

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA JIJEL

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de l'électrotechnique

N° :/2023

MEMOIRE DE MASTER

DOMAINE: Sciences et Technologies

FILIERE: Electrotechnique

SPECIALITE : Electromécanique

Thème

**Régulation Automatique
D'une Fraiseuse**

Présenté Par : Boughaba Abdelhafid

Encadré Par : Moussa Lefouili

Fedsi Assil

Date de soutenance : 03/07/2023

Jury de Soutenance

Encadreur : Moussa Lefouili

Grade Pr

Univ MSB jijel

Examineur 1: Mounir Hadeif

Grade MCA

Univ MSB jijel

Examineur 2: Ammar Boulassel

Grade MAA

Univ MSB jijel

Promotion : 2022 /2023

Remerciements

Tout d'abord, nous remercions le grand Dieu qui nous a donné l'occasion de vivre cette journée et le remercions de nous avoir donné la force, le courage, la volonté, la patience et la santé durant toutes ces années d'étude et que grâce à lui ce travail a pu être réalisé.

On tient à remercier notre encadreur Dr. « Moussa Lefouili » pour ses conseils pertinents et éclairés, son aide était pour nous d'une importance capitale dans la réalisation et à la réussite de ce travail.

Nos remerciements vont également à toutes les personnes qui ont, de près ou de loin, apporté aide et encouragement.

On exprime nos profonds remerciements à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant de juger ce travail ainsi qu'à tous les enseignants du département électrotechnique.

Dédicace

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,

A mes chères sœurs et mes chers frères pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral,

A toute ma famille, mes amis et toute la promotion 2022/2023 'Electromécanique' pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infaillible,

Merci d'être toujours là pour moi.

.....

Sommaire

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I

Généralités sur les fraiseuses

I	Introduction.....	2
II	Définition d'une Fraiseuse.....	2
III	Classification des fraiseuses.....	2
	III.1 Fraiseuses d'outillage.....	2
	III.2 Fraiseuses de production (a programme, commande numérique).....	5
	III.3 Fraiseuses spéciales.....	5
IV	Caractéristiques des fraiseuses.....	6
	IV.1 Fonctionnelles.....	6
	IV.2 Dimensionnelles.....	6
V	Le fraisage.....	6
VI	Procédés de fraisage.....	7
VII	Opérations de fraisage.....	8
VIII	Caractéristiques des fraises.....	8
IX	Différents types des fraises.....	10
X	Modes de coupe.....	15
XI	Conclusion.....	17

Chapitre II

L'asservissement

I	Introduction.....	18
II	Signaux et Systèmes.....	19
	II.1 Définitions.....	19
	II.2 Concept général d'un Asservissement.....	20
	II.3 Schéma fonctionnel type d'un système Asservi.....	20
	II.4 Performances d'un système Asservi.....	21
	II.4.1 La précision.....	21
	II.4.2 La rapidité.....	22

	II.4.3	La stabilité.....	22
	II.5	Signaux typiques Causaux.....	23
III		Fonction de transfert.....	24
	III.1	Définition.....	24
IV		Transformée de Laplace.....	25
	IV.1	Définition.....	25
	IV.2	Propriétés fondamentales de la transformation de Laplace.....	25
	IV.2.1	Linéarité.....	26
	IV.2.2	Transformation de Laplace d'une dérivée.....	26
	IV.2.3	Transformation de Laplace d'une intégrale.....	26
	IV.2.4	Changement d'échelle.....	26
	IV.2.5	Théorème de la valeur initiale.....	26
	IV.2.6	Théorème de la valeur finale.....	26
	IV.3	Transformée de Laplace inverse.....	27
	IV.4	Transformées de Laplace de quelques fonctions usuelles.....	27
V		Méthodes d'Analyses.....	28
	V.1	Analyse temporelle.....	28
	V.1.1	Introduction.....	28
	V.1.2	Solution de l'équation différentielle.....	28
	V.1.3	Stabilité d'un SACL.....	28
	V.1.4	Système fondamental des ordres.....	29
	V.2	Analyse Fréquentielle.....	33
	V.2.1	Introduction.....	33
	V.2.2	Réponse fréquentielle.....	34
	V.2.3	Fonction de transfert complexe.....	34
	V.2.4	Outils d'étude.....	34
	V.2.5	Gain et phase.....	34
	V.2.6	Les diagrammes d'analyse fréquentiel.....	35
VI		Stabilité des systèmes asservis.....	39
	VI.1	Introduction.....	39

VI.2	Conditions de stabilité.....	39
VI.3	Critère de stabilité.....	40
VI.3.1	Critère graphique du Revers.....	40
VI.3.2	Critère algébrique de Routh.....	42
VI.3.3	Lieu d'Evans.....	43
VI.3.4	Les marges de stabilité.....	44
VII	Conclusion.....	46

Chapitre III

Régulation Automatique d'une fraiseuse

I.	Introduction.....	47
II.	Présentation de la régulation Automatique.....	47
III.	L'asservissement d'une fraiseuse.....	49
III.1	Mise en équations.....	49
III.2	Le schéma fonctionnel du système.....	50
III.3	Données numériques.....	51
III.4	Fonction de transfert en boucle ouvert.....	51
III.5	Fonction de transfert en boucle fermée.....	52
III.6	Equation caractéristique.....	52
III.7	Critère de stabilité de Routh.....	52
III.8	Tableau de Routh pour plusieurs valeurs de K_A	53
III.9	Lieu d'Evans ou lieu des racines.....	54
IV.	Analyse temporelle.....	55
IV.1	La réponse indicielle.....	55
IV.2	La réponse impulsionnelle.....	57
IV.3	La réponse en vitesse.....	57
V.	Analyse fréquentielle.....	58
V.1	Diagramme de Bode.....	58
	• Représentation du module $A_{dB}(\omega)$ et de la phase $\varphi(\omega)$	58
	• Marge de gain et marge de phase du système.....	59
V.1	Diagramme de Nyquist.....	60

	• Marge de phase et marge de gain.....	62
VI.	Conclusion.....	63
	Conclusion Générale.....	64

Liste des figures

Chapitre I

Fig.I.1 Fraiseuse universelle.....	3
Fig.I.2 La fraiseuse horizontale modèles XZ6350A – Bing.....	4
Fig.I.3 Fraiseuse verticale	4
Fig.I.4 Fraiseuses commande numérique.....	5
Fig.I.5 Fraiseuse spéciale.....	5
Fig.I.6 Mouvement de coupe et d'avance.....	6
Fig.I.7 Fraisage en bout.....	7
Fig.I.8 Fraisage en roulant.....	8
Fig.I.9 Fraise cylindrique.....	8
Fig.I.10 Fraise conique.....	8
Fig.I.11 Denture droite.....	9
Fig.I.12 Quelques figures de denture.....	9
Fig.I.13 Quelques figures cylindriques ou coniques.....	9
Fig.I.14 Caractéristiques des fraises.....	10
Fig.I.15 Différents types de fraises.....	11
Fig.I.16 Différents types de fraises.....	12
Fig.I.17 Fraises en avalant.....	16
Fig.I.18 Fraisage en opposition.....	17

Chapitre II

Fig.II.1 système de commande en boucle ouverte.....	19
Fig.II.2 systèmes de commande en boucle fermée.....	20
Fig.II.3 Concept général d'un Asservissement.....	20
Fig.II.4 Organisation fonctionnelle d'un système asservi.....	21
Fig.II.5 Précision statique d'un Système Asservi.....	21
Fig.II.6 Caractérisation de la rapidité d'un système par le temps de réponse à 5%.....	22
Fig.II.7 Stabilité d'un système asservi.....	23
Fig.II.8 Schéma bloc d'un système en boucle fermée.....	25
Fig.II.9 Réponse impulsionnelle d'un système du premier ordre.....	29

Fig.II.10 Réponse indicielle d'un système du premier ordre.....	30
Fig.II.11 Réponse en vitesse d'un système du premier ordre.....	31
Fig.II.12 Réponse impulsionnelle d'un système du second ordre.....	32
Fig.I.13 Réponse indicielle d'un système du second ordre.....	33
Fig.II.14 Diagramme de Bode Gain et phase d'un système du 1er ordre.....	36
Fig.II.15 Diagramme de Bode Gain et phase d'un système du 2eme ordre.....	37
Fig.II.16 Lieu de Nyquist d'un système du second ordre.....	39
Fig.II.17 Conditions de stabilité.....	40
Fig.II.18 Critère de revers à partir du lieu de Nyquist.....	41
Fig.II.19 Illustration du critère du Revers dans le plan de Bode.....	41
Fig.II.20 Marge de gain et marge de phase dans le plan de Bode.....	45
Fig.II.21 : Marge de gain et marge de phase dans le plan de Nyquist.....	46

Chapitre III

Fig.III.1 Schéma d'une Régulation Automatique d'une fraiseuse.....	48
Figure III.2 Schéma Fonctionnel de la régulation.....	50
Figure III.3 Schéma Fonctionnel simplifié de la régulation.....	51
Fig. III.4 Lieu d'Evans du système pour plusieurs valeurs du gain.....	54
Fig. III.5 Lieu d'Evans du système pour $KA=1$	55
Fig. III.7 réponses indicielles $KA=KAop$	56
Fig. III.8 réponses impulsionnelle.....	57
Fig. III.9 Réponse en vitesse.....	57
Fig. III.10 Diagramme de Bode.....	59
Fig. III .1 lieu de Nyquist du système.....	61
Fig. III.12 Zoom du lieu de Nyquist du système.....	62

List des Tableau

Chapitre I

Tableau.I.1 formes usines se base des fraises (ARS).....	14
Tableau.I.2 Formes usinées de base des a plaquettes carbure.....	15

Chapitre II

Tableau.II.1 Signaux typiques.....	23
------------------------------------	----

Chapitre III

Tableau III.1 Table de Routh pour plusieurs valeurs du gain.....	53
Tableau III. 2 Quelques valeurs du gain et de la phase pour tracer le lieu de Bode.....	58
Tableau III.3 Marge de phase et marge de gain pour plusieurs valeurs du gain (Bode).....	60
Tableau III.4 Quelques valeurs pour tracer le lieu de Nyquist.....	60
Tableau III.5 Marge de phase et marge de gain pour plusieurs valeurs de K_A (Nyquist).....	62

Introduction générale

Introduction générale

Une fraiseuse est une machine-outil utilisée pour usiner tous types de pièces mécaniques, à l'unité ou en série, par enlèvement de matière à partir de blocs ou parfois d'ébauches estampées ou moulées, à l'aide d'un outil coupant nommé **fraise**, qui lui a donné son nom.

Le développement de l'industrie exige un système d'appareillage qui permet d'améliorer le travail, accélérer les rythmes de productivité, augmenter la qualité des produits et diminuer les coûts de maintenance. L'automatisation de la production est le fer de lance de l'industrie moderne qui doit répondre aux exigences de performance du processus tributaire de la fiabilité des équipements.

Dans ce travail nous allons nous intéresser à la régulation automatique d'une fraiseuse. Pour concrétiser ce travail, nous avons adopté le plan suivant :

Dans le premier chapitre nous allons présenter quelques généralités sur les machines-outils qui consisteront à la description générale des fraiseuses, leurs composants et leur mode de fonctionnement.

Dans le deuxième chapitre nous allons faire un large aperçu sur les systèmes asservis, leurs analyses temporelles et fréquentielles qui vont nous permettre de nous prononcer sur les performances de cette régulation.

Le troisième chapitre sera consacré à la présentation d'une régulation automatique d'une fraiseuse qui doit reproduire sur la pièce à usiner (PU) le profil donné par le modèle d'usinage (MU). Cette régulation passe nécessairement par la mise en équation des différents éléments qui la constitue (régulateur, amplificateur, moteur à courant continu...), qui va nous permettre de la modéliser. Cette modélisation va nous permettre de la représenter par un schéma fonctionnel ensuite par des fonctions de transfert en boucle ouverte puis en boucle fermée.

Une fois le modèle remplacé par ses fonctions de transfert, il ne reste plus qu'à faire son analyse temporelle puis fréquentielle qui vont nous permettre de déterminer ses performances à savoir la stabilité, la rapidité et la précision.

Chapitre I

Généralités sur les Fraiseuses

I Introduction :

En mécanique industrielle, ou une certaine quantité de matière fournie sous forme de produits semi-finis (tôles, barres, etc.), l'usinage nécessite la mise en œuvre d'une série de techniques. L'une d'elles est l'usinage, c'est-à-dire l'enlèvement de matière avec un outil de coupe. L'usinage de la pièce se décompose en une succession d'opérations définies par le domaine d'usinage, lequel est déterminé par le bureau méthodologique sur la base du plan de définition du bureau d'études. L'usinage traditionnel est basé sur les principes du travail des métaux sur des machines-outils conventionnelles ou automatisées.

II Définition d'une Fraiseuse :

La fraiseuse est une machine-outil utilisée pour usiner tous types de pièces mécaniques, à l'unité ou en série, par enlèvement de matière à partir de blocs ou parfois d'ébauches estampées ou moulées, à l'aide d'un outil coupant nommé fraise.

Il existe les fraiseuses manuelles où les mouvements sont commandés par le "fraiseur", les fraiseuses à apprentissage qui peuvent répéter les mouvements donnés une fois par l'opérateur (enregistrement des mouvements) et les fraiseuses à commande numérique où sont enregistrés des ordres de mouvement d'outil pour usiner une pièce complexe.[1]

III Classification des fraiseuses :

Les fraiseuses sont essentiellement classifiées comme suite :

- Les fraiseuses d'outillage
- Les fraiseuses de production (a programme, commande numérique)
- Les fraiseuses spéciaux (à reproduire, multibroches, etc.)

III.1 Fraiseuses d'outillage : [2]

• Fraiseuse universelle :

Dans la fraiseuse universelle, une table est attachée à la colonne. La table peut tourner dans tous les mouvements avec une tête de division qui peut changer tous les engrenages, c'est pourquoi la fraiseuse peut effectuer n'importe quel type d'opération dans la pièce et nous pouvons obtenir la pièce souhaitée si le matériau.

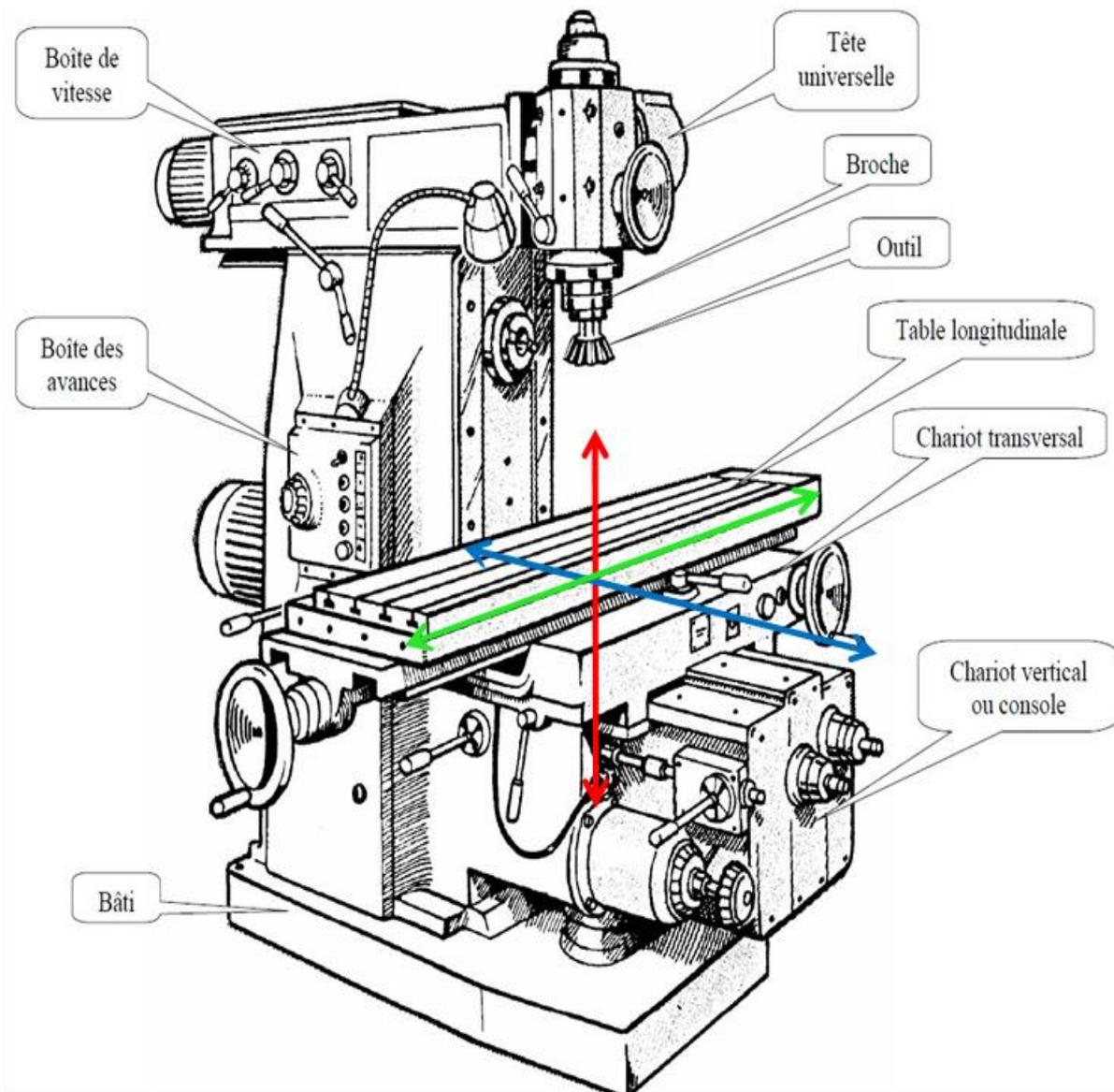


Fig.I.1 Fraiseuse universelle [3]

•Fraiseuse horizontale :

Fraiseuse horizontale un autre nom est la fraiseuse ordinaire. La fraiseuse horizontale contient une broche située horizontalement. La table de cette machine peut être alimentée dans n'importe quelle direction, ce qui signifie qu'elle peut être alimentée en coupe transversale ou verticalement ni horizontalement.



Fig.I.2 La fraiseuse horizontale modèle XZ6350A - Bing [4]

•Fraiseuse verticale :

Dans une toupie, la broche mobile est perpendiculaire au plan de la toupie. Avec cette fraiseuse, diverses opérations d'usinage sont effectuées sur la pièce, telles que B. Rainures, rainurage et lissage de la surface de la pièce. La tête de broche est fixée verticalement à la colonne, qui tourne avec un mouvement angulaire.



Fig.I.3 Fraiseuse verticale [2]

III.2 Fraiseuses de production (à programme, commande numérique) : [5]

La commande numérique est une technique utilisant des données composées de codes alphanumériques pour représenter les instructions géométriques et technologiques nécessaires à la conduite d'une machine ou d'un procédé.



Fig.I.4 Fraiseuses commande numérique

III.3 Fraiseuses spéciales : [5]

Il existe des fraiseuses spéciales multibroche par exemple figure 05



Fig.I.5 Fraiseuse spéciale

IV Caractéristiques des fraiseuses : [6]

IV.1 Fonctionnelles :

- Puissance du moteur.
- Gamme des vitesses de broche et d'avances.
- Orientation de la broche (type Huré, Gambin, etc.).

IV.2 Dimensionnelles :

- Type et numéro du cône de la broche (SA 40, Cm 4...)
- Longueur et largeur de la table.
- Courses de table, chariot transversal et console.
- Hauteur entre table et broche.
- Distance entre table et glissière verticale.

V Le fraisage : [7]

Le fraisage est un processus d'usinage effectué avec un outil à plusieurs arêtes (avec plusieurs arêtes de coupe) entraîné par rotation, voir Fig.I.6.

- Rotation de la fraise entraînée par la broche de la machine, M_c (Rapid Circular Cut)
- Mouvement progressif de la pièce fixée sur la table de la machine, M_a (mouvement rectiligne lent, avance régulière).

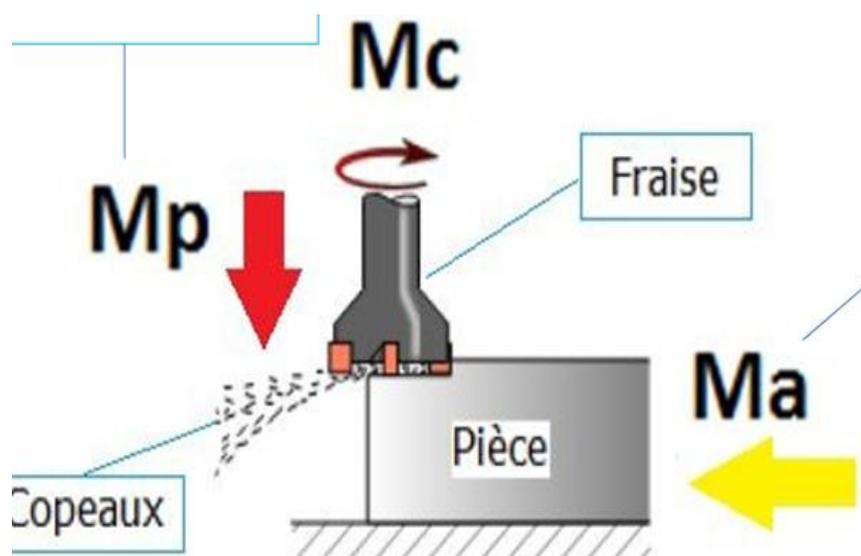


Fig.I.6. Mouvement de coupe et d'avance [3]

Le mouvement de translation a pour but de pousser la pièce contre la fraise dans une direction généralement perpendiculaire à son axe.

VI Procédés de fraisage : [8]

Selon l'état de surface souhaité, l'état de la machine, la qualité de l'outil, les dimensions des surfaces à usiner, la position des surfaces sur la machine, les dimensions de la fraise et le débit souhaité, il existe deux types de fraisage, à savoir :

• Fraisage en bout :

L'axe de la fraise est placé perpendiculairement à la surface à usiner. La fraise coupe avec son diamètre, mais aussi avec sa partie frontale. Les copeaux sont de même épaisseur, ainsi la charge de la machine est plus régulière. La capacité de coupe est supérieure à celle réalisée par le fraisage en roulant. La qualité de l'état de surface est meilleure.

