

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA JIJEL

Faculté des sciences et de la technologie

Département de électromécanique

N° :...../2024

## **MEMOIRE DE MASTER**

**DOMAINE: Scienceset Technologies**

**FILIER: électromécanique**

**SPECIALITE: électromécanique**

### **Thème**

*Modélisation semi-analytique pour le  
d`une électrovanne*

**Présenté Par : Lamine Boulatali**

**Date de soutenance: 30/06/2024**

#### **Jury de Soutenance**

**Président : Ammar Tebouche**

**Grade : Pr**

**UnivMSB jijel**

**Encadreur : Lyes Aomar**

**Grade : MCA**

**Univ MSB jijel**

**Examineur : Nouman Mehdeb**

**Grade : MCA**

**Univ MSB jijel**

**Promotion :2023 /2024**

## ***INTRODUCTIONN GÉNÉRALE***

Dans ces dernières années, l'industrie a connue une grande révolution concernant l'analyse et la conception de nouveaux produits, à l'aide de l'utilisation des ordinateurs très puissants et des logiciels de conception performants, ceci a permis de modéliser de façon assez précise des actionneurs électromagnétiques de plus en plus complexes.

La conception des actionneurs électromagnétiques est une tâche difficile dans le sens où la géométrie de ceux-ci est complexe, le nombre des variables mise en jeu est important, et leurs modèles sont non linéaires à cause la diversité de nature des phénomènes physiques (électromagnétiques, mécaniques, thermiques, aérauliques, ...etc.) qui les régissent. De plus, les caractéristiques et les performances requises doivent être optimisées, tout en respectant un ensemble de contraintes (techniques et/ou économiques) exigé par le cahier des charges.

Afin de réaliser une telle tâche, on a besoin d'une modélisation analytique ou numérique ou semi analytique, afin d'étudier les performances de dispositifs d'une part [1-5] et d'autre part, un ensemble de techniques d'optimisation sous contraintes peut être employé pour rechercher la meilleure solution en termes d'une structure à améliorer dont les dimensions principales sont déjà connues, ou d'obtenir le dimensionnement initial de l'actionneur [6].

L'intérêt de l'utilisation des méthodes de modélisation semi analytique dans la conception des actionneurs électromagnétiques est de faire profiter à la fois la complémentarité des avantages des deux méthodes analytique et numérique. La précision et le temps de calcul réduit sont les deux facteurs garantis lors de la modélisation semi analytique.

D'importants progrès ont été accomplis ces dernières années dans l'étude et le développement des électrovannes. On s'intéresse, dans notre travail, à calculer les différentes grandeurs électromagnétiques régissant parfaitement le fonctionnement et le

comportement des électrovannes dans divers conditions qui sont variables selon leurs domaine d'application.

Au premier chapitre, on commence par exposer la définition et le principe de fonctionnement d'une électrovanne ainsi que leurs caractéristiques. Ensuite on fait des rappels aux notions générales d'optimisation en électrotechnique.

Le deuxième chapitre, est consacré à la description des lois relatives au calcul du champ électromagnétique, basées sur les équations de Maxwell et les lois de comportement des milieux. Ainsi que sur les méthodes de résolutions des équations différentielles aux dérivées partielles (EDP), qui décrivent tout dispositif électrotechnique selon la formulation choisie. Ensuite on va expliquer la méthode adoptée pour modéliser l'électrovanne en 2D. Puis, et comme deuxième étape, on calcule les grandeurs électromagnétiques, ainsi que la force magnétique qui joue le rôle d'une contrainte d'optimisation.

Au troisième chapitre, on explique la méthode adoptée pour la simulation semi analytique de l'électrovanne en 2D. Puis, et comme deuxième étape, on calcule les grandeurs électromagnétiques, ainsi que la force magnétique.

Notre travail est achevé par une conclusion générale qui résume les résultats de nos investigations et des perspectives pour ce travail.

## I.1. Introduction`

L'évolution du domaine de génie électrique a permis l'automatisation et la miniaturisation de plusieurs dispositifs 'électrique et mécanique telles que les vannes électriques. Cette dernière dite aussi électrovanne. Les électrovannes, dispositifs électromécaniques permettant de contrôler le flux de fluides (liquides ou gaz), sont des composants essentiels dans de nombreux systèmes industriels et commerciaux. En convertissant des signaux électriques en mouvements mécaniques, elles offrent une méthode précise et fiable pour réguler le passage des fluides dans des pipelines, des systèmes de production, et des équipements variés. L'objectif de ce chapitre est de donner des généralités sur les électrovannes, en commençant par illustrer leurs différents types constitutifs, leur principe de fonctionnement. Ensuite on citera leurs différentes classifications selon les différents critères existants. On achève ce chapitre par la définition et la classification d'un problème d'optimisation en électrotechnique.

## I.2 Eléments constitutifs d'une électrovanne typique

Une électrovanne est un dispositif électromécanique utilisé pour contrôler le débit de fluide, généralement des liquides ou des gaz, à l'aide d'un courant électrique. Les principaux éléments constitutifs d'une électrovanne typique sont : voir la figure I.1. [7]

**Bobine électromagnétique :** C'est le composant principal qui génère un champ magnétique lorsqu'elle est traversée par un courant électrique. La bobine est souvent enroulée autour d'un noyau magnétique pour concentrer le champ magnétique.

**Armature :** C'est une pièce mobile métallique située à l'intérieur de la bobine. Lorsque la bobine est activée par un courant électrique, elle crée un champ magnétique qui attire l'armature, modifiant ainsi la position de l'armature pour ouvrir ou fermer le passage du fluide.

**Ressort de rappel :** Il est souvent utilisé pour maintenir l'armature dans une position donnée lorsque la bobine n'est pas activée. Cela permet de déterminer l'état par défaut de l'électrovanne (normalement ouverte ou normalement fermée).

**Orifice d'entrée et de sortie :** Ce sont les ports par lesquels le fluide entre et sort de l'électrovanne. L'armature contrôle le passage du fluide en obstruant ou en libérant l'orifice de sortie en réponse au courant électrique appliqué à la bobine.

**Corps de la vanne :** C'est le boîtier principal qui contient tous les composants internes de l'électrovanne. Il est souvent fabriqué à partir de matériaux résistants à la corrosion et compatibles avec les fluides manipulés.

**Joint d'étanchéité :** Pour assurer l'étanchéité entre l'armature et le corps de la vanne lorsque l'électrovanne est fermée, un joint d'étanchéité est utilisé. Cela empêche les fuites de fluide indésirables lorsque la vanne est censée être fermée.

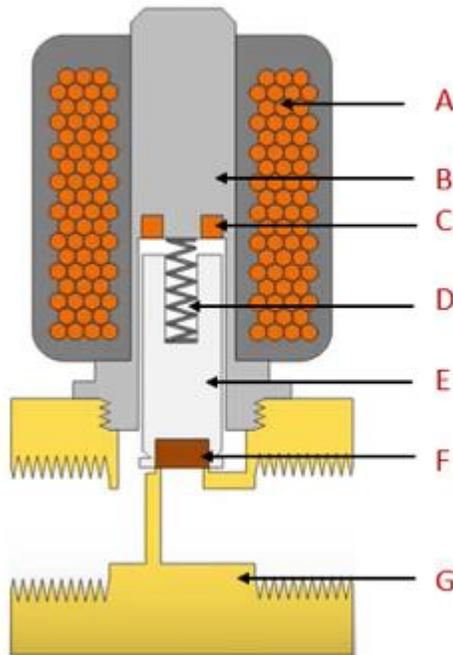


Figure I. 1. Eléments constitutifs d'une électrovanne

Composants d'une électrovanne : bobine (A), induit (B), bague de déphasage (C), ressort (D), plongeur (E), joint (F) et corps de l'électrovanne (G)

### I.3 Principes de fonctionnement d'une électrovanne typique

Le fonctionnement d'une électrovanne repose sur la conversion de l'énergie électrique en un mouvement mécanique pour contrôler le débit de fluide. Selon l'état initiale d'électrovanne (état de repos ou sans courant) on distingue deux types d'électrovanne : [7]

**Normalement fermée (NF) :** Dans cette configuration, figure I.2, l'électrovanne reste fermée lorsqu'elle n'est pas alimentée en courant. Le ressort de rappel pousse l'armature vers le bas pour bloquer l'orifice de sortie, empêchant ainsi le fluide de passer.

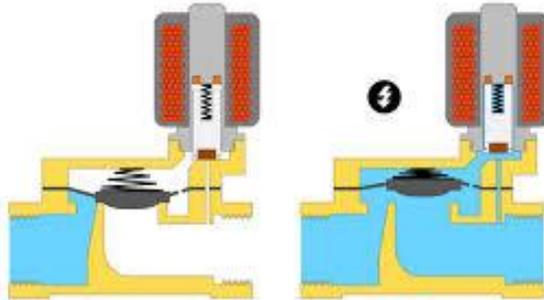


Figure I. 2. Principe de fonctionnement de l'électrovanne normalement fermée : désactivée (gauche) et activée (droite).

**Normalement ouverte (NO) :** Dans ce cas, figure I.3, l'électrovanne reste ouverte en l'absence de courant. Le ressort de rappel maintient l'armature en position ouverte, permettant au fluide de circuler librement à travers l'orifice.

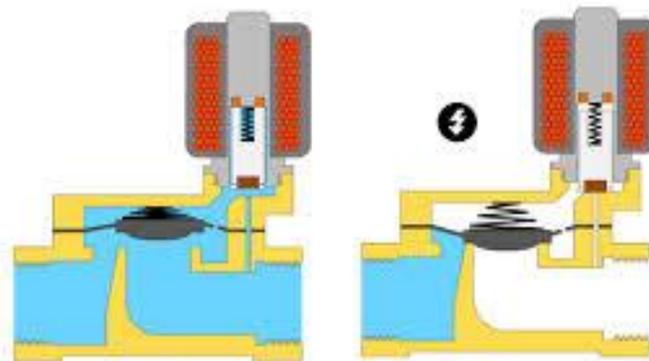


Figure I. 3. Principe de fonctionnement de l'électrovanne normalement ouverte : désactivée (gauche) et activée (droite).

Lorsqu'un courant électrique traverse la bobine, celle-ci génère un champ magnétique. Ce dernier attire l'armature vers le haut (pour une électrovanne normalement fermée) ou vers le bas (pour une électrovanne normalement ouverte).

Lorsque le courant électrique est coupé, le champ magnétique disparaît. Le ressort de rappel reprend le contrôle de l'armature et retourne vers son état initial.

