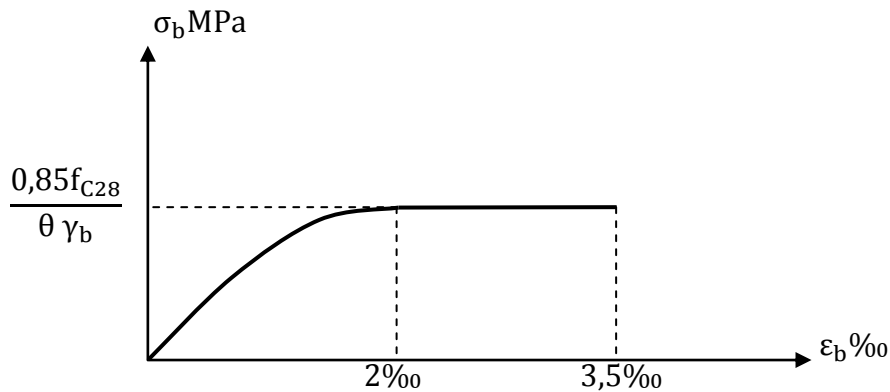
$f_{bu} = 30,30 \text{ MPa}$ . En situations accidentel pour  $f_{c28} = 41 \text{ MPa}$ .

$f_{bu} = 19,95 \text{ MPa}$ . En situations accidentelles pour  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$ .

- Dans le cas durable ou transitoires :

$f_{bu} = 23,23 \text{ MPa}$ . En situations durables ou transitoires pour  $f_{c28} = 41 \text{ MPa}$ .

$f_{bu} = 15,3 \text{ MPa}$ . En situations accidentelles pour  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$ .



**Figure 2.1.** Diagrammes contrainte Déformation du béton.

#### d) Contrainte de calcul pour l'E.L.S:

$$\sigma_b = 0,6 f_{c28}$$

Pour notre projet :

$$\sigma_b = 0,6 \times 41 = 24,6 \text{ MPa} \quad \text{pour } f_{c28} = 41 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 0,6 \times 27 = 16,2 \text{ MPa} \quad \text{pour } f_{c28} = 27 \text{ MPa}$$

#### e) Déformations longitudinales :

Dans sa déformation longitudinale, le béton ne suit pas la loi de Hooke (proportionnalité des contraintes et des déformations). Les Règles BAEL définissent les valeurs des modules de déformation instantanée et différée, nécessaires dans certains calculs (notamment état limite de déformation).

Sous des contraintes normales d'une durée d'application inférieure à 24 h, on admet, à défaut de mesures directes, qu'à l'âge de  $j$  jours le module de déformation longitudinale instantanée du béton  $E_{ij}$  est égal à : [7]

$$E_{ij} = 11000 \times \sqrt[3]{f_{cj}} \text{ (MPa)}.$$

-pour notre projet on a :

$$E_{ij} = 37930,389 \text{ MPa} \quad \text{pour } f_{c28} = 41 \text{ MPa}$$

$$E_{ij} = 33000 \text{ MPa} \quad \text{pour } f_{c28} = 27 \text{ MPa}$$

Sous des contraintes de longue durée d'application, les déformations longitudinales différées (complémentaires) dues au fluage du béton sont doubles de celles dues aux mêmes contraintes supposées de courte durée et appliquées au même âge.

La déformation totale du béton sous charge de longue durée est donc triple de la déformation instantanée sous même contrainte ; il y correspond un module de déformation  $E_{vj}$  donné par la formule : [7]

$$E_{vj} = 3700 \times \sqrt[3]{f_{cj}} \text{ (MPa)}.$$

-pour notre projet on a :

$$E_{ij} = 12758,404 \text{ MPa} \quad \text{pour } f_{c28} = 41 \text{ MPa}$$

$$E_{ij} = 11100 \text{ MPa} \quad \text{pour } f_{c28} = 27 \text{ MPa}$$

#### f) Déformation transversale du béton :

La déformation transversale du béton est donnée par la formule suivante : [7]

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

$\nu$  : Coefficient de poisson.

#### ✓ ELS :

- Pour le calcul des sollicitations :

$$\begin{cases} \nu = 0,2 & \text{pour (Bp)} \\ \nu = 0,15 & \text{pour (BA)} \end{cases}$$

-Pour le calcul des déformations :  $\nu = 0$  pour (BA et BP)

#### ✓ ELU :

$\nu = 0$  pour (BA et BP)

### 2.2.2. L'acier :

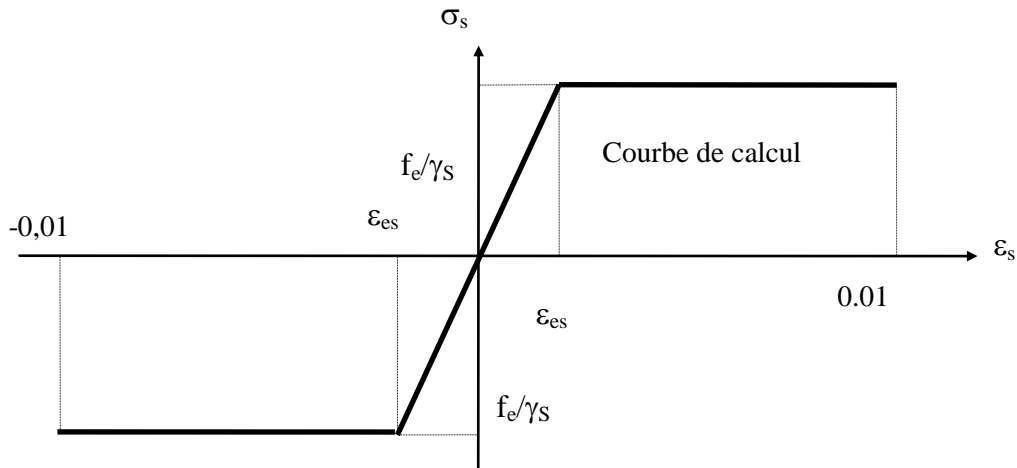
#### 2.2.2.1. Aciers de béton armé :

Les aciers les plus utilisés sont des aciers à haute adhérence (HA) de classe FeE500.

Ils sont caractérisés par :

##### a. Limite d'élasticité :

Elle est notée  $f_e$ . Pour tous les éléments, on emploie un acier courant à haute adhérence de classe FeE50 dont la limite élastique égale à 500 MPa.



**Figure 2.2.** Diagramme contrainte-déformation de l'acier de BA.

$\epsilon_s$  : Allongement relatif de l'acier, limité à 10‰.

$E_s$  : Module d'élasticité longitudinale est pris égal à 200 000 MPa.

$f_e$  : Limite d'élasticité garantie à 500 MPa.

**b. Module d'élasticité longitudinale de l'acier :**

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

**c. Poids volumique de l'acier :**

$$\gamma_{\text{acier}} = 78.5 \text{ KN/m}^3$$

**d. Contrainte limite de traction :**

➤ **E.L.U :**

Dans les calculs relatifs à l'E.L.U, on introduit un coefficient  $\gamma_s$  tel que :

$$\gamma_s = 1 \quad \text{En situation accidentelle.}$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad \text{En situation durable ou transitoire.}$$

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

➤ **E.L.S :**

Dans cet état, la contrainte limite de traction dépend de type de fissuration : [7]

- En fissuration peu nuisible :  $\sigma_s \leq \frac{f_e}{\gamma_e}$ .

- En fissuration préjudiciable :  $\sigma_s = \min\left(\frac{2}{3} f_e; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{ij}}\right)$ .

- En fissuration très préjudiciable  $\sigma_s = \min\left(\frac{1}{2} f_e; 90 \sqrt{\eta \cdot f_{ij}}\right)$ .

$\eta = 1$  Pour les treillis soudés et les ronds lisses.

$\eta = 1,6$  Pour les treillis soudés et les ronds lisses.

### 2.2.2.2. Acier de béton précontraint :

Les aciers utilisés dans les ouvrages en béton précontraint sont de deux natures différentes : [8]

- Les aciers passifs nécessaires pour reprendre les efforts tranchants pour limiter la fissuration, ils sont de classe FeE50.
- Les aciers actifs, qui créent et maintiennent la précontrainte sur le béton.

Les armatures actives sont des armatures en acier à haute résistance qu'on utilise pour les constructions en béton précontraint par pré tension, ou post tension.

Les armatures actives de précontrainte sont sous tension même sans aucune sollicitation extérieure.

On trouve les armatures actives sous trois formes :

#### ❖ Fils :

Par convention, les fils ont un diamètre inférieur ou égal à 12,2 mm, ce qui permet de les livrer en couronnes. Ils peuvent être soit ronds et lisses (pour la post-tension) soit au contraire nervurés, ou crantés, ou ondulés afin d'améliorer leur adhérence au béton (pré-tension).

Les fils les plus couramment utilisés ont des diamètres de 5 mm, 7 mm ou 8 mm.

#### ❖ Torons :

Ce sont des ensembles de fils enroulés hélicoïdalement les uns sur les autres (cas des torsades à trois fils) ou autour d'un fil central en une ou plusieurs couches.

Les torons les plus courants sont à 7 fils et sont désignés par leur diamètre nominal (diamètre du cercle circonscrit aux fils dans une section droite).

Les diamètres les plus utilisés sont les suivants :

12,5 mm (fréquemment désigné par T13).

12,9 mm (T13S).

15,2 mm (T15).

15,7 mm (T15S).

Ces armatures sont employées aussi bien en pré-tension (dans les pièces importantes) qu'en post-tension.

#### ❖ Barre :

De diamètre supérieur ou égal à 12,5 mm, elles ne sont livrées que rectilignes (et sous longueur maximale de l'ordre de 12 m).

Elles peuvent être soit lisses, soit nervurées, les diamètres les plus courants sont 26 mm, 32 mm et 36 mm.

Leur limite élastique est plus faible que celle des fils et des torons.

Pour la précontrainte par post-tension, la précontrainte initiale à prendre en compte dans les calculs est donnée par la formule suivante :

$$P_0 = \min(0,8f_{prg}; 0,9f_{peg})$$

$f_{prg}$  : la limite de rupture garantie de l'acier de précontrainte.

$f_{peg}$  : la limite d'élasticité de l'acier de précontrainte.

➤ **La limite élastique :**

Comme ces aciers n'ont pas de palier de plasticité, on définira la limite élastique comme étant un allongement résiduel de 0,1%. La limite élastique conventionnelle des aciers représente 80 à 90% de la résistance garantie à la rupture. [8]

➤ **Module de Young :**

Le module d'élasticité longitudinal " $E_p$ " des aciers de précontrainte est pris égale à :

$$E_p = 200\,000 \text{ MPa} \text{ Pour les barres.}$$

$$E_p = 190\,000 \text{ MPa} \text{ Pour les torons.}$$

➤ **Diagramme contraintes-déformation :**

Il est d'abord linéaire (phase élastique, la pente de la droite étant le module d'élasticité  $E_p$  de l'armature), puis il s'incurve, pour aboutir à un quasi-palier plastique. Enfin, la rupture survient pour une contrainte  $1,06f_{peg}$  et un allongement relatif de 2%.

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 100 \left( \frac{\gamma_p \sigma_p}{f_{peg}} - 0,9 \right)^5 \quad \text{Si } \sigma_p > 0,9f_{peg}.$$

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} \quad \text{Si } \sigma_p < 0,9f_{peg}.$$

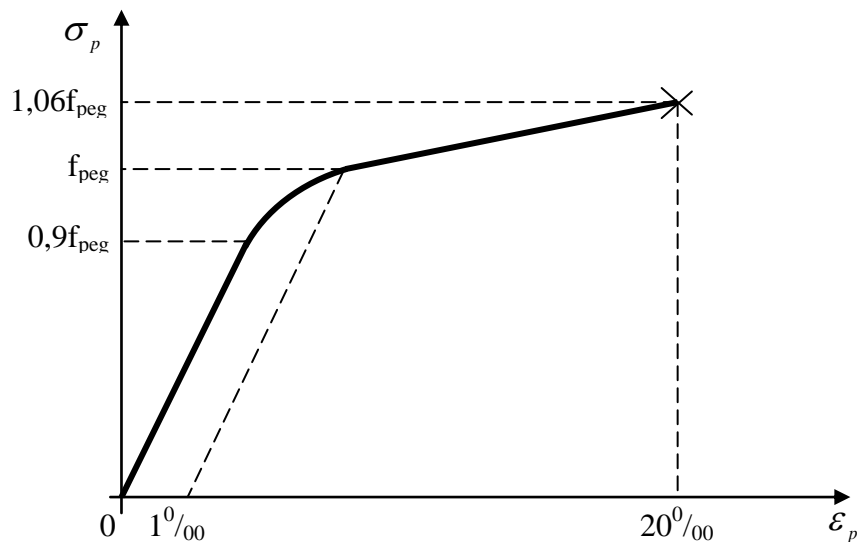


Figure 2.3. Diagramme contrainte-déformation des aciers actifs.

✓ pour notre projet :

Numéro	Notion	Valeur	Unité
Diamètre nominal	$\Phi$	15,2	mm
Section nominal	$A_p$	139	mm <sup>2</sup>
Masse nominal	Y	1.09	Kg/m
Charge de rupture garantie	$f_{prg}$	1860	MPa
Charge à la limite conventionnelle d'élasticité à 0,1%	$f_{peg}$	1656	MPa
Force nominal de rupture garantie	$F_r$	$\geq 258$	KN
Force nominale à la limite caractéristique d'élasticité à 0.1%	$F_p$	$\geq 219$	KN
Module de la déformation élastique	$E_p$	195	GPa
la valeur garantie de la perte par relaxation à 1000 heures	$\rho_{1000}$	$\leq 2,5$	%

Tableau 2.3. Les paramètres des câbles de précontraint.

### 2.3. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous sommes focalisés sur les différents matériaux (le béton, le béton précontraint, les armatures passives « aciers hautes adhérences », armatures actives « torons »), utilisés pour l'étude et la réalisation de notre ouvrage, ces derniers ont été traités et exposés toutes en précisant les différentes caractéristiques mécaniques telles que (la résistance à la compression, la résistance de traction, ... etc.).



# **Chapitre 3:**

## **Pré dimensionnement des éléments du tablier.**

### 3.1. Introduction :

Pour les ponts, la voie de circulation est portée par le tablier. Dans le cas des ponts à poutres le tablier constitué par l'ensemble des éléments porteurs (dalle, poutres et entretoises) et des équipements (corniche, dispositif de retenue...etc.).

Dans ce chapitre on a fait le pré-dimensionnement des éléments du tablier.

Ce tablier est constitué des poutres multiples en béton précontraint (BP) par post-tension avec des entretoises d'about.

### 3.2. Caractéristiques géométriques du tablier :

#### 3.2.1. Largeur du tablier :

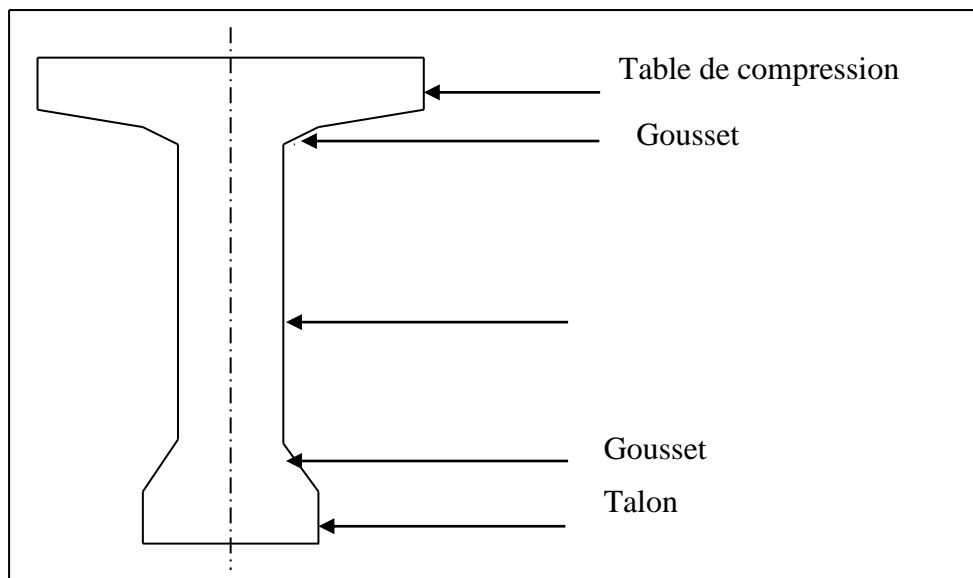
La largeur totale de notre tablier est de 13,25 m.

#### 3.2.2. Longueur des travées :

Cette ouvrage contient quatre (04) travées chacune de 40 m de longueur.

#### 3.2.3. Les poutres :

La section transversale de notre poutre est de forme en T avec talon.



**Figure 3.1.** Coupe transversal d'une poutre.

#### a) Définition de la poutre :

Une poutre est un milieu continu tridimensionnel en béton précontraint dont deux dimensions sont petites par rapport à la troisième pour supporter la dalle du pont.

#### b) Hauteur de la poutre ( $H_t$ ) :

La hauteur des poutres est un paramètre important puisque : [2]

- Si la hauteur des poutres préfabriquées est trop grande, il y a le risque de présenter une trop grande prise au vent ;

- La réduction de la hauteur conduit rapidement à une augmentation considérable des quantités d'acier de précontrainte, et même des sections de béton.

Généralement, l'élanement optimal  $\frac{H}{L}$  se situe entre 16 et 20 avec :

H : la hauteur des poutres.

L : la longueur d'une travée (40 m).

Lc : 39m.

$$\frac{Lc}{20} \leq H_t \leq \frac{Lc}{16} \quad \text{D'où} \quad 1,95 \leq H_t \leq 2,44$$

On prend la hauteur des poutres :  $H_t = 2$  m

### c) Epaisseur de l'âme ( $b_t$ ) :

Elle est dimensionnée en fonction du respect des conditions suivantes : [2]

- La résistance à l'effort tranchant ;
- Condition de bétonnage et éventuellement la vibration ;
- Enrobage convenable des armatures de précontrainte ;
- Limitation de la contrainte de cisaillement à une valeur admissible, l'épaisseur d'âme est plus importante aux appuis puisque l'effort tranchant est maximum, contrairement au milieu de la poutre.

#### ▪ Au niveau de la section médiane :

L'épaisseur de l'âme varie entre 0,15 et 0,25m ( $0,15 < b_0 < 0,25$ m).

On prend :  $b_0 = 0,22$  m

#### ▪ Au niveau de la section d'about :

On prend :  $b_0 = 0,60$  m

### d) Table de la compression :

#### ▪ Largeur de la table de compression (b) :

La largeur de la table de compression  $b > 0,6H_t$  avec  $H_t = 2$  m

Donc :  $b > 1,2$  m

On prend :  $b = 1,5$  m

#### ▪ Epaisseur de la table de compression (e) :

Nous allons utiliser des poutres en **T** avec une hauteur de 2 m et un espacement entre leurs axes de 1,5 m ; ce qui influe sur l'épaisseur de la table de compression qui reprend les forces de compression :  $0,10 < e < 0,15$  m

On prend :  $e = 0,10$  m

▪ **Gousset de la table de compression :**

- A mi- travée :  $\alpha_1 = 6,34^\circ$                        $e_1 = 0,05$  m  
     $\alpha_2 = 27,76^\circ$                        $e_2 = 0,1$  m
- A l'appui :         $\alpha = 6,34^\circ$                        $e = 0,05$  m

**e) Talon :**

L'aire de la section du talon est déterminée par les conditions d'état limite de service et la contrainte de compression du béton en fibre inférieure de la poutre. [2]

▪ **Largeur du talon ( $b_t$ ) :**

On prend :  $b_t = 0,6$  m

▪ **Epaisseur du talon ( $e_t$ ) :**

L'inégalité  $e_t \geq 0,14$  est vérifiée

On prend :  $e_t = 0,2$  m

▪ **Gousset du talon :**

- A mi- travée :  $\alpha_1 = 46,47^\circ$                        $e_1 = 0,2$  m
- A l'appui : il n'y a pas de gousset.

**f) L'espacement entre axes des poutres ( $\lambda$ ) :**

L'espacement des poutres est un paramètre fondamental dans la définition des autres paramètres. Ce paramètre est voisin de 3 m et varie dans la pratique entre 2,5 et 3,5 m, exceptionnellement 4 m. [6]

On prend :  $\lambda = 2,9$  m

**g) Nombre des poutres :**

Le nombre de poutres est déterminé par l'équation suivante :

$$N = \frac{L_a}{\lambda} + 1$$

$L_a$  : entraxe entre les deux poutres de l'extrémité.

$L_a = 11,9$  m.

$$N = \frac{11,6}{2,9} + 1 = 5$$

$N = 5$  poutres.

**3.2.4. La dalle :**

**a) La définition de la dalle :**

L'hourdis est une dalle en béton armé ou en béton précontraint , qui sert de couverture pour le pont, en effet, elle est destinée à recevoir la couche de roulement et les surcharges d'un pont, et à transmettre ces derniers aux poutres.

La dalle généralement soit coulé sur place, soit préfabriqué, le coulage sur place est le procédé le plus utilisé, il doit faire sur toutes la largeur de l'ouvrage. [5]

**b) Largeur de la dalle ( $l_d$ ) :**

$$l_d = 13,1 \text{ m}$$

**c) Longueur de la dalle ( $L_d$ ) :**

$$L_d = 40 \text{ m}$$

**d) Epaisseur de la dalle ( $e_d$ ) :**

En général, l'épaisseur de la dalle varie selon l'espacement entre axes des poutres, plus l'entre axes est grand plus l'épaisseur de la dalle est grande pour répandre mieux aux efforts de flexions transversaux. L'épaisseur de la dalle est comprise entre 0,20 et 0,30 m :

$$0,20\text{m} < e < 0,30\text{m}$$

On prend :  $e_d = 0,26 \text{ m}$

**3.2.5. Les entretoise :**

Les entretoises sont des poutres disposées transversalement, perpendiculaires aux poutres pour reliant entre elles. Leur rôle est de contreventement transversal de l'ouvrage en s'opposant au diversement et de solidarisation, en assurant la répartition transversal des charges sur les poutres. [5]

**3.2.6. L'équipement du tablier :**

Les équipements sont les dispositifs complémentaire et fondamental pour assurer le confort et la sécurité des usagers et la durabilité de l'ouvrage.

✓ **Les équipements de notre ouvrage :**

**a) Appareils d'appuis :**

Les appareils d'appui sont en élastomère fretté de dimensions :  $400 \times 450 \times 6 (10+3)$  (mm) avec un dispositif anti-cheminement conformément aux normes NF EN 1337-3 et au Guide technique de SETRA, Juillet 2007.[9]

**b) Joint de chaussée :**

Des joints de chaussée à bandes ou équivalent sont disposés sur chaque ouvrage.

**c) Dispositifs de retenue :**

Les dispositifs de retenue (glissières métalliques) sont en acier galvanisé, composés de glissières de sécurité de niveau H3.

**d) Fourreaux réseau multitubulaire :**

Les fourreaux pour câbles sont en PEHD  $\varnothing 90$ .

**e) Enduits bitumineux :**

L'enduit bitumineux pour les surfaces en béton en contact avec les sols est de « flint kot ».

**f) Système d'étanchéité :**

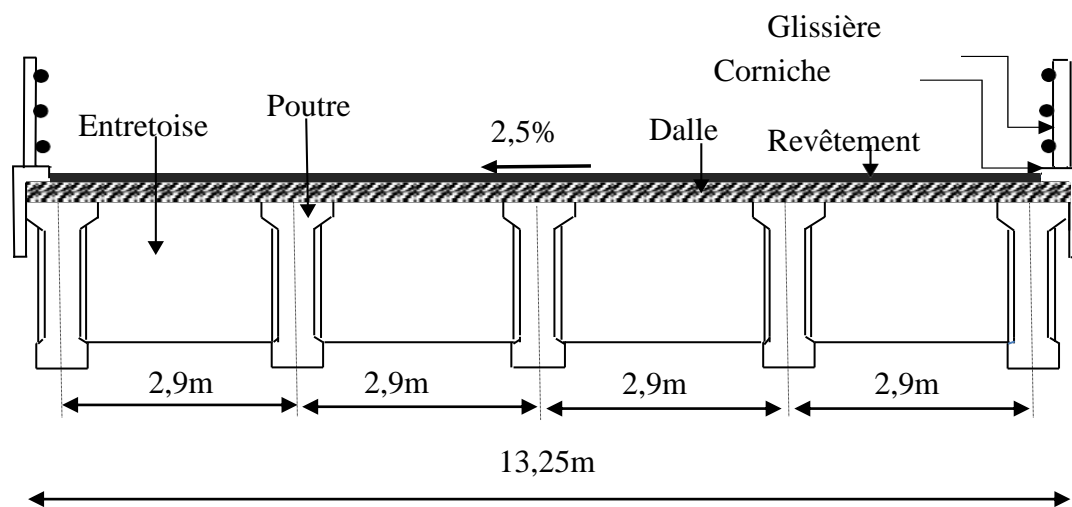
L'étanchéité du tablier est de type mince et composée d'une feuille préfabriquée bitumineuse.

**g) Béton bitumineux de la chaussée :**

Le béton bitumineux aura une épaisseur de 8 cm et sera associé à une couche d'étanchéité mince de 5 mm.

**3.2.7. Caractéristiques du pont :**

- **La portée :** la portée des poutres est de 40 m ;
- **Profil en travers :** un divers unique de 2,5% ;
- **Les poutres :** 5 poutres de 40 m de longueur et de 2 m de hauteur espacées de 2,9 m ;
- **La dalle :** une largeur de 13,1 m et une épaisseur de 0,26 cm ;
- **Les entretoises d'about :** 2 entretoises de largeur de 0,35m et une hauteur de 1,8 m ;
- **Dispositifs de retenus :** Les dispositifs de retenue (glissières métalliques) sont en acier galvanisé, composés de glissières de sécurité de niveau H3 ;
- **Chaussée :** de trois voies 3,5 m chacune et un bande dérasée gauche de 1 m et un bande dérasée droite de 0,5 m ;
- **Revêtement :** en béton bitumineux de 8 cm d'épaisseur.



**Figure 3.2.** Coupe transversale du tablier.

**3.3. Caractéristique géométrique des poutres :****3.3.1. Définitions :****✓ Section brute :**

Elle résulte le plan de coffrage, c'est la section du béton seul sans tenir compte des évidements, des conduits destinés à recevoir les câbles de précontrainte ou leurs encrages.

Elle est utilisée pour calculer le poids propre des éléments de la structure et les différentes rigidités.

✓ **Section nette :**

Elle est obtenue par la soustraction, de la section brute, des vides longitudinaux et transversaux comme les trous et les conduits.

**3.3.2. Notation utilisées :**

- Nous divisons la surface totale de la poutre en des surfaces élémentaires pour calculer les moments d'inertie ;
- Nous utilisons la méthode de « Huyghens » :

$$I_{/\Delta} = I_g + B_i \times y_i^2$$

$I_{/\Delta}$  : Moment d'inertie par rapport à  $\Delta$ .

$(\Delta)$  : l'axe pris au niveau de la fibre inférieure extrême.

$I_g$  : Moment d'inertie de la section considéré par rapport à l'axe  $(\Delta)$ .

- $I_g = \frac{bh^3}{12}$  : pour une section rectangulaire ( $b \times h$ ) ;
- $I_g = \frac{bh^3}{36}$  : pour une section rectangulaire ( $b \times h$ ) ;

$B_i$  : l'aire de la section d'un élément (i).

- Nous supposant que l'axe  $(\Delta)$  est dans la fibre inférieure de la section ;

$V_s$ : distance du centre de gravité à la fibre supérieure.

$V_i$ : distance du centre de gravité à la fibre inférieure.

$B$  : l'aire de la section de la poutre.

$I_G$  : Moment d'inertie par rapport au centre de gravité.

$$I_G = I_{/\Delta} - B_{brute} \times V_i$$

$\rho$  : Rendement géométrique de la poutre.

$$\rho = \frac{I_G}{B \cdot V_s \cdot V_i}$$

$r$ : rayon de giration de la section.

$$r = \sqrt{\frac{I_G}{B}}$$

$\rho$ : Rendement géométrique de la poutre.

$$\rho = \frac{I_G}{B \cdot V_s \cdot V_i} = \frac{r^2}{V_s \cdot V_i}$$

$S_{/\Delta}$ : Moment statique de la section considéré par rapport à l'axe  $(\Delta)$ .

$$S_{/\Delta} = B \cdot y$$

- Pour la section nette :

$$B_{\text{nette}} = B_{\text{brute}} - 5\% B_{\text{brute}}$$

$$S_{/\Delta \text{ nette}} = S_{/\Delta \text{ brute}} - 8\% S_{/\Delta \text{ brute}}$$

$$I_{/\Delta \text{ nette}} = I_{/\Delta \text{ brute}} - 10\% I_{/\Delta \text{ brute}}$$

✓ Le calcul des sections médianes et d'abouts des poutres de rive et intermédiaire avec et sans hourdis est détaillé ci-après.

### 3.3.3. Caractéristique géométrique de la section de la poutre :

a) Section médiane :

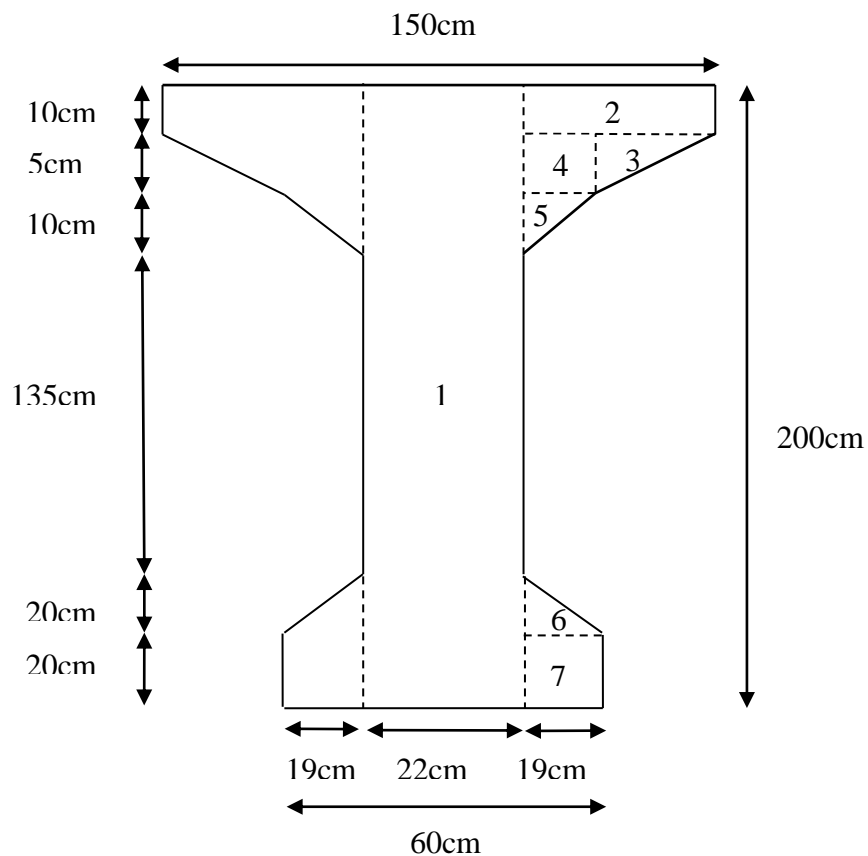


Figure 3.3. Section médiane de la poutre.



	dimension		B (cm <sup>2</sup> )	yi (cm)	S/Δ=Bi×yi	I <sub>g</sub> (cm <sup>4</sup> )	I/Δ=I <sub>g</sub> +B×yi <sup>2</sup>
	X	y					
1x1	22	200	4400	100	440000	14666666,67	58666666,67
2x2	64	10	1280	195	249600	5333,33	48682666,67
3x2	45	05	225	188,33	42374,25	156,25	7980655
4x2	19	05	190	187,5	35625	197,92	6680083,34
5x2	19	10	190	181,67	34517,30	527,78	6271813,45
6x2	19	20	380	26,67	10134,60	4222,22	278734,22
7x2	19	20	760	10	7600	12666,67	101333,34
<b>B brute</b>			7425				
<b>B nette</b>			7053,75				
<b>S/Δ brute</b>					819851,15		
<b>S/Δ nette</b>					754263,06		
<b>I/Δ brute</b>							128661952,7
<b>I/Δ nette</b>							115795757,4

<b>V<sub>i</sub></b>	<b>110,42cm</b>
<b>V<sub>s</sub></b>	<b>89,58cm</b>
<b>I<sub>G</sub></b>	<b>38135904,5cm<sup>4</sup></b>
<b>P</b>	<b>50, 93%</b>
<b>r<sup>2</sup></b>	<b>5136,15cm<sup>2</sup></b>

a) Section d'about :

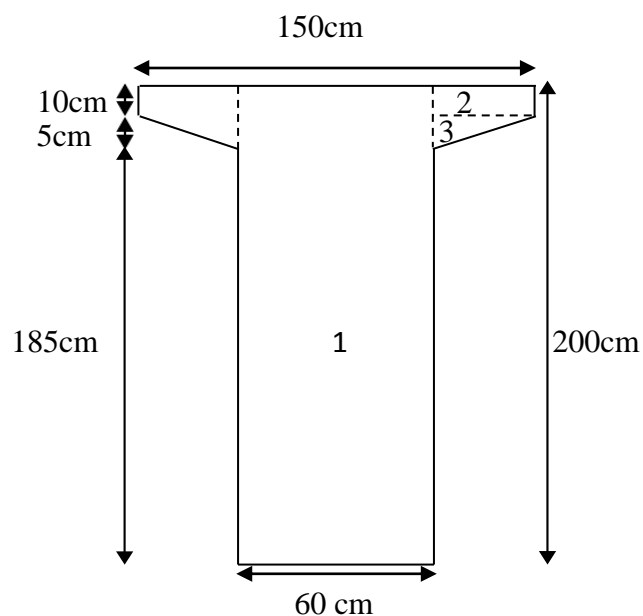


Figure 3.4. Section d'about de la poutre.

Désignation	dimension		B (cm <sup>2</sup> )	Yi (cm)	S/Δ=Bi×yi	I <sub>g</sub> (cm <sup>4</sup> )	I/Δ=I <sub>g</sub> +Bi×yi <sup>2</sup>
	x	y					
1x1	60	200	12000	100	1200000	40000000	160000000
2x2	45	10	900	195	175500	3750	34230000
2x3	45	5	225	188,33	42374,25	156,25	7980655
<b>B brute</b>			13125				
<b>B nette</b>			12468,75				
<b>S/Δ brute</b>							
<b>S/Δ nette</b>					1417874,25		
<b>I/Δ brute</b>					1304444,31		202210655
<b>I/Δ nette</b>							181989589,5

<b>Vi</b>	<b>108,03cm</b>
<b>Vs</b>	<b>91,97cm</b>
<b>I<sub>G</sub></b>	<b>49039806,36cm<sup>4</sup></b>
<b>P</b>	<b>37,61%</b>
<b>r<sup>2</sup></b>	<b>3736,37 cm<sup>2</sup></b>

3.3.4. Caractéristique géométriques de la section de la poutre avec l'hourdis :

a) section médiane :

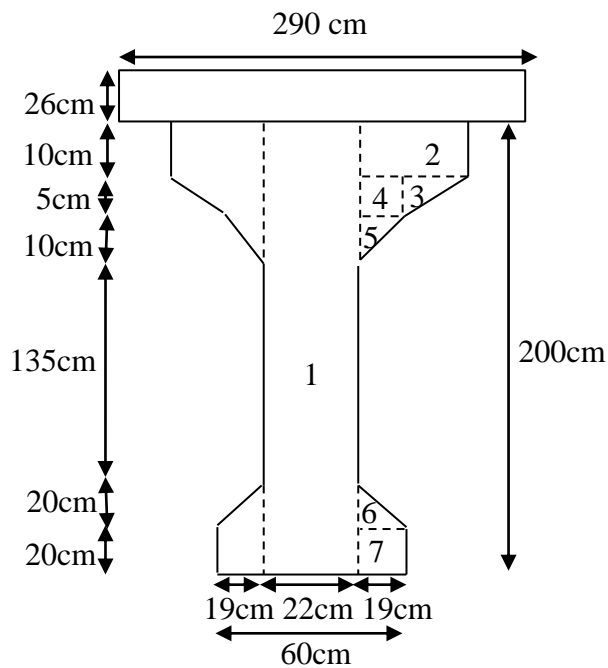


Figure 3.5. Section médiane de la poutre intermédiaire avec hourdis.

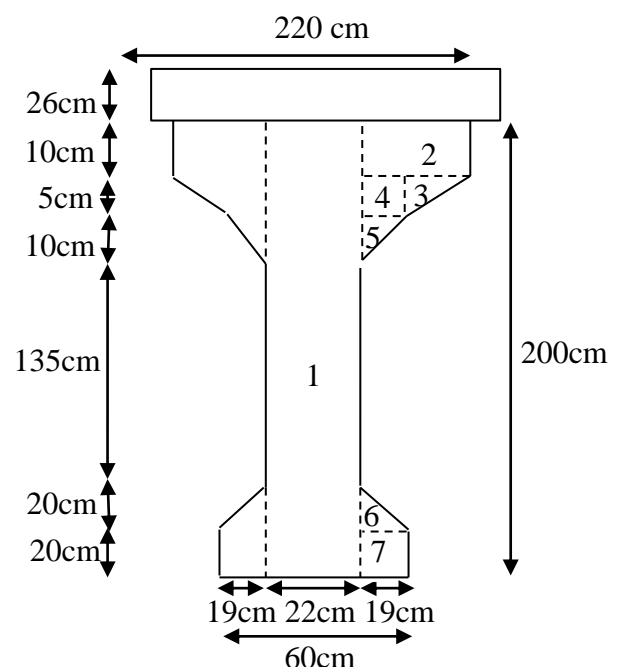


Figure 3.6. Section médiane de la poutre de rive avec hourdis.

## a) 1. poutre intermédiaire :

Désignation	dimension		B (cm <sup>2</sup> )	yi (cm)	S/Δ=Bi×yi	I <sub>g</sub> (cm <sup>4</sup> )	I/Δ=I <sub>g</sub> +Bi×yi
	x	y					
Section poutre			7425	110,42	819851,15		128661952,7
Section hourdis	290	26	7540	213	1606020	424753.3	34250713,3
B brute			14965				
B nette			14216,75				
S/Δ brute					2425865,45		
S/Δ nette					2231796,21		
I/Δ brute							471168966
I/Δ nette							424052069,4

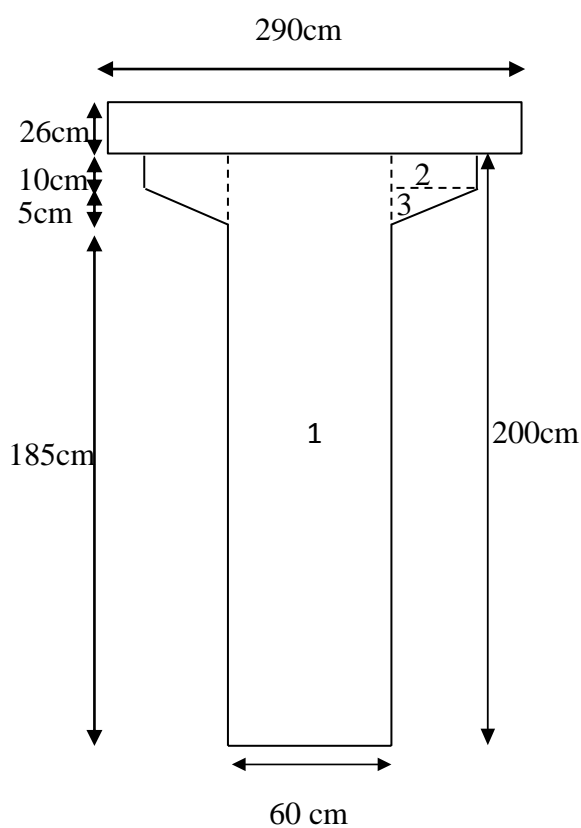
<b>Vi</b>	<b>162.1cm</b>
<b>Vs</b>	<b>63.9cm</b>
<b>I<sub>G</sub></b>	<b>77928014,84cm<sup>4</sup></b>
<b>P</b>	<b>50,27%</b>
<b>r<sup>2</sup></b>	<b>5207,35cm<sup>2</sup></b>

## a) 2. poutre de rive :

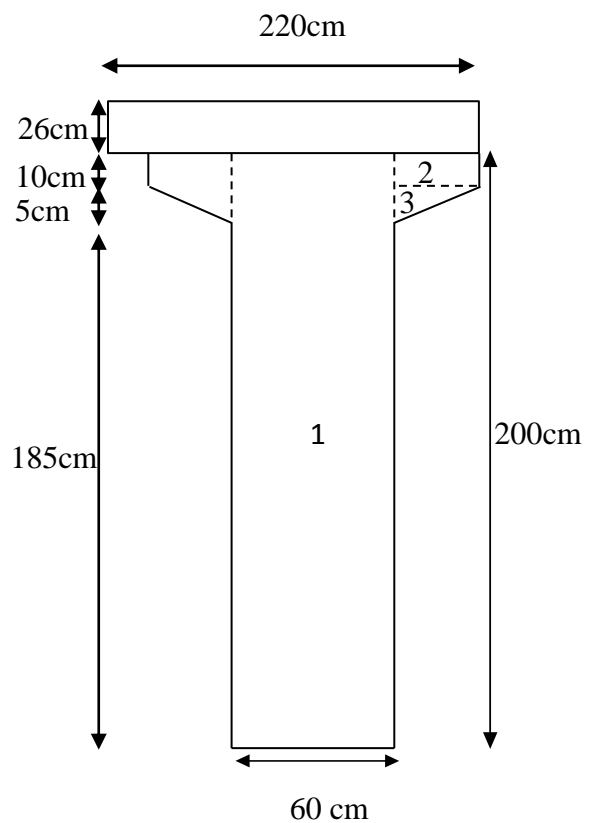
Désignation	dimension		Bi (cm <sup>2</sup> )	yi (cm)	S/Δ=Bi×yi	I <sub>g</sub> (cm <sup>4</sup> )	I/Δ=I <sub>g</sub> +Bi×yi <sup>2</sup>
	x	y					
Section poutre			7425	110,42	819851,15		128661952,7
Section hourdis	220	26	5720	213	1218360	322226.67	259832906,7
B brute			13145				
B nette			12487,7				
S/Δ brute					2038211,15		
S/Δ nette					1875154,26		
I/Δ brute							388494859,4
I/Δ nette							81876722,35

<b>Vi</b>	<b>155,06cm</b>
<b>Vs</b>	<b>70,94cm</b>
<b>I<sub>G</sub></b>	<b>72457986,85cm<sup>4</sup></b>
<b>P</b>	<b>50,11%</b>
<b>r<sup>2</sup></b>	<b>5512,21cm<sup>2</sup></b>

**b) Section d'about :**



**Figure 3.7.** Section d'about de la poutre intermédiaire avec hourdis.



**Figure 3.8.** Section d'about de la poutre de rive avec hourdis.

## b) 1. poutre intermédiaire :

Désignation	Dimension		Bi (cm <sup>2</sup> )	yi (cm)	S/Δ = Bi×yi	I <sub>g</sub> (cm <sup>4</sup> )	I/Δ=I <sub>g</sub> +Bi×yi <sup>2</sup>
	x	y					
Section poutre			13125	108,03	1417874,25		202210655
Section hourdis	290	26	7540	213	1606020	424753,3	3425507013,3
B brute			20665				
B nette			19631,75				
S/Δ brute					3023894,25		
S/Δ nette					2781982,71		
I/Δ brute							544717668,3
I/Δ nette							490245901,5

<b>Vi</b>	<b>146,33cm</b>
<b>Vs</b>	<b>79.67cm</b>
<b>I<sub>G</sub></b>	<b>102233447cm<sup>4</sup></b>
<b>P</b>	<b>42,44%</b>
<b>r<sup>2</sup></b>	<b>4947,18cm<sup>2</sup></b>

## c) 2. Poutre de rive :

Désignation	dimension		Bi (cm <sup>2</sup> )	yi (cm)	S/Δ=Bi×yi	I <sub>g</sub> (cm <sup>4</sup> )	I/Δ=I <sub>g</sub> +Bi×yi <sup>2</sup>
	x	y					
Section poutre			13125	108,03	1417874,25		202210655
Section hourdis	220	26	5720	213	1218360	322226,67	259832906,7
B brute			18845				
B nette			17902,75				
S/Δ brute					2636234,25		
S/Δ nette					2425335,51		
I/Δ brute							462043561,7
I/Δ nette							415839205,5

<b>Vi</b>	<b>139,89cm</b>
<b>Vs</b>	<b>86,11cm</b>
<b>I<sub>G</sub></b>	<b>93259745,23cm<sup>4</sup></b>
<b>P</b>	<b>41,08%</b>
<b>r<sup>2</sup></b>	<b>4948,78cm<sup>2</sup></b>

### 3.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, un pré-dimensionnement des éléments constructifs du tablier a été effectué (dimensionnement de la géométrie des poutres, largeur du tablier, les équipements,...etc.), ainsi qu'un calcul des différentes caractéristiques géométriques (moment d'inertie, moment statique,...etc.) pour les différentes sections transversales de la poutre (section d'about et section médiane avec et sans hourdis).

# **Chapitre 4:**

## **Evaluation des charges et surcharges.**

#### 4.1. Introduction :

Dans ce chapitre, on procède au calcul des charges et surcharges que le pont doit supporter, car il a une fonction porteuse. Les charges appliquées à un ouvrage peuvent être permanentes ou variables.

D'après le fascicule 61 titres II [2], on doit calculer les surcharges valables pour les ponts routiers supportant une ou plusieurs chaussées.

L'ouvrage doit être résisté ou effort appliqué qui sont les suivantes :

- Les charges permanentes (CP) et (CCP) ;
- Les surcharges routières ;
- Les surcharges dues au vent, au séisme, et au freinage.

#### 4.2. Calcul des charges permanentes :

Ces charges comprennent la structure porteuse ainsi que les éléments non porteurs (revêtement, disposition de sécurité).

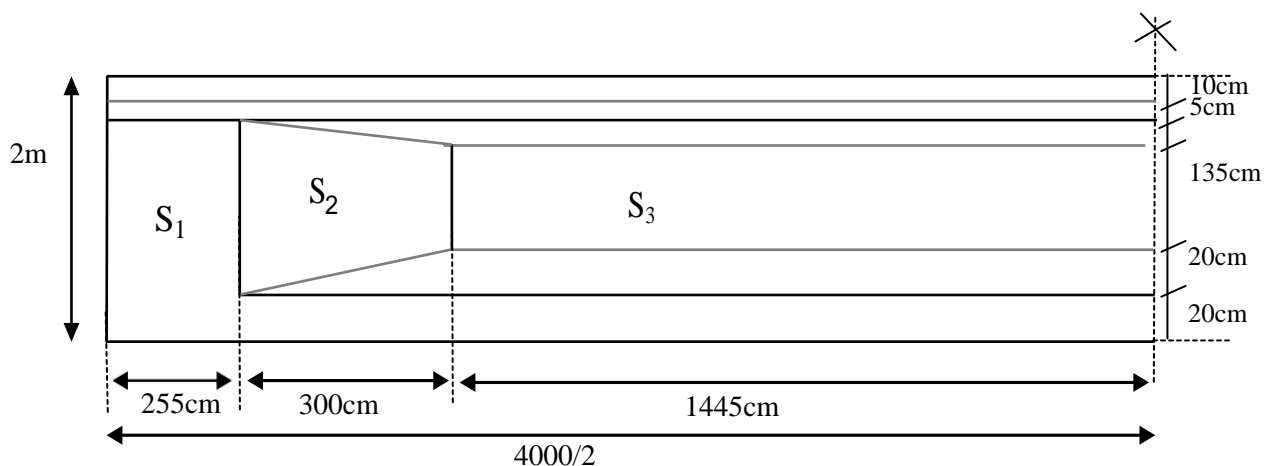
Elles concernent toutes les charges qui restent constantes durant toute la vie de l'ouvrage.

##### 4.2.1. Calcul des charges permanentes (CP) :

Elle contient :

- Poids propre de la poutre ;
- Poids propre de la dalle ;
- Poids propre de l'entretoise.

##### a) poids propre de la poutre :



**Figure 4.1.** Vue latérale de la poutre en béton précontraint.



La section	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>
L'aire de la section (m <sup>2</sup> )	1,3125	1,0275	0,7425

**Tableau 4.1.** La variation de la section de la poutre.

$$P_i = P_{\text{béton}} \times S_i \times L_i$$

$$P_1 = 2,5 \times 1,3125 \times 2,55 = 8,367 \text{ t}$$

$$P_2 = 2,5 \times 1,0275 \times 3 = 7,706 \text{ t}$$

$$P_3 = 2,5 \times 0,7425 \times 14,45 = 26,823 \text{ t}$$

Donc :

$$P_{\text{poutre}} = 2(P_1 + P_2 + P_3) = 2(8,367 + 7,706 + 26,823) = 85,792 \text{ t.}$$

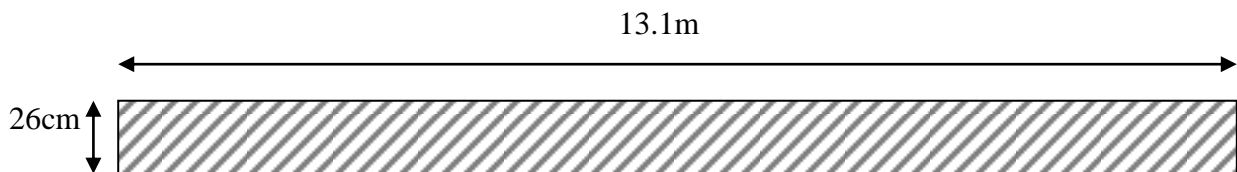
- Pour 5 poutres :

$$P_{\text{poutre}} = 85,792 \times 5 = 428,96 \text{ t.}$$

- Le poids des poutres en mètre linéaire :

$$P_{\text{poutre}} = \frac{428,96}{40} = 10,724 \text{ t/ml}$$

**b) poids propre de la dalle :**



**Figure 4.2.** Coupe transversale droite de la dalle

- Epaisseur de la dalle est : 26cm.

- le poids total de la dalle :

$$P_{\text{dalle}} = 0,26 \times 13,1 \times 40 \times 2,5 = 340,6 \text{ t}$$

- Le poids de la dalle en mètre linéaire :

$$P_{\text{dalle}} = \frac{340,6}{40} = 8,515 \text{ t/ml}$$

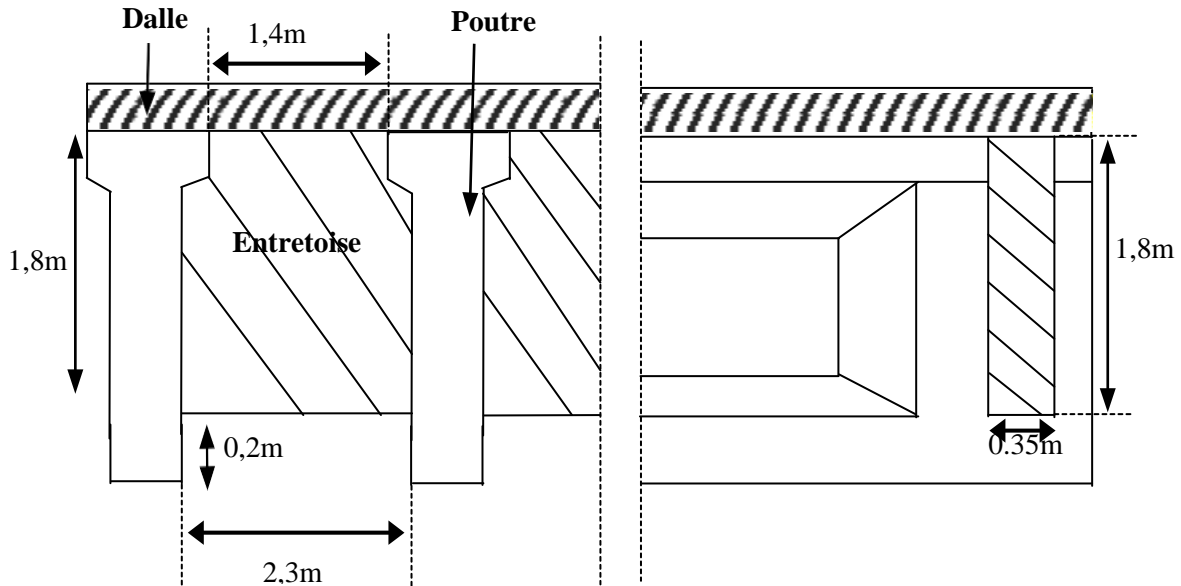
-Le poids de la dalle qui revient à la poutre intermédiaire est :

$$P_i = 0,26 \times 2,9 \times 2,5 = 1,885 \text{ t/ml}$$

-Poids de la dalle qui revient à la poutre de rive est :

$$P_r = 0,26 \times 2,2 \times 2,5 = 1,43 \text{ t/ml}$$

c) poids propre de l'entretoise :



-Coupe longitudinal sur l'entretoise-

-Coupe transversale sur l'entretoise-

**Figure 4.3.** L'entretoise d'about.

$$S_{\text{net}} = (1,8 \times 2,3) - (0,09 + 0,0225) = 4,0275 \text{ m}^2$$

$$P_{\text{net}} = 4,0275 \times 0,35 \times 2,5 = 3,524 \text{ t}$$

- Le poids total des entretoises :

On a deux entretoises d'about :

$$P_{\text{tot}} = 3,524 \times 4 \times 2 = 28,192 \text{ t}$$

- Le poids des entretoises par mètre linéaire :

$$P = \frac{28,192}{40} = 0,705 \text{ t/ml}$$

- Le poids de l'entretoise qui revient à la poutre intermédiaires est :

$$P_i = 0,176 \text{ t/ml}$$

- Le poids de l'entretoise qui revient à la poutre de rive est :

$$P_r = 0,088 \text{ t/ml}$$

Donc :  $CP = 10,724 + 8,515 + 0,705 = 19,944 \text{ t/ml}$

#### 4.2.2. Calcul du complément des charges permanente (CCP) :

C'est l'ensemble des charges dues aux éléments non porteurs tel que ; le revêtement, la corniche, les trottoirs, le garde-corps, longrine...etc.

Ces charges sont appelées CCP; et concernent :

- Le revêtement ;
- La chape d'étanchéité ;
- Les corniches.
- Les glissières de sécurité ;
- Les réseaux ;
- Longrine.

Nature	Caractéristiques
Couche de roulement	$e = 7,5 \text{ cm}$ $\rho = 24 \text{ kN/m}^3$
Chape d'étanchéité	$e = 0,5 \text{ cm}$ $\rho = 22 \text{ kN/m}^3$

**Tableau 4.2.** La nature et les caractéristiques de couche de roulement.

- Le poids par mètre linéaire :

$$P_{r+ch} = (0,75 \times 2,4 \times 0,005 \times 2,2)12 = 2,292 \text{ t/ml}$$

- Le poids total :

$$P_{(r+ch)tot} = 2,292 \times 40 = 91,68 \text{ t}$$

- Le poids de (revêtement + La chape d'étanchéité) qui revient à la poutre intermédiaire est :

$$P_{r+ch} = (0,75 \times 2,4 \times 0,005 \times 2,2)2,9 = 0,554 \text{ t/ml}$$

- Le poids de (revêtement + La chape d'étanchéité) qui revient à la poutre de rive est :

$$P_{r+ch} = (0,75 \times 2,4 \times 0,005 \times 2,2)1,65 = 0,315 \text{ t/ml}$$

**b) Le poids de (réseau + corniche + Glissière(H3) + longrine) :**

Nature	Poids
Glissière H3	1KN/ml
Longrine	4KN/ml
Corniche	1KN/ml
Réseaux	1KN/ml

**Tableau 4.3.** Les poids du complément des charges.

$$P_{\text{tot}} = (P_{\text{cor}} + P_{\text{glis}} + P_{\text{long}} + P_{\text{rés}}) \times 2 = (0,1 + 0,1 + 0,4 + 0,1) = 1,4 \text{ t/ml}$$

$$\text{CCP} = 1,4 + 2,292 = 3,692 \text{ t/ml}$$

**4.2.3. Le poids total du tablier :**

$$G = \text{CP} + \text{CCP} = 19,944 + 3,692 = 23,636 \text{ t}$$

$$G_{\text{tot}} = 23,636 \times 40 = 945,44 \text{ t.}$$

**4.2.4. La charge par poutre :**

Charge (t/ml)	Poutre intermédiaires	Poutre de rive
Poutre seule	2,145	2,145
Dalle	1,885	1,43
L'entretoise	0,176	0,088
Revêtement	0,554	0,315
$P_{\text{cor}} + P_{\text{glis}} + P_{\text{long}} + P_{\text{rés}}$		0,7
<b>La Somme</b>	4,76	4,687

**Tableau 4.4.** Poids revenant à chaque poutre

### 4.3. Calcul des surcharges routières :

#### 4.3.1. Caractéristiques du pont :

Elles sont définies par le fascicule 61 titre de pont route, dans notre ouvrage on considère les systèmes de charge suivante : [3]

- La surcharge de type A(L) ;
- Système B ;
- La surcharge militaire Mc120 ;
- La surcharge exceptionnelle convois D240 t.

Ces actions sont appliquées et disposées sur la chaussée de façon à obtenir l'effet le plus défavorable. Cependant la chaussée n'est pas totalement chargée; donc on définit la largeur chargeable qui se déduit de la largeur roulable.

#### a. La largeur roulable ( $L_r$ ) :

La largeur roulable est définie comme la largeur comprise entre dispositifs de retenue ou bordures.

#### b. La largeur chargeable ( $L_c$ ) :

Se déduit de la largeur roulable, en enlevant une bande de 0,50m le long de chaque dispositif de retenue (glissière, barrière ou séparateur) lorsqu'il existe.

#### c. Dans notre projet on a :

$$L_r = 10,5\text{m}$$

$$L_c = L_r - n \times 0,5$$

avec :

n : Nombre de dispositifs de retenue  $n \leq 2$

$$\text{Donc : } L_c = L_r = 10,5\text{m}$$

#### d. Le nombre de voie :

D'après le fascicule 61 titre II. Les chaussées comportent un nombre de voie de circulation égal à la partie entière du quotient par 3 de leur largeur chargeable. [3]

$$m = E\left(\frac{L_c}{3}\right) = E\left(\frac{10,5}{3}\right) = E(3,5)$$

Donc :  $m = 3$  voies

**e. La largeur de la voie :**

$$L_V = \frac{L_c}{m} = \frac{L_c}{3} = 3,5 \text{ m}$$

**f. Classe de pont route :**

On distingue trois classe de ponts, on fonction de leur largeur roulable les suivantes :

La classe	La largeur roulable
1	$L_r \geq 7\text{m}$
2	$5,5\text{m} > L_r < 7\text{m}$
3	$L_r < 5,5\text{m}$

**Tableau 4.5.** La classe du pont.

On a  $L_r \geq 7 \text{ m}$  donc notre pont est classé dans la 1<sup>ère</sup> classe.

**4.3.2. Evaluation des charges :****4.3.2.1. Système de charge A(L) :**

Le système A se compose d'une charge uniformément répartie dont l'intensité dépend de la longueur (L) chargée, il est défini par la formule suivante : [3]

$$A(L) = 230 + \frac{36000}{L+12}$$

Avec : L est la portée du pont.

$$L = 39\text{m}$$

$$A(L) = 230 + \frac{36000}{39+12}$$

$$A(L) = 0,936\text{t/m}^2$$

$a_1$  : coefficient de dégressivité transversale de la charge, est donné par le tableau suivant :

Classe du pont	Nombre de voies chargées				
	1	2	3	4	$\geq 5$
1	1	1	0,9	0,75	0,7
2	1	0,9	-	-	-
3	0,9	0,8	-	-	-

**Tableau 4.6.** valeurs de Coefficient de dégressivité transversale de la charge.

$V_0 = 3,5\text{m}$  (Pont de 1<sup>ère</sup> classe).

$V$  : Largueur d'une voie ;  $V = 3,5\text{m}$

$$a_2 = \frac{v_0}{v} = \frac{3,5}{3,5} = 1.$$

Dans notre projet on a :

	$a_1$	$a_2$	$A(L)(t/m^2)$	$A(t/ml)$
<b>1Voie</b>	1,00	1,00	0,936	$1 \times 1 \times 0,936 \times 1 \times 3,5 = 3,276$
<b>2Voies</b>	1,00	1,00	0,936	$1 \times 1 \times 0,936 \times 2 \times 3,5 = 6,552$
<b>3Voies</b>	0,9	1,00	0,936	$0,9 \times 1 \times 0,936 \times 3 \times 3,5 = 8,845$

**Tableau 4.7.** Charge A (L) par voie.

#### 4.3.2.2. Système de charges B :

Le système de charge B comprend trois sous-systèmes les suivantes : [3]

- ✓ Sous système  $B_c$  : se compose de camions de (30T).
- ✓ Sous système  $B_t$  : se compose de tandems de (32T).
- ✓ Sous système  $B_r$  : se compose d'une roue isolée de (10T).

##### a. Sous système $B_c$ :

Une file de système  $B_c$  se compose de deux camions de 30t disposée l'un après l'autre : [3]

- **Disposition dans le sens transversal** : le nombre maximal de files que l'on peut disposer égale au nombre de voies de circulation, il ne faut pas en mettre plus, même si cela est géométriquement possible, les files peuvent être accolées ou non.
- **Disposition dans le sens longitudinal** : le nombre de camions est limité à deux, la distance des deux camions d'une même file est déterminée pour produire l'effet le plus défavorable.

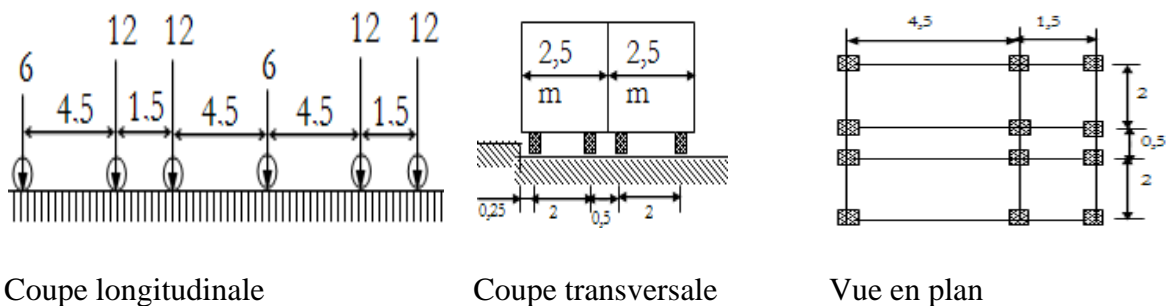
Le sens de circulation peut-être dans un sens ou dans l'autre à condition que les deux camions circulent dans le même sens.

En fonction de la classe du pont et du nombre de files considérées, la valeur des charges du système  $B_c$  prise en compte est multipliée par le coefficient  $b_c$ , donné dans le tableau suivant :

Classe du pont	Nombre des voies				
	1	2	3	4	>5
1	1,20	1,10	0,95	0,80	0,70
2	1,00	1,00	//	//	//
3	1,00	0,80	//	//	//

**Tableau 4.8.** Valeurs de coefficient  $b_c$ .

Chaque camion contient trois essieux à roues simples ayant une masse totale de 30t :



Coupe longitudinale

Coupe transversale

Vue en plan

**Figure 4.4.** Schémas du système Bc.

- Un essieu avant de 6 t.
- Deux essieux arrières de 12t chacun.

La charge Maximale de système  $B_c$  s'obtient lorsque la chaussée est chargée par quatre files de camion :

$$S_1 = 2 \times 30 \times 3 = 180 \text{ t}$$

On a un pont de 1<sup>ère</sup> classe et 3 voie chargées donc :  $b_c = 0,95$

$$S = S_1 \times b_c = 180 \times 0,95 = 171 \text{ t}$$

• **Coefficient de majoration dynamique :**

$$\delta_C = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,20L} + \frac{0,6}{1 + 4 \frac{G}{S}}$$

L : la portée du pont.

$L = 39.S$  : la surcharge maximale :  $S = 171 \text{ t}$ .

G : la charge permanente :  $G = 945,44 \text{ t}$



$$\delta_C = 1 + \frac{0,4}{1+0,20 \times 39} + \frac{0,6}{1+4 \frac{945,44}{171}}$$

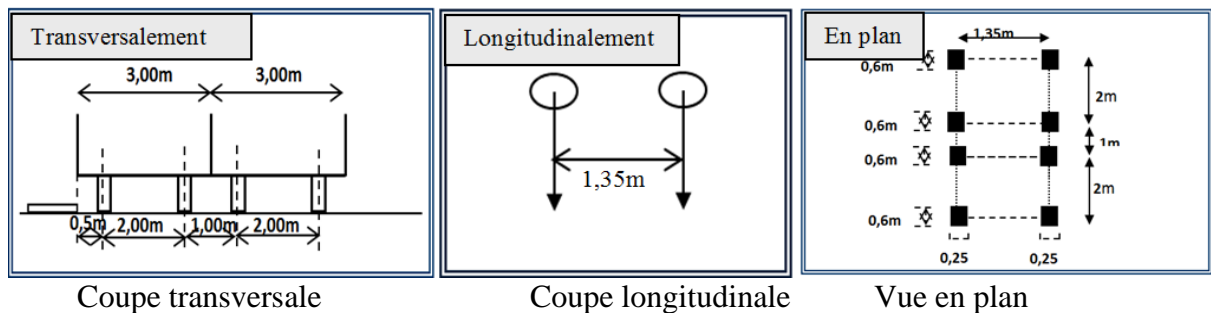
$$\delta_C = 1,071$$

	$b_c$	$\delta_C$	Charge par essieu (t)	
<b>1Voie</b>	1,2	1,071	E avant	$6 \times 1,2 \times 1,071 = 7,711$
			E arrière	$12 \times 1,1 \times 1,071 = 15,422$
<b>2Voies</b>	1,1	1,071	E avant	$2 \times 6 \times 1,1 \times 1,071 = 14,137$
			E arrière	$2 \times 12 \times 1,1 \times 1,071 = 28,274$
<b>3Voies</b>	0,95	1,07	E avant	$3 \times 6 \times 0,95 \times 1,071 = 18,314$
			E arrière	$3 \times 12 \times 0,95 \times 1,071 = 36,628$

**Tableau 4.9.** Charge Bc par essieu.

### b. Sous système $B_t$ :

Un tandem du système  $B_t$  est applicable seulement sur la 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> classe, il est à deux essieux ( $2 \times 16t$ ), chacun a deux roues simples qui répondent aux caractéristiques suivantes : [3]



**Figure 4.5.** Schémas du système Bt.

On dispose un seul tandem dans le sens longitudinal et, au plus, deux tandems transversalement.

Les valeurs des charges du système  $B_t$  prise en compte sont multipliées par le coefficient  $b_t$  et par le coefficient de majoration dynamique  $\delta_{bt}$ .

- Pour les ponts de la première classe (notre cas):  $b_t = 1$ .
- Pour les ponts de la deuxième classe :  $b_t = 0,9$ .

$$S = 32 \times 2 \times 1,00 = 64t$$

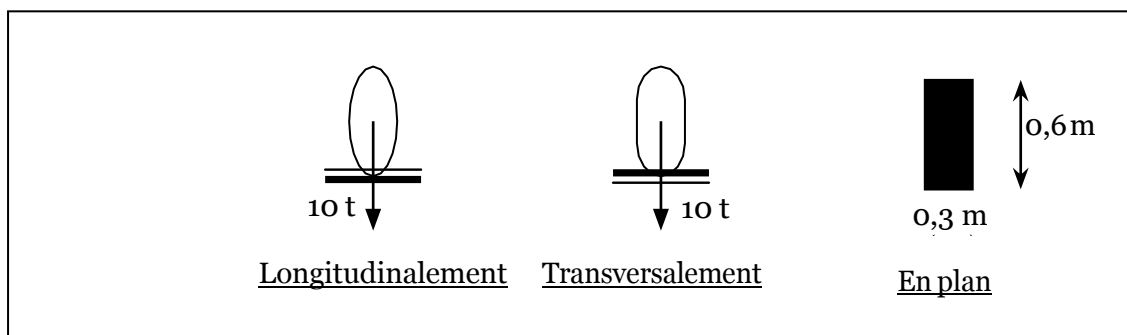
$$\delta_t = 1 + \frac{0,4}{1+0,20 \times 39} + \frac{0,6}{1+4 \frac{945,44}{64}} = 1,055$$

	$b_t$	$\delta_t$	Charge par essieu (t)
<b>1Voie</b>	1,00	1,055	$16 \times 1 \times 1,055 = 16.88$
<b>2Voies</b>	1,00	1,055	$2 \times 16 \times 1 \times 1,055 = 33.76$

**Tableau 4.10.** Charge de Bt par essieu.

**c. Sous système  $B_r$  :**

Il se compose d'une roue isolée transmettant un effort de 10 t à travers une surface d'impact rectangulaire 0,6 x 0,3 m [3]

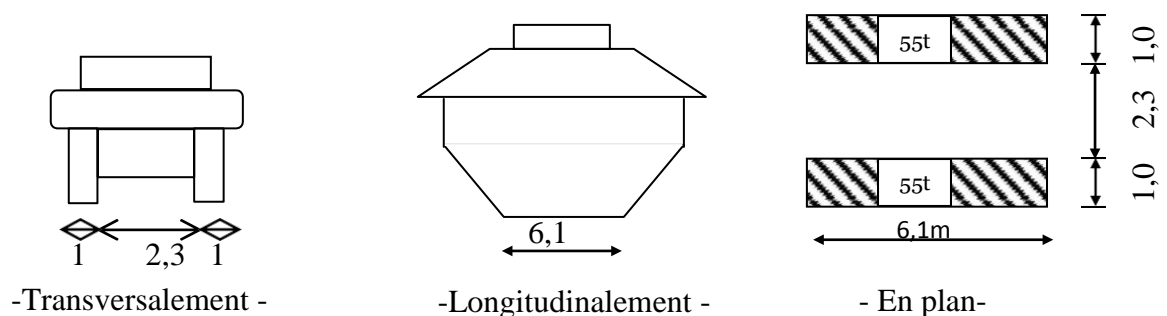


**Figure 04.7.** Schémas du système Br.

**4.3.2.3. Système de charge MC120 :**

Les ponts doivent calculés de façon à supporter les véhicules militaires du type  $M_{c120}$  susceptibles d'être dans certains cas les plus défavorables. Les véhicules  $M_{c120}$  peuvent circuler en convoi. [3]

Dans le sens transversal : un seul convoi est disposé quel que soit la largeur de la chaussée par contre dans le sens longitudinal le nombre de convois est illimité. L'entre axe minimum entre deux convois successif est de 36,6 m. Le poids total de chaque convoi est égal à 110 t.



**Figure 4.8.** Schémas du système Mc120.

- Masse totale de chenille:110t.

$$\delta = 1 + \frac{0.4}{1 + 0.20 \times 39} + \frac{0.6}{1 + 4 \frac{945.44}{110}} = 1.062$$

$$P_{MC120} = 110 \times 1.062 = 116.82 \text{ t}$$

$$P_{MC120} = \frac{116.82}{6.1} = 19.15 \text{ t/ml}$$

#### 4.3.2.4. Système de charges exceptionnelles D240 :

Les charges exceptionnelles ne sont pas multipliées par le coefficient de majoration dynamique. Le convoi type D comporte une remorque de trois éléments de quatre lignes à deux essieux de 240 t de poids total. [3]

$$P = 240 \text{ t} \text{ soit } p = \frac{p}{l} = \frac{240}{18,6} = 12,903 \text{ t/ml}$$

$$P_{D240} = 12,903 \text{ t/ml}$$

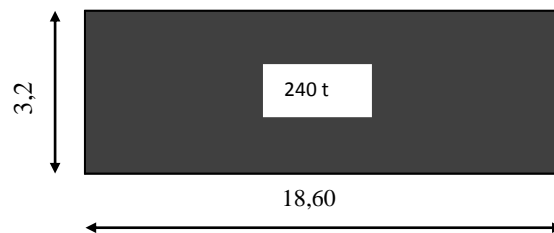


Figure 4.9. schéma du système D240.

#### 4.4. Les effets horizontaux :

##### 4.4.1. Effet de freinage :

Les effets de freinage considérer pour la stabilité des appuis et la résistance des appareils d'appuis. [3]

L'effet de freinage correspond au système de charge A(l) est égale :

$$F_H = F.A$$

$$F = 1 / (20 + 0,0035.S)$$

$$S = L.L_C \text{ (La surface chargée m}^2\text{)}$$

	<b>A(t)</b>	<b>S (m<sup>2</sup>)</b>	<b>F</b>	<b>F<sub>H</sub></b>
<b>1Voie</b>	$0,936 \times 3,5 \times 39 = 127,764$	$3,5 \times 39 = 136,5$	0,0488	6,228
<b>2Voies</b>	$0,936 \times 7 \times 39 = 255,528$	$7 \times 39 = 273$	0,0477	12,175
<b>3Voies</b>	$0,936 \times 10,5 \times 39 = 383,292$	$10,5 \times 39 = 409,5$	0,0466	17,842

**Tableau 4.11.** L'effort de freinage du au système A(L).

- Pour le système (Bc), un seul camion est supposé avec une force égale à son poids

$$F_H = 30 \text{ t}$$

#### 4.4.2. Effet du vent :

Le vent souffle horizontalement est perpendiculairement à l'axe longitudinal de la chaussée Le vent développe sur toute la surface frappée normalement une pression de (2000N/m<sup>2</sup>). [3]

#### 4.4.3. L'effet du séisme

Les actions sismiques sont des actions accidentelles. Elles sont assimilées à des forces d'inertie ayant une direction quelconque et une intensité proportionnelle à la valeur des forces. L'évaluation de la force sismique se fait selon le règlement parasismique des ouvrages d'arts, version R.P.O.A. 2008. [4]

	Observation
Zone sismique	<b>Iia</b>
Groupes de pont	<b>Groupe 1</b>
Classification de site	<b>S2</b>

**Tableau 4.12.** Zone sismique groupe de pont et classification du site.

Groupe de pont	Zone sismique			
	I	Iia	IIb	III
1	0,15	0,25	0,30	<b>0,40</b>
2	0,12	0,2	0,25	<b>0,30</b>
3	<b>0,10</b>	<b>0,15</b>	<b>0,20</b>	<b>0,25</b>

**Tableau 4.13.** Coefficient d'accélération sismique.

**4.4.3.1. Détermination de l'action sismique longitudinale et verticale :**

Un calcul des deux composantes de la force sismique globale a été fait ( $E_H$  et  $E_V$ ) en premier lieu, puis une répartition de ces forces sismiques sur les différents appuis de notre ouvrage selon leurs rigidités.

On applique au tablier une force horizontale  $E$  donnée par l'expression :

$$E_x = M \times S_{ae}(T)$$

$$E_y = M \times S_{av}(T)$$

Ou :  $M$  : masse du système.

$S_{ae}$  : accélération horizontal.

$S_{av}$  : accélération vertical.

$$S_{ae} = 0,1g \text{ m/s}^2$$

$$S_{av} = 0,05g \text{ m/s}^2$$

**4.5. Conclusion :**

Dans ce chapitre, un calcul détaillé des charges et surcharges a été effectué. La détermination du poids propre du tablier de notre ouvrage ainsi que la définition de tous les cas de charge possibles (poids de chaque convoi, la répartition transversal et longitudinale de chaque convoi, le nombre de système par file...etc.), ce calcul constitue une phase primordiale dans l'étude et le dimensionnement de l'ouvrage en question

# **Chapitre 5:**

## **Répartition longitudinale des efforts.**

**5.1. Introduction :**

Dans ce chapitre, un calcul a été effectué des sollicitations dues aux charges permanentes et surcharges routières, que le pont doit supporter dans le sens longitudinal avec l'utilisation de RDM, de la méthode des lignes d'influences ainsi que le théorème de BARRE.

**5.2. Calcul des sollicitations dues aux charges permanentes :**

✓ les éléments de réduction due au poids propre :

Par l'application de RDM on a : [10]

• les réactions :

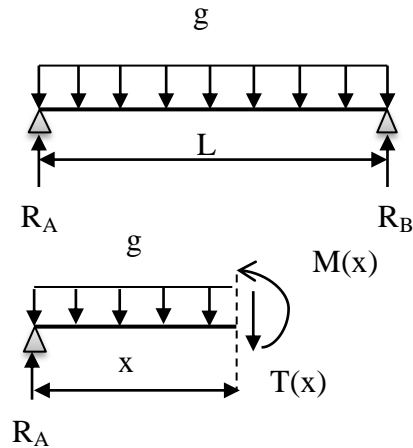
$$R_A = R_B = \frac{g \times L}{2}$$

• les moments :

$$M(x) = \frac{g \times L}{2} \times x - \frac{g \times x^2}{2}$$

• l'effort tranchant :

$$T(x) = R_A - g \times x$$



a) pour une seul poutre :

section	g(t/ml)	R (t)	M (t.m)	T (t)
0,00L	2,145	41,828	0	41,828
0,25L	2,145	/	305,868	20,914
0,5L	2,145	/	407,828	0

Tableau 5.1. Les éléments de réduction due au poids propre pour chaque poutre.

b) l'hourdis :

section	g(t)		R (t)		M (t.m)		T (t)	
	rive	inter	rive	Inter	rive	Inter	rive	Inter
0,00L	1,43	1,885	27,885	36,758	0	0	27,885	36,758
0,25L	1,43	1,885	/	/	203,909	268,794	13,943	18,879
0,5L	1,43	1,885	/	/	271,879	358,395	0	0

Tableau 5.2. Les éléments de réduction due au poids propre de hourdis pour chaque poutre.

## c) L'entretoise :

section	g(t)		R (t)		M (t.m)		T (t)	
	rive	inter	rive	Inter	rive	inter	rive	inter
<b>0,00L</b>	0,088	0,176	1,716	3,432	0	0	1,716	3,432
<b>0,25L</b>	0,088	0,176	/	/	12,548	25,097	0,858	1,716
<b>0,5L</b>	0,088	0,176	/	/	16,731	33,462	0	0

Tableau 5.3. Les éléments de réduction due au poids propre d'entretoise pour chaque poutre.

## d) Revêtement + chape :

section	g(t)		R (t)		M (t.m)		T (t)	
	rive	Inter	rive	Inter	rive	inter	rive	inter
<b>0,00L</b>	0.315	0,554	6,143	10,803	0	0	6,143	10,803
<b>0,25L</b>	0.315	0,554	/	/	44,922	78,997	3,072	5,402
<b>0,5L</b>	0.315	0,554	/	/	59,899	105,329	0	0

Tableau 5.4. Les éléments de réduction due au poids propre de (revêtement + chape) pour chaque poutre.

## e) Corniche + longrine + glissière + réseaux :

section	g(t)		R (t)		M (t.m)		T (t)	
	rive	Inter	rive	Inter	rive	inter	rive	Inter
<b>0,00L</b>	0,7	0	13,65	0	0	0	13,65	0
<b>0,25L</b>	0,7	0	/	/	99,816	0	6,825	0
<b>0,5L</b>	0,7	0	/	/	133,088	0	0	0

Tableau 5.5. Les éléments de réduction due au poids propre de (corniche + longrine + glissière + réseaux) pour chaque poutre.

## f) Poids propre total :

Poutre	g(t/ml)	R (t)		M (t.m)		T (t)		
		0,00L	0,00L	0,25L	0,5L	0,00L	0,25L	0,5L
<b>Rive</b>	4,678	91,221	0	667,054	889,405	91,221	45,611	0
<b>Inter</b>	4,76	92,82	0	678,746	904,995	92,82	46,41	0

Tableau 5.6. Les éléments de réduction due au poids propre total pour chaque poutre.



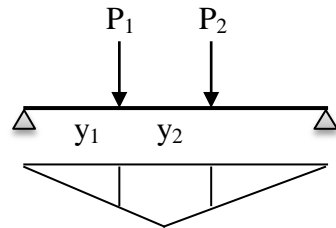
### 5.3. Calcul des sollicitations (M et T) dues aux surcharges :

#### ✓ Avec les lignes d'influences :

On peut définir une fonction d'influence d'un effet élastique (Moment fléchissant effort tranchant,...) à une section fixe d'une structure est celle qui donne la valeur de cette effet pour toutes positions d'une composante unitaire de charge (Force verticale, couple)

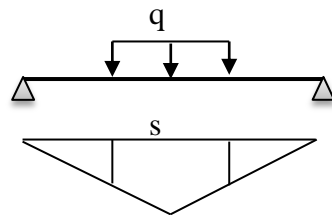
Le graphe qui représente cette fonction est appelé **ligne d'influence**. [5]

- Les forces concentrées :



$$M = P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2$$

- Les charges uniformément répartie :



$$M = q \cdot s$$

#### ✓ Avec théorème de « Barré » :

Le moment fléchissant maximum est obtenu sous la charge qui est symétrique avec la résultante des charges par rapport à l'axe de symétrie.

En général, la section se trouve sous la charge la plus près de la résultante. [5]

### 5.3.1. Calcul des moments fléchissant longitudinaux dus aux surcharges :

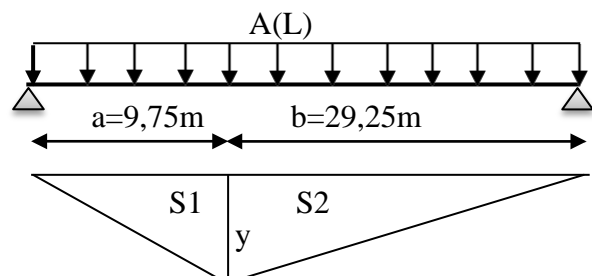
#### 5.3.1.1. Pour $x = 0,25L$ :

##### a. Surcharge A(L) :

$$y = \frac{a \cdot b}{L} = \frac{9,75 \times 29,25}{39} = 7,3125 \text{ m.}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{a+b}{2} \times y = \frac{9,75+29,25}{2} \times 7,3125$$

$$S = 142,5938 \text{ m}^2.$$



**b. Système Bc :**

Pour trouver le moment maximum dans une section « c » on : [5]

- Placer les charges dans « c » et calculer  $\frac{\bar{W}}{L}$ .
- Calculer  $W_{L1}$  et  $W_{L2}$  puis on vérifie l'inégalité :

$$W_{L1} > \frac{\bar{W} \cdot a}{L}$$

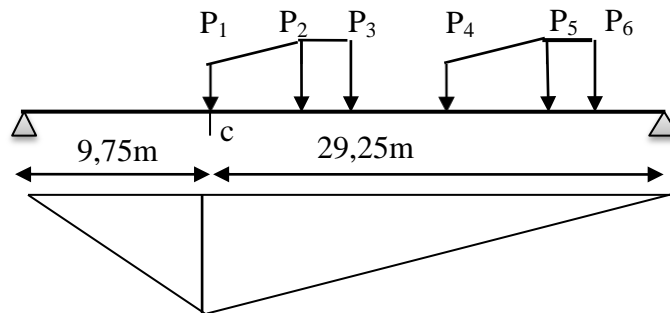
$$W_{L2} < \frac{\bar{W} \cdot a}{L}$$

$\bar{W}$  : Résultant des forces qui se trouve sur la poutre.

$W_{L1}$  : Résultante des charges appliquées à gauche de C en tenant compte la force en C.

$W_{L2}$  : Résultante des charges appliquées à gauche de C en néglige la force en C.

a : L'abscisse du point C par rapport à l'appuis gauche.



On obtient le tableau suivant :

Force en c	$\bar{W}$	$(\bar{W} \cdot a)/L$	$W_{L1}$	$W_{L2} < (\bar{W} \cdot a)/L$	$W_{L2}$	$W_{L2} < (\bar{W} \cdot a)/L$
<b>P1 = 6t</b>	60	15	6	Non	0	Oui
<b>P2 = 12t</b>	60	15	18	Oui	6	Oui
<b>P3 = 12t</b>	60	15	30	Oui	18	Non
<b>P4 = 6t</b>	54	13,5	30	Oui	24	Non
<b>P5 = 12t</b>	42	10,5	30	Oui	18	Non
<b>P6 = 12t</b>	30	7,5	30	Oui	18	Non

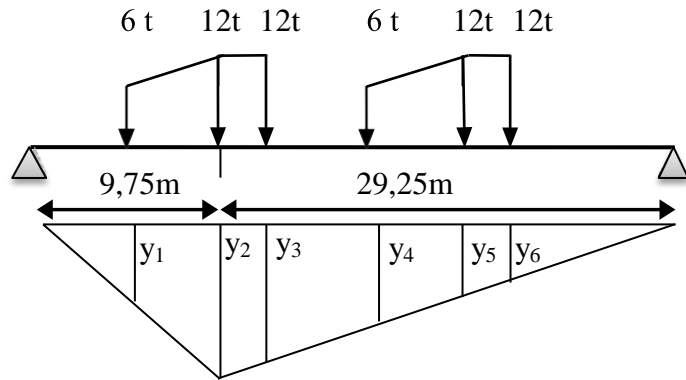
**Tableau 5.7.** Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du train de charges Bc.

D'après le tableau 1 seul cas vérifie :

- **1<sup>ère</sup> cas P<sub>2</sub> sur C :**

$$M = \sum P_i \times y_i$$

y <sub>1</sub>	3,9375
y <sub>2</sub>	7,3125
y <sub>3</sub>	6,9375
y <sub>4</sub>	5,8125
y <sub>5</sub>	4,6875
y <sub>6</sub>	4,3125



➤ les moments :

Cas	Moment (t.m)
1	337,5

Tableau 5.8. Moments fléchissant selon Bc.

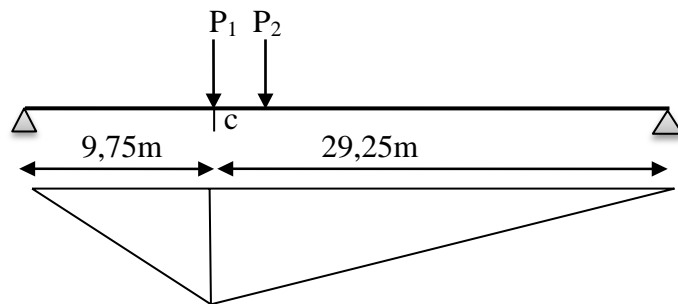
c. Système Bt :

On vérifie l'inégalité :

$$W_{L1} > \frac{\bar{W}.a}{L}$$

$$W_{L2} < \frac{\bar{W}.a}{L}$$

On obtient le tableau suivant :



Force en c	$\bar{W}$	$(\bar{W}.a)/L$	$W_{L1}$	$W_{L2} < (\bar{W}.a)/L$	$W_{L2}$	$W_{L2} < (\bar{W}.a)/L$
P1 = 16t	32	8	16	Oui	0	Oui
P2 = 16t	32	8	32	Oui	16	Non

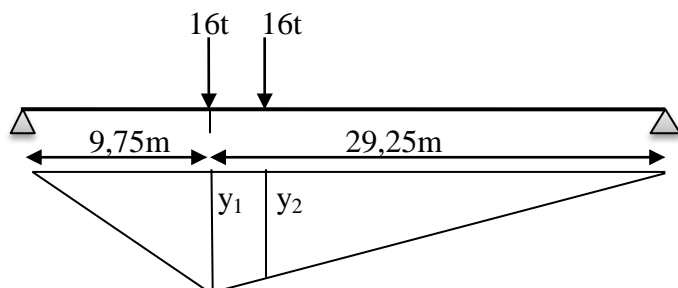
Tableau 5.9. Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du système Bt.

D'après le tableau 1 seul cas vérifie :

• 1<sup>ère</sup> cas P<sub>1</sub> sur C :

$$M = \sum P_i \times y_i$$

y <sub>1</sub>	7,3125
y <sub>2</sub>	6,975



➤ les moments :

Cas	Moment (t.m)
1	228,6

Tableau 5.10. Moments fléchissant selon Bt

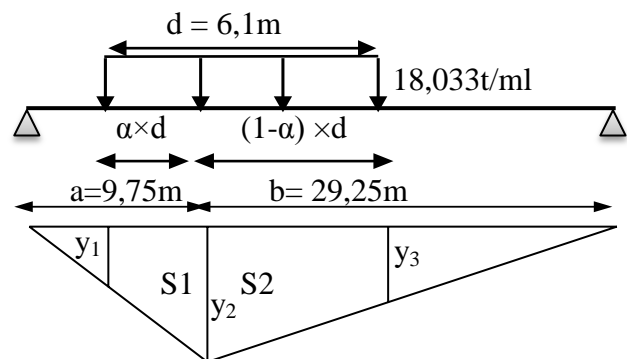
d. Convoi  $M_{c120}$  :

$$\alpha = \frac{a}{L} = \frac{9,75}{39} = 0,25$$

$$\alpha \times d = 0,25 \times 6,1 = 1,525 \text{ m.}$$

$$(1-\alpha) \times d = (1 - 0,25) \times 6,1 = 4,575 \text{ m.}$$

$y_1$	6,1688
$y_2$	7,3125
$y_3$	6,1688



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = \frac{(6,1688+7,3125) \times (1,525+4,575)}{2}$$

$$S = 41,118 \text{ m}^2$$

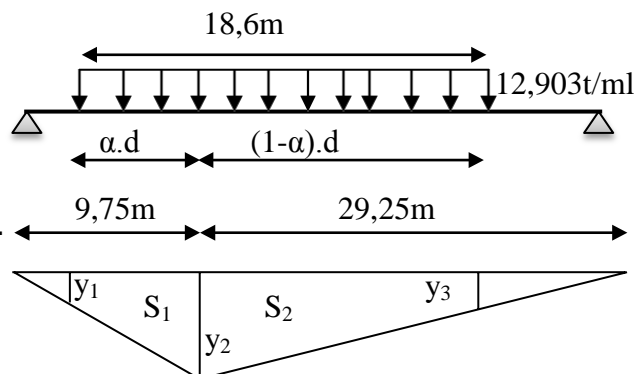
e. Convoi  $D_{240}$  :

$$\alpha = \frac{a}{L} = \frac{9,75}{39} = 0,25$$

$$\alpha \times d = 0,25 \times 18,6 = 4,65 \text{ m.}$$

$$(1-\alpha) \times d = (1 - 0,25) \times 18,6 = 13,95 \text{ m.}$$

$y_1$	3,825
$y_2$	7,3125
$y_3$	3,825



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = \frac{(3,825+7,3125) \times (4,65+13,95)}{2}$$

$$S = 103,5788 \text{ m}^2.$$

• **Tableau récapitulatif des moments fléchissant à  $x = 0,25L$  :**

Disposition		Surcharge	Surcharge pondérée	S ou $\sum y_i$	M (t.m)	$M_0=M/5$
A(L)	1 voie	0,936	3,276	142,5938	467,137	93,427
	2 voies	0,936	6,552		934,275	186,855
	3 voies	0,842	8,845		1261,242	252,248
Bc	1 file	E avant	7,711	9,75	433,745	86,749
		E arrière	15,422	23,25		
	2 files	E avant	14,137	9,75	795,206	159,041
		E arrière	28,274	23,25		
	3 files	E avant	18,314	9,75	1030,163	206,033
		E arrière	36,628	23,25		
Bt	1 tandem	E avant	16,88	7,3125	241,173	48,235
		E arrière	16,88	6,975		
	2 tandems	E avant	33,76	7,3125	482,346	96,469
		E arrière	33,76	6,975		
$M_{c120}$		18.033	19.151	41.118	787.451	157.490
$D_{240}$		12.903	12.903	103.5788	1336.477	267.295

**Tableau 5.11.** Moments fléchissant à  $x = 0,25L$ .

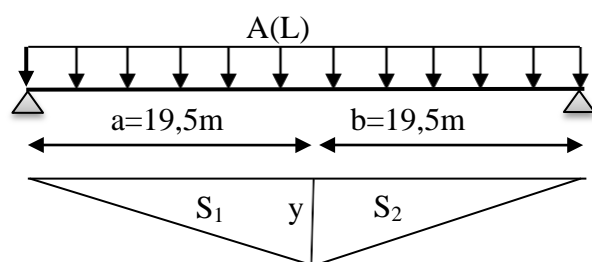
**5.3.1.2. Pour  $x = 0,5L$  :**

**a. Surcharge A(L) :**

$$y = \frac{a \times b}{L} = \frac{19,5 \times 19,5}{39} = 9,75 \text{ m.}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{a+b}{2} \times y = \frac{9,75+29,25}{2} \times 9,75$$

$$S = 190,125 \text{ m}^2$$



**b. Système Bc :**

Force en c	$\bar{W}$	$(\bar{W}.a)/L$	$W_{L1}$	$W_{L2} < (\bar{W}.a)/L$	$W_{L2}$	$W_{L2} < (\bar{W}.a)/L$
<b>P1 = 6t</b>	60	30	6	Non	0	Oui
<b>P2 = 12t</b>	60	30	18	Non	6	Oui
<b>P3 = 12t</b>	60	30	30	Oui	18	Oui
<b>P4 = 6t</b>	60	30	36	Oui	30	Oui
<b>P5 = 12t</b>	60	30	48	Oui	36	Non
<b>P6 = 12t</b>	60	30	60	Oui	48	Non

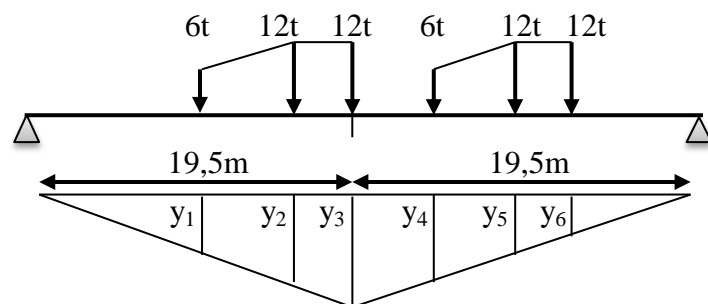
**Tableau 5.12.** Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du train de charges Bc.

D'après le tableau 2 cas vérifiant :

- 1<sup>ère</sup> cas P<sub>3</sub> sur C :

$$M = \sum P_i \times y_i$$

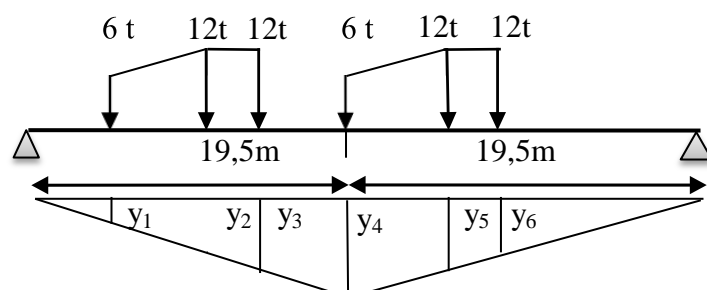
y <sub>1</sub>	6,75
y <sub>2</sub>	9
y <sub>3</sub>	9,75
y <sub>4</sub>	7,5
y <sub>5</sub>	5,25
y <sub>6</sub>	4,5



- 2<sup>ème</sup> cas P<sub>4</sub> sur C :

$$M = \sum P_i \times y_i$$

y <sub>1</sub>	4,5
y <sub>2</sub>	6,75
y <sub>3</sub>	7,5
y <sub>4</sub>	9,75
y <sub>5</sub>	7,5
y <sub>6</sub>	6,75



➤ les moments :

Cas	Moment (t.m)
1	427,5
2	427,5

**Tableau 5.13.** Moments fléchissant selon Bc.

Donc, on déduit que les deux cas sont les plus défavorables.

a. Système Bt :

Force en c	$\bar{W}$	$(\bar{W}.a)/L$	$W_{L1}$	$W_{L2} < (\bar{W}.a)/L$	$W_{L2}$	$W_{L2} < (\bar{W}.a)/L$
<b>P1 = 16t</b>	32	16	16	Non	0	Oui
<b>P2 = 16t</b>	32	16	32	Oui	16	Oui

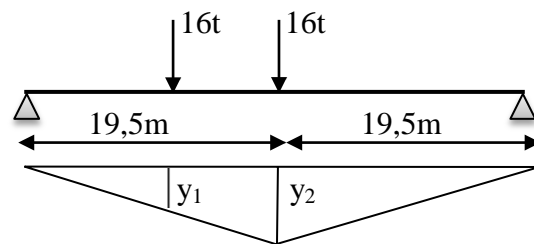
**Tableau 5.14.** Les calculs relatifs à la détermination de la position critique du système Bt.

D'après le tableau 1 seul cas vérifie :

• 1<sup>ère</sup> cas P<sub>2</sub> sur C :

$$M = \sum P_i \times y_i$$

y <sub>1</sub>	9,075
y <sub>2</sub>	9,75



➤ les moments :

Cas	Moment (t.m)
1	301,2

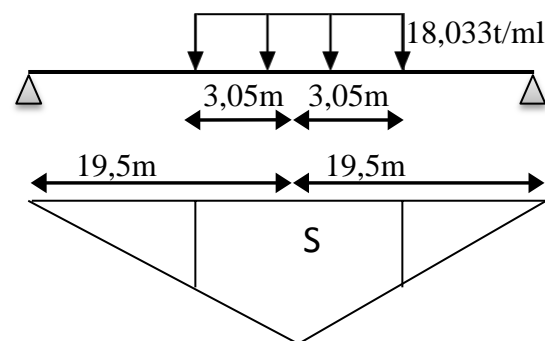
**Tableau 5.15.** Moments fléchissant selon Bc.

b. Convoi Mc<sub>120</sub> :

$$\alpha = \frac{a}{L} = \frac{19,5}{39} = 0,5$$

$$\alpha \times d = 0,5 \times 6,1 = 3,05 \text{ m.}$$

y <sub>1</sub>	8,225
y <sub>2</sub>	9,75
y <sub>3</sub>	8,225



$$S = S_1 + S_2$$

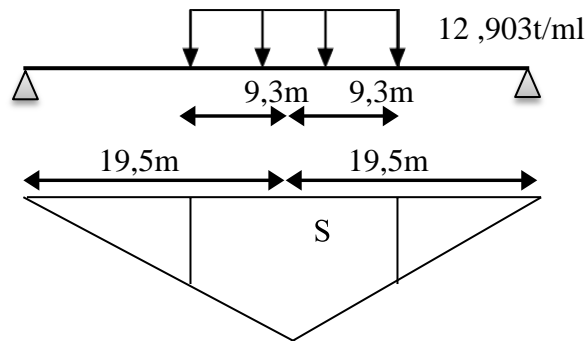
$$S = \frac{(9,75+8,225) \times 6,1}{2}$$

$$S = 54,824 \text{ m}^2.$$

c. Convoi D<sub>240</sub> :

$$\alpha = \frac{a}{L} = \frac{19,5}{39} = 0,5$$

$$\alpha \times d = 0,5 \times 18,6 = 9,3 \text{ m.}$$



y <sub>1</sub>	5,1
y <sub>2</sub>	9,75
y <sub>3</sub>	5,1

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = \frac{(9,75+5,1) \times 18,6}{2}$$

$$S = 138,105 \text{ m}^2.$$

• Tableau récapitulatif des moments fléchissant à x = 0,5L :

Disposition		Surcharge	Surcharge pondérée	S ou $\sum y_i$	M (t.m)	M <sub>0</sub> =M/5
A(L)	1 voie	0,936	3,276	190,125	622,85	124,57
	2 voies	0,936	6,552		1245,699	249,14
	3 voies	0,842	8,845		1681,656	336,331
Bc	1 file	E avant	7,711	14,25	549,409	109,882
		E arrière	15,422	28,5		
	2 files	E avant	14,137	14,25	1007,261	201,452
		E arrière	28,274	28,5		
	3 files	E avant	18,314	14,25	1304,873	260,975
		E arrière	36,628	28,5		
Bt	1 tandem	E avant	16,88	9,075	317,766	63,533
		E arrière	16,88	9,75		
	2 tandems	E avant	33,76	9,075	635,532	127,106
		E arrière	33,76	9,75		
M <sub>c120</sub>		18,033	19,151	54,824	1049,934	209,987
D <sub>240</sub>		12,903	12,903	138,105	1781,969	356,394

Tableau 5.16. Moments fléchissant à x = 0,5L.



### 5.3.1.3. Détermination des sections dangereuses :

Pour les surcharges uniformément répartie « **A(L), M<sub>c120</sub>, D<sub>240</sub>** », la section dangereuse se trouve dans le milieu de la poutre.

Pour les charges concentrées « **Bc, Bt** » on applique le théorème de « Barré ».

#### a. Surcharge Bc :

$$R = 2 \times 6 + 4 \times 12 = 60 \text{ t}$$

#### Position de la résultante :

$$X = [12(16,5 + 15 + 6 + 4,5) + 6(10,5)]/60 = 9,45 \text{ m.}$$

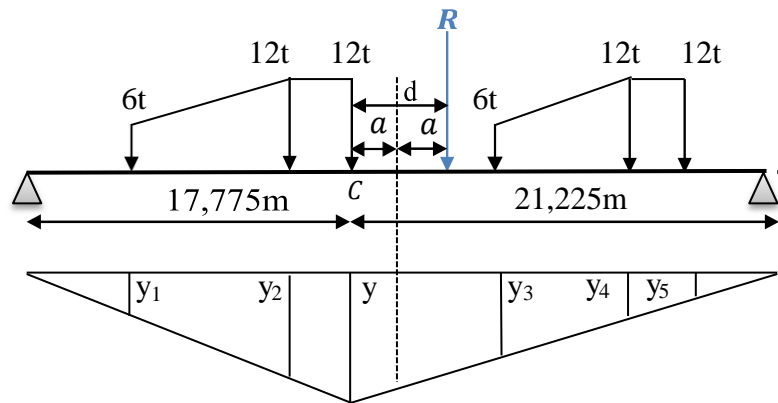
#### ▪ 1<sup>ère</sup> cas : la résultante R se trouve à la droite de l'axe de la poutre :

$$d = X - 6 = 3,45 \text{ m}$$

$$\frac{d}{2} = a = 1,725 \text{ m}$$

$$X_\varepsilon = \frac{l-d}{2} = 17,775 \text{ m.}$$

y	9,6737
y <sub>1</sub>	6,4083
y <sub>2</sub>	8,8574
y <sub>3</sub>	7,6227
y <sub>4</sub>	5,5718
y <sub>5</sub>	4,8881



- Essieu avant :  $\Sigma y_i = 14,031 \text{ m}$

- Essieu arrière :  $\Sigma y_i = 28,991 \text{ m}$

$$\checkmark M = 6 \times 14,031 + 12 \times 28,991 = 432,078 \text{ t.m.}$$

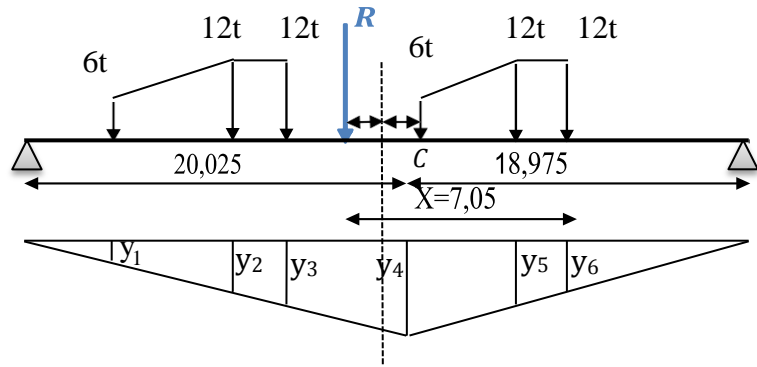
#### ▪ 2<sup>ème</sup> cas : la résultante R se trouve à la gauche de l'axe de la poutre :

$$d = 10,5 - 9,45 = 1,05 \text{ m}$$

$$\frac{d}{2} = a = 0,525 \text{ m}$$

$$X_\varepsilon = \frac{l-d}{2} = 18,975 \text{ m.}$$

y	9,7429
y <sub>1</sub>	4,6343
y <sub>2</sub>	6,8237
y <sub>3</sub>	7,5535
y <sub>4</sub>	7,4323
y <sub>5</sub>	6,6621



- Essieu avant :  $\sum y_i = 14,3772$  m
- Essieu arrière :  $\sum y_i = 28,4716$  m
- ✓  $M = 6 \times 14,3772 + 12 \times 28,4716 = 427,922$  t.m.
- $432,078\text{t.m} > 427,922\text{t.m} \Rightarrow$  Le 1<sup>ère</sup> cas est l'effet le plus défavorable.

**b. Système Bt :**

$R = 2 \times 16 = 32$  t

**Position de la résultante :**

$X = (16 \times 1,35) / 32 = 0,675\text{m}$ .

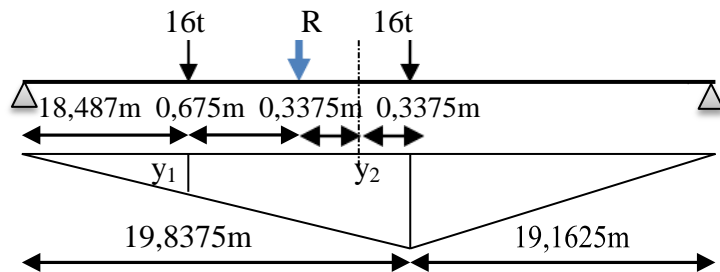
- 1<sup>ère</sup> cas : la résultante R se trouve à la droite de l'axe de la poutre :

$d = 1,35 - 0,675 = 0,675$  m

$\frac{d}{2} = a = 0,3375$  m

$X_\epsilon = \frac{l - d}{2} = 19,1625$  m.

y <sub>1</sub>	9,0838
y <sub>2</sub>	9,7471



• **Tableau récapitulatif des moments maximums :**

Disposition		surcharge	Surcharge pondérée	S ou $\sum y_i$	M (t.m)	$M_0=M/5$
A(L)	1 voie	0,936	3,276	190,125	622,85	124,57
	2 voies	0,936	6,552		1245,699	249,14
	3 voies	0,842	8,845		1681,656	336,331
Bc	1 file	E avant	7,711	14,031	555,292	111,058
		E arrière	15,422	28,991		

	<b>2 files</b>	E avant	14,137	14,031	1018,048	203,61
		E arrière	28,274	28,991		
	<b>3 files</b>	E avant	18,314	14,031	1318,846	263,769
		E arrière	36,628	28,991		
<b>Bt</b>	<b>1 tandem</b>	E avant	16,88	9,0838	317,866	63,573
		E arrière	16,88	9,7471		
	<b>2 tandems</b>	E avant	33,76	9,0838	635,731	127,146
		E arrière	33,76	9,7471		
<b>M<sub>c120</sub></b>		18,033	19,151	54,824	1049,934	209,987
<b>D<sub>240</sub></b>		12,903	12,903	138,105	1781,969	356,394

Tableau 5.17. Moments fléchissant maximums.

5.3.2. Calcul des efforts tranchants longitudinaux dus aux surcharges :

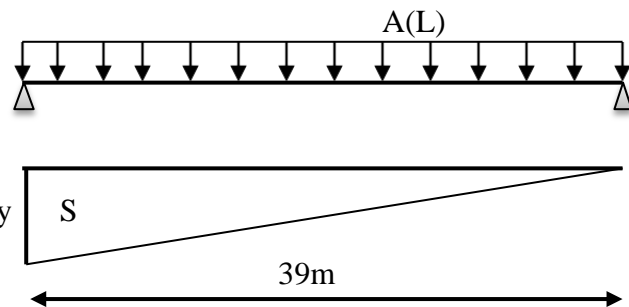
5.3.2.1. Pour  $x = 0,00L$  :

a. Surcharge A(L) :

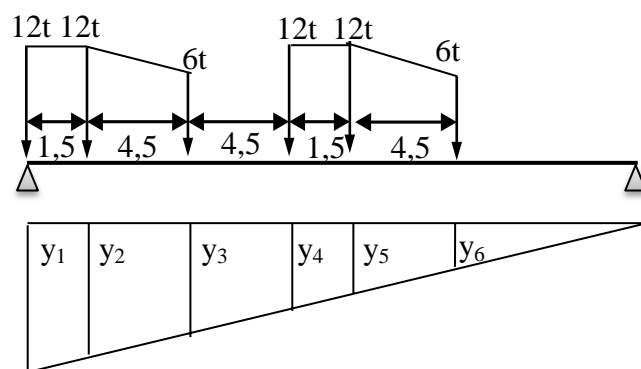
$$y = \frac{b}{L} = \frac{L}{L} = 1$$

$$S = \frac{y \times L}{2} = \frac{39}{2} = 19,5 \text{ m}^2$$

b. Système Bc :



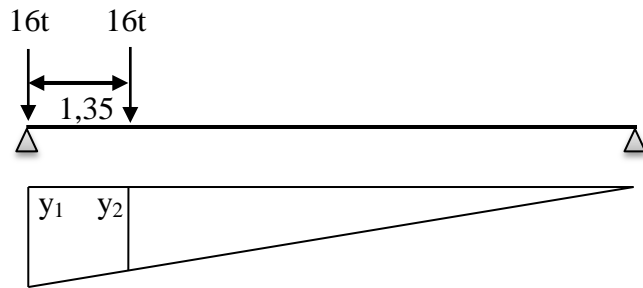
$y_1$	1
$y_2$	0,9615
$y_3$	0,8462
$y_4$	0,7308
$y_5$	0,6923
$y_6$	0,5769



- Essieu avant :  $\Sigma y_i = 1,4231 \text{ m}$
- Essieu arrière :  $\Sigma y_i = 3,3846 \text{ m}$

**c. Système Bt :**

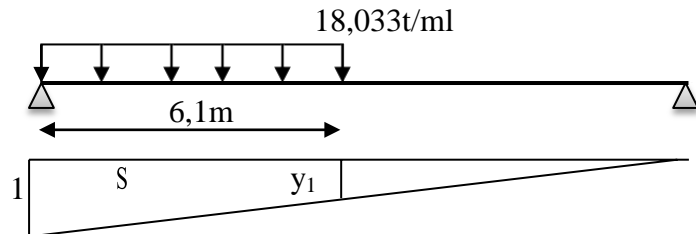
$y_1$	1
$y_2$	0,9654



**d. Convoi M<sub>c120</sub> :**

$$y_1 = \frac{1 \times 32,9}{39} = 0,8436 \text{ m}$$

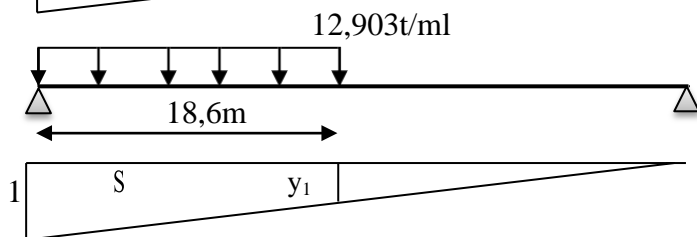
$$S = (1 + y) \times \frac{6,1}{2} = 5,623 \text{ m}^2$$



**e. Convoi D<sub>240</sub> :**

$$y_1 = \frac{1 \times 20,4}{39} = 0,5231 \text{ m}$$

$$S = (1 + y) \times \frac{18,6}{2} = 14,1648 \text{ m}^2$$



• **Tableau récapitulatif des efforts tranchants x = 0,00L :**

Disposition		Surcharge	Surcharge pondérée	S ou $\sum y_i$	T (t.m)	$T_0=T/5$
<b>A(L)</b>	<b>1 voie</b>	0,936	3,276	19,5	63,882	12,776
	<b>2 voies</b>	0,936	6,552		127,764	25,553
	<b>3 voies</b>	0,842	8,845		172,478	34,496
<b>Bc</b>	<b>1 file</b>	E avant	7,711	1,4231	63,171	12,634
		E arrière	15,422	3,3846		
	<b>2 files</b>	E avant	14,137	1,4231	115,815	23,163
		E arrière	28,274	3,3846		
	<b>3 files</b>	E avant	18,314	1,4231	150,034	30,007
		E arrière	36,628	3,3846		
<b>Bt</b>	<b>1 tandem</b>	E avant	16,88	1	33,176	6,635
		E arrière	16,88	0,9654		
	<b>2 tandems</b>	E avant	33,76	1	66,352	13,27
		E arrière	33,76	0,9654		

$M_{c120}$	18,033	19,151	5,623	107,686	21,537
$D_{240}$	12,903	12,903	14,1648	182,768	36,554

Tableau 5.18. Les efforts tranchants  $x = 0,00L$ .

