

2017/07

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche

Scientifique

M/ELEC.COM.E

2012/02

Université de Jijel M 1118

02/02

Faculté des sciences et de la technologie

Département de Génie Electrique



Mémoire de fin d'études pour l'obtention du Diplôme de Master
en Electrotechnique

Option : compatibilité électromagnétique

Thème

**Optimisation de la géométrie d'une
grille de mise à la terre**

Réalisé Par :

Radouane DERBADJ

Dirigé par :

Dr. B. HARRAT

Promotion 2012

Année Universitaire 2011/2012

02/2012

02/02

Remerciements

Langage tout d'abord à Dieu qui ma donné la force

Pour terminer ce modeste travail.

Je tiens également à remercier Dr B.HARRAT pour son aide, son orientation judicieuse, ses conseils, disponibilité et son encouragement spécialement durant l'année.

je tien remercier aussi les membres de jury qui nous ont fait l'honneur d'accepter le jugement de notre travail.

Que les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Enfin je remercie mes parents et tous ceux qui ont contribués de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail, trouvent ici l'expression de notre profonde gratitude et respects.

Redouane

DEDICACE

Je dédie ce modeste travail A:

Ceux qui me sont chères

→ Ma mère que j'aime beaucoup. Sont oubliée

→ Mon père qui a mis à ma disposition tous

ce dans j'avais besoin.

Aussi à :

Mes frères et mes sœurs,

Toute la famille Derbadj,

Mes collègues,

Tous mes amis,

Et en fin à Tous mes collègues de la promotion

2012

Radouane

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I : Généralités

Introduction	6
I- Généralités	7
I.1 Réseaux électriques	7
I.2 poste électriques	7
I.2.1 Définition	7
I.2.2 Différents types de postes électriques	8
I.2.3 Intérêt des centres de surveillance et de contrôle.....	9
I.3 Phénomène foudre et le réseau électrique	9
I.3.1 Impact direct d'une onde de foudre sur le réseau électrique.....	10
I.3.2 Protection des lignes aériennes et des postes électriques contre la foudre	11
II- Notion de mise à la terre	11
II.1 Définition- Mise à la terre	12
II.2 Réseau de terre	13
II.2.1 Définition	13
II.2.2 Fonctions des réseaux de terre	13
II.2.2.1 La sécurité des personnes et des animaux.....	13
II.2.2.2 Protection des installations de puissance	14
II.2.2.3 Protection des équipements fonctionnant à bas niveaux.....	14
II.2.2.4 Equipotentialité du réseau de terre	14
II.2.2.4.1 L'interconnexion des masses	15
II.2.2.4.2 Rayonnement électromagnétique des systèmes de mise à la terre.....	16
III- Propriétés électriques de la terre	16
III.1 Intérêt des mesures des mises à la terre	17
IV- Tension de pas et de toucher	17
IV.1 Définition	18
IV.2 Formules théoriques simplifiées de la tension de pas et de toucher	18
V- Impédance transitoire	20

Chapitre II : Modélisation de l'impact direct d'une onde de foudre sur une grille de mise à la terre

Introduction	23
I-Différentes approches pour l'analyse des systèmes de mise à la terre	24
I.1 Bref aperçu sur la théorie des antennes	25
I.2 La théorie des lignes de transmission	26
I.2.1 Equations générales des lignes de transmission	27
I.3 Equations pour une ligne monofilaire	28
II-Modélisation d'un dispositif de protection 2D par la théorie des lignes	31
II.1 Les paramètres linéiques d'une électrode enterre.....	32
II.2 Discrétisation de l'équation de propagation en tension 2D par les différences finies	33
II.2.1 Notion sur la méthode des différences finies	33
II.2.2 la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)	35
II.2.3 Discrétisation de l'équation de propagation en tension 2D par les différences finie	36
II.2.4 Génération du système d'équations	37
II.2.5 Résolution du système matriciel	38
II.2.6 Imposition des conditions aux extrémités	39
II.3 Calcul de l'impédance transitoire	39

Chapitre III : Aspects théoriques sur l'optimisation numérique

Introduction	41
I- Notions sur l'optimisation	42
I.1 Définition de l'optimisation.....	42
I.2 Fonction objectif	43
I.3 Variables de décision	43
I.4 Minimum global	43

I.5 Minimum local	44
I.6 Méthode locale et global	45
I.7 Formulation d'un problème d'optimisation.....	45
I.8 Minimisation et maximisation.....	46
II- Classification des méthodes d'optimisation.....	47
II.1 Méthodes déterministes	47
II.1.1 Méthodes déterministes unidimensionnelles	47
II.1.2 Méthodes déterministes multidimensionnelles.....	48
II.2 Méthodes d'optimisation stochastiques	48
II.2.1 Principe d'un algorithme stochastique.....	49
III- Traitements d'un problème d'optimisation avec contraintes.....	50
III.1 conditions d'optimalité	50
III.2 Méthode d'optimisation déterministes.....	51
III.2.1 Méthodes de transformation.....	51
III.2.1.1 Méthodes de pénalités.....	52
III.2.1.1.1 Méthodes de pénalités extérieures.....	52
III.2.1.1.2 Méthodes des pénalités intérieures.....	53
III.2.1.1.3 Choix de la méthode de pénalité.....	53
III.2.1.2 Méthode de Lagrangien augmenté.....	54
III.2.2 Méthodes primitive (directes)	54
IV- Méthode de résolution de type quadratique récursive.....	55
IV.1 Principe de la méthode de résolution de type quadratique récursive	55
IV.2 Rafraîchissement de la matrice Hessienne.....	56
IV.3 Solution du sous-problème QP	57
IV.4 Recherche par ligne et Fonction de mérite	58
IV.5 Considérations pratiques sur l'utilisation de la méthode SQP.....	58

Chapitre IV Application

Introduction.....	60
I- Validations et applications	61
I-1 Validation.....	61
I.2 Applications	63

I.2.1 Effet de la taille et de nombre de mailles de la grille	63
I.2.2 Effet du point d'injection	65
I.2.3 Effet de la résistivité du sol.....	66
I.2.4 Effet de la profondeur d'enfouissement de la grille dans sol.....	66
I.2.5 Effet du temps de montée de l'onde de courant de foudre	67
I.2.6 Effet de la quantité de cuivre	67
II- Optimisation de la géométrie d'une grille de mise à la terre.....	69
II.1 Optimisation d'une grille de mise à la terre avec la tension de pas comme contrainte.....	69
II.2 Optimisation d'une grille de mise à la terre avec le champ magnétique émis comme contrainte	71
Conclusion général.....	75

Introduction générale

Introduction générale

Les principales anomalies de fonctionnement les plus fréquents d'un réseau électrique sont les courts circuits et d'un degré moindre les surcharges suite à un impact de foudre. La foudre est une décharge électrique d'une longueur de plusieurs kilomètres associée à une impulsion de courant transitoire de très forte amplitude.

Lors d'un coup de foudre, la décharge des courants très forts donne naissance à des tensions transitoires très importantes à proximité des installations des systèmes de mise à la terre dans le sol. Les conséquences liées à la foudre peuvent être particulièrement lourdes tant pour ce qui concerne les individus que les structures.

La protection des réseaux électriques est l'une des principales préoccupations des transporteurs de l'énergie électrique. Il faut donc, en cas de défaut interne ou externe, assurer un écoulement rapide des fortes intensités des courants qui risquent d'endommager les équipements du réseau (lignes de transmission, jeux de barres, transformateurs,.....). Dans un système de protection contre la foudre, la prise de terre est un élément indispensable, puisque c'est en elle que se disperse le courant de la foudre.

La mise à la terre, parfois simplement appelée « la terre », est l'ensemble des moyens mis en œuvre pour relier une partie métallique conductrice à la terre. La mise à la terre est un élément important d'un réseau électrique, que ce soit en haute ou basse tension. Chaque conducteur de descente doit avoir une prise de terre constituée par des éléments conducteurs en contact avec le terrain, capables de disperser le courant de la foudre dans ce dernier. Malheureusement un écoulement rapide des courants de défaut nécessite un dimensionnement approprié de la mise à la terre qui reste un problème très sérieux malgré les multiples travaux expérimentaux et de mesures entamés depuis plus de cinquante ans.

Une bonne mise à la terre est essentielle pour :

- la protection des bâtiments et des installations contre la foudre,
- la sécurité des personnes et des animaux par limitation des tensions de pas et de contact à des valeurs de sécurité,
- la compatibilité électromagnétique (CEM), c'est-à-dire la limitation des perturbations électromagnétiques,

- le fonctionnement correct du réseau d'alimentation électrique afin d'assurer une bonne qualité d'énergie.

Toutes ces fonctions sont assurées par une mise à la terre unique qui doit être conçue pour satisfaire à toutes ces exigences. Certaines parties d'un système de mise à la terre peuvent être prévues pour assurer une fonction particulière, mais elles font néanmoins partie d'un réseau unique de mise à la terre. Les normes exigent que toutes les liaisons de terre d'une installation soient interconnectées, en formant ainsi qu'un seul réseau.

Dans ce travail de mémoire de master en compatibilité électromagnétique (CEM) nous nous intéressons à l'optimisation de la géométrie d'une grille mise à la terre lors d'un impact direct d'une onde de foudre. Lors de la réalisation d'une mise à la terre, la solution simplifiée est de considérer la géométrie optimale pour un fonctionnement répondant aux normes de sécurité :

- d'une part, la sécurité des personnes et des biens par minimisation de la tension de pas, et la tension de toucher ;

- d'autre part, du point de vue rayonnement électromagnétique, la protection des équipements électriques (l'appareillage de mesure, de contrôle, et de commande) installés à l'intérieur d'un poste aérien HT ou THT.

Pour présenter notre travail, nous proposons quatre chapitres. Le premier nous le consacrons aux généralités ; dans ce chapitre nous donnons quelques notions sur les systèmes de mise à la terre utilisés dans le réseau de transport d'énergie, ainsi que leurs rôle dans la protection des personnes et des équipements sensibles d'un poste aérien HT ou THT.

Dans le deuxième chapitre nous exposons l'essentiel de l'approche mathématique que nous avons utilisée lors de nos modélisations; nous proposons des détails théoriques qui nous permettent de déduire l'équation de propagation en potentiel scalaire en 2D et sa discrétisation par la méthode numérique FDTD pour déduire un système matriciel linéaire dont la résolution nous permet de déduire la répartition des potentiels, des courants de branches, et de calculer l'impédance transitoire d'une grille de mise à la terre.

Le troisième chapitre porte sur les aspects théoriques sur l'optimisation numérique. Dans ce chapitre nous donnons quelques notions sur les méthodes d'optimisation sans et avec contraintes et nous exposons la méthode d'optimisation déterministe "la méthode de programmation quadratique récursive" que nous avons utilisée dans notre travail.

Dans le quatrième chapitre nous proposons quelques applications et nous terminons ce mémoire par une conclusion générale.

Chapitre I

Généralités

Introduction

Ce premier chapitre intitulé généralités, nous permet d'introduire une grande partie des éléments (du vocabulaire) utilisés dans ce travail dans les principaux mots clés sont :

- postes aériens ;
- foudre ;
- protections contre la foudre ;
- grille de mise à la terre ;
- tension de pas et de toucher ;
-

Nous commençons par quelques définitions permettant de décrire le réseau électrique et les postes aériens, en suite nous définissons la foudre entant que source de perturbation naturelle, la protection contre la foudre où nous introduisons le rôle des systèmes de mise à la terre pour la protection des postes HT ou THT contre l'impact direct d'une décharge atmosphérique.

I- Généralités

Les sources de production d'énergie électrique, particulièrement les centrales nucléaires ou hydrauliques, sont généralement éloignées des centres de consommation, c'est-à-dire des centres industriels et des villes. L'énergie est acheminée à distance par des liaisons électriques à grand flux qui remplissent une fonction de transport d'énergie. Afin de garantir la sécurité d'alimentation, il est utile de pouvoir faire transiter l'énergie électrique par des voies différentes, pour pallier l'avarie éventuelle de l'une d'elles. En outre, une exploitation économique veut que l'on utilise en priorité les unités de production au coût de revient le plus faible. Ces deux considérations, technique et économique, conduisent à raccorder entre elles les liaisons électriques pour constituer des nœuds électriques qui permettent de mettre en commun toutes les sources de production et qui assurent ainsi une fonction d'interconnexion entre régions et entre pays frontaliers.

I.1 Réseaux électriques

Les réseaux électriques sont constitués par l'ensemble des appareils destinés à la production, au transport, à la distribution et à l'utilisation de l'électricité depuis les centrales de génération jusqu'aux maisons de campagne les plus éloignées [1]. C'est enfin tout un ensemble d'automatismes et de transmission d'informations et de commandes, ensemble coordonné, donc système indispensable à la protection des ouvrages et des matériels, à la robustesse du réseau vis-à-vis des défaillances internes et des agressions extérieures.

I.2 Postes électriques

Les réseaux comportent des nœuds électriques où se raccordent les ouvrages : ce sont les *postes électriques*.

I.2.1 Définition

Un poste électrique est un élément du réseau électrique servant à la fois à la transmission et à la distribution d'électricité. Il permet d'élever la tension électrique pour sa transmission, puis de la redescendre en vue de sa consommation par les utilisateurs (particuliers ou industriels). Les postes électriques se trouvent donc aux extrémités des lignes de transmission ou de distribution [2].



Figure 1. Poste électrique.

I.2.2 Différents types de postes électriques

On peut distinguer plusieurs types de postes suivant les fonctions qu'ils assurent [2]:

➤ *Postes à fonction d'interconnexion:*

Constituent les nœuds des réseaux nationaux, ces postes sont normalement composés de plusieurs jeux de barres à la même tension, c'est généralement sur ces postes que sont raccordés les générateurs de grande puissance.

➤ *Postes de transformation:*

Les postes de transformation permettent d'adapter la tension du réseau au transport (poste éleveur de tension en sortie de centrale électrique) ou à la distribution (poste source), et de passer d'un niveau de tension à un autre (400, 225, et 63 ou 90 kV).

➤ *Postes mixtes:*

Assurent à la fois la fonction d'interconnexion et la fonction de transformation, ces postes comportent plusieurs étages de transformations et plusieurs jeux de barres.

Dans les zones semi-urbaines ou urbaines, le manque de place nécessite l'utilisation de postes compacts utilisant un gaz sous pression présentant des caractéristiques d'isolement supérieures à celles de l'air. Cette technologie permet donc des gains de place très importante et une bonne intégration dans des milieux contraints.

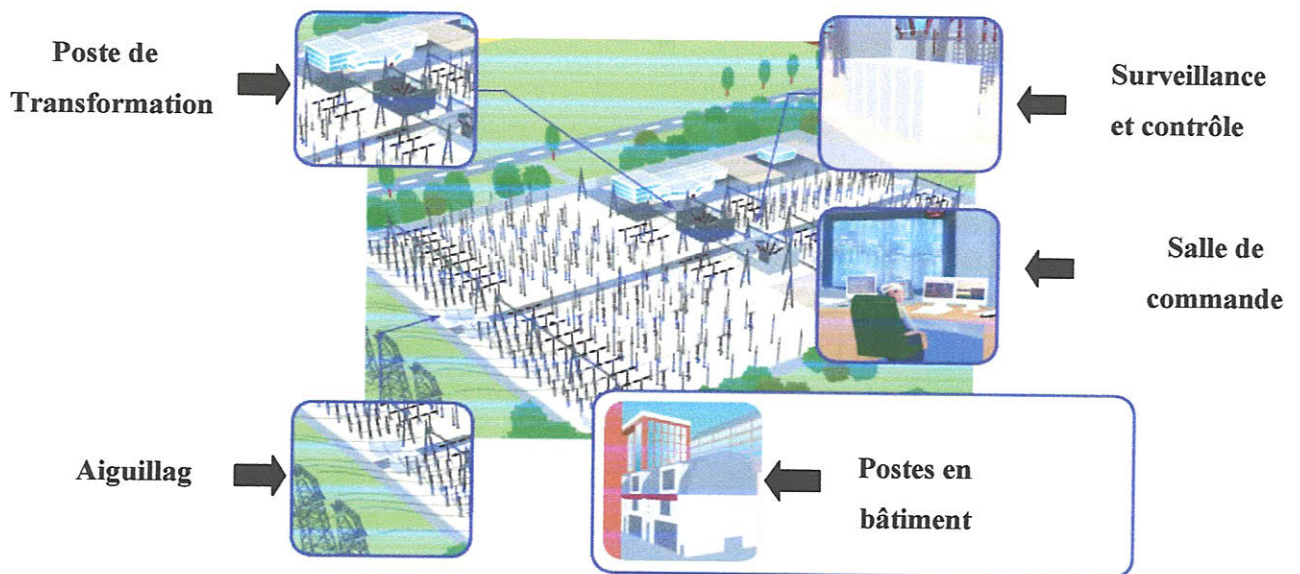


Figure 2. Représentation générale d'un poste électrique.

I.2.3 Intérêt des centres de surveillance et de contrôle

La conduite de réseaux aussi complexes et divers nécessite une grande coordination dans l'exécution des manœuvres d'exploitation. Des incidents se produisent à tout moment et il faut constamment faire face à des problèmes très variés, qui peuvent survenir sur des installations électriques (postes et réseau) géographiquement très dispersées. On conçoit tout l'intérêt de systèmes de téléconduite qui permettent d'intervenir à distance et avec rapidité sur un réseau.

Tous les centres de conduite sont équipés de systèmes informatiques complexes assurant l'acquisition et le traitement des informations en provenance des installations de puissance (postes et centrales). Leur disponibilité repose sur la redondance de leurs composantes matérielles et logicielles ainsi que de leurs bases de données. Ils bénéficient de surcroît d'une alimentation électrique de haute qualité et garantie (y compris par des moyens de production autonomes).

I.3 Phénomène foudre et le réseau électrique

Les lignes aériennes et les postes sont soumis aux perturbations atmosphériques (foudre, tempêtes,...etc.). Certaines régions, régions montagneuses par exemple, sont beaucoup plus exposées que d'autres à la foudre ; selon les niveaux de tension, celle-ci est responsable de 60 à plus de 80 % des défauts.

D'une manière générale, l'origine de la foudre est un nuage orageux volumineux dont la base est chargée de façon opposée au sol. Lorsque le champ électrique résultant est

suffisant, une pré-décharge peu lumineuse progresse en direction du sol (coup de foudre descendant) ou du sol vers le nuage (coup de foudre ascendant). Cette pré-décharge, appelée traceur, se déplace par bonds à une vitesse variant de 2 à 6.10^4 m/s. Au moment où le traceur atteint le sol ou le nuage, un intense courant électrique s'engouffre dans le canal ionisé (c'est l'arc en retour).

On peut considérer que la décharge est constituée d'une ou de plusieurs impulsions de courant de très forte intensité (de quelques kA à plus de 100kA pour la première impulsion) se superposant à un courant persistant [3].

I.3.1 Impact direct d'une onde de foudre sur le réseau électrique

Malheureusement, le réseau de transport d'énergie est le siège d'un grand nombre de défauts internes (court circuit) et externes (décharge orageuse) qui peuvent affectés son bon fonctionnement et particulièrement les postes aériens.

Lorsque la foudre frappe directement une ligne de transport d'énergie, ou un poste aérien (figure 3) elle dépose sur celle-ci une charge électrique importante de sorte qu'une énorme surtension apparaît immédiatement entre la ligne et la terre. La rigidité diélectrique de l'air se trouve alors dépassée, un arc de décharge s'établit et la ligne se décharge à la terre. Le tout se passe en moins de 50 μ s.

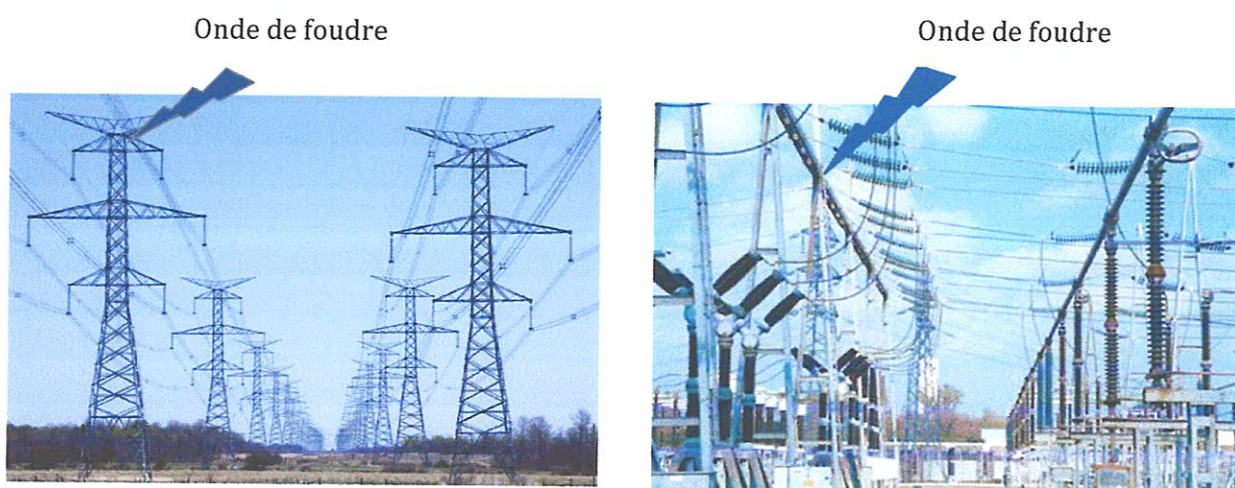


Figure 3. Lignes de transport d'énergie et poste aérien agressés par la foudre.

Lors d'une décharge orageuse dans un poste, le courant de défaut est évacué dans le sol à travers les systèmes de mise à la terre. Ce type de défaut à pour effet une augmentation du potentiel local du sol dangereux pour le personnel technique ainsi qu'un

rayonnement électromagnétique, lors de la circulation des courants dans les boucles importantes, pouvant entraîner un problème d'auto-pollution.

I.3.2 Protection des lignes aériennes et des postes électriques contre la foudre

Certaines lignes aériennes sont protégées par des paratonnerres type fils tendus appelé dans ce cas "câbles de garde" que l'on place au dessus des conducteurs de lignes et que l'on fixe directement au sommet des pylônes. En effet, les courants de foudre qui s'écoulent à la terre doivent traverser la résistance des prises de terre des pylônes [4].

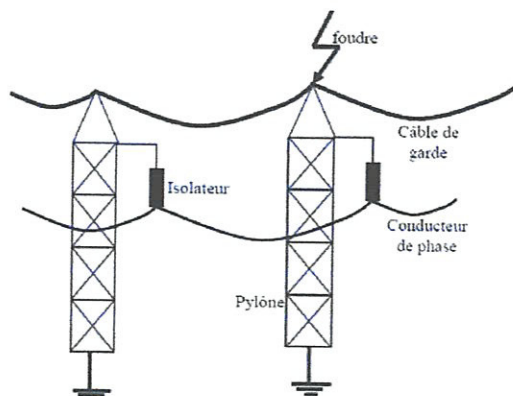


Figure 4. Protection des lignes aériennes par câble de garde.

Le moyen le plus efficace de réduire les perturbations électromagnétiques est d'utiliser une grille de plan de masse en cuivre (figure 5). L'efficacité de cette solution repose sur le maillage des trajets possibles pour le courant dont les longueurs électriques apparentes diffèrent. Il en résulte une bonne équipotentialité sur une large gamme de fréquence [4].

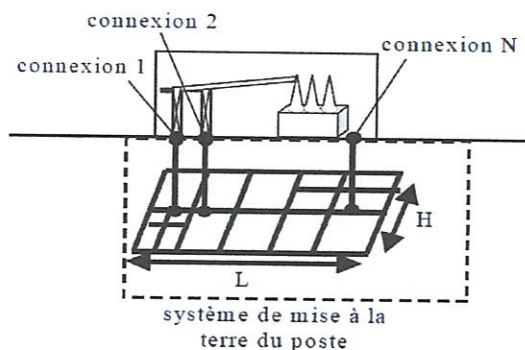


Figure 5. Mise à la terre d'un poste.