## **I.4 Classification des électrovannes**

La classification des électrovannes peut être effectuée selon plusieurs critères, notamment leur mode de fonctionnement, leur configuration par défaut, leur type de construction, et leur application spécifique. Voici une classification détaillée des électrovannes : [8]

### **1.4.1. Classification selon le mode de fonctionnement**

**Électrovannes à action directe** : Ce type d'électrovannes fonctionne directement par la force magnétique générée par la bobine, sans assistance supplémentaire. Elles sont utilisées pour des applications à faible débit et à faible pression.

**Électrovannes assistées (ou servo-assistées)** : Utilisent la pression du fluide pour aider à l'ouverture et à la fermeture de la vanne en utilisant une membrane ou un piston qui est déplacé par la pression du fluide. Elles conviennent aux applications à débit élevé et/ou à haute pression.

### **1.4.2. Classification selon la configuration par défaut**

Selon l'état initiale d'électrovanne (état de repos ou sans courant) on distingue deux types d'électrovanne :

**Normalement fermée (NF)** : L'orifice de la vanne est fermé lorsque la bobine n'est pas alimentée. Le fluide ne passe que lorsque la vanne est activée électriquement.

**Normalement ouverte (NO)** : L'orifice de la vanne est ouvert lorsque la bobine n'est pas alimentée. Le fluide est bloqué lorsque la vanne est activée électriquement.

### **1.4.3. Classification selon le nombre de voies**

**Électrovannes à deux voies** : Possèdent une entrée et une sortie. Elles sont utilisées pour ouvrir ou fermer complètement le flux de fluide.



Figure I. 4. Electrovalve à deux voies

**Électrovannes à trois voies :** Possèdent trois orifices et sont utilisées pour diriger le fluide entre deux sorties possibles. Elles sont utilisées pour des applications de commutation de fluides.



Figure I. 5. Electrovalve à trois voies

**Électrovannes à quatre voies :** Possèdent quatre orifices et sont souvent utilisées pour les systèmes pneumatiques et hydrauliques complexes. Elles permettent de contrôler des vérins à double effet.



Figure I.6. Electrovalve à quatre voies

#### 1.4.4. Classification selon le type de fluide contrôlé

**Électrovannes pour liquides :** Conçues pour gérer des fluides tels que l'eau, l'huile ou d'autres liquides. Elles doivent être compatibles avec les propriétés du liquide (viscosité, corrosivité).

**Électrovannes pour gaz :** Conçues pour contrôler des gaz comme l'air, l'azote ou d'autres gaz industriels. Elles doivent être adaptées aux pressions et débits spécifiques des gaz.

#### 1.4.5. Classification selon l'application spécifique

**Électrovannes de sécurité :** Utilisées dans des applications où la sécurité est critique, comme les systèmes d'arrêt d'urgence. Elles sont conçues pour revenir à une position sécurisée en cas de défaillance.

**Électrovannes de régulation :** Utilisées pour contrôler précisément le débit ou la pression du fluide. Elles sont souvent intégrées dans des systèmes de contrôle automatisés.

**Électrovannes sanitaires :** Utilisées dans les industries alimentaires, pharmaceutiques ou cosmétiques. Elles sont fabriquées en matériaux résistants à la corrosion et faciles à nettoyer.

**Électrovannes cryogéniques :** Conçues pour fonctionner à des températures extrêmement basses. Elles sont utilisées dans des applications de gaz liquéfiés comme l'azote liquide ou l'hélium liquide.

#### 1.4.6. Classification selon la méthode de montage

**Montage en ligne :** Elles sont installées directement dans la ligne de fluide.

**Montage sur collecteur :** Elles sont fixées sur un collecteur qui permet de connecter plusieurs vannes ensemble.

### I.5 Domaines d'applications des électrovannes

En raison de leur capacité à contrôler précisément le débit de fluides à l'aide d'un signal électrique les électrovannes sont utilisées dans une multitude d'applications industrielles et commerciales telles que : [9]

**Industrie pétrolière et gazière :** Elles contrôlent des flux de pétrole, de gaz naturel et d'autres hydrocarbures. Elles peuvent être aussi utilisées comme systèmes de sécurité pour arrêter le flux en cas d'urgence.

---

**Industrie chimique et pétrochimique :** Elles sont utilisées pour le dosage précis des réactifs chimiques, le contrôle des processus dans les réacteurs et les unités de distillation et la gestion des effluents et des déchets.

**Industrie agroalimentaire :** Elles sont utilisées pour le remplissage et embouteillage de boissons et d'aliments liquides, le contrôle des systèmes de stérilisation et de nettoyage en place et la régulation des flux dans les lignes de production.

**Industrie pharmaceutique :** Elles sont utilisées pour le dosage précis des ingrédients actifs dans la production de médicaments, systèmes de purification et de stérilisation et automatisation des processus de production et de conditionnement.

**Industrie de l'automatisation et de la robotique :** Elles sont utilisées pour le contrôle des systèmes pneumatiques et hydrauliques. Ainsi que des actionneurs pour les robots industriels et les systèmes de levage et de manutention.

**Industrie de traitement des eaux:** Elles sont utilisées pour la régulation des flux dans les systèmes de filtration et de traitement, la gestion des réseaux d'approvisionnement en eau potable.

**Textile et papetière :** Elles sont utilisées pour le contrôle des procédés de teinture et de lavage et pour la production de pâte à papier

**Équipements médicaux :** Pour le contrôle des gaz médicaux et la régulation des fluides dans les dispositifs de dialyse.

**Arrosage et irrigation :** Pour les systèmes d'arrosage automatiques, irrigation agricole.

**Électroménagers :** Lave-linge, lave-vaisselle, distributeurs de boissons.

**Carburant et énergie :** Stations de distribution de carburant, systèmes de stockage de gaz et automatisation des bâtiments :

**Maritime :** Systèmes de ballast et lubrification des navires.

**Aéronautique et spatiale :** Systèmes hydrauliques des avions et gestion des fluides spatiaux.

**Semi-conducteurs :** Régulation des gaz dans les salles blanches et processus de gravure et de dépôt.

## **I.6. Caractéristiques spéciales de l'électrovanne**

**Réduction de la consommation électrique :** La tension nominale est fournie à la vanne pendant une courte période pour actionner la vanne, puis elle est réduite à une tension de maintien

suffisamment forte pour maintenir la vanne dans cette position tout en réduisant la consommation d'énergie.

**Verrouillage** : La version à verrouillage ou à impulsion offre une solution pour les applications avec une commutation à basse fréquence. La vanne est alimentée par une impulsion électrique courte pour déplacer le piston. Un aimant permanent est ensuite utilisé pour maintenir le piston dans cette position sans ressort ou champ magnétique supplémentaire. Cela réduit la consommation d'énergie et le développement de chaleur dans la vanne.

**Haute pression** : Les versions haute pression sont conçues pour des exigences de pression allant jusqu'à 250 bars.

**Commande manuelle** : La fonction de commande manuelle facultative offre une meilleure sécurité et commodité lors de la mise en service, des tests, de la maintenance, et en cas de panne de courant. Dans certaines versions, la vanne ne peut pas être actionnée électriquement lorsque la commande manuelle est verrouillée.

**Séparation des milieux** : La conception de séparation des milieux permet l'isolation du milieu des pièces de travail de la vanne, en en faisant une bonne solution pour les milieux agressifs ou légèrement contaminés.

**Vide** : Les vannes qui ne nécessitent pas de différentiel de pression minimum conviennent aux aspirations grossières. Les électrovannes à action directe universelles ou semi-directes conviennent bien à ces applications. Pour des exigences de taux de fuite plus strictes, des versions spéciales pour le vide sont disponibles.

**Temps de réponse ajustable** : Le temps nécessaire à la vanne pour s'ouvrir ou se fermer peut être ajusté, généralement en tournant des vis sur le corps de la vanne. Cette fonction peut aider à prévenir le coup de bélier.

**Retour de position** : L'état de commutation d'une électrovanne peut être indiqué avec un retour de position électrique ou optique sous forme de signal binaire ou NAMUR. NAMUR est une sortie de capteur qui indique l'état marche/arrêt de la vanne.

**Faible bruit** : Les vannes ont une conception amortie pour réduire le bruit lors de la fermeture de la vanne.

## I.7. Avantages des électrovannes

Les électrovannes sont largement utilisées dans diverses applications industrielles et commerciales en raison de leurs nombreux avantages telles que :

**Contrôle précis et rapide :** Elles permettent un contrôle instantané du débit de fluide en réponse à un signal électrique. Elles sont aussi rapides à activer et désactiver, ce qui est crucial pour des applications nécessitant des réponses rapides.

**Facilité d'automatisation :** Facilement intégrées dans des systèmes automatisés et contrôlés à distance ainsi que leurs compatibles avec les systèmes de contrôle programmables (PLC).

**Fiabilité et durabilité :** Elles sont conçues pour fonctionner de manière fiable sur de longues périodes avec peu de maintenance.

**Compactes et légères :** Occupent peu d'espace et sont relativement légères, ce qui facilite leur installation dans des environnements contraints.

**Sécurité :** Elles Offrent des solutions sûres pour le contrôle des fluides dangereux ou corrosifs. Les modèles normalement fermés (NF) assurent une fermeture en cas de coupure de courant, augmentant la sécurité.

**Variété de configurations :** Elles sont disponibles dans une large gamme de tailles, de matériaux et de configurations pour s'adapter à différentes applications et types de fluides.

Cependant, elles présentent également certains inconvénients telles que :

**Dépendance à l'alimentation électrique :** Elles nécessitent une source d'alimentation électrique pour fonctionner. En cas de panne de courant, les électrovannes peuvent ne pas fonctionner, ce qui peut poser des problèmes dans certaines applications critiques.

**Usure mécanique :** Les composants mobiles, comme l'armature et les joints, peuvent s'user avec le temps et nécessiter un entretien ou un remplacement. Les cycles fréquents d'ouverture et de fermeture peuvent accélérer l'usure.

**Sensibilité aux impuretés :** Les électrovannes peuvent être sensibles aux impuretés et aux particules présentes dans le fluide, ce qui peut provoquer des blocages ou des fuites. Nécessitent souvent des filtres pour protéger les composants internes.

**Limites de pression et de débit :** Certaines électrovannes ne sont pas adaptées aux applications à très haute pression ou à très haut débit. Les électrovannes à action directe, en particulier, sont généralement limitées à des applications à basse pression et à faible débit.

**Consommation d'énergie :** Les électrovannes nécessitent une alimentation continue pour rester en position ouverte ou fermée, ce qui peut entraîner une consommation d'énergie non négligeable, surtout dans les systèmes qui fonctionnent en permanence.

**Coût :** Le coût initial des électrovannes peut être élevé, surtout pour les modèles spécialisés ou ceux fabriqués à partir de matériaux haut de gamme. Les coûts de maintenance peuvent également s'accumuler en raison de la nécessité de remplacer les pièces usées.

