

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA JIJEL

Faculté des sciences et de la technologie

Département d'Electrotechnique

N° :/2024

MEMOIRE DE MASTER

DOMAINE: Sciences et Technologie

FILIERE: Electrotechnique

SPECIALITE: Machines Electriques

Thème

CONCEPTION OPTIMALE D'UN DISPOSITIF ELECTROMAGNETIQUE

Présenté Par : KARA Nadir

Encadré par : Kheireddine BOURAHLA

MERROUCHE Yaaqoub

Date de soutenance : 1/07/2024

Jury de Soutenance

Président : BELLI Zoubida

Grade : Professeur

Univ. MSB Jijel

Encadreur : BOURAHLA Kheireddine

Grade : MAB

Univ. MSB Jijel

Examineur : AOMAR Lyes

Grade : MCA

Univ. MSB Jijel

Promotion : 2023 /2024

Remerciement

Avant tout nous remercions le bon dieu, pour nous avoir accomplir ce travail à des bon conditions.

Nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance à notre encadreur Mr. BOURAHLA Kheireddine d'avoir bien diriger pour réaliser ce travail, par ses conseils, sa compréhension et ses encouragements.

Les membres de jury pour nous avoir honorés en acceptants de juger notre travail, ainsi que l'équipe de département de génie électrique qui a contribué à notre formation.

Nous remercions aussi tous nos amis de la promotion qui nous ont aidés à élaborer ce travail.

Enfin nous remercions tous les amis et tous personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à ceux qui sont la source de
mon inspiration et mon courage.*

*A ma très chère mère, qui ma donne toujours l'espoir
de vivre et qui n'a jamais cessé de prier pour moi.*

*A mon très cher père, pour ses encouragements et son
soutien,*

*Et surtout pour son sacrifice afin que rien n'entrave
le déroulement de mes études.*

A mes chers frères

*A ma chère sœur et à sa petite fille adorable, ma chère
"Assil"*

Atouts mes amis et mes collègues

Nadir

Dédicaces

Je dédie ce travail :

À ma chère mère, la plus belle créature que Dieu ait créée sur terre, celle qui m'a donné la vie, qui m'a entouré d'amour et d'affection, et qui fait tout pour ma réussite, que Dieu la garde et la protège,

À Mon cher père, mon école durant mon enfance, qui a été mon ombre tout au long de mes années d'études et qui m'a aidé à devenir ce que je suis aujourd'hui, que Dieu le garde et le protège,

À Mes chers frères, pour leur appui et leur encouragement,

À Mes chères sœurs, pour leurs encouragements permanents, ainsi que leurs enfants,

À toute ma famille,

À mon cher binôme : Nadir,

À mes collègues, pour leur collaboration, leurs conseils et l'ambiance de travail agréable,

À mes amis, pour leur soutien, et pour les moments de détente qui m'ont permis de garder l'équilibre.

Yaaqoub

Sommaire

Sommaire

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Conception optimale en électrotechnique

I.1. Introduction.....	3
I.2. Méthodologies de conception en électrotechnique.....	3
I.2.1. Définition et étapes de conception.....	3
I.2.2. Démarches de la conception.....	5
I.3. Optimisation en électrotechnique.....	7
I.3.1. Organisation d'un outil d'optimisation lié à une simulation numérique par éléments finis.....	8
I.3.2. Formulation Mathématique d'un Problème d'Optimisation.....	10
I.3.3. Optimum local et optimum global.....	11
I.3.4. Types de problème d'optimisation.....	11
I.3.5. Traitement des contraintes.....	13
I.4. Méthodes d'optimisation.....	17
I.4.1. Méthodes déterministes.....	18
I.4.2. Méthodes stochastiques.....	19
I.5. Choix des Méthodes d'optimisation.....	20
I.6. Optimisation par la méthode de GWO (L'optimisation du loup gris).....	21
I.6.1. Définition.....	21
I.6.2. Principe de la méthode.....	21
I.6.3. Opérateurs.....	23
I.6.4. Etapes générales de l'algorithme GWO.....	26
I.6.5. Etapes pour écrire l'algorithme GWO (organigramme).....	27
I.7. Conclusion.....	28

Chapitre II : Calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis

II.1. Introduction.....	29
II.2. Importance et intérêt de calcul du champ magnétique.....	29
II.3. Outil de calcul du champ.....	30
II.3.1. Equations de Maxwell et lois de comportement des matériaux.....	30

II.3.2. Conditions de passage.....	31
II.3.3. Hypothèses simplificatrices.....	32
II.3.4. Potentiel vecteur magnétique.....	33
II.3.5. Problème électromagnétique.....	33
II.3.5.1. Formulation magnétostatique.....	33
II.3.5.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique.....	34
II.3.6. Méthode de résolution.....	35
II.3.6.1. Méthodes analytiques	35
II.3.6.2. Méthodes semi-analytiques.....	35
II.3.6.3. Méthodes numériques.....	36
II.4. Principe de la méthode des éléments finis.....	38
II.4.1. Maillage en éléments finis.....	38
II.4.2. Approximation et construction des fonctions d'interpolation.....	39
II.4.3. Formulation intégrale de l'équation différentielles aux dérivées Partielles.....	40
II.4.3.1. Méthode des résidus pondérés.....	40
II.4.3.2. Choix de la fonction de pondération.....	40
II.4.4. Assemblage des matrices élémentaires.....	41
II.3.5. Résolution du système.....	41
II.5. Conclusion.....	42

Chapitre III : Application et résultats

III.1. Introduction.....	43
III.2. Etude de l'efficacité de la méthode d'optimisation proposée.....	43
III.3. Optimisation de la Forme d'un Actionneur à Gradient de Champ.....	49
III.3.1. Présentation de l'actionneur étudié.....	49
III.3.2. Position du Problème.....	52
III.3.3. Formulation du problème d'optimisation.....	53
III.4. Résultats obtenus.....	53
III.4.1. Résultat d'optimisation.....	55
III.5. Conclusion.....	59
Conclusion générale.....	60

Liste des figures

Figure I.1 Démarche de résolution d'un problème de conception.....	6
Figure I.2 Processus général d'optimisation.....	7
Figure I.3. Étapes d'une analyse des systèmes électromagnétiques par la méthode des éléments finis.....	9
Figure.I.4. Architecture générale d'un processus d'optimisation associé à une analyse par éléments finis.....	10
Figure I.5 Optimum local et optimum global.....	11
Figure I.6. Principales méthodes directes.....	14
Figure I.7. Principales méthodes de transformation.....	15
Figure I.8 Principales méthodes déterministes unidimensionnelles.....	18
Figure I.9 Principales méthodes déterministes multidimensionnelles.....	19
Figure I.10. Méthodes d'optimisation stochastiques.....	20
Figure I.11 : Hiérarchie sociale du loup gris.....	21
Figure I.12 : Comportement de chasse des loups gris.....	23
Figure I.13 : mécanisme de positionnement de l'agent de recherche et de l'effet de ce qui le présente..... ;;	26
Figure I.14: Organigramme de la méthode GWO.....	27
Figure II.1. Discrétisation éléments finis en deux dimensions.....	38
Figure III.1. Fonction de Rastrigin, F1, en 3D.....	44
Figure III.2. Variation de la fonction F1 avec les itérations des algorithmes utilisés.....	45
Figure III.3. Fonction F2, en 3D.....	46
Figure III.4. Variation de la fonction F2 avec les itérations des algorithmes utilisés.....	47
Figure III.5. Fonction F3 en 3D.....	47
Figure III.6. Variation de la fonction F3 avec les itérations des algorithmes utilisés.....	49
Figure III.7. Schéma de principe de l'actionneur.....	49
Figure III.8. Structure de l'actionneur étudié.....	50

Figure III.9. Détail de l'aimant et du vecteur potentiel magnétique a utilisé pour le calcul de la force.....	51
Figure III.10. Réduction de domaine d'étude.....	51
Figure III.11. Structure du maillage éléments finis de l'actionneur.....	54
Figure III.12. Distribution des lignes du champ.....	55
Figure III.13. Carte d'induction.....	55
Figure III.14. Évolution de la meilleure solution en fonction des itérations.....	56
Figure III.15. Structure optimale de l'actionneur.....	57
Figure III.16. Variation la force par rapport au déplacement de l'aimant.....	58
Figure III.16. Résultats de la référence [16], essai E1, essai E2, essai E3.....	59

Introduction générale

Dans l'industrie, la recherche de performance, de fiabilité et de rentabilité constitue l'objectif principal du processus de conception et de production des systèmes. Vu le caractère compétitif du secteur industriel, l'ingénieur ou le concepteur doit toujours être innovant tout en améliorant les produits existants et en concevant de nouveaux dispositifs plus performants. Ce travail de modélisation et de conception optimale des dispositifs électromagnétiques, longtemps basé sur l'expérience et la pratique, est aujourd'hui soutenu par des méthodes numériques avancées [1].

La majorité des outils de simulation des dispositifs électrotechniques sont basés sur des méthodes numériques comme la méthode des éléments finis, reconnue pour sa puissance et son efficacité dans l'analyse des dispositifs aux géométries complexes et aux comportements non linéaires. Cette méthode permet également de traiter les interactions de multiples phénomènes physiques avec une grande précision. En combinant ces simulations avec des méthodes d'optimisation, il est possible d'améliorer de manière significative les performances et le fonctionnement des dispositifs en régimes permanent et transitoire [1].

Cependant, l'optimisation basée sur un modèle numérique du calcul du champ électromagnétique est une tâche complexe. La validité du processus dépend à la fois des résultats de l'analyse numérique et de l'algorithme d'optimisation utilisé. Le choix de cet algorithme, qu'il soit déterministe ou stochastique, représente souvent un dilemme en raison de la spécificité des problèmes traités et des besoins des concepteurs.

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons à l'association de la méthode des éléments finis et la méthode du loup gris GWO pour l'optimisation géométrique de dispositifs électromagnétiques. Cette approche innovante vise à améliorer les performances des actionneurs en ajustant leur géométrie de manière optimale, tout en respectant les contraintes physiques et économiques.

Pour atteindre cet objectif, nous allons faire un couplage entre MATLAB et le logiciel de modélisation électromagnétique « FEMM ».

Ce mémoire est structuré en trois chapitres pour explorer en détail cette méthode et ses applications pratiques. Le premier chapitre présente un état de l'art des techniques d'optimisation appliquées à la conception en électrotechnique, De plus on va présenter

les différentes méthodes déterministes et stochastiques qui peuvent être utilisé pour modéliser un dispositif électrotechnique. Détaillant la méthode du loup gris (GWO).

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des équations de Maxwell qui permet de traduire le comportement de tous les systèmes électromagnétiques, ensuite en va présenter la méthode des éléments finis et son emploi en électrotechnique pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous allons appliquer ces concepts à un actionneur électromagnétique. Nous rechercherons les paramètres géométriques optimaux permettant de fournir une force constante sur une trajectoire de longueur spécifiée.

Le mémoire se termine par une conclusion générale et des perspectives pour les futurs travaux de recherche dans ce domaine.

Chapitre I

Chapitre I

Conception optimale en électrotechnique

I.1. Introduction

Aujourd'hui, la conception optimale des systèmes de l'ingénierie est en pleine évolution. En effet la forte concurrence économique en matière de qualité, prix, design, innovation technologique et durée de renouvellement des produits, pousse des entreprises à abandonner les processus de conception classique basés sur l'expérience, l'intuition et le savoir-faire des concepteurs. De plus, l'influence des facteurs humains peut parfois générer des résultats erronés ou peu précis, Ce qui a motivé l'adoption d'une nouvelle approche, appelée la conception optimale assistée par ordinateur [2].

Dans ce chapitre, on va présenter la procédure suivie lors d'une conception optimale d'un dispositif électromagnétique. Dans ce but, on va présenter quelques méthodes mathématiques utilisées dans la résolution d'un problème d'optimisation. Nous allons commencer par la présentation de quelques définitions nécessaires de conception optimale, ainsi que par l'exposition de concepts de base importants, tels que la formulation mathématique d'un problème d'optimisation.

Après, nous allons consacrer une section aux problèmes d'optimisation non contraints, dans laquelle seront présentées les méthodes d'optimisation les plus connues et les plus utilisées.

Ensuite, nous allons présenter une section consacrée aux problèmes d'optimisation contraints et aux méthodes utilisées pour leur résolution.

I.2.Méthodologie de conception en électrotechnique

I.2.1. Définition et étapes de conception

La conception implique de définir un dispositif ou un système, composé de plusieurs éléments, qui répond à un critère ou à un besoin spécifié comme objectif dans un cahier des charges précis. Ce dernier doit inclure toutes les exigences à atteindre, qu'elles soient en termes de performances, de spécifications, de contraintes techniques, économiques ou d'espace, etc... [2][3].

Le processus de conception peut être subdivisé en deux étapes fondamentales : d'abord, la sélection de la structure à concevoir, puis le calcul des dimensions de cette structure sélectionnée.

a) Choix de la structure du dispositif

La première phase d'une méthodologie de conception implique de déterminer la configuration du dispositif capable de répondre aux exigences énoncées dans le cahier des charges, qui comprend généralement les performances à atteindre et les contraintes à respecter [3][4].

Dans cette étape, il est essentiel de rassembler les connaissances nécessaires concernant les solutions possibles, qu'elles soient existantes ou innovantes, puis de choisir celle qui répond le mieux au cahier des charges.

Cette phase requiert de la créativité ou de l'expérience. En effet, on s'appuie généralement sur l'expérience, le savoir-faire ou des analogies avec des applications similaires déjà abordées [3].

En pratique, une étude préliminaire de toutes les solutions possibles doit être réalisée, permettant de faire un premier choix basé sur une vérification plus ou moins satisfaisante du cahier des charges. Le choix définitif du dispositif n'est confirmé qu'à la fin de la deuxième étape [3].

b) Dimensionnement de la structure choisie

Une fois la structure du dispositif choisie lors de la première étape, la deuxième étape consiste à déterminer les paramètres géométriques, ainsi que, si nécessaire, les paramètres physiques et de commande du dispositif, afin de répondre aux performances requises et de respecter les contraintes définies dans le cahier des charges [2][5][6].

Dans cette étape, on utilise des modèles mathématiques développés au préalable pour relier quantitativement les paramètres descriptifs d'un système (paramètres géométriques, physiques et de commande) aux paramètres caractéristiques du dispositif (comme le facteur de puissance, le rendement, la force de démarrage d'un moteur linéaire à induction, etc...), en particulier ceux mentionnés dans le cahier des charges. Toutefois, dimensionner une structure correspond à l'opération inverse : il s'agit de déterminer les grandeurs descriptives du dispositif afin de répondre aux caractéristiques et aux conditions de fonctionnement définies dans le cahier des charges [2][3][5].

L'existence d'une solution n'est pas toujours garantie, surtout si le cahier des charges est trop contraignant ou irréaliste, ou si la structure choisie pour le dispositif n'est pas bien adaptée à ces exigences [2][3][5]. À l'inverse, plusieurs solutions, voire une infinité, peuvent se présenter, ce qui correspond à un cahier des charges réalisable. Dans ce cas, il faut identifier ces solutions et sélectionner la meilleure en se basant sur un ou plusieurs critères choisis arbitrairement ou déduits naturellement du cahier des charges.

Ainsi, pour dimensionner un dispositif, il est nécessaire de le modéliser, puis de disposer d'une méthodologie pour réaliser l'inversion du modèle correspondant. La plupart des logiciels de génie électrique offrent la possibilité d'une simulation assistée par ordinateur des divers modèles des dispositifs électriques (comme DIFIMIDI, FLUX2D, FLUX3D, MAXWELL, ANSYS, SABER, etc...). Certains logiciels sont spécifiquement dédiés au dimensionnement assisté par ordinateur, fournissant ainsi un soutien efficace à l'optimisation de la conception assistée par ordinateur des dispositifs électromagnétiques. Fournissant ainsi une assistance efficace à la conception assistée par ordinateur pour l'optimisation des dispositifs électromagnétiques, tels que ANSOFT, le module d'optimisation de MAXWELL, Toolbox d'optimisation de MATLAB, et d'autres encore [2][3][5].

À la fin de cette deuxième étape, un choix définitif peut être fait en se basant sur les résultats du dimensionnement des différentes structures.

I.2.2. Les démarches de la conception

La conception représente la première étape cruciale de tout produit industriel, au cours de laquelle tous les paramètres nécessaires à sa réalisation sont définis pour répondre aux exigences spécifiées dans le cahier des charges. Lorsqu'elle est effectuée de manière appropriée, la conception vise à maximiser l'optimisation du produit et de son processus de fabrication.

La démarche de conception semble simple et séquentielle comme illustrée sur la figure I.1. À partir d'un cahier des charges clairement exprimé, le concepteur a la tâche de le traduire dans l'un des formalismes mathématiques que nous verrons dans la suite. Ensuite vient sa résolution au moyen d'un algorithme ou méthode d'optimisation. Pour chaque formulation, il existe une multitude d'algorithmes adaptés. Enfin, l'exploitation et l'analyse des résultats par le concepteur expert permettent de valider la solution optimale obtenue [7].

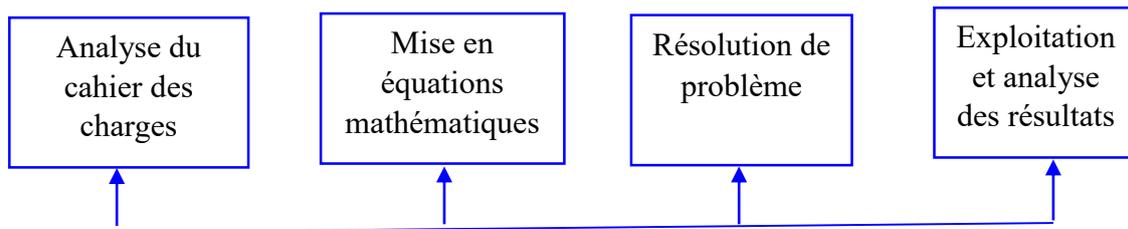


Figure I.1 Démarche de résolution d'un problème de conception.

a) Analyse du cahier des charges

Cette phase impose une caractérisation rigoureuse du dispositif à optimiser. Elle consiste à définir de façon précise :

- Le comportement et les performances souhaités (objectifs).
- Les paramètres de conception qui permettront d'influencer les performances (variables de conception aussi appelées variables objets ou variables de projet).
- Les éventuelles contraintes liées à la fabrication ou à l'utilisation du dispositif.

Cette phase est fondamentale dans le processus d'optimisation parce qu'elle conditionne les étapes suivantes. Elle n'est pas facile à aborder car le choix des variables objets n'est jamais unique.

Il est généralement recommandé de définir un problème le plus simplement possible en choisissant un minimum de paramètre. Un problème bien posé et un choix judicieux des paramètres facilitent grandement sa résolution [7].

b) Mise en équations mathématiques

Cette phase consiste à traduire le problème de conception, décrit par le cahier des charges, à un problème mathématique équivalent. C'est l'étape la plus délicate du processus de conception car, là aussi, la formulation d'un problème n'est jamais unique, en particulier la définition des fonctions caractérisant les performances du système [8].