II- Notion de mise à la terre

Dans divers secteurs (énergies, industrie, transports,...) on doit concevoir les installations électriques en vue de limiter les risques liés à leur exploitation: électrocution

des personnes et des animaux, avaries du matériel, dégradation de l'environnement. Dans les sous-stations électriques de grande puissance, les surtensions engendrées par des défauts aléatoires tels que les courts-circuits ou les coups de foudre, pourraient atteindre, en l'absence de circuit de terre, des valeurs rédhibitoires. La fonction essentielle d'un circuit de terre consiste donc à limiter l'élévation du potentiel du sol à des valeurs réputées admissibles.

II.1 Définition: Mise à la terre

La mise à la terre, parfois simplement appelée « la terre », est l'ensemble des moyens mis en œuvre pour relier une partie métallique conductrice à la terre. La mise à la terre est un élément important d'un réseau électrique, que ce soit en haute ou basse tension. La figure 6 illustre quelques exemples de prise de terre.

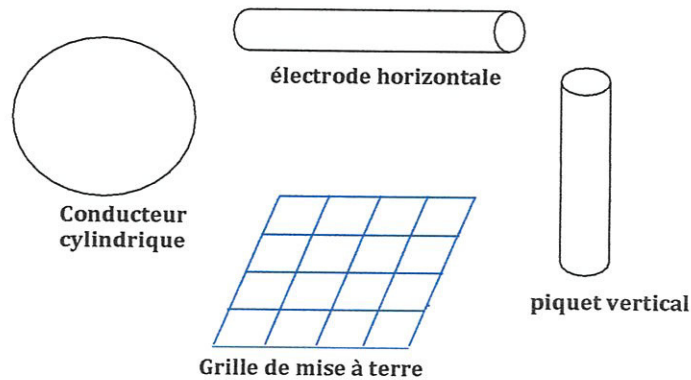


Figure 6. Types de mise à la terre.

Une bonne mise à la terre est essentielle pour :

- ✓ la protection des bâtiments et des installations contre la foudre,
- ✓ la sécurité des personnes et des animaux par limitation des tensions de pas et de contact à des valeurs de sécurité,
- ✓ la compatibilité électromagnétique (CEM), c'est-à-dire la limitation des perturbations électromagnétiques,
- ✓ le fonctionnement correct du réseau d'alimentation électrique afin d'assurer une bonne qualité d'énergie.

Pour atteindre ces objectifs, la résistance électrique de la mise à la terre doit être suffisamment faible pour assurer que les courants de défaut dissipent principalement à travers la prise de terre dans le sol, tandis que la différence maximale de potentiel entre les

points proches dans la surface de la terre doivent être conservées sous certaines conditions de tolérances (tension de pas et de toucher) [4].

II.2 Réseau de terre

II.2.1 Définition

Un réseau de terre est constitué d'un ensemble de conducteurs enterrés, en contact direct avec le sol et reliés électriquement entre eux.

Pour une installation ou une structure de faible étendue, on emploie souvent l'expression « prise de terre », en réservant le terme « réseau de terre » aux installations de surface importante telles que les postes et les centrales. Dans ce dernier cas il convient de distinguer le circuit de mise à la terre qui comprend l'ensemble des conducteurs non enterrés ou isolés du sol et raccordés au réseau de terre, généralement reliés à la masse des appareils.

II.2.2 Fonctions des réseaux de terre [5]

Le rôle du réseau de terre d'une installation électrique est de permettre l'écoulement à l'intérieur du sol de courants de toutes origines, qu'il s'agisse, par exemple, de courants de choc dus à des coups de foudre ou bien de courants de défaut à 50Hz.

Lors de l'écoulement de tels courants par un réseau de terre, des différences de potentiel peuvent apparaître entre certains points, par exemple entre la prise de terre et le sol qui l'entoure, ou entre deux points du sol. La conception des réseaux de terre doit permettre, même dans ces conditions, d'assurer le maintien de :

- ✓ la sécurité des personnes.
- ✓ la protection des installations de puissance.
- ✓ la protection des équipements sensibles.
- ✓ équipotentialité du réseau de terre.

II.2.2.1 La sécurité des personnes et des animaux

Lors de l'écoulement dans le sol de courants élevés, la sécurité doit être assurée à l'intérieur de l'installation électrique et de ses abords immédiats par une limitation de la tension de pas et de toucher à des valeurs non dangereuses pour le corps humain ou les animaux. Cette limitation est obtenue grâce à la connaissance et au contrôle de la répartition de potentiel à la surface du sol.

II.2.2.2 Protection des installations de puissance

Le réseau de terre des installations électriques, la prise de terre des supports de lignes, limitent la création et la propagation des surtensions provoquées par les défauts à 50Hz, par les manœuvres d'appareillages dans les postes et centrales, et par la foudre. Cette limitation est d'autant plus efficace que ces réseaux et prises de terre facilitent l'écoulement du courant dans le sol, c'est-à-dire qu'ils présentent une impédance de terre faible, aussi bien pour les phénomènes lents (défauts 50Hz) que pour les phénomènes rapides tels que ceux engendrés par la foudre.

II.2.2.3 Protection des équipements fonctionnant à bas niveaux

A côté des installations de puissance, on trouve souvent des équipements fonctionnant à des niveaux comparativement beaucoup plus bas. Ces équipements sont également exposés aux effets des surtensions subies par les installations de puissance, avec lesquelles ils peuvent être liés par couplage résistif (ou galvanique), inductif, capacitif ou, plus généralement électromagnétique.

II.2.2.4 Equipotentialité du réseau de terre

Différents équipements placés dans une même installation doivent, lorsqu'ils sont reliés électriquement, rester fixés à un potentiel identique.

Pour obtenir l'équipotentialité, divers moyens doivent être utilisés simultanément. Il faut appliquer les principes suivants :

- réaliser à l'aide d'un réseau maillé un plan qui soit le plus proche possible du plan de masse idéal ;
- relier les masses des appareils au réseau de masse maillé par des liaisons aussi courtes et aussi peu inductives que possible ;
- parfaire l'équipotentialité en reliant toutes les masses proches par des liaisons les plus courtes et les moins impédances possibles ;
- rapprocher les appareils et leurs conducteurs le plus près possible du plan de masses pour réduire la surface des boucles susceptibles de capter les champs rayonnés.

Le réseau équipotentiel de masse maillé fonctionne donc comme un système de canalisation évacuant les éventuels courants de défaut et les courants parasites jusqu'à la terre.

Ceci permet de :

- protéger les personnes et les biens : en évacuant les éventuels courants de défaut ;
- obtenir un niveau de performance CEM (Compatibilité électromagnétique) satisfaisant en évacuant les courants parasites générés par les perturbations électromagnétiques.

II.2.2.4.1 L'interconnexion des masses

L'interconnexion des masses assure la notion d'équipotentialité à une plus grande échelle. En multipliant les éléments conducteurs mis en parallèle (charpentes, canalisations, ceinturages...), elle permet de diminuer l'impédance entre les appareils, d'atténuer largement les courants en les divisant. L'interconnexion systématique aboutit à la création d'un véritable réseau maillé.

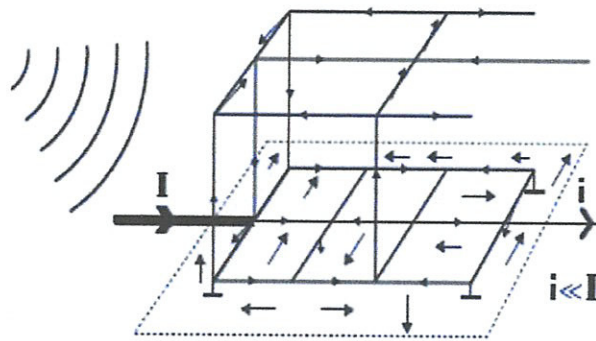


Figure 7. Réseau maillé.

Le maillage a pour effet de réduire les surfaces des boucles soumises aux champs rayonnés. Comme les tensions induites sont proportionnelles à la surface de ces boucles, plus celles-ci seront petites, plus les perturbations seront atténuées (figures 8).

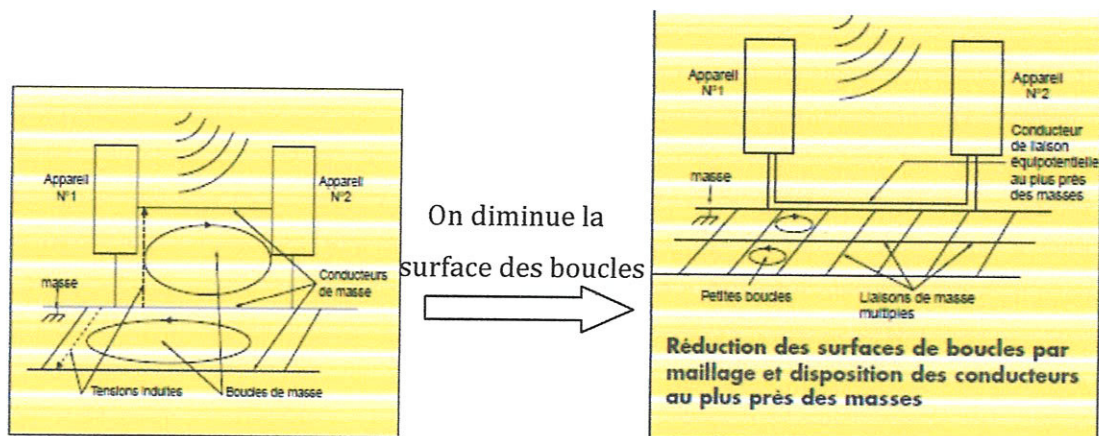


Figure 8. Réduction des surfaces de boucles par maillage et disposition des conducteurs au plus près des masses.

La tension induite dans une boucle est proportionnelle à sa surface et aux lignes de champ magnétique qui la traversent. Elle est proportionnelle à $S \, dH/dt$ où S représente la surface de la boucle et dH/dt la variation instantanée du champ.

II.2.2.4.2 Rayonnement électromagnétique des systèmes de mise à la terre

Malheureusement le passage des courants de défauts (homopolaires en général) dans le réseau de terre n'est pas sans effet. La boucle de masse est souvent de grande surface, le rayonnement électromagnétique de celle-ci se trouve généralement couplé aux différents équipements voisins et peut entraîner des courants parasites par induction et pose donc un problème de compatibilité électromagnétique.

Il est donc important de dimensionner de manière optimale un système de mise à la terre non seulement pour un écoulement rapide des courants de défauts mais aussi pour un rayonnement électromagnétique minimal.

III- Propriétés électriques de la terre

Les propriétés électriques du sol sont caractérisées par la résistivité de la terre ρ . la détermination de sa valeur est souvent une tâche compliquée pour deux principales raisons [6] :

- le sol n'est pas une structure homogène, mais est formé de couches de différentes matières (figure 9),
- la résistivité du sol d'un type donné peut varier largement et est très dépendante de l'humidité contenue.

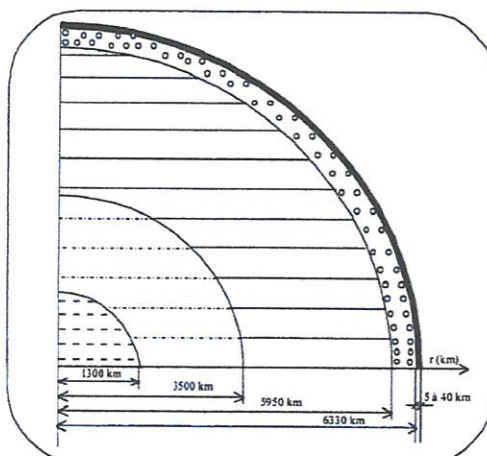


Figure 9. Section angulaire du globe terrestre.

Le calcul de la résistance de terre nécessite une bonne connaissance des propriétés du sol, en particulier sa résistivité ρ . Ainsi, les variations importantes des valeurs de ρ sont un problème. Dans beaucoup de situations pratiques, une structure homogène du sol sera supposée avec une valeur moyenne de ρ , laquelle doit être estimée sur la base d'analyse du sol ou par la mesure.

Un autre problème, dans la détermination de la résistivité du sol, est l'humidité qui peut varier sur une large gamme, en fonction de la situation géographique et des conditions atmosphériques. Il est intéressant de rappeler aussi que les effets du gel sont similaires à la sécheresse; la résistivité augmente significativement.

Pour ces raisons, les calculs d'une résistance de terre et la conception d'une prise de terre peuvent être réalisés jusqu'à un niveau limité d'exactitude.

III.1 Intérêt des mesures des mises à la terre

Les mesures des prises de terre ont une tâche primaire de sécurité importante; leur but est de contrôler l'efficacité des prises de terre. Les exigences à contrôler lors des mesures des prises de terre contiennent concrètement l'observation réglée par la législation des tensions de contact et de pas maximales garantissant la sécurité des personnes et réduisant les influences néfastes sur les équipements techniques étrangers.

A l'issue d'une campagne de mesures il convient d'évaluer l'efficacité de la prise de terre et des tensions de contact et de pas qui se manifestent en cas de défaut à la terre.

Cette évaluation implique une analyse de la situation de la prise de terre, tirée d'un grand nombre de valeurs de courant et de tension mesurées. L'exploitant doit tirer les conclusions qui s'imposent et dont il faut déduire le cas échéant les points faibles de la prise de terre et autres mesures d'optimisation.

IV- Tension de pas et de toucher

IV.1 Définitions

Le fait de toucher un objet mis à la terre dans un poste ou à proximité au moment où se produit un défaut électrique à la terre sur le réseau, pourrait constituer un risque de choc électrique. Comme représenté à la figure ci-dessous (figure 10), la tension de pas est la différence de potentiel entre deux points à la surface du sol, séparés par une distance de un pas, que l'on assimile à un mètre, dans la direction du gradient de potentiel maximum [7].

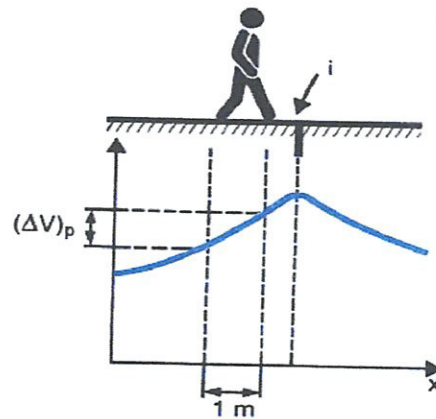


Figure 10. Tension de pas.

La tension de toucher est la tension entre les mains en contact avec un objet et les pieds. Elle est égale à la différence de tension entre l'objet et le point d'appui des pieds (figure 11). La tension de contact peut être d'autant plus grande que la mise à la terre de l'objet se trouve en un point éloigné.

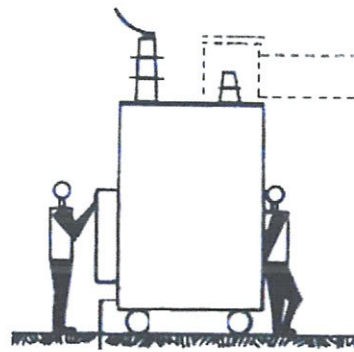


Figure 11. Tension de toucher.

IV.2 Formules théoriques simplifiées de la tension de pas et de toucher

Supposant que le corps humain constitue la trajectoire du courant soit d'une main à des pieds. La tension de pas est donnée par la formule empirique suivante :

$$V_s = (R_B + R_{2FS})I_B \quad (I.1)$$

où: V_s : est la tension tolérable entre deux points du sol qui peuvent être touchés simultanément par les deux pieds d'un être humain.

R_B : est la résistance du corps humain qui est représentée par une valeur qui est égale à 1000Ω [7],

R_{2FS} : est la résistance de deux pieds en série,

I_B : est le courant à travers le corps humain.

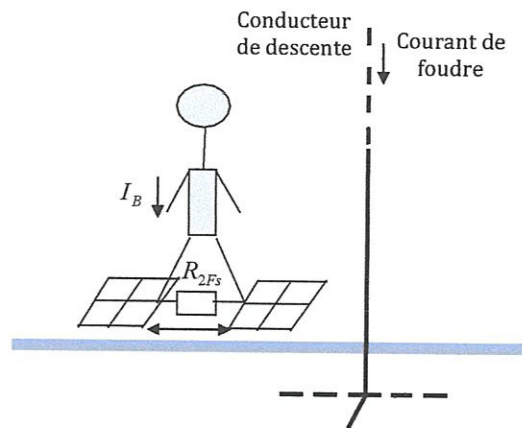


Figure12. Circuit équivalent pour le calcul de la tension de pas.

$$R_{2FS} = 2(R_f - R_m) \quad (1.2)$$

avec :

$$R_f = \frac{\rho_s}{4b}$$

$$R_m = \frac{\rho_s}{2\pi d}$$

où :

ρ_s : est la résistivité du sol.

b : le rayon du disque de la conduite qui simule le pied et supposée égale 0.08 m.

d : est la distance entre deux pieds et supposé égale 1 m.

L'équation empirique du courant maximal à 60 Hz pouvant circuler sans danger dans 99.5% des personnes d'un poids moyen de 50 et 70 kg est la suivante [7] :

$$I_B = \begin{cases} \frac{0.116}{\sqrt{t_s}} & \text{pour un homme de 50kg} \\ \frac{0.157}{\sqrt{t_s}} & \text{pour un homme de 70kg} \end{cases} \quad (1.3)$$

avec :

t_s : est la durée d'écoulement du courant en seconde.

En substituant les équations (1.2) et (1.3) dans (1.1), la tension de pas est donnée par l'expression suivante:

$$V_s = (1000 + R_{2FS}) \frac{0.166}{\sqrt{t_s}} \quad \text{pour un homme de 50kg} \quad (1.4-a)$$

$$V_s = (1000 + R_{2FS}) \frac{0.157}{\sqrt{t_s}} \quad \text{pour un homme de 70kg} \quad (1.4-b)$$

La tension de toucher est déterminée par l'équation suivante :

$$V_t = (R_B + R_{2Fs})I_B \quad (1.5)$$

où:

R_{2Fs} : est les résistances de deux pieds parallèles,

$$R_{2Fs} = 0.5(R_f + R_m) \quad (1.6)$$

En substituant les équations (1.3) et (1.6) dans (1.5), la tension de toucher est :

$$V_t = (1000 + R_{2Fs}) \frac{0.116}{\sqrt{t_s}} \quad \text{pour un homme de 50kg} \quad (1.7-a)$$

$$V_t = (1000 + R_{2Fs}) \frac{0.157}{\sqrt{t_s}} \quad \text{pour un homme de 70kg} \quad (1.7-b)$$

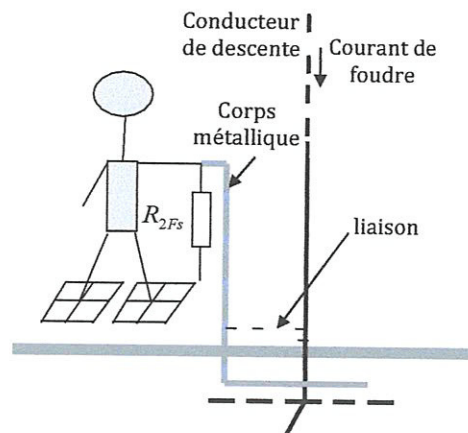


Figure13. Circuit équivalent pour le calcul de la tension de toucher.

V- Impédance transitoire

Lors d'un court-circuit ou d'un impact de foudre, et avant l'apparition des courants en basse fréquence, des régimes transitoires de très courtes durées prennent naissance. Généralement le contenu spectral des ondes de choc qui en résultent peut s'étendre de quelques kHz jusqu'à 10 MHz [8].

En basse fréquence, la terre peut être considérée comme résistive et il est alors possible de calculer la résistance des prises de terre en tenant compte de la forme de l'électrode de terre, des conditions d'installation et de la résistivité du sol.

En haute fréquence, l'écoulement des courants de défaut dans le sol donne naissance à des phénomènes physiques qui ne sont pas ceux de la basse fréquence :

- l'effet de peau dans les conducteurs,
- les courants induits dans le sol sont plus importants,

- les courants de déplacement dans le sol ne sont plus négligeables à partir d'un seuil fréquentiel,
- le phénomène de propagation.

La notion d'impédance transitoire permet de caractériser quantitativement le comportement d'une prise de terre en régime transitoire d'une manière très commode.

L'impédance transitoire est le rapport entre le potentiel au point d'injection du courant et l'onde de courant injectée, comme représenté à la figure ci-dessous. C'est au point d'injection que le potentiel est le plus élevé. Cette impédance varie avec le temps. Elle est donnée par la relation:

$$Z(t) = U(t) / I(t) \quad (I.8)$$

Soit une électrode verticale soumise à une onde de foudre donnée (figure 15).

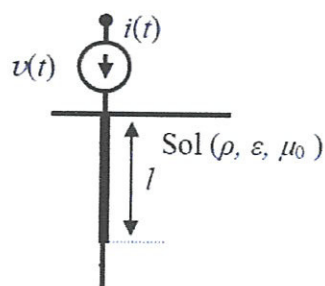


Figure14. Un piquet de terre écouant un courant transitoire.

Les courbes qui donnent la tension, le courant, et l'impédance transitoires sont illustrées sur la figure ci-dessous.

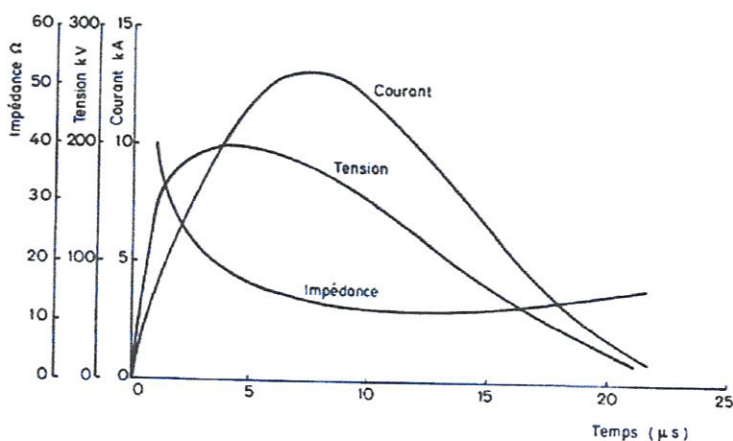


Figure 15. Courant injecté, montée en potentiel, impédance transitoire d'un piquet de terre.

Chapitre II

Modélisation de l'impact direct d'une onde de foudre sur une grille de mise à la terre

Introduction

Le calcul des tensions et des courants transitoires le long d'une grille de mise à la terre lors d'un impact direct d'une onde de foudre impose l'utilisation d'un modèle adéquat pour modéliser le système.

Ce deuxième chapitre nous le consacrons à la modélisation d'une grille de mise à la terre agressée par une onde de foudre. Cette notion (modélisation) très complexe généralement nécessite une analyse préalable aussi bien sur la géométrie de la grille que sur le contenu spectral de l'onde de foudre.

La théorie des antennes est le formalisme le plus rigoureux qui tient compte de l'ensemble des phénomènes physiques et des particularités de la géométrie. L'analyse en temporel nécessite un travail préalable en fréquentiel, puis l'utilisation de la transformée de Fourier inverse (IFFT) pour le passage fréquence-temps.

Enfin pour des raisons de traitement numérique (mise en œuvre simplifiée), une approche basée sur la théorie des lignes de transmissions est introduite afin de traiter directement en temporel la réponse d'une grille de mise à la terre.