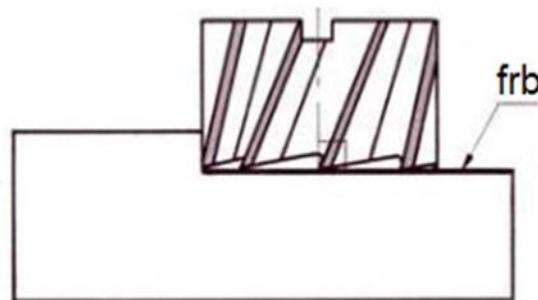


Fig.I.7. Fraisage en bout

• Fraisage en roulant :

L'axe de la fraise est placé parallèlement à la surface à usiner. La fraise coupe avec son diamètre. La charge de la machine en est irrégulière, surtout lors de l'emploi de fraises à denture droite. Les à-coups provoqués par cette façon de faire donnent une surface ondulée et striée. Pour pallier ces défauts, on utilisera une fraise à denture hélicoïdale. L'amélioration enregistrée s'explique ainsi : la denture est chargée et déchargée progressivement.

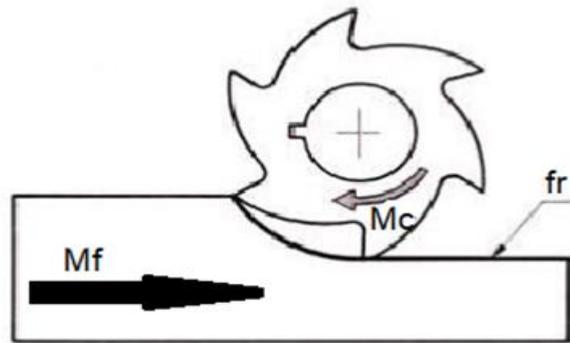


Fig.I.8 Fraisage en roulant

VII Opérations de fraisage : [9]

- **Surfaçage** : Le surfaçage c'est l'usinage d'un plan par une fraise.
- **Plans épaulés** : C'est l'association de 2 plans perpendiculaires.
- **Rainure** : C'est l'association de 3 plans. Le fond est perpendiculaire aux deux autres plans.
- **Poche** : La poche est délimitée par des surfaces verticales quelconques. C'est une forme creuse dans la pièce.
- **Perçage** : Ce sont des trous. Ils sont débouchant ou Borgnes.

VIII Caractéristiques des fraises : [10]

- **La taille** : Suivant le nombre d'arêtes tranchantes par dent, on distingue les fraises : une taille (deux tailles ou trois tailles).
- **La forme** : Suivant le profil des génératrices par rapport à l'axe de l'outil, on distingue : les fraises cylindriques, coniques et les fraises de forme.



Fig.I.9 Fraise cylindrique



Fig.I.10 Fraise conique



Fig.I.11. Denture droite

• **La denture** : Suivant le sens d'inclinaison des arêtes tranchantes par rapport à l'axe de la fraise, on distingue les dentures hélicoïdales à droite ou à gauche et les dentures à double hélice alternée. Si l'arête tranchante est parallèle à l'axe de la fraise, la denture est droite. Une fraise est également caractérisée par son nombre de dents.



Fig.I.12 Quelques figures de denture [3]

• **Le mode de fixation** : A trou lisse ou taraudé ; à queue cylindrique ou conique.



Fig.I.13 Quelques figures cylindrique ou conique [3]

- **Les dimensions** : Pour une fraise deux tailles : diamètre et hauteur taillée. Pour une fraise trois tailles : diamètre de l'outil, épaisseur, diamètre de l'alésage. Pour une fraise conique pour queue d'aronde : l'angle, le diamètre de l'outil et l'épaisseur.
- **Construction** : Les fraises peuvent être à denture fraisée (ex. : fraise conique deux tailles α 60°), ou à denture détalonnée et fraisée (ex. : fraise-disque pour crémaillères). Elles sont en acier rapide. Pour les fraises à outils rapportés sur un corps de fraise, les dents fixées mécaniquement sont en acier rapide, ou le plus souvent en carbure métallique.

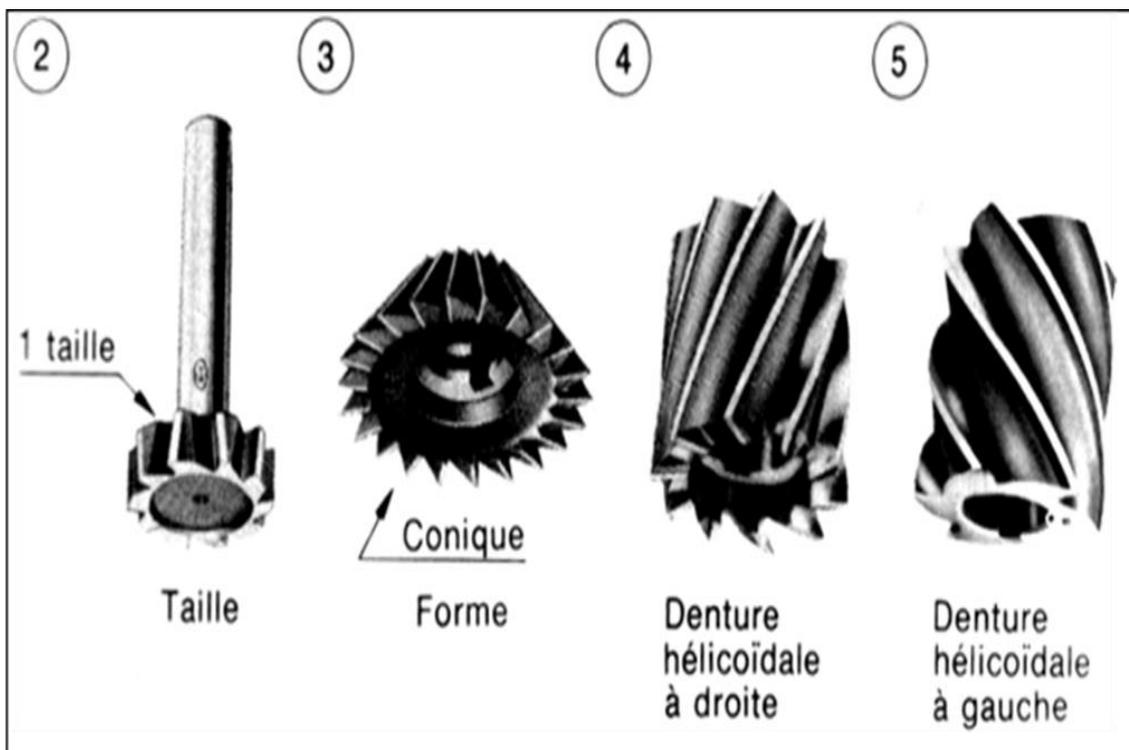


Fig.I.14 Caractéristiques des fraises

IX Différents types des fraises : [11]

Il existe beaucoup de types de fraises, la figure.I.15 et la figure I.16 présentent les principaux types.

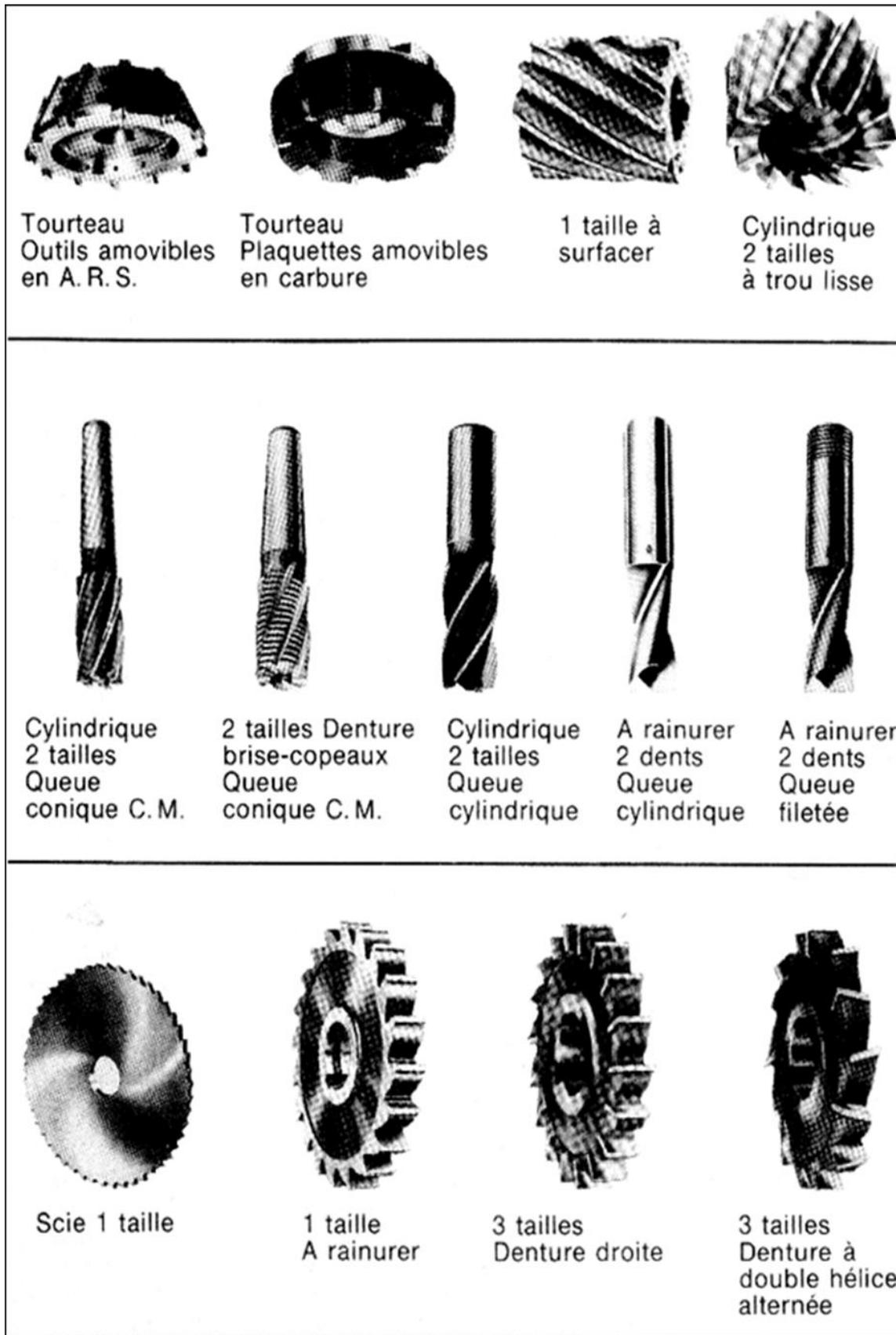


Fig.I.15 Différents types des fraises

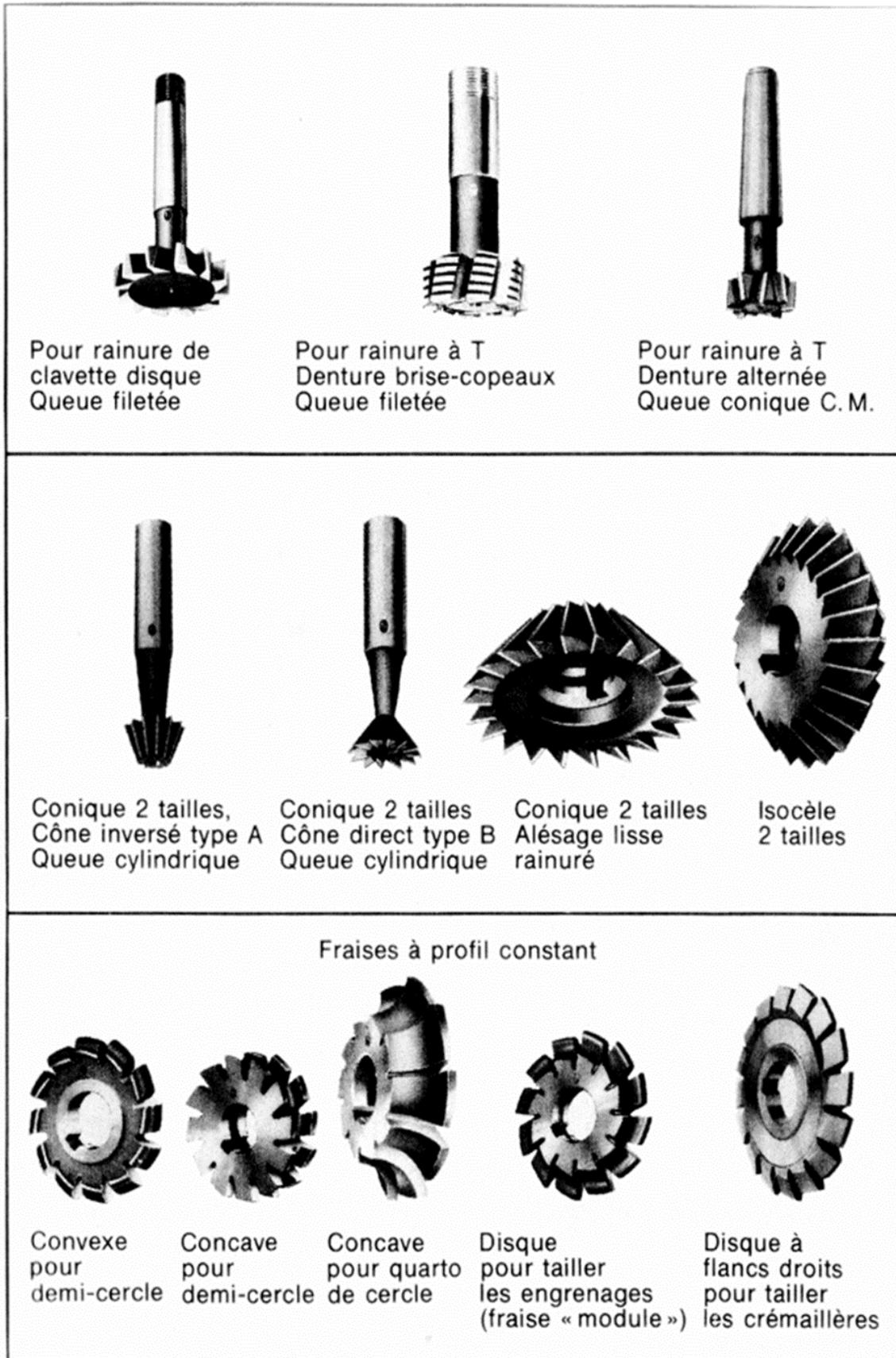
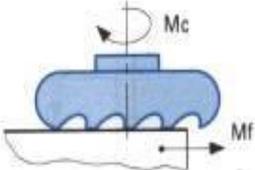
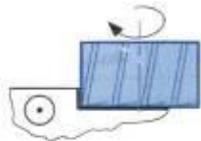


Fig.I.16 Différents types des fraises

• Les fraises en acier rapide (ARS) : [12]

Visualisation	Identification de l'outil	Type opérations réalisé	Schéma d'usinage
	<p>Fraise 1 taille à surfacer</p>	<p>Surfaçage en roulant ou de profil</p>	 <p>⊙ : direction projetée du mouvement d'avance</p>
	<p>Fraise cloche à surfacer</p>	<p>Surfaçage en bout ou de face</p>	
	<p>Fraise 2 tailles à queue conique</p>	<p>Surfaçages combinés à prédominance en roulant Surfaçage en roulant</p>	 <p>⊙ Direction projetée du mouvement d'avance</p>
	<p>Fraise 2 tailles à alésages et à entraînement par tenon</p>	<p>Surfaçages combinés à prédominance en bout</p>	

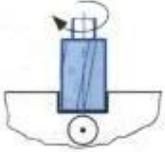
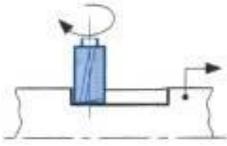
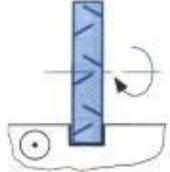
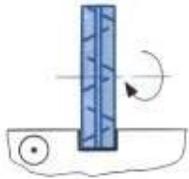
	<p>Fraise 2 tailles à queue cylindrique</p>	<p>Rainurage de profil peu précis</p>	
	<p>Fraise à rainurer deux lèvres à coupe centrale</p>	<p>Rainurage de profil en pleine matière Exemple : Rainier de clavage</p>	
	<p>Fraise 3 tailles à Dentures alternées</p>	<p>Rainurage en bout Qualité usuelle obtenue</p>	
	<p>Fraise 3 tailles extensible à denture alternées</p>	<p>Rainurage en bout qualité usuelle obtenue : 7-8</p>	

Tableau.I.1 formes usines se base des fraises (ARS)

•Les fraises à plaquettes carbure : [12]

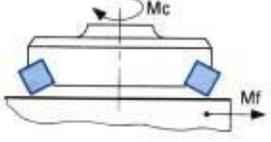
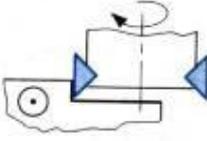
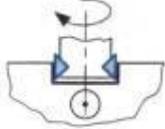
Visualization	Identification de l'outil	Types operations réalisées	Schema d'usinage
	Fraise à surfacer	Surfage en bout	
	Fraise à surfacer et à dresser	Surfaçages combinés à prédominance en bout	
	Fraise à rainurer	Rainurage déprofilé	
	Fraise 3 rainures à dentures alternées	Rainurage en bout	

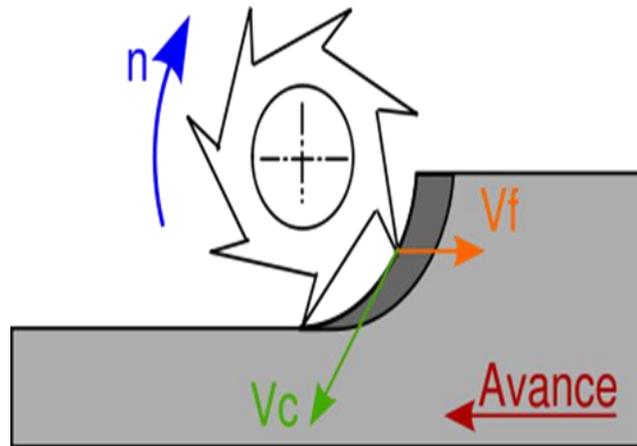
Tableau.I.2 Formes usinées de base des fraises à plaquettes carbure

X Modes de coupe : [11]

Il existe deux modes de coupe, selon le sens de rotation de la fraise et la direction du déplacement de la pièce à usiner.

• Fraisage en avalant :

Le sens de rotation de la fraise et celui du déplacement de la pièce à fraiser vont dans la même direction. Les tranchants de la fraise attaquent le copeau au point d'épaisseur maximal. Cette façon de faire, en fraisage horizontal, plaque la pièce sur la table de la fraiseuse et donne des surfaces finies de bonne qualité. Ce principe nécessite l'utilisation d'une machine robuste disposant d'une table équipée d'un système de translation avec rattrapage de jeu, ce qui est le cas sur les machines modernes. Ainsi on évite que la pièce soit "tirée" dans la fraise, voir figure 14

**Fig.I.17 Fraises en avalant****• Fraisage en opposition :**

Le mouvement d'avance de la pièce à fraiser est opposé au sens de rotation de la fraise.

Cette dernière attaque le copeau au point d'épaisseur minimal. Dans ce cas, les dents glissent sur la surface usinée avant rotation de la fraise. Cette façon de faire provoque un grand frottement d'où une usure plus rapide des tranchants de la fraise. De plus, l'effort de coupe en fraisage horizontal tend à soulever la pièce à usiner. Les copeaux peuvent également être entraînés par la fraise et se coincer entre la pièce et les arêtes de coupe, endommageant la pièce et la fraise, voir figure 15.

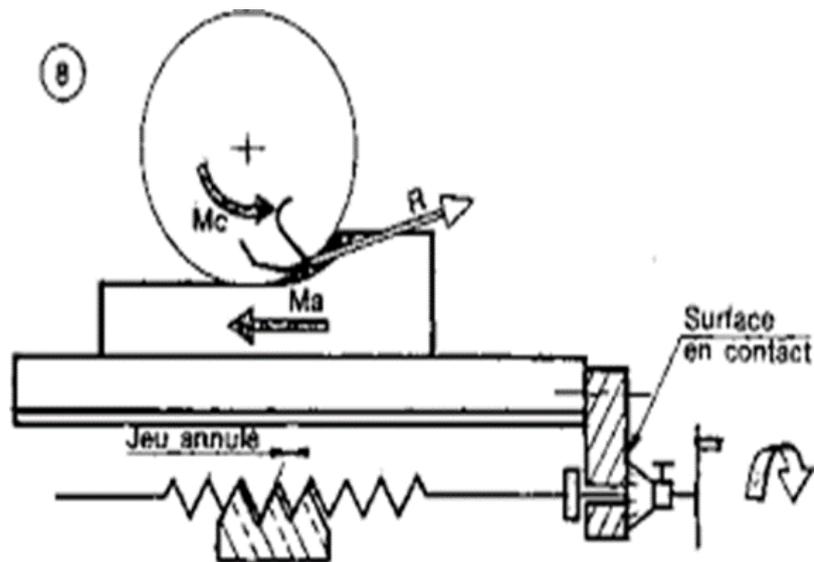


Fig.I.18 Fraisage en opposition

XI Conclusion :

Dans ce chapitre consacré à la fraiseuse, nous avons pu explorer en détail cette machine-outil essentielle dans le domaine de l'usinage. La fraiseuse, grâce à ses capacités de découpe et de façonnage précises, joue un rôle fondamental dans la fabrication de pièces mécaniques de haute qualité. Nous avons examiné les principaux composants d'une fraiseuse, tels que la table, la broche, les outils de coupe et les systèmes de commande, en comprenant leur fonctionnement et leur importance dans le processus de fraisage.