## I. 8. Formulation Mathématique d'un Problème d'Optimisation

Un problème d'optimisation de dimension  $n$  peut être écrit de façon générale sous la forme du système suivant : [10]

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimiser } F(X), \text{ Avec } F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\
 & \text{assujettie à : } h_k(X) = 0, k \in [1, p]_{IN} \\
 & \quad g_j(X) \geq 0, j \in [1, q]_{IN} \\
 & \quad x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, i \in [1, p]_{IN}
 \end{aligned} \tag{I.1}$$

Où

$F(X)$  : est le critère à minimiser appelé aussi fonction objectif (le critère d'optimisation de fonction de forme, de fonction coût en cas de minimisation et de fonction de profit en cas de maximisation).

$X$  : est un vecteur à  $n$  variables qui représentent les paramètres du problème à optimiser.

$h_k(X)$  et  $g_j(X)$  : représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité.

$x_i^{(L)}$  et  $x_i^{(U)}$  : désignent les contraintes de domaine (butées).

La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble de paramètres  $X^*$  pour lesquels la fonction objectif à une valeur minimale, en respectant les contraintes d'égalité, d'inégalité et de domaine.

### I. 8. 1. Minimum Local et Minimum Global

L'ensemble des régions de l'espace de recherche où les contraintes sont vérifiées est dénommé espace réalisable ou domaine admissible, et celui où les contraintes sont violées est dite espace irréalisable ou domaine interdit. [10]

Un point  $X^*$  de l'espace est un minimum local si  $\forall X \in I$  tel que  $d(X, X^*) \leq \varepsilon$ ,  
 $F(X^*) \leq F(X)$  (I. 2)

Où  $d(X, X^*)$  désigne la distance entre le point  $X$  et le point  $X^*$ .

L'équation (I. 2) signifie que dans le voisinage de  $X^*$  défini par une taille  $\varepsilon$ , il n'existe aucun point pour lequel  $F(X)$  est strictement inférieur à  $F(X^*)$ .

S'il y a une égalité entre deux termes de (I. 2) pour plusieurs points  $X$  du voisinage de  $X^*$ , le minimum est un minimum local faible et il révèle la présence d'un plateau. C'est un minimum local fort dans le cas contraire, et il représente alors un mode de la fonction.

Lorsqu'une fonction admet plusieurs minimums locaux, elle est dite multimodale. Elle est unimodale dans le cas contraire. Le plus petit minimum local d'une fonction multimodale, est aussi appelé minimum global. Il doit satisfaire (I. 2) pour toute valeur de  $\varepsilon$ .

La figure (I. 7) présente, à titre d'exemple, une distribution possible des optimums d'une fonction objectif unidimensionnelle et multimodale. [17]

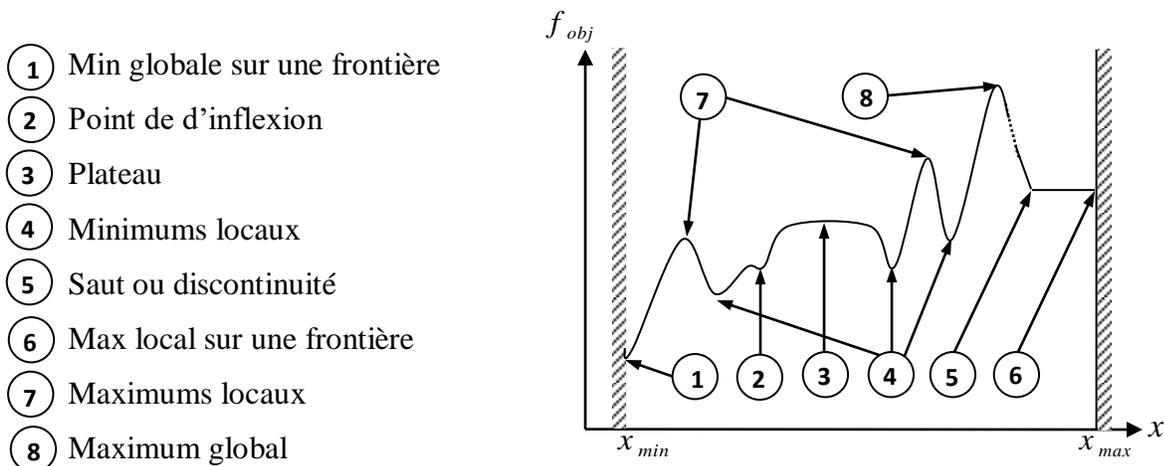


Figure I.7 : Points singuliers d'une fonction unidimensionnelle et multimodale

### I. 8. 2. Minimisation et Maximisation

Dans l'équation (I. 1), nous avons défini le problème d'optimisation comme étant la minimisation d'une fonction, il existe des situations où nous sommes plutôt intéressés à trouver un point de maximisation, c'est-à-dire, à maximiser la fonction objectif.

Dans ce cas, il devient nécessaire de transformer le problème de maximisation en minimisation, car les méthodes d'optimisation qui seront présentées dans la section plus tard, sont souvent implémentées en s'appuyant sur des critères de minimisation de la fonction objectif.

Cette transformation du problème d'optimisation peut être facilement obtenue à l'aide d'une simple fonction de transformation appliquée directement sur la fonction objectif originale. Comme indique l'équation suivante :

$$\Theta ( X ) = - F ( X ) \quad (\text{I.3})$$

### I. 8. 3. Détermination d'un Point de Départ Admissible

La plupart des algorithmes d'optimisation nécessite la donnée d'un point de départ admissible.

Par définition, un point défini par le vecteur de coordonnées  $X_0$ , est dit admissible ou réalisable, s'il vérifie toutes les contraintes du problème. En d'autres termes,

$$X_0 \text{ est admissible} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall j \in [1, q]_{IN}, g_j ( X_0 ) \geq 0 \\ \forall k \in [1, p]_{IN}, h_k ( X_0 ) = 0 \\ \forall i \in [1, n]_{IN}, x_i^{(L)} \leq x_{0i} \leq x_i^{(U)} \end{cases} \quad (\text{I. 3})$$

### I. 8. 4. Description des Méthodes d'Optimisation

Face à un problème d'optimisation, deux questions naturelles doivent être posées :

♣ **La question statique :** *Comment peut-on déterminer si un point  $X^*$  en est la solution optimale ?*

♣ **La question dynamique :** *Si le point  $X^*$  n'est pas optimal, alors comment doit-on progresser dans l'espace pour trouver une solution qui soit optimal ?*

Ces deux questions constituent le point de départ de la programmation mathématique. En effet, la question statique conduit à développer des critères d'optimalité qui serviront à déterminer si un point donné est une solution optimale ou non du problème d'optimisation, tandis que la question dynamique amène à recevoir des méthodes pratiques ou algorithmes permettant de localiser le point optimal dans un domaine donné.

## I. 8. 2. Classification des Problèmes d'Optimisation

Dans la pratique, nous classifions les problèmes d'optimisation selon la nature mathématique de la fonction objectif. Celle-ci peut être unidimensionnelle ou multidimensionnelle, continue ou discontinue, linéaire ou non linéaire, convexe ou non convexe, différentiable ou non différentiable. [10], [11]

La nature généralement non linéaire des fonctions considérées ici a déjà été admise, les problèmes d'optimisation qui en découlent seront donc essentiellement non linéaires.

La programmation non linéaire offre différentes méthodes qui permettent de résoudre ce type de problèmes. Parmi ces algorithmes, on peut distinguer:

- ♣ Les techniques de recherche sans contrainte adaptées aux problèmes non contraints.
- ♣ Les techniques de résolution de problèmes contraints.

### I. 8. 2. 1. Problèmes d'Optimisations Sans Contraints

Un problème d'optimisation est dit non contraint s'il ne contient pas de fonction contrainte (égalité et inégalité), comme dans le cas :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } & F(X), \text{ Avec } F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\ & x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, i \in [1, p]_{\mathbb{N}} \end{aligned} \quad (\text{I. 4})$$

➤ **Condition nécessaire de minimum local :**

$$\begin{cases} \nabla F(X^*) = 0 \\ H(X^*) \text{ non négative} \end{cases} \quad (\text{I. 5})$$

$\nabla F$  : est le gradient de la fonction objectif.

$H = \nabla^2 F$  : est la matrice de dérivées secondes partielles de  $F$ , (Hessien).

➤ **Condition suffisante de minimum local :**

$$\begin{cases} \nabla F(X^*) = 0 \\ H(X^*) \text{ positive} \end{cases} \quad (\text{I. 6})$$

Les conditions (I. 5) et (I.6) sont uniquement valables pour des fonctions différentiables et ne s'appliquent pas à des points situés sur les frontières de l'espace de recherche.

Selon les caractéristiques du problème d'optimisation non contraint, nous pouvons appliquer différentes méthodes de résolution pour identifier sa solution. Ces méthodes sont séparées en deux grands groupes :

- ♣ Méthodes déterministes.
- ♣ Mes méthodes stochastiques.

### I. 8. 2. 2. Problème d'Optimisation Contraints

Un problème d'optimisation est dit problème contraint s'il contient au moins une fonction contrainte (égalité ou inégalité), comme dans le cas :

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimiser } F(X), \text{ Avec } F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\
 & \text{assujettie à : } h_k(X) = 0, k \in [1, p]_{\mathbb{N}} \\
 & \quad g_j(X) \geq 0, j \in [1, q]_{\mathbb{N}} \\
 & \quad x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, i \in [1, p]_{\mathbb{N}}
 \end{aligned} \tag{I. 7}$$

Si nous considérons qu'une contrainte d'égalité  $h_k(X) = 0$  peut être décrite par deux contraintes d'inégalité  $h_k(X) \leq 0$  et  $-h_k(X)$ , le problème (I. 7) devient alors :

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimiser } F(X), \text{ Avec } F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\
 & \text{assujettie à : } g_j(X) \geq 0, j \in [1, q + 2 \cdot p]_{\mathbb{N}} \\
 & \quad x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, i \in [1, p]_{\mathbb{N}}
 \end{aligned} \tag{I. 8}$$

On appelle fonction de Lagrange associée au problème (I. 8), la fonction :

$$L(X, \lambda) = f(X) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(X) \tag{I. 9}$$

$$m = q + 2 \cdot p$$

où  $\lambda_j \geq 0$  sont appelés Multiplicateurs de Lagrange.