I- Différentes approches pour l'analyse des systèmes de mise à la terre

Dans notre travail nous nous intéressons à l'optimisation de la géométrie d'une grille de mise à la terre. Nous rappelons que le passage des courants de défauts dans les systèmes de mise à la terre n'est pas sans effets. La circulation des forts courants dans les boucles de terre est à l'origine d'une émission électromagnétique responsable de l'auto pollution des équipements électriques sensibles situés à l'intérieur d'un poste aérien HT ou THT. Ne perdons pas de vue aussi que la prise de terre doit écouler rapidement les courants de défauts, d'où la nécessité d'une impédance d'entrée la plus faible possible. Avant d'aborder le problème d'optimisation et définir une fonction objectif, un espace des variables (appelé aussi espace de recherche) et des contraintes, nous proposons dans ce chapitre la modélisation d'une grille de mise à la terre suite à l'injection d'un courant de foudre permettant ainsi de calculer l'impédance transitoire de la grille que nous utiliserons dans notre problème d'optimisation comme fonction objectif à minimiser .

Pour traiter numériquement ce problème plusieurs modélisations ont été proposées. Dans la littérature les formalismes les plus rigoureux sont ceux basés sur l'utilisation du tout numérique et consistent à résoudre les équations de Maxwell dans les milieux continus.

- Le premier formalisme issu de la théorie générale des antennes [9], [10], consiste en la résolution d'une équation intégrale par la méthode des moments [11]. Ce formalisme pose un problème dans les milieux semi-infinis, car la présence de l'interface sol-air fait apparaître dans l'expression du noyau de l'équation intégrale, un second terme de Green image du précédent et une intégrale infinie dite intégrale de Sommerfeld qui rend compte de la conductivité finie du sol [12]. Cette approche, certes très rigoureuse, présente quand même un premier inconvénient de pouvoir traiter le problème en temporel que par utilisation de la FFT. Aussi, l'implémentation de ce formalisme n'est pas aisée et consomme un temps de calcul prohibitif pour la modélisation d'une installation de mise à la terre.

- Le deuxième formalisme consiste à résoudre des équations de l'électromagnétisme aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis [13], [14]. Ce formalisme est très rigoureux mais de mise en œuvre assez délicate. Les sauts de conductivité entre le sol, le cuivre et l'air ainsi que la prise en compte des frontières ouvertes sont les principales difficultés numériques.

Dans notre travail nous avons opté pour la modélisation d'un dispositif de protection 2D par la théorie des lignes de transmissions. Cette modélisation permet de traiter directement en temporel la réponse transitoire d'une grille de mise à la terre.

I.1 Bref aperçu sur la théorie des antennes

Cette théorie consiste à décomposer la ligne à étudier en tronçons élémentaires et à considérer que chacun de ces segments élémentaires est une source de rayonnement électromagnétique. Ainsi, le calcul du champ en tout point de l'espace résultera de la sommation vectorielle du champ émis par chaque segment élémentaire. Les résultats précis obtenus via une telle méthode conduisent, néanmoins, à un coût de calcul beaucoup plus important.

Soit un fil rectiligne, conducteur de longueur l et de rayon de section transversal a , placé dans un milieu infini, et soumis à un champ incident \overline{E}^i .

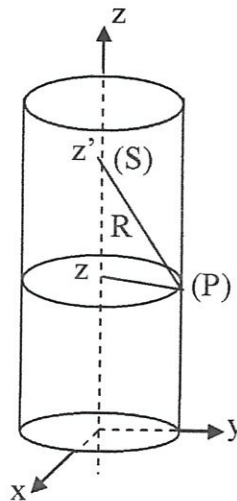


Figure 1. Antenne cylindrique dans un milieu infini.

L'équation intégral-différentielle pour une antenne filaire qui relie le champ incident (source) connu, au courant induit sur la structure (inconnu) par ce champ est donnée par l'expression suivante [15] :

$$E_z^i(z) = \frac{-1}{j\omega\epsilon_c} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \int_0^L I(z') \cdot \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \partial z' \quad (\text{II.1})$$

avec:

k : la constante intrinsèque de propagation du milieu qui s'écrit :

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_c} = j \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma + j\omega\epsilon)} \quad (\text{II.2})$$

ε_c : permittivité complexe qui fait intervenir la conductivité du milieu, son expression est:

$$\varepsilon_c = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (II.3)$$

et R : est la distance entre un point source S et un point d'observation P .

Le courant $I(z')$ a pour origine le champ électromagnétique qualifié de champ appliqué E^i qui existe sur toute la surface du fil dans le cas d'un champ incident (réception) ou d'une manière localisée dans le cas d'un générateur (émission).

Pour les conducteurs filiformes, la théorie des antennes consiste à résoudre numériquement cette équation en tenant compte du plan de masse [9], [10].

Une mise en œuvre de la théorie des antennes peut se faire grâce à la méthode des moments [16], appliquée pour le calcul des courants dans une structure excitée par des sources de tension (ou courant) ou pour le calcul des courants induits dans le cas d'une structure illuminée par des ondes électromagnétiques.

1.2 La théorie des lignes de transmission

La théorie des lignes de transmission permet l'étude des phénomènes de propagation le long d'un support d'information. Cette théorie se résume à la résolution de deux équations couplées, appelées équation des télégraphistes, traduisant la dynamique des grandeurs courant et tension le long de la ligne.

Les équations des lignes de transmission peuvent être obtenues à partir de formes intégrales ou différentielles des équations de Maxwell ou à partir d'un schéma de ligne équivalent. Ce principe permet donc de déterminer, de façon approchée, les tensions et courants sur les conducteurs filaires ne comportant ni coude ni discontinuité géométrique. Elle s'applique particulièrement aux structures filaires simples, en garantissant des temps de calculs relativement faibles.

L'hypothèse d'un mode de propagation dit transverse électromagnétique (TEM) où, les champs électrique et magnétique sont orthogonaux en tout point de la ligne à la direction de propagation, est au cœur du fondement de cette théorie. Pour un ensemble de conducteurs disposés au-dessus d'un plan de sol, nous pouvons admettre que tous les modes de propagation sont TEM pour des distances inter-conducteurs très faibles devant la longueur d'onde des signaux d'excitation.

I.2.1 Equations générales des lignes de transmission

Considérons une ligne de transmission à n conducteurs parallèles à l'axe des x et situés à une hauteur h au dessus d'un sol de conductivité finie et soumise à une perturbation électromagnétique $[\vec{E}^e]$ et $[\vec{B}^e]$ comme le montre la figure 2.

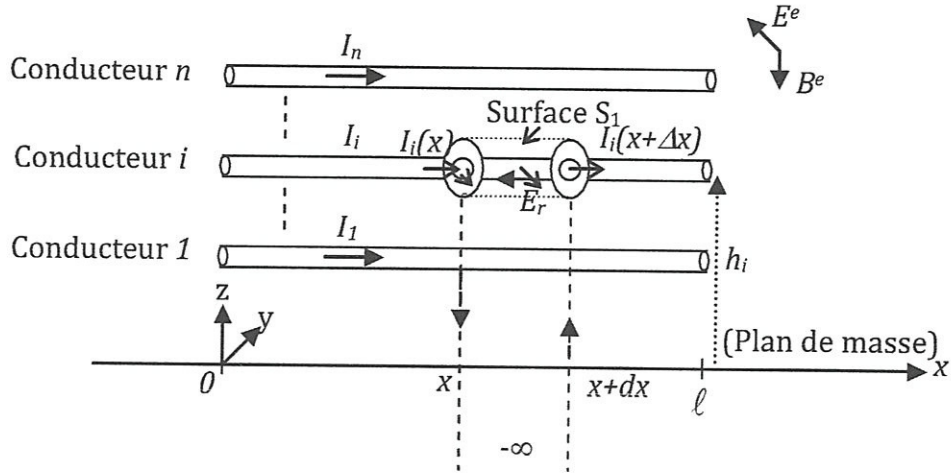


Figure 2. Géométrie d'une ligne à n conducteurs illuminée par un champ électromagnétique.

Partant des équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère, et après quelques manipulations mathématiques, les équations des lignes sont exprimées comme suit [17] :

$$\begin{cases} \frac{d[u(x)]}{dx} + [Z][i(x)] = j\omega \left[\int_0^h B_y^e(x, z) dz \right] + [E_x^e(x, 0)] \\ \frac{d[i(x)]}{dx} + [Y][u(x)] = -[Y] \left[\int_0^h E_z^e(x, z) dz \right] \end{cases} \quad (II.4)$$

où:

$[Z]$ et $[Y]$ désignent, respectivement, l'impédance longitudinale et l'admittance transversale linéique de la ligne.

Dans le cas de l'impact direct d'une onde de foudre sur une ligne de transmission, il s'agit d'une injection localisée en un point, nous imposons alors $[E^e] = [0]$ et $[B^e] = [0]$. Dans ce cas le système d'équations (II.4) devient :

$$\begin{cases} \frac{d[u(x)]}{dx} + [Z][i(x)] = [0] \\ \frac{d[i(x)]}{dx} + [Y][u(x)] = [0] \end{cases} \quad (II.5)$$

En faisant un passage fréquence-temps par IFFT, le système d'équations (II.5) devient comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial[u(x,t)]}{\partial x} + \int_0^t [z(t-\tau)][i(\tau)d\tau] = [0] \\ \frac{\partial[i(x,t)]}{\partial x} + \int_0^t [y(t-\tau)][u(\tau)d\tau] = [0] \end{cases} \quad (II.6)$$

Dans le cas des mises à la terre filiformes (figure 3), les paramètres linéiques sont généralement considérés comme indépendants de la fréquence. Dans ce cas, les équations des lignes (II.6) peuvent être aisément converties dans le domaine temporel comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial[u(x,t)]}{\partial x} + [R][i(x,t)] + [L]\frac{\partial[i(x,t)]}{\partial t} = [0] \\ \frac{\partial[i(x,t)]}{\partial x} + [G][u(x,t)] + [C]\frac{\partial[u(x,t)]}{\partial t} = [0] \end{cases} \quad (II.7)$$

où :

$[R]$, $[L]$, $[G]$ et $[C]$: sont respectivement les matrices des résistances, des inductances, des conductances, et des capacités linéiques des conducteurs [18], [19].

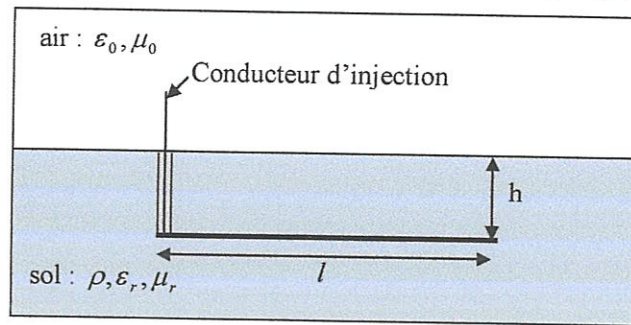


Figure 3. Conducteur enterré horizontalement.

I.3 Equations pour une ligne monofilaire

Une ligne de transmission monofilaire de longueur l est représentée en considérant la chute de tension transverse du et le courant longitudinal di à chaque unité de longueur dx , à travers les équations des lignes (le sol constitue le conducteur de retour):

$$\begin{cases} -\frac{du(x)}{dx} = R i + L \frac{\partial i(x)}{\partial t} \quad (\text{V/m}) \\ -\frac{di(x)}{dx} = G u + C \frac{\partial u(x)}{\partial t} \quad (\text{A/m}) \end{cases} \quad (II.8)$$

avec: i le courant dans le conducteur, u le potentiel des conducteurs (la référence est la terre éloignée). Les paramètres R , L , G et C caractérisent la ligne :

- L : inductance linéique (H/m),
- R : résistance linéique (Ω /m),

- C : capacitance linéique (F/m),
- G : conductance linéique (S/m).

Les équations (II.8) reviennent à modéliser une portion longitudinale de longueur très petite dx par un circuit équivalent, comme le présente la figure 4.

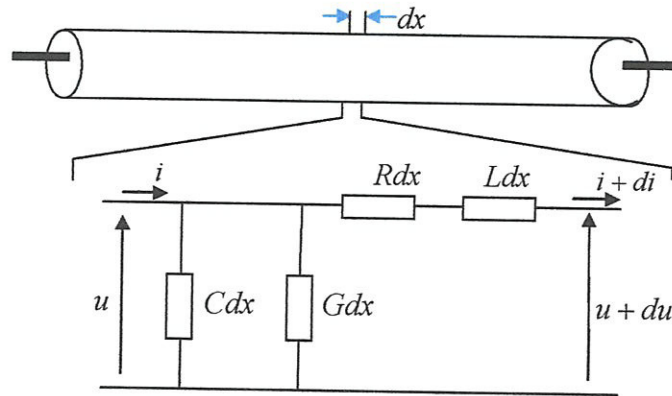


Figure 4. Schéma électrique équivalent d'une ligne de transmission monofilaire.

En fréquentiel, pour un élément infinitésimal de la ligne, les équations en courant et en tension sont données par [18] :

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} = -Z i \\ \frac{di}{dx} = -Y u \end{cases} \quad (II.9)$$

avec : $Z = R + j\omega L$ et $Y = G + j\omega C$

et les équations des télégraphistes suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d^2u}{dx^2} = \gamma^2 u \\ \frac{d^2i}{dx^2} = \gamma^2 i \end{cases} \quad (II.10)$$

sont satisfaites par deux solutions indépendantes qui représentent des ondes se déplaçant dans les directions positive et négative :

$$\begin{cases} u(x) = (u^+ e^{-\gamma x} + u^- e^{\gamma x}) \\ i(x) = (i^+ e^{-\gamma x} + i^- e^{\gamma x}) \end{cases} \quad (II.11)$$

où: u^+, u^-, i^+, i^- : sont des constantes d'intégration ;

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta : \text{Coefficient de propagation de l'onde.} \quad (II.12)$$

α : affaiblissement linéique ;

β : retard de phase linéique.

Pour des points d'abscisse $x = 0$ et $x = l$, on peut alors écrire :

$$\begin{bmatrix} u(l) \\ i(l) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \\ \frac{1}{Z_c} e^{-\gamma l} & -\frac{1}{Z_c} e^{\gamma l} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u^+ \\ u^- \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

$$\begin{bmatrix} u(0) \\ i(0) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{Z_c} & -\frac{1}{Z_c} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u^+ \\ u^- \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} : \text{impédance caractéristique de la ligne} \quad (\text{II.15})$$

En insérant (II.14) dans (II.13) nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} u(l) \\ i(l) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_c \sinh(\gamma l) \\ -\frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ i(0) \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

D'après le système (II.16), une ligne bifilaire de longueur l peut être représentée par un quadripôle :

$$\begin{pmatrix} u(l) \\ i(l) \end{pmatrix} = [T] \begin{pmatrix} u(0) \\ i(0) \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

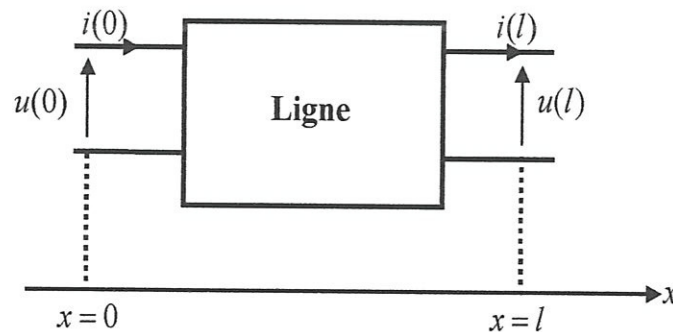


Figure 5. Représentation quadripolaire d'une ligne bifilaire.

où $[T]$: est la matrice de transfert.

$$[T] = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_c \sinh(\gamma l) \\ -\frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

A partir du système d'équations (II.9), une électrode filiforme de longueur l peut être représentée par un schéma équivalent, de cellules en π (le nombre de cellules est choisi de manière à masquer la propagation) à constantes réparties comme suit :

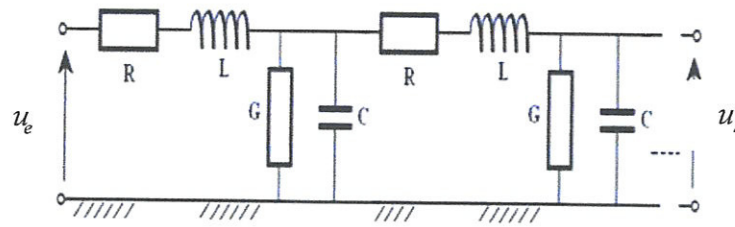


Figure 6. Schéma équivalent d'une électrode de terre (cellules en π).

II-Modélisation d'un dispositif de protection 2D par la théorie des lignes

Les premiers travaux consacrés à la représentation d'une mise à la terre par la théorie des lignes ont été proposés par E.D.Sunde [18]. Plus récemment Y.Liu [19] à introduit de légères modifications en proposant de nouvelles expressions pour les paramètres linéiques de l'électrode enterrée considérée comme une ligne de transmission.

En utilisant le formalisme des lignes de transmission, les équations des lignes en tension et en courant en temporel pour la propagation unidimensionnelle (1D) prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \eta} + R i + L \frac{\partial i}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial i}{\partial \eta} + G u + C \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad \eta = x \text{ ou } y \quad \text{(II.19)}$$

L'équation de propagation en potentiel scalaire en 2D déduite après quelques manipulations mathématiques des équations des lignes (II.19) est donnée par [20]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2RGu - 2(RC + LG) \frac{\partial u}{\partial t} - 2LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{(II.20)}$$

où :

R, L, C et G : paramètres linéiques des conducteurs constituant la grille enterrée.

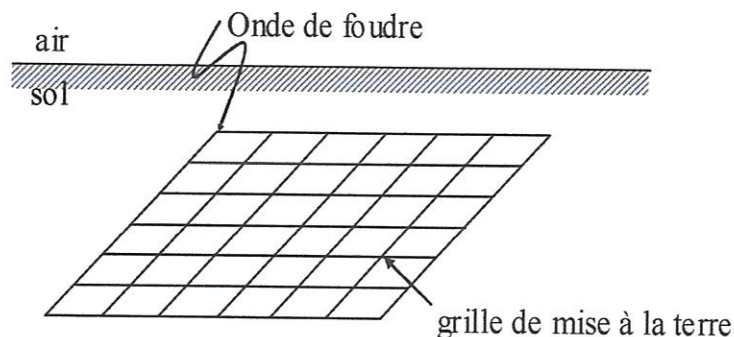


Figure 7. Grille de mise à la terre.

II.1 Les paramètres linéiques d'une électrode enterrée

La représentation d'une simple électrode enterrée horizontalement ou verticalement est introduite pour la première fois par E. D. Sunde [18]. Dans son livre consacré totalement aux dispositifs enterrés, E. D. Sunde [18] propose un large travail consacré au calcul des paramètres linéiques des électrodes de terre. Plus récemment Y. Liu [19] a introduit quelques légères modifications en utilisant la théorie des images modifiées au lieu de la théorie des images. Nous donnons dans ce qui va suivre les expressions proposées par Y.Liu [19] que nous utiliserons par la suite dans notre travail.

Soit une électrode (figure 8) de longueur l et de rayon a , enterrée horizontalement à une profondeur h dans un sol supposé linéaire homogène et isotrope, de résistivité ρ_{sol} , et de permittivité ϵ_{sol} .

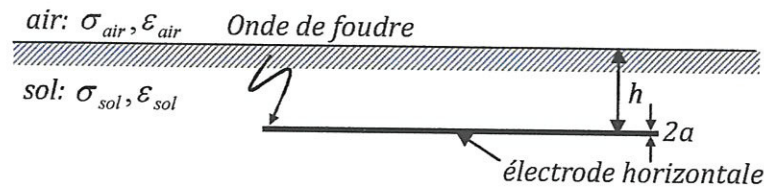


Figure 8. Électrode enterrée horizontalement.

Les paramètres linéiques d'une électrode enterrée horizontalement sont donnés par [19]:

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (\text{II.21})$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] \quad (\text{II.22})$$

$$G = \frac{2\pi}{\rho_{sol} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + \rho_{sol} k_{sigma} \left[\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right]} \quad (\text{II.23})$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_{sol}}{\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + k_{epsilon} \left[\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right]} \quad (\text{II.24})$$

$$\text{avec: } k_{sigma} = (\sigma_{sol} - \sigma_{air}) / (\sigma_{sol} + \sigma_{air}) \quad (\text{II.25})$$

$$k_{epsilon} = (\epsilon_{sol} - \epsilon_{air}) / (\epsilon_{sol} + \epsilon_{air}) \quad (\text{II.26})$$

k_{sigma} : le coefficient de réflexion dû aux différentes conductivités de l'air et du sol.

$k_{epsilon}$: le coefficient de réflexion dû aux différentes permittivité de l'air et du sol.

II.2 Discrétisation de l'équation de propagation en tension 2D par les différences finies

II.2.1 Notion sur la méthode des différences finies

La méthode des différences finies permet de résoudre numériquement l'équation de Laplace par sa conversion à une équation différentielle. Il s'agit tout d'abord de tracer une grille qui couvre géographiquement la place où le potentiel électrique doit être déterminé à des points discrets appelés nœuds. Ensuite, écrire l'équation du potentiel à chaque nœud en fonction des autres et en tenant compte des conditions frontières. La solution du système d'équations donne les valeurs du potentiel en tout nœud de la grille [21]. L'application de la méthode des différences finies pour un cas simple dans un plan xy est illustrée sur la figure 9.

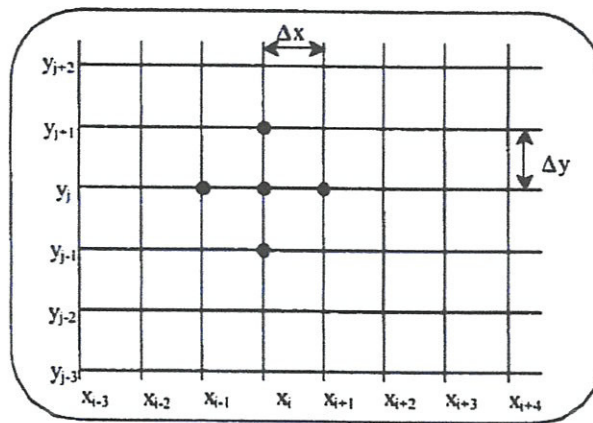


Figure 9. Représentation de la grille dans un plan xy .