5.3.2.2. Pour  $x=0,25L$  :

c. Surcharge A(L) :

$$y_1 = \frac{a}{L} = \frac{9,75}{39} = 0,25$$

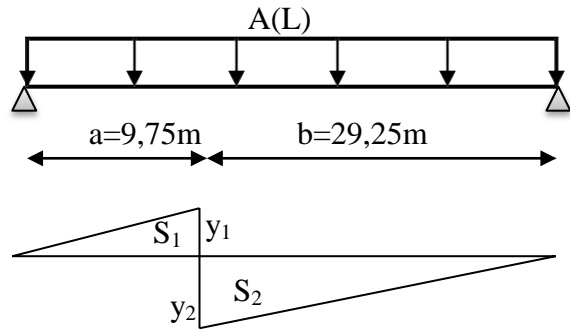
$$y_2 = \frac{b}{L} = \frac{29,25}{39} = 0,75$$

$$S_1 = \frac{y_1 \times a}{2} = \frac{0,25 \times 9,75}{2} = 1,2188 \text{ m}^2$$

$$S_2 = \frac{y_2 \times b}{2} = \frac{0,75 \times 29,25}{2} = 10,9688 \text{ m}^2$$

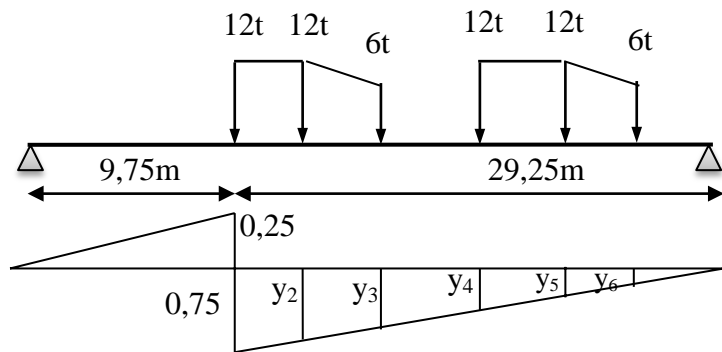
$$T = A(L) \times S$$

$$S = S_2 - S_1 = 9,75 \text{ m}^2$$



d. Système Bc :

$y_1$	0,5
$y_2$	0,7115
$y_3$	0,5962
$y_4$	0,4808
$y_5$	0,4423
$y_6$	0,3269

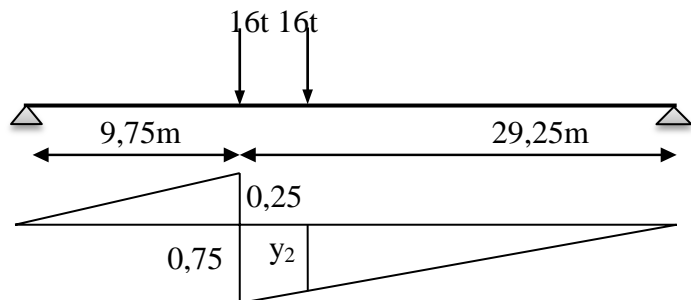


- Essieu avant :  $\Sigma y_i = 0,923 \text{ m}$

- Essieu arrière :  $\Sigma y_i = 2,1346 \text{ m}$

d. Système Bt :

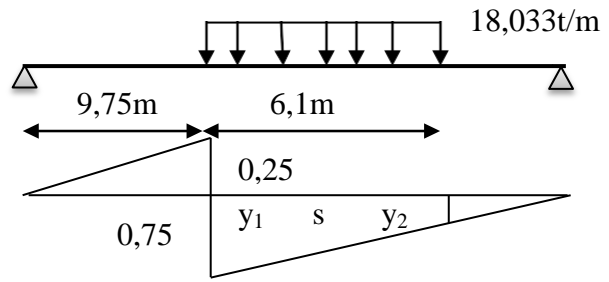
$y_1$	0,5
$y_2$	0,7154



**f. Convoi M<sub>c120</sub>**

y <sub>1</sub>	0,75
y <sub>2</sub>	0,5936

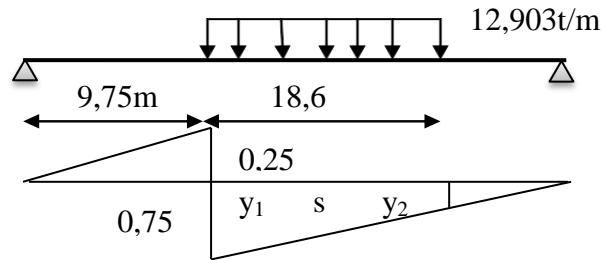
$$S = (0,75 + 0,5936) \times \frac{6,1}{2} = 4,098\text{m}^2$$



**g. Convoi D<sub>240</sub>**

y <sub>1</sub>	0,75
y <sub>2</sub>	0,2731

$$S = (0,75 + 0,2731) \times \frac{18,6}{2} = 9,5148\text{ m}^2$$



• **Tableau récapitulatif des efforts tranchants x = 0,25 L :**

disposition		surcharge	Surcharge pondérée	S ou $\sum y_i$	T (t.m)	T <sub>0</sub> =T/5
<b>A(L)</b>	<b>1 voie</b>	0,936	3,276	9,75	31,941	6,388
	<b>2 voies</b>	0,936	6,552		63,882	12,776
	<b>3 voies</b>	0,842	8,845		86,239	17,248
<b>Bc</b>	<b>1 file</b>	E avant	7,711	0,923	40,037	8,007
		E arrière	15,422	2,1346		
	<b>2 files</b>	E avant	14,137	0,923	73,402	14,68
		E arrière	28,274	2,1346		
	<b>3 files</b>	E avant	18,314	0,923	95,09	19,018
		E arrière	36,628	2,1346		
<b>Bt</b>	<b>1 tandem</b>	E avant	16,88	0,5	20,516	4,103
		E arrière	16,88	0,7154		
	<b>2 tandems</b>	E avant	33,76	0,5	41,032	8,206
		E arrière	33,76	0,7154		
<b>M<sub>c120</sub></b>		18,033	19,151	4,098	78,481	15,696
<b>D<sub>240</sub></b>		12,903	12,903	9,5148	122,769	24,554

**Tableau 5.19.** Les efforts tranchants x = 0,25L.

**5.4. Conclusion :**

Après l'utilisation de la méthode des lignes d'influences et le théorème de BARRE, une détermination des sections dangereuses et des sollicitations maximales dues aux surcharges dans le sens longitudinal a été faite.

Les moments et les efforts tranchants maximum sont :

- $M_{\max} = 1781,969 \text{ t.m}$  (sous la charge de convoi  $D_{240}$ ).
- $T_{\max} = 182,768 \text{ t}$  (sous la charge de convoi  $D_{240}$ ).

# **Chapitre 6:**

## **Répartition transversale des efforts.**



### 6.1. Introduction :

Dans ce chapitre, un calcul des valeurs maximales des sollicitations globales en différentes sections provoquées sous chaque système de charge dans le sens longitudinal du tablier a été réalisé, notre objectif est de faire une étude sur la répartition transversale de ces sollicitations pour obtenir les sollicitations moyennes appliquées à chaque poutre en fonction de la position du chargement et de déduire la poutre la plus sollicitée.

Pour pouvoir répartir ces sollicitations transversalement, deux méthodes sont les plus utilisées à savoir :

- **La méthode de J-Courbon** : utilisée dans le cas des tabliers qui contient des entretoises pouvant être considérées infiniment rigides.
- **La méthode de Guyon-Massonnet** : utilisée dans le cas contraire à la première où la flexibilité des entretoises n'est pas négligeable.

### 6.2. Choix de la méthode :

$$r = \frac{n}{2} \cdot \frac{a}{L} \cdot \sqrt[4]{\frac{I_P}{I_E}}$$

Avec :

n : le nombre des poutres.

L : portée des poutres.

a : L'entretoise axe des poutres.

$I_P$  : Moment d'inertie de la poutre.

$I_E$  : Moment d'inertie de l'entretoise.

Suivant la rigidité (souplesse) de l'entretoise :

- Si  $r < 0,3$  : la rigidité de l'entretoise est infinie. dans ce cas la méthode de (**J-COURBON**) est applicable.
- Si  $r \geq 0,3$  : la rigidité de l'entretoise est finie. dans ce cas on utilise la méthode de (**G-MASSONNET**).

- **Calcul de  $I_P$** : Les poutres de notre projet sont à inertie variable.

L'inertie moyenne  $I_P$  à prendre pour le calcul est donnée par :

$$I_P = I_0 + (I_m - I_0) \frac{8}{3\pi}$$

$I_0$  = Moment d'inertie de la poutre à l'about avec hourdis.

$I_m$  = Moment d'inertie de la poutre en section courante avec hourdis.

$$I_0 = 102233447 \text{ cm}^4$$

$$I_m = 77928014.84 \text{ cm}^4$$

$$I_p = 102233447 + (77928014.84 - 102233447) \frac{8}{3\pi} = 81602355.41 \text{ cm}^4$$

### - Calcul de $I_E$

On prend une bande de 1m de largeur et 0.20m d'épaisseur.

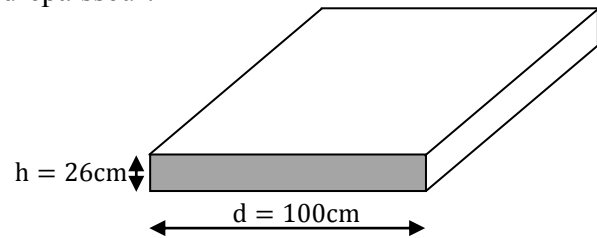
$$I_E = \frac{d \times h^3}{12} = \frac{100 \times 26^3}{12} = 146466.67 \text{ cm}^4$$

$$n = 5$$

$$a = 2.9\text{m} \Rightarrow r = \frac{n \cdot a^4}{2L} \sqrt{\frac{I_p}{I_E}} = 0.903$$

$$L = 39\text{m}$$

$r = 0.903 > 0.30$  Donc. on utilise la méthode de GUYON – MASSONNET.



### 6.3. Principes fondamentaux de la méthode de Guyon. Massonnet :

Le principe de cette méthode est d'assimiler la structure réelle constituant la poutraison (poutres et entretoises) à une structure fictive continue (une dalle de largeur  $2b$ ) ayant pour rigidité les valeurs moyennes que possédant ces rigidités dans la structure réelle, puis analyser de manière approchée l'effet de la répartition transversale des charges en admettant qu'elle est la même si ces charges se au premier terme de leur développement en série de Fourier suivant

$$\text{l'axe de la dalle : } q(x, y) = q_1(y) \sin\left(\frac{\pi \times x}{L}\right)$$

Le calcul consiste, pour chaque effort, de tracer la ligne d'influence de son coefficient de répartition transversale et cela, pour les différentes excentricités de charges ( $e = b$  ;  $e = \frac{3b}{4}$  ;

$e = \frac{b}{2}$  ;  $e = \frac{b}{4}$  ;  $e = 0$ ) et pour les neufs sections de la largeur de dalle ( $y = \pm b$  ;  $y = \pm \frac{3b}{4}$  ;

$y = \pm \frac{b}{2}$  ;  $y = \pm \frac{b}{4}$  ;  $y = 0$ ).

On déplacera les charges de façon à obtenir les plus grandes ordonnées et on retiendra pour le calcul des efforts ; l'excentricité qui donne les plus grandes valeurs des coefficients.

Ainsi on pourra déterminer les facteurs de répartition transversales ( $\kappa_\alpha, \varepsilon_\alpha, \mu_\alpha$ ) et les sollicitations (moments fléchissant , efforts tranchants ) avec exactitude dans n'importe quelle partie du tablier.

Dans le cas des ponts à poutres multiples la section d'étude sera imposée par la position de la poutre, ce qui nous amène à tracer les lignes d'influences pour les différentes excentricités de charge et on retiendra la section qui donne les plus grandes valeurs des coefficients.

### 6.3.1. Paramètre de calcul :

**n** = 5 (nombre des poutres).

**a** = 2,9 m (entre axe des poutres).

**b**: demi-largeur active du pont.

Avec :  $2b = n.a = 5 \times 2,9 = 14,5 \text{ m} \rightarrow b = 7,25 \text{ m}$

#### ▪ Rigidité flexionnelle par unité de longueur :

##### ➤ Poutre

$\rho_p$ : Rigidité flexionnelle des poutres par unité de longueur.

$$\rho_p = \frac{E \cdot I_p}{a} = \frac{81602355,41E}{290} = 281387,432E$$

##### ➤ Dalle

$\rho_D$  : Rigidité flexionnelle de la dalle par unité de longueur.

$$\rho_D = \frac{E \cdot I_E}{100} = \frac{146466,67E}{100} = 1464,67E$$

#### ▪ Rigidité torsionnelle $\gamma_p, \gamma_D$ :

##### ➤ Poutre :

$\gamma_p$  : Rigidité torsion elle des poutres par unité de longueur.

$$C_p = \frac{G}{3} \left( \sum b_i \cdot h_i^3 + \frac{a \cdot h^3}{2} \right) \quad \text{avec } G = E / 2 (1 + \nu)$$

**h**: la hauteur de la dalle.

**b<sub>i</sub>**: la plus grand portée.

**h<sub>i</sub>**: la plus petite coté.

**G**: module de déformation transversale du béton.

$\gamma = 0,2$  coefficient de poison.

#### ❖ Section homogénéisée :

Pour le calcul de la rigidité torsionnelle de la poutre il est nécessaire de travailler avec une section équivalente.

$$S_1 = (150 \times 10) + (60 + 150) \times 5/2 + (22 + 60) \times 10/2 = \mathbf{2435 \text{ cm}^2}$$

$$S_2 = (22 \times 135) = \mathbf{2970 \text{ cm}^2}$$

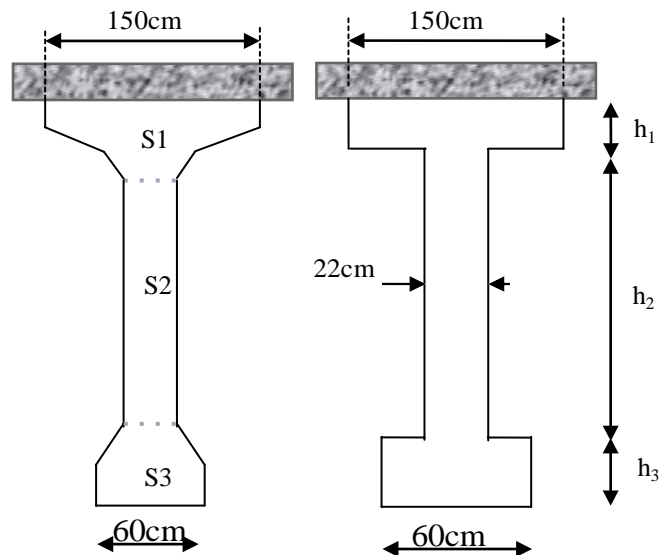
$$S_3 = (60 \times 20) + (60 + 22) \times 20/2 = \mathbf{2020 \text{ cm}^2}$$

$$h_1 = 2435/150 = \mathbf{16,23 \text{ cm}}$$

$$h_3 = 2020/60 = \mathbf{33,67 \text{ cm}}$$

$$h_2 = H - (h_1 + h_3) = 200 - (16,23 + 33,6)$$

$$= \mathbf{150,1 \text{ cm}}$$



Donc :

$$C_p = \left( 16,23^3 \times 150 + 60 \times 21^3 + 33,67^3 \times 150,1 + \frac{26^3 \times 290}{2} \right) \left( \frac{E}{2,4 \times 3} \right)$$

$$C_p = 983097,419$$

$$\gamma_p = \frac{C_p}{a} = \frac{983097,419E}{290} = 3389,991E$$

- **Dalle :**

$$C_d = 2 \times G \times I_d = \frac{2 \times 146466,67E}{2,4} = 122055,558E$$

$$\gamma_D = \frac{C_D}{d} = \frac{122055,558 E}{100} = 1220,555E$$

### 6.3.2. Paramètre de torsion (caractérise la torsion du pont) :

$$\alpha = \frac{\gamma_p + \gamma_D}{2 \times \sqrt{\rho_p \cdot \rho_D}} = 0,114$$

$$\alpha = \mathbf{0,114}$$

### 6.3.3. Paramètre d'entretoisement (caractérise la souplesse de l'entretoisement) :

$$\theta = \left( \frac{b}{L} \right)^4 \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_D}}$$

Avec :  $b = 7,25 \text{ m}$ .

$$L = 39 \text{ m} \Rightarrow \theta = \mathbf{0,692}$$

## 6.4. Détermination des coefficients de répartition transversale :

### 6.4.1. Coefficient de répartition transversale $K_\alpha$ :

Il dépend :

❖ Du paramètre de l'entretoisement  $\theta$  ;

- ❖ Du paramètre de torsion  $\alpha$ ;
- ❖ De l'ordonnée relative ( $y$ ) et de la section où on veut étudier le moment Les valeurs de  $K$  pour  $\alpha = 0$ ;  $\theta = 1$  et  $1 \leq \theta \leq 2$  sont données dans les tableaux de **Guyon- Massonnet**. Pour une valeur intermédiaire il y'a lieu d'interpoler Pour un calcul rigoureux de  $K$  dans le cas où  $0 < \alpha < 1$  on utilisera les formules d'interpolation d'après Sattler.

$$0 < \theta < 0,10 \Rightarrow K_{\alpha} = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \alpha^{0,05}$$

$$\theta > 1 \Rightarrow K_{\alpha} = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \alpha^{0,5}$$

$$0,10 < \theta < 1 \Rightarrow K_{\alpha} = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \alpha^{\beta}$$

$$\text{Avec : } \beta = 1 - e^{\left(\frac{0,065-\theta}{0,663}\right)}$$

Telle que:

$K_0$  : Valeur de  $K$  correspondant à  $\alpha = 0$

$K_1$ : Valeur de  $K$  correspondant à  $\alpha = 1$

Dans le cas où  $\theta$  calculé n'apparaît pas dans les tableaux on fait l'interpolation. et si la poutre se trouve entre deux sections on fait aussi une interpolation.

Notre cas donne :

$$K_{\alpha} = K_0 + (K_1 - K_0) \alpha^{\beta}$$

Après le traçage des lignes d'influences. on dispose les surcharges de façon pour avoir le cas le plus défavorable.

➤ **Surcharges concentrées :**

$$k_{\alpha\text{moy}} = \frac{\sum_i p_i \times k_i}{\sum_i p_i} = \frac{\sum_i k_i}{n}$$

➤ **Surcharges réparties :**

$$k_{\alpha\text{moy}} = (\text{surface de la ligne d'influence surchargée/largeur surchargée})$$

➤ **Moment fléchissant longitudinal réel :**

$$k_{\text{reel}} = k_{\alpha\text{moy}} \times M_0 \quad \text{avec } M_0 = \frac{M_T}{5}$$

a) **Évaluation des valeurs de  $K_0$ :**

📊 **Tableau 6.1: les valeurs de  $k_0$  pour  $\theta = 0,65$  :**

$\theta = 0,65$	Alfa = 0 => $K_0$								
$y$	$-b$	$-3b/4$	$-b/2$	$-b/4$	$0$	$b/4$	$b/2$	$3b/4$	$b$
$0$	0,1776	0,6223	1,0524	1,4121	1,5752	1,4121	1,0524	0,6223	0,1776

<b>b/4</b>	-0,2731	0,1624	0,6014	1,0347	1,4121	1,6143	1,518	1,2565	0,952
<b>b/2</b>	-0,5207	-0,169	0,1974	0,6014	1,0524	1,518	1,8946	2,0666	2,1547
<b>3b/4</b>	-0,6691	-0,4303	-0,169	0,1624	0,6223	1,2565	2,0666	2,9669	3,8208
<b>b</b>	-0,7883	-0,6691	-0,5207	-0,2731	0,1776	0,952	2,1547	3,8208	5,8338

✚ **Tableau 6.2: les valeurs de  $k_0$  pour  $\theta = 0,70$  :**

$\theta = 0,7$		Alfa=0=> $K_0$							
e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
<b>0</b>	0,0216	0,5464	1,058	1,4938	1,6955	1,4938	1,058	0,5464	0,0216
<b>b/4</b>	-0,3589	0,1095	0,5862	1,067	1,4938	1,7118	1,5548	1,1934	0,7809
<b>b/2</b>	-0,5114	-0,1756	0,1798	0,5862	1,058	1,5548	1,9393	2,0554	2,0618
<b>3b/4</b>	-0,5575	-0,3794	-0,1756	0,1095	0,5464	1,1934	2,0554	3,0254	3,9282
<b>b</b>	-0,5733	-0,5575	-0,5114	-0,3589	0,0216	0,7809	2,0618	3,9282	6,2464

A partir des deux tableaux de  $K_0$  précédents ( $\theta = 0,65$  et  $\theta = 0,70$ ) et par l'interpolation par la formule suivante :

$$0,7 \longrightarrow K_0(\theta = 0,70)$$

$$0,692 \longrightarrow K_0(\theta = 0,692)$$

$$0,65 \longrightarrow K_0(\theta = 0,65)$$

$$K_0(\theta = 0,692) = 0,84K_0(\theta = 0,70) + 0,16K_0(\theta = 0,65)$$

✚ **Tableau 6.3 : les valeurs de  $K_0$  pour ( $\theta = 0,692$ ) :**

$\theta = 0,692$		Alfa = 0 => $K_0$							
e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
<b>0</b>	0,0466	0,5585	1,0571	1,4807	1,6762	1,4807	1,0571	0,5585	0,0466
<b>b/4</b>	-0,3451	0,1180	0,5886	1,0618	1,4807	1,6962	1,5489	1,2035	0,8083
<b>b/2</b>	-0,5129	-0,1745	0,1826	0,5886	1,0571	1,5489	1,9321	2,0572	2,0767
<b>3b/4</b>	-0,5753	-0,3875	-0,1745	0,1180	0,5586	1,2035	2,0572	3,0160	3,9110
<b>b</b>	-0,6077	-0,5754	-0,5129	-0,3452	0,0466	0,8082	2,0767	3,9110	6,1803

b) Evaluation des valeurs de  $K_1$  :✚ Tableau 6.4: les valeurs de  $k_1$  pour  $\theta = 0,65$  :

$\theta=0,65$		Alfa = 1 => $K_1$							
e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,7485	0,8588	0,9965	1,1468	1,231	1,1468	0,9965	0,8588	0,7485
b/4	0,5289	0,633	0,7702	0,9493	1,1468	1,2818	1,2516	1,1561	1,0648
b/2	0,3823	0,4734	0,5966	0,7702	0,9965	1,2516	1,4559	1,5073	1,5005
3b/4	0,286	0,3648	0,4734	0,633	0,8588	1,1561	1,5073	1,8418	2,0659
b	0,2171	0,286	0,3823	0,5289	0,7485	1,0648	1,5005	2,0659	2,7342

✚ Tableau 6.5: les valeurs de  $k_1$  pour  $\theta = 0,7$  :

$\theta = 0,7$		Alfa = 1 => $K_1$							
e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,708	0,8319	0,9923	1,1737	1,2783	1,1737	0,9923	0,8319	0,708
b/4	0,4808	0,5905	0,7407	0,9437	1,1737	1,3307	1,2824	0,1589	1,0461
b/2	0,3342	0,4253	0,5535	0,7407	0,9923	1,2824	1,5134	1,5539	1,526
3b/4	0,2417	0,3171	0,4253	0,5905	0,8319	1,1589	1,5539	1,9305	2,1668
b	0,1782	0,2417	0,3342	0,4808	0,708	1,0461	1,5262	2,1668	2,9395

A partir des deux tableaux de  $K_1$  précédents ( $\theta = 0,65$  et  $\theta = 0,70$ ) et par l'interpolation par la formule suivante :

$$0,7 \longrightarrow K_1(\theta = 0,70)$$

$$0,692 \longrightarrow K_1(\theta = 0,692)$$

$$0,65 \longrightarrow K_1(\theta = 0,65)$$

$$K_1(\theta = 0,692) = 0,84K_1(\theta = 0,70) + 0,16K_1(\theta = 0,65)$$

✚ Tableau 6.6: les valeurs de  $k_1$  pour  $\theta = 0,692$  :

$\theta=0,692$		Alfa = 1 => $K_1$							
e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,7145	0,8362	0,9930	1,1694	1,2707	1,1694	0,9930	0,8362	0,7145
b/4	0,4885	0,5973	0,7454	0,9446	1,1694	1,3229	1,2775	0,3185	1,0491

<b>b/2</b>	0,3419	0,4330	0,5604	0,7454	0,9930	1,2775	1,5042	1,5464	1,5221
<b>3b/4</b>	0,2488	0,3247	0,4330	0,5973	0,8362	1,1585	1,5464	1,9163	2,1507
<b>b</b>	0,1844	0,2488	0,3419	0,4885	0,7145	1,0491	1,5220	2,1507	2,9067

**c) Détermination des valeurs de  $K_\alpha$  pour  $\theta = 0,692$  et  $\alpha=0,114$ :**

$$0,1 \leq \theta \leq 1 : K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \times \alpha^\beta ; \beta = 1 - e^{\left(\frac{0,065 - \theta}{0,663}\right)}$$

$$\beta = 1 - e^{\left(\frac{0,065 - 0,692}{0,663}\right)} = 0,611$$

Donc :  $K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \times \alpha^{0,611}$

**Tableau 6.7: les valeurs de  $K_\alpha$  pour  $\theta = 0,692$  :**

$\theta=0,692$	Alfa = 1 => K1								
e	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,2234	0,6321	1,0401	1,3983	1,5689	1,3983	1,0401	0,6321	0,2234
b/4	-0,1245	0,2449	0,6301	1,0308	1,3983	1,5974	1,4770	0,9692	0,8720
b/2	-0,2866	-0,0137	0,2826	0,6301	1,0401	1,477	1,8189	1,9220	1,9298
3b/4	-0,3572	-0,1990	-0,0137	0,2449	0,6321	1,1916	1,9220	2,7249	3,4450
B	-0,3980	-0,3572	-0,2866	-0,1245	0,2234	0,8720	1,9298	3,4450	5,3137

**d) Tableaux de  $K_\alpha$  correspondent aux positions réelles des poutres pour  $\theta = 0,692$  :**

➤ **Position des poutres :**

$b = 7,25 \text{ m} \longrightarrow 1$

$b_0 = 2,9 \text{ m} \longrightarrow x$

$$x = \frac{(2,9 \times 1)}{7,25} = 0,4$$

On obtient le tableau suivant :

Poutre	1	2	3	4	5
Réelle	0,8	0,4	0	-0,4	-0,8



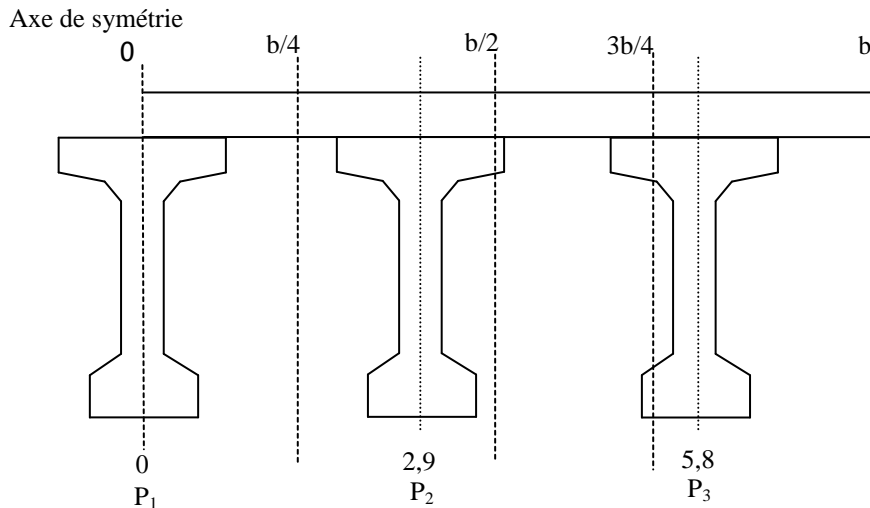


Figure 06.1. La position des poutres.

Tableau 6.8: Les valeurs  $K_\alpha$  Pour la poutre 1 :

-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0,2234	0,6321	1,0401	1,3983	1,5689	1,3983	1,0401	0,6321	0,2234

➤  $K_\alpha$  Pour la poutre 2 :

- $y = 2,9$

1,8125 →  $K_\alpha(1,8125)$

2,9 →  $K_\alpha(2,9)$

3,625 →  $K_\alpha(3,625)$

$K_\alpha(2,9) = 0,6K_\alpha(3,625) + 0,4K_\alpha(1,8125)$

✚ Tableau 6.9: Les valeurs  $K_\alpha$  Pour la poutre 2 :

-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
-0,2217	0,0897	0,4216	0,7904	1,1834	1,5252	1,6821	1,5409	1,5067

➤  $K_\alpha$  Pour la poutre 3 :

- $y = 5,8$

5,4375 →  $K_\alpha(5,4375)$

5,8 →  $K_\alpha(5,8)$

7,25 →  $K_\alpha(7,25)$

$K_\alpha(5,8) = 0,2 K_\alpha(7,25) + 0,8 K_\alpha(5,4375)$

✚ Tableau 6.10 : Les valeurs  $K_\alpha$  Pour la poutre 3 :

-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
-0,3653	-0,2306	-0,0683	0,1710	0,5503	1,1277	1,9235	2,8689	3,8187

✚ **Tableau 6.11: Tableau récapitulatif des  $K_\alpha$  :**

e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
<b>P<sub>1</sub></b>	0,2234	0,6321	1,0401	1,3983	1,5689	1,3983	1,0401	0,6321	0,2234
<b>P<sub>2</sub></b>	-0,2217	0,0897	0,4216	0,7904	1,1834	1,5252	1,6821	1,5409	1,5067
<b>P<sub>3</sub></b>	-0,3653	-0,2306	-0,0683	0,1710	0,5503	1,1277	1,9235	2,8689	3,8187

#### 6.4.2. Coefficient de répartition transversale $\varepsilon$ :

##### 6.4.2.1. Les coefficients $\varepsilon_\alpha$ :

On applique les mêmes étapes que pour la détermination du coefficient  $K_\alpha$ , sauf que  $\varepsilon_\alpha$  est obtenu par les formules suivantes :

$$\text{Si : } |Y| + |e| \leq 3b/4 \Rightarrow \varepsilon_\alpha = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \cdot \alpha$$

$$\text{Si : } |Y| + |e| > 3b/4 \Rightarrow \varepsilon_\alpha = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \cdot \sqrt{\alpha}$$

➤ **Surcharges concentrées :**

$$k_{\alpha\text{moy}} = \frac{\sum_i p_i \times \varepsilon_i}{\sum_i p_i} = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{n}$$

➤ **Surcharges réparties :**

$\varepsilon_{\alpha\text{moy}}$  : (Surface de la ligne d'influence surchargée/largeur surchargée)

➤ **Efforts tranchant réels :**

$$\varepsilon_{\text{reel}} = \varepsilon_{\alpha\text{moy}} \times T_0 \quad \text{avec: } T_0 = \frac{T_{\text{total}}}{5}$$

a) **Évaluation des valeurs de  $\varepsilon_0$  :**

✚ **Tableau 6.12: les valeurs de  $\varepsilon_0$  pour  $\theta = 0.60$  :**

$\theta=0,60$		$\varepsilon_0$								
y \ e	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
<b>0</b>	0,0533	0,1109	0,1663	0,2119	0,2323	0,2119	0,1663	0,1109	0,0533	
<b>b/4</b>	-0,0288	0,0343	0,0974	0,1588	0,2119	0,2425	0,2364	0,2097	0,1775	
<b>b/2</b>	-0,0834	-0,0257	0,0337	0,0974	0,1663	0,2364	0,2956	0,3307	0,3558	
<b>3b/4</b>	-0,1243	-0,0765	-0,0257	0,0343	0,1109	0,2097	0,3307	0,4632	0,5908	
<b>b</b>	-0,161	-0,1243	-0,0834	-0,0288	0,0533	0,1775	0,3558	0,5908	0,8671	

✚ **Tableau 6.13: les valeurs de  $\varepsilon_0$  pour  $\theta = 0,70$  :**

$\theta=0,70$		$\varepsilon_0$								
$y$	$e$	$-b$	$-3b/4$	$-b/2$	$-b/4$	$0$	$b/4$	$b/2$	$3b/4$	$b$
$0$		0,0034	0,0869	0,1684	0,2377	0,2698	0,2377	0,1684	0,087	0,0034
$b/4$		-0,0571	0,0174	0,0933	0,1698	0,2377	0,2724	0,2475	0,1899	0,1243
$b/2$		-0,0814	-0,0279	0,0286	0,0933	0,1684	0,2475	0,3086	0,3271	0,3282
$3b/4$		-0,0887	-0,0604	-0,0279	0,0174	0,0869	0,1899	0,3271	0,4815	0,6252
$b$		-0,0912	-0,0887	-0,0814	-0,0571	0,0034	0,1243	0,3282	0,6252	0,9942

Par l'interpolation par la formule suivante :

$$0,60 \longrightarrow \varepsilon_0(\theta = 0,60)$$

$$0,692 \longrightarrow \varepsilon_0(\theta = 0,692)$$

$$0,70 \longrightarrow \varepsilon_0(\theta = 0,70)$$

$$\varepsilon_0(\theta = 0,692) = 0,92\varepsilon_0(\theta = 0,70) + 0,08\varepsilon_0(\theta = 0,60)$$

✚ **Tableau 6.14 : les valeurs de  $\varepsilon_0$  pour  $\theta = 0,692$  :**

$\theta=0,692$		$\varepsilon_0$								
$y$	$e$	$-b$	$-3b/4$	$-b/2$	$-b/4$	$0$	$b/4$	$b/2$	$3b/4$	$b$
$0$		0,0074	0,0888	0,1682	0,2356	0,2668	0,2356	0,1682	0,0889	0,0074
$b/4$		-0,0548	0,0188	0,0936	0,1689	0,2356	0,2700	0,2466	0,1915	0,1286
$b/2$		-0,0817	-0,0277	0,0290	0,0936	0,1682	0,2466	0,3076	0,3274	0,3304
$3b/4$		-0,0915	-0,0617	-0,0277	0,0188	0,0888	0,1915	0,3274	0,4800	0,6225
$b$		-0,0967	-0,0915	-0,0816	-0,0548	0,0074	0,1286	0,3304	0,6224	0,9840

**b) Evaluation des valeurs de  $\varepsilon_1$  :**

✚ **Tableau 6.15 : les valeurs de  $\varepsilon_1$  pour  $\theta = 0,60$  :**

$\theta=0,60$		$\varepsilon_1$								
$y$	$e$	$-b$	$-3b/4$	$-b/2$	$-b/4$	$0$	$b/4$	$b/2$	$3b/4$	$b$
$0$		0,0660	0,0978	0,1419	0,2114	0,3237	0,2114	0,1419	0,0978	0,0660
$b/4$		0,0460	0,0669	0,0958	0,1411	0,2136	0,3295	0,2200	0,1508	0,1009
$b/2$		0,0365	0,0512	0,0714	0,1027	0,1519	0,2288	0,3480	0,2379	0,1586
$3b/4$		0,0352	0,0470	0,0632	0,875	0,1246	0,1800	0,2613	0,3788	0,2522
$b$		0,0418	0,0535	0,0692	0,0922	0,1254	0,1718	0,2337	0,3121	0,4028

✚ **Tableau 6.16: les valeurs de  $\varepsilon_1$  pour  $\theta = 0,70$  :**

$\theta=0,70$		$\varepsilon_1$								
y \ e	- b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
0	0,0544	0,0863	0,1348	0,2488	0,3662	0,2488	0,1348	0,0863	0,0544	
b/4	0,0343	0,0536	0,0828	0,1330	0,2207	0,3723	0,2286	0,1458	0,0913	
b/2	0,0248	0,0374	0,0564	0,0885	0,1436	0,2368	0,3934	0,2505	0,1565	
3b/4	0,0230	0,0329	0,0474	0,0715	0,1109	0,1745	0,2754	0,4329	0,2703	
b	0,0284	0,0385	0,0532	0,0765	0,1127	0,1665	0,2429	0,3449	0,4678	

Par l'interpolation par la formule suivante :

$$0,60 \longrightarrow \varepsilon_1(\theta = 0,60)$$

$$0,692 \longrightarrow \varepsilon_1(\theta = 0,692)$$

$$0,70 \longrightarrow \varepsilon_1(\theta = 0,70)$$

$$\varepsilon_1(\theta = 0,692) = 0,9\varepsilon_1(\theta = 0,70) + 0,08 \varepsilon_1(\theta = 0,60)$$

✚ **Tableau 6.17. les valeurs de  $\varepsilon_1$  pour  $\theta = 0,692$ :**

$\theta=0,692$		$\varepsilon_1$								
y \ e	- b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
0	0,0553	0,0872	0,1354	0,2458	0,3628	0,2458	0,1354	0,0872	0,0553	
b/4	0,0352	0,0547	0,0838	0,1336	0,2201	0,3689	0,2279	0,1462	0,0921	
b/2	0,0257	0,0385	0,0576	0,0896	0,1443	0,2362	0,3898	0,2495	0,1567	
3b/4	0,0240	0,0340	0,0487	0,0728	0,1120	0,1749	0,2743	0,4286	0,2689	
b	0,0295	0,0397	0,0545	0,0778	0,1137	0,1669	0,2422	0,3423	0,4626	

**c) Détermination des valeurs de  $\varepsilon_\alpha$  pour  $\theta = 0,692$  et  $\alpha = 0,114$  :**

$$\text{Si : } |Y| + |e| \leq 3b/4 \Rightarrow \varepsilon_\alpha = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \cdot \alpha$$

$$\text{Si : } |Y| + |e| > 3b/4 \Rightarrow \varepsilon_\alpha = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \cdot \sqrt{\alpha}$$

✚ **Tableau 6.18 : les valeurs de  $\varepsilon_\alpha$  pour  $\theta = 0,692$  :**

$\theta=0,692$		$\varepsilon_\alpha$								
y \ e	- b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
0	0,0236	0,0886	0,1644	0,2367	0,2777	0,2368	0,1644	0,0887	0,0236	
b/4	-0,0244	0,0309	0,0925	0,1649	0,2338	0,2812	0,2444	0,1762	0,1162	
b/2	-0,0453	-0,0054	0,0387	0,0931	0,1655	0,2454	0,3353	0,3011	0,2717	

<b>3b/4</b>	-0,0525	-0,0294	-0,0019	0,0370	0,0914	0,1859	0,3095	0,4627	0,5031
<b>b</b>	-0,0542	-0,0472	-0,0356	-0,0101	0,0433	0,1415	0,3006	0,5279	0,8080

d) Tableaux de  $\varepsilon_\alpha$  correspondant aux positions réelles des poutres pour  $\theta = 0,692$  :

✚ Tableau 6.19 : les valeurs  $\varepsilon_\alpha$  pour la poutre 1 :

<b>-b</b>	<b>-3b/4</b>	<b>-b/2</b>	<b>-b/4</b>	<b>0</b>	<b>b/4</b>	<b>b/2</b>	<b>3b/4</b>	<b>b</b>
0,0236	0,0886	0,1644	0,2367	0,2777	0,2368	0,1644	0,0887	0,0236

➤  $\varepsilon_\alpha$  pour la poutre 2 :

- $y = 2,9$

$$1,8125 \longrightarrow \varepsilon_\alpha(\theta = 1,8125)$$

$$2,9 \longrightarrow \varepsilon_\alpha(\theta = 2,9)$$

$$3,625 \longrightarrow \varepsilon_\alpha(\theta = 3,625)$$

$$\varepsilon_\alpha(\theta = 2,9) = 0,6\varepsilon_\alpha(\theta = 3,625) + 0,4\varepsilon_\alpha(\theta = 1,8125)$$

✚ Tableau 6.20 : les valeurs  $\varepsilon_\alpha$  pour la poutre 2 :

<b>-b</b>	<b>-3b/4</b>	<b>-b/2</b>	<b>-b/4</b>	<b>0</b>	<b>b/4</b>	<b>b/2</b>	<b>3b/4</b>	<b>B</b>
-0,0369	0,0091	0,0602	0,1218	0,1928	0,2597	0,2989	0,2511	0,2095

➤  $\varepsilon_\alpha$  pour la poutre 3 :

- $y = 5,8$

$$5,4375 \longrightarrow \varepsilon_\alpha(\theta = 5,4375)$$

$$5,8 \longrightarrow \varepsilon_\alpha(\theta = 5,8)$$

$$7,25 \longrightarrow \varepsilon_\alpha(\theta = 7,25)$$

$$\varepsilon_\alpha(\theta = 5,8) = 0,2\varepsilon_\alpha(\theta = 7,25) + 0,8\varepsilon_\alpha(\theta = 5,4375)$$

✚ Tableau 6.21 : les valeurs  $\varepsilon_\alpha$  pour la poutre 3 :

<b>-b</b>	<b>-3b/4</b>	<b>-b/2</b>	<b>-b/4</b>	<b>0</b>	<b>b/4</b>	<b>b/2</b>	<b>3b/4</b>	<b>b</b>
-0,0529	-0,0329	-0,0087	0,0276	0,0818	0,1770	0,3077	0,4757	0,5640

✚ **Tableau 6.22 : Tableau récapitulatif des  $\varepsilon_\alpha$  :**

y \ e	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
P <sub>1</sub>	0,0236	0,0886	0,1644	0,2367	0,2777	0,2368	0,1644	0,0887	0,0236
P <sub>2</sub>	-0,0369	0,0091	0,0602	0,1218	0,1928	0,2597	0,2989	0,2511	0,2095
P <sub>3</sub>	-0,0529	-0,0329	-0,0087	0,0276	0,0818	0,1770	0,3077	0,4757	0,5640

#### 6.4.2.2. Les coefficients $\bar{\varepsilon}_\alpha$ :

On applique les mêmes étapes pour la détermination du coefficient  $\varepsilon_\alpha$ , mais par l'exploitation des formules suivantes :

$$\text{Si : } |Y| + |e| \leq 3b/4 \Rightarrow \bar{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_0 + (\bar{\varepsilon}_1 - \varepsilon_0) \cdot \alpha$$

$$\text{Si : } |Y| + |e| > 3b/4 \Rightarrow \bar{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_0 + (\bar{\varepsilon}_1 - \varepsilon_0) \cdot \sqrt{\alpha}$$

##### a) évaluation des valeurs se $\bar{\varepsilon}_1$ :

✚ **Tableau 6.23: les valeurs de  $\bar{\varepsilon}_1$  pour  $\theta = 0,60$  :**

$\theta=0,60$		$\bar{\varepsilon}_1$								
y \ e	- b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
0	0,0066	0,0549	0,1247	0,2443	0,4584	0,2443	0,1247	0,0549	0,0066	
b/4	0,0001	0,0262	0,0644	0,1303	0,2488	0,4623	0,2458	0,1185	0,03	
b/2	0,0037	0,0182	0,0408	0,0782	0,1448	0,2634	0,4732	0,2437	0,0835	
3b/4	0,0168	0,0277	0,0429	0,0675	0,1085	0,1769	0,2905	0,4788	0,1924	
b	0,0418	0,0535	0,0692	0,0922	0,1254	0,1718	0,2337	0,3121	0,4028	

✚ **Tableau 6 .24 : les valeurs de  $\bar{\varepsilon}_1$  pour  $\theta = 0,70$  :**

$\theta=0,70$		$\bar{\varepsilon}_1$								
y \ e	- b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
0	-0,004	0,0402	0,1117	0,2508	0,5289	0,2508	0,1117	0,0402	-0,004	
b/4	-0,008	0,0131	0,0476	0,1159	0,2545	0,5329	0,2532	0,1072	0,0161	
b/2	0,0036	0,0071	0,0246	0,0592	0,1292	0,2694	0,5458	0,2537	0,0702	
3b/4	0,0076	0,0152	0,0272	0,0489	0,0894	0,1647	0,3036	0,5585	0,1957	
b	0,0284	0,0385	0,0532	0,0765	0,1127	0,1675	0,2429	0,3449	0,4678	

Par l'interpolation par la formule suivante :

$$0,60 \longrightarrow \bar{\varepsilon}_1(\theta = 0,60)$$

$$0,692 \longrightarrow \bar{\varepsilon}_1(\theta = 0,692)$$

$$0,70 \longrightarrow \bar{\varepsilon}_1(\theta = 0,70)$$

$$\bar{\varepsilon}_1(\theta = 0,692) = 0,92\bar{\varepsilon}_1(\theta = 0,70) + 0,08\bar{\varepsilon}_1(\theta = 0,60)$$

✚ **Tableau 6.25 : les valeurs de  $\bar{\varepsilon}_1$  pour  $\theta = 0,692$  :**

$\theta=0.692$		$\bar{\varepsilon}_1$								
$y \backslash e$	- b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
0	-0,0032	0,0414	0,1127	0,2503	0,5233	0,2503	0,1127	0,0414	-0,0032	
b/4	-0,0074	0,0141	0,0489	0,1171	0,2540	0,5273	0,2526	0,1081	0,0172	
b/2	0,0036	0,0080	0,0259	0,0607	0,1304	0,2689	0,5400	0,2529	0,0713	
3b/4	0,0083	0,0162	0,0285	0,0504	0,0909	0,1657	0,3026	0,5521	0,1954	
b	0,0294	0,0397	0,0545	0,0778	0,1137	0,1678	0,2422	0,3423	0,4626	

**b) Détermination des valeurs de  $\bar{\varepsilon}_\alpha$  pour  $\theta = 0,692$  et  $\alpha = 0,114$ :**

$$\text{Si : } |y| + |e| \leq 3b/4 \Rightarrow \bar{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_0 + (\bar{\varepsilon}_1 - \varepsilon_0) \cdot \alpha$$

$$\text{Si : } |y| + |e| > 3b/4 \Rightarrow \bar{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_0 + (\bar{\varepsilon}_1 - \varepsilon_0) \cdot \sqrt{\alpha}$$

✚ **Tableau 6.26 : Les valeurs  $\bar{\varepsilon}_\alpha$  pour  $\theta = 0,692$  et  $\alpha = 0,114$ :**

$\theta=0.692$		$\bar{\varepsilon}_\alpha$								
$y \backslash e$	- b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	
0	0,0038	0,0728	0,1495	0,2406	0,3534	0,2406	0,1495	0,0729	0,0038	
b/4	-0,0388	0,0172	0,0785	0,1514	0,2419	0,3569	0,2486	0,1633	0,0910	
b/2	-0,0528	-0,0157	0,0280	0,0825	0,1555	0,2541	0,3860	0,3022	0,2429	
3b/4	-0,0578	-0,0354	-0,0088	0,0294	0,0895	0,1828	0,3190	0,5044	0,4783	
b	-0,0542	-0,0472	-0,0356	-0,0101	0,0433	0,1418	0,3006	0,5279	0,8080	

**c) Tableaux de  $\bar{\varepsilon}_\alpha$  correspondent aux positions réelles des poutres pour  $\theta = 0,692$  :**

✚ **Tableau 6.27: Les valeurs  $\bar{\varepsilon}_\alpha$  pour la poutre 1 :**

-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	B
0,0038	0,0834	0,1619	0,2373	0,2960	0,2373	0,1619	0,0834	0,0038

➤  $\epsilon_\alpha$  pour la poutre 2 :

- $y = 2,9$

$$1,8125 \longrightarrow \bar{\epsilon}_\alpha(1,8125)$$

$$2,9 \longrightarrow \bar{\epsilon}_\alpha(2,9)$$

$$3,625 \longrightarrow \bar{\epsilon}_\alpha(3,625)$$

$$\bar{\epsilon}_\alpha(2,9) = 0,6\bar{\epsilon}_\alpha(3,625) + 0,4\bar{\epsilon}_\alpha(1,8125)$$

✚ Tableau 6.28 : Les valeurs  $\bar{\epsilon}_\alpha$  pour la poutre 2 :

-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	B
-0,0472	-0,0025	0,0521	0,1191	0,1934	0,2692	0,3305	0,2466	0,1821

➤  $\epsilon_\alpha$  pour la poutre 3 :

- $Y = 5,8$

$$5,4375 \longrightarrow \bar{\epsilon}_\alpha(5,4375)$$

$$5,8 \longrightarrow \bar{\epsilon}_\alpha(5,8)$$

$$7,25 \longrightarrow \bar{\epsilon}_\alpha(7,25)$$

$$\bar{\epsilon}_\alpha(5,8) = 0,2\bar{\epsilon}_\alpha(7,25) + 0,8\bar{\epsilon}_\alpha(5,4375)$$

✚ Tableau 6.29 : Les valeurs  $\bar{\epsilon}_\alpha$  pour la poutre 3 :

-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
-0,0570	-0,0377	-0,0141	0,0215	0,0799	0,1745	0,3153	0,5090	0,5442

✚ Tableau 6.30 : Tableau récapitulatif des  $\bar{\epsilon}_\alpha$  :

e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
P <sub>1</sub>	0,0038	0,0834	0,1619	0,2373	0,2960	0,2373	0,1619	0,0834	0,0038
P <sub>2</sub>	-0,0472	-0,0025	0,0521	0,1191	0,1934	0,2692	0,3305	0,2466	0,1821
P <sub>3</sub>	-0,0570	-0,0377	-0,0141	0,0215	0,0799	0,1745	0,3153	0,5090	0,5442



## 6.5. Calcul des moments et des efforts réels dans chaque poutre :

### 6.5.1. Combinaison d'action [5] :

Combinaison	ELU	ELS
I	$1,35G+1,6(\text{Max}(A,B))$	$G+1,2(\text{Max}(A,B))$
II	$1,35G+1,35(\text{Max}(MC120,D240))$	$G+\text{Max}(MC120,D240)$

Les valeurs des efforts internes (moment fléchissant réel  $M(x)$ , effort tranchant réel  $T(x)$ , Ainsi que pour leur combinaison pour chaque poutre sont données dans les tableaux ci-après.

### 6.5.2. Les moments :

✚ Tableau 06.31: Les valeurs des moments dans les différentes poutres à  $X=0,25L$  :

Système		$M_0$	Poutre 1		Poutre 2		Poutre3	
			$K_{\text{amoy}}$	$M_{\text{réel}}$	$K_{\text{amoy}}$	$M_{\text{réel}}$	$K_{\text{amoy}}$	$M_{\text{réel}}$
A(L)	1 Voie	93,49	1,2563	117,4515	1,5475	144,6758	1,4216	132,9054
	2 Voies	186,855	1,3377	249,956	1,2302	229,8690	0,8657	161,7604
	3 Voies	252,248	1,1405	287,6889	0,825	208,1046	0,5173	130,4879
Bc	1 File	86,749	1,4748	127,9374	1,5993	138,7377	1,9047	165,2308
	2 Files	159,041	1,4286	227,2059	1,4809	235,5238	1,3924	221,4487
	3 Files	206,033	1,3224	272,4580	1,2748	262,6509	1,0160	209,3295
Bt	1 tandem	48,235	1,4748	71,137	1,5982	77,0892	1,7847	86,0850
	2 tandems	96,469	1,3921	134,2945	1,4091	135,9345	1,2279	118,4543
$M_{c120}$		157,490	1,4136	222,6279	1,4703	231,5575	1,3412	211,2256
$D_{240}$		267,295	1,4935	399,2051	1,4014	374,5872	0,9709	259,5167

✚ Tableau 6.32: Les valeurs des moments dans les différentes poutres à  $X=0,5L$  :

Système		$M_0$	Poutre 1		Poutre 2		Poutre3	
			$K_{\text{amoy}}$	$M_{\text{réel}}$	$K_{\text{amoy}}$	$M_{\text{réel}}$	$K_{\text{amoy}}$	$M_{\text{réel}}$
A(L)	1 Voie	124,57	1,2563	156,4973	1,5475	192,7721	1,4216	177,0887
	2 Voies	249,14	1,3377	333,2746	1,2302	306,4920	0,8657	215,6805
	3 Voies	366,331	1,1405	417,8005	0,825	302,2231	0,5173	189,5030
Bc	1 File	109,882	1,4748	162,054	1,5993	175,7343	1,9047	209,2922
	2 Files	201,452	1,4286	287,7943	1,4809	298,3303	1,3924	280,5018
	3 Files	260,975	1,3224	345,1394	1,2748	332,6909	1,0160	265,1506
Bt	1 tandem	63,533	1,4748	93,6985	1,5982	101,5384	1,7847	113,3873
	2 tandems	127,106	1,3921	176,9443	1,4091	179,1051	1,2279	156,0735

$M_{c120}$	209,987	1,4136	296,8376	1,4703	308,7439	1,3412	281,6346
$D_{240}$	356,394	1,4935	532,2744	1,4014	499,4506	0,9709	346,0229

✚ Tableau 6.33: Les valeurs des moments maximums dans les différentes poutres :

Système		$M_0$	Poutre 1		Poutre 2		Poutre3	
			$K_{amoy}$	$M_{réel}$	$K_{amoy}$	$M_{réel}$	$K_{amoy}$	$M_{réel}$
A(L )	1 Voie	124,57	1,2563	156,4973	1,5475	192,7721	1,4216	177,0887
	2 Voies	249,14	1,3377	333,2746	1,2302	306,4920	0,8657	215,6805
	3 Voies	366,331	1,1405	417,8005	0,825	302,2231	0,5173	189,5030
Bc	1 File	111,058	1,4748	163,7883	1,5993	177,6151	1,9047	211,5322
	2 Files	203,61	1,4286	290,863	1,4809	301,5260	1,3924	283,5066
	3 Files	263,769	1,3224	348,8081	1,2748	336,2527	1,0160	267,9893
Bt	1 tandem	63,573	1,4748	93,6985	1,5982	101,5384	1,7847	113,3873
	2 tandems	127,146	1,3921	176,9443	1,4091	179,1051	1,2279	156,0735
$M_{c120}$		209,987	1,4136	296,8376	1,4703	308,7439	1,3412	281,6346
$D_{240}$		356,394	1,4935	532,2744	1,4014	499,4506	0,9709	346,0229

✚ Tableau 6.34 : La poutre la plus sollicitée :

Poutre	Position	M(C.P)	M(Surcharges)	$M_{tot}$
Poutre 1	0,5L	904,955	532,2744	1437,229
	0,25L	678,746	399,2051	1077,951
	Max	904,955	532,2744	1437,229
Poutre 2	0,5L	904,955	499,4506	1404,406
	0,25L	678,746	374,5872	1053,333
	Max	904,955	499,4506	1404,406
Poutre 3	0,5L	889,405	346,0229	1235,428
	0,25L	667,054	259,5167	926,571
	Max	889,405	346,0229	1235,428

➤ Les valeurs des moments majorés dans les différentes poutres :

✚ Tableau 6.35 : Combinaison des moments ELU :

ELU	Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3	
	0,25L	0,5L	0,25L	0,5L	0,25L	0,5L
1,35G+(A(L))	1376,609	1890,224	1284,097	1712,130	1159,339	1545,785
1,35G+(Bc)	1352,239	1773,966	1336,548	1754,048	1254,840	1649,499
1,35(G+M <sub>c120</sub> )	1216,854	1622,474	1228,909	1638,547	1185,672	1580,903
1,35(G+D <sub>240</sub> )	1455,234	1940,313	1421,999	1896,001	1250,870	1667,827

✚ Tableau 6.36 : Combinaison des moments ELS :

ELS	Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3	
	0,25L	0,5L	0,25L	0,5L	0,25L	0,5L
G+1.2(A(L))	1023,972	1406,355	954,588	1272,784	861,166	1148,221
G+1.2(BC)	1005,695	1319,162	993,927	1304,224	932,792	1226,007
G+M <sub>c120</sub>	901,373	1201,832	910,303	1213,738	878,279	1171,039
G+D <sub>240</sub>	1077,951	1437,269	1053,333	1404,445	926,570	1235,427

6.5.3. Les efforts tranchants :

✚ Tableau 6.37: Les valeurs des efforts tranchants dans les différentes poutres à X=0,0L :

Système		T <sub>0</sub>	Poutre 1		Poutre 2		Poutre3	
			$\bar{\epsilon}_{\alpha moy}$	T <sub>réel</sub>	$\bar{\epsilon}_{\alpha moy}$	T <sub>réel</sub>	$\bar{\epsilon}_{\alpha moy}$	T <sub>réel</sub>
A(L)	1 Voie	12,776	0,2102	2,6855	0,2837	3,6246	0,2282	2,9155
	2 Voies	25,553	0,2303	5,8849	0,2133	5,4505	0,1357	3,4675
	3 Voies	34,496	0,1887	6,5094	0,1471	5,0744	0,0803	2,7700
Bc	1 File	12,634	0,2636	3,3303	0,2950	3,7270	0,3184	4,0227
	2 Files	23,163	0,2535	5,8718	0,2629	6,0896	0,2265	5,2464
	3 Files	30,007	0,2606	7,8198	0,2197	6,5925	0,1629	4,8881
Bt	1 tandem	6,635	0,2636	1,7490	0,2960	1,9593	0,2953	1,9593
	2 tandems	13,27	0,2443	3,2419	0,2485	3,2976	0,1979	2,6261
M <sub>c120</sub>		21,537	0,2425	5,2227	0,2688	5,7891	0,2160	4,6520
D <sub>240</sub>		36,554	0,2701	9,8732	0,2444	8,9338	0,1499	5,4794

✚ **Tableau 6.38: Les valeurs des efforts tranchants dans les différentes poutres à  $X=0,25L$  :**

Système		$T_0$	Poutre 1		Poutre 2		Poutre3	
			$\epsilon_{\text{amoy}}$	$T_{\text{réel}}$	$\epsilon_{\text{amoy}}$	$T_{\text{réel}}$	$\epsilon_{\text{amoy}}$	$T_{\text{réel}}$
A(L)	1 Voie	6,388	0,2091	1,3357	0,2671	1,7062	0,2256	1,4411
	2 Voies	12,776	0,2627	3,3563	0,2059	2,6306	0,1366	1,7452
	3 Voies	17,248	0,1880	3,2426	0,1454	2,5079	0,0826	1,4250
Bc	1 File	8,007	0,2552	2,0434	0,2768	2,2163	0,3076	2,4630
	2 Files	14,68	0,2457	3,6069	0,2517	3,6950	0,2219	3,2575
	3 Files	19,018	0,2283	4,3418	0,2132	4,0546	0,1614	3,0695
Bt	1 tandem	4,103	0,2552	1,0471	0,2769	1,136	0,2871	1,1780
	2 tandems	8,206	0,2379	1,9522	0,2385	1,9571	0,1952	1,6018
$M_{c120}$		15,696	0,2405	3,7749	0,2526	3,9648	0,2137	3,3542
$D_{240}$		24,554	0,2597	6,3767	0,2364	5,8046	0,1512	3,7126

✚ **Tableau 6.39: La poutre la plus sollicitée :**

Poutre	Position	M(C.P)	M(Surcharges)	$M_{\text{tot}}$
Poutre 1	0,25L	46,41	6,3767	52,7867
	0,00L	92,82	9,8732	102,6932
Poutre 2	0,25L	46,41	5,8046	52,2146
	0,00L	92,82	8,9338	101,7538
Poutre 3	0,25L	45,611	3,7126	49,3236
	0,00L	91,221	5,4794	96,7004

➤ **Tableau donnant les valeurs des efforts tranchants majorées dans les différentes poutres :**

✚ **Tableau 6.40: Combinaison à ELU :**

ELU	Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3	
	0,00L	0,25L	0,00L	0,25L	0,00L	0,25L
1,35G+1,6(A(L))	135,722	68,0236	134,0278	66,8625	123,1484	65,4458
1,35G+1,6(BC)	137,8187	69,6004	135,855	69,1409	131,5426	66,7869
1,35(G+MC120)	132,3576	67,7496	133,1223	68,005	129,4286	66,103
1,35(G+D240)	138,6358	71,2620	137,3676	70,4897	130,5455	66,6554

✚ **Tableau 6.41: Combinaison à ELS :**

ELS	Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3	
	0,00L	0,25L	0,00L	0,25L	0,00L	0,25L
<b>G+1,2(A(L))</b>	100,6313	50,4376	99,3606	49,5667	95,382	47,7052
<b>G+1,2(BC)</b>	102,2038	51,6202	100,731	51,2755	97,5167	49,52
<b>(G+MC120)</b>	98,0427	50,1849	98,6091	50,3748	95,873	48,9652
<b>(G+D240)</b>	102,6932	52,7867	101,7538	52,2146	96,7004	49,3236

✚ **Tableau 6.42: Les combinaisons max des moments dans chaque poutre :**

Poutres	Combinaison	Types	Efforts internes	0,25L	0,5L	max
<b>Poutre 1</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	M(t. m)	1376,6093	1890,2241	1890,2241
		<b>II</b>	M(t. m)	1455,2340	1940,3137	1940,3137
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	M(t. m)	1023,9727	1406,3556	1406,3556
		<b>II</b>	M(t. m)	1077,9511	1437,2694	1437,2694
<b>Poutre 2</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	M(t. m)	1336,5485	1754,0487	1754,0487
		<b>II</b>	M(t. m)	1421,9998	1896,0016	1896,0016
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	M(t. m)	993,9271	1304,2241	1304,2241
		<b>II</b>	M(t. m)	1053,3332	1404,4456	1404,4456
<b>Poutre 3</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	M(t. m)	1254,8408	1649,4996	1649,4996
		<b>II</b>	M(t. m)	1250,8704	1667,8277	1667,8277
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	M(t. m)	932,7924	1226,0072	1226,0072
		<b>II</b>	M(t. m)	926,5707	1235,4279	1235,4279

✚ **Tableau 6.43: Les combinaisons max des efforts dans chaque poutre :**

Poutres	Combinaison	Types	Efforts internes	0,00L	0,5L
<b>Poutre 1</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	T(t)	137,8187	69,6004
		<b>II</b>	T(t)	138,6358	71,2620
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	T(t)	102,2038	51,6202
		<b>II</b>	T(t)	102,6932	52,7867
<b>Poutre 2</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	T(t)	135,855	69,1409
		<b>II</b>	T(t)	137,3676	70,4897
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	T(t)	100,731	51,2755
		<b>II</b>	T(t)	101,7538	52,2146
<b>Poutre 3</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	T(t)	131,5426	66,7869
		<b>II</b>	T(t)	130,5455	66,6554
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	T(t)	97,5167	49,52
		<b>II</b>	T(t)	96,7004	49,3236

### 6.7. Conclusion :

D'après les résultats de ce chapitre et le tableau présenté ci-dessus, on constate clairement que les efforts internes maximums sont obtenus dans la poutre 3. Donc la poutre la plus sollicitée est la poutre centrale.

# **Chapitre 7:**

## **Modélisation et comparaison.**

**7.1. Introduction :**

La modélisation a pour objectif d'élaborer un modèle capable de décrire d'une manière approchée le fonctionnement de l'ouvrage sous différentes conditions. Cette démarche de modélisation par la méthode des éléments finis (MEF) met en évidence la maîtrise de trois domaines des sciences de l'ingénieur : la mécanique des milieux continus, la rhéologie des matériaux et le calcul numérique par ordinateur.

**7.2. Présentation de logiciel :**

ROBOT (Auto desk Robot) Structural Analysis Professional est un logiciel de calcul et d'optimisation des structures. Il utilise la méthode d'analyse par éléments finis pour étudier les structures planes et spatiales de type : Treillis, Portiques, Structures mixtes, Grillages de poutres, Plaques, Coques, Contraintes planes, Déformations planes, Éléments axisymétriques, Éléments Volumiques. Les utilisateurs de ROBOT pour les études d'Ouvrages d'Art ou de Génie Civil bénéficient de toute la puissance de modélisation de ROBOT afin de réaliser des modèles mixtes, composés de barres et/ou coques. Ils peuvent également disposer des éléments volumiques. Des modèles spécifiques comme les charges roulantes, les phases, le calcul des sections d'acier théoriques permettent l'étude de nombreux ouvrages.

ROBOT (Auto desk Robot) permet de charges roulantes, c'est à dire la charge d'un convoi modélisé par une combinaison de forces quelconques (forces concentrées, charges linéaires et charges surfaciques). Le convoi est un ensemble de forces de directions, valeurs et positions données. Pour chaque pas, le convoi est déplacé d'une position vers la suivante. Le cas de charge roulante est ainsi considéré comme un ensemble de plusieurs cas de charges statiques (un cas de charge pour chaque position du convoi). C'est un logiciel orienté Métier adapté aux constructions en acier, en bois, en béton armé ou mixte. Il comprend des modules d'assemblage, de ferrailage, de vérification et de dimensionnement suivant les différentes normes nationales existantes.

ROBOT Professional peut calculer les structures à un nombre de barres et à un nombre de nœuds illimités. Les seules limitations découlent des paramètres de l'ordinateur sur lesquels les calculs sont effectués (mémoire vive et espace disque disponibles). Il permet d'effectuer des analyses statiques et dynamiques, ainsi que des analyses linéaires ou non linéaires. Il a été conçu spécialement pour l'environnement Windows 2000/NT/XP. Lors de la création de ROBOT Professional, ses concepteurs ont utilisé les techniques modernes de l'étude des structures et de la programmation orientée objet profitant des outils performants de la société Microsoft. Tous ces facteurs garantissent une très haute fiabilité du code généré et la facilité d'ajouter à ROBOT Professional de nouvelles fonctionnalités et de nouveaux modules.[15]



### 7.3. Modélisation de l'ouvrage :

Étant donné que l'ouvrage isostatique avec quatre travées indépendantes, on étudiera une seule travée (une dalle de 26 cm d'épaisseur avec 5 poutres de longueur de 40 m).

La 1<sup>ère</sup> étape c'est le choix d'affaire comme montré sur la figure suivante :

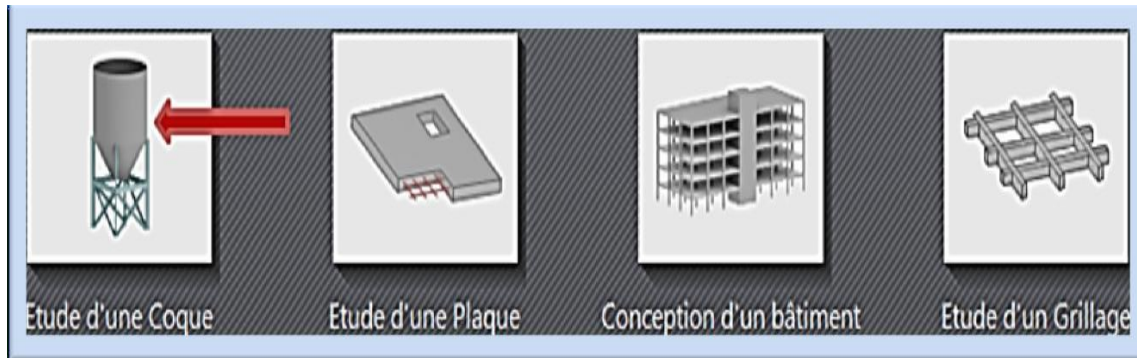


Figure 7.1. Choix de l'affaire.

#### 7.3.1. Modélisation de la poutre :

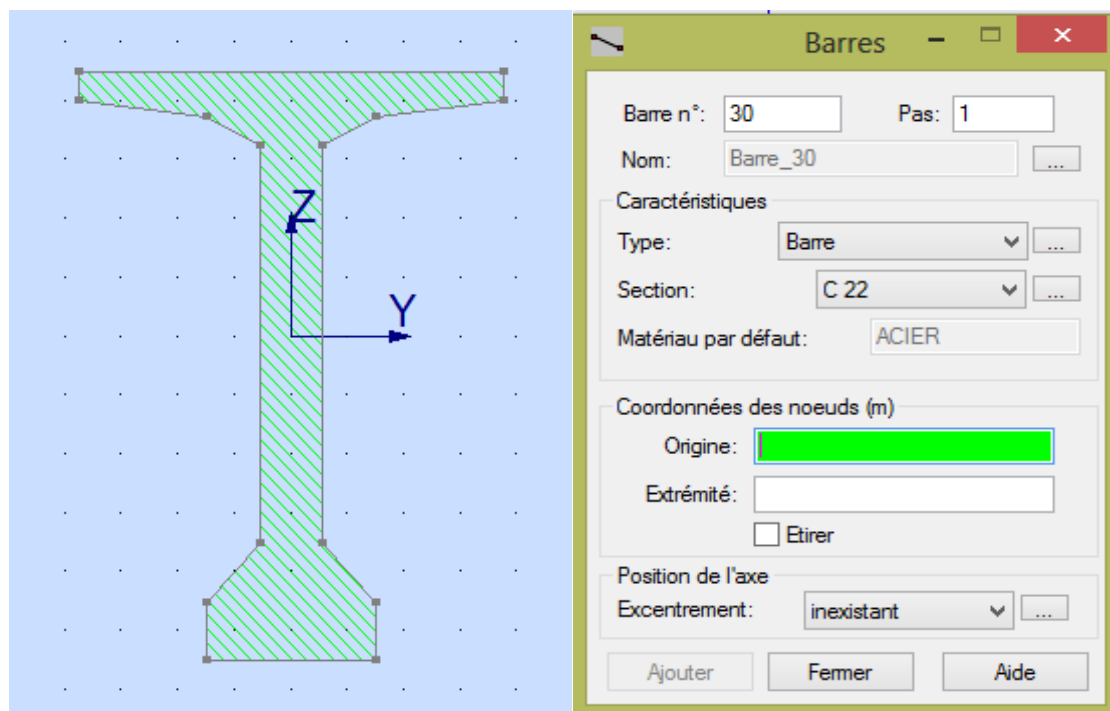


Figure 7.2. Modélisation des poutres.

### 7.3.2. Modélisation de la dalle :

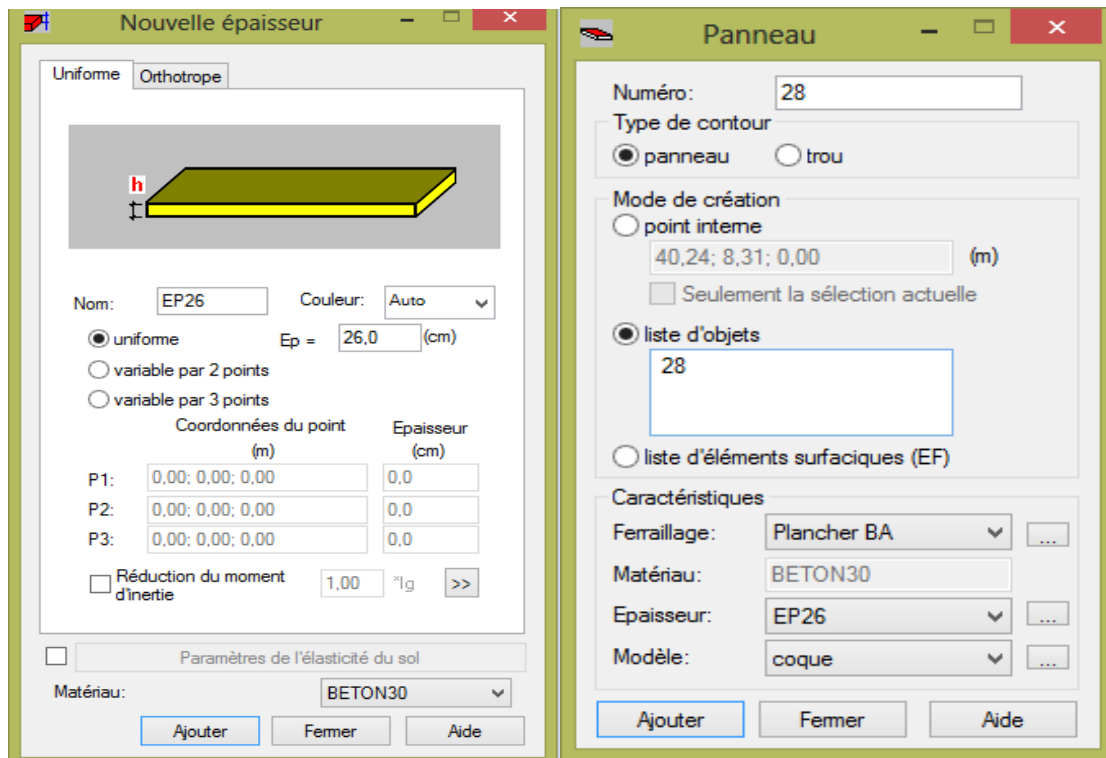


Figure 7.3. Modélisation de la dalle.

### 7.3.3. Modélisation du tablier :

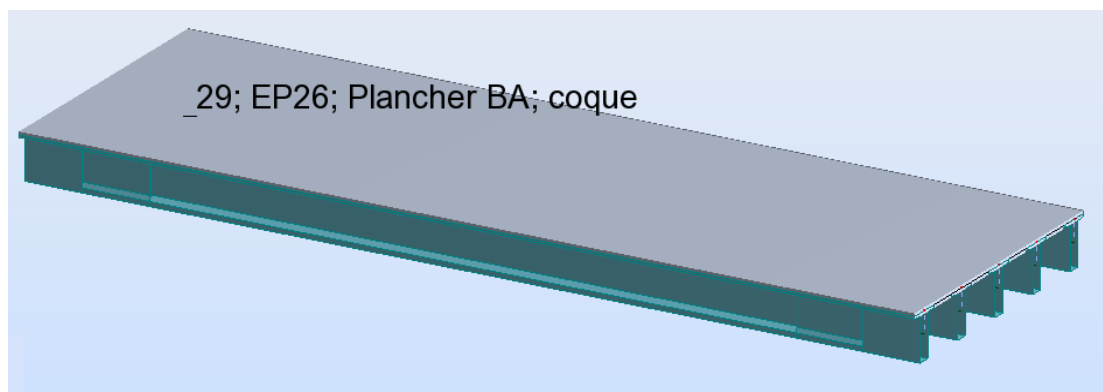


Figure 7.4. Modélisation du tablier.

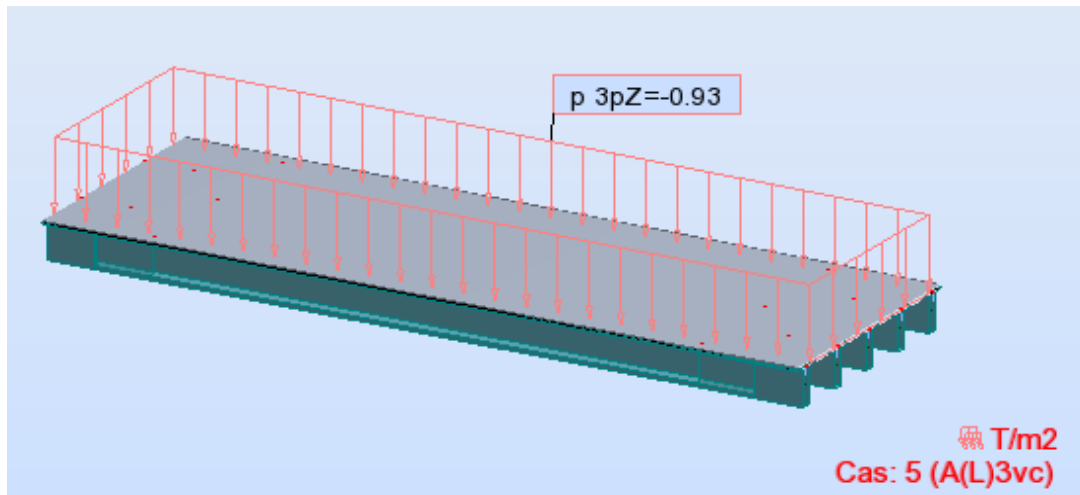
### 7.3.4. Modélisations des différents cas de charge :

Les surcharges sont disposées suivant le règlement Fascicule 61 titre II, de façon à obtenir des sollicitations maximales. Dans notre modélisation on considère deux cas où le système de charge est soit centré sur la chaussée ou excentré. [3]

- **Système A(L) 3 voies chargées :**

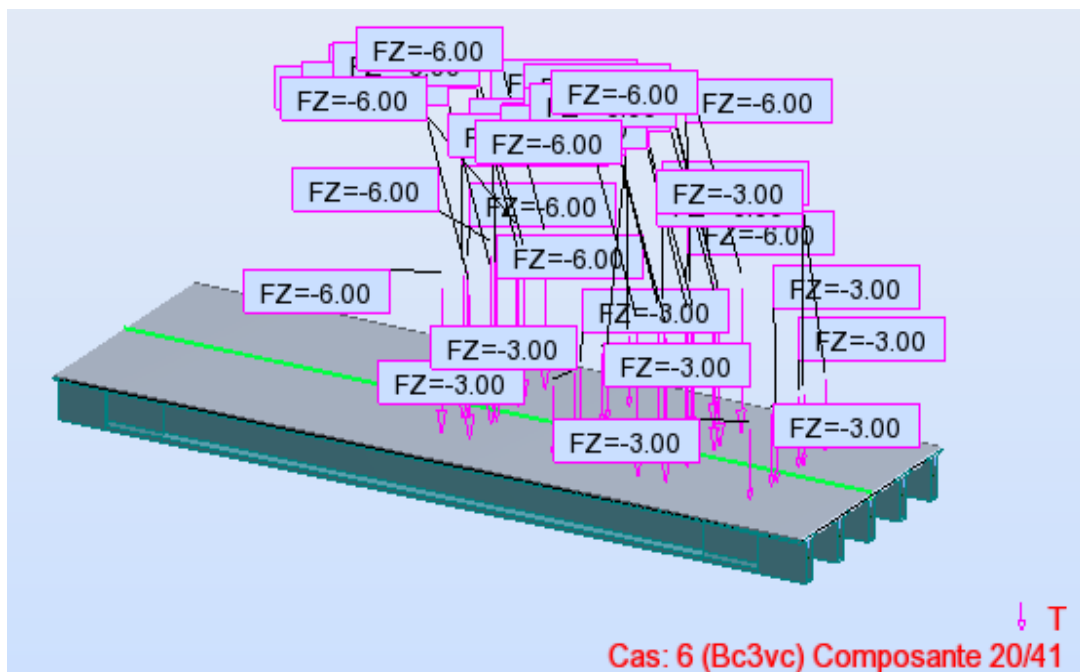
$$A(L) = 230 + \frac{36000}{39+12}$$

$$A(L) = 0,936 \text{ t/m}^2$$



**Figure 7.5.** Système A(L) 3 voies chargées.

- **Système Bc 3 voies chargées :**

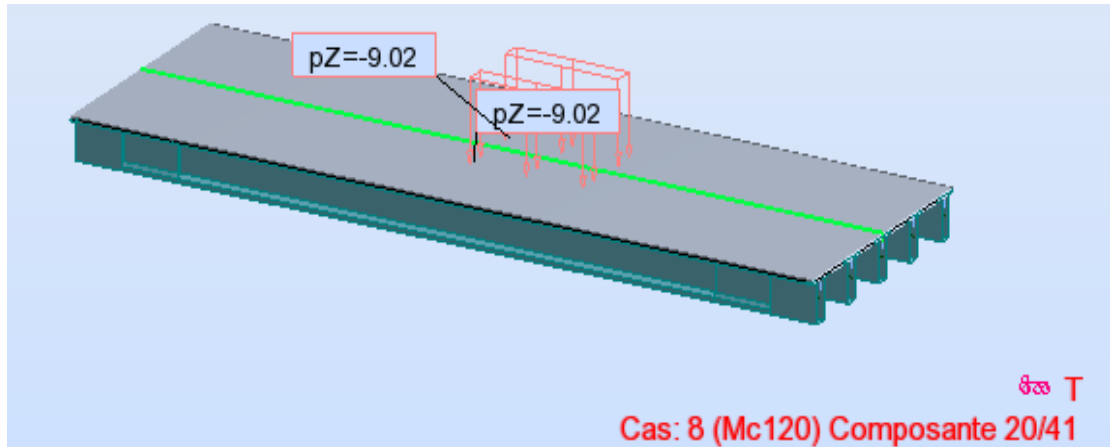


**Figure 7.6.** Système Bc 3voies chargées.

- **Système militaire  $M_{c120}$  :**

La charge par chaque chenille est :

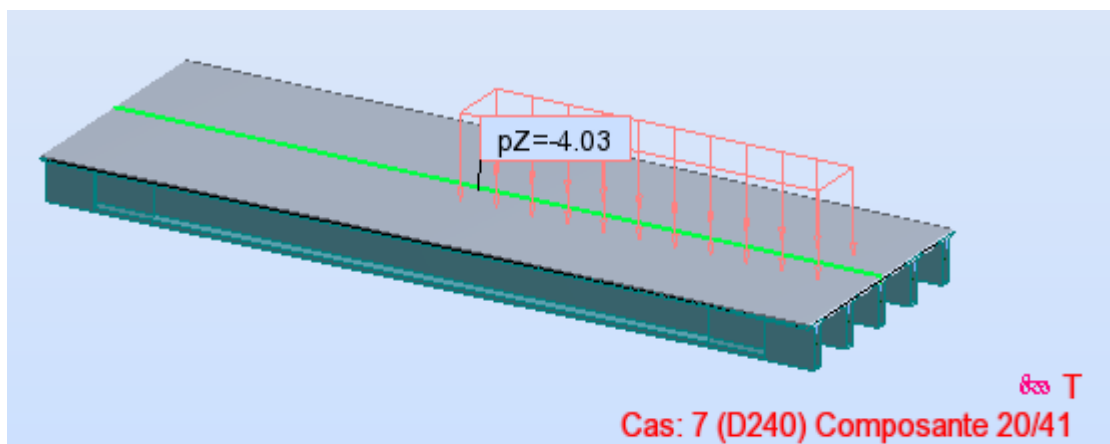
$$p_{\text{chenille}} = \frac{55}{6,1} = 9,016 \text{ t/m}^2$$



**Figure 7.7.** Système militaire Mc120.

- **Charge exceptionnelle  $D_{240}$  :**

$$p_{D240} = \frac{240}{18,6 \times 3,2} = 4,032 \text{ t/m}^2$$



**Figure 7.8.** Charge exceptionnelle D240.

### 7.3.5. Valeur des moments fléchissant réels :

Actions	ELU	ELS
Poids propre (G)	1,35	1
Surcharge A(L)	1,6	1,2
Système Bc	1,6	1,2
Mc120	1,35	1
D240	1,35	1

## ✓ à l'état limite ultime (E.L.U) :

- a.  $1,35G+1,6(A(L))$
- b.  $1,35G+1,6(Bc)$
- c.  $1,35G+1,6(Bt)$
- d.  $1,35G+1,35Mc120$
- e.  $1,35G+1,35D240$

## ✓ à l'état limite de service (E.L.S) :

- a.  $G+1,2(A(L))$
- b.  $G+1,2(Bc)$
- c.  $G+1,2(Bt)$
- d.  $G+Mc120$
- e.  $G+D240$

Combinaison	ELU	ELS
<b>I</b>	<b><math>1,35G+1,6[\text{Max (A, B)}]</math></b>	<b><math>G+1,2[\text{Max (A, B)}]</math></b>
<b>II</b>	<b><math>1,35G+1,35\text{Max [Mc120, D240]}</math></b>	<b><math>G+ \text{Max [Mc120, D240]}</math></b>

- ✓ Tableau des moments fléchissant longitudinaux réel engendrés dans les différents poutres après la comparaison (donnée par robot) :

		Type de combinaison	Moment fléchissant
			0,5L
<b>POUTRE 03</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	1879,46
		<b>II</b>	1912,35
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	1375,29
		<b>II</b>	1416,56
<b>POUTRE 02</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	1853,87
		<b>II</b>	1820,12
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	1356,64
		<b>II</b>	1348,24
<b>POUTRE 01</b>	<b>ELU</b>	<b>I</b>	1748,00
		<b>II</b>	1633,68
	<b>ELS</b>	<b>I</b>	1279,95
		<b>II</b>	1210,13

## 7.3.5.1. Les valeurs extrêmes du moment :

Numéro de la poutre	La combinaison	Le moment en (t.m)	
		ELU	ELS
Poutre 03	1,35G+1,35D240	0,5L	0,5L
		1912,35	1416,56

## 7.3.5.2. Comparaison entre les résultats de la méthode de G-MASSONET et les résultats de logiciel ROBOT :

## ➤ E.L.U :

Numéro de la poutre	La combinaison	Le moment en (t.m)	
		ROBOT	G.MASSONET
Poutre 03	1,35G+1,35D240	0,5L	0,5L
		1912,35	1940,3137

## ➤ E.L.S :

Numéro de la poutre	La combinaison	Le moment en (t.m)	
		ROBOT	G.MASSONET
Poutre 03	G+D240	0,5L	0,5L
		1416,56	1455,254

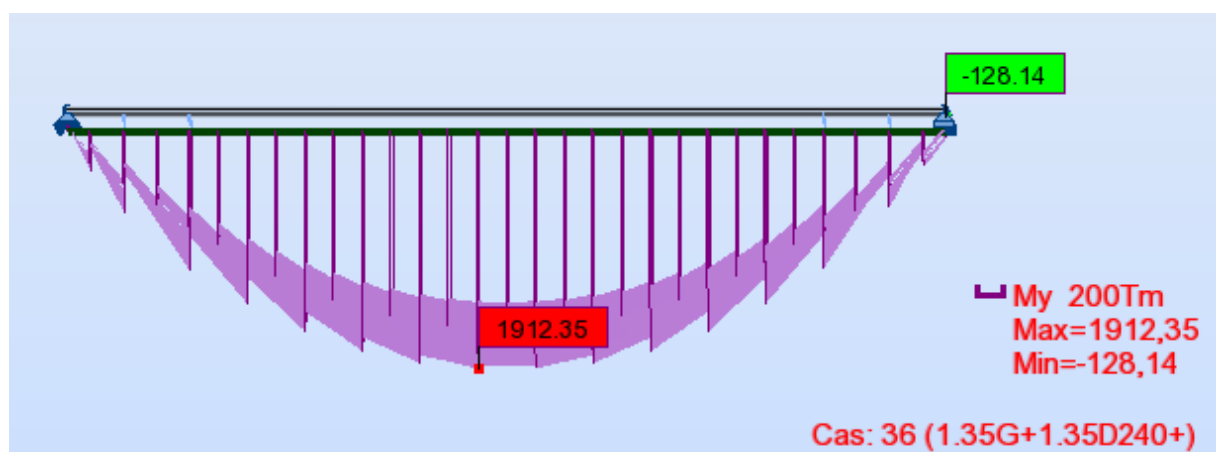


Figure 7.9. Moment max à l'E.L.U.

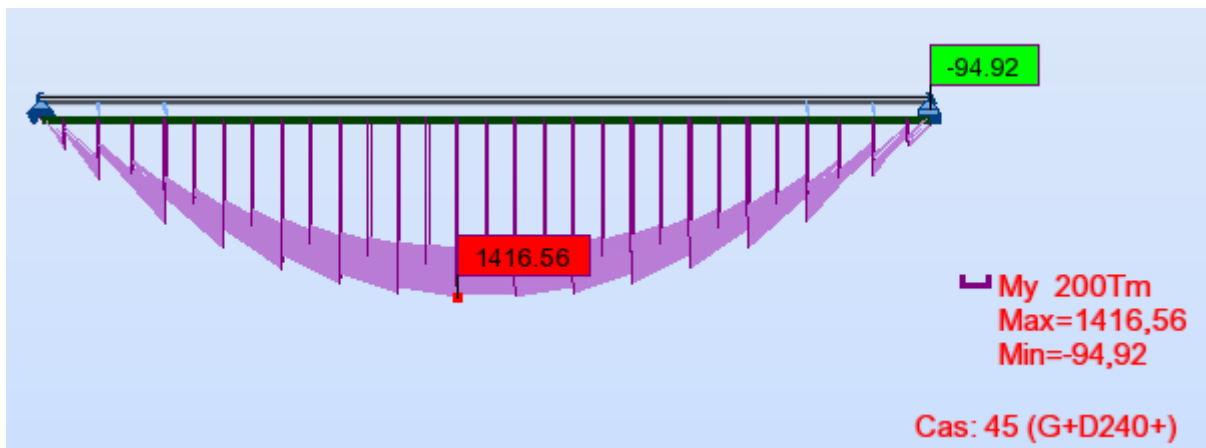


Figure 7.10. Moment max à l'E.L.S.

#### 7.4. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons effectué une modélisation du tablier de notre ouvrage avec l'utilisation de logiciel robot. La comparaison entre les résultats obtenus par le calcul manuel en utilisant la méthode des lignes d'influence et la répartition par la méthode de **GUYON MASSONNET** et ceux obtenus par le logiciel **ROBOT**, indique qu'il y'a une légère différence en matière des valeurs des efforts tranchant et du moment fléchissant, ce qui nous permet de conclure la fiabilité de l'utilisation du logiciel **ROBOT** pour la modélisation.

# **Chapitre 8:**

## **Etude de la précontrainte.**



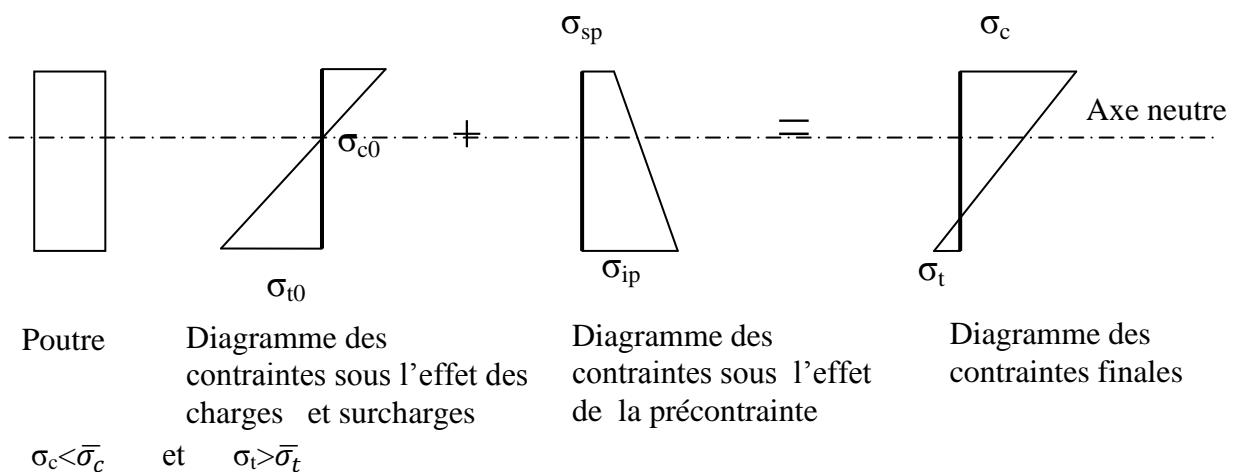
### 8.1. Introduction :

Le béton est un matériau résistant à la compression mais fragile à la flexion. C'est pour améliorer la résistance à la flexion qu'il a été imaginé d'y incorporer des armatures en acier (béton armé).

Le béton précontraint va encore plus loin dans ce domaine : il permet au béton de ne travailler qu'en compression. L'objectif de la précontrainte est de soumettre le béton à des contraintes permanentes de compression destinées à compenser les forces de traction qui seront appliquées à l'ouvrage. Les forces de flexion ne viendront alors qu'en réduction de la force de la précontrainte initial. Le béton est alors employé au mieux de ses possibilités.

#### 8.1.1. Le principe de la précontrainte :

Le principe de la précontrainte consiste à produire des contraintes de compression dans les zones prévues à être tendues dans les éléments structuraux de l'ouvrage (la poutre) avant leur mise en service, et ce à l'aide de l'application des prétentions. [6]



#### 8.1.2. Modes de précontrainte :

On distingue deux modes principaux de la précontrainte :

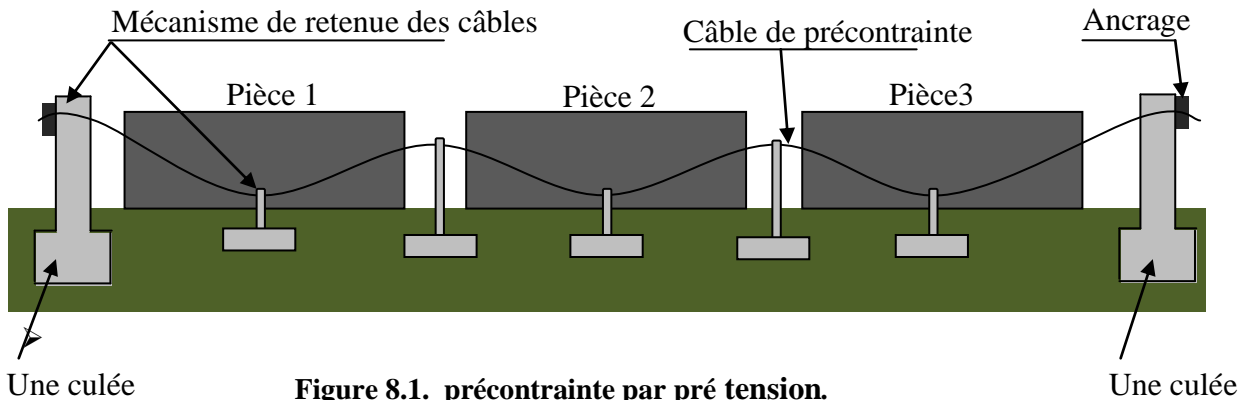
- La précontrainte par pré tension ;
- La précontrainte par post-tension.

##### a. Précontrainte par pré tension :

La précontrainte par pré tension est réalisée par des armatures tendues sur un banc de traction avant le bétonnage. Ce procédé commence par mettre en tension les aciers de la précontrainte à l'aide des vérins prenant appuis sur des culées. Quand l'allongement requis est atteint, les aciers sont bloqués à l'aide des systèmes d'ancrage. Ensuite le béton est coulé en contact direct avec les aciers de précontrainte dans des coffrages ou moules entourant ces

aciers. Lorsque le béton atteint une résistance suffisante, on procède au transfert de la précontrainte par mettre les aciers en liberté de leurs ancrages. Et comme ces armatures ne sont pas libres de reprendre ses longueurs initiales, l'effort se reporte par adhérence au béton et la pièce se trouve précontrainte.

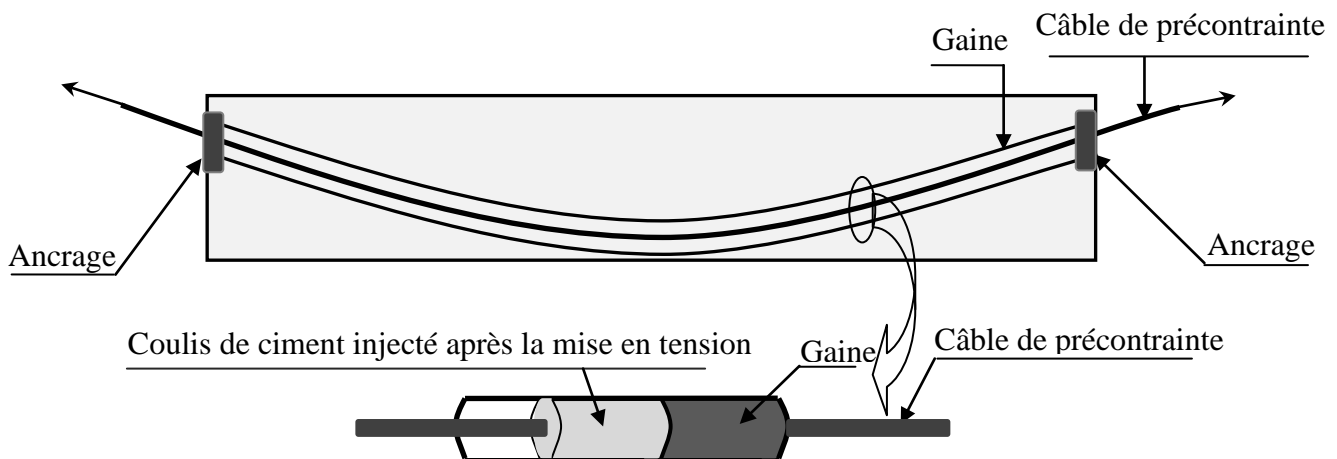
La précontrainte par pré tension est surtout utilisée pour la fabrication des séries de pièces identiques en usine, et par fois sur le site même du chantier.



#### b. Précontrainte par post-tension :

Son principe est de tendre les câbles après le coulage du béton à l'aide des vérins prenant appuis sur la pièce à précontrainte. Pour permettre le mouvement relatif de câble, il est nécessaire de ménager dans le béton des évitements tubulaires généralement formés par des gaines métalliques de section circulaire disposées et réglées dans les coffrages avant bétonnage.

Une fois les aciers tendus et ancrés, on procède à l'injection des gaines avec un coulis de ciment. L'injection se fait de façon que tous les vides à l'intérieure de la gaine soient remplis. Le rôle de cette injection est double : le ciment protège tout d'abord l'acier vis-à-vis la corrosion, produit leur adhérence au béton et améliore la résistance de la pièce à la fissuration.



**Note :** dans notre projet nous choisissons la précontrainte par post-tension.

## 8.2. Dimensionnement de la précontrainte:

### 8.2.1. Caractéristiques géométriques de la poutre :

L'étude de la précontrainte se fera pour la poutre la plus sollicitée (poutre centrale

$P_3$ ). position ( $\frac{1}{2}L$ ) et dans la section médiane, alors, on prend en compte la section nette.

Section	B (cm <sup>2</sup> )	I <sub>G</sub> (cm <sup>4</sup> )	v (cm)	v' (cm)	c' = ρ.V (cm)	ρ(%)	h (cm)
Poutre seule	7053,75	38135904,5	89,58	110,42	46,52	51,93	200
Poutre+ dalle	14216,75	77928014,84	63,9	162,1	32,122	50,27	226

**Tableau 8.1.** Les caractéristiques géométriques de la section à mi travée (0,5L)

C': centre de pression.

#### ✓ L'enrobage :

$$d \leq \frac{h}{10} \Rightarrow d \leq \frac{200}{10} = 20 \text{ cm} \quad \text{on adopte} \quad d = 11 \text{ cm}$$

### 8.2.2. L'effort de précontraint minimum :

La résistance caractéristique à 28 jours égale a  $f_{c28} = 41 \text{ MPa}$

Les contraintes de traction admissible du béton (en classe II de précontrainte) sont :

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times f_{c28} = 3,06 \text{ MPa}$$

Contrainte admissible du béton :

$$f_{cj} = \frac{f_{c28} \cdot j}{1,4 + 0,95 \cdot j}$$

#### ➤ En exploitation

$$\bar{\sigma}_M = 0,6 \cdot f_{c28} = 24,6 \text{ MPa}$$

- Dans la zone d'enrobage :

$$\bar{\sigma}_{ti} = -f_{t28} = -3,06 \text{ MPa}$$

- Hors de la section d'enrobage :

$$\bar{\sigma}_{ts} = -1,5f_{t28} = -4,59 \text{ MPa}$$

➤ **En construction (à 14 jours)**

$$f_{c14} = 39,048 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_M = 0,6 \cdot f_{c14} = 23,428 \text{ MPa}$$

- Dans zone d'enrobage :

$$\bar{\sigma}_m = -1,5f_{t14} = -1,5(0,6 + 0,06 \times f_{c14}) = -4,41 \text{ MPa.}$$

- Hors zone d'enrobage :

$$\bar{\sigma}_m = -f_{t14} = (0,6 + 0,06 \times f_{c14}) = -2,942 \text{ MPa}$$

L'effort du précontraint minimum qui doit être respecté durant toute la vie de l'ouvrage est :

$$P_{\min} = \text{Sup au Max } (P_1, P_2)$$

Avec :

$P_1$  : précontrainte minimale en section sous critique.

$P_2$  : Précontrainte minimale en section sur critique.

- **En section sous critique:**

$$p_1 = \frac{\Delta M}{\rho h} + \frac{B_n}{h} (V \bar{\sigma}_{ii} + V' \bar{\sigma}_{is})$$

$$\Delta M = M_{\max} - M_{\min} = 1437,2294 - 904,955 = 532,274 \text{ t.m}$$

$$P_1 = \frac{532,274}{0,5027 \times 2,26} + \frac{1,421675}{2,26} [0,639(-306) + 1,621(-4,59)]$$

$$P_1 = 122,072 \text{ t}$$

- **En section sur critique:**

$$P_2 = \frac{M + \rho B_n V \bar{\sigma}_{ti}}{\rho V + V' - d'} = \frac{1437,2294 + 0,5027 \times 1,421675 \times 0,639(-306)}{0,5027 \times 0,639 \times 1,621 - 0,11}$$

$$P_2 = 708,1486 \text{ t}$$

Donc :  $P_2 > P_1$  (la section est sur critique).

### 8.2.3. Calcul du nombre des câbles :

D'après G. Dreux, on peut estimer les pertes de précontrainte à 32%.

$$0,68 \times P = P_{\min} \Rightarrow P = \frac{P_{\min}}{0,68} = \frac{708,1486}{0,68} = 1041,394 \text{ t}$$

$$P = 1041,394 \text{ t}$$

➤ **Caractéristiques géométriques et mécaniques du câble :**

Les unités de précontrainte utilisées sont des câble 10T15.2 et 7T15.2, les torons de classe 1770 à très basse relaxation (TBR).

- ✚ Section nominale de l'acier :  $A_p = 139 \text{ mm}^2$
- ✚ Contrainte limite élastique garantie :  $f_{peg} = 16256 \text{ MPa}$
- ✚ Contrainte de rupture garantie :  $f_{prg} = 1860 \text{ MPa}$
- ✚ Coefficient de frottement linéaire :  $\varphi = 2.10^{-3} \text{ m}^{-1}$
- ✚ Coefficient de frottement angulaire :  $f = 0,18 \text{ rad}^{-1}$
- ✚ Recul d'ancrage :  $g = 6 \text{ mm}$ .
- ✚ Relaxation à 1000 heures :  $\rho = 2.5\%$ .
- ✚ Module d'élasticité de l'acier :  $E_p = 195000 \text{ MPa}$

➤ **La force de la précontrainte par torons :**

$$\sigma_{p0} = \min\{0,8 f_{prg} ; 0,9 f_{peg}\}$$

$$\sigma_{p0} = \min\{0,8 (1860) ; 0,9 (1656)\} = 1488 \text{ Mpa}$$

$$P_0 = n \cdot A_p \cdot \sigma_{p0} \Rightarrow n = \frac{P_0}{A_p \cdot \sigma_{p0}} = \frac{1041,394 \cdot 10^4}{139 \times 1488} = 50,350 \Rightarrow n \geq 51$$

On adopte: **51 torons T15.2**

La valeur des pertes de précontraintes totales après calcul est 32% de la précontrainte initiale appliquée, nous adopterons donc 51 torons ce qui équivaut à 6 câbles (3\*(10T15.2)+ 3\*(7T15.2) .

Soit (51 torons T15.2) :  $p = 51(139 \times 1488 \cdot 10^{-4}) = 1054,843 \text{ t}$ .

### 8.2.4 Vérification des contraintes à la mise en tension :

a) **les contraintes limites :**

$$\begin{cases} f_{cj} = \frac{j \cdot f_{c28}}{1,4 + 0,95j} \\ f_{tj} = 0,6 + 0,06f_{cj} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{c14} = 39,048 \text{ MPa} \\ f_{t14} = 2,942 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{ci} = \bar{\sigma}_{cs} = 0,6 \times f_{c14} \\ \bar{\sigma}_{ts} = -1,5 \cdot f_{t14} \\ \bar{\sigma}_{ti} = -f_{t14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{\sigma}_{ci} = \bar{\sigma}_{cs} = 23,429 \text{ MPa} \\ \bar{\sigma}_{ts} = -4,413 \text{ MPa} \\ \bar{\sigma}_{ti} = -2,942 \text{ MPa} \end{cases}$$

$\bar{\sigma}_{cs}, \bar{\sigma}_{ci}$  : Contraintes admissible de compression respectivement sur la fibre supérieure et inférieure.

$\overline{\sigma_{ts}}, \overline{\sigma_{ti}}$  : Contraintes admissible de traction respectivement sur la fibre supérieure et inférieure.

A la mise en tension, on prend juste la section de la poutre seule soumise à la précontrainte et la charge de poids propre de cette poutre.

$$K_1 = 0.94$$

❖ **En fibre supérieure**

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{M_{\text{min}} \cdot V}{I} + K_1 \cdot P \cdot \left( \frac{1}{B} + \frac{e_0 \cdot V}{I} \right) > \overline{\sigma_{ts}}$$

$$M_{\text{min}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = 407,828 \text{ t.m}$$

$$e_0 = -(V' - d) = -(110,42 - 11) \Rightarrow e_0 = -99,42 \text{ cm}$$

Donc :

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{M_{\text{min}} \cdot V}{I} + K_1 \cdot P \cdot \left( \frac{1}{B} + \frac{e_0 \times V}{I} \right) = 0,868 \text{ MPa} > \overline{\sigma_{ts}} = -4.413 \text{ MPa} \dots \dots (\text{C V})$$

❖ **En fibre inférieure**

$$\sigma_{\text{inf}} = \frac{-M_{\text{min}} \cdot V'}{I} + K_1 \cdot P \cdot \left( \frac{1}{B} - \frac{e_0 \cdot V'}{I} \right) = 28,979 \text{ MPa} < \overline{\sigma_{ci}} = 23,429 \text{ MPa} \dots \dots (\text{C N V})$$

On propose comme solution de faire la mise en tension en deux familles, l'une avant le coulage de la dalle et l'autre après le coulage de la dalle.

**B) Détermination du nombre de câbles ancrés en intrados**

La mise en tension peut être à partir du 7<sup>ème</sup> jour de l'âge du béton .on doit vérifier pour notre cas les contraintes dans le béton au 7<sup>ème</sup> et au 14<sup>ème</sup> jour.

$$\text{Au 7<sup>ème</sup> jour : } \begin{cases} \overline{\sigma_{ci}} = 21,39 \text{ MPa} \\ \overline{\sigma_{ts}} = -4,109 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{Au 14<sup>ème</sup> jour : } \begin{cases} \overline{\sigma_{ci}} = 23,429 \text{ MPa} \\ \overline{\sigma_{ts}} = -4,413 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{On prend 04 câbles : } p = 34 \times p_0 \times 0,94 = 661,04 \text{ t}$$

$$\text{Au 7<sup>ème</sup> jour : } \begin{cases} \overline{\sigma_{ts}} = -4,109 \text{ MPa} < 4,1 \text{ MPa} \Rightarrow \text{c.v} \\ \overline{\sigma_{ci}} = 21,39 \text{ MPa} > 18,1 \text{ MPa} \Rightarrow \text{c.v} \end{cases}$$

$$\text{Au 14<sup>ème</sup> jour : } \begin{cases} \overline{\sigma_{ts}} = -4,413 \text{ MPa} < 4,1 \text{ MPa} \Rightarrow \text{c.v} \\ \overline{\sigma_{ci}} = 23,429 \text{ MPa} > 18,1 \text{ MPa} \Rightarrow \text{c.v} \end{cases}$$

Donc :

La mise en tension se fera en deux familles de câbles, quatre câbles à l'about leur tirage à 100% au 14<sup>ème</sup> jour et deux (2) câbles à l'extrados leur tirage après le coulage de la dalle.

### 8.2.5. Principe de positionnement des câbles :

On subdivise la moitié de la poutre en 3 zones :

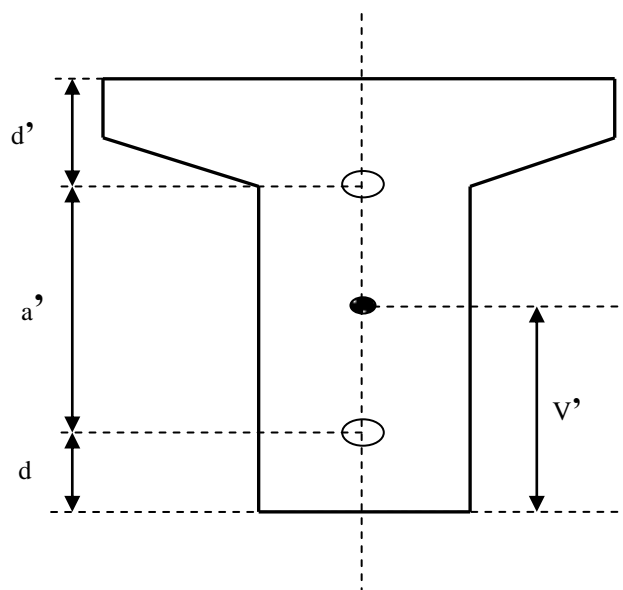
- ↳ **Zone d'about :** on dispose chaque deux câbles de telle sorte que le centre de gravité des (02) câbles s'approche le maximum avec le centre de gravité de la section pour obtenir un moment du au précontrainte nul (ou faible).
- ↳ **Zone centrale :** ou tous les câbles sont placés à l'excentricité maximum (avec signe négatif) afin d'obtenir un moment maximum négatif, tout en respectant l'enrobage.
- ↳ **Zone intermédiaire :** ou zone de relevage, ou les moments diminuent progressivement jusqu'à s'annuler à l'about.

**Positionnement des câbles :** généralement les maximum des câbles est placé à l'about toute en respectant les conditions fixées par le règlement (c'est un avantage en point de vue économique et réalisation).

### 8.2.6. Distribution constructive des câbles :

#### 8.2.6.1. La disposition des câbles à l'about :

Les câbles seront disposés de façon à faire coïncider la résultante des forces de la précontrainte avec le centre de gravité de la section d'about, nous avons une seule file d'ancrage à l'about ; quatre (4) câbles disposés verticalement.



• **Détermination de  $d, a', d'$  :**

Pour les ouvrages d'about.

