

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

M 1142



M/ELEC.C.MDE

2012/08



UNIVERSITÉ DE JIJEL
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN
ELECTROTECHNIQUE

OPTION : CONCEPTION ET MODÉLISATION DES STRUCTURES
ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Thème

*Modélisation d'un câblage embarqué en tenant compte les
effets de masse par la méthode PEEC*

Présenté par :

Mr. ABDELOUAHAB Ahmed.

Proposé et dirigé par :

Mr. KECHICHEB.M

ANNEE UNIVERSITAIRE: 2012

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ DE JIJEL
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

08/2012
02/02

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN
ELECTROTECHNIQUE

OPTION : CONCEPTION ET MODÉLISATION DES STRUCTURES
ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Thème

*Modélisation d'un câblage embarqué en tenant compte les
effets de masse par la méthode PEEC*

Présenté par :

Mr. ABDELOUAHAB Ahmed.

Proposé et dirigé par :

Mr. KECHICHEB.M

ANNEE UNIVERSITAIRE: 2012

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

REMERCIEMENTS

Nous remercions **ALLAH** le tout puissant de m'avoir donné le savoir et la faculté de pouvoir poursuivre nos études afin de choisir un métier d'avenir noble.

Nous exprimons toute notre gratitude à Monsieur **M.KECHICHEB**, notre encadreur, de nous avoir bien orienté durant toute la période d'étude et pour son soutien constant et ses nombreux conseils qui nous ont aidé à franchir les diverses difficultés rencontrées dans cette étude.

Nos plus vifs remerciements s'adressent au staff des enseignants du département de Génie Electrique nous citons **I.HAFSSAOUI** le chef de département, **H.ALLAG**, **T.HACIB**, **Z.BOULASSEL**, **D.AMIOUR**, qui nous a encadrés durant nos études à l'université de Jijel.

Enfin, nous exprimons nos sincères remerciements à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

MERCI A TOUS

Dédicace

À mes chers parents, mes sœurs et frères ;

À mes amis, surtout les proches ;

Ahmed

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre I : Introduction aux câblages embarqués.....	2
I Systèmes embarqués	2
II Position de problème.....	6
III Les couplages dans un câblage embarqué.....	7
IV Conséquences des couplages électromagnétiques.....	10
V Méthodes d'analyse en électromagnétisme.....	11
VI Notre choix.....	13
VII Conclusion.....	13
Chapitre II : La méthode PEEC.....	14
I Equations fondamentale – Equations de Maxwell.....	14
II Equation intégrale en potentiel mixtes.....	17
III Dérivation de modèle PEEC généralisé.....	18
- Interprétation des termes de l'équation intégrale (MPIE).....	20
- Synthèse des termes interprétés de l'équation (MPIE).....	23

- Equations de potentiels et conservation de charge.....	24
- Construction du modèle PEEC généralisé.....	26
- Calcule des éléments partiels.....	28
IV Conclusion.....	28
Chapitre III : Modèle PEEC semi analytique.....	29
I Rappel et hypothèses.....	29
II Evaluation analytique des paramètres de couplage RLP.....	30
- Interaction mutuelle entre filaments – rubans – barres parallèles.....	31
III Analyse des circuits. - Construction du système.....	32
IV Exemple explicatif.....	38
V Conclusion.....	40
Chapitre IV : Applications.....	43
I Résultats obtenus pour les impédances d’entrées.....	44
- Observation – Commentaires – Interprétations.....	47
- Conclusion sur les impédances d’entrées.....	49
II Résultats obtenus pour les distributions des potentiels et des courants dans le plan de masse.....	49

II.1 Topologie zigzag. Fil en court circuit : T4.CC.....	50
II.2 Topologie zigzag. Fil en court ouvert : T4.CO.....	54
II.3 Conclusion sur les répartitions.....	56
Conclusion générale.....	59

Introduction générale

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les systèmes électriques et électroniques, en évolution continue, se généralisent partout dans l'industrie. Le domaine des systèmes embarqués, tel que l'automobile et l'aéronautique : des actionneurs, de toutes natures, habituellement embarqués à bord sont progressivement remplacés par des actionneurs électromécaniques pilotés par des systèmes électroniques. On parle alors des nouvelles générations dites "plus électrique". [GEN.08]

L'introduction de ces systèmes dans un domaine fait apparaître de nouvelles fonctionnalités, afin d'améliorer ses performances, son confort et sa sécurité. Cependant, elle modifie aussi son environnement électromagnétique. En effet, en parallèle au développement des systèmes « plus électriques », on a vu également augmenter la complexité et le nombre de liaisons du câblage électrique qui, sert comme support d'alimentation et de communication entre équipements. Malheureusement, cela se traduit aussi par une augmentation des risques liés aux agressions transmises par couplages électromagnétiques entre les éléments de ce câblage.

Afin d'éviter ces risques, il est nécessaire de savoir prédire leur apparition et d'appliquer des règles de conception permettant de les minimiser. Ceci ne pourra être fait que plutôt dans les phases de conception du câblage. Un outil de simulation permettant la caractérisation fiable et rapide de la complexité d'un câblage est donc indispensable. Cet outil devra, entre autre, permettre de tester plusieurs complexités -topologies- à fin d'en déduire des règles d'exécution et de cheminement pour le câblage.

Dans ce travail de master, nous essayons de mettre en œuvre une démarche basée sur une méthode d'analyse capable de prendre en sérieux les aspects d'une topologie câblée et embarquée, aspect 3D, contraintes d'environnement, etc. L'analyse de type électromagnétique est, ensuite, transformée par la méthode choisie en une analyse de type circuit qui, devra permettre une prédiction fiable du comportement d'une topologie en présence de son plan de masse, sur une bande de fréquence et en des temps raisonnables.