Elle consiste à définir de façon précise :

- La fonction objective.
- Les paramètres de conception.
- Les éventuelles contraintes liées à la fabrication ou à l'utilisation du dispositif, et donc exprimées dans le cahier des charges.
- Les contraintes ajoutées par le concepteur.

c) Résolution du problème d'optimisation

Après avoir fait la formulation mathématique du problème physique qui consiste à définir la fonction objectif, les contraintes et les variables de conception, la conception choisit un algorithme d'optimisation permettant de trouver une solution dans l'espace de recherche tout en respectant les exigences du cahier des charges [8].

d) Analyse et exploitation des résultats

Une fois le problème résolu, il est impératif d'évaluer la qualité de la solution et en cas d'échec de s'interroger sur les choix adoptés lors des phases précédentes. On attribue souvent l'échec de l'optimisation à la méthode de recherche employée pour la localisation de l'optimum ou à la sensibilité des paramètres de cette méthode alors que le problème est peut-être mal formulé [8].

I.3. Optimisation en électrotechnique

La méthode de conception en électrotechnique implique de déterminer, à partir d'un cahier des charges, une solution qui optimise une fonction objective. Cette fonction objective est une formulation mathématique des objectifs à atteindre, tels que la minimisation de la masse totale d'une structure ou la maximisation du couple dans une machine électrique, par exemple. Les étapes clés de cette approche sont détaillées dans la figure I.2.

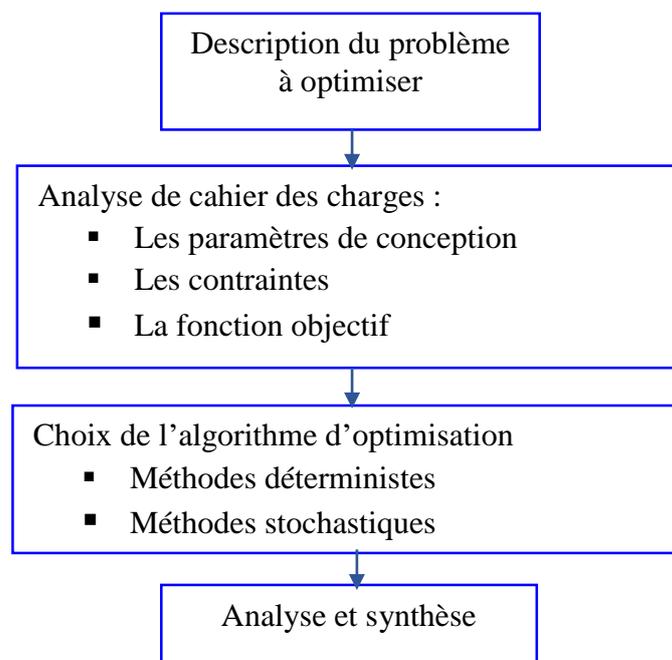


Figure I.2 Processus général d'optimisation.

Après avoir sélectionné le système, il est nécessaire d'évaluer de manière quantitative les variables qui définissent le fonctionnement et les caractéristiques du système, en particulier celles spécifiées dans le cahier des charges, en fonction des paramètres descriptifs du système. Cette étape correspond à l'analyse ou à la modélisation du système. Les modèles les plus couramment utilisés dans la littérature sont les modèles analytiques et les modèles numériques tels que les éléments finis.

Le modèle analytique est considéré comme un outil fondamental dans le domaine de la conception, particulièrement lorsque le système n'est pas clairement défini. Il permet de prendre en compte tous les phénomènes qui caractérisent le fonctionnement d'un système : électriques, magnétiques, thermiques et mécaniques. Ces modèles offrent plusieurs avantages, notamment leur rapidité et leur capacité à prendre en considération une grande variation de tous les paramètres du système.

En raison de leurs avantages, la plupart des recherches portant sur la conception des machines électriques privilégient l'utilisation de modèles analytiques [9].

Cependant, malgré ces avantages, l'élaboration de ces modèles requiert une solide expertise technique et une bonne compréhension de la modélisation. En dépit de cela, les modèles analytiques souffrent généralement d'un manque de précision, en particulier en présence de phénomènes physiques tels que la saturation des matériaux magnétiques.

Le modèle numérique recourt généralement à la méthode des éléments finis en raison de sa robustesse et de ses capacités à analyser des géométries complexes, ainsi qu'à prendre en compte avec précision la non-linéarité magnétique. Cependant, l'inconvénient majeur associé à ce modèle est le temps de calcul significatif, surtout lorsqu'il est intégré dans un processus d'optimisation où l'évaluation de la fonction objectif pour différentes variables de conception nécessite plusieurs analyses par éléments finis.

I.3.1. Organisation d'un outil d'optimisation lié à une simulation numérique par éléments finis

L'intégration d'une analyse numérique dans un processus d'optimisation pour étudier un système nécessite une approche spécifique, car l'évaluation de la fonction objectif à chaque étape du processus requiert au moins une analyse numérique réalisée par une routine externe à l'outil d'optimisation.

De plus, les dispositifs électrotechniques sont généralement caractérisés par des géométries et des comportements physiques complexes, ce qui pose des défis pour l'obtention

de résultats à partir d'une modélisation numérique. Un tel modèle effectue plusieurs tâches avant de fournir un résultat : il génère la géométrie du dispositif, réalise le maillage du domaine d'étude, définit les conditions aux limites et résout le système d'équations. Toutes ces étapes doivent être effectuées chaque fois que le processus d'optimisation a besoin de nouveaux résultats pour évaluer la fonction objectif ainsi que les nouvelles valeurs des paramètres de conception, pouvant être géométriques, physiques ou les deux simultanément.

L'agencement d'un outil d'optimisation couplé à une modélisation numérique des systèmes électrotechniques est conçu de manière à permettre l'échange d'informations et de résultats entre les deux modules.

Les figures I.3 et I.4 illustrent respectivement les étapes distinctes d'un modèle par éléments finis pour l'analyse des dispositifs électromagnétiques et l'architecture globale d'un outil d'optimisation associé à une modélisation numérique du système à optimiser.

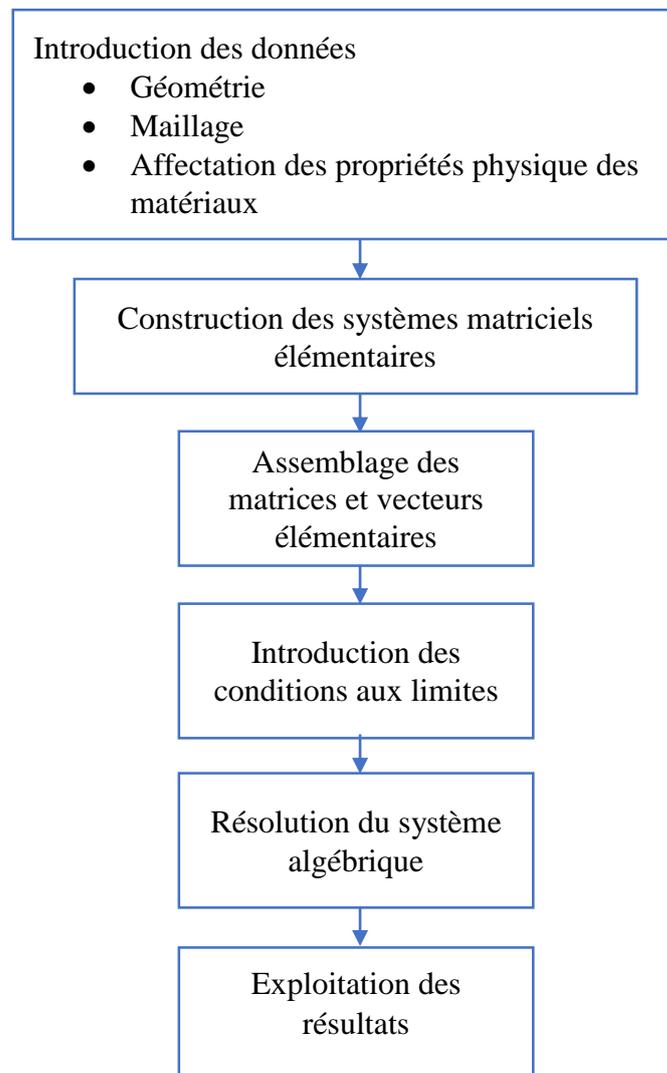


Figure I.3. Étapes d'une analyse des systèmes électromagnétiques par la méthode des éléments finis.

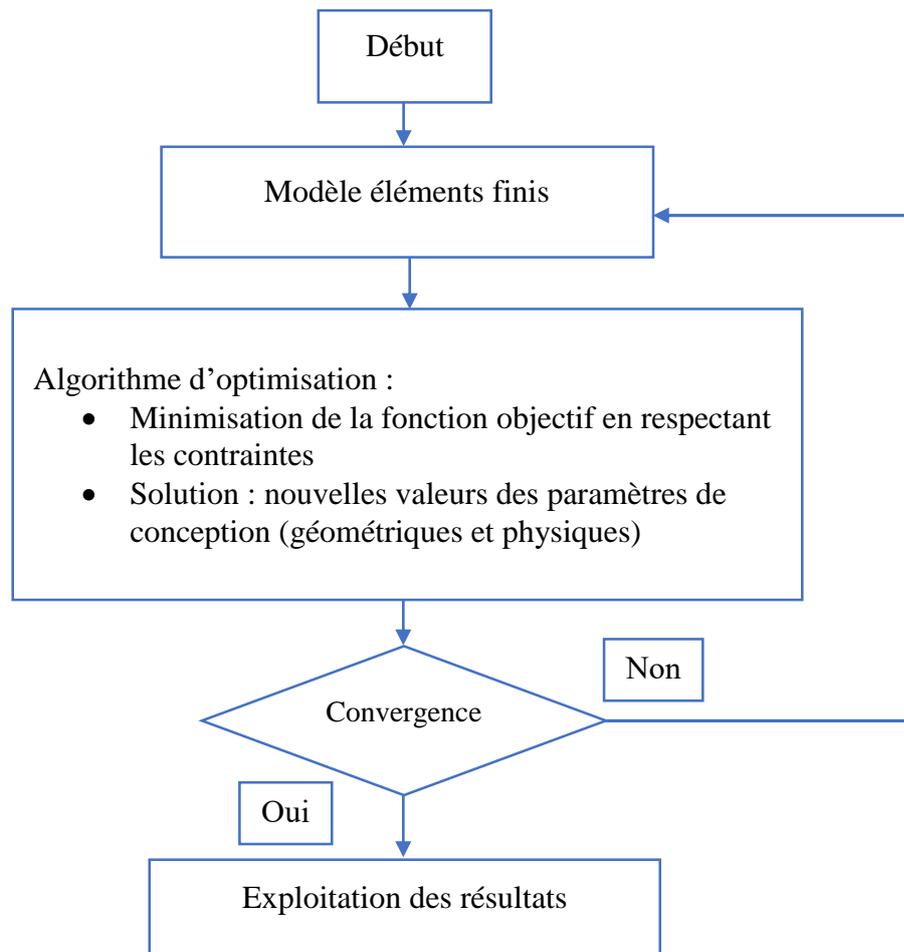


Figure.I.4. Architecture générale d'un processus d'optimisation associé à une analyse par éléments finis.

La fonction objectif est évaluée à partir de la résolution numérique du problème électromagnétique qui est dans la plupart des cas non-linéaire et faisant intervenir plusieurs phénomènes couplés (électrique, magnétique, mécanique et thermique). De plus, dans les algorithmes d'optimisation déterministes d'ordre égal ou supérieur à 1, on a besoin d'un calcul supplémentaire des dérivées de la fonction objectif par rapport aux paramètres de conception. La phase correspondante au calcul des gradients est nommée analyse de sensibilité.

I.3.2. Formulation Mathématique d'un Problème d'Optimisation

Un problème d'optimisation de dimension n peut être exprimé de manière générale par la formulation suivante [7] :

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) \in R^n \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, P \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, q \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} & k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Où

$f(x)$ est le critère à minimiser appelé aussi fonction objectif

x est un vecteur à n variables x_k qui représentent les paramètres du problème à optimiser

$g_i(x)$ et $h_j(x)$ représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité

$x_{k \min}$ et $x_{k \max}$ désignent les contraintes de domaine

R^n est l'espace de recherche borné par les contraintes de domaine.

La résolution d'un problème d'optimisation consiste à trouver un ensemble de paramètres, noté x^* , pour lesquels la fonction objective atteint une valeur minimale, tout en satisfaisant les contraintes imposées, qu'elles soient d'égalité, d'inégalité ou de domaine [10].

I.3.3. Optimum local et optimum global

Il est important de comprendre la distinction entre un optimum global et d'autres optima locaux. La figure ci-dessous illustre les solutions d'une fonction objectif f à une variable x [11].

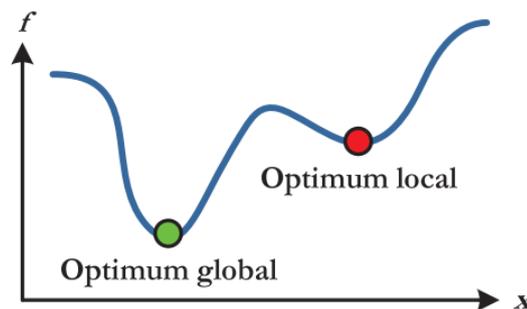


Figure I.5 Optimum local et optimum global [11].

Lorsqu'une fonction ne contient qu'un minimum local, elle est dite unimodale. Dans le cas contraire, elle est dénommée multimodale [12].

I.3.4. Types de problème d'optimisation

On peut classifier les problèmes d'optimisation en deux catégories principales en fonction de la présence ou de l'absence de contraintes : les problèmes d'optimisation sans contraintes et ceux avec ou sous contraintes.

a) Problème d'optimisation sans contraintes

Un problème d'optimisation est considéré comme non contraint lorsqu'il ne comporte pas de fonction contraignante, c'est-à-dire que les fonctions $g_i(x)$ et $h_j(x)$ du problème (P) ne sont pas définies, comme c'est le cas dans le problème (P') [12][13].

$$(P') \begin{cases} \min f(x) & x \in R^n \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} & k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (I.2)$$

La condition (I.3) donne une garantie suffisante pour affirmer que x^* représente un minimum local dans un problème sans contraintes

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) = 0 \\ H(x^*) \text{ non négative} \end{cases} \quad (I.3)$$

Où

∇ : L'opérateur nabla ;

∇f : est le gradient de la fonction objectif;

$H = \nabla^2 f$ est la matrice des dérivées secondes partielles de f , appelée matrice Hessienne.

L'équation (I.4) expose les conditions d'optimalité suffisantes pour qu'un point x^* soit un minimum local.

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) = 0 \\ H(x^*) \text{ positif} \end{cases} \quad (I.4)$$

b) Problème d'optimisation avec contraintes

Un problème d'optimisation (P) est qualifié de contraint s'il inclut au moins une fonction contraignante $g_i(x)$ ou $h_j(x)$ [10].

$$(P) \begin{cases} \min f(x) & x \in R^n \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, q \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} & k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (I.5)$$

Si l'on suppose que la contrainte d'égalité $h_j(x) = 0$ peut être exprimée par deux contraintes d'inégalité, $h_j(x) \leq 0$ et $-h_j(x) \leq 0$, alors le problème (I.5) est équivalent à celui présenté par (I.6) [14].

$$(P) \begin{cases} \min f(x) & x \in R^n \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, m = p + 2q \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} & k = 1, \dots, n \\ x \in R^n \end{cases} \quad (I.6)$$

La présence de fonctions contraintes dans un problème d'optimisation nécessite une attention particulière lors de la résolution, car une solution minimisant la fonction objective est valide uniquement si elle respecte également les contraintes établies. L'ensemble des régions de l'espace de recherche où les contraintes sont satisfaites est appelé espace réalisable ou domaine admissible. À l'inverse, l'espace irréalisable ou domaine interdit représente l'ensemble des régions de l'espace où les contraintes sont enfreintes [12],[15].

La fonction (I.7) est appelée fonction de Lagrange, elle est associée au problème (I.6) [6].

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (I.7)$$

$\lambda_i \geq 0$ sont appelé multiplicateurs de Lagrange.

La condition essentielle permettant à x^* d'être un minimum local dans un problème d'optimisation contraint est formulée au moyen des équations de Kuhn-Tucker.[16]

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^q \lambda_i \nabla g_i(x^*) = 0 \\ \lambda_i \nabla g_i(x^*) = 0 \quad i \in [1, q] \end{cases} \quad (I.8)$$

On peut écrire l'équation (I.8) à l'aide de l'équation (I.7) selon la forme suivante :

$$\begin{cases} \nabla L(x^*, \lambda^*) = 0 \\ \lambda_i \nabla g_i(x^*) = 0 \quad i \in [1, q] \end{cases} \quad (I.9)$$

I.3. 5. Traitement des contraintes

Les contraintes imposées par le cahier de charges comme les contraintes ajoutées par le concepteur doivent être prises en compte dans le problème. Il y a plusieurs choix pour le traitement des problèmes avec contraintes.

Deux méthodes existent pour traiter le problème des contraintes, la première transforme le problème contraint à un autre non contraint et la deuxième traite le problème sans modification. La première catégorie s'appelle méthodes de transformation et la deuxième s'appelle méthodes directes [11].

a) Méthodes directes

Les méthodes directes opèrent directement sur le problème contraint initial. Elles parviennent à trouver une solution soit en effectuant une série de minimisations unidirectionnelles, soit en substituant le problème d'origine par une séquence de sous-problèmes approximatifs.

Il existe plusieurs méthodes directes, parmi lesquelles nous remarquons la Programmation Quadratique Réursive, la Méthode de l'Ellipsoïde, la Méthode des Directions Admissibles, la Méthode du Gradient Réduit et la Méthode du Gradient Projeté [12]. Figure I.6

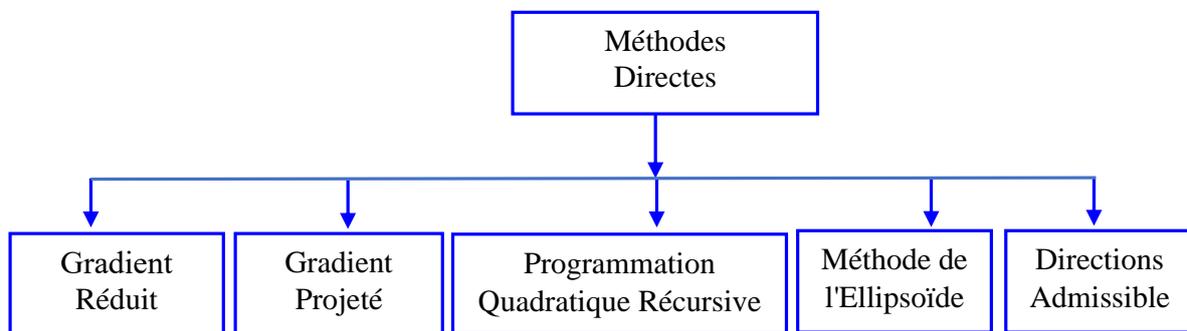


Figure I.6. Principales méthodes directes.

b) Méthodes de transformation

Les méthodes de transformation constituent une catégorie d'approches qui convertissent le problème initial, soumis à des contraintes, en un sous-problème équivalent dépourvu de contraintes. Cela s'accomplit en incorporant les contraintes de conception dans la fonction d'adaptation que nous cherchons à optimiser [8].