D'après les conditions fixées par le document SETRA [10] :

$$d \geq 16,5\text{cm} \quad , a' \geq 28\text{cm} \quad , d' \geq 16,5\text{cm}$$

• **Pour  $N_1$  et  $N_4$  :**

$$P_1 = P_2 = P = 72,391 \text{ t}$$

M/fibre inférieur :

$$(P_1 + P_2)v' = P_2(a' + d) + P_1.d$$

En fixant  $a' = 112 \text{ cm}$

$$\text{Comme : } P_1 = P_2 = P \Rightarrow 2v' = a' + 2d$$

$$\Rightarrow d = \frac{2 \times 110,42 - 112}{2} = 54,42 \text{ cm}$$

$$d = 54 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d' = 200 - 54 - 112 = 34 \text{ cm}$$

• **Pour  $N_2$  et  $N_3$  :**

$$P_1 = P_2 = P = 103,416 \text{ t}$$

M/fibre inférieur :

$$(P_1 + P_2)v' = P_2(a' + d) + P_1.d$$

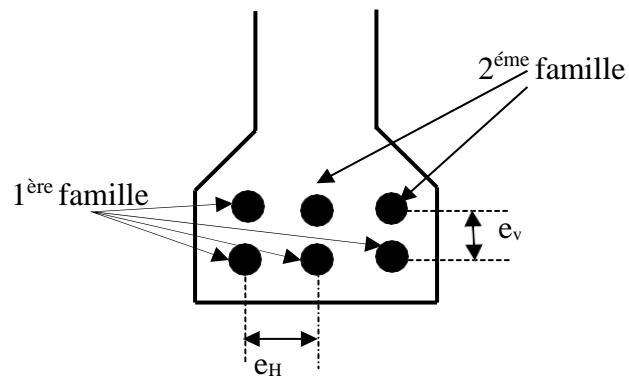
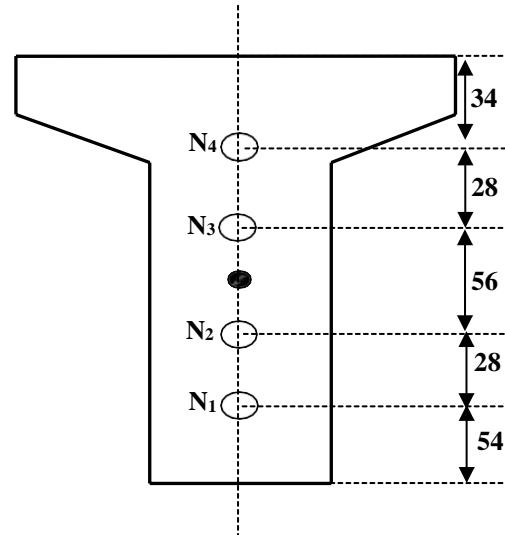
En fixant  $a' = 56 \text{ cm}$

$$\text{Comme : } P_1 = P_2 = P \Rightarrow 2v' = a' + 2d$$

$$\Rightarrow d = \frac{2 \times 110,42 - 56}{2} = 82 \text{ cm}$$

$$d = 82 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d' = 200 - 82 - 56 = 62 \text{ cm}$$



**Figure 8.3.** disposition des câbles à mi travée.

**8.2.6.2. Disposition des câbles à mi travée :**

$\Phi$  : diamètre de la gaine.

$$\Phi_{\text{gaine}} = 7,2 \text{ cm}$$

On prend :

$$\Rightarrow \begin{cases} e_H = 15\text{cm} \\ e_V = 9\text{cm} \end{cases}$$



### 8.2.7. Les traces des câbles :

#### a) Trace de câble sortant à l'extrados :

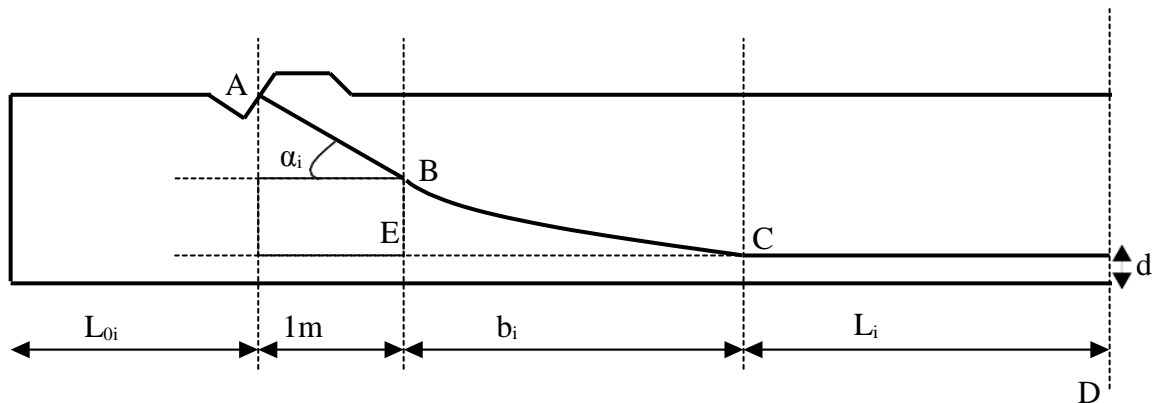


Figure 8.4. trace de câble à l'extrados.

#### a.1. Pour le câble N<sub>5</sub> :

$\alpha_5 = 24,15^\circ$  (l'angle d'inclinaison pour le câble relevé à l'extrados).

AB : partie rectiligne (1m sur l'horizontal).

BC : partie parabolique.

CD : partie droite.

$$L_{0i} \leq \frac{L}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \text{prand } L_{01} = 4m$$

$$\text{L'équation de la parabole : } y = a x^2 \Rightarrow BE = ab^2 \Rightarrow a = \frac{BE}{b^2}$$

$$BE = 200 - (11 + 100 \cdot \text{tg } 24,15^\circ) = 144,16 \text{ cm}$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{d(y)}{d(x)} = 2 \cdot a \cdot x = 2ab \text{ (Au point B)}$$

$$\text{tg}(\alpha) = 2ab \Rightarrow b_3 = \frac{2 \times BE}{\text{tg} \alpha} = \frac{2 \times 144,16}{\text{tg } 24,15^\circ} = 643,04 \text{ cm}$$

$$L_1 = \frac{L}{2} - (b_1 + 4 + 1) = 20 - (6,43 + 4 + 1) = 8,57 \text{ m}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{\text{tg} \alpha}{2 \times b_1} = \frac{\text{tg } 24,15^\circ}{2 \times 643} = 3,87 \times 10^{-4}$$

#### a.2. Pour le câble N<sub>6</sub> :

$\alpha_6 = 24,15^\circ$  (l'angle d'inclinaison pour le câble relevé à l'extrados).

AB : partie rectiligne (1m sur l'horizontal).

BC : partie parabolique.

CD : partie droite.

$$L_{0i} \leq \frac{L}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \text{prand} L_{02} = 5m$$

$$\text{L'équation de la parabole : } y = a x^2 \Rightarrow BE = ab^2 \Rightarrow a = \frac{BE}{b^2}$$

$$BE = 200 - (11 + 100 \cdot \text{tg} 24,15^\circ) = 144,16 \text{ cm}$$

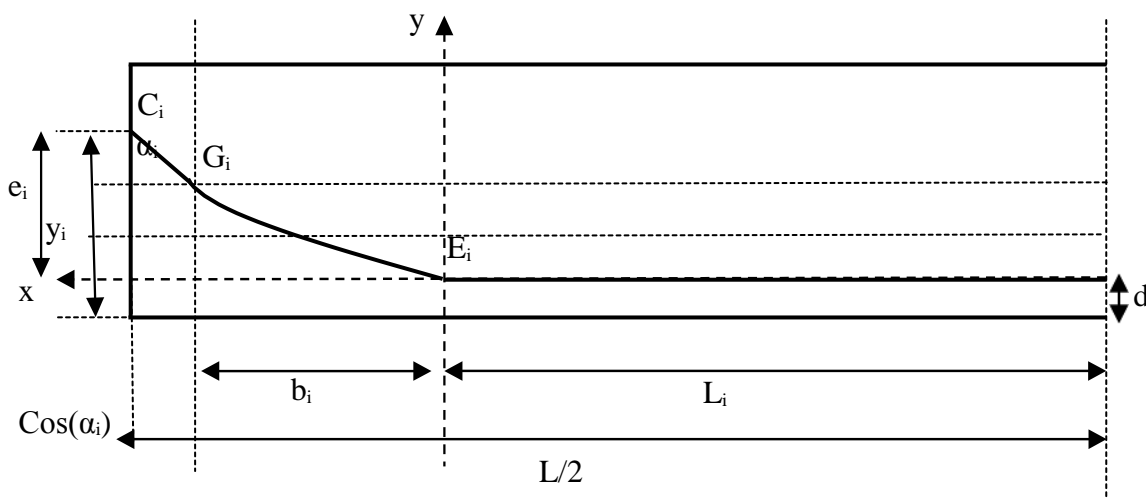
$$\text{tg}(\alpha) = \frac{d(y)}{d(x)} = 2 \cdot a \cdot x = 2ab \text{ (Au point B)}$$

$$\text{tg}(\alpha) = 2ab \Rightarrow b_3 = \frac{2 \times BE}{\text{tg} \alpha} = \frac{2 \times 144,16}{\text{tg} 24,15^\circ} = 643,04 \text{ cm}$$

$$L_1 = \frac{L}{2} - (b_1 + 5 + 1) = 20 - (6,43 + 5 + 1) = 7,57 \text{ m}$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{\text{tg} \alpha}{2 \times b_1} = \frac{\text{tg} 24,15^\circ}{2 \times 643} = 3,486 \times 10^{-4}$$

### b) Équation et inclinaison des câbles d'about :



**Figure 8.5.** Trace de câble à l'intrados.

$E_iG_i$  : tronçon parabolique.

$G_iC_i$  : tronçon rectiligne.

$E_i$  : point de relevage du câble.

$\alpha_i$  : angle d'inclinaison.

$C_i$  : point d'ancrage du câble.

$b_i$  : projection de la parabole sur l'horizontale.

$Y_i$  : projection de la parabole sur la verticale.

$C_iG_i$  : tronçon rectiligne sur 01 mètre afin de répartir la précontrainte convenablement, ce tronçon est incliné d'un angle ( $\alpha$ ) variant entre  $2^\circ$  à  $20^\circ$  pour limiter les pertes de précontrainte

et l'effort tranchant (about) en suite le tronçon parabolique  $E_iG_i$  et puis redevenir rectiligne.

Au milieu de la travée, tous les câbles sont groupés dans le tronçon pour avoir un moment max. négatif puis ils sont relevée progressivement a fin de ne pas créer de contrainte normale trop grandes en fibre inférieur et de diminuer l'effort tranchant.

### b.1. Équation de la parabole :

$$y^2 = a_i x^2 \Rightarrow \frac{d(y)}{d(x)} = 2a_i x \text{ Au point } G_i \quad \frac{d(y)}{d(x)}(G_i) = 2a_i b_i = \text{tg}(\alpha_i)$$

$$\text{Donc : } a_i = \frac{\text{tg}(\alpha_i)}{2b_i}$$

### b.2. Calcul les angles $\alpha_i$ et les distances $b_i$ :

(Selon le document de SETRA) : [11]

$$\text{tg}(\alpha_i) = \frac{2 \times \left( \frac{L}{2} + 1,00 - L_i \right)}{e_i \left[ \left( \frac{\frac{L}{2} + 1,00 - L_i}{e_i} \right)^2 - 1 \right]}, \quad a_i = \frac{\text{tg}(\alpha_i)}{2b_i}$$

$$b_i = e_i \times \left( \frac{1}{\sin(\alpha_i)} + \frac{1}{\text{tg}(\alpha_i)} \right) - (1 + \cos(\alpha_i))$$

Comme les  $(L_i)$  forment une progression arithmétique de raison 1,5 (principe de Guyon-Massonnet) donc en se fixe  $L_3$  de 3<sup>ème</sup> câble (à l'extrados) au départ puis en calcul les autres a fin de calculer les  $\alpha_i$ .

$$L_5 = 20 - (6,43 + 4 + 1) = 8,57 \text{ m}$$

$$L_6 = 20 - (6,43 + 5 + 1) = 7,57 \text{ m}$$

**D'où :**

$$L_4 = 8,57 + 2 = 10,57 \text{ m}$$

$$L_3 = 10,57 + 2 = 12,57 \text{ m}$$

$$L_2 = 12,57 + 2 = 14,57 \text{ m}$$

$$L_1 = 14,57 + 2 = 16,57 \text{ m}$$

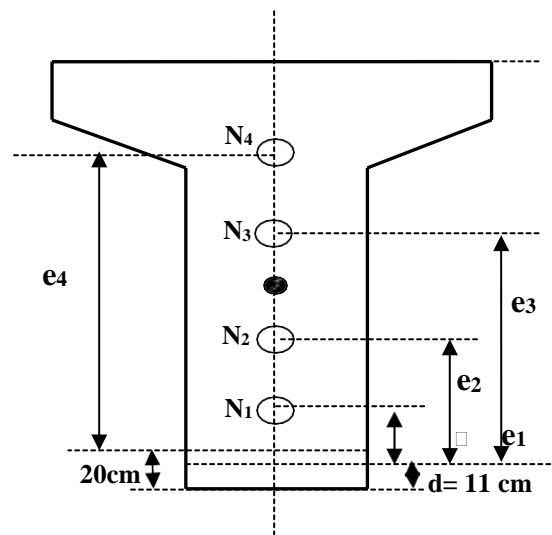
- **Calcul de  $e_i$  :**

$$e_1 = 54 - 11 = 43 \text{ cm}$$

$$e_2 = (54 + 28) - 11 = 71 \text{ cm}$$

$$e_3 = (54 + 28 + 56) - 11 = 127 \text{ cm}$$

$$e_4 = (54 + 28 + 56 + 28) - 20 = 146 \text{ cm}$$



**D'où :**

$$\text{tg}(\alpha_1) = 0,196 \rightarrow \alpha_1 = 12,32\text{gr}$$

$$\text{tg}(\alpha_2) = 0,22 \rightarrow \alpha_2 = 14\text{gr}$$

$$\text{tg}(\alpha_3) = 0,308 \rightarrow \alpha_3 = 19,038\text{gr}$$

$$\text{tg}(\alpha_4) = 0,285 \rightarrow \alpha_4 = 17,71\text{gr}$$

**Donc :**

$$b_1 = 2,45 \rightarrow a_1 = 39,99 \times 10^{-3}$$

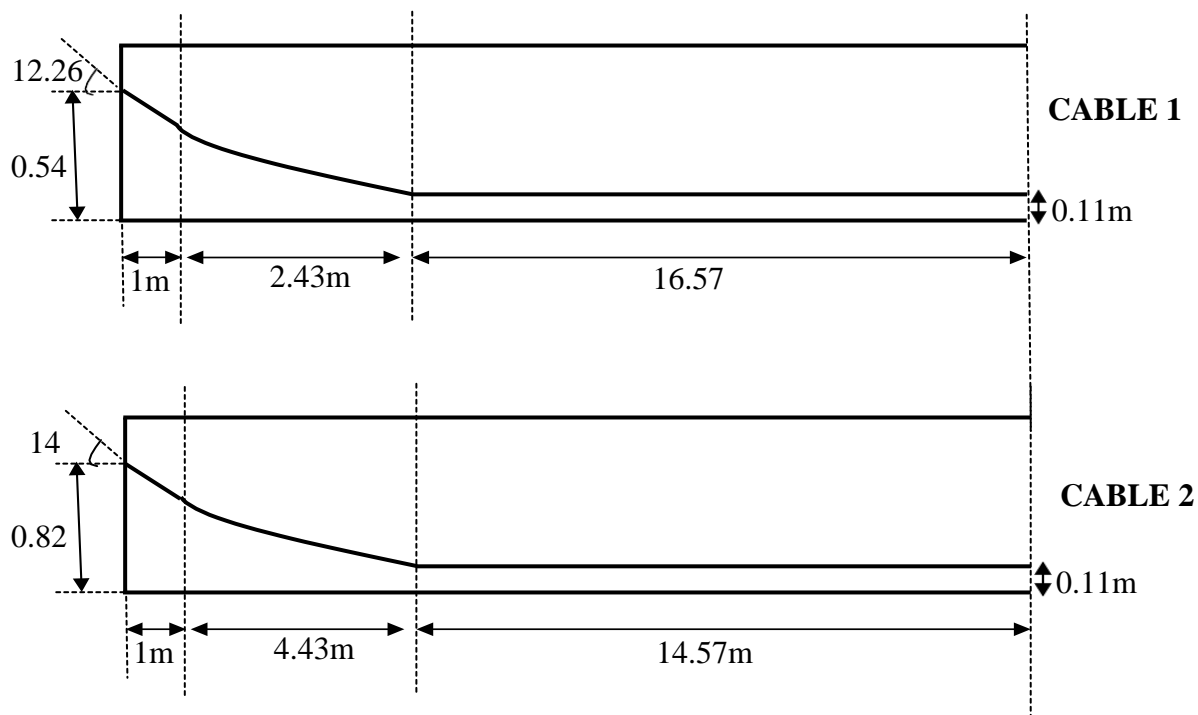
$$b_2 = 4,47 \rightarrow a_2 = 25,05 \times 10^{-3}$$

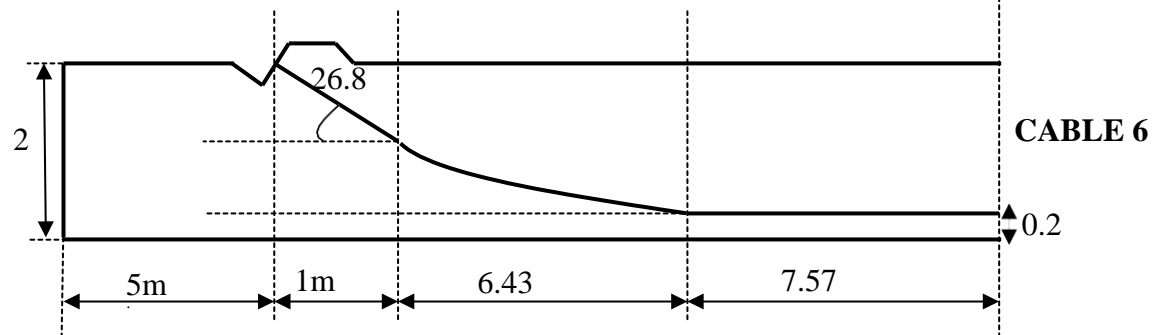
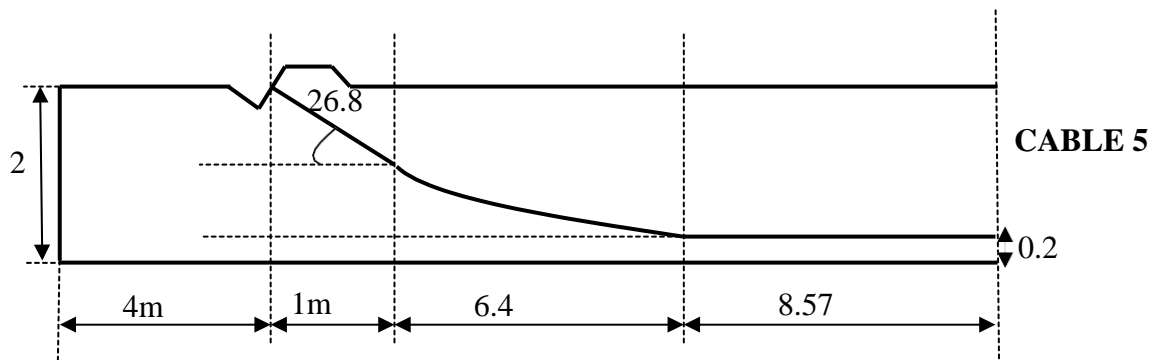
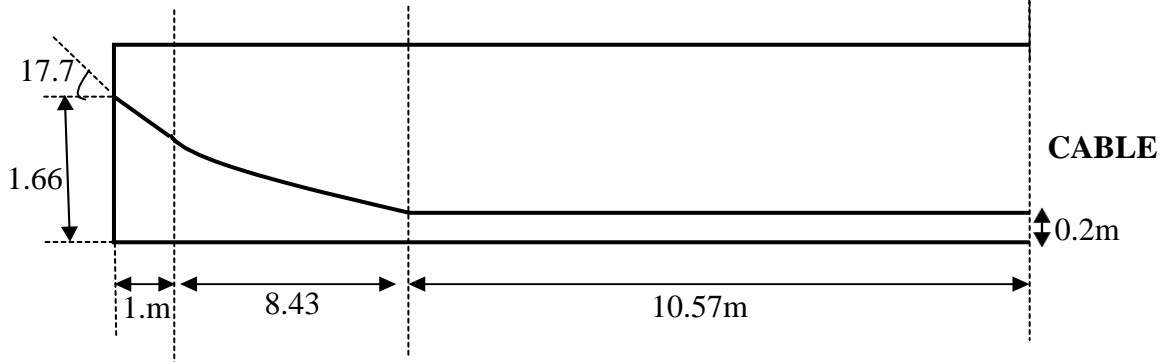
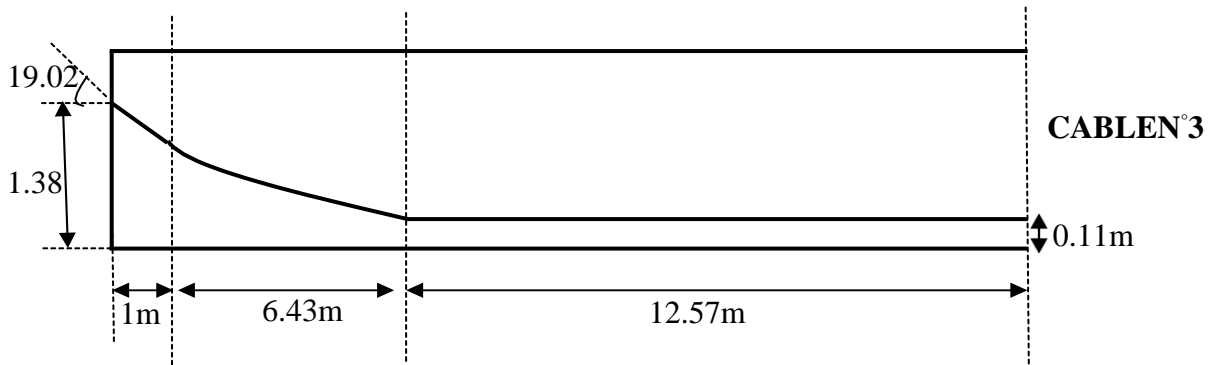
$$b_3 = 6,47 \rightarrow a_3 = 23,82 \times 10^{-3}$$

$$b_4 = 8,47 \rightarrow a_4 = 16,9 \times 10^{-3}$$

• **Tableau récapitulatif :**

N <sup>o</sup> des câbles	e <sub>i</sub> (m)	d' (m)	α <sub>i</sub> (gr)	α <sub>i</sub> × 10 <sup>-3</sup>	b <sub>i</sub> (m)	l <sub>i</sub> (m)
1	0,43	0,11	12,32	39,99	2,45	16,57
2	0,71	0,11	14	25,05	4,47	14,57
3	1,27	0,11	19,038	23,82	6,47	12,57
4	1,46	0,2	17,71	16,9	8,47	10,57
5	1,8	0,2	26,83	34,86	6,43	8,57
6	1,8	0,2	26,83	34,86	6,43	7,57





**c) Longueur total du câble :**

$$L_t = 2(L_r + L_c + L_d)$$

**Avec :**  $L_r$  : longueur du tronçon rectiligne permettant la transmission convenable d'effort entre

l'appareil d'ancrage et le câble.  $L_r = \frac{1}{\cos(\alpha)}$

$L_c$  : Longueur du tronçon parabolique, et donnée par la formule ci-après.

$$L_c = \frac{1}{4a_i} \left[ \ln \left( 2a_i b_i + \sqrt{1 + (2a_i b_i)^2} \right) + 2a_i b_i \sqrt{1 + (2a_i b_i)^2} \right]$$

$L_d$  : Longueur du tronçon droit du câble.

Les longueurs des câbles sont récapitulées dans le tableau suivant :

Câble n°	$L$ (m)	$L_c$ (m)	$L_i$ (m)	$L(total)$
1	1,019	2,465	16,57	40,108
2	1,025	4,496	14,57	40,182
3	1,046	6,571	12,57	40,374
4	1,04	8,584	10,57	40,388
5	1,096	6,639	8,57	32,61
6	1,096	6,639	7,57	30,61

**Tableau.8.2.** Longueurs des câbles.

**8.2.8. Câble moyen fictif :**

L'ensemble des forces de précontrainte appliquées dans une section de béton précontraint peut être remplacée par leur résultante « P » appliquée en un point (E) de la section. L'ensemble des câbles peut être assimilé pour la section a un câble unique passant au point E tangent a la ligne d'action de « P ».le lieu de tous les points (M) le long de la poutre donne le tracé du câble dit « câble moyen fictif équivalent » .Il se détermineront dans chaque section par le calcul de la distance « e » du centre de gravité des câbles à la fibre inférieur.

La position du câble moyen sera déterminée dans les sections suivantes :

Section	$y_i$ , $tg\alpha_i$	Câble 1	Câble 2	Câble 3	Câble 4	Câble 5	Câble 6	Câble moy
Section d'appui $X = 0m$	$Y_i$	0,54	0,83	1,38	1,66	/	/	1,1
	$tg\alpha_i$	0,196	0,223	0,308	0,285	/	/	0,252
	$\alpha_i$	12,32	14	19,038	17,71	/	/	15,767
Section à 1m de l'appui (câbles 1,2,3 et 4)	$Y_i$	0,344	0,596	1,072	1,374	/	/	0,847
	$tg\alpha_i$	0,196	0,223	0,308	0,285	/	/	0,252
	$\alpha_i$	12,32	14	19,038	17,71	/	/	15,767
Section à 4m de l'appui (avec les câbles 1, 2,3 ,4 et 5)	$Y_i$	0,11	0,163	0,396	0,705	2	/	0,674
	$tg\alpha_i$	0	0,073	0,165	0,184	0,448	/	0,174
	$\alpha_i$	0	4,648	10,429	11,638	26,83	/	10,709
Section à 5m de l'appui (avec les câbles 1, 2,3 ,4,5 et 6)	$Y_i$	0,11	0,12	0,255	0,537	1,641	0,2	0,777
	$tg\alpha_i$	0	0,023	0,117	0,151	0,448	0,448	0,197
	$\alpha_i$	0	1,466	7,456	9,546	26,83	26,83	12,021
Section à $\frac{L}{4}$ (10m) de l'appui (avec tous les câbles)	$Y_i$	0,11	0,11	0,11	0,2	0,27	0,405	0,201
	$tg\alpha_i$	0	0	0	0	0,099	0,169	0,045
	$\alpha_i$	0	0	0	0	6,32	10,684	2,833
Section médiante $X = 0,5L = 20$	$Y_i$	0,11	0,11	0,11	0,2	0,2	0,2	0,155
	$tg\alpha_i$	0	0	0	0	0	0	0
	$\alpha_i$	0	0	0	0	0	0	0

Tableau 8.3. Position de câble moyen.

### 8.2.9. Les caractéristiques géométriques des sections nettes :

Ayant déterminé le tracé des câbles, il nous reste à vérifier que le tracé est adéquat.

#### ❖ Composante de la précontrainte à la section d'appui :

Soit P la force de la précontrainte d'un câble :

$$\begin{cases} V = \sum_i P_i \sin \alpha_i = P \sum_i \sin \alpha_i \\ N = \sum_i P_i \cos \alpha_i = P \sum_i \cos \alpha_i \end{cases}$$

Appelons  $Z_i$  la distance du point d'application de la résultante  $N$  par rapport à la fibre inférieure de la section ( $Z_i = y_i$ ).

$$\sum M /_{\text{fibreinf}} = N.Z \Rightarrow \sum_i Z_i \cdot P \cos \alpha_i = N.Z \Rightarrow Z = \frac{\sum_i Z_i \cos \alpha_i}{\sum_i \cos \alpha_i}$$

	<b>X=0,00</b>				<b>X=1m</b>			
<b>N° câble</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>agr</b>	12,32	14	19,038	17,71	12,32	14	19,038	17,71
<b>Sin<math>\alpha</math></b>	0,192	0,218	0,294	0,274	0,192	0,218	0,294	0,274
<b>Cos<math>\alpha</math></b>	0,981	0,975	0,955	0,961	0,981	0,975	0,955	0,961
<b>Z<sub>i</sub>(m)</b>	0,54	0,83	1,38	1,66	0,344	0,596	1,072	1,374
<b>Z<sub>i</sub> cos<math>\alpha</math></b>	0,529	0,370	1,317	1,595	0,337	0,581	1,023	1,320
<b>Z<sub>i</sub><sup>2</sup>(m<sup>2</sup>)</b>	0,291	0,688	1,904	2,755	0,118	0,355	1,149	1,887
<b>Z(m)</b>	0,984				0,842			

	<b>X=5m</b>					
<b>N° câble</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>agr</b>	0	1,466	7,456	9,546	26,83	26,83
<b>Sin<math>\alpha</math></b>	0	0,023	0,116	0,149	0,409	0,409
<b>Cos<math>\alpha</math></b>	1	0,999	0,993	0,988	0,912	0,912
<b>Z<sub>i</sub>(m)</b>	0,11	0,12	0,255	0,537	1,641	2
<b>Z<sub>i</sub> cos<math>\alpha</math></b>	0,11	0,119	0,253	0,530	1,496	1,824
<b>Z<sub>i</sub><sup>2</sup>(m<sup>2</sup>)</b>	0,012	0,014	0,065	0,288	2,692	0,04
<b>Z(m)</b>	0,746					



	X=10m						X=20m	
N° câble	1	2	3	4	5	6	1,2et3	4,5et 6
$\alpha_{gr}$	0	0	0	0	6,32	10,684	0	0
$\text{Sin}\alpha$	0	0	0	0	0,099	0,167	0	0
$\text{Cos}\alpha$	1	1	1	1	0,995	0,985	1	1
$Z_i(m)$	0,11	0,11	0,11	0,2	0,27	0,405	0,11	0,2
$Z_i \cos\alpha$	0,11	0,11	0,11	0,2	0,268	0,398	0,11	0,2
$Z_i^2(m^2)$	0,012	0,012	0,012	0,04	0,072	0,164	0,012	0,04
$Z(m)$	0,200						0,155	

**Tableau 8.4.** Les distances du point d'application.

Pour tracer les fuseaux limites, il faut déterminer les caractéristiques géométriques des sections particulières, en retranchant celles des gaines aux caractéristiques brutes.

$$B = n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \Phi_g^2$$

Le moment d'inertie de la gaine, par rapport à l'axe ( $\Delta$ ) passant par la fibre inférieure de la poutre est donnée par :

$$I_g^{(\Delta)} = \frac{n \cdot \pi \cdot \phi_g^4}{64} + \frac{\pi \cdot \phi_g^2}{4} \sum_i Z_i^2$$

$$S_{(\Delta)} = \sum B \cdot Z_i \quad (\text{Pour les trous des gaines}).$$

**Avec :**  $\phi_g = 7,2cm$

## a) Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre :

- à  $x = 0,00\text{m}$  :

Désignation	Poutre seule			Poutre+hourdis		
	Sections brute	Gaines	Sections nettes	Sections brute	Gaines	Sections nettes
$B(\text{cm}^2)$	13125	162,86	12962,14	20665	162,86	20502,14
$Z(\text{m})$	/	98,4	/	/	98,4	/
$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	14178774,25	16025,424	1401848,826	3023804,25	16025,424	3007868,826
$I^{(\Delta)}(\text{cm}^4)$	202210655	2297059	199913595,515	544717668,3	2297059,543	542420608,8

Tableau 8.5. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à  $x = 0,00\text{ m}$ 

- à  $x = 1,00\text{m}$  :

Désignation	Poutre seule			Poutre+hourdis		
	Sections brute	Gaines	Sections nettes	Sections brute	Gaines	Sections nettes
$B(\text{cm}^2)$	13125	162,86	12962,14	20665	162,86	12962,14
$Z(\text{m})$	/	84,2	/	/	98,4	/
$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	14178774,25	54851,248	1363023,002	3023804,25	54851,248	2969043,002
$I^{(\Delta)}(\text{cm}^4)$	202210655	21429874,775	20078080,2	544717668,3	1429874,775	543287793,5

Tableau 8.6. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à  $x = 1,00\text{ m}$ 

- à  $x = 5\text{ m}$  : (sans le câble N°6)

Désignation	Poutre seule			Poutre+hourdis		
	Sections brute	Gaines	Sections nettes	Sections brute	Gaines	Sections nettes
$B(\text{cm}^2)$	10275	203,575	10071,425	17815	203,575	17611,425
$Z(\text{m})$	/	74,6	/	/	74,6	/
$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	1118859,85	75933,475	1042926,375	2724879,85	75933,475	2648946,375
$I^{(\Delta)}(\text{cm}^4)$	165435857,3	1251741,178	164184116,1	507942870,6	1251741,178	506691129,4

Tableau 8.7. Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à  $x = 5,00\text{ m}$

- à  $x = 5 \text{ m}$  : (avec le câble N°6)

Désignation	Poutre seule			Poutre+hourdis		
	Sections brute	Gaines	Sections nettes	Sections brute	Gaines	Sections nettes
$B(\text{cm}^2)$	10275	244,29	10030,71	17815	244,29	17570,71
$Z(\text{m})$	/	74,6	/	/	74,6	/
$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	1118859,85	109344,204	1009515,646	2724879,85	109344,204	2615535,64
$I^{(\Delta)}(\text{cm}^4)$	165435857,3	2880474,727	162555382,6	507942870,6	2880474,727	505062395,9

**Tableau 8.8.** Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à  $x = 5,00 \text{ m}$

- à  $x = 10 \text{ m}$  :

Désignation	Poutre seule			Poutre+hourdis		
	Sections brute	Gaines	Sections nettes	Sections brute	Gaines	Sections nettes
$B(\text{cm}^2)$	7425	244,29	7180,71	14965	244,29	14720,71
$Z(\text{m})$	/	20	/	/	20	/
$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	819851,15	29314,8	790536,35	2425865,45	29314,8	2396550,65
$I^{(\Delta)}(\text{cm}^4)$	128661952,7	128321,186	128533631,5	471168966	128321,186	471040644,8

**Tableau 8.9.** Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à  $x = 10 \text{ m}$

- à  $x = 20 \text{ m}$  :

Désignation	Poutre seule			Poutre+hourdis		
	Sections brute	Gaines	Sections nettes	Sections brute	Gaines	Sections nettes
$B(\text{cm}^2)$	7425	244,29	7180,71	14965	244,29	14720,71
$Z(\text{m})$	/	15,5	/	/	15,5	/
$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	819851,15	22718,97	790536,35	2425865,45	22718,97	2403146,48
$I^{(\Delta)}(\text{cm}^4)$	128661952,7	64429,109	128597523,6	471168966	64429,109	471104536,9

**Tableau 8.10.** Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre à  $x = 20 \text{ m}$

**b) Les caractéristiques des différentes sections nettes :**

$$v' = \frac{S_{\Delta}}{B} \quad v = h - v' \quad I_G = I^{(\Delta)} - B.v'^2 \quad \rho = \frac{I_G}{B.v.v'} \quad e_p = Z - v'$$

Les caractéristiques des différentes sections nettes sont illustrées dans le tableau suivant :

Section		B (cm <sup>2</sup> )	v'(cm)	v (cm)	I <sub>G</sub> (cm <sup>4</sup> )	ρ (%)	e <sub>p</sub> (cm)	h(cm)
<b>d'about</b>	p seule	12962,14	108,14	91,86	48330885,37	37,53	-9,94	200
	p+h	20502,14	146,70	79,3	101196309,1	42,428	-48,3	226
<b>à 1m de l'about</b>	p seule	12962,14	105,15	94,85	57464587,64	44,45	-20,95	200
	p+h	20502,14	144,81	81,19	113359227,8	47,02	-60,61	226
<b>A 5m sans le câble 6</b>	p seule	10071,425	103,55	96,45	56192229,22	55,86	-28,95	200
	p+h	17611,425	150,41	75,59	108264901,1	54,06	-75,81	226
<b>à 5m avec le câble 6</b>	p seule	10030,71	100,64	99,36	60960243,14	60,77	-26,04	200
	p+h	17570,71	148,85	77,15	115760078,6	57,36	-74,25	226
<b>à L/4=10m de l'about</b>	p seule	7180,71	110,09	89,91	41504804,28	58,39	-90,09	200
	p+h	14720,71	162,80	63,2	80885302,27	53,40	-142,8	226
<b>A L/2=20m(mi travée)</b>	p seule	7180,71	111,01	88,99	40108053,8	56,54	-95,51	200
	p+h	14720,71	163,24	62,76	78837396,65	52,27	-147,74	226

**➤ Fuseau limite :**

Le fuseau limite est la zone où doit se situer le centre de pression des forces agissantes dans la section. Il est limité par deux courbes, il faut vérifier que le câble équivalent est à l'intérieur des deux courbes où les fuseaux limitent. Ce domaine est donné par la formule

$$\text{suivant : } -a' - \frac{M_{\min}}{P} \leq e_p \leq a - \frac{M_{\max}}{P}$$

$$-a' = SUP \begin{cases} \sigma_t \cdot \frac{I_G}{P \cdot v} - c' \\ -\sigma_c \cdot \frac{I_G}{P \cdot v} + c \end{cases} \quad a = INF \begin{cases} \sigma_c \cdot \frac{I_G}{P \cdot v'} - c' \\ -\sigma_t \cdot \frac{I_G}{P \cdot v'} + c \end{cases}$$

$$C' = v' \times \rho, \quad C = v \times \rho, \quad \sigma_t = -2,7 MPa, \quad \sigma_c = 21 MPa, \quad P = K \cdot P_0 \cdot \sum \cos \alpha_i$$

$$p_0 = 17,80 \text{ t/m}^2 \quad K = 0,7 (\text{coef de perte})$$

Sections	0.00L	0.25L	0.5L
$v(\text{cm})$	79,3	63,2	62,76
$v'(\text{cm})$	146,7	162,8	163,24
$\rho(\%)$	39,91	45,53	45,44
$C(\text{cm})$	33,63	53,4	52,27
$C'(\text{cm})$	62,23	86,93	85,32
$I(\text{cm}^4)$	101196309,1	80885302,27	78837396,65
$\sum \cos \alpha_i$	3,872	5,98	6
$P(\text{t})$	476,507	735,928	738,389
$M_{\min}(\text{t.m})$	0	678,746	904,955
$M_{\max}(\text{t.m})$	0	1077,951	1437,229
$-a'(\text{cm})$	-144,178	-140,145	-137,377
$-a' - M_{\min} / p(\text{cm})$	-144,178	-132,374	-259,935
$a$	77,928	54,398	52,794
$a - M_{\max} / p(\text{cm})$	77,928	-92,077	-141,849
$e_p(\text{cm})$	-48,3	-142,8	-147,74
Observation	Vérifié	vérifié	vérifié

### 8.3. Les pertes et des chutes des tensions :

#### 8.3.1. Introduction :

Les conditions de sécurité de l'ouvrage en période dite « en service » ayant permis de définir la tension nécessaire permanente dite « tension en service », alors on doit tenir compte des

perdes, chutes de tension et la période de service afin d'en déduire la tension initiale à la mise en tension, ces pertes et chutes sont les suivantes :

✓ **Pertes instantanées :**

- Pertes par frottement ;
- Pertes par recul d'ancrage ;
- Pertes dues au raccourcissement instantané du béton.

✓ **Pertes différées :**

- Chutes dues au fluage du béton ;
- Chutes dues au retrait du béton ;
- Chutes dues à la relaxation des aciers.

### 8.3.2. Les pertes instantanées :

#### a) Pertes par frottement :

On distingue deux types de frottement :

- ✓ **Frottement en courbe :** le câble se place contre la génératrice intérieure de sa gaine lors de la mise en tension.
- ✓ **Frottement en lignes droites :** à cause des défauts de la réalisation en pratique, une gaine n'est jamais rigoureusement droite, donc elle présente des courbures d'où l'existence de frottement.

La tension en un point est donnée par :

$$\sigma_P(x) = \sigma_{P_0} e^{-f \cdot \alpha - \varphi \cdot L_X}$$

La formule exponentielle précédente peut se simplifier dans la plupart des cas par la formule suivante :  $\sigma_P(L_X) = \sigma_{P_0} [1 - f \cdot \alpha - \varphi \cdot L_X]$

**Avec:**

$\sigma_{P_0}$  : Tension à l'origine  $\sigma_{P_0} = 1488 \text{ MPa}$ .

$f$  : Coefficient de frottement uniforme ( $\text{rd}^{-1}$ )  $f = 0.18 \text{ rd}^{-1}$ .

$\varphi$  : Coefficient de frottement par unité de longueur ( $\text{m}^{-1}$ )  $\varphi = 0.002 \text{ m}^{-1}$ .

$\alpha$  : Fonction de « x », désigne la somme des déviations angulaires arithmétiques entre le point d'origine A et le point c d'abscisse x.

La perte par frottement est donc :

$$\Delta\sigma_\varphi(L_X) = \sigma_{P_0} - \sigma_P(L_X)$$

Section	0.00L	0.125L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0	5	10	20
Câble n°1	0	0,193	0,193	0,193
Câble n°2	0	0,197	0,219	0,219
Câble n°3	0	0,182	0,299	0,299
Câble n°4	0	0,145	0,278	0,278
Câble n°5	/	0	0,32	0,421
Câble n°6	/	0	0,256	0,421

Tableau 8.11. Les différents valeurs de  $\alpha$  en radian.

Section	0.00L	0.125L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0	5	10	20
Câble n°1	0	5,054	10,054	20,057
Câble n°2	0	4,033	10,091	20,091
Câble n°3	0	4,062	10,187	20,187
Câble n°4	0	4,053	10,194	20,194
Câble n°5	/	1,096	05,162	16,305
Câble n°6	/	0	4,018	15,305

Tableau 8.12. Les longueurs Lx en (m).

## •Exemple de calcul :

$AX = 5$  m pour le câble n°1 :

$$\alpha = 0,193 \text{ rd.}$$

$$Lx = 5,054.$$

$$\sigma_p(5) = 1488 \times e^{-0,18 \times 0,193 - 0,002 \times 5,054} = 1422.75 \text{ MPA}$$

$$\Delta\sigma_p(5) = \sigma_{p0} - \sigma_p(5) = 65.25 \text{ MPA}$$

Les résultats de calcul des pertes par frottement dans les sections considérées pour tous les câbles sont récapitulés dans le tableau suivant :

section	0.00L	0.125L	0.25L	0.5L
<b>Abscisse (m)</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>20</b>
<b>Câble n°1</b>	0	65,25	79,42	107,32
<b>Câble n°2</b>	0	63,38	86,1	116,11
<b>Câble n°3</b>	0	12,04	29,98	58,87
<b>Câble n°4</b>	0	59,58	106,42	133,78
<b>Câble n°5</b>	/	41,50	87,16	118,04
<b>Câble n°6</b>	/	0	94,53	150,18
<b>Valeur moy pour 4 câbles</b>	0	50,06	75,48	104,02
<b>Valeur moy pour 4 câbles</b>	/	40,29	80,60	114,05

**Tableau 8.13.** Les Valeurs des pertes par frottement de différentes sections en (MPa).

**b) Les pertes par recul d'ancrage :**

Après la mise en tension on bloque les armatures, un glissement assez large se fait sentir avant blocage définitif, les glissements entraînent un raccourcissement du câble et par conséquence une chute de tension, la perte de tension n'affecte qu'une partie de la longueur du câble sont influent diminue

jusqu'à une distance (d) de l'ancrage ou elle s'annule.

$$d = \sqrt{\frac{E_p \cdot g}{\sigma_{p0} \cdot \left( \frac{f \cdot \alpha}{L} + \varphi \right)}}$$

**Avec :**

g : l'intensité du recul d'ancrage g = 6 mm.

$E_p$  : Module d'élasticité de l'acier  $E_p = 195000$  MPa.

L : longueur du câble en (m).

$\sigma_{p0}$  : tension à l'origine  $\sigma_{p0} = 1488$  MPa.

f,  $\varphi$ : Coefficients de frottement ( $f = 0.18 \text{rd}^{-1}$ ,  $\varphi = 0.002 \text{m}^{-1}$ ).

$\alpha$  : angle d'inclinaison du câble en (rd).

Si  $d \leq \frac{L}{2}$  il faut tirer le câble de deux ses extrémités afin d'obtenir une tension plus élevée.

Si  $d > \frac{L}{2}$  (l'influence de glissement dépasse le mi travée de la poutre) il faut tirer le câble d'une seule extrémité.



N° câble	$\alpha$ (rd)	L(m)	$f \frac{\alpha}{L} + \varphi$	d(m)
1	0.193	40.108	0.0029	16.466
2	0.219	40.182	0.0030	16.189
3	0.299	40.374	0.0033	15.359
4	0.278	40.388	0.0032	15.580
5	0.421	32.61	0.0043	13.485
6	0.421	30.61	0.0045	13.219

**Tableau 8.14.** Calcul de la longueur du câble.

- **calcul des pertes dues au recul d'ancrage :**

$$\Delta\sigma' = \sigma_{P0} \left( f \frac{\alpha}{L} + \varphi \right) \times d$$

Pour le calcul des pertes aux différentes sections nous utilisons le théorème de «Thales »appliqué au diagramme des tensions.

$$\Delta\sigma_{\text{recul}} = \Delta\sigma' \left( 1 - \frac{x}{L} \right)$$

**Avec :**

$$\Delta\sigma' = 142.143 \text{ MPa Pour câble (1).}$$

$$\Delta\sigma' = 144.535 \text{ MPa Pour câble (2).}$$

$$\Delta\sigma' = 150.837 \text{ MPa Pour câble (3).}$$

$$\Delta\sigma' = 148.371 \text{ MPa Pour câble (4).}$$

$$\Delta\sigma' = 159.767 \text{ MPa Pour câble (5).}$$

$$\Delta\sigma' = 177.028 \text{ MPa Pour câble (6).}$$

- **Exemple de calcul :**

A  $X = 5 \text{ m}$  pour le câble n°1 :

$$\alpha = 0,193 \text{ rd.}$$

$$\Delta\sigma' = \sigma_{P0} \left( f \frac{\alpha}{L} + \varphi \right) \times d = 2 \times 1488 \left( 0,18 \times \frac{0,193}{40,108} + 0,002 \right) \times 16.466 = 142,143 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{\text{recul}} = \Delta\sigma' \left( 1 - \frac{x}{L} \right) = 142,143 \times \left( 1 - \frac{5}{16,466} \right) = 99,190 \text{ MPa.}$$

A  $X = 20 \text{ m}$  pour le câble n°6 :

$$\alpha = 0,421 \text{ rd.}$$

$$\Delta\sigma' = \sigma_{P0} \left( f \frac{\alpha}{L} + \varphi \right) \times d = 2 \times 1488 \left( 0,18 \times \frac{0,421}{30,61} + 0,002 \right) \times 16.466 = 177,028 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{\text{recul}} = \Delta\sigma' \left( 1 - \frac{x}{L} \right) = 142,143 \times \left( 1 - \frac{5}{13,219} \right) = -23,85 \text{ MPa.}$$

Section	0.00L	0.125L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0	5	10	20
Câble n°1	142,143	99,190	55,84	-30,47
Câble n°2	144,535	99,90	55,25	-34,02
Câble n°3	150,837	101,733	52,629	-45,578
Câble n°4	148,371	100,755	53,139	-42,092
Câble n°5	/	159,767	95,783	-32,183
Câble n°6	/	177,028	110,08	-23,85
Valeur moy pour 4 câbles	146,471	100,393	54,214	-38,04
Valeur moy pour 4 câbles	/	123,062	70,453	-34,698

**Tableau 8.15.** Les pertes par recul d'ancrage dans les différentes sections.

**c) Pertes par raccourcissement instantané du béton :**

Lorsque, dans un même élément plusieurs câbles sont tendus successivement le raccourcissement instantané du béton s'effectue au fur et à mesure de la tension du  $j^{\text{ème}}$  câble. Provoque un raccourcissement du béton au droit des autres câbles tendus auparavant, ce qui entraîne une diminution de leur force de précontrainte.

La mise en tension des câbles se fera en deux familles :

- **La 1<sup>ère</sup> famille** : elle constituée de 4 câbles ancrée à l'about, leur tirage à 100% au 14<sup>ème</sup> jour.
- **La 2<sup>ème</sup> famille** : elle constituée de 02 câble, ces 02 câbles débouchant en extrados seront tirés après le coulage de la dalle (après le 28<sup>ème</sup> jour) à 100%.

**c.1) les pertes de La 1<sup>ère</sup> famille de câble :**

• **Sous l'effet d'elles-mêmes :**

Chaque câble de la première famille subit une perte moyenne due au non simultanité de la mise en tension (raccourcissement élastique), la perte est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\sigma_{pi}(x) = \frac{n-1}{2n} \times \sigma_{bn}(x) \times \frac{E_p}{E_{btj}} \quad \dots\dots\dots(1) \quad \text{avec : } = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}}$$

$n$  : le nombre des câble par famille.

$E_p$  : module d'élasticité longitudinale de câble.

$\sigma_{bn}$ : Contrainte au niveau du centre de gravité des câbles de précontrainte sous l'effort de toutes les actions de langue durée.

$$\sigma_{bn}(x) = \frac{M_g \times e_p}{I_G} + n \times A_p \times \frac{\sigma_{pi}(x)}{B} \left[ 1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G} \right] \dots\dots\dots(2)$$

$A_p$  : Section nominale de l'acier :  $A_p=973\text{mm}^2$  pour 7T15.2 et  $A_p=1390\text{mm}^2$  pour 10T15.2.

$I_G, B$ : moment d'inertie et aire de la section nette (poutre seule).

$M_g$  : moment fléchissant dû au poids propre de la poutre.

$e_p$ : Excentricité du câble équivalent dans la section considérée.

$\sigma_{pi}(x)$ : Contrainte normale du câble après toutes les pertes instantanées.

$$\sigma_{pi}(x) = \sigma_{p0}(x) - \left[ \Delta\sigma_{pf}(x) + \Delta\sigma_{pg}(x) + \Delta\sigma_{pracc}(x) \right] \dots\dots\dots(3)$$

$\Delta\sigma_{pf}, \Delta\sigma_{pg}$  et  $\Delta\sigma_{pracc}$  : pertes moyennes dues au frottement, glissement (recul d'ancrage) et raccourcissement des câbles du 1<sup>ère</sup> famille.

Après développement (en remplaçant (3) dans (2), et l'expression résultante de (2) dans (1)), la formule (1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Delta\sigma_{pracc}(x) = \frac{(n-1)E_p}{2nE_{ij}} \left[ \frac{M_g \times e_p}{I_G} + \frac{n \times A_p (\Delta\sigma_{p0} - \Delta\sigma_f(x) - \Delta\sigma_{pg})}{B} \times \left( 1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G} \right) \right]$$

Pour « n = 4 » :

$$\Delta\sigma_{pi}(x) = \frac{3E_p}{8E_{ij}} \times \frac{M_g \times e_p}{I_G} + \frac{3E_p}{8E_{ij}} \times \frac{n \times A_p (\Delta\sigma_{p0} - \Delta\sigma_f(x) - \Delta\sigma_{pg})}{B} \left[ 1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G} \right]$$

**Exemple de calcul :**

- Pour Section d'about X = 0:

$B = 12962.14 \text{ cm}^2$  ,  $I = 48330885,37 \text{ cm}^4$  ,  $e_p = -9,94 \text{ cm}$  ,  $A_p = 9.73 \text{ cm}^2$

$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 37930.389 \text{ MPa}$  ,  $M_g = 0$  ,  $g = 2,145 \text{ t/ml}$

$$\Delta\sigma_{pi}(0) = \frac{3 \times 195000}{8 \times 37930.389} \times \frac{4 \times 9.73 (1488 - 0 - 146,471)}{12962.14} \left[ 1 + \frac{12962.14 \times (-9,94)^2}{48330885,37} \right]$$

$\Delta\sigma_{pi}(0) = 7,971 \text{ MPa}$ .

Section	0.00L	0.25L	0.5L
Abcisse (m)	0	10	20
B(cm <sup>2</sup> )	12962.14	7180,71	7180,71
IG (cm <sup>4</sup> )	48330885,37	41504804,28	40108053,8
Mg (t.m)	0	305,868	407,828
ep(cm)	-9,94	-90,09	-95,51
Δσpf(MPa)	0	75,48	104,02
Δσpg(MPa)	146,471	54,214	-38,04
Δ(x)(7T15)	7,971	34,122	39,12
Δ(x)(10T15)	11,387	48,754	55,89

**Tableau 8.16.** Pertes par raccourcissement instantané du béton dans différentes sections.

• sous l'effet de la 2<sup>ème</sup> famille :

La mise en tension de la 2<sup>ème</sup> famille des câbles se fera après le coulage du hourdis (après le 28<sup>ème</sup> jour), donc la section résistante est celle de la poutre avec l'hourdis.

La perte de tension dans la première famille est donnée comme suit :

$$\Delta\sigma_{p\text{ rac}}(x) = \Delta\sigma_{bn}(x) \times \frac{E_p}{E_{bij}} \dots\dots\dots (1)$$

Avec :  $\Delta\sigma_{bn}$ : variation du contrainte du béton au niveau de câble moyen de la 1ere famille due à la mise en tension du câble de la 2ème famille.

$$\Delta\sigma_{bn}(x) = \frac{M_g \times e_p + \frac{n \times A_p \Delta\sigma_{pi2}(x)}{B}}{I_G} \left[ 1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G} \right] \dots\dots\dots (2)$$

$A_p$ : Section nominale de l'acier :  $A_p=139 \text{ mm}^2$ .

$I_G, B$ : moment d'inertie et aire de la section nette « poutre + hourdis ».

$M_g$  : moment fléchissant dû au poids propre de la poutre plus hourdis.

$n$  : le nombre des câbles par la 2eme famille.

$e_p$  : Excentricité du câble équivalent dans les sections du 'poutre + hourdis'.

$\Delta\sigma_{pi2}(x)$  : Contrainte normale du câble de la 2ere famille après toutes les pertes instantanées.

$$\sigma_{pi}(x) = \sigma_{p0}(x) - \left[ \Delta\sigma_{pf2}(x) + \Delta\sigma_{pg2}(x) + \Delta\sigma_{pracc2}(x) \right] \dots\dots\dots (3)$$

$\Delta\sigma_{pf2}, \Delta\sigma_{pg2}(x)$  et  $\Delta\sigma_{pracc2}$  : pertes dues au frottement, glissement (recul d'ancrage) et raccourcissement dans les câbles de la 2<sup>ème</sup> famille. (Avec :  $\Delta\sigma_{pracc}(2^{\text{ème}} \text{ famille}) = 0.00 \text{ MPa}$ , comme elle montre dans les calculs concernant au 2<sup>ème</sup> famille).

En remplaçant (3) dans (2), et l'expression résultante de (2) dans (1), on trouve pour «  $n = 2$  » la formule suivante qui donne directement  $\sigma_{pracc}$  :

$$\Delta\sigma_{pracc}(x) = \frac{E_p}{E_{ij}} \left[ \frac{M_g \times e_p}{I_G} + \frac{A_p(\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{f2}(x) - \Delta\sigma_{pg2})}{B} \right] \times \left( 1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G} \right)$$

$$M_g = \frac{(2,145 + 1,885) \times 39^2}{8} = 766,203 \text{ MPa.}$$

Section	0.00L	0.25L	0.5L
Abcisse (m)	0	10	20
B (cm <sup>2</sup> )	20502.14	14720,71	14720,71
I <sub>G</sub> (cm <sup>4</sup> )	101196309,1	80885302,27	78837396,65
M <sub>g</sub> (t.m)	0	574,608	766,203
e <sub>p</sub> (cm)	- 48,3	- 142,8	- 147,74
Δσ <sub>pt</sub> (MPa)	0	70,453	114,05

$\Delta\sigma_{pg}$ (MPa)	146,471	54,214	-34,698
$\Delta(x)$ (7T15)	4,82	21,40	24,29
$\Delta(x)$ (10T15)	6,885	30,57	34,70

**Tableau 8.17.** Pertes par raccourcissement du béton dans les câbles de 1ere famille sous l'effet de 2<sup>ème</sup> famille.

**c.2) Pertes subies par la deuxième famille :**

**•Effet sur elle-même :**

$$\Delta\sigma_{p_{i2}}(x) = \frac{n-1}{2n} \times \sigma_{bn}(x) \times \frac{E_p}{E_{btj}} \Rightarrow \Delta\sigma_{p_{i2}}(x) = 0$$

Donc les pertes de la 2<sup>ème</sup> famille sont nulles.

**❖ Pertes instantanées totales :**

$$\Delta\sigma_i(x) = \Delta\sigma_0(x) + \Delta\sigma_g(x) + \Delta\sigma_{p_i}(x)$$

Les pertes instantanées totales aux différentes sections sont données dans le tableau suivant :

Section	0.00L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0	10	20
Câble n°1	154,934	190,782	140,26
Câble n°2	162,807	220,674	172,68
Câble n°3	169,109	161,933	103,882
Câble n°4	161,162	215,081	155,098
Câble n°5	/	182,943	85,948
Câble n°6	/	204,61	126,33
Valeur moy pour 4 câbles	162,003	197,117	142,98
Valeur moy pour 6 câbles	/	196,003	130,699

**Tableau 8.18.** Pertes instantanées totales aux différentes sections.

La perte initiale probable pour chaque câble et aux différentes sections est répertoriée dans le tableau ci-après :

Section	0.00L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0	10	20
Câble n°1	1333,066	1297,218	1347,74
Câble n°2	1325,193	1267,326	1317,12
Câble n°3	1318,891	1326,067	1384,118
Câble n°4	1326,838	1272,919	1332,902

<b>Câble n°5</b>	/	1305,057	1402,052
<b>Câble n°6</b>	/	1283,39	1361,67
<b>Valeur moy pour 4 câbles</b>	1326,786	1290,883	1345,02
<b>Valeur moy pour 6 câbles</b>	/	1357,997	1357,301

**Tableau 8.19.** La tension probable dans différentes sections.

### 8.3.3. Les pertes différées :

Elles sont dues à évaluation dans le temps de l'état de déformation et de contrainte des matériaux, en présence, retrait, fluage du béton et relaxation des aciers.

#### a. Pertes dues au retrait du béton :

Le retrait est un phénomène de raccourcissement du béton dans le temps, dû à une évaporation de l'eau excédentaire contenue dans le béton et à des réactions chimiques, qu'a pour conséquence de détendre les armatures, donc chute de tension.

La perte de tension engendrées par le retrait est donnée par :

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = \varepsilon_r [r(t) - r(t_0)] \times E_p$$

$$\text{Avec : } r(t) = \frac{t}{t+9 \times r_m} \quad \text{et} \quad r_m = \frac{B}{P}$$

$\varepsilon_r$ : Retrait final pris égale à  $3 \times 10^{-4}$  pour le nord algérien.

$E_p$ : Module d'élasticité longitudinale d'acier de précontrainte ( $E_p=195000\text{MPa}$ ).

$r_m$ : Rayon moyen de section du béton en (cm).

B, P : aire et périmètre de la section nette.

$t_0$  : le jour de la mise en tension des câbles.

t : le jour où nous voulons déterminer les pertes.

#### • Pertes dans les câbles de la 1<sup>ère</sup> famille :

Il y'a trois phases pour cette famille des câbles :

##### ➤ De 14<sup>ème</sup> jours au 28<sup>ème</sup> jour :

- La mise en tension à 100% des câbles au 14<sup>ème</sup> jour jusqu'au 28<sup>ème</sup> jour.

- La section considérée est de la poutre seule.

#### a) Pour la section d'about (X =0,00) :

B=12962,14cm<sup>2</sup> et P= 690,55 cm.

$$r_m = \frac{B}{P} = \frac{12962,14}{690,55} = 18,77 \text{ cm.}$$

$$t_0 = 14 \text{ jours} \Rightarrow r(t_0) = r(14) = \frac{t}{t+9 \times r_m} = \frac{14}{14+9 \times 18,77} = 0,076$$

$$t = 28 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(28) = \frac{28}{28+9 \times 18,77} = 0,142$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = \varepsilon_r[r(t) - r(t_0)] \times E_p = 3 \times 10^{-4}[0,142 - 0,076] \times 195000 = 3,831 \text{ MPa.}$$

**b) Pour les autres sections (X = 10 m, X = 20 m) :**

$$B = 7180,71 \text{ cm}^2 \text{ et } P = 728,67 \text{ cm}$$

$$r_m = \frac{B}{P} = \frac{7180,71}{728,67} = 9,854 \text{ cm.}$$

$$t_0 = 14 \text{ jours} \Rightarrow r(t_0) = r(14) = \frac{14}{14+9 \times 9,854} = 0,136$$

$$t = 28 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(28) = \frac{28}{28+9 \times 9,854} = 0,239$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = 3 \times 10^{-4}[0,239 - 0,136] \times 195000 = 6,025 \text{ MPa.}$$

➤ **De 28<sup>ème</sup> jours au 63<sup>ème</sup> jour :**

La mise en tension 100% des câbles aux 28<sup>ème</sup> jours.

La section considérée est de la poutre seule.

**c) Pour la section d'about (X = 0,00) :**

$$B = 12962,14 \text{ cm}^2 \text{ et } P = 690,55 \text{ cm.}$$

$$r_m = \frac{B}{P} = \frac{12962,14}{690,55} = 18,77 \text{ cm.}$$

$$t_0 = 28 \text{ jours} \Rightarrow r(t_0) = r(28) = \frac{28}{28+9 \times 18,77} = 0,142$$

$$t = 63 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(63) = \frac{63}{63+9 \times 18,77} = 0,271$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = 3 \times 10^{-4}[0,271 - 0,142] \times 195000 = 7,546 \text{ MPa.}$$

**d) Pour les autres sections (X = 10 m, X = 20 m) :**

$$B = 7180,71 \text{ cm}^2 \text{ et } P = 728,67 \text{ cm.}$$

$$r_m = \frac{B}{P} = \frac{7180,71}{728,67} = 9,854 \text{ cm.}$$

$$t_0 = 28 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(28) = \frac{28}{28+9 \times 9,854} = 0,239$$

$$t = 63 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(63) = \frac{63}{63+9 \times 9,854} = 0,415$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = 3 \times 10^{-4}[0,415 - 0,239] \times 195000 = 10,296 \text{ MPa.}$$

➤ **Après le 63<sup>ème</sup> jour :**

Après le coulage de la dalle, la section considérée est de 'poutre + hourdis'.

**e) Pour la section d'about (X = 0,00) :**

$B=20502,14\text{cm}^2$  et  $P= 1022,55$  cm.

$$r_m = \frac{B}{P} = \frac{20502,14}{1022,55} = 20,05 \text{ cm.}$$

$$t_0 = 63 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(63) = \frac{63}{63+9 \times 20,05} = 0,258$$

$$t = \infty \Rightarrow r(\infty) = 1$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = 3 \times 10^{-4} [1 - 0,258] \times 195000 = 43,407 \text{ MPa.}$$

**f) Pour les autres sections (X = 10m, X = 20 m) :**

$B=14720,71\text{cm}^2$  et  $P= 1060,67$  cm.

$$r_m = \frac{B}{P} = \frac{14720,71}{1060,67} = 13,878 \text{ cm.}$$

$$t_0 = 63 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(63) = \frac{63}{63+9 \times 13,878} = 0,335$$

$$t = \infty \Rightarrow r(\infty) = 1$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = 3 \times 10^{-4} [1 - 0,335] \times 195000 = 38,902 \text{ MPa.}$$

**• Pertes dans le câble de 2ème famille :**

Pour ce câble, il y'a une seule phase, de sa mise en tension au 63ème jour et durant toute la vie de l'ouvrage. La section considérée est de 'poutre + hourdis'.

**g) Pour les autres sections (X = 10m, X = 20 m) :**

$B=14720,71\text{cm}^2$  et  $P= 1060,67$  cm.

$$r_m = \frac{B}{P} = \frac{14720,71}{1060,67} = 13,878 \text{ cm.}$$

$$t_0 = 63 \text{ jours} \Rightarrow r(t) = r(63) = \frac{63}{63+9 \times 13,878} = 0,335$$

$$t = \infty \Rightarrow r(\infty) = 1$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = 3 \times 10^{-4} [1 - 0,335] \times 195000 = 38,902 \text{ MPa.}$$

**• La perte moyenne due au retrait pour l'ensemble des câbles :**

Par exemple pour  $X = 10$  m :

$$\Delta\sigma_{\text{ret}}^m = \frac{4(59,054) + 2(38,902)}{6} = 52,336 \text{ MPa.}$$



Et en fin, on récapitule les résultats dans le tableau suivant :

Abscisse (m)	X = 0,00	X = 10	X = 20
1ere famille	54,784	55,223	55,223
2eme famille	/	38,902	38,902
Moyenne	54,784	47,062	47,062

**Tableau 8.20.** Les pertes dues au retrait du béton en (MPa).

**b. Pertes dues à la relaxation des aciers :**

La relaxation de l'acier est un relâchement de tension à longueur constante, elle n'apparaît pour les aciers à haute limite élastique utilisée en béton précontraint que pour les contraintes supérieures à 30 à 40% de leur contrainte de rupture garantie.

Elle dépend de la nature de l'acier et de son traitement. On distingue deux types des aciers :

- ❖ à relaxation normale, RN.
- ❖ à très basse relaxation, TBR.

Compte tenu de la faible différence de coût existant entre ces aciers, l'économie réalisée sur les aciers par une perte par relaxation plus faible, faite choisir en général les aciers TBR.

La perte de tension finale due à la relaxation est donnée par la formule simplifiée suivante :

$$\Delta\sigma_p(x) = \frac{6}{100} \times \rho_{1000} \times \left[ \frac{\sigma_{pi}(x)}{f_{prg}} - \mu_0 \right] \times \sigma_{pi}(x)$$

Avec :  $\mu_0 = 0,43$  pour les armature TBR (très basse relaxation).

$\rho_{1000} = 2,5\%$  : Valeur de la relaxation à 1000 heures.

$\sigma_{pi}(x)$ : Tension initiale probable (après toutes les pertes instantanées).

$f_{prg} = 1860$  MPA : Contrainte de la rupture garantie.

• **Exemple de calcul :**

Pour le 1er câble à la section d'abscisse X = 10 m :

$$\sigma_{pi}(10) = 1297,218 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_p(10) = \frac{6}{100} \times 2,5 \times \left[ \frac{1297,218}{1860} - 0,43 \right] \times 1297,218$$

$$\Delta\sigma_p(10) = 52,037 \text{ MPa}$$

De même façon, on détermine les pertes de tension dues à la relaxation des aciers de chaque câble aux différentes sections.

Les valeurs des pertes sont représentées sur le tableau suivant :

Section		X=0.00 m	X=10 m	X=20 m
Câble n°1	$\sigma_{pi}(x)$	1333,066	1297,218	1347,74
	$\sigma_{p\rho}(x)$	57,328	52,037	59,554
Câble n°2	$\sigma_{pi}(x)$	1325,193	1267,326	1317,12
	$\sigma_{p\rho}(x)$	56,148	47,782	54,949
Câble n°3	$\sigma_{pi}(x)$	1318,891	1326,067	84,118
	$\sigma_{p\rho}(x)$	55,211	56,279	65,222
Câble n°4	$\sigma_{pi}(x)$	1326,838	1272,919	1332,902
	$\sigma_{p\rho}(x)$	56,394	48,567	57,304
Câble n°5	$\sigma_{pi}(x)$	/	1305,057	1402,052
	$\sigma_{p\rho}(x)$	/	53,176	68,095
Câble n°6	$\sigma_{pi}(x)$	/	1283,39	1361,67
	$\sigma_{p\rho}(x)$	/	50,051	61,545
Valeur moyenne de 1 <sup>ère</sup> famille		56,270	51,166	59,257
Valeur moyenne totale		56,270	51,315	61,111

**Tableau 8.21.** Les pertes dues à la relaxation des aciers en (MPa).

**c. Pertes dues au fluage du béton :**

Un béton soutenu sous charge fixe indéfiniment appliqué, sa déformabilité n'est pas constante mais augmente lentement, et de façon continue avec le temps, c'est le phénomène du fluage.

La perte de tension due au fluage proposé par le B.P.E.L 91 est donnée par la formule suivante :[8]

$$\Delta\sigma_{pfl} = (\sigma_b(x) + \sigma_M(x)) \frac{E_p}{E_{btj}} \dots\dots\dots(1)$$

$\sigma_M(x)$  : Contrainte maximale (obtenue après les pertes instantanées).

$\sigma_b(x)$  : Contrainte finale (obtenue après toutes les pertes).

Au niveau du câble moyen

$$\sigma_M(x) = \frac{M_g \times e_p}{I_G} + n \times A_p \times \frac{\sigma_{pi}(x)}{B} \left[ 1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G} \right]$$

$$\Delta\sigma_b(x) = \frac{M_g \times e_p}{I_G} + \frac{n \times A_p}{B} [\Delta\sigma_{pi}(x) - \Delta\sigma_{pd}(x)] \times \left[1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G}\right]$$

$$\Delta\sigma_{pd}(x) = \Delta\sigma_{pre}(x) + \Delta\sigma_{pfl}(x) + \frac{5}{6} \Delta\sigma_{pp}(x)$$

$\Delta\sigma_{pd}(x)$  : Les pertes différées totales.

La simplification de l'expression (1) nous donne :

$$\Delta\sigma_{pfl} = \frac{E_p}{E_{bij}} \times \left(2\sigma_M(x) - \frac{n \times A_p}{B} \left[\Delta\sigma_{pre}(x) + \frac{5}{6} \Delta\sigma_{pp}(x)\right]\right) \times \left[1 + \frac{B \times e_p^2}{I_G}\right]$$

$A_p$  : Section nominale de l'acier :  $A_p = 1181,5 \text{ mm}^2$ .

$I_G, B$  : moment d'inertie et aire de la section nette « poutre + hourdis ».

$M_g$  : moment fléchissant dû au poids propre de la « poutre+hourdis ».

$n$  : le nombre des câbles.

$e_p$  : Excentricité du câble équivalent.  $\Delta\sigma_{pre}, \Delta\sigma_{pp}$  : pertes moyennes dues au retrait du béton ; pertes moyennes dues à la relaxation des aciers.

$$E_p = 195000 \text{ MPA}, E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 37930,389 \text{ MPa}.$$

Des mêmes étapes de calcul, on obtient le tableau suivant donnant la perte moyenne aux différentes sections :

Section	X=0.00 m	X=10 m	X=20 m
<b>B (cm<sup>2</sup>)</b>	20502,14	14720,14	14720,14
<b>IG (cm<sup>4</sup>)</b>	101196309,1	80885302,27	78837396,65
<b>ep (cm)</b>	-48,3	-142,8	-147,7
<b>Mg (t.m)</b>	0	574,608	766,203
<b>n (câbles)</b>	4	6	6
<b><math>\sigma_{pi}(x)</math> (MPa)</b>	1326,786	1291,997	1357,301
<b><math>\sigma_M(x)</math> (MPa)</b>	4,503	19,167	18,817
<b><math>\Delta\sigma_{pre}(x) + \frac{5}{6} \Delta\sigma_{pp}(x)</math></b>	101,675	90,533	100,328
<b><math>\Delta\sigma_{pfl}(x)</math></b>	44,525	186,515	180,869

**Tableau 8.22.** Les pertes dues au fluage du béton en (MPa).

#### d. Les pertes différées totales :

Les pertes différées totales sont données par la formule :

$$\Delta\sigma_{pd}(x) = \Delta\sigma_{pre}(x) + \Delta\sigma_{pfl}(x) + \frac{5}{6} \Delta\sigma_{pp}(x)$$

Les pertes différées totales aux différentes sections sont données dans le tableau suivant :

Section	0,00L	0,25L	0,5L
Abcisse (m)	0	10	20
Câble n°1	147,082	285,102	285,720
Câble n°2	146,099	281,556	281,882
Câble n°3	145,318	288,637	290,443
Câble n°4	146,304	282,210	283,843
Câble n°5	/	269,730	276,516
Câble n°6	/	267,126	271,058
Valeur moyenne de 1 <sup>ère</sup> famille	146,200	284,376	286,222
Valeur moyenne de 2 <sup>ème</sup> famille	/	268,428	273,787
Valeur moyenne totale	146,200	276,402	280,003

**Tableau 8.23.** Pertes différées totales de chaque câble aux différentes sections en (MPa).

- les pertes totales :

$$\Delta\sigma_{pt}total(MPa) = \Delta\sigma_{pt}instant(MPa) + \Delta\sigma_{pt}différ(MPa)$$

Sections	0,00L	0,25L	0,5L
Abcisse (m)	0,00	10	20
$\Delta\sigma_{pt}instant(MPa)$	162,003	196,003	130,699
$\Delta\sigma_{pt}différ(MPa)$	146,200	276,402	280,003
$\Delta\sigma_{pt}total(MPa)$	308,203	472,405	410,702

**Tableau 8.24.** Les pertes totales moyennes dans les différentes sections.

Pourcentage des pertes totales :

$$\% \text{ des pertes} = \frac{\Delta\sigma_{pt}total}{\Delta\sigma_{p0}} \times 100$$

$\sigma_{p0}$ : Tension à l'origine.  $\sigma_{p0} = 1488$  MPa.

Sections	0,00L	0,25L	0,5L
Abcisse (m)	0,00	10	20
$\Delta\sigma_{pt}total(MPa)$	308,203	472,405	410,702
% des pertes	20,71	31,747	27,60

**Tableau 8.25.** La tension finale probable dans différentes sections.

**❖ Conclusion :**

Nous remarquons que le pourcentage maximum des pertes se situe à  $X = 0,25L$  (31.747 %, le max) ne dépasse pas celle prise en compte comme estimation des pertes qui égal à 32% dans le dimensionnement de précontrainte. Donc ce dimensionnement est adéquat.

**8.4. Vérification des contraintes normales :**

Comme l'exécution de l'ouvrage est effectué en plusieurs phases de construction et de mise en service, la vérification des contraintes normales engendrées par les sollicitations extérieure et le précontraint est nécessaire durant l'exécution de chaque phase.

On aura donc à faire des vérifications des contraintes au niveau des fibres extrêmes pour chaque phase d'exécution de la poutre.

**✓ 1<sup>ère</sup> phase**

Coffrage puis bétonnage de la poutre, aucune vérification ne sera faite étant donné que la poutre n'est pas sollicitée.

**✓ 2<sup>ème</sup> phase (à 14<sup>ème</sup> jour)**

Mise en tension des (4) câbles ancrés à l'about, tirés à 100 % de la précontrainte, la section résistante est de la poutre seule, les contraintes seront engendrées par le poids propre de la poutre seul et la précontrainte, on tient compte seulement des pertes instantanées.

**✓ 3<sup>ème</sup> phase (à 28<sup>ème</sup> jour)**

Mise en tension des deux câbles avec 100 % du précontraint en estime que 20 % des pertes différées sont consommées.

**✓ 4<sup>ème</sup> phase (à 56<sup>ème</sup> jour)**

Coulage de la dalle, la section résistante est celle de la poutre seule vu que l'hourdis n'aurait pas atteint encore son durcissement suffisant.

Les contraintes seront engendrées par :

- le poids propre de la poutre + hourdis.
- La précontrainte :

\*Force de précontrainte de 04 câbles.

\*Pertes instantanées de 1<sup>ère</sup> famille +40% des pertes différées de la 1<sup>ère</sup> famille.

**✓ 5<sup>ème</sup> phase (à 63<sup>ème</sup> jours)**

Mise en tension des deux (2) câbles débouchant en extradors avec 100 % de la précontraintes, la Section résistante est de la ' poutre +hourdis', les contraintes seront engendrées par :

- le poids de la poutre + hourdis.
- La précontrainte :

\*Force de précontrainte des 06 câbles.

\*Pertes instantanées des 04 câbles +60% des pertes différées de 1<sup>ère</sup> famille.

✓ **6<sup>ème</sup> phase (à 84<sup>ème</sup> jours)**

Mise en place de la superstructure (revêtement, corniche, glissière .....).

- Les contraintes seront engendrées par :
- le poids propre du tablier.
- La précontrainte.

\*Force de précontrainte des 06 câbles.

\*les Pertes totales.

✓ **7<sup>ème</sup> phase (mise en service) > 90<sup>ème</sup> jour**

Vérification de l'ouvrage en service en classe **II**, les contraintes de traction sont tolérées, mais elles ne doivent pas dépasser les contraintes limites de cette classe.

Les contraintes seront engendrées par :

- Poids propre du tablier + Surcharges.
- Précontrainte des câbles.

**a) Valeurs caractéristiques de la précontrainte (B.P.E.L) :**

La précontrainte est représentée à un instant (t) par deux valeurs caractéristiques :

$$\sigma_{p1} = 1,02\sigma_{p0} - 0,8\Delta\sigma_j$$

$$\sigma_{p2} = 0,98\sigma_{p0} - 1,2\Delta\sigma_j$$

$\sigma_{p0}$  : Tension à l'origine.

$\Delta\sigma_j$  : Somme des pertes à l'âge considéré.

**b) Les conditions limites des contraintes**

La classe de vérification est la classe II :

	la phase	en construction	en exploitation
$\bar{\sigma}_t$	Dans la section d'enrobage	$-f_{tj}$	$-f_{t28}$
	Hors section d'enrobage	$-1,5f_{tj}$	$-1,5f_{t28}$
$\bar{\sigma}_c$	Pour toute la section	$0,6.f_{cj}$	$0,6.f_{c28}$

Dans les six premières phases (phases de construction) on va vérifier en fibre supérieure (hors la section d'enrobage) la contrainte de traction, et en fibre inférieure la contrainte de compression.

Dans la 7<sup>ème</sup> phase (phase de la mise en service) on va vérifier en fibre supérieure la contrainte de compression, et en fibre inférieure (section d'enrobage) la contrainte de traction.

**c) Les valeurs de  $f_{c_j}, f_{t_j}$**

$$f_{t_j} = 0.6 + 0.06 \times f_{c_j}$$

Avec :  $f_{c28} = 41 \text{Mpa}$

Jour	7	14	28
$f_{c_j} [\text{MPa}]$	35,652	39,048	41
$f_{t_j} [\text{MPa}]$	2,739	2,942	3,06

**d) Les contraintes normales admissibles à chaque phase :**

phase	2	3	4	5	6	7
$\bar{\sigma}_s (\text{MPa})$	-4,41	-4,59	-4,59	-4,59	-4,59	24
$\bar{\sigma}_t (\text{MPa})$	23,428	24,6	24,6	24,6	24,6	-3,06

**8.4.1. La vérification des contraintes :**

$$P_1 = \sigma_{p1} \times A_p \dots\dots\dots (1)$$

$$P_2 = \sigma_{p2} \times A_p \dots\dots\dots (2)$$

Pour les six premières phases on utilise  $P_1$  (La force qui donne le cas le plus défavorable sur ces phases).

Pour la 7<sup>ème</sup> phase on utilise l'équation  $P_2$ .

Pour les six premières phases :

$$\sigma_s = \frac{N_1}{B} + \frac{N_1 \cdot e_p \cdot V}{I_G} + \frac{M_{Min} \cdot V}{I_G} \geq \bar{\sigma}_{TS}$$

$$\sigma_t = \frac{N_1}{B} - \frac{N_1 \cdot e_p \cdot V'}{I_G} - \frac{M_{Min} \cdot V'}{I_G} \leq \bar{\sigma}_{CS}$$

Pour la phase septième (07) :

$$\sigma_s = \frac{N_2}{B} + \frac{N_2 \cdot e_p \cdot V}{I_G} + \frac{M_{max} \cdot V}{I_G} \leq \bar{\sigma}_{CS}$$

$$\sigma_t = \frac{N_2}{B} - \frac{N_2 \cdot e_p \cdot V'}{I_G} - \frac{M_{max} \cdot V'}{I_G} \geq \bar{\sigma}_{TI}$$

Avec :  $N_1 = P_1 \times \sum \cos \alpha_i$  ;  $N_2 = P_2 \times \sum \cos \alpha_i$

➤ **Exemple de calcul**

✓ **La phase № 03 :**

Pour  $x=0.00m$  :

$$\sigma_{p1} = 1,02\sigma_{p0} - 0,8\Delta\sigma_{14}$$

$\sigma_{28} = 187.708MPa$  (Pertes instantanées totales de la 1<sup>ère</sup> famille plus 20% de ces pertes différées)

$$\sigma_{p1} = 1,02 \times 1488 - 0,8 \times 191,243 = 1364,765MPa.$$

$$P_1 = A_p \cdot \sigma_{p1} = 11815 \times 1364,765 = 1612469848N$$

$$N_1 = P_1 \times \sum \cos\alpha_i = 1612469848 \times 3,872 = 6,243MN$$

$$B = 1296214cm^2, \quad M_{min} = 0t.m$$

$$\sigma_i = \frac{6,243 \times 10^4}{1296214} - \frac{6,243 \times (-9,94) \times 108,14}{4833088577} \times 10^4 = 6,204Mpa \geq \overline{\sigma_{TS}} = -4,59Mpa$$

$$\sigma_s = \frac{6,243 \times 10^4}{1296214} + \frac{6,243 \times (-9,94) \times 91,86}{4833088537} \times 10^4 = 3,636Mpa \leq \overline{\sigma_{CS}} = 24,6Mpa$$

$$\sigma_i = 6,204Mpa \geq \overline{\sigma_{TS}} = -4,59Mpa \dots \dots (C. vérifier).$$

$$\sigma_s = 3,636Mpa \leq \overline{\sigma_{ci}} = 24,6Mpa \dots \dots (C. vérifier)$$

• **La section d'about ( $x=0.00 m$ )**

Section	B (cm <sup>2</sup> )	v' (cm)	v (cm)	I <sub>G</sub> (cm <sup>4</sup> )	e <sub>p</sub> (cm)
<b>poutre seule</b>	12962,14	108,14	91,86	48330885,77	-9,94
<b>poutre+hourdis</b>	20502,14	146,7	79,3	101196309,1	-48,3

**Tableau 8.26.**Caractéristiques géométriques de la section à  $x=0.00m$

Les résultats de vérification sont illustrés dans le tableau suivant :

phase	2	3	4	5	6	7
<b>section résistante</b>	<b>poutre seule</b>	<b>poutre seule</b>	<b>poutre seule</b>	<b>poutre +hourdis</b>	<b>poutre +hourdis</b>	<b>poutre +hourdis</b>
<b>M<sub>min</sub> (t.m)</b>	0	0	0	0	0	0
<b>M<sub>max</sub> (t.m)</b>	/	/	/	/	/	0
<b>Δσ<sub>p</sub> (MPa)</b>	162,003	191,243	220,484	249,723	305,83	305,83
<b>Σ cosα<sub>i</sub></b>	3,872	3,872	3,872	3,872	3,872	3,872



$\sigma_{P1}$	1388,157	1364,765	1341,372	1317,981	1273,096	/
$\sigma_{P2}$	/	/	/	/	/	1091,244
N(MN)	6,350	6,243	6,136	6,029	5,824	4,992
$\sigma_s$ (MPa)	3,699	3,636	3,574	0,658	0,636	0,545
$\sigma_i$ (MPa)	6,311	6,204	6,098	7,162	6,918	5,093
condition	Vérifiée	vérifiée	vérifiée	vérifiée	vérifiée	vérifiée

Tableau 8.27. Vérification des contraintes à  $x=0.00$  m.

- La section d'abscisse  $x = 10$  m :

Section	B (cm <sup>2</sup> )	v'(cm)	v (cm)	I <sub>G</sub> (cm <sup>4</sup> )	e <sub>p</sub> (cm)
poutre seule	7180,71	110,09	89,91	41504804,28	-90,09
poutre+hourdis	14720,71	162,8	63,2	80885302,27	-142,8

Tab 8.28. Caractéristiques géométriques de la section à  $x=10$ m.

phase	2	3	4	5	6	7
section résistante	poutre seule	poutre seule	poutre seule	poutre +hourdis	poutre +hourdis	poutre +hourdis
M <sub>min</sub> (t.m)	305,868	305,868	574,662	254,662	678,746	678,746
M <sub>max</sub> (t.m)	/	/	/	/	/	1077,951
$\Delta\sigma_p$ (MPa)	197,117	253,992	310,867	367,742	472,405	472,405
$\Sigma \cos\alpha_i$	4	4	4	5,98	5,98	5,98
$\sigma_{P1}$	1360,066	1314,566	1269,066	1223,566	1139,836	/
$\sigma_{P2}$	/	/	/	/	/	891,354
N(MN)	6,427	6,212	5,997	8,645	8,053	6,297
$\sigma_s$ (MPa)	3,033	3,153	9,096	0,716	1,788	5,674
$\sigma_i$ (MPa)	16,195	15,382	7,439	19,154	14,954	0,680
condition	Vérifiée	Vérifiée	vérifiée	vérifiée	vérifiée	vérifiée

Tableau 8.29. Vérification des contraintes à  $x=10$  m.

- La section d'abscisse  $x=20$  m :

Section	B (cm <sup>2</sup> )	v'(cm)	v (cm)	I <sub>G</sub> (cm <sup>4</sup> )	e <sub>p</sub> (cm)
poutre seule	7180,71	111,01	88,99	40108053,8	-95,51
poutre+hourdis	14720,71	163,242	62,76	78837396,65	-147,74

**Tableau 8.30.** Caractéristiques géométriques de la section à  $x=20$  m.

Phase	2	3	4	5	6	7
section résistante	poutre seule	poutre seule	poutre seule	poutre +hourdis	poutre +hourdis	poutre +hourdis
M <sub>min</sub> (t.m)	407,828	407,828	766,223	766,223	904,995	904,995
M <sub>max</sub> (t.m)	/	/	/	/	/	1437,229
Δσ <sub>p</sub> (MPa)	142,98	200,224	257,468	314,713	410,702	410,72
Σ cosα <sub>i</sub>	4	4	4	6	6	6
σ <sub>p1</sub>	1403,376	1357,580	1311,785	1265,989	1189,198	/
σ <sub>p2</sub>	/	/	/	/	/	965,176
N(MN)	6,632	6,414	6,199	8,974	8,430	6,843
σ <sub>s</sub> (MPa)	4,230	4,388	12,496	1,641	3,016	8,041
σ <sub>i</sub> (MPa)	15,479	14,603	3,812	17,683	12,776	-1,177
Condition	Vérifiée	vérifiée	vérifiée	vérifiée	Vérifiée	vérifiée

**Tableau 8.31.** Vérification des contraintes à  $x=20$ m.

- **Conclusion**

Les contraintes limites sont respectées dans toutes les phases d'exécution de l'ouvrage, soit en service ou en construction.

#### 8.4.2. Ferrailage passif longitudinal :

On a deux types des armatures :

- ✓ Armatures de peau.
- ✓ Armatures dans les zones tendues.

##### a) Armatures longitudinales de peau :

Leurs fonctions sont de répartir les efforts de retrait différentielles et des variations de température, elles limitent les fissurations prématurées susceptibles de se produire avant la mise en tension des câbles de précontrainte.

$$A_{L\min} = \max \begin{cases} 3\text{cm}^2 & \text{par 1m de longueur mesuré perpendiculairement à leur direction} \\ 0,1\% & \text{de la section de béton de la poutre} \end{cases}$$

$$A_{L\min} = 0,1\% \cdot B = \frac{0,1 \times 7425}{100} = 7,425\text{cm}^2$$

On adopte comme armature des HA10 tous les 15cm.

**b) Armatures dans la zone tendue :**

D'une façon analogue, on dispose des armatures passives dans les zones tendues du béton pour limiter à l'ouvrage des fissures et des déformations excessives, dès que la hauteur fixe de cette partie tendue dépasse 5cm.

La section sera égale : 
$$A_s = \frac{Bt}{1000} + \frac{N_{Bt}}{f_e} \times \frac{f_{tj}}{\sigma_{bt}}$$

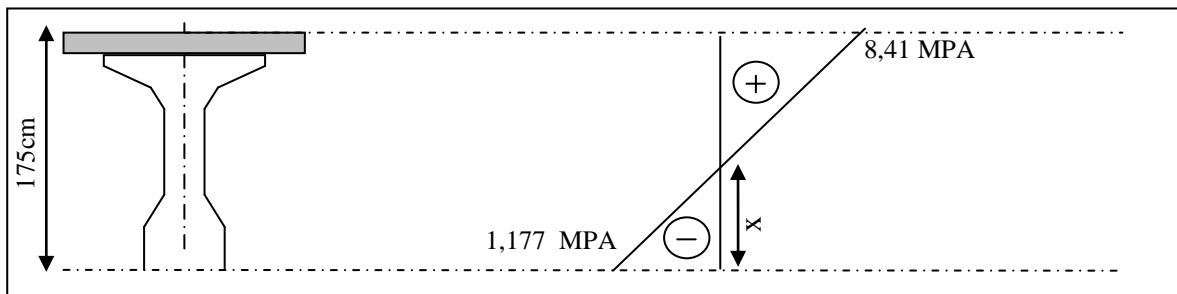
$B_t$  : Section du béton tendu.

$N_{Bt}$  : Résultante de la traction du béton tendu.

$f_e$  : La limite élastique de l'acier passif utilisé.

Cette formule, conduit en pratique à des sections d'acier représentant 0,4% à 0,7% de l'aire de la zone tendue.

La section d'armatures tendues n'est pas à cumuler avec celle des armatures de peau.



**Figure 8.6** Diagramme des contraintes normales (phase 5).

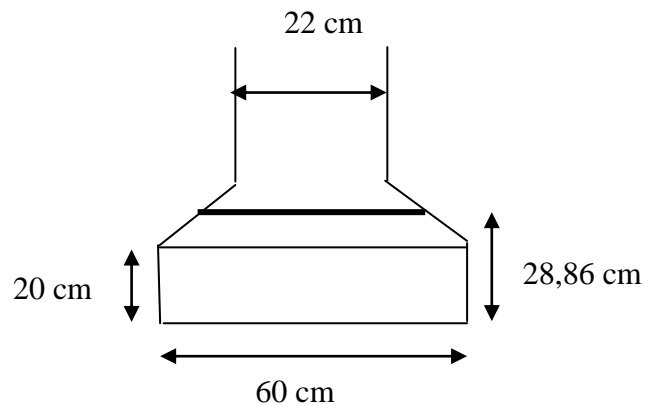
$$\frac{0,177}{x} = \frac{8,41}{226 - x} \Rightarrow x = 28,856\text{cm}$$

$$B_t = 28,856 \times 60 = 1731\text{cm}^2$$

$$N_{Bt} = \frac{B_t \times \sigma_t}{2} = \frac{1731 \times 1,177}{2 \times 10^4} = 0,101\text{MN}$$

$$A_s = \frac{1731}{1000} + \frac{0,101}{500} \times \frac{3,06}{1,177} \times 10^4 = 6,98\text{cm}^2$$

Nous adoptons comme section : **5HA14** ( $A_s = 7,7\text{cm}^2$ )



### 8.4.3. Ferrailage passif transversal (armatures du talon) :

Ces cadres pour l'encadrement des armatures de précontrainte localisées dans le talon et pour aussi servir de continuité avec les armatures transversales de l'âme.[7]

$$\begin{cases} Ac \cdot fe \geq c \cdot t \cdot fc_{28} & \text{si } \phi_{ext(gaine)} < c < 1,3\phi_{ext(gaine)} \\ Ac \cdot fe \geq 1,3 \cdot t \cdot fc_{28} \cdot \phi_{ext(gaine)} & \text{si } c > 1,3\phi_{ext(gaine)}. \end{cases}$$

**Avec** : t : espacement des armatures.

c=11cm (enrobage des câbles).

$$\phi_{ext(gaine)} = 7,2cm, \Rightarrow c > 1,3 \times \phi_{ext(gaine)} = 1,3 \times 7,2cm = 9,36cm$$

$$\text{Donc : } \frac{Ac}{t} = \frac{1,3 \cdot \phi_{ext} \cdot ft_{28}}{fe} = \frac{1,3 \times 7,2 \times 3,06}{500} = 0,0573cm$$

Nous adoptons comme section : un cadre **HA12 (As=2,26cm<sup>2</sup>)**

$\Rightarrow t \leq 39,45cm$  ; Soit t=25cm.

### 8.4.4. Justification aux E.L.U

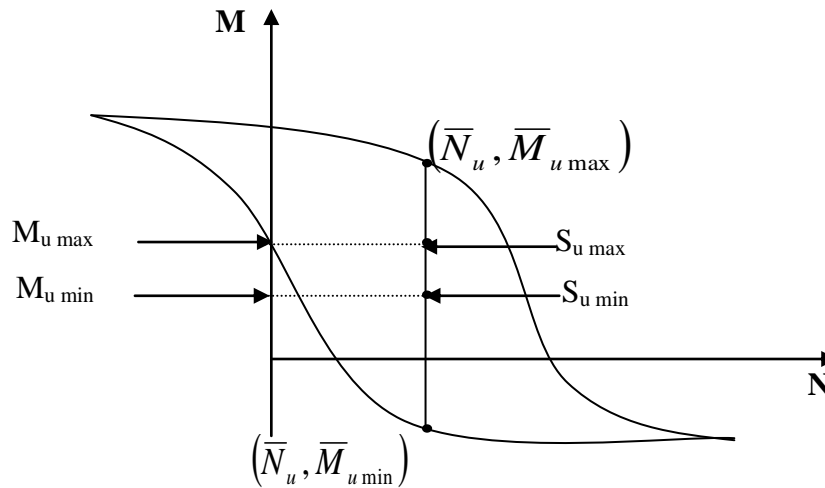
Les justifications de la résistance vis-à-vis des sollicitations normales (M, N) sont données par les règles B.P.E.L 91.[8]

➤ **Hypothèses de calcul :**

- ✓ Non intervention du béton tendu ;
- ✓ Conservation de la planéité des sections droites ;
- ✓ Absence de glissement entre les aciers et le béton ;
- ✓ Le diagramme de déformation respecte la règle des trois pivots.

➤ **Principe de la méthode de justification :**

Pour bien mener la justification d'une section aux E.L.U, il suffit de partir d'un diagramme de déformation limite de la section et remonter aux contraintes, par l'intermédiaire des diagrammes contraintes déformations de calcul et de déterminer la sollicitation  $\bar{S}_u$  qu'équilibre ces contraintes.



**Figure 8.7.** Courbe d'interaction effort normale- moment fléchissant.

Donc on définira (comme il est indiqué dans la méthode exposée par le BPEL), pour une section droite un domaine résistant dont la frontière est constitué par l'ensemble des sollicitations constantes, ultimes  $\bar{S}_u(\bar{M}_u, \bar{N}_u)$  qui seront placées dans un repère orthonormé  $(N, M)$ , et on définit une courbe fermé dite (courbe d'interaction effort normal - moment fléchissant).

Cette courbe délimite le domaine résistant de la section, pour vérifier qu'un état de sollicitation  $S_u$  n'a pas atteint L'E.L.U, il faut s'assurer que le point représentatif de  $S_u(N_u, M_u)$  est bien à l'intérieur de ce domaine.

➤ **Démarche à suivre**

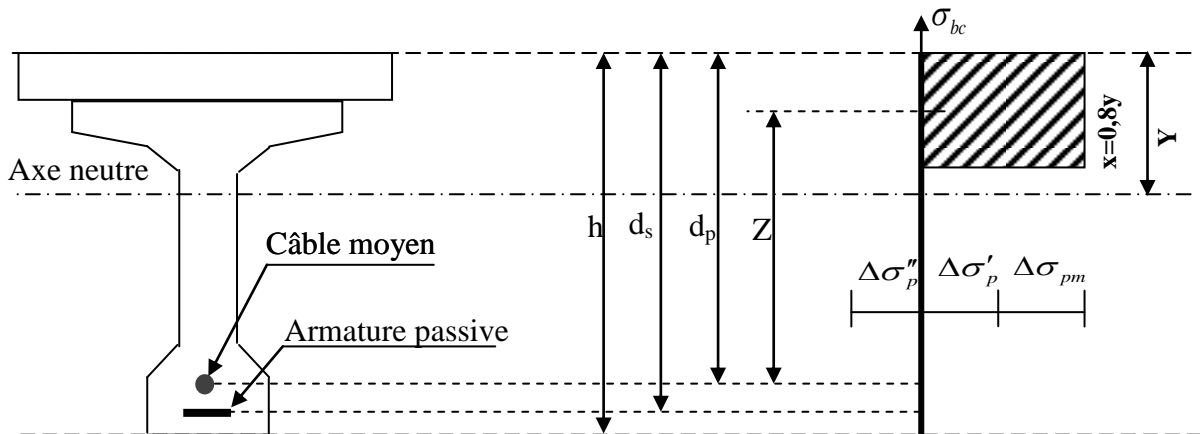
- On fixe  $\bar{N}_u$ .
- On détermine les deux moments résistant ultimes  $(\bar{M}_{u \min}, \bar{M}_{u \max})$  correspondants à  $N_u$ .
- On procède à la justification sur le moment  $M_u$  et on doit avoir :

$$\bar{M}_{u \min} \leq M_u \leq \bar{M}_{u \max}$$

**Avec :**  $M_{u \max} \leq \bar{M}_{u \max}$  et  $M_{u \min} \leq \bar{M}_{u \min}$

➤ **les sollicitations à L'E.L.U :**

En admettant le diagramme des contraintes suivant :



**Figure 8.8.** Diagramme de la contrainte à L'ELU.

**Avec :**  $\Delta\sigma_{pm}$  : Contrainte probable à vide.

$\Delta\sigma'_p$  : 1<sup>ère</sup> complément de contraintes accompagnant le retour à zéro de la déformé du béton adjacent.

$\Delta\sigma''_p$  : 2<sup>ème</sup> complément de contraintes jusqu'à l'épuisement de la résistance de la section.

Les sollicitations à L'E.L.U sont :

$$N_u = B(x) \cdot \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{\theta \cdot \gamma_b} - A_p \Delta\sigma_p - A_s \sigma_s \quad (1)$$

$$M'_{u \max} = B(x) \cdot \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{\theta \cdot \gamma_b} \cdot Z + A_s (d_s - d_p) \cdot \sigma_s \quad (2)$$

**Avec :**  $A_p \times \Delta\sigma_p$  : Surtension de la précontrainte.

$A_s \times \Delta\sigma_s$  : Tension dans les armatures passives.

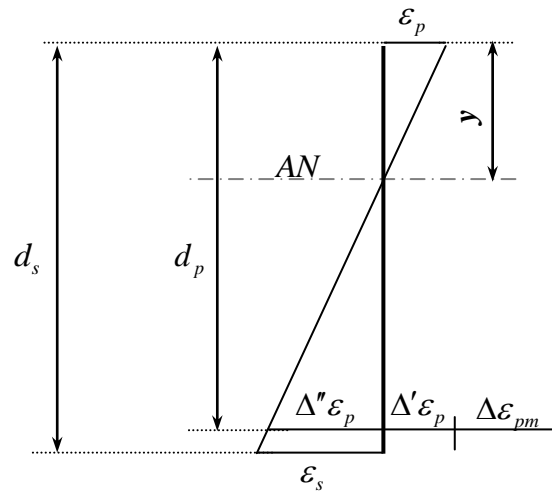
$Z$  : Bras de levier du moment de l'effort de compression par rapport au point de passage de l'effort de précontrainte

➤ **Équations liées à l'hypothèse des sections planes**

A partir des considérations sur la similitude des triangles dans le diagramme de déformation considéré comme suit :

On peut écrire :

$$\frac{\Delta'' \varepsilon_p}{\varepsilon_p} = \frac{d_p - y}{y} = \frac{0,8 d_p}{x} - 1 \quad (3)$$



**Figure 8.9.** Diagramme des déformations et des contraintes à L'E.L.U dans le cas d'une section partiellement comprimée.

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b} = \frac{d_s - y}{y} = \frac{0,8d_s}{x} - 1 \quad (4)$$

Tout en considérant que les équations déterminant un état limite ultime appartenant à l'un des domaines (1) ou (2), c'est-à-dire pivot (A) ou pivot (B).

➤ **Équations traduisant le comportement de l'acier :**

- pour les armatures passives :

$$\sigma_s = g \cdot \varepsilon_s \quad (5)$$

- pour les armatures de précontrainte :

$$\Delta\sigma_p = f \cdot (\varepsilon_{pm} + \Delta'\varepsilon_p + \Delta''\varepsilon_p) - f(\varepsilon_{pm}) \quad (6)$$

(g et f sont des fonctions du type de l'acier utilisé).

Nous constatons la présence de 7 inconnues :  $\Delta\sigma_p, \sigma_s, y, \Delta''\varepsilon_p, \varepsilon_p, \varepsilon_s, \bar{M}_u$  donc pour la résolution de ce système (6 équations à 7 inconnus), on procède par approximation successive à partir d'un diagramme de déformation choisi par exemple (Pivot A, Pivot B).

$$\varepsilon_s = 10\%$$

$$\varepsilon_b = 3,5\%$$

A partir de ces valeurs :

L'équation (4) donne : y.

L'équation (3) donne (  $\Delta\varepsilon_{pm}$  ).

L'équation (5) donne (  $\sigma_s$  ).

L'équation (6) donne (  $\sigma_p$  ).

Nous avons dans (1) :  $N_{ul} = B(x) \cdot \frac{0,85 f_{cj}}{\theta \cdot \gamma_b} - A_p \Delta \sigma_p - A_s \sigma_s = \bar{N}_u$

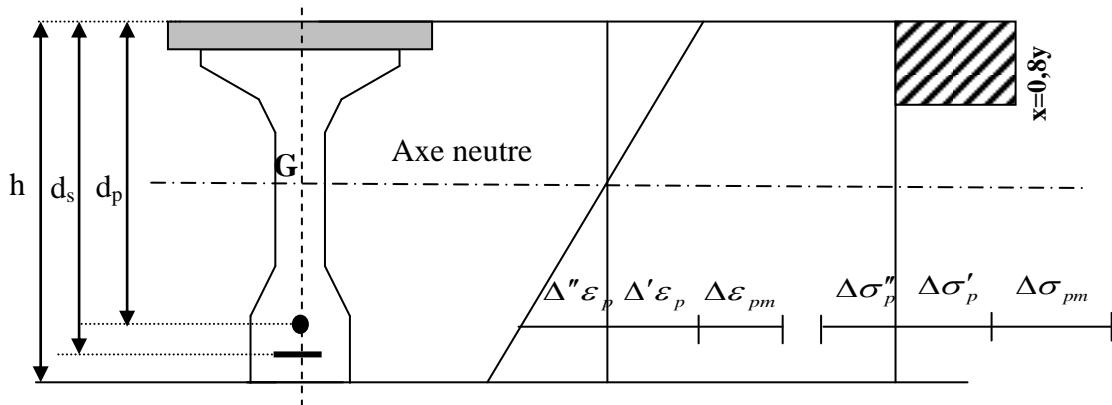
On fait une comparaison entre  $N_{ul}$  et  $N_u$  :

☞ Si  $N_{ul} = N_u$  : on calcule directement  $M_u$ .

☞ Si  $N_{ul} > N_u$  : cela signifie que la section du béton comprimé est trop grande, on doit donc pivoter le diagramme de déformation autour de A, c'est-à-dire, faire une autre itération avec une nouvelle valeur de  $\epsilon_{bc}$ .

☞ Si  $N_{ul} < N_u$  : on fait une nouvelle itération mais en pivotant  $\epsilon_{bc}$  autour du pivot B jusqu'à avoir  $N_{ul} = N_u$ .

➤ **Application au projet : à  $x = 0.5 L$  (mi travée) :**



À l'ELU :  $M_{\min} = 1.35 M_g$  et  $M_{\max} = 1.35 M_g + 1.35 M_q$  (le moment max sous D240).

h (cm)	e <sub>p</sub> (cm)	d <sub>s</sub> (cm)	d <sub>p</sub> (cm)	A <sub>p</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	M <sub>u min</sub> (t.m)	M <sub>u max</sub> (t.m)
226	-147,74	221	210,5	70,89	7,7	1221,689	1940,259

Donc :  $N_u = (\sigma_{p0} - \Delta \sigma) n A_p \Rightarrow N_u = (1488 - 410.702) \times 70,89 \times 10^{-4} = 7,63696 MN$

Dans (1) :  $N_{ul} = B(x) \times \frac{0,85 \times 41}{1,5 \times 1} \cdot 10^3 - 7,089 \Delta \sigma_p - 0,77 \sigma_s$

$763696 = B(x) \times 23,23 \times 10^3 - 7,089 \times \Delta \sigma_p - 0,77 \times \sigma_s$

Dans (2) :  $\bar{M}_{u \max} = B(x) \cdot 23,23 \cdot Z + 0,77 \times (0.06) \times \sigma_s$



➤ **Équations liées le l'hypothèse des sections planes :**

$$\text{De (3)} : \frac{\Delta'' \varepsilon_p}{\varepsilon_p} = \frac{210,5 - y}{y} = \frac{168,4}{x} - 1$$

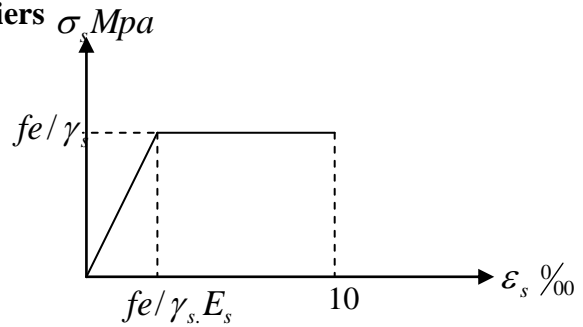
$$\text{De (4)} : \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b} = \frac{d_s - y}{y} = \frac{0,8 \times d_s}{x} = \frac{0,8 \times 221}{x} - 1 = \frac{176,8}{x} - 1$$

➤ **Équation traduisant le comportement des aciers**

**\*Armatures passives (F<sub>e</sub>E50)**

$$\varepsilon_s < \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} \Rightarrow \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\varepsilon_s \geq \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} \Rightarrow \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

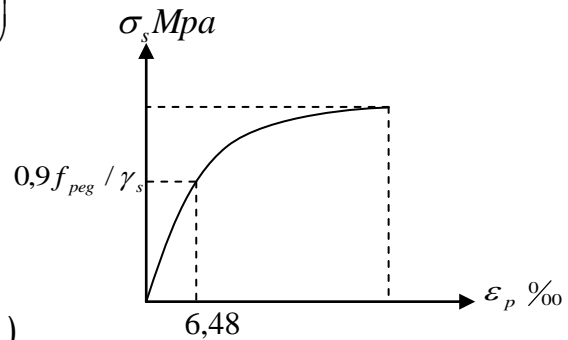


**\*Armature actives (torons)**

$$\sigma_p > \frac{0,9 \cdot f_{peg}}{\gamma_s} \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 100 \left( \frac{\sigma_p \cdot \gamma_s}{f_{peg}} - 0,9 \right)^5$$

$$0 \leq \sigma_p \leq \frac{0,9 \cdot f_{peg}}{\gamma_s} \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p}$$

$$\frac{0,9 \cdot f_{peg}}{\gamma_s} = 1296 \text{Mpa}$$



$$\text{Donc : } \Delta \sigma_p = \sigma_p (\varepsilon_{pm} + \Delta' \varepsilon_p + \Delta'' \varepsilon_p) - \sigma_p (\varepsilon_{pm})$$

$$\text{Avec : } \sigma_{pm} = \frac{P_m}{A_p} = (\sigma_{p0} - \Delta \sigma_p) = 1077,298 \text{MPa}$$

La contrainte probable dans les armatures actives (torons), à ouvrage en service vide :

$$\varepsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p} = \frac{1077,298}{195000} = 5,524 \cdot 10^{-3}$$

Les contraintes du béton en service à vide au niveau des armatures actives, (En prenant en compte la valeur probable de la précontrainte.).

$$\begin{aligned} \sigma_{bpm} &= \frac{P_m}{B} + (p_m \cdot e_p + M_{u \min}) \cdot \frac{e_p}{I} \\ &= \frac{763696 \times 10^3}{1472071} + (763696 \times 10^3 \cdot (-1,4774) + 1221689 \cdot 10^4) \cdot \frac{(-147,74)}{7883739665} \\ &\Rightarrow \sigma_{bpm} = 3,437 \text{MPa} \end{aligned}$$

La déformation dans le béton sous l'effet de  $\sigma_{pm}$  :

$$\varepsilon_{bpm} = \frac{\sigma_{bpm}}{E_b} = \frac{E_p \times \sigma_{bpm}}{E_b \times E_p} \quad \text{avec : } \frac{E_p}{E_b} = 5$$

$$\text{Donc : } \varepsilon_{bpm} = \frac{5 \times \sigma_{bpm}}{E_p} = 0,881 \times 10^{-4}$$

Lorsque L'ELU et atteinte:

$$\begin{cases} \varepsilon_s = 10\text{‰} \\ \varepsilon_b = 3,5\text{‰} \end{cases}$$

Donc :

$$\text{De l'équation (4) : } \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b} = \frac{d_s - y}{y} \Rightarrow \frac{10}{3,5} = \frac{221 - y}{y} \Rightarrow y = \frac{221}{3,857} = 57,298 \text{ cm}$$

$$\text{De l'équation (5) : } \sigma_s = 435 \text{ Mpa}$$

$$\text{De l'équation (3) : } \frac{\Delta'' \varepsilon_p}{\varepsilon_p} = \frac{210,5 - y}{y} \Rightarrow \Delta'' \varepsilon_p = \frac{5,524 \times 10^{-3} (210,5 - 57,298)}{57,298}$$

$$\Delta'' \varepsilon_p = 14,769 \times 10^{-3}$$

De(6) :

$$\Delta \sigma_p = \sigma_p \text{ pour } (14,768 \cdot 10^{-3} + 0,0881 \cdot 10^{-3} + 5,524 \cdot 10^{-3} = 19,50 \times 10^{-3}) - \sigma_p \text{ pour } (5,524 \cdot 10^{-3})$$

### ➤ Déterminations de $\sigma_p$

$$5,524 \times 10^{-3} \leq \frac{0,9 \cdot f_{peg}}{\gamma_s \times E_p} = 6,65 \times 10^{-3} \Rightarrow \sigma_p = E_p \times \varepsilon_p \Rightarrow \sigma_p (5,524 \times 10^{-3}) = 1,95 \times 10^5 \times 5,524 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_p \text{ pour } (5,524 \cdot 10^{-3}) = 1077,18 \text{ Mpa}$$

$$20,38 \times 10^{-3} > 6,65 \times 10^{-3} \Rightarrow \sigma_p \text{ pour } (20,38 \times 10^{-3}) = \varepsilon_p \cdot E_p - 100 \left( \frac{\sigma_p \cdot \gamma_s}{f_{peg}} - 0,9 \right)^5 \cdot E_p$$

$$B(x) = 0,8 \cdot y \cdot b_{moy} \quad \text{Avec } y = 0,57298 \text{ m}$$

$b_{moy}$  : Est la largeur moyenne (hourdis+ table de la poutre) calculée comme suit :

$$b_{moy} = \frac{1,5 + 2,9}{2} = 2,2 \text{ m}$$

$$B(x) = 0,8 \times 0,57298 \times 2,2 = 1,008 \text{ m}^2 \Rightarrow N_{uL} = 20,172 \text{ MN}$$

$$N_{uL} = 20,172 \text{ MN} \geq N_u = 7,636 \text{ MN}$$

### • Conclusion

Le diagramme de déformation ainsi choisi entraîne une section de béton comprimé (trop importante), on doit donc faire pivoter le diagramme autour du pivot A.

Il faudra calculer  $N_{uL}$  de manière à avoisiner le plus possible la valeur  $N_u$  en diminuant  $\varepsilon_b$

$\varepsilon_b$	Y(cm)	$\Delta \varepsilon''$	B(x)	Nul
1,3	25,424	0,04119	4479,624	7,149
1,35	26,615	0,03965	4626,336	7,502
1,369	26,615	0,03309	4684,24	7,636

D'après le tableau au-dessus, pour  $\varepsilon_b = 1,369\text{‰}$   $N_{uL} = 7,636MN$ .

Donc le diagramme d'équilibre est atteint quand le diagramme de déformation ultime à pour valeur :

$$\begin{cases} \varepsilon_s = 10\text{‰} \\ \varepsilon_b = 1,369\text{‰} \end{cases}$$

$$\bar{M}_{u\max} = B(x).23,23.Z + 0,77 \times (0,06) \times \sigma_s$$

$$Z = dp - 0,8 \times y = 210,5 - 0,8 \times 26,615 = 189,208cm$$

$$\bar{M}_{u\max} = 4684,24 \times 23,23 \times 189,208 + 0,77 \times (0,06) \times 435 = 205886t.m$$

$$M_{u\max} = 1940259t.m < \bar{M}_{u\max} = 205886t.m$$

Donc la résistance à L'ELU est assurée.

### 8.5. Justifications des contraintes tangentielles :

#### 8.5.1.Introduction :

La partie résistante d'une poutre à l'effort tranchant est représentée par l'âme, celui-ci sera donc dimensionné pour :

- Résister à l'effort tranchant.
- Permettre un bétonnage correct à travers la cage d'armatures et les gaines de précontrainte.

Selon le B.P.E.L.91, on procède :

- En E.L.S à une vérification des contraintes tangentielles.
- En E.L.U à une vérification de la section transversale.

**8.5.2. Justification à l'E.L.S :**

Cette justification a pour but de montrer que les effets d'un effort tranchant cumulés aux effets du moment fléchissant et de l'effort normal ne compromettent pas la sécurité de l'ouvrage.

La vérification doit porter sur les trois paramètres caractéristiques de l'état de contraintes en un point de la section :

$\sigma_x$  : Contrainte normale longitudinale.

$\tau$  : Contrainte tangentielle ou de cisaillement.