Après introduction, au premier chapitre, aux câblages embarqués et ses particularités et ses interactions, nous présentons, dans le deuxième et le troisième chapitre, en détails les fondements mathématiques de la méthode choisie. Et en fin une application, qui servira seulement pour l'appréciation qualitative des résultats, est présentée dans le quatrième chapitre, et nous terminons par une conclusion.

Chapitre I :
Introduction aux câblages embarqués

Chapitre I : introduction aux cablages embarqué

I. Systèmes embarqués.

Depuis une cinquantaine d'année, l'évolution des électroniques intégrées est à l'origine d'une véritable révolution industrielle. Les électroniques intégrées, dont les performances n'ont cessé de progresser, se sont insérées à l'intérieur de nombreuses applications industrielles, militaires ou grand public, comme le montre la figure I-1. Ainsi, depuis quelques années est apparu le terme de systèmes embarqués pour désigner un système contenant et piloté par un ou plusieurs composants électroniques. L'insertion de circuits électroniques à l'intérieur d'une application permet de remplacer ou de faire apparaître de nouvelles fonctionnalités, afin d'améliorer les performances du système, le confort d'utilisation ou la sécurité.

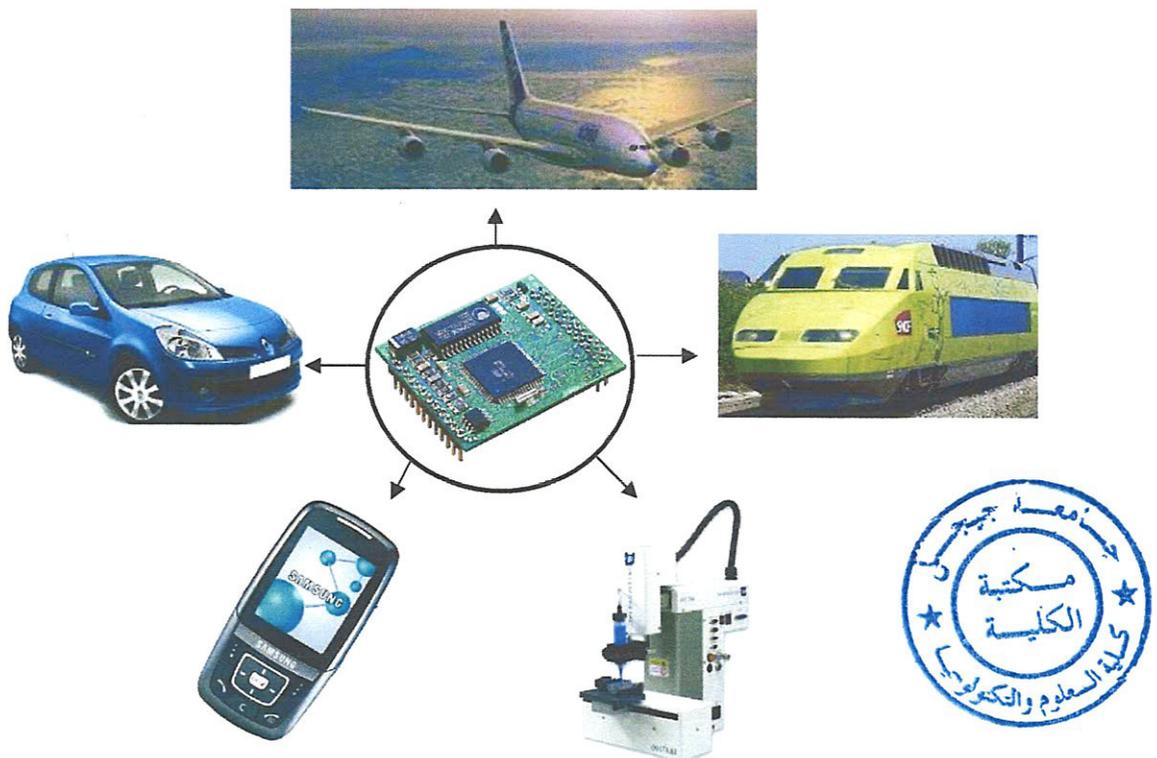


Figure I-1 . Quelques exemples de systèmes embarqués

Un des exemples les plus révélateurs de cette tendance à embarquer des systèmes électroniques dans une application grand public est l'automobile. Ainsi, ils se sont banalisés à l'intérieur des véhicules actuels, composés jusqu'à 55 calculateurs [BER.03] et d'une multitude de capteurs. Une automobile est donc un assemblage de circuits

hétérogènes, dédiés à améliorer les performances des équipements tout en réduisant leur coût et en améliorant le confort et la sécurité des passagers. La figure I-2 illustre l'intégration des systèmes électroniques dans une automobile.