Une fois que le problème équivalent est établi, un algorithme d'optimisation classique sans contraintes (tel que le Gradient Conjugué, Quasi-Newton, etc.) est appliqué à ce problème pour trouver une solution. Cette solution est ensuite utilisée pour mettre à jour le problème, et ce processus est répété de manière itérative jusqu'à ce que le critère de convergence soit satisfait. Parmi les méthodes de transformation les plus utilisées, nous avons les Méthodes de Pénalités, la Méthode du Lagrangien Augmenté, la Méthode de Variables Mixtes et la Méthode des Asymptotes Mobiles, Figure I.7 [8] [12].

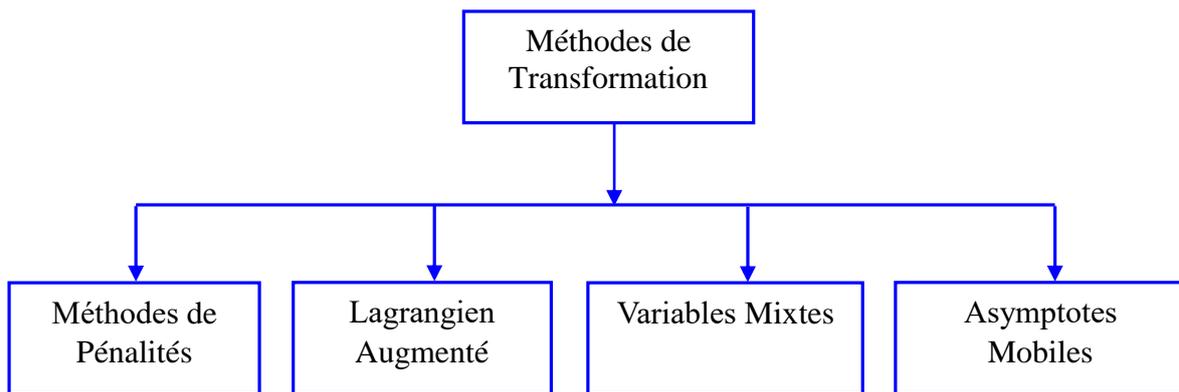


Figure I.7. Principales méthodes de transformation.

c) Méthodes de Pénalités

Les méthodes de pénalités [18],[19] et [20] sont fréquemment utilisées dans l'optimisation de problèmes contraints en raison de leur simplicité théorique et de leur grande efficacité pratique.

L'idée de ces méthodes est de remplacer la résolution du problème avec contraintes (I.5) par une suite de résolutions de problèmes sans contraintes, en introduisant dans la fonction objectif une pénalisation concernant chacune des fonctions contraintes violées, comme nous la montre l'équation (I.10).

$$(P_k)\{ \text{Min} \Phi(x, r) = f(x) + r_k \sum_{i=1}^m w(g_i(x)) \quad (\text{I.10})$$

Où :

$r_k > 0$ est un coefficient de pénalité actualisé à chaque itération du processus d'optimisation.

W est une fonction de pénalisation définie en $R^n \rightarrow R$ telle que :

$$W(y) = 0 \text{ si } y \geq 0 \quad (\text{I.11})$$

$$W(y) = +\infty \text{ si } y < 0$$

Selon la nature de la fonction de pénalité W utilisée, les méthodes de pénalités peuvent être divisées en deux classes : les méthodes de pénalités intérieures et les méthodes de pénalités extérieures.

- **Méthode de pénalité extérieure**

La fonction $h(x)$ est utilisée afin de défavoriser les positions non admissibles. La fonction de pénalité doit être continue et à dérivées continues :

$$h(x) = \sum_{i=1}^m \max^2(0, g_i(x)) \quad (\text{I.12})$$

Le problème obtenu pourrait être résolu directement pour une valeur de r suffisamment grande de telle façon que les contraintes soient satisfaites mais ce choix entraîne un mauvais conditionnement de $\varphi(x, r)$ et donc engendre un problème numérique lors de la résolution. Pour cette raison, les méthodes des pénalités sont en général résolues de manière itérative : une suite de valeurs croissantes de r est générée et à chaque itération k du processus, le problème d'optimisation sans contrainte suivant est résolu :

$$\varphi(x, r, k) = f(x) + r^k \sum_{i=0}^m \max^2(0, g_i(x)) \quad (\text{I.13})$$

Lorsque k tend vers l'infini, (I.13) devient équivalent à notre problème contraint (I.8). Le coefficient r doit être choisi supérieur à 1, et pas trop grand pour éviter le problème numérique cité précédemment ($r = 10$ est un bon compromis). En pratique, cette méthode est applicable partout. De plus, elle est facile à mettre en œuvre [12].

L'avantage de cette méthode est que le point de départ n'est pas nécessairement admissible tout en garantissant que le point final sera dans le domaine admissible ou presque.

- **Méthode de pénalité intérieure**

Dans le cas de la pénalité intérieure, on cherche à définir la fonction $h(x)$ de telle sorte que, plus la contrainte devient active, c'est-à-dire plus X_i se rapproche de la frontière du domaine admissible, plus la fonction de pénalisation $h(x)$ croît et tend vers l'infini et par conséquent, moins on a de chance de trouver le minimum proche de la frontière du domaine admissible.

Cette caractéristique montre que cette technique ne convient pas pour résoudre les problèmes possédant des contraintes d'égalités [1].

Les fonctions de pénalités intérieures les plus employées dans la littérature sont [18] :

- La fonction inverse :

$$h(x) = \sum_{i=0}^m \left(-\frac{1}{g_i(x)} \right) \quad (\text{I.14})$$

- La fonction logarithmique :

$$h(x) = -\log(-g_i(x)) \quad (\text{I.15})$$

Dans le cas de la fonction inverse, la fonction objectif du problème d'optimisation (I.6) est placée par la fonction suivante :

$$\varphi(x, r) = f(x) + r^k \sum_{i=0}^m \left(-\frac{1}{g_i(x)} \right) \quad (\text{I.16})$$

Le coefficient r est choisi grand pour que la recherche se fasse initialement loin des limites du domaine de faisabilité.

La fonction de pénalisation intérieure présente l'avantage de toujours conduire à une séquence de solutions réalisables. Néanmoins, elle a l'inconvénient majeur d'être discontinue sur l'interface entre les domaines admissible et interdit. En plus, le point de départ doit obligatoirement être dans la région admissible, ce qui conduit à la nécessité d'un algorithme supplémentaire pour le trouver. Par exemple, on choisit comme point initial celui qui minimise les pénalités ce qui permet à l'optimisation de démarrer dans une direction d'amélioration de la fonction objectif $f(x)$ [12].

I.4. Méthodes d'optimisation

Les méthodes de résolution d'un problème d'optimisation peuvent être classées en fonction de leur ordre, déterminé par la nécessité ou non de calculer les dérivées de la fonction objectif et des contraintes par rapport aux paramètres. Une méthode est considérée comme d'ordre zéro si elle demande uniquement la connaissance de la fonction elle-même. Elle est d'ordre un si le calcul des dérivées premières est requis, et d'ordre deux si elle implique également le calcul des dérivées secondes.

Les méthodes d'ordre zéro sont généralement caractérisées par une précision moindre et une convergence plus lente vers l'optimum. Cependant, elles présentent l'avantage de contourner le calcul du gradient, ce qui s'avère bénéfique lorsque la fonction n'est pas différentiable ou que le calcul de son gradient est coûteux. Cela est particulièrement pertinent dans des domaines tels que les modèles éléments finis.

Les méthodes d'ordre un accélèrent la localisation de l'optimum en exploitant l'information directionnelle fournie par le gradient. Cependant, elles sont limitées à des problèmes où les fonctions objectifs et contraintes sont continûment différentiables [1].

Elles peuvent également être classées selon d'autres critères. Cependant, le critère le plus couramment utilisé est le mécanisme de recherche de la solution optimale. Selon ce critère, il existe deux grandes familles de méthodes pour résoudre ces problèmes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

I.4.1. Méthodes déterministes

Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son cheminement vers la résolution du problème demeure constant pour un point initial donné, excluant toute intervention du hasard. Ces méthodes supposent des conditions sur la fonction à optimiser, telles que la continuité et la dérivabilité sur l'ensemble du domaine admissible. Elles sont généralement efficaces et économiques, mais requièrent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. De manière habituelle, ce sont des méthodes locales, convergent vers l'optimum le plus proche du point initial, qu'il soit local ou global [15].

a) Méthodes Déterministes Unidimensionnelles

Une méthode d'optimisation est considérée comme unidimensionnelle lorsqu'elle se focalise particulièrement sur les problèmes d'optimisation impliquant une seule variable. Parmi ces méthodes, on recense la Dichotomie, la Section Dorée et la méthode de Brent. La figure I.8 présente d'autres méthodes éminentes dans ce domaine.

En règle générale, ces méthodes demandent que la fonction objective soit unimodale, mais elles ne nécessitent pas la continuité ni la dérivabilité de la fonction. Leur approche de minimisation ou de recherche repose sur la localisation progressive du point minimal par la réduction successive de l'intervalle de recherche [11].

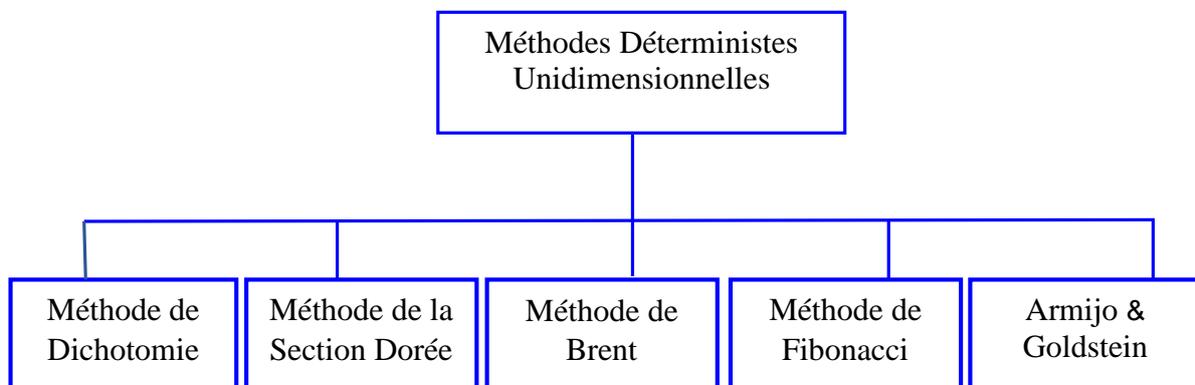


Figure I.8 Principales méthodes déterministes unidimensionnelles.

b) Méthodes Déterministes Multidimensionnelles

Nous pouvons diviser les méthodes déterministes multidimensionnelles qu'elles soient directes ou indirectes en deux groupes : les méthodes analytiques et les méthodes géométriques (heuristiques) figure I.9 [12].

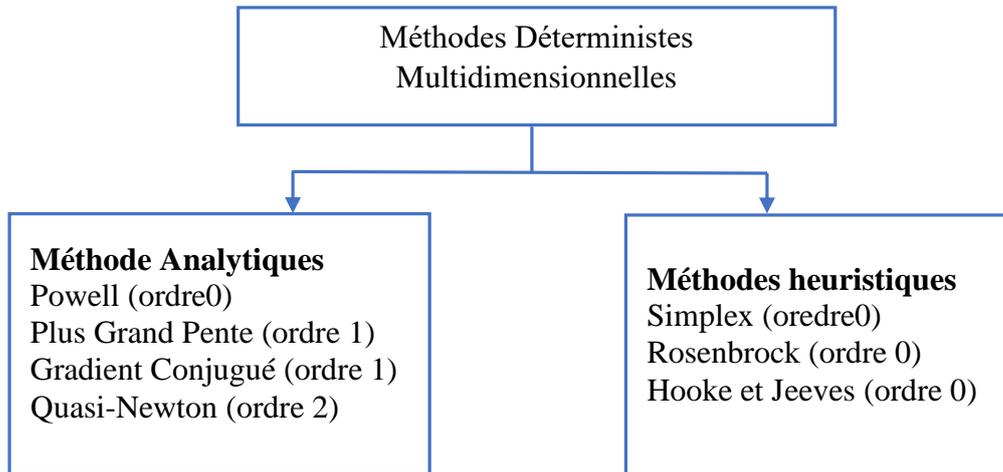


Figure I.9: Principales méthodes déterministes multidimensionnelles.

▪ Méthodes analytiques

En général, ces méthodes sont d'ordre 1 ou 2. Elles reposent sur la connaissance de la direction de recherche et convergent vers l'optimum le plus proche grâce à des minimisations successives. Parmi les méthodes analytiques, on trouve la méthode de la Plus Grande Pente, le Gradient Conjugué, la méthode de Powell et les méthodes Quasi-Newton. [11]

▪ Méthodes géométriques (heuristiques)

En règle générale, ce sont des méthodes d'ordre 0 qui ne nécessitent pas la connaissance du gradient de la fonction objectif. Elles reposent sur la compréhension de la direction favorable et la plus prometteuse, permettant d'améliorer la solution actuelle par une exploration successive du domaine (l'espace de recherche) à travers des essais successifs. Les méthodes géométriques les plus utilisées sont, la méthode du Simplex, la méthode de Rosenbrock, et la méthode de variations locales de Hooke et Jeeves. [11]

I.4.2. Méthodes stochastiques

Les méthodes d'optimisation stochastiques s'ancrent dans des mécanismes de transition aléatoires et probabilistes. Cette particularité implique que plusieurs itérations successives de

ces méthodes, débutant avec une configuration initiale identique pour un problème d'optimisation donné, peuvent générer des résultats variés [1].

Ces méthodes démontrent une efficacité notable dans la recherche de l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne dépendent ni d'un point de départ spécifique ni de la connaissance du gradient de la fonction objectif pour converger vers la solution optimale, caractérisant ainsi leur nature d'ordre zéro. Néanmoins, elles exigent un nombre substantiel d'évaluations de la fonction objectif [1].

Parmi les méthodes stochastiques on trouve le Recuit Simulé développé par Kirkpatrick en 1983, la Recherche Tabou développée par Glover en 1989 et 1990 et par Hu en 1992 et les méthodes évolutionnistes comme les Algorithmes Génétiques développés par Holland en 1975 et de Jong en 1975 [17], [12]. La figure I.10 présente quelques méthodes stochastiques.

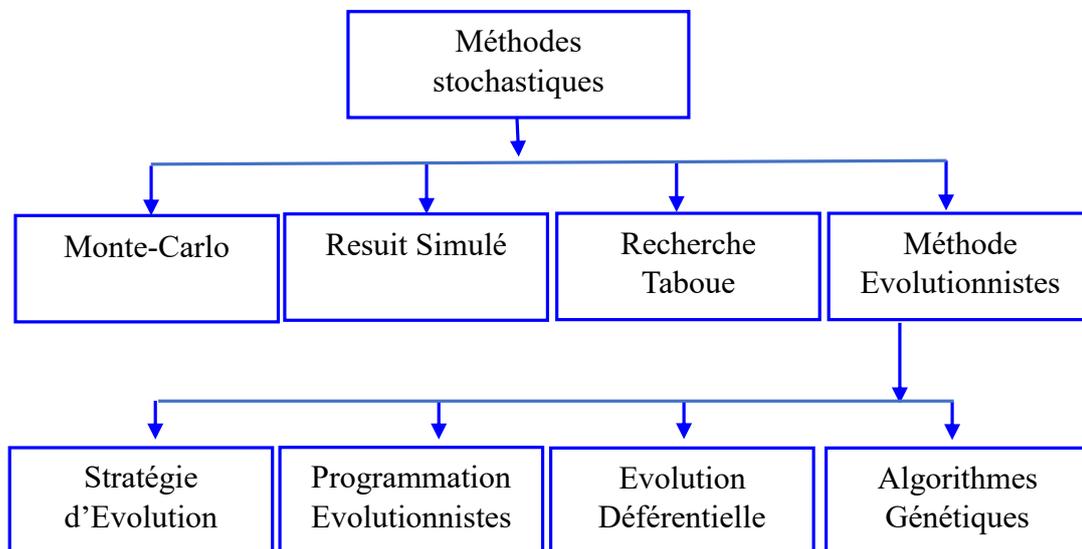


Figure I.10. Méthodes d'optimisation stochastiques.

I.5. Choix des Méthodes d'optimisation

Chaque classe ou méthode présente des avantages et des inconvénients, et il n'existe pas de méthode d'optimisation intrinsèquement supérieure aux autres. Le choix entre différentes méthodes dépend de plusieurs critères, tels que la nature du problème d'optimisation, le niveau de précision souhaité, la présence ou non de contraintes, le temps nécessaire pour obtenir la solution, le type de la fonction objectif et des contraintes : continues, dérivables ou non, le nombre de fonctions objectifs, les caractéristiques spécifiques de chaque méthode d'optimisation, ainsi que le nombre de variables ou paramètres d'optimisation [11].

Dans ce travail, nous avons choisi d'utiliser l'algorithme du loup gris (GWO). Nous en discuterons en détail dans la section suivante.

I.6. Optimisation par la méthode de GWO (L'optimisation du loup gris)

I.6.1. Définition

L'optimisation du loup gris (Grey Wolf Optimisation, GWO) est une méthode d'intelligence collective développée par Mirjalili et al, en 2014. Elle s'inspire de la structure hiérarchique et des comportements de chasse des loups gris, reconnus pour leur chasse en groupe.

Cet algorithme reproduit le leadership social et les techniques de chasse des loups gris dans la nature.

La population de l'algorithme est divisée en quatre groupes : alpha (α), bêta (β), delta (δ) et oméga (ω).

Les trois loups les plus performants sont désignés comme α , β et δ , et ils guident les autres loups (ω) vers des zones prometteuses de l'espace de recherche figure I.11.

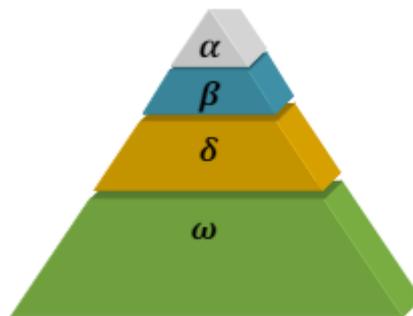


Figure I.11 : Hiérarchie sociale du loup gris

I.6.2. Principe de la méthode

Les loups gris sont considérés comme des prédateurs au sommet de la chaîne alimentaire. Ils préfèrent vivre en groupe, généralement composé de 5 à 12 individus. Ils ont une hiérarchie sociale très stricte et dominante.