Supposons que la distance entre deux nœuds voisins est égale $h = \Delta x$ et assumons que la dérivée d'ordre quatre de la fonction f est continue, par application de la série de Taylor:

$$f(x_n + h) = f(x_n) + f'(x_n)h + \frac{f''(x_n)}{2}h^2 + \frac{f'''(x_n)}{6}h^3 + \frac{f^{IV}(\varepsilon_1)}{24}h^4 \quad (II.27)$$

avec $x_n < \varepsilon_1 < x_n + h$

$$f(x_n - h) = f(x_n) - f'(x_n)h + \frac{f''(x_n)}{2}h^2 - \frac{f'''(x_n)}{6}h^3 + \frac{f^{IV}(\varepsilon_2)}{24}h^4 \quad (II.28)$$

avec $x_n - h < \varepsilon_2 < x_n$

La somme de (II.27) et (II.28) aboutit à l'équation suivante :

$$\frac{f(x_n + h) - 2f(x_n) + f(x_n - h)}{h^2} = f''(x_n) + \frac{f^{IV}(\varepsilon)}{12}h^2 \quad \text{avec } x_n - h < \varepsilon < x_n + h \quad (II.29)$$

Pour rendre la notation plus convenable l'équation (II.29) est représentée comme suit:

$$\frac{f_{n+1} - 2f_n + f_{n-1}}{h^2} = f_n'' + O(h^2) \quad (\text{II.30})$$

L'indice de f indique la valeur sur laquelle x a été évalué et la relation $O(h^2)$ signifie que l'erreur s'approche proportionnellement de h^2 lorsque h tends vers zéro. D'une façon similaire la dérivée du premier ordre peut être approximée comme suit :

$$\frac{f(x_n + h) - f(x_n - h)}{2h} = f'(x_n) + \frac{f'''(\varepsilon)}{6} h^2 \quad \text{avec } x_n - h < \varepsilon < x_n + h \quad (\text{II.31})$$

$$\frac{f_{n+1} - f_{n-1}}{2h} = f_n' + O(h^2) \quad (\text{II.32})$$

Quand f est une fonction de x et y , la dérivée seconde partielle est obtenue par rapport à x , $\partial^2 U / \partial x^2$ en gardant y constante et en même temps évaluant la fonction en 3 points où x est égale $x_n, x_n + h, x_n - h$. D'une façon similaire $\partial^2 U / \partial y^2$ est calculé avec $x = \text{constante}$. Pour résoudre l'équation de Laplace dans une région quelconque du plan xy (figure 9). La région est subdivisée avec des lignes équidistantes qui sont parallèles aux axes x et y . Une portion est considérée autour du point (x_i, y_j) pour approximer l'équation suivante de Laplace :

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.33})$$

Après avoir remplacé la dérivée partielle de l'équation (II.33) par des quotients différentiels et d'évaluer au point (x_i, y_j) de la figure 9. L'approximation est comme suit :

$$\begin{aligned} \nabla^2 U(x_i, y_j) = & \frac{U(x_{i+1}, y_j) - 2U(x_i, y_j) + U(x_{i-1}, y_j)}{(\Delta x)^2} \\ & + \frac{U(x_i, y_{j+1}) - 2U(x_i, y_j) + U(x_i, y_{j-1})}{(\Delta y)^2} \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

L'équation (II.34) peut être représentée sous la forme suivante où le double indice sur U indique les valeurs de x et y :

$$\nabla^2 U_{i,j} = \frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (\text{II.35})$$

Afin de simplifier l'équation (II.35), considérons $\Delta x = \Delta y = h$:

$$\nabla^2 U_{i,j} = \frac{1}{h^2} [U_{i+1,j} + U_{i-1,j} + U_{i,j+1} + U_{i,j-1} - 4U_{i,j}] = 0 \quad (\text{II.36})$$

Si l'on écrit l'équation ci-dessus en considérant successivement chaque point comme le centre d'une étoile, on obtient un système algébrique qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$[A] \cdot [X] = [B] \quad (\text{II.37})$$

où : $[X]$ est le vecteur des inconnus, c'est à dire les potentiels de tous les points à l'intérieur du domaine.

II.2.2 la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)

La méthode des Différences Finies dans le Domaine Temporel (FDTD) est l'une des plus anciennes et des plus répandues. Elle est basée sur la résolution directe des équations de Maxwell dans le domaine temporel. Les dérivées des grandeurs par rapport au temps et à la position sont approchées par des développements limités en général au premier ordre.

Le schéma numérique le plus répandu est le schéma de Yee [22]. L'espace de travail est maillé sous forme d'une grille cartésienne suivant (x, y, z) , avec un pas éventuellement variable pour réduire le nombre des inconnues. Dans chaque maille, il y a 6 degrés de libertés (les six composantes des champs \vec{E} et \vec{H}) plus, éventuellement, des paramètres de description de la géométrie (permittivité, conductivité des cellules,...). Un exemple de maillage est représenté sur la figure 10.

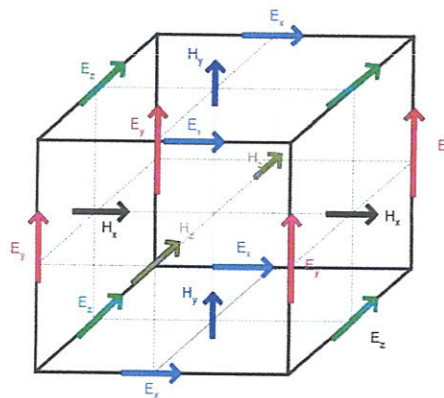


Figure 10. Maillage cartésien pour une méthode FDTD.

Les avantages principaux de la méthode FDTD sont :

- ✓ la simplicité du formalisme de base,
- ✓ le coût relativement faible pour traiter de gros objets,

Ses faiblesses sont :

- ✓ comme toutes les méthodes temporelles, la FDTD est coûteuse si les signaux durent longtemps (par exemple pour simuler la réponse à un foudroiement),

- ✓ le fait que les maillages ne suivent pas conformément les surfaces courbes (maillage en marche d'escalier) peut créer des problèmes de précision en particulier lorsque les câbles passent près des parois des structures.

II.2.3 Discrétisation de l'équation de propagation en tension 2D par les différences finies

La méthode des différences finies est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel $\frac{\partial}{\partial}$ à un opérateur aux différences $\frac{\Delta}{\Delta}$ où chaque dérivée est remplacée par des différences finies.

- ✓ un nœud 2D (N2d), représentant l'intersection entre deux conducteurs,
- ✓ un nœud 1D (N1d), situé sur l'un des conducteurs.

Afin de parcourir les nœuds dans les différentes directions(x, y), nous utilisons deux indices (i, j).

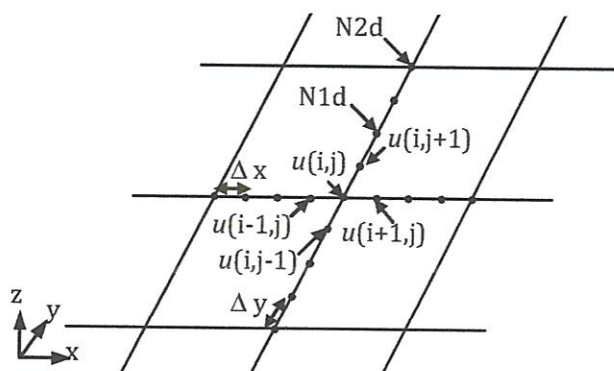


Figure 11. Discrétisation spatiale du dispositif 2D.

L'approximation des dérivées spatiales et temporelles en un point 2D de coordonnées (i,j) en utilisant les différences finies simples nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n) \quad (\text{II.38})$$

$$\frac{\partial u}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2} (u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n) \quad (\text{II.39})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} (u_{i,j}^n - u_{i,j}^{n-1}) \quad (\text{II.40})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{\Delta t^2} (u_{i,j}^n - 2u_{i,j}^{n-1} + u_{i,j}^{n-2}) \quad (\text{II.41})$$

Substituant les dérivées partielles par leurs approximations dans l'équation de propagation en tension en 2D nous obtenons:

$$\frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{(\Delta y)^2} - 2RG u_{i,j}^n - 2(RC + LG) \frac{u_{i,j}^n - u_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} - 2LC \frac{u_{i,j}^n - 2u_{i,j}^{n-1} + u_{i,j}^{n-2}}{(\Delta t)^2} = 0 \quad (\text{II.42})$$

Finalement, nous obtenons:

$$\left[-\frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2}{(\Delta y)^2} - 2RG - \frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{2LC}{(\Delta t)^2} \right] u_{i,j}^n + \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} \right] u_{i+1,j}^n + \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} \right] u_{i-1,j}^n + \left[\frac{1}{(\Delta y)^2} \right] u_{i,j+1}^n + \left[\frac{1}{(\Delta y)^2} \right] u_{i,j-1}^n = \left(-\frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{4LC}{(\Delta t)^2} \right) u_{i,j}^{n-1} + \frac{2LC}{(\Delta t)^2} u_{i,j}^{n-2} \quad (\text{II.43})$$

II.2.4 Génération du système d'équations

L'équation ainsi obtenue après discrétisation par FDTD, nous permet de générer un système d'équations linéaires du type $[A][u] = [B]$ [20].

Pour chaque valeur de l'indice i (i varie de 1 à N), nous faisons varier l'indice j de 1 à N , ceci nous permet de retrouver à partir de l'équation (II.43) l'ensemble de relations qui relient les tensions nodales. Cet ensemble d'expressions est réorganisé en un système matriciel linéaire (II.44). Sachant que les tensions nodales constituent le vecteur inconnu u .

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1m} & \cdots & A_{1n} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2m} & \cdots & A_{2n} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mm} & \cdots & A_{mn} & \cdots & A_{mN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nm} & \cdots & A_{nn} & \cdots & A_{nN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{Nm} & \cdots & A_{Nn} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \\ \vdots \\ u_n \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \\ \vdots \\ B_n \\ \vdots \\ B_N \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

avec : $[A]$: matrice des coefficients,

$[u]$: vecteur de tension nodales représentant l'inconnue,

$[B]$: vecteur représentant le second membre de l'équation,

N : nombre total des nœuds.

- les éléments diagonaux sont donnés par la relation suivante :

$$A_{mm} = -\frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2}{(\Delta y)^2} - 2RG - \frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{2LC}{(\Delta t)^2} \quad (\text{II.45})$$

- les éléments en dehors de la diagonale, sont obtenus par :

$$A_{nm} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \quad \text{si } n \text{ est un noeud adjacent au noeud } m \text{ dans la direction des } x \quad (\text{II.46})$$

$$A_{nm} = \frac{1}{(\Delta y)^2} \quad \text{si } n \text{ est un noeud adjacent au noeud } m \text{ dans la direction des } y \quad (\text{II.47})$$

$$A_{nm} = 0 \quad \text{ailleurs} \quad (\text{II.48})$$

Le vecteur [B] représentant le second membre de l'équation est généré à partir de l'expression suivante :

$$B_m = \left(-\frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{4LC}{(\Delta t)^2} \right) u_{i,j}^{n-1} + \frac{2LC}{(\Delta t)^2} u_{i,j}^{n-2} \quad (\text{II.49})$$

II.2.5 Résolution du système matriciel

Le système matriciel linéaire précédemment généré est résolu, pas à pas dans le temps, pour la déduction des tensions nodales.

Le vecteur tension nodale n'étant pas complètement inconnu (noeud d'injection et noeuds extrémités), il est donc nécessaire de tenir compte de cette situation.

Pour ce faire à chaque pas de calcul nous procédons à une dégénérescence (diminution de la dimension) du système matriciel comme suit :

Si la tension u_m est connue, le système (II.44) devient :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & 0 & \dots & A_{1n} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & 0 & \dots & A_{2n} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & 0 & \dots & A_{nm} & \dots & A_{nN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \dots & 0 & \dots & A_{Nm} & \dots & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \\ \vdots \\ u_n \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 - A_{1m}u_m \\ B_2 - A_{2m}u_m \\ \vdots \\ u_m \\ \vdots \\ B_n - A_{nm}u_m \\ \vdots \\ B_N - A_{Nm}u_m \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

Après transfert dans le second membre du produit $A_{nm}u_m$ (sauf pour $n=m$), tous les éléments de la ligne et de la colonne m sont remplacés par zéro, sauf l'élément diagonal par 1.

La stabilité de la méthode exige que la condition suivante soit respectée:

$$v\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2}} \quad (\text{II.51})$$

II.2.6 Imposition des conditions aux extrémités

La résolution de l'équation de propagation (II.20) nécessite la connaissance des conditions aux extrémités. De ce fait, les tensions au point d'injection et aux extrémités de la grille de mise à la terre et du filet de garde doivent être fixées.

Le modèle de représentation de la grille de mise à la terre (figure 12), nous permet de remarquer que les nœuds frontières de cette dernière sont reliés au point de référence (masse) à travers un circuit comprenant une conductance G et une capacité C en parallèle.

Le courant circulant à travers la capacité est très faible par rapport à celui qui passe dans la conductance. Nous pouvons alors écrire la tension nodale sur un nœud frontière comme suit [20] :

$$i(t) = \left(\frac{1}{G'} \right) I(t - \Delta t) \tag{II.52}$$

$I(t-\Delta t)$: le courant passant dans la branche transversale connu à l'instant antérieur ($t-\Delta t$).

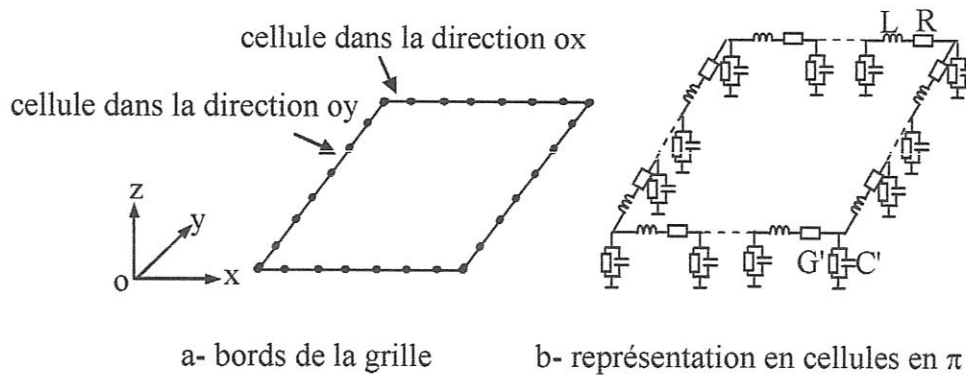


Figure 12. Circuit électrique équivalent.

II.3 Calcul de l'impédance transitoire

Une fois les tensions nodales et les courants le long de la grille de mise à la terre calculés, il est possible de calculer l'impédance transitoire de la grille en utilisant l'expression suivante :

$$Z(t) = u(t)/i(t) \tag{II.53}$$

avec :

$u(t)$: tension nodale du point d'injection ;

$i(t)$: courant de l'onde de foudre.

Chapitre III

Aspects théoriques sur l'optimisation numérique

Introduction

Les ingénieurs se heurtent quotidiennement à des problèmes technologiques de complexité grandissante, qui surgissent dans des secteurs très divers, comme dans le traitement des images, la conception de systèmes électriques, la planification et l'exploitation des réseaux électriques,... etc.

Le problème à résoudre peut fréquemment être exprimé sous la forme générale d'un problème d'optimisation, dans lequel on définit une fonction objectif, ou fonction coût, que l'on cherche à minimiser (ou maximiser) par rapport à tous les paramètres concernés.

Il existe de nombreuses méthodes 'classiques' d'optimisation pour résoudre de tels problèmes, applicables lorsque certaines conditions mathématiques sont satisfaites : à savoir, la programmation linéaire traite efficacement le cas où la fonction objectif, ainsi que les contraintes s'expriment linéairement en fonction des variables de décision.

Dans ce chapitre, des connaissances de base sur l'optimisation sont présentées ainsi que des concepts de base et l'état de l'art des méthodes utilisées dans le traitement des problèmes d'optimisation avec et sans contraintes.

I- Notions sur l'optimisation

I.1 Définition de l'optimisation

Un problème d'optimisation se définit comme la recherche du minimum ou du maximum (de l'optimum) d'une fonction donnée [23]. On peut aussi trouver des problèmes d'optimisation pour lesquelles les variables de la fonction à optimiser sont contraintes d'évoluer dans une certaine partie de l'espace de recherche. Dans ce cas, on a une forme particulière de ce que l'on appelle un problème d'optimisation sous contraintes.

L'objectif de l'optimisation est représenté sur les figures 1.a et 1.b ; sur la figure 1.a, la réponse y est fonction d'une seule variable x , et l'on recherche la valeur x_{\max} , comprise entre les bornes x_A et x_B qui rend optimale la valeur de la réponse y .

Sur la figure 2.b, la fonction objectif dépend cette fois ci de deux variables x_1 et x_2 ; elle est représentée sous la forme de courbes de niveaux ou courbes d'iso réponses. Autrement dit, chaque ellipse en pointillé est formée de points qui ont le même objectif. Sur le schéma, plus l'ellipse est petite, plus la fonction objectif va être bonne. On recherche alors les coordonnées, $x_{1\max}$ et $x_{2\max}$, qui correspondent à la valeur optimale de l'objectif y .

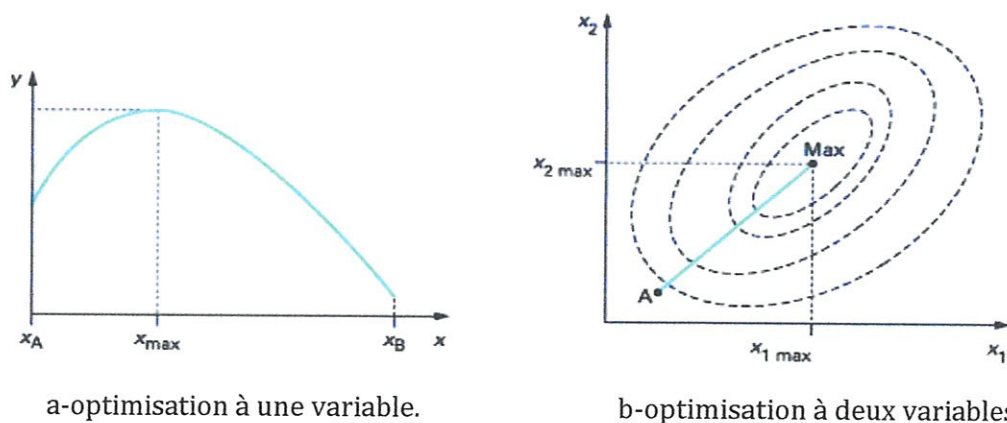


Figure 1. Optimisation d'une fonction objectif.

La figure 2 présente le processus d'optimisation en trois étapes : analyse, synthèse et évaluation [24].

Tout d'abord, il convient d'analyser le problème et d'opérer un certain nombre de choix préalables :

- ✓ variables du problème: quels sont les paramètres intéressants à faire varier ?
- ✓ espace de recherche: dans quelles limites faire varier ces paramètres ?
- ✓ fonctions objectif: quels sont les objectifs à atteindre? comment les exprimer mathématiquement ?

✓ méthode d'optimisation: quelle méthode choisir ?

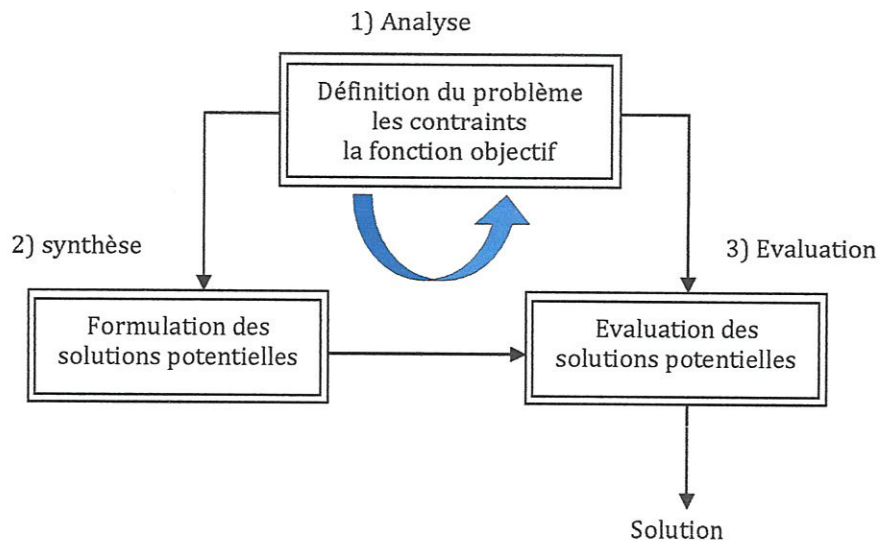


Figure 2. Processus d'optimisation.

Après cette phase d'analyse, la méthode choisie synthétise des solutions potentielles qui sont évaluées, puis éventuellement éliminées jusqu'à obtention d'une solution acceptable. Si nécessaire, le problème peut être alors redéfini à partir des solutions déjà obtenues.

I.2 Fonction objectif

C'est le nom donné à la fonction f (on l'appelle aussi fonction de coût ou critère d'optimisation) [25]. C'est cette fonction que l'algorithme d'optimisation va devoir optimiser (trouver un optimum).

I.3 Variables de décision

Elles sont regroupées dans le vecteur x . C'est en faisant varier ce vecteur que l'on recherche un optimum de la fonction f [26].

I.4 Minimum global

On a la fonction $f : \Omega \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tel que $\Omega \neq \emptyset$. Pour $x^* \in \Omega$, on dit que x^* est un optimum global si et seulement si :

$$\forall x \in \Omega : f(x^*) \leq f(x) \quad (\text{III.1})$$

tel que :

- x^* : l'optimum global ;

- f : la fonction objectif ;
- Ω : la région faisable ($\Omega \in s$) ;
- s : l'espace de recherche global.

Le minimum global est illustré par le point M_3 sur la figure 3.

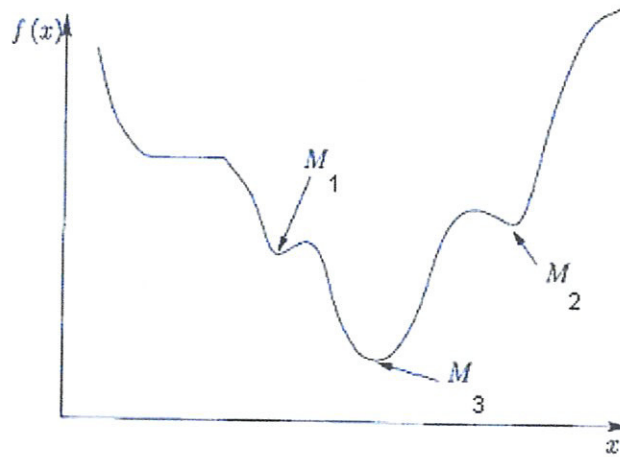


Figure 3. Illustration des différents minima d'une fonction objectif.

I.5 Minimum local

Un point x^* est un minimum local de la fonction f si et seulement si :

$$f(x^*) < f(x), \quad \forall x \in V(x^*) \text{ et } x^* \neq x \quad (\text{III.2})$$

d'où :

$V(x^*)$ définit un voisinage de x^* .

Deux minimums locaux sont illustrés sur la figure 3 sont les points M_1 et M_2 .

Lorsqu'une fonction ne contient qu'un minimum local, elle est dite unimodale. Dans le cas contraire, elle est dénommée multimodale. La figure 4 montre une fonction multimodale à deux variables.

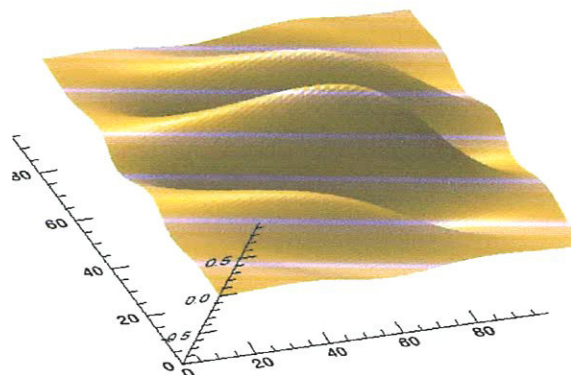


Figure 4. Exemple de fonction $f(x, y)$ à deux variables.

I.6 Méthode locale et globale

On appelle méthode (ou algorithme ou recherche) locale celle qui converge vers un minimum local. Les recherches locales partent usuellement d'un point initial x_0 avec un pas initial α_0 . Ces paramètres vont conditionner la descente d'une des vallées de la fonction f . De nombreuses méthodes locales existent. Les plus anciennes et les plus utilisées sont les méthodes où la direction de descente est déduite des dérivées de la fonction f . Les méthodes globales sont pour objectif d'atteindre un ou plusieurs minimum globaux.

I.7 Formulation d'un problème d'optimisation

Les techniques d'optimisation sont utilisées afin de trouver les variables de conception optimales $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ceci en minimisant une fonction objectif f . De plus, le problème d'optimisation peut être soumis à des contraintes d'égalité $h_i(x)$ ou d'inégalité $g_i(x)$ ainsi qu'à des butées basses lb et hautes ub sur les variables de conception définissant ainsi le domaine d'étude.