Une condition nécessaire pour que  $X^*$  soit minimum local d'un problème contraint est donnée par les équations de Kuhn et Tucker [31-33] :

$$\begin{cases} \nabla F(\mathbf{X}^*) + \sum_{j=1}^m \lambda_j^* \nabla g_j(\mathbf{X}^*) = 0 \\ \lambda_j^* g_j(\mathbf{X}^*) = 0 \quad \forall j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{I. 10})$$

À l'aide de l'équation (I. 9), l'équation (I. 10) s'écrit :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{X}} L(\mathbf{X}^*, \lambda^*) = 0 \\ \lambda_j^* g_j(\mathbf{X}^*) = 0 \quad \forall j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{I. 11})$$

La solution d'un problème contraint peut être obtenue à partir de l'application de méthodes qui nous classifions en deux classes :

- ✦ **Méthodes de transformation** : elles permettent de transformer un problème avec contraintes en un problème sans contrainte, qui peuvent alors être résolus par des techniques d'optimisation sans contrainte.
- ✦ **Méthodes primitives** : elles permettent de résoudre directement les problèmes avec contraintes, sans transformation préalable.

## I.9. Conclusion`

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents éléments constitutifs d'une électrovanne typique, le principe de fonctionnement des électrovannes. Puis on a classé les électrovannes selon les critères possibles.

Les électrovannes offrent de nombreux avantages, tels qu'un contrôle précis, une facilité d'automatisation, une fiabilité élevée, et une variété de configurations adaptées à des applications spécifiques. Cependant, elles présentent également des inconvénients, notamment une dépendance à l'alimentation électrique, une usure mécanique des composants, et une sensibilité aux impuretés dans les fluides.

Ensuite à la fin du chapitre nous avons présenté un problème d'optimisation en électrotechnique. Nous avons remarqué que selon leurs caractéristiques, elles peuvent être classées en plusieurs groupes :

- Problème d'optimisation mono critère ou multi critère.
- Problème avec contraintes et problème sans contraintes.

- Méthodes déterministes ou stochastiques.
- Problème d'optimisation mono variables ou multi variables.

Puisque le but principal de notre travail est la modélisation à base de calcul du champ électromagnétique d'une électrovanne typique nous allons donner des notions générales sur la modélisation des dispositifs électromagnétique dans le chapitre suivant.

## II.1. Introduction

Tous les systèmes électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell, ces équations lient la variation temporelle d'une grandeur vectorielle électrique à la variation spatiale d'une grandeur magnétique et vice-versa. Elles sont complétées par les relations constitutives qui expriment les rapports existant entre champs de même nature (électrique ou magnétique) à l'extérieur du milieu considéré. Avec l'adjonction des relations constitutives, les équations de Maxwell forment un système d'équation du premier ordre aux dérivées partielles. La distribution dans le temps et l'espace des champs électriques et magnétiques est obtenue en résolvant ce système d'équations et en appliquant à leur solution les conditions aux limites aux bords des domaines considérés. Pour résoudre un problème électromagnétique, il faut trouver une structure de champ qui satisfasse simultanément.

- aux équations de Maxwell.
- Aux conditions aux limites.
- Aux relations des milieux.

Le système de coordonnées doit être choisi avec grand soin : il doit autant que possible s'adapter à la géométrie des surfaces sur lesquelles sont spécifiées les conditions aux limites.

Des solutions exactes peuvent être obtenues dans un petit nombre de cas privilégiés ; dans la plupart du cas il faudra faire appel à des approximations.

Ce chapitre commence par un aperçu général sur l'importance et l'intérêt du calcul du champ électromagnétique, suivi d'un rappel des équations de Maxwell sous leur forme la plus générale, accompagnées des lois de comportement des milieux, et condition de passage entre deux milieux différents, et la présentation de quelques hypothèses simplificatrices des équations de Maxwell et qui nous permettent d'aboutir aux équations simplifiées de Maxwell. Le chapitre est achevé par la présentation des équations de diffusion électromagnétique.

## II.2. Importance et intérêt du calcul du champ électromagnétique

Le calcul du champ électromagnétique est fondamental pour comprendre le fonctionnement de nombreux phénomènes physiques et pour concevoir une variété de technologies et d'applications qui façonnent notre monde moderne car on le trouve dans plusieurs domaines d'applications tels que :

**1. Compréhension fondamentale de la nature de l'électromagnétisme:** Le calcul du champ électromagnétique permet de comprendre comment les charges électriques interagissent avec les champs électriques et magnétiques, conformément aux lois de Maxwell.

**2. Conception de dispositifs électroniques:** Dans le domaine de l'ingénierie électrique, le calcul du champ électromagnétique est essentiel pour la conception et l'optimisation des dispositifs électroniques tels que les circuits intégrés, les antennes, les capteurs et les dispositifs de communication sans fil.

**3. Électromagnétisme appliqué:** Dans les applications pratiques telles que la technologie des télécommunications, la radio, la télévision, les systèmes de positionnement global (GPS) et la technologie radar, le calcul du champ électromagnétique est utilisé pour concevoir des systèmes efficaces et fonctionnels.

**4. Imagerie médicale:** En médecine, le calcul du champ électromagnétique est utilisé dans des techniques d'imagerie telles que l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et la tomographie par émission de positrons (TEP), permettant de visualiser les structures internes du corps humain avec une grande précision.

**5. Propagation des ondes électromagnétiques:** Comprendre comment les ondes électromagnétiques se propagent dans différents milieux est crucial dans des domaines tels que la télécommunication, la météorologie, la cartographie des ressources naturelles et la détection des séismes.

**6. Applications industrielles:** Le calcul du champ électromagnétique est également utilisé dans des applications industrielles telles que la soudure, le traitement thermique et la fabrication de matériaux composites.

## II. 3. Equations de maxwell et lois de comportement des milieux en régime quasi stationnaire

En régime quasi-stationnaire, les équations de Maxwell se simplifient par rapport au cas général des ondes électromagnétiques se propageant à la vitesse de la lumière. Dans ce cas, les termes de déplacement de charge et de courant de déplacement peuvent être négligés, ce qui conduit à une forme simplifiée des équations. [11]

- Equations de Maxwell

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{II. 1}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{II. 2}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad \text{II. 3}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{II. 4}$$

- La loi d'ohm :

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \text{II.5}$$

- Les relations constitutives des milieux :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \text{II. 6}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad \text{II. 7}$$

## II. 4. -Equations de diffusion électromagnétique

Les équations de maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétique .mais à l'heure actuelle, on ne peut pas les résoudre directement dans la plus part des cas .de plus suivant les dispositifs qu'on vœux étudie, certains phénomènes deviennent négligeables et donc en donnant naissance à des modèles plus simple. [11], [12]

### II. 4. 1. Potentiel vecteur magnétique

Sachant d'après les équations de maxwell II.2 et d'après les théorèmes vectoriels :

$$\forall \vec{V} ; \text{div}(\text{rot} \vec{V}) = 0 \quad \text{II.8}$$

De ces deux équations en peut introduire une nouvelle grandeur  $\vec{A}$  telle que

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad \text{II.9}$$

$\vec{A}$  : Potentiel vecteur magnétique

Sachant aussi que:

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{II.10}$$

$$\forall f ; \text{rot}(\text{grad} f) = 0 \quad \text{II.11}$$

Alors à partir de ces deux équations et de l'équation (I-26) on peut écrire:

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} V \quad \text{II.12}$$

A partir de cette dernière équation on dit que le champ électrique  $\vec{E}$  dérive dans le temps du potentiel vecteur  $\vec{A}$  , et dans l'espace du potentiel scalaire  $V$

On peut supposer le potentiel scalaire  $V$  constant ou carrément nul à l'infini d'où on obtient:

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{II.13}$$

## II. 4. 2. Formulation de l'équation E M en terme de potentiel vecteur :

A partir des équations II.3 et II.9 on arrivera à l'équation de diffusion électromagnétique de la grandeur  $\vec{A}$  :

$$\text{rot } \vec{\text{rot}} \vec{A} = \frac{1}{\mu} \cdot \vec{J}_s - \frac{1}{\mu} \cdot \sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{II.14}$$

Pour l'unicité de la solution de l'équation, on rajoute une autre équation grâce à une hypothèse de jauge, par exemple la jauge de coulomb

$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad \text{II.15}$$

## II. 4. 3. Cas des systèmes axisymétriques :

Le traitement de l'équation II. 14 dans le cas d'un dispositif axisymétrique permet de ramener le problème 3D en un problème 2D.

Dans ce cas la formulation à l'aide du potentiel offre un double intérêt

- Système à une seule inconnue
- Cet inconnue ne possède q'une seule composante

En coordonnées cylindriques les courants étant perpendiculaires au plan d'étude  $[r, z]$ , les différentes grandeurs on les composantes suivantes:

$$J = \begin{bmatrix} 0 \\ J_\theta(r, z) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ E_r(r, z) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 \\ A_\theta(r, z) \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} B_r(r, z) \\ 0 \\ B_z(r, z) \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} H_r(r, z) \\ 0 \\ H_z(r, z) \end{bmatrix};$$

## II. 5. Solution de l'équation électromagnétique

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour résoudre notre équation, notre modèle fait appel à la méthode des intégrales pour le calcul de la composante du potentiel vecteur. A partir de la formule de BIOT et SAVART. [13]

Soit une spire élémentaire de contour (c) parcourue par un courant I de densité surfacique  $\vec{J}$ , le potentiel vecteur magnétique en un point M de distance r du centre de la spire, est donné par la formule suivante:

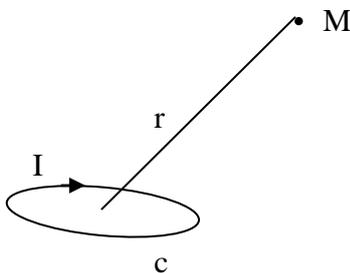
$$\vec{A}(r) = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \iiint \frac{\vec{J}(r)}{r} dV$$


Figure II. 1. Schéma de principe de la loi de Biot et Savart

Dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, la solution de l'équation de diffusion et grâce à l'asymétrie du système, le potentiel vecteur magnétique donné par la formule de BIOT et SAVAR, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\vec{A}(p) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{(V_0)} \frac{\vec{J}(p_0)}{|\vec{p} - \vec{p}_0|} dV_0 \quad (\text{II.16})$$

elle exprime le potentiel créé par la spire de contour ( $C_0$ ) située en point M de coordonnées  $(0, z_c)$ , parcourue par un courant de densité surfacique  $J(p_0)$ , uniformément répartie sur la section de la spire, au point  $p(r, z)$  voir figure (figure II. 2).

On considère, en lieu et place d'une densité de courant  $\vec{J}$  dans un volume  $V_0$ , un courant I circulant dans un conducteur filiforme selon le contour ( $C_0$ ).