Les leaders sont un mâle et une femelle appelés alphas, responsables de prendre les décisions concernant la chasse, les lieux de repos, et les horaires. Les décisions de l'alpha sont imposées au groupe, mais un comportement démocratique peut aussi être observé, où l'alpha suit parfois les autres loups. Lors des rassemblements, l'alpha est reconnu par le groupe qui tient leurs queues vers le bas. L'alpha, également appelé le loup dominant, est le seul autorisé à

s'accoupler. L'alpha n'est pas nécessairement le plus fort, mais il excelle en gestion de la meute, montrant que l'organisation et la discipline priment sur la force.

Le deuxième niveau de la hiérarchie est le bêta. Les bêtas sont des loups subordonnés qui assistent l'alpha dans la prise de décisions et autres activités de la meute. Le bêta, mâle ou femelle, est souvent le candidat idéal pour remplacer l'alpha en cas de décès ou de vieillesse. Le bêta respecte l'alpha mais commande aux loups de rang inférieur, jouant le rôle de conseiller et de discipliné. Il renforce les ordres de l'alpha et fournit des retours d'information.

Le loup au rang le plus bas est l'oméga, jouant le rôle de bouc émissaire. Les omégas doivent se soumettre à tous les autres loups et sont les derniers à manger. Bien que leur rôle semble mineur, la perte d'un oméga perturbe le groupe, car ils libèrent la violence et la frustration des autres loups, maintenant ainsi la structure de dominance.

Les loups qui ne sont pas alphas, bêtas ou omégas sont appelés subordonnés (ou deltas). Ils se soumettent aux alphas et bêtas mais dominent les omégas. Les scouts, sentinelles, anciens, chasseurs et gardiens font partie de cette catégorie. Les scouts surveillent les frontières du territoire et avertissent la meute en cas de danger. Les sentinelles protègent le groupe. Les anciens sont des loups expérimentés, anciens alphas ou bêtas. Les chasseurs aident à la chasse et fournissent de la nourriture. Les gardiens s'occupent des loups faibles, malades ou blessés.

Outre leur hiérarchie sociale, la chasse en groupe est un comportement social notable des loups gris. Les principales phases de la chasse sont :

- Traquer, poursuivre et approcher la proie.
- Poursuivre, encercler et harceler la proie jusqu'à ce qu'elle s'immobilise.
- Attaquer la proie [21].

Ces étapes sont illustrées à la Figure I.12



Figure I.12 : Comportement de chasse des loups gris : (A) poursuite, approche et suivi de la proie (B–D) poursuite, harcèlement et encerclement (E) situation stationnaire et attaque.

I.6.3. Opérateurs

1) Hiérarchie sociale

Pour modéliser mathématiquement la hiérarchie sociale des loups lors de la conception de GWO, nous considérons la solution la plus adaptée comme l'alpha (α). Les deuxième et troisième meilleure solution sont désignées respectivement par bêta (β) et delta (δ).

Les autres solutions candidates sont considérées comme des omégas (ω). Dans l'algorithme GWO, la chasse (ou optimisation) est guidée par les loups alpha, bêta et delta, tandis que les loups omégas suivent ces trois leaders [21].

2) Encercler les proies

Afin de modéliser mathématiquement le comportement d'encercler les équations sont proposées :

$$\vec{D} = |\vec{C} * \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)| \quad (\text{I.17})$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} * \vec{D} \quad (\text{I.18})$$

Où t indique l'itération actuelle, \vec{A} et \vec{C} sont des vecteurs de coefficients, \vec{X}_p est le vecteur de position de la proie, et \vec{X} représente le vecteur de position d'un loup gris.

Les vecteurs \vec{A} et \vec{C} sont calculés comme suit :

$$\vec{A} = 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{r} - a \quad (\text{I.19})$$

$$\vec{C} = 2 \vec{r}_2 \quad (\text{I.20})$$

\vec{a} est diminué linéairement de 2 à 0, et r_1, r_2 sont des vecteurs aléatoires dans [0,1]. [21]

3) Chasse

Les loups gris ont la capacité de localiser les proies et de les encercler. La chasse est généralement dirigée par l'alpha, mais la bêta et le delta peuvent également y participer de temps en temps. Cependant, dans un espace de recherche abstrait, nous ignorons la position de l'optimum (proie). Pour simuler mathématiquement le comportement de chasse des loups gris, nous supposons que l'alpha (meilleure solution candidate), la bêta et le delta ont une meilleure connaissance de la position potentielle de la proie. Par conséquent, nous conservons les trois meilleures solutions trouvées jusqu'à présent et obligeons les autres agents (y compris les omégas) à mettre à jour leurs positions en fonction de la position des meilleurs agents de recherche.

Les formules suivantes sont proposées à cet égard :

$$\vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 * \vec{X}_\alpha - \vec{X}| \quad (\text{I.21})$$

$$\vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 * \vec{X}_\beta - \vec{X}| \quad (\text{I.22})$$

$$\vec{D}_\delta = |\vec{C}_3 * \vec{X}_\delta - \vec{X}| \quad (\text{I.23})$$

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot (\vec{D}_\alpha) \quad (\text{I.24})$$

$$\vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot (\vec{D}_\beta) \quad (\text{I.25})$$

$$\vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot (\vec{D}_\delta) \quad (\text{I.26})$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (\text{I.27})$$

Où

- \vec{X}_α Représente la position de l'alpha.
- \vec{X}_β Indique la position de la bêta.
- \vec{X}_δ Est la position de delta.
- \vec{C}_1 et \vec{C}_2 et \vec{C}_3 Sont des vecteurs aléatoires et X indique la position de la solution actuelle.

On peut constater que la position finale se situerait dans un point aléatoire au sein d'un cercle défini par les positions d'alpha, bêta et delta dans l'espace de recherche. En d'autres termes, alpha, bêta et delta évaluent la position de la proie, tandis que les autres loups ajustent leurs positions de manière aléatoire autour de celle-ci [21].

4) Attaquer une proie

Comme mentionné précédemment, les loups gris terminent la chasse en attaquant la proie lorsqu'elle cesse de bouger. Pour modéliser mathématiquement cette approche, nous diminuons la valeur de \vec{a} . Notez que la plage de fluctuation de \vec{A} diminué également. En d'autres termes, \vec{A} est une valeur aléatoire dans l'intervalle $[-2a, 2a]$, où a diminué progressivement de 2 à 0 au fil des itérations. Lorsque les valeurs aléatoires de A se situent dans l'intervalle $[-1, 1]$, la position suivante d'un agent de recherche peut se trouver n'importe où entre sa position actuelle et celle de la proie. Une valeur de $|A| < 1$ incite les loups à attaquer la proie.

Avec les opérateurs proposés jusqu'à présent, l'algorithme GWO permet à ses agents de recherche de mettre à jour leur position en fonction de l'emplacement de l'alpha, du bêta et du delta, et d'attaquer la proie. Cependant, l'algorithme GWO est susceptible de stagner dans des solutions locales avec ces opérateurs. Bien que le mécanisme d'encerclement proposé montre une certaine exploration, le GWO a besoin de davantage d'opérateurs pour renforcer cette exploration.

La figure I. 13 représente sept (7) emplacements possibles, les paramètres aléatoires A et C autorisent les loups à se déplacer vers n'importe quelle position dans l'espace continu autour de la proie [21].

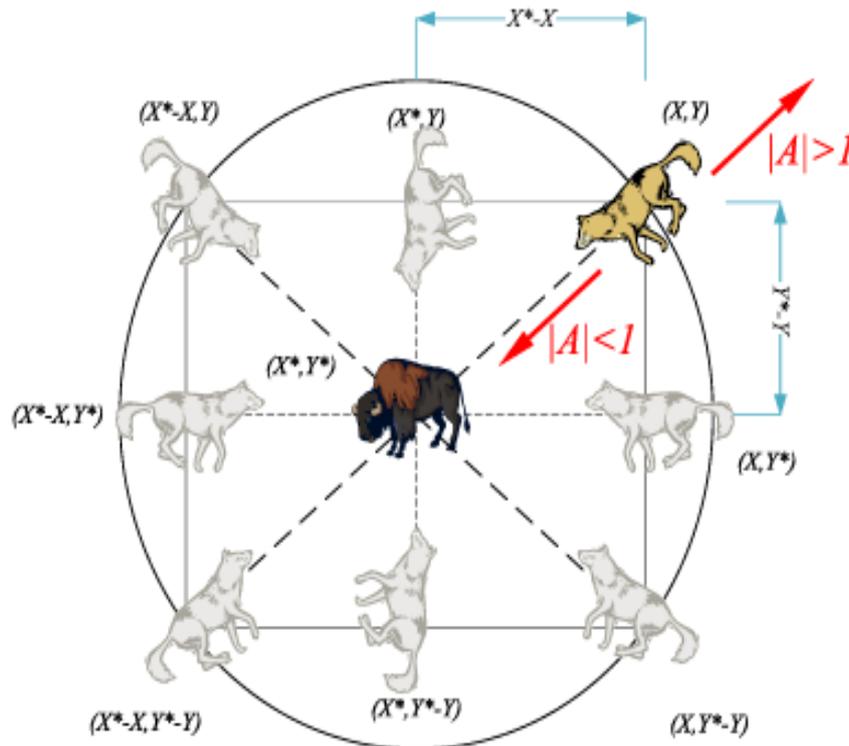


Figure I.13 : mécanisme de positionnement de l'agent de recherche et de l'effet de ce qui le présente [21].

I.6.4. Les étapes générales de l'algorithme GWO

Après tout, les étapes générales de l'algorithme GWO sont les suivantes :

- Initialiser une population de loups au hasard sur la base des limites supérieure et inférieure des variables.
- Calculer la valeur objectif correspondante pour chaque Loup.
- Choisir les trois premiers meilleurs loups et sauvegarde-les sous α , β et δ .
- Actualiser la position du reste de la population (loups) en utilisant les équations (I.24) (I.25), (I.26) et (I.27).
- Mise à jour des paramètres a , A et C .
- Passez à la 2ème étape si le critère final n'est pas satisfait.
- Renvoie la position de α comme optimum optimal approximé [21].

I.6.5 Les étapes pour écrire l'algorithme GWO (organigramme)

La figure I.14 représente les étapes de l'algorithme de l'optimisation de loup gris GWO.

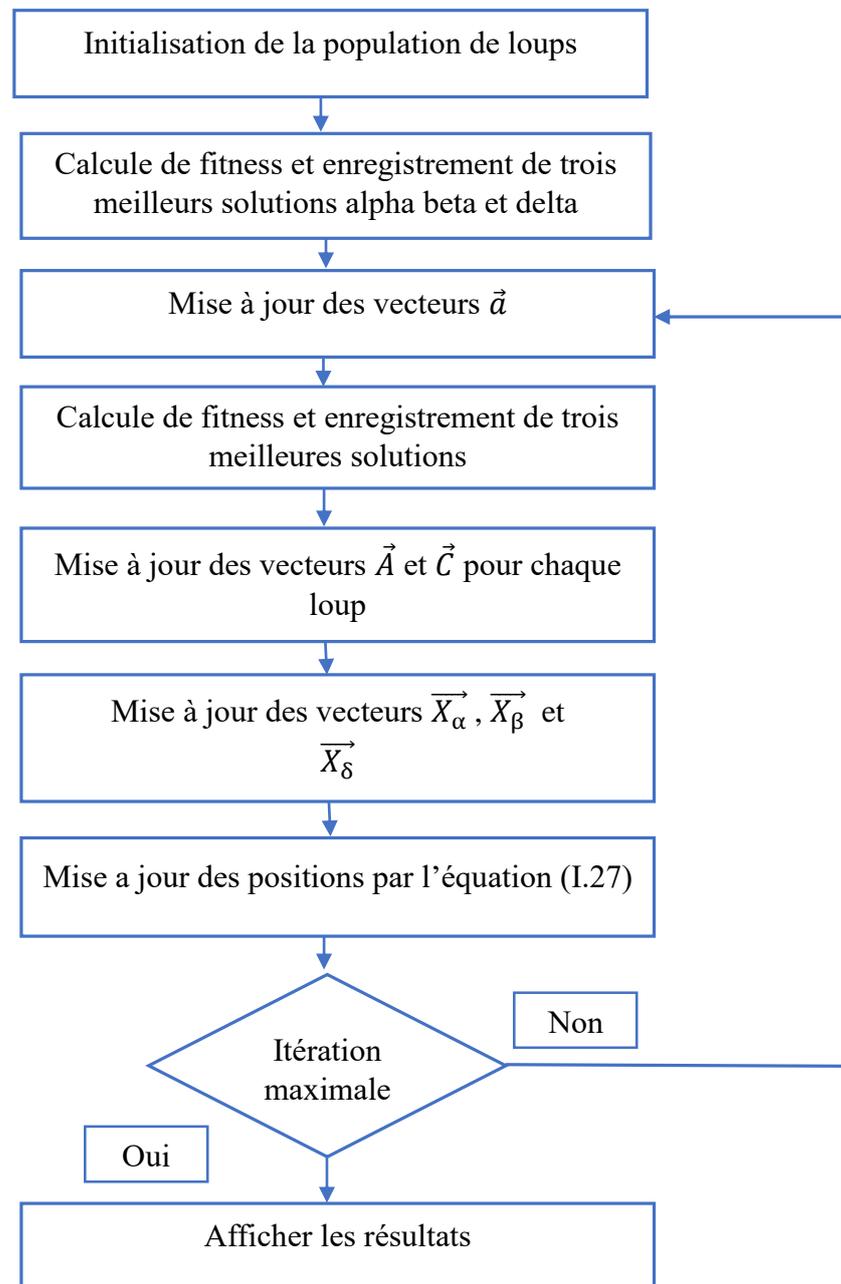


Figure I.14: Organigramme de la méthode GWO

Mirjalili et al. A montré que l'algorithme GWO est capable de fournissent des résultats très compétitifs par rapport à d'autres méta-heuristiques bien connues.

D'une part, l'exploration de cet algorithme est très élevée et nécessite d'éviter les optima locaux.

De plus, l'équilibre entre exploration et exploitation est très simple et efficace pour résoudre des problèmes difficiles selon les résultats dans des problèmes réels [21].

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur la démarche de conception d'un dispositif électromagnétique, ainsi que l'optimisation en électrotechnique. Et comment organiser un outil d'optimisation intégré à une simulation numérique par éléments finis. Ensuite, nous avons parlé sur les problèmes d'optimisation avec et sans contraintes. Et également nous avons abordé a différentes méthodes d'optimisation, qui classées en méthodes stochastiques et déterministes, et expliqué comment choisir une méthode adaptée pour résoudre un problème. L'algorithme du loup gris, une méthode stochastique inspirée du comportement de chasse des loups gris, a été détaillé.

Dans ce travail, qui est consacré à la conception optimale d'un actionneur électromagnétique, notre choix s'est porté sur la méthode de GWO (L'optimisation du loup gris). Cette application sera l'objet du dernier chapitre.

Chapitre II

Chapitre II

Calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis

II.1. Introduction

Les fondements des concepts électrotechniques reposent sur les phénomènes électromagnétiques, indépendamment de leur domaine d'application. Ainsi, avant de concrétiser un système électromagnétique, il est impératif de modéliser et de simuler les équations de Maxwell qui le régissent [22].

Les phénomènes électromagnétiques observés dans un dispositif sont gouvernés par les quatre équations de Maxwell et les trois relations du milieu considéré. Ces équations fournissent une description exhaustive des phénomènes électromagnétiques et s'appliquent à tous les milieux électromagnétiques. La détermination des champs électromagnétiques passe par la résolution d'équations différentielles partielles [23].

Ce chapitre commence par un aperçu général sur l'importance et l'intérêt de calcul du champ électromagnétique suivi d'un rappel des équations de Maxwell sous leur forme la plus générale, accompagnées des lois de comportement des milieux, conditions de passage, hypothèses simplificatrices ainsi que le potentiel vecteur magnétique. Après, nous avons présenté quelques méthodes de calcul du champ tel que la méthode des différences finies, volumes finis et la méthode des éléments finis et leur principe, puis nous représentons en détail la méthode des éléments finis qui on va l'utilisée dans notre travail.

II.2. Importance et intérêt de calcul du champ magnétique

Les dispositifs électromagnétiques, en fonctionnement, sont exposés à des champs électromagnétiques. L'enroulement d'excitation de ces dispositifs génère un champ magnétique qui peut être constant, variable dans le temps et parfois dans l'espace. Comprendre ce champ est essentiel pour évaluer les performances des dispositifs en régime permanent ou transitoire.

L'analyse du champ à chaque point de l'espace dans une machine électrique permet de déterminer les flux magnétiques, et par conséquent, les forces électromotrices en mode générateur ou les couples en mode moteur.

Grâce aux progrès technologiques, l'utilisation d'ordinateurs est devenue monnaie courante pour modéliser les champs électromagnétiques, réduisant ainsi significativement les temps de calcul. À divers stades de la conception d'un dispositif électromagnétique, l'évaluation des champs électromagnétiques est cruciale. Par conséquent, le calcul du champ électromagnétique est maintenant une discipline à part entière de l'électrotechnique, visant à développer de nouvelles méthodes pour résoudre les équations [24].

II.3. Outil de calcul du champ

Le calcul du champ électromagnétique passe par la résolution des équations différentielles aux dérivées partiales issues des équations de Maxwell [33].

II.3.1. Equations de Maxwell et lois de comportement des matériaux

Les équations de Maxwell constituent la formulation la plus générale des lois de l'électromagnétisme classique et peuvent ainsi être considérées comme les fondements de cette théorie. Elles ont été établies par J.C. Maxwell en 1876.

Le couplage entre les phénomènes électriques et magnétiques, présent dans les équations de Maxwell, permet d'expliquer la propagation des ondes électromagnétiques. Cependant, dans le cas des régimes à variations lentes, cette propagation peut être négligée. Dans ce contexte, nous nous proposons de préciser la validité de l'approximation des régimes quasi stationnaires, essentielle pour l'étude des circuits électriques en régime lentement variable [25]. Ces équations se composent de quatre équations qui, à basse fréquence, peuvent s'écrire comme suit :

$$\overline{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \partial\vec{D}/\partial t \quad (\text{Loi de Maxwell-Ampère}) \quad (\text{II.1})$$

$$\overline{\text{rot}}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t \quad (\text{Loi de Maxwell-Faraday}) \quad (\text{II.2})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{Loi de conservation du flux magnétique}) \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{Loi de Maxwell-Gauss}) \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{\text{ind}}$$

\vec{J}_s : La densité de courant source,

\vec{J}_{ind} : La densité de courant induit.

Les champs vectoriels précédents ne sont pas indépendants les uns des autres, leurs liaisons sont fonction du milieu où ils règnent. Ainsi pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, caractérisé de point de vue

électromagnétique par une conductivité électrique σ [Ω/m], une permittivité électrique ε [F/m] et une perméabilité magnétique μ [H/m], on rajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu ainsi que la loi d'Ohm [26].

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{Loi d'Ohm}) \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{Relation magnétique}) \quad (\text{II.6})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{Relation diélectrique}) \quad (\text{II.7})$$

Où :

σ , μ et ε sont les caractéristiques de milieu considéré et représentent respectivement: la conductivité électrique, la perméabilité magnétique et la permittivité électrique [27].