$\sigma_t$  : Contrainte normale transversale dont l'existence est liée à une précontrainte éventuelle (celle-ci n'existe que lorsque est présentée une précontrainte transversale).

Les contraintes  $\sigma_x, \tau$ , et  $\sigma_t$  calculées sous l'effet des sollicitations de service doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \tau^2 - \sigma_x \cdot \sigma_t \leq 0,4 \cdot f_{tj} \left[ f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t) \right] \\ \tau^2 - \sigma_x \cdot \sigma_t \leq 2 \cdot \frac{f_{tj}}{f_{cj}} (0,6 \cdot f_{tj} - \sigma_x - \sigma_t) \left[ f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t) \right] \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

Si  $\sigma_x < 0$  Alors les deux conditions (1) sont remplacées par :

$$\tau^2 \leq 0,4 f_{tj} \left( f_{cj} + \frac{2}{3} \sigma_t \right) \dots\dots\dots (2)$$

Puisque  $\sigma_t = 0$  dans notre cas, alors (1) et (2) peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} \left[ f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x) \right] \\ \tau^2 \leq 2 \cdot \frac{f_{tj}}{f_{cj}} (0,6 \cdot f_{tj} - \sigma_x) \left[ f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x) \right] \end{cases} \dots\dots\dots (1)'$$

$$\tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} f_{cj} \dots\dots\dots (2)'$$

Et comme  $\sigma_x$  au niveau du centre de gravité (G) est strictement positive, donc on applique le système  $\rightarrow (1)'$

**• Contrainte de cisaillement due à l'effort tranchant**

Cette contrainte est donnée par la formule suivante :

$$\tau_V(y) = \frac{V_{red} \cdot S}{I_n \cdot b_n}$$

$$\text{Avec : } V_{red} = V - \sum_{i=1}^n P_i \cdot \sin \alpha_i$$

S: Moment statique par rapport à l'axe  $G_Z$ .

$b_n$  : Largeur de l'âme de la poutre,  $b_n = b_0 - m \cdot K \cdot \Phi$

$$\text{Avec : } \begin{cases} m : \text{Nombre de câbles par lit.} \\ K = 0,50 \end{cases}$$

Dans le cas des câbles injectés au coulis de ciment.

$I_n$  : Moment d'inertie net par rapport à l'axe  $G_Z$ .

• **en résumé**

La section la plus sollicitée vis-à-vis de l'effort tranchant est la section d'appui, deux câbles qu'y arrivant.

La vérification des contraintes se fera par phases de construction.

	$B(\text{cm}^2)$	$v'(\text{cm})$	$v(\text{cm})$	$I_G(\text{cm}^4)$	$e_p(\text{cm})$
<b>P seule</b>	12962,14	108,14	91,86	48330885,37	-9,94
<b>P + d</b>	20502,14	146,7	79,3	101196309,1	-48,3

**Tableau.8.32.** Caractéristiques géométriques de la section nette à  $X=0,00L$

➤ **Exemple de vérification à la Phase (III)**

✓ **J=28Jours**

Mise en tension à 100 % des câbles de la 1<sup>ère</sup> famille

$$\sigma_{p0} = 1488 \text{MPa}, \Delta\sigma_{28} = 191,243 \text{MPa}$$

$$g = 2,145 \text{ t/ml} \Rightarrow V_{gl} = \frac{g \cdot L}{2} = 41,827 \text{ t}$$

$$\sigma_{pI} = 1,02 \times 1488 - 0,8 \times 191,243 = 1364,765 \text{MPa}$$

$$P_I = 2 \times (9,73 + 13,9) \times 1364,765 \times 10^{-2} = 644,987 \text{ t}$$

$$V_{red} = V_{gl} - P_I \sum_{i=1}^2 \frac{\sin \alpha_i}{n} = 41,827 - 644,987 \times \frac{0,987}{4} \Rightarrow V_{red} = -115,872 \text{ t}$$

❖ **Contrainte de cisaillement ( $\tau$ )**

$$\text{Approximativement: } S = \frac{I_G}{0,8 \cdot h} \Rightarrow \tau(y) = \frac{V_{red}}{b_n \cdot 0,8 \cdot h}$$

$$Avec : b_n = b_0 - \frac{\Phi}{2} = 60 - \frac{7,2}{2} = 56,4 \text{ Cm}$$

$$\Rightarrow \tau(y) = \frac{-115,872 \times 10^{-2}}{0,564 \times 0,8 \times 2} = -1,284 \text{ MPa}$$

❖ **Contrainte du centre de gravité ( $\sigma_G$ )(au niveau de l'axe neutre)**

$$\sigma_s = \frac{N_I}{B} \left( 1 - \frac{e_p \cdot V}{r^2} \right)$$

$$\sigma_i = \frac{N_I}{B} \left( 1 + \frac{e_p \cdot V}{r^2} \right)$$

$$Avec : N_I = \frac{P_I}{n} \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \Rightarrow N_I = 6,44 \times \frac{3,872}{4} = 6,233 \text{ MN}$$

$$r^2 = v \cdot v' \cdot \rho = 108,14 \times 91,86 \times 0,3753 = 3728,13 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_s = 5,986 \text{ MPa}$$

$$\sigma_i = 3,422 \text{ Mpa}$$

Au niveau du centre de gravité G :

$$\Rightarrow \sigma_G = \sigma_s + \frac{\sigma_i - \sigma_s}{h} \cdot V = 5,986 + \frac{3,422 - 5,986}{200} \times 91,86 = 4,808 \text{ MPa}$$

A partir des résultats trouvés, on doit vérifier les inégalités de la formule (1').

$$\begin{cases} (-1,284)^2 < 0,4 \times 3,06 \times \left( 3,06 + \frac{2}{3} \times 4,808 \right) \\ (-1,284)^2 < 2 \times \frac{3,06}{41} (0,6 \times 41 - 4,808) \times \left( 3,06 + \frac{2}{3} \times 4,808 \right) \\ \left\{ \begin{array}{l} 1,684 < 7,668 \quad \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée} \\ 1,648 < 18,509 \end{array} \right. \end{cases}$$

De même procédée on fait la vérification pour toutes les phases d'exécution.

N° Phase	V (t)	P (t)	$v_{red}(t)$	$\tau(y)$ (Mpa)	$\sigma_G$ (Mpa)	vérification	
						Inéquation 1	Inéquation 2
2	41,827	656,042	118,575	-1,313	4,898	1,331 < 7,08	1,331 < 15,39
3	41,827	644,987	-115,872	-1,284	4,808	1,267 < 7,00	1,267 < 15,33
4	78,585	633,932	-76,411	-0,846	4,985	0,661 < 6,93	0,661 < 15,27

5	78,585	622,877	-73,708	-0,722	5,073	0,616 < 5,87	0,616 < 14,17
6	92,82	601,665	-54,287	-0,532	5,151	0,314 < 5,76	0,314 < 14,03
7	195,5	601,665	48,392	0,429	5,151	0,054 < 5,34	0,054 < 13,46

**Tableau 8.33.** Vérification des contraintes de cisaillement.

- **Conclusion**

Les contraintes de cisaillement sont vérifiées dans toutes les phases d'exécution de l'ouvrage.

### 8.5.3. Justifications à l'E.L.U :

#### A) Minimum d'armatures transversales :

Elles sont caractérisées par leur section ( $A_G$ ) et leur espacement ( $S_t$ ).

$$S_t \leq \min\{1m; 0,8 \cdot h; 3b_0\} = \min\{1m; 0,8 \times 2; 3 \times 0,6\} \Rightarrow S_t \leq 1m$$

$b_0$  : Largeur du talon ( $b_0 = 60\text{cm}$ ).

Pour éviter une rupture due à l'effort tranchant on disposera d'un minimum d'armatures transversales de façon à satisfaire la condition suivante :

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{0,6 \cdot b_n \cdot \gamma_s}{f_e} = \frac{0,6 \times 56,4 \times 1,15}{500 \times 10^{-2}} = 7,7832 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

- **Dans la zone médiane :**

D'après les règlements BPEL[8], la section de ces armatures doit être au moins 2 cm<sup>2</sup>/ml de parement.

On prend un cadre HA12 soit;  $A_t = 2,26 \text{ cm}^2$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq 0,0778 \Rightarrow S_t \leq \frac{A_t}{0,0778} = \frac{2,26}{0,0778} = 29,04 \text{ cm}$$

On prend  $S_t = 25 \text{ cm}$

- **Dans la zone d'appuis :**

Compte tenu de la position des gaines dans cette zone, et l'effort tranchant est le plus grand que celui dans la zone médiane on prend 2HA12 et 2HA14 (un cadre de HA12 et un cadre de HA14).

$$\Rightarrow A_t = 5,340 \text{ cm}^2 \quad \text{Donc : } \frac{A_t}{S_t} \geq 0,0778 \Rightarrow S_t \leq \frac{A_t}{0,0778} = \frac{5,34}{0,0778} = 68,637 \text{ cm}$$

On prend  $S_t = 25 \text{ cm}$

**B) Justification des armatures transversales :**

Le but de cette justification est de montrer que les armatures transversales sont suffisantes pour assurer la résistance des parties tendues du treillis constitués par les bielles du béton

et les armatures.

$$\tau_{red}^u \leq \overline{\tau}_U = \left( \frac{A_t}{b_n} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \right) \cdot \text{Cotg}\beta + \frac{f_{ij}}{3}$$

Le BPEL91 donne:2

$$\text{Avec : } \tau_{red}^u = \frac{V_{red}^u}{0,8 \cdot h \cdot b_n}, \quad V_{red}^u = V_u - \frac{P_u}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \text{Sin}\alpha_i$$

$$P_u = \sigma_p(0,00) \times A_p$$

$$\sigma_p(0,00) = \sigma_{p_0}(0,00) - \Delta\sigma_p(0,00) = 1488 - 308,203 = 1179,797 \text{ MPa}$$

$$A_p = (13,9 + 9,73) \times 2 = 47,26 \text{ cm}^2 \quad P_u = 1179,797 \times 47,26 \times 10^{-4} = 5,575 \text{ MN}$$

$$V_u = V_{u\max} = 195,5 \text{ t} \quad V_{red}^u = 195,5 - \frac{5,575}{4} \times 0,978 = 0,59 \text{ MN}$$

$$\Rightarrow \tau_{red}^u = \frac{0,591}{0,564 \times 0,8 \times 2,26} = 0,579 \text{ MPa}$$

✓ **Angle d'inclinaison  $\beta_u$  :**

$$N_u = \frac{P_u}{n} \sum_{i=1}^n \text{Cos}\alpha_i = \frac{5,575}{4} \times 3,872 = 5,396 \text{ MN}$$

$$\sigma_s = \frac{53960 \times 10}{2050214} \times \left( 1 - \frac{(-483 \times 793)}{493485 \times 100} \right) = 4,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma_i = \frac{53960 \times 10}{2050214} \times \left( 1 + \frac{(-483 \times 1467)}{493485 \times 100} \right) = -1,147 \text{ MPa}$$

$$\sigma_G = \sigma_s + \frac{\sigma_i - \sigma_s}{h} \cdot V = 4,674 + \frac{-1,147 - 4,674}{226} \times 79,3 = 2,6314 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \text{tg}2\beta_u = \frac{2 \times 0,579}{2,631 - 0} = 0,440 \Rightarrow \beta_u \approx 11,87^\circ$$

$$\overline{\tau}_U = 3,7 \text{ MPa} > 0,579 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{CV}$$

On prendra :  $S_t = 50 \text{ Cm}$  comme pour la section médiane.

✓ **Armatures transversales supérieures**

Elles doivent être au moins  $2 \text{ cm}^2/\text{ml}$ , soit un cadre HA10 tous les 25 cm.



**C) Justification des bielles de compression du béton (B.P.E.L 91) [8] :**

La condition à respecter est la suivante :

$$\tau_{red}^2 \leq \left( \frac{f_{cj}}{4 \cdot \gamma_b} \right)^2 \Rightarrow (0,579)^2 \leq \left( \frac{41}{4 \times 1,5} \right)^2 \Rightarrow 0,335 < 46,69 \dots \dots \text{Condition vérifié.}$$

**❖ Calcul justificatif réglementaire en sections particulières**

Une pièce en béton précontraint comporte deux zones soumises à des efforts concentrés :

- ✓ Les zones d'application des réactions d'appuis.
- ✓ Les zones d'ancrages des armatures de précontraint.

**• Zone d'appui**

On effectuera deux vérification qui portent sur :

**• L'équilibre de la bielle d'about**

L'appui transmet au béton une réaction **R** verticale (poids propre, charge d'exploitation) et un effort **H** horizontale (freinage, effet de température...etc.). Dans le béton ces efforts se décomposent en :

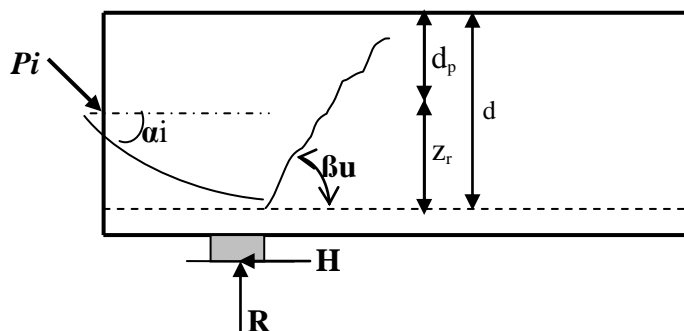
- ✓ Un effort horizontal : **H+R cotg B<sub>u</sub>**.
- ✓ Un effort incliné : **R/sin B**.

Il faut donc équilibrer l'effort horizontal, et coudrer par des étriers la fissuration qui tend à séparer la bielle du reste du béton.

La contrainte limite dans les armatures de couture et armature de précontrainte a pour valeur.

$$\sigma_{pi} = \min(1,2\sigma_{pm}; f_{prg} / \gamma_s)$$

$$P_i = \min(1,2Ap\sigma_{pm}; Ap(f_{prg} / \gamma_s))$$



**• Étapes de calcul**

Le calcul consiste à chercher le niveau 'r' de la poutre tel que :

$$\sum p_i \cos \alpha_i - H_u \geq (R_u - \sum p_i \sin \alpha_i) \cot g B_u \dots \dots \dots (a)$$

*p<sub>i</sub>* : Effort correspondant à la contrainte limite.

$R_u$  : Composante verticale de la réaction d'appui.

$H_u$  : Composante horizontale éventuelle de la réaction d'appui.

$$B_u \leq 30^\circ$$

$$\text{On a : } R_u = 195,5t \Rightarrow \tau = \frac{R_u}{0,8 \cdot h \cdot b_n} = \frac{195,5}{0,8 \times 226 \times 56,4} \times 100 = 1,917 \text{MPa}$$

$\sigma_{pi}$  : Effort de précontrainte après toutes les pertes.

$$\sigma_{pi} = \min \begin{cases} 1,2 \sigma_{pm} = 1,2 \times 1179,797 = 1415,756 \text{MPa} \\ \frac{f_{prg}}{\gamma_p} = \frac{1860}{1,15} = 1617,39 \text{MPa} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_i = 1415,756 \times 13,9 \times 10^{-4} = 1,967 \text{MN}$$

$$\Rightarrow P_i = 1415,756 \times 9,73 \times 10^{-4} = 1,377 \text{MN}$$

On prend  $\beta_u = 30^\circ$

Câble	$\alpha_i$ en (gr)	$\cos \alpha_i$	$\sin \alpha_i$	$P_i \cos \alpha_i$	$P_i \sin \alpha_i$
1	12,32	0,981	0,192	1,350	0,265
2	14	0,975	0,218	1,926	0,428
3	19,038	0,955	0,294	1,887	0,587
4	17,71	0,961	0,274	1,323	0,377

**Tableau 8.34.** calcul  $P_i$ .

#### ❖ Calcul de $H_u$ :

Effort horizontal ultime :

Conformément au CPC, l'accélération sismique horizontale est égale à 10%G (G le poids du tablier).

$$H_{uu} = 0,1 \times 945,44 = 94,54t$$

#### ❖ Recherche du niveau 'r' :

**Pour** : r = 1 (cable1) :

$$H = \sum_i P_i \cos \alpha_i - H_u = (1967 \times 1,93 + 1377 \times 1,942) - 945,44 = 5525,004 \text{KN}$$

$$R = \left( R_u - \sum_i P_i \sin \alpha_i \right) \cot \beta_u = (1955 - 1657) \times \cot 30^\circ = 516,151 \text{KN}$$

Donc :  $5525,004 \geq 516,151$

La condition (a) est vérifiée, d'où l'existence du rang.

-Le niveau  $r$  est le niveau à partir du quel les armatures passives sont nécessaires ou le niveau à partir de quel les armatures active ne sont pas suffisantes.

$$dp = \frac{h}{10} : \text{Hauteur de la membrane comprimée.}$$

$$d_r = h - y_r : \text{Distance de R à la fibre supérieure.}$$

$y_r$  : distance entre le câble du niveau  $r$  et la fibre inférieure.

$$z_r = d_r - dp : \text{Hauteur de bielle.}$$

$$Z = 0,8 H$$

Si :  $Z_r < Z$  La densité d'étrier déjà calculée doit être multiplié par  $(Z / Z_r)$  et placée sur la longueur  $Z_r \cot g B_u$ .

Si :  $Z_r \geq Z$  La densité d'étrier déjà calculée et suffisante sur une longueur  $Z \cot g B_u$ .

➤ **Pour notre cas**

$$dp = \frac{200}{10} = 20 \text{ cm}$$

$$y_r = (54 - 50 \text{ tg } 12,32 \text{ gr}) = 44,20 \text{ cm}$$

$$d_r = 200 - 44,20 = 155,8 \text{ cm}$$

$$Z_r = 155,8 - 20 = 135,8 \text{ cm}$$

$$Z = 0,8 H = 0,8 \times 200 = 160 \text{ cm}$$

$Z_r < Z \Rightarrow$  La section d'armatures transversales déterminée lors de l'étude de l'effort tranchant est majorée de  $\frac{Z}{Z_r}$ .

Cette section est répartie sur une longueur  $L$  ( $(L = Z_r \cot g \beta_u)$ ) à partir de l'axe de l'appui.

$$\text{Donc : } L = 100,818 \times \cot g 30^\circ = 174,623 \text{ cm}$$

$$\frac{Z}{Z_r} = \frac{160}{135,8} = 1,178$$

$$\text{Donc : } A_t = 3,83 \times 1,178 = 4,51 \text{ cm}^2$$

Nous prendrons une nouvelle armature de peau transversale, soit 2 cadres **HA12** ( $A_t = 4,52 \text{ cm}^2$ ) espacés tous les 20 Cm sur la longueur  $L = 2,41 \text{ m}$ .

❖ **Équilibre du coin inférieur**

$$R = Ru - \sum Pi \text{Sin} \alpha_i$$

$$H = -Hu + \sum P_i \cos \alpha_i$$

Il faut vérifier que l'angle de résultante avec la normal à  $P_1$  est inférieur à l'angle de frottement interne du béton.

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \varphi \quad \text{Avec : } \operatorname{tg} \alpha = \frac{R \cdot \cos \theta - H \cdot \sin \theta}{R \cdot \sin \theta + H \cos \theta}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2}{3} \Rightarrow H \geq \frac{R(1,5 - \operatorname{tg} \theta)}{1 + 1,5 \operatorname{tg} \theta} \quad (1)$$

Si cette condition n'est pas vérifiée, il faut ajouter une quantité d'acier horizontale  $A_1$  tel que :

$$H + A_1 \left( \frac{f_e}{\gamma_s} \right) \geq \frac{R(1,5 - \operatorname{tg} \theta)}{1 + 1,5 \operatorname{tg} \theta}$$

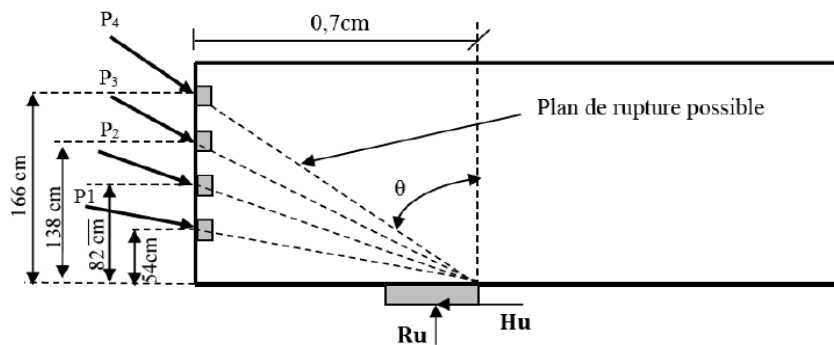


Figure 8.10. Rupture du coin inférieur.

### Remarque :

En post tension une section d'armature passive est nécessaire même lorsque l'appareil d'appuis est totalement intéressé par le flux de la précontrainte c.à.d même si l'inégalité (1) est vérifiée.

$$A_{t \min} = \frac{0,04 \cdot R_u \cdot \gamma_s}{f_e} (5 - 4K)$$

Avec :  $0 < K < 1$ .

### ➤ Application de projet

$$\text{Câble (1)} : \theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{0,7}{0,54} \right) = 52,35^\circ$$

$$H = 5525,004 \text{ KN} \quad \text{et} \quad R = 1690 \text{ KN}$$

$$H = 5525,004 \text{ KN} > R \times (1,5 - \operatorname{tg} \theta) / (1 + 1,5 \operatorname{tg} \theta) = -116,988 \text{ KN} \quad \text{c.vérifier}$$

$$\text{Câble (2)} : \theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{0,7}{0,82} \right) = 40,48^\circ ; R = 1527 \text{ KN}$$

$$H = 5525,004 \text{ KN} > R \times (1,5 - \operatorname{tg} \theta) / (1 + 1,5 \operatorname{tg} \theta) = 432,959 \text{ KN} \quad \text{c.vérifier}$$

$$\text{Câble (3)} : \theta = \arctg\left(\frac{0,7}{1,38}\right) = 26,89^\circ ; R=1377 \text{ KN}$$

$$H = 5525,004 \text{ KN} > R \times (1,5 - \text{tg}\theta) / (1 + 1,5 \text{tg}\theta) = 776,530 \text{ KN} \quad \text{c.vérifier}$$

$$\text{Câble (4)} : \theta = \arctg\left(\frac{0,7}{1,66}\right) = 22,86^\circ ; R=1578 \text{ KN}$$

$$H = 5525,004 \text{ KN} > R \times (1,5 - \text{tg}\theta) / (1 + 1,5 \text{tg}\theta) = 1042,473 \text{ KN} \quad \text{c.vérifier}$$

**Donc :**

L'équilibre du coin inférieur est vérifié suivant les (4) plans de rupture possible.

La section d'armatures de couture est négligeable, néanmoins le BPEL proposé une section minimale en vu de reprendre les efforts locaux de l'appareil d'appui.

**La section  $A_{l_{\min}}$  :**

$$A_{l_{\min}} \geq \frac{0,04 \cdot R_u \cdot \gamma_s}{f_e} (5 - 4K)$$

**Avec :**  $K=0.5$

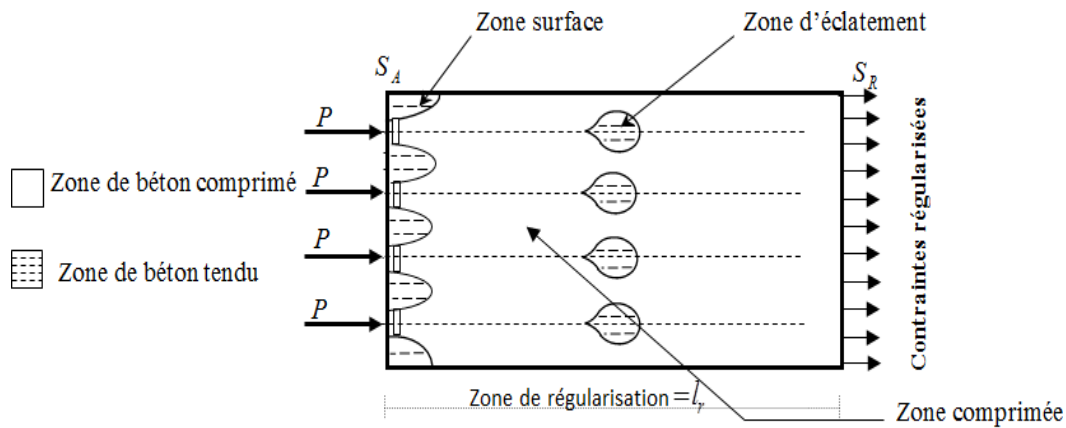
$$\text{Donc : } A_{l_{\min}} \geq \frac{0,04 \times 1,955 \times 1,15}{500 \times 10^{-4}} (5 - 4 \times 0,5) = 5,396 \text{ cm}^2$$

Soit deux cadre **HA14 (A=6,16 cm<sup>2</sup>)** .Cette section est à cumulée avec celle de la zone d'about.

#### **D) Justification relative à l'introduction des forces de précontraintes**

Les études expérimentales ont mis en évidence, l'existence de trois zones à l'aval des points d'application des forces de précontraintes:

- Une zone de surface soumise à des tractions ;
- Une zone intermédiaire comprimée ;
- Une zone d'éclatement, soumise à des tractions.



**Figure 8.11: Les trois zones à l'aval d'application de la précontrainte et la zone de régularisation**

On définit une zone de régularisation des contraintes, celle où les contraintes normales passent d'une variation discontinue à une variation continue.

Pour des raisons de simplification, la longueur de cette zone est prise égale à la hauteur de la pièce.

D'autre part, on admet que la force de précontrainte subit une première régularisation à l'intérieur d'un prisme symétrique de dimensions ( $d \times d$ ), et dans lequel les isostatiques créent :

- Des efforts de traction transversaux (Effort d'éclatement).
- Des efforts de traction de surface (Effort de surface).

#### ❖ Effet de la surface

Au voisinage de la section ( $S_A$ ), il faut disposer un ferrailage de surface donné par la formule expérimentale :

$$A_s = 0,04 \cdot \frac{\text{Max}(F_{j0})}{\sigma_{slim}} \quad (8)$$

**Avec :**

$F_{j0}$  : Force à l'origine du câble au niveau (j).

$$\sigma_{slim} = \frac{2}{3} f_e$$

#### ❖ Plan Horizontal

Sur le plan de diffusion horizontal, la force  $F_{j0}$  considéré est celle résulte des deux câbles.

$$F_{j0} = 2 \times \sigma_{p0} \times Ap = 2 \times 1488 \times 2363 = 7032,288 \text{KN}$$

$$A_s = 0,04 \times \frac{2 \times 1488 \times 23,63}{\frac{2}{3} \times 500} = 8,439 \text{ Cm}^2$$

On prend (3) cadres HA14 autour de chaque ancrage avec  $A_v = 9.24 \text{ cm}^2$ .

❖ **Plan vertical :**

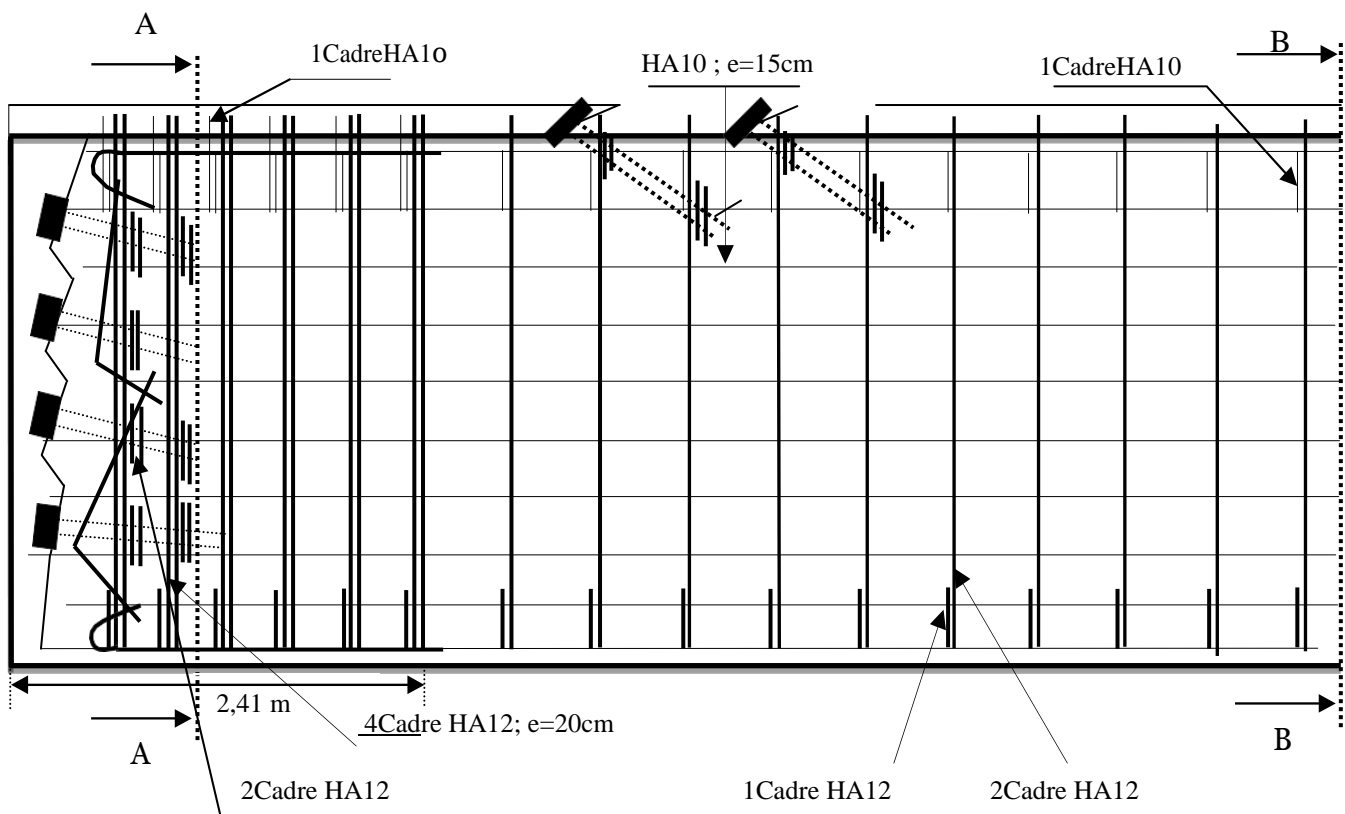
$$F_{j0} = \sigma_{p0} \times A_p = 1488 \times 1390 = 2068,32 \text{ KN}$$

$$A_s = 0,04 \times \frac{2068,32}{\frac{2}{3} \times 500} = 2,482 \text{ Cm}^2$$

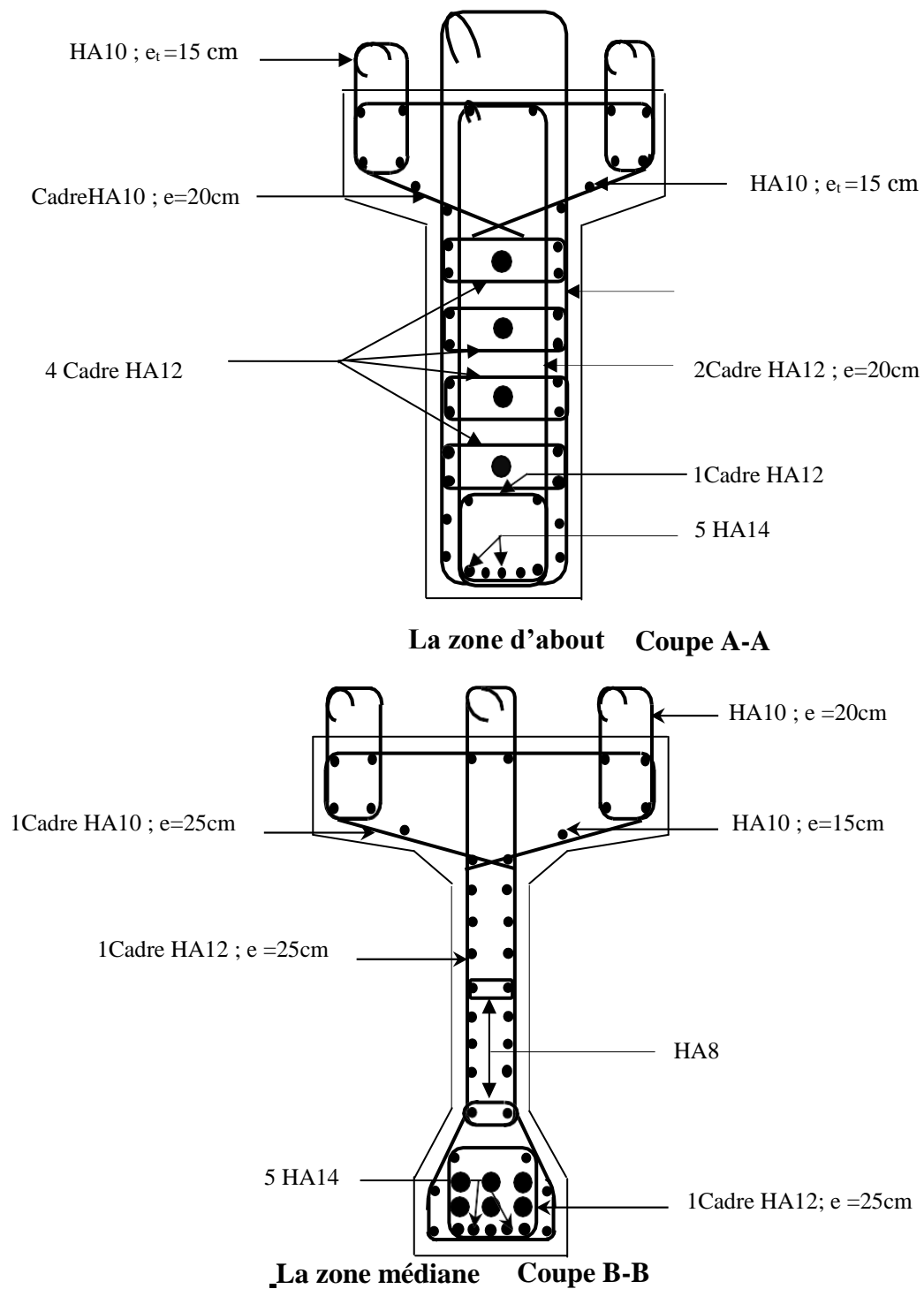
On prend deux cadres HA12 avec  $A_s = 4.52$

### 8.6. Ferrailage de la poutre :

• **Longitudinalement :**



• **Transversalement :**



**Figure 8.12:** Le ferrailage de la poutre.



**8.7. Conclusion :**

Dans ce chapitre, une étude de la précontrainte par poste tension a été effectuée avec la présentation des différentes vérifications correspond aux pertes des charges, avec un ferrailage décillé de la poutre.

# **Chapitre 9:**

## **Étude de l'hourdis et de l'entretoise d'about.**

### 9.1. Introduction :

L'hourdis est une dalle en béton armé, qui sert comme couverture de la superstructure de l'ouvrage. Cette couche est destinée à recevoir la couche de roulement (revêtement, chape d'étanchéité), les surcharges et à les transmettre aux poutres.

L'hourdis a un rôle d'entretoisement, il assure la récupération transversale des efforts. On suppose que le pont soit rigidement entretoisé, ça veut dire que dans une section transversale, les poutres restent dans un même plan et les moments correspondants seront donnés par l'effort local (flexion locale).

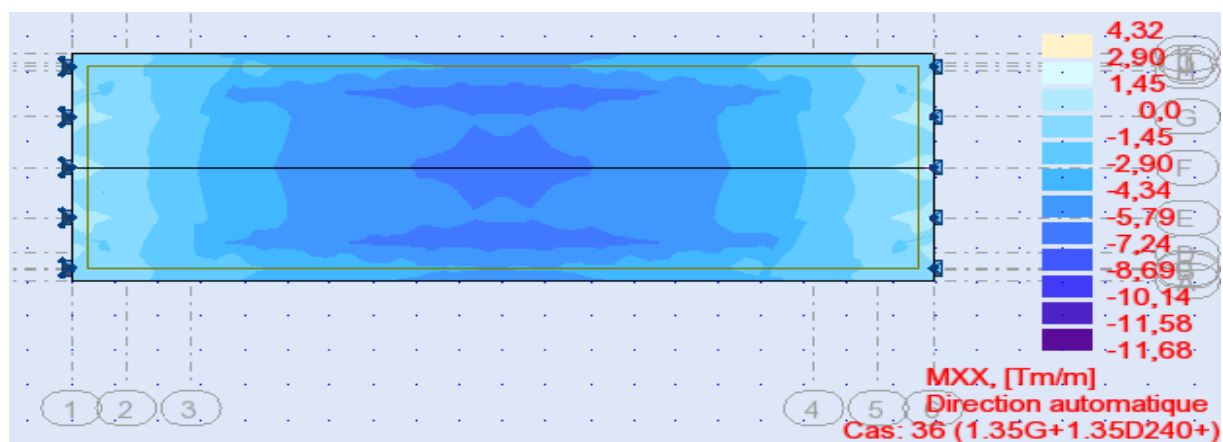
### 9.2. Calcul du Ferrailage de l'hourdis :

Le ferrailage sera fait sous le moment maximum dû à la flexion simple (sont obtenus à l'aide de logiciel Robot Millenium), ce moment résulte des combinaisons suivantes à l'E.L.U et l'E.L.S : [7]

Combinaison	E.L.U	E.L.S
I	$1,35G+1,6[\text{Max (A, B)}]$	$G+1,2[\text{Max (A, B)}]$
II	$1,35G+1,35\text{Max} [M_{c120}, D_{240}]$	$G+ \text{Max} [M_{c120}, D_{240}]$

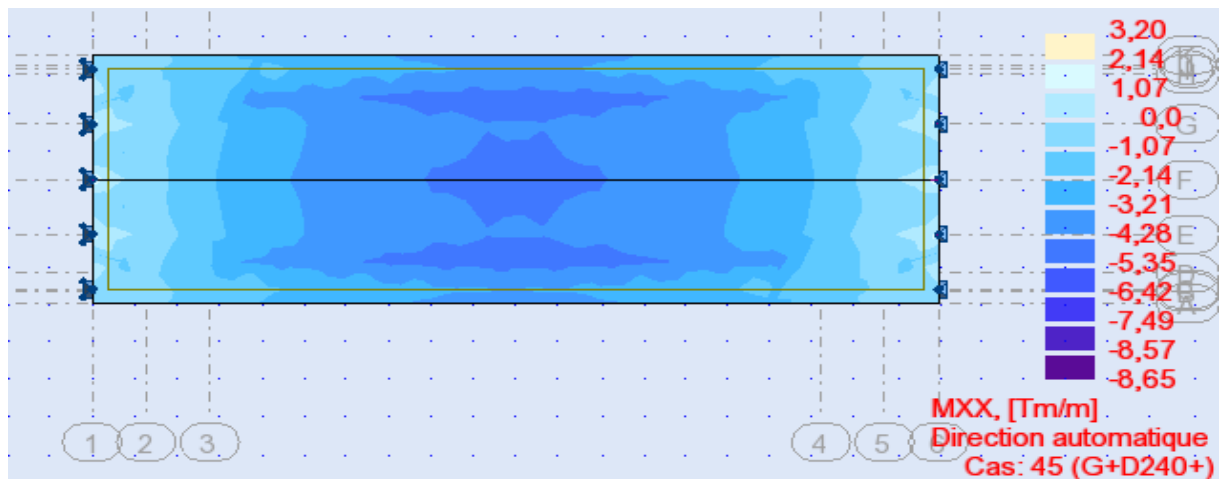
#### 9.2.1. Etude de la flexion transversale :

E.L.U:  $(1,35G+1,35D_{240})$ .....ROBOT.



**Figure 9.1.** Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle (E.L.U).

**E.L.S:** (G+D<sub>240</sub>).....ROBOT.



**Figure 9.2.** Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle (E.L.S).

- **Moment sur appui :**

$$M_{u \text{ appui}} = 4,32 \text{ t.m}$$

$$M_{s \text{ appui}} = 3,2 \text{ t.m}$$

- **Moment en travée :**

$$M_{u \text{ travée}} = 11,68 \text{ t.m}$$

$$M_{s \text{ travée}} = 8,65 \text{ t.m}$$

**a) Ferrailage sous la flexion transversale :**

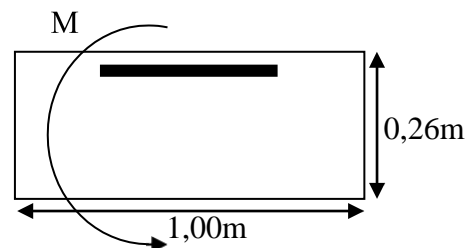
- **Sur appui :**

- **E.L.U :**

Le ferrailage à l'ELU se fait par le logiciel SOCOTEC avec les hypothèses suivantes :

- ✓ Calcul de ferrailage en flexion simple
- ✓ Fissuration préjudiciable
- ✓ Béton  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$ .
- ✓ Acier FeE 500 MPa.
- ✓ Section rectangulaire.

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 100 \text{ cm} \\ h = 26 \text{ cm} \\ d = 23 \text{ cm} \end{array} \right.$$



Les résultats obtenus par SOCOTEC sont : (Le moment utilisé est  $M_u = 4,32 \text{ t.m/ml}$ )

Section d'armature comprimée :  $A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$ .

Section d'armature tendue :  $A_{st} = 4,9 \text{ cm}^2$ .

- **E.L.S :**

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6. f_{c28} = 16,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \overline{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} f_e ; 150\eta \right\} \quad \eta = 1,6 \text{ (fissuration préjudiciable)}$$

$$\sigma_s = \overline{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} 500 ; 150.1,6 \right\} = 240 \text{ MPa}$$

$$\overline{\alpha} = \frac{n \times \overline{\sigma}_{bc}}{n \times \overline{\sigma}_{bc} + \overline{\sigma}_s} = 0,503$$

$$z_b = d \left( 1 - \frac{\overline{\alpha}}{3} \right) = 19,144 \text{ cm.}$$

$$M_{Rb} = \frac{\overline{\alpha}}{2} \times \left( 1 - \frac{\overline{\alpha}}{3} \right) \times b \times d^2 \times \overline{\sigma}_{bc}$$

$$M_{Rb} = 17,94 \text{ t.m} \geq M_{\text{appuis}} = 3,2 \text{ t.m/ml} \Rightarrow A_{sc} = 0 \text{ cm}^2.$$

Donc:  $A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$ .

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{z_b \times \overline{\sigma}_s} = 6,96 \text{ cm}^2$$

• **En travée :**

- **E.L.U :**

Les résultats obtenus par SOCOTEC sont (Le moment utilisé est :  $M_u = 11,68 \text{ t.m/ml}$ )

Section d'armature comprimée :  $A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$ .

Section d'armature tendue :  $A_{st} = 14,19 \text{ cm}^2$ .

- **E.L.S :**

$$M_{Rb} = 17,94 \text{ t.m} \geq M_{\text{travée}} = 8,65 \text{ t.m/ml}$$

Donc:  $A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$ .

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{z_b \times \overline{\sigma}_s} = 18,83 \text{ cm}^2.$$

➤ **Condition de non fragilité :**

$$A_{S \text{ min}} > 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \times 100 \times 23 \times \frac{2,22}{500} = 2,348 \text{ cm}^2.$$

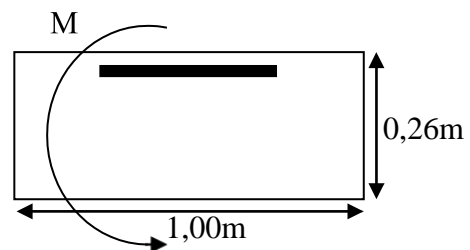
✓ **Section des armatures :**

$$A_s = \max (A_{s \text{ ult}} , A_{s \text{ ser}} , A_{s \text{ min}})$$

• **Sur appui :**

$$A_s = \max (4,9 ; 6,96 ; 2,348) = 6,96 \text{ cm}^2$$

**Soit : 5HA14 (7,7 cm<sup>2</sup>).**



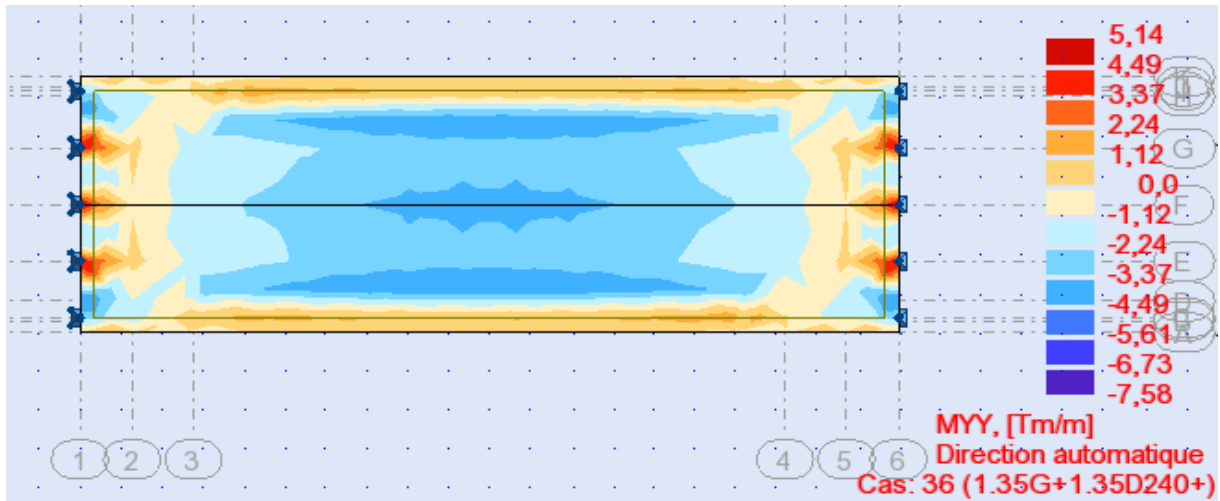
- En travée :

$$A_s = \max (14,19 ; 18,83 ; 2,348) = 18,83 \text{ cm}^2$$

Soit : 5HA25 (24,54 cm<sup>2</sup>).

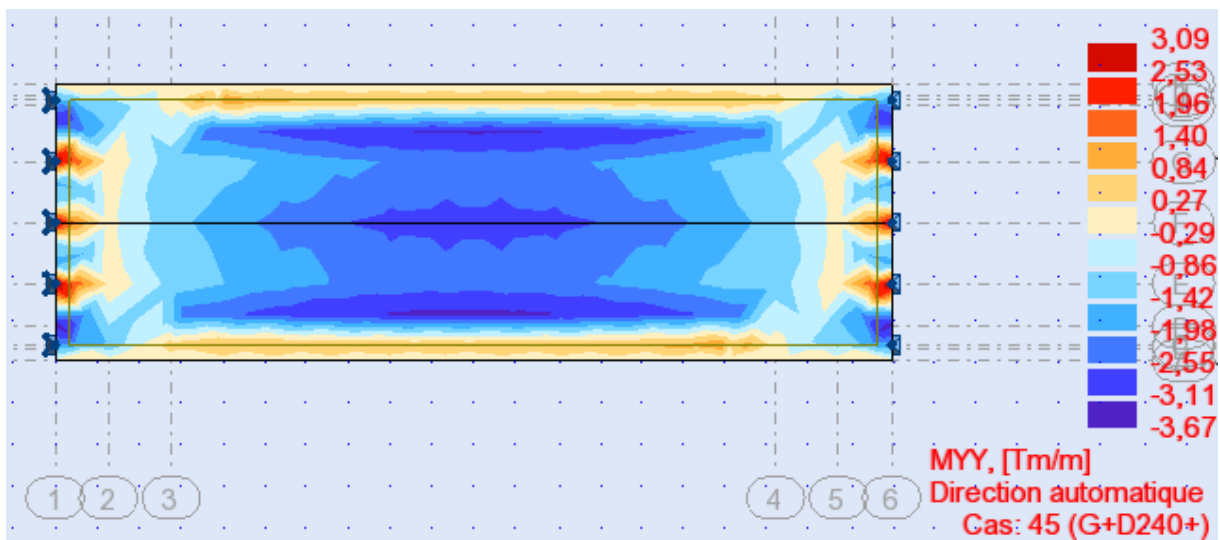
**9.2.2. Etude de la flexion longitudinale :**

**E.L.U:** (1.35G+1.35D240).....ROBOT.



**Figure 9.3.** Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle E.L.U.

**E.L.S:** (G+D240).....ROBOT.



**Figure 9.4.** Distribution du moment fléchissant transversal sur la dalle E.L.S.

- **Moment sur appui :**

$$M_{u \text{ appui}} = 5,14 \text{ t.m}$$

$$M_{s \text{ appui}} = 3,09 \text{ t.m}$$

- **Moment en travée :**

$$M_{u \text{ travée}} = 7,58 \text{ t.m}$$

$$M_{s \text{ travée}} = 3,67 \text{ t.m}$$

a) **Ferraillage sous la flexion transversale :**

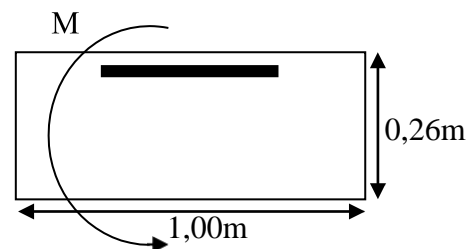
- **Sur appui :**

- **E.L.U :**

Le ferraillage à l'ELU se fait par le logiciel SOCOTEC avec les hypothèses suivantes :

- ✓ Calcul de ferraillage en flexion simple ;
- ✓ Fissuration préjudiciable ;
- ✓ Béton  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$  ;
- ✓ Acier FeE 500 MPa ;
- ✓ Section rectangulaire.

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 100 \text{ cm} \\ h = 26 \text{ cm} \\ d = 23 \text{ cm} \end{array} \right.$$



Les résultats obtenus par SOCOTEC sont : (Le moment utilisé est  $M_u = 5,14 \text{ t.m/ml}$ )

Section d'armature comprimée :  $A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$ .

Section d'armature tendue :  $A_{st} = 5,87 \text{ cm}^2$ .

- **E.L.S :**

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6. f_{c28} = 16,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \overline{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} f_e ; 150\eta \right\} \quad \eta = 1,6 \text{ (fissuration préjudiciable)}$$

$$\sigma_s = \overline{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} 500 ; 150.1,6 \right\} = 240 \text{ MPa}$$

$$\overline{\alpha} = \frac{n \times \overline{\sigma}_{bc}}{n \times \overline{\sigma}_{bc} + \overline{\sigma}_s} = 0,503$$

$$z_b = d \left( 1 - \frac{\overline{\alpha}}{3} \right) = 19,144 \text{ cm.}$$

$$M_{Rb} = \frac{\overline{\alpha}}{2} \times \left( 1 - \frac{\overline{\alpha}}{3} \right) \times b \times d^2 \times \overline{\sigma}_{bc}$$

$$M_{Rb} = 17,94 \text{ t.m} \geq M_{\text{appui s}} = 3,09 \text{ t.m/ml} \quad \Rightarrow A_{sc} = 0 \text{ cm}^2.$$

Donc:  $A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$ .

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{Z_b \times \sigma_s} = 6,72 \text{ cm}^2.$$

• **En travée :**

- **E.L.U :**

Les résultats obtenus par SOCOTEC sont (Le moment utilisé est :  $M_u = 7,58 \text{ t.m/ml}$ )  
Section d'armature comprimée :  $A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$ .

Section d'armature tendue :  $A_{st} = 8,85 \text{ cm}^2$ .

- **E.L.S :**

$$M_{Rb} = 17,94 \text{ t.m} \geq M_{travée s} = 3,67 \text{ t.m/ml}$$

Donc:  $A_{sc} = 0$ .

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{Z_b \times \sigma_s} = 7,98 \text{ cm}^2$$

➤ **Condition de non fragilité :**

$$A_{S \min} > 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \times 100 \times 23 \times \frac{2,22}{500} = 2,348 \text{ cm}^2.$$

✓ **Section des armatures :**

$$A_s = \max (A_{sult} , A_{s \text{ ser}} , A_{s \text{ min}} )$$

• **Sur appui :**

$$A_s = \max (5,87 ; 6,72 ; 2,348 ) = 6,72 \text{ cm}^2.$$

**Soit : 5HA14 (7,7 cm<sup>2</sup>).**

• **En travée :**

$$A_s = \max (8,85 ; 7,98 ; 2,348) = 8,85 \text{ cm}^2.$$

**Soit : 5HA16 (10,05 cm<sup>2</sup>).**

✓ **Espacement**

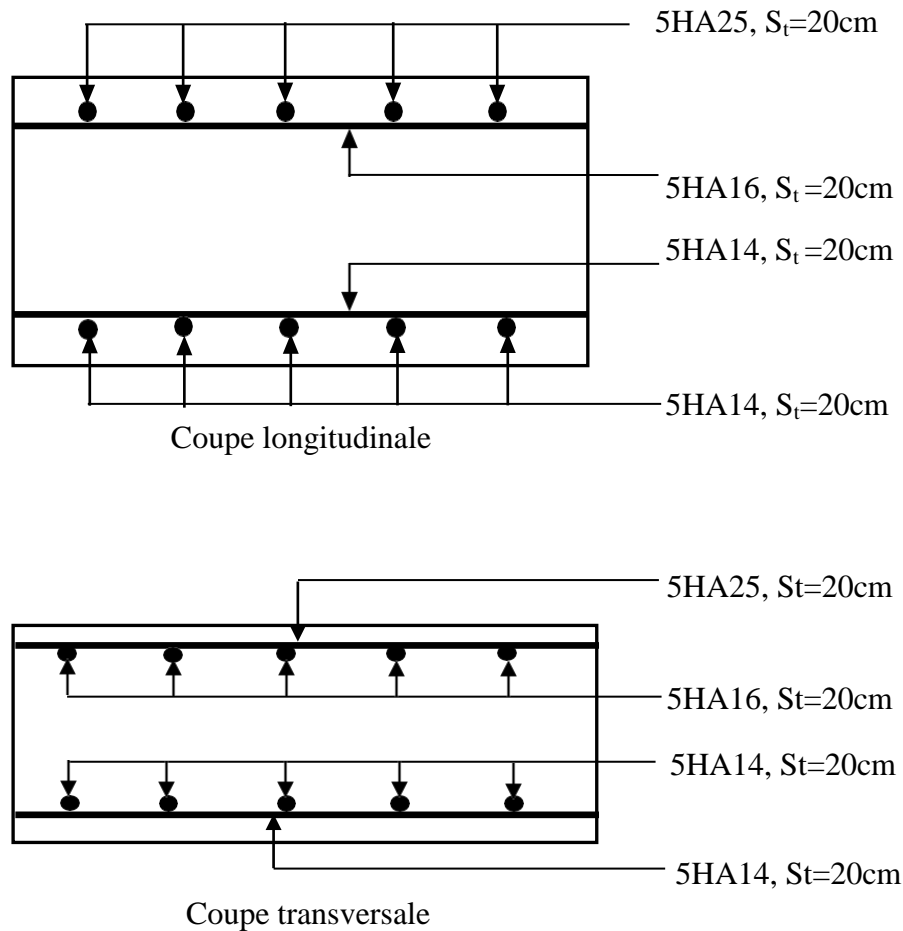
$$\text{Suivant X : } S_t \leq \text{Min}\{2h; 22\text{cm}\} = \text{Min}\{2 \times 26 ; 22\text{cm}\} = 22\text{cm}.$$

$$\text{Suivant y : } S_t \leq \text{Min}\{3h; 33\text{cm}\} = \text{Min}\{2 \times 26 ; 33\text{cm}\} = 33\text{cm}.$$

On prend  $S_t = 20 \text{ cm}$ .



### 9.3. Schéma de ferrailage de la dalle :



**Figure 9.5.** Schéma de ferrailage de la dalle.

### 9.4. Étude de l'entretoise d'about :

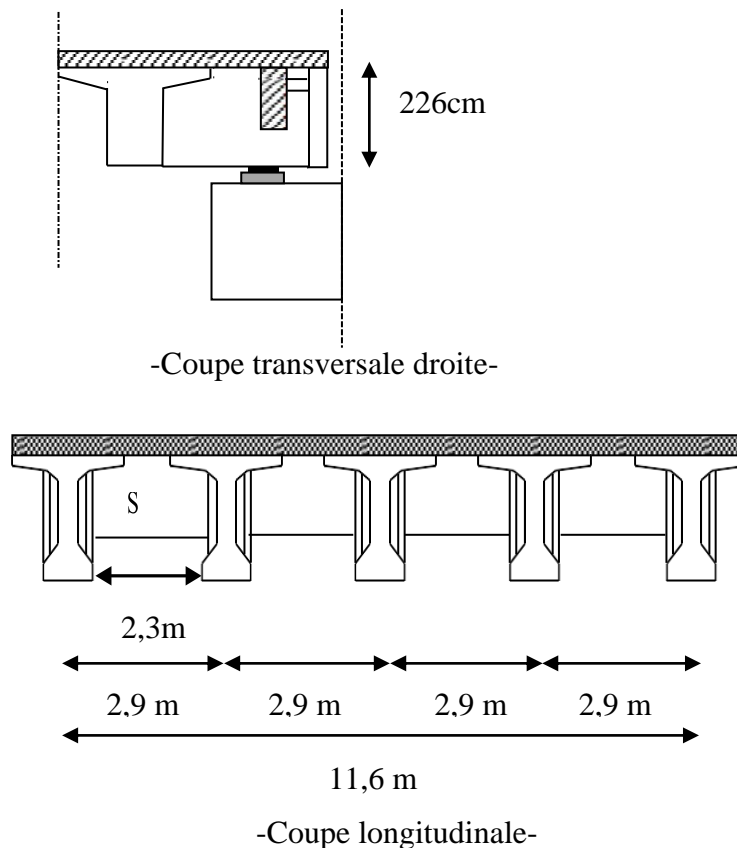
Les entretoises sont des poutres disposées transversalement, perpendiculaires à l'axe longitudinal de la chaussée, ces poutres assurent l'assemblage et le chaînage des poutres.

L'entretoise d'about empêche le déversement des poutres et assure la répartition des surcharges et des poids sur les poutres.

Les entretoises d'about sont des éléments nécessaires pour faciliter le levage du tablier dans le cas des travaux d'entretien et de remplacement des appareils d'appuis.

### 9.4.1. Dimensions de l'entretoise :

L'entretoise a une hauteur de 180cm, une largeur de 35cm et une longueur de 11,6 m.



**Figure 9.6.** Dimensions de l'entretoise.

### 9.4.2. Calcul de l'entretoise:

L'entretoise est calculée sous les sollicitations qui se résultent lors du levage du tablier, ceci est réalisé par l'utilisation des vérins disposés entre les poutres.

Lors de levage, les surcharges retirées sont inexistantes. L'entretoise ne subit que son poids propre et la charge due au tablier, elle est calculée comme une poutre continue reposant sur plusieurs appuis (vérins).

#### 9.4.2.1. Calcul des efforts :

##### a. le poids propre :

$$S_{\text{net}} = (1,8 \times 2,3) - (0,09 + 0,0225) = 4,0275 \text{ m}^2.$$

$$P_{\text{net}} = 4,0275 \times 0,35 \times 2,5 \times 4 = 14,096 \text{ t.}$$

$$P_{\text{ent}} = \frac{14,096}{11,6} = 1,215 \text{ t/poutre.}$$

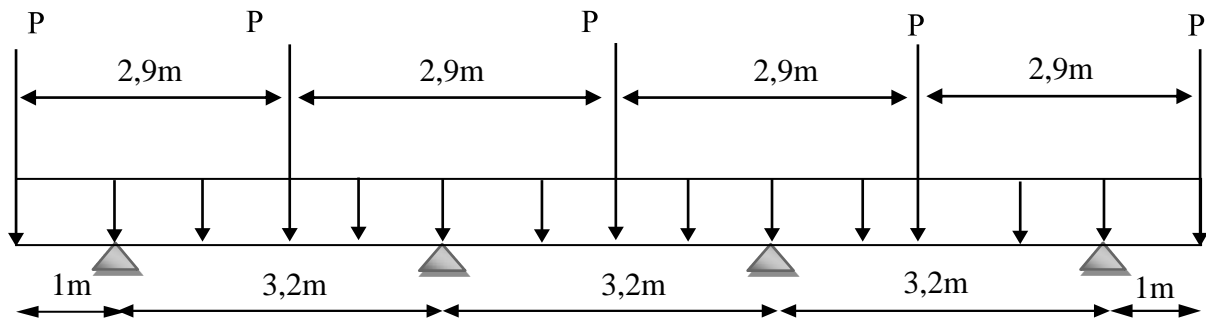
### b. L'effort du au tablier :

$$G_{\text{tab}} = G_{\text{tot tab}} - G_{\text{ent}} = 945,44 - 28,192 = 917,248 \text{ t.}$$

$$P_{\text{tab}} = \frac{917,248}{2} = 458,624 \text{ t/entretoise.}$$

$$P_{\text{tab}} = \frac{458,624}{5} = 458,624 \text{ t/poutre.}$$

### 9.4.2.2. Emplacement des vérins :

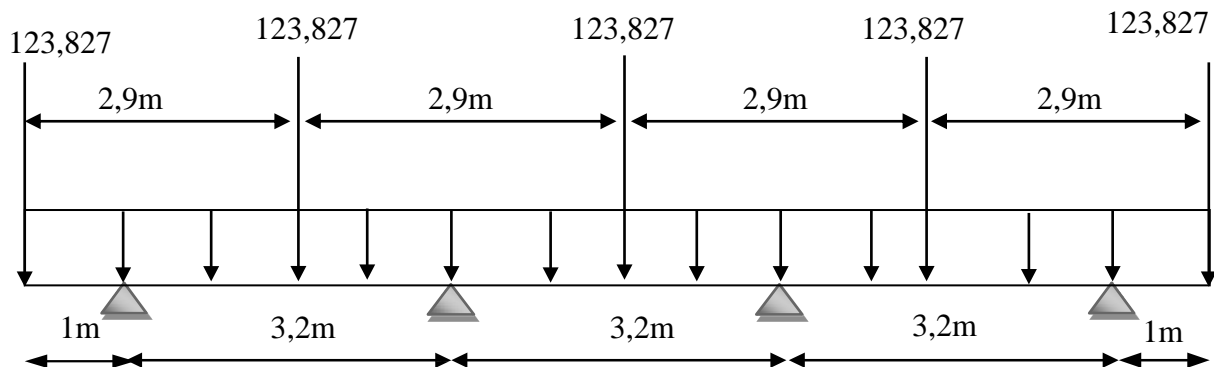


### 9.4.2.3. Calcul des sollicitations :

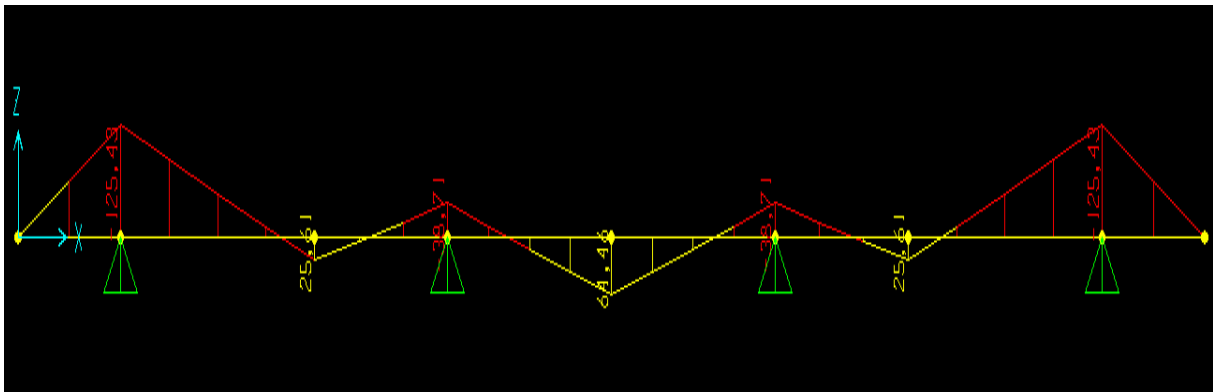
Les sollicitations seront calculées en utilisant le logiciel **SAP2000**, en assimilant l'entretoise à une poutre continue soumise aux charges suivantes :

	Le poids propre(t/ml)	L'effort dû au tablier(t)
<b>E.L.U</b>	1,35 x 1,215 = 1,640	1,35 x 91,724 = 123,827
<b>E.L.S</b>	1,215	91,724

### E.L.U :



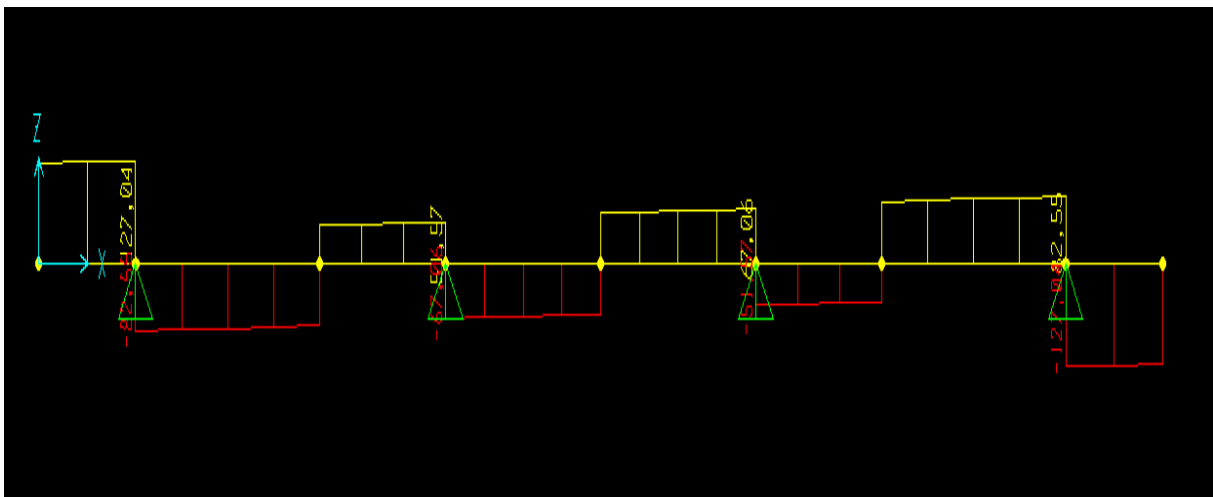
◆ Diagramme des moments :



$$M_u \text{ appui} = 125,43 \text{ t.m}$$

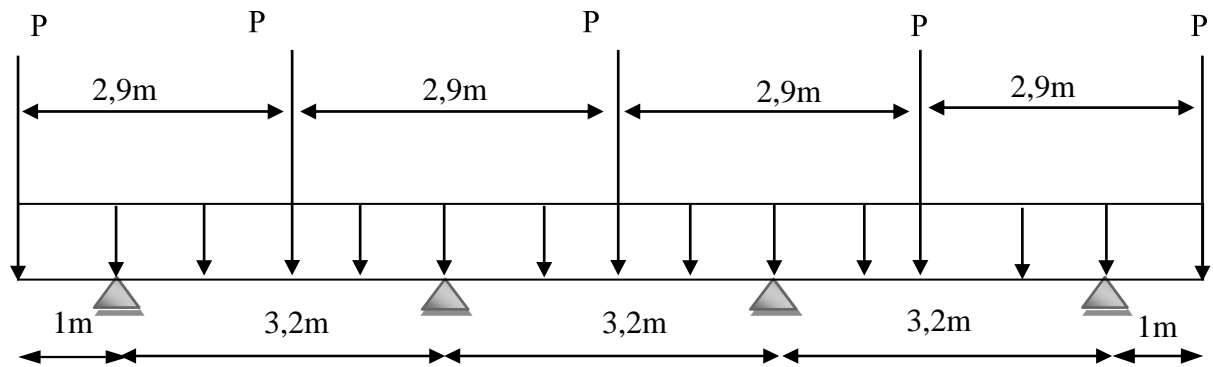
$$M_u \text{ travée} = 64,46 \text{ t.m}$$

◆ Diagramme des efforts tranchants :

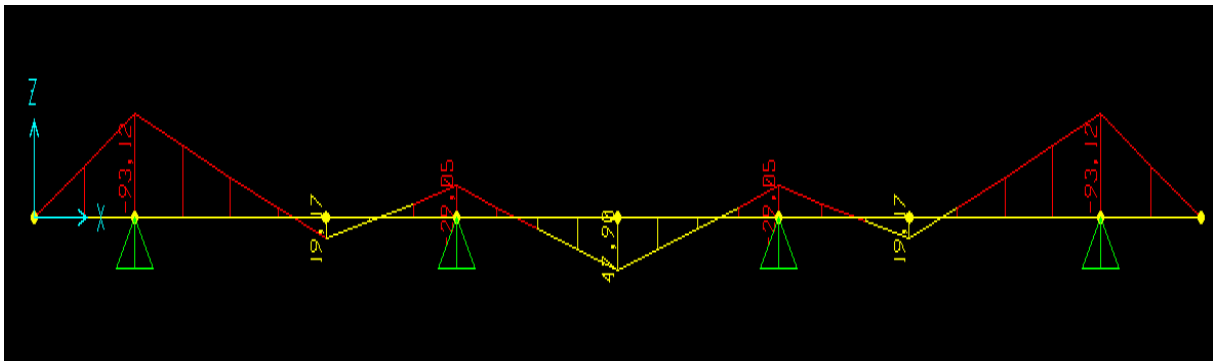


$$T_{\max} = 127,04 \text{ t}$$

**E.L.S :**



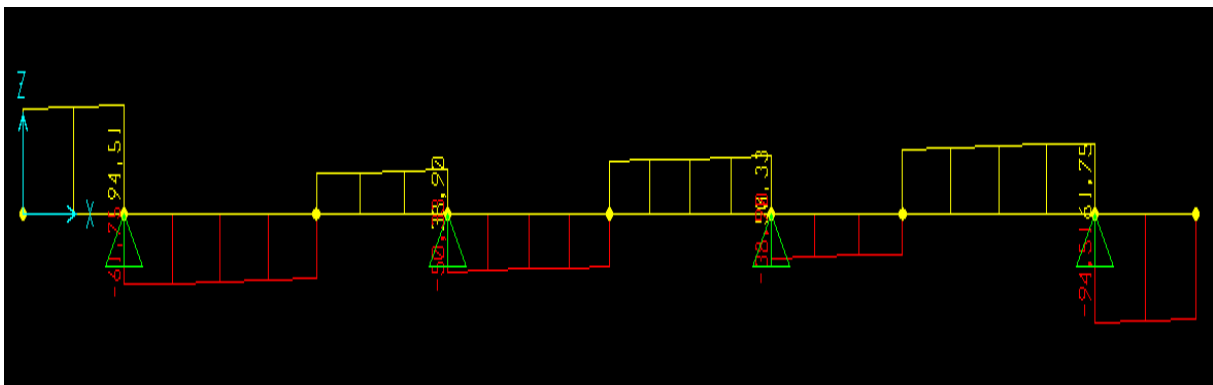
◆ **Diagramme des moments :**



$$M_s \text{ appui} = 93,12 \text{ t.m}$$

$$M_s \text{ travée} = 47,90 \text{ t.m}$$

◆ **Diagramme des efforts tranchants :**



$$T_{\max} = 94,51 \text{ t}$$

### 9.4.3. Ferrailage de l'entretoise :

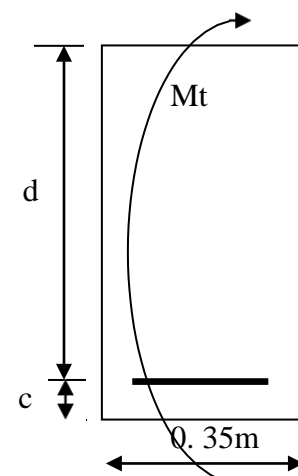
▪ **Hypothèses :**

- ✓ Fissuration préjudiciable.
- ✓ Acier FeE 500.
- ✓  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$ .
- ✓  $\gamma_b = 1,5$  et  $\gamma_b = 1,15$ .
- ✓  $b = 0,35 \text{ m}$  ;  $d = 1,75 \text{ m}$  ;  $c = 0,05 \text{ m}$

• **En travée :**

$$M_u = 64,46 \text{ t.m.}$$

$$M_s = 47,90 \text{ t.m.}$$



$$\gamma = \frac{M_u}{M_s} = \frac{64,46}{47,90} = 1,345 \text{ MPa}$$

- **E.L.U :**

$$f_{bu} = \frac{0,85f_{c28}}{\gamma_b} = 15,3 \text{ MPa.}$$

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 435 \text{ MPa.}$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \times d^2 \times f_{bu}} = \frac{64,46 \times 10^{-2}}{0,35 \times 1,75^2 \times 15,3} = 0,0393$$

$$\mu_{bu} = 0,0393 < \mu_{bu} = 0,392 \Rightarrow A_{sc} = 0 \text{ cm}^2.$$

La section sera ferrailée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,0497$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,980$$

$$A_s = \frac{M_u}{\beta \times d \times f_{su}} = \frac{64,46 \times 10^{-2}}{0,98 \times 1,75 \times 435} = 8,46 \text{ cm}^2.$$

- **E.L.S :**

$$\bar{\sigma}_b = 0,6. f_{c28} = 16,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \bar{\sigma}_s = \text{Min}\left\{\frac{2}{3}f_e; 150\eta\right\} \quad \eta = 1,6 \text{ (fissuration préjudiciable)}$$

$$\sigma_s = \bar{\sigma}_s = \text{Min}\left\{\frac{2}{3}. 500; 150.1,6\right\} = 240 \text{ MPa}$$

$$M_u = \mu_u \times b \times d^2 \times f_{bu}$$

$$M_u = 0,392 \times 0,35 \times 1,75^2 \times 16,2 = 6,807 \text{ MN.m.}$$

$$M_s = \frac{M_u}{\gamma} = \frac{6,807}{1,345} = 5,060 \text{ MN.m.}$$

$$M_{s \text{ travée}} = 0,4790 \text{ MN.m} \leq M_s = 5,060 \text{ MN.m.}$$

$$\mu_s = \frac{M_s}{b \times d^2 \times \bar{\sigma}_b} = \frac{47,9 \times 10^{-2}}{0,35 \times 1,75^2 \times 16,2} = 0,027$$

$$\alpha = 1,5 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_s} \right) = 0,055$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,978$$

$$A_s = \frac{\alpha \times b \times d \times \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} = \frac{0,055 \times 0,35 \times 1,75 \times 16,2}{2 \times 240} = 11,37 \text{ cm}^2.$$

$$A_s = 11,37 \text{ cm}^2 > A_u = 8,46 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_s = \mathbf{11,37 \text{ cm}^2}.$$

- **Sur appui :**

$$M_u = 125,43 \text{ t.m.}$$

$$M_s = 93,12 \text{ t.m.}$$

$$\gamma = \frac{M_u}{M_s} = \frac{125,43}{93,12} = 1,35$$

- **E.L.U :**

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \times d^2 \times f_{bu}} = \frac{125,43 \times 10^{-2}}{0,35 \times 1,75^2 \times 15,3} = 0,0764$$

$$\mu_{bu} = 0,0764 < \mu_{bu} = 0,392 \Rightarrow A_{sc} = \mathbf{0 \text{ cm}^2}.$$

La section sera ferrailée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25 \left( 1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}} \right) = 0,0994$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,9602$$

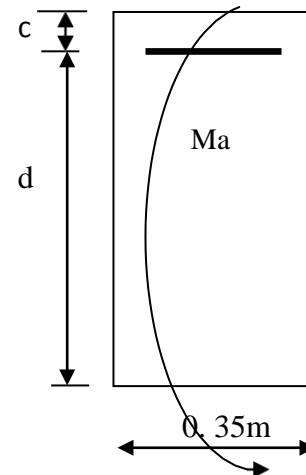
$$A_s = \frac{M_u}{\beta \times d \times f_{su}} = \frac{125,43 \times 10^{-2}}{0,9602 \times 1,75 \times 435} = 17,15 \text{ cm}^2.$$

- **E.L.S :**

$$M_s = \frac{M_u}{\gamma} = \frac{6,807}{1,345} = 5,060 \text{ MN.m.}$$

$$M_{s \text{ appui}} = 0,9312 \text{ MN.m} \leq M_s = 5,060 \text{ MN.m} \Rightarrow A_{sc} = \mathbf{0}$$

$$\mu_s = \frac{M_s}{b \times d^2 \times \bar{\sigma}_b} = \frac{93,12 \times 10^{-2}}{0,35 \times 1,75^2 \times 16,2} = 0,0536$$



$$\alpha = 1,5 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_s} \right) = 0,1113$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,9554$$

$$A_S = \frac{\alpha \times b \times d \times \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} = \frac{0,0536 \times 0,35 \times 1,75 \times 16,2}{2 \times 240} = 23,007 \text{ cm}^2.$$

$$A_S = 23,007 \text{ cm}^2 > A_u = 17,15 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_S = \mathbf{23,007 \text{ cm}^2}.$$

✓ **Condition de non fragilité :**

$$A_{S \min} > 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times f_{c28} = 2,22 \text{ MPa}.$$

$$A_{S \min} > 0,23 \times 0,35 \times 1,75 \times 10^4 \times \frac{2,22}{500}$$

$$A_{S \min} > 6,255 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots (\text{cv}).$$

$$\begin{cases} A_{S \text{ travée}} = 11,37 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4\text{HA}20(12,57 \text{ cm}^2). \\ A_{S \text{ appui}} = 23,007 \text{ cm}^2 \Rightarrow 5\text{HA}25(24,54 \text{ cm}^2). \end{cases}$$

✓ **Les armatures transversales :**

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d} \leq \bar{\tau}_u$$

$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ \frac{0,15}{\gamma_b} \times f_{c28}, 3 \right\}$$

$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ \frac{0,15}{1,5} \times 27, 3 \right\} = 2,7 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = \frac{127,04}{0,35 \times 1,75} \times 10^{-2} = 2,074 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 2,074 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_u = 2,7 \text{ MPa}.$$

$\Rightarrow \alpha = 90^\circ$  (Les armatures droites sont suffisantes).

$$\frac{A_t}{b \times S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \times K \times f_{t28}}{0,9 \times f_e (\cos \alpha + \sin \alpha)} \quad k = 1 (\text{flexion simple})$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{0,35(2,074 - 0,3 \times 1 \times 2,22)}{0,9 \times 500(0+1)}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{1}{9,132}$$

Pourcentage minimal :

$$\frac{A_t}{b \times S_t} \times f_e > \text{Max} \left\{ \frac{\tau_u}{2}; 0,4 \right\} = 1,037 \text{ MPa}$$



$$\frac{A_t}{S_t} > \frac{1}{13,776}$$

$$\frac{1}{9,132} > \frac{1}{13,776} \dots\dots\dots (cv)$$

Choix des armatures :

$$\emptyset \leq \text{Min} \left\{ \emptyset_L; \frac{h}{35}; \frac{b}{10} \right\}$$

{ sur appuis :  $\emptyset \leq \text{Min}\{25; 50; 35\} \Rightarrow \emptyset \leq 25 \text{ mm.}$

{ en travée :  $\emptyset \leq \text{Min}\{20; 50; 35\} \Rightarrow \emptyset \leq 20 \text{ mm.}$

On prend :  $S_t = 15 \text{ cm} \Rightarrow A_t = \mathbf{1,64 \text{ cm}^2}$ , soit **4 HA 10 (3,14 cm<sup>2</sup>)**.

- **Les armatures de peau :**

Les deux nappes d'armatures calculées ci-dessus par les moments de flexion sont placées dans les parties supérieure et inférieure de l'entretoise, elles empêchent la fissuration dans leurs voisinages mais pas celle pouvant apparaître dans le béton tendu existant entre ces deux nappes à savoir que la hauteur de l'entretoise est grande.

Pour éviter ce problème, on doit ajouter des armatures supplémentaires dites armatures de peau placées le long de la paroi de chaque côté de la nervure de l'entretoise.

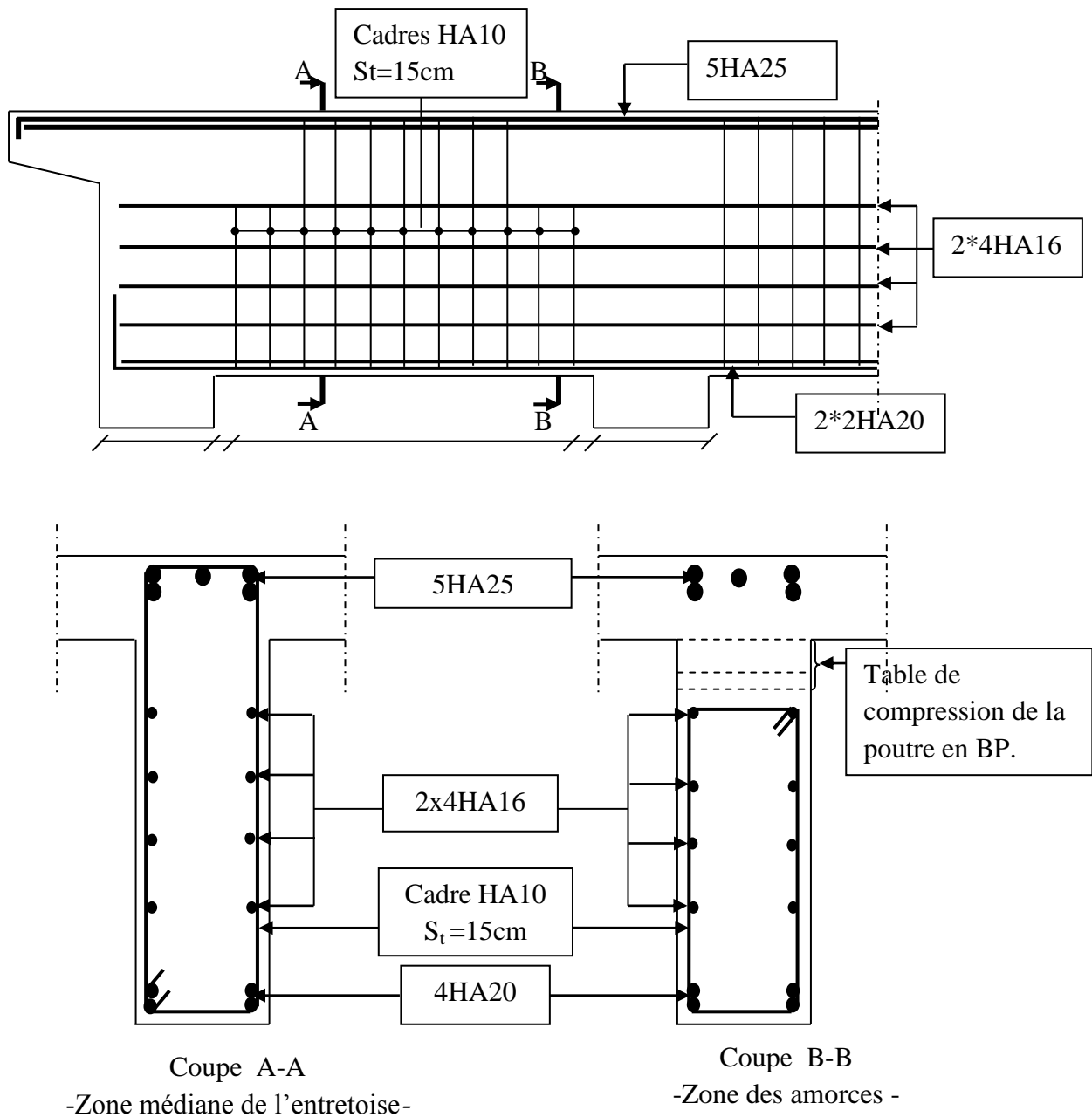
Selon les règles B.A.E.L [7], ces armatures ont une section d'au moins **3 cm<sup>2</sup>**

Par mètre de longueur de parement si la fissuration est considérée comme peu nuisible ou préjudiciable et **5 cm<sup>2</sup>** si la fissuration est considérée comme très préjudiciable.

Dans notre cas, la fissuration est préjudiciable, donc :

$$A_{s,peau} = 3 \times (2,06 + 2,06) = 12,36 \text{ cm}^2. \quad \text{Soit } \mathbf{8HA16} \text{ (16.08 cm}^2\text{)}$$

#### 9.4.4. Schéma de ferrailage de l'entretoise d'about :



**Figure 9.7.** Schéma de ferrailage de l'entretoise (tablier BP).

#### 9.5. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons étudié la dalle au premier lieu à partir des sollicitations déterminées par le logiciel robot, puis nous avons effectué l'étude de l'entretoise sous l'effet des sollicitations du tablier avec une présentation de tous les schémas de ferrailage.

# **Chapitre 10:**

## **Calcul des déformations.**

### 10.1. Introduction :

Une poutre isostatique simplement appuyée peut subir des déformations sous l'effet de son poids propre seul, d'autre part la mise en précontrainte l'une telle pièce engendre aussi des déformations (rotation, flèche, raccourcissement....etc.). Néanmoins, il est nécessaires que ces déformations puissent librement se produire sans toutefois modifier les efforts de précontrainte et par conséquent, l'état de précontraint résultant dans les diverses sections des appuis, pour cette raison les poutres seront posées sur des appuis élastiques en Néoprène (caoutchouc synthétique), permettent de tolérer les rotations et les déplacements d'appui.

### 10.2. Déformation de la poutre:

#### 10.2.1. Flèche due au poids propre:

Les flèches sont comptées positivement vers le bas et négativement vers le haut (contre flèche).

$$f_G = \frac{5 q_G \times L^4}{384 \times E_v \times I_G} = \frac{5 M_G \times L^2}{48 \times E_v \times I_G}.$$

$E_v$ : Module de déformation longitudinale différée.

$I_G$ : Moment d'inertie (poutre +hourdis).

$M_G$ :Moment fléchissant due au poids propre de la poutre avec hourdis.

$$M_G = 904,955 \text{ m}$$

$$E_v = 3700 \sqrt[3]{f_{c28}} = 3700 \sqrt[3]{41} = 12758,403 \text{ MPa}$$

$$I_G = 78837396,65 \text{ cm}^2$$

$$f_G = \frac{5 \times 904,955 \times (39)^2 10^8}{48 \times 12758,403 \times 78837396,65} = 14,254 \text{ cm}$$

#### 10.2.2. Flèche due à la surcharge:

Pour simplifier les calculs, on considère que les surcharges sont uniformément réparties.

$$M_{\text{sur}} = M_T - M_G$$

$M_T$ : Moment maximum à E. L. S.

$$M_{\text{sur}} = 1437,229 - 904,955 = 532,274 \text{ t. m.}$$

$$f_s = \frac{5 \times 532,274 \times (39)^2 \times 10^8}{48 \times 12758,403 \times 78837396,65} = 8,384 \text{ cm.}$$

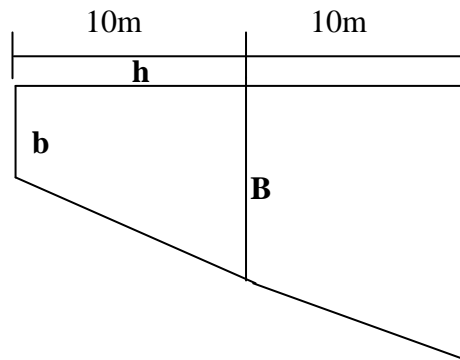
### 10.2.3. Contre flèche :

Pour une poutre de portée (L), soumise à un moment dont le diagramme est symétrique par rapport à l'axe de la poutre, la flèche à mi- portée est donnée par:

$$-f_s = \int_0^L \frac{M_x}{EI} dx$$

$M_x dx$ : le moment statique par rapport à l'appui de gauche de l'aire limitée par le diagramme des moments de précontrainte dans chaque section et l'axe horizontal de référence sur la demi-largeur.

Pour une poutre précontrainte, le diagramme des moments est de la forme suivante:



**Figure 10.1.** diagramme des moments dans une poutre.

Dans la section considérée, on a:

$$M_i = N_i \times e_i \quad N_i = P \times \sum \cos \alpha_i.$$

Pour le calcul de (N) dans chaque section, on prendra comme contrainte la moyenne entre la tension initiale et la tension finale en service.

$$\text{Donc : } p = \sigma_{pm} \times A_p = \frac{\sigma_{pi} + \sigma_{ps}}{3} A_p.$$

$\sigma_{pi}$ : contrainte initiale.

$\sigma_{ps}$ : contrainte en service (finale).

$$\sigma_{ps} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{pt}$$

Dans un trapèze (h, b, B), la distance (x) de son centre de gravité à la plus petite base est:

$$X_i = \frac{h(2B + b)}{3(B + b)}$$

Section	$\sigma_{pi}$	$\sigma_{ps}$	$\sigma_{pm}$	$P_i(\text{MN})$	$\sum \cos \alpha i$	$N_i$	$e_{pi}(\text{m})$	$M_{pi}(\text{MN} \cdot \text{m})$
<b>X=0,00m</b>	1326,7	1179,7	1253,2	1,4806	3,872	5,7329	-0,483	-2,7689
<b>X=10m</b>	1291,9	1015,6	1153,7	1,3631	5,98	8,1513	-1,428	-11,6401
<b>X=20m</b>	1357,3	1077,3	1217,3	1,4392	6	8,6352	-1,4774	-12,7576

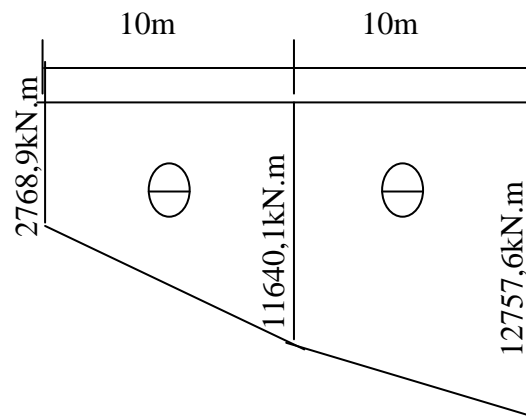


Figure 10.2. diagramme des moments sous la précontrainte.

◆ **Trapèze (1)**

$$X_1 = \frac{10 \times (2 \times 11640,1 + 2768,9)}{3(11640,1 + 2768,9)} = 6,026 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{EI} \int_0^{10} M x dx = \frac{X_1 A_1}{EI} = 6,026 \times \frac{(11640,1 + 2768,9) \times 10}{2 \times EI} = \frac{434143,17}{EI}$$

◆ **Trapèze (2)**

$$X_2 = \frac{10 \times (2 \times 11640,1 + 12757,6)}{3 \times (11640,1 + 12757,6)} + 10 = 14,923 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{EI} \int_{10}^{20} M x dx = \frac{X_2 A_2}{EI} = 14,923 \times \frac{(11640,1 + 12757,6) \times 10}{2 \times EI} = \frac{1820434,386}{EI}$$

$$\Rightarrow f_p = - \frac{(434143,17 + 1820434,386) \cdot 10^{11}}{12758,403 \times 78837396,65 \times 10^4} = - 22,414 \text{ cm}$$

Le signe (–) montre que la flèche est dirigée vers le haut.

- **Fleche totale :**

En service à vide:

$$f = f_p + f_G + \frac{3}{4}(f_p - f_G) = \frac{3}{4}(14,254 - 22,414) = -6,120 \text{ cm} \leq \frac{L}{300} = \frac{3900}{300} = 13 \text{ cm} \dots \text{CV}$$

En service sous charge:

$$f = f_G + f_p + f_s = 14,254 - 22,414 + 8,384 = 0,224 \text{ cm} \leq \frac{L}{300} = \frac{3900}{300} = 13 \text{ cm} \dots \text{CV}$$

### 10.3. Calcul des rotations :

#### 10.3.1. Sous le poids propre :

La rotation ( $\beta$ ) à l'appui est donnée par l'expression suivante:

$$\beta_G = \frac{q_G L^3}{24 E_v I_G} = \frac{M_G \cdot L}{3 E_v I_G}$$

$$\beta_G = \frac{904,955 \times 39 \times 10^6}{3 \times 12758,403 \times 78837396,65} = 11,696 \times 10^{-3} \text{ rd}$$

#### 10.3.2. Sous les surcharges :

$$\beta_s = \frac{(532,274 \times 39 \times 10^6)}{3 \times 12758,403 \times 78837396,65} = 6,879 \times 10^{-3} \text{ rd}$$

#### 10.3.3. Sous la précontrainte :

$$\beta_p = -\frac{1}{EI} \int M_x dx = -\frac{\sum A_i}{EI}$$

$A_i$  : aire des trapèzes sur toute la longueur de la poutre

$$\beta_p = -\frac{\sum A_i}{EI} = -\frac{2 \times \left[ \frac{(2768,9 + 11640,1)}{2} \times 10 + \frac{(11640,1 + 12757,6)}{2} \times 10 \right] \cdot 10^5}{2 \times 12758,403 \times 78837396,65}$$

$$\beta_p = -19,29 \times 10^{-3} \text{ rd}$$

### 10.4. Rotation résultante :

\*A vide :  $\beta = \beta_G + \beta_p = 11,696 \times 10^{-3} - 19,29 \times 10^{-3} = -7,594 \times 10^{-3} \text{ rd}$

\*En charge:

$$\beta = \beta_G + \beta_p + \beta_s = 11,696 \times 10^{-3} - 19,29 \times 10^{-3} + 6,879 \times 10^{-3} = -0,715 \times 10^{-3} \text{ rd}$$

**10.5. Calcul des déplacements d'appuis :****10.5.1. Déplacement du à la rotation :**

$$\Delta_{\beta} = \frac{\beta \cdot h}{2} = \frac{-7,594 \times 10^{-3} \cdot 200}{2} = -0,759 \text{ cm}$$

**10.5.2. Déplacement du au retrait :**

La valeur moyenne du retrait étant :  $\varepsilon_r = 3 \cdot 10^{-4}$ .

$$\Rightarrow \Delta_r = \frac{\varepsilon_r \cdot L}{2} = \frac{3 \cdot 10^{-4} \times 3900}{2} = 0,585 \text{ cm}$$

**10.5.3. Déplacement du au fluage :**

$$\Delta_{flu} = \frac{\varepsilon_{flu} \times L}{2}$$

**Avec :** 
$$\varepsilon_{flu} = \frac{2 \cdot \sigma_b}{Ei}$$

$\sigma_b$ : contrainte finale dans le béton au niveau du centre de gravité du câble moyen.

$$\varepsilon_{flu} = \frac{2 \times 16,4}{37930,389} = 8,647 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \Delta_{flu} = \frac{8,647 \times 10^{-4} \times 39}{2} = 1,68 \text{ cm}$$

**10.5.4. Déplacement du à la variation de la température :**

$$\Delta_t = \frac{L}{10000} = \frac{39}{10000} = 0,39 \text{ cm}$$

**10.5.5. Déplacement total :**

$$\Delta_{\max}^+ = \Delta_{\beta} + \Delta_r + \Delta_{flu} + \Delta_t = -0,759 + 0,585 + 1,68 + 0,39 = 1,506 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\max}^+ = 1,506 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\max}^- = \Delta_{\beta} + \Delta_r + \Delta_{flu} - \Delta_t = -0,759 + 0,585 + 1,68 - 0,39 = 1,116 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\max}^- = 1,116 \text{ cm}$$

**10.6. Conclusion :**

Ce chapitre a été réservé au calcul des déformations et des déplacements au niveau d'appuis, les résultats obtenus ont montré la vérification des valeurs de la flèche ainsi que des déplacements et des rotations obtenus.



# **Chapitre 11:**

## **Étude des équipements.**

### 11.1. Introduction :

Les tabliers des ponts reposent en général, sur leurs appuis (piles et culées) par l'intermédiaire d'appareils d'appui, conçus pour transmettre des efforts essentiellement verticaux, ou à la fois, des efforts verticaux et des efforts horizontaux.

Il existe essentiellement quatre types d'appareils d'appui à savoir :

- ✓ Les articulations en béton ;
- ✓ Les appareils d'appui en élastomère fretté,
- ✓ Les appareils d'appui spéciaux,
- ✓ Les appareils d'appui métalliques.

Notre choix a été porté sur des appareils d'appui en élastomère fretté.

### 11.2. L'étude des équipements :

#### 11.2.1. Les appareils d'appuis en élastomère fretté :

Ils sont constitués par un empilage de feuilles d'élastomère (en général, du néoprène de tôles d'acier jouant le rôle de frettes, la liaison entre les tôles et le néoprène étant obtenue par (adhésion) au moment de la vulcanisation. L'épaisseur des frettes est comprise entre 1 et 3mm, et l'épaisseur des feuilles de néoprène est, en général de 8,10 ou 12mm (parfois 20 mm).

Ce type d'appareil d'appui est le plus couramment employé pour tous les ouvrages en béton.

Le principal intérêt de ces appareils d'appui, en dehors de leur coût relativement modéré, réside dans leur déformabilité vis-à-vis des efforts qui les sollicitent : ils reprennent élastiquement les charges verticales, les charges horizontales et les rotations.

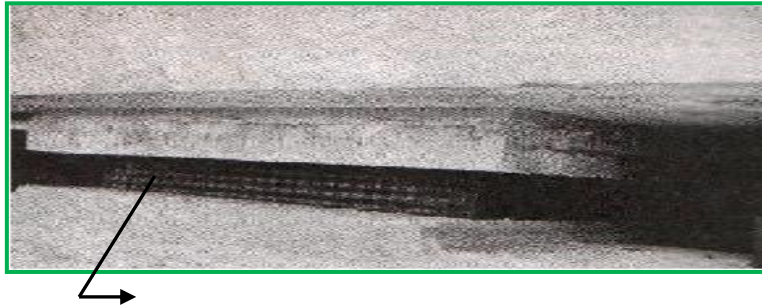
Mais ces déformations s'accompagnent de contraintes de cisaillement à l'intérieur des feuillettes de néoprène qu'il convient de limiter pour éviter leur dégradation.

Pour la liaison entre la poutre et ces supports on a choisi des appareils d'appuis en élastomère fretté à cause des avantages qu'ils présentent :

- ✓ Facilité de mise en œuvre.
- ✓ Facilité de réglage et de contrôle.
- ✓ Ils transmettent des charges normales à leur plan, et ils permettent en même temps d'absorber par rotation et distorsion les déformations et translations de la structure.

- **Les avantages :**

- ✓ Ils sont économiques ;
- ✓ Ils permettent de répartir les efforts horizontaux entre plusieurs appuis ;
- ✓ Ils n'exigent aucun entretien.

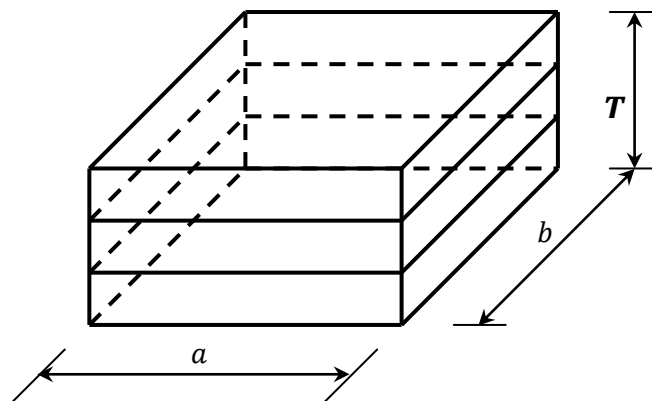


**Figure. 11. 1. Appareil d'appui en élastomère fretté**

### 11.2.2. Dimensionnement :

Le dimensionnement des appareils est essentiellement basé sur la limitation des contraintes de cisaillement qui se développent dans l'élastomère au niveau des plans de frettage et qui sont dues aux efforts appliqués ou aux déformations imposées à l'appui.

La détermination de ces contraintes a fait l'objet de plusieurs théories qui sont toutes basées sur l'incompressibilité de l'élastomère. Les expressions permettant de calculer la valeur des contraintes sont fonction du module de cisaillement  $G$ . [13]



**Figure 11.2. Appareil d'appuis.**

#### a. Aire de l'appareil d'appui :

D'après la condition de non écrasement :

$$\sigma_m \geq \frac{N_{\max}}{a \cdot b}$$

Avec :

$\sigma_m$  : Contrainte moyenne de compression, elle est limitée à 15Mpa.

a : Longueur de l'appareil d'appui (perpendiculaire à l'axe de la poutre).

b: Largeur de l'appareil d'appui (Parallèle à l'axe de la poutre).

$N_{\max}$ : Effort normal sur l'appareil d'appuis, (effort tranchant dans la poutre).

$$a \cdot b \geq \frac{N_{\max}}{\sigma_m}$$

$$N_{\max} = 102,6932 \text{ t} \quad \Rightarrow a \cdot b \geq 0.06846 \text{ m}^2$$

### b. Hauteur nette de l'élastomère :

La contrainte de cisaillement ( $\tau_H$ ) du l'effort horizontal doit vérifier la condition suivant :

$$\tau_H \leq 0,5 G$$

$$\tau_H = G \times \text{tg } \gamma = G \cdot \left(\frac{U}{T}\right)$$

Avec :

G : Module d'élasticité transversale.

Pour les ponts routiers:  $G = 80 \text{ t/m}^2$ .

U: Déformation lente dû au retrait, fluage et température.

$$U = 0,585 + 1,68 + 0,39 = 2,655 \text{ cm} .$$

$$\Rightarrow G \cdot \left(\frac{U}{T}\right) \leq 0,5 \times G \quad \Rightarrow T \geq \frac{U}{0,5} \quad \Rightarrow T \geq 5,31 \text{ cm}$$

On prend :  $T = 6 \text{ cm}$

Soit quatre six feuilles d'élastomère d'épaisseur = 10 cm .

### c. Dimensionnement en plan de l'appareil d'appui :

Il faut respecter :

- La condition de non-flambement.
- L'épaisseur minimale.

Donc :

$$\begin{cases} \frac{a}{10} \leq T \leq \frac{a}{5} \Rightarrow 5T \leq a \leq 10T \\ a \geq b \end{cases}$$

Alors :  $300 \text{ mm} \leq a \leq 600 \text{ mm}$

On prendra :  $a = 450\text{mm}$

Sachant que:  $a \times b \geq 0,0684\text{m}^2 \Rightarrow b \geq 152,132\text{mm}$

Soit :  $b = 400\text{mm}$

L'appareil d'appui à mettre en place sera donc :

$$a \times b \times n \times (t + t_s) = 450 \times 400 \times 6 \times (10 + 3)$$

### 11.3. Répartition des efforts sur les appuis:

#### 11.3.1. Action dynamique (efforts du au freinage):

##### a. Système B<sub>C</sub>:

Un seul camion est supposé freiné avec :  $H_{Bc} = 30\text{ t}$ .

Chaque appareil d'appui support une force de freinage :

$$H_{fr} = \frac{30}{2 \times 5} = 3\text{ t}$$

##### b. Système A(l) :

La force de freinage maximale est donnée par le cas de trois voies chargées.

$$H_{A(l)} = \frac{A}{20 + 0,0035.S}$$

$H_{A(l)} = F_A = 17,842\text{ t}$  (calculé dans le chapitre 4)

Chaque appareil d'appui support une force de freinage :

$$H_{fr} = \frac{17,842}{2 \times 5} = 1,7842\text{ t}$$

#### 11.3.2. Effort due au vent:

Le vent souffle horizontalement dans une direction normale à l'axe horizontal du pont, il développe une pression ( $p = 200\text{ Kg/m}^2$ ) sur toute la surface du pont.

$$S = 40 \times (2 + 0,26 + 0,25) = 100,4\text{ m}^2$$

$$H_{ve} = 0,2 \times \left( \frac{100,4}{2 \times 5} \right) = 2,008\text{ t}$$

**11.3.3. Effort due au séisme :**

Horizontalement :  $\varepsilon_h = 0,1G$

Verticalement :  $\varepsilon_v = \mp 0,05G$

Avec le poids propre du tablier :  $G = 945,44t$

$$\varepsilon_h = 0,1 \times 945,44 = 94,544 \text{ t}$$

$$\varepsilon_v = \mp 0,05 \times 945,44 = 47,272 \text{ t}$$

Chaque appareil d'appui support un effort de séisme:

$$\varepsilon_h = \frac{94,544}{2 \times 5} = 9,4544 \text{ t}$$

$$\varepsilon_v = \frac{47,272}{2 \times 5} = 4,7272 \text{ t}$$

**11.3.4. Effort due à la déformation (déplacements) :**

$$\Delta_{\max} = 1,506 \text{ cm} \quad \text{avec: } \varepsilon = \Delta_{\max}$$

On a le module d'élasticité transversale :  $G = 80 \text{ t/m}^2$

Et la hauteur nette de l'élastomère :  $T = 6 \text{ cm}$

Effort de longue durée :

$$\varepsilon = \frac{H \cdot T}{G \cdot a \cdot b} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{G \cdot a \cdot b \cdot \varepsilon}{T}$$

$$H = \frac{80(45 \times 40 \times 1,506)10^{-6}}{6 \times 10^{-2}} = 3,6144 \text{ t}.$$

**11.4. Vérification des appareils d'appui :****11.4.1. Calcul des contraintes de cisaillement :****a. Contrainte due à l'effort normal (N):**

$$\begin{cases} \tau_N = 1,5 \left( \frac{\tau_m}{\beta} \right) \\ \tau_m = \frac{N_{\max}}{a \cdot b} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \tau_N = 1,5 \left( \frac{N_{\max}}{\beta \cdot a \cdot b} \right)$$

$\beta$  : Coefficient de forme.

$$\beta = \frac{a \cdot b}{2t(a + b)} = \frac{45 \times 40}{2 \times 1(45 + 40)} = \mathbf{10,588}$$

$$\tau_N = 1,5 \left( \frac{102,6932 \times 10^{-2}}{10,588 \times 0,45 \times 0,40} \right) = 0,808 \text{ Mpa}$$

$$\tau_N = 0,808 < 3G = 2,4 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \text{C.V}$$

**b. Contrainte de cisaillement due à l'effort horizontal:**

$$\tau_H = \tau_{H1} + 0,5\tau_{H2} < 0,7G \Rightarrow \text{Si l'action H due au freinage.}$$

$$\tau_H = \tau_{H1} + 0,5\tau_{H2} < 1,3G \Rightarrow \text{Si l'action H due au séisme.}$$

$\tau_{H1}$ : Contrainte de cisaillement due à l'effort statique.

$$\tau_{H1} = \frac{G.U}{T} = \frac{0,8 \times 2,655 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-2}} = 0,354 \text{ Mpa} .$$

$\tau_{H2}$  : Contrainte de cisaillement due à l'effort dynamique.

$$\tau_{H2} = \left( \frac{H}{a.b} \right) = \left( \frac{3 \times 10^{-2}}{0,45 \times 0,40} \right) = 0,166 \text{ Mpa}$$

$$0,354 + 0,5 \times 0,116 = 0,437 \text{ Mpa} < 0,7 \times 0,80 = 0,560 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \text{C.V}$$

$$\tau_{H2} = \left( \frac{H}{a.b} \right) = \left( \frac{9,4544 \times 10^{-2}}{0,45 \times 0,40} \right) = 0,525 \text{ Mpa}$$

$$0,354 + 0,5 \times 0,525 = 0,616 \text{ Mpa} < 1,3 \times 0,80 = 1,040 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \text{C.V}$$

**c. Contrainte de cisaillement due à la rotation:**

$$\tau_\alpha = \frac{G.a^2(\alpha_T + \alpha_0)}{2.t^2.n}$$

$\alpha_0 = 1\% \text{ rad}$  : Rotation due aux défauts de pose des poutres préfabriquées.

$\alpha_T = -0,007594 \text{ rad}$  : Rotation en service à vide.

$$\tau_\alpha = \frac{0,8 \times 450^2(-0,007594 + 0,01)}{2 \times 10^2 \times 6} = -0,324 \text{ Mpa}$$

On doit vérifier :

$$\tau_N + \tau_H + \tau_\alpha < 5G$$

$$0,808 + 0,616 - 0,324 = 1,099 \text{ Mpa} < 5 \times 0,80 = 4 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \text{C.V}$$

**d. Condition de non soulèvement:**

On doit vérifier de cette condition quand les conditions de cisaillement dues à la rotation sont susceptibles d'atteindre les valeurs semblables à celle dues à l'effort normale.

$$\alpha \leq \frac{3 t^2 \sigma_{c \min}}{\beta a^2 G}$$

$$\sigma_{c \min} = \frac{N_{\min}}{a \cdot b} \quad \text{avec: } N_{\min} \text{ l'effort due au poids propre de la poutre rive.}$$

$$\sigma_{c \min} = \frac{91,221 \times 10^{-2}}{0,45 \times 0,40} = 5,0678 \text{Mpa}$$

$$\alpha = \frac{\alpha_T + \alpha_0}{n} = \frac{-0,007594 + 0,01}{6} = 0,000401 \text{ rad}$$

$$\frac{3 t^2 \sigma_{c \min}}{\beta a^2 G} = \frac{3 \times 10^2 \times 5,0678}{10,588 \times 450^2 \times 0,8} = 0,000886 \text{ rad}$$

$$\alpha = 0,000401 \leq 0,000886 \text{rad} \dots \dots \dots \text{C.V}$$

**e. Condition de non glissement :**

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{c \min} = \frac{N_{\min}}{a \cdot b} \geq 2 \text{Mpa} \\ H \leq f \cdot N_{\min} \quad \text{avec: } f \text{ coefficient de frottement.} \end{array} \right.$$

Pour les appareils bon, la face au contact avec la structure est une feuille d'élastomère alors dans ce cas on prend :

$$\sigma_{c \min} = \frac{N_{\min}}{a \cdot b} = \frac{92,82 \times 10^{-2}}{0,45 \times 0,40} = 5,156 \text{MPa}$$

$$f = 0,12 + \frac{0,60}{\sigma_{c \min}} = 0,238$$

Pour les efforts minimaux ( $N_{\min}$ ) on à comme force horizontale :

✓ Force de la déformation limites (Retrait, Fluage, Température) :

$$H_{(R,F,T)} = \frac{G \cdot U}{T} (a \cdot b) = \frac{0,8 \times 2,655 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-2}} (0,45 \times 0,40) = 0,06372 \text{MN}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{c \min} = 5,156 \text{ Mpa} \geq 2 \text{Mpa} \dots \dots \dots \text{C.V} \\ H_{(R,F,T)} = 0,06372 \text{ MN} \leq f \cdot N_{\min} = 0,238 \times 91,221 \times 10^{-2} = 0,217 \text{ MN} \dots \dots \dots \text{C.V} \end{array} \right.$$

✓ Force horizontale due au séisme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{c \min} = 5,156 \text{Mpa} \geq 2 \text{Mpa} \dots \dots \dots \text{C.V} \\ H_{\epsilon_h} = 0,047272 \text{MN} \leq f \cdot N_{\min} = 0,217 \text{ MN} \dots \dots \dots \text{C.V} \end{array} \right.$$



- **Conclusion :**

Toutes les contraintes normales et tangentielles peuvent être reprises par les appareils d'appuis choisis.