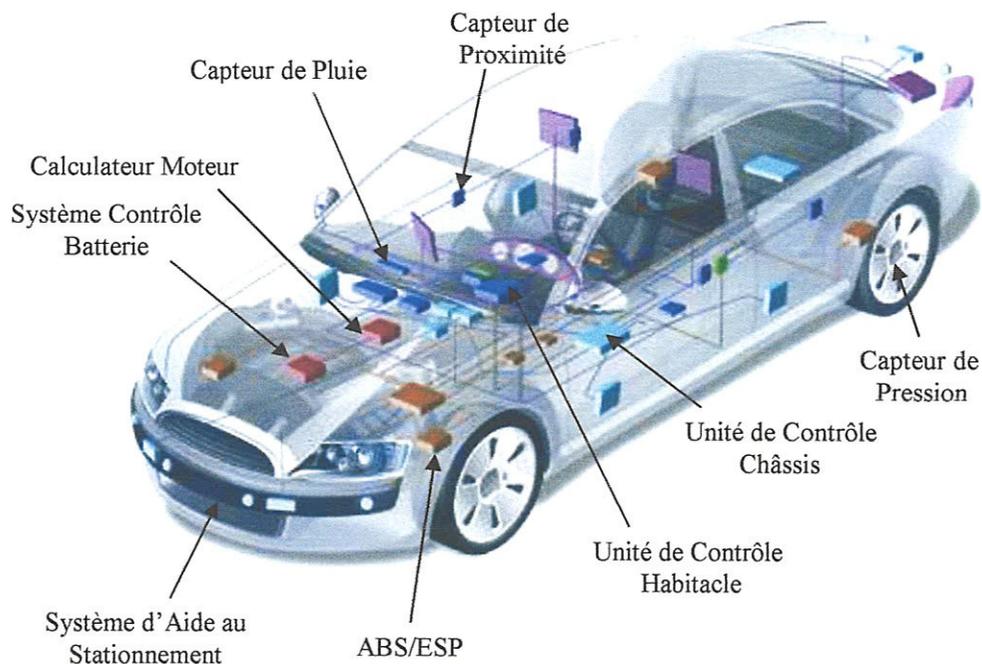


Figure I-2 . Systèmes électroniques embarqués dans une automobile

Malheureusement, cette généralisation des fonctions électroniques sur toutes les parties du véhicule conduit à l'apparition de nombreux problèmes comme la fiabilité des systèmes, la réduction de la consommation électrique, l'amélioration de la dissipation thermique et la compatibilité électromagnétique (CEM). Les impacts de ces problèmes vont d'un simple inconfort lorsqu'il s'agit d'un équipement de confort tel l'autoradio, à la mise en danger des utilisateurs lorsqu'il s'agit des organes de sécurité (Air bag, direction assistée, ...).

I. 1. Câblage embarqué

Les systèmes embarqués à bord cohabitent le même volume et communiquent entre eux par des liaisons filaires classiques non blindées, appelées Réseau de Câblage, avec des débits croissant de manière exponentielle. Sur une voiture contemporaine, dont la puissance totale dépasse les 3 kW et possède plusieurs calculateurs, le câblage nécessaire

dépasse les 2 km de câble, soit plus d'un millier de fils et quelque 2000 connexions électriques et cela malgré l'apparition des techniques de multiplexage [YAH.09].

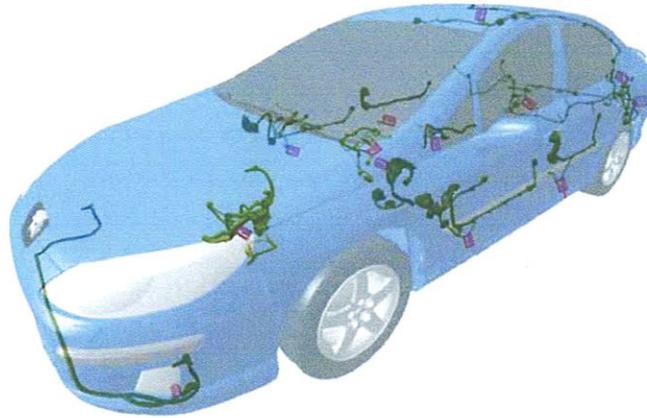


Figure I-3 . position et cheminement des parties principales du câblage d'un Peugeot 407.

Dans ce réseau de câblage, les fils électriques sont regroupés dans des faisceaux reliant les calculateurs aux nombreux appareils électroniques qui composent le véhicule. Ils alimentent en énergie ces différents équipements et assurent la transmission des données entre calculateurs. Ces faisceaux de câbles ont des propriétés importantes telles que :

- L'inhomogénéité : les faisceaux regroupent tous types de câbles (câbles de puissances et de données), les intensités des courants sont différentes et l'influence des uns par rapport aux autres peut se révéler nuisible.
- La proximité : les faisceaux, en plus de regrouper des câbles collés les uns aux autres, sont très proches du plan de masse et autres appareils électroniques. Cela favorise l'apparition des effets de proximité généralement indésirables.
- L'inhomogénéité géométrique : les faisceaux ne sont plus rectilignes et parallèles au plan de masse, il y a des inclinaisons, des changements de directions, des changements de positions et de hauteurs vis-à-vis au plan de masse.
- Pour sa part, la structure du véhicule sert de moyen de retour du courant négatif et sert aussi de plan de masse pour tous les appareils ce qui facilite le transfert des perturbations d'un équipement à l'autre.
- La structure du plan de masse n'est pas équipotentielle, on ne peut pas donc garantir facilement que deux points d'un plan de masse sont au même potentiel

compte tenu des courants véhiculés et donc son traitement est similaire à ce d'un conducteur .

- Les faisceaux et leur plan de masse ne sont plus de dimensions infinie ; ils ont des dimensions bien finies ce qui rend l'influence des bords n'est pas négligeable et aussi l'aspet 3D est inévitable.

A ces particularités, nous ajoutons celles qui se manifestent suite à l'augmentation de la fréquences.