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

Avec :

μ_0 : perméabilité du vide égale à $4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m].

μ_r : perméabilité relative.

ε_0 : permittivité du vide elle vaut $10^{-9}/36$ [F/m].

ε_r : permittivité relative.

II.3.2. Conditions de passage

Pour résoudre les équations de Maxwell, il faut ajouter les conditions aux frontières du milieu. En effet, à la limite de séparation de deux milieux correspondant aux indices 1 et 2, et \vec{n} désigne le vecteur normal à la surface de séparation dirigé vers l'extérieur.

Les relations de passages sont [22] :

- La relation de continuité de la composante normale de l'induction magnétique

$$\vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n} \quad (\text{II.8})$$

- La relation de continuité de la composante tangentielle du vecteur champ électrique

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{n} = \vec{E}_2 \cdot \vec{n} \quad (\text{II.9})$$

- La relation de continuité de la composante normale de densité de courant :

$$\vec{J}_1 \cdot \vec{n} = \vec{J}_2 \cdot \vec{n} \quad (\text{II.10})$$

- La relation de discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique due aux courants surfaciques s'ils existent [28] :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{II.11})$$

- La relation de discontinuité de la composante normale de l'induction électrique due aux charges surfaciques s'ils existent [28] :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II.12})$$

ρ_s : Densité de charge surfacique à l'interface.

II.3.3. Hypothèses simplificatrices

En pratique, il est généralement usuel de simplifier les équations de Maxwell précédentes en se basant sur les conditions de travail. L'une des plus importantes simplifications est celle de négliger la densité du courant de déplacement $(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$ dans le matériau conducteur, parce que leur densité est très faible par rapport à celle de conduction, et aux fréquences usuelles en électromagnétique (basse fréquence) qui permet de négliger tout aspect propagatif du champ électromagnétique. Donc, la loi d'ampère s'écrit comme suit :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{II.13})$$

❖ Remarque :

A partir des équations de Maxwell précédentes, on peut définir une nouvelle loi dite la loi de conservation de densité de courant [24].

On a :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t \quad \text{et} \quad \text{div}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H})) = 0 \quad \text{et} \quad \text{div} \vec{D} = \rho$$

Donc :

$$\overrightarrow{\text{div}} \vec{J} = - \partial \rho / \partial t \quad (\text{II.14})$$

Une autre simplification consiste à négliger la charge d'espace dans les matériaux conducteurs ($\rho = 0$).

L'équation de conservation de la densité de courant (II.14) s'écrit :

$$\text{Div} \vec{J} = 0 \quad (\text{II.15})$$

▪ Récapitulation

Tenant compte des simplifications mentionnées précédemment, les équations de Maxwell simplifiées sont données comme suit [23] :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{II.16})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t \quad (\text{II.17})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II.18})$$

$$\text{div}\vec{D} = 0 \quad (\text{II.19})$$

II.3.4. Potentiel vecteur magnétique

Sachant que la divergence de l'induction magnétique \vec{B} est nulle (Equation (II.16)), et d'autre part la divergence d'un rotationnel est toujours nulle, on peut en tout point de l'espace identifier l'induction avec le rotationnel d'une grandeur vectorielle \vec{A} [T.m] comme l'indique l'équation suivant :

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}))=0 \quad (\text{II.20})$$

A partir de ça on peut définir le potentiel vecteur \vec{A} tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \quad (\text{II.21})$$

Où \vec{A} est le potentiel vecteur magnétique

On dit que l'induction magnétique \vec{B} dérive de \vec{A} . L'emploi du potentiel vecteur \vec{A} permet de simplifier la résolution du problème électromagnétique.

II.3.5. Problème électromagnétique

II.3.5.1. Formulation magnétostatique

En électrotechnique, la fréquence ne dépasse pas les quelques milliers de Hertz ainsi on néglige les courant de déplacement. De plus, en statique, ces équations se simplifient car les grandeurs sont indépendantes du temps.

Dans le problème magnétostatique, les équations à résoudre s'écrivent :

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II.22})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \quad (\text{II.23})$$

II.3.5.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique

A partir des équations (II.5) et (II.6), nous pouvons aisément introduire le potentiel vecteur magnétique \vec{A} qui sert à réduire le nombre d'inconnues dans nos équations, d'où la faciliter de résolution. Considérons un système sans mouvement :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad (II.24)$$

En remplaçant B dans l'équation (II.24), on obtient :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad (II.25)$$

$$\vec{H} = \nu \cdot \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad (II.26)$$

Où ν est la reluctivité magnétique ($\nu = \frac{1}{\mu}$)

En remplace \vec{H} dans l'équation (II.23), on trouve :

$$\overrightarrow{rot}(\nu \cdot \overrightarrow{rot}(\vec{A})) = \vec{J} \quad (II.27)$$

Pour assurer l'unicité de la solution, la contrainte supplémentaire de la jauge de Coulomb est naturellement vérifiée en 2D :

$$div\vec{A} = 0 \quad (II.28)$$

L'équation (II.27) est appelée équation de diffusion électromagnétique de la grandeur \vec{A} .

❖ Systèmes 2D cartésiens

Dans ces systèmes, le problème est bidimensionnel et la formulation de l'équation électromagnétique en fonction du potentiel vecteur \vec{A} en coordonnées cartésiennes présente des avantages.

En coordonnées cartésiennes, \vec{A} ne possède qu'une seule composante (dans la direction Oz) non nulle et ne dépend que de x et y.

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z(x, y) \end{bmatrix}; \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z(x, y) \end{bmatrix}; \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_x(x, y) \\ B_y(x, y) \\ 0 \end{bmatrix}$$

On voit bien que le potentiel vecteur \vec{A} ne possède qu'une seule composante A_z dépendant de x et de y et qui est dans la direction Oz, sa divergence est naturellement nulle (la jauge de Coulomb).

En magnétostatique l'équation de diffusion électromagnétique sera la suivante :

$$\overrightarrow{rot}(\nu \cdot \overrightarrow{rot}(\vec{A})) = J \quad (II.29)$$

Dans le plan (Oxy) elle s'écrit comme suit :

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \cdot \frac{dA_z(x,y)}{dy} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \cdot \frac{dA_z(x,y)}{dx} \right) = J_z(x, y) \quad (\text{II.30})$$

II.3.6. Méthode de résolution

Le choix d'une méthode de résolution est intimement lié à la géométrie du domaine de résolution et au degré de complexité du problème. Il s'agit de choisir celle qui permet de résoudre le plus facilement possible le problème ; car il n'existe pas une méthode universelle qui pourrait systématiquement résoudre tous les problèmes posés en électromagnétisme.

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP). Elles sont analytiques, numériques ou mixtes (semi analytique).

II.3.6.1. Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques présentent l'avantage, aux prix d'hypothèses simplificatrices de représenter correctement les phénomènes physiques étudiés et une mise en œuvre relativement avantageux. Mais lorsque les équations différentielles à résoudre sont fortement non-linéaire ou lorsque les géométries des dispositifs à étudier sont complexes alors ces modèles deviennent fastidieux et lourds [24].

II.3.6.2. Méthodes semi-analytiques

Pour les méthodes semi-analytiques, on distingue la méthode des intégrales de frontières et la méthode des circuits couplés. Elles sont d'une mise en œuvre relativement simple et sont exploitées dans les problèmes de milieux linéaires.

a) Méthode des intégrales de frontières (MIF)

Elle consiste à discrétiser la frontière du domaine en utilisant le théorème de Green. Elle est limitée à la résolution des systèmes linéaires.

La limitation de la discrétisation aux frontières du domaine nous donne l'avantage de réduire l'espace mémoire, surtout pour les systèmes tridimensionnels où l'air occupe une grande partie du domaine. Cependant, elle a l'inconvénient de conduire à des systèmes qui possèdent des matrices pleines [28].

b) Méthodes des circuits couplés (MCC)

Elle consiste à associer à la forme intégrale de la solution, une subdivision du domaine de conductivité connue en spires élémentaires et à formuler les équations de Maxwell et la loi

d'Ohm pour chaque spire à fin d'obtenir une équation faisant intervenir les chutes de tension résistives et inductives correspondantes [28].

II.3.6.2. Méthodes numériques

Vu les avantages qu'elles présentent pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques, les méthodes numériques sont devenues indispensables et d'un apport considérable. Parmi ces avantages, on trouve la prise en compte des problèmes de type vectoriel, des non linéarités et des géométries complexes. Ces méthodes consistent à transformer les équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation du champ en une grille discrète de points du plan ou de l'espace. Pour résoudre numériquement un problème de champ, une méthode appropriée doit être choisie parmi plusieurs telles que :

- La méthode des différences finies,
- La méthode des volumes finis,
- La méthode des éléments finis.

a) Méthode des différences finies (MDF)

La MDF est basée sur la discrétisation du domaine d'étude et le développement limité en séries de Taylor de la fonction à déterminer en chacun des nœuds du maillage. Ainsi, l'équation différentielle est transformée en équations algébriques en chacun des nœuds. L'écriture de cette transformation pour tous les nœuds du maillage conduit à un système algébrique dont la solution permet d'obtenir la distribution de l'inconnue dans le domaine d'étude. Cette méthode s'adapte mal aux objets de géométrie complexe à cause de la rigidité du maillage. D'autre part, la prise en compte des conditions de symétrie, de passage d'un milieu physique à un autre (fer, air, etc....) et des non linéarités (saturation) nécessite un traitement spécifique, [29]

- **Avantages** : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- **Inconvénients** : limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann [30].

b) Méthode des volumes finis (MVF)

La MVF est une méthode de discrétisation. Elle est utilisée, en particulier en mécanique des fluides où elle est apparue il y a une vingtaine d'années. Depuis, cette méthode a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi

pour la modélisation d'autres branches de l'ingénierie scientifique l'électromagnétisme, le thermique, L'analyse mathématique réécrit les principes fondamentaux qui en font une méthode de discrétisation performante. L'idée de base de la formulation permet de donner l'interprétation physique des phénomènes.

La MVF consiste à diviser le domaine d'étude en un nombre fini d'éléments de volumes à l'intérieur desquel sont placés les nœuds entourant un nœud dit principal $\langle p \rangle$, [23]

- **Avantages** : permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque, détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann.
- **Inconvénient** : peu de résultats théoriques de convergence. [30]

c) Méthode des éléments finis (MEF)

La MEF était utilisée au début par les spécialistes de la mécanique, son introduction dans le domaine d'électrotechnique été fait par M.V.K. Charïen en 1970.

La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour la résolution des équations différentielles dans le domaine des sciences des ingénieurs. Le principe de la méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en régions élémentaires (éléments finis) et à représenter l'inconnue par une approximation polynomiale dans chacune de ces régions, en suite, l'erreur due à l'approximation doit être minimisée. La MEF est une méthode très puissante pour la résolution des équations différentielles surtout dans les géométries complexes. Sa mise en œuvre par contre, est assez compliquée et demande une place mémoire assez importante,[31],[32].

- **Avantages** : traitement possible de géométries complexes, nombreux résultats théoriques sur la convergence.
- **Inconvénient** : complexité de mise en œuvre et grand coût en temps de la calcul et mémoire

II.4. Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à rechercher une solution globale représentant les phénomènes étudiés, sur un domaine de résolution préalablement subdivisé en parties finies adjacentes appelées éléments finis.

Cette solution globale sera construite sur chacun des éléments du maillage et doit vérifier globalement les équations aux dérivées partielles qui modélisent le phénomène et les

conditions aux limites requises. Sur chaque élément fini, la solution est décrite par une interpolation, en fonction des valeurs nodales de l'inconnu [34].

II.4.1. Maillage en éléments finis

Le maillage consiste à discrétiser le domaine d'étude, qui peut être à un, deux ou trois dimensions, en un ensemble d'éléments finis de forme simple. Ces éléments peuvent être des segments, des triangles, des quadrilatères, des parallélépipèdes, etc..., selon le domaine à discrétiser. La taille des éléments du maillage n'est pas forcément la même, ce qui permet la densification de la discrétisation dans les zones où l'inconnue varie fortement.

En deux dimensions, les éléments triangulaires s'adaptent à toute configuration géométrique permettent une discrétisation simple d'un domaine de résolution 2D (Figure II.1).

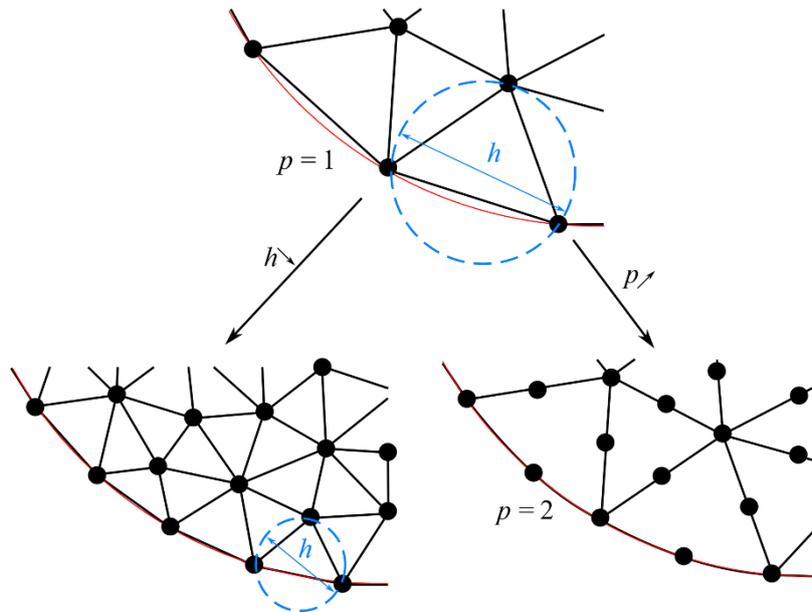


Figure II.1. Discretisation éléments finis en deux dimensions

II.4.2. Approximation et construction des fonctions d'interpolation

En peut écrire la solution de l'équation aux dérivées partielles (II.30), sous une forme plus générale (II.31) :

Considérons un certain domaine Ω dans lequel un champ U , dans notre cas, vectoriel, est la solution de l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$L(U) = F \quad (\text{II.31})$$

Où :

L est un opérateur différentiel

F est une fonction connue, appelée terme de source.

Après avoir découpé le domaine Ω , dans lequel on définit les équations différentielles à résoudre en sous domaines élémentaires (éléments finis), on approxime la variable inconnue U par une fonction polynomiale sur chacun de ces éléments.

Dans le cas bidimensionnel, cette approximation est de la forme suivante :

$$U^e(x,y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(x,y) U_i^e \quad (\text{II.32})$$

où:

U_i^e : La valeur de U au nœud i de l'élément e

n : le nombre de nœud de l'élément,

α_i : Les fonctions d'interpolation.

Afin d'avoir la convergence de la solution, l'approximation nodale doit satisfaire les propriétés, ci-dessous :

- a) La fonction approchée $U(x,y)$ coïncide avec la fonction exacte $U_{ex}(x,y)$ en tous les nœuds d'interpolation de l'élément, de coordonnées x_i, y_i :

$$U_{ex}(x,y) = U(x,y) = U_i(x,y) \quad (\text{II.33})$$

D'où la fonction d'interpolation doit vérifier :

$$a_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

Où i et j sont les numéros des nœuds de l'élément fini considéré.

- b) Si la fonction approchée $U(x)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre s , sont continués sur l'élément, les fonctions α_i et leurs dérivées jusqu'à l'ordre s , sont continués sur le même élément e .
- c) La fonction approchée doit être continue sur une frontière commune à deux éléments.
- d) L'expression approchée de U , contient un polynôme complet d'ordre s [35].

II.4.3. Formulation intégrale de l'équation différentielles aux dérivées partielles

La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis, peut être obtenue par l'utilisation de l'une des méthodes variationnelle ou résidus pondérés.

L'utilisation de la méthode variationnelle exige au préalable la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier, ce qui n'est pas toujours possible à réaliser.

La méthode des résidus pondérés ne nécessite pas la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système ce qui a rendu cette méthode plus générale et largement utilisée par rapport à la méthode variationnelle [35].

Dans la suite de notre travail, nous intéressons à la méthode des résidus pondérés.

II.4.3.1. Méthode des résidus pondérés

C'est la méthode projective ou on cherche à projeter l'équation locale sur des fonctions de base d'un espace de fonctions de pondérations, et on essaie de minimiser le résidu par l'approximation de la fonction de l'inconnue dont l'expression est :

$$\int_{\Omega} R \varnothing(x, y) d\Omega = 0 \quad (\text{II.35})$$

Avec :

$$R = L(U) - F \quad (\text{II.36})$$

Où :

R : le résidu de l'approximation.

\varnothing : la fonction de pondération.

Les valeurs de U qui permettent d'annuler l'intégrale sont solution du système algébrique obtenu.

II.4.3.2. Choix de la fonction de pondération

Le choix de la fonction de pondération \varnothing implique une bonne précision de l'approximation. Il y'a différentes méthodes pour le choix des fonctions de pondération :

- Méthode des sous domaines.
- Méthode de colocation.
- Méthodes des moindres carrées.
- Méthode de Gallerkine

La méthode la plus utilisée est celle de Gallerkine qui consiste à mettre la fonction de pondération égale à la fonction d'interpolation $\alpha_i(x, y)$ [28].

$$\phi_k = \alpha_k \quad k=1, \dots, n \quad (\text{II.37})$$

La forme intégrale de l'équation différentielle (II .31) est :

$$\int_{\Omega} \int \alpha_i(x, y) [L(\sum_j \alpha_j(x, y) U_j) + F] d\Omega = 0 \quad (\text{II.38})$$

Cette intégrale sera calculée sur chaque élément fini e constituant le domaine d'étude Ω , d'où la forme matricielle élémentaire suivante :

$$[K]^e \cdot [U]^e = [F]^e \quad (\text{II.39})$$

II.4.4. Assemblage des matrices élémentaires

L'assemblage est l'opération qui consiste à construire la matrice globale $[K]$ et le vecteur global $[F]$ à partir des matrices élémentaires $[K]^e$ et des vecteurs élémentaires $[F]^e$. On obtient ainsi un système de la forme :

$$[K] \cdot [U] = [F] \quad (\text{II.40})$$

II.4.5. Résolution du système

La résolution de système d'équations (II .40) est la dernière étape qui mène à la détermination des valeurs U_i de fonction $U(x,y)$ cherchée on chaque nœud. Donc la résolution du système est une étape très importante. D'autre part cette résolution doit tenir compte des conditions aux limites (Conditions de types Dirichlet et Newman) imposées.

- **Condition de Dirichlet** : les conditions de type Dirichlet sont décrites par des valeurs U connues sur certaines frontières du domaine d'étude Ω .
- **Condition de Newman** : les conditions aux frontières de Newman sont décrites par des valeurs de la dérivée normale de U ($\partial U / \partial n$) connues sur des frontières entourant le domaine d'étude Ω [36].