- ❖ **Dimensionnement des frettes :**

Pour l'acier ordinaire on doit vérifier les conditions suivantes :

$$t_s > \frac{a \times \sigma_m}{\beta \times \sigma_e} \quad \text{avec: } t_s \geq 2\text{mm.}$$

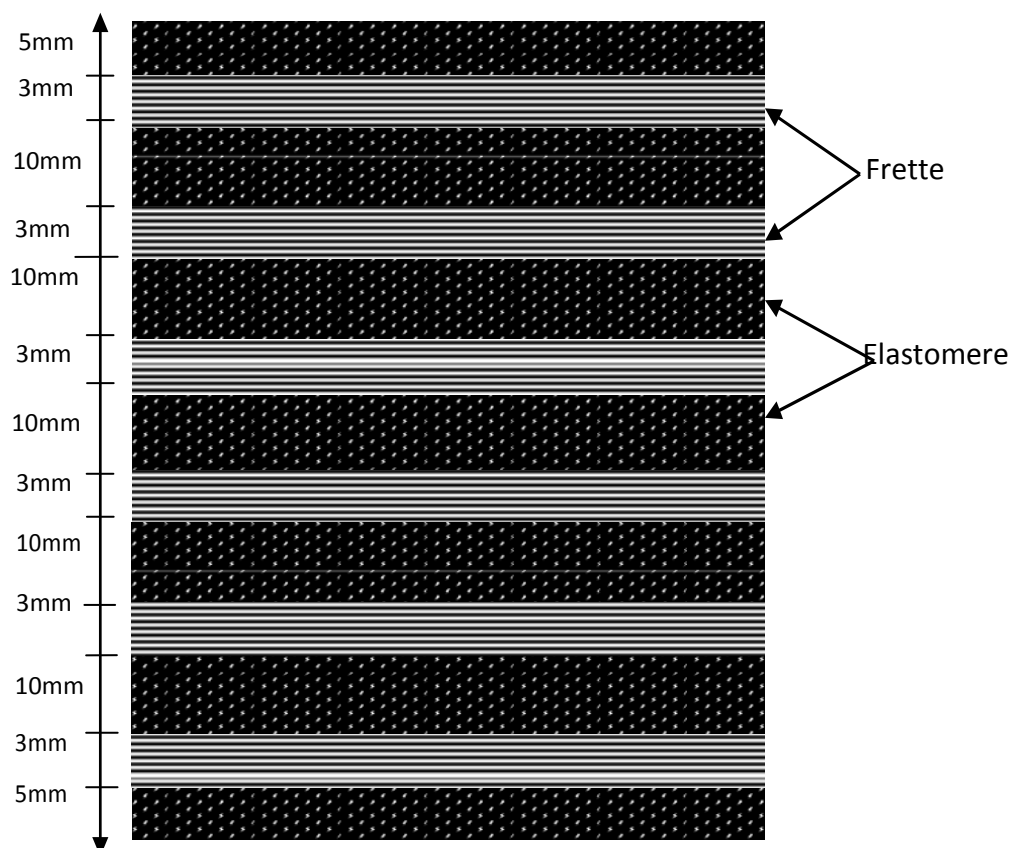
$$\sigma_m = \frac{N_{\max}}{a \cdot b} = \frac{102,6932 \times 10^{-2}}{0,45 \times 0,40} = 5,705 \text{ MPA}$$

$$\sigma_e = 220 \text{ MPA}$$

$$t_s \geq \frac{450 \times 5,705}{10.588 \times 220} = 1,102\text{mm} \quad \Rightarrow t_s \geq 2\text{mm}$$

On prend :  $t_s = 3\text{mm}$

L'épaisseur de l'appareil d'appui sera :  $T_a = 10 \times 6 + 3 \times 3 = 78 \text{ mm}$



**Figure 11.3.** Dimension de l'appareil d'appui.

### 11.5. Les dés d'appuis :

Les efforts verticaux provenant du tablier peuvent produire au niveau du chevêtre des efforts localisés important, pour cela on disposera des armatures de chaînage et des armatures d'éclatement.

Celles-ci seront disposées dans le corps des dés d'appui qui sert à donner la forme transversale inclinée de 2,5% pour les évacuations des eaux.

#### 11.5.1. Dimensionnement des dés d'appuis :

D'après le document SETRA le dimensionnement des dés d'appuis présente par rapport à l'appareil d'appui un débordement d'au moins 5 cm.[11]

Dimensionnement des dés d'appuis :

$$A = a + 15 \text{ cm} = 60$$

$$B = b + 10 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$$

$$B_0 = a \times b = 1800 \text{ cm}^2$$

$$P_0 = 2(a+b) = 170 \text{ cm}$$

$B_0$ : Surface de néoprène.

$P_0$ : Le périmètre de néoprène.

$$h > \frac{2B_0}{P_0} = \frac{2 \times 1800}{170} = 21,176$$

On prend:  $h = 30 \text{ cm}$ .

#### 11.5.2. Armatures de chainages :

Elle doit reprendre l'effort  $N_{\max}$ , donnée par les deux combinaisons suivantes :

$$\text{ELU} : N_{\max} = 138,6358 \text{ t} = 1,386358 \text{ MN} .$$

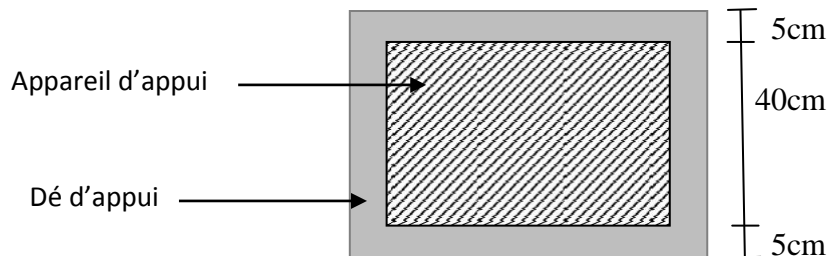
$$\text{ELS} : N_{\max} = 102,6932 \text{ t} = 1,6932 \text{ MN} .$$

Dou:

$$A_S = \text{Max} \left\{ \left( \frac{0,25 N_U}{f_{su}} \right); \left( \frac{0,25 N_S}{\bar{\sigma}_S} \right) \right\} = \text{Max} \left\{ \left( \frac{0,25 \times 1,386358}{435} \right); \left( \frac{0,25 \times 1,6932}{240} \right) \right\}$$

$$A_S = \text{Max} \{ 7,967 \text{ cm}^2 ; 10,697 \text{ cm}^2 \}$$

**$A_S = 10,6932 \text{ cm}^2$**  Soit **6 HA 16** dans les deux sens pour limiter la propagation des fissures.



**Figure 11 .4.** Les dimensionne des dés d'appuis.

### 11.5.3. Armatures de diffusion :

Ces armatures sont sous forme de frettes, on distingue :

- ✓ Frettes supérieures (ferraillage de surface).
- ✓ Frettes inférieures (ferraillage d'éclatement).

- **Frettes supérieures :**

$$A_S = \text{Max} \left\{ \left( \frac{0,04 N_U}{f_{su}} \right); \left( \frac{0,04 N_S}{\bar{\sigma}_S} \right) \right\} = \text{Max} \{ 1,274 \text{ cm}^2; 1,711 \text{ cm}^2 \}$$

$$A_{S \text{ sup}} = 1,711 \text{ cm}^2$$

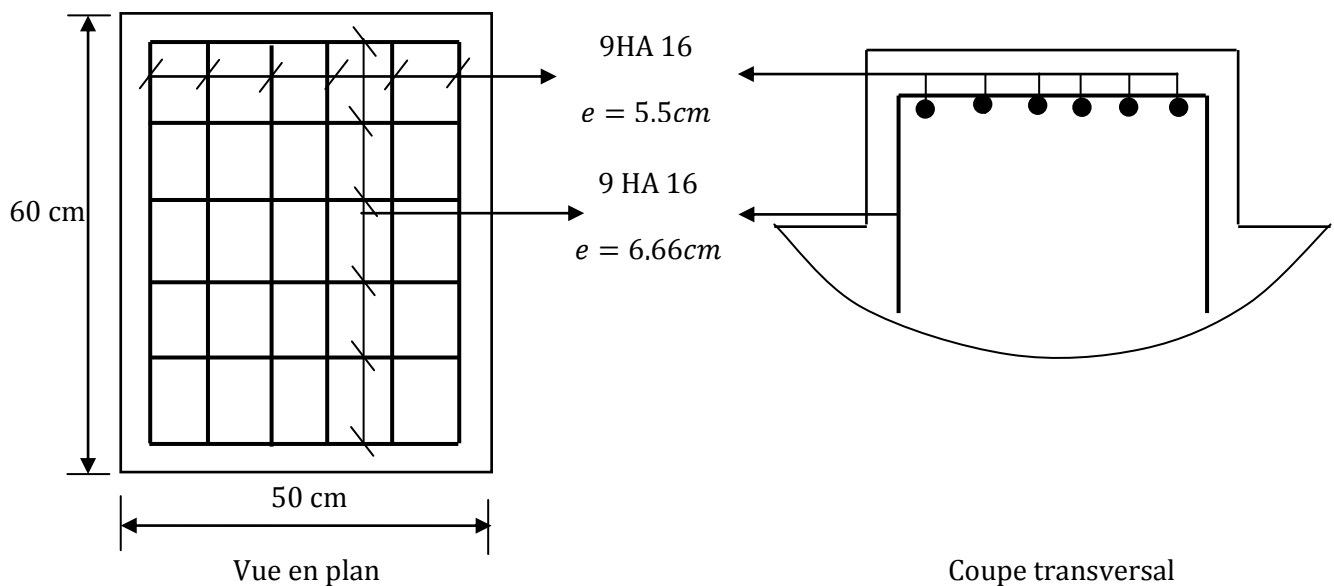
- **Frettes inférieures :**

$$A_S = \text{Max} \left\{ \left( \frac{0,10 N_U}{f_{su}} \right); \left( \frac{0,10 N_S}{\bar{\sigma}_S} \right) \right\} = \text{Max} \{ 3,187 \text{ cm}^2; 4,278 \text{ cm}^2 \}$$

$$A_{S \text{ inf}} = 4,278 \text{ cm}^2$$

$$A_S = A_{S \text{ sup}} + A_{S \text{ inf}} = 5,989 \text{ cm}^2 \text{ soit } 3\text{HA}16$$

+Cette armature est disposée dans les deux sens.



**Figure 11.5.** Ferrailage de dés d'appuis

### 11.6. Les joints de chaussées :

Les différents types de joints existants se distinguent les uns des autres en fonction de deux critères fondamentaux : [12]

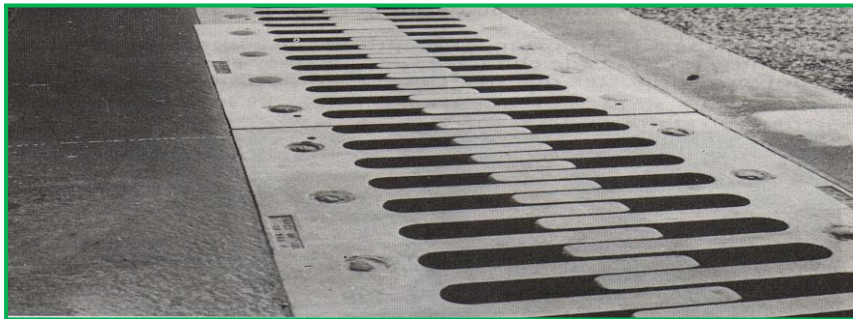
- ✓ L'ouverture de joint, c'est-à-dire le jeu maximum que le joint doit permettre (souffle).
- ✓ L'intensité du trafic qu'il doit subir, le mot intensité désignant ici aussi bien le débit des véhicules que leur tonnage.

### 11.6.1. Les différents types de joints :

Le choix d'un type de joint de chaussée fait référence à une classification basée sur la notion de robustesse. On distingue ainsi :

- ✓ Les joints lourds, pour les chaussées supportant un trafic journalier supérieur à 3000 véhicules (ou de volume inférieur, mais à fort pourcentage de poids lourds).
- ✓ Les joints semi lourd, pour un trafic compris entre 1000 et 3000 véhicules par jours.
- ✓ Les joints légers, pour un trafic inférieur à 1000 véhicules par jour.

Nota : Vu que notre pont se situe sur une route de trafic important, on opte pour un joint lourd ou semi-lourd dont l'ouverture (souffle) est  $\geq 50\text{mm}$ .



**Figure 11.6. joint de chaussée (type WP alu. 300)**

### 11.7. Evacuation des eaux :

Sur un tablier de pont, l'évacuation des eaux est nécessaire non seulement du point de vue de la durabilité de la structure, mais également pour la sécurité des usagers.

De manière générale, les eaux sont d'abord recueillies sur un (ou les) côté(s) de la chaussée, puis évacuées par des gargouilles quand ce n'est pas une corniche-caniveau



**Figure.11.7. Gargouille**

Le recueil de l'eau dans le sens transversal se fait en donnant à la chaussée une pente transversale générale (cas des ouvrages autoroutiers) ou une double pente en forme de toit (cas des chaussées bidirectionnelles à deux voies). La pente transversale ne doit pas être inférieure à 2% ; dans le cas des profils en travers en forme de toit, les deux pentes se raccordent paraboliquement sur un mètre de part et d'autre de l'axe de la chaussée.

La forme de pente n'est jamais obtenue par un profilage approprié de la couche de roulement : cette dernière est d'épaisseur constante, et c'est la géométrie de la structure qui est convenablement exécutée.

Pour des raisons de commodité, on peut être amené à prévoir une pente générale constante dans le sens transversal, même pour des chaussées bidirectionnelles courantes.

Il faut noter qu'une pente transversale de 2,5 % (valeur courante) n'est pas ressentie par un automobiliste. Il convient néanmoins de veiller au bon raccordement avec la chaussée courante, surtout si l'ouvrage se trouve en extrémité d'une courbe.

Une fois recueillie dans le fil d'eau, l'eau est évacuée, le plus souvent, par l'intermédiaire de gargouilles implantées au droit de ce fil d'eau. Leur espacement est compris entre 20 et 30 m, leur diamètre ne doit pas être inférieur à 10 cm et la section totale de toutes les gargouilles doit être de l'ordre de 1/10000 de la surface versante.

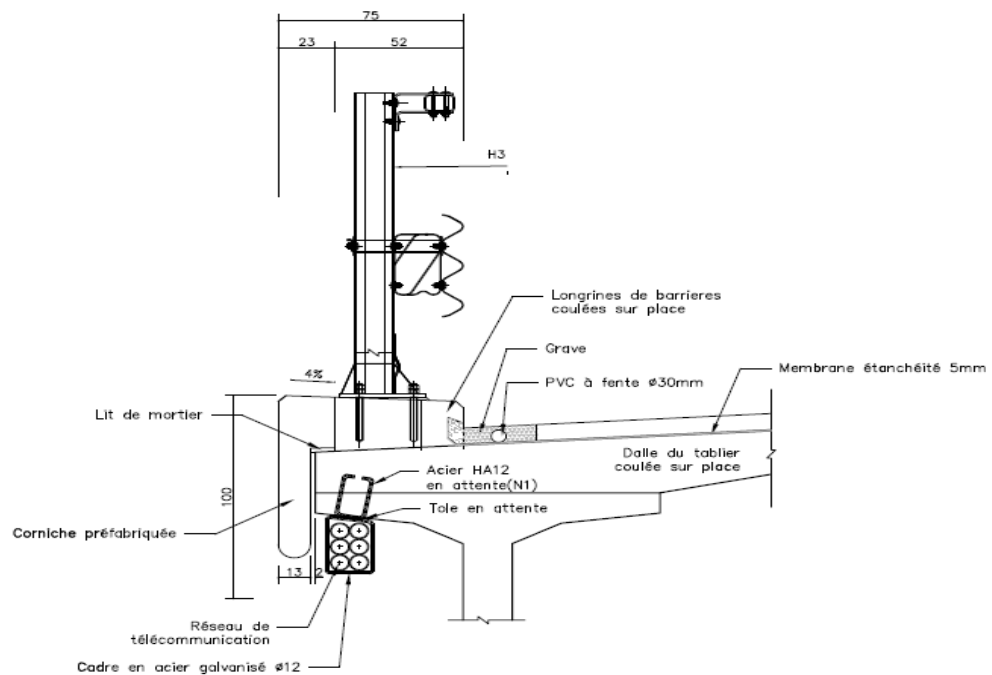
Les gargouilles peuvent déboucher directement à l'air libre ou être raccordées à un système de recueil et d'évacuation des eaux à l'intérieur de la structure du tablier.

### 11.8. Dispositifs de retenue :

Les dispositifs de retenue (glissières métalliques) sont en acier galvanisé, composés de glissières de sécurité de niveau H3.



**Figure 11.8.** Dispositif de retenue.



### 11.9. Conclusion :

Dans ce chapitre, un dimensionnement des équipements de notre ouvrage a été fait. Les choix adoptés pour ces équipements ont été vérifiés par rapport aux normes et guides techniques.

# **Chapitre 12:**

## **Étude de la pile.**

### 12.1. Introduction :

La pile est un appui intermédiaire dans les ponts, son rôle est de transmettre les charges et les surcharges aux fondations. Sa conception dépend de type de la construction, de type de fondations et des contraintes naturelles et fonctionnelles, elle dépend aussi de plusieurs paramètres tels que la résistance du sol, l'hydrogéologie du site et de l'obstacle franchi.

Les piles peuvent jouer un rôle plus ou moins important dans le fonctionnement mécanique du tablier selon que ce dernier est simplement appuyé sur elles, ou partiellement ou totalement encastré. C'est pour cela qu'un bon dimensionnement est plus que nécessaire car un mauvais dimensionnement pourra engendrer la ruine de ce dernier.

### 12.2. Pré dimensionnement de la pile :

Le dimensionnement d'une pile fait appel à trois critères :

- La résistance mécanique ;
- Robustesse ;
- Esthétique.

Notre tablier repose sur des appuis, l'action transmise par ce tablier se réduit pratiquement à deux forces, l'une verticale et l'autre horizontale. [11]

Les dimensions sont données à partir des documents SETRA PP73 on a trouvé :

- **Fûts :**

Leur rôle est de transmettre les efforts à la semelle. Le fût est un élément rectangulaire solide (type mur) de section (**5,00 × 1,70 m**) et de hauteur de **12,80 m**.

- **la tête de pile « chevêtre » :**

C'est l'élément sur lequel repose les poutres et assure la transmission des charges aux fûts.

- Longueur : **L = 13,1 m ;**
- Hauteur de chevêtre : **H<sub>chevêtre</sub> = 2,2 m ;**
- La largeur du chevêtre est déterminée par la condition suivante : **e ≤ 1,25 h<sub>t</sub> .**

Avec : **h<sub>t</sub> = 2,26 m**, qui est la hauteur du tablier.

On fixe : **e = 2,2 m**.

- **Les fondations :**

La base de l'ouvrage, reçoit la descente des charges assure leurs transmission aux semelles reposant directement sur le sol ou sur un ensemble de pieux réunis en tête par une semelle de liaison, parmi les types courants des fondations il y a : les fondations superficielles et les fondations profondes.



D'après le rapport géotechnique réalisé et les considérations géologiques et géotechniques, ou les matériaux superficiels, montrent de faibles caractéristiques géo mécaniques, le type de fondation qui a été adopté est de type **fondations profondes sur pieux**. [14]

➤ **Caractéristiques des pieux :**

Selon le document **FOND 72, Fascicule 4**, le domaine d'emploi des pieux est le suivant :

- $5\text{m} \leq L \leq 8\text{m}$  : pieux préfabriqués battus ;
- $8\text{m} \leq L \leq 15\text{m}$  : pieux préfabriqués ou exécutés en place ;
- $15\text{m} \geq L$  : pieux exécutés en place.

Pour notre ouvrage et d'après le rapport géotechnique, la longueur moyenne des pieux est de  **$L = 15\text{ m}$** , ce qui justifie leur exécution sur place.

Le diamètre des pieux est lié à leur longueur, selon la règle suivante applicable aux pieux en béton armé :

- Pieux préfabriqués :  $\Phi \geq 130$  de la longueur ;
- Pieux exécutés en place :  $\Phi \geq 120$  de la longueur.

Puisque nos pieux sont exécutés en place, leurs diamètres  $\Phi \geq \frac{1}{20} \times L = 1,00$

Donc on prend :  **$\Phi = 1,20\text{ m}$** .

L'entraxe des pieux est généralement égal à  $3\Phi$ , donc on obtient la distance entre axe des pieux est de  **$e = 3,6\text{ m}$** .

➤ **Pour les semelles :**

- Longueur  **$L_s = 13,2\text{ m}$**  ;
- La hauteur de la semelle  **$h_s$**  ;

La valeur de  **$h_s$**  doit être telle que l'encrage des armatures des pieux dans la semelle soit correctement assuré.

La hauteur de la semelle est généralement égale à  $1,2\Phi$

**$h_s = 1,2 \Phi = 1,44\text{ m}$** .

On prend :  **$h_s = 2\text{ m}$** .

- Largeur de la semelle.

La largeur normale de la semelle est de :  **$B = 5\Phi = 6\text{ m}$** .

On prend :  **$B = 7,5\text{ m}$** .

### 12.3. Calcul de la pile :

On prend la pile la plus sollicitée (pile N°3)  $h = 12,8\text{ m}$ , la longueur de travée est de  $40\text{ m}$ .

Les surcharges de calcul sont :  $A(L)$ ,  $B_c$ ,  $M_{c120}$ ,  $D_{240}$ .

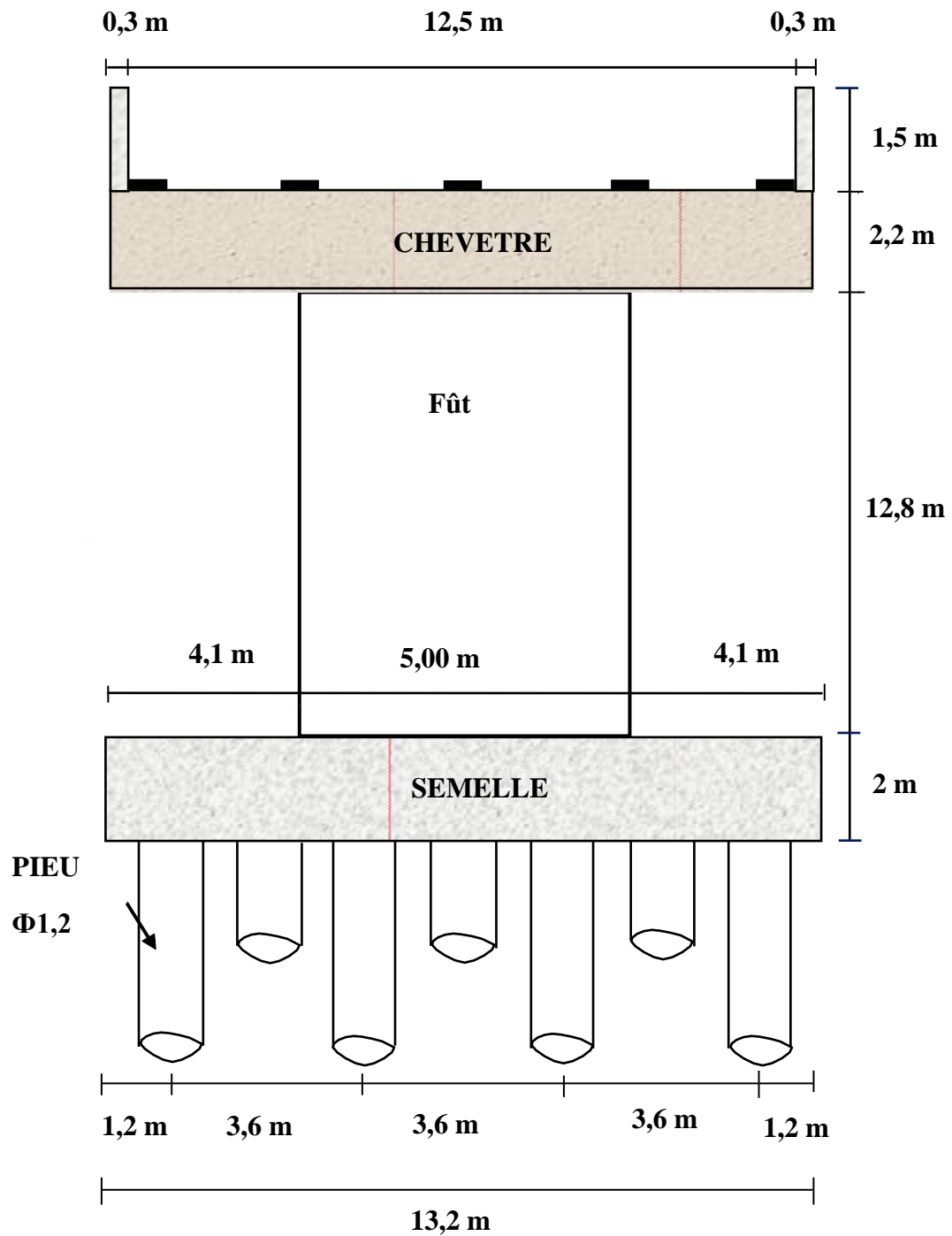


Figure 12.1. Coupe transversale B-B de la pile.

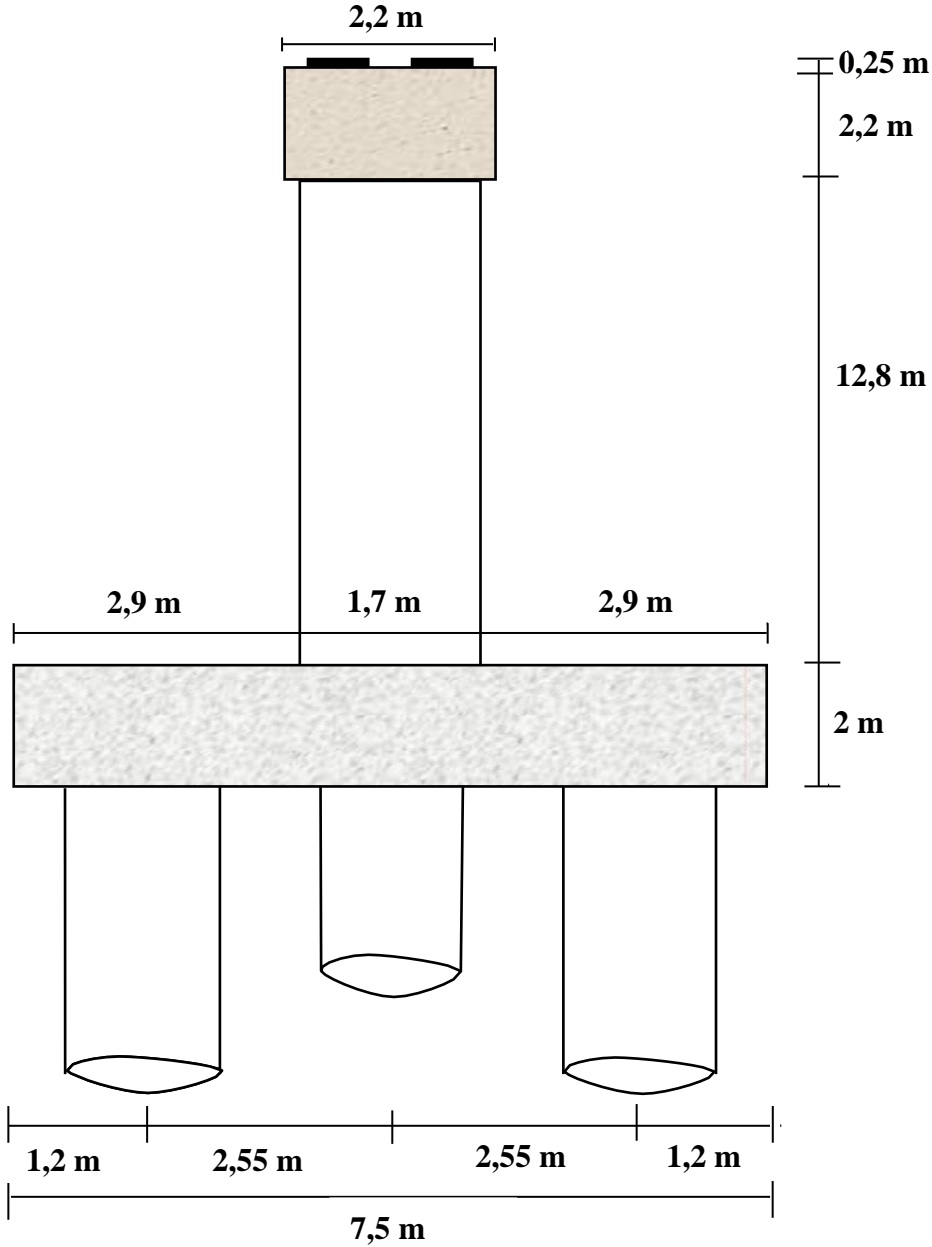


Figure 12.2. Coupe longitudinale A-A de la pile.

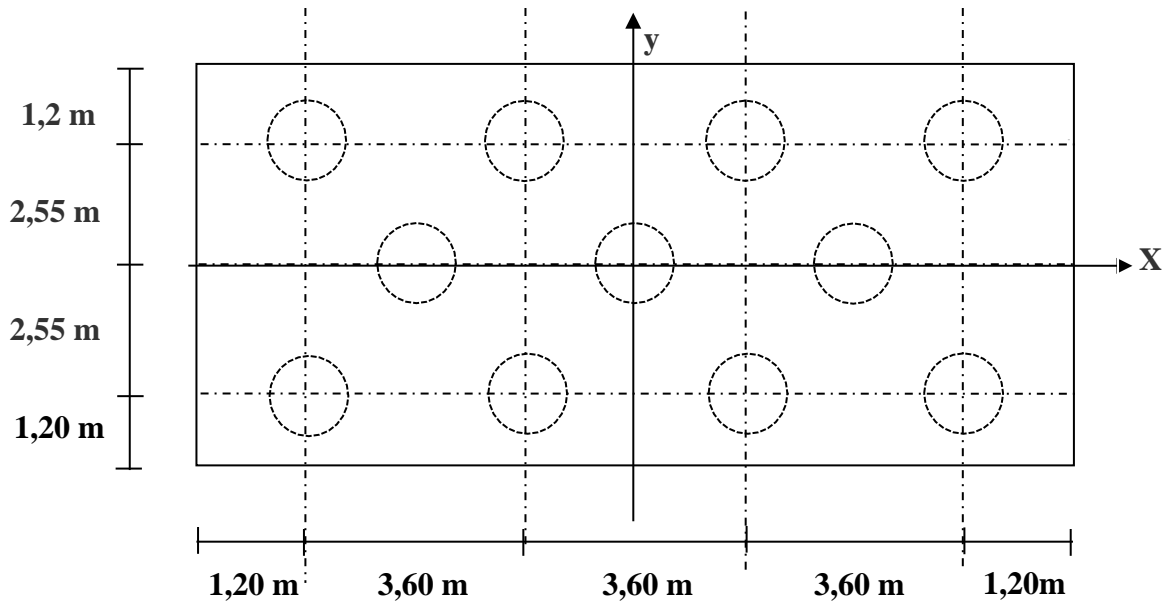


Figure 12.3. Vue en plan.

**12.3.1. Répartition des charges et surcharges :**

**12.3.1.1. Charge permanente :**

Le poids du tablier  $G_t = 945,44t$ .

• **La réaction due à la charge permanente :**

Pour une seule travée chargée :

$$R = G_t/2 = 472,72 t$$

Pour deux travées chargées :

$$R_T = 2 \times R = 945,44 t$$

**12.3.1.2. Surcharge :**

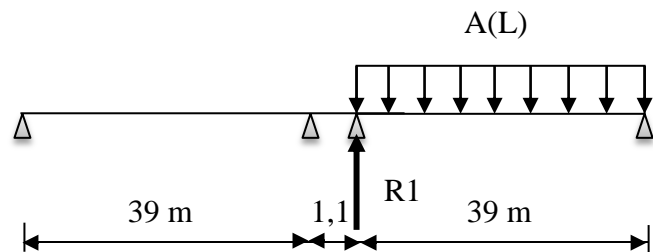
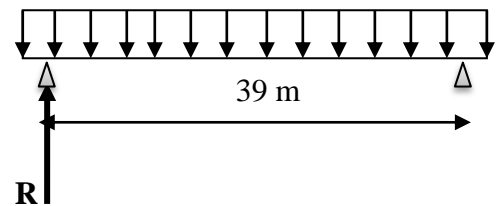
**a. Système A(l) :**

Il existe 6 cas de chargements :

• **Une seule travée chargée :**

$$L = 39 m.$$

$$A(l) = 0,936 t/m^2$$



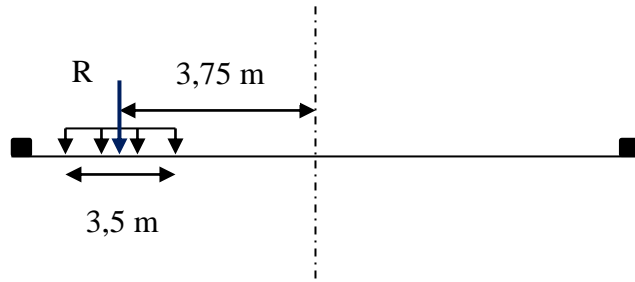
	$a_1$	$a_2$	$A(L)(t/m^2)$	$A(t/ml)$
<b>1Voie</b>	1,00	1,00	0,936	$1 \times 1 \times 0,936 \times 1 \times 3,5 = 3,276$
<b>2Voies</b>	1,00	1,00	0,936	$1 \times 1 \times 0,936 \times 2 \times 3,5 = 6,552$
<b>3Voies</b>	0,9	1,00	0,936	$0,9 \times 1 \times 0,936 \times 3 \times 3,5 = 8,845$

➤ **Une seule voie chargée :**

$$R_1 = A \times (39/2) = 63,882 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = R_1 \times (1,1/2) = 35,135 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 3,75 = 239,557 \text{ t.m}$$



➤ **Deux voies chargées :**

$$R_1 = A \times (39/2) = 127,764 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = R_1 \times (1,1/2) = 70,270 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 2 = 255,528 \text{ t.m}$$

➤ **Trois voies chargées :**

$$R_1 = A \times (39/2) = 172,477 \text{ t}$$

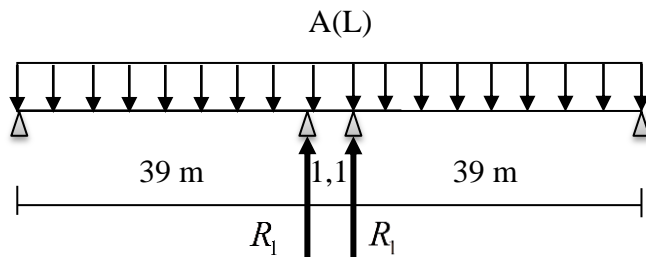
$$M_{LONG} = R_1 \times (1,1/2) = 94,862 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 0,25 = 43,119 \text{ t.m}$$

▪ **Deux travées chargées :**

$$L' = (39 \times 2) + 1,1 = 79,1 \text{ t}$$

$$A(L') = 0,625 \text{ t/m}^2$$



	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	A(L')(t/m <sup>2</sup> )	A(t/ml)
<b>1Voie</b>	1,00	1,00	0,625	1×1×0,625×1×3,5 = 2,187
<b>2Voies</b>	1,00	1,00	0,625	1×1×0,625×2×3,5 = 4,375
<b>3Voies</b>	0,9	1,00	0,625	0,9×1×0,625×3×3,5 = 5,906

➤ **Une seule voie chargée :**

$$R_1 = A' \times 39/2 = 42,646 \text{ t}$$

$$R_T = 2 \times R_1 = 85,292 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = 0 \text{ (symétrie)}$$

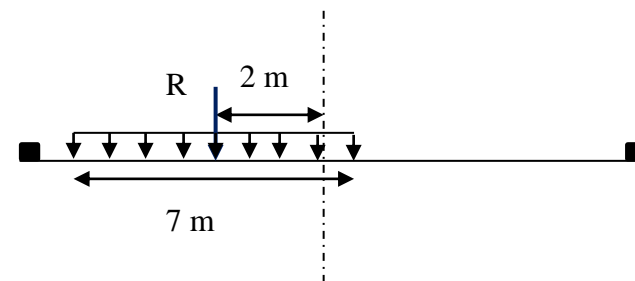
$$M_{TRAN} = R_1 \times 3,75 = 319,845 \text{ t.m}$$

➤ **Deux voies chargées :**

$$R_T = 2 \times R_1 = A' \times 39 = 170,625 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = 0 \text{ (symétrie)}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 2 = 341,25 \text{ t.m}$$



➤ **Trois voies chargées :**

$$R_T = 2 \times R_1 = A' \times 39 = 230,334 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = 0 \text{ (symétrie)}$$

$$M_{\text{TRAN}} = R_1 \times 0,25 = 57,583 \text{ t.m}$$

### b. Système Bc :

$$\delta_{\text{Bc}} = 1,071$$

$$\text{bc} = 1,2 \text{ Pour } 1\text{vc}$$

$$\text{bc} = 1,1 \text{ Pour } 2\text{vc}$$

$$\text{bc} = 0,95 \text{ Pour } 3\text{vc}$$

Il existe 6 cas de chargements :

#### • Une seule travée chargée :

##### ➤ Une seule voie chargée : bc = 1,2

$$39 \times R_1 = 6(33+22,5) + 12(39+37,5+28,5+27)$$

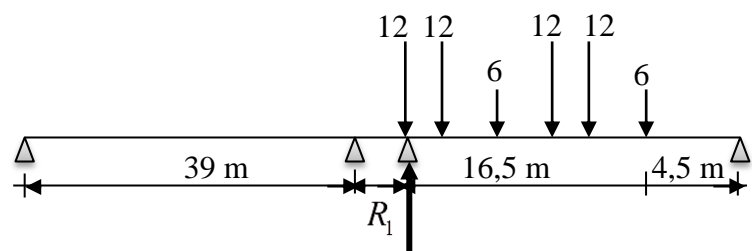
$$R_1 = 49,153 \times 1,2 \times 1,071$$

$$R_1 = 63,171 \text{ t}$$

$$M_{\text{LONG}} = R_1 \times 1,1/2$$

$$M_{\text{LONG}} = 34,744 \text{ t.m}$$

$$M_{\text{TRAN}} = R_1 \times 4,25 = 268,476 \text{ t.m}$$



##### ➤ Deux voies chargées : bc = 1,1

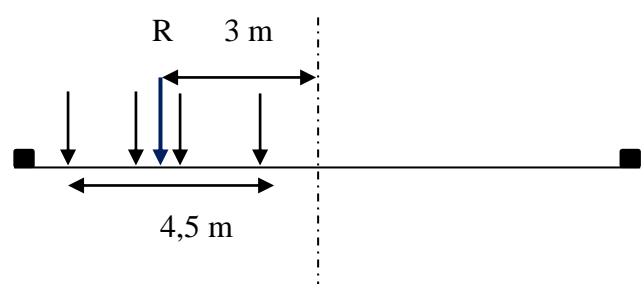
$$R_1 = 49,153 \times 2 \times 1,1 \times 1,071$$

$$R_1 = 115,814 \text{ t}$$

$$M_{\text{LONG}} = R_1 \times 1,1/2$$

$$M_{\text{LONG}} = 63,697 \text{ t.m}$$

$$M_{\text{TRAN}} = R_1 \times 3 = 347,442 \text{ t.m}$$



##### ➤ Trois voies chargées : bc = 0,95

$$R_1 = 49,153 \times 3 \times 0,95 \times 1,071$$

$$R_1 = 150,032 \text{ t}$$

$$M_{\text{LONG}} = R_1 \times 1,1/2$$

$$M_{\text{LONG}} = 82,517 \text{ t.m}$$

$$M_{\text{TRAN}} = R_1 \times 1,75 = 262,556 \text{ t.m}$$

#### • Deux travées chargées :

##### ➤ Une seule voie chargée : bc = 1

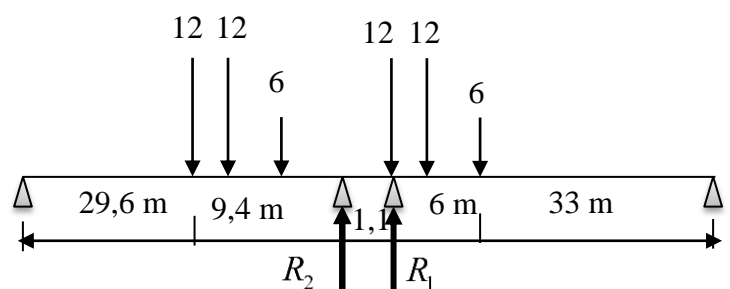
$$R_1 \times 39 = 6 \times 33 + 12(39 + 37,5)$$

$$R_1 = 28,615 \times 1,2 \times 1,071$$

$$R_1 = 36,775 \text{ t}$$

$$R_2 \times 39 = 6 \times 35,6 + 12(31,1 + 29,6)$$

$$R_2 = 24,153 \times 1,2 \times 1,071$$



$$R_2 = 31,42 \text{ t}$$

$$R_T = R_1 + R_2 = 67,816 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = (R_1 - R_2) \times 1,1/2$$

$$M_{LONG} = 3,153 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = (R_1 + R_2) \times 4,25 = 288,218 \text{ t.m}$$

➤ **Deux voies chargées : bc = 1,1**

$$R_1 = 2 \times 28,615 \times 1,1 \times 1,071$$

$$R_1 = 67,422 \text{ t}$$

$$R_2 = 2 \times 24,153 \times 1,1 \times 1,071$$

$$R_2 = 56,909 \text{ t}$$

$$R_T = R_1 + R_2 = 124,331 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = (R_1 - R_2) \times 1,1/2$$

$$M_{LONG} = 5,782 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = (R_1 + R_2) \times 3 = 372,993 \text{ t.m}$$

➤ **Trois voies chargées : bc = 0,95**

$$R_1 = 3 \times 28,615 \times 0,95 \times 1,071$$

$$R_1 = 87,342 \text{ t}$$

$$R_2 = 3 \times 24,153 \times 0,95 \times 1,071$$

$$R_2 = 73,723 \text{ t}$$

$$R_T = R_1 + R_2 = 161,065 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = (R_1 - R_2) \times 1,1/2$$

$$M_{LONG} = 7,49 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = (R_1 + R_2) \times 1,75 = 281,863 \text{ t.m}$$

**c. Système Mc120 :**

$$\delta_{MC120} = 1,062$$

Il y a deux cas :

▪ **Une seule travée chargée :**

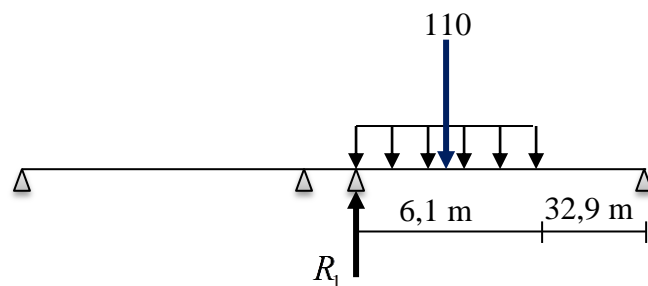
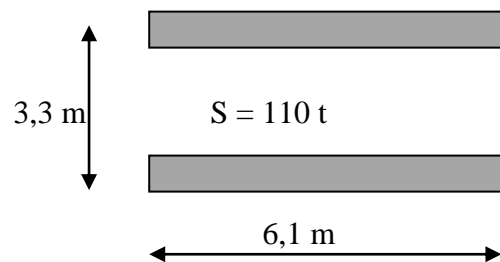
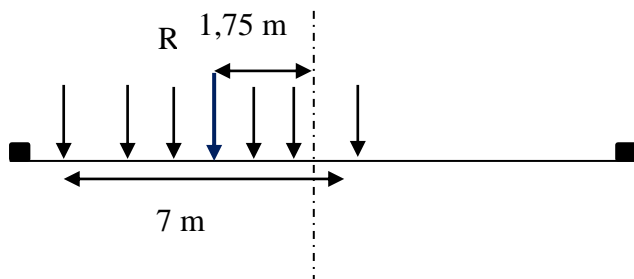
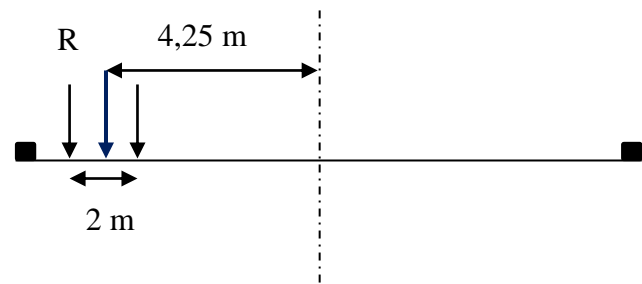
$$39 \times R_1 = 110 \times (32,9 + 6,1/2) \times 1,062$$

$$R_1 = 107,684 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = R_1 \times 1,1/2$$

$$M_{LONG} = 59,226 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 3,35 = 360,741 \text{ t.m}$$



▪ Deux travées chargées :

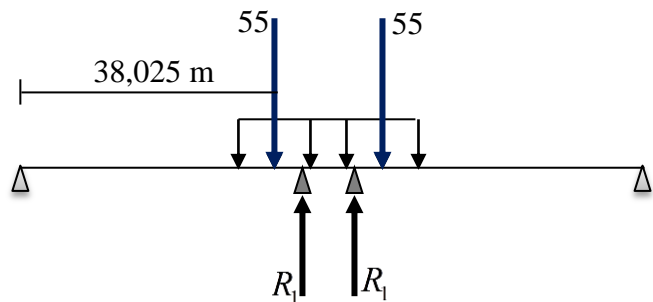
$$39 \times R_1 = 55 \times [33 - (3,05/2 - 1,1/2)] \times 1,062$$

$$R_1 = 56,949 \text{ t}$$

$$R_T = 2 \times R_1 = 113,898 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = 0 \text{ (symétrie)}$$

$$M_{TRAN} = 2 \times R_1 \times 3,35 = 381,558 \text{ t.m}$$



d. Système D240 :

Il y a deux cas :

▪ Une seule travée chargée :

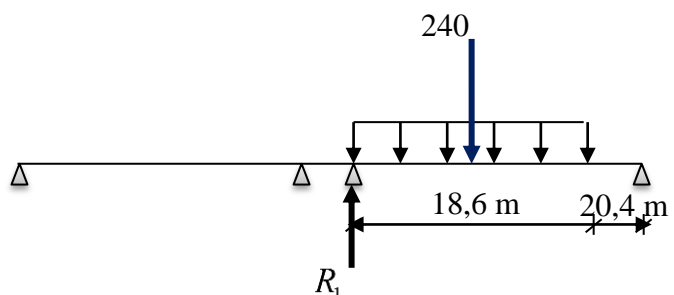
$$39 \times R_1 = 240 \times (39 - 18,6/2)$$

$$R_1 = 182,769 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = R_1 \times 1,1/2$$

$$M_{LONG} = 100,522 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 2 = 365,538 \text{ t.m}$$



▪ Deux travées chargées :

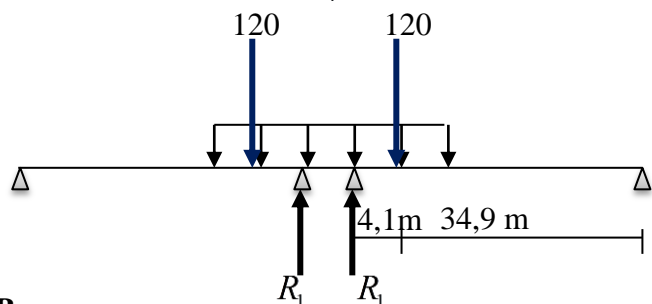
$$39 \times R_1 = 120 \times [39 - (9,3/2 - 1,1/2)]$$

$$R_1 = 107,384 \text{ t}$$

$$R_T = 2 \times R_1 = 214,768 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = 0 \text{ (symétrie)}$$

$$M_{TRAN} = 2 \times R_1 \times 2 = 429,536 \text{ t.m}$$



e. La réaction minimale sous le système Bc :

Nous avons deux cas :

- 1<sup>ère</sup> cas :

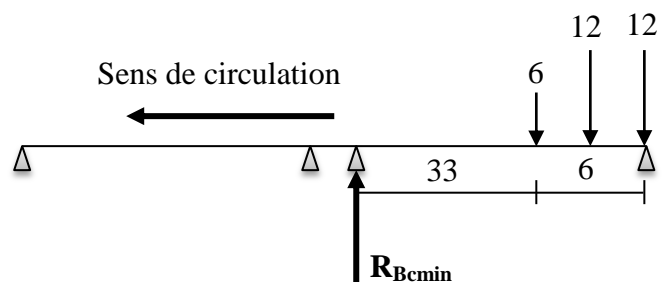
$$39 \times R_{Bcmin} = [(12(1,5) + 6(6))] \times 1,2 \times 1,071$$

$$R_{Bcmin} = 1,779 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = R_{Bcmin} \times 1,1/2$$

$$M_{LONG} = 0,978 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 4,25 = 7,560 \text{ t.m}$$



- 2<sup>ème</sup> cas :

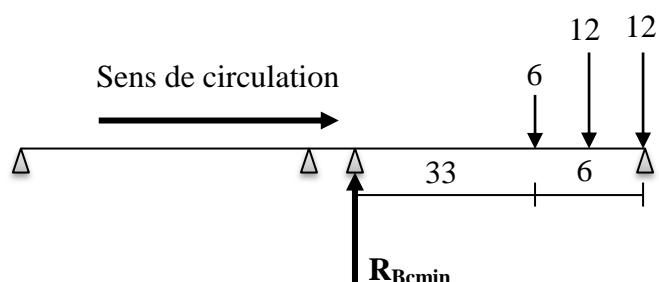
$$39 \times R_{Bcmin} = [(12(4,5) + 6)] \times 1,2 \times 1,071$$

$$R_{Bcmin} = 4,152 \text{ t}$$

$$M_{LONG} = R_{Bcmin} \times 1,1/2$$

$$M_{LONG} = 2,283 \text{ t.m}$$

$$M_{TRAN} = R_1 \times 4,25 = 17,646 \text{ t.m}$$





**f. Tableaux récapitulatifs :****▪ Une seule travée chargée :**

		<b>R(t)</b>	<b>M<sub>LONG</sub> (t.m)</b>	<b>M<sub>TRAN</sub> (t.m)</b>
<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	63,882	35,135	239,557
	<b>2vc</b>	127,764	70,270	255,528
	<b>3vc</b>	172,477	94,862	43,119
<b>Bc</b>	<b>1vc</b>	63,171	34,744	268,476
	<b>2vc</b>	115,814	63,697	347,442
	<b>3vc</b>	150,032	82,517	262,517
<b>R<sub>Bcmin</sub> ←</b>		1,779	0,978	7,560
<b>M<sub>c120</sub></b>		107,684	56,226	360,741
<b>D<sub>240</sub></b>		182,769	100,522	365,538

**Tableau 12.1.** Répartition des surcharges (une seule travée chargée).**▪ Deux travées chargées :**

		<b>R(t)</b>	<b>M<sub>LONG</sub> (t.m)</b>	<b>M<sub>TRAN</sub> (t.m)</b>
<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	85,292	0	319,845
	<b>2vc</b>	170,625	0	341,25
	<b>3vc</b>	230,334	0	57,583
<b>Bc</b>	<b>1vc</b>	67,816	3,153	288,218
	<b>2vc</b>	124,331	5,782	372,993
	<b>3vc</b>	161,065	7,49	281,863
<b>M<sub>c120</sub></b>		113,898	0	381,558
<b>D<sub>240</sub></b>		214,768	0	429,536

**Tableau 12.2.** Répartition des surcharges (deux travée chargée).**12.3.1.3. Les efforts horizontaux :****a. Freinage :****▪ Système A(L) :**

Le cas le plus défavorable est donné par deux travées chargées et trois voies chargées.

$$H_{A(l)} = \frac{1}{20+0,0035 \times S} \times A$$

$$A = A(L') \times a_1 \times a_2 \times S$$

$$A(L') = 0,625 \text{ t/m}^2$$

$$S : \text{Surface chargée, soit : } S = (39 \times 2 + 1,1) \times 10,5 = 830,55 \text{ m}^2$$

$$A = 0,9 \times 1 \times 0,625 \times 830,55 = 467,184 \text{ t}$$

$$H_{A(l)} = \frac{1}{20 + 0,0035 \times 830,55} \times 467,184 = 20,394 \text{ t}$$

$$H_{A(l)} = 20,394 \text{ t}$$

Soit : 10,197 t pour la pile

Le moment dû à l'effort de freinage de système A(l) :

$$M_{A(l)} = 10,197 \times (0,25 + 2,2 + 12,8 + 2) = 175,898 \text{ t.m}$$

#### ▪ Système Bc :

Un seul camion est supposé freiné avec  $H_b = 30 \text{ t}$ , chaque appui supporte une force de freinage égal  $= 30/2 = 15 \text{ t}$

Le moment crée par l'effort de freinage  $M_{Bc} = 15 \times (0,25 + 2,2 + 12,8 + 2) = 258,75 \text{ t.m}$

#### b. Séisme :

##### -Le poids total de la superstructure :

$$G_{\text{SUP}} = 945,44 \text{ t}$$

##### - Le poids du chevêtre et des d'appuis :

$$\text{Le poids du chevêtre : } P_{\text{CH}} = (13,1 \times 2,2 \times 2,2 \times 2,5) + (0,3 \times 1,5 \times 2,2 \times 2,5 \times 2) = 163,46 \text{ t}$$

$$\text{Le poids des dés d'appuis : } P_d = 0,5 \times 0,6 \times 0,25 \times 2,5 \times 10 = 1,875 \text{ t}$$

$$P_{\text{CH+d}} = 165,335 \text{ t}$$

##### - Le poids du fut :

$$P_f = 5 \times 1,7 \times 12,8 \times 2,5 = 272 \text{ t}$$

##### - Le poids de la semelle :

$$P_s = 13,2 \times 7,5 \times 2 \times 2,5 = 495 \text{ t}$$

##### - Le poids de la terre sur la semelle :

$$P_t = 2 \times [13,2 \times 7,5 - 5 \times 1,7] \times 2 = 362 \text{ t}$$

##### - Le poids total de la pile :

$$P_T = (P_{\text{CH+d}}) + P_f + P_s + P_t$$

$$P_T = 165,335 + 272 + 495 + 362 = 1294,335 \text{ t}$$

$$\text{Le poids total} = 945,44 + 1294,335 = 2239,775 \text{ t}$$

##### ▪ L'effort sismique horizontal :

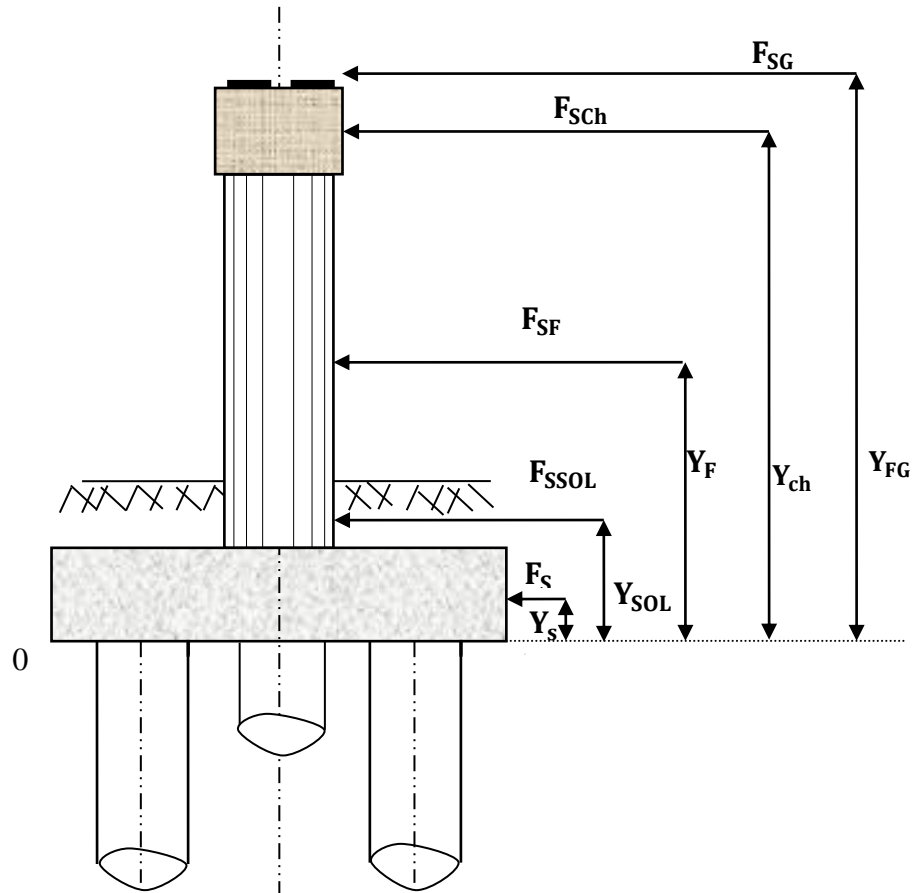
$$F_{\text{sh}} = \varepsilon_h \times G_T = 0,1 \times 2239,775 = 223,977 \text{ t}$$

▪ **L'effort sismique vertical :**

Minimal :  $F_{V\text{MIN}} = (1-\varepsilon_v) \times G_T = (1-0,05) \times 2239,775 = 2127,786 \text{ t}$

Maximal :  $F_{V\text{MAX}} = (1+\varepsilon_v) \times G_T = (1+0,05) \times 2239,775 = 2351,763 \text{ t}$

▪ **Le moment dû à l'effort sismique :**



$$M_{FS/0} = e_h \times (F_{SG} \times Y_{FG} + F_{SCh} \times Y_{ch} + F_{SF} \times Y_F + F_{SSOL} \times Y_{SOL} + F_{SS} \times Y_S)$$

$$M_{FS/0} = 0,1 \times (945,44 \times 17,25 + 165,335 \times 15,9 + 272 \times 6,4 + 362 \times 3 + 495 \times 1)$$

$$M_{FS/0} = 0,1 \times (22259,466) = 2225,946 \text{ t.m}$$

**c. L'effet du courant :**

L'action hydrodynamique est donnée par la relation suivante :

$$R = K \times S \times V^2$$

V : est la vitesse d'écoulement

S : la surface maître couple (la surface exposée à l'action hydrodynamique)

K : est un coefficient qui dépend de la rugosité de surface

K = 72 pour les sections rectangulaires et carrées.

K = 35 pour la section circulaire.

La vitesse d'écoulement est :

V = 5 m/s à la surface libre d'écoulement

$V = 4\text{m/s}$  pour les surfaces profondes

Le point d'application des forces est à  $2/3$  de la hauteur.

$$S_{\text{chevêtre}} = 2,2 \times 2,2 = 4,84 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{fut}} = 5 \times 12,8 = 64 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{semelle}} = 7,5 \times 2 = 15 \text{ m}^2$$

• **L'action hydrodynamique sur chaque surface :**

➤ **Chevêtre :**  $R = 72 \times 4,84 \times 5^2 = 8,712 \text{ t}$

Le moment dû à cette action est :

$$M_{R/0} = 8,712 \times (1,46 + 12,8 + 2) = 141,657 \text{ t.m}$$

➤ **le fut :**  $R = 72 \times 64 \times 5^2 = 115,200 \text{ t}$

Le moment dû à cette action est :

$$M_{R/0} = 115,2 \times (8,53 + 2) = 1213,056 \text{ t.m}$$

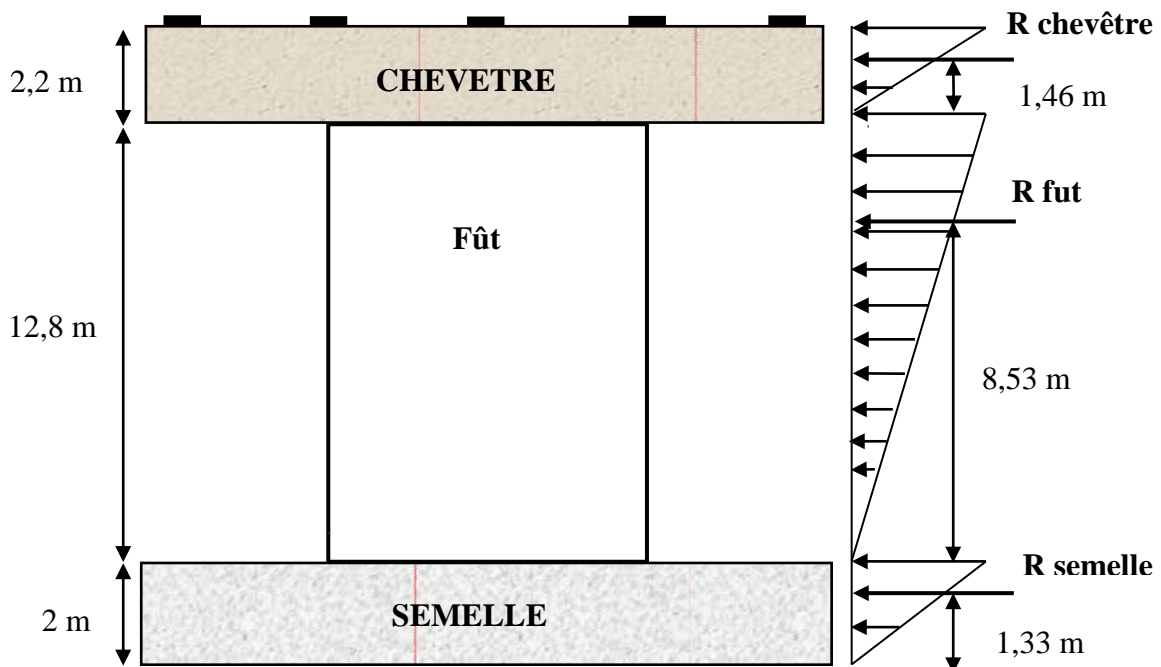
➤ **La semelle :**  $R = 72 \times 15 \times 4^2 = 17,280 \text{ t}$

Le moment dû à cette action est :

$$M_{R/0} = 17,28 \times (1,33) = 22,982 \text{ t.m}$$

Le moment total est :  $M_T = 1377,695 \text{ t.m}$

La réaction total est :  $R_T = 141,192 \text{ t}$



**Figure 12.4.** Coupe transversale B-B de la pile (effet du courant).

**12.3.2. Etude du chevêtre :**

Le chevêtre est soumis à son poids propre et aux surcharges agissant sur les dés d'appuis. Pour le calcul, on assimile le chevêtre à une poutre sur un appui continu (le fût).

On considère que le chevêtre est soumis à une surcharge uniformément répartie ; cette charge est donnée par les combinaisons suivantes :

Combinaison	E.L.U	E.L.S
I	$1,35G + 1,6 [\text{Max} (A+B)]$	$G + 1,2[\text{Max} (A+B)]$
II	$1,35G + 1,35\text{Max} [M_{c_{120}}, D_{240}]$	$G + \text{Max} [M_{c_{120}}, D_{240}]$

Combinaison	E.L.U	E.L.S
I	$1,35 \times 945,44 + 1,6 \times 230,334 =$ 1644,878 t	$945,44 + 1,2 \times 230,334 =$ 1221,840 t
II	$1,35 \times 945,44 + 1,35 \times 214,768 =$ 1566,280 t	$945,44 + 214,768 = 1160,208$ t

**Tableau 12.3.** Combinaison des charges et surcharges en E.L.U et E.L.S.

Donc les réactions maximales sont dues à la combinaison I, on calcule la réaction par poutre en divisant la réaction maximale par le nombre de poutres (5 poutres).

**12.3.2.1. Calcul des sollicitations :****a. Charges concentrées (tablier + surcharges) :**• **E.L.U :**

$$q_u = \frac{1644,878}{5} = 328,975 \text{ t}$$

• **E.L.S :**

$$q_s = \frac{1221,840}{5} = 244,368 \text{ t}$$

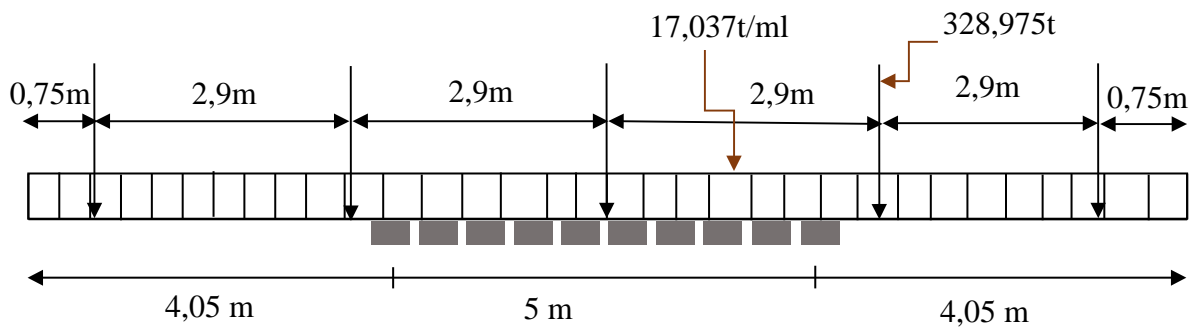
**b. Charge répartie (poids propre) :**

- **E.L.U :**  $G_{\text{rep}} = 1,35 \times G_{\text{ch}} = 17,037 \text{ t}$

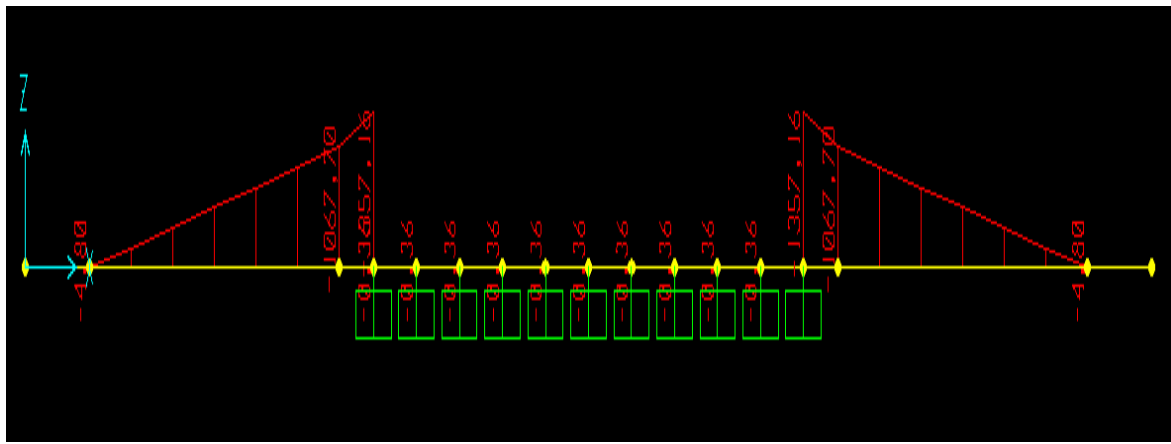
- **E.L.S :**  $G_{\text{rep}} = G_{\text{ch}} = 12,620 \text{ t}$

Le chevêtre est calculé comme une poutre continue, pour cela on utilise le logiciel **SAP2000**, les résultats obtenus sont dus à la combinaison des charges réparties et concentrées.

• E.L.U :

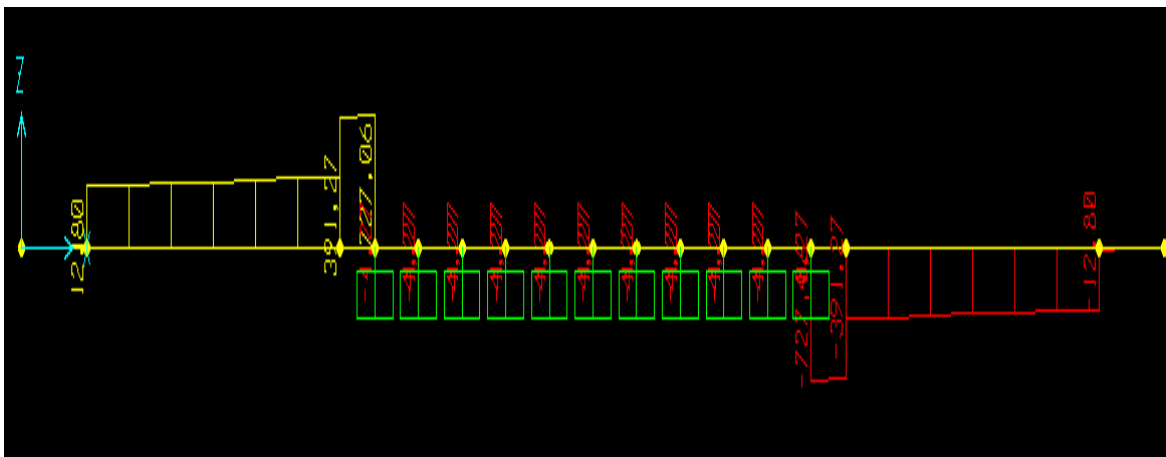


✓ Diagramme des moments fléchissant :



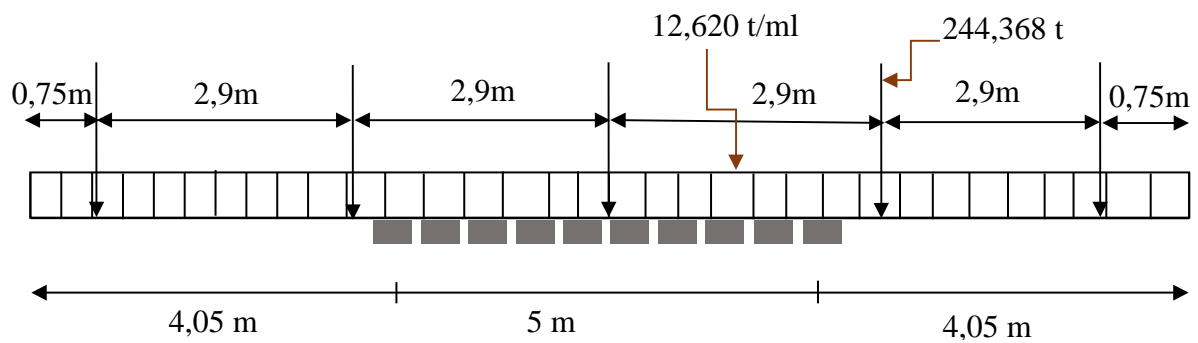
Le moment sur appui :  $M_a = -1357,16 \text{ t.m}$

✓ Diagramme des efforts tranchants :

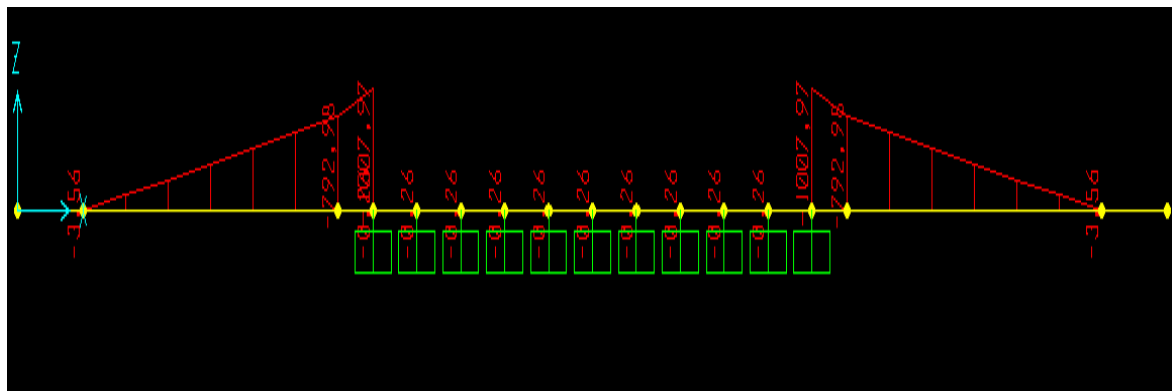


L'effort tranchant :  $T_0 = 727,06 \text{ t}$

• **E.L.S :**

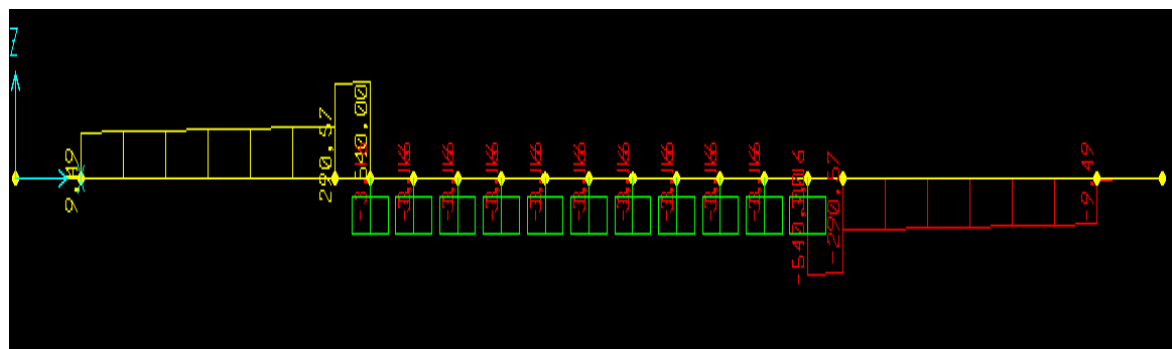


✓ **Diagramme des moments fléchissant :**



Le moment sur appui :  $M_a = -1007,97 \text{ t.m}$

✓ **Diagramme des efforts tranchants :**



L'effort tranchant :  $T_0 = 540,00 \text{ t}$

**12.3.2.2. Ferrailage du chevron :**

**a. Calcul des armatures longitudinales :**

• **Sur appui :**

➤ **E.L.U :**

Le ferrailage du chevron à l'E.L.U se fait par logiciel SOCOTEC avec les hypothèses suivantes :

- ✓ Calcul de ferrailage en flexion simple ;

- ✓ Fissuration préjudiciable ;
- ✓ Béton  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$  ;
- ✓ Acier  $f_e = 500 \text{ MPa}$ .

Section rectangulaire :

$$b = 220 \text{ cm}, h = 220 \text{ cm}, d_1 = 5 \text{ cm}, d = 215 \text{ cm}$$

$$M_{au} = 1357,16 \text{ t.m}$$

$$M_{as} = 1007,97 \text{ t.m}$$

Le résultat obtenu par SECOTEC est :

- Section d'armature comprimée (inférieure) :  $A_{SC} = 0 \text{ cm}^2$ .
- Section d'armature tendue (supérieure) :  $A_{St} = 152 \text{ cm}^2$ .

➤ **E.L.S :**

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,22 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \overline{\sigma_{bs}} = \text{MIN} \left( \frac{2}{3} f_e, 150 \cdot \eta \right) \text{ avec } \eta = 1,6 \text{ (fissuration préjudiciable)}$$

$$\sigma_s = \overline{\sigma_{bs}} = \text{MIN} \left( \frac{2}{3} \times 500, 150 \times 1,6 \right) = 240 \text{ MPa}$$

$$M_{IU} = \mu_{iu} \times b \times d^2 \times f_{bu} = 0,392 \times 2,2 \times 2,15^2 \times 15,3 = 60,992 \text{ MN.m}$$

$$M_{IU} = 60,992 \text{ MN.m}$$

$$\gamma = \frac{M_U}{M_S} = 1,34$$

$$M_{IS} = \frac{M_{IU}}{\gamma} = \frac{60,992}{1,34} = 45,516 \text{ MN.m}$$

$$M_S = 10,0797 \text{ MN.m} \leq M_{IS} = 45,516 \text{ MN.m} \Rightarrow \text{section sans armatures comprimée}$$

$$A_{SC} = 0 \text{ cm}^2.$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_S}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_b}} = \frac{1007,97 \cdot 10^{-2}}{2,2 \times 2,15^2 \times 16,2} = 0,0611$$

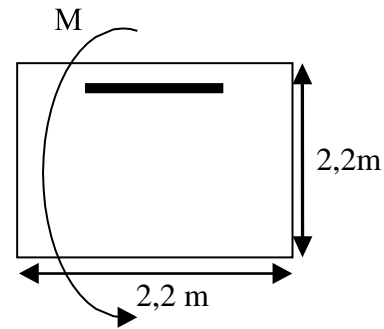
$$\alpha = 1,5 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \cdot \mu_{ser}} \right) = 0,1276$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,9489$$

$$A_{Ser} = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \overline{\sigma_b}}{2 \cdot \overline{\sigma_s}} = \frac{0,1276 \times 2,2 \times 2,15 \times 16,2}{2 \times 240} = 0,0203 \text{ m}^2$$

$$A_{Ser} = 203,697 \text{ cm}^2$$

$$\text{On a: } A_{Ser} > A_{Su} \Rightarrow A_S = 203,697 \text{ cm}^2$$





▪ **Condition de non fragilité :**

$$A_{S \min} > 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{S \min} > 0,23 \times 2,2 \times 2,15 \times 10^4 \times \frac{2,22}{500}$$

$$A_{S \min} > 48,302 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots (\text{c.v}).$$

**Remarque :**

Une autre vérification de la section d'armature obtenue a été faite par rapport à la combinaison ELU en utilisant le logiciel SECOTEC.

Les résultats obtenue ont montrés que la contrainte de la nappe inférieur ne pas vérifier ( $-534,4 < 250 \text{ CNV}$ ), donc on doit augmenter la section d'armature de la nappe inférieure de telle façon que la contrainte soit vérifiée.

Finalement on adopte :

$$\begin{cases} A_{S \text{ travée}} = 203,697 \text{ cm}^2 \Rightarrow 26 \text{ HA32 (209,04 cm}^2\text{)}. \\ A_{S \text{ appui}} = 118 \text{ cm}^2 \Rightarrow 15 \text{ HA32 (120,6 cm}^2\text{)}. \end{cases}$$

**b. Les armatures transversales :**

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d} \leq \bar{\tau}_u$$

$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ \frac{0,15}{\gamma_b} \times f_{c28}, 3 \right\}$$

$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ \frac{0,15}{1,5} \times 27, 3 \right\} = 2,7 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = \frac{727,06}{2,2 \times 2,15} \times 10^{-2} = 1,537 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 1,537 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_u = 2,7 \text{ MPa.}$$

$\Rightarrow \alpha = 90^\circ$  (Les armatures droites sont suffisantes).

$$\frac{A_t}{b \times S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \times K \times f_{t28}}{0,8 \times f_e (\cos \alpha + \sin \alpha)} \quad k = 1 (\text{flexion simple})$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{2,2(1,537 - 0,3 \times 1 \times 2,22)}{0,8 \times 500(0 + 1)} = 0,0047 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

**Pourcentage minimal :**

$$\frac{A_t}{b \times S_t} \times f_e > \text{Max} \left\{ \frac{\tau_u}{2}; 0,4 \right\} = 0,768 \text{ MPa.}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{0,768 \times 2,2}{500} = 0,3379 \text{ cm}^2/\text{cm} \dots\dots\dots (\text{c.v})$$

➤ **Choix des armatures**

$$\phi_t \leq \text{MIN} \left\{ \phi_L, \frac{h}{35}, \frac{b}{10} \right\}$$

$$\phi_t \leq \text{MIN} \{32; 36,57; 22\}$$

$$\phi_t \leq 22 \text{ mm}$$

On prend un espacement de 15 cm

$$\frac{A_t}{S_t} \geq 0,3405 \Rightarrow A_t = 0,3405 \times 15 = \mathbf{5,107 \text{ cm}^2}$$

### 12.3.2.3. Etude de la torsion du chevêtre :

La torsion du chevêtre est due à l'excentricité des appareils d'appuis par rapport à son plan de symétrie.

Cette torsion est déterminée, lorsqu'une seule travée est chargée sous le système qui donne la réaction maximale (système  $D_{240}$ ).

Donc, pour calculer les contraintes tangentielles dues à la torsion dans une section pleine, on la remplace par une section équivalente creuse dont l'épaisseur de la paroi est égal à  $1/6$  du diamètre du cercle qu'il est possible d'inscrire dans le contour extérieur.

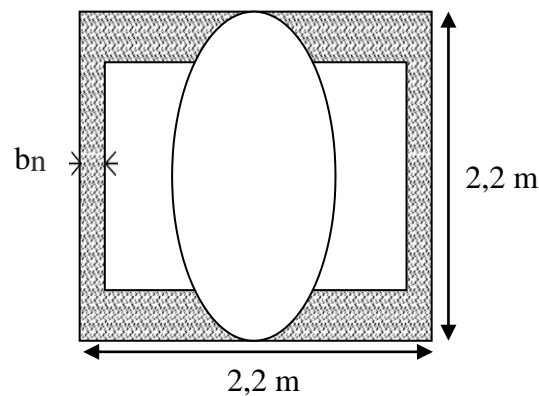


Figure 12.5. Partie qui travaille à la torsion.

$$b_n = \frac{h}{6} = \frac{2,2}{6} = 0,37 \text{ m}$$

#### a. Calcul du moment de torsion :

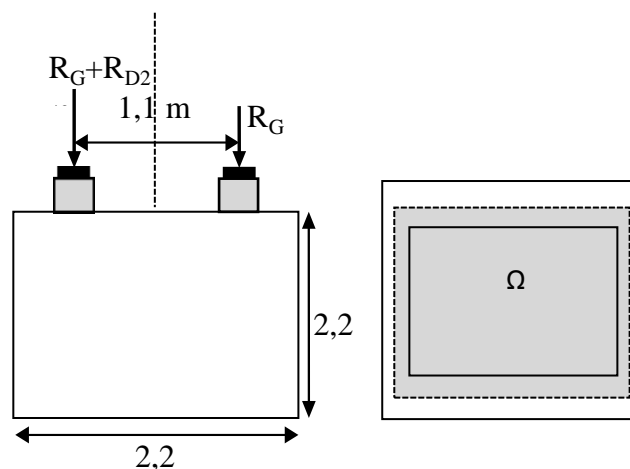


Figure 12.6. Coupe transversale du chevêtre.

$$M_{\text{tor}} = \frac{R_{D240}}{5} \times 0,55 = \frac{182,769}{5} \times 0,55 = 20,104 \text{ t.m}$$

➤ **E.L.U :**

$$M_{\text{tor}} = 1,35 \times 20,104 = 27,140 \text{ t.m}$$

▪ **Justification du béton :**

On doit vérifier que :

$$\tau_u(T_u) + \tau_u(M_u) \leq \bar{\tau}_u = 2,7 \text{ MPa}$$

$$\tau_u(T_u) = 1,537 \text{ MPa}$$

$$\tau_u(M_u) = \frac{M_{\text{tor}}}{2 \times \Omega \times b_n}$$

Avec :

$\tau_u(T_u)$  : contrainte de cisaillement due à l'effort tranchant .

$\tau_u(M_u)$  : contrainte de cisaillement due à la torsion.

$\Omega$  : aire du contour à mi- épaisseur de la paroi.

$$\Omega = (2,2-0,37) \times (2,2-0,37) = 3,348 \text{ m}$$

$$\tau_u(M_u) = \frac{27,140 \times 10^{-2}}{2 \times 3,348 \times 0,37} = 0,109 \text{ MPa}$$

$$\tau_u(T_u) + \tau_u(M_u) = 1,537 + 0,109 = 1,646 \text{ MPa} \leq 2,7 \text{ MPa} \dots\dots\dots(\text{c.v}).$$

**b. Calcul de ferrailage de torsion :**

• **Armatures longitudinales :**

$$A_{L \text{ tor}} = \frac{U \times M_{\text{tor}}}{2 \times \Omega \times \frac{f_e}{\gamma_s}}$$

Avec :

U : périmètre du contour.

$$U = 2 \times [(2,2-0,37) + (2,2-0,37)] = 7,32 \text{ m}$$

$$A_{L \text{ tor}} = \frac{7,32 \times 27,140}{2 \times 3,348 \times 435 \times 10^2} = 6,82 \text{ cm}^2$$

Soit : **8HA12** (9,05 cm<sup>2</sup>).

• **Armatures transversales :**

$$\frac{A_{t \text{ tor}}}{S_t} \geq \frac{M_{\text{tor}}}{2 \times \Omega \times \frac{f_e}{\gamma_s}} = \frac{27,140}{2 \times 3,348 \times 435 \times 10^2} = 0,00931 \text{ cm}$$

On prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

$$A_{t \text{ tor}} \geq 5,068 + 0,139 = 5,207 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{6HA12} (6,79 \text{ cm}^2)$$

❖ **Les armatures du chevêtre :**

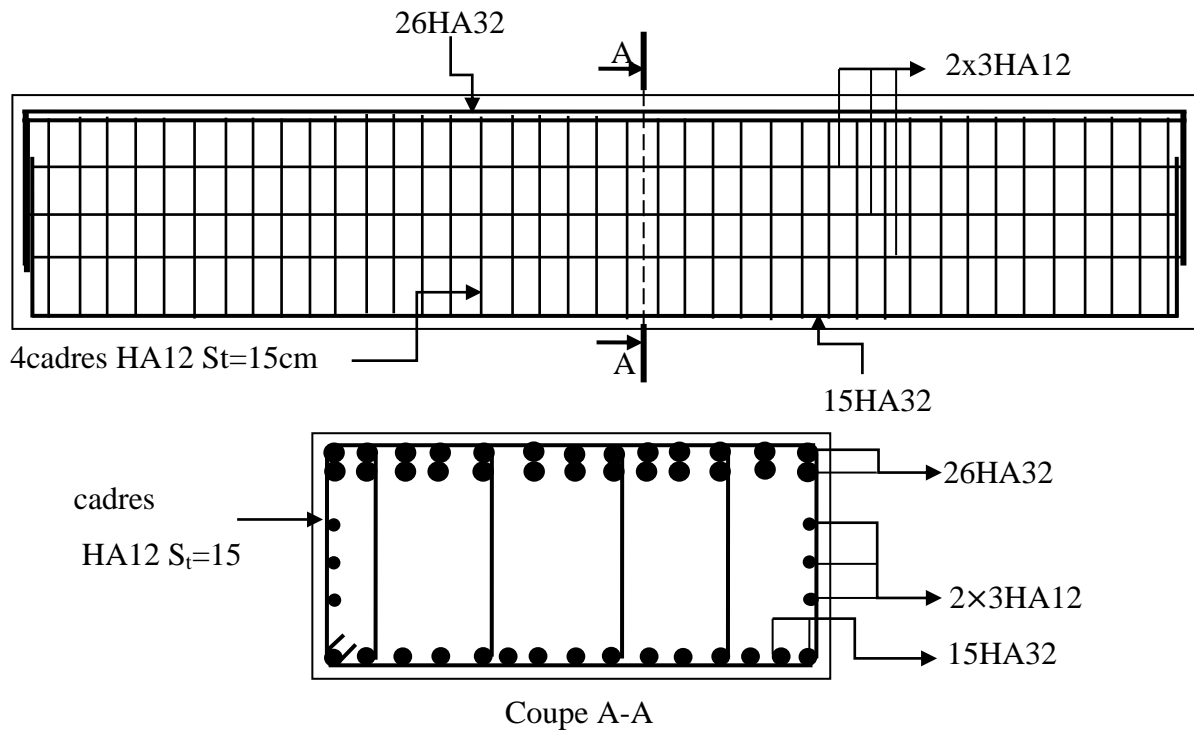
$$A_{s \text{ appui}} = 203,697 \text{ cm}^2 \quad \text{soit } 26\text{HA32}$$

$$A_{s \text{ travée}} = 118 \text{ cm}^2 \quad \text{soit } 15\text{HA32}$$

$$A_{\text{tran}} = 9,05 \text{ cm}^2 \quad \text{soit } 8\text{HA12}$$

$$A_{s \text{ torion}} = 5,207 \text{ cm}^2 \quad \text{soit } 6\text{HA12}$$

**12.3.2.4. Schéma de ferrailage :**



**Figure 12.7.**Schéma de ferrailage de chevêtre.

**12.3.3. Etude du fût :**

Les fûts sont les éléments intermédiaires entre le tablier et les fondations dont le rôle est de transmettre les efforts dus aux charges et aux surcharges ainsi que l'effort du séisme, de la température et du freinage. Pour le calcul, on considérera les fûts comme étant des consoles encastrées à leurs bases dans la semelle.

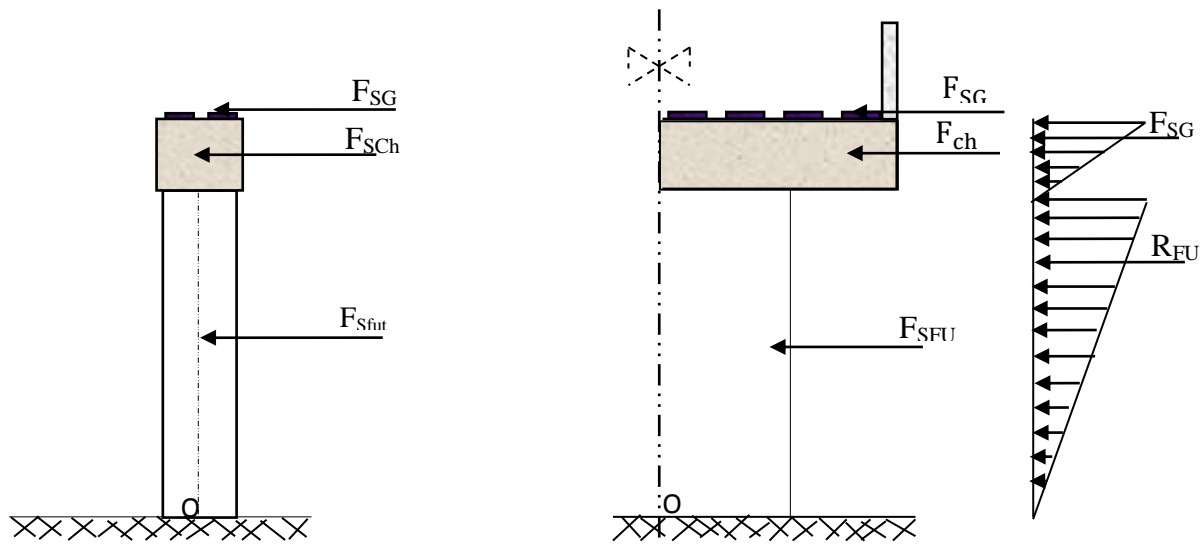


Figure 12.8. Charges appliquées au fut.

### 12.3.3.1. Calcul des sollicitations :

Le fut est soumis aux efforts suivants :

- Son poids propre ;
- La réaction due au poids du tablier et du chevêtre ;
- La réaction due aux surcharges ;
- Freinage des surcharges ;
- L'effort du au séisme.

#### a. Le poids du fut :

$$P_{\text{fut}} = 5 \times 1,7 \times 12,8 \times 2,5 = 272 \text{ t}$$

#### b. Le poids du tablier :

$$G_{\text{tab}} = 945,44 \text{ t.}$$

#### c. Le poids du chevêtre :

$$G_{\text{che}} = 165,335 \text{ t.}$$

- le poid total appliqué au fut

$$G = G_f + G_{\text{tab}} + G_{\text{che}} = 272 + 945,44 + 165,335 = 1382,775 \text{ t.}$$

#### d. Les surcharges :

Elles sont indiquées au tableau (12.1) et (12.2).

#### e. Le freinage :

- **Système A(L) :**

$$H_{A(l)} = \frac{A/2}{20 + 0,0035 \times S}$$

Avec : S est la surface surchargée

$$A = A(L) \times a_1 \times a_2 \times S$$

- Pour une travée chargée : la longueur chargée est de 39 m.

	Largeur	S	$a_1 \times a_2 \times A(L)$	$H_{A(L)}$
1vc	3,5	136,5	0,936	3,119
2vc	7	273	0,936	6,096
3vc	10,5	409,5	0,842	8,043

- Pour deux travées chargées : la longueur chargée est de 79,1m.

	Largeur	S	$a_1 \times a_2 \times A(L)$	$H_{A(L)}$
1vc	3,5	276,85	0,625	4,125
2vc	7	553,7	0,625	7,887
3vc	10,5	830,55	0,562	10,188

- Le moment dû à l'effort de freinage de système A(l) :

			$H_f$	$M_f$
A(l)	1trav	1vc	3,119	47,564
		2vc	6,096	92,964
		3vc	8,043	122,655
	2trav	1vc	4,125	62,906
		2vc	7,887	120,276
		3vc	10,188	155,367

#### ▪ Système Bc :

Un seul camion est supposé freiné avec  $H_{Bc} = 30$  t , chaque appui supporte une force de freinage égal  $30/2 = 15$ t.

- Le moment dû a l'effort de freinage de système Bc :

$$M_{Bc} = 15(0,25 + 2,2 + 12,8) = 228,75 \text{ t.m}$$

#### f. Le séisme :

##### ▪ L'effort sismique horizontal pour le fût :

**Tablier :**  $F_{th} = \varepsilon_h \times G_t = 0,1 \times 945,44 = 94,544$  t.

**Chevêtre :**  $F_{chh} = \varepsilon_h \times G_{ch} = 0,1 \times 165,335 = 16,533$  t.

**Fut :**  $F_{fuh} = \varepsilon_h \times G_{fut} = 0,1 \times 272 = 27,2$  t.

**Sol sur la semelle :**  $F_{hsol} = \varepsilon_h \times G_{sol} = 0,1 \times 362 = 36,2 \text{ t.}$

$F_{htot} = 174,279 \text{ t.}$

▪ **L`effort sismique vertical :**

$G_T = G_{tab} + G_{ch} + G_{fut} = 1382,775 \text{ t}$

• **Minimal :**  $F_{V_{MIN}} = (1 - \varepsilon_v) \times G_T = (1 - 0,05) \times 1382,775 = 1313,636 \text{ t}$

• **Maximal :**  $F_{V_{MAX}} = (1 + \varepsilon_v) \times G_T = (1 + 0,05) \times 1382,775 = 1451,913 \text{ t}$

▪ **Le moment dû a l`effort sismique horizontal :**

$M_{FS/0} = (F_{th} \times Y_t + F_{chh} \times Y_{ch} + F_{futh} \times Y_{fut} + f_{solh} \times Y_{sol})$

$M_{FS/0} = (94,544 \times 15,25 + 16,533 \times 13,9 + 27,2 \times 6,4 + 36,2 \times 1)$

$M_{FS/0} = 1881,884 \text{ t}$

**g. L`effet de courant :**

Le moment dû à chaque effort :

$M_{Rch/0} = 8,712 \times 14,26 = 124,233 \text{ t.m}$

$M_{Rfut/0} = 115,2 \times 8,53 = 982,656 \text{ t.m}$

Le moment total :

$M_{T/0} = \sum M_{i/0} = \mathbf{1106,889 \text{ t.m}}$

**12.3.3.2. Calcul des combinaisons :**

Dans cette partie, on va calculer l`effort normal **N**, le moment longitudinal **M<sub>LONG</sub>** et le moment transversal **M<sub>TRAN</sub>** qui se résultent dans le fut sous les différentes combinaisons, ainsi qu`on va calculer la section d`armature pour chaque combinaison en utilisant **SECOTEC**.

• **Conditions normales**

**Combinaison 01 :**  $G + A(L) \text{ (ou Bc)} + H_f [A(L) \text{ (ou Bc)}].$

$N = G + R [A(L)(\text{ou Bc})]$

$M_{LONG} = 1,6 (M_{LONG}[A(L)(\text{ou Bc})]) + M_{frein} [A(L)(\text{ou Bc})]$

$M_{TRAN} = 1,6 (M_{TRAN}[A(L)(\text{ou Bc})])$

• **Combinaison 02 :**  $G + D_{240} \text{ ou } M_{C120}$

$N = G + R (D_{240} \text{ ou } M_{C120})$

$M_{LONG} = 1,35 M_{LONG}(D_{240} \text{ ou } M_{C120})$

$M_{TRAN} = 1,35 M_{TRAN}(D_{240} \text{ ou } M_{C120})$

			N(t)	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	M(t.m)	e (m)	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )
1trav	A(l)	1vc	1446,657	132,318	383,291	405,487	0,280	0
		2vc	1510,539	261,174	408,844	485,145	0,321	0
		3vc	1555,252	348,027	68,990	354,799	0,228	0
	Bc	1file	1445,946	421,590	429,561	601,881	0,416	0
		2files	1498,589	467,915	555,907	726,620	0,484	0
		3files	1532,807	498,027	420,027	651,501	0,425	0
		Bcmin	1384,554	367,564	12,096	367,763	0,265	0
M <sub>C120</sub>			1490,459	75,905	487	492,880	0,330	0
D <sub>240</sub>			1565,544	135,704	493,476	511,795	0,326	0
2trav	A(l)	1vc	1468,067	100,649	511,75	521,555	0,355	0
		2vc	1553,4	192,441	546	578,921	0,372	0
		3vc	1613,109	248,587	92,132	265,111	0,164	0
	Bc	1file	1450,591	371,044	461,148	591,888	0,408	0
		2files	1507,106	375,251	596,788	704,961	0,467	0
		3files	1543,84	377,984	450,980	588,434	0,381	0
M <sub>C120</sub>			1496,673	0	515,103	515,103	0,344	0
D <sub>240</sub>			1597,543	0	579,873	579,873	0,362	0

Tableau 12.4. Combinaison 01 et 02.

- en crue :

Lorsqu'un corps baigne dans l'eau, son poids volumique se diminue de 1,2 t/m<sup>3</sup> à cause de la poussée d'ARCHIMEDS, donc :

Le poids volumique du béton :  $\rho_{\text{béton}} = 2,5 - 1,2 = 1,3 \text{ t/m}^3$

Pour le sol, la notion de déjaugé :  $\gamma' = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_s} \cdot \gamma_d$

C'est-à-dire approximativement :  $\gamma' = 0,5 \cdot \gamma_d = 1 \text{ t/m}^3$

Le poids des éléments constituant la pile devient:

$$P_{\text{tab}} = G_{\text{tab}} = 945,44 \text{ t.}$$

$$P_{\text{ch}} = \frac{R_{\text{ch}} \times 1,3}{2,5} = 165,335 \times \frac{1,3}{2,5} = 85,974 \text{ t.}$$

$$P_{\text{fut}} = \frac{R_{\text{fut}} \times 1,3}{2,5} = 272 \times \frac{1,3}{2,5} = 141,44 \text{ t.}$$

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{tab}} + P_{\text{ch}} + P_{\text{fut}} = 1172,854 \text{ t.}$$



- **Combinaison 03** :  $G + A(L)$  (ou  $Bc$ ) +  $H_f [A(L)$  (ou  $Bc)] + \text{courant}$ .

$$N = G + R [A(L)(\text{ou } Bc)]$$

$$M_{\text{LONG}} = 1,6 (M_{\text{LONG}} [A(L)(\text{ou } Bc)]) + M_{\text{frein}} [A(L)(\text{ou } Bc)]$$

$$M_{\text{TRAN}} = 1,6 (M_{\text{TRAN}} [A(L)(\text{ou } Bc)]) + 1,35 M_{\text{COUR}}$$

- **Combinaison 04** :  $G + D_{240}$  ou  $M_{C120} + \text{courant}$ .

$$N = G + R (D_{240} \text{ ou } M_{C120})$$

$$M_{\text{LONG}} = 1,35 M_{\text{LONG}}(D_{240} \text{ ou } M_{C120})$$

$$M_{\text{TRAN}} = 1,35 M_{\text{TRAN}} (D_{240} \text{ ou } M_{C120}) + 1,35 M_{\text{COUR}}$$

			N(t)	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	M(t.m)	e (m)	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )
<b>1trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	1236,736	287,811	1877,591	1899,522	1,535	152
		<b>2vc</b>	1300,618	566,621	1903,145	1985,704	1,526	160
		<b>3vc</b>	1345,331	753,091	1563,290	1735,230	1,289	114
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	1236,025	1040,544	1923,861	2187,230	1,769	200
		<b>2files</b>	1288,668	1114,664	2050,207	2333,629	1,810	220
		<b>3files</b>	1322,886	1162,843	1914,327	2239,833	1,693	201
		<b>Bcmin</b>	1174,633	954,103	1506,396	1783,127	1,5180	139
<b>M<sub>C120</sub></b>			1280,538	102,471	1981,300	1983,948	1,549	162
<b>D<sub>240</sub></b>			1355,623	183,201	1987,776	1996,200	1,472	156
<b>2trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	1258,146	261,688	2006,052	2023,048	1,607	170
		<b>2vc</b>	1343,479	500,348	2040,300	2100,755	1,563	175
		<b>3vc</b>	1403,188	646,326	1586,433	1713,040	1,220	105
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	1240,67	959,671	1955,449	2178,244	1,755	198
		<b>2files</b>	1297,185	966,401	2091,089	2303,602	1,775	214
		<b>3files</b>	1333,919	970,774	1945,281	2174,056	1,629	188
<b>M<sub>C120</sub></b>			1286,752	0	2104,793	2104,792	1,635	181
<b>D<sub>240</sub></b>			1387,622	0	2181,557	2181,557	1,572	185

**Tableau 12.5.** Combinaison 03 et 04.

- **Conditions sismiques :**

• **Séisme longitudinal :**

- **Combinaison 05** :  $G + E$ .

$$N = F_{\text{Vmin}} = 1313,636 \text{ t.}$$

$$M_{\text{LONG}} = M_{\text{siesme}} = 1881,884 \text{ t.m.}$$

$$M_{\text{TRAN}} = 0$$

$$A_S = 145 \text{ cm}^2$$

- Combinaison 06 : G + E + (A(L) (ou Bc) )

$$N = + F_{V_{\min}} + 0,6[A(L)(\text{ou Bc})]$$

$$M_{\text{LONG}} = M_{\text{siesme}} + 0,6[(M_{\text{LONG}} [A(L)(\text{ou Bc})]) + M_{\text{frein}} [A(L)(\text{ou Bc})]]$$

$$M_{\text{TRAN}} = 0,6 (M_{\text{TRAN}}[A(L)(\text{ou Bc})])$$

			N(t)	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	M(t.m)	e (m)	A <sub>S</sub> (cm <sup>2</sup> )
1trav	A(l)	1vc	1351,965	1931,503	143,734	1936,844	1,432	147
		2vc	1390,294	1979,824	153,316	1985,751	1,428	151
		3vc	1417,122	2012,394	25,8714	2012,560	1,420	153
	Bc	1file	1351,538	2039,980	161,085	2046,330	1,5140	165
		2files	1383,124	2057,352	208,465	2067,886	1,495	166
		3files	1403,655	2068,644	157,510	2074,632	1,478	165
		Bcmin	1314,703	2019,720	4,536	2019,725	1,536	164
2trav	A(l)	1vc	1364,811	1919,627	191,907	1929,196	1,413	144
		2vc	1416,011	1954,049	204,75	1964,747	1,387	145
		3vc	1451,836	1975,104	34,549	1975,406	1,360	143
	Bc	1file	1354,325	2021,025	172,930	2028,410	1,497	162
		2files	1388,234	2022,603	223,795	2034,946	1,465	160
		3files	1410,275	2023,628	169,117	2030,682	1,439	157
		Combinaison 05		1381,974	1881,884	0	1881,884	1,432

**Tableau 12.6.** Combinaison 05 et 06.

❖ **Exemple de calcul :**

Pour la Combinaison 04 (cas de Bc 3 fils ; 2 travée chargée).

$$G + E + A(L) (\text{ou Bc})$$

$$N = + F_{V_{\min}} + 0,6 \times R_{\text{BC}} (2 \text{ travée}, 3 \text{ voies})$$

$$N = 1313,636 + 0,6 \times 161,065 = 1410,275 \text{ t}$$

$$M_{\text{LONG}} = M_{\text{siesme}} + 0,6(M_{\text{LONG}} \text{ Bc} (2 \text{ travée}, 3 \text{ vois}) + M_{\text{frei}} \text{ Bc})$$

$$M_{\text{LONG}} = 1881,884 + 0,6(7,49 + 228,75) = 2023,628 \text{ t.m}$$

$$M_{\text{TRAN}} = 0,6 (M_{\text{TRAN}}[A(L)(\text{ou Bc})])$$

$$M_{\text{TRAN}} = 0,6 (281,863 = 169,117 \text{ t.m})$$

$$M = \sqrt{M_{\text{LONG}}^2 + M_{\text{TRAN}}^2} = 2030,682 \text{ t.m}$$

▪ **Séisme transversal :**

- **Combinaison 07 : G + E.**

$$N = F_{V_{\min}} = 1313,636 \text{ t.}$$

$$M_{\text{LONG}} = 0.$$

$$M_{\text{TRAN}} = M_{\text{siesme}} = 1881,884 \text{ t.m.}$$

$$A_S = 145 \text{ cm}^2$$

- **Combinaison 08 : G + E + (A(L) (ou Bc) )**

$$N = + F_{V_{\min}} + 0,6[A(L)(\text{ou Bc})]$$

$$M_{\text{LONG}} = 0,6[(M_{\text{LONG}} [A(L)(\text{ou Bc})]) + M_{\text{frein}} [A(L)(\text{ou Bc})]]$$

$$M_{\text{TRAN}} = M_{\text{siesme}} + 0,6 (M_{\text{TRAN}}[A(L)(\text{ou Bc})])$$

			N(t)	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	M(t.m)	e (m)	A <sub>S</sub> (cm <sup>2</sup> )
<b>1trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	1351,965	49,619	2025,618	2026,225	1,498	162
		<b>2vc</b>	1390,294	97,940	2035,200	2037,556	1,465	160
		<b>3vc</b>	1417,122	130,510	1907,755	1912,214	1,349	137
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	1351,538	158,096	2042,969	2049,077	1,5161	165
		<b>2files</b>	1383,124	175,468	2090,349	2097,700	1,5166	171
		<b>3files</b>	1403,655	186,760	2039,394	2047,927	1,458	161
		<b>Bcmin</b>	1314,703	137,836	1886,42	1891,449	1,438	143
<b>2trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	1364,811	37,743	2073,791	2074,134	1,519	169
		<b>2vc</b>	1416,011	72,165	2086,634	2087,881	1,474	166
		<b>3vc</b>	1451,836	93,220	1916,433	1918,699	1,321	134
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	1354,325	139,141	2054,814	2059,520	1,520	167
		<b>2files</b>	1388,234	140,719	2105,679	2110,376	1,520	173
		<b>3files</b>	1410,275	141,744	2051,001	2055,893	1,457	161
<b>combinaison 07</b>			1313,636	0	1881,884	1881,884	1,432	145

**Tableau 12.7.** Combinaison 07 et 08.

D'après les calculs faits, la section d'armatures maximale par **SOCOTEC** est donnée par le cas de condition normal (en crue), Combinaison 03 (cas de Bc 2fils ; 2 travée chargée), avec :

$$\begin{cases} e = 1,810 \text{ cm} \\ A_S = 220 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

**12.3.3.3. Vérification vis-à-vis le flambement du fut :**

$$\lambda = \frac{l_f}{i}, i = \sqrt{\frac{I}{B}}, I = \frac{b \times h^3}{12}, B = b \times h \Rightarrow i = \sqrt{\frac{b \times h^3}{12 \times b \times h}}$$

$$i = 0,240 \text{ m}$$

$$l_f = 0,7 \times l = 0,7 \times 12,80 = 8,96 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{8,96}{0,240} = 37,333$$

Pour que le fut ne flambe pas, il faut que :  $\lambda < \lambda'$

$$\lambda' = \text{MAX} [50, \text{MIN} \left( \frac{67 \times e}{h} \right), 100]$$

$$\lambda' = \text{MAX} [50, \text{MIN} \left( \frac{67 \times 1,810}{1,7} \right), 100] = 69,955 \text{ cm.}$$

$\lambda = 37,333 < \lambda' = 69,955 \Rightarrow$  **Pas de risque de flambement.**

**12.3.3.4. Calcul de ferrailage :****a. Longitudinal :**

Le résultat obtenu par **SECOTEC** est :  $A_S = 214 \text{ cm}^2$ .

On va faire un calcul manuel en introduisant deux excentricités supplémentaires :

$$N = 1288,668 \text{ t}$$

$$M = 2333,629 \text{ t.m}$$

$$e = 1,810 \text{ m}$$

**▪ Calcul de a et b' :**

$$a = (0,337h - 0,81c) \times b \times h \times f_{bu}$$

$$h = 1,7 \text{ m} ; b = 5 \text{ m}$$

$$c = 0,05 \text{ m}$$

$$f_{bu} = 15,3 \text{ MPa}$$

$$a = 6923,862 \text{ t.m}$$

$$b' = N(d - c) - M = 1288,668 (1,65 - 0,05) - 2333,629 = -271,76 \text{ t.m}$$

$a > b' \Rightarrow$  la section sera calculée à la flexion simple avec :

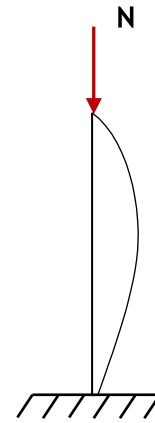
$$M_u = N_u \times (e_1 + e_a + e_2)$$

$e_1$  : l'excentricité du premier ordre.

$e_a$  : l'excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques initiales.

$e_2$  : l'excentricité dû aux effets du second ordre.

$$e_1 = \frac{h}{2} - c + e_0 = 2,61 \text{ m}$$



**Figure 12.9.** Effet de flambement

$$e_{\alpha} = \text{MAX}\left(2 \text{ cm}, \frac{l}{250}\right) = \text{MAX}(2 \text{ cm}, 5,12 \text{ cm}) = 5,12 \text{ cm}$$

$$e_2 = \frac{3 \times l_f^2}{h \times 10^4} \times (2 + \alpha \times \emptyset); \quad \alpha = \frac{M_G}{M(\emptyset + G)} \times 2 = 0; \quad M_G = 0; \quad \emptyset = 2$$

$$e_2 = 0,0283 \text{ m}$$

$$e_r = e_1 + e_{\alpha} + e_2 = 2,6895 \text{ m}$$

$$M_u = N_u \times e_r = 3465,872 \text{ t.m}$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u \times 10^{-2}}{b \times d^2 \times f_{bu}} = 0,166 < 0,392 \Rightarrow A_{sc} = 0 \text{ cm}^2.$$

$$\alpha_u = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,2283$$

$$Z_{bl} = d \times (1 - 0,4\alpha_u) = 1,499 \text{ m}$$

$$A_u = \frac{M_u}{Z_{bl} \times \sigma_s} + A_{sc} \times \frac{\sigma_{sce}}{\sigma_{se}} = 531,522 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_u - \frac{N_u}{\sigma_s} = 531,522 - 296,245 = 235,276 \text{ cm}^2$$

• **La section d'armature minimale :**

$$A_{Smin} = 0,5\%B = \frac{0,5 \times b \times h}{100} = 425 \text{ cm}^2$$

$$A_{Smin} = 212,5 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 235,276 \text{ cm}^2 > A_{Smin} = 212,5 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 235,276 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{30 HA32 (241,2 \text{ cm}^2)}$$

**b. Transversal :**

$$\tau_u = \frac{T_u}{d \times b}$$

$$T_u = F_{htot} + 0,6H_{fBC} = 174,279 + 0,6 \times 15 = 183,279 \text{ t}$$

$$\tau_u = \frac{T_u}{d \times b} = \frac{183,279 \times 10^{-2}}{5 \times 1,65} = 0,222 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \text{Min}\left\{\frac{0,15}{1,5} \times f_{c28}, 3\right\} = 2,7 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \text{Min}\left\{\frac{0,15}{1,5} \times 27, 3\right\} = 2,7 \text{ MPa} \dots\dots\dots(\text{c.v})$$

• **Espacement :**

$$S_t \leq \text{Min}\{0,9b, 40\text{cm}\} = 40 \text{ cm}$$

On prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

- **Section d'armature transversale :**

$$\frac{A_t}{b \times S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \times K \times f_{t28}}{0,8 \times f_e (\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

$$\Rightarrow A_t = \frac{0,222 - 0,3 \times 2,22}{0,8 \times 500} \times 0,15 \times 5 = 0,000832 \text{ m}^2$$

- **Pourcentage minimal :**

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times S_t} \geq \text{Max} \left( \frac{\tau_u}{2}, 0,4 \text{ MPa} \right) = 0,4 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \frac{A_t}{S_t} \geq 5 \times 10^2 \times \frac{0,4}{500} = 0,4 \text{ cm}$$

Donc, on prend le pourcentage minimal pour le calcul.