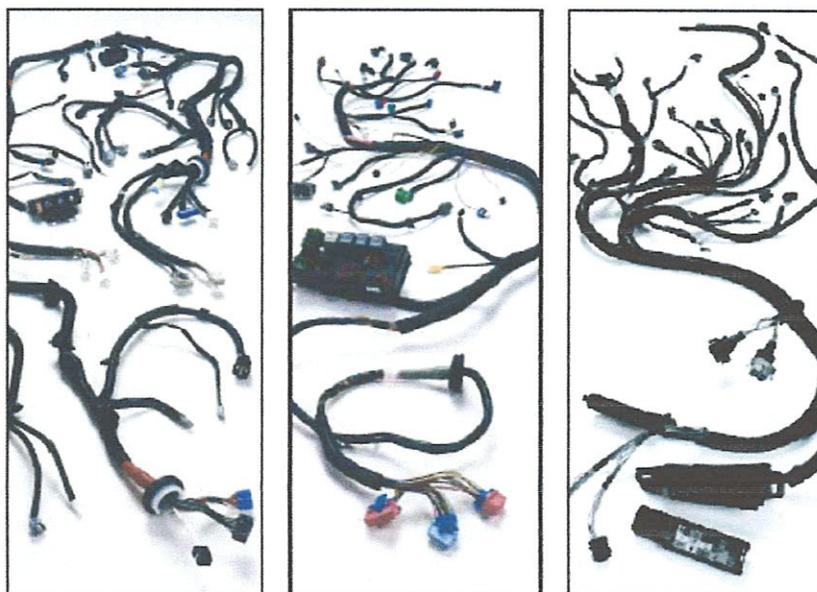


Figure I- 4 . vues éclatées de quelques faisceaux de câblage automobile.

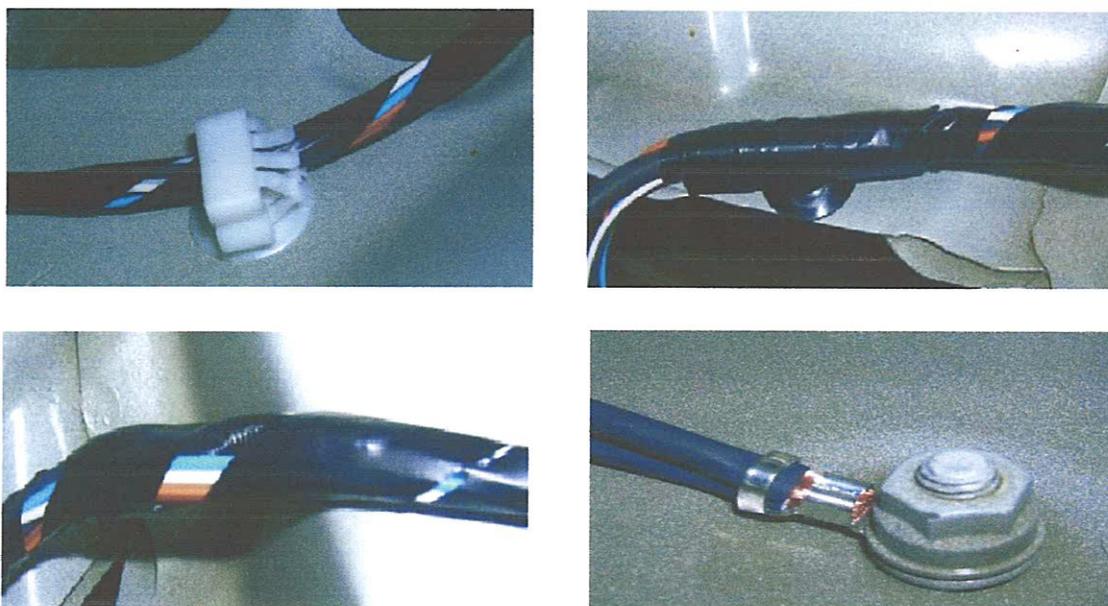


Figure I-5 . vues approchées de faisceaux : inhomogeneite , proximité, fixation, suspension.

II. Position du problème.

Du point de vue cohabitation électromagnétique, point de vue qui nous intéresse ; le nombre si élevé de liaisons électriques dans l'environnement d'un véhicule se traduit également par une augmentation des risques liés à la compatibilité électromagnétique. En effet, chaque liaison électrique peut être considérée comme une source potentielle de perturbation capable de provoquer, par couplage électromagnétique sur le réseau de câblage d'un véhicule, le dysfonctionnement d'un équipement. Le réseau de câblage du fait qu'il connecte tous les équipements entre eux. Il peut ainsi être assimilé à une antenne émettrice ou réceptrice de perturbations ainsi que le vecteur (support) de propagation de ces perturbations.

Afin d'éviter les défaillances dues à des perturbations électromagnétiques, il est nécessaire de savoir prédire l'apparition de leur impacts sur le réseau de câblage et d'appliquer des règles de conception permettant de les minimiser. Les ingénieurs qui doivent résoudre ce problème doivent le faire le plus tôt possible dans les phases de conception du produit. En effet, la prise en compte des problèmes CEM à ce moment permet d'augmenter les chances d'un produit de passer avec succès les phases de qualifications CEM et ainsi d'éviter des phases coûteuses de *redesign*. La figure I-6 compare un flot de conception sans prise en compte des aspects CEM et un flot qui les prend en compte.