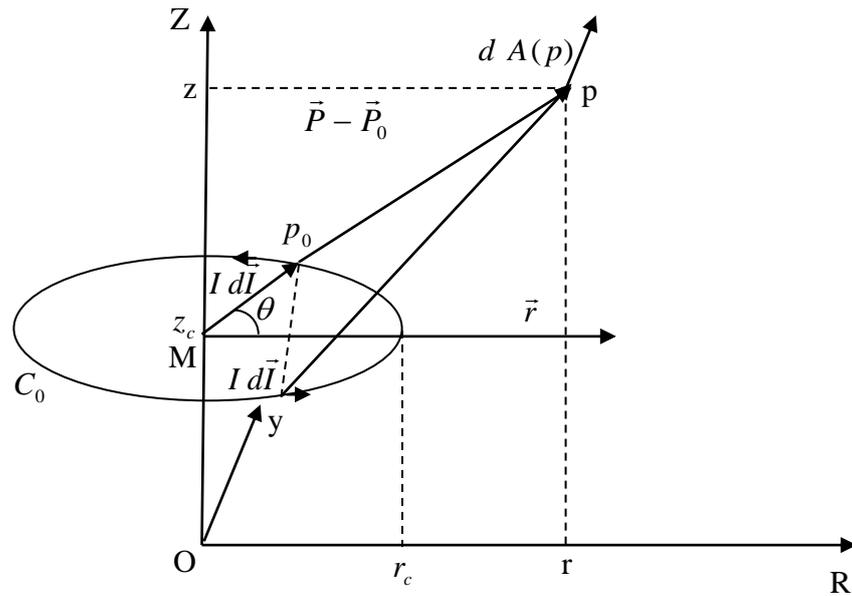


Figure II. 2. Schéma du point de calcul élémentaire en point d'observation

Le potentiel vecteur magnétique est donné par :

$$\vec{A}(p) = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I(r_c, z_c) \int_{C_0} \frac{d\vec{l}}{|\vec{P} - \vec{P}_0|} \quad (\text{II. 17})$$

$d\vec{l}$  : L'élément de contour ( $C_0$ ) sur lequel porte l'intégration.

A cause de la symétrie du problème par rapport à l'axe z, le champ magnétique  $\vec{H}$  et par conséquent le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  ne dépend pas de la coordonnée  $\theta$ .

D'autre part, le potentiel vecteur n'a qu'une seule composante tangentielle  $A_\theta$ .

$$A(r, z) = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot I \cdot \sqrt{\frac{r_c}{r}} \cdot G(k) \quad (\text{II.18})$$

Avec:

$$G(k) = \frac{(2 - k^2) \cdot E_1(k) - 2 \cdot E_2(k)}{k} \quad (\text{II.19})$$

$$k = \sqrt{\frac{4 \cdot r \cdot r_c}{(r + r_c)^2 + (z - z_c)^2}} \quad (\text{II.20})$$

$$E_1(k) = \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \quad (\text{II.21})$$

$$E_2(k) = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi \quad (\text{II.22})$$

$E_1(k)$  Et  $E_2(k)$  sont appelées respectivement : intégrales elliptiques de Legendre de première et de deuxième espèce;

$I$  : Densité de courant linéique parcourant l'anneau ;

$r$  : Coordonnée radiale du point considéré;

$z$  : Coordonnée axial du point considéré;

$r_c$  : Rayon de l'anneau de courant;

$z_c$  : Coordonnée axiale du centre de l'anneau de courant;

En considérant que  $k$  est très petit, les intégrales elliptiques peuvent être remplacées par leur développement en série.

$$E_1(k) = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + 2 \cdot \left( \frac{k^2}{8} \right) + 9 \cdot \left( \frac{k^2}{8} \right) + \dots \right] \quad (\text{II.23})$$

$$E_2(k) = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + 2 \cdot \left( \frac{k^2}{8} \right) - 3 \cdot \left( \frac{k^2}{8} \right) + \dots \right] \quad (\text{II.24})$$

Une interpolation sera nécessaire pour avoir les fonctions  $E_1(k)$  et  $E_2(k)$ , pour des raisons de complexité de programmation nous prendrons directement l'interpolation suivante:

$$E_1(k) = 1.386944 + 0.1119723 * M_1 + 0.0725296 * M_2 + (0.5 + 0.1213478 * M_1 + 0.0288729 * M_2) * C$$

$$E_2(k) = 1 + 0.4630151 * M_1 + 0.1077812 * M_2 + (0.245272 * M_1 + 0.0412496 * M_2) * C$$

$$M_1 = 1 - k^2 ;$$

$$M_2 = M_1^2 ;$$

$$C = \log\left(\frac{1}{M_1}\right) ;$$

## II.6. Maillage utilisé

Dans ce modèle, la discrétisation ne concernera que la charge, parce que le dispositif est excité par une source de courant supposé parcouru par un courant uniformément repart dans sa section droite, par conséquent, il est considéré comme filiforme (spires élémentaire).

Mais dans le cas contraire une autre discrétisation sera effectuée sur ces spires de courant et qui nous permette d'avoir finalement des spires élémentaires

Chacune de ses spires est représentée par un élément supposé comme étant un point dans l'espace ou le courant est connue.

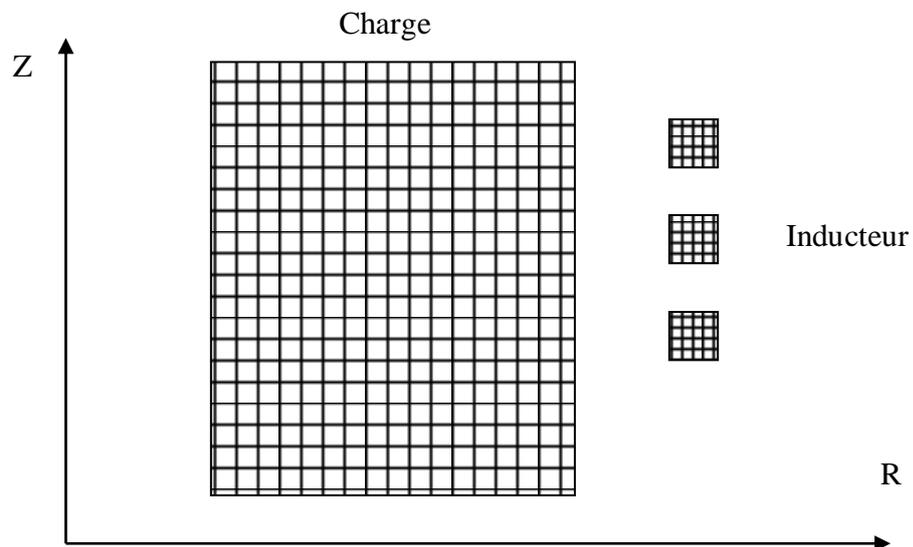


Figure II.3. Décomposition de la charge en élément de surface

## II.7. Processus adopté

### II.7.1. Principe de calcul

Le vecteur potentiel en chaque point du domaine dépend de tous les courants existants dans chaque région de l'espace étudié par conséquent le potentiel vecteur dans chaque élément de volume est déterminé par la superposition de tout les effets influant sur celui-ci.

- ❖ On tiendra compte du fait que le courant inducteur est filiforme dans ce calcul et en assimilera la charge à du vide pour annuler la réaction de l'induit.
- Pour le cas d'une seule spire inductrice, le potentiel vecteur est donné comme suit :

$$A(r, z) = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot I \cdot \sqrt{\frac{r_c}{r}} \cdot G(k) \quad (\text{II.25})$$

- Et pour plusieurs spires, la valeur du potentiel vecteur sera donnée après sommation de tous les effets des spires inductrices; on aura donc:

$$A(r, z) = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot I \cdot \sqrt{\frac{r_c}{r}} \cdot \sum_{i=1}^{N_s} G(k) \quad (\text{II.26})$$

Avec :

$N_s$  : Nombre des spires inductrices.

- ❖ Maintenant on prendra compte de la charge, ce qui résulte qu'il existe des courants induits ; chaque élément de volume à sa densité de courant spécifique donc sa propre boucle de courant.
  - Connaissant le potentiel vecteur crée, en chaque élément de volume par les spires inductrices ; le calcul de la densité de courant se fera comme suit :

$$J(r, z) = -j \cdot \omega \cdot \sigma(r, z) \cdot A(r, z) \quad (\text{II.27})$$

Avec :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$\sigma(r, z)$ : Conductivité électrique de la charge au point de coordonné (r, z).

$f$  : Fréquence de travail.

- Pour calculer l'effet des boucles de courant induites on supposera l'effet des boucles inductrices nulles.

D'après la relation (II-10)

$$A(r, z) = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot I \cdot \sqrt{\frac{r_c}{r}} \cdot G(k) \quad (\text{II.28})$$

Le courant induit étant variable d'un élément de volume à un autre on aura

$$I(r, z) = J(r, z) \cdot S(r, z) \quad (\text{II.29})$$

$S(r, z)$  : Surface de l'élément de volume correspondant.

Dans le cas d'une grille régulière (pas constant) les surfaces des éléments de volume étant égales

Après sommation de tout les effets de boucles de courants sur un oint quelconque on aura :

$$A(r, z) = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{\frac{r_c(j)}{r}} J(i, j) \cdot S \cdot G(k) \quad (\text{II.30})$$

Avec :

$$G(k) = \frac{(2 - k^2) \cdot E_1(k) - 2 \cdot E_2(k)}{k} \quad (\text{II.31})$$

$$k = \sqrt{\frac{4 \cdot r \cdot r_c(j)}{(r + r_c(j))^2 + (z - z_c(i))^2}} \quad (\text{II.32})$$

M:nombre d'élément de volume par colonne.

N: nombre d'élément de volume par ligne.

$r_c(j)$ : rayons des boucles de courant.

$z_c(i)$ : coordonnées des centres des boucles de courants

- D'où le vecteur potentiel total crée dans la charge est calculé après superposition de tout les effets régissant sur celle-ci.

Donc on aura :

$$A(r, z) = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{r_c}{r}} \cdot \sum_{i=1}^{N_s} G(k) + \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{\frac{r_c(j)}{r}} J(i, j) \cdot S \cdot G(k)$$

- ❖ Le calcul direct du potentiel vecteur n'étant pas évident, cela est à cause de la discrétisation effectuée dans notre domaine .pour combler cette approximation une méthode itérative s'impose .celle-ci consiste à étirer sur le potentiel jusqu'à ce que sa valeur se stabilise et devient constante.