On fixe:  $S_t = 15 \text{ cm} \Rightarrow A_t = 15 \times 0,4 = 6 \text{ cm}^2$

- **Diamètre des armatures :**

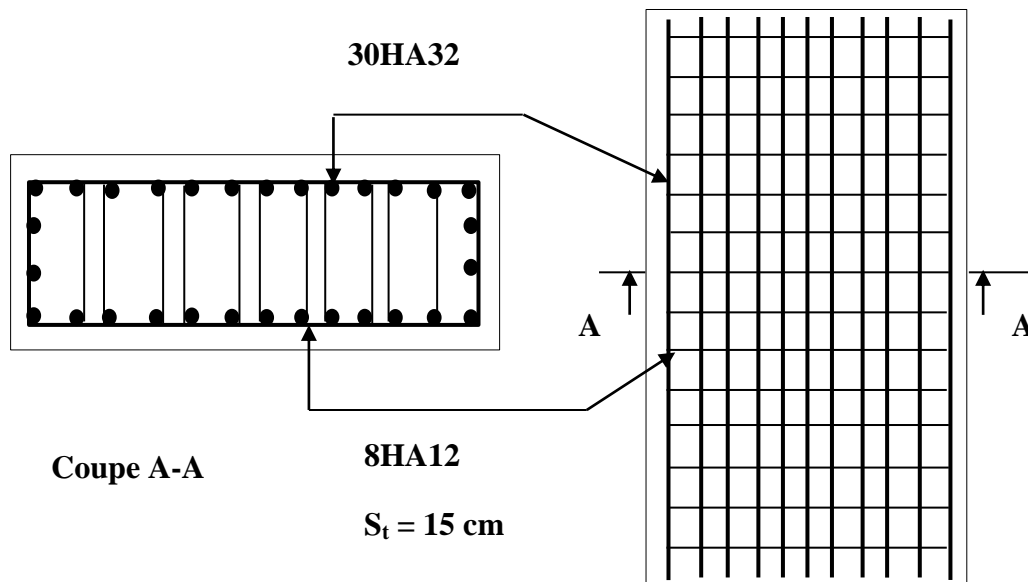
$$\phi_t \leq \text{Min} \left\{ \frac{h}{35}, \phi_{\text{long}}, \frac{b}{10} \right\} = \text{Min} \left\{ \frac{1700}{35}, 32, \frac{5000}{10} \right\} = 32 \text{ cm}$$

$$\phi_t \leq 32 \text{ cm}$$

On prend  $\phi_t = 12 \text{ cm}$

Soit : **8HA12** ( $A_t = 9,04 \text{ cm}^2$ )

### 12.3.3.5. Schéma de ferrailage de fut :



**Figure 12.10.** Schéma de Ferrailage de fut.

**12.3.4. Etude de la semelle :**

La semelle transmet à la fondation des efforts qui produisent dans les pieux des forces axiales et le plus souvent, des moments. Pour que ces moments soient transmis normalement, les pieux sont mécaniquement encastés dans la semelle, celle-ci a pour dimensions :

- Longueur :  $D = 13,2$  m;
- Largeur :  $B = 7,5$  m;
- Epaisseur :  $E = 2$  m.

**12.3.4.1. Calcul des charges :****a. Charges permanentes :**• **à sec :**

- Superstructure :  $G_{\text{sup}} = 945,44$  t ;
- Chevêtre :  $G_{\text{Ch}} = 165,335$  t ;
- Fût :  $G_{\text{fut}} = 272$  t ;
- Poids de la semelle :  $G_{\text{sem}} = 495$  t ;
- Poids des terres :  $G_{\text{ter}} = 362$  t ;
- Le poids total de la pile :  $G_{\text{pile}} = 1294,335$  t ;
- Le poids total :  $G_T = 945,44 + 1294,335 = 2239,775$  t.

• **en crue :**

-Le poids total de la superstructure :

$$G_{\text{SUP}} = 945,44 \text{ t}$$

- Le poids du chevêtre et des d'appuis :

$$P_{\text{CH+d}} = 85,974 \text{ t}$$

- Le poids du fut :

$$P_f = 5 \times 1,7 \times 12,8 \times 1,3 = 141,44 \text{ t}$$

- Le poids de la semelle :

$$P_s = 13,2 \times 7,5 \times 2 \times 1,3 = 257,4 \text{ t}$$

- Le poids de la terre sur la semelle :

$$P_t = 2 \times [13,2 \times 7,5 - 5 \times 1,7] \times 1 = 181 \text{ t}$$

- Le poids total de la pile :

$$P_T = (P_{\text{CH+d}}) + P_f + P_s + P_t$$

$$P_T = 85,974 + 141,44 + 257,4 + 181 = 665,814 \text{ t}$$

$$\text{Le poids total} = 945,44 + 1294,335 = 1611,254 \text{ t}$$

**b. Les surcharges :**

Elles sont indiquées au tableau (12.1) et (12.2).

**c. Le freinage :****▪ Système A(L):**

Le moment dû à l'effort de freinage de système A(l) :

$$MA(l) = H_{A(L)} \times (0,25 + 2,2 + 12,8 + 2) = H_{A(L)} \times 17,25 \text{ t.m}$$

**▪ Système Bc :**

Un seul camion est supposé freiné avec  $H_B = 30 \text{ t}$ , chaque appui supporte une force de freinage égal à  $30/2 = 15 \text{ t}$

Le moment crée par l'effort de freinage  $M_{BC} = 15 \times (0,25 + 2,2 + 12,8 + 2) = 258,75 \text{ t.m}$

			$H_f$	$M_f$
A(l)	1trav	1vc	3,119	53,802
		2vc	6,096	105,156
		3vc	8,043	138,741
	2trav	1vc	4,125	71,156
		2vc	7,887	136,050
		3vc	10,188	175,743
Bc			15	258,75

**d. Le séisme :****▪ L'effort sismique horizontal :**

$$F_{sh} = \varepsilon_h \times G_T = 0,1 \times 2239,775 = 223,977 \text{ t}$$

**▪ L'effort sismique vertical :**

- **Minimal** :  $F_{V_{MIN}} = (1 - \varepsilon_v) \times G_T = (1 - 0,05) \times 2239,775 = 2127,786 \text{ t}$

- **Maximal** :  $F_{V_{MAX}} = (1 + \varepsilon_v) \times G_T = (1 + 0,05) \times 2239,775 = 2351,763 \text{ t}$

**▪ Le moment dû à l'effort sismique :**

$$M_{FS/0} = e_h \times (F_{SG} \times Y_{FG} + F_{SCH} \times Y_{ch} + F_{SFU} \times Y_{FU} + F_{SSOL} \times Y_{SOL} + F_{SSe} \times Y_{Se})$$

$$M_{FS/0} = 0,1 \times (945,44 \times 17,25 + 165,335 \times 15,9 + 272 \times 8,4 + 362 \times 3 + 495 \times 1)$$

$$M_{FS/0} = 0,1 \times (22803,466) = 2280,346 \text{ t.m}$$

**▪ L'effet de courant :**

Le moment dû à chaque effort :

$$M_{Rch/0} = 8,712 \times 16,26 = 141,657 \text{ t.m}$$

$$M_{Rfut/0} = 115,2 \times 10,53 = 1213,056 \text{ t.m}$$



$$M_{Rsem/0} = 17,28 \times 1,33 = 22,982 \text{ t.m}$$

Le moment total :  $M_T/0 = \sum M_i/0 = \mathbf{1377,695 \text{ t.m}}$

#### 12.3.4.2. Vérification de la stabilité du groupe des pieux sous pile :

Le groupe des pieux est dite en stable lorsque l'effort maximal supporte par un pieu est inférieur à la capacité portante du pieu.

D'après le rapport du sol = 757,187 t

##### a. Calcul des combinaisons :

Les combinaisons qu'on va calculer sont celles calculées précédemment dans le calcul du fut, la différence est que l'effort normal sera majoré ainsi que le convoi D<sub>240</sub> et Mc<sub>120</sub> sera combiné avec le séisme.

##### ▪ Conditions normales :

✓ à sec :

➤ E.L.U :

- **Combinaison 01** : G + A(L) (ou Bc) + Hf [A(L) (ou Bc)].

$$N = 1,35G + 1,6R ([A(L)(ou Bc)])$$

$$M_{LONG} = 1,6(M_{LONG} A(L) \text{ ou } Bc) + M_{frein} [A(L)(ou Bc)]$$

$$M_{TRAN} = 1,6 (M_{TRAN} [A(L)(ou Bc)])$$

- **Combinaison 02** : G+D<sub>240</sub> OU Mc<sub>120</sub>

$$N = 1,35G + 1,6R(D_{240} \text{ ou } M_{C120})$$

$$M_{LONG} = 1,35 M_{LONG} (D_{240} \text{ ou } M_{C120})$$

$$M_{TRAN} = 1,35 (M_{TRAN}[D_{240} \text{ ou } M_{C120}])$$

			N	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	σ <sub>imax</sub>	σ <sub>imin</sub>	R <sub>MAX</sub>	R <sub>MIN</sub>
1trav	A(I)	1vc	3125,907	142,299	383,291	264,535	238,425	298,925	269,421
		2vc	3228,118	280,681	408,844	277,695	241,711	313,796	273,134
		3vc	3299,659	373,764	68,990	278,793	252,125	315,036	284,901
	Bc	1file	3124,769	469,590	429,561	275,804	226,974	311,658	256,481
		2files	3208,998	515,915	555,907	286,865	229,465	324,157	259,296
		3files	3263,747	546,027	420,027	289,183	235,956	326,777	266,631
		Bcmin	3026,542	415,564	12,096	256,868	230,1058	290,260	260,019
M <sub>C120</sub>			3169,069	75,905	487,000	268,231	241,675	303,101	273,093
D <sub>240</sub>			3270,434	135,704	493,476	278,417	247,798	314,611	280,012
2trav	A(I)	1vc	3160,163	113,849	511,752	269,264	239,208	304,269	270,305
		2vc	3296,696	217,68	546	284,290	246,151	321,247	278,151
		3vc	3392,230	281,188	92,132	283,836	261,976	320,735	296,033

	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	3132,201	419,044	461,148	275,513	228,461	311,330	258,161
		<b>2files</b>	3222,625	423,251	596,788	285,9518	232,572	323,125	262,806
		<b>3files</b>	3281,400	425,984	450,980	287,508	240,472	324,884	271,734
<b>M<sub>C120</sub></b>			3177,458	0	515,1033	267,139	244,116	301,867	275,852
<b>D<sub>240</sub></b>			3313,633	0	579,873	279,542	253,624	315,882	286,596

**Tableau.12.8.** Combinaison 01 et 02 en ELU.❖ **Exemple de calcul :**

- **Combinaison 01 :**  $G + A(L) + H_f [A(L) \text{ (ou Bc)}]$ .

$N = 1,35G + 1,6(R_{A(L)})$ . Pour  $(R_{A(L)})$ , voir tableau -1-.

$$N = 1,35 \times 2239,775 + 1,6 \times 63,882 = 3125,907 \text{ t.}$$

$$M_{LONG} = 1,6(M_{LONG} A(l) + M_{frein} A(l))$$

$$M_{LONG} = 1,6(35,135 + 53,802) = 142,299 \text{ t.m.}$$

$$M_{TRAN} = 1,6 (M_{TRAN} [A(L)(\text{ou Bc})])$$

$$M_{TRAN} = 1,6(239,557) = 383,291 \text{ t.m}$$

➤ **E.L.S :**

			<b>N</b>	<b>M<sub>LONG</sub></b>	<b>M<sub>TRAN</sub></b>	<b>σ<sub>imax</sub></b>	<b>σ<sub>imin</sub></b>	<b>R<sub>MAX</sub></b>	<b>R<sub>MIN</sub></b>
<b>1trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2316,433	106,724	287,468	202,573	266,248	221,648	199,520
		<b>2vc</b>	2393,091	210,511	306,633	212,871	274,691	232,801	202,305
		<b>3vc</b>	2446,747	280,323	51,742	207,998	202,983	233,731	211,131
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2315,580	352,192	322,171	211,800	268,486	231,198	189,815
		<b>2files</b>	2378,751	386,936	416,930	222,213	299,916	240,573	191,927
		<b>3files</b>	2419,813	409,520	315,020	221,675	272,992	242,537	197,428
		<b>Bcmin</b>	2241,909	311,673	9,072	190,601	173,157	215,150	192,469
	<b>M<sub>C120</sub></b>			2347,459	56,226	360,741	206,751	291,558	224,519
<b>D<sub>240</sub></b>			2422,544	100,522	365,538	214,403	297,591	233,045	207,416
<b>2trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2342,125	85,387	383,814	208,273	296,892	225,656	200,184
		<b>2vc</b>	2444,525	163,26	409,5	220,116	310,112	238,390	206,068
		<b>3vc</b>	2516,175	210,891	69,099	212,169	215,786	238,006	219,479
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2321,154	314,283	345,861	212,111	276,99	230,952	191,075
		<b>2files</b>	2388,972	317,438	447,591	222,213	311,811	239,798	194,559
		<b>3files</b>	2433,053	319,488	338,235	220,937	283,621	241,117	201,255
		<b>M<sub>C120</sub></b>			2353,673	0	381,558	206,407	299,861
<b>D<sub>240</sub></b>			2454,543	0	429,536	216,667	321,872	233,987	212,293

**Tableau 12.9.** Combinaison 01 et 02 en ELS.

✓ **En crue :**

➤ **E.L.U :**

- **Combinaison 03 :**  $G + A(L)$  (ou  $Bc$ ) +  $H_f [A(L)$  (ou  $Bc$ )] + courant.

$$N = G + R [A(L)(\text{ou } Bc)]$$

$$M_{LONG} = 1,6 (M_{LONG}[A(L)(\text{ou } Bc)]) + M_{frein} [A(L)(\text{ou } Bc)]$$

$$M_{TRAN} = 1,6 (M_{TRAN}[A(L)(\text{ou } Bc)]) + 1,35 M_{COUR}$$

- **Combinaison 04 :**  $G + D_{240}$  ou  $M_{C120}$  + courant.

$$N = G + R (D_{240} \text{ ou } M_{C120})$$

$$M_{LONG} = 1,35 M_{LONG}(D_{240} \text{ ou } M_{C120})$$

$$M_{TRAN} = 1,35 M_{TRAN}(D_{240} \text{ ou } M_{C120}) + 1,35 M_{COUR}$$

			N	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	σ <sub>imax</sub>	σ <sub>imin</sub>	R <sub>MAX</sub>	R <sub>MIN</sub>
<b>1trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2277,404	142,299	2243,179	237,836	128,599	293,013	145,317
		<b>2vc</b>	2379,615	280,681	2268,733	250,996	131,885	303,548	149,030
		<b>3vc</b>	2451,156	373,764	1928,878	252,094	142,299	297,964	160,798
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2276,266	469,590	2289,449	249,105	117,148	294,844	132,377
		<b>2files</b>	2360,495	515,915	2415,795	260,166	119,639	307,284	135,192
		<b>3files</b>	2415,244	546,027	2279,915	262,484	126,130	307,476	142,527
		<b>Bcmin</b>	2178,039	415,564	1871,984	230,169	120,279	270,553	135,916
<b>M<sub>C120</sub></b>			2320,566	75,905	2328,851	241,129	132,252	300,074	149,445
<b>D<sub>240</sub></b>			2421,931	135,704	2335,087	251,310	138,381	309,769	156,370
<b>02trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2311,660	113,849	2371,640	242,566	129,382	300,826	146,202
		<b>2vc</b>	2448,192	217,68	2405,888	257,591	136,325	314,839	154,047
		<b>3vc</b>	2543,727	281,188	1952,021	257,138	152,150	307,332	171,929
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2283,698	419,044	2321,037	248,814	118,635	296,638	134,057
		<b>2files</b>	2374,122	423,251	2456,677	259,252	122,745	309,958	138,702
		<b>3files</b>	2432,896	425,984	2310,869	260,809	130,646	310,142	147,630
		<b>M<sub>C120</sub></b>			2328,955	0	2374,991	240,440	134,290
<b>D<sub>240</sub></b>			2465,129	0	2439,761	252,843	143,798	317,466	162,492

**Tableau 12.10.** Combinaison 03 et 04 en E.L.U.

➤ **E.L.S :**

			<b>N</b>	<b>M<sub>LONG</sub></b>	<b>M<sub>TRAN</sub></b>	<b>σ<sub>imax</sub></b>	<b>σ<sub>imin</sub></b>	<b>R<sub>MAX</sub></b>	<b>R<sub>MIN</sub></b>
<b>1 trav</b>	<b>A(L)</b>	<b>1vc</b>	1687,912	106,724	1665,163	176,372	169,638	199,300	107,592
		<b>2vc</b>	1764,570	210,511	1684,328	186,242	172,959	210,453	110,377
		<b>3vc</b>	1818,226	280,323	1429,437	187,065	169,377	211,383	119,202
	<b>BC</b>	<b>1 file</b>	1687,059	352,192	1699,866	184,823	162,600	208,850	97,887
		<b>2 files</b>	1750,230	386,936	1794,625	193,119	168,704	218,225	99,998
		<b>3 files</b>	1791,292	409,520	1692,715	194,858	169,018	220,189	105,499
		<b>B<sub>cmin</sub></b>	1613,388	311,673	1386,767	170,621	150,955	192,802	100,540
<b>M<sub>C120</sub></b>			1718,938	56,226	1738,436	178,912	175,365	202,171	110,362
<b>D<sub>240</sub></b>			1794,023	100,522	1743,233	186,458	180,115	210,697	115,488
		<b>1vc</b>	1713,604	85,387	1761,509	179,919	174,531	203,308	108,255
<b>2 trav</b>	<b>A(L)</b>	<b>2vc</b>	1816,004	163,26	1787,195	191,188	180,886	216,042	114,139
		<b>3vc</b>	1887,654	210,891	1446,794	190,848	177,541	215,658	127,551
	<b>BC</b>	<b>1 file</b>	1692,633	314,283	1723,556	184,605	164,774	208,604	99,147
		<b>2 files</b>	1760,451	317,438	1825,286	192,434	172,404	217,450	102,631
		<b>3 files</b>	1804,532	319,488	1715,930	193,601	173,442	218,769	109,326
<b>M<sub>C120</sub></b>			1725,152	0	1759,253	178,104	178,104	201,257	112,406
<b>D<sub>240</sub></b>			1826,022	0	1807,231	187,291	187,291	211,639	120,364

**Tableau 12.11.** Combinaison 03 et 04 en E.L.S.▪ **Conditions sismiques (E.L.U) :**➤ **Séisme longitudinal :**- **Combinaison 05 : G + E**

$$N = F_{V_{\max}} = 2351,763 \text{ t}$$

$$M_{\text{LONG}} = M_{\text{siesme}} = 2280,346 \text{ t.m}$$

$$M_{\text{TRAN}} = 0$$

$$R_{\text{MAX}} = 295,104 \text{ t}$$

$$R_{\text{MIN}} = 132,488 \text{ t}$$

- **Combinaison 06 : G+E+A(L) (ou Bc).**

$$N = + F_{V_{\max}} + 0,6[A(L)(\text{ou Bc})].$$

$$M_{\text{LONG}} = M_{\text{siesme}} + 0,6(M_{\text{LONG}} [A(L)(\text{ou Bc})]) + M_{\text{frein}} [A(L)(\text{ou Bc})].$$

$$M_{\text{TRAN}} = 0,6 (M_{\text{TRAN}}[A(L)(\text{ou Bc})])$$

			N	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	σ <sub>imax</sub>	σ <sub>imin</sub>	R <sub>MAX</sub>	R <sub>MIN</sub>
<b>1trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2390,092	2333,708	143,734	269,122	115,445	304,108	130,453
		<b>2vc</b>	2428,421	2385,601	153,316	274,057	116,677	309,685	131,845
		<b>3vc</b>	2455,249	2420,507	25,871	274,469	120,582	310,150	136,258
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2389,665	2456,442	161,085	273,348	111,151	308,883	125,600
		<b>2files</b>	2421,251	2473,814	208,465	277,496	112,085	313,571	126,656
		<b>3files</b>	2441,782	2485,106	157,510	278,365	114,519	314,553	129,407
		<b>B<sub>cmin</sub></b>	2352,830	2436,182	4,536	266,247	112,325	300,859	126,927
<b>2trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2402,938	2323,039	191,907	270,896	115,738	306,112	130,784
		<b>2vc</b>	2454,138	2361,976	204,75	276,530	118,342	312,479	133,727
		<b>3vc</b>	2489,963	2385,791	34,549	276,360	124,276	312,287	140,432
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2392,452	2437,487	172,930	273,239	111,708	308,760	126,230
		<b>2files</b>	2426,361	2439,065	223,795	277,153	113,250	313,183	127,972
		<b>3files</b>	2448,402	2440,09	169,117	277,737	116,212	313,843	131,320
<b>combinaison 05</b>			2351,763	2280,695	0	261,154	117,246	295,104	132,488

Tableau 12.12. Combinaison 05 et 06 en E.L.U.

- **Combinaison 07:** G + E

$$N = F_{V_{\max}} = 2351,763 \text{ t}$$

$$M_{\text{LONG}} = 0$$

$$M_{\text{TRAN}} = M_{\text{siesme}} = 2280,695 \text{ t.m}$$

$$R_{\text{MAX}} = 272,675 \text{ t}$$

$$R_{\text{MIN}} = 154,917 \text{ t}$$

- **Combinaison 08 :** G+E+A(L) (ou Bc).

$$N = +F_{V_{\max}} + 0,6[A(L)(\text{ou Bc})].$$

$$M_{\text{LONG}} = 0,6(M_{\text{LONG}} [A(L)(\text{ou Bc})]) + M_{\text{frein}} [A(L)(\text{ou Bc})].$$

$$M_{\text{TRAN}} = M_{\text{siesme}} + 0,6 (M_{\text{TRAN}}[A(L)(\text{ou Bc})])$$

			N	M <sub>LONG</sub>	M <sub>TRAN</sub>	σ <sub>imax</sub>	σ <sub>imin</sub>	R <sub>MAX</sub>	R <sub>MIN</sub>
<b>1trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2390,092	53,362	2424,080	248,139	136,428	280,397	154,164
		<b>2vc</b>	2428,421	105,255	2433,662	253,074	137,661	285,974	155,557
		<b>3vc</b>	2455,249	140,161	2306,217	253,485	141,566	286,439	159,969
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2389,665	176,096	2441,431	252,365	132,134	285,172	149,312
		<b>2files</b>	2421,251	193,468	2488,811	256,513	133,068	289,859	150,367
		<b>3files</b>	2441,782	204,760	2437,856	257,382	135,502	290,842	153,118

		<b>B<sub>emin</sub></b>	2352,830	155,836	2284,882	245,264	133,308	277,148	150,638
<b>2trav</b>	<b>A(l)</b>	<b>1vc</b>	2402,938	42,693	2472,253	249,912	136,722	282,401	154,496
		<b>2vc</b>	2454,138	81,63	2485,096	255,547	139,325	288,768	157,438
		<b>3vc</b>	2489,963	105,445	2314,895	255,377	145,260	288,576	164,144
	<b>Bc</b>	<b>1file</b>	2392,452	157,141	2453,276	252,256	132,692	285,049	149,942
		<b>2files</b>	2426,361	158,719	2504,141	256,170	134,233	289,472	151,683
		<b>3files</b>	2448,402	159,744	2449,463	256,754	137,196	290,132	155,031
<b>combinaison 07</b>			2351,763	0	2280,695	240,168	138,233	271,389	156,203

**Tableau 12.13.** Combinaison 07 et 08 en ELS.**b. L`effort revenant à chaque pieu :**

Les pieux présentent une symétrie par rapport (XOY) :

Le fût ramène un moment est un effort normal.

L`effort normal qui revient à chaque pieu  $R_i$  est donné par les formules suivantes :

$$I_x = \Sigma I_0 + S \times y^2$$

$I_0$  : Est négligeable par rapport à :  $S \times y^2$

$$I_x = \Sigma S \times y^2$$

On a la section des pieux est le même donc :

$$\sigma_{i_{\min}}^{\max} = \frac{N_t}{S_t} \pm \frac{M_{\text{LONG}} y_i}{I_x} \pm \frac{M_{\text{TRAN}} X_i}{I_y}$$

$$\sigma_{i_{\min}}^{\max} = \frac{N_t}{S_t} \pm \frac{M_{\text{LONG}} y_i}{\Sigma S \times y_i^2} \pm \frac{M_{\text{TRAN}} X_i}{\Sigma S \times X_i^2}$$

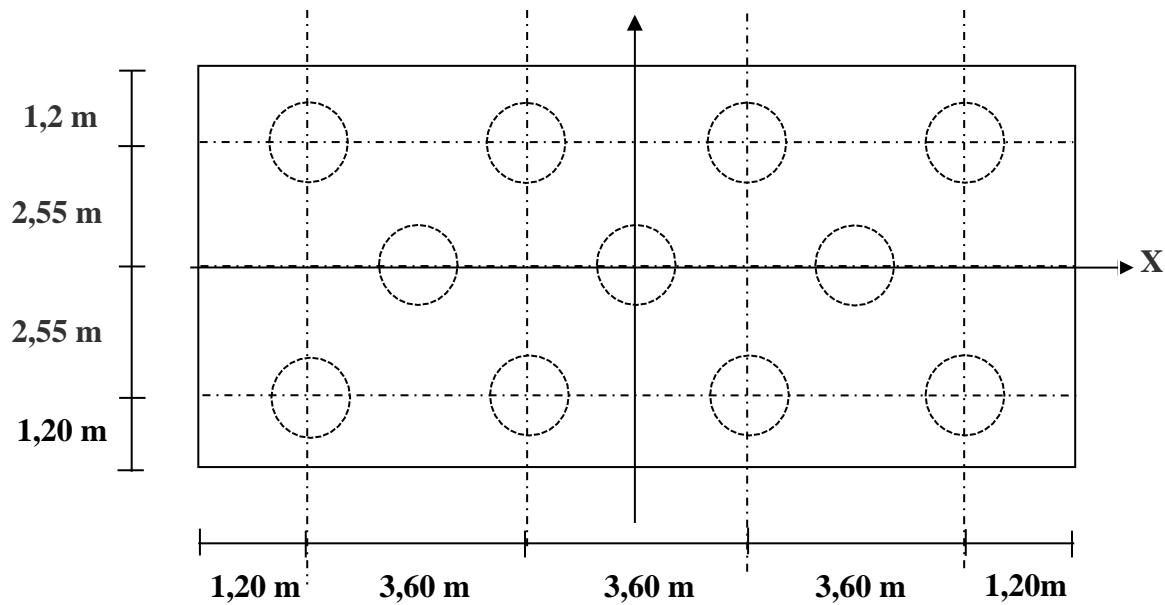
$$\sigma_{i_{\min}}^{\max} = \frac{N_t}{n \times s} \pm \frac{M_{\text{LONG}} y_i}{S \times \Sigma y_i^2} \pm \frac{M_{\text{TRAN}} X_i}{S \times \Sigma X_i^2}$$

$$\sigma_{i_{\min}}^{\max} = \sigma_{i_{\min}}^{\max} \times S = \frac{N_t}{n \times s} \pm \frac{M_{\text{LONG}} y_i}{S \times \Sigma y_i^2} \pm \frac{M_{\text{TRAN}} X_i}{S \times \Sigma S \times X_i^2}$$

$$R_{i_{\min}}^{\max} = \frac{N_t}{n} \pm \frac{M_{\text{LONG}} y_i}{I_x} \pm \frac{M_{\text{TRAN}} X_i}{I_y}$$

$$x_i = \pm 3,6 \text{ m}$$

$$y_i = \pm 2,55 \text{ m}$$



- **Vérification de soulèvement et de tassement des pieux :**

Selon les tableaux précédents, la réaction maximale et minimale sont les suivantes :

$$R_{\text{MAX}} = 326,777 < \bar{Q} = 757,187 \text{ t} : \text{pas de risque de tassement.}$$

$$R_{\text{MIN}} = 97,887 > 0 \text{ t} : \text{pas de risque de soulèvement.}$$

Donc la stabilité des pieux est vérifiée.

### 12.3.4.3. Ferrailage de la semelle :

$$R_{\text{MAX}} = 326,777 \text{ t}$$

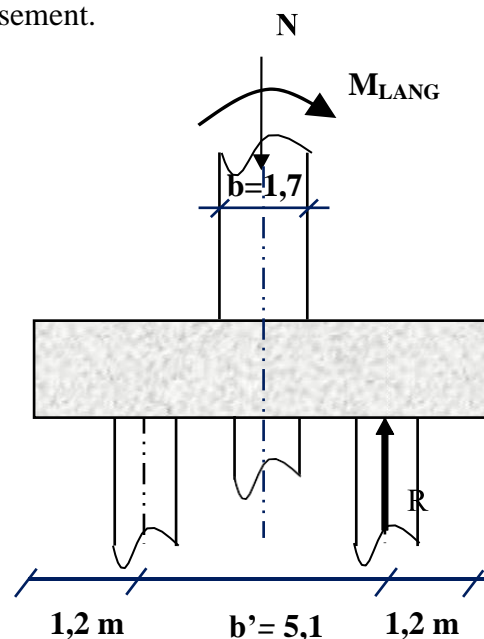
$$N_u = 3263,747 \text{ t}$$

$$M_{u\text{LONG}} = 546,027 \text{ t.m}$$

$$e_0 = \frac{M_{u\text{LONG}}}{N_t} = \frac{546,027}{3263,777} = 16,729 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{6} = \frac{170}{6} = 28,333 \text{ cm}$$

$$e_0 < \frac{b}{6}$$



La section d'armatures est déterminée par l'application de la méthode des bielles.

- ✓ **Les armatures transversales :**

- **Les armatures inférieures :**

- **E.L.U :**

- ✓ Fissuration préjudiciable ;

- ✓ Béton  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$  ;

- ✓ Acier  $f_e = 500 \text{ MPa}$  ;

- ✓  $R_{\text{MAX}} = 326,777 \text{ t}$ .

$$A_i = \frac{1,1 \times R_1 (b' - \frac{b}{2})}{2 \times d \times \sigma_s} = \frac{1,1 \times 326,777 (5,1 - \frac{1,7}{2})}{2 \times 1,95 \times 435} = 90,04 \text{ cm}^2$$

$$A_i = 90,04 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{19HA25}$$

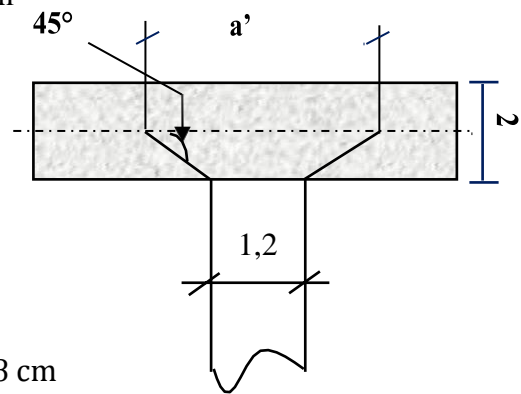
a' : Est au feuillet moyenne avec :

$$a' = \varnothing_{\text{pieu}} + h = 1,2 + 2$$

$$a' = 3,2 \text{ m}$$

L'espacement entre les barres :

$$s_t = \frac{\varnothing + h - c}{19 - 1} = \frac{1,2 + 2 - 0,05}{18} = 0,18 \Rightarrow s_t = 18 \text{ cm}$$



- **Les armatures supérieures :**

$$A_s = \frac{A_i}{10} = 9,004 \text{ cm}^2$$

$$A_i = 9,004 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{9HA12}$$

$$s_t = \frac{3,15}{8} = 0,39 \Rightarrow s_t = 39 \text{ cm}$$

- ✓ **Les armatures longitudinales:**

- **Les armatures inférieures :**

$$A_{l,i} = \frac{A_{st}}{3} = 30,013 \text{ cm}^2$$

$$A_i = 30,013 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{10HA20}$$

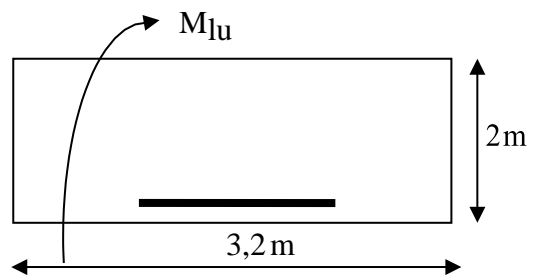
$$s_t = \frac{3,15}{9} = 0,35 \Rightarrow s_t = 35 \text{ cm}$$

- **Les armatures supérieures :**

$$A_s = \frac{A_{st}}{10} = 9,004 \text{ cm}^2$$

$$A_i = 9,004 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{9HA12}$$

$$s_t = \frac{3,15}{8} = 0,39 \Rightarrow s_t = 39 \text{ cm}$$





12.3.4.4. Schéma de ferrailage de la semelle :

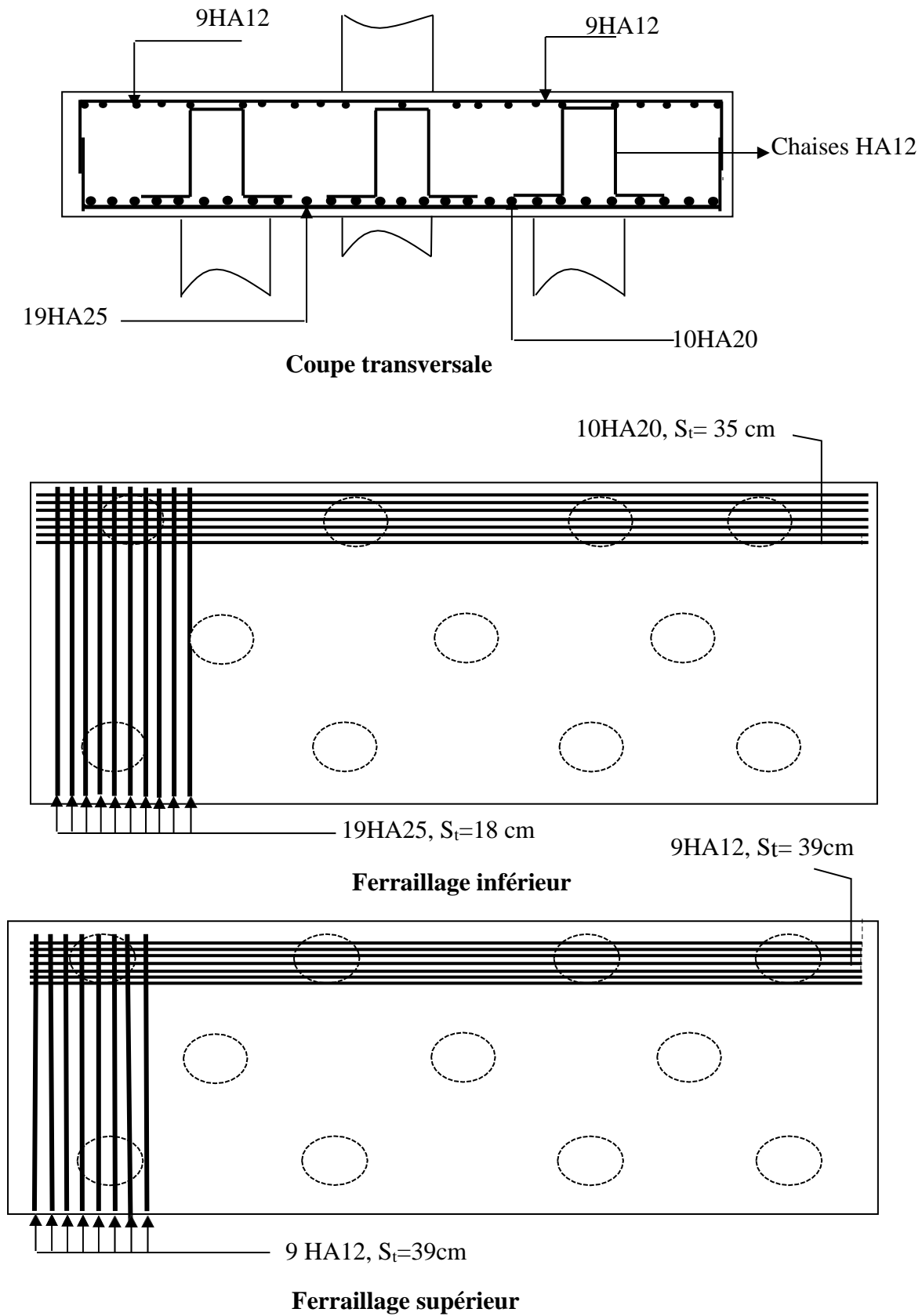


Figure 12.11. Schéma de ferrailage de la semelle.

### 12.3.5. Etude des pieux sous pile :

#### 12.3.5.1. Ferrailage des pieux :

Le ferrailage des pieux se fait en flexion composée sous le moment maximal et l'effort normal minimal. Leurs valeurs données par **Excel** sont :

$$N_{\text{MIN}} = 45,632 \text{ t}$$

$$M_{\text{MAX}} = 20,374 \text{ t.m (en tête du pieu)}$$

On utilise le logiciel **SOCOTEC** :

$A_S = 0$  : et la section est entièrement comprimée, donc on passe à l'R P O A.

#### ✓ Calcul des armatures minimales :

D'après l'R P O A, la section minimale à mettre en oeuvre est égale à 0,5% de la section du béton du pieu, donc :

$$A_{S\text{MIN}} = 0,5\% \times B = \frac{0,5 \times \pi \times r^2}{100} = \frac{0,5 \times \pi \times 0,6^2}{100} = 56,54 \text{ cm}^2$$

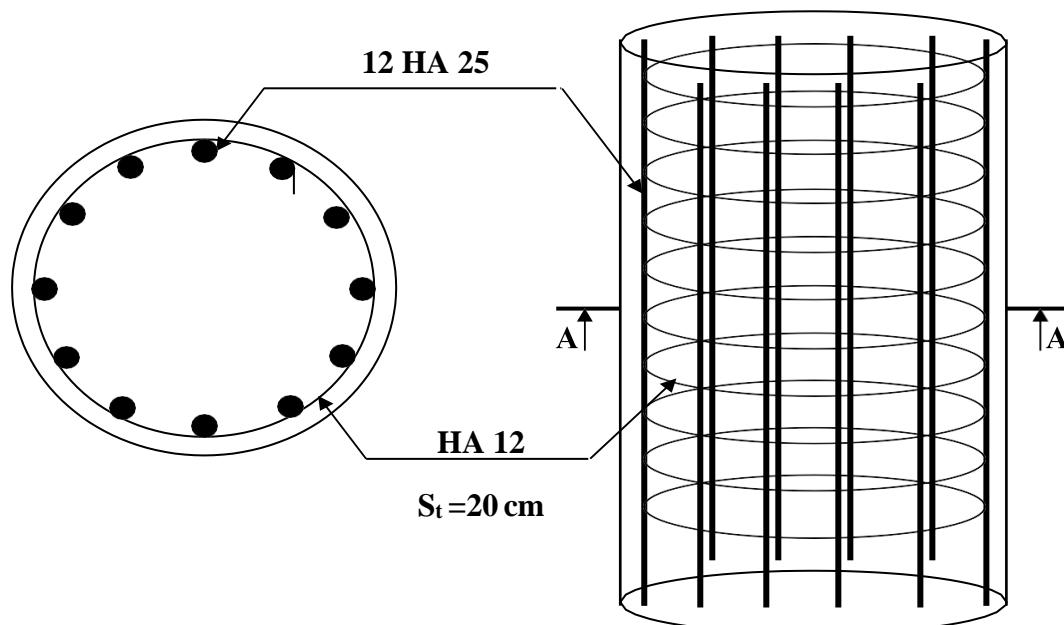
$$A_S = 56,54 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{12HA25}$$

$$A_S = \frac{2 \times \pi \times (r - c)}{12} \cong 25 \text{ cm}$$

#### ✓ Les armatures transversales :

On prend des cerces HA12 avec un espacement de 20 cm.

#### 12.3.5.2. Schéma de Ferrailage des pieux :



**Figure 12.12.** Schéma de ferrailage des pieux.

**12.4. Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a fait le dimensionnement de la pile au premier lieu, puis on a calculé les sollicitations agissant sur cette dernière sous les différentes charges appliquées (pois propre du tablier, tous les systèmes de charge...etc.). Un calcul du ferrailage de tous les éléments constructifs de la pile (chevêtre, fût, semelle...etc.) a été effectué avec une présentation de tous les schémas de ferrailage.

# **Chapitre 13:**

## **Étude de la culée.**

### 13.1. Introduction :

Les culées sont les appuis extrêmes de l'ouvrage qui permettent de connaître la longueur totale de la zone à franchir. Ils assurent une liaison entre le pont et les remblais, chose qui les rend particulièrement sensibles à une mauvaise conception.

Ainsi, on s'oriente toujours vers une conception raisonnablement surabondante et des formes aussi simples que possible.

Cette conception doit tenir compte plusieurs paramètres à savoir :

- La hauteur de la zone de franchissement et le tirant d'air à réserver sous l'ouvrage ;
- Les problèmes d'implantation au sol, et le biais ;
- Le type du tablier à supporter ;
- Le niveau de fondation ;
- L'éventualité des tassements ;
- La nécessité de pouvoir visiter et éventuellement remplacer les appareils d'appui.

### 13.2 Choix de la morphologie :

Dans notre cas, et compte tenu des conditions du site, on adopte une culée remblayée.

Une culée remblayée est constituée d'un ensemble de murs ou voiles en béton armé, qui sont :

- Un mur frontal qui joue double rôle, comme un appui pour le tablier et un soutènement pour le remblai ;
- Deux murs en retour, son rôle est assure le soutènement du remblai mais latéralement ;
- Un mur garde grève, il doit remplir les taches suivantes :
  - ✓ résister aux efforts de poussée des terres, aux efforts de freinage dus aux charges d'exploitation, aux efforts de poussée des terres et aux efforts transmis par la dalle de transition ;
  - ✓ Il permet d'établir des joints de chaussée dans tous les cas, quel que soit le type de joint utilisé.
- Un corbeau arrière, pour assure l'appui de la dalle de transition ;
- La dalle de transition, elle destinée à diminuée les effets des dénivellations se produisant entre la chaussée et l'ouvrage résultant d'un compactage sans doute imparfait du remblai proche des parois ;
- Sa longueur, comprise entre 3 m et 6 m, peut être donnée par la formule suivante :

$$L = \min[6m; \max(3m; 0,6h)]$$

Avec H: hauteur du remblai.

- Une fondation, semelle reposant sur deux files de pieux (4 pieux par files), de 1,20m de diamètre.

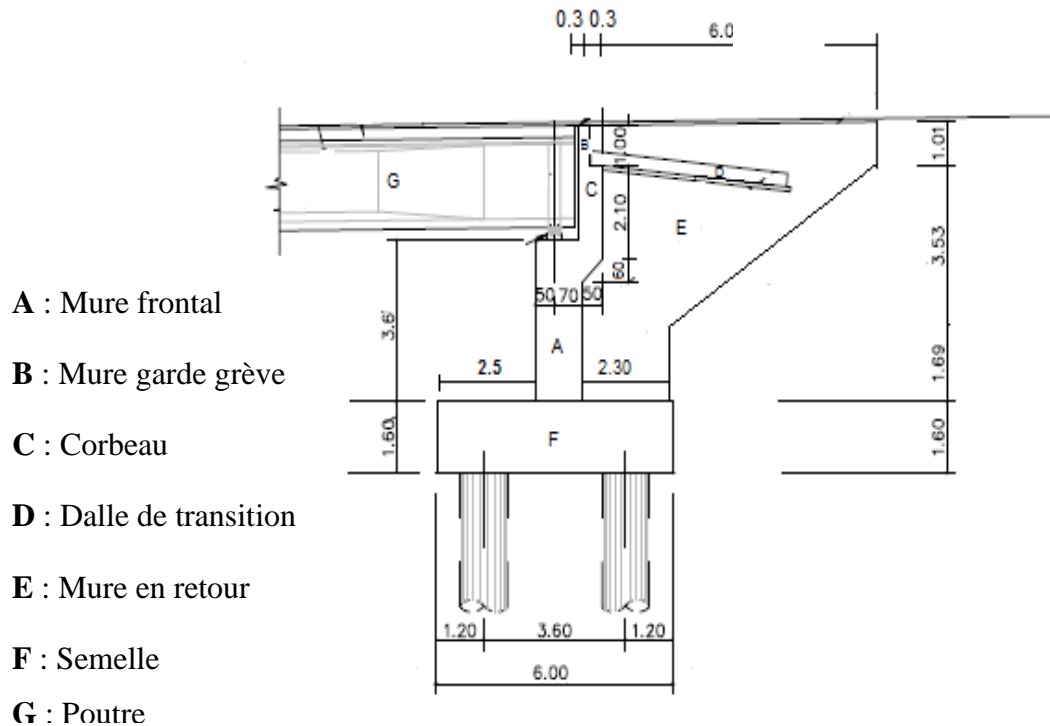


Figure 13.1. Coupe longitudinale dans la culée.

### 13.3 Dimensionnement des éléments de la culée :

#### 13.3.1 Sommier d'appui :

Le sommier d'appui est un élément sur lequel s'appuie le tablier, sa surface doit être aménagée de manière à permettre :

- L'implantation des appareils d'appui ;
- La mise en place de vérins pour changer les appareils d'appui s'il y a lieu ou pour procéder à des mesures de réaction d'appui ;
- Assurer l'évacuation des eaux (pour cela on effectue une pente de 2% pour le sommier d'appui). [11]

Ainsi on le pré dimensionne comme suit :

Pour la longueur du sommier : elle dépend directement de la largeur du tablier.

$$L_s = 4 \times 2,9 + 2 \times 0,75 = 13,1 \text{ m.}$$

Les dés d'appui ne doivent pas être implantés trop près du bord extérieur du sommier de façon à pouvoir disposer correctement le ferrailage, cette distance doit être supérieure à 20cm.

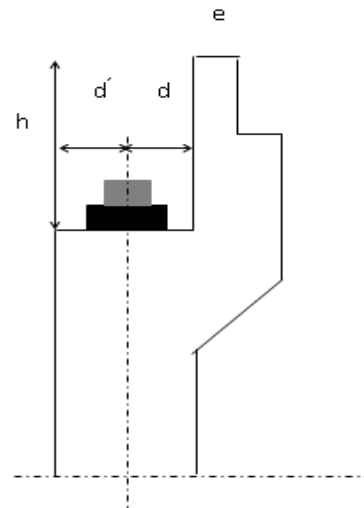
$$\Rightarrow d' = \frac{b}{2} + 20$$

$b$  : dimension du dé d'appui dans le sens longitudinal

$$b = 50\text{cm}$$

$$\Rightarrow d' > \frac{50}{2} + 20 = 45\text{cm}$$

On adopte:  $d' = 60\text{cm}$ .



$d$  : distance entre l'axe de l'appareil d'appui et le bord de la poutre plus un joint de 10 cm.

$$\Rightarrow d = 50 + 10 = 60\text{cm}.$$

Donc :

L'épaisseur du sommier :  $e_s = d + d' = 1,20\text{ m}$ .

### 13.3.2. Le Mur garde grève :

Le mur garde grève a pour fonction de séparer physiquement le remblai du tablier, d'où il permet de soutenir les terres sur la hauteur du tablier, il comporte un corbeau arrière qui sert d'appui pour la dalle de transition.

L'épaisseur du mur garde grève :

$$e = \max\left(30, \frac{h}{8}\right)\text{cm} \text{ Selon SETRA}$$

Avec :  $h$ : hauteur de mur garde grève,  $h = 2,63\text{m}$ .

$$\Rightarrow e = 30\text{cm}.$$

### 13.3.3 Le corbeau :

Le corbeau arrière sert d'appui de la dalle de transition.

L'épaisseur courante du corbeau est : 30 cm

Sa hauteur 2,1m, et sa largeur aura une longueur de 0,26m

### 13.3.4. Le mur frontal :

La hauteur du mur de front est une donnée imposée par les caractéristiques du terrain naturel.

$$H_{MF} = 6,3 \text{ m}$$

$$e_{MF} = 1,20 \text{ m}$$

Longueur : 13,1m

### 13.3.5. Le mur en retour :

Leur rôle est de retenir latéralement les terres, le mur en retour sera encastré à l'arrière du mur de front et par sa face intérieure au mur garde grève.

$$e = 0,6 \text{ m}$$

$$L = 6,3 \text{ m}$$

$$h = 6,23 \text{ m}$$

### 13.3.6. La Dalle de transition :

Elle est coulée directement sur un béton de propreté avec une épaisseur  $e = 30 \text{ cm}$ , sa longueur suivant l'axe du pont varie de 3 à 6m, on prendra  $L = 5,00 \text{ m}$ .

Sa longueur transversale est :

$$L_t = 10,1 - 2 \times 0,6 = 11,9 \text{ m}.$$

### 13.3.7. La Fondation :

La semelle sous culée est une surcharge des terres. (Il y aurait des surcharges verticales, directes sur la semelle et d'autres horizontales qui seront transmises par le mur de front)

Vu tout ça et en plus des autres charges (tablier, poids des murs ...) on prévoit des fondations sur pieux.

On fondera sur deux files de pieux avec (4) pieux par file.

$$\emptyset \text{ pieux} = 1,20 \text{ m}.$$

#### ➤ Dimensionnement de la semelle :

##### • Epaisseur de la semelle :

Elle est en fonction de la rigidité

$$E_s \geq 1,20 \times \emptyset_{\text{pieux}}$$

$$E_s \geq 1,2 \times 1,2$$

$$\Rightarrow E_s \geq 1,44 \text{ m}.$$



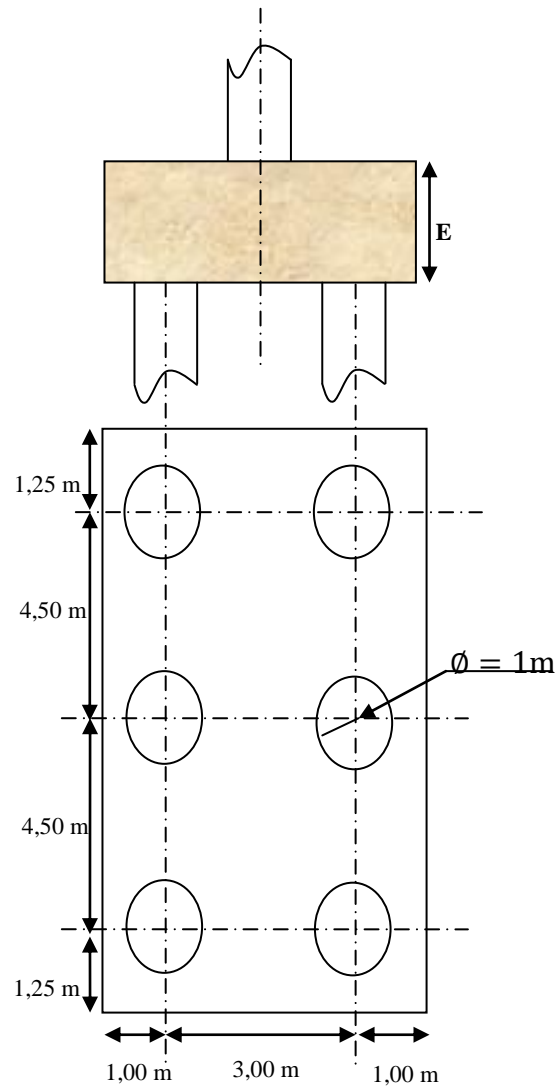
On prendra :  $E_s = 1,60\text{m}$ .

• **Largeur de la semelle :**

$$B_s = 3\varnothing + 2\varnothing = 5\varnothing$$

$$\Rightarrow B_s = 6,00\text{m}.$$

Longueur de la semelle:  $L_s = 13,65\text{ m}$



**Figure 13.2.** Dimensionnement de la semelle.

**13.4. Vérification de la stabilité de la culée :**

La culée du pont à un double rôle : assurer l'appui du tablier d'une part et le soutènement des terres d'autre part.

Comme le montre la répartition des efforts, elle est l'un des éléments d'appui les plus sollicités et l'un des éléments primordiaux de l'ouvrage.

La culée du pont est sollicitée suivant deux sens : verticalement et horizontalement

**a) Verticalement**

- Poids du tablier ;
- Poids des éléments constitutifs ;
- Les surcharges.

**b) Horizontalement**

- Variations linéaires du tablier tel : fluage, retrait ;
- Forces de freinage ;
- Poussées des terres ;
- La surcharge  $Q = 1\text{t/m}^2$  « d'après fascicule 61.titre2 ».

L'étude de la culée consiste à vérifier la stabilité de l'ensemble avant et après la mise en service, en tenant compte des différentes étapes de construction de la culée, et les différents cas de chargement.

La vérification de la stabilité de la culée se fera en condition normale et en condition sismique, il est utile de définir le coefficient de poussée est donné, pour les conditions sismiques par la formule MONOBE-OKABE :

$$K_{ah} = \frac{\cos^2(\varphi + \alpha - \theta)}{\cos^2\alpha \times \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \alpha)\sin(\varphi - \beta - \theta)}{\cos^2(\varphi - \alpha + \theta)\cos(\alpha + \beta)}} \right]^2} \times \frac{K \cos(\delta - \alpha)}{\cos(\delta - \alpha + \theta)}.$$

Avec :

$$k = [\varepsilon_H^2 + (1 \pm \varepsilon_V)^2]^{1/2}.$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{\varepsilon_H}{1 \pm \varepsilon_V}\right).$$

$\varphi$  : angle de frottement interne du remblai  $\varphi = 30^\circ$ .

$\alpha$  : angle du talus  $\alpha = 0$ .

$\beta$  : inclinaison de la culée  $\beta = 0$ .

$\delta$  : Angle de frottement Béton- sol ;  $\delta = 0$ . (Parce qu'il n'y a pas de frottement entre le remblai et la culée car il y a deux choses essentielles, d'une part le compactage du remblai se fait par couche qui donne un bon compactage, d'autre part la semelle est reposante sur des pieux, c.à.d, limitation des tassements, tout ça conduit vers  $\delta=0$ )

Après simplification l'équation devient :

$$K_{ah} = \frac{K \times \cos^2(\varphi - \theta)}{\cos^2\theta \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi \cdot \sin(\varphi - \theta)}{\cos^2\theta}} \right]^2}.$$

actions	$\varepsilon_H$	$\varepsilon_v$	K	$\theta^\circ$	$K_{ah}$
CN	0,000	0,000	1,000	0,000	<b>0,333</b>
SH	0,100	0,000	1,005	5,711	<b>0,397</b>
SH + SV <sub>1</sub> ↑	0,100	-0,050	0,955	5,440	<b>0,375</b>
SH + SV <sub>2</sub> ↓	<b>0,100</b>	<b>0,050</b>	<b>1,055</b>	<b>6,009</b>	<b>0,421</b>

- la poussée des terres sur une masse de hauteur H et de largeur L est :

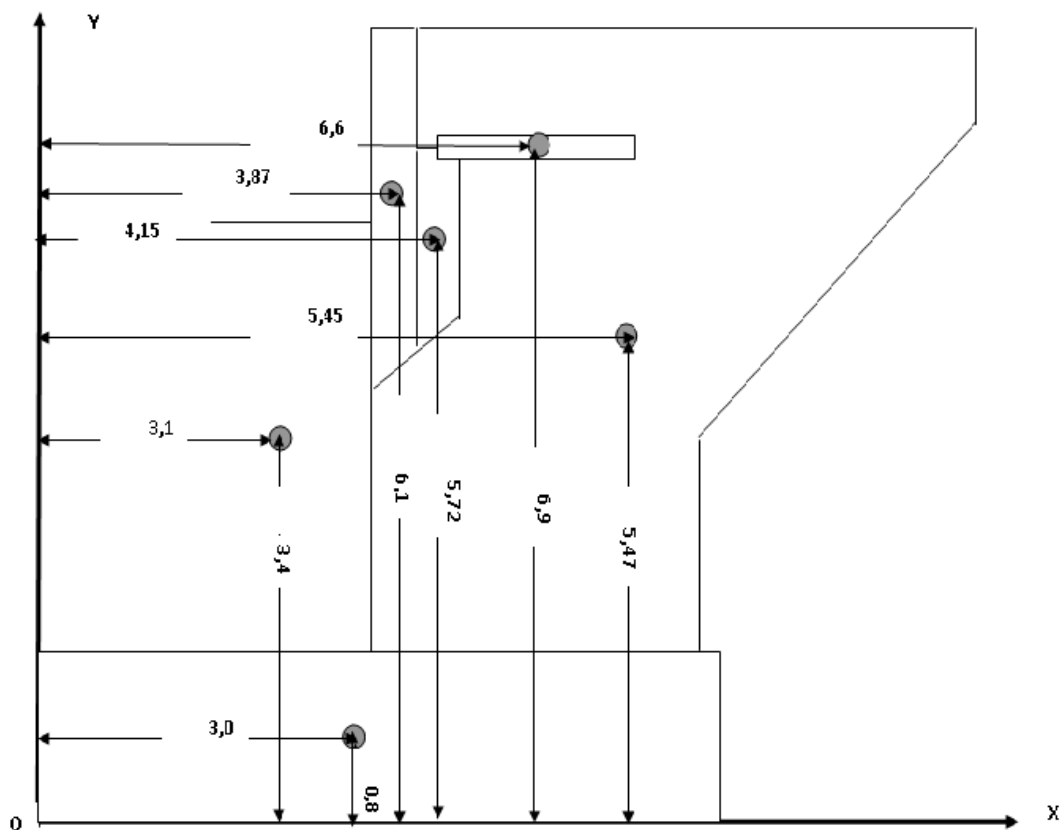
$$F_p = \frac{1}{2} \gamma \cdot k_{ah} \cdot H^2 \cdot L \quad (\text{triangulaire}).$$

- La poussée due aux surcharges  $q = 1,00 t / m^2$ .

$$\gamma = 2 t/m^3.$$

$$F_p = \gamma \cdot k_{ah} \cdot H \cdot L \quad (\text{Rectangulaire}).$$

#### 13.4.1. Détermination des C.D.G des éléments de la culée :



**13.4.2. Calcul des sollicitations :**

$M_s$  : Moments stabilisant dû à  $F_v$ .

$M_r$  : Moments renversant dû à  $F_h$ .

Désignation		Poids(t)	$F_H=\varepsilon_H.P$	$F_V=(1+\varepsilon_V).P$	H(m)	V(m)	$M_s=F_V.H$	$M_r=F_H.V$
<b>Mur garde grève</b>	CN	27,608	0,000	27,608	3,850	6,100	106,292	0,000
	SH	27,608	2,761	27,608	3,850	6,100	106,292	16,841
	SH+SV1	27,608	2,761	26,228	3,850	6,100	100,977	16,841
	SH+SV2	27,608	2,761	28,989	3,850	7,000	111,606	19,326
<b>corbeau</b>	CN	23,089	0,000	23,089	4,150	5,720	95,818	0,000
	SH	23,089	2,309	23,089	4,150	5,720	95,818	13,207
	SH+SV1	23,089	2,309	21,934	4,150	5,720	91,027	13,207
	SH+SV2	23,089	2,309	24,243	4,150	5,720	100,609	13,207
<b>retour</b>	CN	78,785	0,000	78,785	5,650	5,470	445,132	0,000
	SH	78,785	7,878	78,785	5,650	5,470	445,132	43,095
	SH+SV1	78,785	7,878	74,845	5,650	5,470	422,876	43,095
	SH+SV2	78,785	7,878	82,724	5,650	5,470	467,389	43,095
<b>frontal</b>	CN	141,480	0,000	141,480	3,100	3,400	438,588	0,000
	SH	141,480	14,148	141,480	3,100	3,400	438,588	48,103
	SH+SV1	141,480	14,148	134,406	3,100	3,400	416,659	48,103
	SH+SV2	141,480	14,148	148,554	3,100	3,400	460,517	48,103
<b>semelle</b>	CN	327,600	0,000	327,600	3,000	0,800	982,800	0,000
	SH	327,600	32,760	327,600	3,000	0,800	982,800	26,208
	SH+SV1	327,600	32,760	311,220	3,000	0,800	933,660	26,208
	SH+SV2	327,600	32,760	343,980	3,000	0,800	1031,940	26,208

<b>Totale culé à vide</b>	<b>CN</b>	598,562	0,000	598,562			2068,631	0,000
	<b>SH</b>	598,562	59,856	598,562			2068,631	147,454
	<b>SH+SV1</b>	598,562	59,856	568,633			1965,199	147,454
	<b>SH+SV2</b>	598,562	59,856	628,490			2172,062	149,939
<b>dalle de transition</b>	<b>CN</b>	44,625	0,000	44,625	6,500	6,910	290,063	0,000
	<b>SH</b>	44,625	4,463	44,625	6,500	6,910	290,063	30,836
	<b>SH+SV1</b>	44,625	4,463	42,394	6,500	6,910	275,559	30,836
	<b>SH+SV2</b>	44,625	4,463	46,856	6,500	6,910	304,566	30,836
<b>remblais sur la dalle</b>	<b>CN</b>	84,490	0,000	84,490	6,300	7,320	532,287	0,000
	<b>SH</b>	84,490	8,449	84,490	6,300	7,320	532,287	61,847
	<b>SH+SV1</b>	84,490	8,449	80,266	6,300	7,320	505,673	61,847
	<b>SH+SV2</b>	84,490	8,449	88,715	6,300	7,320	558,901	61,847
<b>remblai sur la semelle</b>	<b>CN</b>	341,030	0,000	341,030	4,750	4,210	1619,893	0,000
	<b>SH</b>	341,030	34,103	341,030	4,750	4,210	1619,893	143,574
	<b>SH+SV1</b>	341,030	34,103	323,979	4,750	4,210	1538,899	143,574
	<b>SH+SV2</b>	341,030	34,103	358,082	4,750	4,210	1700,888	143,574
<b>La surcharge Q</b>	<b>CN</b>	59,500	0,000	59,500	6,500	7,830	386,750	0,000
	<b>SH</b>	59,500	5,950	59,500	6,500	7,830	386,750	46,589
	<b>SH+SV1</b>	59,500	5,950	56,525	6,500	7,830	367,413	46,589
	<b>SH+SV2</b>	59,500	5,950	62,475	6,500	7,830	406,088	46,589
<b>Total</b>	<b>CN</b>	1128,207	0,000	1128,207			4897,623	0,000
	<b>SH</b>	1128,207	112,821	1128,207			4897,623	430,299
	<b>SH+SV1</b>	1128,207	112,821	1071,796			4652,742	430,299
	<b>SH+SV2</b>	1128,207	112,821	1184,617			5142,505	432,784

## ➤ Poussée dues aux terres et surcharge :

Désignation		Calcul des poids	Kah	F <sub>H</sub>	V(m)	M <sub>R</sub> =F <sub>H</sub> ·V
<b>Sur mur G.G + mur frontale</b>	<b>CN</b>	$0,5 \times 2 \times 0,333 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,333	169,314	3,677	622,509
	<b>SH</b>	$0,5 \times 2 \times 0,397 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,397	201,854	3,677	742,151
	<b>SH+SV1</b>	$0,5 \times 2 \times 0,375 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,375	190,668	3,677	701,024
	<b>SH+SV2</b>	$0,5 \times 2 \times 0,421 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,421	214,057	3,677	787,016
<b>Sur la semelle</b>	<b>CN</b>	$0,5 \times 2 \times 0,333 \times 1,6^2 \times 13,65$	0,333	11,636	0,533	6,206
	<b>SH</b>	$0,5 \times 2 \times 0,397 \times 1,6^2 \times 13,65$	0,397	13,873	0,533	7,399
	<b>SH+SV1</b>	$0,5 \times 2 \times 0,375 \times 1,6^2 \times 13,65$	0,375	13,104	0,533	6,989
	<b>SH+SV2</b>	$0,5 \times 2 \times 0,421 \times 1,6^2 \times 13,65$	0,421	14,711	0,533	7,846
<b>Sur mur G.G + mur frontale (Q)</b>	<b>CN</b>	$0,333 \times 6,23 \times 13,1$	0,333	27,177	4,715	128,140
	<b>SH</b>	$0,397 \times 6,23 \times 13,1$	0,397	32,400	4,715	152,768
	<b>SH+SV1</b>	$0,375 \times 6,23 \times 13,1$	0,375	30,605	4,715	144,302
	<b>SH+SV2</b>	$0,421 \times 6,23 \times 13,1$	0,421	34,359	4,715	162,003
<b>Sur la semelle (Q)</b>	<b>CN</b>	$0,333 \times 1,6 \times 13,65$	0,333	6,980	0,800	5,584
	<b>SH</b>	$0,397 \times 1,6 \times 13,65$	0,397	8,321	0,800	6,657
	<b>SH+SV1</b>	$0,375 \times 1,6 \times 13,65$	0,375	7,860	0,800	6,288
	<b>SH+SV2</b>	$0,421 \times 1,6 \times 13,65$	0,421	8,824	0,800	7,059
<b>Total</b>	<b>CN</b>	/	/	215,107		762,439
	<b>SH</b>	/	/	256,448		908,974
	<b>SH+SV1</b>	/	/	242,237		858,603
	<b>SH+SV2</b>	/	/	271,952		963,925

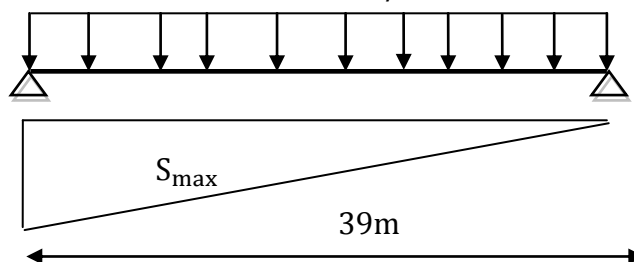
➤ **Calcul des efforts dus au tablier :**

✓ La réaction maximale due aux charges permanentes est : 23,636t/ml

$$R_{\max} = q \times S_{\max}$$

$$S_{\max} = 19,5$$

$$R_{\max} = 19,5 \times 23,636 = 460,902 \text{ t}$$



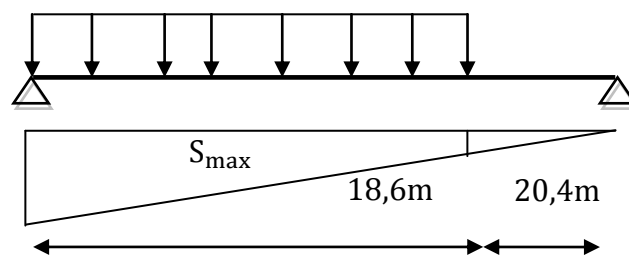
La réaction maximale due aux surcharges est donnée par **D240** :

12,903/ml

$$R_{\max} = q \times S_{\max}$$

$$S_{\max} = 14,164$$

$$R_{\max} = 13,358 \times 12,903 = 182,758 \text{ t}$$



Désignation		Poids(t)	$F_H = \epsilon_H \cdot P$	$F_V = (1 + \epsilon_V) \cdot P$	H(m)	V(m)	$M_s = F_V \cdot H$	$M_r = F_H \cdot V$
Permanente (Tablier)	CN	460,902	0,000	460,902	3,100	5,500	1428,796	0,000
	SH	460,902	46,090	460,902	3,100	5,500	1428,796	253,496
	SH+SV <sub>1</sub>	460,902	46,090	437,857	3,100	5,500	1357,356	253,496
	SH+SV <sub>2</sub>	460,902	46,090	483,947	3,100	5,500	1500,236	253,496
Surcharge (D240)	CN	182,758	0,000	182,758	3,100	7,830	566,550	0,000
	SH	182,758	18,276	182,758	3,100	7,830	566,550	143,100
	SH+SV <sub>1</sub>	182,758	18,276	173,620	3,100	7,830	538,222	143,100
	SH+SV <sub>2</sub>	182,758	18,276	191,896	3,100	7,830	594,877	143,100

**13.4.3. Vérification de la stabilité :**

**13.4.3.1. Vérification de non renversement :**

$$\lambda = \frac{M_s}{M_r} \geq 1,50 \dots \dots \dots \text{ condition normale}$$

$$\lambda = \frac{M_s}{M_r} \geq 1,00 \dots \dots \dots \text{ condition sismique}$$

$$\lambda = \frac{M_s}{M_r} \geq 1,00 \dots \dots \dots \text{condition sismique (SH + SV1) } \uparrow$$

$$\lambda = \frac{M_s}{M_r} \geq 1,00 \dots \dots \dots \text{condition sismique (SH + SV2) } \downarrow$$

$M_s$ : moment stabilisant du à  $F_v$

$M_r$ : moment renversant du à  $F_h$ .

#### 13.4.3.2 .Vérification de non glissement :

$$\eta = \left( \frac{F_v}{F_h} \right) \cdot \mu \geq 1,50 \dots \dots \dots \text{condition normale}$$

$$\eta = \left( \frac{F_v}{F_h} \right) \cdot \mu \geq 1,00 \dots \dots \dots \text{condition sismique}$$

$$\eta = \left( \frac{F_v}{F_h} \right) \cdot \mu \geq 1,00 \dots \dots \dots \text{condition sismique (SH + SV1) } \uparrow$$

$$\eta = \left( \frac{F_v}{F_h} \right) \cdot \mu \geq 1,00 \dots \dots \dots \text{condition sismique (SH + SV2) } \downarrow$$

$\mu$ : coefficient de frottement( terres – béton)

$$\mu = \tan\left(\frac{2}{3}\right) \varphi \approx 0,36 \text{ avec } \varphi = 30^\circ$$

#### 13.4.4. Étapes d'exécution de la culée:

1<sup>ère</sup> étape : culée à vide.

2<sup>ème</sup> étape : culée à vide + Tablier.

3<sup>ème</sup> étape : culée à vide + Tablier+ Remblais.

4<sup>ème</sup> étape : culée à vide + Tablier + Remblais + Surcharge.

Les résultats sont récapitulés dans les tableaux suivants :

#### 1<sup>ère</sup>Étape : culée à vide :

désignation	$F_H(t)$	$F_V(t)$	$M_s(t.m)$	$M_r(t.m)$	$\eta$	$\lambda$
<i>CN</i>	0,000	598,562	2068,631	0,000	$\infty$	$\infty$
<i>SH+ SV</i> ↓	59,856	628,490	2172,062	149,939	3,780	14,486



**2<sup>ème</sup> étape: culée à vide + Tablier :**

désignation	$F_H(t)$	$F_V(t)$	$M_s(t.m)$	$M_r(t.m)$	$\eta$	$\lambda$
<i>CN</i>	0,000	1059,464	3497,427	0,000	$\infty$	$\infty$
<i>SH+ SV</i> ↓	105,946	1112,437	3672,298	403,435	3,780	9,103

**3<sup>ème</sup> étape: culée à vide + Tablier+ Remblais :**

désignation	$F_H(t)$	$F_V(t)$	$M_s(t.m)$	$M_r(t.m)$	$\eta$	$\lambda$
<i>CN</i>	215,107	1589,109	6326,420	762,439	2,660	7,388
<i>SH+ SV</i> ↓	377,898	1668,564	6642,741	1367,360	4,415	4,415

**4<sup>ème</sup> étape: culée à vide + Tablier+ Remblais+Surcharge :**

désignation	$F_H(t)$	$F_V(t)$	$M_s(t.m)$	$M_r(t.m)$	$\eta$	$\lambda$
<i>CN</i>	215,107	1242,222	6892,969	762,439	2,079	9,041
<i>SH+ SV</i> ↓	396,174	2488,950	7237,618	1510,459	2,262	4,792

**13.4.5. Conclusion :** La stabilité de la culée vis-à-vis au glissement et renversement est assurée.

**13.5. Étude et ferrailage des éléments de la culée :****13.5.1. Mur garde grève :**

D'après « le document SETRA art 2.3 » le mur est soumis essentiellement à l'action des forces horizontales sur la face arrière en contact avec les terres, telles que : [11]

- La poussée des terres.
- La poussée d'une surcharge locale située en arrière du mur garde grève.
- La force de freinage.

### 13.5.1.1.Évaluation des efforts :

#### Remarque :

Pour le calcul on va prendre la hauteur du mur garde grève celle qui est au-dessus du mur frontal qui est égal à «2,56m », et on va étudier le mur garde grève comme une console encastrée dans le mur frontal.

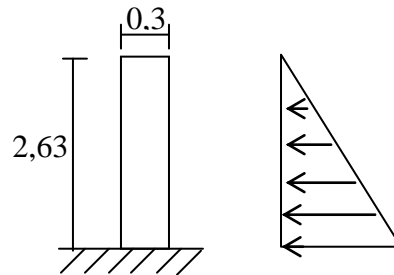
#### a) Poussée des terres :

Soit  $P_t$  l'effort de poussée :

$$P_t = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_t \cdot h^2$$

Le moment dû à cet effort :

$$M_t = \frac{1}{6} \cdot K_a \cdot \gamma_t \cdot h^3$$



$$K_a : \text{coefficient de poussée des terres } K_a = \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} = 0,333$$

$\gamma_t = 2 \text{ t/m}^3$  ...poids volumique des terres.

$h = 2,63\text{m}$  ...hauteur du mur G.G

Donc :

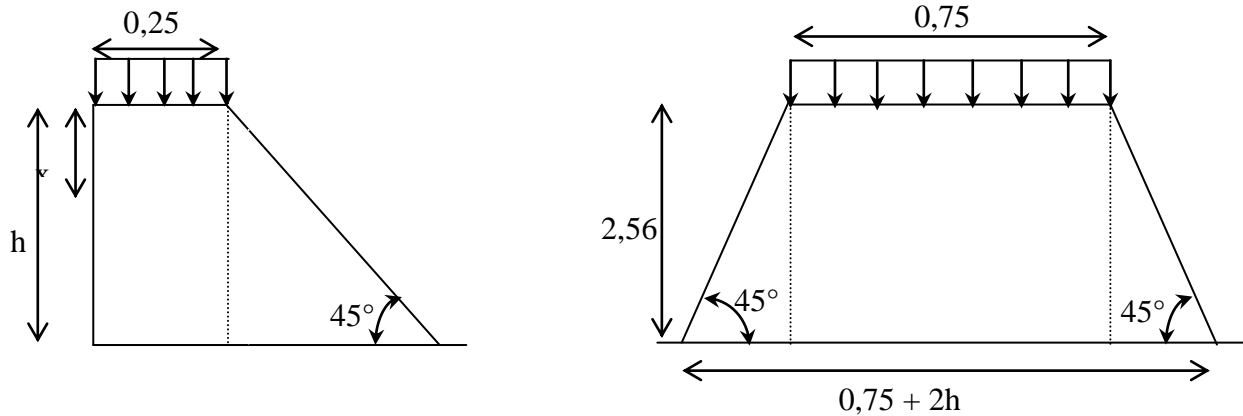
$$M_t = 2,019 \text{ t.m/ml}$$

$$P_t = 2,303 \text{ t/ml}$$

#### ➔ Poussée d'une charge locale

L'effet le plus défavorable est produit par deux roues arrière de 6t de deux camions  $B_c$  accolés, placée de telle manière que les rectangles d'impact soient en contact de la face arrière du mur garde grève.

Ces deux roues sont remplacées par une charge uniforme équivalente de 12t sur un rectangle d'impact ( $0,25 \times 0,75\text{m}^2$ ) se transmet à  $45^\circ$  en profondeur et engendre en tout point du mur, une poussée qui crée un moment au niveau de la zone d'encastrement.



D'après le document SETRA le moment d'encastrement est donné par l'expression suivante :

$$M_p = \frac{12K}{0,75+2h} \cdot \int_0^h \frac{h-x}{0,25+x} dx$$

$$M_p = \frac{12K}{0,75 + 2h} [(h + 0,25)\text{Ln}(0,25 + x) - x]_0^h$$

Avec :

$$K = K_a \cdot b_c \cdot \delta \cdot \gamma$$

$K_a$  : coefficient de poussée.

$\gamma$  : Coefficient de pondération.

$\delta$  : Coefficient de majoration dynamique pour charge sur remblai.

$$\gamma = \begin{cases} 1,6 \rightarrow \text{l'ELU} \\ 1,2 \rightarrow \text{L'ELS} \end{cases}$$

$$\delta = 1$$

$b_c = 0,95$  (pont premier classe avec 3 voies chargées).

$$K_a = 0,333$$

Donc :

$$K = \begin{cases} 0,50616 \text{ à ELU} \\ 0,37962 \text{ à ELS} \end{cases}$$

$$M_p = 2,044K[-x + (0,25 + h)\text{ln}(x + 0,25)]_0^h$$

$$M_p = \begin{cases} 4,456 \text{ t.m/ml à ELU} \\ 3,342 \text{ t.m/ml à ELS} \end{cases}$$

→ Force de freinage

Cette force est prise égale au poids d'une roue de 6t et le moment crée par cette force est donné par la formule :

$$M_F = \left( \frac{6h}{0,25 + 2h} \right) \gamma$$

$$\text{Donc : } M_F = \begin{cases} 4,582 \text{ t.m/ml à ELU} \\ 3,437 \text{ t.m/ml à ELS} \end{cases}$$

**13.5.1.2. Combinaison des moments**

$$M_T = 1,35M_t + M_p + M_F \text{ à ELU}$$

$$M_T = M_t + M_p + M_F \text{ à ELS}$$

**E. L. U :**

$$M_{TU} = 1,35 \times 2,019 + 4,456 + 4,582 = 11,764 \text{ t.m/ml}$$

**E. L. S :**

$$M_{TS} = 2,019 + 3,342 + 3,437 = 8,798 \text{ t.m/ml}$$

**13.5.1.3. Calcul des armatures**

→ Ferrailage vertical :

Le ferrailage sera déterminé en considérant une bande de 1 m de largeur soumise à la flexion simple.[7]

$$\text{Donc : } b_0 = 1,00 \text{ m ; } d = 0,25\text{m ; } d' = 0,05\text{m}$$

Fissuration préjudiciable ( $n = 1,6$ )

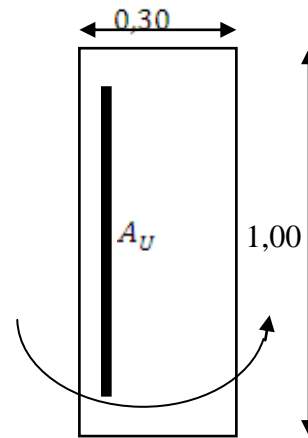
$$f_{c28} = 25\text{MP}$$

$$\gamma = \frac{M_U}{M_S} = \frac{11,764}{8,798} = 1,337$$

**E. L. U :**

$$f_{bu} = \frac{0,85f_{c28}}{\gamma_b} = 15,300\text{Mpa}$$

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 435\text{Mpa}$$



$$\mu_{bu} = \frac{M_U}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{11,764 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,25^2 \times 15,3} = 0,123$$

$$\mu_{bu} = 0,123 < \mu_{lu} = 0,392 \quad \Rightarrow A_{sc} = 0 \text{ (Section simplement armé)}$$

La section sera ferrillée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,165$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,934$$

$$A_{su} = \frac{M_U}{\beta \cdot d \cdot f_{su}} \Rightarrow A_{su} = \mathbf{11,59 \text{ cm}^2}$$

**E. L. S:**

$$\bar{\sigma}_b = 0,6f_{c28} = 16,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \bar{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} f_e; 150\eta \right\} \eta = 1,6 \text{ (fissuration préjudiciable)}$$

$$\sigma_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} 500; 150 \times 1,6 \right\} = 240 \text{ MPa}$$

$$M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} = 0,392 \times 1,00 \times 0,25^2 \times 15,3 = 0,375 \text{ MN.m}$$

$$M_{ls} = \frac{M_{lu}}{\gamma} = \frac{0,375}{1,337} = 0,2803 \text{ MN.m}$$

$$M_S = 0,08798 \leq M_{ls} = 0,2807 \text{ MN.m} \quad \Rightarrow A_{sc} = 0$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_S}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_b} = \frac{8,798 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,25^2 \times 16,2} = 0,08689$$

$$\alpha = 1,50 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{ser}} \right) = 0,185$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,926$$

$$A_{ser} = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} \Rightarrow A_{ser} = \mathbf{15,63 \text{ cm}^2}$$

$$\text{Donc : } A_S = \max(A_{ser}; A_U) = \mathbf{15,63 \text{ cm}^2}$$

Soit : **11HA14** ( $A_S = 16,93$ ), avec un espacement  $S_t = 10 \text{ cm}$ .

D'après le document SETRA, on doit disposer le même ferrillage calculé sur la face avant du mur, donc le ferrillage sera sous forme de cadre avec  $S_t=10\text{cm}$ .

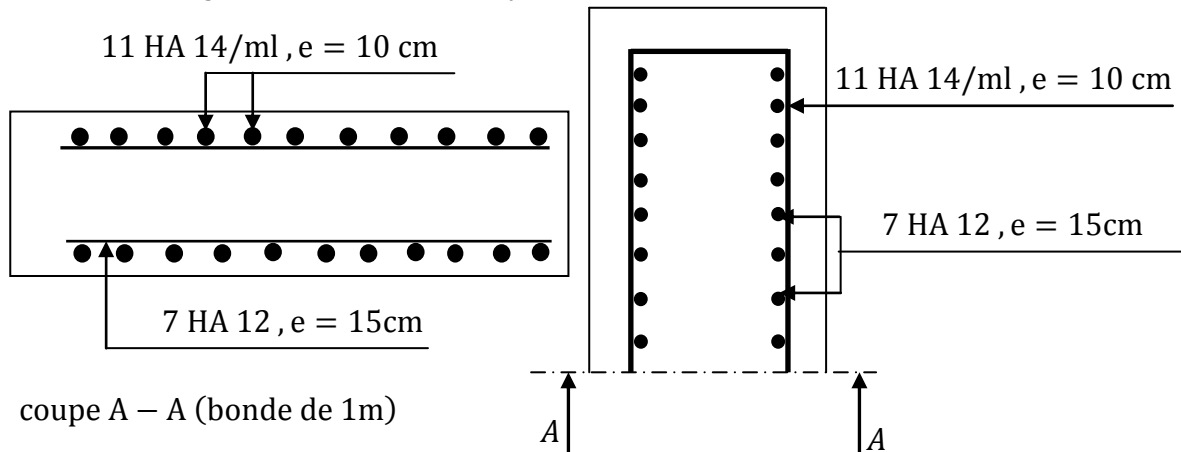
→ **Ferraillage horizontal :**

Sans tenir compte la valeur de M, on prend la formule suivante :  $\frac{A_{SV}}{4} \leq A_{SH} \leq \frac{A_{SV}}{2}$

On prend :

$$A_{SH} = \frac{A_{SV}}{2} = \frac{15,39}{2} = 7,69 \text{ cm}^2$$

Soit : **7HA 12** ( $A_{SH} = 7,92 \text{ cm}^2$ ), avec  $S_t = 15 \text{ cm}$ .



**Figure 13.4.** Schéma de ferraillage de mur garde grève.

**13.5.2. Dalle de transition :**

Cette dalle est en béton armé enterré sous la chaussée à l'arrière du mur garde grève, elle a pour but d'éviter les tassements éventuels au niveau du raccordement entre le corps de chaussée et la route et celui du pont.

**13.5.2.1. Les sollicitations :**

• **Réactions des charges permanentes :**

- ✓ Poids propre :  $0,3 \times 2,5 \times 1 = 0,75 \text{ t/ml}$
- ✓ Remblai :  $1,7 \times 2 \times 1 = 1,2 \text{ t/ml}$
- ✓ Revêtement :  $0,08 \times 1 \times 2,2 = 0,176 \text{ t/ml}$

$$G_T = \sum G = 2,126 \text{ t/ml}$$

L'étude de la dalle de transition est comme une poutre simplement appuyée, on doit donc vérifier que :

$$L_d \geq \frac{\pi}{2} L_e \quad \text{avec} \quad L_e = \left( \frac{4EI}{K_b} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$E = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 3300000 \text{ t/m}^2$$

I: inertie d'une bande de 1ml.

$b = 1\text{ml}$  ,  $K = 6000\text{ t/m}^2$  (coefficient raideure du sol)

Donc :

$L_e = 1,491\text{m} \Rightarrow L_d = 5,00\text{m} \geq 2,341\text{m} \dots\dots\dots\text{CV}$

• **Surcharge :**

- ✓ Surcharges  $Q = 1\text{t/m}^2$  réparties sur toute la dalle « C. P. S » ;
- ✓ Pour une bande de 1m, l'effet le plus défavorable se traduit sous l'effet du système  $B_t$ , les roues des rangées  $P_1$  et  $P_2$  sont équivalents, chacune à une charge répartie de 5,5 t/ml ;
- ✓ La charge de rangée  $P_1$  est effectuée d'un coefficient de majoration dynamique égale à 2 (pour tenir compte du choc d'un essieu au voisinage d'un appui) ;
- ✓ La charge de ranger  $P_2$  est effectuée d'un coefficient de majoration dynamique égale à 1,2.

Donc :  $P_1 = 2 \times 5,5 = 11\text{t/ml}$

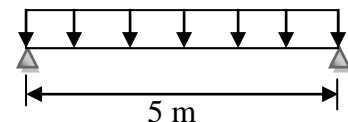
$P_2 = 1,2 \times 5,5 = 6,6\text{t/ml}$

**13.5.2.2. Calcul des moments fléchissant et efforts tranchants :**

➤ **Charges permanente :**

$$M_G = \frac{G \cdot L^2}{8} = \frac{2,126 \times 5^2}{8} = 6,644\text{t} \cdot \text{m/ml}$$

$$T_G = GL/2 = (2,126 \times 5)/2 = 5,315\text{ t/ml}$$



➤ **Surcharge :**

$$Q = 1\text{ t/ml}$$

$$M_Q = QL^2/8 = (1 \times 5^2)/8 = 3,125\text{ t} \cdot \text{m/ml}$$

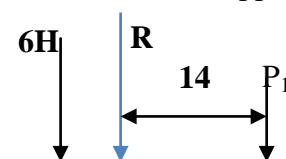
$$T_G = \frac{GL}{2} = \frac{1 \times 5}{2} = 2,5\text{ t/ml}$$

➤ **Surcharge d'exploitation :**

Pour la détermination des moments maximaux dus au système équivalent ( $P_1, P_2$ ), on applique le théorème de BARRE.

$$R = P_1 + P_2 = 17,6\text{t/ml}.$$

$$\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow 11x = 6,6(1,35 - x) \Rightarrow x = 0,51\text{m}$$



**1<sup>ère</sup> Cas :**

La section critique est sous  $P_1$ .

$$P_1 = P_K(\text{charge critique}) C = 0,51\text{m}$$

$$b = \frac{L}{2} + \frac{C}{2} = \frac{5,00}{2} + \frac{0,51}{2} = 2,755\text{m}$$

et  $a = 2,245\text{m}$

$$Y_1 = \frac{a \cdot b}{l} = \frac{2,245 \times 2,755}{5} = 1,237\text{m}$$

$$Y_2 = 1,237 \times \frac{2,755 - 1,35}{2,755} = 0,631\text{m}$$

$$M_{\max} = \sum P_i \cdot y_i = 17,772 \text{ t.m/ml}$$

**2<sup>ème</sup> Cas :**

La section critique est sous  $P_2$ .

$$b = \frac{L}{2} - \frac{C}{2} = 2,245\text{m} \quad \text{et } a = 2,755\text{m}$$

$$Y_2 = \frac{a \cdot b}{l} = 1,237\text{m}$$

$$Y_1 = 0,631\text{m}$$

$$M_{\max} = \sum P_i \cdot y_i = 15,105 \text{ t.m/ml}$$

Donc le premier cas est le plus défavorable que le 2<sup>ème</sup> Cas.

La charge critique est  $P_1$ , la section critique ( $x = 2,245\text{m}$ ) de l'appui gauche..

$$M_{\max} = 17,772 \text{ t.m/ml}$$

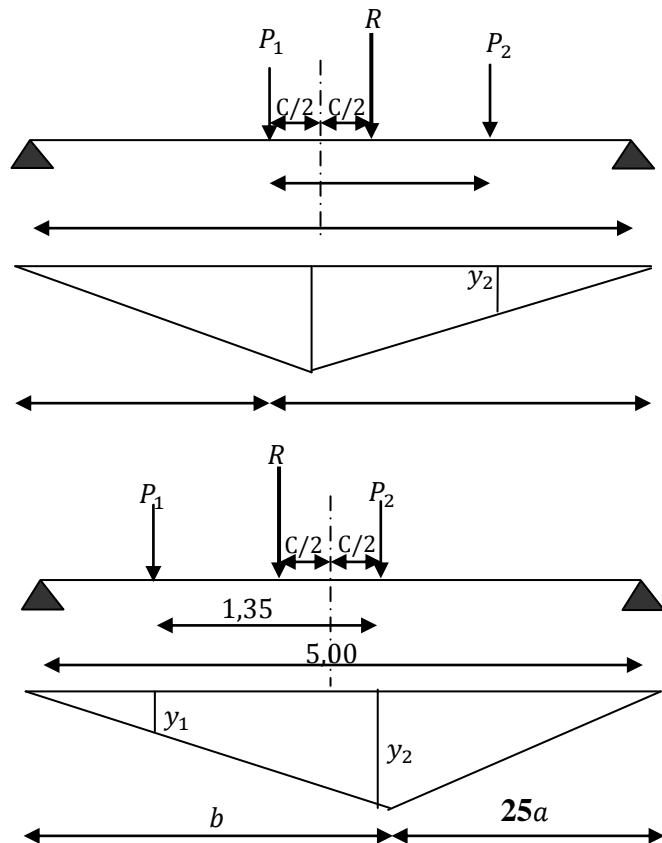
➤ **Calcul des moments au niveau de la section critique ( $x = 2,245\text{m}$ ):**

• **Sous la charge permanente :**

$$M_G = \frac{G \cdot L}{2} \cdot x - \frac{G \cdot x^2}{2} = \frac{2,126 \times 5}{2} \times 2,245 - \frac{2,126 \times 2,245^2}{2} = 6,575 \text{ t.m/ml}$$

• **Sous la surcharge répartie :  $q = 1 \text{ t/m}^2$**

$$M_{sq} = \frac{q \cdot L}{2} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = 3,092 \text{ t.m/ml}$$





- **Combinaisons des efforts (x = 2,245m) :**

$$M_G = 6,575 \text{ t.m/ml}$$

$$M_Q = M_{sq} + M_q = 20,864 \text{ t.m/ml}$$

**E. L. U :**

$$M_U = 1,35M_G + 1,6M_Q = 42,259 \text{ t.m/ml}$$

**E. L. S:**

$$M_{ser} = M_G + 1,2M_Q = 31,612 \text{ t.m/ml}$$

**b. Calcul des moments à mi- travée :**

➤ **Sous les charges permanentes :**

$$M_G = 6,643 \text{ t.m/ml}$$

➤ **Sous la charge :q = 1t/m<sup>2</sup>**

$$M_q = 3,125 \text{ t.m/ml}$$

➤ **Sous la surcharge B<sub>t</sub> :P<sub>1</sub> est posée sur L/2**

$$M_{sq} = 17,545 \text{ t.m/ml}$$

$$M_Q = M_{sq} + M_q = 20,67 \text{ t.m/ml}$$

➤ **Combinaison des efforts à mi- travée :**

**E. L. U:**

$$M_U = 1,35M_G + 1,6M_Q = 42,04 \text{ t.m/ml}$$

**E. L. S:**

$$M_{ser} = M_G + 1,2M_Q = 31,447 \text{ t.m/ml}$$

D'après les calculs, on remarque que la section x = 2,245 m nous donne les moments maximaux, alors on a :

$$M_U = 42,259 \text{ t.m/ml}$$

$$M_{ser} = 31,612 \text{ t.m/ml}$$

**13.5.2.3. Ferrailage de la dalle de transition :**

Le ferrailage sera déterminé en considérant une bande d'un mètre de largeur soumise à une Flexion simple.

**Donc :**  $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$

$b_0 = 1,00 \text{ m}$  ;  $d = 0,27 \text{ m}$  ;  $d' = 0,03 \text{ m}$

Fissuration préjudiciable ( $n = 1,6$ )

$$\gamma = \frac{M_U}{M_S} = \frac{42,259}{31,612} = 1,337$$

**E. L. U :**

$$\mu_{bu} = \frac{M_U}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{42,259 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,27^2 \times 15,3} = \mathbf{0,379}$$

$$\mu_{bu} = 0,342 < \mu_{lu} = 0,392 \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

La section sera ferrillée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,635$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,746$$

$$A_{su} = \frac{M_U}{\beta \cdot d \cdot f_{su}} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{su} = 48,25 \text{ cm}^2}$$

**E. L. S:**

$$M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} = 0,392 \times 1,00 \times 0,27^2 \times 15,3 = \mathbf{0,437 \text{ MN.m}}$$

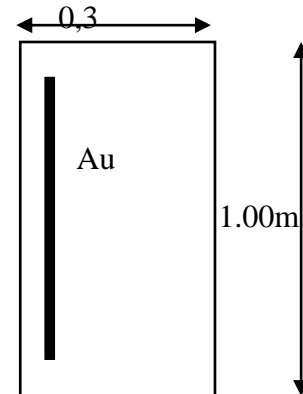
$$M_{ls} = \frac{M_{lu}}{\gamma} = \frac{0,437}{1,337} = \mathbf{0,3271 \text{ MN.m}}$$

$$M_S = 0,31612 \leq M_{ls} = 0,3271 \text{ MN.m} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_S}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_b} = \frac{31,612 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,27^2 \times 15} = \mathbf{0,2676}$$

$$\alpha = 1,50 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{ser}} \right) = \mathbf{0,698}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,721}$$



$$A_{ser} = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} \quad \Rightarrow \quad A_{ser} = 63,56 \text{ cm}^2$$

Donc :  $A_S = \max(A_{ser}; A_U) = 63,56 \text{ cm}^2$

Soit : **13 HA 25** ( $A_S = 63,81 \text{ cm}^2$ ), avec un espacement  $S_t = 8 \text{ cm}$ .

➤ **Dans le sens transversal** : On prendra les armatures de répartition telles que :

$$A_t = \frac{A_1}{4} = \frac{63,56}{4} = 15,89 \text{ cm}^2$$

Soit on prend : **8 HA 16** ( $A_S = 16,08 \text{ cm}^2$ ), avec :  $S_t = 12 \text{ cm}$

➤ **Effort tranchant** :

$$V_U = 1,35T_G + 1,6T_Q$$

Avec :  $T_G = 5,315 \text{ t/ml}$

$$T_{q1} = 2,5 \text{ t/ml}$$

$$y_2 = \frac{5 - 1,35}{5} = 0,73$$

$$y_1 = 1$$

$$\sum p_i \cdot y_i = 11 \times 1 + 6,6 \times 0,73 = 15,818 \text{ t/ml}$$

$$T_{g2} = T_{Bt} = 15,818 \text{ t/ml}$$

$$V_U = 1,35 \times 5,315 + 1,6(15,818 + 2,5) = 36,484 \text{ t/ml}$$

$$\tau_U = \frac{V_U}{d \cdot b_0} = \frac{36,484 \times 10^{-2}}{0,27 \times 1,00} = 1,351 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_U = \min(0,1f_{c28}; 3 \text{ MPa}) = 2,7 \text{ MPa}$$

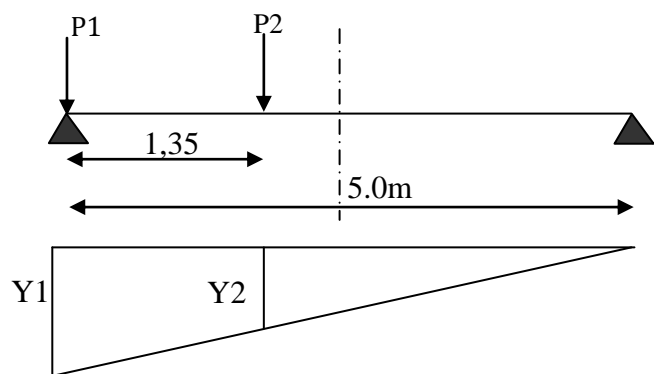
$$\tau_U = 1,351 < \bar{\tau}_U = 2,7 \text{ MPa} \quad \Rightarrow \quad \text{On n'a pas besoin des armatures pour l'effort tranchant.}$$

**Vérification de la condition de non fragilité :**

$$A_s \geq \frac{0,23 \cdot b_0 \cdot d \cdot f_{t28}}{F_e} = \frac{0,23 \times 1 \times 0,27 \times 2,22}{500} = 2,76 \text{ cm}^2 \quad \text{CV}$$

➤ **La nappe supérieure** :

✓ Longitudinalement :  $A_{sup} = \frac{A_S}{3} = 21,19 \text{ cm}^2$



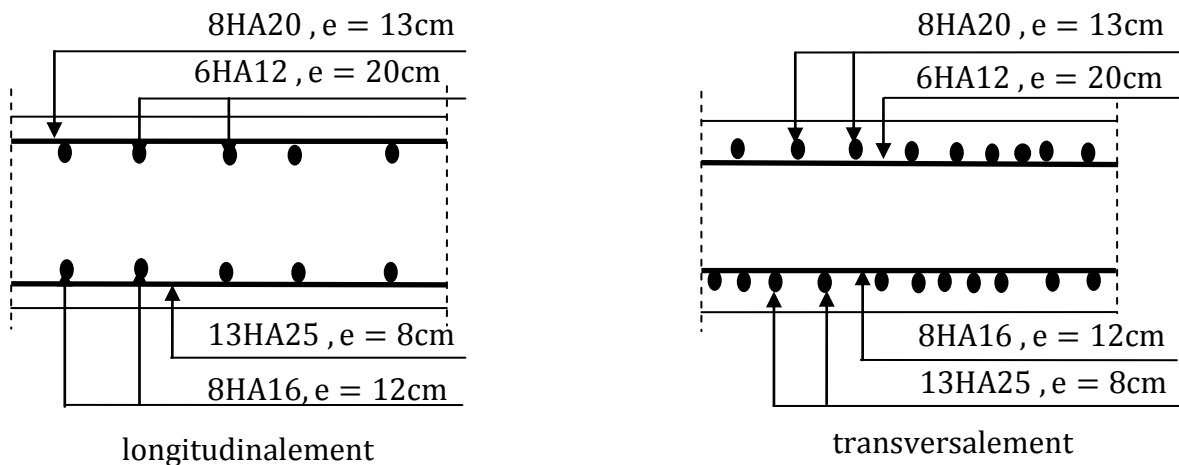
Soit : **8 HA 20**, avec  $S_t = 13\text{cm}$

✓ Transversalement :  $A_{\text{sup}} = \frac{A_s}{10} = 6,36\text{cm}^2 > 2,76\text{cm}^2$

$A_{\text{sup}} = 6,36\text{cm}^2$

Soit : **6HA12**, avec  $S_t = 20\text{cm}$

➤ **Schéma de ferrailage :**



**Figure 13.5.** Schéma de ferrailage de la dalle de transition.

### 13.5.3. Le corbeau :

Il est considéré comme un appui pour la dalle de transition, pour le calculer, on l'assimile comme une console et les sollicitations sont les suivantes :

#### 13.5.3.1. Les réactions :

- La réaction due au poids propre de la dalle de transition :

$$R_{pd} = (5,00 \times 0,30 \times 2,5 \times 1) \times \frac{1}{2} = 1,875 \text{ t/ml}$$

- La réaction due au poids de la terre sur la dalle de transition :

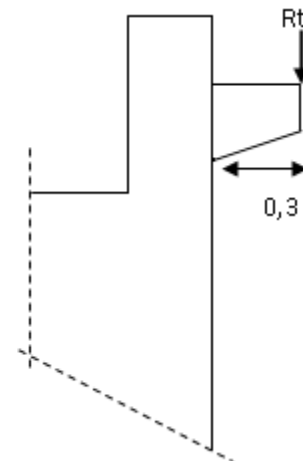
$$R_t = (5,00 \times 0,6 \times 2 \times 1) \times \frac{1}{2} = 3 \text{ t/ml}$$

- La réaction due au poids de revêtement de la chaussée :

$$R_r = (4,00 \times 0,08 \times 2,2 \times 1) \times \frac{1}{2} = 0,44 \text{ t/ml}$$

- La réaction due au poids propre de corbeau :

$$R_{pc} = \left[ (2,1 + 2,42) \times \frac{0,30}{2} \right] \times 2,5 \times 1 = 1,695 \text{ t/ml}$$

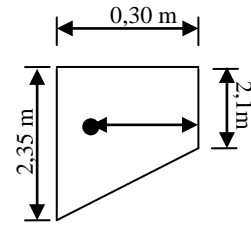


- La réaction due au poids propre du mur garde grève :

$$R_{pG} = \left[ (3,43 + 3,68) \times \frac{0,30}{2} \right] \times 2,5 \times 1 = 2,666 \text{ t/ml}$$

- La réaction due aux surcharges sur remblais  $Q=1 \text{ t/m}^2$  :

$$R_s = (5,00 \times 1) \times \frac{1}{2} = 2,5 \text{ t/ml}$$



### 13.5.3.2. Moment d'encastrement :

Pour les sollicitations extérieures on prend :  $L = 0,3 \text{ m}$ . -à-d.  $R_T$  est située au bord de la console (cas plus défavorable).

- Pour le poids propre du corbeau :

$$L = X_{Gc} = \frac{(2,1 \times 0,3) \times 0,15 + \left( \frac{0,32 \times 0,30}{2} \right) \times 0,30 \left( \frac{1}{3} \right)}{0,63 + 0,048} = 0,146 \text{ m}$$

- Pour le poids propre du mur garde grève :  $L = X_G = 0,25 \text{ m}$

Donc :

$$M_G = 0,30 \times (3 + 1,875 + 0,44) + 0,25 \times 2,613 + 0,147 \times 1,669$$

$$M_G = \mathbf{2,508 \text{ t.m/ml}}$$

$$M_Q = 0,30 \times 2,5 = \mathbf{0,75 \text{ t.m/ml}}$$

**Combinaison : [7]**

$$\begin{cases} \text{ELU: } M_U = 1,35M_G + 1,6M_Q \\ \text{ELS: } M_S = M_G + 1,2M_Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_U = \mathbf{4,586 \text{ t.m/ml}} \\ M_S = \mathbf{3,408 \text{ t.m/ml}} \end{cases}$$

### 13.5.3.3. Ferrailage :

On prend une section moyenne de hauteur :

$$H = \frac{2,1 + 2,42}{2} = 2,26 \text{ m}$$

$$\text{Donc : } f_{c28} = 27 \text{ MPa}$$

$$b_0 = 1,00 \text{ m} ; d = 2,21 \text{ m} ; d' = 0,05 \text{ m}$$

Fissuration préjudiciable ( $n = 1,6$ )

$$\gamma = \frac{M_U}{M_S} = \frac{4,586}{3,408} = 1,346$$

**E. L. U :**

$$\mu_{bu} = \frac{M_U}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{4,586 \times 10^{-2}}{1,00 \times 2,21^2 \times 15,3} = \mathbf{0,0006}$$

$$\mu_{bu} = 0,0006 < \mu_{lu} = 0,392 \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

La section sera ferrailée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = \mathbf{0,001}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,9997}$$

$$A_{su} = \frac{M_U}{\beta \cdot d \cdot f_{su}} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{su} = 0,48\text{cm}^2}$$

**E. L. S:**

$$M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} = 0,392 \times 1,00 \times 2,21^2 \times 15,3 = \mathbf{29,293 \text{ MN.m}}$$

$$M_{ls} = \frac{M_{lu}}{\gamma} = \frac{29,293}{1,346} = \mathbf{21,7694 \text{ MN.m}}$$

$$M_S = 0,03408 \leq M_{ls} = 21,7694 \text{ MN.m} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_S}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_b} = \frac{3,408 \times 10^{-2}}{1,00 \times 2,21^2 \times 16,2} = \mathbf{0,00043}$$

$$\alpha = 1,50 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{ser}} \right) = \mathbf{0,001}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,9997}$$

$$A_{ser} = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{ser} = 0,64\text{cm}^2}$$

Donc :

$$A_S = \max(A_{ser}; A_U) = \mathbf{0,64\text{cm}^2}$$

➤ **Vérification de non fragilité :**

$$A_S = 0,23 \times 1 \times 2,21 \times \frac{2,22}{500} = 22,57\text{cm}^2 > A_S = 2,871 \dots \dots \dots \text{ C.N.V}$$

**Donc :  $A_S = 22,57\text{cm}^2$  soit : **8HA20** ( $A_S = 25,13\text{cm}^2$ ), avec  $S_t = 12\text{cm}$**

➤ **Ferraillage transversal :**

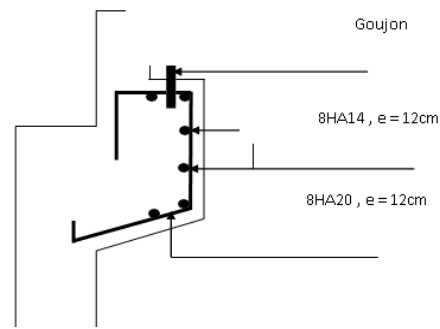
Il donné par la formule suivante :

$$\frac{A_l}{4} \leq A_t \leq \frac{A_l}{2}$$

On prend :

$$A_{SH} = \frac{A_{SV}}{2} = \frac{22,57}{2} = 11,285 \text{ cm}^2$$

**Figure 13.6.** Schéma de ferraillage de corbeau.



Soit : **8 HA 14** ( $A_{SH} = 12,32 \text{ cm}^2$ ), avec  **$S_t = 12 \text{ cm}$**

Finalement :

$$A_l = 22,57 \text{ cm}^2 \text{ et } S_t = 12 \text{ cm}$$

$$A_t = 11,285 \text{ cm}^2 \text{ et } S_t = 12 \text{ cm}$$

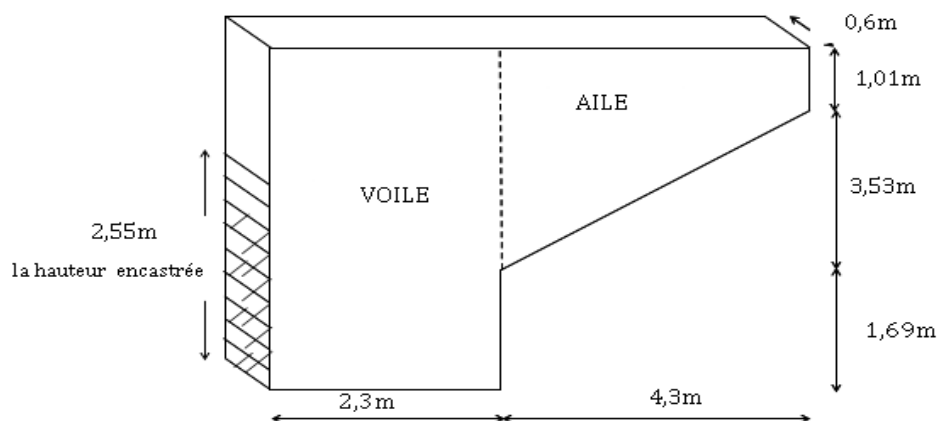
#### 13.5.4. Mur en retour :

Les murs en retour sont des voiles d'épaisseur constant sauf éventuellement en partie supérieure pour l'accrochage des corniches ou la fixation d'éventuelles barrières, ils sont encastés à la fois sur le mur garde grève, le mur de front et la semelle dans sa partie arrière.

Le mur en retour assure le soutènement latéral des terres du remblai, il est soumis aux efforts suivants :

- ✓ Poids du mur y compris celui de la superstructure (30% de la longueur du mur) ;
- ✓ La poussée horizontale due au remblai ;
- ✓ La poussée horizontale due à la surcharge  $q = 1 \text{ t/m}^2$ .

Pour calculer le ferraillage du mur, on va l'étudier par encastrement par rapport au mur frontal, donc les sollicitations des calculs sont les forces horizontales.



- **Calcul de la longueur théorique :**

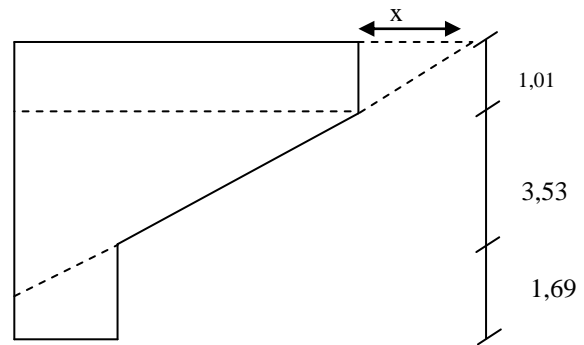
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3,53}{4,3} \rightarrow 39,38^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{x} \rightarrow x = 1,2 \text{ m.}$$

$$L_{\text{th}} = 1,2 + 6,6 = 7,8 \text{ m.}$$

### 13.5.4.1. Étude des sollicitations :

➔ **L'aile :**



Les charges concentrées sont appliquées à 1m de l'extrémité théorique du mur et comprennent une charge verticale de 4t et une charge horizontale de 2t,

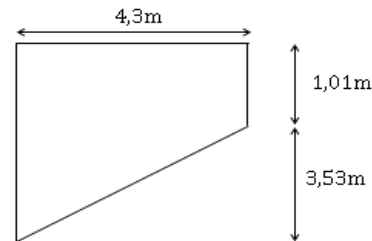
On suppose que l'aile est encadrée au mur frontal

➤ **Poussée des terres :**

$$P_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a \cdot h^2 \cdot L$$

➤ **Poussée due à la surcharge :**

$$P_q = q \cdot K_a \cdot h \cdot L$$



On fait les calculs à trois hauteurs pour déterminer les efforts moyens.

$K_a$ : Coefficient de poussée de la terre.

$$K_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0,333$$

✓ **H = 4,54 m :**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 4,3 \times 0,333 \times 4,54^2 = 29,513$$

$$P_q = 1,00 \times 4,3 \times 0,333 \times 4,54 = 6,501 \text{ t}$$

✓ **H = 2,5 m :**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 4,3 \times 0,333 \times 2,5^2 = 8,949 \text{ t}$$

$$P_q = 1,00 \times 4,3 \times 0,333 \times 2,5 = 3,580 \text{ t}$$

✓ **H = 1,01 m :**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 4,3 \times 0,333 \times 1,01^2 = 1,461 \text{ t}$$



$$P_q = 1,00 \times 4,3 \times 0,333 \times 1,01 = \mathbf{1,446 \text{ t}}$$

Donc :

$$\begin{cases} P_{t \text{ moy}} = 13,308 \text{ t} \\ P_{q \text{ moy}} = 3,842 \text{ t} \end{cases} \text{ Ces forces sont appliquées au milieu de l'aile.}$$

**b. Voile :**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 2,3 \times 0,333 \times 6,23^2 = \mathbf{29,727 \text{ t}}$$

$$P_q = 1,00 \times 2,3 \times 0,333 \times 6,23 = \mathbf{4,772 \text{ t}}$$

➤ **Force sismique :**

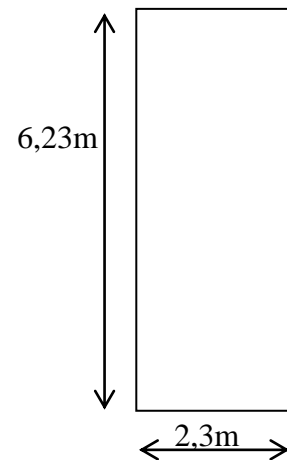
$$F_{SH} = 0,1 \cdot G$$

$$P_s = 0,3 \times L_{th} = 0,30 \times 7,8 = 2,34 \text{ t.}$$

G : est le poids total du mur en retour plus celui de la superstructure .

$$G = 39,392 + 2,34 = 41,732 \text{ t}$$

$$F_{SH} = 0,1 \times 41,732 = \mathbf{4,1732 \text{ t}}$$



**13.5.4.2. Les combinaisons :**

efforts	Bras de levier/ à L'encastrement	$M_G$ (t. m)	$M_Q$ (t. m)	$M_{FSH}$ (t. m)
$P_t = 29,727$	$\frac{2,3}{2} = 1,15$	34,186	/	/
$P_{t \text{ moy}} = 13,308$	$2,3 + \frac{4,3}{2} = 4,95$	59,220	/	/
$P_q = 4,772$	$\frac{2,3}{2} = 1,15$	/	5,487	/
$P_{q \text{ moy}} = 3,842$	$2,3 + \frac{4,3}{2} = 4,95$	/	17,098	/
$F_{SH} = 4,1732$	$\frac{2,3}{2} = 1,15$	/	/	4,748
$\Sigma =$		115,380	93,406	22,585

**E . L . U :**

$$\text{CN : } M_u = 1,35M_G + 1,6M_Q = \mathbf{162,235t.m}$$

$$\text{CS : } M_u = M_G + 0,6M_Q + M_{FSH} = \mathbf{111,705t.m}$$

**E . L . S :**

$$M_{ser} = M_G + 1,2M_Q = \mathbf{120,509 t.m}$$

On remarque pour L'E.L.U que la CN est plus défavorable que la CS, donc on va prendre L'E.L.U en CN.