La description générale d'un problème d'optimisation peut s'écrire :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(x) & \text{(fonction à optimiser)} \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, m_e \quad \text{(contraint d'inegalité)} \\ h_i(x) = 0 & i = m_e + 1, \dots, m \quad \text{(contraint d'egalité)} \\ lb_k \leq x_k \leq ub_k & k = 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{(III.3)}$$

avec:

x : représente le vecteur des variables de décision dans l'espace de recherche.

Si nous considérons qu'une contrainte d'égalité $h_i(x) = 0$ peut être décrite par deux contraintes d'inégalité $h_i(x) \leq 0$ et $-h_i(x) \leq 0$, le problème devient alors :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(x) & \text{(fonction à optimiser)} \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, m \quad \text{(contraint d'inegalité)} \\ lb_k \leq x_k \leq ub_k & k = 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{(III.4)}$$

Afin de simplifier la compréhension d'un problème d'optimisation et permettre sa diffusion, une représentation graphique d'un problème d'optimisation est illustrée par la figure 4. Une telle représentation permet une identification facile du problème de conception. Les variables sont situées à gauche avec leurs symboles, leurs initiales et leurs butées, et à droite la fonction objectif avec les différentes contraintes d'égalité et d'inégalité.

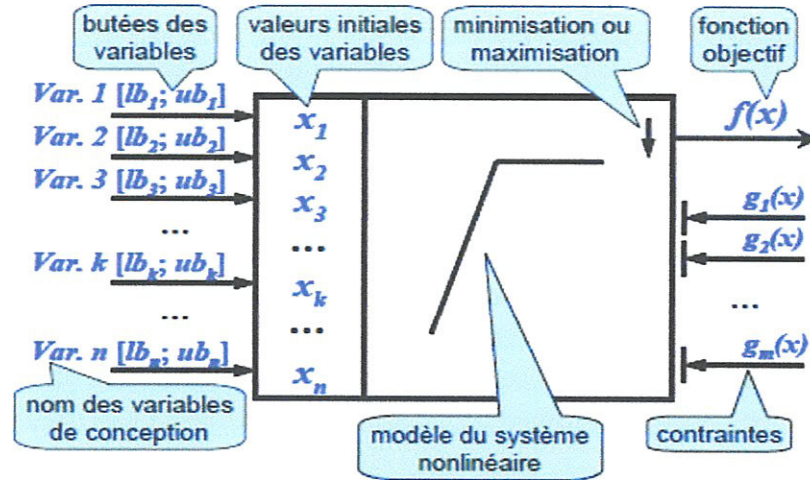


Figure 4. Symbolique d'un problème d'optimisation.

Le choix de la méthode permettant de résoudre ce type de problèmes de manière efficace (temps de calcul) et précise (qualité de l'optimum atteint) dépend non seulement de la taille du problème en terme de nombre de contraintes et variables à optimiser mais aussi des caractéristiques de la fonction objectif et des contraintes imposées.

Pour les problèmes d'optimisation qui ne contiennent pas de fonctions contraintes, le problème est dit problème d'optimisation sans contraintes, c'est-à-dire, les fonctions $g_i(x)$ et $h_i(x)$ du problème (III.3) ne sont pas définies, comme dans le cas du problème suivant :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(x) & \text{(fonction à optimiser)} \\ lb_k \leq x_k \leq ub_k \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{(III.5)}$$

1.8 Minimisation et maximisation

Dans l'équation (III.3), nous avons défini le problème d'optimisation comme étant la minimisation d'une fonction, parfois soumise à des contraintes. Cependant, il existe des situations où nous sommes plutôt intéressés à trouver un point de maximisation, c'est-à-dire, à maximiser la fonction objectif.

Dans ce cas, il devient nécessaire de transformer le problème de maximisation en minimisation, car les méthodes d'optimisation sont souvent implémentées en s'appuyant sur des critères de minimisation de la fonction objectif.

Cette transformation du problème d'optimisation peut être facilement obtenue à l'aide d'une simple fonction de transformation appliquée directement sur la fonction objectif originale, comme l'indique l'équation suivante:

$$\phi(f(x)) = -f(x) \quad (\text{III.6})$$

II- Classification des méthodes d'optimisation

Les méthodes d'optimisation sont classées, selon le mode de recherche de l'optimum, en deux grands groupes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

II.1 Méthodes déterministes

Les méthodes déterministes s'appuient sur le calcul d'une direction de recherche généralement liée à la dérivée des résultats par rapport aux paramètres de conception du dispositif. Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème est toujours la même pour le même contexte initial donné, ne laissant aucune place au hasard. Ce sont en général des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ce sont souvent des méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ, qu'il soit local ou global.

II.1.1 Méthodes déterministes unidimensionnelles

L'intérêt des algorithmes d'optimisation unidimensionnelle ne vient pas seulement du fait que dans les applications on rencontre naturellement des problèmes unidimensionnels, mais aussi du fait que l'optimisation unidimensionnelle est un composant fondamental de bon nombre de méthodes d'optimisation multidimensionnelle.

Dans la littérature, nous trouvons différentes méthodes unidimensionnelles, parmi lesquelles nous allons citer la méthode de Dichotomie [27], la méthode de section dorée [27], [28], la méthode de Brent [28], [29],...etc.

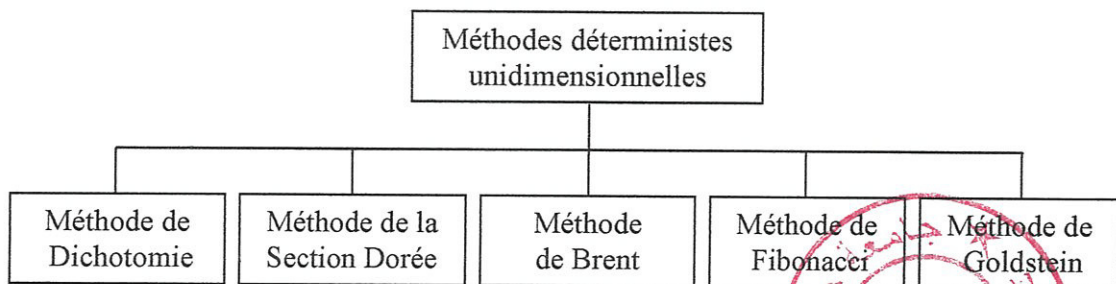


Figure 5. Principales méthodes déterministes unidimensionnelles.

I.1.2 Méthodes déterministes multidimensionnelles

Les méthodes déterministes multidimensionnelles sont consacrées à l'optimisation de fonction à un paramètre ou plus.

Elles sont généralement classées en trois grandes catégories selon le type d'informations que l'utilisateur doit fournir. Ce sont :

- les méthodes de recherche directes (d'ordre 0), qui utilisent uniquement les valeurs de la fonction critère f .
- les méthodes du gradient (d'ordre 1), qui requièrent des valeurs précises des dérivées partielles premières de la fonction f .
- les méthodes du second ordre, qui, en plus du gradient, utilisent également les dérivées secondes de f . On peut, dans une approche globale, rassembler cette dernière classe avec la précédente.

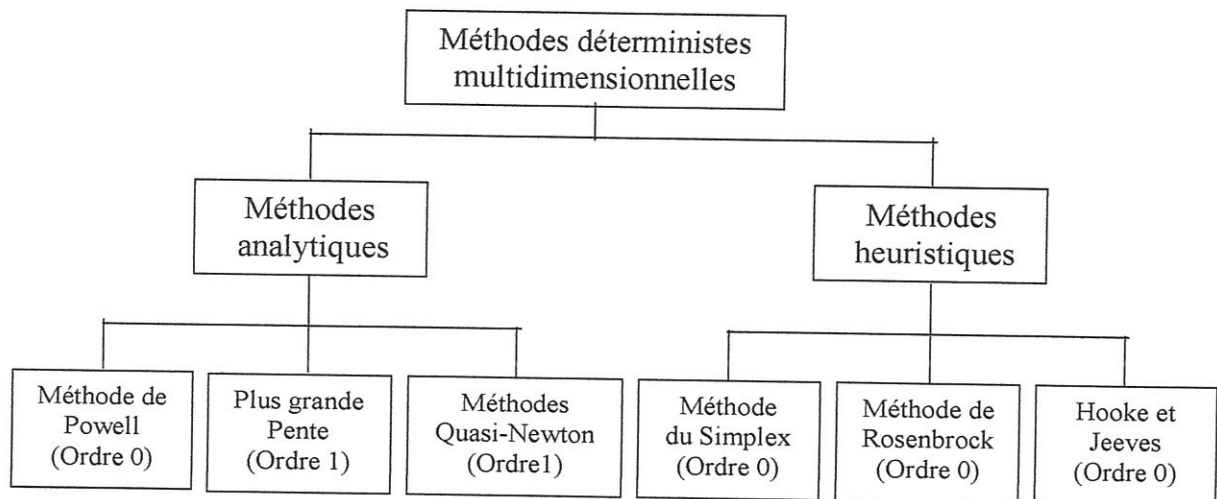


Figure 7. Principales méthodes déterministes multidimensionnelles.

II.2 Méthodes d'optimisation stochastiques

Les méthodes d'optimisation stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation.

Ces méthodes ont une grande capacité à trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Elles sont d'ordre zéro. Cependant, elles demandent un nombre important

d'évaluations de la fonction objectif. La figure 8 présente les méthodes stochastiques les plus utilisées.

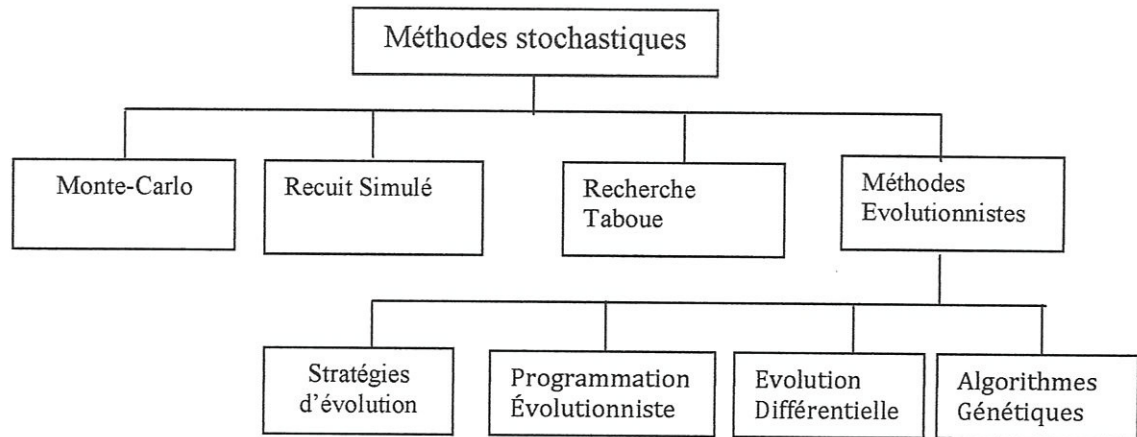


Figure 8. Principales méthodes stochastiques.

II.2.1 Principe d'un algorithme stochastique

Ce sont des méthodes où l'approche de l'optimum est entièrement guidée par un processus probabiliste et aléatoire (stochastique). Parmi les méthodes stochastiques les plus employées, nous distinguons :

➤ **Monte-Carlo**: c'est la plus simple des méthodes stochastiques [30] [31]. Elle consiste à tirer une solution au hasard à chaque itération. La fonction objectif est évaluée en ce point. Si elle est meilleure que l'optimum courant, cette valeur est enregistrée, ainsi que la solution correspondante et le processus continue jusqu'à ce que les conditions d'arrêt soient vérifiées. Il s'agit donc d'un processus d'exploration. Le problème d'optimisation avec contraintes contient au moins une fonction contrainte (d'égalité ou d'inégalité). Ce problème est défini par l'équation (III.4).

➤ **Recherche Tabou (Tabu Search)**: est une méthode générale d'optimisation combinatoire qui a été développée par F.Glover [32] durant les années 1980. Elle utilise la notion de mémoire pour éviter de tomber dans un optimum local, le principe de l'algorithme est le suivant ; à chaque itération, le voisinage de la solution est sélectionnée, en appliquant le principe, la méthode autorise de remonter vers des solutions qui semblent moins intéressants mais qui ont peut être un meilleur voisinage. Pour éviter les phénomènes de cyclage entre deux solutions, la méthode à l'interdiction de visiter une solution récemment visitée, pour cela une liste tabou contenant les attributs des dernières solutions considérées est tenue à jour. Chaque nouvelle solution considérée enlève de cette liste la solution la plus anciennement visitée. Ainsi, la recherche de la solution suivante se

fait dans le voisinage de la solution actuelle sans considérer les solutions appartenant à la liste taboue.

➤ **Méthodes évolutionnistes:** contrairement aux techniques d'optimisation qui explorent l'espace à partir d'un point unique, les méthodes évolutionnistes partent d'un ensemble de configurations, et la font évoluer à partir d'opérateurs à transition aléatoire. Ces algorithmes sont de plus en plus utilisés dans l'industrie car ils sont particulièrement adaptés aux problèmes d'optimisation comportant de nombreux paramètres.

➤ **Recuit Simulé:** la méthode de recuit simulé (*simulated annealing*) a été proposée en 1983 par Kirkpatrick [33]. Cette méthode est appliquée aux problèmes d'optimisation, à partir d'un point aléatoire on cherche une solution initiale puis on effectue des déplacements aléatoires au voisinage de ce point. si un déplacement mène à une faible valeur de la fonction f , le déplacement est accepté.

III- Traitements d'un problème d'optimisation avec contraintes

Lorsque la fonction objectif et les contraintes sont des fonctions linéaires des variables d'optimisation, le problème est connu comme étant un problème de Programmation Linéaire (LP : Linear Programming). Les problèmes de Programmation Quadratique (QP : Quadratic Programming) concernent la minimisation ou maximisation d'une fonction objectif de type quadratique soumise à des contraintes linéaires. Pour ces deux problèmes (QP ou LP) des procédures efficaces d'optimisation sont connues. Un problème plus délicat à résoudre est le problème de Programmation Non-Linéaire (NLP : Non-Linear Programming) pour lequel la fonction objectif et les contraintes peuvent être des fonctions non-linéaires des variables d'optimisation.

III.1 conditions d'optimalité

Le problème d'optimisation avec contraintes contient au moins une fonction contrainte (d'égalité ou d'inégalité). Ce problème est défini par l'équation (III.4).

On définit la fonction Lagrangienne $L(x, \lambda)$ par :

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(x) \quad (\text{III.7})$$

Cette fonction va permettre de dériver les conditions nécessaires au 1^{er} ordre et suffisantes au 2^{ème} ordre pour obtenir un optimum global.

• Conditions nécessaires au 1^{er} ordre: le problème général d'optimisation sous contraintes (III.4) admet un minimiseur local x^* si et seulement si il existe des multiplicateurs de Lagrange λ_i^* tels que les équations de Kuhn-Tucker s'écrivent :

$$\nabla_x L(x^*, \lambda^*) = \nabla f(x^*) + \sum_{i \in A^*} \lambda_i^* \nabla g_i(x^*) = 0 \quad (\text{III.8})$$

L'ensemble A^* , défini par $A^* = \{i \in I : g_i(x^*) = 0\} \cup E$ où I et E représentent les ensembles indexés correspondant aux contraintes inégalitaires et égalitaires, est appelé ensemble actif au point x^* , et $\lambda_i^* \geq 0$ si $i \in A^* \cap I$.

• Conditions suffisantes au 2^{ème} ordre : les conditions suffisantes au 2^{ème} ordre requièrent que la paire (x^*, λ^*) satisfasse les conditions nécessaires au 1^{er} ordre et que la matrice Hessienne du Lagrangien définie par :

$$\nabla_{xx}^2 L(x^*, \lambda^*) = \nabla^2 f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla^2 g_i(x^*) \quad (\text{III.9})$$

vérifie la condition $w^T \nabla_{xx}^2 L(x^*, \lambda^*) w > 0$ pour tout vecteur non nul w dans l'ensemble

$$\left\{ w \in \mathbb{R}^n : \nabla g_i(x^*)^T w = 0, i \in I_+^* \cup E, \nabla g_i(x^*)^T w \leq 0, i \in I_0^* \right\} \quad (\text{III.10})$$

où: $I_+^* = \{i \in A^* \cap I : \lambda_i^* > 0\}$ et $I_0^* = \{i \in A^* \cap I : \lambda_i^* = 0\}$.

Cette condition garantit que le problème d'optimisation se comportera bien au voisinage de x^* . En particulier, si la condition suffisante au 2^{ème} ordre est vérifiée, alors x^* est un minimiseur local strict du problème sous contraintes (III.4).

III.2 Méthode d'optimisation déterministes

La solution d'un problème d'optimisation avec contraintes peut être obtenue à partir de l'application de méthodes qui nous classifions en deux classes :

- **Méthodes de transformation** : elles permettent de transformer les problèmes avec contraintes en des problèmes sans contraintes, qui peuvent alors être résolus par des techniques d'optimisation sans contraintes.

- **Méthodes primitives** : elles permettent de résoudre directement les problèmes avec contraintes, sans transformation préalable.

III.2.1 Méthodes de transformation

Une fois que le problème équivalent est créé, un algorithme classique d'optimisation sans contraintes est appliqué sur lui de façon à trouver une solution qui sera utilisée pour

l'actualiser. Ce processus se répète de façon itérative jusqu'au moment où le critère de convergence est vérifié.

Les méthodes de transformations les plus utilisées sont :

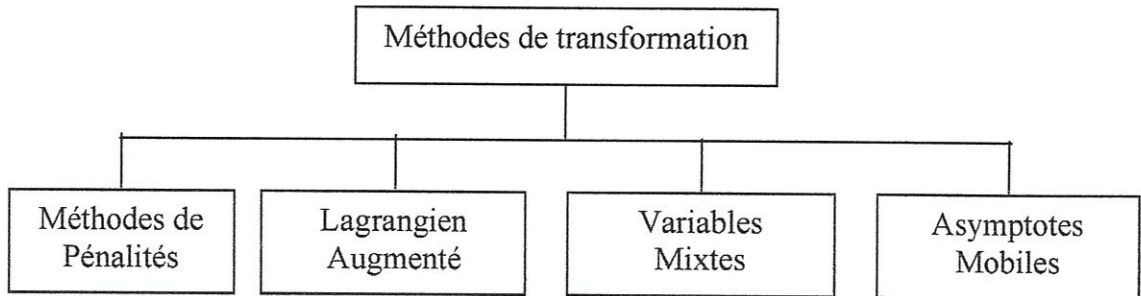


Figure 7. Principales méthodes de transformation.

III.2.1.1 Méthodes de pénalités

L'idée de base de ces méthodes est de remplacer la résolution du problème avec contraintes par celle d'une suite de problèmes sans contraintes créés à partir de l'introduction des contraintes dans la fonction objectif de manière à pénaliser une quelconque violation de ces contraintes [34], [35].

La fonction objectif f du problème (III.4) est alors remplacée par la fonction suivante à minimiser :

$$\varphi(x, r) = f(x) + r.P(x) \quad (\text{III.11})$$

où :

$P(x)$: est la fonction pénalité, continue, dépendant des contraintes $g_i(x)$, r est un coefficient de pénalité, toujours positif.

III.2.1.1.1 Méthodes de pénalités extérieures

La fonction $P(x)$ est utilisée afin de défavoriser les positions non admissibles. La fonction de pénalité doit être continue et à dérivées continues :

$$P(x) = \sum_{i=1}^m \max^2(0, g_i(x)) \quad (\text{III.12})$$

Les méthodes des pénalités sont en général résolues de manière itérative : une suite de valeurs croissantes de r est générée et à chaque itération k du processus, le problème d'optimisation sans contrainte suivant est résolu :

$$\varphi(x, r, k) = f(x) + r^k \sum_{i=1}^m \max(g_i(x), 0)^2 \quad (\text{III.13})$$

III.2.1.1.2 Méthodes des pénalités intérieures

Dans le cas des pénalités intérieures, on cherche à définir la fonction $P(x)$ de telle sorte que, plus la contrainte devient active, c'est à dire plus x_i se rapproche de la frontière du domaine admissible, plus la fonction de pénalisation croît et tend vers l'infini et par conséquent, on a moins de chance de trouver le minimum proche de la frontière du domaine admissible.

Les fonctions de pénalités intérieures les plus employées dans la littérature sont :

$$1- \text{ la fonction inverse : } P(x) = \sum_{i=1}^m \frac{-1}{g_i(x)} \quad (\text{III.14})$$

$$2- \text{ la fonction logarithmique : } P(x) = \sum_{i=1}^m -\log(-g_i(x)) \quad (\text{III.15})$$

Dans le cas de la fonction inverse, la fonction objectif du problème d'optimisation (III.4) est remplacée par la fonction suivante :

$$\varphi(x, r) = f(x) - r^{-k} \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)} \quad (\text{III.16})$$

Le coefficient r est choisi grand pour que la recherche se fasse initialement loin des limites du domaine de faisabilité. A chaque nouvelle itération, la recherche pourra se rapprocher davantage des limites de faisabilité, la pénalité diminuera et (III.16) deviendra équivalent à (III.4) pour r^{-k} tend vers zéro (k tendant vers l'infini)

III.2.1.1.3 Choix de la méthode de pénalité

La méthode des pénalités extérieures, d'un point de vue pratique, est très avantageuse. En effet, le domaine d'optimisation défini par des contraintes assure la possibilité et la pertinence du calcul de la réponse en tout point. Cette méthode peut donc être appliquée à un problème contraint sans modification des algorithmes de recherche. Elle permet aussi la prise en compte des contraintes égalités et des contraintes qui ne sont pas fonction uniquement des variables d'optimisation mais également des résultats de simulation.

Comparativement, la méthode des pénalités intérieures est plus difficile à mettre en œuvre car les inégalités sont strictes et ne peuvent être transgressées. Par contre, elle permet de réduire le domaine de recherche au seul domaine faisable et ainsi limiter les risques d'arrêt prématuré du processus d'optimisation.

En conclusion, une combinaison des deux méthodes est préférable : la méthode des pénalités extérieures pour les contraintes non uniquement fonction des variables d'optimisation ou les contraintes égalités et la méthode de pénalités intérieures pour les autres.

III.2.1.2 Méthode de Lagrangien augmenté

Elle est basée sur la minimisation d'une fonction L appelée fonction de Lagrangienne augmentée. Cette fonction est créée à partir de l'addition d'une pénalisation à la fonction Lagrangienne classique. Donc le Lagrangien augmenté s'écrit comme suit ;

$$L(x, \lambda, r) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(x) + r \sum_{i=1}^m g_i^2(x) \quad (\text{III.17})$$

avec : $r \sum_{i=1}^m g_i^2(x)$: terme de pénalité.

III.2.2 Méthodes primitive (directes)

Les méthodes directes ou primitives sont des méthodes qui travaillent directement avec le problème contraint original. Ces méthodes sont capables de trouver une solution soit à partir d'une suite de minimisations unidirectionnelles, soit en remplaçant le problème original par une suite de sous problèmes approchés.

Les méthodes directes les plus utilisées sont :

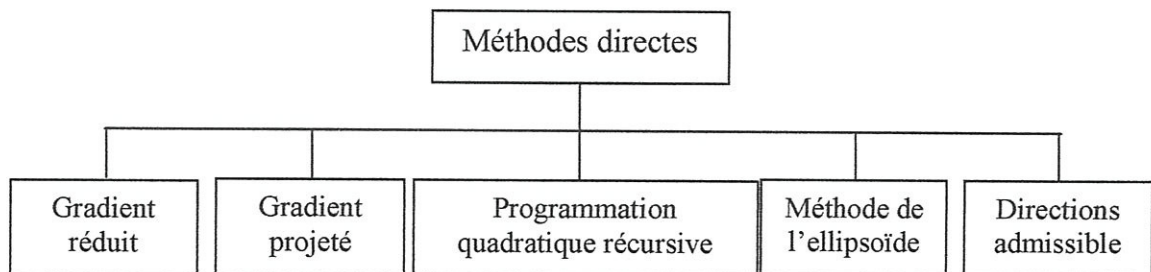


Figure. III.8 Principales méthodes de transformation.