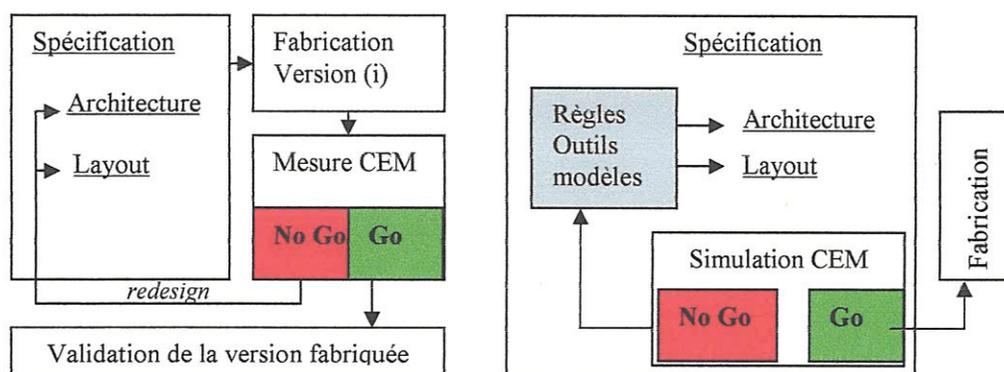


Figure I-6 . Stratégies de prise en compte de la CEM dans le flot de conception d'un produit.[BOY.07]

Ainsi, alors que la complexité du réseau de câblage des nouveaux modèles de véhicules ne cesse d'augmenter, les constructeurs s'imposent des délais de conception de plus en plus courts. Il devient alors fondamental de construire une stratégie d'assemblage cohérente.

II. 1. Problème principale et solution attendue.

Pour décider d'un schéma de câblage, les questions fondamentales auxquelles doit répondre l'ingénieur de conception sont :

- Où placer le câblage ?
- Comment le faire cheminer ?

Des réponses à ces questions dépendent les couplages électromagnétiques dans le véhicule.

Et, de ces questions simples, découle alors la question principale équivalente :

Comment caractériser un câble en fonction de son emplacement ?

Ainsi, afin de pouvoir estimer rapidement les conséquences d'un changement de topologie du faisceau de câble, un outil de simulation devient nécessaire. Une simulation très rapide doit pouvoir nous permettre d'essayer de nombreux cas différents ce qui permettra d'en déduire des règles de conception des câblages.

Le concepteur doit, pour décider d'un schéma de câblage, avoir à sa disposition des outils de prédiction fiables, rapides et souples d'utilisation. L'outil attendu se doit être de type schéma équivalent et devra pouvoir s'interfacer avec les logiciels de simulation électrique existants de type SPICE par exemple.

Notre travail de fin d'étude de master se porte donc sur la prédiction du comportement électromagnétique d'un ou deux câbles au-dessus d'un plan de masse tenant compte les particularités d'un câblage embarqué. Le résultat attendu est un schéma électrique équivalent des câbles et du plan de masse.

III. Les couplages dans un câblage embarqué.

Les moyens, les plus rencontrés, dont dispose une perturbation pour se transmettre d'un élément à l'autre dans un câblage embarqué, par ordre de prédominance, sont : le couplage par impédance commune, le couplage inductif, le couplage capacitif et le couplage par rayonnement. Cependant, le couplage des perturbations fait souvent, si ce n'est tout le temps, intervenir plusieurs modes simultanés, ce qui rend l'étude d'autant plus complexe.

La notion de couplage correspond au moyen d'échange d'énergie entre deux circuits : le premier circuit est considéré comme le générateur de perturbations et le second comme la victime. Nous nous sommes intéressés dans ce travail qu'aux couplages capacitifs, inductifs et par impédances communes.

III. 1. Couplage par impédance commune.

Le couplage par impédance commune est très courant dans le domaine des systèmes embarqués car c'est la carrosserie (boîtier ou châssis métalliques) du système qui sert généralement de conducteur de retour pour tous les circuits.

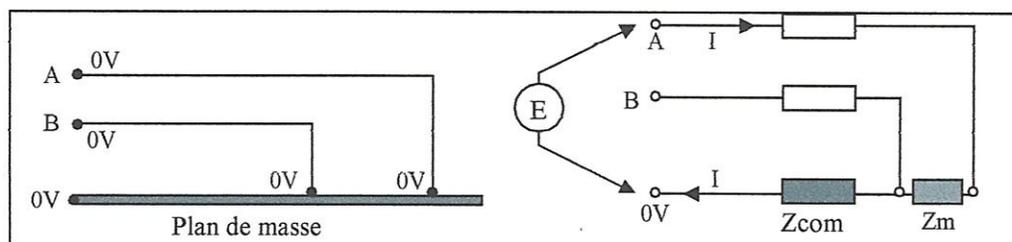


Figure I-7. Couplage par impédance du plan de masse.

La figure I-7 présente de manière simplifiée le couplage par impédance commune où un circuit génère un courant perturbateur I dans une impédance commune Z_{com} non nulle d'une partie du plan de masse. La tension V_B aux bornes de la victime est proportionnelle à ces deux valeurs (I, Z_{com}).

III. 2. Couplage par diaphonie inductive.

La diaphonie est un mode de couplage qui se rapproche du couplage champ à câble. Et, selon qu'elle a pour origine une variation de tension ou une variation de courant, elle est nommée diaphonie inductive ou diaphonie capacitive.

Le courant dans un fil génère autour de ce fil un champ électromagnétique qui, à faible distance, peut être approximé comme un champ purement magnétique. Ce champ, s'il est variable, génère à son tour une différence de potentiel contre électromotrice dans les boucles voisines. Ce phénomène est appelé couplage par diaphonie inductive.