De plus, nous avons discuté des principaux types de fraiseuses, tels que les fraiseuses horizontales, verticales, universelles et à commande numérique. Chaque type de fraiseuse présente ses propres caractéristiques et applications spécifiques. L'évolution des technologies CNC a grandement amélioré la précision et l'efficacité du processus de fraisage.

Nous avons également abordé différentes techniques de fraisage. Chaque technique offre des avantages spécifiques en termes de précision, de vitesse d'usinage et de types de pièces réalisables. Il est crucial de sélectionner la technique de fraisage appropriée en fonction des exigences de la pièce à usiner.

Chapitre II

Asservissement

I Introduction

L'asservissement est un concept fondamental dans le domaine du contrôle automatique et de l'ingénierie. Il désigne le processus par lequel un système est régulé et contrôlé afin de maintenir une certaine performance ou atteindre un objectif spécifique.

Dans un système asservi, il y a généralement trois éléments clés : le capteur (ou détecteur), le système de contrôle et l'actionneur. Le capteur mesure une grandeur physique ou une variable d'intérêt, le système de contrôle compare cette mesure à une valeur de référence prédéterminée, et l'actionneur agit en conséquence pour ajuster le système et atteindre l'objectif souhaité.

L'asservissement permet de réguler et d'adapter le comportement du système en fonction des variations et des perturbations externes. Il vise à minimiser l'écart entre la valeur mesurée et la valeur de référence, en ajustant les paramètres de contrôle de manière appropriée. Les techniques d'asservissement sont largement utilisées dans de nombreux domaines tels que l'automatisation industrielle, la robotique, les systèmes de navigation, les processus de fabrication, les véhicules autonomes, etc.

Il peut être réalisé selon différents schémas, tels que l'asservissement proportionnel-intégral-dérivé (PID) qui est couramment utilisé, ou des techniques plus avancées telles que le contrôle prédictif ou le contrôle optimal. Chaque approche a ses propres avantages et limitations, et le choix du schéma d'asservissement dépendra du système à contrôler et des spécifications requises.

Il est une discipline essentielle qui permet de contrôler et de réguler les systèmes afin d'atteindre des performances optimales et de répondre aux exigences spécifiques. Son utilisation permet d'améliorer l'efficacité, la stabilité et la précision des systèmes, contribuant ainsi au progrès technologique dans de nombreux domaines.

Système de commande en boucle fermée : le signal de commande dépend d'une façon ou d'une autre du signal de sortie $s(t)$.

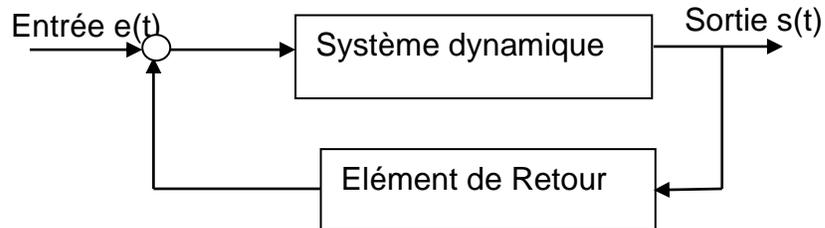


Fig.II.2 systèmes de commande en boucle fermée

II.2 Concept général d'un Asservissement [13]

Pour qu'un asservissement remplace l'homme dans diverses tâches, il devra avoir un comportement et des organes analogues à ceux d'un être humain. C'est-à-dire qu'il devra être capable d'apprécier, de comparer et d'agir.

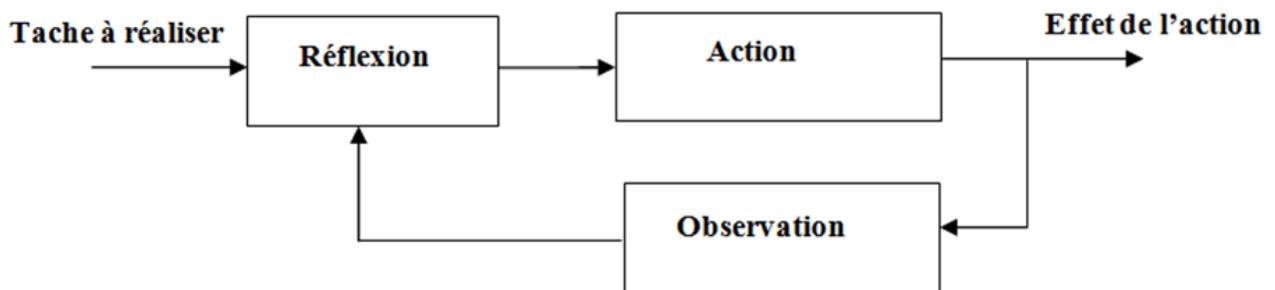


Fig.II.3 Concept général d'un Asservissement

II.3 Schéma fonctionnel type d'un système Asservi :[13]

On peut donc définir un asservissement comme un système bouclé ou à boucle fermée comportant une amplification de puissance, une mesure et une comparaison.

D'une manière générale, le système comprend (figure 4) :

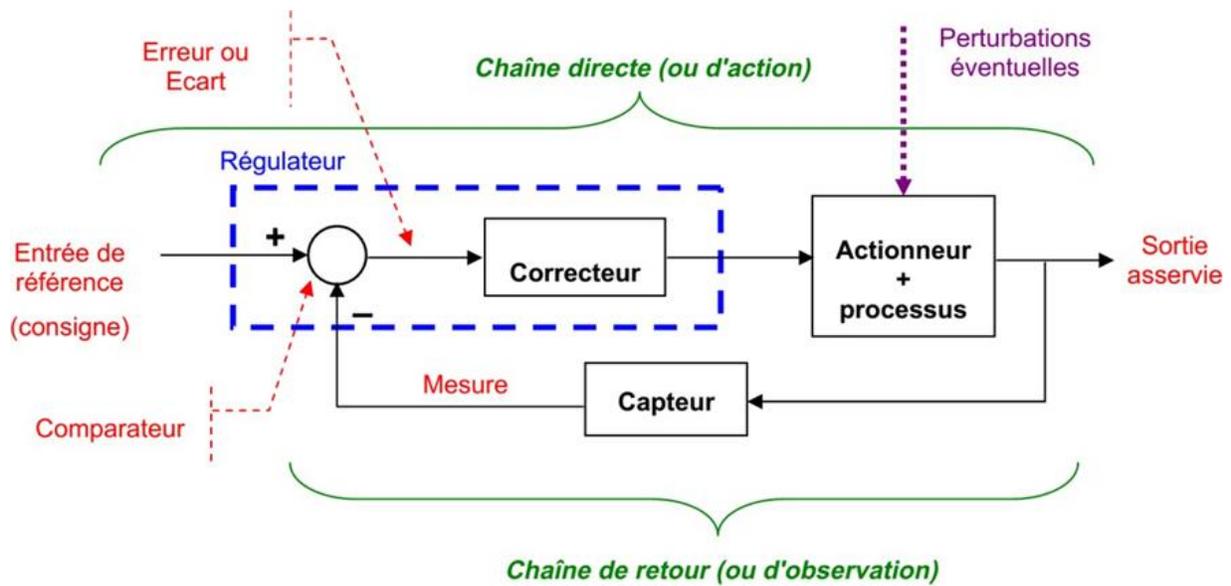


Fig.II.4 Organisation fonctionnelle d'un système asservi.

II.4 Performances d'un système Asservi :

II.4.1 La précision :

La précision d'un SACL est définie par le signal d'erreur $\mathcal{E}(t)$ entre la consigne $e(t)$ et la sortie $s(t)$. Elle n'est définie que si la consigne et la sortie sont de mêmes natures. La figure II.5 représente la précision (ou l'erreur) dans le cas d'une entrée constante [13].

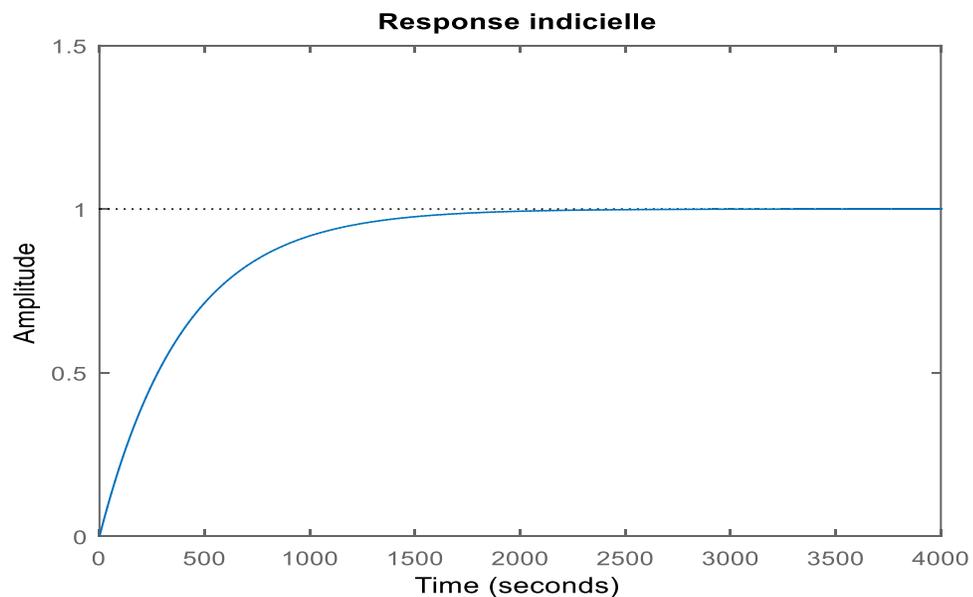


Fig.II.5 Précision statique d'un Système Asservi

On parle de précision statique lorsque l'entrée est constante (mode constant) et de précision dynamique lorsque l'entrée est variable (mode constant).

II.4.2 La rapidité :

Est caractérisée par le temps que met le système à réagir à une variation brusque de la grandeur d'entrée (temps de réponse). Cette notion est fortement liée à la précision dynamique (plus un système est rapide plus il est précis).[14]

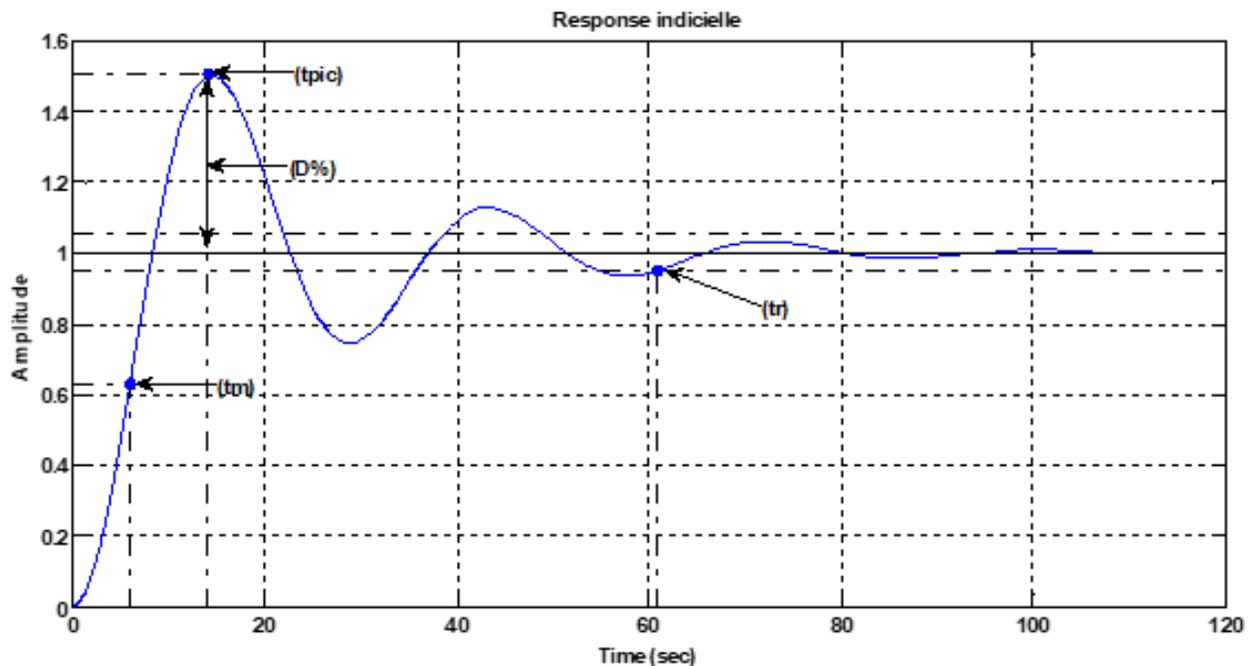


Fig.II.6 Caractérisation de la rapidité d'un système par le temps de réponse à 5%

II.4.3 La stabilité :

Un système est stable si et seulement si, écarté de sa position d'équilibre par une sollicitation extérieure, il tend à y revenir en un temps fini, une fois cette sollicitation a cessé. Une faible perturbation des conditions initiales du système engendre une faible perturbation de sa trajectoire.

Un système est stable si en réponse à une entrée bornée, la sortie du système est bornée. On définira la stabilité par une des propositions suivantes :

Un système linéaire est stable :

- lorsque sa réponse à un échelon prend une valeur finie en régime permanent.
- lorsque sa réponse à une impulsion tend vers zéro.
- lorsque sa réponse à une sinusoïde est une sinusoïde d'amplitude finie.

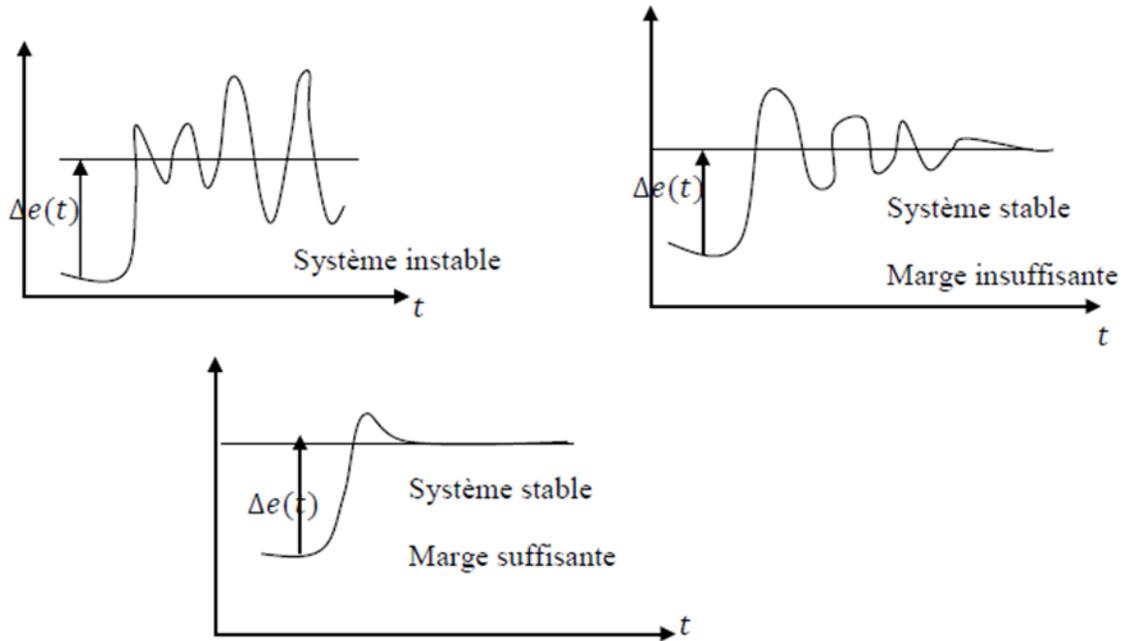
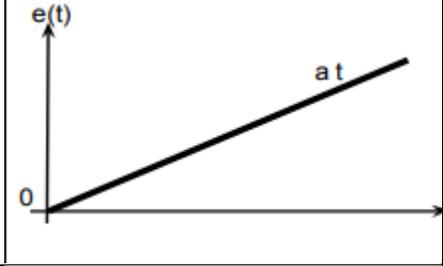
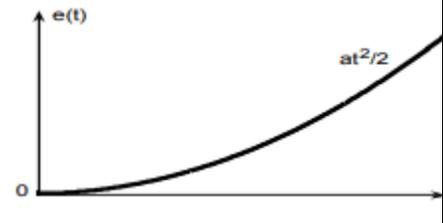
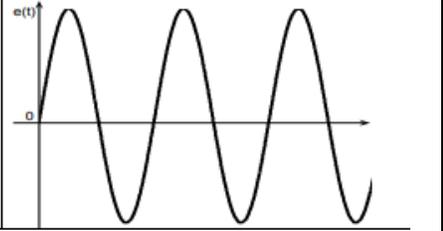


Fig.II.7 Stabilité d'un système asservi

II.5 Signaux typiques Causaux : [15]

Tableau.II.1 Signaux typiques

Fonctions	Equations	Réponse s(t)	Allures
Dirac ou impulsion (Percussion)	$e(t) = E\delta(t)$ tel que: $\delta(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = 0 \\ 0 & \text{si } t \neq 0 \end{cases}$	Réponse Impulsionnelle	
Echelon de position	$e(t) = E u(t)$ tel que: $u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$	Réponse Indicielle	

Echelon de Vitesse (rampe)	$e(t) = at u(t)$	Réponse de vitesse	
Échelon D'accélération	$e(t) = \frac{a}{2} t^2 u(t)$	Réponse d'accélération	
Sinusoidale	$e(t) = a \sin(\omega t)$	Réponse Sinusoidale	

III Fonction de transfert [16]

III.1 Définition :

On appelle la fonction de transfert d'un système, le rapport de la transformée de Laplace du signal de sortie à celui de l'entrée.

En générale c'est écrire l'équation différentielle qui lie l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$ du système

$$a_n + \frac{d^n e(t)}{dt^n} + a_{n-1} + \frac{d^{n-1} e(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 = b_m + \frac{d^m s(t)}{dt^m} + b_{m-1} + \frac{d^{m-1} s(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 \quad (\text{II.5})$$

Appliquer la transformée de Laplace à l'équation différentielle.

$$E(p)(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0) = S(p)(b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0) \quad (\text{II.6})$$

Exprimer la fonction de transfert $F(p)$ du système. $F(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.

$$F(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n} = \frac{N(p)}{D(p)} \quad (\text{II.7})$$

- **Fonction de transfert en boucle ouverte :**

Lors de la détermination de la fonction de transfert en Boucle ouverte, la boucle est ouverte au niveau de la grandeur de retour, même si cela peut sembler non intuitif :

$$FTBO = S(p) = G(p)E(p) \quad (\text{II.8})$$

- **Fonction de transfert en boucle fermée.**

Le calcul de la FTBF permet de modéliser le système asservi dans son ensemble. On a :

$$FTBF = H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} \quad (\text{II.9})$$

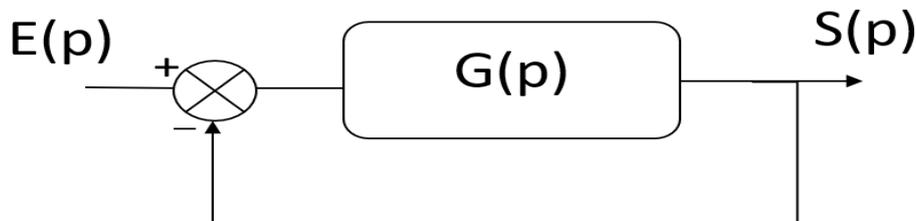


Fig.II.8 Schéma bloc d'un système en boucle fermée

IV Transformée de Laplace [14]

IV.1 Définition

Considérons une fonction réelle d'une variable réelle \$s(t)\$ telle que \$s(t)=0\$ pour \$t<0\$. On définit sa transformée de Laplace \$L(s(t))\$ comme la fonction \$S\$ de la variable complexe \$P\$, comme suit :

$$s(p) = \int_0^{+\infty} s(t) e^{-pt} dt \quad (\text{II.10})$$

IV.2 Propriétés fondamentales de la transformation de Laplace :

Les propriétés suivantes permettent de calculer facilement (sans utiliser la définition de la transformée de Laplace) les transformées de Laplace de certaines fonctions.

IV.2.1 Linéarité :

Soient f, g deux fonctions, α, β , des constants réels

$$(\alpha f(t) + \beta g(t)) = \alpha L(f(t)) + \beta L(g(t)) \quad (\text{II.11})$$

En particulier $L(f(t) + g(t)) = L(f(t)) + L(g(t)) \quad (\text{II.12})$

$$L(k(t)) = k(f(t)) \quad (\text{II.13})$$

IV.2.2 Transformation de Laplace d'une dérivée :

$$L\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = pF(p) - f(0) \quad (\text{II.14})$$

De même, la transformée de Laplace de sa dérivée nième est :

$$L\left(\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right) = p^n F(p) - \sum_{k=n+1}^{2n} p^{2n-k} \frac{d^{k-n-1} f(0)}{dt^{k-n-1}} \quad (\text{II.15})$$

IV.2.3 Transformation de Laplace d'une intégrale :

$$L\left(\int f(t) dt\right) = \frac{F(p)}{p} \quad (\text{II.16})$$

IV.2.4 Changement d'échelle :

Soit $k \in \mathbb{R}$ avec $k \neq 0$

$$\begin{cases} L(f(kt)) = \frac{1}{k} F\left(\frac{p}{k}\right) \\ L\left(f\left(\frac{t}{k}\right)\right) = k F(kp) \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

IV.2.5 Théorème de la valeur initiale :

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = f(0^+) = \lim_{p \rightarrow +\infty} pF(p) \quad (\text{II.18})$$

IV.2.6 Théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p) \quad (\text{II.19})$$

IV.3 Transformée de Laplace inverse :

De même qu'une fonction du temps peut avoir une transformée de Laplace, il est possible à partir d'une fonction $F(p)$ de trouver son original, autrement dit la transformée de Laplace inverse :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(p)e^{pt} dt \quad (\text{II.20})$$

IV.4 Transformées de Laplace de quelques fonctions usuelles [13]

$F(p) = (f(t))$	Fonction $f(t) \quad t \geq 0$
1	Impulsion unitaire $\delta(t)$
$\frac{1}{p}$	Echelon unitaire $u(t)$
$\frac{1}{p^2}$	Rampe unitaire $r(t)=t$
$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$f(t) = t^n$
$\frac{1}{(p+a)}$	e^{-at}
$\frac{a}{(p+a)^2}$	te^{-at}
$\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$	$t^n e^{-at}$
$\frac{a}{p(p+a)}$	$1 - e^{-at}$
$\frac{b-a}{(p+a)(p+b)}$	$e^{-at} - e^{-bt}$
$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	Sin (ωt)
$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	Cos (ωt)
$\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$	t. Sin (ωt)
$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$	t. Cos (ωt)
$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cdot \text{sin}(\omega t)$

V Méthodes d'Analyses

V.1 Analyse temporelle

V.1.1 Introduction : [13]

La réponse temporelle d'un SALC à des signaux causaux canoniques, nous renseigne sur les performances de ce système. La sortie (réponse) du système $s(t)$ est obtenue soit directement en temporelle par la méthode classique en résolvant l'équation différentielle qui régit le système, soit en utilisant le calcul opérationnel pour obtenir $S(p)$ et par la suite

$$s(t) = \mathcal{L}^{-1}(S(p)).$$

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = b_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_0 e(t) \quad (\text{II.21})$$

Où les (a_i) et les (b_i) sont des constantes, $e(t)$ = l'entrée (excitation) et $s(t)$ la sortie (réponse).