II.3 Méthode d'optimisation stochastique

La prise en compte des contraintes dans une méthode d'optimisation stochastique est souvent obtenue en utilisant une fonction de pénalité associée à la fonction objectif.

Classiquement, on utilise une fonction de pénalité extérieure, selon laquelle la fonction à minimiser devient égale à :

$$\varphi(x, r) = f(x) + r^k \sum_{i=1}^m [\max(g_i(x), 0)]^2 \quad (\text{III.18})$$

Où : $f(x)$: fonction objectif sans contraintes ;

$g_i(x)$: fonctions contraintes.

r^k : est le coefficient de pénalité, contrairement aux méthodes de transformation déterministes, la valeur du coefficient de pénalité reste constante pendant le processus d'optimisation stochastique.

IV- Méthode de résolution de type quadratique récursive

La méthode de programmation quadratique récursive consiste à remplacer le problème non linéaire avec contraintes par une suite de sous problèmes (critère à minimiser quadratique sous contraintes d'égalité et d'inégalité linéaires) obtenus en adoptant une approximation quadratique de la fonction objectif et en linéarisant les fonctions contraintes par rapport aux variables de conception.

Cette méthode de résolution de type quadratique récursive: «Sequential Quadratic Programming» (SQP) disponible dans la boîte à outils d'optimisation de MATLAB.

L'inconvénient majeur de la méthode SQP est qu'elle ne permet pas de trouver intrinsèquement l'optimum global d'un problème d'optimisation.

IV.1 Principe de la méthode de résolution de type quadratique récursive

La formulation générale du problème d'optimisation sous contraintes est donnée par l'équation (III.3), l'idée principale repose sur la recherche d'un sous-problème QP basé sur une approximation quadratique de la fonction Lagrangienne suivante :

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(x) \quad (\text{III.19})$$

Le sous-problème QP, obtenu en linéarisant les contraintes non-linéaires du problème (III.3), est de la forme suivante :

$$\begin{cases} \underset{d_k \in \mathbb{R}^n}{\text{Minimiser}} \frac{1}{2} d_k^T H_k d_k + \nabla f(x_k) d_k \\ \nabla h_i(x_k)^T d_k + h_i(x_k) = 0 & i = 1, \dots, m_e \\ \nabla g_i(x_k)^T d_k + g_i(x_k) \leq 0 & i = m_e + 1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

où:

$\nabla f(x_k)^T$ représente la transposée du gradient de la fonction objectif au point x_k et H_k le Hessien de la fonction de Lagrange (III.19).

Ce problème peut ensuite être résolu en utilisant n'importe quel algorithme QP. La solution de ce problème permet de construire une nouvelle itération (majeure) telle que :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (\text{III.21})$$

La longueur de pas α_k est déterminée en utilisant une procédure de recherche par ligne de telle manière qu'une diminution suffisante d'une fonction de mérite soit obtenue. La matrice $H(x_k, \lambda_k)$ est une approximation définie positive de la matrice Hessienne de la fonction Lagrangienne (III.19). H_k Peut être mise à jour par n'importe quelle méthode de type quasi-Newton, même si la méthode BFGS [34] semble être la plus courante.

IV.2 Rafraîchissement de la matrice Hessienne

A chaque itération majeure de l'algorithme d'optimisation, une approximation définie positive (de type quasi-Newton) du Hessien de la fonction Lagrangienne, H , est calculée en utilisant la méthode BFGS, où $\lambda_i (i=1, \dots, m)$ est une estimation des multiplicateurs de Lagrange.

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k (q_k)^T}{(q_k)^T s_k} - \frac{H_k s_k (s_k)^T H_k}{(s_k)^T H_k s_k} \quad (\text{III.22})$$

avec : $s_k = x_{k+1} - x_k$

$$\begin{aligned} q_k &= \nabla f(x_{k+1}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \nabla g_i(x_{k+1}) - [\nabla f(x_k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \nabla g_i(x_k)] \\ &= \nabla_x L(x_{k+1}, \lambda_k) - \nabla_x L(x_k, \lambda_k) \end{aligned}$$

où:

q_k : la différence entre les gradients de la fonction de lagrange au point x_{k+1} et au point x_k et s_k est la distance entre le point précédent et le point courant.

Powell [35] recommande de garder la matrice Hessienne définie positive même si elle peut être indéfinie à l'optimum. Cette matrice est maintenue définie positive à condition que le terme $(q_k)^T s_k$ soit positif à chaque rafraîchissement et que H soit initialisée avec une matrice définie positive. Lorsque le terme $(q_k)^T s_k$ n'est pas positif, q_k est modifié élément par élément afin que $(q_k)^T s_k > 0$, l'objectif principal de cette modification étant de distordre

le moins possible les éléments de q_k contribuant à une mise à jour positive de H . De ce fait, lors de la phase initiale de la modification, les éléments les plus négatifs de $(q_k)_i s_k$ sont divisés par deux de manière répétée. Cette procédure est poursuivie jusqu'à ce que $(q_k)^T s_k$ soit supérieur ou égal à une petite tolérance négative. Si après cette procédure, $(q_k)^T s_k$ n'est toujours pas positive, on modifie q_k en lui ajoutant un vecteur w multiplié par un scalaire constant w , tel que :

$$q_k = q_k + w \cdot v \quad (\text{III.23})$$

avec :

$$v_i = \nabla g_i(x_{k+1}) \cdot g_i(x_{k+1}) - \nabla g_i(x_k) \cdot g_i(x_k)$$

si $(q_k)_i \cdot w < 0$ et $(q_k)_i \cdot (s_k)_i < 0$ ($i = 1, \dots, m$)

$$v_i = 0 \quad \text{Si non}$$

et w augmentant systématiquement jusqu'à ce que $(q_k)^T s_k$ devienne positive.

IV.3 Solution du sous-problème QP

A chaque itération majeure de la méthode SQP, un sous-problème de type QP de la forme suivante est résolu :

$$\text{Min } q(d) = \frac{1}{2} d^T H d + C^T d \quad (\text{III.24})$$

Sous les contraintes :

$$A_i d = b_i \quad i = (1, \dots, me)$$

$$A_i d \leq b_i \quad i = (me + 1, \dots, m)$$

où :

C est un vecteur constante.

A_i correspond à la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice A de dimension $m \times n$ comportant le terme $\nabla g_i(x_k)^T$ provenant de la linéarisation des contraintes. La méthode de résolution QP détaillée ci dessous est celle de la fonction Matlab `fmincon`, similaire à celle développée par Gill et al [36],[37].

La procédure de résolution comporte deux phases. La première phase consiste à calculer un point admissible, s'il en existe. La seconde phase comprend la génération d'une séquence itérative de points admissibles qui convergent vers la solution.

IV.4 Recherche par ligne et Fonction de mérite

La solution du sous-problème QP produit un vecteur d^k , qui est utilisé pour construire une nouvelle itération :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d \quad (\text{III.25})$$

Le paramètre α_k , associé à la longueur du pas d'optimisation, est choisi de manière à entraîner une décroissance suffisante d'une fonction de mérite. La fonction de mérite définie par Han [38] est utilisée dans la fonction Matlab `fmincon` et s'écrit :

$$\psi(x) = f(x) + \sum_{i=1}^{m_c} r_i \cdot g_i(x) + \sum_{i=m_c+1}^m r_i \cdot \max\{0, g_i(x)\} \quad (\text{III.26})$$

r_i est un paramètre de pénalité permettant d'introduire une contribution supplémentaire des contraintes.

IV.5 Considérations pratiques sur l'utilisation de la méthode SQP

SQP est une méthode standard, basée sur l'utilisation du gradient de la fonction objectif et des contraintes, pour résoudre un problème d'optimisation non linéaire. Si le modèle de conception ne comporte que des équations analytiques, il est alors possible d'envisager le calcul formel des dérivées. Ce calcul peut être fait automatiquement grâce au moyen informatique actuel [39], [40]. Il a l'avantage d'augmenter fortement la robustesse de l'algorithme d'optimisation employé. Par contre, la complexité du modèle de conception et une éventuelle présence d'un modèle dynamique ou numérique empêchent à ce jour le calcul de l'expression symbolique du gradient. De ce fait, le choix fait est le calcul du gradient à partir d'une différence finie.

La méthode SQP est performante à condition que :

- ✓ le problème ne soit pas trop grand.
- ✓ les fonctions et les gradients puissent être évalués avec une précision suffisamment élevée.
- ✓ le problème soit lisse et mis à l'échelle.

De plus, comme la méthode SQP emploie des gradients, les variables discrètes sont prohibées. Une caractéristique de cette méthode est son arrêt dès qu'elle trouve un minimum qu'il soit global ou local. Ainsi, le résultat trouvé peut dépendre fortement du point de départ donné à l'algorithme.

Chapitre IV

Applications

Introduction

Ce travail de mémoire de master porte sur l'optimisation de la géométrie d'une grille de mise à la terre soumise à des transitoires de foudre. Afin de compléter le travail théorique que nous avons exposé dans les chapitres précédents, nous proposons, dans ce quatrième et dernier chapitre, quelques applications.

Nous commencerons par la validation de notre travail théorique de modélisation de l'impact direct d'une onde de foudre sur une protection de mise à la terre type grille enterrée.

Pour les applications, avant d'aborder notre problème d'optimisation, nous commençons par une étude paramétrique faisant intervenir l'effet de quelques paramètres sur le comportement de la grille (le nombre et la taille de mailles constituant la grille, le point d'injection, le temps de montée de l'onde de foudre, la résistivité du sol,...etc). Ensuite nous proposons de traiter un problème d'optimisation sans contraintes puis avec contraintes dont le but de réduire la taille de la grille en utilisant une optimisation déterministe.

I- Validations et applications

I-1 Validation

Afin de valider notre travail théorique, nous proposons d'analyser la réponse transitoire d'une grille de mise à la terre suite à l'injection d'un courant 'onde de foudre'. Nous réalisons nos calculs directement en temporel en résolvant l'équation de propagation en potentiel scalaire en 2D par FDTD, que nous confrontons aux résultats de simulation réalisés par le logiciel NEC4 [41] avec une transformation fréquence-temps. Notons que le logiciel NEC4 [41] utilise le formalisme des antennes qui est basé sur la résolution par la méthode numérique dite des moments d'une équation intégrale dans les milieux continus déduite à partir des équations de Maxwell en champ électrique (EFIE) ou en champ magnétique (MFIE).

La simulation numérique utilisant le code NEC4 [41] exige l'utilisation des données provenant d'un fichier d'informations décrivant la structure étudiée. Ce fichier d'entrée contient les coordonnées qui conforment le modèle (coordonnées des nœuds extrémités de la structure, rayon et nombre de segments constitutifs de la structure,...etc).

La figure 1 illustre la configuration étudiée. Il s'agit d'une grille de mise à la terre régulière de 60mx60m à mailles carrées de 10mx10m formée de plusieurs conducteurs de rayon $a=7\text{mm}$ et enterrée à une profondeur $h=0,5\text{m}$ dans un sol supposé linéaire, homogène, isotrope, de conductivité $\sigma_g=0.01\text{S/m}$, et de permittivité relative $\epsilon_{rg}=36$.

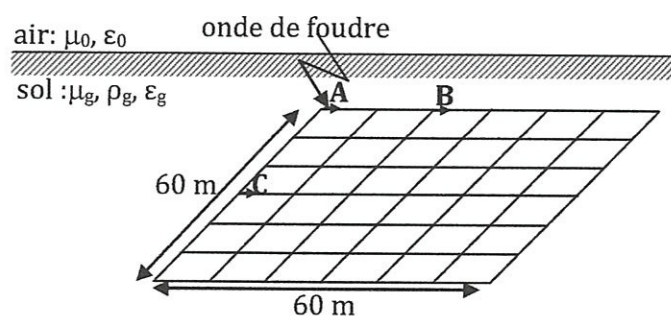


Figure 1. Grille de mise à la terre.

Afin d'étudier la réponse de ce système de protection, nous considérons l'injection directe d'une onde de foudre sur la corne de la grille de mise à la terre (figure 1). Le générateur de courant, type onde de choc, est représenté mathématiquement par la fonction bi-exponentielle suivante :

$$i(t) = I_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)) \quad (\text{IV.1})$$

avec : $I_0 = 1.0167 \text{ kA}$, $\alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}$, $\beta = 5.073 \mu\text{s}^{-1}$.

Le tableau ci-dessous regroupe l'ensemble des données pour un fichier d'entrée du code NEC4 [41].

GW	1	60	0	0	-0.5	0	60	-0.5	0.007	
GW	2	60	10	0	-0.5	10	60	-0.5	0.007	
GW	3	60	20	0	-0.5	20	60	-0.5	0.007	
GW	4	60	30	0	-0.5	30	60	-0.5	0.007	
GW	5	60	40	0	-0.5	40	60	-0.5	0.007	
GW	6	60	50	0	-0.5	50	60	-0.5	0.007	
GW	7	60	60	0	-0.5	60	60	-0.5	0.007	
GW	8	60	0	0	-0.5	60	0	-0.5	0.007	
GW	9	60	0	10	-0.5	60	10	-0.5	0.007	
GW	10	60	0	20	-0.5	60	20	-0.5	0.007	
GW	11	60	0	30	-0.5	60	30	-0.5	0.007	
GW	12	60	0	40	-0.5	60	40	-0.5	0.007	
GW	13	60	0	50	-0.5	60	50	-0.5	0.007	
GW	14	60	0	60	-0.5	60	60	-0.5	0.007	
GE	-1									
GN	2	0	0	0	36	1E-2				
FR	0	1024	0	0	0.007	0.007				
EX	4	0	10	0	0	0	-0.5	0	45	1
XQ										
EN										

Tableau 1. Données du fichier d'entrée du code NEC4 pour une grille de mise à la terre.

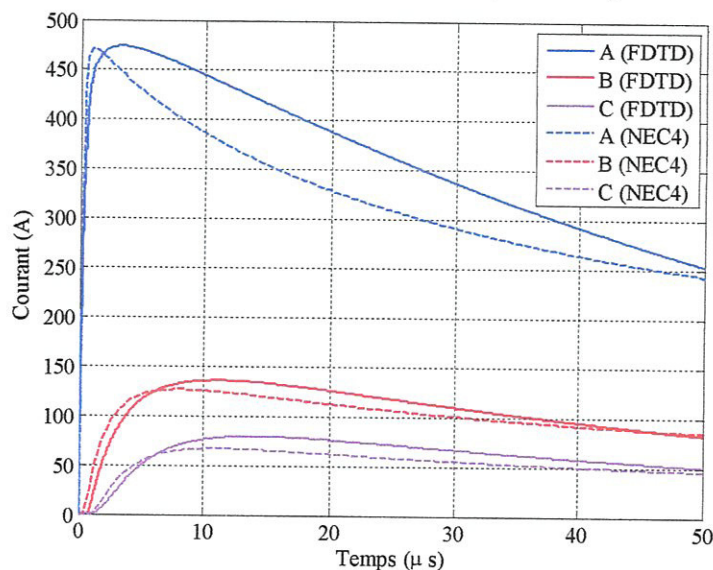


Figure 2. Variation du courant en différents points de la grille.

Le logiciel NEC4 [41] permet d'accéder seulement aux courants de branches ; en figure 2, nous avons la variation du courant longitudinale en différents points de la grille que nous obtenons par notre modèle et par le logiciel NEC4 [41]. Ces résultats montrent bien la bonne concordance entre nos calculs réalisés en utilisant la résolution d'une équation de propagation en potentiel scalaire en 2D par FDTD et ceux réalisés par le logiciel NEC4 [41].

I.2 Applications

Avant d'aborder notre problème d'optimisation de la géométrie d'une grille de mise la terre, nous proposons quelques applications où nous regarderons dans ce qui va suivre l'influence de quelques paramètres sur le comportement de ce système de protection dans le cas d'un transitoire de foudre.

I.2.1 Effet de la taille et de nombre de mailles de la grille

Nous réalisons nos applications pour le même générateur 'onde de foudre' que nous avons utilisé précédemment, et nous supposons que chaque grille est enfouie à une profondeur de 0.5m dans un sol supposé linéaire, homogène et isotrope de caractéristiques suivantes :

- la conductivité du sol : $\sigma_g=0.01S/m$.
- la permittivité relative du sol : $\epsilon_{rg}=36$.

a/ nous considérons les quatre configurations que nous présentons en figure 3 où nous faisons varier le nombre de mailles constituant la grille de mise à la terre, et nous gardons constante la taille de mailles (chaque maille est de 10mx10m), (figure 3).

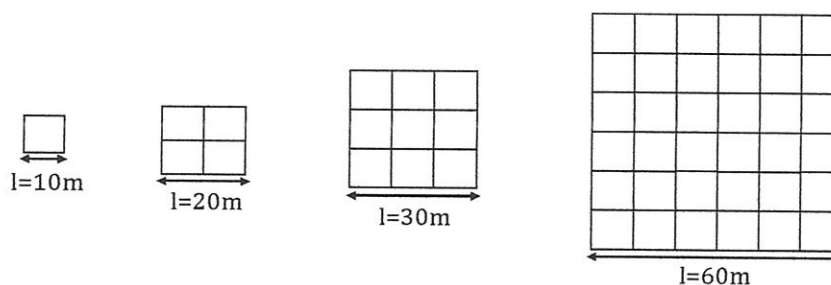


Figure 3. Configurations pour des grilles de plusieurs tailles.

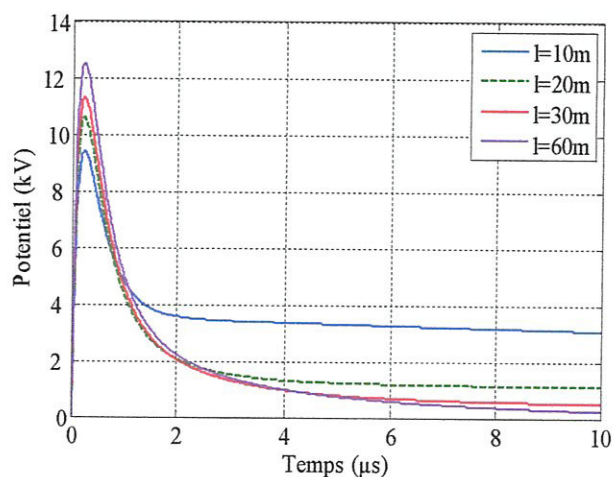


Figure 4. Variation du potentiel au point d'injection pour différentes configurations.

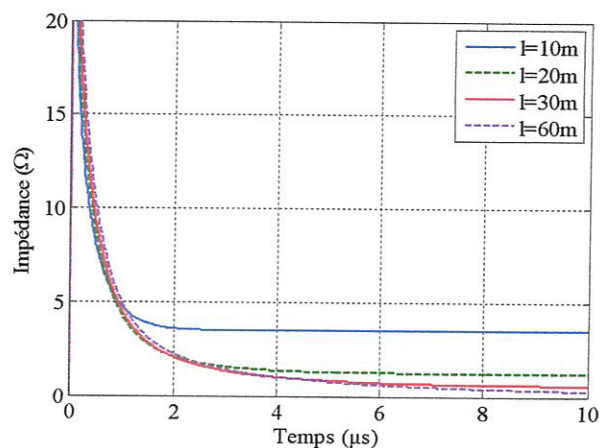


Figure 5. Variation de l'impédance transitoire pour différentes configurations.

Les figures 4 et 5 nous donnent la variation du potentiel au point d'injection et l'impédance transitoire de la grille respectivement. Nous remarquons que la grille avec 36 mailles (de longueur de 60m de côté) conduit à une augmentation du potentiel plus importante par rapport aux autres configurations durant le temps de montée de l'onde de foudre, ce qui peut s'expliquer par un effet selfique plus important en haute fréquence. Par contre en basse fréquence, c'est plutôt la grille de moins nombre de maille (N=1) qui présente le potentiel le plus élevé et une impédance transitoire la plus importante car la longueur total du cuivre est moindre pour la grille à une seule maille.

b/ pour la deuxième application, nous utilisons le même générateur de courant, et pour les mêmes caractéristiques du sol, nous faisons varier le nombre de mailles constituant une grille de mise à la terre en gardant la longueur de barre constante ($l=60m$), (figure6).

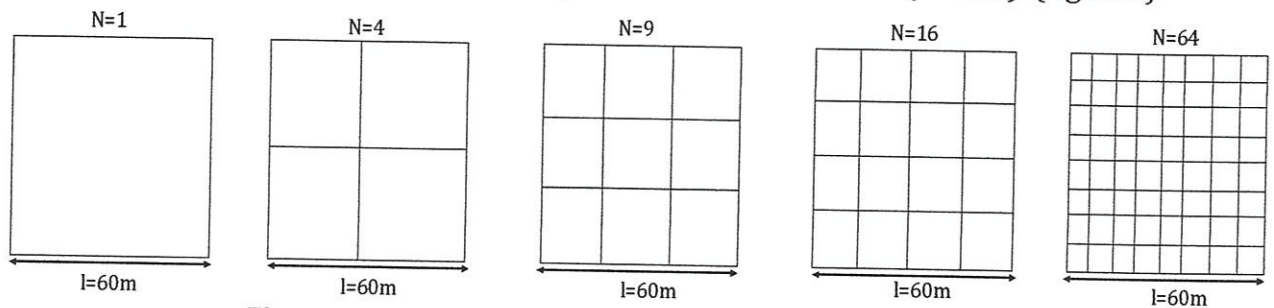


Figure 6. Configurations pour différents nombre de mailles.

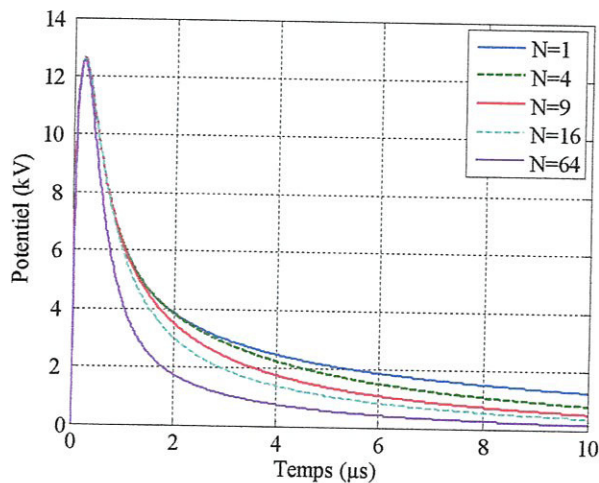


Figure 7. Variation du potentiel pour différentes configurations de la grille.

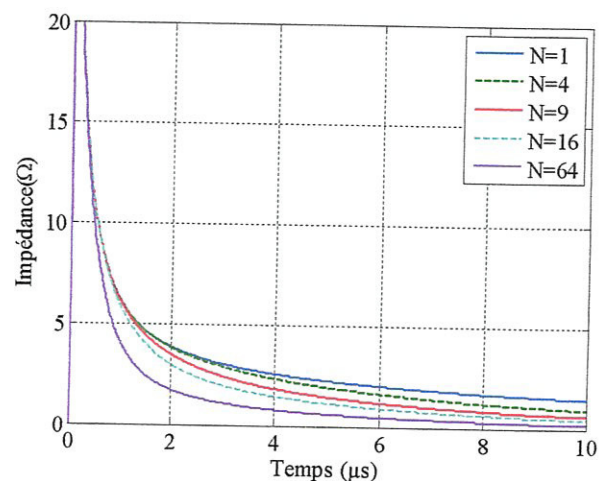


Figure 8. Variation de l'impédance transitoire pour différentes configurations de la grille

Les résultats en figure 7 montrent bien que le potentiel est pratiquement le même pour les cinq configurations durant le temps de montée de l'onde de foudre, mais à la fin du régime transitoire c'est la grille de 64 mailles qui présente une augmentation du potentiel de moindre

amplitude et par conséquent une impédance transitoire la plus faible (figure 8). Ce résultat est prévisible car la longueur totale du cuivre est plus importante pour une grille de 64 mailles.