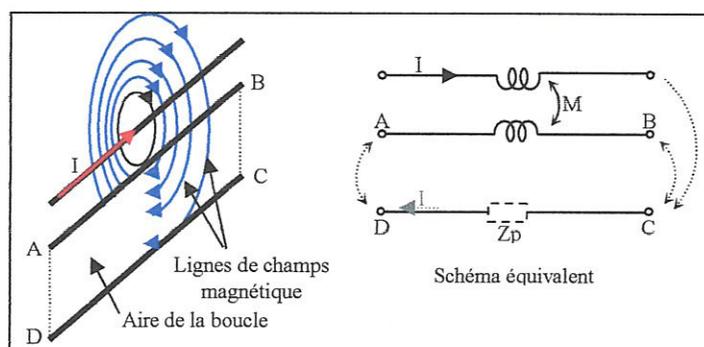


Figure I-8. Principe du couplage inductif (par diaphonie inductive)

Les différences de potentiel induites aux bornes de la boucle, V_{AD} et V_{BC} sont proportionnelles à la mutuelle inductance M entre les conducteurs, qui à son tour proportionnelle à l'aire de la boucle voisine.

III. 3. Couplage par diaphonie capacitive.

La différence de potentiel entre un conducteur et son environnement génère autour de ce conducteur un champ électromagnétique qui, à faible distance, peut être approximé comme électrique. Ce champ, s'il est variable, peut se coupler dans une autre structure et générer à son tour un courant injecté sur les conducteurs proches. Ce phénomène est appelé couplage par diaphonie capacitive, figure I-9.

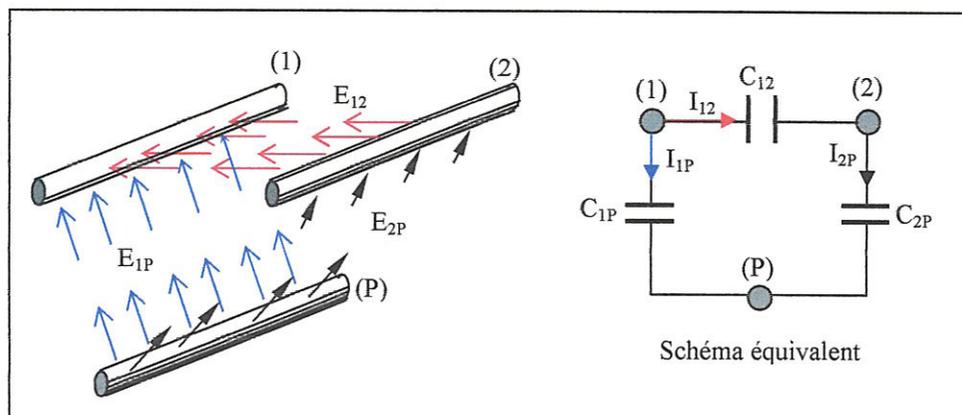


Figure I- 9. Principe de couplage capacitif (par diaphonie capacitive).

Les courants capacitifs entre conducteurs I_{ij} sont proportionnels aux mutuelles capacités C_{ij} entre les conducteurs, qui sont à leur tour inversement proportionnelles aux distances relatives entre conducteurs.

III. 4. Couplage simultané.

L'étude des couplages apparaît comme quelque chose d'assez complexe, puisque tous les modes de couplage ont tendance à apparaître simultanément en série ou en parallèle pour perturber de diverses manières les systèmes. De plus, ces modes couplages sont très préoccupants en hautes fréquences.

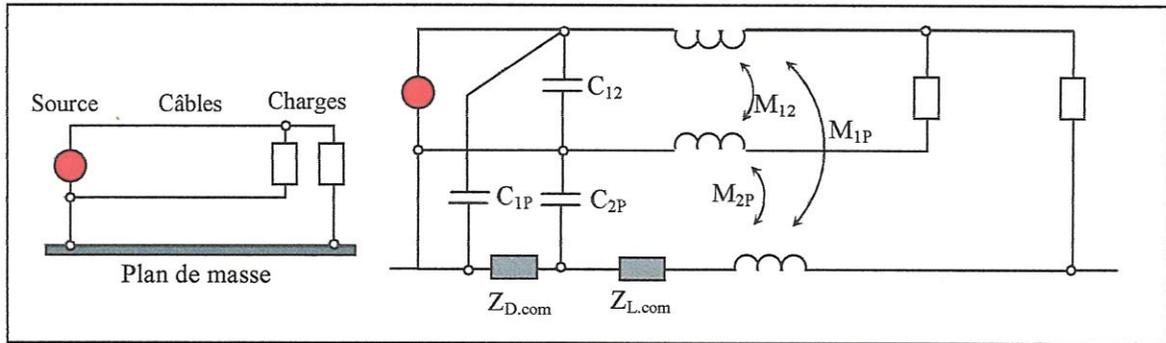


Figure I-10. Exemple d'un circuit où tous les modes de couplages coexistent.

La figure I-10 montre que pour un simple circuit, il y a assez de boucles et de branches par les quelles une perturbation peut se transmettre d'un élément à un autre. La coexistence dans un même câblage de multiples systèmes de transmission conduit, aussi, à la coexistence de multiples modes de couplage simultanément, qui a pour conséquence directe la détérioration des performances des systèmes. C'est le cas le plus pénalisant en termes de compatibilité électromagnétique.

IV. Conséquences des couplages électromagnétiques.

Les effets d'une agression varient en général d'un circuit à l'autre et d'une technologie à l'autre. Les énergies nécessaires pour provoquer une erreur ou une modification sont aussi très disparates. Pour les systèmes électroniques : parmi les effets, on considère entre autres, les changements d'états logiques, le bruit sur les entrées/sorties, la désynchronisation, et l'échauffement. Pour le système de câblage : des modifications de la répartition des tensions et des courants, de la répartition des densités de charges et de courant, des impédances des liaisons et aussi des échauffements.