Et puisque on va ferrailer pour 1ml de hauteur et on va diviser par la hauteur d'encastrement égale à(2,55m) .

Donc :

$$M_U = \frac{162,235}{2,55} = \mathbf{63,622 t. \frac{m}{ml}}$$

$$M_{ser} = \frac{120,509}{2,55} = \mathbf{47,258 t.m/ml}$$

#### 13.5.4.3.Le ferrailage de mur en retour :

→ **Ferrailage horizontal :**

$$b_0 = 1m \quad , d = 0,55m$$

$$\gamma = \frac{63,622}{47,2598} = 1,346$$

**E . L . U:**

$$\mu_{bu} = \frac{M_U}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{63,622 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,55^2 \times 15,3} = \mathbf{0,137}$$

$$\mu_{bu} = 0,137 < \mu_{lu} = 0,392 \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

La section sera ferrailée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = \mathbf{0,186}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,926}$$

$$A_{su} = \frac{M_U}{\beta \cdot d \cdot f_{su}} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{su} = 28,74 \text{ cm}^2}$$

**E. L. S:**

$$M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} = 0,392 \times 1,00 \times 0,55^2 \times 15,3 = \mathbf{1,814 MN \cdot m}$$

$$M_{ls} = \frac{M_{lu}}{\gamma} = \frac{1,814}{1,346} = \mathbf{1,3478 MN \cdot m}$$

$$M_s = 0,22146 \leq M_{ls} = 1,3478 \text{ MN} \cdot \text{m} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

$$M_{ls} = \frac{M_{lu}}{\gamma} = \frac{00,814}{1,346} = \mathbf{1,3478 MN \cdot m}$$

$$M_s = 0,47258 \leq M_{ls} = 1,3478 \text{ MN} \cdot \text{m} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_s}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_b} = \frac{47,258 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,55^2 \times 16,2} = \mathbf{0,096441}$$

$$\alpha = 1,50 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{ser}} \right) = \mathbf{0,207}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,917}$$

$$A_{ser} = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{ser} = 38,46}$$

Donc on prend la section des armatures maximales :  $\mathbf{A_s = 38,46 \text{ cm}^2}$

Soit: **14HA 20 (43,98cm<sup>2</sup>)**, Avec  $\mathbf{S_t = 7 \text{ cm}}$

→ **Ferraillage de répartition :**

On prendra les armatures de répartition telles que :

$$A_t = \frac{A_1}{4} = \frac{40,74}{4} = \mathbf{10,185 \text{ cm}^2}$$

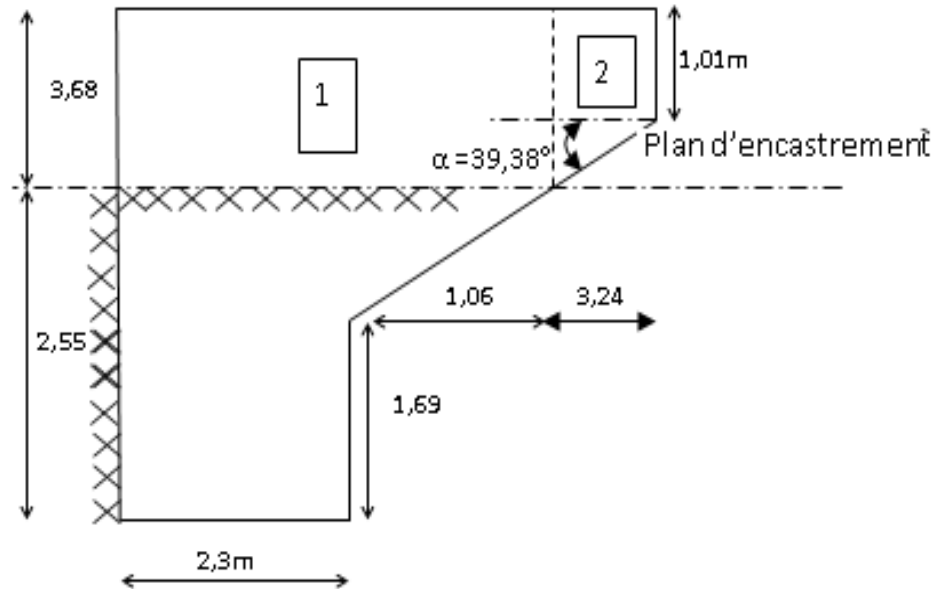
Soit : **7HA 14 (10,78 cm<sup>2</sup>)** , Avec  $\mathbf{S_t = 14 \text{ cm}}$

**Remarque :**

Puisque le mur en retour n'est pas totalement encasté sur toute sa hauteur avec le mur frontal, on doit vérifier si le ferraillage vertical calculé est suffisant pour équilibrer le moment créé au plan perpendiculaire au sommet de la hauteur d'encastrement, parce que la partie du mur au-dessus de ce plan va travailler par rapport à ce plan, d'où le ferraillage vertical qui va équilibrer les moments créés par rapport à ce plan, comme il est indiqué dans la figure suivante :

Partie non encastree au mur frontal donc elle va être équilibrée par ferrailage vertical d'où la nécessité de l'étudier par rapport à son plan d'encastrement P.

#### 13.5.4.4.Évaluation des efforts :



La section est variable, on la divise en deux parties (1) et (2):

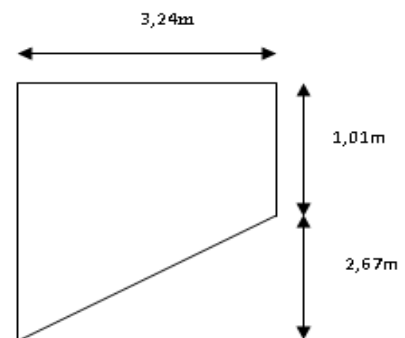
##### ➤ Partie 1

✓ **H = 3,68m**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 3,36 \times 0,333 \times 3,68^2 = 15,152t$$

$$P_q = 1,00 \times 3,36 \times 0,333 \times 3,68 = 4,117t$$

##### ➤ Partie 2



Section variable, on va calculer avec la même procédure que celle dans l'aile :

✓ **H = 3,68m :**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 3,24 \times 0,333 \times 3,68^2 = 14,611$$

$$P_q = 1,00 \times 3,24 \times 0,333 \times 3,68 = 3,970$$

✓ **H = 2,345m:**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 3,24 \times 0,333 \times 2,345^2 = 5,933t$$

$$P_q = 1,00 \times 3,24 \times 0,333 \times 2,345 = 2,530t$$

✓ **H = 1,01m :**

$$P_t = 0,5 \times 2 \times 3,24 \times 0,333 \times 1,01^2 = \mathbf{1,101t}$$

$$P_q = 1,00 \times 3,24 \times 0,333 \times 1,01 = \mathbf{1,090t}$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} P_{t \text{ moy}} = 7,215t \\ P_{q \text{ moy}} = 2,530t \end{cases}$$

Ces forces sont appliquées au milieu de l'aile.

➤ **Force sismique**

$$F_{SH} = 0,1G$$

Avec :  $G = G_1 + G_2 + \text{Superstructure}$ .

G : Est le poids total du mur en retour plus celui de la superstructure ( $G = 39,425 t$ ).

$$\text{Donc : } F_{SH} = 0,1 \times 39,425 = 3,9425 t$$

Effort	Bras de levier /à L'encastrement	$M_G$ (t. m)	$M_Q$ (t. m)	$M_{FSH}$ (t. m)
<b><math>P_t = 15,152</math></b>	$\frac{3,68}{3} = 1,227m$	18,587	/	/
<b><math>P_{t \text{ moy}} = 7,215</math></b>	$2 - \frac{2 \times 2,345}{3} = 2,117m$	15,272	/	/
<b><math>P_q = 4,117t</math></b>	$\frac{3,68}{2} = 1,84m$	/	7,576	/
<b><math>P_{q \text{ moy}} = 2,530t</math></b>	$2 - \frac{2,345}{2} = 0,828$	/	2,094	/
<b><math>F_{SH} = 3,9425 t</math></b>	$\frac{3,68}{2} = 1,84m$	/	/	7,254
$\Sigma =$		33,858	33,858	9,670

➔ **Les combinaisons :**

**E.L.U :**

$$\text{CN : } M_u = 1,35M_G + 1,6M_Q = \mathbf{61,181t. m}$$

$$\text{CS : } M_u = M_G + 0,6M_Q + M_{FSH} = \mathbf{46,915 t. m}$$

**E . L . S :**

$$M_{\text{ser}} = M_G + 1,2M_Q = \mathbf{45,462 \text{ t.m}}$$

On remarque pour L'E.L.U que la CN est plus défavorable que la CS, donc on va prendre L'E.L.U en CN.

Et puisque on va ferrailer pour 1ml de hauteur et on va diviser par la hauteur d'encastrement égale à(3,36m) .

Donc :

$$M_U = \frac{61,181}{3,36} = \mathbf{18,209 \text{ t.m/ml}}$$

$$M_{\text{ser}} = \frac{45,462}{3,36} = \mathbf{13,530 \text{ t.m/ml}}$$

**13.5.4.5.Ferraillage**

$$b_0 = 1\text{m} \quad , d = 0,55\text{m} \quad , d' = 0,05$$

$$\gamma = \frac{18,209}{13,530} = 1,346$$

**E . L . U:**

$$\mu_{\text{bu}} = \frac{M_U}{b \cdot d^2 \cdot f_{\text{bu}}} = \frac{18,209 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,55^2 \times 15,3} = \mathbf{0,039}$$

$$\mu_{\text{bu}} = 0,039 < \mu_{\text{lu}} = 0,392 \quad \Rightarrow \mathbf{A_{\text{sc}} = 0}$$

La section sera ferrailée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{\text{bu}}}) = \mathbf{0,05}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,980}$$

$$A_{\text{su}} = \frac{M_U}{\beta \cdot d \cdot f_{\text{su}}} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{\text{su}} = 7,77 \text{ cm}^2}$$

**E . L . S:**

$$M_{\text{lu}} = \mu_{\text{lu}} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{\text{bu}} = 0,392 \times 1,00 \times 0,55^2 \times 15,3 = \mathbf{1,722 \text{ MN.m}}$$

$$M_{\text{ls}} = \frac{M_{\text{lu}}}{\gamma} = \frac{1,722}{1,346} = \mathbf{1,2794 \text{ MN.m}}$$

$$M_S = 0,1353 \leq M_{\text{ls}} = 1,2794 \text{ MN.m} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{\text{sc}} = 0}$$

$$\mu_{\text{ser}} = \frac{M_S}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_b} = \frac{13,530 \times 10^{-2}}{1,00 \times 0,55^2 \times 15} = \mathbf{0,02761}$$

$$\alpha = 1,50 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{\text{ser}}} \right) = \mathbf{0,056}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,977}$$

$$A_{\text{ser}} = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{\text{ser}} = 10,45\text{cm}^2}$$

Donc on prend la section des armatures maximales :  $A_s = 10,45\text{cm}^2$

On remarque que la section verticale prédéterminer calculée ( $10,185\text{cm}^2$ ) est supérieure à ( $A_s = 10,45\text{cm}^2$ ), donc elle est capable d'équilibrer le moment dans la partie non encastree.

**Vérification de non fragilité :**

$$A_s \geq \frac{0,23 \times b_0 \times d \times f_{t28}}{F_e} = 5,62\text{cm}^2 < 10,185\text{cm}^2 \dots \dots \dots \text{C.N.V}$$

**Effort tranchant :**

$$V_U = 1,35T_G + 1,6T_Q = 1,35(15,152 + 7,215) + 1,6(4,117 + 2,530) = 40,832 \text{ t}$$

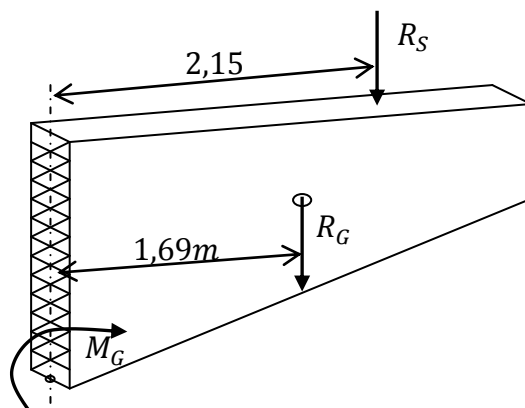
$$V_U = \frac{40,832}{3,36} = 12,152 \text{ t/ml}$$

$$\tau_U = \frac{V_U}{d \cdot b_0} = \frac{12,152 \times 10^{-2}}{0,55 \times 1,00} = 0,222 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_U = \min(0,1f_{c28} ; 3\text{MPa}) = 2,7\text{MPa} \tau_U = 0,222 < \bar{\tau}_U = 2$$

$\Rightarrow$  On n'a pas besoin des armatures pour l'effort tranchant.

**13.5.4.6. Ferrailage de l'aile du mur (sous charge verticale) :**



L'aile du mur est assimilée à une console encastrée au voile du mur, donc il faut un ferrailage au niveau des fibres supérieure pour équilibrer son poids plus superstructure qui créer un moment au niveau de son encastrement.

$P_s =$  poids de la superstructure

$$P_s = 0,3 \times 4,3 = \mathbf{1,29 \text{ t}}$$

$P_G =$  poids propre = **17,898t**

$$M_G = 1,69 \times 17,898 + 1,29 \times 2,15 = \mathbf{33,021 \text{ t.m}}$$

➔ **Combinaison :**

**E. L. U :**

$$M_U = 1,35 \times 34,329 = \mathbf{44,579 \text{ t.m}}$$

**E. L. S :**

$$M_{ser} = \mathbf{33,021 \text{ t.m}}$$

➤ **Ferrailage :**

$$b_0 = 0,60\text{m} \quad , d = 4,49\text{m}$$

$$\gamma = \frac{44,579}{33,021} = 1,35$$

**E. L. U:**

$$\mu_{bu} = \frac{M_U}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{44,579 \times 10^{-2}}{0,6 \times 4,49^2 \times 15,3} = \mathbf{0,001}$$

$$\mu_{bu} = 0,001 < \mu_{lu} = 0,392 \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

La section sera ferrailée uniquement par les armatures tendues.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = \mathbf{0,002}$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,999}$$

$$A_{su} = \frac{M_U}{\beta \cdot d \cdot f_{su}} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{su} = 2,29\text{cm}^2}$$

**E. L. S:**

$$M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} = 0,392 \times 0,60 \times 4,49^2 \times 15,3 = \mathbf{72,574\text{MN.m}}$$



$$M_{ls} = \frac{M_{lu}}{\gamma} = \frac{72,574}{1,350} = \mathbf{53,738 \text{ MN. m}}$$

$$M_s = 0,33021 \leq M_{ls} = 53,738 \text{ MN. m} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{sc} = 0}$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_s}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_b} = \frac{33,021 \times 10^{-2}}{0,60 \times 4,49^2 \times 16,2} = \mathbf{0,00169}$$

$$\alpha = 1,50 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{ser}} \right) = \mathbf{0,004} \quad . \quad \beta = 1 - 0,4\alpha = \mathbf{0,999}$$

$$A_{ser} = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_b}{2\sigma_s} \quad \Rightarrow \mathbf{A_{ser} = 3,07 \text{ cm}^2}$$

Donc on prend la section des armatures maximales :  $\mathbf{A_s = 3,07 \text{ cm}^2}$

➤ **Vérification de la condition de non fragilité :**

$$A_s \geq \frac{0,23 \cdot b_0 \cdot d \cdot f_{t28}}{F_e} = 27,51 \text{ cm} \dots \dots \dots \text{ CNV}$$

Donc on prend la section d'armatures minimales, ( $\mathbf{A_s = 27,51 \text{ cm}^2}$ )

Soit **6 HA 25** en deux nappes avec un espacement de  $\mathbf{S_t = 17 \text{ cm}}$ .

➤ **Effort tranchant :**

$$V_U = 1,35 T_G = 1,35(1,29 + 17,898) = 25,904 \text{ t}$$

$$\tau_U = \frac{V_U}{d \cdot b_0} = \frac{25,904 \times 10^{-2}}{0,60 \times 4,49} = 0,096 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_U = \min(0,1f_{c28}; 3 \text{ MPa}) = 2,7 \text{ MPa}$$

$$\tau_U = 0,096 < \bar{\tau}_U = 2,5 \text{ MPa} \Rightarrow \text{On n'a pas besoin des armatures pour l'effort tranchant.}$$

#### 13.5.4.7. Ferrailage de l'autre face du mur (constrictive):

**a. Ferrailage horizontal :**

$$A_h = \frac{A_s}{10} = \frac{38,46}{10} = 3,846 \text{ cm}^2$$

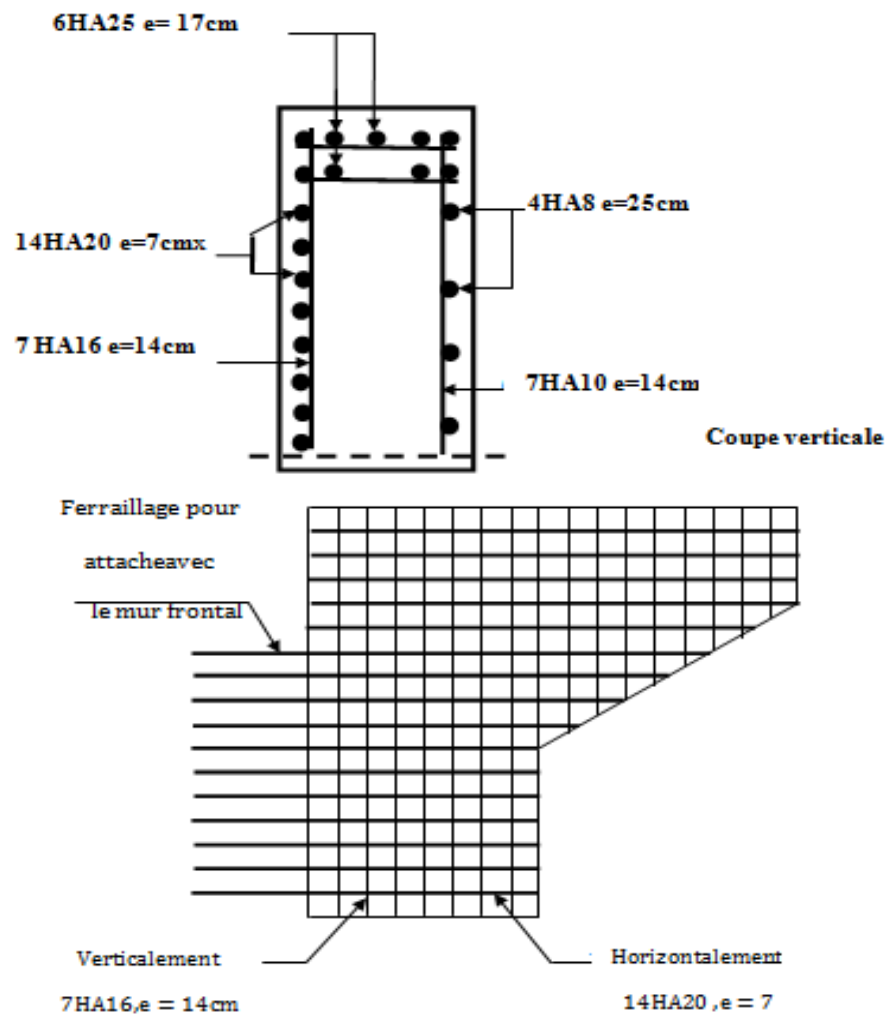
On adopte :

**4 HA 8** avec:  $\mathbf{S_t = 25 \text{ cm}}$

**b. Ferrailage verticale :**

$$A_h = \frac{A_s}{2} = \frac{9,615}{2} = 4,807 \text{ cm}^2$$

**7 HA 10 avec:  $S_t = 14 \text{ cm}$**



**Figure 13.7.** Schéma de ferrailage mur en retour .

**13.5.5. Mur frontal :****13.5.5.1. Évaluation des efforts sur le mur frontal :**

Il est soumis aux efforts suivants :

**a) Efforts horizontaux :**

- ✓ Force de freinage ;
- ✓ Variation linéaire du tablier (Fluage+Retrait) ;

- ✓ La poussée des terres ;
- ✓ La surcharge  $Q = 1\text{t/m}^2$  ;
- ✓ Effet sismique  $F = 0,1G$  (Tablier+Culée).

**b) Efforts normaux :**

- ✓ Poids du tablier ;
- ✓ Les éléments de la culée ;
- ✓ Surcharges sur tablier.

**Remarque :**

Pour les signes des moments par rapport au point(O).

(-) : Moment stabilisateur.

(+) : Moment de renversement.

**c) Calcul des sollicitations**

Désignation		Poids(t)	$F_H = \epsilon_H \cdot P$	$F_V = (1 + \epsilon_V) \cdot P$	H(m)	V(m)	$M_s = F_V \cdot H$	$M_r = F_H \cdot V$
Mur garde grève	CN	27,608	0,000	27,608	0,750	4,500	20,706	0,000
	SH	27,608	2,761	27,608	0,750	4,500	20,706	12,424
	SH+SV1	27,608	2,761	26,228	0,750	4,500	19,671	12,424
	SH+SV2	27,608	2,761	28,989	0,750	4,500	21,741	12,424
corbeau	CN	23,089	0,000	23,089	1,050	4,120	24,243	0,000
	SH	23,089	2,309	23,089	1,050	4,120	24,243	9,513
	SH+SV1	23,089	2,309	21,934	1,050	4,120	23,031	9,513
	SH+SV2	23,089	2,309	24,243	1,050	4,120	25,455	9,513
retour	CN	78,785	0,000	78,785	2,550	3,870	200,900	0,000
	SH	78,785	7,878	78,785	2,550	3,870	200,900	30,490
	SH+SV1	78,785	7,878	74,845	2,550	3,870	190,855	30,490

	<b>SH+SV2</b>	78,785	7,878	82,724	0,600	1,800	49,634	14,181
<b>frontal</b>	<b>CN</b>	141,480	0,000	141,480	0,600	1,800	84,888	0,000
	<b>SH</b>	141,480	14,148	141,480	0,600	1,800	84,888	25,466
	<b>SH+SV1</b>	141,480	14,148	134,406	0,600	1,800	80,644	25,466
	<b>SH+SV2</b>	141,480	14,148	148,554	0,600	1,800	89,132	25,466
<b>semelle</b>	<b>CN</b>	327,600	0,000	327,600	0,000	0,000	0,000	0,000
	<b>SH</b>	327,600	32,760	327,600	0,000	0,000	0,000	0,000
	<b>SH+SV1</b>	327,600	32,760	311,220	0,000	0,000	0,000	0,000
	<b>SH+SV2</b>	327,600	32,760	343,980	0,000	0,000	0,000	0,000
<b>totale culé</b>	<b>CN</b>	598,562	0,000	598,562			330,738	0,000
	<b>SH</b>	598,562	59,856	598,562			330,738	77,892
	<b>SH+SV1</b>	598,562	59,856	568,633			314,201	77,892
	<b>SH+SV2</b>	598,562	59,856	628,490			185,963	61,584
<b>dalle de transition</b>	<b>CN</b>	44,625	0,000	44,625	3,400	5,310	151,725	0,000
	<b>SH</b>	35,700	3,570	35,700	3,400	5,310	121,380	18,957
	<b>SH+SV1</b>	35,700	3,570	33,915	3,400	5,310	115,311	18,957
	<b>SH+SV2</b>	35,700	3,570	37,485	3,400	5,310	127,449	18,957
<b>remblais sur la dalle</b>	<b>CN</b>	84,490	0,000	84,490	3,200	5,720	270,368	0,000
	<b>SH</b>	84,490	8,449	84,490	3,200	5,720	270,368	48,328
	<b>SH+SV1</b>	84,490	8,449	80,266	3,200	5,720	256,850	48,328
	<b>SH+SV2</b>	84,490	8,449	88,715	3,200	5,720	283,886	48,328

<b>remblai sur la semelle</b>	<b>CN</b>	341,030	0,000	341,030	1,650	2,610	562,700	0,000
	<b>SH</b>	341,030	34,103	341,030	1,650	2,610	562,700	89,009
	<b>SH+SV1</b>	341,030	34,103	323,979	1,650	2,610	534,565	89,009
	<b>SH+SV2</b>	341,030	34,103	358,082	1,650	2,610	590,835	89,009
<b>La surcharge Q</b>	<b>CN</b>	59,500	0,000	59,500	3,400	5,310	202,300	0,000
	<b>SH</b>	59,500	5,950	59,500	3,400	5,310	202,300	31,595
	<b>SH+SV1</b>	59,500	5,950	56,525	3,400	5,310	192,185	31,595
	<b>SH+SV2</b>	59,500	5,950	62,475	3,400	5,310	212,415	31,595
<b>Total</b>	<b>CN</b>	1128,207	0,000	1128,207			1517,831	0,000
	<b>SH</b>	1119,282	111,928	1119,282			1487,486	265,781
	<b>SH+SV1</b>	1119,282	111,928	1063,318			1413,111	265,781
	<b>SH+SV2</b>	1119,282	111,928	1175,246			1400,549	249,472

## d) Les sollicitations dues aux terres et la surcharge :

désignation		$K_{ah}$	les poids (t)	P	V	V (m)	$M_r = P \cdot V$
<b>Poussée du terre sur MGG et MF</b>	<b>CN</b>	0,333	$0.5 \times 2 \times 0.333 \times 6.23^2 \times 13,1$	169,314	1/3x6,23	2,077	351,608
	<b>SH</b>	0,397	$0.5 \times 2 \times 0.397 \times 6.23^2 \times 13,1$	201,854	1/3x6,23	2,077	419,184
	<b>SH+SV↑</b>	0,375	$0.5 \times 2 \times 0.375 \times 6.23^2 \times 13,1$	190,668	1/3x6,23	2,077	395,955
	<b>SH+SV↓</b>	0,421	$0.5 \times 2 \times 0.421 \times 6.23^2 \times 13,1$	214,057	1/3x6,23	2,077	444,525
<b>Surcharge sur MGG et MF</b>	<b>CN</b>	0,333	$0.333 \times 6.23 \times 13,1$	27,177	1/2x6,23	3,115	84,657
	<b>SH</b>	0,397	$0.397 \times 6.23 \times 13,1$	32,400	1/2x6,23	3,115	100,927
	<b>SH+SV↑</b>	0,375	$0.375 \times 6.23 \times 13,1$	30,605	1/2x6,23	3,115	95,334

	SH+SV↓	0,421	0,421 x 6,23x 13,1	34,359	1/2x6,23	3,115	107,029
<b>Total</b>	CN	/	/	196,491	/	/	436,264
	SH	/	/	234,255	/	/	520,111
	SH+SV↑	/	/	221,273	/	/	491,289
	SH+SV↓	/	/	248,416	/	/	551,554

**e) Les sollicitations dues au tablier :**

La Réaction maximale due aux charges permanentes est :  $R_{\max} = 460,902 \text{ t}$

La Réaction maximale due aux surcharges est donnée par  $D_{240}$  :  $R_{\max} = 182,758 \text{ t}$

désignation		Réaction	Fh= $\epsilon_H$ *P	Fv=(1± $\epsilon_V$ )*P	H (m)	V (m)	Ms=Fv*H	Mr=Fh*V
<b>Permanente (Tablier)</b>	CN	460,902	0,000	460,902	-0,050	3,900	-23,045	0,000
	SH	460,902	46,090	460,902	-0,050	3,900	-23,045	179,752
	SH+SV↑	460,902	46,090	437,857	-0,050	3,900	-21,893	179,752
	SH+SV2↓	460,902	46,090	483,947	-0,050	3,900	-24,197	179,752
<b>Surcharge (D240)</b>	CN	182,758	0,000	182,758	-0,050	6,230	-9,138	0,000
	SH	182,758	18,276	182,758	-0,050	6,230	-9,138	113,858
	SH+SV↑	182,758	18,276	173,620	-0,050	6,230	-8,681	113,858
	SH+SV2↓	182,758	18,276	191,896	-0,050	6,230	-9,595	113,858

**f) Les sollicitations dues au freinage, température, fluage, retrait :**

$$H_{r,f,T} = \frac{G \times a \times b \times \Delta_i}{T}$$

**G** : Module d'élasticité transversale. Pour les ponts routiers :  $G = 80 \text{ t/m}^2$ .

**T** : L'épaisseur totale de l'élastomère. **T = 6 cm** (Chapitre d'équipement)

**a et b** : Dimensionnement de l'appareil d'appuis. **a = 45cm , b = 40 cm**

$\Delta_{fl}, \Delta_r, \Delta_T$  : sont des déformations.

$$\Delta_r = 0,585 \text{ cm}$$

$$\Delta_T = 0,39 \text{ cm}$$

$$\Delta_{fl} = 1,68 \text{ m}$$

$$H_r = \frac{80 \times 0,45 \times 0,4 \times 0,00585}{0,06} = 1,404 \text{ t}$$

$$H_{fl} = \frac{80 \times 0,45 \times 0,4 \times 1,68}{0,06} = 4,032 \text{ t}$$

$$H_T = \frac{80 \times 0,45 \times 0,4 \times 0,0039}{0,06} = 0,936 \text{ t}$$

$$H_{r,fl,T} = 1,404 + 4,032 + 0,936 = 6,372 \text{ t/1 appareil}$$

	$F_H(t)$	$V(m)$	$M_{FH0}(t.m/ml)$
<b>B<sub>C</sub></b>	15	3,9	58,500
<b>(T + F + R)</b>	31,86	3,9	124,254

$$\Rightarrow H_{r,fl,T} = 6,372 \times 5 = \mathbf{31,86t}$$

❖ **Tableau récapitulatif :**

Désignation		$F_h = \epsilon_H * P$	$F_v = (1 \pm \epsilon_v) * P$	H m	V m	$M_s = F_v * H$	$M_r = F_h * V$
<b>Total culée + remblais</b>	<b>CN</b>	0,000	1128,207	/	/	1517,831	0,000
	<b>SH</b>	111,928	1119,282	/	/	1487,486	265,781
	<b>SH+SV<math>\uparrow</math></b>	111,928	1063,318	/	/	1413,111	265,781
	<b>SH+SV<math>\downarrow</math></b>	111,928	1175,246	/	/	1400,549	249,472

<b>Poussée du terre sur MGG et MF</b>	<b>CN</b>	169,314	/	0,000	2,077	0,000	351,608
	<b>SH</b>	201,854	/	0,000	2,077	0,000	419,184
	<b>SH+SV↑</b>	190,668	/	0,000	2,077	0,000	395,955
	<b>SH+SV↓</b>	214,057	/	0,000	2,077	0,000	444,525
<b>Permanent e (Tablier)</b>	<b>CN</b>	0,000	460,902	0,000	3,900	-23,045	0,000
	<b>SH</b>	46,090	460,902	0,000	3,900	-23,045	179,752
	<b>SH+SV↑</b>	46,090	437,857	0,000	3,900	-21,893	179,752
	<b>SH+SV↓</b>	46,090	483,947	0,000	3,900	-24,197	179,752
<b>Surcharge sur MGG et MF</b>	<b>CN</b>	27,177	/	0,000	3,115	0,000	84,657
	<b>SH</b>	32,400	/	0,000	3,115	0,000	100,927
	<b>SH+SV↑</b>	30,605	/	0,000	3,115	0,000	95,334
	<b>SH+SV↓</b>	34,359	/	0,000	3,115	0,000	107,029
<b>Surcharge (D240)</b>	<b>CN</b>	0,000	182,758	-0,050	6,230	-9,138	0,000
	<b>SH</b>	18,276	182,758	-0,050	6,230	-9,138	113,858
	<b>SH+SV↑</b>	18,276	173,620	-0,050	6,230	-8,681	113,858
	<b>SH+SV↓</b>	18,276	191,896	-0,050	6,230	-9,595	113,858
<b>Bc freinage</b>	<b>CN</b>	15,000	0,000	/	3,900	0,000	58,500
	<b>SH</b>	15,000	0,000	/	3,900	0,000	58,500
	<b>SH+SV↑</b>	15,000	0,000	/	3,900	0,000	58,500
	<b>SH+SV↓</b>	15,000	0,000	/	3,900	0,000	58,500
	<b>CN</b>	0,000	59,500	3,400	5,310	202,300	0,000



<b>La surcharge Q (t/m<sup>2</sup>)</b>	<b>SH</b>	5,950	59,500	3,400	5,310	202,300	31,595
	<b>SH+SV↑</b>	5,950	56,525	3,400	5,310	192,185	31,595
	<b>SH+SV↓</b>	5,950	62,475	3,400	5,310	212,415	31,595
<b>T+R+F</b>	<b>CN</b>	31,860	0,000	/	3,900	0.000	124,254
	<b>SH</b>	31,860	0,000	/	3,900	0.000	124,254
	<b>SH+SV↑</b>	31,860	0,000	/	3,900	0.000	124,254
	<b>SH+SV↓</b>	31,860	0,000	/	3,900	0.000	124,254

➤ **Les charges permanentes :**

	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>Ms=Fv*H</b>	<b>Mr=Fh*V</b>
<b>CN</b>	169,314	1589,109	1494,786	351,608
<b>SH</b>	359,873	1580,184	1464,441	864,716
<b>SH+SV↑</b>	348,687	1501,175	1391,219	841,487
<b>SH+SV↓</b>	372,075	1659,193	1376,351	873,749

➤ **Les surcharges :**

	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>Ms=Fv*H</b>	<b>Mr=Fh*V</b>
<b>CN</b>	42,177	242,258	193,162	143,157
<b>SH</b>	71,626	242,258	193,162	304,880
<b>SH+SV↑</b>	69,831	230,145	183,504	299,287
<b>SH+SV↓</b>	73,585	254,371	202,820	310,981

➤ **R+F+T**

	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>MS=Fv*H</b>	<b>Mr=Fh*V</b>
<b>CN</b>	31,860	/	/	124,254
<b>SH</b>	31,860	/	/	124,254
<b>SH+SV↑</b>	31,860	/	/	124,254
<b>SH+SV↓</b>	31,860	/	/	124,254

➤ **Combinaison**

CN :

ELU :1,35G + 1,6Q + 0,8T

ELS :G + 1,2Q + 0,6T

CS:

G + Q + 0,6T

<b>Condition Normale</b>				
<b>Etat</b>	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>MFv(-)</b>	<b>MFh(+)</b>
<b>ELU</b>	321,545	2532,910	2327,020	803,124
<b>ELS</b>	239,042	1879,818	1726,580	597,948

<b>Condition Sismique</b>				
<b>Etat</b>	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>MFv(-)</b>	<b>MFh(+)</b>
<b>SH+SV2</b>	464,776	1913,564	1579,172	1259,283

**13.5.5.2. Vérification du flambement de mur :**

$$\lambda = \frac{l_f}{i} \quad \text{avec: } l_f = 0,707 \times 3,6 = 2,545\text{m}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}} \quad \text{avec: } B = 1,2 \times 3,6 = 4,32 \text{ m}^2$$

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{1,2 \times 3,6^3}{12} = 4,666 \text{ m}^4$$

Donc:

$$i = \sqrt{\frac{4,666}{4,32}} = 1,039$$

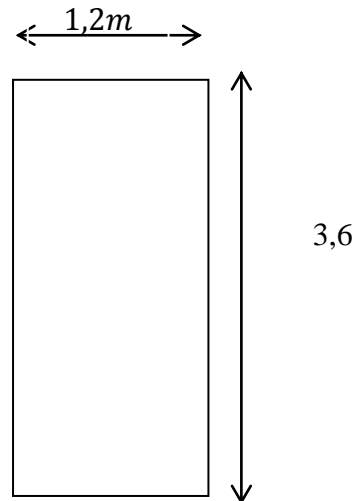
Finalement :

$$\lambda = \frac{2,545}{1,039} = 2,449 < \lambda' = \max\left(50; \min\left(\frac{67 \cdot e_0}{h}; 100\right)\right) = 50$$

Donc : la vérification du flambement n'est pas nécessaire.

$$\frac{l_f}{h_0} < \max\left(\frac{20 \cdot e_0}{h_0}; 15\right) = 15$$

$$\frac{l_f}{h_0} = 0,707 < 15$$



Alors le mur sera calculé avec les nouvelles sollicitations ( $M_U^*$ ;  $N_U^*$ ), en prend une bonde de 1ml de largeur et hauteur.

$$N_U = \frac{2532,910}{13,1} = 1,934 \text{ MN/m}$$

$$N_U^* = \gamma \cdot N_U$$

$$\gamma = 1 + 0,2 \times \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2 = 1,00098$$

$$N_U^* = 1,745 \times 1,00089 = 1,93541 \text{ MN/ml}$$

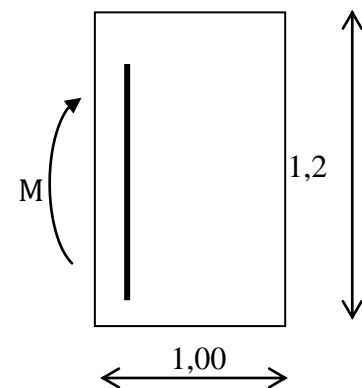
$$M_U^* = N_U^* \cdot e = N_U^* \cdot (e_0 + e_a) \quad , \text{ avec :}$$

$$e_0 = \frac{M_U}{N_U} = \frac{M_U^- - M_U^+}{N_U} = \frac{1523,895}{2532,10} = 0,602 \text{ m}$$

$$e_a = \max\left(2 \text{ cm}; \frac{h}{250}\right) = 0,02 \text{ m}$$

Donc :

$$M_U^* = 1,745 \times (0,534 + 0,02) = 1,203 \text{ MN/ml}$$



Après le calcul on trouve que  $A_S = 0$  (section entièrement comprimée)

Donc on prend la section minimale :

$$A_S = 0,23 \cdot a \cdot b \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_S = 0,23 \times 1 \times 1 \times \frac{2,1}{400} = 12,25 \text{ cm}^2, \text{ soit on prend : } \mathbf{4 \text{ HA } 20(12,57)}, \text{ Avec : } \mathbf{S_t = 25 \text{ cm}}$$

➤ **Ferrailage horizontal** : (du à l'effort tranchant)

$$H_U = \frac{464,776}{3,6} = 129,145 \text{ KN/ml (ferrailage sur 1ml de hauteur)}$$

$\alpha = 90^\circ$  (les armatures perpendiculaires aux armatures principales) et  $K = 0$ .

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{(\tau_U - 0,5K) \cdot b_0}{0,8 \cdot f_e \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)} = \frac{\tau_U \cdot b_0}{0,8 f_e}$$

$$\tau_U = \frac{H_U}{b \cdot d} = \frac{129,145 \times 10^{-2}}{1 \times 1,15} = 1,1226 < \bar{\tau}_U = 2,7 \text{ Mpa}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq 0,00281 \text{ m}$$

$$S_t < \min(0,9d; 40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm.}$$

On fixe :  $\mathbf{S_t = 20 \text{ cm}}$ .

$$A_t > 5,6132 \text{ cm}^2.$$

➤ **Vérification du pourcentage** :

$$\frac{A_t}{S_t} > \frac{\max\left(\frac{\tau_U}{2}; 0,4 \text{ Mpa}\right) \cdot b_0}{f_e}$$

$$\frac{A_t}{S_t} > 0,112 \text{ cm}$$

On fixe :  $\mathbf{S_t = 20 \text{ cm}}$ .

Donc :

$$A_t > 2,25 \text{ cm}^2.$$

On adopte une section vérifiant les deux conditions

$$\mathbf{A_t = 6,16 \text{ cm}^2}, \text{ soit : } \mathbf{4 \text{ HA } 14}, \text{ avec : } \mathbf{S_t = 25 \text{ cm}}$$

➤ **Armatures à droite:**(ferraillage vertical)

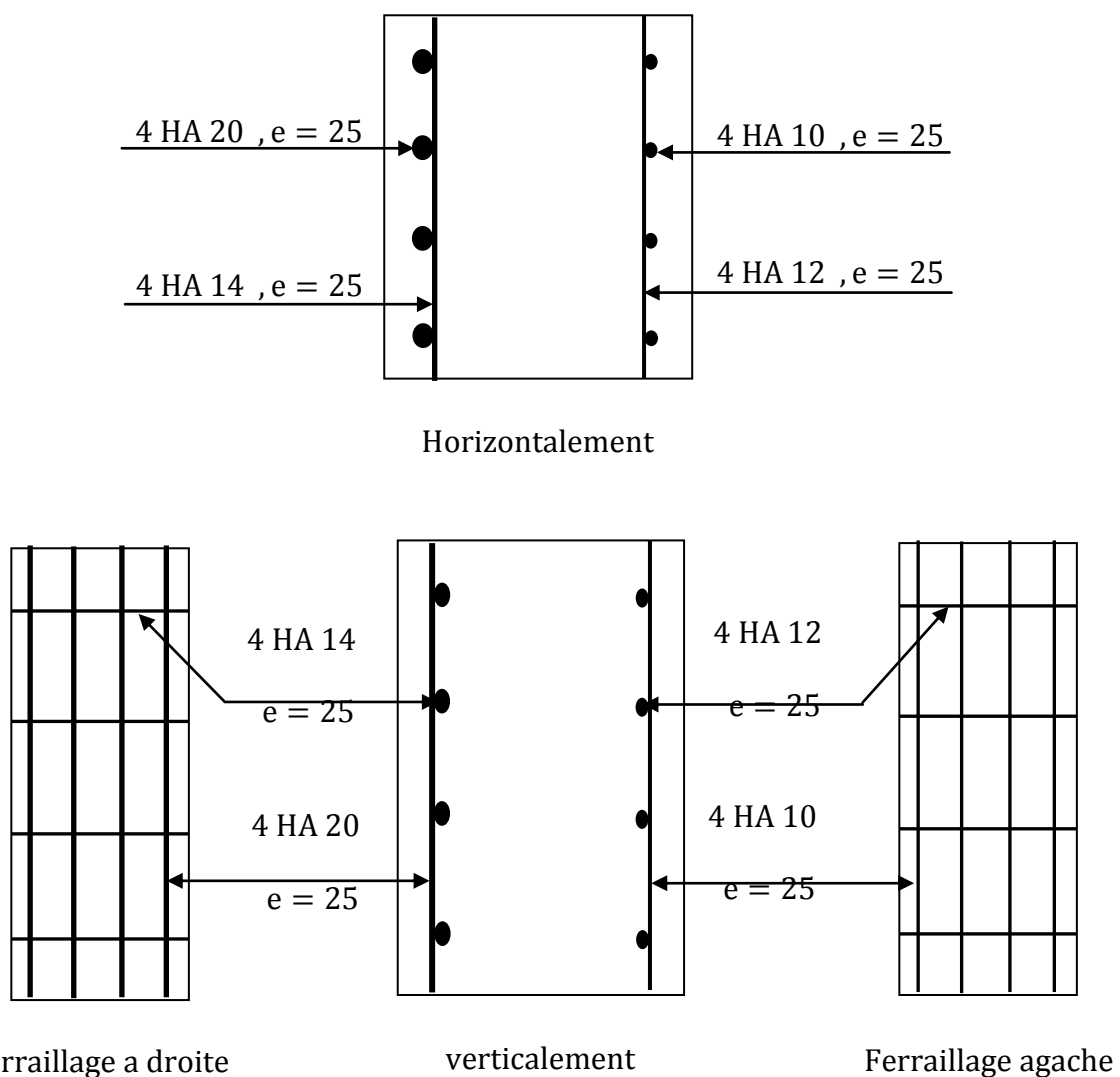
$$A_v = \frac{A_s}{3} = \frac{12,25}{3} = 4,085\text{cm}^2$$

Soit : **4HA12**, Avec : $S_t = 25\text{cm}$

➤ **Armatures à gauche:**(ferraillage horizontal)

$$A_h = \frac{A_t}{2} = \frac{6,16}{2} = 3,08\text{cm}^2$$

Soit:**4 HA 10**, Avec: $S_t = 25\text{cm}$



**Figure 13.8.** Schéma de ferraillage mur frontal.

### 13.6. Étude de ferraillage de la semelle sous culée :

La semelle sous culée est une semelle reposant sur des pieux.

## 13.6.1. Les sollicitations :

Désignation		Poids(t)	$F_H = \epsilon_H \cdot P$	$F_V = (1 + \epsilon_V) \cdot P$	H(m)	V(m)	$M_s = F_V \cdot H$	$M_r = F_H \cdot V$
<b>Mur garde grève</b>	<b>CN</b>	27,608	0,000	27,608	0,850	5,300	23,467	0,000
	<b>SH</b>	27,608	2,761	27,608	0,850	5,300	23,467	14,632
	<b>SH+SV1</b>	27,608	2,761	26,228	0,850	5,300	22,294	14,632
	<b>SH+SV2</b>	27,608	2,761	28,989	0,850	5,300	24,640	14,632
<b>corbeau</b>	<b>CN</b>	23,089	0,000	23,089	1,150	4,920	26,552	0,000
	<b>SH</b>	23,089	2,309	23,089	1,150	4,920	26,552	11,360
	<b>SH+SV1</b>	23,089	2,309	21,934	1,150	4,920	25,224	11,360
	<b>SH+SV2</b>	23,089	2,309	24,243	1,150	4,920	27,880	11,360
<b>retour</b>	<b>CN</b>	78,785	0,000	78,785	2,650	4,670	208,779	0,000
	<b>SH</b>	78,785	7,878	78,785	2,650	4,670	208,779	36,792
	<b>SH+SV1</b>	78,785	7,878	74,845	2,650	4,670	198,340	36,792
	<b>SH+SV2</b>	78,785	7,878	82,724	2,650	4,670	219,218	36,792
<b>frontal</b>	<b>CN</b>	141,480	0,000	141,480	0,100	2,800	14,148	0,000
	<b>SH</b>	141,480	14,148	141,480	0,100	2,800	14,148	39,614
	<b>SH+SV1</b>	141,480	14,148	134,406	0,100	2,800	13,441	39,614
	<b>SH+SV2</b>	141,480	14,148	148,554	0,100	2,800	14,855	39,614
<b>semelle</b>	<b>CN</b>	327,600	0,000	327,600	0,000	0,800	0,000	0,000
	<b>SH</b>	327,600	32,760	327,600	0,000	0,800	0,000	26,208
	<b>SH+SV1</b>	327,600	32,760	311,220	0,000	0,800	0,000	26,208

	<b>SH+SV2</b>	327,600	32,760	343,980	0,000	0,800	0,000	26,208
<b>totale culé</b>	<b>CN</b>	598,562	0,000	598,562	/	/	272,946	0,000
	<b>SH</b>	598,562	59,856	598,562	/	/	272,946	128,607
	<b>SH+SV1</b>	598,562	59,856	568,633	/	/	259,299	128,607
	<b>SH+SV2</b>	598,562	59,856	628,490	/	/	286,593	128,607
<b>dalle de transition</b>	<b>CN</b>	44,62	0,000	44,625	3,500	6,110	156,188	0,000
	<b>SH</b>	44,625	4,463	44,625	3,500	6,110	156,188	27,266
	<b>SH+SV1</b>	44,625	4,463	42,394	3,500	6,110	148,378	27,266
	<b>SH+SV2</b>	44,625	4,463	46,856	3,500	6,110	163,997	27,266
<b>remblais sur la dal</b>	<b>CN</b>	84,490	0,000	84,490	3,300	6,520	278,817	0,000
	<b>SH</b>	84,490	8,449	84,490	3,300	6,520	278,817	55,087
	<b>SH+SV1</b>	84,490	8,449	80,266	3,300	6,520	264,876	55,087
	<b>SH+SV2</b>	84,490	8,449	88,715	3,300	6,520	292,758	55,087
<b>remblai sur la semelle</b>	<b>CN</b>	341,030	0,000	341,030	1,750	3,410	596,803	0,000
	<b>SH</b>	341,030	34,103	341,030	1,750	3,410	596,803	116,291
	<b>SH+SV1</b>	341,030	34,103	323,979	1,750	3,410	566,963	116,291
	<b>SH+SV2</b>	341,030	34,103	358,082	1,750	3,410	626,643	116,291
<b>La surcharge Q</b>	<b>CN</b>	59,500	0,000	59,500	3,500	6,110	208,250	0,000
	<b>SH</b>	59,500	5,950	59,500	3,500	6,110	208,250	36,355
	<b>SH+SV1</b>	59,500	5,950	56,525	3,500	6,110	197,838	36,355
	<b>SH+SV2</b>	59,500	5,950	62,475	3,500	6,110	218,663	36,355

<b>Total</b>	<b>CN</b>	1128,207	0,000	1128,207	/	/	1513,003	0,000
	<b>SH</b>	1128,207	112,821	1128,207	/	/	1513,003	363,606
	<b>SH+SV1</b>	1128,207	112,821	1071,796	/	/	1437,353	363,606
	<b>SH+SV2</b>	1128,207	112,821	1184,617	/	/	1588,654	363,606

➤ **Poussée dues aux terres et surcharge :**

<b>Désignation</b>		<b>Calcul des poids</b>	<b>Kah</b>	<b>F<sub>H</sub></b>	<b>V(m)</b>	<b>M<sub>R</sub>=F<sub>H</sub>·V</b>
<b>Sur mur G.G + mur frontale</b>	<b>CN</b>	$0,5 \times 2 \times 0,333 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,333	169,314	3,677	622,509
	<b>SH</b>	$0,5 \times 2 \times 0,397 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,397	201,854	3,677	742,151
	<b>SH+SV1</b>	$0,5 \times 2 \times 0,375 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,375	190,668	3,677	701,024
	<b>SH+SV2</b>	$0,5 \times 2 \times 0,421 \times 6,23^2 \times 13,1$	0,421	214,057	3,677	787,016
<b>Sur la semelle</b>	<b>CN</b>	$0,5 \times 2 \times 0,333 \times 1,6^2 \times 13,65$	0,333	11,636	0,533	6,206
	<b>SH</b>	$0,5 \times 2 \times 0,397 \times 6 \times 13,65$	0,397	13,873	0,533	7,399
	<b>SH+SV1</b>	$0,5 \times 2 \times 0,375 \times 1,6^2 \times 13,65$	0,375	13,104	0,533	6,989
	<b>SH+SV2</b>	$0,5 \times 2 \times 0,421 \times 1,6^2 \times 13,65$	0,421	14,711	0,533	7,846
<b>Sur mur G.G + mur frontale (Q)</b>	<b>CN</b>	$0,333 \times 6,23 \times 13,1$	0,333	27,177	4,715	128,140
	<b>SH</b>	$0,397 \times 6,23 \times 13,1$	0,397	32,400	4,715	152,768
	<b>SH+SV1</b>	$0,375 \times 6,23 \times 13,1$	0,375	30,605	4,715	144,302
	<b>SH+SV2</b>	$0,421 \times 6,23 \times 13,1$	0,421	34,359	4,715	162,003
<b>Sur la semelle (Q)</b>	<b>CN</b>	$0,333 \times 1,6 \times 13,65$	0,333	7,273	0,800	5,818
	<b>SH</b>	$0,397 \times 1,6 \times 13,65$	0,397	8,670	0,800	6,936
	<b>SH+SV1</b>	$0,375 \times 1,6 \times 13,65$	0,375	8,190	0,800	6,552
	<b>SH+SV2</b>	$0,421 \times 1,6 \times 13,65$	0,421	9,195	0,800	7,356
<b>Total</b>	<b>CN</b>	/		196,491		750,650



	<b>SH</b>	/		234,255		894,918
	<b>SH+SV1</b>	/		221,273		845,326
	<b>SH+SV2</b>	/		248,416		949,019

➤ **Les sollicitations dues au tablier :**

La Réaction maximale due aux charges permanentes est :  $R_{\max} = 460,902 \text{ t}$

La Réaction maximale due aux surcharges est donnée par  $D_{240}$  :  $R_{\max} = 182,758 \text{ t}$

Désignation		Poids(t)	$F_H = \varepsilon_H \cdot P$	$F_V = (1 + \varepsilon_V) \cdot P$	H(m)	V(m)	$M_s = F_V \cdot H$	$M_r = F_H \cdot V$
<b>Permanente (Tablier)</b>	<b>CN</b>	460,902	0,000	460,902	0,000	5,500	0,000	0,000
	<b>SH</b>	460,902	46,090	460,902	0,000	5,500	0,000	253,496
	<b>SH+SV</b> ↑ ↓	460,902	46,090	437,857	0,000	5,500	0,000	253,496
	<b>SH+SV</b> ↑ ↓	460,902	46,090	483,947	0,000	5,500	0,000	253,496
<b>Surcharge (D240)</b>	<b>CN</b>	182,758	0,000	182,758	0,000	7,830	0,000	0,000
	<b>SH</b>	182,758	18,276	182,758	0,000	7,830	0,000	143,100
	<b>SH+SV</b>	182,758	18,276	173,620	0,000	7,830	0,000	143,100
	<b>SH+SV</b>	182,758	18,276	191,896	0,000	7,830	0,000	143,100

➤ **Les sollicitations dues au freinage, température, fluage, retrait :**

	$F_H(t)$	V(m)	$M_{F_H0}(t \cdot m/ml)$
<b>B<sub>C</sub></b>	15	5,5	82,500
<b>(T + F + R)</b>	31,86	5,5	175,230

➤ **Tableau récapitulatif :**

Désignation		Fh	Fv	H m	V m	Ms=Fv*H	Mr=Fh*V
<b>Total culée + remblais</b>	CN	0,000	1128,207	/	/	1513,003	0,000
	SH	112,821	1128,207	/	/	1513,003	363,606
	SH+SV <sup>↑</sup>	112,821	1071,796	/	/	1437,353	363,606
	SH+SV <sup>↓</sup>	112,821	1184,617	/	/	1588,654	363,606
<b>Permanente (Tablier)</b>	CN	169,314	/	0,000	3,677	0,000	622,509
	SH	201,854	/	0,000	3,677	0,000	742,151
	SH+SV <sup>↑</sup>	190,668	/	0,000	3,677	0,000	701,024
	SH+SV <sup>↓</sup>	214,057	/	0,000	3,677	0,000	787,016
<b>Poussée de la terre sur MGG et MF</b>	CN	0,000	460,902	0,000	5,500	0,000	0,000
	SH	46,090	460,902	0,000	5,500	0,000	253,496
	SH+SV <sup>↑</sup>	46,090	437,857	0,000	5,500	0,000	253,496
	SH+SV <sup>↓</sup>	46,090	483,947	0,000	5,500	0,000	253,496
<b>Poussée de la terre sur la semelle</b>	CN	11,636	/	0,000	0,533	0,000	6,206
	SH	13,873	/	0,000	0,533	0,000	7,399
	SH+SV <sup>↑</sup>	13,104	/	0,000	0,533	0,000	6,989
	SH+SV <sup>↓</sup>	14,711	/	0,000	0,533	0,000	7,846
<b>La surcharge Q (t/m2)</b>	CN	27,177	/	0,000	4,715	0,000	128,140
	SH	32,400	/	0,000	4,715	0,000	152,768
	SH+SV <sup>↑</sup>	30,605	/	0,000	4,715	0,000	144,302
	SH+SV <sup>↓</sup>	34,359	/	0,000	4,715	0,000	162,003
<b>Surcharge (D240)</b>	CN	0,000	182,758	0,000	7,830	0,000	0,000
	SH	18,276	182,758	0,000	7,830	0,000	143,100
	SH+SV <sup>↑</sup>	18,276	173,620	0,000	7,830	0,000	143,100

	<b>SH+SV↓</b>	18,276	191,896	0,000	7,830	0,000	143,100
<b>Poussée du Surcharge sur MGG et MF</b>	<b>CN</b>	7,273	/	0,000	0,800	0,000	5,818
	<b>SH</b>	8,670	/	0,000	0,800	0,000	6,936
	<b>SH+SV↑</b>	8,190	/	0,000	0,800	0,000	6,552
	<b>SH+SV↓</b>	9,195	/	0,000	0,800	0,000	7,356
<b>Poussée du Surcharge sur la semelle</b>	<b>CN</b>	15,000	0,000	/	5,500	0,000	82,500
	<b>SH ↑</b>	15,000	0,000	/	5,500	0,000	82,500
	<b>SH+SV</b>	15,000	0,000	/	5,500	0,000	82,500
	<b>SH+SV↓</b>	15,000	0,000	/	5,500	0,000	82,500
<b>Bc</b>	<b>CN</b>	0,000	59,500	3,500	6,110	208,250	0,000
	<b>SH</b>	5,950	59,500	3,500	6,110	208,250	36,355
	<b>SH+SV↑</b>	5,950	56,525	3,500	6,110	197,838	36,355
	<b>SH+SV↓</b>	5,950	62,475	3,500	6,110	218,663	36,355
<b>R+F+T</b>	<b>CN</b>	31,860	0,000	/	5,500	0,000	175,230
	<b>SH</b>	31,860	0,000	/	5,500	0,000	175,230
	<b>SH+SV↑</b>	31,860	0,000	/	5,500	0,000	175,230
	<b>SH+SV↓</b>	31,860	0,000	/	5,500	0,000	175,230

➤ **Les charges permanentes:**

	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>MFV=Fv*H</b>	<b>MFh=Fh*V</b>
<b>CN</b>	169,314	1589,109	1513,003	628,715
<b>SH</b>	247,944	1589,109	1513,003	1366,652
<b>SH+SV↑</b>	236,759	1509,653	1437,353	1325,115
<b>SH+SV↓</b>	260,147	1668,564	1588,654	1411,964

## ➤ Les surcharges :

	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>MFV=Fv*H</b>	<b>MFh=Fh*V</b>
<b>CN</b>	42,177	242,258	208,250	210,640
<b>SH</b>	71,626	242,258	208,250	414,722
<b>SH+SV↑</b>	69,831	230,145	197,838	406,256
<b>SH+SV↓</b>	73,585	254,371	218,663	423,957

## ➤ R+F+T :

	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>MFV=Fv*H</b>	<b>MFh=Fh*V</b>
<b>CN</b>	31,860	/	/	175,230
<b>SH</b>	31,860	/	/	175,230
<b>SH+SV ↑</b>	31,860	/	/	175,230
<b>SH+SV ↓</b>	31,860	/	/	175,230

## ➤ Combinaison :

CN :

ELU:  $1,35G + 1,6Q + 0,8T$ ELS:  $G + 1,2Q + 0,6T$ 

CS:

 $G + Q + 0,6T$ 

<b>Condition Normale</b>				
<b>Etat</b>	<b>Fh</b>	<b>Fv</b>	<b>MFv(-)</b>	<b>MFh(+)</b>
<b>ELU</b>	321,545	2532,910	2375,755	1325,974
<b>ELS</b>	239,042	1879,818	1762,903	986,622

Condition Sismique				
Etat	Fh	Fv	MFv(-)	MFh(+)
SH+SV ↓	352,848	1922,935	1807,316	1941,060

**Combinaisons** : Les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Avec :  $M_{nette} = |M_{FH} - M_{FV}|$

		F <sub>H</sub> (t)	F <sub>V</sub> (t)	M <sub>nette</sub> (t. m)
E. L. S	CN	239,042	1879,818	776,282
E. L. U	CN	321,545	2532,910	1049,780
	CS	352,848	1922,935	18,124

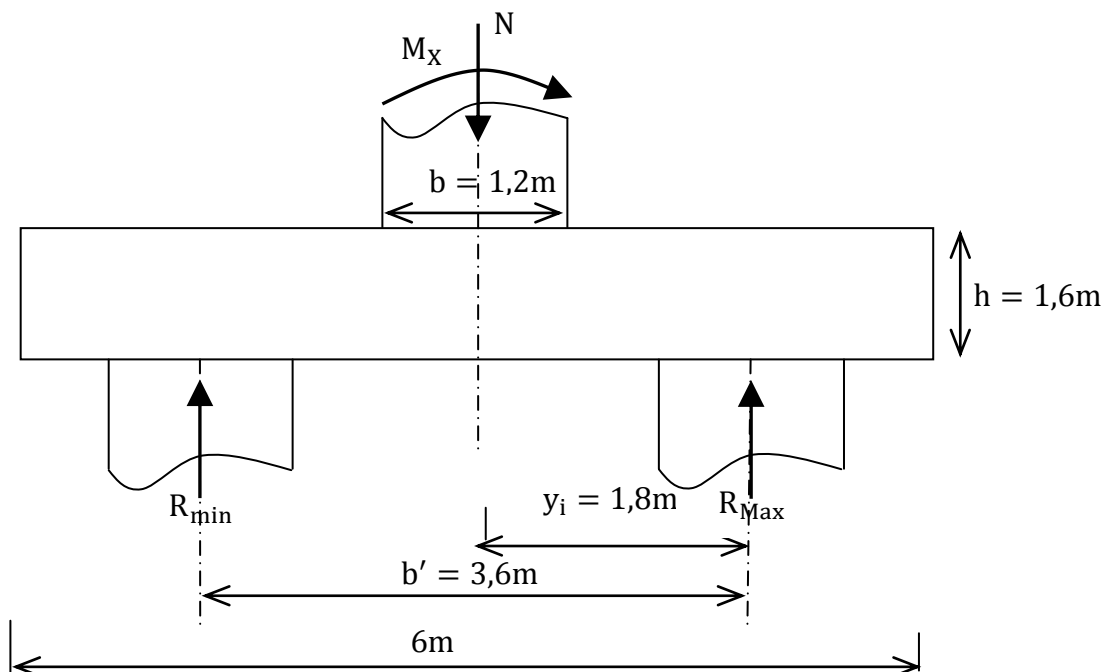
✓ **Effort revenant à chaque pieu :**

L'effort normal qui revient à chaque pieu est :

$$R_{i\max/\min} = \frac{N_t}{n} \pm \frac{M_x \cdot y_i}{\sum y_i^2} \pm \frac{M_y \cdot x_i}{\sum x_i^2}$$

Avec :  $n = 8$  : nombre des pieux.

$b' = 3,6$  m: entre axes des pieux.



		$F_V(t)$	$M_{nette}(t.m)$	$R_{min}(t)$	$R_{max}(t)$
<b>E. L. S</b>	<b>CN</b>	1879,8183	776,2817	205,0281	264,9264
<b>E. L. U</b>	<b>CN</b>	2532,9095	1049,7805	276,1129	357,1145
	<b>CS</b>	1922,9350	18,1245	239,6676	241,0661

On a :  $R_{Min} > 0$

Donc il n'y a pas risque de soulèvement des pieux.

### 13.6.2. Calcul du ferrailage :

#### ❖ Ferrailage de la semelle :

on applique la méthode de la RDM approchée (méthode de moment).

#### • Les armatures transversales inférieures :

ELU :

On a :  $R_{max} = 357,1145t$

$$M_{1,ult} = R_{max} \times \left( \frac{b'}{2} - 0,35 \times b \right) = 357,1145 \left( \frac{3,6}{2} - 0,35 \times 1,2 \right) = 492,818 \text{ t.m}$$

On prend une bande de calcul de  $b_1$  tel que :

$$b_1 = \varnothing_{pieu} + h = 1,20 + 1,6$$

$$b_1 = 2,8 \text{ m}$$

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} = 15,3 \text{ MPA}$$

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPA}$$

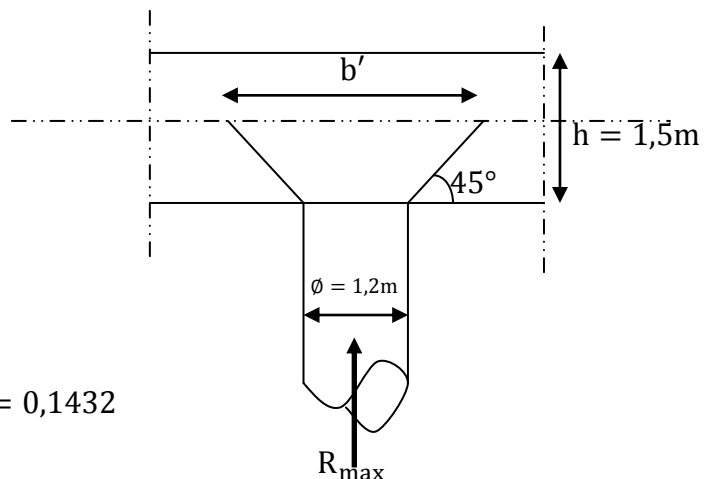
$$\mu_{bu} = \frac{M_U}{b, d^2, f_{bu}} = \frac{492,818 \times 10^{-2}}{2,8 \times 1,5^2 \times 15,3} = 0,1432$$

$$\mu_{bu} = 0,1432 < \mu_{lu} = 0,392 \quad \Rightarrow \quad A_{sc} = 0$$

La section sera ferrillée uniquement par les armatures tendues

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,194$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,992$$



$$A_{SU} = \frac{M_U}{\beta_d f_{su}} = \frac{492,818 \times 10^{-2}}{0,931 \times 1,5 \times 435} = 81,92 \text{ cm}^2$$

$$A_{SU} = \mathbf{81,92 \text{ cm}^2}$$

**ELS :**

$$\text{On a : } R_{\max} = 264,9264 \text{ t.}$$

$$M_{1,ser} = R_{\max} \times \left( \frac{b'}{2} - 0,35 \times b \right) = 264,9264 \left( \frac{3,6}{2} - 0,35 \times 1,5 \right) = 365,598 \text{ t. m}$$

$$\bar{\sigma}_b = 0,6 f_{c28} = \mathbf{16,2 \text{ MPa}}$$

$$\bar{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} f_e; 150 \eta \right\} \quad \eta = 1,6 \text{ (fissuration préjudiciable)}$$

$$\bar{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} 500; 150 \times 1,6 \right\} = \mathbf{240 \text{ MPa}}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{n \times \bar{\sigma}_b}{n \times \bar{\sigma}_b + \bar{\sigma}_s} = \mathbf{0,503}$$

$$Z_b = d \times \left( 1 - \frac{\bar{\alpha}}{3} \right) = \mathbf{1,2484}$$

$$M_{Rb} = \frac{\bar{\alpha}}{2} \left( 1 - \frac{\bar{\alpha}}{3} \right) \times b_1 \times d^2 \times \bar{\sigma}_b = 1852,898 \text{ t. m}$$

$$M_{Rb} = 1852,898 \text{ t. m} > M_{1,ser} = 365,598 \text{ t. m} \Rightarrow A_{sc} = 0 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = \frac{M_{1,ser}}{Z_b \times \bar{\sigma}_s} = 107,77 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = \max(A_{st,ult}, A_{st,ser}) = 122,02 \text{ cm}^2$$

soit **16HA32** ( $A_{st} = \mathbf{128,68 \text{ cm}^2}$ ).

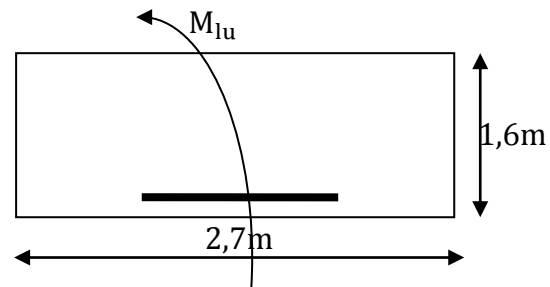
L'espace entre les barres :

$$S_t = \frac{\emptyset + h - C}{16 - 1} = \frac{2,9}{15} = 0,19 \Rightarrow S_t = 20 \text{ cm.}$$

- **Les armatures transversales supérieures :**

$$A_{t,sup} = \frac{A_{st,ser}}{10} = \frac{122,02}{10} = 12,202 \text{ cm}^2$$

soit **8HA14** ( $A_{st} = 12,32 \text{ cm}^2$ )



$$S_t = \frac{2,9}{7} = 0,41\text{m} \Rightarrow S_t = 41\text{cm.}$$

- **Les armatures longitudinales inférieures :**

$$A_{l,\text{inf}} = \frac{A_{\text{st,ser}}}{3} = \frac{122,02}{3} = 40,67 \text{ cm}^2$$

soit 9HA25 ( $A_{\text{st}} = 44,18 \text{ cm}^2$ )

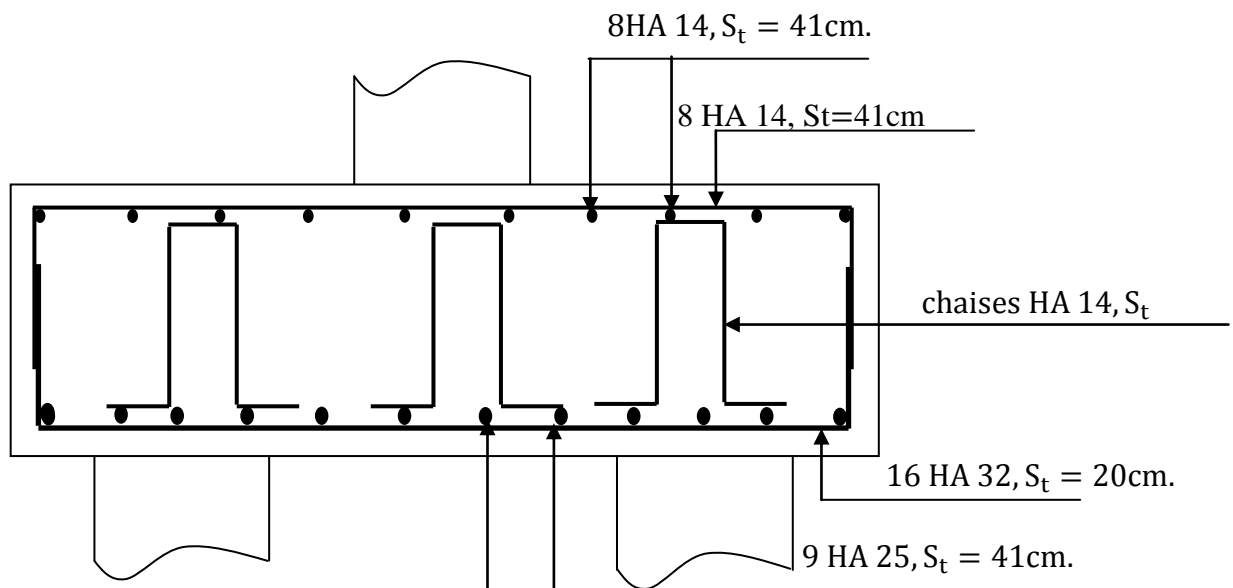
$$S_t = \frac{2,9}{7} = 0,41\text{m} \Rightarrow \text{On prend } S_t = 41\text{cm.}$$

- **Les armatures longitudinales supérieures :**

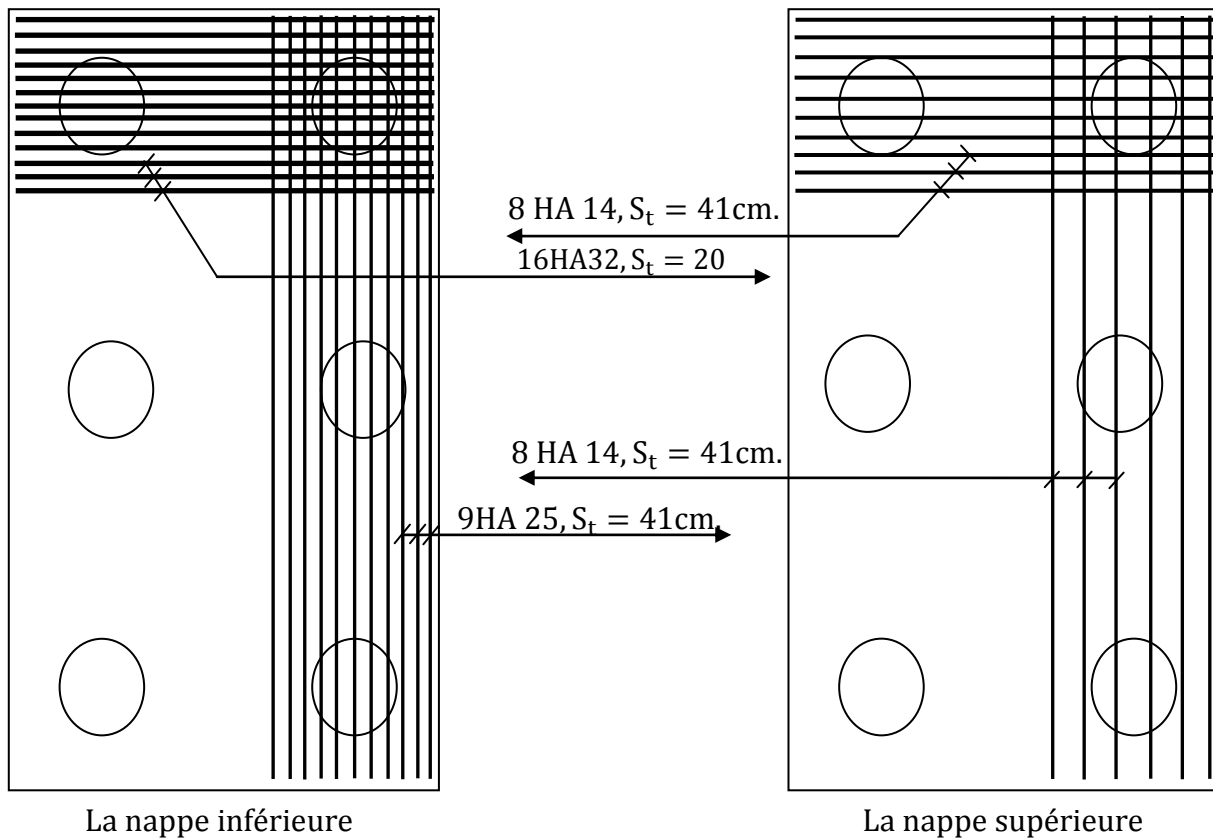
$$A_{l,\text{sup}} = \frac{A_{\text{st,ser}}}{10} = 122,02/10 = 12,202 \text{ cm}^2$$

soit : 8 HA14 ( $A_{\text{st}} = 12,32 \text{ cm}^2$ )

$$S_t = \frac{2,9}{7} = 0,41\text{m} \Rightarrow S_t = 41\text{cm.}$$







**Figure 13.9.** Schéma de ferrailage de la semelle.

**13.7. Étude est ferrailage des pieux sous culée :**

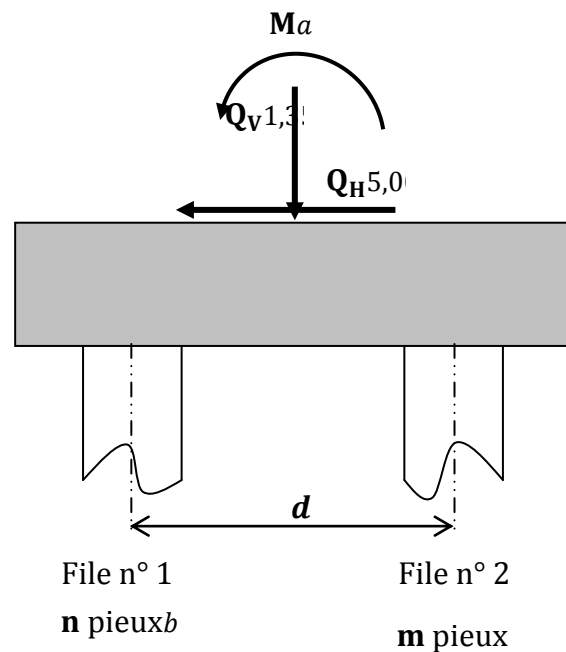
On considère des fondations reposant sur deux files de pieux :

n : Nombre de pieux sous la file 1

m : Nombre de pieux sous la file 2

d : Entre axe des files

Pour notre cas : n = m = 4pieux



Dans notre étude nous allons élaborer un programme Excel qui fait tout le calcul soit les déformations soit les sollicitations dans les pieux.

Le programme nous donne les résultats suivants :

$$\text{Sous le séisme : } \begin{cases} M_U = 90,448 \text{ t.m} \\ T_U = 188,859 \text{ t} \end{cases}$$

On va ferrailer les pieux en flexion composée sous le moment maximal et l'effort normal minimal, ces derniers sont obtenus dans le cas du séisme.

On utilise le logiciel SOCOTEC :

$$A_s = 27,93 \text{ cm}^2$$

### 13.7.1. Calcul des armatures minimales :

D'après l'R P O A, la section minimale à mettre en œuvre est égale à 0,5% de la section du béton du pieu, donc :

$$A_{s \text{ min}} = 0,5\% \cdot B = \left(\frac{0,5}{100}\right) \left(\frac{\pi \times 120^2}{4}\right) = 56,52 \text{ cm}^2$$

D'après la section  $A_s$  trouvée on peut dire que les pieux de cette fondation sont relativement peu sollicités, donc on se contentera d'un ferrailage égal au ferrailage minimal.

$$A_s = 56,52 \text{ cm}^2 \quad \text{soit 12 HA 25.}$$

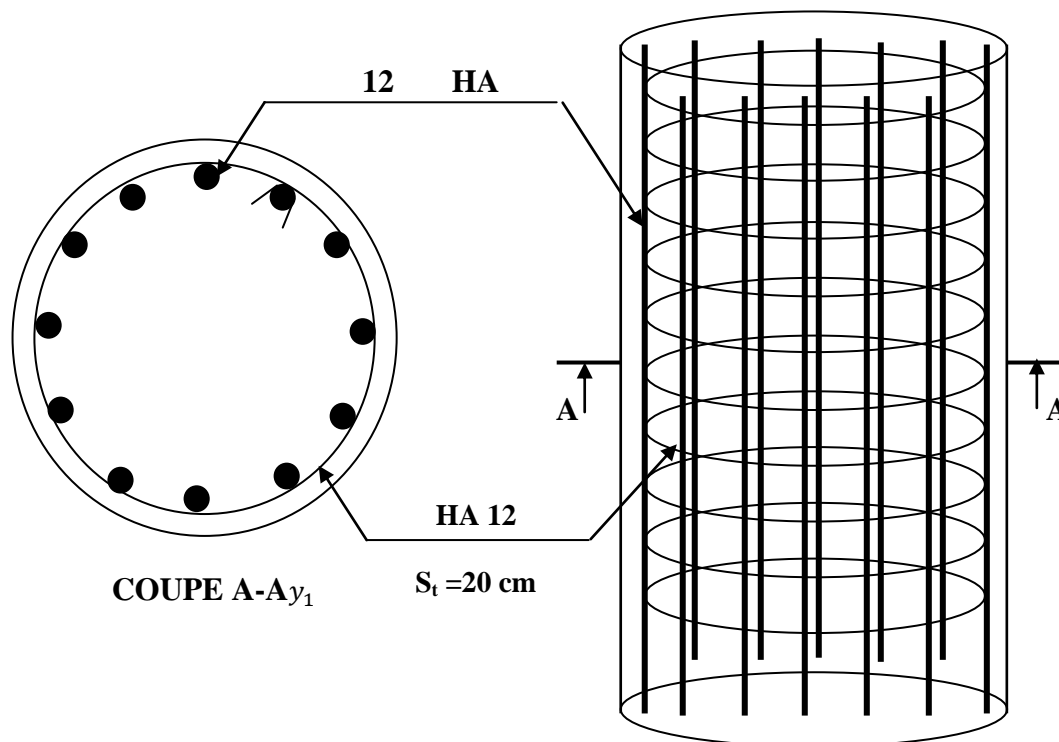


Figure 13.10. Schéma de ferrailage des pieux.

**13.8. Conclusion :**

Dans ce chapitre on a fait le dimensionnement de la culée au premier lieu, puis on a calculé les sollicitations agissant sur cette dernière sous les différentes charges appliquées (poids propre de la culée, poussée de remblais,...etc.). Un calcul du ferrailage de tous les éléments constructifs de la culée a été effectué avec une présentation de tous les schémas de ferrailage.

# **Chapitre 14 :**

**Introduction à la modélisation  
des plaques par la méthode des  
éléments finis.**

**14.1. Introduction à la méthode des éléments finis :**

La méthode des éléments finis représente l'extension des méthodes matricielle pour les structures treillis à l'étude des structures continues.

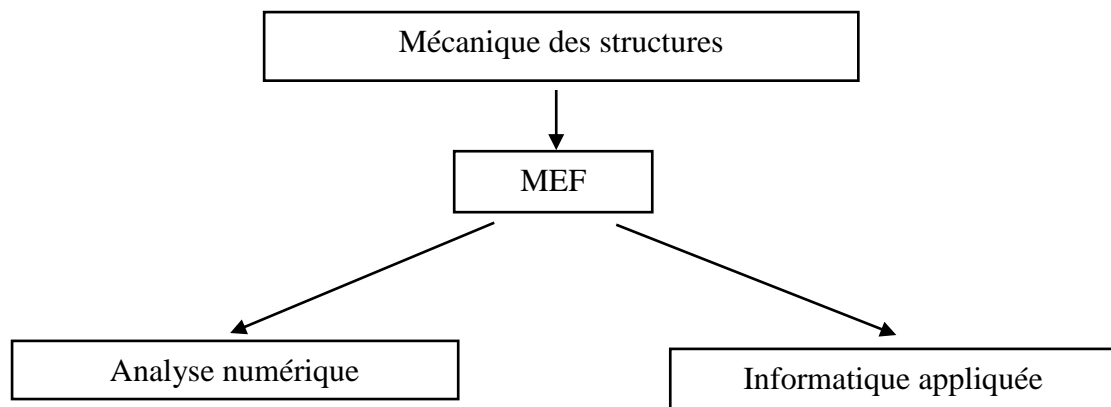
L'idée générale de la méthode des éléments finis consiste à la discrétisation d'un milieu continu par des éléments qui sont liés entre eux par des lignes appelées lignes nodales. Les lieux de rencontre des lignes nodales s'appellent nœuds. [16]

A l'intérieur de chaque élément, on définit une fonction d'approximation appelée fonction d'interpolation exprimée en fonction des variables nodales, ces dernières définissent le comportement local de l'élément, par conséquent, leur groupement ou assemblage définit le comportement global de la structure.

La méthode des éléments finis est extrêmement puissante puisque elle permet d'étudier correctement des structures continues ayant diverses propriétés géométriques et différentes conditions de charge appliquées, elle nécessite alors un grand nombre de calcul qui, à cause de leur nature répétitive, s'adaptent parfaitement à la programmation numérique et la résolution par ordinateur.

La méthode des éléments finis est donc une technique récente à caractère pluridisciplinaire, car elle met en œuvre les connaissances de trois disciplines de base : [16]

- ✓ La mécanique des structures : élasticité, résistance des matériaux, dynamique, plasticité,... etc ;
- ✓ L'analyse numérique : méthodes d'approximation, résolution des systèmes linéaire, les problèmes aux valeurs propres,...etc ;
- ✓ L'informatique appliquée : technique de développement et de maintenance des grands logiciels.



**Figure 14.1.** Disciplines de base de la MEF.

## 14.2. Quelques notions de base :

### 14.2.1. Différentes formulation de la M.E.F :

Il existe différentes modèles pour la formulation des éléments finis en mécanique des structures à savoirs :

- ✓ Modèle en déplacements ;
- ✓ Modèle en déformations ;
- ✓ Modèle en contraintes ou forces ;
- ✓ Modèle Mixte.

#### 14.2.1.1. Modèle en déplacements:

Dans ce model le but c'est d'exprimer le déplacement, en tout point d'un solide, cela est réalisé en formulant le déplacement comme une combinaison linéaire de fonctions de forme. Une matrice de rigidité approximative peut être trouvée pour chaque élément, liant toutes les forces aux déplacements des nœuds. Les déplacements peuvent être par conséquent calculés, ainsi que les contraintes dans l'élément, une fois les déplacements nodaux sont connus. L'approximation du champ de déplacement pour résoudre les problèmes d'élasticité est toujours continue, mais ce n'est en général pas le cas des dérivées partielles de cette approximation. [16]

#### 14.2.1.2. Formulation en déformations:

Un élément basé sur le modèle en déformation signifie que sa formulation s'obtient en intégrant un champ de déformation défini auparavant, dont les fonctions sont indépendantes. Cette idée qui a, de plus, fait sa gloire est basée sur un calcul exact des termes représenta les modes rigides, les autres composantes du champ de déplacement sont basées sur l'intégration

de présumées fonctions indépendantes de déformation et le tout vérifie les équations de compatibilités.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial x_k \partial x_l} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{kl}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{ik}}{\partial x_j \partial x_l} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{jl}}{\partial x_i \partial x_k} = 0$$

Cette approche permet la représentation du champ de déplacement par un ordre élevé des termes des polynômes sans besoin d'introduire des degrés de liberté supplémentaires ni de nœuds intermédiaires. Les éléments produits sont non-conformes mais conduisent à des résultats très encourageants. En plus, la convergence obtenue est rapide, lorsque les résultats sont comparés avec ceux donnés par des éléments basés sur le modèle en déplacement ayant le même nombre de degré de liberté.[16]

#### 14.2.1.3. Formulation en contraintes ou forces :

Le principe de ce modèle consiste dans un premier temps à choisir une forme paramétrique simple du champ de contraintes vérifiant les équations d'équilibre. On définit ainsi un ensemble de solutions admissibles. Pour imposer la réciprocity des tractions de surface à la frontière de deux éléments, il est nécessaire de choisir des connecteurs définissant univoquement ces tractions d'interface. Dans un second temps on recherche, dans cet ensemble de solutions, celle qui rend l'énergie potentielle complémentaire totale minimale. Pour cela on doit annuler la variation première de la fonctionnelle par rapport au paramètre définissant le champ de contraintes.[16]

#### 14.2.1.4. Formulation Mixte:

Plusieurs champs indépendants (déplacement, déformation, contrainte) sont considérés ici, ce qui rend la formulation, ou la mise au point longue et coûteuse; mais en contrepartie les éléments qui en découlent sont d'excellente qualité. On utilise parfois ce modèle pour corriger certains défauts du modèle de déplacement.

#### 14.2.2. Modèle déplacement :

##### 14.2.2.1. Propriétés du champ des déplacements :

Dans l'objectif d'obtenir des meilleurs résultats à travers l'utilisation de ce modèle, les propriétés suivantes sont nécessaires à savoir : [16]

**14.2.2.1.1. Critères de convergence :**

Les critères de convergence sont les suivantes :

- **Critère 1 :** La fonction de déplacement doit être choisie de telle façon qu'elle ne permet pas les déformations d'un élément, quand les déplacements des nœuds sont la conséquence d'un mouvement de corps rigide.
- **Critère 2 :** la fonction de déplacement doit être choisie de telle façon que si on a des déplacements compatibles avec un état de déformation constant, on puisse réellement obtenir ces déformations constantes dans chaque élément.
- **Critère 3 :** la fonction de déplacement doit être choisie de telle sorte que les déformations aux interfaces des éléments soient finies.

**14.2.2.1.2. Propriétés des éléments de type déplacement :**

Ces propriétés permettent d'obtenir une bonne solution au niveau de la structure complète sont récapitulées comme suit : [16]

✓ La complétude:

Un élément finis est dit «complet » quand il permet la définition d'un champ de déplacement complet, c'est à dire quand l'approximation de la solution dans l'élément permet de représenter à la limite de n'importe quelle valeur des déformations quand on diminue la taille de l'élément.

✓ La compatibilité :

Un élément fini est dit «compatible» quand il permet la finition d'un champ compatible, c'est à dire une continuité  $C^0$  pour les problèmes d'élasticité plane (déplacements continus) et une continuité  $C^1$  pour les problèmes de flexion (déplacement et leurs dérivées premières sont continus).

✓ L'invariance géométrique :

Les éléments ne doivent pas avoir de direction préférentielle ou être sensible à leur numérotation propre.



### 14.3. Formulation de la méthode des éléments finis :

#### 14.3.1. Définition:

Dans la méthode des éléments finis, la structure continue est remplacée par une structure idéalisée équivalente, composée d'un ensemble d'élément appelé «élément fini », liés entre eux par des nœuds.

On définit de manière unique le champ des déplacements à l'intérieur de chaque «élément fini » qui est une approximation de la déformée du domaine. Cette approximation de la fonction choisie par élément s'appelle une «interpolation » qui est exprimée en fonction des déplacements aux nœuds.

Il est possible, par l'utilisation des théorèmes de l'énergie, de déterminer la matrice de rigidité qui relie les forces nodales avec les déplacements nodaux d'un «élément fini ». La matrice de rigidité de l'assemblage des éléments est obtenue de la même manière que le cas des portiques (Méthode des rigidités).

Si les conditions d'équilibre sont appliquées à chaque nœud de la structure modélisée, on obtient un système d'équations simultanées à résoudre. [16]

#### 14.3.2. Type des éléments finis :

On distingue plusieurs classes d'éléments finis suivant leur géométrie, à savoir :

- ✓ Les éléments unidimensionnels (1D) : Sont utilisés de façon individuelle ou associée à des plaques pour modéliser les raidisseurs. Exemple : barre, poutre rectiligne ou courbe.
- ✓ Les éléments bidimensionnels (2D) : Élasticité plane : (déformation ou contrainte plane). Exemple : plaque en flexion, coques courbes, de forme triangulaire ou quadrangulaire.
- ✓ Les éléments tridimensionnels (3D) : élément de volume, ou coques épaisses. Les éléments axisymétriques : qui constituent une classe bien particulière.

#### 14.3.3. Procédure d'analyse par éléments finis :

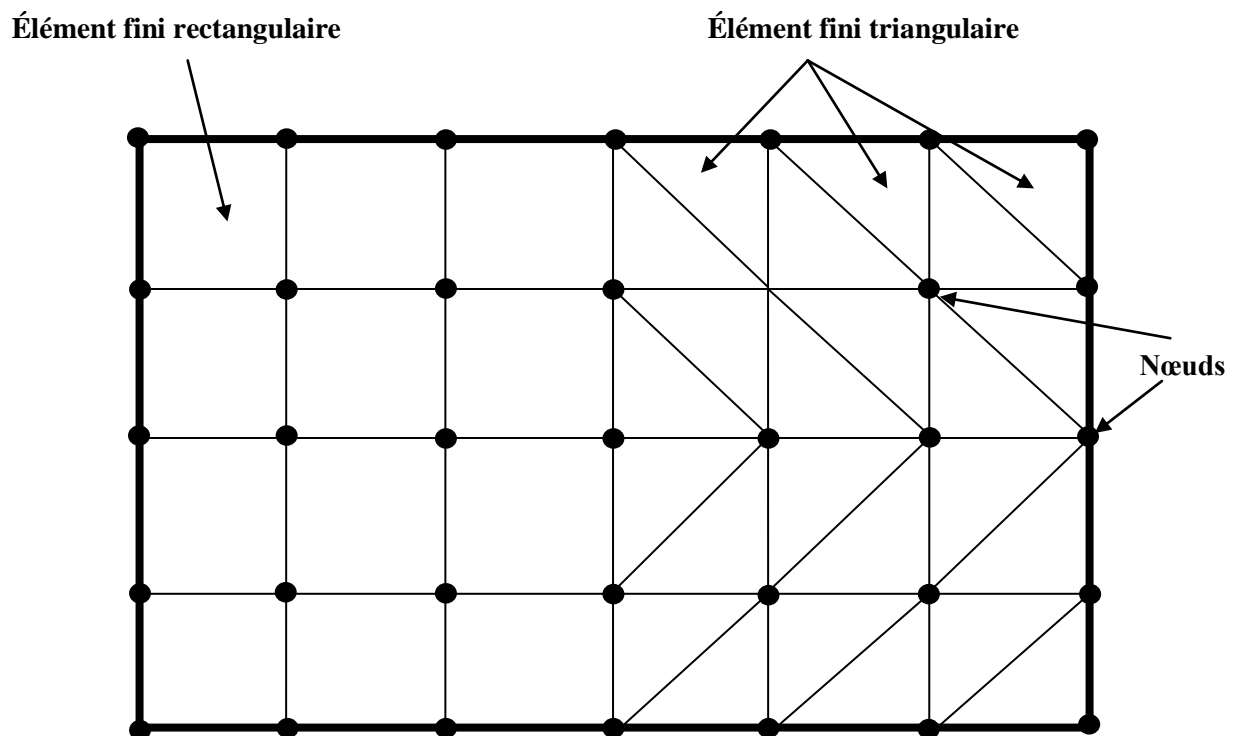
La procédure comporte les étapes suivantes :

- ✓ Idéalisation et discrétisation de la structure en éléments finis par un maillage constitué de lignes ou de surfaces imaginaires. Les éléments sont liés entre eux à travers de nœuds situés sur leurs frontières.

Les déplacements de ces points nodaux seront les inconnues de base du problème. Il est apparent que la méthode des éléments finis est applicable pour des structures même pour des matériaux de propriétés hétérogènes ou de forme géométrique compliquées et irrégulière (bords courbes, trous,...etc.).

- ✓ On choisit une fonction de déplacement permettant de définir de manière unique le champ des déplacements à l'intérieure de chaque « élément fini » en fonction des déplacements de ses nœuds. On se basant sur cette fonction de déplacement, nous déduisons la matrice de rigidité de l'élément qui relie les forces nodales avec les déplacements nodaux et la matrice masse en utilisant le principe des travaux virtuels ou le principe de l'énergie potentielle total minimum.
- ✓ Analyse de la structure idéalisée et l'assemblage des éléments. Cette analyse est similaire à la méthode des rigidités.

En fin, la résolution du système équations permet d'évaluer les déplacements et les efforts internes dans la structure (contrainte, déformation).



**Figure 14.2.** Modélisation par élément fini des structures.

#### 14.3.4. Formulation de la matrice de rigidité d'un élément :

Les étapes d'analyse par la méthode des éléments finis, en commençant par une identification du problème jusqu'à l'obtention de l'expression de la matrice de rigidité élémentaire  $[K^e]$  sont détaillées ci-après. [17]

##### ✓ Identifier le problème :

Cette étape consiste à choisir un système de coordonnées et une numérotation des nœuds appropriée pour l'élément, et de déterminer le vecteur de déplacement nodal  $\{\delta_e\}$  et le vecteur de charge nodale  $\{F^e\}$ .

La matrice de rigidité  $[K^e]$  pour cet élément est alors défini par :

$$\{F^e\} = [K^e] \{\delta_e\} \dots \dots \dots (1)$$

##### ✓ Choisir des fonctions de déplacements convenables :

Le choix de la fonction de déplacement doit être effectué d'une façon unique pour présenter l'état de déplacement de tous les points de l'élément.

Le champ de déplacement sera représenté de façon commode par une expression polynomiale, le but est d'exprimer les déplacements  $\{\delta(x, y)\}$  de n'importe quel point en termes de déplacements nodaux  $\{\delta_e\}$ , le champ en question doit contenir un coefficient inconnu pour chaque degré de liberté de l'élément.

L'état des déplacements en chaque point  $M(x, y)$  de l'élément peut être décrit sous forme matricielle par l'équation :

$$\{\delta(x, y)\} = [P(x, y)] \{\alpha\} \dots \dots \dots (2)$$

Avec :  $\{\alpha\}$  est le vecteur colonne des coefficients indéterminés de la fonction  $[P(x, y)]$ .

##### ✓ Relier les déplacements généraux de l'élément à ses déplacements nodaux :

Cette étape consiste à exprimer les coefficients indéterminés  $\{\alpha\}$  en fonction des déplacements nodaux  $\{\delta_e\}$  et de les reporter dans l'équation (2), donc de relier les déplacements des points de l'élément aux déplacements nodaux  $\{\delta_e\}$ . Puisque  $\{\delta^e(x, y)\}$  représente le déplacement au point  $M(x, y)$ , les déplacements nodaux peuvent être obtenus à

partir de celui-ci, en introduisant les coordonnées de chaque nœud. Cela donne par exemple pour le nœud «1 »

$$\{\delta_{e1}\} = \{\delta(x_1, y_1)\} [P(x_1, y_1)] \{\alpha\}$$

En procédant de façon similaire pour tous les autres nœuds, on obtiens pour les (n) nœud de l'élément :

$$\{\delta^e\} = \begin{Bmatrix} \{\delta_1^e\} \\ \{\delta_2^e\} \\ \vdots \\ \{\delta_n^e\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [P(x_1, y_1)] \\ [P(x_2, y_2)] \\ \vdots \\ [P(x_n, y_n)] \end{bmatrix} \cdot \{\alpha\}$$

Puisque la matrice [A] est maintenant connue, le vecteur des coefficients indéterminés  $\{\alpha\}$  peut être obtenu en inversant l'expression précédente, cela donne :

$$\{\alpha\} = [A]^{-1} \cdot \{\delta^e\}$$

On remplace  $\{\alpha\}$  par sa valeur dans l'équation (2) et on obtient la relation cherchée entre les déplacements (x, y) de tous les points de l'élément et les déplacements nodaux  $\delta^e(x, y)$

$$\{\delta(x, y)\} = [P(x, y)] [A]^{-1} \cdot \{\delta^e\} \dots \dots \dots (3)$$

Dans la plus part des cas, il est très utile d'exprimer la fonction de déplacement en termes des déplacements nodaux, d'où on obtient :

$$\{\delta(x, y)\} = [N(x, y)] \{\delta^e\}$$

Avec [N] : est fonction de (x, y) et  $(x, y)_i$  avec  $i = 1, 2, \dots, n$  (coordonnées des nœuds de l'élément), donc on aura :  $\{N(x, y)\} = [P(x, y)] [A]^{-1}$

#### ✓ Relations entre déplacements et déformations :

On relie maintenant les déformations  $\varepsilon(x, y)$  aux déplacements nodaux  $\{\delta_e\}$ . Les déformations aux différents points de l'élément peuvent être obtenues à partir de la fonction de déplacement par une différentiation dont la forme exacte dépend du type de problème

traité. Par exemple, pour un problème d'élasticité plane, les déformations correspondent aux dérivées premières des déplacements, tandis que pour les problèmes de flexion, les déformations sont associées à la courbure de l'élément et correspondent aux dérivées secondes, En général :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [\text{différentielle de } \delta(x, y)]$$

On obtient la forme exacte de cette expression pour chaque classe de problème partir à de la théorie de l'élasticité.

En utilisant l'expression de l'équation (4) pour  $\{\varepsilon(x, y)\}$  et en remarquant que  $[A]^{-1}$  et  $\delta^e$  sont indépendants de x et y, le vecteur  $\{\varepsilon(x, y)\}$  : est donné par :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = \text{différentielle de } [P(x, y)][A]^{-1} \{\delta^e\}$$

En posant la matrice différentielle de P(x, y) égal à [C], cette équation peut être écrite de façon suivante :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [C][A]^{-1} \{\delta^e\}$$

Ou, en général, [C] : contient des termes en x, y.

C'est la relation cherchée entre les déformations en chaque point de l'élément et les déplacements nodaux, avec :  $[C][A]^{-1} = [B]$

D'où les éléments de la matrice [B] sont égales aux dérivées des éléments de la matrice [N(x, y)] par rapport à x et y, c'est à dire que :  $[B] = [\text{différentielle de } N(x, y)]$ . Cette relation devient :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [B][\delta^e] \dots \dots \dots (4)$$

✓ **Relations entre déformations et contraintes :**

Pour un élément élastique linéaire, les contraintes internes  $\{\sigma(x, y)\}$  sont reliées aux déformations  $\{\varepsilon(x, y)\}$  sont reliées par :

$$\{\sigma(x, y)\} = [D]\{\varepsilon(x, y)\}$$

Ou [D] est la matrice d'élasticité qui contient les propriétés élastique de l'élément : c'est à dire le module de Young : E et le coefficient de poisson.

A partir de l'équation (4) on a :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [B][\delta^e]$$

$$\{\sigma(x, y)\} = [D][B][\delta^e] \dots \dots \dots (5)$$

✓ **Relier les charges nodales aux déplacements nodaux :**

Il est maintenant possible de formuler la matrice de rigidité  $[K_e]$  de l'élément, en utilisant les équations (5), (6) des contraintes et des déformations ainsi que le principe des travaux virtuels.

Durant n'importe quel déplacement virtuel imposé à l'élément, le travail extérieur total produit par les charges nodales doit être égal au travail interne total des contraintes.

Les déplacements nodaux virtuels imposés ont représentés par le vecteur  $\{\delta_e\}$  :

$$\{\delta^e\} = \begin{Bmatrix} \delta_1^e \\ \delta_2^e \\ \vdots \\ \delta_n^e \end{Bmatrix}$$

Ces déplacements nodaux virtuels produisent des déformations virtuels  $\{\bar{\varepsilon}(x, y)\}$  aux points de l'élément où les contraintes réelles sont les  $\{\sigma(x, y)\}$

$$\{\bar{\varepsilon}(x, y)\} = [B][\delta^e], \quad \{\sigma(x, y)\} = \{D\}[B][\delta^e]$$

Alors le travail interne (l'énergie de déformation interne) par unité de volume est donné par :

$$W_{\text{int}} = \{\bar{\varepsilon}(x, y)\}^T \{\sigma(x, y)\}$$

Le travail interne total est obtenu en intégrant sur le volume total de l'élément, c'est à dire

$$\int_V W_{\text{int}} = \int_V [B][\delta^e]^T \cdot \{\sigma(x, y)\} dV$$

En substituant les expressions de  $\bar{\varepsilon}$  et  $\sigma$  dans l'équation du travail interne, et on obtient :

$$\int_V W_{\text{int}} = \int_V \{\bar{\varepsilon}(x, y)\}^T \{D\}[B][\delta^e] dV = \int_V \left( \{\delta^e\}^T \cdot [B]^T \cdot [D][B] \{\delta^e\} \right) dV$$

Dans cette équation  $\{\delta^e\}$  et  $\{\delta^e\}^T$  sont indépendants de  $x, y$ , et l'expression ci-dessus devient :

$$\int_V W_{\text{int}} = \{\delta^e\}^T \left( \int_V \left( \{\delta^e\} [B]^T \cdot [D][B] \{\delta^e\} \right) dV \right)$$

Maintenant le travail virtuel extérieur produit par les forces nodales réelles, durant le déplacement virtuel imposé  $\{\delta_e\}$  à l'élément est donné par :

$$W_{ext} = \{\delta^e\}^T \{F^e\} = \{\delta^e\}^T [B]^T [K^e] \{\delta^e\}$$

Avec :  $\{F^e\}$  est le vecteur des forces nodales réelles.

En faisant l'égalité entre le travail interne et le travail externe, produits pendant les déplacements virtuels  $\{\delta_e\}$  nous obtenons :

$$\{\delta^e\}^T [K^e] \{\delta^e\} = \{\delta^e\}^T \left( \int_V [B]^T [D] [B] dV \{\delta^e\} \right)$$

Puisque l'égalité ci-dessus (principe des déplacements virtuels) est valable pour n'importe quels déplacements virtuels nodaux  $\{\delta_e\}$  et pour n'importe quels déplacements réels nodaux  $\{\delta_e\}$  on obtient la matrice de rigidité de l'élément :

$$[K^e] = \int_V [B]^T [D] [B] dV$$

$$[F^e] = [K^e] \{\delta^e\} \dots \dots \dots (6)$$

#### 14.4. Élément fini rectangulaire basé sur l'approche en déplacement (ACM) pour l'étude de la flexion des plaques minces :

##### 14.4.1 Introduction :

On considère dans ce paragraphe l'application de la technique des éléments finis à la résolution des problèmes de flexion des plaques, dans le modèle en déplacement, les fonctions d'interpolation sont tirées à partir des termes du triangle de pascal (pyramide de pascal en 3D) en annexe A, donc le nombre total des constantes indépendantes est égal au nombre de degré de liberté de l'élément.

On suppose que l'épaisseur de la plaque à étudier, est petite comparée à ses autres dimensions et que sa flèche quand elle est chargée est petite par rapport à son épaisseur. Ces deux hypothèses ne sont pas particulières à la méthode des éléments finis et sont aussi prises en compte dans la résolution classique de la flexion des plaques. Elles sont nécessaires car si l'épaisseur de la plaque est importante, on doit considérer que cette dernière à trois dimensions et si les flèches dues à la charge sont aussi importantes, il s'établit des forces internes dites « de membrane » dans le plan de la plaque et on doit en tenir compte dans l'étude. On peut étendre la méthode des éléments finis à la résolution de ces problèmes, mais la technique utilisée dépasse largement le cadre du présent exemple qui a pour but l'étude des plaques minces sujettes seulement à des flèches peu importantes. Cela représente une classe

extrêmement importante de problèmes qui ont un grand nombre d'applications pratiques comme les dalles plates, les tabliers des ponts et les planchers.

#### 14.4.2 Calcul de la matrice de rigidité de l'élément rectangulaire

Le calcul de la matrice de rigidité de l'élément rectangulaire suit une fois de plus les sept étapes résumées ci-après : [17]

**Étape I :** Choisir un système de coordonnées convenable et numéroté les nœuds.

Les systèmes de coordonnées et la numérotation des nœuds; de l'élément rectangulaire utilisé pour la flexion des plaques est représenté sur la (figure14.3.a), l'axe des  $z$  ayant été pris normal au plan de la plaque. Dans le cas de la flexion des plaques, l'élément a trois degrés de liberté en chaque nœud, c'est-à-dire deux rotations et la flèche transversale. La déformation latérale est représentée par  $w$ , la rotation autour de l'axe des  $x$  par  $\theta_x$  et celle autour de l'axe des  $y$  par  $\theta_y$ . Les directions positives de ces rotations sont définies selon la règle du tire-bouchon. L'élément a alors un total de douze (12) degrés de liberté (figure14.3.b). Les moments et les forces correspondantes consistent en deux moments  $T_x$  et  $T_y$  et une force de cisaillement  $F_z$  en chaque nœud (figure 14.3.c).

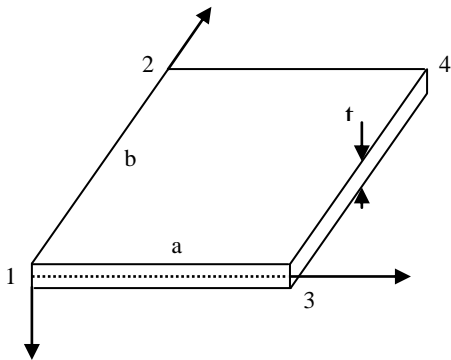


Figure 14.3.a. Système de coordonnées.

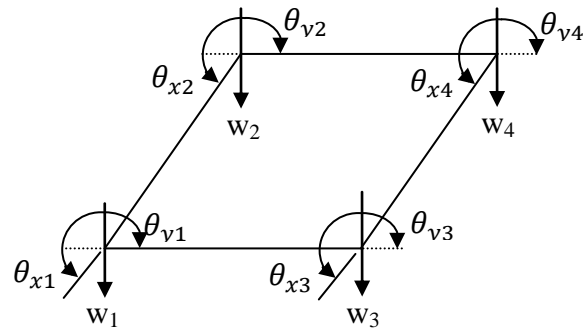


Figure 14.3.b. Déplacement nodaux.

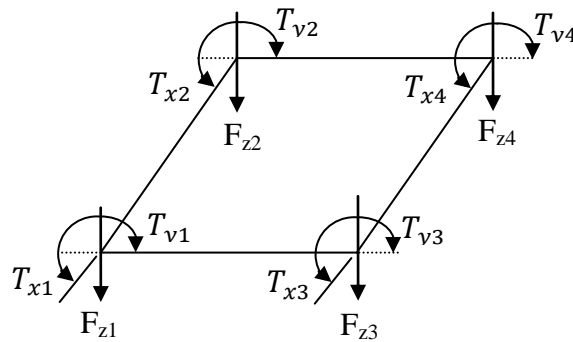


Figure.14.3.c. Forces nodales.

Figure14.3. Élément rectangulaire.



Les déplacements au nœud 1 peuvent être écrits de la façon suivante :

$$\{\delta_1\} = \begin{pmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ w_1 \end{pmatrix}$$

Et de même pour les forces et les moments correspondants au nœud 1 :

$$\{F_1\} = \begin{pmatrix} T_{x1} \\ T_{y1} \\ F_{z1} \end{pmatrix}$$

De telle sorte que les vecteurs complets des forces et des déplacements pour l'élément s'écrivent :

$$\{\delta^e\} = \begin{pmatrix} \{\delta_1\} \\ \{\delta_2\} \\ \{\delta_3\} \\ \{\delta_4\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ w_1 \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \\ w_2 \\ \theta_{x3} \\ \theta_{y3} \\ w_3 \\ \theta_{x4} \\ \theta_{y4} \\ w_4 \end{pmatrix}$$

$$\{F^e\} = \begin{pmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \\ \{F_3\} \\ \{F_4\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{x1} \\ T_{y1} \\ F_{z1} \\ T_{x2} \\ T_{y2} \\ F_{z2} \\ T_{x3} \\ T_{y3} \\ F_{z3} \\ T_{x4} \\ T_{y4} \\ F_{z4} \end{pmatrix}$$

$$\{F^e\} = [K^e] \{\delta^e\}$$

**Etape II :** Choisir la fonction de déplacement  $[f(x, y)]$  qui définit le déplacement  $\{\delta(x, y)\}$  en chaque point de l'élément.

Dans le cas de la flexion des plaques où les flèches sont petites, l'état des déplacements en chaque point de l'élément peut être représenté par trois composantes :

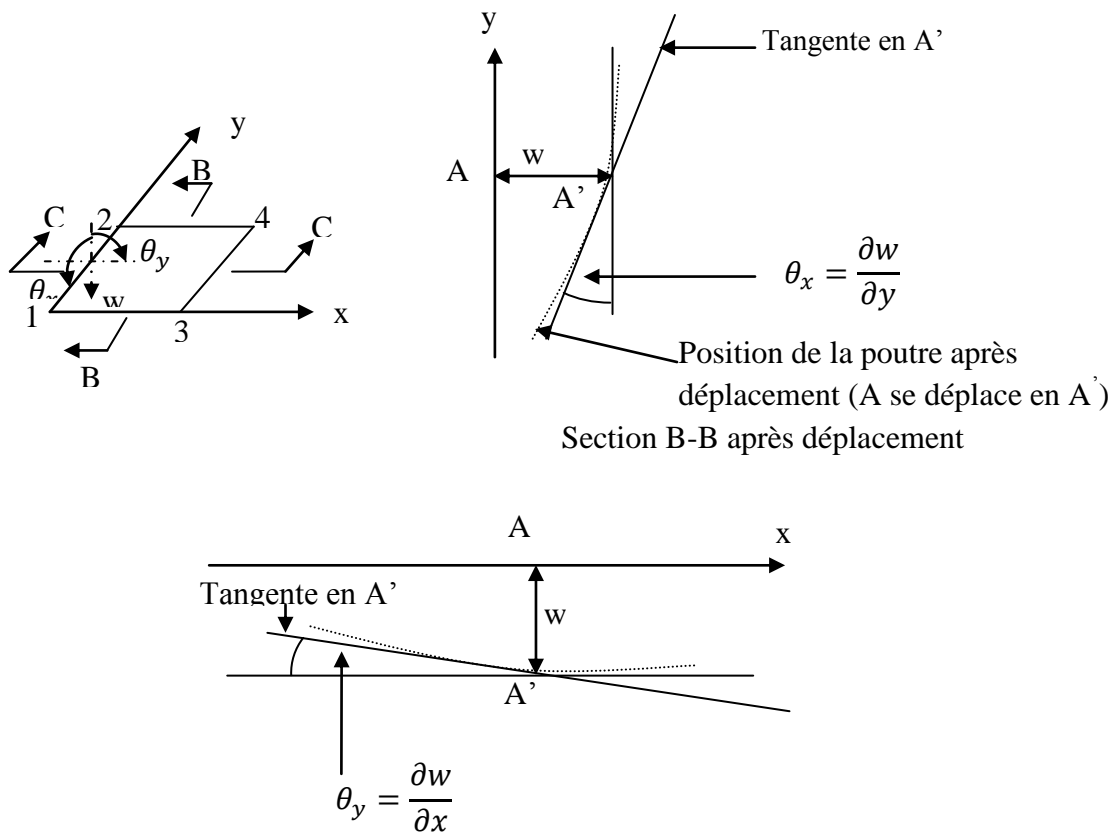
$$\{\delta(x, y)\} = \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ w \end{pmatrix}$$

Ceci est illustré pour le point A dans la (figure 14.4).