Un teste est prévu pour constater cette stabilisation, l'itération s'effectue réellement sur la réaction de la charge .celle-ci ayant une valeur approximative à cause du nombre limités; la correction se fait en calculant le courant induit crée par la somme du potentiel vecteur crée par l'inducteur et la réaction de l'induit précédente. Ce courant créera une deuxième réaction de l'induit, celle-ci sera testée, en cas de satisfaction de résultats, le processus va s'arrêter sinon il reprendra.

## II.7.2. Calcul des grandeurs électromagnétiques

Connaissant la valeur du potentiel vecteur magnétique dans chaque élément de volume de notre domaine, on pourra calculer les grandeurs électromagnétiques:

### 1. Champ électrique E

$$E(r, z) = \frac{-\partial A(r, z)}{\partial t} \quad (\text{II.33})$$

Sachant que le potentiel vecteur n'à qu'une seule composante, le champ électrique est :

$$E_{\theta}(r, z) = \frac{-\partial A_{\theta}(r, z)}{\partial t} \quad (\text{II.34})$$

Où

$$E_{\theta}(r, z) = -j \cdot \omega \cdot A_{\theta}(r, z) \quad (\text{II.35})$$

### 2. Champ magnétique H

Sachant que :

$$H = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II.36})$$

$$H_{\theta} = 0 \quad (\text{II.37})$$

$$H_r = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_{\theta}}{\partial z} \quad (\text{II.38})$$

$$H_z = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{A_\theta}{r} + \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right] \quad (\text{II.39})$$

Le calcul des dérivées du potentiel  $\left( \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right)$  et  $\left( \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right)$  se fait à l'aide des dérivées centrées.

D'où :

$$H_r (r, z) = \frac{1}{\mu} \cdot \left[ \frac{A_\theta (r, z+h) - A_\theta (r, z-h)}{2 \cdot h} \right] \quad (\text{II.40})$$

$$H_z (r, z) = \frac{1}{\mu} \cdot \left[ \frac{A_\theta (r, z)}{r} + \frac{A_\theta (r+h, z) - A_\theta (r-h, z)}{2 \cdot h} \right] \quad (\text{II.41})$$

Le module du champ magnétique total sera :

$$H = \sqrt{\|H_r\|^2 + \|H_z\|^2} \quad (\text{II.42})$$

### 3. Force magnétique

Il y'a différentes méthodes de calcul de forces. Nous parlerons successivement :

- la méthode des travaux virtuels,
- la méthode du tenseur de maxwell,

#### 3.1.Méthode des travaux virtuels :

La force magnétique peut être calculée par la dérivation par rapport au déplacement à courant constant de la co-énergie magnétique ( $W$ ), ou par la dérivation par rapport au déplacement à flux constant de sa forme homologue,

Si ( $F_d$ ) représente la composante de la force magnétique totale suivant une direction donnée  $d$ , on pourra écrire :

$$F_d = + \frac{\partial \bar{W}}{\partial d} \Big|_{i=cst} \quad (\text{II.43})$$

$$F_d = - \frac{\partial W}{\partial d} \Big|_{\phi=cst} \quad (\text{II.44})$$

Numériquement, les dérivations peuvent être obtenues par les relations suivantes :

$$F_d = \frac{\overline{W}_{d+\Delta d} - \overline{W}_d}{\Delta d} \Big|_{i=cst} \quad (\text{II.45})$$

$$F_d = \frac{W_{d+\Delta d} - W_d}{\Delta d} \Big|_{\phi=cst} \quad (\text{II.46})$$

Où  $\Delta d$  représente un incrément de déplacement.

### 3-2-méthode du tenseur de maxwell :

L'analyse tensorielle est un formalisme magnétique particulièrement utile pour étudier une large variété de systèmes physiques. Le tenseur de maxwell permettra d'étudier la force s'exerçant sur un matériau de volume  $V$ , en connaissant seulement la répartition du champ aux différents points d'une surface fermée  $S$  entourant le volume en question.

Le tenseur de maxwell  $\vec{T}$  peut alors prendre la forme suivante :

$$\vec{T} = \begin{Bmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

$$\tau_{mn} = \mu_0 \left( H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} (H^2) \right) \quad (\text{II.48})$$

On obtient finalement :

$$F_m = \sum_{n=1}^3 \left( \frac{\partial \tau_{mn}}{\partial x_n} \right) = \text{div} (T_m) \quad (\text{II.49})$$

$$x_1 = x ; \quad x_2 = y ; \quad x_{31} = z$$

Dans le cas des systèmes axisymétriques, les courants étant perpendiculaires au plan de l'étude, la composante axiale de la force est :

$$F_z = \mu_0 \sum_{n=1}^2 \left[ \frac{\partial}{\partial x_n} \left( H_n H_z - \frac{1}{2} \tau_{zn} (H^2) \right) - H_z \frac{\partial H_n}{\partial x_n} \right] \quad (\text{II.50})$$

### Remarque

La résultante de la composante radiale de la force est nulle, a cause de la symétrie par rapport a l'axe z.

## II.8. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons développée un modèle semis analytique simplifié .le système d'équation linéaire qu'il s'agit de résoudre s'obtient par superposition des effets de chacun des courants annulaires à symétrie axiale considérée.

Ce modèle, permet d'analyser les modifications de la distribution du champ électromagnétique, pour un système à vide (sans charge) comme il peut être entendu à un système avec charge et cela fait l'objet d'un le prochain chapitre.

Le modèle développé est appliqué à une électrovanne avec une charge présentant une symétrie axiale.

### III.1. Introduction

Ayant développé des modèles mathématiques et numériques pour la modélisation des phénomènes électromagnétiques, il s'agit maintenant de les valider et les appliquer à des cas réel.

Pour cette raison, ce chapitre sera consacré à la modélisation d'une électrovanne électromagnétique.

Ce dispositif est de géométrie cylindrique et son principe de fonctionnement est déjà illustré au niveau du chapitre I. La simulation de fonctionnement de l'électrovanne est effectuée sous Matlab en résolvant le modèle mathématique développé par l'approche semi analytique. Ce chapitre est achevé par une discussion des résultats obtenus.

### III.2. Présentation de l'actionneur électromagnétique axisymétrique

#### III.2.1. Description générale

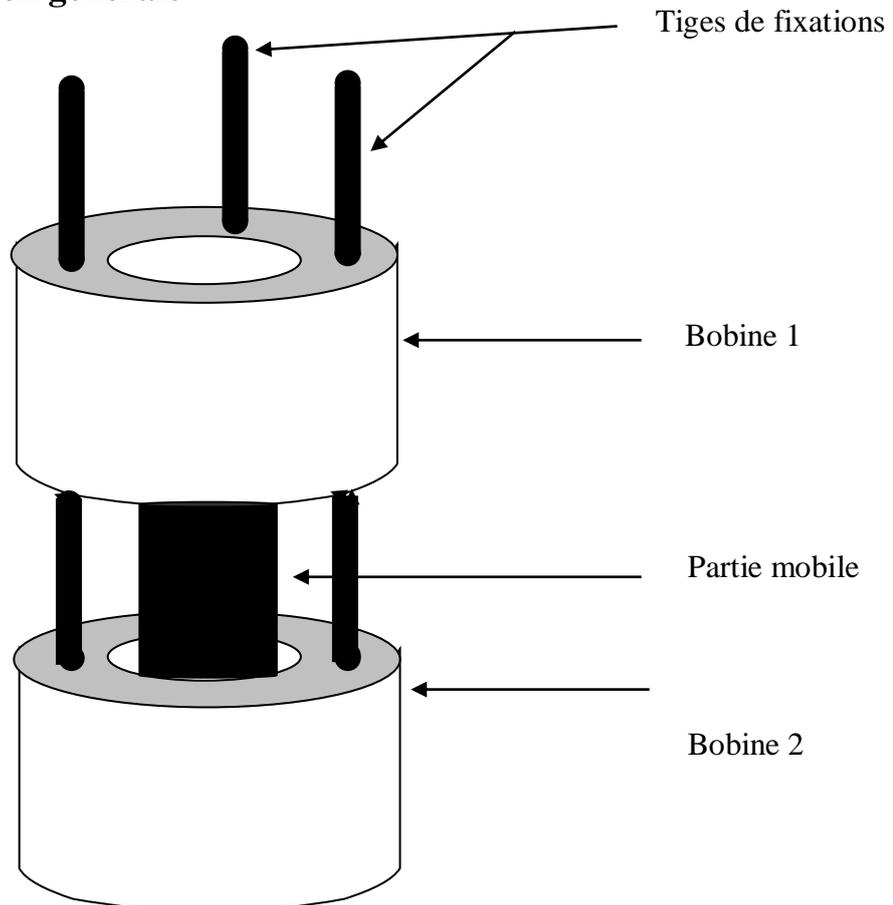


Figure III.1. Schéma de l'actionneur électromagnétique prototype

Sous l'effet des forces magnétiques, la partie mobile située à un moment donné à une distance non nulle de son état initial, est propulsée vers le bas, ce qui la ramène à sa position avec une certaine vitesse, donc pourvue d'une énergie cinétique. Cette dernière est transférée à l'enclume par choc mécanique. Ceci fait du dispositif un système électromagnétique – mécanique.

### III.2.2. Présentation d'une électrovanne



Figure III.2. Modèle géométriques de l'électrovanne

### III.3. Résultats et discussion

Pour commencer, on étudie la distribution du champ électromagnétique dans notre dispositif dans le cas où en appliquant un courant continue de valeur  $I=50$  A; aux bornes de la bobine de l'inducteur.

Les figures (III.3), (III.4) et (III.5) représentent respectivement, les lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique, et la variation de ce dernier suivant un chemin radiale et axiale.