Les méthodes de résolution des systèmes peuvent être classées en deux catégories :

- Les méthodes directes :
 - Méthode d'élimination de Gauss.
 - Méthode de Cholesky.
- Les méthodes itératives :
 - Méthode de Gauss-Seidel.
 - Méthode de gradient conjugué.
 - Méthode de relaxation.
 - Méthode de Jacobi.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons revu les principes fondamentaux de l'électromagnétisme, en nous basant sur les équations de Maxwell, les lois des milieux et d'Ohm, ainsi que sur des hypothèses simplificatrices visant à réduire la complexité des problèmes abordés.

Pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP) du champ électromagnétique, diverses méthodes sont utilisées, notamment les approches analytiques, semi-analytiques et numériques. Cependant, les deux premières méthodes sont souvent limitées et ne parviennent pas à capturer les phénomènes physiques complexes rencontrés fréquemment lors de la modélisation des dispositifs électromagnétiques.

En revanche, les méthodes numériques, comme la méthode des éléments finis, se distinguent par leur capacité à modéliser précisément les dispositifs électromagnétiques présentant des géométries complexes et soumis à des phénomènes physiques difficiles.

Chapitre III

Chapitre III

Application et résultats

III.1. Introduction

Dans ce dernier chapitre, nous présenterons quelques exemples de minimisation des fonctions mathématiques couramment utilisées pour tester les algorithmes d'optimisation, connues sous le nom de "fonctions test". Les fonctions tests aident à identifier rapidement les plages de variation des paramètres de contrôle qui garantissent une bonne convergence de l'algorithme GWO, ainsi que le mécanisme d'optimisation de cet algorithme.

Ensuite, nous démontrerons l'application de l'algorithme GWO dans le domaine de l'électrotechnique pour l'optimisation d'un dispositif électromagnétique. Pour cela, nous avons développé un quasi-logiciel de conception assistée par ordinateur pour les systèmes électromagnétiques, basé sur un couplage entre MATLAB et le logiciel de modélisation par éléments finis « FEMM ». La stratégie d'optimisation adoptée sera appliquée à la conception optimale de la forme d'un actionneur à gradient de champ [16].

III.2. Etude de l'efficacité de la méthode d'optimisation proposée

Dans le but de tester la convergence et l'efficacité de la méthode d'optimisation sélectionnée, nous avons développé un programme sous environnement MATLAB. Ce programme utilise la méthode GWO (Optimisation par le loup gris) pour déterminer les optimums de quelques fonctions mathématiques dont les optimums sont connus. Nous présenterons ci-dessous les résultats obtenus par cette méthode ainsi que ceux obtenus par une autre méthode stochastique, le PSO. Cette dernière méthode est très connue et bien détaillée dans la référence [37].

➤ **1^{ère} Fonction F1**

$$F1(x) = 10n + \sum_{i=1}^{10} (x_i - 2.5)^2 - 10 \cos^2(2\pi(x_i - 2.5))$$

avec

$$0 \leq x_i \leq 10$$

Cette fonction est dite la fonction de Rastrigin. Les valeurs de la solution optimale x^* et la fonction objectif correspondante $f(x^*)$ sont :

$$x^* = (2.5, 2.5) \text{ et } f(x^*) = 0.$$

La Figure III.1. est une présentation tridimensionnelle de la fonction.

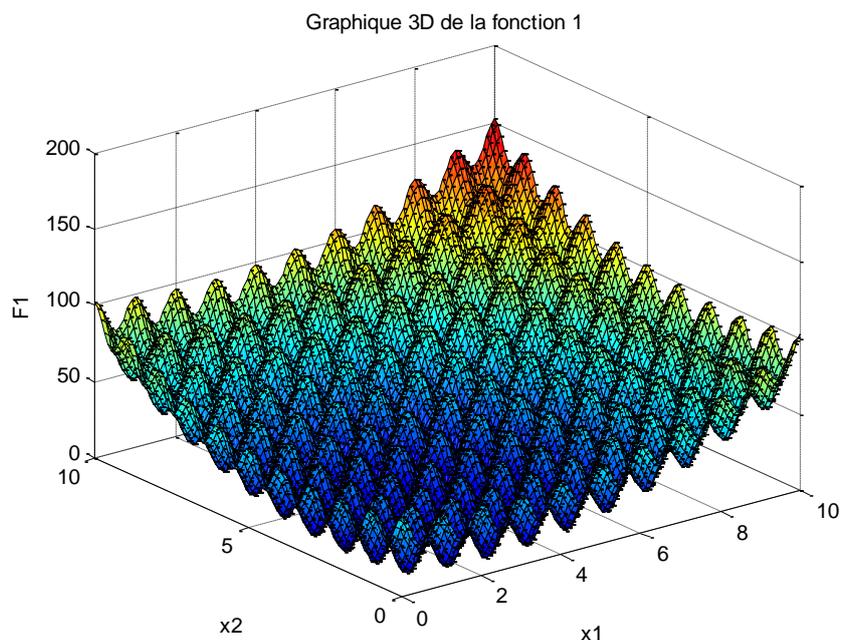


Figure III.1. Fonction de Rastrigin, F1, en 3D.

Le tableau III.1 présente l'optimum de la 1^{ère} fonction, obtenu par les deux méthodes utilisées GWO et PSO, ainsi que son optimum exact.

Algorithms	<i>PSO</i>	<i>GWO</i>	<i>Solution exacte</i>
Fonction objectif	1.2087e-05	2.4113e-04	0
CPU [S]	0.031809	1.9126	-
Déviati	2.0050	0.4569	-
Valeur maximale	7.4324	1.9126	-
Valeur moyenne	1.6248	0.4321	-
X1	2.4998	2.5006	2.5000
X2	2.4999	2.5009	2.5000

Tableau III.1 Résultats d'optimisation pour F1.

L'algorithme GWO et l'algorithme PSO présentent des caractéristiques distinctes dans l'optimisation. Le GWO est plus stable et cohérent avec une déviation plus faible (0.4569) et des valeurs moyennes plus proches de l'optimum exact (0.4321), mais il est plus lent (1.9126

secondes) et moins précis (F1 de 2.4113e-04) comparé au PSO. Le PSO est plus rapide (0.031809 secondes) et plus précis (Fonction objectif de 1.2087e-05), mais moins stable (déviation de 2.0050). En termes de précision des variables, les deux algorithmes sont proches de la solution exacte.

La figure III.2 présente l'évaluation de la fonction objectif, F1, avec les itérations des algorithmes appliqués.

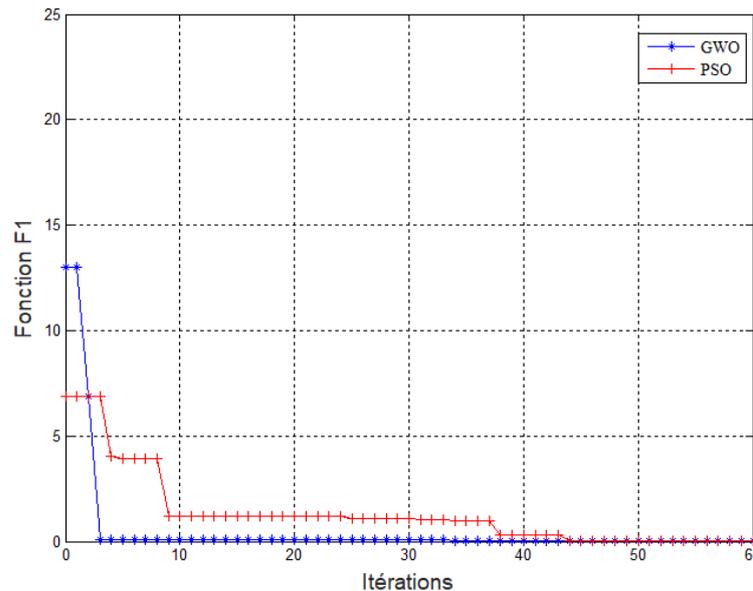


Figure III.2 Variation de la fonction F1 avec les itérations des algorithmes utilisés.

➤ **2^{eme} Fonction F2**

$$F2(x_1, x_2) = 20 * (1 - \exp(-0.2 * \sqrt{0.5 * (x_1^2 + x_2^2)}) - \exp(0.5 * \cos 2 \pi x_1 + \cos 2 \pi x_2) + \exp(1))$$

avec : $-32.768 \leq x_1, x_2 \leq 32.768$

Cette fonction est nommée la fonction d'Ackly. Les valeurs de la solution optimale x^* et la fonction objectif correspondante $f(x^*)$ sont :

$$f(x^*)=0, x^*=(0,0)$$

La figure III.3 est une présentation tridimensionnelle de cette fonction.

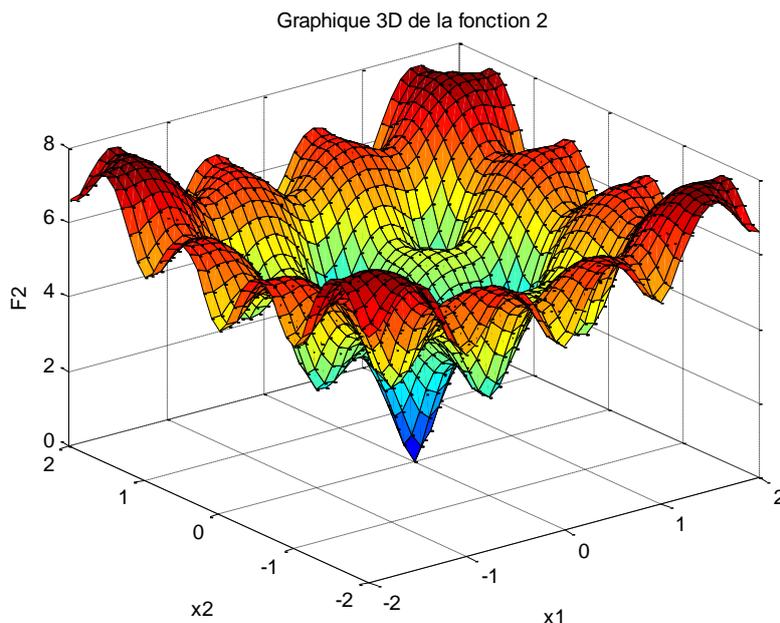


Figure III.3. Fonction d'Ackly, F2, en 3D.

Le tableau III.2 présente l'optimum de la 2^{ème} fonction, obtenu par les deux méthodes utilisées ainsi que son optimum exact.

Algorithmes	<i>PSO</i>	<i>GWO</i>	<i>Solution exacte</i>
Fonction objectif	5.8279e-06	3.5527e-14	0
CPU [S]	0.033145	0.025818	-
Déviation	2.3896e-05	0	-
Valeur maximale	8.0066e-05	3.7748e-014	-
Valeur moyenne	0.0000	0.0000	-
X1	-0.0452e-5	-0.9043e-14	0
X2	-0.2010e-5	0.8960e-14	0

Tableau III.2 Résultats d'optimisation pour F2

L'algorithme GWO surpasse le PSO en termes de précision et de stabilité pour l'optimisation de la deuxième fonction. GWO atteint une valeur de fonction objectif (3.5527e-14) beaucoup plus proche de la solution exacte (0) que PSO (5.8279e-06). En plus de cela, GWO a une déviation nulle, montrant une stabilité parfaite, tandis que PSO a une déviation de 2.3896e-05. GWO est également plus rapide avec un temps CPU de 0.025818 secondes contre 0.033145 secondes pour PSO. GWO présente des valeurs maximales et des valeurs des

variables X_1 et X_2 plus proches de la solution exacte. En résumé, GWO est non seulement plus précis et stable, mais aussi converge plus rapide que PSO pour cette fonction.

La figure III.4 présente l'évaluation de la fonction objectif, F_2 , avec les itérations des algorithmes appliqués.

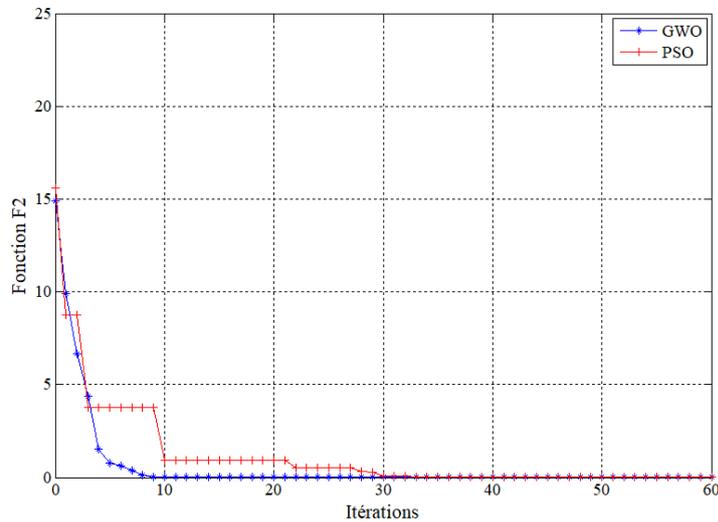


Figure III.4. Variation de la fonction F_2 avec les itérations des algorithmes utilisés.

➤ 3^{eme} Fonction F3

$$F3(x_1, x_2) = 0.1 \cdot ((x_1 + 0.5))^4 - x_1^2 - 20x_1 + ((x_2 + 0.5))^4 - 30x_2^2 - 20x_2$$

avec : $-7 \leq x_1, x_2 \leq 6$

Sa présentation 3D est donnée dans la figure III.5.

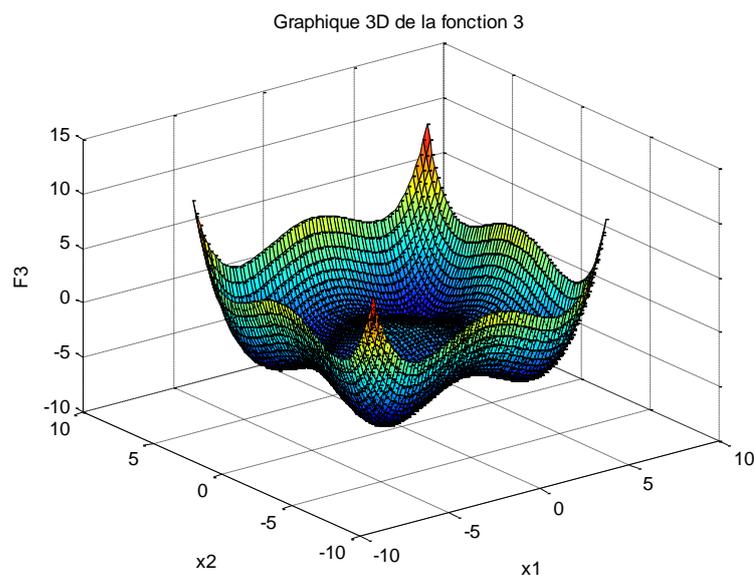


Figure III.5. Fonction F_3 en 3D.

Le tableau III.3 présente l'optimum de la 3^{ème} fonction, obtenu par les deux méthodes utilisées ainsi que son optimum exact.

Algorithmes	<i>PSO</i>	<i>GWO</i>	<i>Solution exacte</i>
Fonction objectif	-4.4528	-5.2327	-5.2327
CPU [S]	0.027636	0.024109	-
Déviaton	2.6117e-10	0.0049	-
Valeur maximale	-5.2328	-5.2165	-
Valeur moyenne	-5.2328	-5.2275	-
X1	-4.4538	-4.4567	-4.4537
X2	-4.4538	-4.4570	-4.4537

Tableau III.3 Résultats d'optimisation pour F3

L'algorithme GWO surpasse le PSO en termes de précision pour l'optimisation de la troisième fonction. GWO atteint une valeur de fonction objectif de -5.2327, qui correspond exactement à la solution exacte, tandis que PSO atteint -4.4528. De plus, GWO est plus rapide avec un temps CPU de 0.024109 secondes contre 0.027636 secondes pour PSO. Cependant, GWO montre une déviation plus élevée (0.0049) comparée à celle de PSO (2.6117e-10). En termes de valeurs des variables, GWO se rapproche davantage de la solution exacte pour X1 et X2. En résumé, bien que GWO soit légèrement moins stable, il est plus précis et plus rapide que PSO pour cette fonction.

La figure III.6 présente l'évaluation de la fonction objectif, F3, avec les itérations des algorithmes appliqués.

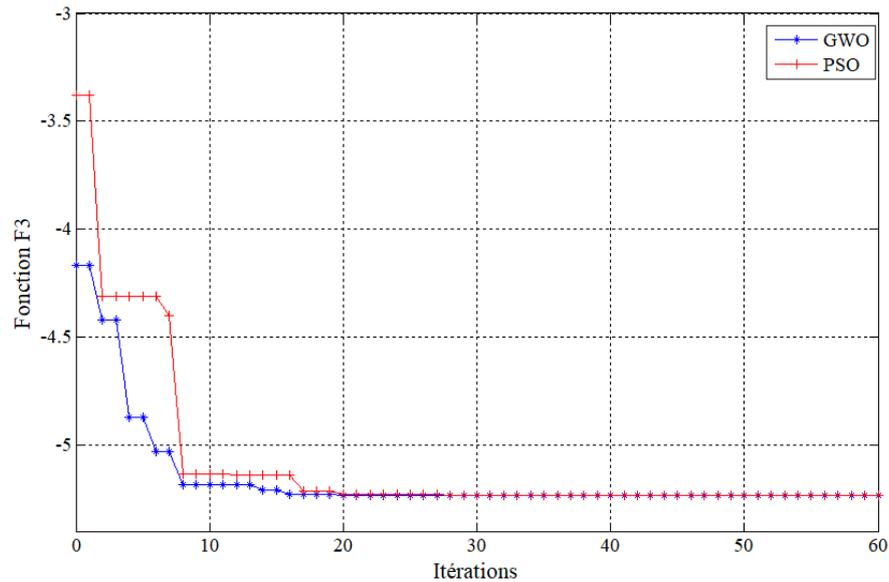


Figure III.6. Variation de la fonction F3 avec les itérations des algorithmes utilisés.

III.3. Optimisation de la Forme d'un Actionneur à Gradient de Champ

III.3.1. Présentation de l'actionneur étudié

Cet actionneur est constitué d'un aimant permanent se déplaçant entre deux bobines alimentées en courant continu (figure III.7). Un prototype a été réalisé par le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble afin de mettre en évidence ses caractéristiques dans le cas d'une utilisation en robotique [16]. PELISSIER et al ont étudié l'adéquation de cette même structure pour des applications à plus fortes densités de force [16].

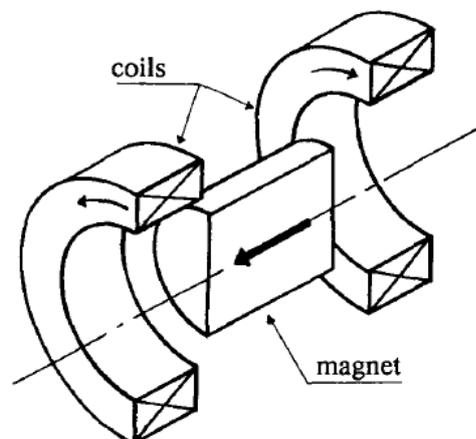


Figure III.7. Schéma de principe de l'actionneur.