V.1.2 Solution de l'équation différentielle :

La solution générale $S_g(t)$ de l'équation différentielle de ce type est la somme de la solution générale de l'équation homogène $S_h(t)$ (sans second membre) appelée aussi régime libre et d'une solution particulière $S_p(t)$ de l'équation avec second membre appelée aussi régime forcé :

$$S_g(t) = S_h(t) + S_p(t) \quad (\text{II.22})$$

V.1.3 Stabilité d'un SACL

Définition : Pour qu'un SACL soit asymptotiquement stable, il faut et il suffit que toutes les racines de son équation caractéristique soient à partie réelle négative ($\sigma_i < 0$).

La notion de stabilité asymptotique ne concerne pas le signal d'entrée $e(t)$ donc elle est indépendante du régime forcé. Un système est asymptotiquement stable si et seulement si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0 \quad \forall \text{ l'état initial}$$

Nous avons vu que $S(p) = H(p) E(p)$, $H(p)$ = fonction de transfert du système.

Pour une entrée impulsionnelle $e(t) = \delta(t) \Rightarrow E(p) = 1$ et $S(p) = H(p)$ donc elle ne dépend pas de l'entrée.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} S_h(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^q Q_i(t) e^{\sigma_i t} e^{j\omega_i t} \quad (\text{II.23})$$

$Q_i(t)$ étant un polynôme de degré $m-1$. Cette limite tendra vers Zéro si et seulement si tous les (σ_i) sont négatifs.

V.1.4 Système fondamental des ordres

A. Système du 1er ordre [17]

On appelle système du premier ordre, tout système régit par une équation différentielle linéaire à coefficients constant du premier ordre. Un système du 1er ordre a une fonction de transfert avec un polynôme du 1er degré au dénominateur.

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1+\tau.p} \quad (\text{II.24})$$

On peut obtenir l'équation différentielle correspondant à cette fonction de transfert par le calcul suivant :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1+\tau.p} \leftrightarrow K.E(p) \quad (\text{II.25})$$

On repasse alors dans le domaine temporel en remplaçant la multiplication par p par l'opérateur dérivation, on obtient :

$$S(t) = +\tau. \frac{ds(t)}{dt} = K.e(t) \quad (\text{II.26})$$

• Réponse impulsionnelle : [18]

Ont étudié la réponse du système à une entrée $u(t) = \delta(t)$. La transformée de Laplace de l'entrée est alors $U(s) = 1$. L'expression de la sortie du système est :

$$S(p) = g(p) = s(p) = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{k}{1+\tau p} \right) = \frac{k}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (\text{II.27})$$

Paramètres du système à partir de l'intersection de la pente de la réponse à l'origine avec l'axe des abscisses, et de la valeur du signal de sortie à l'origine.

La Figure.II.9 montre la forme de cette réponse. Il est possible de déterminer les deux paramètres du système à partir de l'intersection de la pente de la réponse à l'origine avec l'axe des abscisses, et de la valeur du signal de sortie à l'origine.

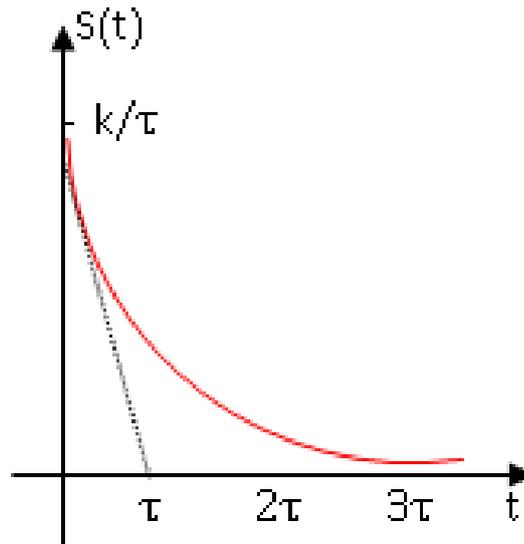


Fig.II.9 Réponse impulsionnelle d'un système du premier ordre

• **Réponse indicielle : [18]**

On étudie la réponse du système à une entrée $u(t) = \text{unité}=1$. La transformée de Laplace de l'entrée est alors $U(s) = 1/s$. L'expression de la sortie du système est

$$S(p) = g(p) \frac{1}{t} \leftrightarrow S(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{k}{1+\tau p} \frac{1}{p} \right) = k(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (\text{II.28})$$

La Figure.II.10 montre un exemple d'évolution temporelle de la réponse indicielle d'un système d'ordre un. La détermination des paramètres τ et K du système s'effectue de manière simple, à partir de mesures graphiques sur cette courbe :

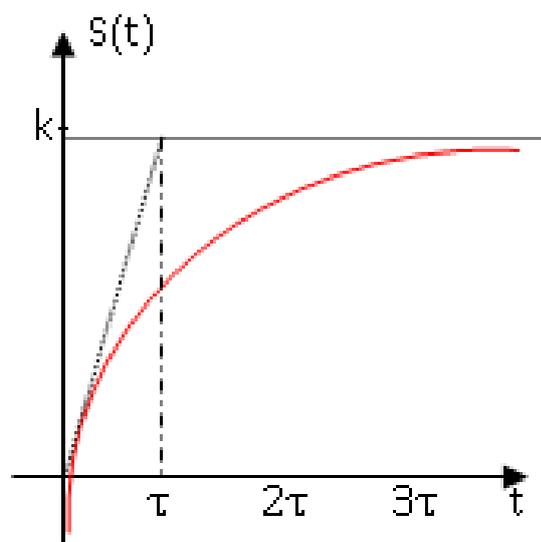


Fig.II.10 Réponse indicielle d'un système du premier ordre.

• Réponse en vitesse : [13]

$$e(t) = t \text{ pour } t > 0, E(p) = \frac{1}{p^2}$$

$$S(p) = \frac{k/\tau}{p+1/\tau} E(p) = \frac{k/\tau}{p^2 \left\{ p + \frac{1}{\tau} \right\}} = k \left\{ \frac{1}{p^2} - \frac{\tau}{p} + \frac{\tau}{p+1/\tau} \right\} \quad (\text{II.29})$$

$$s(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[k \left\{ \frac{1}{p^2} - \frac{\tau}{p} + \frac{\tau}{p+1/\tau} \right\} \right] = k \left(t - \tau + \tau e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (\text{II.30})$$

Cette réponse nous renseigne sur la précision du système par le biais de l'erreur

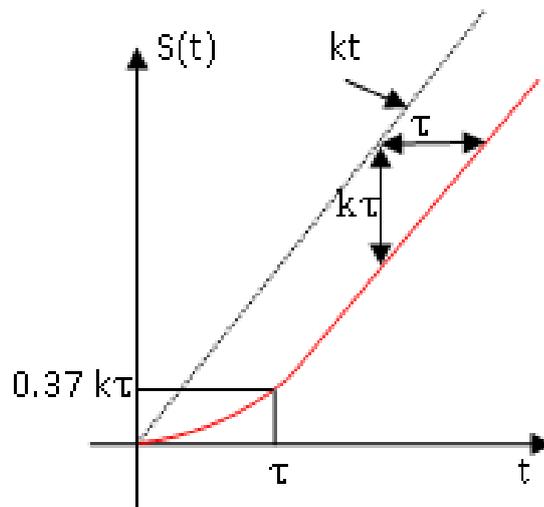


Fig.II.11 Réponse en vitesse d'un système du premier ordre.

B. Système du deuxième ordre

On appelle système du deuxième ordre, tout système régi par une équation différentielle linéaire à coefficients constants du deuxième ordre. Un système du 2^{ème} ordre a une fonction de transfert avec un polynôme du second degré au dénominateur

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2} \quad (\text{II.31})$$

On peut avoir l'équation différentielle correspondant à cette fonction de transfert par le calcul suivant :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2} \leftrightarrow s(p) \cdot \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2 \right) = K \cdot E(p) \quad (\text{II.32})$$

On repasse alors dans le domaine temporel en remplaçant la multiplication par p par l'opérateur dérivation, on obtient :

$$s(t) + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot \frac{ds(t)}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} * \frac{d^2s(t)}{dt^2} = K \cdot e(t) \quad (\text{II.33})$$

• **Réponse impulsionnelle :**

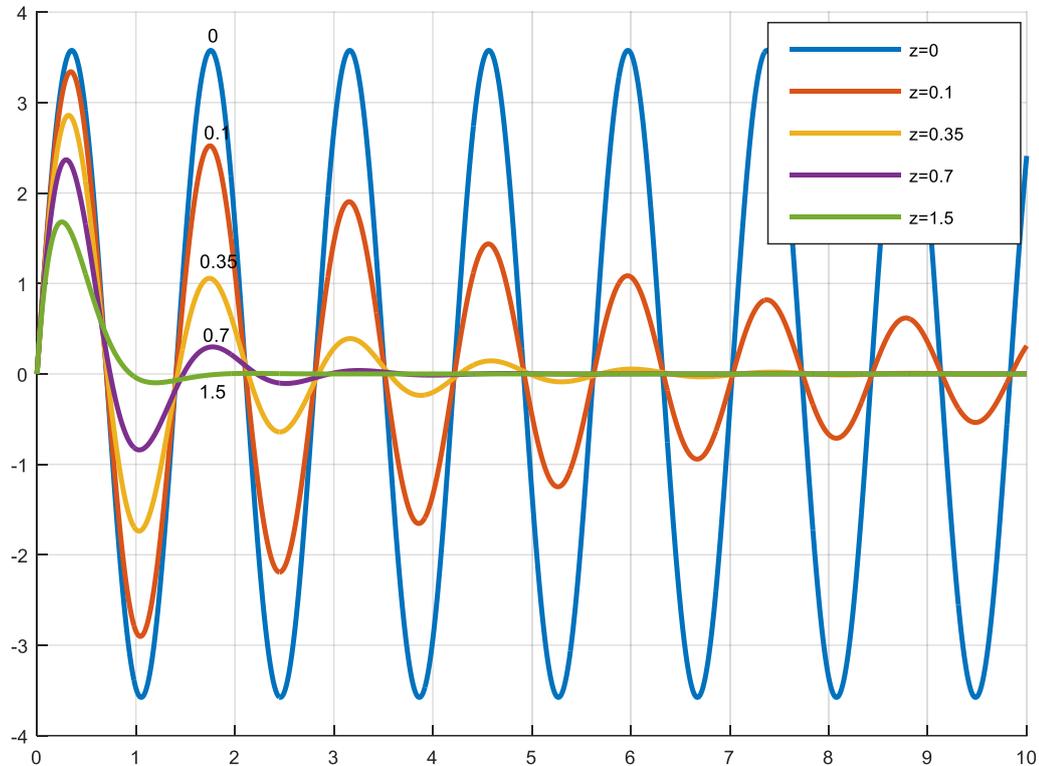


Fig.II.12 Réponse impulsionnelle d'un système du second ordre.

Sur la figure.II.12 nous avons représenté la réponse impulsionnelle d'un système du second ordre pour plusieurs valeurs du facteur d'amortissement ($\xi=Z$)=(0, 0.1, 0.35, 0.7, 1.5)

Pour $Z= \xi =0$ on a une réponse oscillatoire non amortie

Pour $0 < Z = \xi < 0.7$ ont une réponse oscillatoire amortie

Pour $0.7 < Z = \xi < 1$ on a une réponse oscillatoire fortement amortie

Pour $Z = \xi \geq 1$ on a une réponse apériodique

La figure.II.12 représente la réponse impulsionnelle d'un système du second ordre pour plusieurs valeurs du facteur d'amortissement.[13]

• **Réponse indicielle :**

Sur la figure suivante nous avons représenté la réponse indicielle d'un système du second ordre pour plusieurs valeurs du facteur d'amortissement ($\xi=Z$)=(0, 0.1, 0.35, 0.7, 1.5).

Pour ($Z= \xi$) =0 on a une réponse oscillatoire non amortie

Pour $0 < (Z = \xi) < 0.7$ on a une réponse oscillatoire amortie

Pour $0.7 < (Z = \xi) < 1$ on a une réponse oscillatoire fortement amortie

Pour $(Z = \xi) \geq 1$ on a une réponse apériodique

La figure.II.13 représente la réponse indicielle d'un système second ordre pour plusieurs valeurs du facteur d'amortissement z . [13]

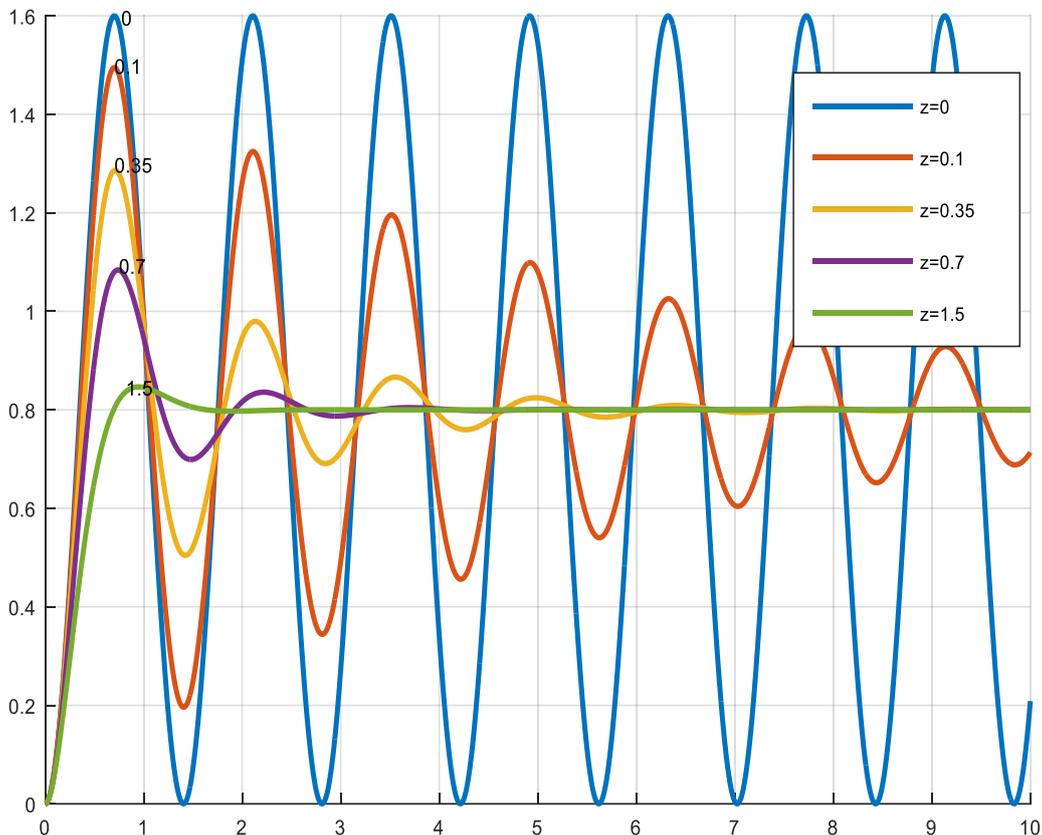


Fig.II.13 Réponse indicielle d'un système du second ordre

V.2 Analyse Fréquentielle

V.2.1 Introduction.

L'analyse des systèmes dynamiques par l'étude de la réponse d'excitation sinusoïdale en régime permanent est largement utilisée. La raison en est que les courbes de réponse en fréquence peuvent souvent être déterminées expérimentalement. De plus, des études de stabilité et une synthèse d'égalisation pour les systèmes d'asservissement peuvent être effectuées à partir des positions d'émission en boucle ouverte enregistrées dans les avions Nyquist, Bode, le cas échéant. Par conséquent, nous avons un certain nombre de méthodes développées et testées pour l'analyse et la synthèse. Cependant, il convient de noter que ces avantages ne s'appliquent qu'aux systèmes simples.

Le principal inconvénient de la méthode fréquentielle est le lien indirect entre le domaine temporel et le domaine fréquentiel. Il n'est donc pas possible de connaître la forme exacte du régime temporel (déphasement D , retard T) à partir d'un régime sinusoïdal fixe, dit régime harmonique.

On suppose ici que les bases de l'analyse fréquentielle sont connues. Ainsi, seuls les concepts de base sont brièvement rappelés.

Enfin, la théorie présentée dans ce chapitre ne s'applique qu'aux systèmes dynamiques linéaires et exceptionnellement aussi à ceux à temps mort.[19]

V.2.2 Réponse fréquentielle

L'objectif de l'analyse fréquentielle est d'étudier le comportement et la réponse d'un système linéaire à une sollicitation sinusoïdale.

La sortie du système linéaire sera sinusoïdale de même pulsation que le signal d'entrée mais d'amplitude différente et déphasé par rapport au signal d'entrée.

L'intérêt de l'étude fréquentielle est de pouvoir ensuite connaître le comportement d'un système face à n'importe quel signal en décomposer le signal en série de Fourier.[17]

V.2.3 Fonction de transfert complexe

Lorsque le signal d'entrée est sinusoïdal, nous n'allons pas utiliser le formalisme de Laplace, nous utiliserons la fonction de transfert complexe où l'opérateur p est remplacé par $j\omega$ (ω pulsations du signal d'entrée) $H(j\omega) = S(j\omega)/E(j\omega)$. [17]

V.2.4 Outils d'étude

Afin d'étudier un système à partir de sa fonction de transfert complexe, nous disposons de plusieurs outils graphiques. [17]

V.2.5 Gain et phase

Le gain, pour un système linéaire en régime sinusoïdal permanent, est le rapport de l'amplitude du signal de sortie à l'amplitude du signal d'entrée correspondant.

La phase, pour un système linéaire en régime sinusoïdal permanent, est la différence de phase entre le signal de sortie et le signal d'entrée correspondant.

- le gain est le module de la transmittance isochrone : $A(\omega) = |G(\omega)|$

- la phase est l'argument de la transmittance isochrone : $Q(\omega) = \arg(G(j\omega))$
- le gain logarithmique s'exprime en décibels (Bode) : $A(\omega) = 20\lg|G(\omega)|$ [19]

V.2.6 Les diagrammes d'analyse fréquentiel

A. Diagramme de Bode :

- **Définition :**

Il s'agit de la double représentation du module et de l'argument de $G(j\omega)$:

$$A = 20\log |G(\omega)|; \quad \varphi = \arg(G(\omega))$$

Où A est en dB, φ en $^\circ$ et où (ω) est reporté en échelle logarithmique. On a donc affaire à deux lieux, dont l'un est appelé la courbe d'amplitude $A = 20\log|G(\omega)|$ et l'autre la courbe de phase $\varphi = \arg(G(\omega))$.

- **La courbe du gain d'un système linéaire de transmittance isochrone**

$G(j\omega)$ est le lieu des points définis en coordonnées cartésiennes semi-logarithmiques par une ordonnée égale au gain logarithmique en décibels $A(\omega) = 20 \log |G(j\omega)|$ et par une abscisse égale à la pulsation ω variant de plusieurs décades.