De manière très générale, un signal perturbateur peut arriver dans un circuit victime par plusieurs manières, mais considéré, après couplage, comme un signal ajouté aux signaux et alimentations utiles. On ramène alors le problème au cas du mode conduit. Dans ce cas, l'impédance d'entrée de l'équipement/système joue un rôle important dans la pénétration (transmission) de l'agression à l'intérieur du système : une impédance élevée permettra de limiter les courants internes mais provoquera de fortes variations de tensions, tandis qu'une impédance d'entrée faible limitera les excursions de tension mais provoquera des courants importants.

Connaître l'impédance d'entrée d'un système de câblage, c'est synonyme de pouvoir prédire son comportement électromagnétique tension/courant/champs suite à une perturbation. C'est pour quoi, au cours de ce travail, nous allons chercher un modèle qui permet de calculer rapidement cette impédance d'entrée tenant compte de toutes les particularités d'une topologie embarquée.

V. Méthodes d'analyse en électromagnétisme.

Il ne s'agit pas dans cette partie de reproduire ce qui existe dans la littérature au niveau des méthodes d'analyse en électromagnétisme; nombre d'ouvrages le font de manière plus exhaustive. Nous pouvons citer, par exemple, [BON.05], bien qu'il ne soit, bien entendu, pas le seul. Nous allons juste rappeler la classification par familles et les propriétés de quelques familles de méthodes. Puis dans le chapitre suivant, sont abordés les étapes en détails permettant la formulation de la méthode choisie : le modèle PEEC.

V. 1. Classification des méthodes d'analyse.

Il existe de nombreuses méthodes de modélisation et d'analyse électromagnétique. Chacune possède des avantages et des inconvénients en fonction du problème traité. Elles peuvent être classifiées suivant plusieurs critères, figure I-11.

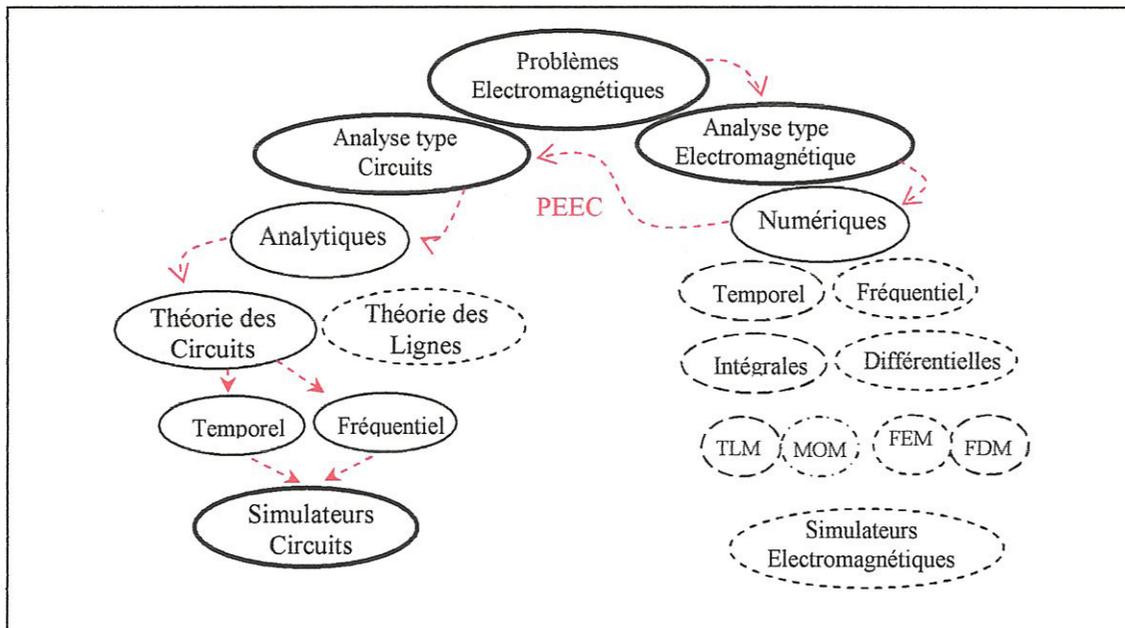


Figure I-11. Panorama des méthodes utilisées pour l'analyse des problèmes électromagnétiques

On peut distinguer, suivant la nature des méthodes, les méthodes analytiques ou semi-analytiques des méthodes numériques. Les méthodes analytiques ou semi-analytiques peuvent s'avérer efficaces pour résoudre certains types de problèmes alors que les méthodes purement numériques sont plus générales mais souvent plus exigeantes en coûts de calcul et en compétences utilisateurs.

On distingue aussi, les méthodes de type circuit, basées sur les définitions des courants et tensions, négligent généralement des effets qui peuvent être capitaux dans l'analyse d'un problème tels que : les irrégularités des formes géométriques, les couplages indirects entre parties, les résonances de boîtier, etc. En conséquence, il est, par fois, nécessaire d'aller vers des techniques plus générales capables de prendre en compte l'ensemble de ces phénomènes : l'analyse doit être de type électromagnétique.

Les méthodes d'analyse utilisées peuvent être classifiées suivant le domaine de la variable (temporel ou fréquentiel).

- Les méthodes employées dans le domaine temporel permettent de caractériser des structures sur une large bande de fréquences en une seule simulation. Nous citons parmi les méthodes temporelles : la méthode des différences finies (FDTD).
- Tandis que les méthodes fréquentielles exploitent les caractéristiques des matériaux qui sont en général exprimées en fonction de la fréquence. La formulation du problème dans le domaine des fréquences est alors plus aisée et le calcul plus simple. Nous citons parmi les méthodes fréquentielles : la méthode des moments (MoM) et la méthode des éléments finis (FEM), et les méthodes temporelles : la méthode des différences finies (FDTD).