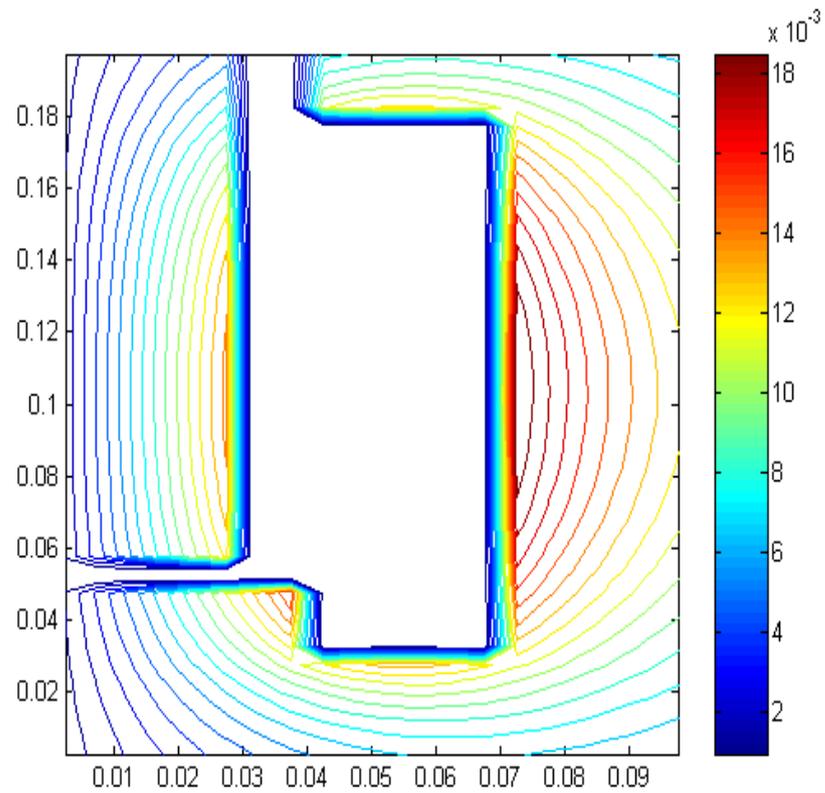


Figure III.3. Lignes equipotielles du potentiel vecteur magnétique

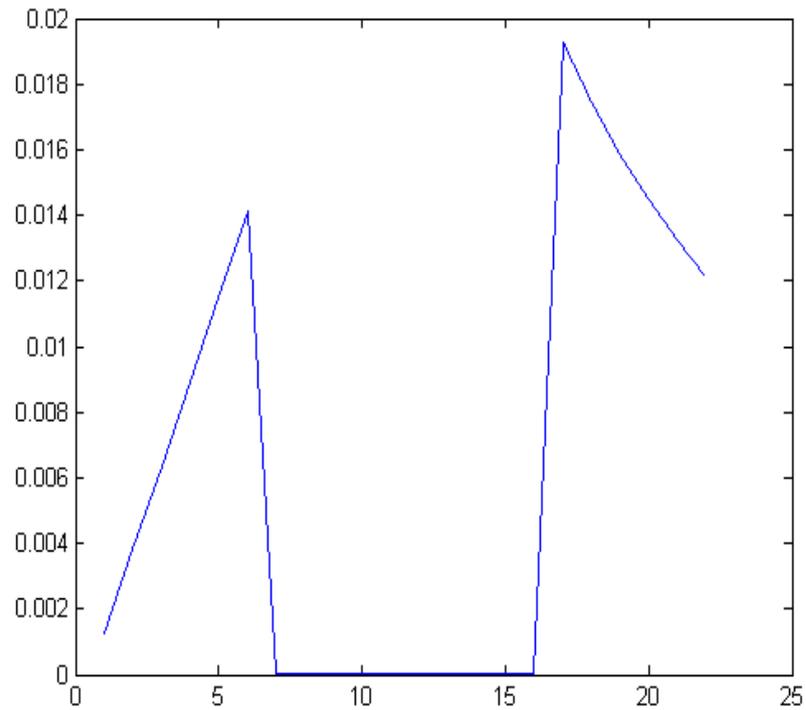


Figure III.4. Variation du potentiel vecteur magnétique suivant un chemin radial

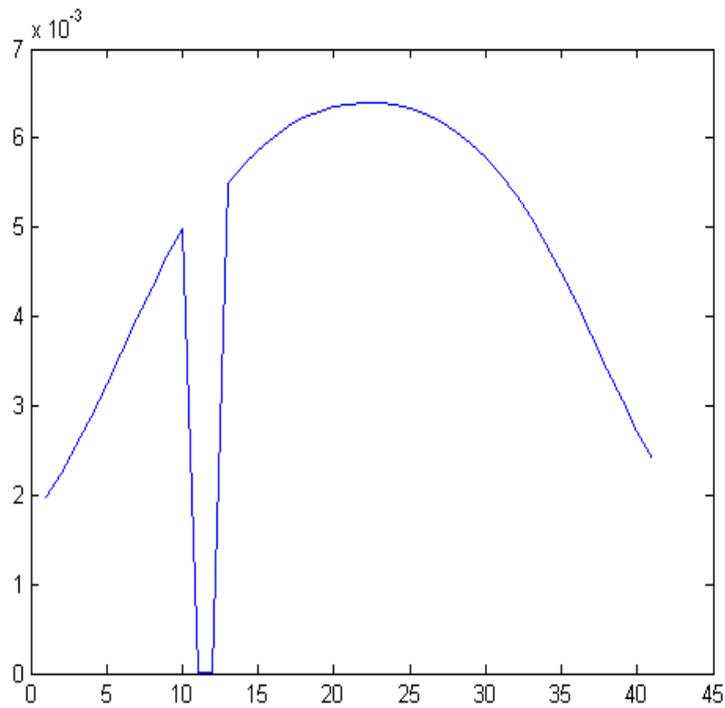


Figure III.5. Variation du potentiel vecteur magnétique suivant un chemin axial

Idem pour la distribution de l'induction magnétique, les résultats sont représentés par les figures (III.6), (III. 7) et (III.8).