- **La courbe de phase d'un système linéaire de transmittance isochrone**

$G(j\omega)$ est le lieu des points définis en coordonnées cartésiennes semi-logarithmiques par une ordonnée égale à la phase en degrés $\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega))$ et par une abscisse égale à la pulsation ' ω ' variant de plusieurs décades.[19]

- **Elément du 1er ordre : [20]**

Le gain :

- $\omega \ll \frac{1}{\tau} |F|_{db} \rightarrow 20\log(1) = 0$ (II.34)

- $\omega \gg \frac{1}{\tau} |F|_{db} \rightarrow 20\log(\tau\omega) \rightarrow -\infty$ (II.35)

- $\omega = \frac{1}{\tau} |F|_{db} \rightarrow -20\log(\sqrt{2}) \approx -3db$ (II.36)

La phase :

- $\omega \ll \frac{1}{\tau} \quad \varphi \rightarrow 0$ (II.37)

- $\omega \ll \frac{1}{\tau} \quad \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ (II.38)

- $\omega = \frac{1}{\tau} \quad \varphi = -\frac{\pi}{4}$ (II.39)

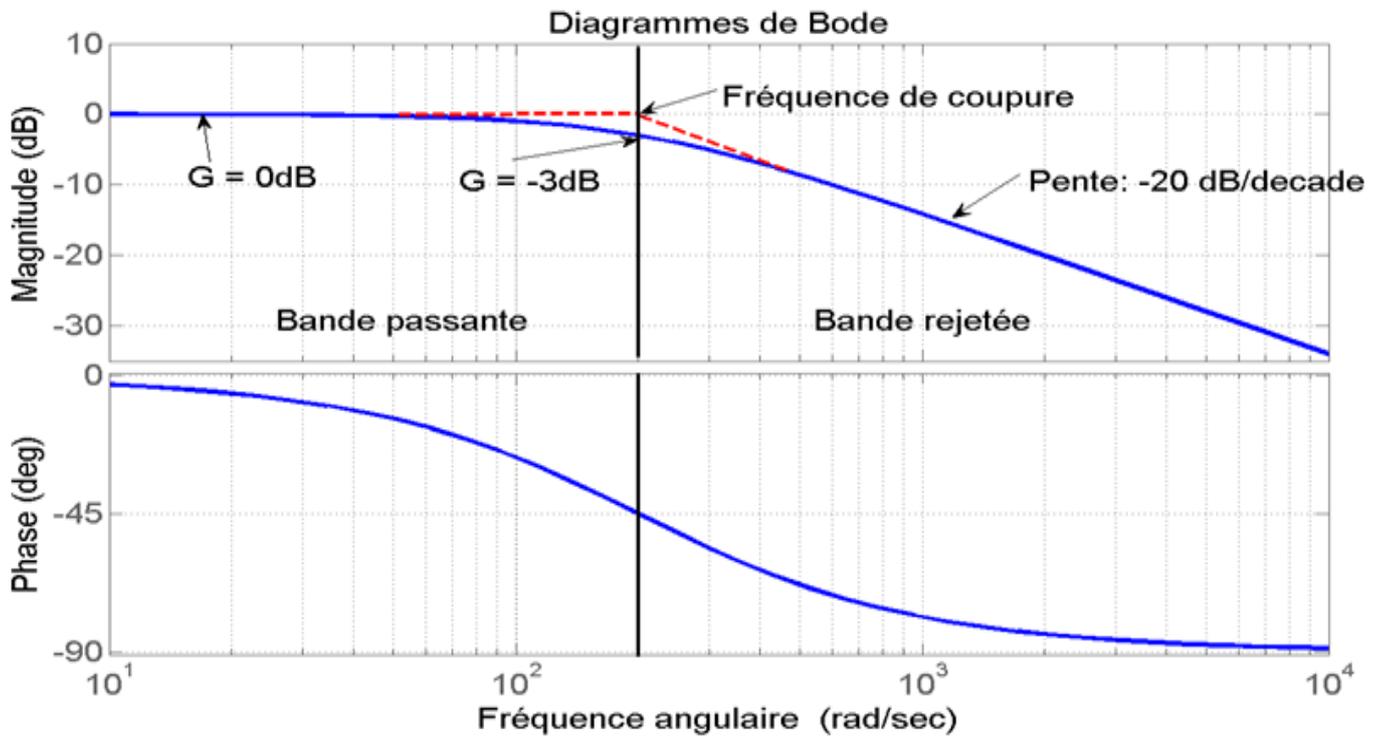


Fig.II.14 Diagramme de Bode Gain et phase d'un système du 1er ordre.

• Élément 2ème ordre : [20]

Le gain :

$$\circ \quad \omega \ll \omega_n |F|_{db} \rightarrow -20 \log(1) = 0 \quad (\text{II.40})$$

$$\circ \quad \omega \gg \omega_n |F|_{db} \rightarrow -40 \log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \left(\text{pente } a - \frac{40dB}{dec}\right) \quad (\text{II.41})$$

$$\circ \quad \omega = \omega_n |F|_{db} \rightarrow -20 \log(\sqrt{2}) \approx -3db \quad (\text{II.42})$$

La phase :

$$\circ \quad \omega \ll \omega_n \quad \varphi \rightarrow 0 \quad (\text{II.43})$$

$$\circ \quad \omega \ll \omega_n \quad \varphi \rightarrow -\arctg\left(\frac{2\xi\omega_n}{-\omega}\right) \quad (\text{II.44})$$

$$\circ \quad \omega = \omega_n \quad \varphi = -\arctg\frac{2\xi}{0} = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{II.45})$$

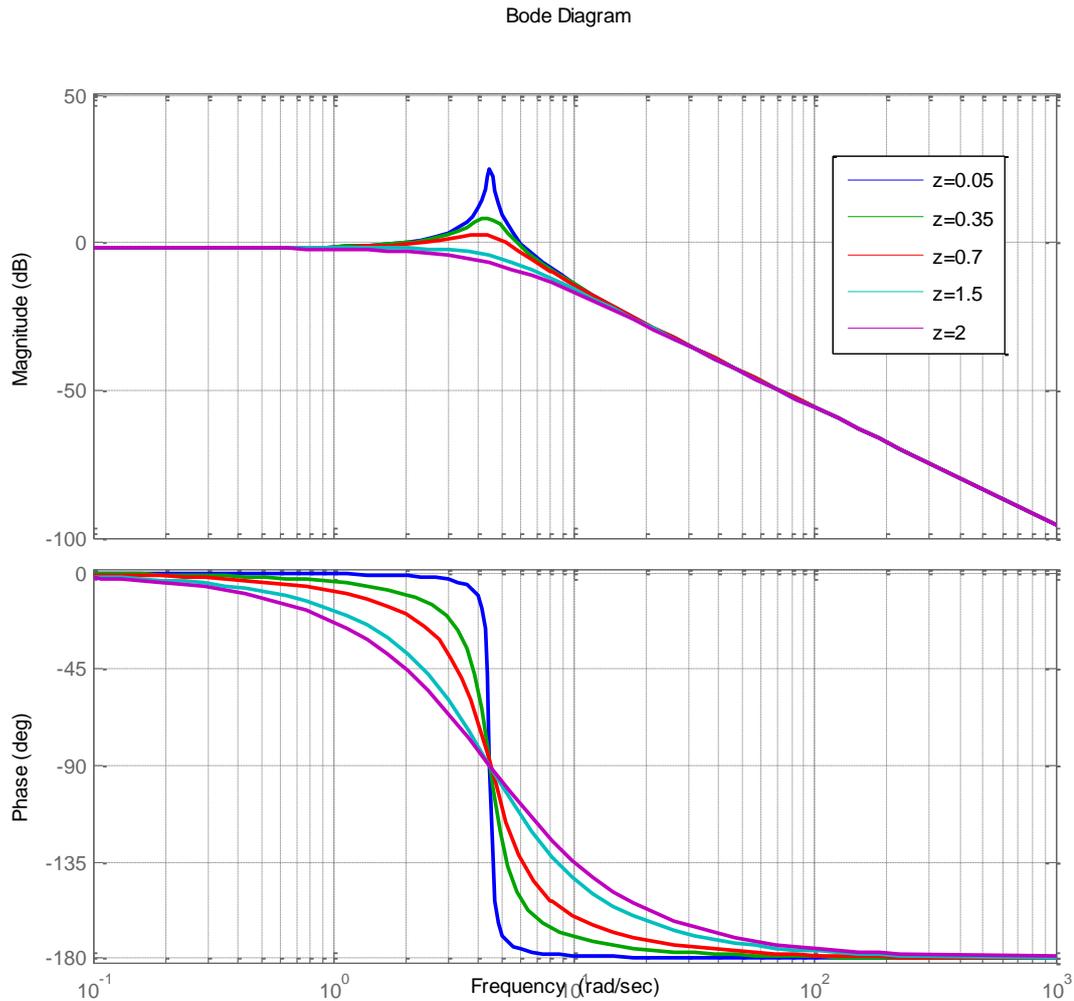


Fig.II.15 Diagramme de Bode Gain et phase d'un système du 2eme ordre

B. Diagramme de Nyquist :

• **Définition :**

Il s'agit de la représentation polaire de $G(j\omega)$.

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j \arg [G(j\omega)]} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = Re (G(j\omega)) + jIm (G(j\omega)) \quad (II.45)$$

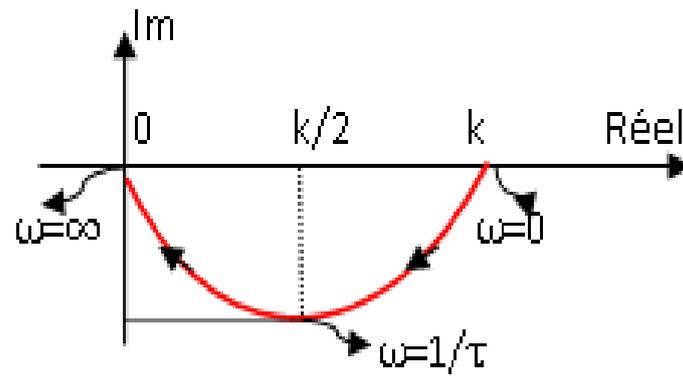
Le lieu de Nyquist d'un système linéaire de transmittance isochrone $G(j\omega)$ est le lieu des points définis en coordonnées polaires par un rayon vecteur de longueur $A(\omega) = |G(j\omega)|$ et par un angle polaire $\varphi(\omega) = \arg [G(j\omega)]$, pour ω variant de zero à l'infini ; le lieu est gradué en valeurs de ω . [19]

• **Elément 1er ordre :**

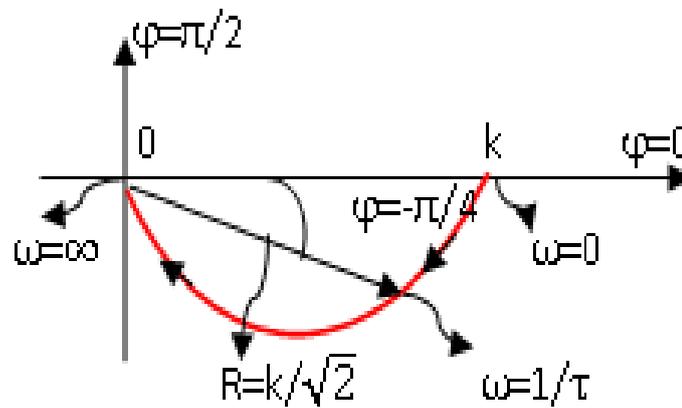
$$H(p) = \frac{k}{1+\tau p} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega\tau} = \frac{k}{1+\omega^2\tau^2} - j \frac{k\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} e^{j\varphi} \quad (II.46)$$

$$r = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = -\arctg(\omega\tau) \quad [1] \quad (II.47)$$

En Cartésien



En polaire



- Élément 2ème ordre : [13]

$$H(p) = \frac{s(p)}{E(P)} = \frac{k\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (\text{II.48})$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{k\omega_n^2(\omega_n^2 - \omega^2)}{[\omega_n^2 - \omega^2]^2 + (2\xi\omega\omega_n)^2} - j \frac{2k\omega\omega_n^3}{[\omega_n^2 - \omega^2]^2 + (2\xi\omega\omega_n)^2} \quad (\text{II.49})$$

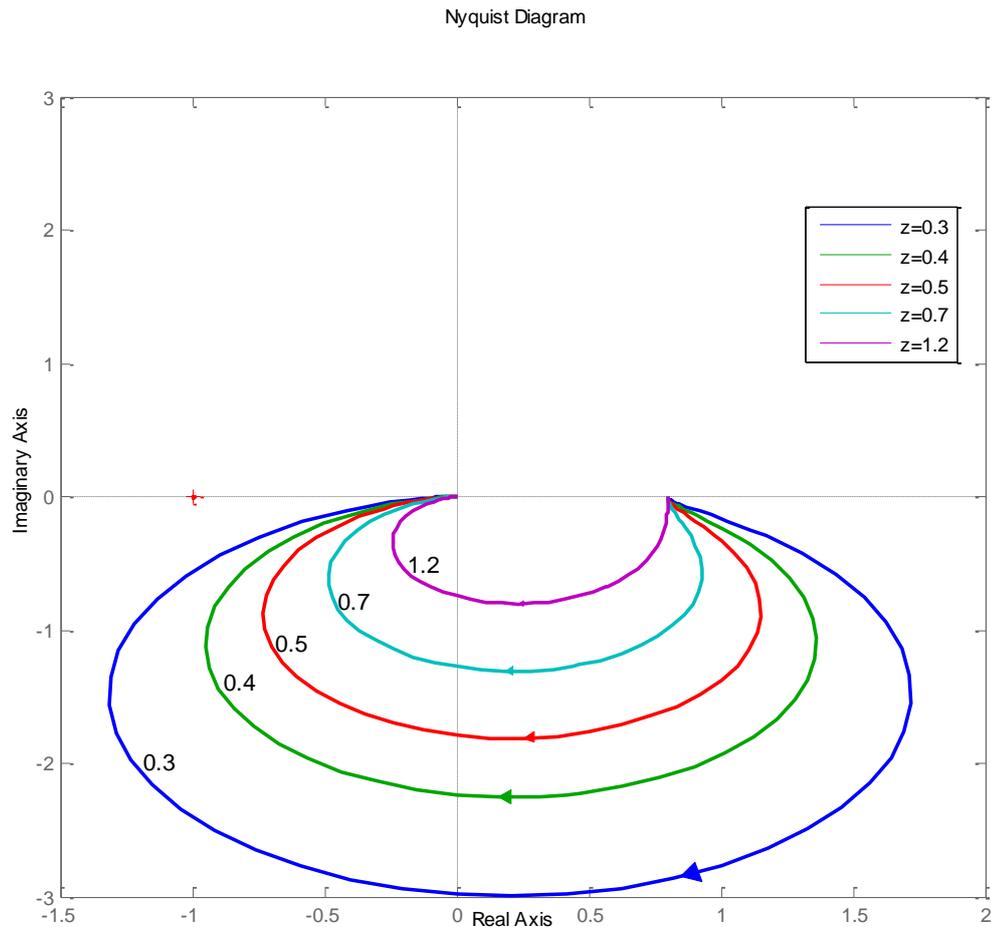


Fig.II.16 Lieu de Nyquist du système pour $\xi=0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1.2$

VI Stabilité des systèmes asservis : [14]

VI.1 Introduction :

L'étude de la stabilité est d'une grande importance lors de l'étude des systèmes et des systèmes d'asservissement. Dans ce chapitre, nous présentons plusieurs critères de stabilité du servo variateur.

VI.2 Conditions de stabilité

Un système linéaire est stable si aucune des racines de son équation caractéristique (dénominateur de sa fonction de transfert) n'a de partie réelle positive. Pour cela exclut :

- Les racines réelles positives.

- Les racines complexes à parties réelles positives.

On peut formuler ceci autrement :

- Un système asservi bouclé est stable si tous les pôles de la FTBF sont localisés dans le demi-plan gauche du plan complexe.
- Un système asservi bouclé est instable si sa FTBF comprend, au moins, un pôle localisé dans le demi-plan droit du plan complexe et/ou des pôles de multiplicité >1 sur l'axe imaginaire.
- Si le système comprend une seule paire de pôles sur l'axe imaginaire ou un pôle unique à l'origine, le système est dit marginalement stable. Sa réponse sera oscillatoire non amortie ou non oscillatoire à variation constante lorsque $t \rightarrow \infty$

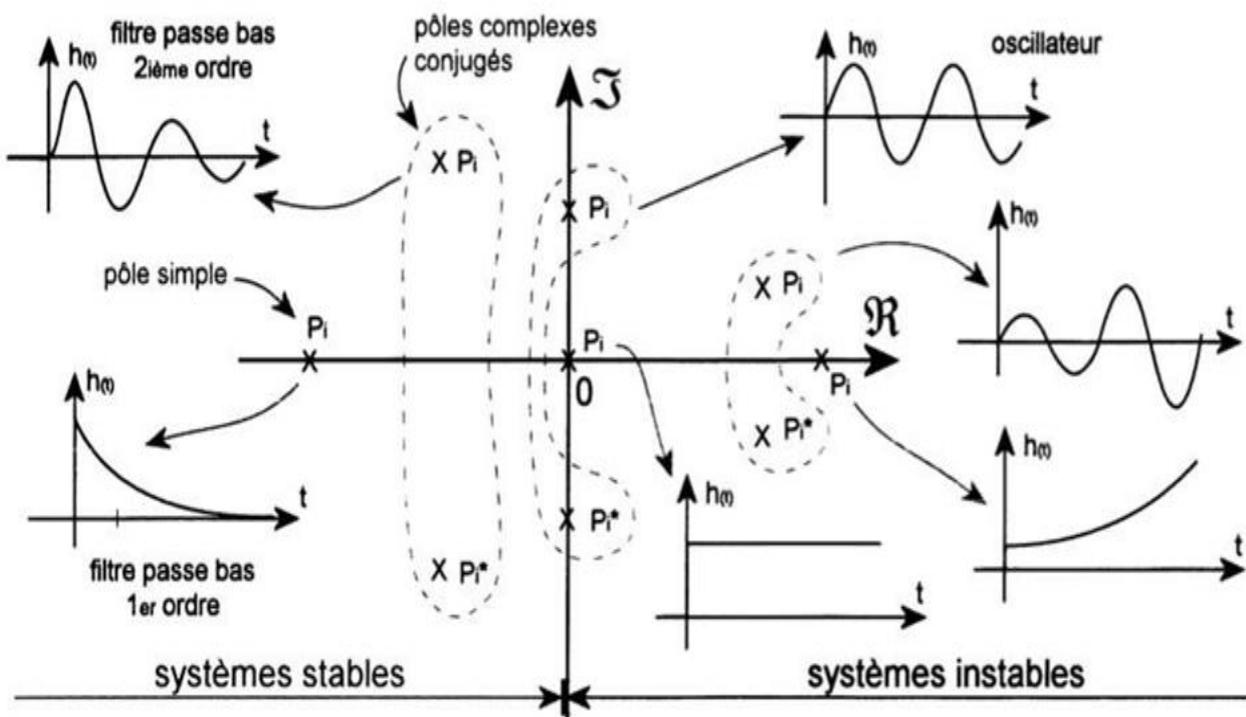


Fig.II.17 Conditions de stabilité

VI.3 Critère de stabilité [14]

VI.3.1 Critère graphique du Revers :

A) Critère du revers à partir du lieu de Nyquist :

Si la FTBO d'un système asservi ne possède aucun pôle à partie réelle positive, alors ce système est stable en boucle fermée si, en parcourant le lieu de Nyquist de la FTBO dans le sens des ω croissantes (de 0 à ∞), on laisse le point critique (-1,0) à gauche de la courbe.

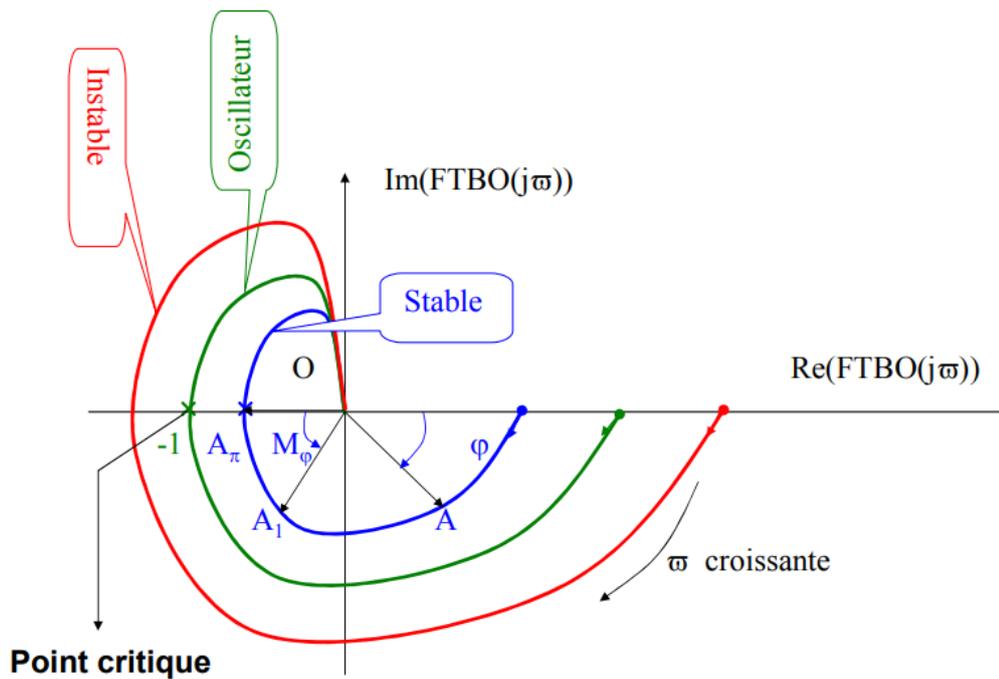


Fig.II.18 Critère de revers à partir du lieu de Nyquist [21]

B) Critère du revers à partir du diagramme de Bode :

Un système asservi est stable si, à la pulsation (ω_c) pour laquelle $|FTBO|_{dB}(j\omega) = 0 \text{ dB}$, le déphasage est supérieur à -180° . [14]

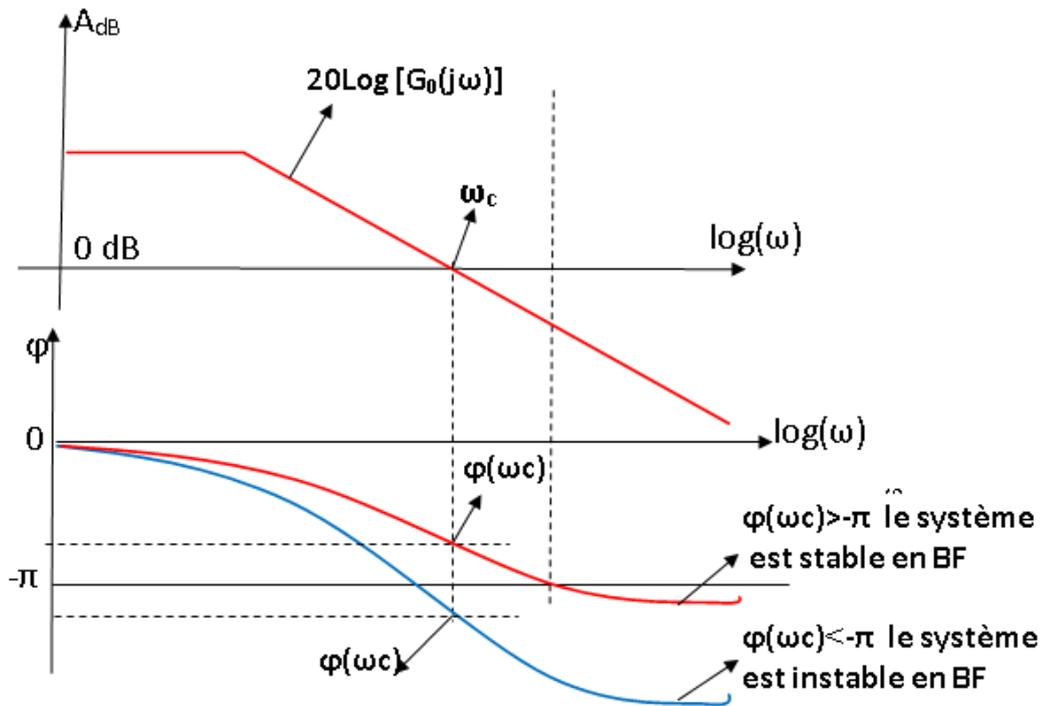


Fig.II.19 Illustration du critère du Revers dans le plan de Bode [1]

VI.3.2 Critère algébrique de Routh :

Le critère de Routh est un critère permettant de déterminer à partir du polynôme caractéristique (dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée), le signe des racines de ce polynôme sans résoudre l'équation caractéristique.

$$1 + G(p) = 0$$

Remarque : Dans la suite du cours la FTBO est notée $G(p)$.