Les deux rotations  $\theta_x$  et  $\theta_y$  sont reliées au déplacement latéral  $w$  par les expressions :

$$\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial y} \text{ et } \theta_y = \frac{\partial w}{\partial x}$$

Les directions positives de  $\theta_x$  et  $\theta_y$  étant choisies pour coïncider avec celles choisies pour  $\theta_{x1}, \theta_{y1}$ . D'où, une fois que la fonction de déplacement est choisie pour  $w$ , les fonctions  $\theta_x$  et  $\theta_y$  sont automatiquement définies.



**Figure 14.4.** Section C-C après déplacement.

Puisque l'élément a douze degrés de liberté, on doit avoir douze coefficients indéterminés dans le polynôme qui représente  $w$ , donc l'équation ou la fonction convenable est donnée comme suit :

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3.$$

On remarque que quand  $x$  ou  $y$  est constant, cette expression devient la même que celle prise pour un élément de poutre.

La fonction de déplacement donne les expressions suivantes pour les rotations :

$$\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial y} = -(\alpha_3 + \alpha_5 x + 2\alpha_6 y + \alpha_8 x^2 + 2\alpha_9 xy + 3\alpha_{10} y^2 + \alpha_{11} x^3 + 3\alpha_{12} xy^2)$$

$$\text{et } \theta_y = \frac{\partial w}{\partial x} = \alpha_2 + 2\alpha_4 x + \alpha_5 y + 3\alpha_7 x^2 + 2\alpha_8 xy + \alpha_9 y^2 + 3\alpha_{11} x^2 y + \alpha_{12} y^3$$

$$\{\delta(x, y)\} = [f(x, y)]\{\alpha\}$$

**Etape III :** Exprimer l'état des déplacements  $\{\delta(x, y)\}$  dans l'élément en fonction des déplacements nodaux  $\{\delta^e\}$ .

On remplaçant les coordonnées nodales par leurs valeurs et en cherchant  $\{\alpha\}$  solution; cela nous mène à la formation de la matrice  $[A]$  définie par l'équation suivante :

$$\{\delta^e\} = [A]\{\alpha\}$$

Puisque dans le cas présent, l'élément à total de douze degrés de liberté,  $[A]$  est carré d'ordre douze (12) et ses coefficients sont donnés par l'équation. On doit maintenant inverser cette matrice et la relation cherchée est donnée par l'équation générale :

$$\{\delta(x, y)\} = [f(x, y)][A]^{-1}\{\delta^e\}$$

$$\begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -x & -2y & 0 & -x^2 & -2xy & -3y^2 & -x^3 & -3xy^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 & 3x^2 & 2xy & y^2 & 0 & 3x^2y & y^3 \\ 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix}$$

On remplace les coordonnées de chaque nœud pour obtenir la matrice [A]:

Nœud 1 :  $x = 0, y = 0$ .

Nœud 2 :  $x = 0, y = b$ .

Nœud 3 :  $x = a, y = 0$ .

Nœud 4 :  $x = a, y = b$ .

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -2b & 0 & 0 & 0 & -3b^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & b^3 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & 0 & b^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & 0 & 0 & -a^2 & 0 & 0 & -a^3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & 0 & 0 & 3a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & a^2 & 0 & 0 & a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & -2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^3 \\ 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \end{bmatrix}$$

**Etape IV :** Relier les déformations  $\{\varepsilon(x, y)\}$  en chaque point aux déplacements nodaux  $\{\delta(x, y)\}$  et donc aux déplacements nodaux  $\{\delta^e\}$ .

Dans le cas d'un problème de flexion des plaques, l'état des déformations en chaque point peut être représenté par trois composantes : la courbure dans la direction des  $x$ , la courbure

dans la direction des  $y$  et la torsion. La courbure dans la direction des  $x$  est égale à la variation de la dérivée par rapport à  $x$  et est égale à :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

De même la courbure dans la direction des  $y$  est égale à :

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

Enfin la torsion est égale à la variation par rapport à  $x$  de la dérivée par rapport à  $y$ , c'est-à-dire :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Dans cette étape, les courbures et la torsion seront multipliées par les moments internes en vue d'obtenir le travail interne effectué. Les signes des expressions ci-dessus correspondent à ceux définis pour les moments internes dans l'étape V.

Les moments internes  $M_x$  et  $M_y$  agissent chacun sur deux côtés de l'élément; il en est de même pour les moments de torsion  $M_{xy}$  et  $M_{yx}$ , mais puisque  $M_{xy}$  est égal à  $M_{yx}$ , on peut considérer qu'un des deux, par exemple  $M_{xy}$ , agit sur les quatre côtés, cela en doublant le terme de torsion dans le vecteur des déformations.

L'état des déformations dans l'élément peut ainsi être représenté par :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = \begin{Bmatrix} -\partial^2 w / \partial x^2 \\ -\partial^2 w / \partial y^2 \\ 2 \partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix}$$

Et on remplaçant  $w$  par sa valeur, on obtient l'équation :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [C]\{\alpha\}$$

De façon à définir la matrice  $[C]$  pour le cas de la flexion des plaques. La relation cherchée entre déformations et déplacements nodaux est obtenue par :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [B]\{\delta^e\}$$

$$[B] = [C][A]^{-1}$$

Encore une fois, à cause de la taille des matrices considérées, la matrice [B] ne sera pas développée explicitement. En pratique cela peut être fait avec l'ordinateur.

**Étape V :** Relier les contraintes internes  $\{\sigma(x,y)\}$  aux déformations et aux déplacements nodaux  $\{\delta^e\}$ .

Dans la résolution des problèmes de flexion des plaques, les contraintes internes sont réellement les moments de flexion et de torsion et les déformations les courbures et les torsions étudiées à l'étape IV. Ainsi l'état des contraintes peut être représenté par les trois composantes  $M_x, M_y$  et  $M_{xy}$  comme cela est indiqué par l'équation :

$$\{\sigma(x,y)\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}$$

$M_x$  et  $M_y$  sont les moments de flexion internes par unité de longueur et  $M_{xy}$  est le moment de torsion interne par unité de longueur. L'action de ces moments de flexion et de torsion internes on considérant une petite portion rectangulaire de l'élément fini considéré; avec  $M_{xy} = M_{yx}$ . Les relations entre contraintes et déformations, c'est-à-dire entre moments et courbures, sont données par la théorie de la flexion des plaques.

$$\{\varepsilon(x,y)\} = \begin{Bmatrix} -\partial^2 w / \partial x^2 \\ -\partial^2 w / \partial y^2 \\ 2 \partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -(2\alpha_4 + 6\alpha_7 x + 2\alpha_8 y + 6\alpha_{11} xy) \\ -(2\alpha_6 + 2\alpha_9 x + 6\alpha_{10} y + 6\alpha_{12} xy) \\ 2(\alpha_5 + 2\alpha_8 x + 2\alpha_9 y + 3\alpha_{11} x^2 + 3\alpha_{12} y^2) \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 & 0 & -6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2x & -6y & 0 & -6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^2 & 6y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= - \left( D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= - \left( D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= 2D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\}$$

Ces relations sont écrites en termes généraux pour une plaque orthotrope, c'est-à-dire une plaque ayant des propriétés élastiques différentes dans deux directions perpendiculaires, une tôle ondulée en étant un exemple type.  $D_x$  et  $D_y$  sont les rigidités de flexion dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement,  $D_1$  est une rigidité de couplage ayant un effet du type coefficient de Poisson et  $D_{xy}$  est la rigidité de torsion.

D'autre part, une plaque isotrope, a, les mêmes propriétés élastiques dans toutes les directions et dans ce cas particulier on a :

$$\{\sigma(x, y)\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} -\partial^2 w / \partial x^2 \\ -\partial^2 w / \partial y^2 \\ 2 \partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix}$$

C'est-à-dire :

$$\{\sigma(x, y)\} = [D]\{\varepsilon(x, y)\}$$

Et aussi :

$$\{\sigma(x, y)\} = [D][B]\{\delta^2\}$$

**Etape VI :** Remplacer les contraintes internes  $\{\sigma(x, y)\}$  par des forces nodales statiquement équivalentes  $\{F^e\}$ , relier ces forces nodales aux déplacements nodaux  $\{\delta^e\}$  et de là obtenir la matrice de rigidité de l'élément  $[K^e]$  :

La relation entre les charges nodales  $\{F^e\}$  et les déplacements est donnée dans le cas général par l'équation suivante :

$$\{F^e\} = \left[ \int [B]^T [D] [B] d(\text{vol}) \right] \{\delta\}$$

$$\{F^e\} = \left[ \int_0^b \int_0^a [B]^T [D] [B] dx dy \right] \{\delta^e\}$$

Et la matrice de rigidité de l'élément  $[K^e]$  est définie par :

$$[K^e] = \int_0^b \int_0^a [B]^T [D] [B] dx dy$$

**Etape VII :** Etablir la matrice  $[H]$  reliant les contraintes et les déplacements.

$$\{\sigma(x, y)\} = [H]\{\delta^e\}$$

$[H]$  est à nouveau donnée par :

$$[H] = [D][B]$$

## 14.5. Applications numériques :

### 14.5.1. Introduction :

Après la présentation de la théorie relative au comportement des plaques et la formulation de l'élément finis ACM. Il est évident que la solution des équations différentielles gouvernant, le comportement des plaques est impossible par une des méthodes analytiques. Pour cette raison, le recours à une méthode numérique est devenu une obligation. Pour cela, la méthode des éléments finis est sélectionnée comme une méthode numérique de cette étude. La structure d'un programme de calcul en FORTRAN77 est formée d'un ensemble de blocs, ces derniers sont constitués par les différentes sous-routines du programme source. En plus en sa forme, il est totalement identique aux programmes développés dans le domaine du calcul numérique.

La validation de l'élément formulé, est représentée par la comparaison entre les résultats analytiques, indiqués dans la littérature et les résultats donnés par les autres éléments à travers des tests similaires.

A cet effet une étude comparative entre les résultats obtenus à l'aide du programme FORTRAN77 a été réalisée avec ceux des logiciels de calcul tel que (RDM6) et (SAP2000).

Le programme de FORTRAN77, est structuré par un ensemble de blocs. Sa composition passe par des opérations très diverses, à savoir : (1) Organisation des données, (2) Intégration analytique, (3) Résolution du système d'équations. Le traitement numérique s'effectue au niveau des éléments finis, pour cela ce programme inclut quelques blocs fonctionnels caractérisés par les étapes suivantes :

- 1) Lecture, vérification et organisation des données décrivant le maillage (nœuds et éléments), les paramètres physiques (conductivités, module d'élasticité, etc...), les sollicitations et conditions aux limites ;



- 2) Construction des matrices et vecteurs élémentaires, puis assemblage de celle-ci pour former la matrice globale et le vecteur global des sollicitations;
- 3) Résolution du système d'équation après prise en compte des conditions aux limites;
- 4) Impression des résultats après calcul éventuel des variables additionnelles (déplacements, moments).

#### **14.5.2. Elaboration d'un programme pour le calcul des plaques :**

On considère une plaque homogène soumise à une charge uniformément répartie ou concentrée, qu'on discrétise en éléments rectangulaires égaux, (n) éléments suivant l'axe x et (n) éléments suivant l'axe y, on calcule les déplacements et les rotations ( $w, \theta_x, \theta_y$ ) au niveau de chaque nœud, en fin on procède au calcul des réactions et des contraintes dans le milieu de chaque élément, avec la détermination des valeurs maximales.

Les processus de calcul dans le programme se font comme suit :

- Discrétisation de la plaque en éléments finis, puis définition du nombre d'éléments selon les axes(x, y).
- Détermination des caractéristiques physiques et géométriques de la plaque.
- Définition du chargement de la plaque.
- Numérotation des nœuds, puis définition des conditions aux limites.
- Assemblage des éléments pour la détermination de la matrice de rigidité de la plaque.
- Résolution du système d'équations.
- Détermination des déplacements et des rotations des nœuds.
- En fin, vient le calcul des contraintes au niveau de chaque élément.

La structure du programme de l'analyse des plaques se présente selon l'ordre suivant :

- Un programme principal qui regroupe la grande partie des opérations effectuées, allant de la lecture des données dans un fichier texte, dont le nom (données.dat), et finissant par trouver les résultats dans un autre fichier texte, dont le nom (résultats.txt).
- Un fichier d'introduction des données dans lequel l'utilisateur devra mettre les valeurs numériques concernant l'application voulue, selon l'ordre suivant :
  - 1) La dimension de la plaque suivant l'axe x (a) ;
  - 2) la dimension de la plaque suivant l'axe y (b) ;
  - 3) Le nombre des nœuds par élément ;

- 4) Le nombre de degrés de liberté par élément ;
  - 5) Le nombre de degrés de liberté par Nœud ;
  - 6) L'épaisseur de la plaque ( $h$ ), Module de Young ( $E$ ), coefficient de poisson ( $\nu$ ) ;
  - 7) Type de chargement et sa valeur.
- Un fichier de résultat, où sont détaillés tous les résultats, à savoir :
- 1) Valeurs des déplacements et des rotations au niveau de chaque nœud ;
  - 2) Valeurs des contraintes ;
  - 3) Valeurs des réactions au niveau des appuis.

Pour plus de détails, voir ce programme sous forme d'organigramme en (figure 14.5).

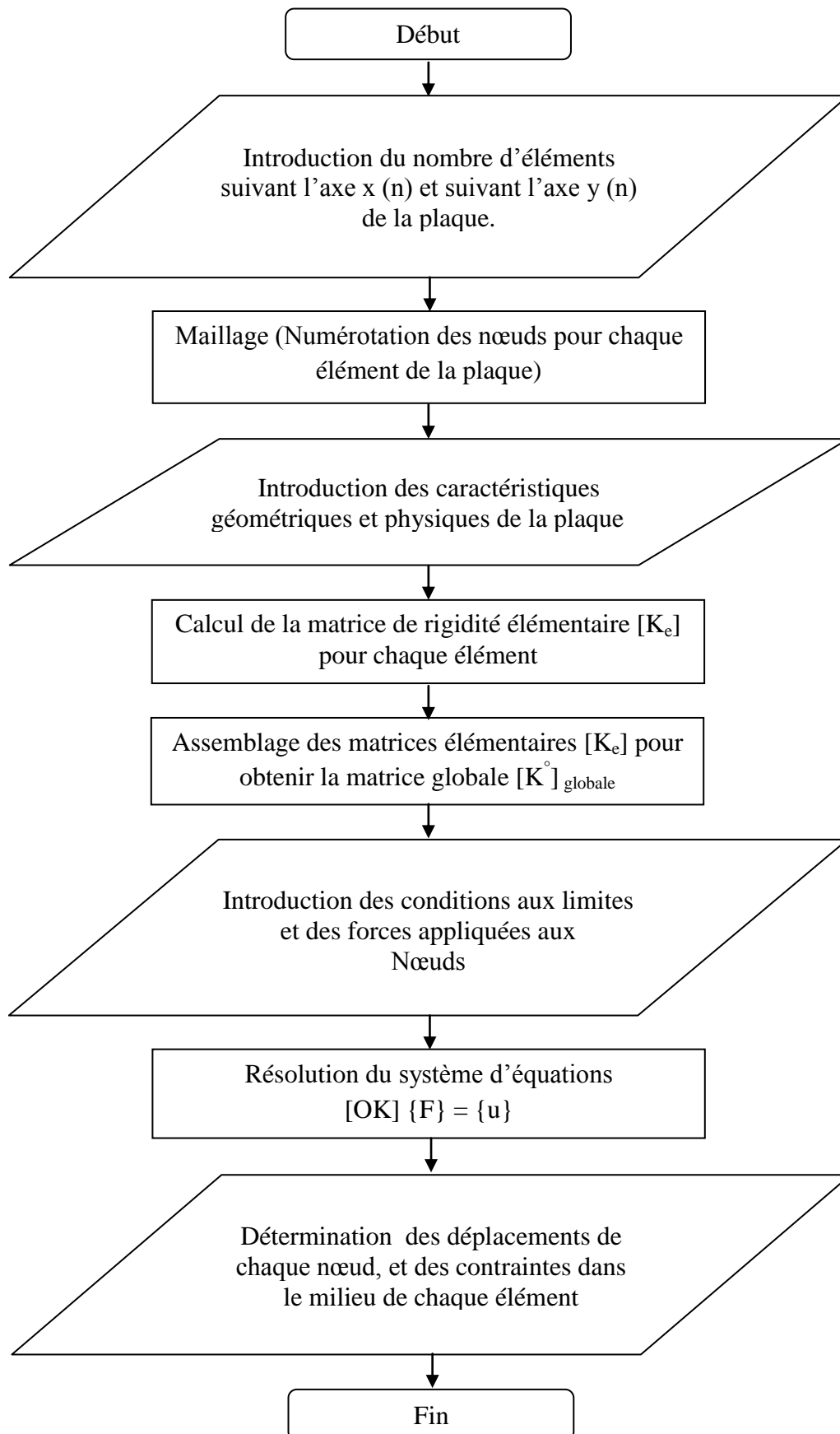
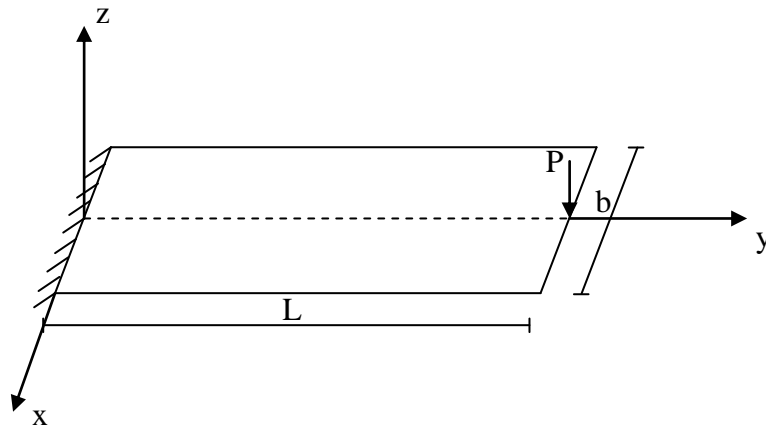


Figure 14.5. Organigramme du programme de calcul des plaques.

### 14.5.3. Console sous charge concentrée :

Nous traitons l'exemple de la (figure 14.6). Il s'agit d'évaluer le déplacement vertical  $W_{\max}$  à l'extrémité libre de la console, le rapport entre la longueur et l'épaisseur est donné par ( $\frac{L}{h} = 1$  à 100) afin de voir l'influence du cisaillement transversal introduit discrètement sur le comportement de la structure, la longueur  $L = 10$ , la largeur  $b = 1$ , le module d'élasticité (Module de Young) du matériau  $E = 1,2 \times 10^6$ , le coefficient de Poisson  $\nu = 0$ , une charge concentrée à l'extrémité de la console  $P = 0,1$ .



**Figure 14.6.** Console sous charge concentrée

ACM : Elément rectangulaire basé sur l'approche en déplacement pour l'étude de la flexion des plaques minces.

Le déplacement vertical à l'extrémité libre de la plaque est évalué, afin de montrer l'influence du cisaillement transversal sur le comportement de la console. La solution analytique du déplacement vertical  $W$  à l'extrémité libre donnée par :

$$W = \frac{4PL^3}{Eb^3} \left[ 1 + \frac{1}{2K} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right]$$

Si on néglige l'effet de cisaillement transversal ( $\frac{h}{L} \ll 1$ ), l'expression du déplacement vertical de la plaque devient :

$$W = \frac{4PL^3}{Eb^3}$$

Les résultats du déplacement vertical à l'extrémité libre sont présentés dans le tableau suivant:

$\frac{L}{h}$	$W_{\max}$						
	1	2	3	4	5	10	100
ACM	$3,34 \times 10^{-5}$	$2,67 \times 10^{-4}$	$9,06 \times 10^{-6}$	$2,14 \times 10^{-5}$	$4,18 \times 10^{-2}$	$3,34 \times 10^{-2}$	0,3344
SAP2000	$5,38 \times 10^{-7}$	$3,07 \times 10^{-6}$	$9,63 \times 10^{-6}$	$2,21 \times 10^{-5}$	$4,268 \times 10^{-5}$	$3 \times 10^{-4}$	0,3333
RDM6	$5,58 \times 10^{-7}$	$3,18 \times 10^{-6}$	$9,68 \times 10^{-6}$	$2,22 \times 10^{-5}$	$4,27 \times 10^{-5}$	$3,35 \times 10^{-4}$	0,3327
Solution Analytique	$5,33 \times 10^{-7}$	$3,06 \times 10^{-6}$	$9,62 \times 10^{-6}$	$2,21 \times 10^{-5}$	$4,261 \times 10^{-5}$	$3,35 \times 10^{-4}$	0,3333

**Tableau 14.1.** Influence de l'élanement  $L/h$  sur la flèche maximale du console.

• **Calcul de la solution analytique :**

✓ 1<sup>ère</sup> cas  $\frac{L}{h} = 1$  :

$$W = \frac{4PL^3}{Ebh^3} \left[ 1 + \frac{1}{2K} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right] = \frac{4 \times 0,1 \times 10^3}{1,2 \times 10^6 \times 1 \times 10^3} \left[ 1 + \frac{1}{2 \times \frac{5}{6}} \left( \frac{10}{10} \right)^2 \right] = 5,33 \times 10^{-7} \text{ mm}$$

✓ 2<sup>ème</sup> cas  $\frac{L}{h} = 2$  :

$$W = \frac{4PL^3}{Ebh^3} \left[ 1 + \frac{1}{2K} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right] = \frac{4 \times 0,1 \times 10^3}{1,2 \times 10^6 \times 1 \times 5^3} \left[ 1 + \frac{1}{2 \times \frac{5}{6}} \left( \frac{5}{10} \right)^2 \right] = 3,06 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

✓ 3<sup>ème</sup> cas  $\frac{L}{h} = 3$  :

$$W = \frac{4PL^3}{Ebh^3} \left[ 1 + \frac{1}{2K} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right] = \frac{4 \times 0,1 \times 10^3}{1,2 \times 10^6 \times 1 \times 3,33^3} \left[ 1 + \frac{1}{2 \times \frac{5}{6}} \left( \frac{3,33}{10} \right)^2 \right] = 2,21 \times 10^{-5} \text{ mm}$$

✓ 4<sup>ème</sup> cas  $\frac{L}{h} = 4$  :

$$W = \frac{4PL^3}{Ebh^3} \left[ 1 + \frac{1}{2K} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right] = \frac{4 \times 0,1 \times 10^3}{1,2 \times 10^6 \times 1 \times 2,5^3} \left[ 1 + \frac{1}{2 \times \frac{5}{6}} \left( \frac{2,5}{10} \right)^2 \right] = 9,62 \times 10^{-5} \text{ mm}$$

✓ 5<sup>ème</sup> cas  $\frac{L}{h} = 5$  :

$$W = \frac{4PL^3}{Ebh^3} \left[ 1 + \frac{1}{2K} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right] = \frac{4 \times 0,1 \times 10^3}{1,2 \times 10^6 \times 1 \times 2^3} \left[ 1 + \frac{1}{2 \times \frac{5}{6}} \left( \frac{2}{10} \right)^2 \right] = 4,26 \times 10^{-5} \text{ mm}$$

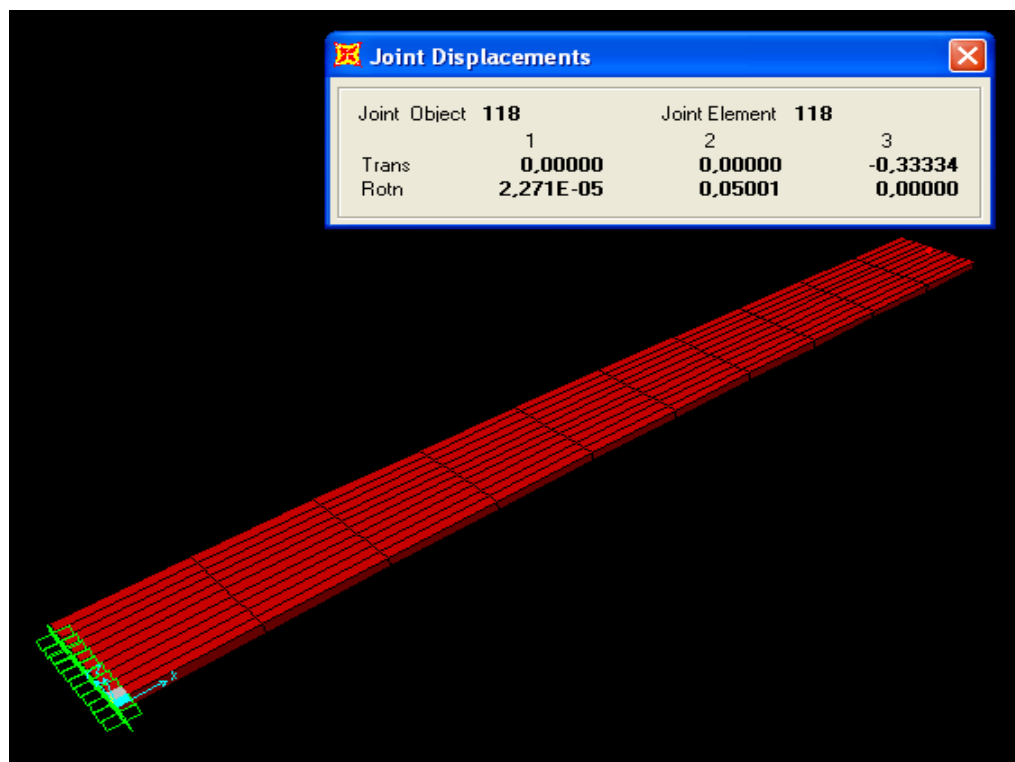
✓ 6<sup>ème</sup> cas  $\frac{L}{h} = 2$  :

$$W = \frac{4PL^3}{Ebh^3} = \frac{4 \times 0,1 \times 10^3}{1,2 \times 10^6 \times 1 \times 1^3} = 3,35 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

✓ 7<sup>ème</sup> cas  $\frac{L}{h} = 2$  :

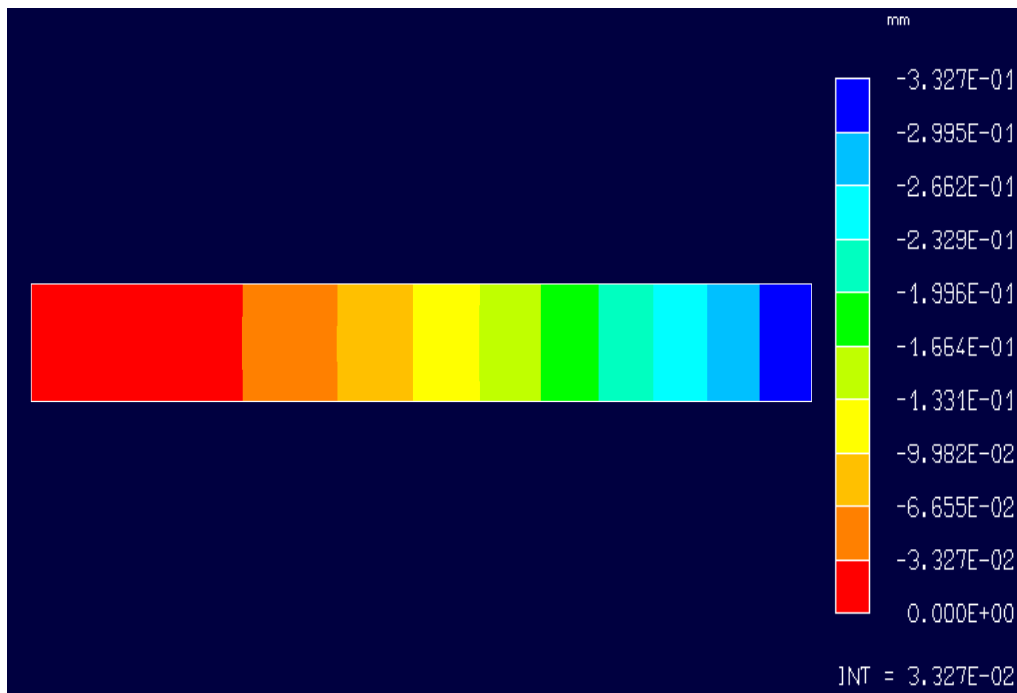
$$W = \frac{4PL^3}{Ebh^3} = \frac{4 \times 0,1 \times 10^3}{1,2 \times 10^6 \times 1 \times 0,1^3} = 0,3333 \text{ mm}$$

#### 14.5.3.1. Représentation graphique de la répartition des déplacements de la console par SAP 2000 V14 :



**Figure 14.7.** Présentation graphique par SAP 2000 V14 d'une console sous charge concentrée ( $\frac{L}{h} = 1$  à 100,  $P = 0,1$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $E = 1,2 \times 10^6$ ).

### 14.5.3.2. Représentation graphique de la répartition des déplacements par RDM 6 :



**Figure 14.8.** Présentation graphique par RDM 6 d'une console sous charge Concentrée ( $\frac{L}{h} = 1$  à 100,  $P = 0.1$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $E = 1.2 \times 10^6$ ).

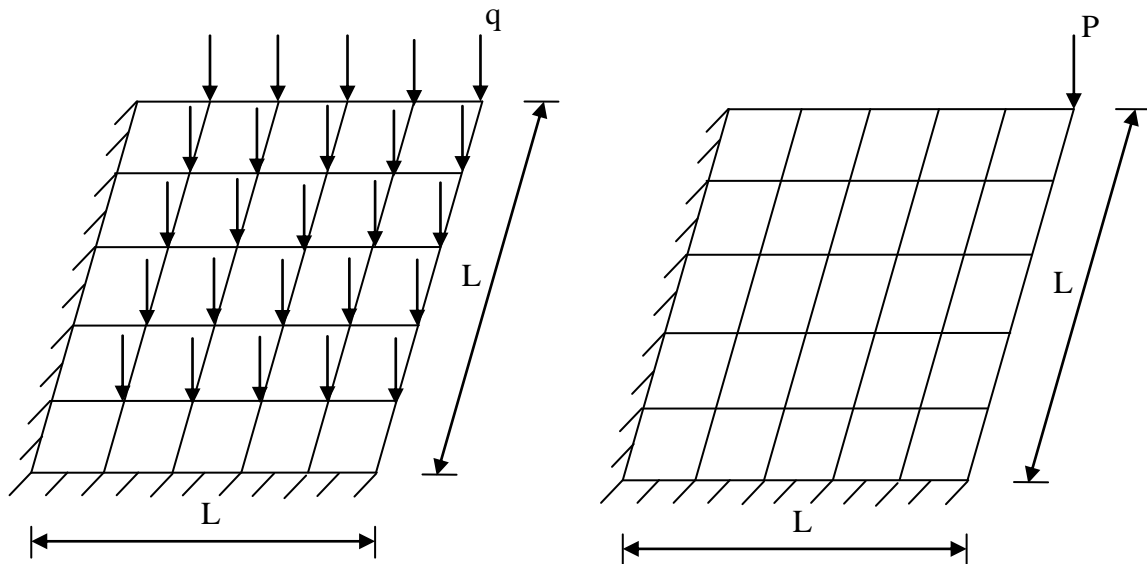
### 14.5.4. Flexion d'une plaque carrée à deux bords encastés et deux autres libres :

Dans cette partie, la plaque étudiée est discrétisée respectivement en différents maillages. Il s'agit de passer du maillage grossier au maillage fin pour montrer l'effet de la discrétisation géométrique sur la réponse de la plaque d'une part, et de prendre le maillage qui convient à la présente analyse d'autre part.

Dans ce cadre, nous avons effectué un calcul d'une plaque de côté  $L$ , homogène d'épaisseur  $h$ , possédant deux bords encastés et deux bords libres. La plaque est soumise à deux types de sollicitations :

- Charge Uniforme (C.U)
- Charge Concentré au Coin Libre (C.C.C.L)

Le maillage a été effectué avec des éléments rectangulaires (figure 14.9), il s'agit de quatre différentes discrétisations : à 4 éléments, à 16 éléments, à 64 éléments et en fin à 81 éléments, les résultats obtenus sont présentés ci-après :



**Figure 14.9.** Plaque carrée à deux bords encastrés et deux autres libres.

#### 14.5.4.1. Flexion d'une plaque carrée sous charge concentrée :

Cas d'une plaque carrée qui est caractérisée par deux bords encastrés et deux autres libres.

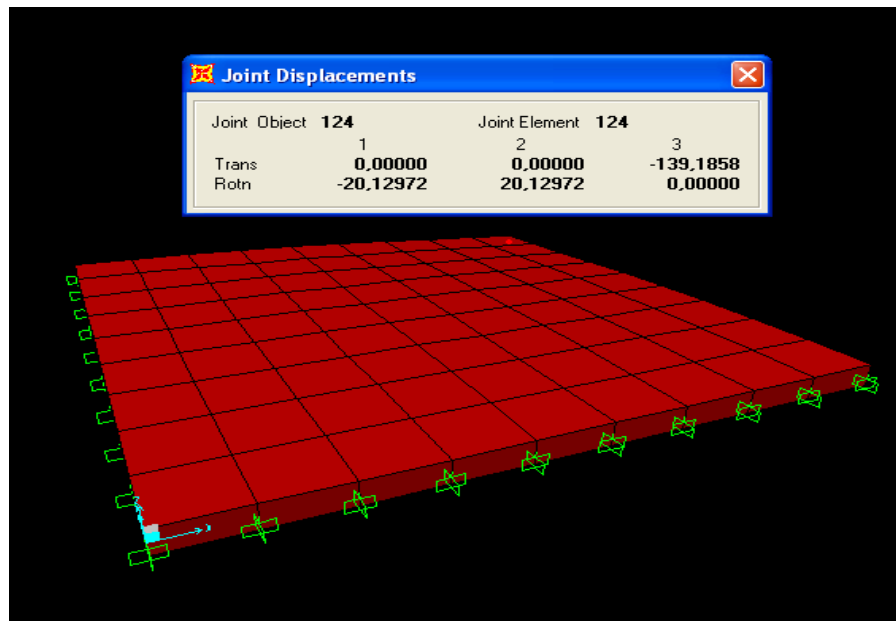
La convergence de la flèche maximale (C. C. C. L ;  $L = 10, h = 0.4, P = 100, \nu = 0,3, E = 3600$ ) est présentée dans le tableau suivant :

Maillage	Flèche maximale		
	ACM	SAP 2000	RDM 6
<b>2X2</b>	134,70	140,283	133,0
<b>4X4</b>	138,10	139,773	138,40
<b>8X8</b>	138,80	139,234	140,20
<b>9X9</b>	138,80	139,185	140,40
<b>Solution de réf. [17]</b>	139,07		

**Tableau 14.2.** Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastrés et deux autres libres sous charge concentrée.

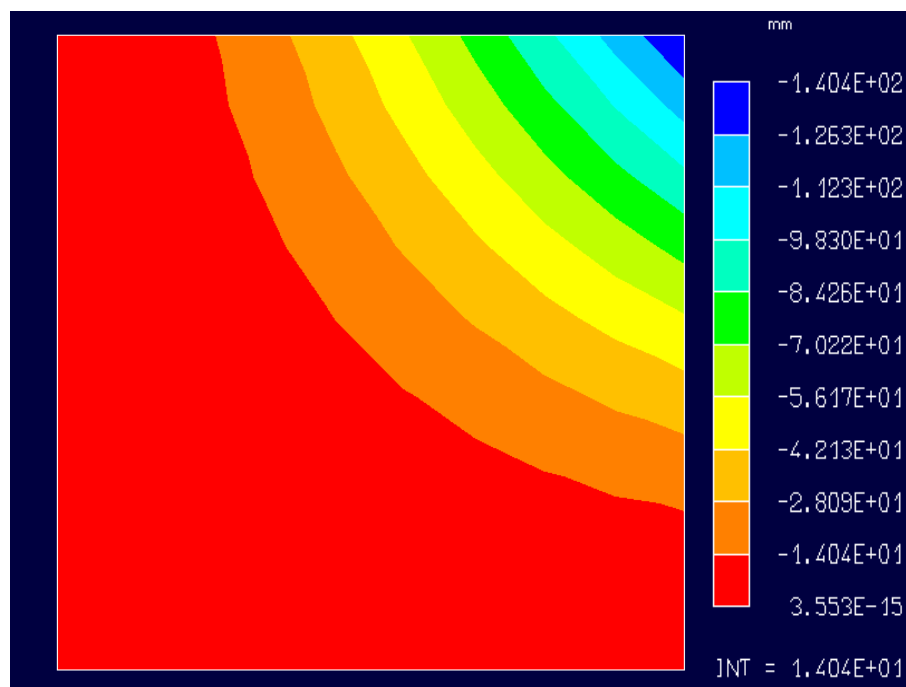


#### 14.5.4.1.1. Représentation graphique du logiciel SAP 2000 :



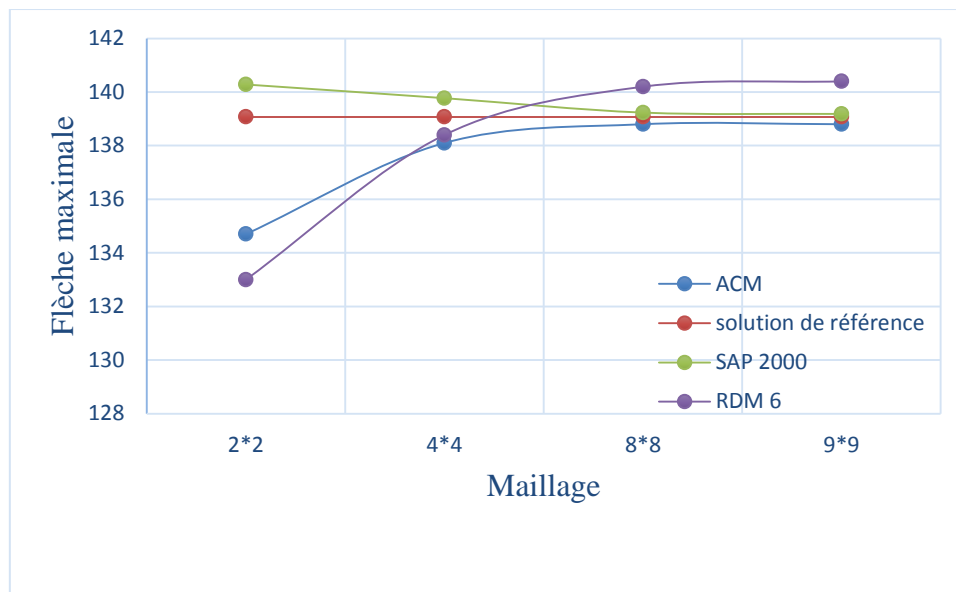
**Figure14.10.** Présentation graphique par SAP 2000 d'une plaque carrée à deux bords encastés et deux autres libres (C. C. C. L;  $L = 10$ ,  $h = 0.4$ ,  $P = 1000$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $E = 3600$ )

#### 14.5.4.1.2. Représentation graphique du logiciel RDM 6 :



**Figure14.11.** Présentation graphique par RDM 6 d'une plaque carrée à deux bords encastés et deux autres libres (C. C. C. L;  $L = 10$ ,  $h = 0.4$ ,  $P = 1000$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $E = 3600$ )

### 14.5.4.1.3. Représentation graphique des résultats :



**Figure 14.12.** Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastrés et deux autres libres sous charge concentrée.

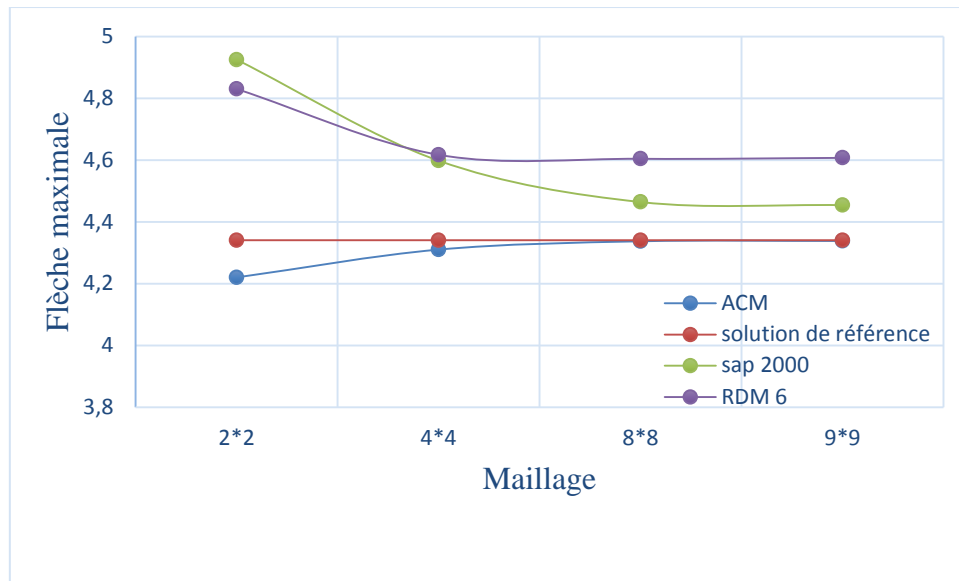
### 14.5.4.2. Flexion d'une plaque carrée sous charge uniformément répartie :

Pour une plaque carrée à deux bords encastrés et deux autres libres. La convergence de la flèche maximale (C.U;  $L = 1, h = 0.1, Q = 1, \nu = 0, E = 1000$ ) est donnée par la tableau suivant :

Maillage	Flèche maximale x 10		
	ACM	SAP 2000	RDM6
<b>2X2</b>	4,22	4,925	4,83
<b>4X4</b>	4,31	4,598	4,617
<b>8X8</b>	4,337	4,464	4,604
<b>9X9</b>	4,338	4,454	4,607
<b>Solution de réf.[17]</b>	4,3404		

**Tableau 14.3.** Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastrés et deux autres libres sous charge uniformément répartie.

#### 14.5.4.2.1. Représentation graphique des résultats :



**Figure 14.13.** Convergence de la flèche maximale d'une plaque carrée à deux bords encastrés et deux autres libres sous charge uniformément répartie.

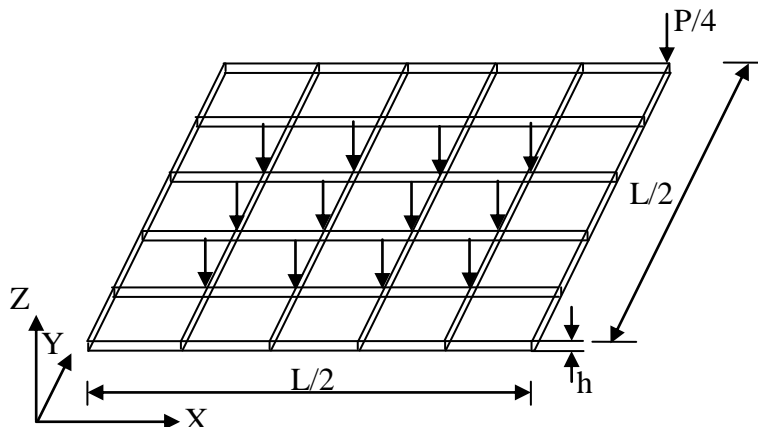
#### 14.5.4.3. Flexion d'un quart de la plaque carrée avec diverses conditions :

Pour simplifier la lecture, nous adoptons les notations suivantes:

- PE\_CU : Plaque Encastree sous Charge Uniforme.
- PE\_CCC : Plaque Encastree sous Charge Concentree au Centre.

Il est inutile de préciser les unités à cause des rapports adimensionnels. Par raison des conditions de symétrie, l'étude sera limitée au traitement du quart de la géométrie réelle de la plaque.

On représente le maillage le plus fin du quart de la plaque (figure 14.14).



**Figure 14.14.** Maillage du quart de la plaque.

Les résultats de la flèche adimensionnelle obtenus au centre pour divers schémas de maillage sont donnés sous formes de graphes, notre étude sera limitée à la modélisation d'un quart de la plaque pour des raisons de symétrie.

#### 14.5.4.3.1. Flexion d'une plaque mince ( $L/h = 100$ ) :

Pour différents maillages du quart de la plaque, la convergence de la flèche adimensionnelle maximale obtenue au centre est tracée sous forme de graphes.

Les résultats sont comparés à la solution analytique donnée par Timoshenko.

La plaque carrée est à deux bords encastres sous charge concentrée au centre.

La convergence de la flèche maximale (PE\_CCC;  $L = 20, h = 0.2, P = 1, \nu = 0.3, E = 10^6$ ) est présentée dans le tableau suivant :

Maillage	Flèche maximale ( $(WD/PL^2).10000$ )		
	ACM	SAP 2000	RDM6
<b>2X2</b>	61,3369	64,102	65,476
<b>4X4</b>	58,0219	58,608	61,666
<b>8X8</b>	56,7216	56,776	57,802
<b>10X10</b>	56,538	56,776	56,19
<b>Solution de Kirchhoff</b>	56,0		

**Tableau 14.4.** Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords encastres sous charge concentrée au centre ( $h = 0.2$ ).

La solution analytique est donnée par l'équation suivante :

PE\_CCC plaque mince :

$$(W_{\text{ref}} = 5,6 \cdot 10^{-3} \frac{PL^2}{D})$$

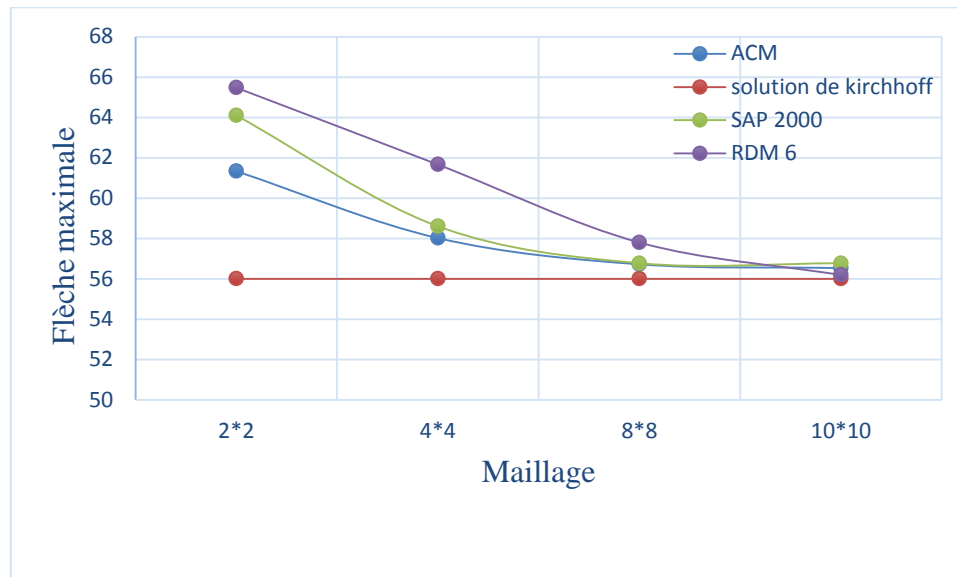
- **Calcul de la solution analytique :**

$$D = \frac{E \times h^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{10^6 \times 0,2^2}{12(1 - 0,3^2)} = 732,6007 \text{N/mm}$$

$$W_{\text{ref}} = 5,6 \cdot 10^{-3} \times \frac{1 \times 20^2}{732,6007} = 3,0576 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$w_{\text{Kir}} = W \frac{D}{L^2 \times P} \times 10000 = 56 \text{ mm}$$

#### 14.5.4.3.2. Représentation graphique des résultats :



**Figure 14.15.** Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords encastrés sous charge concentrée au centre ( $h = 0,2$ ).

#### 14.5.4.3.3. Flexion d'une plaque épaisse carrée ( $L/h = 10$ ) :

Le même test a été effectué pour les plaques épaisses, d'élancement 10.

La convergence de la flèche maximale est montrée ci-dessous pour une plaque encastree sous charge concentrée au centre.

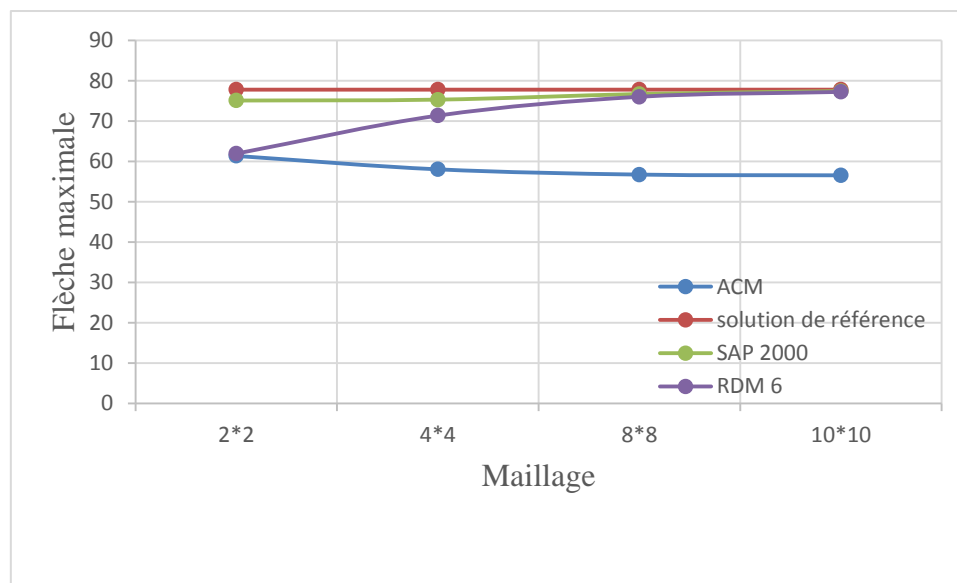
La plaque est carrée à deux bords encastrés sous charge concentrée au centre. La convergence de la flèche maximale (PE\_CCC;  $L = 20, h = 2,0, P = 1, \nu = 0,3, E = 10^6$ ) est présentée dans le tableau suivant :

Maillage	Flèche maximale ( $(WD/PL^2) \cdot 10000$ )		
	ACM	SAP 2000	RDM6
<b>2X2</b>	61,336	75,073	61,923
<b>4X4</b>	58,021	75,293	71,337
<b>8X8</b>	56,721	76,684	76,001

<b>10X10</b>	56,538	77,417	77,216
<b>Solution de Réf. [11]</b>	77,7		

**Tableau 14.5.** Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords encastrés sous charge concentrée au centre ( $h = 2$ ).

#### 14.5.4.3.4. Représentation graphique des résultats :



**Figure 14.16.** Convergence de la flèche maximale d'une Plaque carrée à deux bords encastrés sous charge concentrée au centre ( $h = 2$ ).

#### 14.5.5. Analyse et interprétation :

Les résultats numériques obtenus et montrés dans les figures (14.12), (14.13), (14.15) et (14.16), présentent une satisfaction importante, car lorsque le maillage de la plaque devient de plus en plus fin, les résultats de la simulation convergent suffisamment vers ceux de référence.

Plusieurs paramètres ont une influence sur la réponse et le comportement des plaques tel que le rapport géométrique ( $L/h$ ), le module de Young, le coefficient de Poisson.

Les résultats obtenus à l'aide des logiciels SAP2000 et RDM6 montrent clairement une excellente convergence dans l'analyse des plaques épaisses ou minces, et avec un maillage de 2x2 seulement.

L'utilisation du logiciel RDM6 nécessite un raffinement du maillage plus important (jusqu'à 10x20); pour obtenir la solution analytique souhaitée, vu l'utilisation de l'élément DKQ (Discrète Kirchhoff Quadrilatéral).

L'élément ACM a une convergence monotone dans le cas de l'analyse des plaques minces.

L'élément ACM a une insuffisance vis-à-vis de la convergence dans le cas des plaques épaisses (blocage très sévère en cisaillement transversal CT).

On conclusion ; l'élément étudié (ACM) a l'avantage d'étudier le problème de flexion des plaques minces de manière économique (car ne nécessitant pas un raffinement important du maillage, vu qu'un maillage de 10X10 éléments peut nous donner une convergence satisfaisante par rapport aux solutions de référence et cela pour la totalité des tests réalisés).

**Conclusion générale.**



## Conclusion générale :

Dans ce mémoire, nous avons effectué l'étude et la conception d'un viaduc autoroutier, cet ouvrage d'art s'inscrit dans le cadre de la réalisation de la pénétrante autoroutière reliant le port de Djen Djen à l'autoroute Est Ouest sur 110 km, Sa longueur est de 160 m, implanté dans la section de la wilaya de Sétif entre le PK 79+346 et le PK 79+506.

Dans ce même mémoire, une partie a été réservée à la modélisation des plaques par la méthode des éléments finis à travers la formulation d'un élément basé sur l'approche en déplacement (ACM), et l'utilisation d'un programme élément finis pour effectuer des tests de validation sur cet élément, dans le même contexte, une comparaisons a été faite entre les résultats donnés par l'élément en question ceux calculés à travers des codes calcul.

L'étude de l'ouvrage d'art objet de notre PFE nous a permis d'acquérir et d'approfondir nos connaissances à travers les différentes phases d'étude et de réalisation, tout en passant et sans s'y limiter, par les points suivants :

Dans la partie conception, nous avons essayé de répondre à la problématique du choix de la variante la plus satisfaisante, cette phase constitue une étape essentielle dans le projet ouvrage d'art. Plusieurs variantes ont été proposées et analysées, un choix à la fin été statué sur la variante la plus avantageuse pour le pré dimensionner et de l'étudier d'une manière profonde. Cette étude nous a permis d'acquérir aussi les différentes techniques d'assimilation des phénomènes physiques, le passage vers le logiciel à partir d'une modélisation correcte, la maîtrise de la réglementation régissant les principes de calcul et le dimensionnement des éléments et des sections dans le domaine des ouvrages d'art, ainsi d'approfondir nos connaissances théoriques et pratiques.

Ceci se fait à partir de la lecture des différentes références bibliographiques, l'utilisation du logiciel comme moyen de calcul et surtout grâce au côtoiement d'ingénieurs et de chercheurs dans le domaine de génie civil en utilisant le logiciel SAP 2000, SOCOTEC, ROBOT Millénium,...etc.

En générale, l'étude d'un pont met en évidence la maîtrise de plusieurs domaines des sciences de l'ingénieur telles que la résistance des matériaux, la mécanique des sols, les matériaux de construction, la mécanique des milieux continus, l'analyse des structures, la rhéologie des matériaux, les procédés de la précontrainte ainsi le calcul numérique par ordinateur.

La conception d'un pont résulte, le plus souvent, d'une démarche itérative, dont l'objectif est l'optimisation technique et économique de l'ouvrage de franchissement projeté vis-à-vis de l'ensemble des contraintes naturelles et fonctionnelles imposées.

D'autre part, cette étude nous a permis de mettre en évidence certains notions de base sur l'utilisation de la méthode des éléments finis dans l'analyse des plaques, à savoir :

- i- Comprendre le comportement élastique des plaques et donne de très bonne présentation de l'état flexionnel sous l'effet de chargement (répartie ou concentré).
- ii- L'influence d'une variation dans l'épaisseur  $h$  sur l'état flexionnel des plaques.
- iii- La formulation et l'utilisation des éléments de plaque formulés à travers l'approche en déplacement, et en particulier l'élément ACM.
- iv- L'élément ACM a une convergence monotone dans le cas de l'analyse des plaques minces.
- v- L'élément ACM a une insuffisance vis-à-vis de la convergence dans le cas des plaques épaisses (blocage très sévère en cisaillement transversal CT).
- vi- Dans Le calcul des plaques en flexion ; le logiciel SAP2000, a donné des résultats qui converge mieux vers la solution analytique, que le logiciel RDM6.
- vii- Le logiciel SAP2000 propose un nombre important d'exemple de modélisation des plaques (plaques sur fondation élastique, plaques orthotropes, plaques raidies....etc.).
- viii- Le logiciel RDM6 propose un nombre limité d'exemple de modélisation des plaques.
- ix- A la fin il y'a lieu de dire que la méthode des éléments finis présente des résultats qui se converge d'avantage avec ceux de les méthodes analytiques.

## Bibliographie

- [1] : Livre projet et construction des ponts :J.A Calgaro et M Virlogeux-Paris- 1991.
- [2] : Livre conception des ponts :Anne Bernard –Géry et Jen –Armand Calgaro –Paris -1991.
- [3] : fascicule 61 du CPC.
- [4] : RPOA 2008 : règles parasismiques applicables au domaine des ouvrages d'art, ministre des travaux publics, 2008.
- [5] : Cours ponts 1<sup>ème</sup>année master, 2016/2017.
- [6] : Guide technique SETRA : service d'études techniques des routes et autoroutes 1996.
- [7] : Règles B.A.E.L. 91, modifiées 99 : Règles techniques de conception et calcul des ouvrages et constructions en béton armé, suivant la méthode des états limites, Février 2000.
- [8] : Règles B.P.E.L. 91 : Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint, suivant la méthode des états limites, Avril 1992.
- [9] : Guide technique SETRA : service d'études techniques des routes et autoroutes 2007.
- [10] : Cours résistance des matériaux de 3<sup>ème</sup>année, 2015/2016.
- [11] : Documents SETRA.
- [12] : Guide technique SETRA, décembre 2013 (Joints de chaussée des ponts-routes).
- [13] : Service d'études techniques des routes et autoroutes. juillet 2007, Appareils d'appui en Élastomère fretté.
- [14] : Document **FOND 72, Fascicule 4.**
- [15] : Calcul manuel ROBOT.
- [16] : Alaa CHATEAUUNEUF, comprendre les éléments finis, Ellipses Edition Marketing S.A., 2005.

[17] : Belarbi M.T et Charif « Nouvel élément secteur basé sur le model en déformation avec rotation dans le plan », Revue Européenne des Eléments Finis Vol.7, Juin 1998.

❖ **Mémoire de fin d'étude :**

- Mémoire de fin d'étude (Zemamouche, Meghar) étude d'un pont à poutre en béton précontraint.
- Mémoire de fin d'étude (Guemmour, Boultif) étude d'un pont à poutre en béton précontraint.

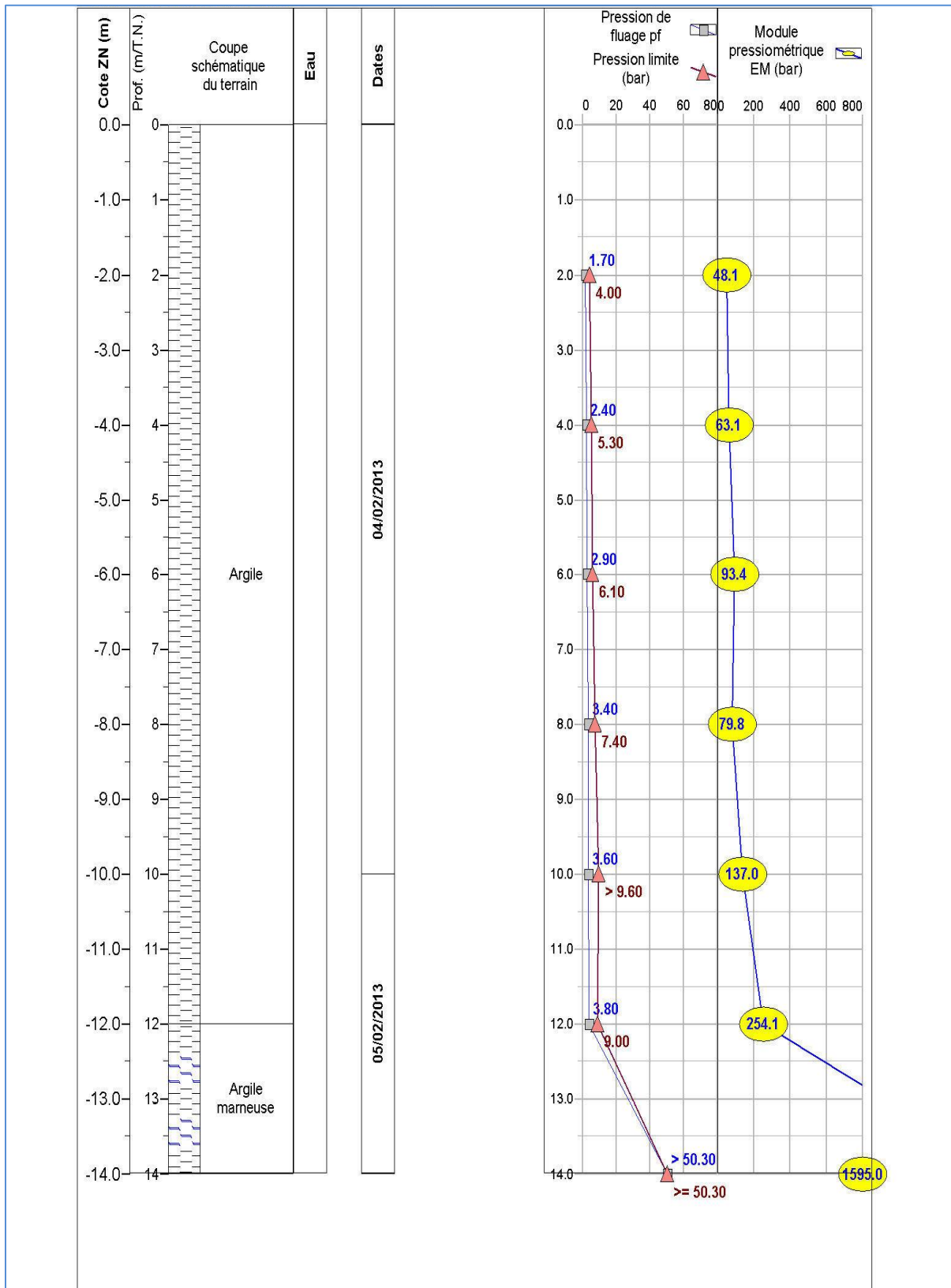
❖ **Logiciel utilisée :**

- ROBOT Millénium;
- Fortran;
- SAP2000;
- RDM6.

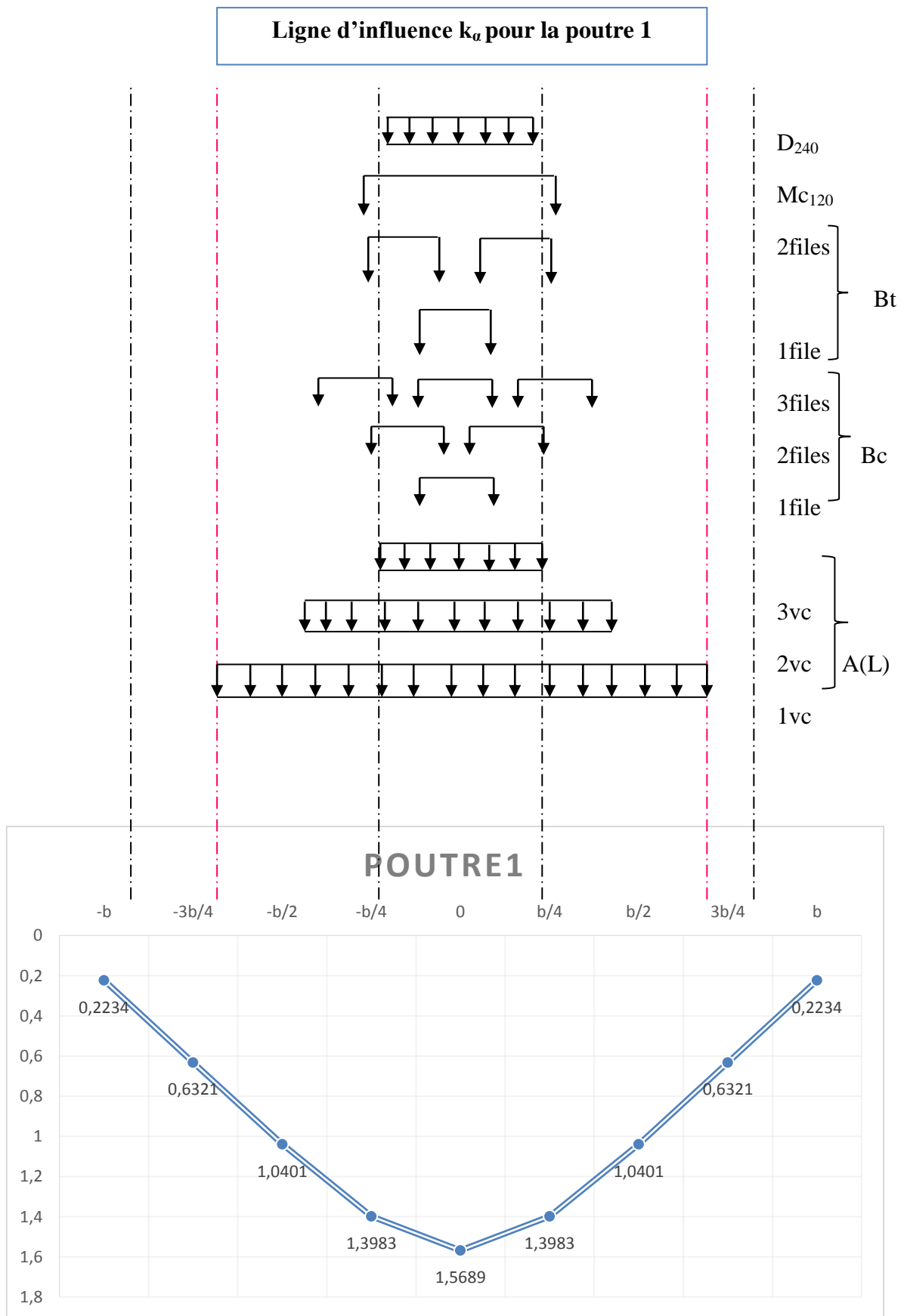


# **Annexes**

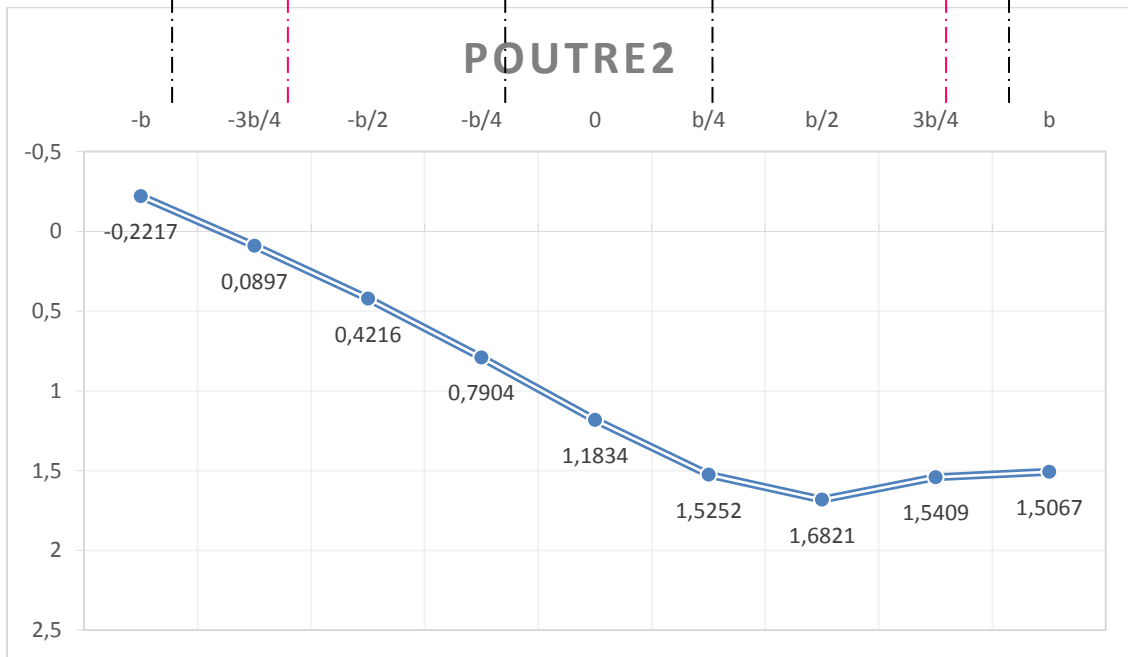
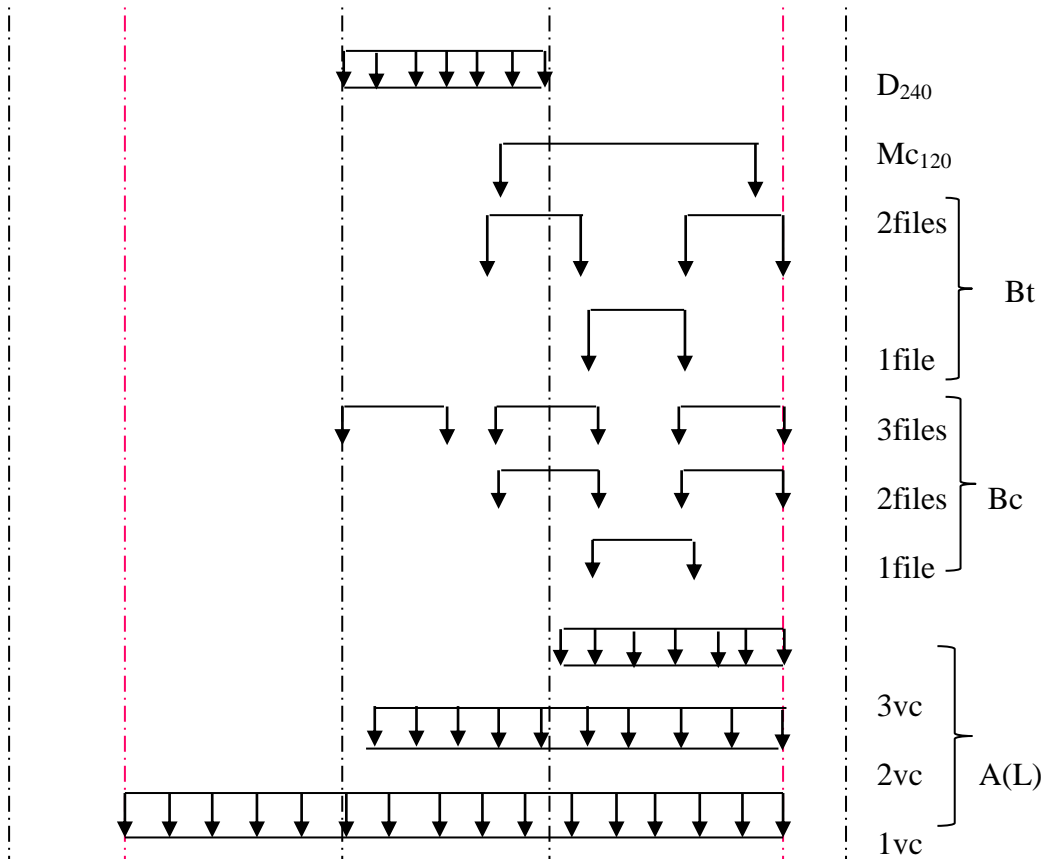
1. Sondage préssiométrique FPI 79-1 :



2. Les ligne d'influence :

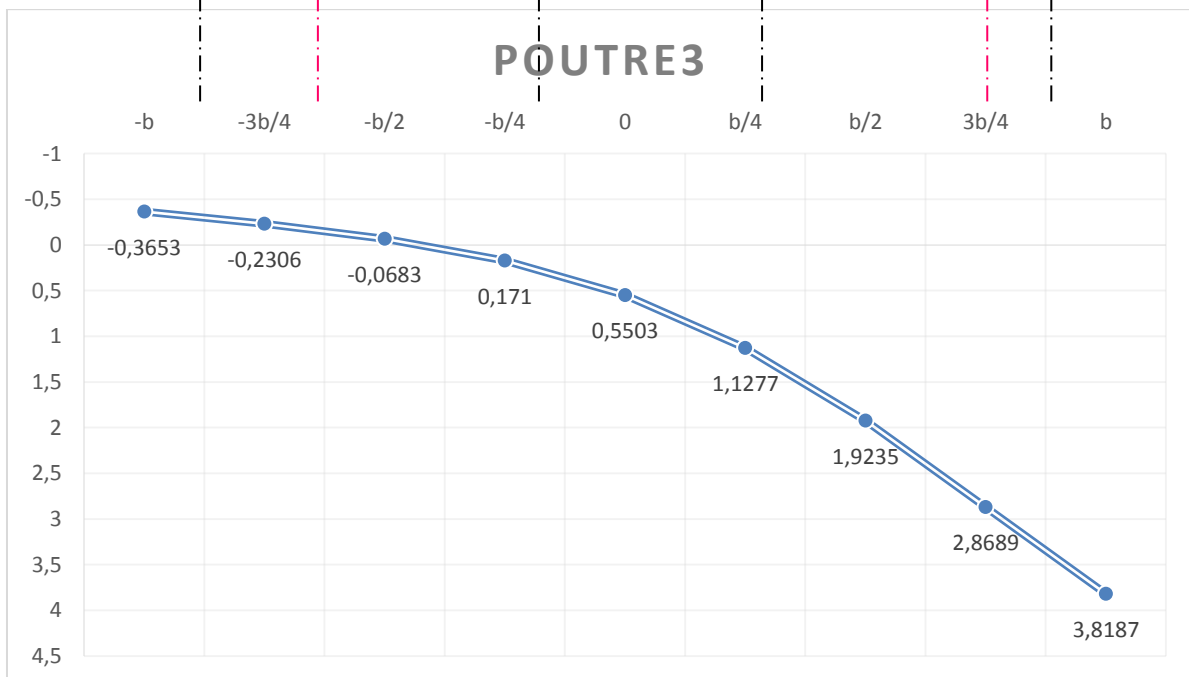
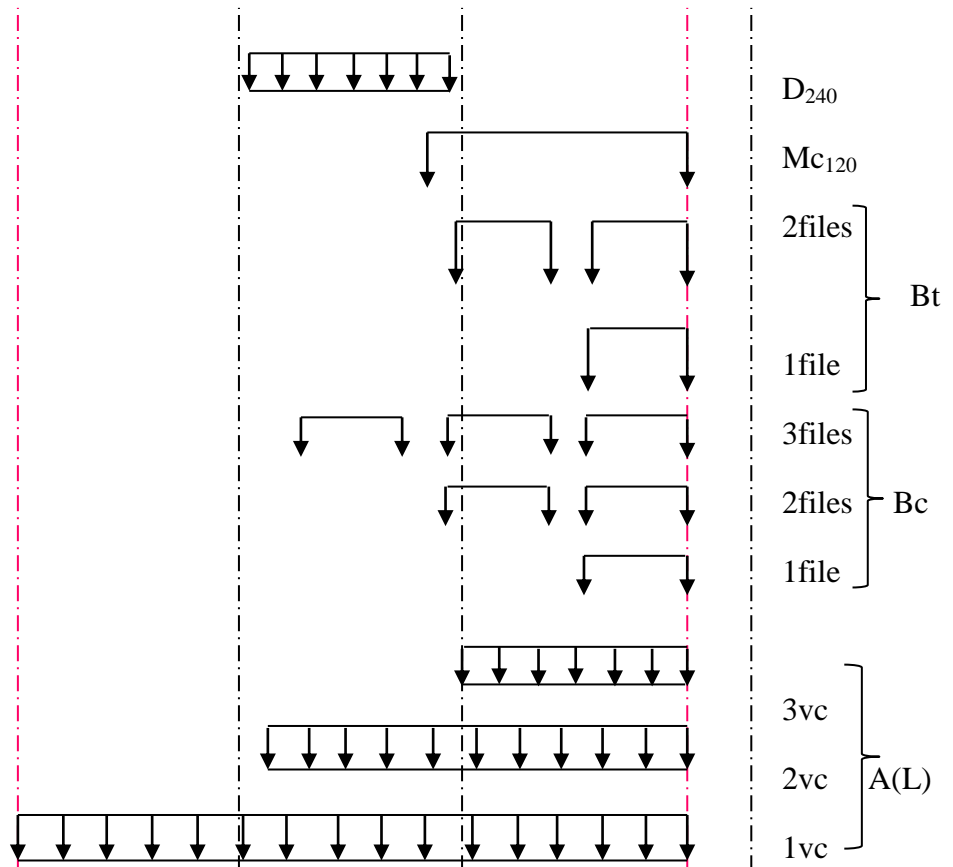


Ligne d'influence  $k_a$  pour la poutre 2

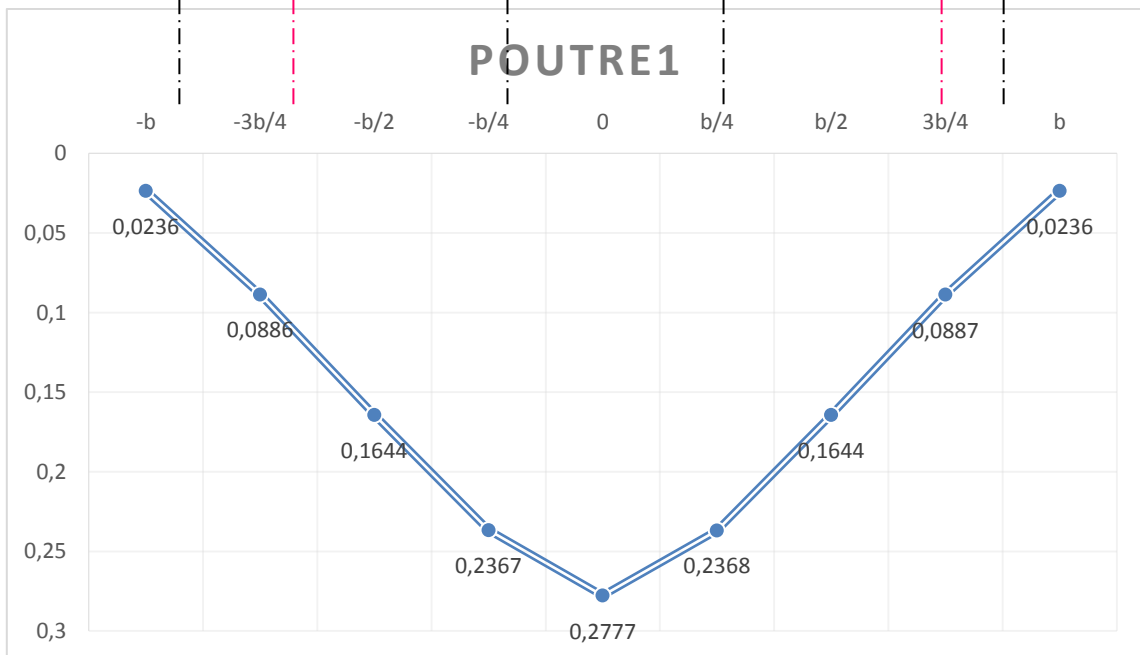
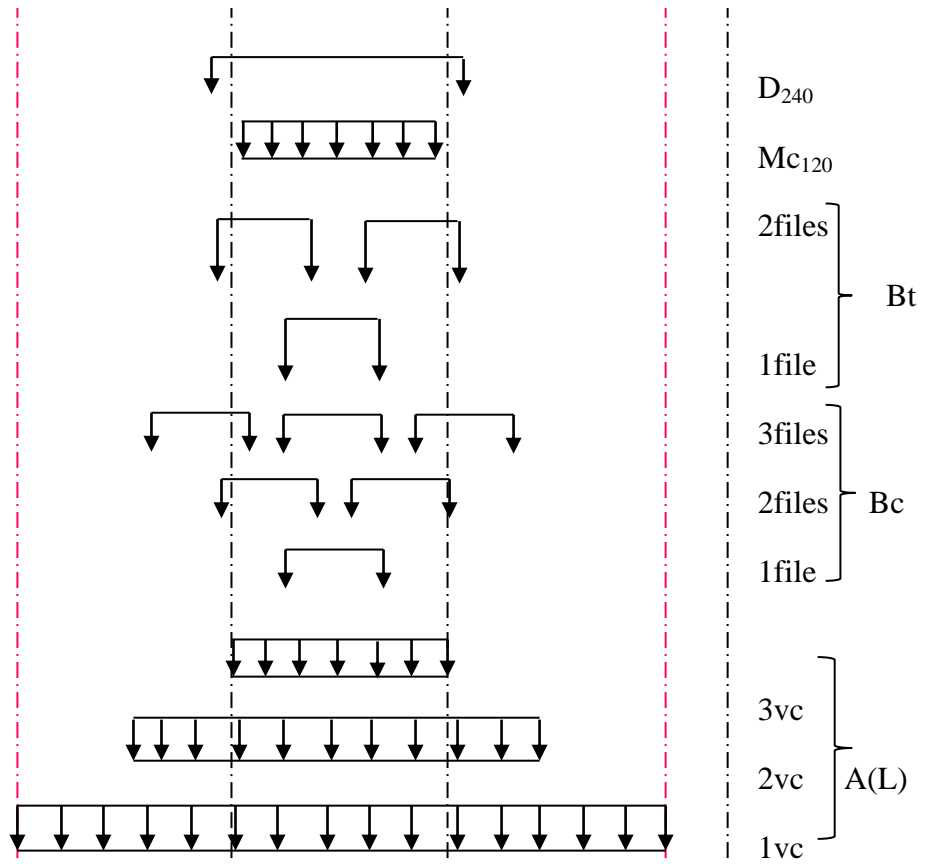




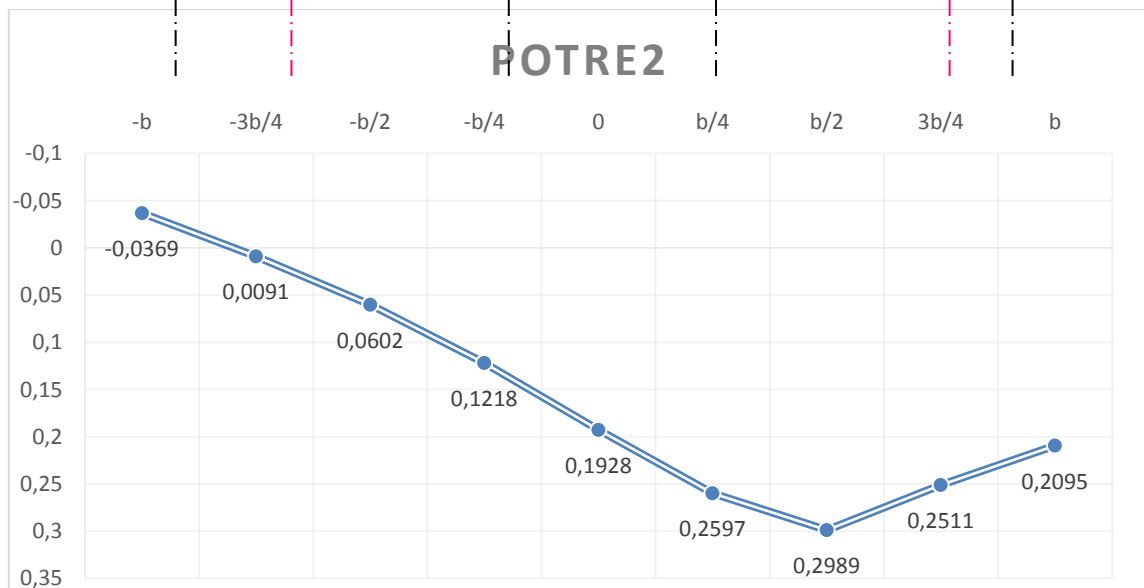
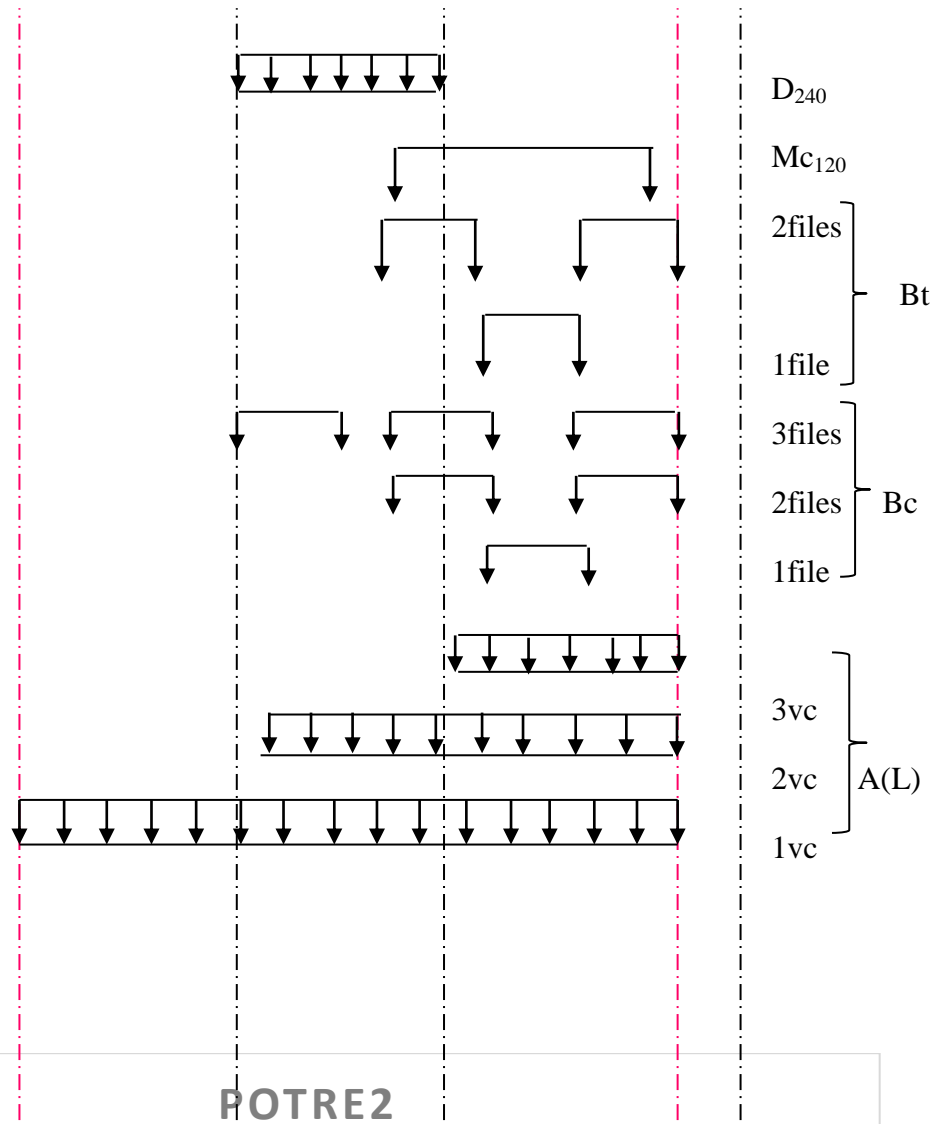
Ligne d'influence  $k_a$  pour la poutre 3



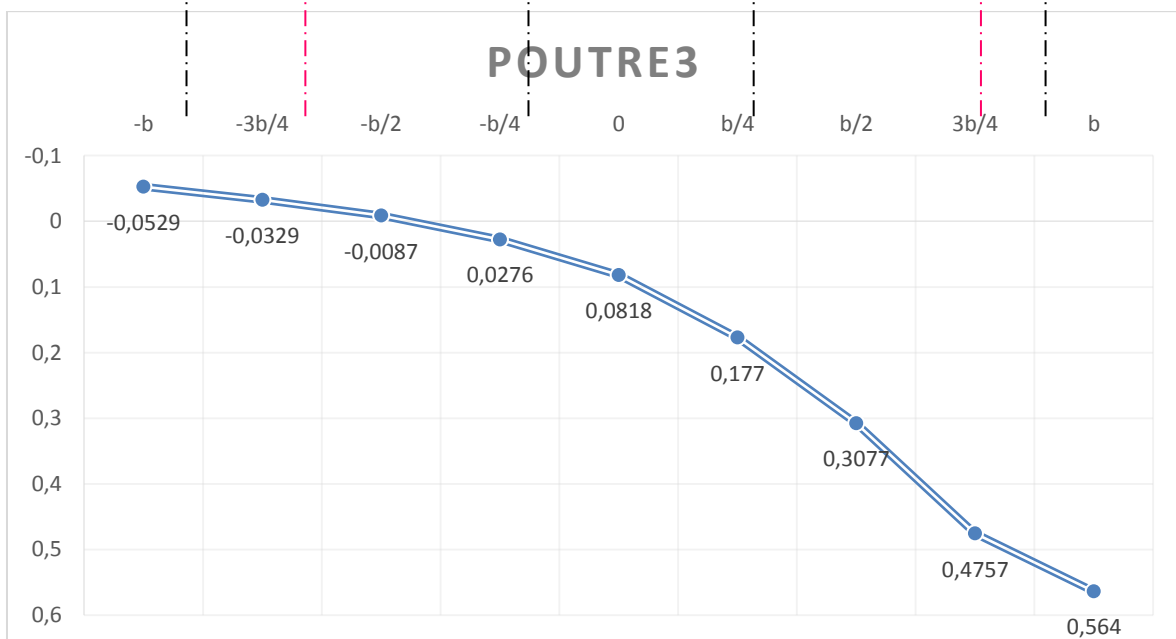
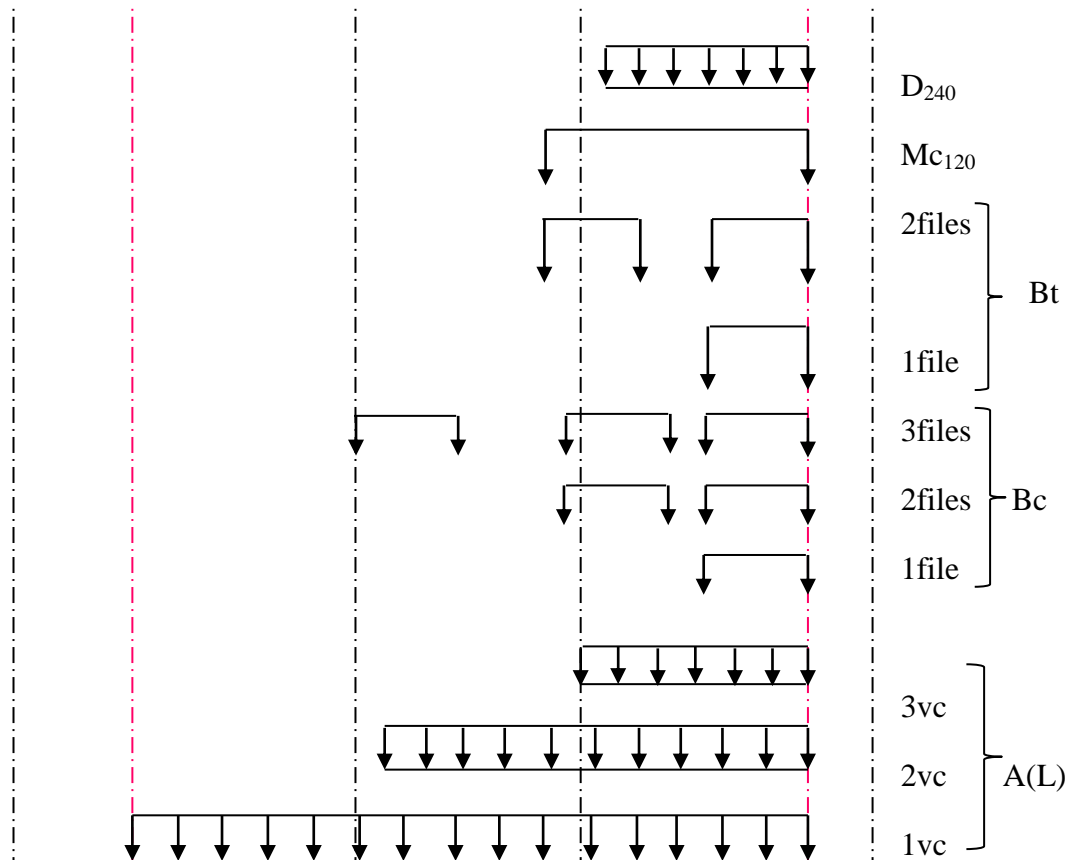
Ligne d'influence  $\varepsilon_a$  pour la poutre 1



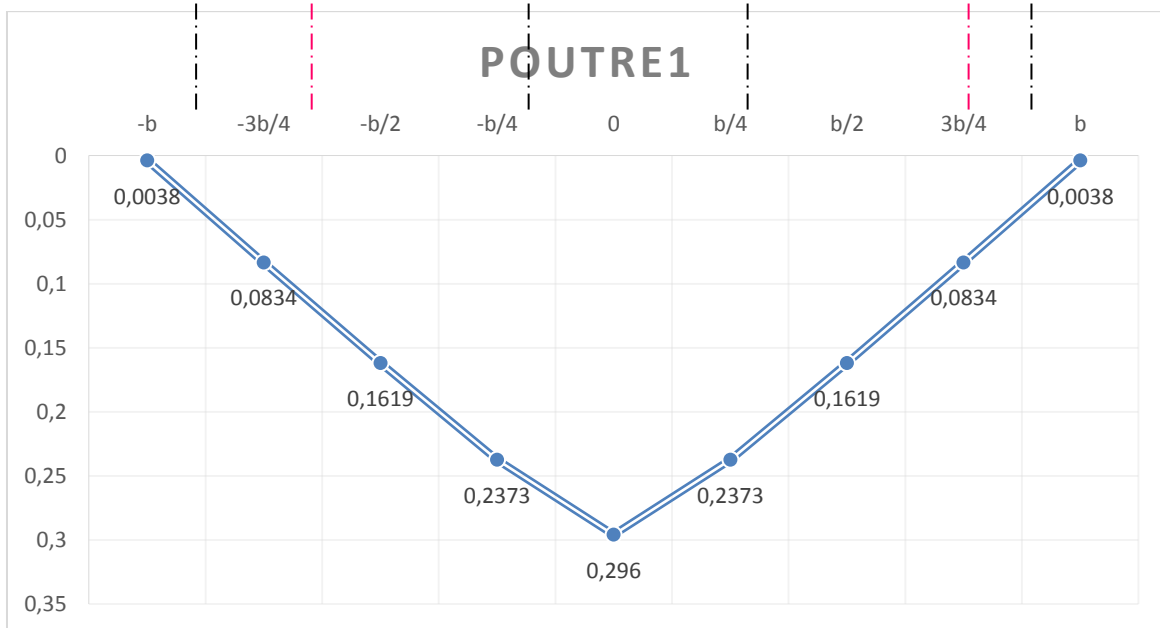
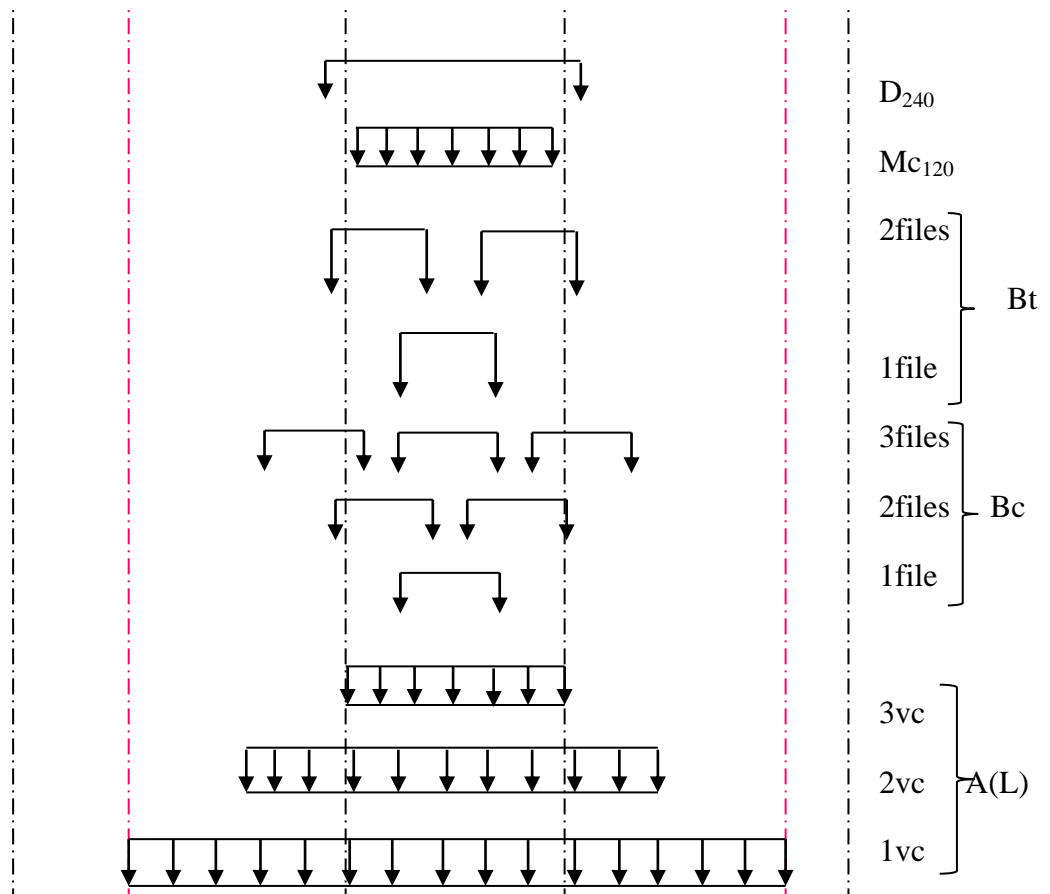
Ligne d'influence  $\varepsilon_a$  pour la poutre 2



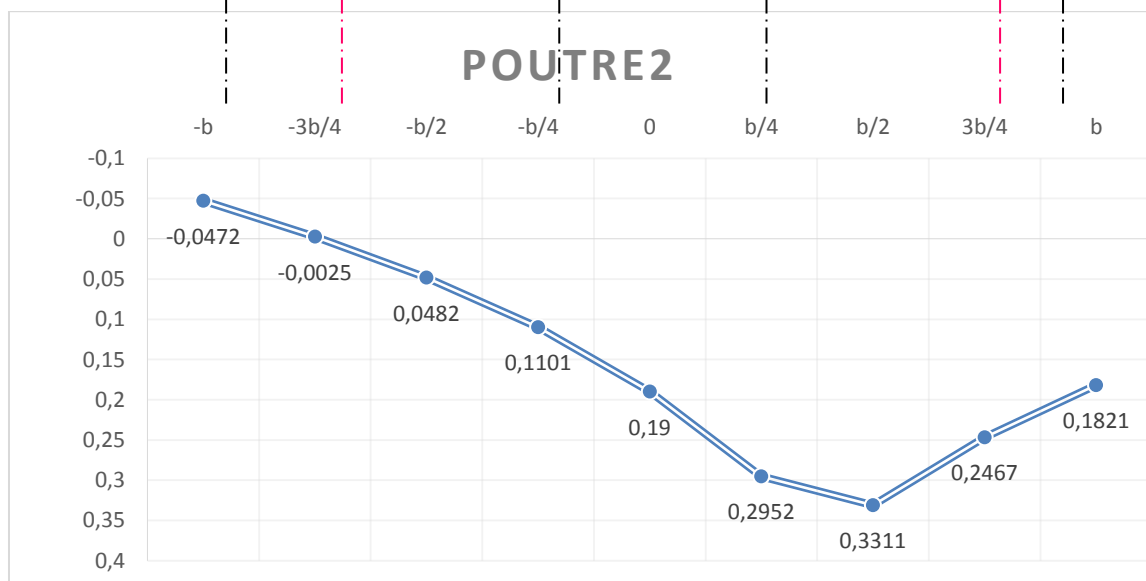
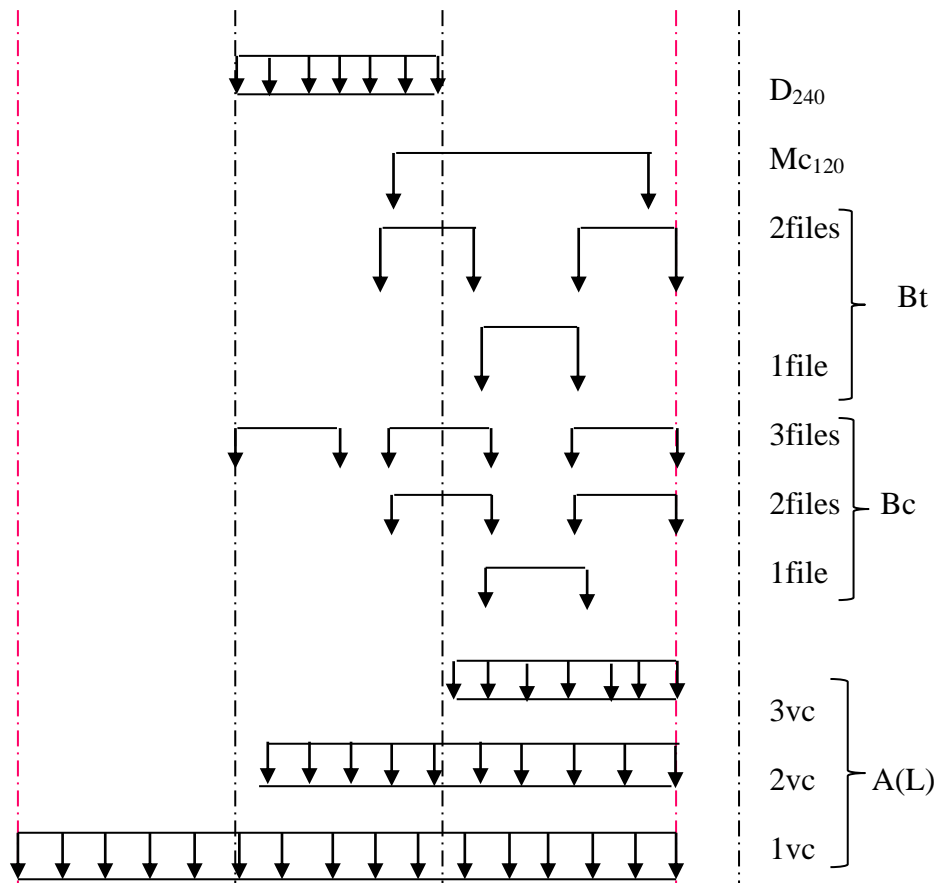
Ligne d'influence  $\varepsilon_a$  pour la poutre 3



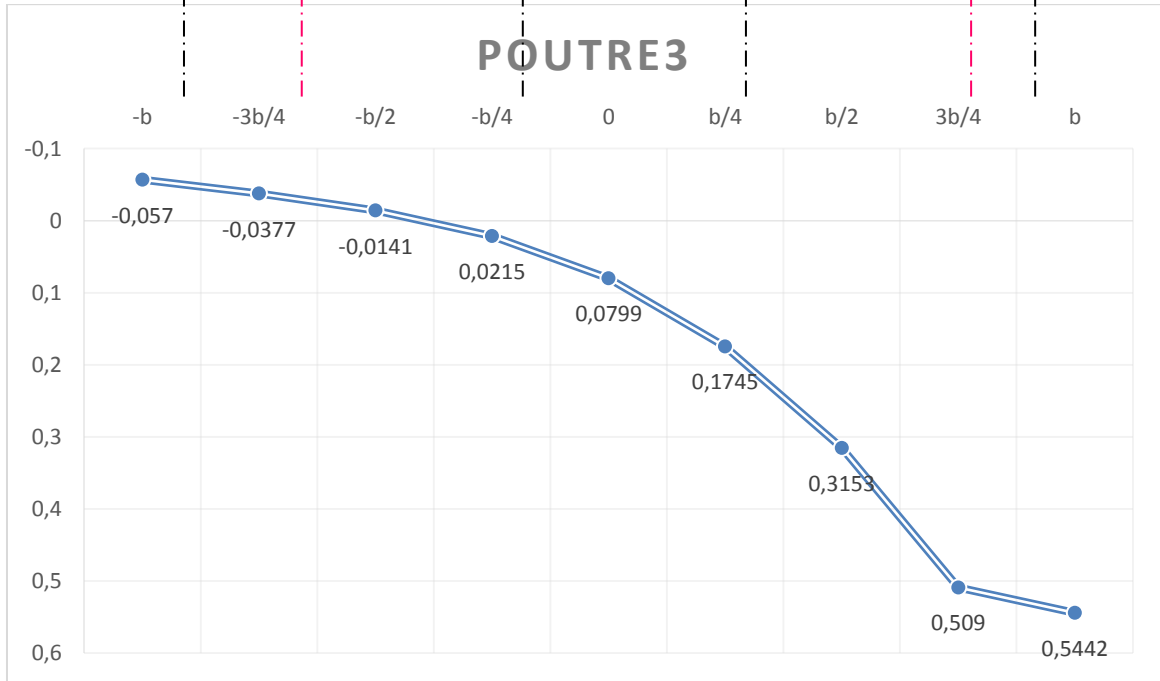
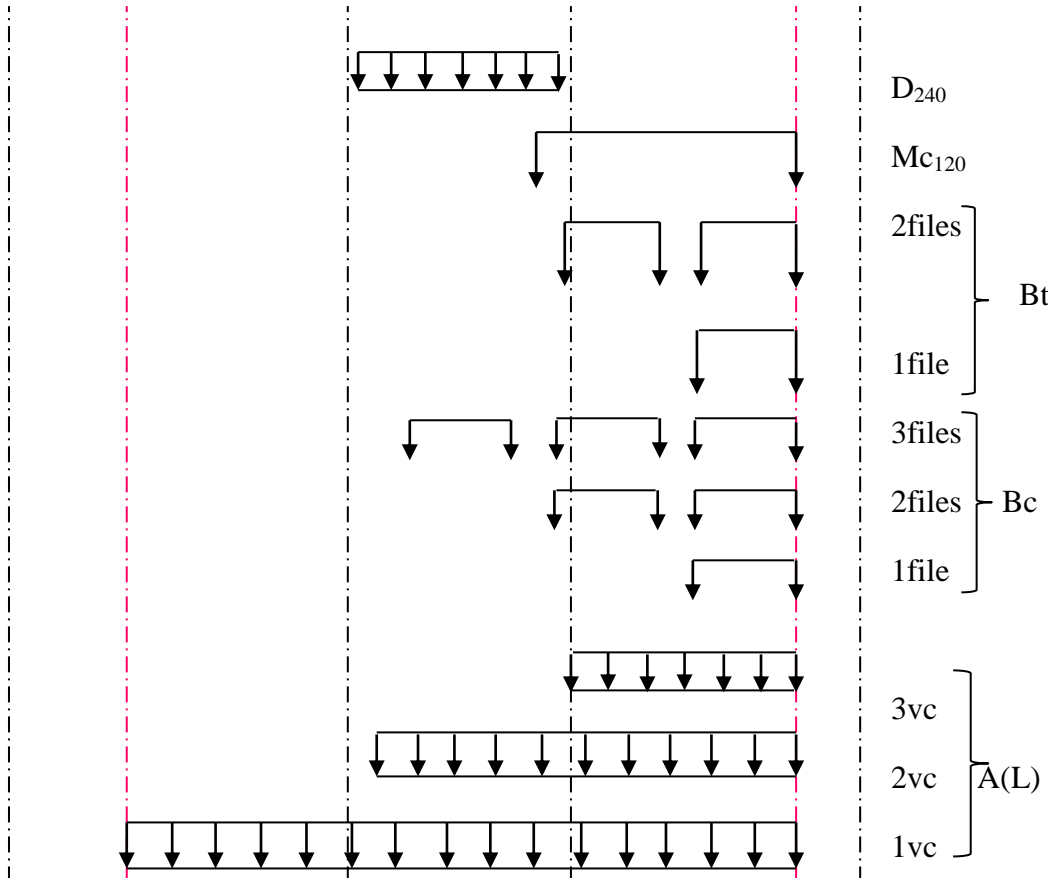
Ligne d'influence  $\bar{\varepsilon}_\alpha$  pour la poutre 1



Ligne d'influence  $\bar{\varepsilon}_\alpha$  pour la poutre 2



Ligne d'influence  $\bar{\varepsilon}_\alpha$  pour la poutre 3



---

### 3. ACM :

#### 3.1. Fichier de donné :

plaque \*\* encastree sur les 4 cotes charge uniformement repartie \*\*\*

2 2 NEx NEy

15 1 NTDI NTFI

1.E3 0.0 0.1 YOUNG POISSON EPAISSEUR

R 1. TYPE DE CHARGEMENT VALEUR DE LA CHARGE SI REPARTIE

COORDONNEES DES NOEUDS

0.0 0.0

0.0 0.5

0.0 1.0

0.5 0.0

0.5 0.5

0.5 1.0

1.0 0.0

1.0 0.5

1.0 1.0

DEPLECEMENTS IMPOSES

1 1 0

1 2 0

1 3 0

4 1 0

4 2 0

4 3 0



7 1 0

7 2 0

7 3 0

8 1 0

8 2 0

8 3 0

9 1 0

9 2 0

9 3 0

FORCES IMPOSEES

2 1 -1

### 3.2.Fichier de résultat « déplacement » :

#### CALCUL DES DEPLACEMENTS

```

+-----+
*      D E P L A C E M E N T S      *
+-----+

+-----+
* * * * *
* NODE* W * 0x * 0y *
* * * * *
*-----*
* 1 * .1911E-25*-.5230E-26*-.2010E-28*
*-----*
* 2 * .2035E+00*-.5276E+00*-.1492E+00*
*-----*
* 3 * .422E+00*-.3652E+00*-.3652E+00*
*-----*
* 4 * .1065E-25*-.5425E-26*-.4259E-27*
*-----*
* 5 * .9758E-01*-.2686E+00*-.2686E+00*
*-----*
* 6 * .2035E+00*-.1492E+00*-.5276E+00*
*-----*
* 7 * -.3259E-26*-.4058E-27*-.4058E-27*
*-----*
* 8 * .1065E-25*-.4259E-27*-.5425E-26*
*-----*
* 9 * .1911E-25*-.2010E-28*-.5230E-26*
+-----+

```

### 3.3. Fichier de résultat « moments » :

MAILLAGE: 2 x 2

```

+-----+
*      C O N T R A I N T E S      *
+-----+

ELEMENT 1

+-----+
* * * * *
* NODE* Mx * My * Mxy *
* * * * *
*-----*
* 1 * .1677E-25*-.2312E+00* .1045E-01*
*-----*
* 4 *-.1663E-25*-.1056E+00*-.9449E-02*
*-----*
* 5 * .1689E-01* .1611E-01*-.5263E-01*
*-----*
* 2 * .2292E-01* .5527E-01*-.7866E-02*
+-----+

ELEMENT 2

+-----+
* * * * *
* NODE* Mx * My * Mxy *
* * * * *
*-----*
* 2 * .2292E-01* .3668E-01*-.4170E-01*
*-----*

```

---

```
* 5 * .1689E-01* .1689E-01*-.4887E-01*
```

```
*-----+-----+-----+-----*
```

```
* 6 * .3668E-01* .2292E-01*-.4170E-01*
```

```
*-----+-----+-----+-----*
```

```
* 3 * .1747E-01* .1747E-01* .2634E-01*
```

```
+-----+-----+-----+-----+
```

#### ELEMENT 3

```
+-----+-----+-----+-----+
```

```
* * * * *
```

```
* NODE* Mx * My * Mxy *
```

```
* * * * *
```

```
*-----+-----+-----+-----*
```

```
* 4 * .2739E-25*-.1056E+00*-.1224E-01*
```

```
*-----+-----+-----+-----*
```

```
* 7 *-.2740E-25*-.2740E-25* .3253E-01*
```

```
*-----+-----+-----+-----*
```

```
* 8 *-.1056E+00* .2739E-25*-.1224E-01*
```

```
*-----+-----+-----+-----*
```

```
* 5 * .1611E-01* .1611E-01*-.1224E-01*
```

```
+-----+-----+-----+-----+
```

#### ELEMENT 4

```
+-----+-----+-----+-----+
```

```
* * * * *
```

```
* NODE* Mx * My * Mxy *
```

```
* * * * *
```

```
*-----+-----+-----+-----*
```

```
* 5 * .1611E-01* .1689E-01*-.5263E-01*
```

---

\*-----+-----+-----+-----\*

\* 8 \*-.1056E+00\*-.1663E-25\*-.9449E-02\*

\*-----+-----+-----+-----\*

\* 9 \*-.2312E+00\* .1677E-25\* .1045E-01\*

\*-----+-----+-----+-----\*

\* 6 \* .5527E-01\* .2292E-01\* .5522E-01\*

+-----+-----+