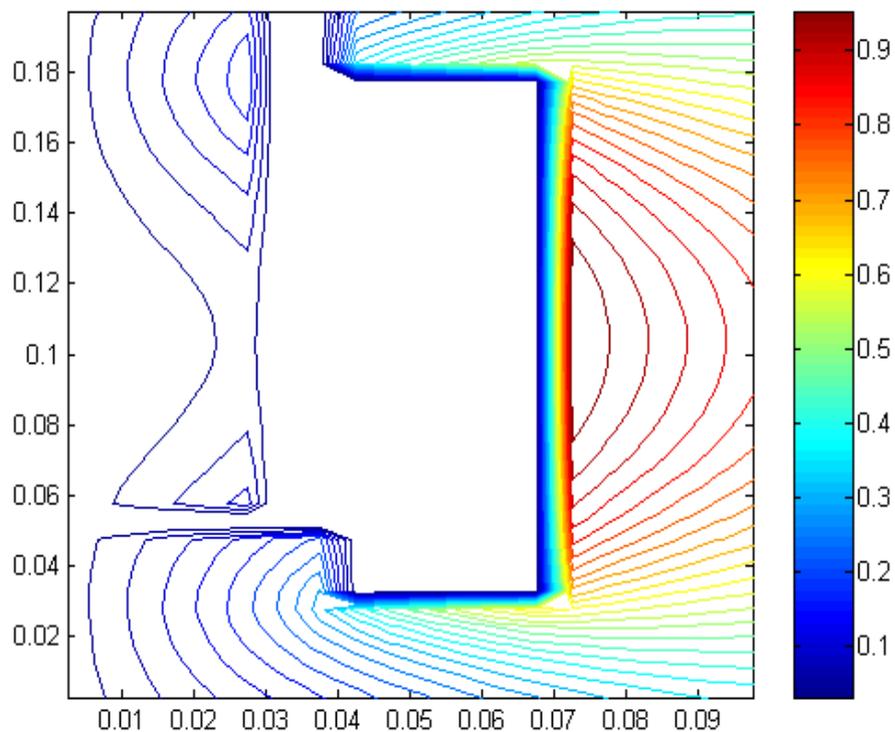


Figure III.6. Lignes équipotentielles de l'induction magnétique

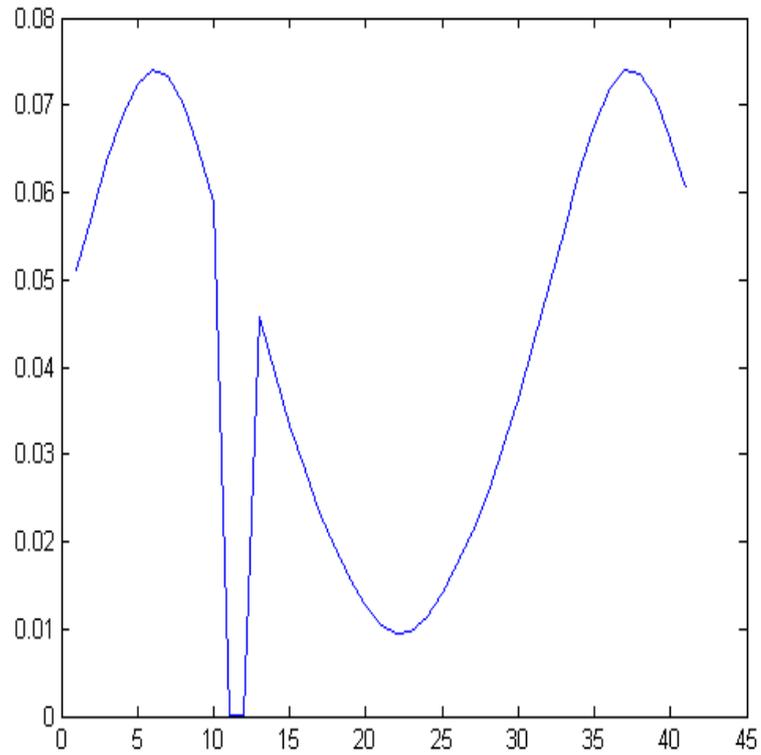


Figure III.7. Variation de l'induction magnétique suivant un chemin radial

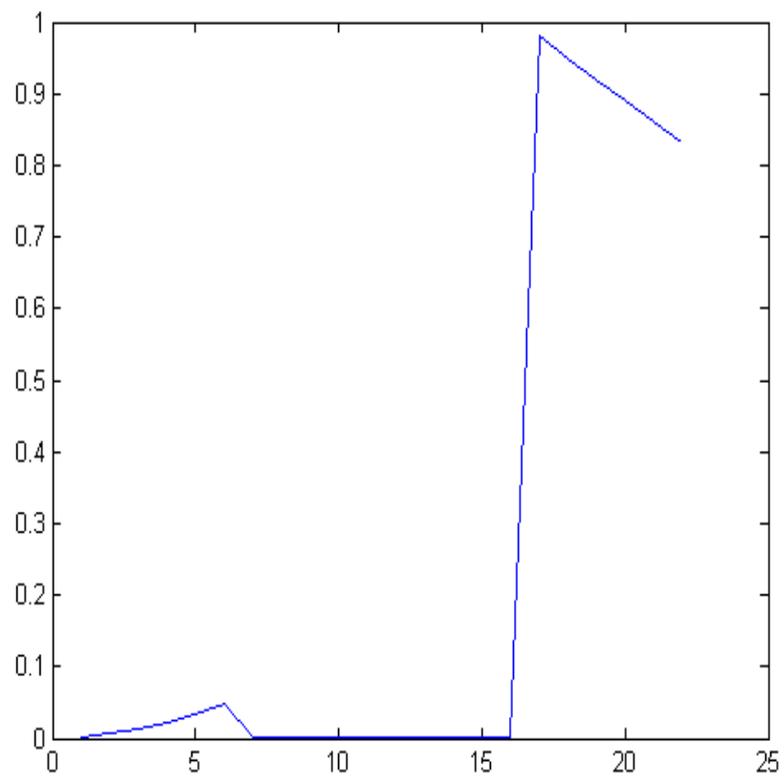


Figure III.8. Variation de l'induction magnétique suivant un chemin axial

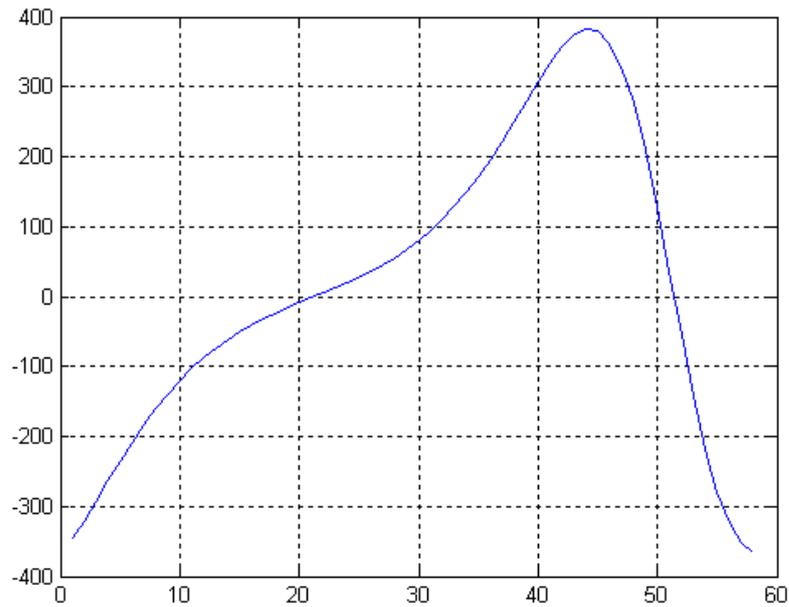


Figure III.9. Variation de l'induction magnétique suivant un chemin axial

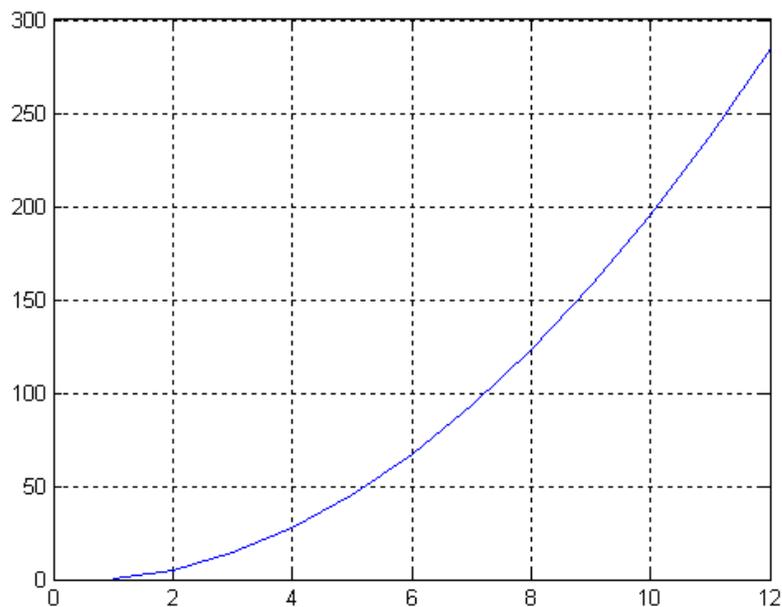


Figure III.10. Variation de l'induction magnétique suivant un chemin axial

Les résultats de simulation de la force magnétique, représentés par les deux figures précédentes concordent parfaitement avec la théorie d'électrotechnique.

Le temps de calcul de simulation est de 7 secondes, ceci montre le gain en temps de simulation lors de l'utilisation de cette méthode.

### **III.4. Conclusion**

Dans ce chapitre, le modèle mathématique développé en chapitre II est concrétisé par la simulation des grandeurs électromagnétique décrivant le fonctionnement d'une électrovanne. Cette méthode conduit à la détermination précise des différentes grandeurs électromagnétiques en fonction des dimensions et caractéristiques de notre électrovanne.

Les résultats de simulation obtenus ont montrées leurs concordances avec la théorie générale du l'électrotechniques. Le temps de calcul de simulation est remarquable lors de la simulation sachant que ce temps est considérable lors de la simulation par les méthodes numériques telle que la méthode des éléments finis.

## ***CONCLUSION GÉNÉRALE***

L'objectif de ce travail était de comprendre et de représenter la démarche de modélisation semis analytique, fondée sur une formulation du problème en terme de potentiel vecteur magnétique, exploitée pour simuler le fonctionnement d'une électrovanne.

Une connaissance à priori sur les électrovannes et ces caractéristiques, ainsi qu'une représentation des outils de modélisation électromagnétiques forment un bagage primordiale pour atteint l'objectif principale de ce mémoire.

Pour calculer les grandeurs électromagnétiques décrivant le fonctionnement et le comportement d'une électrovanne, nous avons développé une démarche semis analytique basée sur le calcul du champ électromagnétique. Cette démarche offre différents avantages notamment la rapidité et la précision dans les calculs.

La modélisation d'une électrovanne élaborée au cours de ce travail, basé sur la modélisation semis analytique, reste un moyen souple pour un calcul du champ précis, très rapide, et ne nécessite pas un grand espace mémoire ; malgré ses hypothèses simplificatrices (d'où le modèle bidimensionnel adopté), et la difficulté de son développement.

Comme suite à ce travail, on peut faire l'optimisation et la conception d'une électrovanne. Les différentes grandeurs électromagnétiques calculées sont des éléments importants de le processus d'optimisation.

En réalité pour faire une bonne conception de notre machine, il sera mieux d'une part de prendre en compte d'autre phénomènes qui régissent la structure étudiée tels que :

- ▲ L'échauffement de l'électrovanne (la température dans les conducteurs ne doit pas atteindre ou dépasser un valeur admissible)

▲ L'effet vibratoire de l'électrovanne, dû aux efforts électromagnétiques, aérodynamiques et mécaniques....

Et d'autre part d'utiliser des méthodes d'optimisation stochastiques (algorithme génétique, ...) qui ne nécessitent pas la convexité de la fonction objectif, pour trouver l'optimum global, et le point de départ.

# Bibliographie

**[1] Frédéric WURTZ**

"Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machine électriques"  
Thèse de docteur de l'institut national polytechnique de Grenoble. Mai 1996.

**[2] Stanly Robert HOLM**

"Modelling and Optimization of a Permanent Magnet Machine in a Flywheel"  
Thèse de docteur de l'université technique de Netherlands. Novembre 2003.

**[3] Rodney REZNDE SALDANHA**

"Optimisation en électromagnétisme par application conjointe des méthodes de programmation non linéaire et de la méthode des éléments finis "  
Thèse de docteur de l'institut national polytechnique de Grenoble. Novembre 1988.

**[4] Hervé ROISSE**

"Contribution à la modélisation des systèmes électromagnétiques par la méthode des réseaux de permeances des couples. Application aux machines synchrones à aimants permanents "  
Thèse de docteur de l'université LILLE. Janvier 1998.

**[5] L. GASC**

"Conception d'un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile approches par la structure et par la commande "  
Thèse de docteur de l'université LILLE. Janvier 1998.

**[6] Abou Dramane KONE**

"Contribution à la conception des actionneurs électriques par formulation en termes d'optimisation"  
Thèse de docteur de l'institut national polytechnique de Toulouse. Janvier 1993.

**[7] Jan-Willem Pustjens**

<https://tameson.fr/pages/electrovannes-leur-fonctionnement>.

**[8] Lionel Favre**

"Etude et amélioration d'une électrovanne", Travail de Bachelor, Haute école spécialisée de Suisse occidentale, Diplôme 2017.

**[9] BEDOUD KHOULOUD**

" Modélisation et diagnostic de défaillance d'une électrovanne pneumatique",  
Memoir de Magister, Université BADJI MOKHTAR – Annaba, 2010.

**[10] Lyes AOMAR**

" Approche analytique pour la conception et l'optimisation d'une machine synchrone à aimants permanents " , Mémoire de magister en électrotechnique de l'université de Jijel, 2006.

**[11] Rachid IBTIOUENE**

"Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insères"

Thèse de docteur de l'institut national polytechnique de Lorraine. Octobre 1993.

**[12] Lyes AOMAR**

" Calcul tridimensionnel des courants induits dans des dispositifs électromagnétiques par la méthode intégrale PEEC et par une approche Intégré-Différentielle"

Thèse de doctorat en électrotechnique, université de Jijel. 2019.

**[12] Hassane MOHELLEBI**

"Elaboration de modèles analytico-numeriques 2D pour l'étude de systèmes électromagnétiques"

Thèse de doctorat d'état de l'université de Tizi-Ouzou

**[13] Tarik HACIB**

"Utilisation de la méthodologie du problème inverse pour la caractérisation des matériaux et l'optimisation de forme en électrotechnique "

Thèse de magister en électrotechnique de Jijel. 2004

---

## Résumé

La modélisation à base de calcul du champ électromagnétique des dispositifs électromagnétique constitue une étape déterminante pour l'exploitation optimale de ces appareils et également pour leur conception. Dans ce contexte, on a développé la méthode semi analytique pour le calcul de l'induction magnétique et de la force magnétique engendrée par une électrovanne.

Notre objectif était de développer une démarche semis analytique utilisée pour décrire et modéliser la structure étudiée, ensuite appliqué l'une des méthodes d'optimisation selon des objectifs et des contraintes données.

---

## Abstract

Modeling based on the calculation of the electromagnetic field of electromagnetic devices is a crucial step for the optimal operation and design of these devices. In this context, a semi-analytical method was developed for calculating the magnetic induction and magnetic force generated by a solenoid valve. Our objective was to develop a semi-analytical approach to describe and model the studied structure, and then apply one of the optimization methods according to given objectives and constraints.

---

## ملخص

لنمذجة القائمة على حساب المجال الكهرومغناطيسي للأجهزة الكهرومغناطيسية تشكل خطوة حاسمة لاستغلال هذه الأجهزة بشكل أمثل وأيضًا لتصميمها. في هذا السياق، تم تطوير طريقة شبه تحليلية لحساب الحث المغناطيسي والقوة المغناطيسية الناتجة عن صمام الملف اللولبي. كان هدفنا هو تطوير نهج شبه تحليلي لوصف ونمذجة الهيكل المدروس، ثم تطبيق إحدى طرق التحسين وفقًا للأهداف والقيود المحددة.