Soit l'équation caractéristique de l'asservissement (Déterminant de la F.T.B.F)

$$1 + F.T.B.O = 1 + G(p) = 0 \quad (\text{II.50})$$

On la met sous forme polynomiale :

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (\text{II.51})$$

On construit la table de Routh comme suit :

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
p^{n-2}	b_m	b_{m-1}	b_{m-2}
p^{n-3}	c_m	c_{m-1}	
.	.		
.	.		
.	.		
p^0	.		

Avec

$$b_m = -\frac{1}{a_{n-1}} \det \begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{bmatrix} = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}} \quad (\text{II.52})$$

$$b_{m-1} = -\frac{1}{a_{n-1}} \det \begin{bmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{bmatrix} = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}} \quad (\text{II.53})$$

$$c_m = -\frac{1}{b_{n-1}} \det \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_m & b_{m-1} \end{bmatrix} = \frac{b_m a_{n-3} - b_{m-1} a_{n-1}}{b_m} \quad (\text{II.54})$$

$$c_{m-1} = -\frac{1}{b_{n-1}} \det \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_m & b_{m-2} \end{bmatrix} = \frac{b_m a_{n-5} - b_{m-2} a_{n-1}}{b_m} \quad (\text{II.55})$$

La procédure est itérée jusqu'à p^0 .

Résultat : le système est stable si tous les coefficients de la première colonne sont de même signe.

- Le nombre de pôles instable (i.e. à partie réelle positive) de la F.T.B.F est égale au nombre de changements de signe sur la première colonne.
- Si au cours de calcul on trouve un zéro dans la première colonne seulement on le remplace par $\varepsilon \ll 1$ et on continue le calcul. Pour l'analyse de stabilité on fait tendre ε vers 0.
- L'obtention des zéros sur une ligne entière correspond à une paire de pôles imaginaires conjugués.[14]

VI.3.3 Lieu d'Evans

Définition :

Le lieu d'Evans, appelé aussi lieu des racines, est le lieu décrit dans le plan complexe par les racines de l'équation caractéristique (dénominateur de la FTBF) lorsque le facteur d'Evans (K) varie de zéro à l'infini.

Forme d'Evans de la fonction de transfert [19]

Pour Evans la fonction de transfert en boucle ouverte peut se mettre sous la forme suivante :

$$G_o(p) = K \frac{N(p)}{D(p)} \quad (\text{II.56})$$

Les racines (m) du numérateur sont appelés Zéros de $G_o(p)$ et les (n) racines du dénominateur sont appelés pôles de $G_o(p)$

La fonction de transfert en boucle fermée (retour unitaire) sera

$$G_f(p) = \frac{G_o(p)}{1+G_o(p)} = K \frac{N(p)}{D(p)+KN(p)} \quad (\text{II.57})$$

L'équation caractéristique sera $D(p) + KN(p) = 0$ (eq.car.) (II.58)

Quand $K \rightarrow 0$, les racines de (eq.car.) seront les racines de $D(p)=0$ donc les pôles de $G_o(p)$.

Quand $k \rightarrow \infty$, les racines de (eq.car.) seront les racines de $KN(p)=0$ donc les zéros de $G_o(p)$

C'est-à-dire quand K varie de Zéro à l'infini, les racines de l'équation caractéristique (les pôles de $G_f(p)$) varient des pôles de $G_o(p)$ aux zéros de $G_o(p)$.

La variation d'une racine de l'équation caractéristique quand K varie de zéro à l'infini donne une branche du lieu d'Evans

Le lieu d'Evans possède une dizaine de propriétés, nous citons dans ce qui suit quelques-unes :

Propriété 1 : le nombre de branches du lieu d'Evans est égal aux nombres de pôles ;

Propriété 2 : le lieu d'Evans est symétrique par rapport à l'axe réel ;

Propriété 3 : les points de départ des branches sont les pôles de $G_o(p)$.

Propriété 3 : les (m) points d'arrivée des branches sont les (m) zéros de $G_0(p)$, les (n-m) branches qui restent vont aboutir à l'infini.

Condition fondamentale de stabilité :

Un système asservi linéaire est stable si et seulement si, tous les pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée (i.e. toutes les racines de l'équation caractéristique) ont leurs parties réelles négatives.

Ce qui se traduit dans les lieux d'Evans par : Un système asservi sera stable tant que ses branches sont situées dans le demi-plan gauche.

VI.3.4 Les marges de stabilité :

A. Détermination des marges de stabilité à partir des diagrammes de Bode :

• Marge de Gain (A_m)

On détermine la pulsation ω_c pour laquelle le déphasage est de -180° , la marge de gain est la distance (en dB) entre la courbe et l'axe des abscisses.

• Marge de Phase (φ_m)

On détermine la pulsation ω_c pour laquelle le gain est 0dB, on mesure la distance entre la courbe de phase et -180° .

Exemple ci-dessous : $\omega_c = 0.5 \text{ rd/s}$; $\varphi_m = 75^\circ$ [14]

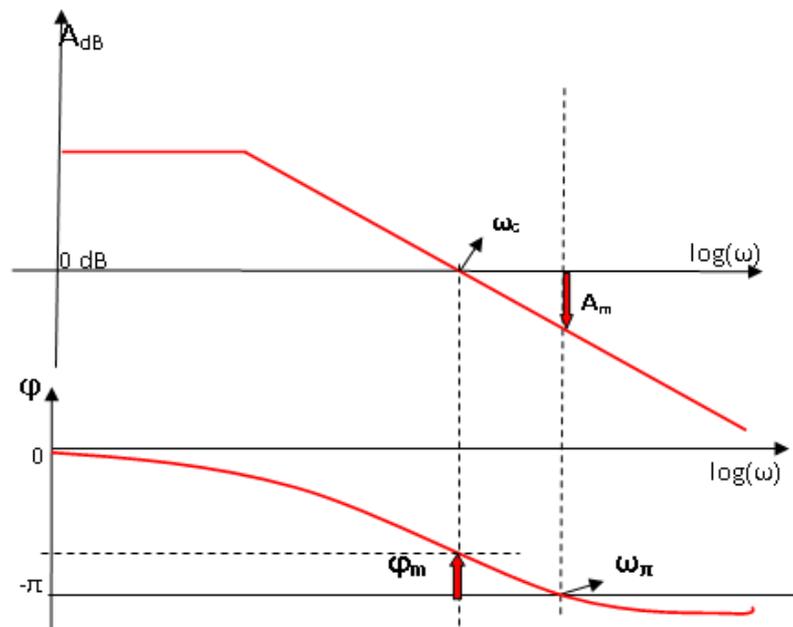


Fig.II.20 Marge de gain et marge de phase dans le plan de Bode [1]

B. Détermination des marges de stabilité à partir des diagrammes de Nyquist :

- **Marge de Gain (A_m)**

C'est la distance entre le point critique et l'intersection du lieu de Nyquist avec l'axe des réels. $A_m = \frac{1}{A_\pi}$ et en dB $A_m = -20 \log A_\pi$

- **Marge de Phase (φ_m)**

C'est l'angle entre l'axe des réels négatifs et le vecteur OM. Le point M correspond à l'intersection du lieu de transfert FTBO ($j\omega$) avec le cercle de centre (0,0) et de rayon unité. La pulsation en ce point est ω_1 . [14]

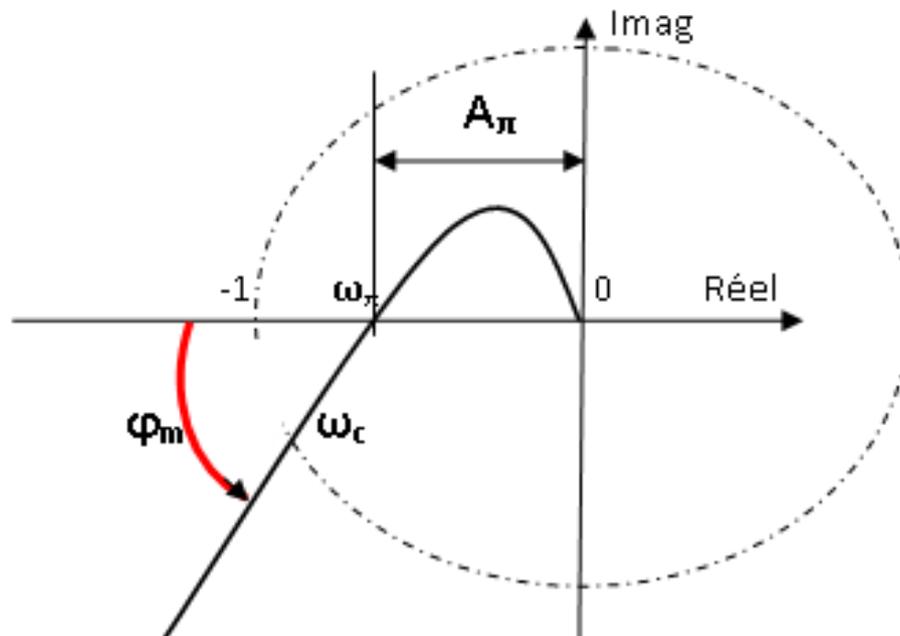


Figure 21 : Marge de gain et marge de phase dans le plan de Nyquist [13]

VII Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude de l'asservissement. Nous avons examiné les principes fondamentaux et les concepts clés qui permettent d'étudier et de réguler des systèmes,

Nous avons présenté les éléments intervenants dans un système asservi entre autres, chaîne d'action, de réaction, boucle ouverte et boucle fermée ainsi des notions sur la modélisation des systèmes par des équations différentielles et à travers là de fonction transfert.

L'étude d'un système passe par une analyse temporelle et fréquentielle qui permettent de se prononcer sur les performances du système entre autres la stabilité, la précision et la rapidité.

Chapitre III

Régulation Automatique d'une Fraiseuse

I. Introduction

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à l'étude et la modélisation de la régulation automatique d'une fraiseuse. Nous commencerons par la présentation de cette régulation, ensuite nous allons faire sa mise en équation systématique. Cette mise en équation nous amène à la représentation de cette régulation par des équations différentielles, puis via la transformée de Laplace une fonction de transfert.

L'analyse temporelle consiste à déterminer les réponses à des signaux typiques (l'impulsion, l'échelon, la rampe) qui vont permettre de statuer sur ses performances. L'analyse fréquentielle consiste à déterminer la réponse à une excitation sinusoïdale, elle permet de statuer sur la stabilité et la synthèse (correction éventuelle) à partir des lieux de transfert en boucle ouverte tracés dans les différents plans, Bode, Nyquist.

II. Présentation de la régulation Automatique

La figure (III-1) représente une régulation automatique de position $y(t)$ d'une fraise F qui doit reproduire (dans un plan) sur la pièce à usiner PU le profil donné par le modèle d'usinage MU. La pièce et le modèle sont fixés sur une table mobile T qui se déplace horizontalement (axe dans le plan) à la vitesse constante V. Le capteur C, qui mesure la valeur de y, transmet celle-ci, par l'intermédiaire de la tige rigide et guidée TM (verticalement dans le plan) au potentiomètre de sortie Ps, qui transforme proportionnellement (Rps) la position linéaire y en tension u (image de y). Cette tension est comparée à l'image u de la grandeur de référence w, au moyen du premier amplificateur de la chaîne amplificatrice A qui fonctionne en comparateur ; la transformation de w en u est identique à celle de y en u, i.e. qu'elle est effectuée par le palpeur P placé à l'extrémité de la tige rigide et guidée TP. Le signal d'erreur obtenu $e = U_e - U_s$ est amplifié en tension (gain K) et en puissance par la chaîne A, dont le dernier étage alimente le circuit d'excitation du moteur à courant continu Mc, à courant d'induit i constant (i.e. alimenté par un générateur de courant). Ce moteur entraîne, au moyen d'un système à vis sans fin SM, de gain Kg, la fraise F, dont la rotation est assurée par un moteur électrique M. tournant à vitesse pratiquement constante. Ainsi, le déplacement de la fraise étant provoqué par le signal d'erreur e, le système tendra à rendre la valeur de ce signal le plus faible possible ; lorsque, par exemple, $u = u_e$, i.e. $e = 0$, le moteur M. est à l'arrêt ; il y a égalité entre la tension u images de la grandeur de référence w) et la tension u (image de la grandeur réglée y). On a bien affaire ici à une régulation de correspondance, puisque l'asservissement a pour but de faire en sorte que la valeur de y (1)

soit à tout instant le plus près possible de celle de $w(t)$, ce qui signifie que $e(1) = 0$, quelle que soit la loi de variation de la grandeur de référence w en fonction du temps, puisque la table se déplace à la vitesse constante V .

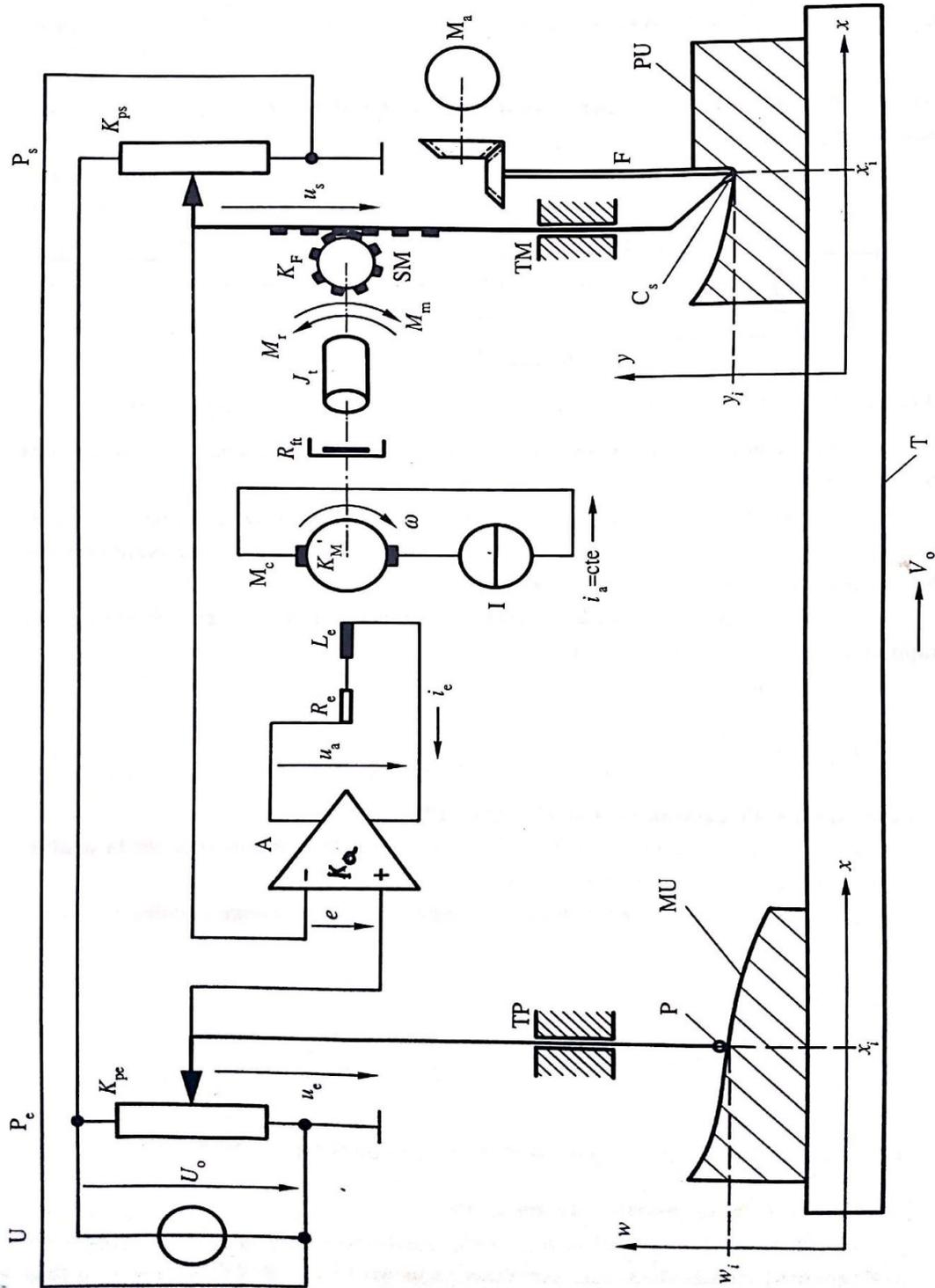


Fig.III.1 Schéma d'une Régulation Automatique d'une fraiseuse

III. L'asservissement d'une fraiseuse :

III.1 Mise en équations

La mise en équations d'une régulation est l'étape la plus importante et pour la réaliser, on adopte en générale la marche suivante :

Elle consiste à décomposer Cette régulation en sous-systèmes simples et à mettre en équations chaque sous-système en allant de l'entrée du système vers la sortie. C'est ce que nous allons adopter pour notre système.

L'entrée $u_e(t)$ qui est l'image de la grandeur de référence $w(t)$ (effectuée par le palpeur P placé à l'extrémité de la tige rigide et guidée TP) est obtenue en utilisant le diviseur de tension (K_{pe}) à l'entrée qui nous donne une partie de la tension U_0 .

$$u_e(t) = K_{pe} w(t) \quad (III.1)$$

A l'entrée du comparateur nous aurons la différence

$$e(t) = u_e(t) - u_s(t) \quad (III.2)$$

Le signal d'erreur obtenu est amplifié en tension et en puissance

$$u_a(t) = K_a e(t) \quad (III.3)$$

Avec cette tension $u_a(t)$, on attaque l'inducteur du moteur à courant continu à excitation séparée, qui présente une résistance interne R_e et une inductance L_e . On suppose qu'il est parfaitement compensé (annulation de la réaction d'induit) et qu'il travaille en zone non saturée ($K'_M = \text{cte}$).

Ce moteur est à courant d'induit constant c'est-à-dire qu'il est commandé par l'inducteur, d'où l'équation électrique suivante :

$$R_e i_e(t) + \frac{L_e di_e(t)}{dt} = u_a(t) \quad (III.4)$$

Le couple moteur est proportionnel au courant

$$M_m(t) = K'_M i_e(t) \quad (III.5)$$

L'équation mécanique du moteur s'écrit comme suite

$$R_{ft} \omega(t) + J_t \frac{d\omega(t)}{dt} = M_m(t) - M_r(t) \quad (III.6)$$

R_{ft} = coefficient de frottement visqueux ;

J_t = moment d'inertie du moteur ;

ω = vitesse angulaire en rd/s.