1.2.2 Effet du point d'injection

Pour la grille représentée sur la figure 9, et pour le même générateur de courant, les mêmes caractéristiques du sol que nous avons utilisés précédemment, nous considérons successivement deux points d'injection, sur la corne (point A, figure 9) puis au milieu (point B, figure 9) de la grille.

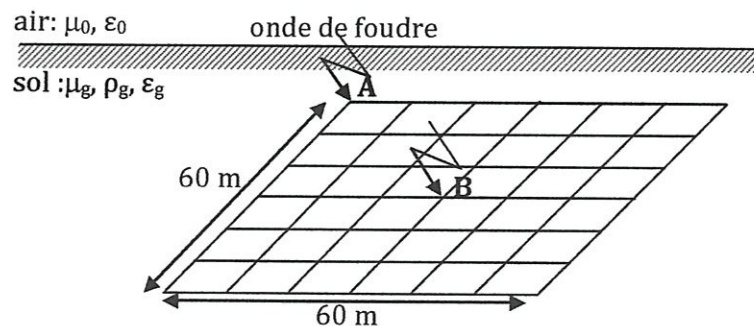


Figure 9. Configuration pour l'analyse de l'effet du point d'injection.

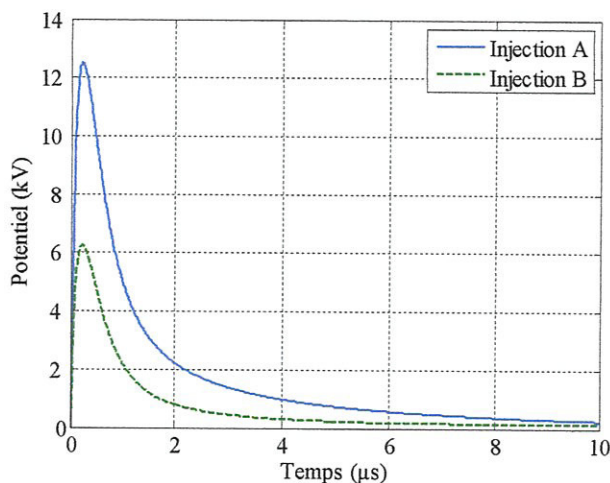


Figure 10. Variation du potentiel pour deux points d'injection différents.

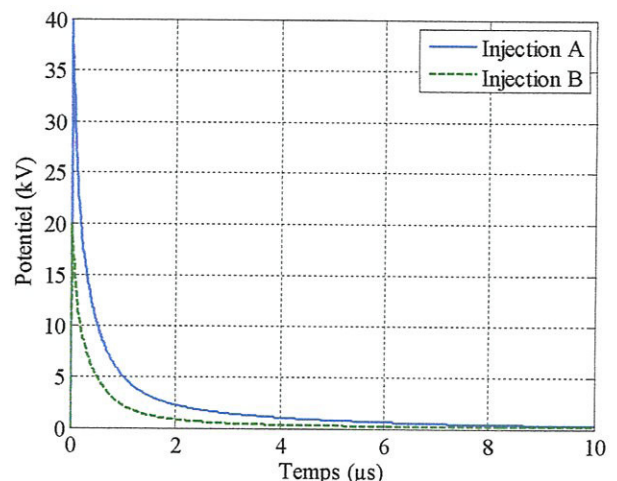


Figure 11. Variation de l'impédance transitoire Pour deux points d'injection différents.

Les résultats des figures 10 et 11 montrent l'effet du point d'injection sur la variation du potentiel et de l'impédance transitoire de la grille. Ce résultat de calcul est prévisible, car il est logique que l'injection sur la corne (point A) offre deux chemins cuivre seulement alors que l'injection au milieu (point B) offre quatre qui se traduit par une impédance transitoire plus faible pour l'injection au milieu. À la fin du régime transitoire l'impédance de la grille tend vers sa résistance qui est la même pour les deux points d'injection.

1.2.3 Effet de la résistivité du sol

Pour la même grille que nous présentons en figure 9, excitée sur sa corne par le même générateur de courant que nous avons utilisé dans les applications précédentes, en faisant varier la résistivité du sol, nous avons tracé la variation du potentiel et de l'impédance transitoire lors de l'injection de courant de foudre sur la corne de la grille.

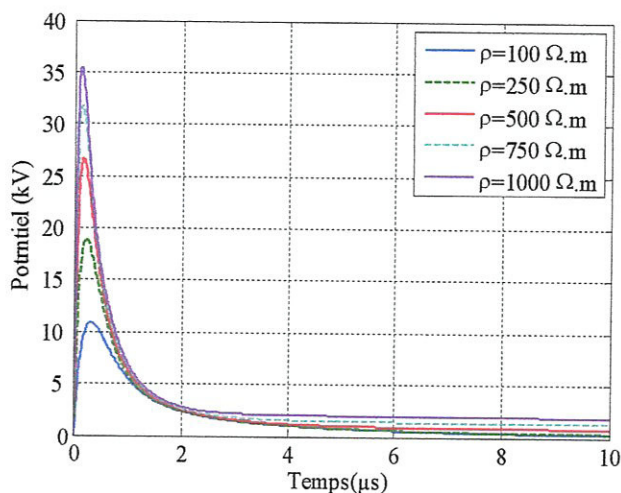


Figure 12. Variation du potentiel pour différentes résistivité du sol.

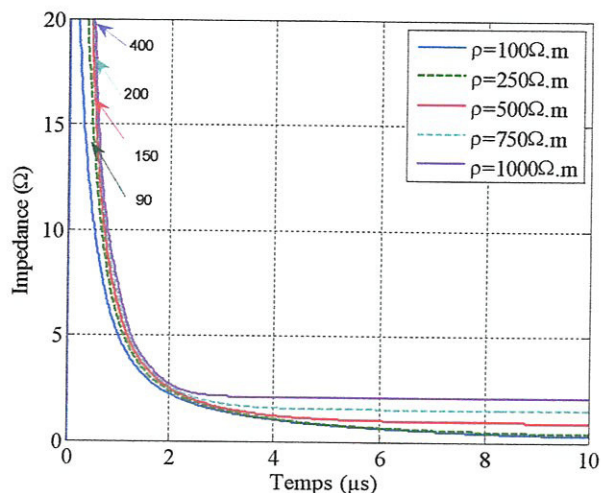


Figure 13. Variation de l'impédance transitoire pour différentes résistivité du sol.

Nos résultats de calcul (montrent que plus le sol est résistif, plus le potentiel (figure 12) ainsi que l'impédance transitoire (figure 13) sont importantes. L'augmentation de la résistivité du sol gêne l'épanouissement des courants de défauts dans le sol.

1.2.4 Effet de la profondeur d'enfouissement de la grille dans sol

Pour réaliser cette application, nous gardons la même grille que nous présentons en figure 9, le même générateur de courants, et les mêmes caractéristiques du sol, et nous faisons varier la profondeur d'enfouissement de la grille dans le sol.

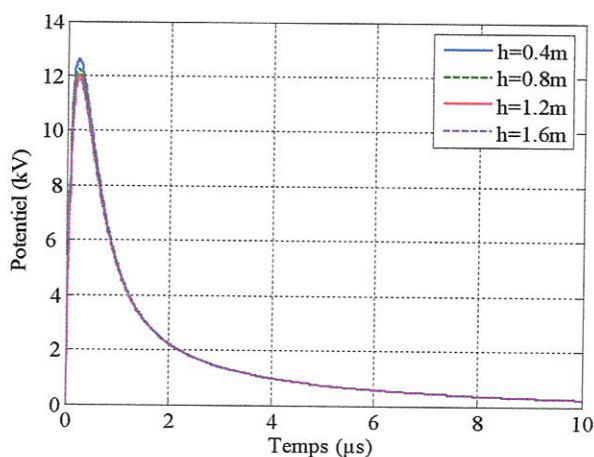


Figure 14. Variation du potentiel pour différentes profondeurs d'enfouissement.

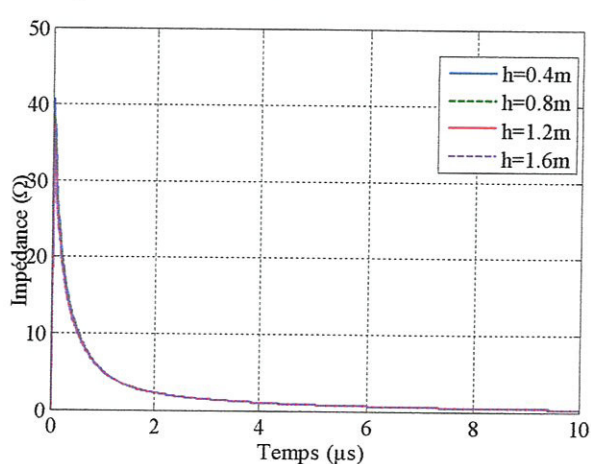


Figure 15. Variation de l'impédance pour différentes profondeurs d'enfouissement.

Les résultats illustrés sur les figures 14 et 15 montrent que la profondeur d'enfouissement n'influe pas beaucoup sur la variation du potentiel et de l'impédance transitoire de la grille.

I.2.5 Effet du temps de montée de l'onde de courant de foudre

L'onde de courant de foudre peut être variée dans un intervalle de temps important (rapide, faible...etc) d'une façon aléatoire est crée un effet sur le comportement transitoire de la grille. Pour cette application nous proposons de simuler la réponse transitoire d'une grille en faisant varier les paramètres α et β de la bi-exponentielle. Les résultats obtenus sont représentés en figures 16 et 17.

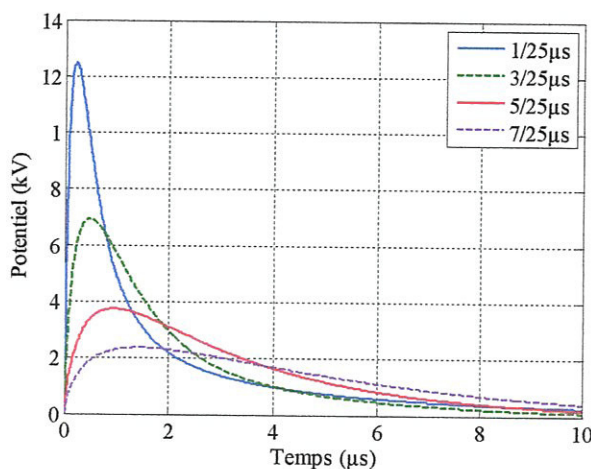


Figure 16. Variation du potentiel pour différents temps de montée.

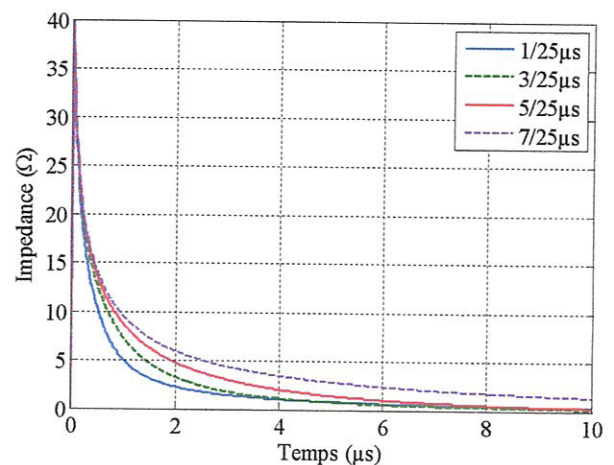


Figure 17. Variation de l'impédance transitoire pour différents temps de montée.

Nous remarquons que plus l'onde de courant est rapide, plus l'augmentation du potentiel au point d'injection est rapide et importante (figure 16) et une impédance transitoire aussi grande (figure 17) ; ce qui peut s'expliquer par un effet selfique plus important en haute fréquence.

I.2.6 Effet de la quantité de cuivre

Pour cette application nous gardons la même quantité de cuivre constituant la grille de mise à la terre et nous considérons plusieurs configurations (figure 18).

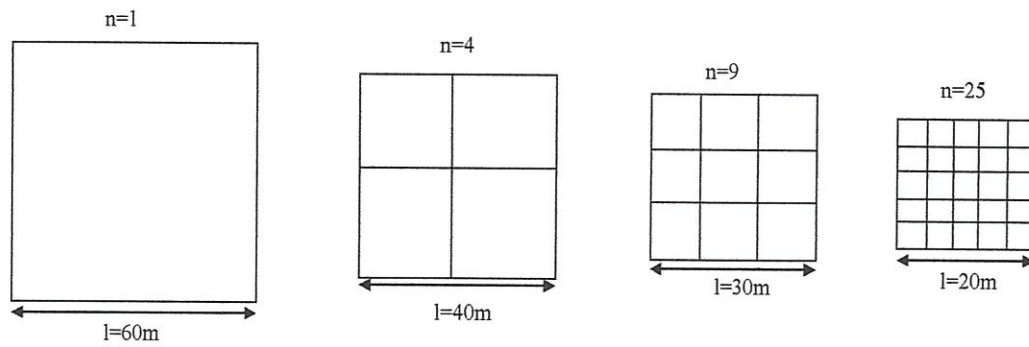


Figure 18. Configurations pour analyser l'effet de la quantité de cuivre.

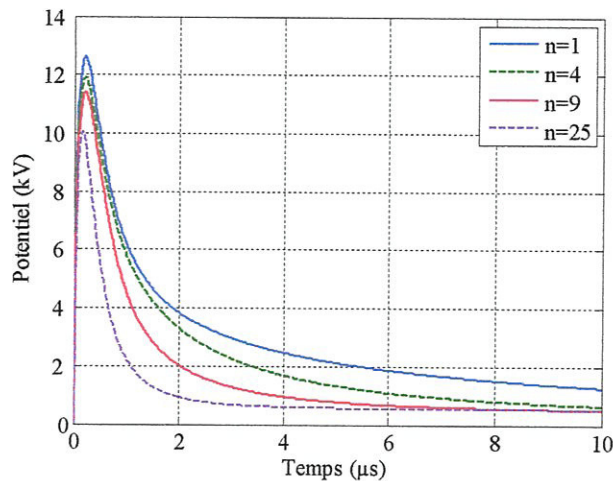


Figure 19. Variation du potentiel pour différentes configurations.

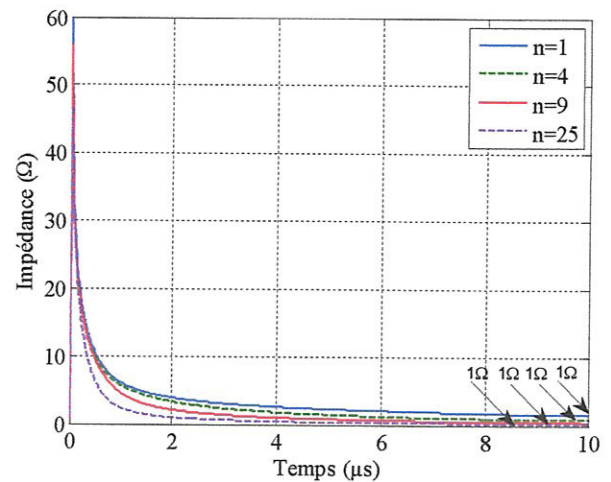


Figure 20. Variation de l'impédance transitoire pour différentes configurations.

De ces résultats de calcul (figure 19), nous remarquons que la grille de 25 mailles conduit à une augmentation du potentiel de moindre amplitude par rapport aux autres configurations. À la fin du régime transitoire l'impédance transitoire de la grille tend vers sa résistance et qui est la même pour les quatre configurations (figure 20), ce qui est prévisible car la longueur totale du cuivre est la même pour les différentes grilles.

Conclusion:

De cet ensemble de résultats nous remarquons que le comportement transitoire d'une grille de mise à la terre suite à l'injection directe d'un courant de foudre dépend à la fois de plusieurs paramètres (nombre et taille de mailles, point d'injection, résistivité du sol,...). Comme nous l'avons déjà signaler précédemment, le rôle d'une prise de terre et d'écouler rapidement le courant de défaut dans le sol avec une augmentation du potentiel de la terre la plus faible possible pour un fonctionnement répondant aux normes de sécurité en minimisant la tension de pas, tension de toucher dangereuses pour le personnel

technique se trouvant à proximité d'un poste aérien HT ou THT, et aussi du point de vue rayonnement électromagnétique, la circulation des forts courants dans une prise de terre conduit à un rayonnement électromagnétique qui peut endommager les équipements de mesure, de contrôle, et de commande (présents dans les postes aériens) nécessaires à la gestion du réseau électrique mais sensibles aux phénomènes d'induction. La question à poser dans ce cas est la suivante: Comment alors peut-on dimensionner une grille de terre de façon optimale?, pour répondre à cette question, nous proposons dans ce qui va suivre un problème d'optimisation de la géométrie d'une grille de mise à la terre.

II- Optimisation de la géométrie d'une grille de mise à la terre

Dans le domaine de la conception des systèmes de mise à la terre, un problème d'optimisation d'une prise de terre consiste à trouver la prise de terre qui est capable de protéger les personnes se trouvant à proximité des installations de mises à la terre, et du matériel électrique installé à l'intérieur d'un poste aérien HT ou THT avec un coût de construction minimum.

II.1 Optimisation d'une grille de mise à la terre avec la tension de pas comme contrainte [42]

Par souci de limiter la tension de pas, dangereuse pour le personnel technique, dans un poste aérien, un récent travail [42] relatif à l'optimisation d'une grille de mise à la terre avec comme contrainte l'augmentation du potentiel de la terre en régime perturbé est proposé dans la littérature [42].

Dans son travail, l'auteur [43] utilise une technique d'optimisation basée sur la création de surfaces de réponse (qui sont les tensions de toucher) et de l'application de la méthode des algorithmes génétiques (GA) afin de minimiser le nombre de conducteurs d'une grille de mise à la terre garantissant le niveau de sécurité défini par la tension maximale de toucher.

La grille de mise à la terre est composée de plusieurs conducteurs filiformes. Chaque conducteur est subdivisé en petits segments linéaires. La répartition des courants dans chaque segment est obtenue en utilisant la méthode des images complexes [43] pour la prise en compte d'un sol à N couches horizontales (cas d'un sol stratifié horizontalement) (figure 21).

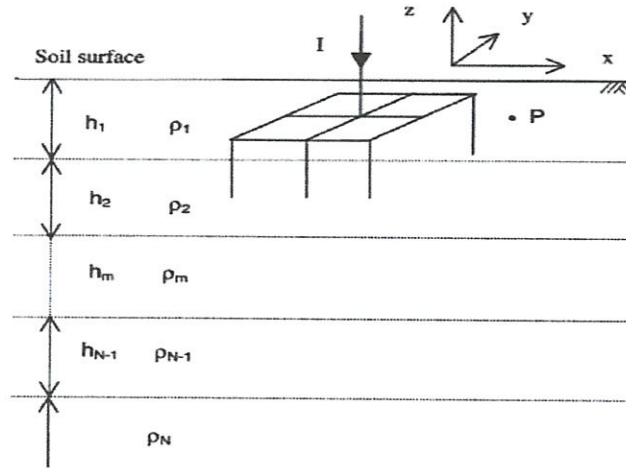


Figure 21. Vue tridimensionnelle d'une grille enfuie dans un sol stratifié de N couches.

Le potentiel électrique en tout point P dans le sol peut être calculé comme suit :

$$V_p = \sum_{i=1}^N \frac{i_i}{L_i} \int_{L_i} G(r, r') dr' \tag{IV.1}$$

$G(r, r')$: fonction de Green,

L_i : longueur de l'électrode,

i_i : courant de l'électrode.

et la tension de toucher est donnée par:

$$V_T = GPR - V_p \tag{IV.2}$$

où :

V_T : tension de toucher ;

GPR : montée de potentiel de la grille ;

V_p : potentiel en un point P situé à la surface du sol.

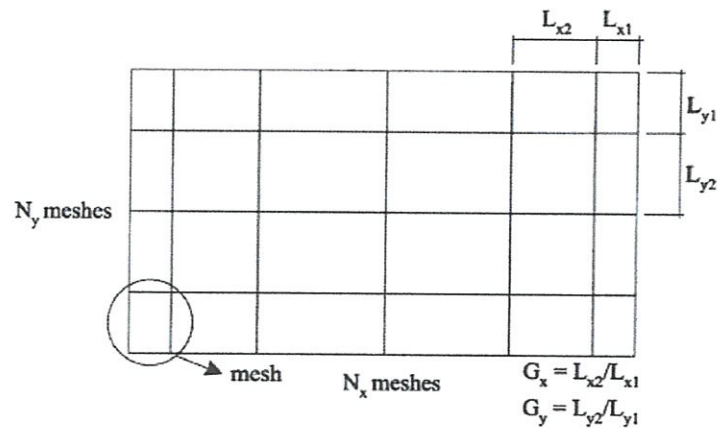


Figure 22. Géométrie d'une grille de mise à la terre.

Pour réaliser cette étude, il faut définir deux facteurs à savoir :

$$1- N = \frac{N_x}{N_y} = \frac{L_x}{L_y} \quad (IV.3)$$

où :

N_x : nombre de mailles dans la direction des x ;

N_y : nombre de mailles dans la direction des y .

$$2- G = \frac{L_{x2}}{L_{x1}} \quad (IV.4)$$

où :

L_{x1} et L_{x2} sont les tailles suivant x de deux mailles de la grille (figure 22).

La valeur de N_x a été défini entre les limites de l'intervalle de 12-36, alors que la valeur de G varie entre 1,0 et 1,24. Pour chaque paire $N_x - G$, il faut calculer la longueur totale des conducteurs constituant la grille enterrée et la valeur maximale de la tension de toucher sur une trajectoire spécifiée.

La solution optimale pour la paire $N_x - G$ est obtenue pour la configuration qui minimise la longueur totale des conducteurs de la grille et qui vérifie le critère de sécurité en minimisant le potentiel de toucher (la valeur maximale de la tension de toucher est de 818 V).

Le problème d'optimisation peut être décrit par :

$$\begin{cases} \min f(N_x, G) = \min(L) \\ g(N_x, G) = V_T < 818 \\ 12 \leq N_x \leq 36 \\ 1.0 \leq G \leq 1.24 \end{cases} \quad (IV.5)$$

L : longueur totale des conducteurs de la grille.

II.2 Optimisation d'une grille de mise à la terre avec le champ magnétique émis comme contrainte

Dans notre travail, nous analysons un problème d'optimisation de la géométrie d'une grille de mise à la terre sans et avec contraintes. Dans le deuxième cas nous introduisons une nouvelle contrainte (le champ magnétique émis) en fixant comme fonction objectif l'impédance transitoire de la grille, comme variables d'espaces le nombre de mailles ainsi que la longueur de la barre. Notons que nous calculons le champ électromagnétique émis

par la grille en utilisant le concept des dipôles Hertiens dans un milieu conducteur associé à la méthode des images modifiées [44].

Pour réaliser nos applications, nous utilisons l'utilitaire d'optimisation déterministe par la méthode programmation récursive sous Matlab " *fmincon*" [45].

Fmincon [45] : fait partie intégrante de la boîte à outils « Optimisation » de Matlab. Elle utilise un algorithme de type SQP (sequential quadratic programming). La formule BFGS est utilisée pour maintenir une approximation de la matrice Hessienne. La fonction de mérite de Han est utilisée afin de déterminer la longueur du pas d'optimisation.