Dans ce type d'actionneur l'aimant seul se déplace (figure III.7). Considérons un élément de volume aimanté dV ayant un moment magnétique dM donné par :

$$dM = J_z dV \quad (\text{III.1})$$

Où J_z est l'aimantation en Tesla. Si nous plaçons cet élément dV dans un champ magnétique colinéaire à son axe d'aimantation, il sera soumis à une force donnée par l'expression suivante :

$$dF_z = \frac{dM}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (\text{III.2})$$

Où B_z est l'induction magnétique et l'axe z est supposé parallèle à l'aimantation J_z .

Du point de vue de la modélisation, il faut remarquer qu'il s'agit d'un dispositif possédant une symétrie de révolution, donc nous pouvons le simuler en 2D axisymétrique [16].

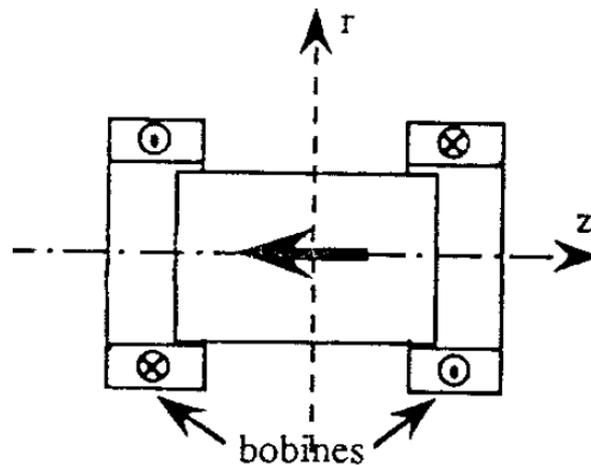


Figure III.8. Structure de l'actionneur étudié.

Le champ magnétique sur l'axe z , créé par les bobines alimentées en opposition (figure III.8) va produire une force axiale sur la partie mobile (aimant). Selon [16], si nous considérons l'aimantation J_z constante et la perméabilité magnétique de l'aimant approximativement égale à μ_0 , cette force peut être calculée par l'expression [16] :

$$F = \frac{J_z}{\mu_0} \int_{z_2}^{z_1} \left[\int_0^{R_1} \frac{\partial H_z}{\partial z} 2\pi r dr \right] dz \quad (\text{III.3})$$

Ou simplement :

$$F = J_z \frac{2\pi R_1}{\mu_0} [A(R_1, z_1) - (R_1, z_2)] \quad (\text{III.4})$$

Où R_1 est le rayon externe de l'aimant cylindrique et A le vecteur potentiel magnétique aux points (R_1, z_1) et (R_1, z_2) (figure III.9).

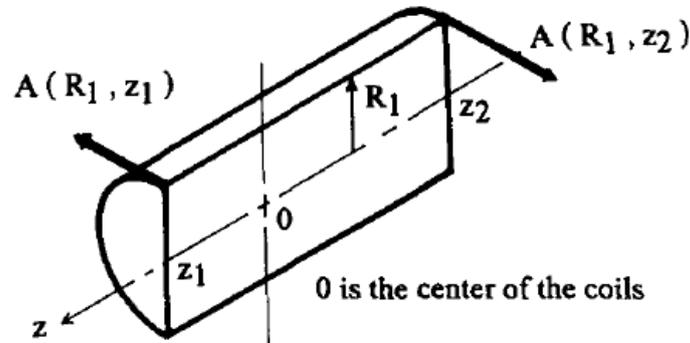


Figure III.9. Détail de l'aimant et du vecteur potentiel magnétique A utilisé pour le calcul de la force.

Nous pouvons remarquer que grâce à l'hypothèse $\mu = \mu_0$, un seul calcul de champ, avec les conducteurs alimentés mais en l'absence de l'aimant, est suffisant pour déterminer la force sur l'aimant quelle que soit sa position sur l'axe z .

Comme on peut le voir, le dispositif est axisymétrique (Figure III.8) et l'étude ne concerne donc que la moitié de domaine dans le système des coordonnées cylindriques. (Figure III.10) [38].

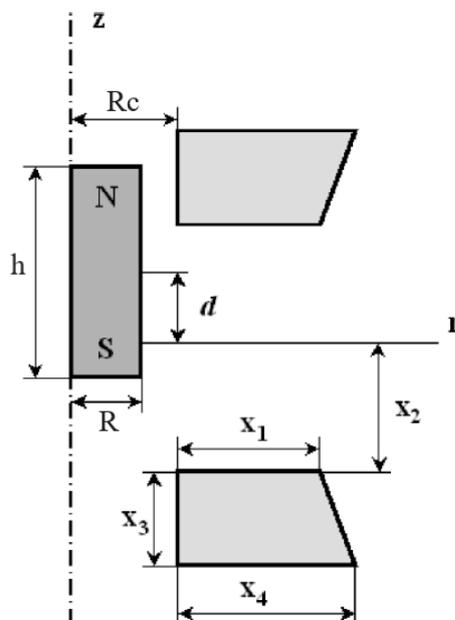


Figure III.10. Réduction de domaine d'étude.

- **Caractéristiques géométriques du dispositif**

Les caractéristiques géométriques et les paramètres associatifs à actionneur à optimiser sont données dans le tableau III.4.

Paramètre	Symbole	Dimension
Longueur de l'aimant	h	36 mm
Diamètre de l'aimant	R	14.7 mm
Rayon interne du bobine	Rc	15 mm
Epaisseur interne du bobine	x1	[2.5 25] mm
Demi-distance entre les deux bobines	x2	[5 25] mm
Longueur du bobine	x3	[2.5 50] mm
Epaisseur externe du bobine	x4	[2.5 25] mm

Tableau III.4 Caractéristiques géométriques de l'actionneur.

- **Caractéristiques physiques du dispositif**

- L'aimant choisi (Ferrite) présente les caractéristiques suivantes :
 - ✓ aimantation $J_z = 0,35$ T,
 - ✓ masse volumique $\rho = 4,8$ g/cm³,
 - ✓ $\mu = \mu_0$.
- Les bobines en cuivre sont soumises à une densité de courant constante $J = 2,68$ A/mm².

III.3.2. Position du Problème

Le but de l'étude est de déterminer une forme géométrique des bobines dans le dispositif (Figure III.10) de manière à obtenir une force, selon l'axe d'aimantation z, constante en fonction du déplacement du noyau magnétique et égale à $F_0=5$ N. Nous cherchons une forme géométrique des bobines capable de produire un effet spécifié, donc nous sommes intéressés à la résolution d'un problème de synthèse [16].

III.3.3 Formulation du problème d'optimisation

Le problème posé peut être décrit par la minimisation de la fonction objectif qui s'écrit sous la forme :

$$\text{minimiser } f_0(x) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^P \left[1 - \frac{F_z(z,x)}{F_0} \right]^2 \quad (\text{III.5})$$

Où

Les $k = 1, \dots, P$, ($P = 20$) correspondent aux points sur l'axe z , où la force $F_z(z,x)$ doit rester constante égale à 5N ($F_0 = 5N$). La course utile adoptée est égale à 15 mm.

Soumis aux contraintes :

$$f_j(x_j) = x_j^2 - (x_{j,\text{max}} + x_{j,\text{min}})x_j + x_{j,\text{max}} * x_{j,\text{min}} \leq 0$$

$$j = 1, \dots, 4$$

Où $x_{j,\text{min}}$ et $x_{j,\text{max}}$ correspondent respectivement aux bornes inférieure et supérieure du paramètre x_j . Ceux-ci étant donnés par :

Paramètre x_j	$x_{j,\text{min}}$	$x_{j,\text{max}}$
x_1	2,5 mm	25 mm
x_2	5 mm	25 mm
x_3	2,5 mm	50 mm
x_4	2,5 mm	25 mm

Tableau III.4 Les bornes inférieure et supérieure du paramètre x_j .

III.4. Résultats obtenus

Nous avons utilisé le logiciel FEMM 4.2 avec programmation par le langage LUA. Ce logiciel fait un maillage automatique et résout les problèmes de magnétostatique non linéaire en deux dimensions. Ce logiciel utilise la méthode du gradient conjugué pour obtenir le potentiel vecteur magnétique en tout point du maillage. Les valeurs du potentiel vecteur magnétique A sont calculées en chaque nœud de domaine d'étude.

Dans un premier temps on va prendre :

- $x_1 = 16$ mm,
- $x_2 = 18.5$ mm,
- $x_3 = 15$ mm,
- $x_3 = 16$ mm.

La figure III.11 montre un aperçu du maillage de l'actionneur de la configuration initiale. Le maillage comporte 49715 nœuds et 98596 éléments.

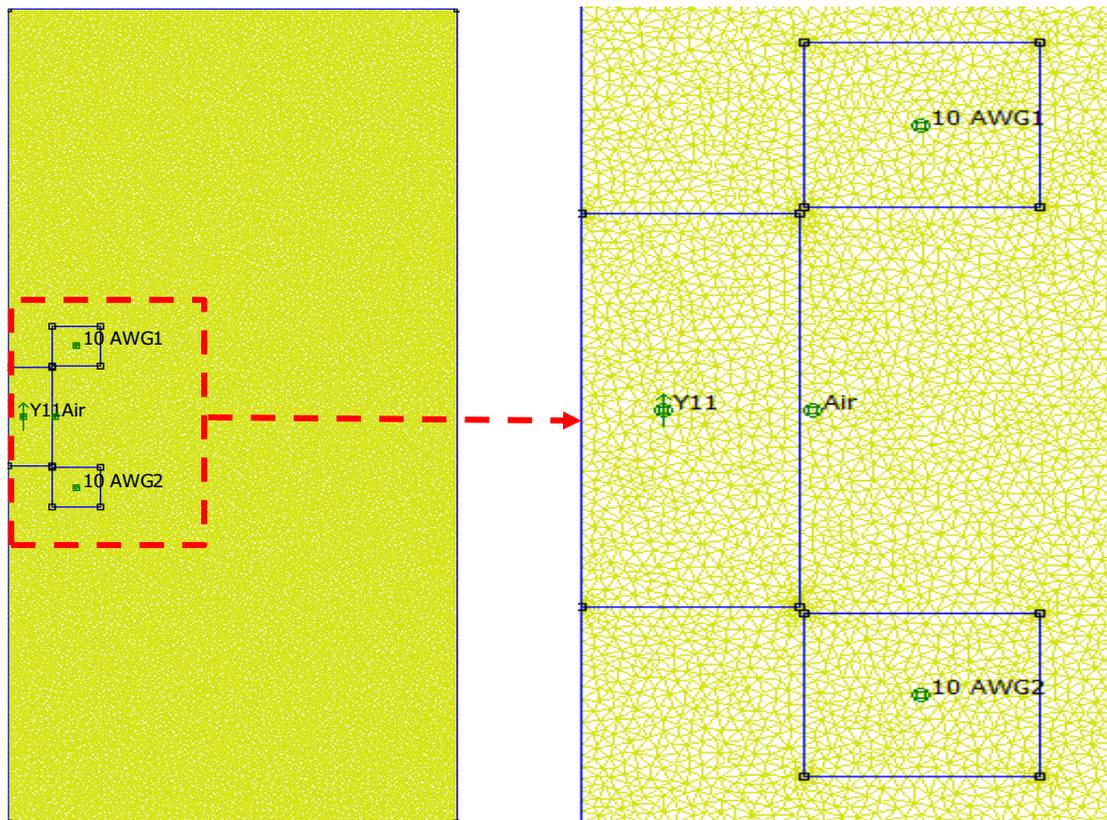


Figure III.11. Structure du maillage éléments finis de l'actionneur.

Les figures III.12, III.13 illustrent respectivement : la distribution des lignes de flux et la carte d'induction.

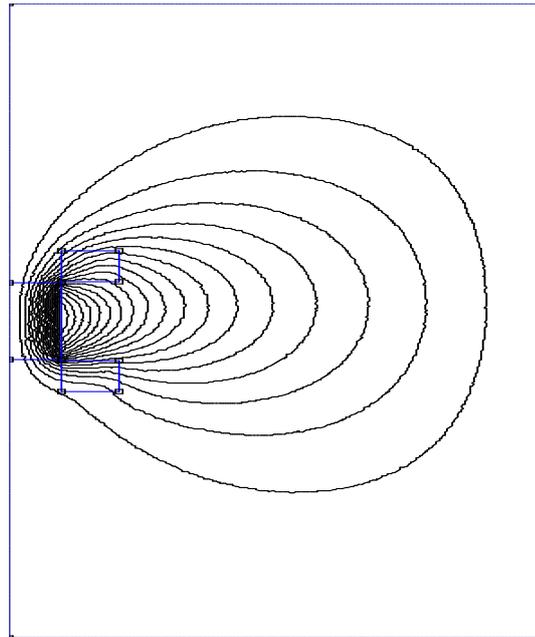


Figure III.12. Distribution des lignes du champ.

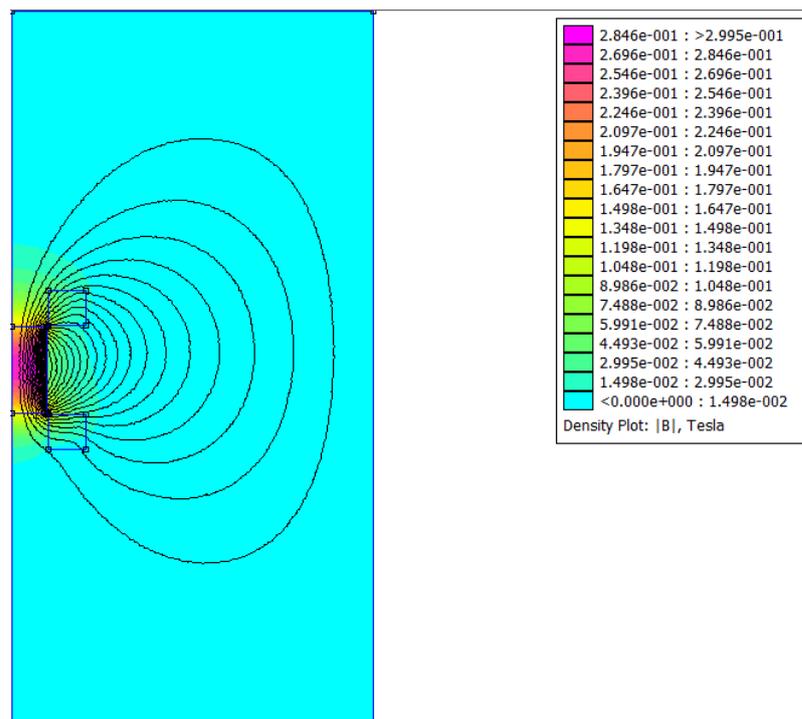


Figure III.13. Carte d'induction.

III.4.1. Résultat d'optimisation

Dans cette application, l'algorithme GWO est choisi pour résoudre le problème d'optimisation de la forme d'un actionneur à gradient de champ. Cet algorithme est fondé sur l'aléatoire. Ce qui permet d'explorer le domaine d'optimisation de façon plus robuste que les

méthodes déterministes. Nous avons fait arrêter le processus d'optimisation lorsque toutes les forces aux P points se sont révélées suffisamment proches de la force $F_0 = 5\text{N}$ imposée (écarts inférieurs à $\pm 8\%$).

Les valeurs des paramètres de contrôle de l'algorithme GWO utilisé pour résoudre ce problème d'optimisation sont les suivantes : une taille de la population égale à 20 ; un nombre d'itération fixé à 60. Les contraintes de conception ont été introduites dans la fonction que l'on cherche à optimiser par la méthode de pénalités extérieures.

La figure III.14 montre l'évolution de la meilleure solution en fonction des itérations.

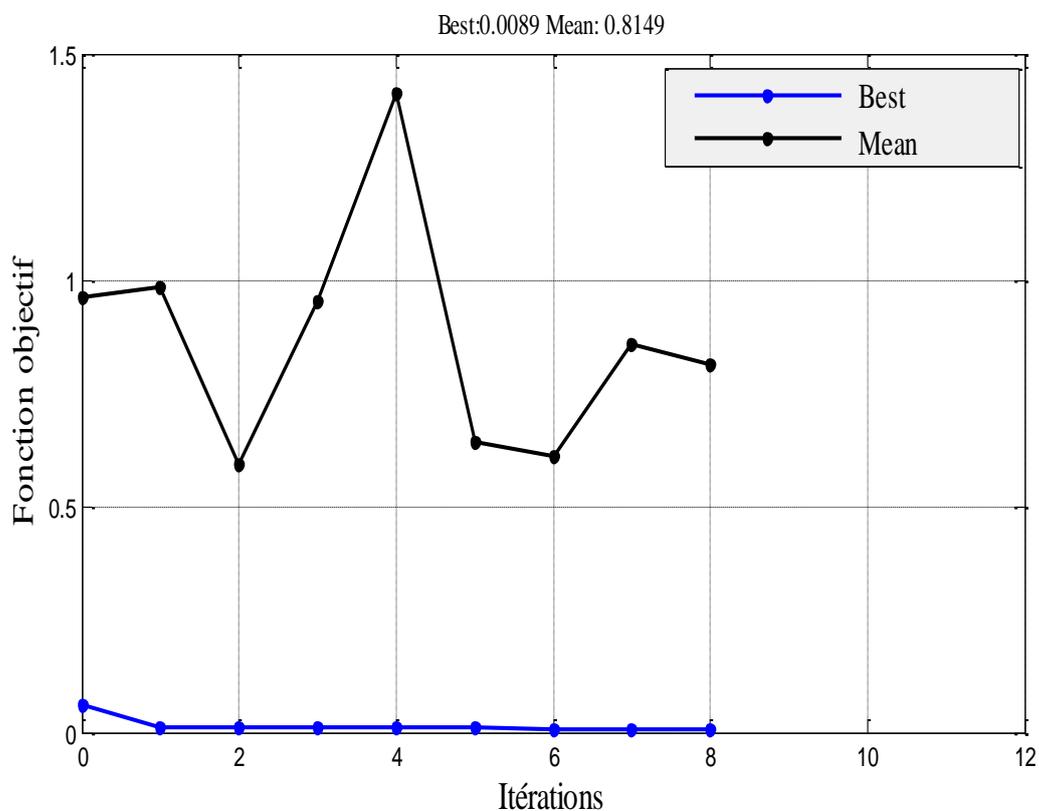


Figure III.14. Variation de la fonction objective avec les itérations de l'algorithme GWO appliqués à l'actionneur à gradient de champ.

À partir de la figure III.14. On constate qu'au début du processus d'optimisation, la fonction objective descend graduellement par une pente égale à 0.0587, et devient presque constante à partir de l'itération 1, puis elle devient constante encore une autre fois en atteignant la région de la solution au départ de l'itération 6.

L'algorithme GWO a convergé après 8 itérations pour un minimum de temps de calcul. L'évolution de la fonction objective en fonction des itérations. Les paramètres optimaux obtenus ainsi que le temps de calcul nécessaire sont regroupés dans le tableau III.5.