La position angulaire $\theta(t)$ sera donné en fonction de la vitesse par :

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \rightarrow \theta(t) = \int \omega(t) dt \tag{III.7}$$

La position linéaire y est proportionnelle à la position angulaire par :

$$y(t) = K_F \theta(t) \tag{III.8}$$

La tension $u_s(t)$ est l'image de la position linéaire $y(t)$ (effectuée par le palpeur P placé à l'extrémité de la tige rigide et guidée TM) est obtenue en utilisant le diviseur de tension (K_{ps}) à l'entrée qui nous donne une partie de la tension U_o .

$$u_s(t) = K_{ps} y(t) \tag{III.9}$$

Le passage dans le plan complexe se fait par application de la transformée de Laplace de ces équations. En supposant que toutes les conditions initiales sont nulles, nous obtenons les équations suivantes :

$$L \left\{ \begin{array}{l} u_e = K_{pe} w \\ e = u_e - u_s \\ u_a = K_A e \\ R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt} = u_a \\ M_m = K_M' i_e \\ R_{ft} w + j_t \frac{dw}{dt} = M_m - M_r \\ \theta = \int w dt \\ y = K_F \theta \\ u_s = K_{ps} y \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} U_e = K_{pe} W \\ E = U_e - U_s \\ U_a = K_A E \\ R_e I_e + p L_e I_e = U_a \\ M_m = K_M^{i_e} \\ R_{ft} \Omega + p j_t \Omega = M_m - M_r \\ \theta = \frac{\Omega}{p} \\ Y = K_F \theta \\ U_s = K_{ps} Y \end{array} \right\} \tag{III.10}$$

III.2 Le schéma fonctionnel du système :

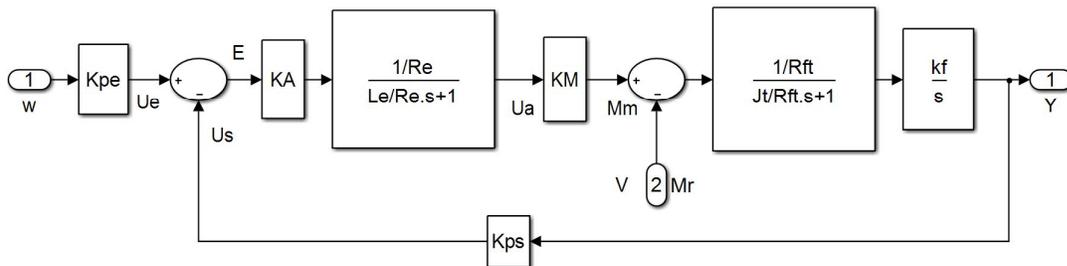


Figure III.2 Schéma Fonctionnel de la régulation

La figure III.2 représente le schéma fonctionnel détaillé de la régulation automatique de La fraiseuse, schéma traduisant ligne par ligne le modèle mathématique décrit par les équations précédentes. En utilisant les lois des schémas fonctionnels et après simplifications nous déterminons le schéma fonctionnel simplifié suivant :

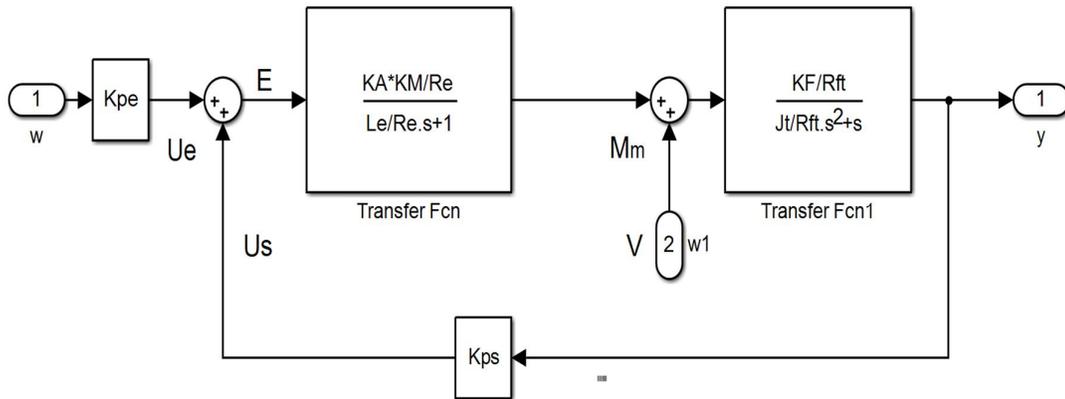


Figure III.3 Schéma Fonctionnel simplifié de la régulation

III.3 Données numériques

Le moteur utilisé est un moteur à courant continu à excitation séparée, qu'o considère parfaitement compensé (annulation de la réaction d'induit), les jeux dans le réducteur sont nuls et qu'il travaille en zone non saturée ($K'_M = \text{cte}$). Les valeurs numériques ont été rapportées de la référence [19].

$$K_{pe} = K_{ps} = 1 \text{ V/rad}$$

$$L_e = 0.1 \text{ H}$$

$$R_e = 1 \Omega$$

$$K'_M = 1 \text{ Nm s/A}$$

$$R_{ft} = 1 \text{ Nm s/rad}$$

$$J_t = 10 \text{ kgm}^2$$

$$K_F = 1 \text{ V/rad}$$

$K_A =$ gain en tension ajustable

III.4 Fonction de transfert en boucle ouvert

En utilisant le schéma fonctionnel de la régulation automatique représenté en figure (III.3) nous déterminons la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$\text{FTBO}(p) = \frac{\frac{K_A K_{pe} K_M K_F}{R_e R_{ft}}}{\left(1 + \frac{L_e}{R_e} p\right) \left(1 + \frac{J_t}{R_{ft}} p\right) p} \quad (\text{III.11})$$

III.5 Fonction de transfert en boucle fermée

La fonction de transfert en boucle fermée sera :

$$\text{FTBF}(p) = \frac{\text{FTBO}}{1 + \text{FTBO}} = \frac{\frac{K_A K_{pe} K_M K_F}{R_e R_{ft}}}{\left(1 + \frac{L_e}{R_e} p\right) \left(1 + \frac{J_t}{R_{ft}} p\right) p + \frac{K_A K_{pe} K_M K_F}{R_e R_{ft}}} \quad (\text{III.12})$$

En introduisant les données numériques nous obtenons :

$$\text{FTBO}(p) = \frac{K_A}{0.01 * p^3 + 0.2 * p^2 + p} \quad (\text{III.13})$$

$$\text{FTBF}(p) = \frac{K_A}{0.01 * p^3 + 0.2 * p^2 + p + K_A} \quad (\text{III.14})$$

III.6 Equation caractéristique :

L'application numérique permet de déterminer l'équation caractéristique du système

$$0.01 * p^3 + 0.2 * p^2 + p + K_A = 0 \quad (\text{III.15})$$

III.7 Critère de stabilité de Routh :

Le critère de Routh permet de statuer sur la stabilité d'un système linéaire sans être obligé de calculer les racines de son équation caractéristique. Il est composé de deux conditions.

La première condition de Routh, est que tous les coefficients de l'équation caractéristique (A_n) soient de même signe c'est-à-dire $[0.01, 0.2, 1, K_A]$ soient de même signe, ce qui nous donne $K_A > 0$.

La deuxième condition, il faut que tous les termes de la première colonne de la table de Routh soient de même signe.

On construit la Table de Routh pour notre système

$$\begin{array}{c|cc}
 p^3 & T_1 T_2 & 1 \\
 p^2 & T_1 + T_2 & K_A \\
 \hline
 p^1 & B_1 & 0 \\
 p^0 & C_1 &
 \end{array}$$

$$B_1 = \frac{(T_1+T_2)-(T_1 T_2)K_A}{T_1+T_2} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{et} \quad C_1 = K_A \quad (\text{III.17})$$

Pour que le système soit stable il faut que les termes de la première colonne de la table de Routh soient de même signe (positif car $T_1 T_2$ et T_1+T_2 sont positifs), ce qui nous donne B_1 et C_1 doivent être positifs :

$$B_1 > 0 \Rightarrow (T_1+T_2) - (T_1 T_2)K_A > 0 \Rightarrow B_1 < \frac{(T_1+T_2)}{(T_1 T_2)} = 20 \quad (\text{III.18})$$

$$C_1 > 0 \Rightarrow K_A > 0 \quad (\text{III.19})$$

$$\text{Donc le système sera stable pour} \quad 0 < K_A < 20 = K_{cr} \quad (\text{III.20})$$

III.8 Tableau de Routh pour plusieurs valeurs de K_A :

Dans le tableau suivant on résume les valeurs des termes de la table de Routh (B_1 et C_1) pour plusieurs valeurs du gain de l'amplificateur K_A . On voit bien que ces termes sont de même signe (positif) donc le système est stable en Boucle fermée pour $0 < K_A < 20$.

Tableau III.1 Table de Routh pour plusieurs valeurs du gain (Bode)

K_A	1	2	5	10	35
B_1	0.95	0.9	0.75	0.5	-0.75
C_1	0.95	1.8	3.75	5	-26.25

III.9 Lieu d'Evans ou lieu des racines :

Le lieu d'Evans appelé aussi lieu des racines permet de voir l'évolution des racines de l'équation caractéristique (les pôles de la FTBF) quand le gain varie entre Zéro et l'infini.

On trace les lieux d'Evans du système en boucle fermée :

$$FTBF(p) = \frac{K_A}{(1+0.1p)(1+0.1p)p+K_A} \quad (\text{III.21})$$

La localisation des racines du système nous donne la position des pôles pour K_A allant de zéro à l'infini, et confirme la valeur du gain critique $K_{cr}=20$.

Pour $K_A > K_{cr} = 20$. Deux des pôles passent dans le demi plan droit donc le système sera instable

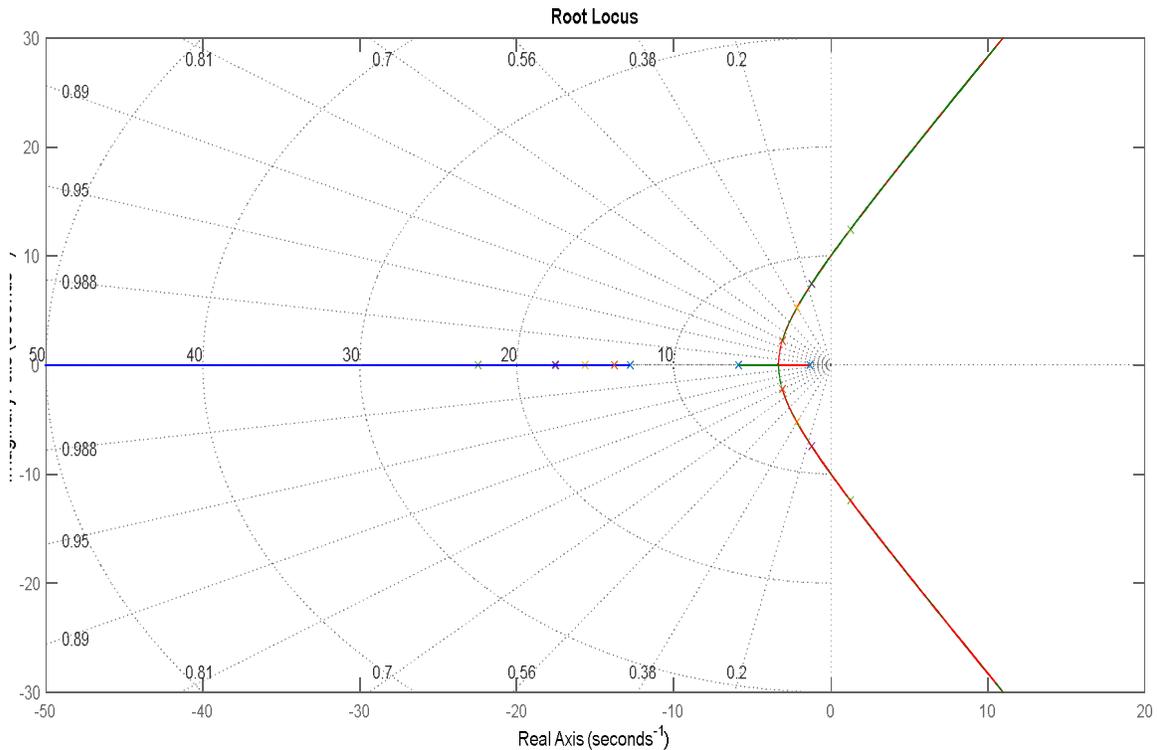


Fig. III. 4 Lieu d'Evans du système pour plusieurs valeurs du gain $K_A = [1 \ 2 \ 5 \ 10 \ 20 \ 25]$

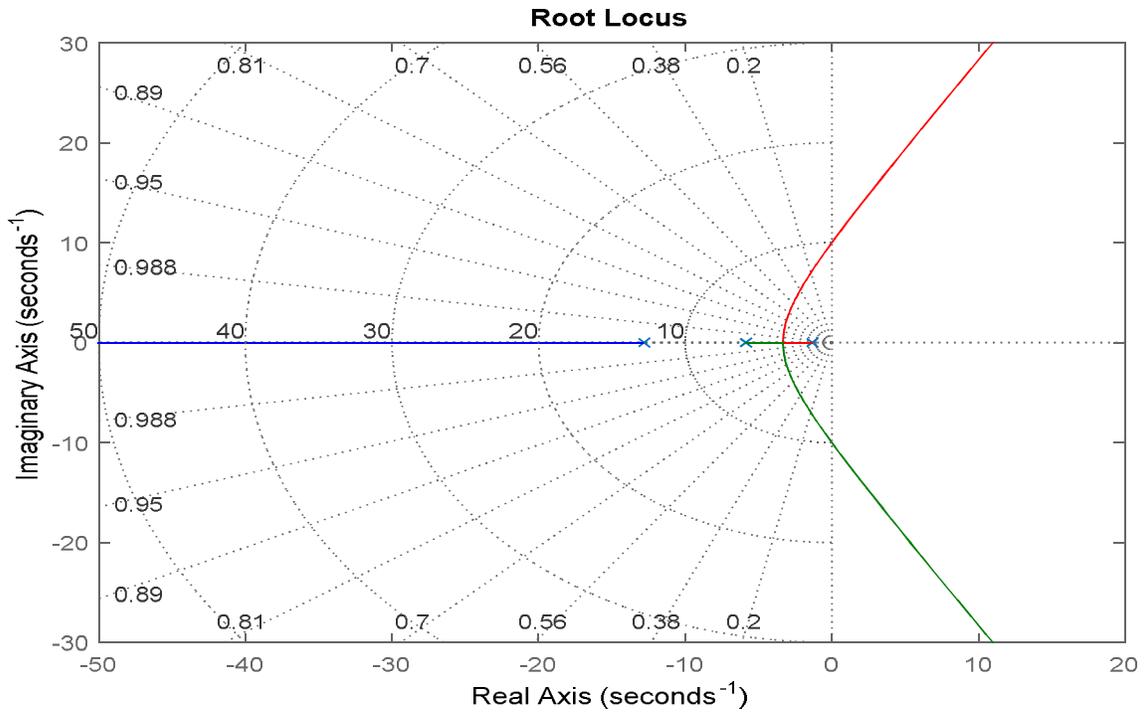


Fig. III. 5 Lieu d'Evans du système pour $K_A=1$

IV. Analyse temporelle :

À l'aide de l'analyse temporelle, On détermine les principales performances du système à savoir la stabilité, la précision et la rapidité.

IV.1 La réponse indicielle :

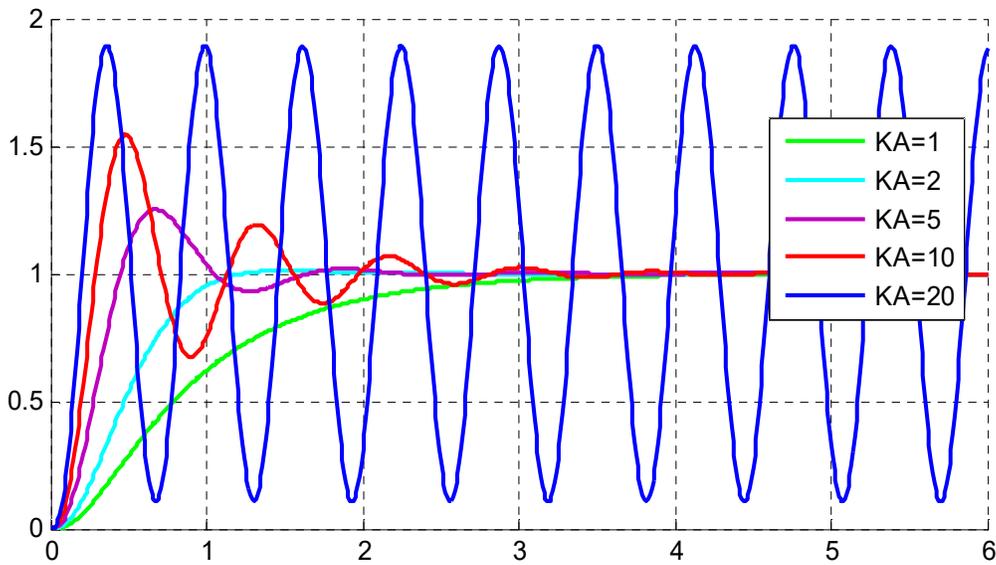


Fig.III.6 Réponses indicielles.

Sur la figure III.6 nous avons représenté les réponses indicielles du système pour plusieurs valeurs du gain $K_A = [1 \ 2 \ 5 \ 10 \ 20 \ 20]$. On remarque que pour $K_A < K_{cr} = 20$, le système atteint son régime permanent assez rapidement et pour $K_A = K_{cr} = 20$ le système est oscillant (marginalelement stable).

Réponse indicielle pour $K_A = K_{op}$

Sur la figure III.7 nous avons représenté la réponse indicielle du système pour une valeur du ($K_A = K_{op} = 5$), le gain qui donne une réponse optimale (une seule oscillation). Cette réponse va nous permettre de déterminer :

- Le temps de réponse à $\pm 5\%$: 1.45 S
- Le dépassement (D%) $D = 1.23 - 1 = 0.23$
- Le temps de montée ($t_{m63\%}$) $T_m = 0.4$ S
- Le temps de pic (t_{pic}) $T_p = 0.7$ S

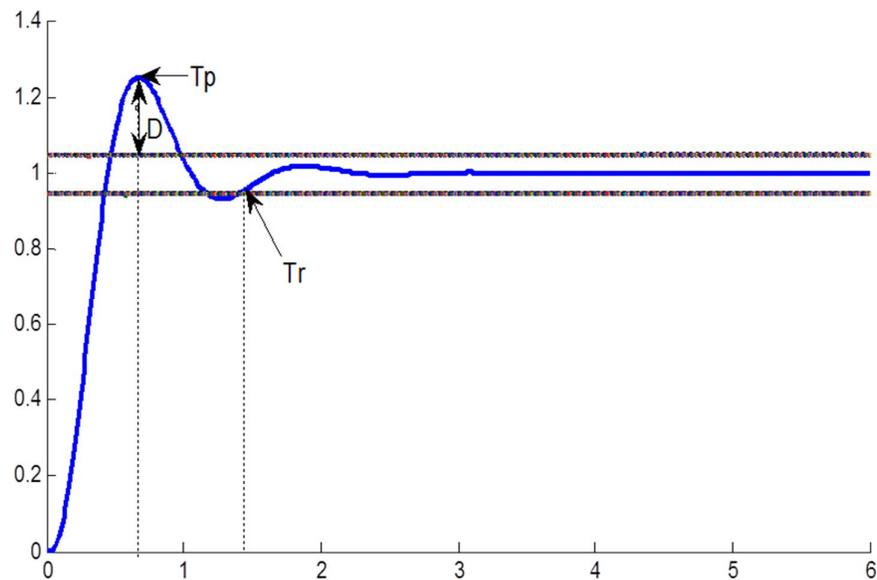


Fig. III. 7 réponses indicielles $K_A = K_{op}$

IV.2 La réponse impulsionnelle :

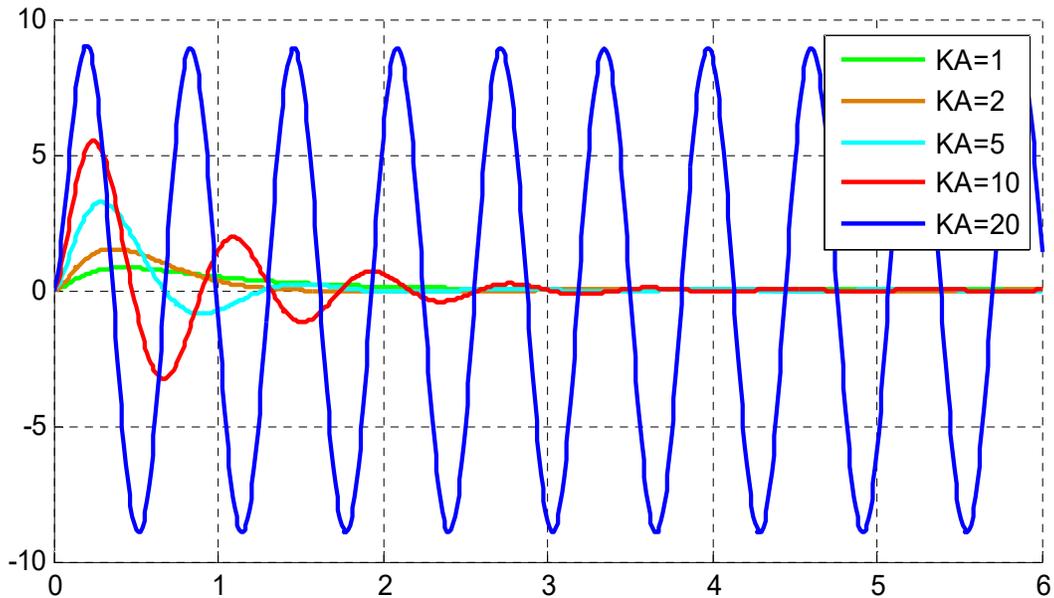


Fig. III. 8 réponses impulsionnelle

Sur la figure III.8 nous avons représenté les réponses impulsionnelles du système pour plusieurs valeurs du gain $K_A = [1 \ 2 \ 5 \ 10 \ 20 \ 20]$. On remarque que pour $K_A < K_{cr} = 20$, le système revient à son état de repos assez rapidement et pour $K_A = K_{cr} = 20$ le système est oscillant (marginale stable).

IV.3 La réponse en vitesse :

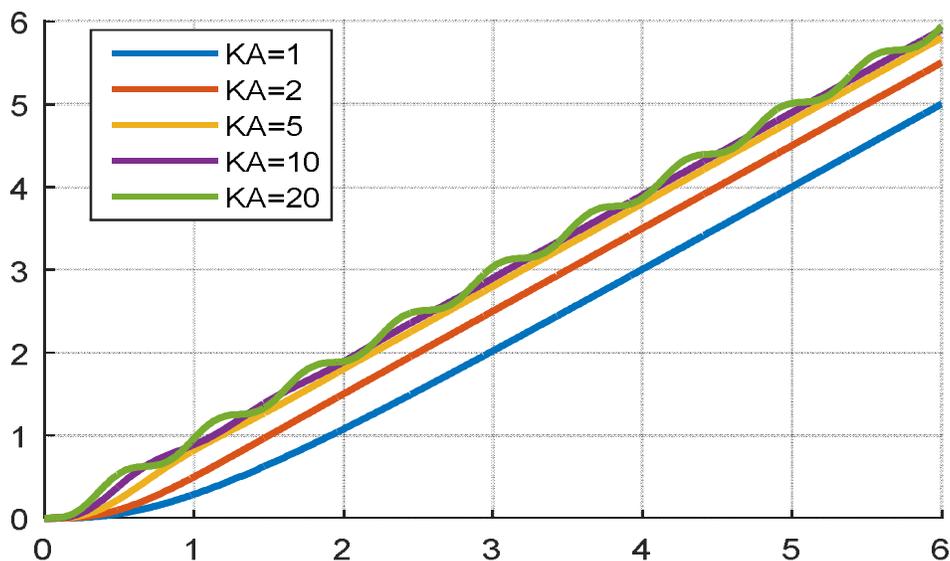


Fig. III. 9 Réponse en vitesse

Sur la figure III.9 nous avons représenté les réponses en vitesse du système pour plusieurs valeurs du gain $K_A = [1 \ 2 \ 5 \ 10 \ 20]$. On remarque que pour $K_A < K_{cr} = 20$, le système tend vers la valeur de consigne (la rampe) rapidement et pour $K_A = K_{cr} = 20$ le système est oscillant (marginale stable).