Nous considérons que la grille de mise à la terre est excitée par le générateur onde de foudre que nous avons utilisé dans les applications ci-dessus, et que la grille est enfouie à une profondeur de 0.5m dans un sol supposé linéaire, homogène, isotrope, de conductivité $\sigma_g=0.01S/m$, et la permittivité relative $\epsilon_{rg}=36$.

a) Problème sans contraintes

Nous considérons l'impédance transitoire d'une grille de mise à la terre $Z(t)$ comme fonction objectif à minimiser, et comme variables d'espace la longueur d'une barre et le nombre de mailles de la grille. Dans ce cas, la forme générale de ce problème d'optimisation sans contraintes est exprimée comme suit :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(L, N) = \text{Minimiser } Z(t) \\ 10 \leq L \leq 60 \\ 1 \leq N \leq 64 \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

Le tableau 1 regroupe l'ensemble de paramètres de recherche ainsi que l'optimum de la géométrie en l'absence de contraintes.

	X_0	lb	ub	$X_{optimum}$
$X_1 = l(m)$	20	10	60	10
$X_2 = N$	4	1	64	64

Tableau 1. Paramètres de recherche et l'optimum.

avec:

X_1 : et la longueur d'une barre de la grille;

X_2 : et le nombre des mailles de la grille;

lb et ub : sont les bornes des paramètre à optimiser;

X_0 : la valeur initiale des paramètres à optimiser;

$X_{optimum}$: la valeur optimale des paramètres à optimiser.

Nous remarquons que l'impédance transitoire (calculé durant le temps de montée de l'onde de foudre) est la plus petite pour la plus faible valeur de la longueur d'une barre et un nombre de maille le plus important.

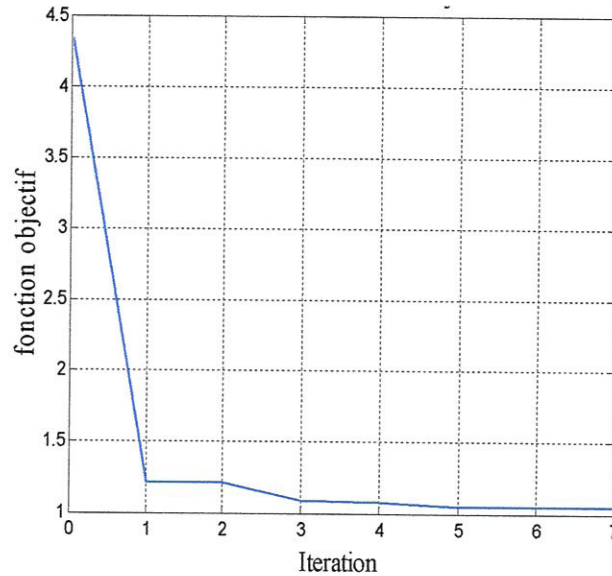


Figure 23. Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations.

La figure 23 illustre l'évolution de la valeur de la fonction objectif en fonction de nombre d'itérations. Nous remarquons que l'optimum de l'impédance transitoire est 1.048Ω .

b) Problème avec contraintes

L'impédance d'entrée $Z(t)$ est toujours considérée comme fonction objectif, et comme variables d'espace la longueur d'une barre et le nombre de mailles de la grille. Nous introduisons une contrainte d'inégalité qui est le champ magnétique émis la grille. Dans ce cas notre problème d'optimisation avec contraintes est le suivant :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(L, N) = \text{Minimiser } Z(t) \\ g(L, N) = H(t) < 0.1 \text{ A/m} \\ 10 \leq L \leq 60 \\ 1 \leq N \leq 64 \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

Le tableau 2 regroupe l'ensemble de paramètres de recherche ainsi que l'optimum de la géométrie en présence de contraintes.

	X_0	lb	ub	$X_{optimum}$
$X_1 = l(m)$	40	10	60	40
$X_2 = N$	4	1	64	4

Tableau 2. Paramètres de recherche et l'optimum.

en introduisant la contrainte sur le champ magnétique émis par la grille de mise à la terre (en fixant une émission maximale du champ magnétique $H_{max} = 0.1$ (A/m), nous remarquons que l'optimum de la fonction objectif est obtenu pour une grille dont la longueur d'une barre est de 40m , et un nombre de maille de 4. Cet optimum est de 7.697Ω .

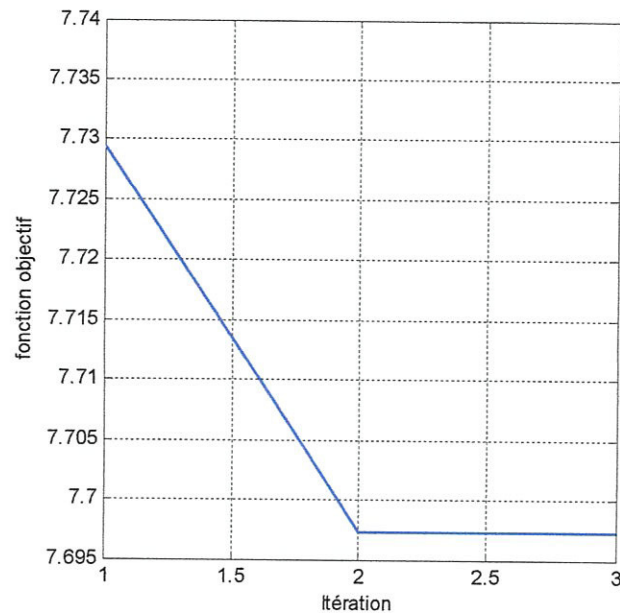


Figure 24. Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations.

A partir des résultats obtenus, nous constatons que pour le même courant injecté, l'introduction de la contrainte conduit à une valeur de l'optimum différente à celle en l'absence de la contrainte. Ceci nous amène à affirmer que protéger le matériel électrique d'un poste électrique (une émission minimale de la grille) peut conduire à une détérioration de la sécurité du personnel technique (augmentation de la tension de pas et de toucher).

Conclusion générale

Conclusion générale

Lors d'un défaut à la terre dans un poste ou sur une ligne de transport d'énergie, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol à travers les électrodes de mise à la terre ce qui fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine. Pour cela, depuis l'avènement de l'industrie et la forte demande en énergie électrique, les problèmes reliés à la conception de la mise à la terre retiennent l'attention des ingénieurs électriques et les concepteurs des postes et des lignes de transport d'énergie en haute tension.

L'importance de la conception de la mise à la terre des lignes de transport d'énergie et des postes aériens tient de la nécessité de réduire les coûts associés à l'installation des électrodes de terre, de protéger le matériel, améliorer la qualité du service et limiter les surtensions nuisibles aux appareils avoisinants et potentiellement dangereuses pour les individus. Le besoin d'une mise à la terre se fait sentir d'une façon plus aiguë, lorsque l'importance des systèmes d'alimentation d'énergie, les tensions nominales et la capacité des courants de court circuit augmentent. Les systèmes non reliés à la terre produisent des surtensions plus importantes en cas de défaut. Pour limiter les surtensions, la méthode la plus logique consiste à mettre en série une résistance adéquate dans le circuit de terre.

Afin de pouvoir faire une conception de mise à la terre, plusieurs efforts ont été déployés pour s'approcher le plus possible des conditions réelles de l'installation et de façon à prévoir le comportement de la mise à la terre sous différentes charges rencontrées lors d'un défaut du réseau électrique. La structure du sol et sa résistivité peuvent influencer beaucoup le comportement de la mise à la terre et le profil de l'élévation du potentiel engendré par le courant qui s'écoule dans le sol lors d'un défaut quelconque.

Une bonne prise de terre d'un système de protection contre la foudre doit être capable de supporter des courants de la foudre et de les disperser rapidement dans le terrain.

Dans ce mémoire de master, l'objectif est de dimensionner une grille de mise à la terre de façon optimale pour assurer un écoulement rapide des courants de défaut et un rayonnement électromagnétique moindre. Pour cela, nous avons définie l'impédance transitoire comme fonction objectif, comme paramètres d'espaces le nombre de mailles

ainsi que la longueur d'une barre et comme contrainte le champ magnétique rayonné. En perspectives à ce travail il serait intéressant :

- de prendre en compte le phénomène d'ionisation du sol qui apparait lors de l'injection de très forte intensité du courant de foudre.
- vu le sol qui est un milieu non-homogène, une autre voie a développée aussi serait la prise en compte de la stratification des sols (sols à plusieurs couches).

Enfin, ne perdons pas de vue que dans notre travail nous avons utilisé une méthode d'optimisation déterministe (méthode programmation récursive), l'utilisation d'une méthode stochastique pour traiter notre problème constituera une autre perspective de ce travail.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] André chanal, technique de l'ingénieur "ligne aériennes", Vol D 44 20.
- [2] Jean-Michel DELBARRE, technique de l'ingénieur "Postes à Haute et très Haute Tension", Vol. D 4570.
- [3] Michel Graciet et Joseph Pinel, technique de l'ingénieur "Origines des Perturbations", D 5170.
- [4] X. Legrand, "Modélisation des Systèmes de Mise à la Terre des Lignes Electriques Soumis à des Transitoires de Foudre", Thèse de doctorat, Ecole doctorale de Lyon, 2007.
- [5] Bonnard, Champiot, et all., "Principe de Conception et de réalisation des Mises à la Terre", Janvier 1984.
- [6] Semaan Georges, " Evaluation de l'Effet de la Mer et du Contrepoids sur le Profil de la Tension d'un Système de Mise à la Terre d'une Ligne de Transport d'Energie dans un Sol Résistif", Doctorat en génie électrique, Montréal, 10 September 2001.
- [7] IEEE Standard 80 (1 976), IEEE Guide for Safety in Substation Grounding.
- [8] C. Portela, "frequency and Transient Behavior of Grounding Systems I, Physical and Methodological Aspect", IEEE 1997, International symposium en Electromagnetic Compatibility, pp. 379-384, Aout 1997.
- [9] L. Grcev, F. Dawalibi, "An Electromagnetic Model for Transient in Grounding Systems", IEEE Trans. On Power Delivery, Vol.5, N°4, November 1990.
- [10] P. Degauque, et J. Hamelin, « Compatibilité Electromagnétique », Dunod. Bordas. Paris 1990.
- [11] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", Macmillan, New York, 1968.
- [12] A. Unbert, « Prise en Compte de la Conductivité du Sol sur le Comportement d'une Structure Filiforme et sur le Couplage d'une Onde Electromagnétique avec une Ligne de Transmission », Thèse de docteur ingénieur, Université de Clermont II, 1981.
- [13] B. Nekhoul, P.Labie, F.X Zgainski and G.Menier, "Calculating the Impedance of a Grounding Systems" IEEE Trans on magnetic, Vol.32.N° 3, May 1996.pp.1509-1512.
- [14] B. Nekhoul, C. Guerin, P. Labie, G. Meunier, R. Feuillet- and X. Brunotte, "A Finite Element Method for Calculating the Electromagnetic Fields Generated by Substation Grounding Systems", IEEE Trans. On Magnetics. vol.31. n°3, May 1995, pp. 2150-2153.

- [15] B. Rascalou, "Approche Théorique de la Mise à la Terre : de l'étude du régime continu a l'analyse électromagnétique", Thèse de Doctorat, Université de Blaise pascal, 25 Décembre 2005.
- [16] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", Macmillan, New York, 1968.
- [17] C. D. Taylor, R. S. Satterwhite, W. Jr. Harrison, "The Response of Terminated Two-Wire Transmission Line Excited By a Nonuniform Electromagnetic field", IEEE Trans. On Antennas and propagation, vol. AP-13, pp.987-989, 1965.
- [18] E. D.Sunde, "Earth Conducting Effects in Transmission Systems", New York, N.Y. Dover publications, Inc 1968.
- [19] Yaquing Liu, Nelson Theethayi, and Rajeev Thottappillil, "An Engineering Model for Transient Analysis of Grounding Systems under Lightning Strikes: Nonuniform Transmission-Line Approach". IEEE Trans on Power Delivery. Vol.20. N°.2. April 2005.
- [20] B. Nekhou, B. Harrat, K. Kerroum, K. el Khamlichi Drissi, « Caractérisation d'une grille de mise à la terre par résolution d'une équation de propagation », Revue International de Génie électrique, 8 N° 3-4/2005, pp.407-423.
- [21] Gerald. C.F. Wealty. O.P. (1984). Applied Numericd Analysis. Addison- Wesley Publishing Company. (Third Edition). pp. 399454.
- [22] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", IEEE Trans. Antennas Propag, Vol.14, mai 1966, pp.302-307.
- [23] Y. Colletto et P. Siarry, " Optimisation Multi-objectif," EYROLLES, Nov. 2002.
- [24] A. Laifa, "Evaluation de la Stabilité de Tension d'un Réseau d'énergie électrique Développement et Application Des Indices De Stabilité ", thèse de Magister, Ecole Nationale polytechnique, 27 juin 1995.
- [25] Y. Colletto et P. Siarry, " Optimisation Multi-objectif," EYROLLES, Nov. 2002.
- [26] W. H. Press, "Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing", Cambridge University Press, ISBN 0-521-43108-5, 1992.
- [27] R. P. Brent, "Algorithms for Minimisation without Derivatives", Prentice-Hall, 1973.
- [28] T. Elperin, "Monte Carlo Structural Optimisation in discrete variables with Annealing Algorithm", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, pp. 815-821, 1988.
- [29] G. S. Fishman "Monte Carlo, concepts, Algorithms and Applications"
- [30] F. Glover, "Tabu Search", Caai report 88-3, university of Colorado, Boulder, 1988.

- [31] S. Kirkpatrick et al. "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, 220:671-680, 1983.
- [32] R. R. Saldanha, "Optimisation en Electromagnétisme par Application Conjointe des Méthode de Programmation non Linéaire et de la Méthode des Eléments Finis", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.
- [33] M. C. Costa, "Optimisation de dispositifs Electromagnétiques dans un Contexte d'Analyse par la Méthode des Eléments Finis", Thèse de Doctorat, Institut National polytechnique de Grenoble, Juin 2001.
- [34] Biggs, M.C., "Constrained Minimization Using Recursive Quadratic Programming". *Towards Global Optimization* (L.C.W. Dixon and G.P. Szergo, eds.), North-Holland, pp 341-349, 1975.
- [35] Powell, M.J.D., "A Fast Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization Calculations". *Numerical Analysis*, G.A.Watson ed., *Lecture Notes in Mathematics*, Springer Verlag, Vol. 630, 1978.
- [36] Gill, P.E., W. Murray, and M.H. Wright, *Numerical Linear Algebra and Optimization*, Vol. 1, AddisonWesley, 1991.
- [37] Gill, P.E., W. Murray, M.A. Saunders, and M.H. Wright, "Procedures for Optimization Problems with a Mixture of Bounds and General Linear Constraints". *ACM Trans. Math. Software*, Vol. 10, pp 282-298, 1984.
- [38] Han, S.P., "A Globally Convergent Method for Nonlinear Programming". *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 22, p. 297, 1977.
- [39] Frédéric Wurtz, "Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machines électriques". Thèse de doctorat en génie électrique de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 28 Mai 1996.
- [40] B. Delinchant, F. Wurtz, "Une architecture à base de composants logiciels pour la capitalisation et la ré-utilisation de connaissances formelles dans les bureaux de R&D", Colloque IPI'2004, Autrans, France.
- [41] J. Burke Gerald.: *Numerical Electromagnetic Code-NEC4* (January 1992).
- [42] M. C. Costa, M. L. P. filho, Y. Marechal, J. L. Coulomb, J. R. Cardoso, "Optimization of Grounding Grids by Response Surfaces and Genetic Algorithms", *IEEE Trans on Magnetics*. Vol. 39. N°. 3, May 2003.
- [43] M. L. Pereira Filho, J. R. Cardoso, "Modeling of Ground Grids in Multilayer Soils Using Complex Images", In *Proc. COMPUMAG*, Sapporo, Japan, 1999, pp. 782-783.

- [44] Basma Harrat, Bachir Nekhoul, Kamal Kerroum, and Khalil El Khamilci Drissi, "A Simplified Approach to Modeling the Interaction between Grounding Grid and Lightning Stroke", *Annals of telecommunications*, Volume 66 – n°11-12/2011, pp. 603-615.
- [45] "Optimization Toolbox User's Guide, version 3". Matlab manual, The Mathworks, 2006.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] André chanal, technique de l'ingénieur "lignes aériennes", Vol D 44 20.
- [2] Jean-Michel DELBARRE, technique de l'ingénieur "Postes à Haute et très Haute Tension", Vol. D 4570.
- [3] Michel Graciet et Joseph Pinel, technique de l'ingénieur "Origines des Perturbations", D 5170.
- [4] X. Legrand, "Modélisation des Systèmes de Mise à la Terre des Lignes Electriques Soumis à des Transitoires de Foudre", Thèse de doctorat, Ecole doctorale de Lyon, 2007.
- [5] Bonnard, Champiot, et al., "Principe de Conception et de réalisation des Mises à la Terre", Janvier 1984.
- [6] Semaan Georges, " Evaluation de l'Effet de la Mer et du Contrepoids sur le Profil de la Tension d'un Système de Mise à la Terre d'une Ligne de Transport d'Energie dans un Sol Résistif", Doctorat en génie électrique, Montréal, 10 September 2001.
- [7] IEEE Standard 80 (1 976), IEEE Guide for Safety in Substation Grounding.
- [8] C. Portela, "frequency and Transient Behavior of Grounding Systems I, Physical and Methodological Aspect", IEEE 1997, International symposium en Electromagnetic Compatibility, pp. 379-384, Aout 1997.
- [9] L. Grcev, F. Dawalibi, "An Electromagnetic Model for Transient in Grounding Systems", IEEE Trans. On Power Delivery, Vol.5, N°4, November 1990.
- [10] P. Degauque, et J. Hamelin, « Compatibilité Electromagnétique », Dunod. Bordas. Paris 1990.
- [11] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", Macmillan, New York, 1968.
- [12] A. Unbert, « Prise en Compte de la Conductivité du Sol sur le Comportement d'une Structure Filiforme et sur le Couplage d'une Onde Electromagnétique avec une Ligne de Transmission », Thèse de docteur ingénieur, Université de Clermont II, 1981.
- [13] B. Nekhoul, P.Labie, F.X Zgainski and G.Menier, "Calculating the Impedance of a Grounding Systems" IEEE Trans on magnetic, Vol.32.N° 3, May 1996.pp.1509-1512.
- [14] B. Nekhoul, C. Guerin, P. Labie, G. Meunier, R. Feuillet- and X. Brunotte, "A Finite Element Method for Calculating the Electromagnetic Fields Generated by Substation Grounding Systems", IEEE Trans. On Magnetics. vol.31. n°3, May 1995, pp. 2150-2153.

- [15] B. Rascalou, "Approche Théorique de la Mise à la Terre : de l'étude du régime continu a l'analyse électromagnétique", Thèse de Doctorat, Université de Blaise pascal, 25 Décembre 2005.
- [16] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", Macmillan, New York, 1968.
- [17] C. D. Taylor, R. S. Satterwhite, W. Jr. Harrison, "The Response of Terminated Two-Wire Transmission Line Excited By a Nonuniform Electromagnetic field", IEEE Trans. On Antennas and propagation, vol. AP-13, pp.987-989, 1965.
- [18] E. D.Sunde,"Earth Conducting Effects in Transmission Systems",New York,N.Y.Dover publications,Inc 1968.
- [19] Yaquing Liu,Nelson Theethayi,and Rajeev Thottappillil, "An Engineering Model for Transient Analysis of Grounding Systems under Lightning Strikes:Nonuniform Transmission-Line Approach".IEEE Trans on Power Delivery.Vol.20. N°.2.April 2005.
- [20] B. Nekhoul, B. Harrat, K. Kerroum, K. el Khamlichi Drissi, « Caractérisation d'une grille de mise à la terre par résolution d'une équation de propagation », Revue International de Génie électrique, 8 N° 3-4/2005, pp.407-423.
- [21] Gerald. C.F. Wealty. O.P. (1984). Applied Numericd Analysis. Addison- Wesley Publishing Company. (Third Edition). pp. 399454.
- [22] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems involving Maxwell's Equations in Isotropic Media",IEEE Trans.Antennas Propag,Vol.14,mai 1966,pp.302-307.
- [23] Y. Colletto et P. Siarry, " Optimisation Multi-objectif," EYROLLES, Nov. 2002.
- [24] A. Laifa, "Evaluation de la Stabilité de Tension d'un Réseau d'énergie électrique Développement et Application Des Indices De Stabilité ", thèse de Magister, Ecole Nationale polytechnique, 27 juin 1995.
- [25] Y. Colletto et P. Siarry, " Optimisation Multi-objectif," EYROLLES, Nov. 2002.
- [26] W. H. Press, "Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing", Cambridge University Press, ISBN 0-521-43108-5, 1992.
- [27] R. P. Brent, "Algorithms for Minimisation without Derivatives", Prentice-Hall, 1973.
- [28] T. Elperin,"Monte Carlo Structural Optimisation in discrete variables with Annealing Algorithm",International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, pp. 815-821, 1988.
- [29] G. S. Fishman"Monte Carlo, concepts, Algorithms and Applications"
- [30] F. Glover, "Tabu Search", Caai report 88-3, university of Colorado, Boulder, 1988.

-
- [31] S. Kirkpatrick et al. "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, 220:671-680, 1983.
- [32] R. R. Saldanha, "Optimisation en Electromagnétisme par Application Conjointe des Méthode de Programmation non Linéaire et de la Méthode des Eléments Finis", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.
- [33] M. C. Costa, "Optimisation de dispositifs Electromagnétiques dans un Contexte d'Analyse par la Méthode des Eléments Finis", Thèse de Doctorat, Institut National polytechnique de Grenoble, Juin 2001.
- [34] Biggs, M.C., "Constrained Minimization Using Recursive Quadratic Programming". *Towards Global Optimization* (L.C.W. Dixon and G.P. Szergo, eds.), North-Holland, pp 341-349, 1975.
- [35] Powell, M.J.D., "A Fast Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization Calculations". *Numerical Analysis*, G.A.Watson ed., *Lecture Notes in Mathematics*, Springer Verlag, Vol. 630, 1978.
- [36] Gill, P.E., W. Murray, and M.H. Wright, *Numerical Linear Algebra and Optimization*, Vol. 1, AddisonWesley, 1991.
- [37] Gill, P.E., W. Murray, M.A. Saunders, and M.H. Wright, "Procedures for Optimization Problems with a Mixture of Bounds and General Linear Constraints". *ACM Trans. Math. Software*, Vol. 10, pp 282-298, 1984.
- [38] Han, S.P., "A Globally Convergent Method for Nonlinear Programming". *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 22, p. 297, 1977.
- [39] Frédéric Wurtz, "Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machines électriques". Thèse de doctorat en génie électrique de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 28 Mai 1996.
- [40] B. Delinchant, F. Wurtz, "Une architecture à base de composants logiciels pour la capitalisation et la ré-utilisation de connaissances formelles dans les bureaux de R&D", Colloque IPI'2004, Autrans, France.
- [41] J. Burke Gerald.: *Numerical Electromagnetic Code-NEC4* (January 1992).
- [42] M. C. Costa, M. L. P. filho, Y. Marechal, J. L. Coulomb, J. R. Cardoso, "Optimization of Grounding Grids by Response Surfaces and Genetic Algorithms", *IEEE Trans on Magnetics*. Vol. 39. N°. 3, May 2003.
- [43] M. L. Pereira Filho, J. R. Cardoso, "Modeling of Ground Grids in Multilayer Soils Using Complex Images", In *Proc. COMPUMAG*, Sapporo, Japan, 1999, pp. 782-783.

- [44] Basma Harrat, Bachir Nekhoul, Kamal Kerroum, and Khalil El Khamilci Drissi, "A Simplified Approach to Modeling the Interaction between Grounding Grid and Lightning Stroke", *Annals of telecommunications*, Volume 66 – n°11-12/2011, pp. 603-615.
- [45] "Optimization Toolbox User's Guide, version 3". Matlab manual, The Mathworks, 2006.