Paramètre	Valeurs obtenues	Nombre d'itération	Temps de calcul
x_1 [mm]	15.2937	8	23764 seconds
x_2 [mm]	23.5058		
x_3 [mm]	17.0652		
x_4 [mm]	25.0000		

Tableau III.5. Résultats des paramètres optimaux obtenus par algorithme GWO

La figure III.15 présente la structure optimale obtenue de l'actionneur pour la solution optimal.

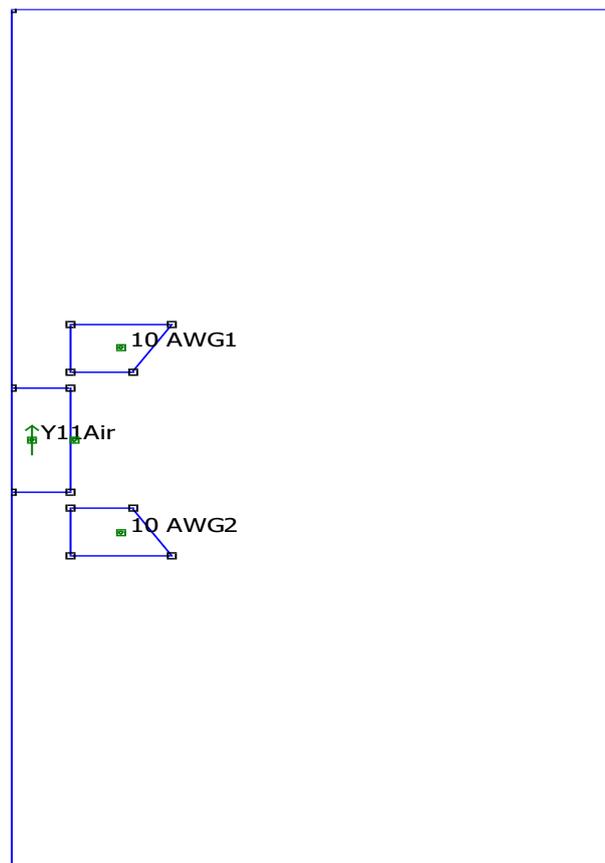


Figure III.15. Structure optimale de l'actionneur.

La figure III.16 représente la variation la force par rapport au déplacement de l'aimant, avant et après l'optimisation de l'actionneur.

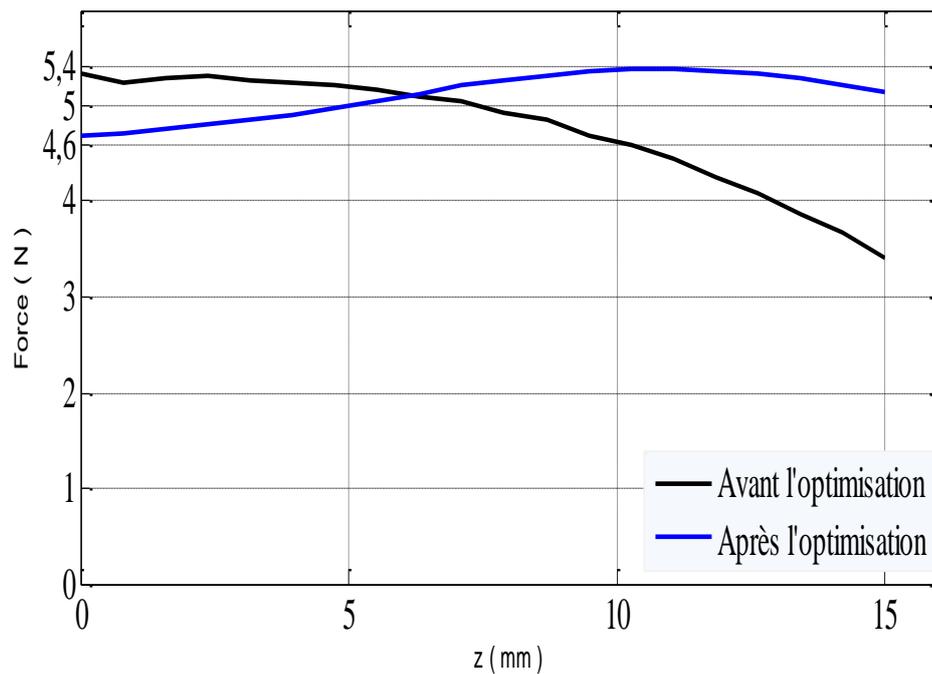


Figure III.16. Variation la force par rapport au déplacement de l'aimant

On remarque Avant l'optimisation la force diminue régulièrement à mesure que le déplacement augmente, montrant une baisse significative sur l'ensemble de la plage, tandis qu'après l'optimisation, la force augmente initialement avec le déplacement, atteint un pic, puis diminue légèrement vers la fin dans une plage de force égale à $F_0 \pm 8\%$, mais conserve généralement une forme plus stable par rapport à avant l'optimisation.

Globalement, l'optimisation a conduit à une sortie de force plus stable avec moins de variation, améliorant ainsi considérablement les performances de l'actionneur.

En comparant nos résultats avec ceux de la référence [16], présentés dans la Figure III.17, nous avons constaté une grande similarité.

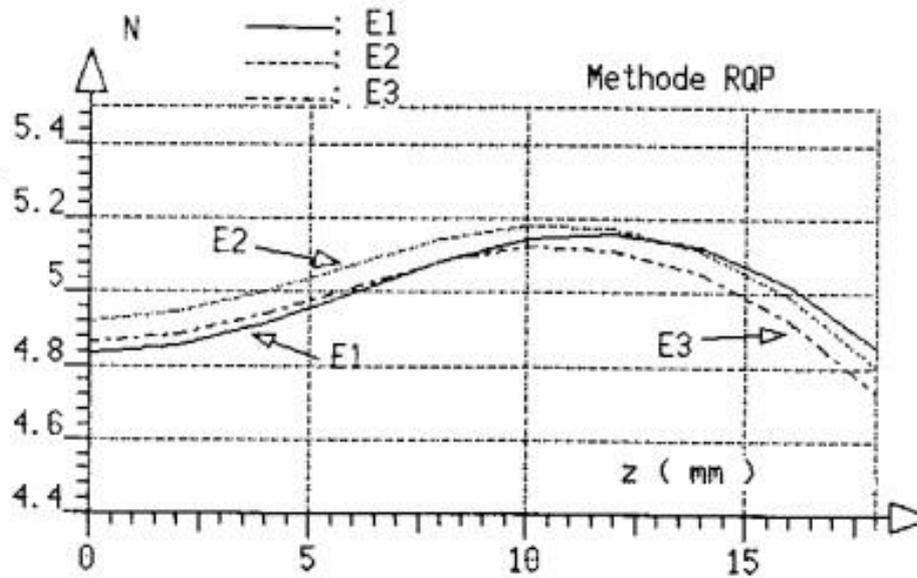


Figure III.17 Résultats de la référence [16], essai E1, essai E2, essai E3

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude basée sur le couplage entre la méthode des éléments finis et l'algorithme GWO. La modélisation de l'actionneur a été effectuée avec le logiciel FEMM, utilisé pour résoudre les équations de Maxwell et déterminer les grandeurs électromagnétiques en régime statique. L'algorithme GWO a été implémenté dans l'environnement MATLAB, ce qui a permis de réaliser le processus d'optimisation avec succès.

De plus, cette étude s'est concentrée sur l'identification des paramètres géométriques optimaux d'un actionneur à gradient de champ, permettant d'obtenir une force presque constante $F=5N$ en fonction du déplacement du noyau magnétique. L'algorithme GWO, utilisé pour résoudre ce problème d'optimisation, nous a permis d'obtenir des résultats satisfaisants.

Les méthodes stochastiques ont une bonne probabilité de trouver l'optimum global, mais elles nécessitent un temps de calcul important.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est concentré sur l'optimisation des dispositifs électromagnétiques en combinant des techniques de modélisation numérique et des algorithmes d'optimisation inspirés de la nature. En particulier, l'utilisation de la méthode des éléments finis (FEM) et de l'algorithme du loup gris (GWO) a permis d'améliorer les performances et l'efficacité des dispositifs électromagnétiques en optimisant leur géométrie tout en tenant compte des contraintes physiques et économiques. Les travaux ont démontré l'efficacité de l'algorithme du loup gris GWO pour explorer l'espace des solutions et atteindre des optima globaux

Dans le premier chapitre, nous avons exploré la méthodologie de conception des dispositifs électromagnétiques en détaillant les concepts fondamentaux de l'optimisation en électrotechnique. Nous avons examiné les différentes approches d'optimisation, distinguant entre les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques, et expliqué comment sélectionner la méthode la plus appropriée en fonction des caractéristiques spécifiques du problème à résoudre. Un accent particulier a été mis sur l'algorithme du loup gris (GWO), sélectionné pour son efficacité dans l'optimisation de la géométrie des dispositifs électromagnétiques complexes.

Dans le deuxième chapitre, nous avons rappelé les principes fondamentaux de l'électromagnétisme en détaillant les équations de Maxwell et leur application dans la méthode des éléments finis (FEM). Nous avons mis en évidence les limites des méthodes analytiques et semi-analytiques pour modéliser les phénomènes électromagnétiques complexes et démontré la supériorité des méthodes numériques pour traiter des géométries et des comportements non linéaires avec une grande précision.

Dans le troisième chapitre, nous avons appliqué les concepts théoriques et les méthodes d'optimisation pour concevoir un actionneur électromagnétique optimal. Les résultats pratiques ont démontré que la combinaison de la méthode des éléments finis (FEM) pour la simulation et de l'algorithme du loup gris (GWO) pour l'optimisation permet de déterminer les paramètres géométriques optimaux, conduisant à des améliorations significatives en termes de performance et d'efficacité.

En conclusion, ce mémoire montre que l'association de la méthode des éléments finis et de l'algorithme du loup gris constitue une approche prometteuse pour l'optimisation des dispositifs électromagnétiques. Cette étude contribue à une meilleure compréhension des techniques de conception optimale et ouvre des perspectives pour des recherches futures.

Perspectives

- Utiliser des algorithmes plus performants ou combiner l'algorithme du loup gris GWO avec d'autres algorithmes stochastiques ou déterministes pour l'améliorer.
- L'intégration de l'algorithme du loup gris avec des réseaux de neurones vise à réduire le temps nécessaire pour atteindre la solution optimale.
- Utiliser des variables d'optimisation physiques, telles que les propriétés des matériaux, en plus des variables géométriques.
- Optimiser plusieurs critères de performance simultanément, comme par exemple une force constante à 5 N et minimisation des pertes.
- Utiliser cette approche d'optimisation (GWO associée à un modèle EF) pour améliorer d'autres équipements électrotechniques comme les moteurs électriques ou les transformateurs.

Références

Références

- [1] O. Hajji, « Contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques », Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2003
- [2] M. M. Lakhdar, « Contribution à la CAO optimisée des machines électriques, application au moteur linéaire à induction » Thèse de doctorat d'état en électrotechnique, université de Batna, Décembre 2005.
- [3] C. Espanet, « Modélisation et Conception Optimale de Moteurs Sans Balais A Structure Inversée Application au Moteur Roue » Thèse de Doctorat en Sciences de L'Ingénieur, Université de Franche-Comté, France, 1999.
- [4] J. C. Sabonnadière, J. L. Coulomb, « CAO en Electrotechnique » HRMES Publishing, 1985.
- [5] F. Wurtz, « Une Nouvelle Approche pour la Conception Sous Contraintes de Machines Electriques » Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1996.
- [6] J. Andersson, « On Engineering Systems Design, A Simulation and Optimization Approach » Science and Technology Thesis No. (765), Linköpings Universitet, SE-581 83 Linköping, Sweden, 1999.
- [7] M. Najib, « Développement d'une bibliothèque de techniques d'optimisation de formes pour la conception assistée par ordinateur de composants et de circuits hyperfréquences », Thèse de doctorat, Limoges, 2012.
- [8] T. V. Tran, « Problèmes Combinatoires et Modèles Multi-Niveaux pour la Conception Optimale des Machines Électriques », Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2009.
- [9] A. D. Kone, "Contribution à la conception des actionneurs électriques par formulation en termes d'optimisation", Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 1993.
- [10] K. Bouali, « Étude et conception de structures électromagnétiques des matériaux composites fer – résine », Mémoire Magister en Electrotechnique Université de Batna.
- [11] B. K. « Adaptation des méthodes d'optimisation par intelligence artificielle pour la conception optimale des machines électriques », Thèse de Doctorat, Université de Jijel, 2019.
- [12] M. C. Costa. Optimisation de dispositifs électromagnétiques dans un contexte d'analyse par la méthode des éléments finis. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2001. Français.
- [13] D. Hoang, « Détermination simultanée de la résistivité et de l'épaisseur des tôles métalliques et d'alliages non magnétiques par méthode électromagnétique sans contact », thèse de doctorat, école doctorale électronique, électrotechnique, automatique, Lyon, 2009.

- [14] M. Tawk, « Etude et réalisation d'un system de refroidissement pour l'électronique de puissance base sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique », Thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011.
- [15] K. Bouali, « Contribution à l'étude et l'optimisation des convertisseurs magnétohydrodynamique (MHD) » Thèse de Doctorat, Université de Batna, 2015.
- [16] R. R. Saldanha, "Optimisation en Electromagnétisme par application conjointe des Méthodes de Programmation Non Linéaire et de la Méthode des Éléments Finis", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.
- [17] J. K. Hao, P. Galinier et M. Habib, « Méthaheuristiques pour l'Optimisation Combinatoire et l'Affectation Sous Contraintes », Revue d'Intelligence Artificielle, 1999.
- [18] C. W. Caroll, « The Created Response Surface Technique for Optimizing Nonlinear Restrained Systems», Operational Research, n. 9, pp. 169- 184, 1961.
- [19] A. V. Fiacco, G. P. McConnick, « Nonlinear Programming Sequential Unconstrained Minimization Techniques », John Wiley, New York, 1968.
- [20] D. M. Ryan, « Penalty and Barrier Fonctions », P. E. Gill and Murray, Academie Press,1974.
- [21] S. Mirjalili, A. Lewis, « Grey Wolf Optimizer », advanced engineering Software, 2014.
- [22] I. Gourragui, « Modélisation numérique, optimisation et commande de machines à réluctance variable », Thèse de Doctorat, Université de Metz, 2006.
- [23] K. Bouhrine, C. Merrouche, « Modèles éléments finis pour le calcul de forces d'origine magnétique », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2005.
- [24] H. Achouri, M. Belaggoun, « Etude et modélisation de la machine synchrone à réluctance variable », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2010.
- [25] R. Raonimanarivo, A. F. Antonio «etude de fonctionnement des moteurs lineiare- reluctant et hybride-», Mémoire d'Ingénieur, école superiure polytechnique d'antananarivo,2004 .
- [26] R. Amieur, « Etude et conception d'une machine synchrone à aimants permanents », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2009.
- [27] A. Fedsi, A. Tioune, « Optimisation de forme d'une machine à reluctance variable », Mémoire d'Ingénieur, Université de jijel, 2008.
- [28] N. Chabou, S. Zigha, « L'influence de l'alimentation en tension sur les forces magnétiques : Application aux actionneurs linéaire) », Mémoire d'Ingénieur, Université de Jijel, 2005.

- [29] S. Naceur, « Contribution à la Modélisation 2D d'un Convertisseur Magnétohydrodynamique (MHD) à Conduction » Thèse de Doctorat, Université de Batna, 2015.
- [30] N. Bergoug, « Contribution à l'Etude d'une Machine MHD Annulaire », Thèse de Doctorat en Sciences en Electrotechnique, Université de Batna, 2013.
- [31] N. Benyahia, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques par couplage : Méthode des volumes finis- méthode des circuits couplés » ; Thèse de magister, Université de Batna 2004.
- [32] O. Naidji, F.Moufki, «Modélisation numérique par éléments finis des phénomènes thermiques de la pompe Magnétohydrodynamique (MHD) », Mémoire de master , Université de Batna 2019.
- [33] I. Bouchareb, « Modélisation et simulation de défauts d'une machine synchrone à réluctance variable », Mémoire de Magister, Université de Constantine, 2009.
- [34] R. Hadjoudj, « Contribution à la conception, l'étude des performances et à l'optimisation d'une MRV excitée au rotor », Mémoire de Magister, Université Batna, 2010.
- [35] M. Chouiakh, N. Bensaci, « Conception et modélisation des machines synchrones à aimants permanents à encoches ouverts », Mémoire d'Ingéniorat, Université de Jijel, 2009.
- [36] H. Boukhema, « Calcul des machines AC avec prise en compte de l'effet des encoches sur la reluctance de l'entrefer : Coefficient de carter », Mémoire de Master, Université de Jijel, 2011.
- [37] J. Kennedy, et R. Eberhart, « Particle swarm optimization », Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks1995
- [38] D. Echeverria, D. Lahaye, « Optimisation in electromagnetics with the space-mapping technique », The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering Vol. 24 No. 3, 2005 pp. 952-966.

Résumé

Ce mémoire présente une approche de conception par optimisation utilisant l'algorithme du loup gris (GWO) pour optimiser la géométrie d'Actionneur à Gradient de Champ. Le problème de conception est formulé comme un problème d'optimisation, et l'utilisation de la méthode des éléments finis permet de modéliser les phénomènes électromagnétiques des dispositifs. Les simulations réalisées avec les logiciels FEMM pour la modélisation électromagnétique et MATLAB ont permis d'optimiser les paramètres géométriques de l'actionneur afin de garantir une force constante le long d'une trajectoire définie.

Mots clés : optimisation, dispositifs électromagnétiques, Actionneur à Gradient de Champ, méthode du loup gris (GWO), élément finis, MATLAB, FEMM.

Abstract

This thesis presents an optimization-driven design approach using the Grey Wolf Optimizer (GWO) algorithm to optimize the geometry of a Field Gradient Actuator. The design problem is formulated as an optimization problem, and the Finite Element Method (FEM) is used to model the electromagnetic phenomena of the devices. Simulations conducted with FEMM for electromagnetic modeling and MATLAB enabled the optimization of the actuator's geometric parameters to ensure a constant force along a specified trajectory.

Keywords: optimization, electromagnetic devices, Field Gradient Actuator, Grey Wolf Optimizer (GWO) method, finite element method, MATLAB, FEMM.

المخلص

في هذه المذكرة تم عرض نهج للتصميم بواسطة الأمثلة باستخدام خوارزمية الذئب الرمادي (GWO) لتحسين هندسة محرك الحقل التدرجي. يتم صياغة مشكلة التصميم كمسألة للأمثلة، واستخدام طريقة العناصر المحددة يسمح بنمذجة الظواهر الكهرومغناطيسية للأجهزة. تمكنت المحاكيات التي تم إجراؤها باستخدام برامج FEMM للنمذجة الكهرومغناطيسية وماتلاب MATLAB من تحسين المعلمات الهندسية للمحرك لضمان قوة ثابتة على طول مسار محدد.

الكلمات المفتاحية: التحسين، الأجهزة الكهرومغناطيسية، محرك الحقل التدرجي، خوارزمية الذئب الرمادي (GWO)،

العناصر المحددة، ماتلاب، FEMM.