V. Analyse fréquentielle :

C'est l'analyse des systèmes dynamiques par l'étude de la réponse à une excitation sinusoïdale. L'étude de la stabilité des systèmes et leurs synthèses (correction éventuelle) peuvent être effectuées à partir des lieux de transfert en boucle ouverte tracés, selon le cas, dans les plans de Bode ou de Nyquist.

V.1 Diagramme de Bode :

La réponse harmonique d'un système linéaire à un signal sinusoïdal de pulsation ω et d'amplitude unité est un signal sinusoïdal de même pulsation, dont l'amplitude et la phase sont le module et l'argument de la transmittance harmonique $F_{BO}(j\omega)$.

La transmittance harmonique, aussi appelée fonction de transfert d'un système, est le rapport désigné par $A_{dB}(\omega)$ et le déphasage désigné par $\varphi(\omega)$ entre les signaux sinusoïdaux d'entrée et de sortie.

- **Représentation du module $A_{dB}(\omega)$ et de la phase $\varphi(\omega)$**

Le lieu de Bode consiste à représenter en fonction de la pulsation ($\omega = 2\pi f$) le module (gain) et l'argument (la phase) de la transmittance en boucle ouverte ; pour (ω) variant entre Zéro et l'infini.

$$F_{BO}(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = |F_{BO}(j\omega)| \varphi(\omega) \quad (\text{III.22})$$

$$\text{Le gain en décibel } A_{dB}(\omega) = 20 \text{ Log}|F_{BO}(j\omega)| \quad (\text{III.23})$$

$$\text{La phase en degré } \varphi(\omega) = \text{Arg}[F_{BO}(j\omega)] \quad (\text{III.24})$$

Tableau III. 2 Quelques valeurs du gain et de la phase pour tracer le lieu de Bode

Ω	0	ω_c	ω_π	∞
$A_{dB}(\omega)$	$+\infty$	0	A_m	$-\infty$
$\varphi(\omega)$	0	φ_m	$-\pi$	$-3\pi/2$

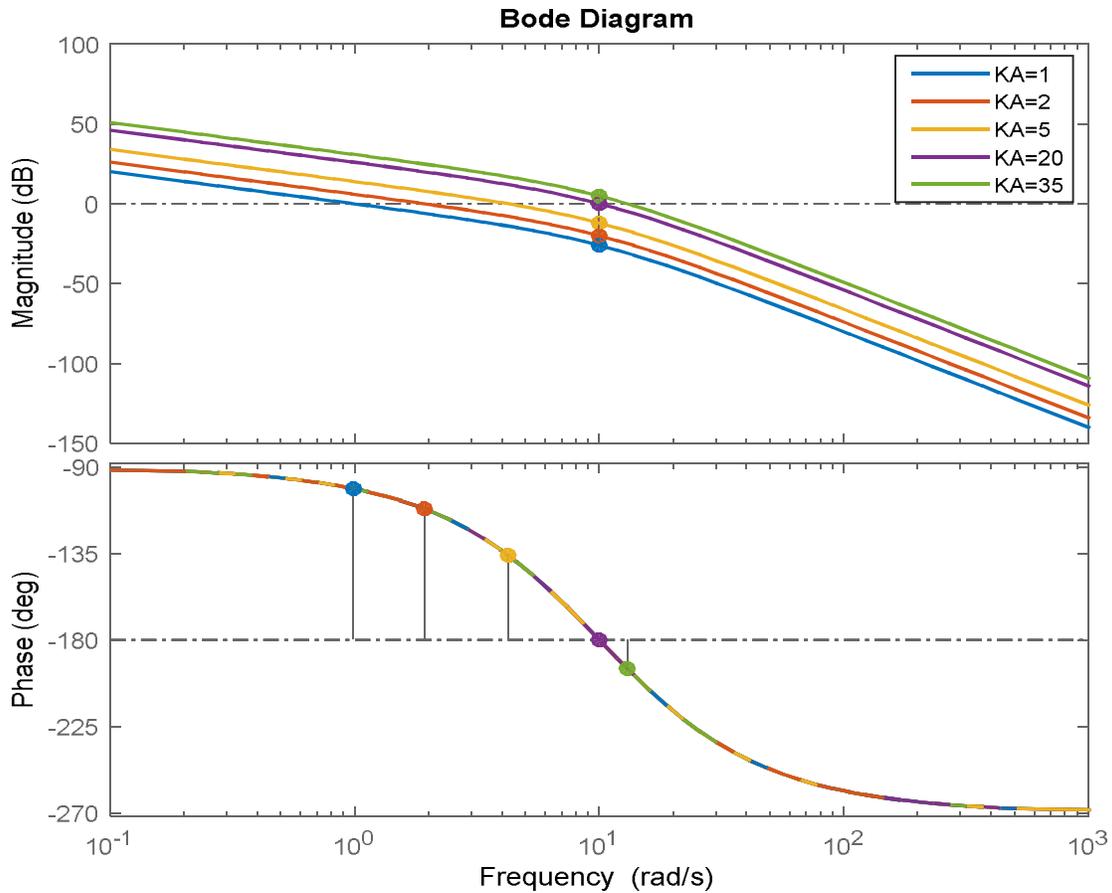


Fig. III. 10 Diagramme de Bode

Sur la figure (III.10) nous avons représenté le lieu de Bode (gain et phase) de la transmittance en boucle ouverte du système, pour plusieurs valeurs du gain de l'amplificateur K_A . Nous remarquons que la phase à la fréquence de coupure (ω_c) est supérieure à -180° ($\varphi(\omega_c) > -\pi$) pour $0 < K_A < 20$ donc le système est stable en boucle fermée selon le critère du revers et pour $K_A=35 > K_{cr}$, cette phase est inférieure à -180 donc le système est instable en boucle fermée.

- **Marge de gain et marge de phase du système :**

La marge de phase d'un système est définie comme suite :

$\Phi_m = \arg(F_o(j\omega)) - (-\pi) = \pi - (\varphi(\omega_c))$ avec $\omega_c =$ pulsation ou fréquence de coupure, La pulsation pour laquelle la courbe du gain $A_{dB}(\omega)$ coupe l'axe zéro décibel

La marge de gain d'un système est définie comme suite :

$A_m = 20 \text{ Log}|F_{BO}(j\omega_\pi)|$ avec ω_π = pulsation ou fréquence d'inversion de la phase, la pulsation pour laquelle la courbe de la phase ($\varphi(\omega)$) coupe d'axe $-\pi$.

Sur la figure III.10 on a fait apparaître les marges de gain et de phase pour chaque valeur du gain de l'amplificateur K_A . Les valeurs de la marge du gain et de la phase sont résumées dans le tableau III.3.

Tableau III.3 Marge de phase et marge de gain pour plusieurs valeurs du gain de l'amplificateur

K_A	1	2	5	20	35
A_m	26	20	12	0	-4.86
φ_m	78.7	68.2	44.1	0	-14.9

V.2 Diagramme de Nyquist :

Le lieu de Nyquist d'un système linéaire de transmittance $F_{BO}(j\omega)$ est le lieu des points définis en coordonnées polaires par un rayon vecteur de longueur $A(\omega) = |F_{BO}(j\omega)|$ et par un angle polaire $\varphi(\omega) = \text{Arg}[F_{BO}(j\omega)]$ pour ' ω ' variant de zéro à l'infini, le lieu est gradué en valeurs de ' ω '.

Il est aussi défini en coordonnées cartésiennes par le lieu des points défini par une ordonnée égale à $\text{Im}(F_{BO}(j\omega))$ et une abscisse égale à $\text{Réel}(F_{BO}(j\omega))$ pour ' ω ' variant de zéro à l'infini. Pour notre système on aura

$$\text{Réel}(F_{BO}(j\omega)) = -\frac{K_A(T_1+T_2)\omega^2}{D(\omega)} \quad (\text{III.25})$$

$$\text{Im}(F_{BO}(j\omega)) = -\frac{K_A(\omega - \omega^3 T_1 T_2)}{D(\omega)} \quad (\text{III.26})$$

$$D(\omega) = \sqrt{(T_1 + T_2)^2 + \omega^2(1 - T_1 T_2 \omega^2)^2} \quad (\text{III.27})$$

Pour tracer le lieu de Nyquist de notre système on fait varier (ω) de zéro à l'infini et on calcule à chaque fois ($\text{Réel}(\omega)$ et $\text{Im}(\omega)$) et cela pour plusieurs valeurs du gain K_A . Les résultats sont résumés dans le tableau III.4

Tableau III.4 Quelques valeurs pour tracer le lieu de Nyquist

ω	0	ω_c	ω_π	∞
Re(ω)	ka	Re(ω_c)	A_π	0
Im(ω)	$-\infty$	Im(ω_c)	0	0

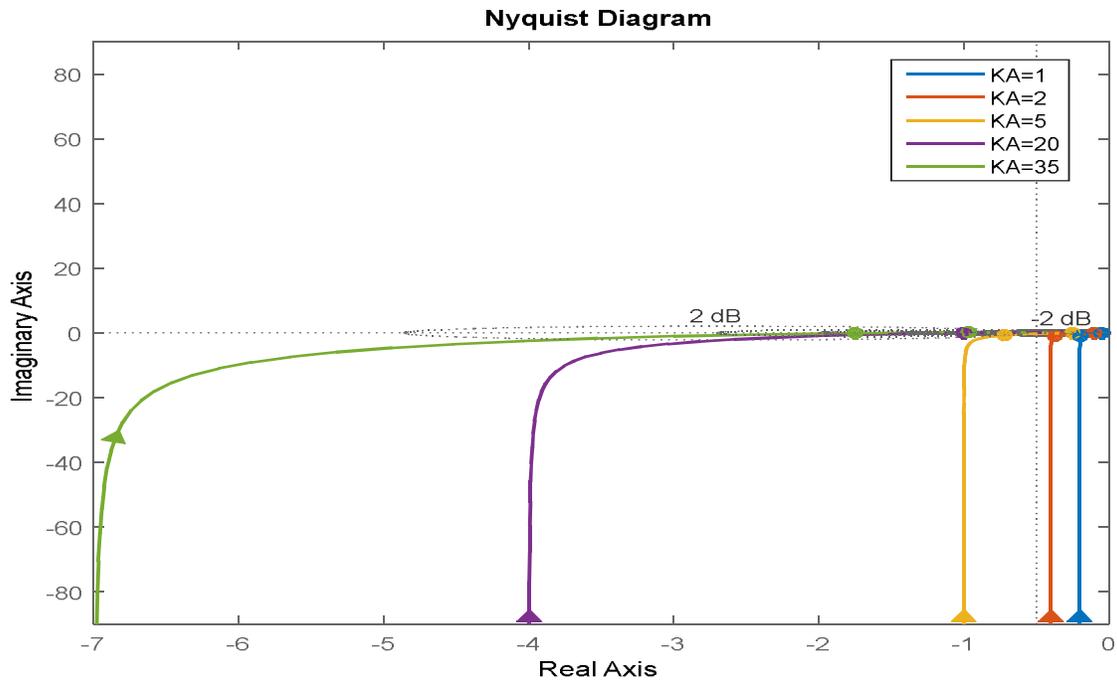


Fig. III 11 lieu de Nyquist du système

Sur les figures III.11 et III.12 ($K_A=1$) nous avons représenté les lieux de Nyquist de la transmittance en boucle ouverte système pour plusieurs valeurs du gain de l'amplificateur K_A . On remarque que pour $K_A < K_{cr}$ les courbes passent au-dessous du point $(-1 0j)$ ce qui confirme la stabilité du système en boucle fermée selon le critère du revers.

Pour $K_A=35 > K_{cr}$ la courbe passe au-dessus du point $(-1 0j)$, le système est instable en Boucle fermée.

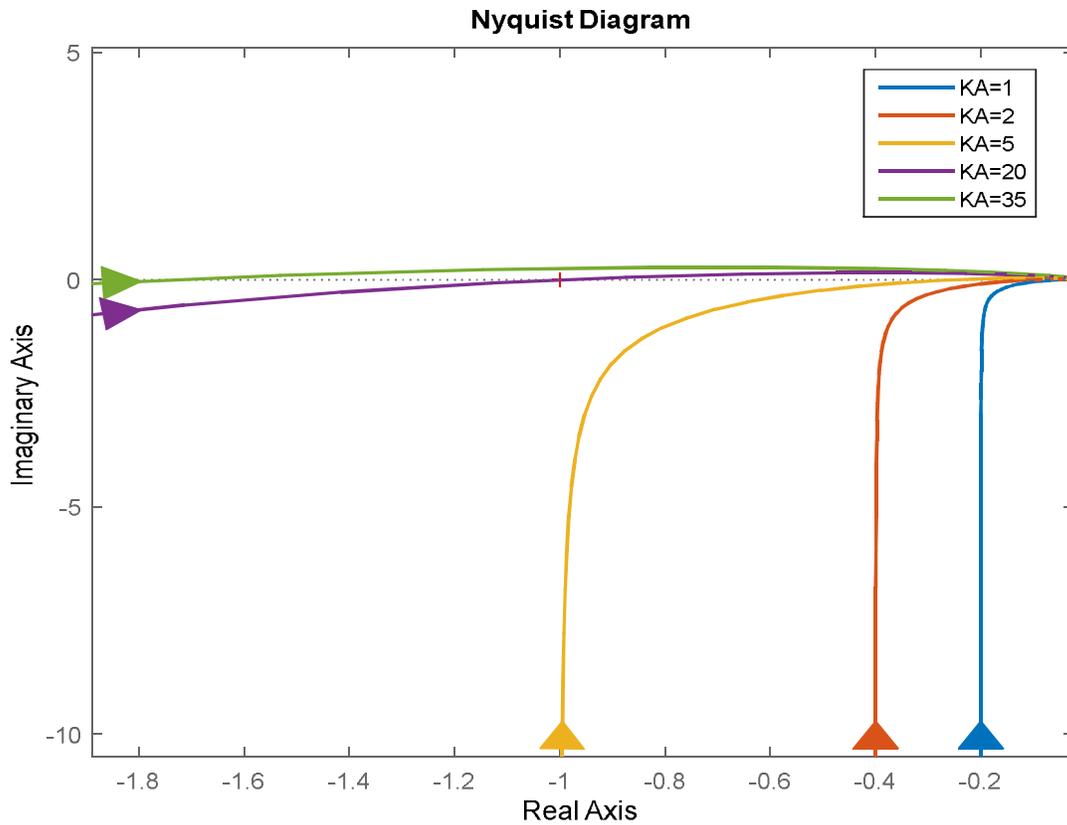


Fig. III 12 Zoom du lieu de Nyquist du système

- **Marge de phase et marge de gain**

Sur le tableau III.5 nous avons résumé les valeurs de la marge du gain et la marge de phase pour plusieurs valeurs du gain de l'amplificateur K_A

Tableau III.5 Marge de phase et marge de gain pour plusieurs valeurs de K_A

K_a	1	2	5	20	35
A_m	26	20	12	0	-4.86
φ_m	78.7	68.2	44.1	0	-14.9

On remarque qu'on obtient les mêmes valeurs pour les marges de phase et les marges de gain pour les deux diagrammes de Bode et de Nyquist

En pratique, pour tenir compte des hypothèses simplificatrices lors de la modélisation (parasites et négligence des petites constantes de temps) on conseil les fourchettes suivantes :

-Marge de phase entre 40° et 50°

-Marge de gain entre 8 à 15 dB

Ce qui correspond pour notre système à $5 < K_A < 10$

VI. Conclusion

En conclusion de ce chapitre on peut dire que l'analyse fréquentielle, qui consiste à déterminer la réponse du système à une entrée sinusoïdale et représentées dans les trois diagrammes (Evans, Bode, et Nyquist) on conclut que notre système est stable en boucle fermée (selon le critère du revers) et qu'il est assez robuste car il présente une marge de gain et une marge de phase recommandé par les normes.

Les résultats de l'analyse temporelle qui consiste à déterminer les réponses indicielle, impulsionnelle, et en vitesse, représentées respectivement dans les figures (III.6 III.8 et III.9) montrent que notre système est stable, assez rapide et précis.

Conclusion

Générale

Conclusion Générale

Dans ce travail nous nous sommes intéressés à la régulation automatique d'une fraise.

Pour se faire nous avons commencé ce travail dans le premier chapitre, par un aperçu sur les fraiseuses et leurs outils.

Une régulation automatique peut être résumée à une commande à asservissement où l'action sur le système commandé dépend de la mesure de la grandeur commandée, ce qui nous a contraints à faire un large rappel sur les asservissements et a fait l'objet du deuxième chapitre.

Le troisième chapitre reflète l'essentiel de notre travail et dans lequel nous avons présenté une régulation automatique de la position d'une fraise qui doit reproduire sur la pièce à usiner (PU) le profil donné par le modèle d'usinage (MU).

La modélisation passe obligatoirement par une mise en équation systématique. Cette mise en équation nous a ramené à représenter le système par un schéma fonctionnel qui nous a permis de trouver la relation entre la grandeur de sortie du système et sa grandeur d'entrée (ou de consigne). Le rapport de ces deux grandeurs n'est autre que la fonction de transfert du système. L'analyse de tout système passe par des tests, c'est-à-dire trouver les réponses de ce système à des entrées typiques (impulsion, échelon, rampe, harmonique) afin de déterminer les performances de ce système.

Dans cette régulation le seul paramètre ajustable est le gain de l'amplificateur K_A , pour ajuster ce gain nous avons utilisé le critère de stabilité de Routh, qui nous a amené à trouver la plage de variation de ce gain en fonction des paramètres du système $0 < K_A < 20 = K_{cr}$, qui est fonction des constantes de temps (électrique et mécanique) du moteur à courant continu à excitation séparée utilisé.

Une fois la condition de stabilité assurée, nous avons fait varier le gain K_A du système dans un premier temps par les lieux d'Evans qui nous positionne l'évolution dans le plan complexe des pôles du système en fonction de son gain K_A .

Dans l'analyse temporelle nous avons représenté la réponse impulsionnelle, la réponse indicielle et la réponse à une rampe pour plusieurs valeurs (dans la plage de stabilité) du gain de l'amplificateur K_A . Dans l'analyse fréquentielle nous avons représenté la réponse harmonique (dans les trois diagrammes (Bode, Nyquist et Evans) du système pour plusieurs valeurs (dans la plage de stabilité) du gain de l'amplificateur K_A . L'analyse fréquentielle permet de statuer sur le régime permanent des systèmes (stabilité, marge de gain, marge de phase).

L'analyse temporelle et fréquentielle de notre système nous révèle un gain optimal $K_A = 5$ pour avoir un bon compromis entre les performances, pour $K_A = K_{Aop}$, nous avons trouvé une marge de gain $A_m = 12 \text{ dB}$ une marge de phase $\varphi_m = 44.1$ degré et un temps de réponse à $\pm 5\%$, $tr = 1.45 \text{ S}$

En perspective de ce travail, il est intéressant de faire une réalisation pratique qui permettra de valider cette régulation, de faire éventuellement une correction afin d'optimiser le rendement du système.

Référence bibliographie

- [1] Chibane Noureddine mémoire Présenté pour l'obtention du diplôme de master « etude, DIAGNOSTIC ET REPARATION DE la FRAISEUSE UNIVERSELLE WEYRAUCH FR-U-1100 du hall de technologie de la faculté » Université de Tlemcen 2016
- [2] Fonctionnement de la fraiseuse : étape par étape - (lambdageeks.com)
- [3] Keblouti Ouahid, Cours « Fraisage » 2° Année Génie Mécanique, Université Houari Boumediene, Année universitaire 2019/2020
- [4]https://www.etwinternational.fr/public/uploded/2080/10_13_horizontal_milling_machine_13_1.jpg
- [5] Hachem Mohammed Chérif - Laimeche hadj Abdellah, MEMOIRE DE FIN D'ETUDE « Présentation d'une gamme d'entretien préventive d'une fraiseuse de type 6 P 13 » Université Kasdi Merbah–Ouargla 2011.
- [6] FLOREA FLORIAN, résumé théorique et guide de travaux pratiques « Fabrication de pièces d'usinage simples en fraisage » Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail Royaume du Maroc.
- [7] T. Dereli, I. H. Filiz and A. Baykasoglu, « Optimizing cutting parameters in process planning of prismatic parts by using genetic algorithms », international journal of production research, vol. 39, N°15, 3303-3328, 2001.
- [8] Sersou Soumeya, Projet de fin d'études Pour l'obtention de diplôme de Master « Application d'une maintenance préventive pour le cas d'une machine-outil fraiseuse FU 250 x 1000/2 » Université de Blida 2015-2016
- [9] A. Toumine, éléments de cours : usinage v1.1, Cours de Fabrication, « usinage par enlèvement de copeaux »
- [10] Dr Layachi, cours « Procédés d'obtention des pièces mécaniques » fac.umc.edu.dz (<https://fac.umc.edu.dz/ista/pdf/cours/Cours%203.pdf>)
- [11] Fiche technique pmo, consulté le 22/01/2016, ([www.pmodz.com/telechargement / pmotrading/ FICHE%20PERCEUSE%20A%20COLONNE.pdf](http://www.pmodz.com/telechargement/pmotrading/FICHE%20PERCEUSE%20A%20COLONNE.pdf))
- [12] https://www.enib.fr/~mecatro/edm/S1/fraisage_2017A_prof.pdf

- [13] M.Lafouili, cour(système asservie),université de Jijel(2023)
- [14] Cours d'Asservissement Linéaire et Régulation /Licence Electronique /Dr. Bourebia.O
- [15] Cours Automatique, Unité d'enseignement : Automatique 1(Iset Nabeul, Chelbi Hassen
- [16] Projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme de Master en Électrotechnique « Asservissement d'un panneau solaire » Guerdouh Zakarya, Tebba Abderraouf
- [17] Cours asservissement, Spé génie électrique, Lycée P. Mendès France Epinal.
- [18] R Bouhennache, université de Mila (chapitre II réponse temporelles)
- [19] livre de régulation automatique, LOUIS MARET.
- [20] Régulation et Asservissement, Yassine Ariba, Dpt GEI - Icam, Toulouse.
- [21] Dr.M. Rabi, Régulation analogique industrielle – ESTF- G. Thermique