Les méthodes électromagnétiques peuvent également être classifiées en fonction de l'opérateur utilisé (différentiel ou intégral).

- Les méthodes différentielles consistent à diviser l'espace en ce que l'on appelle un maillage, et le problème est résolu sur chaque élément du maillage, en permettant de connaître la distribution des champs dans un volume spécifié. Ces méthodes génèrent des systèmes de grandes tailles mais creux. Nous connaissons les méthodes différentielles à travers la méthode des différences finies (FDM) et la méthode des éléments finis (FEM).

- Les méthodes intégrales reposent sur le théorème de Green et ne nécessitent pas la génération d'un maillage pour l'espace vide, seules les conditions aux limites, les conducteurs et les interfaces, sont discrétisées. Ces méthodes génèrent des systèmes de tailles moyennes mais pleines. Deux de ce type de formulation sont la méthode des moments (MoM) et la méthode PEEC.

VI. Notre choix.

Nous rappelons ici, qu'afin de pouvoir estimer rapidement les conséquences d'un changement de topologie du faisceau de câble, Le concepteur doit avoir à sa disposition des outils de prédiction fiables, rapides et souples d'utilisation. Ces trois critères nous ont conduit à Choisir :

- Une analyse électromagnétique ; c'est la plus fiable.
- Une formulation intégrale ; sous certaines hypothèses, moins coûteuse et rapide.
- Une interprétation en circuits équivalents ; c'est d'utilisation plus souple.

Ces choix peuvent se rassembler dans une méthode intégrale et numérique appelée : PEEC ; Partial Elements Equivalent Circuits. Et sous certaines hypothèses, sur la géométrie, ces choix se vérifient entièrement dans une version semi analytique de la méthode PEEC. C'est ce que nous allons voir dans la suite de ce mémoire.

VII. Conclusion.

Nous avons vu dans ce chapitre les caractéristiques et les propriétés des systèmes embarqués (l'inhomogénéité/la proximité des câbles, la structure du plan de masse, l'aspect 3D est inévitable...) conduire a la création des phénomènes électromagnétique (couplage capacitif, couplage inductif, ...) important peuvent avoir une influence indésirable dans le fonctionnement de système électrique, en particulier pour les hauts fréquences.

Il existe plusieurs méthodes numériques ou analytiques pour l'étude les problèmes et les phénomènes de la CEM, Il n'existe pas vraiment une méthode supérieure aux autres mais simplement des méthodes plus ou moins versatiles ou plus ou moins rapides pour un cas de calcul donné. Le choix d'une méthode dépend avant tout du problème. La méthode le plus convenable pour modélise un système embarqué c'est la méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit).

Chapitre II :
La méthode PEEC– Partial Element
Equivalent Circuit

Chapitre II : La méthode PEEC – Partial Element Equivalent Circuit

C'est une méthode numérique pour la modélisation des comportements électromagnétique des structures tridimensionnelles de formes arbitraires. A partir des équations de Maxwell dans les milieux, une équation intégrale de champ en potentiels mixtes est développée. A près discrétisation de la structure, introduction des fonctions d'évaluation des inconnues, et par l'application de l'approche de Galerkin : les résidus pondérés, la forme générale du modèle en PEEC sera dérivée dans le domaine fréquentiel. L'introduction des éléments partiels permet une interprétation directe du modèle PEEC sous forme de circuits électriques équivalents.

I. Equations fondamentales –Equations de Maxwell.

Le modèle PEEC est dérivé à partir des équations de Maxwell, les structures à modéliser sont composées de régions conductrices et de diélectriques, se trouvant dans des espaces ou de demi-espaces libres. Ces derniers sont caractérisés par les constantes des champs électriques et magnétiques, ϵ_0 , μ_0 respectivement.

Les matériaux constituant la structure à modéliser sont supposés linéaires, homogènes, isotropes et non magnétiques. Les paramètres constitutifs caractérisant les propriétés des champs électriques et magnétiques sont respectivement : la conductivité σ , la permittivité ϵ et la perméabilité μ .

I.1. Equation générale d'onde –découplage des équations de Maxwell.

La forme vectorielle des équations de Maxwell en domaine temporel est :

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(r, t) = \rho(r, t) \quad (\text{II} - 1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(r, t) - \partial_t \mathbf{D}(r, t) = \mathbf{J}(r, t) \quad (\text{II} - 2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(r, t) = 0 \quad (\text{II} - 3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(r, t) + \partial_t \mathbf{B}(r, t) = 0 \quad (\text{II} - 4)$$

Pour découpler ces équations, les relations constitutives des matériaux qui caractérisent l'homogénéité, la linéarité et l'isotropie seront considérées. Elles sont de la forme :

$$\mathbf{D}(r, t) = \epsilon \mathbf{E}(r, t) \quad (\text{II} - 5)$$

$$\mathbf{B}(r, t) = \mu \mathbf{H}(r, t) \quad (\text{II} - 6)$$

L'utilisation de ces relations et l'application de l'opérateur rotationnel, $(\nabla \times)$ aux équations (II-4) et (II.2) donne :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(r, t) + \epsilon \mu \partial_t^2 \mathbf{E}(r, t) = -\mu \partial_t \mathbf{J}(r, t) \quad (\text{II} - 7)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B}(r, t) + \epsilon \mu \partial_t^2 \mathbf{B}(r, t) = -\mu \nabla \times \mathbf{J}(r, t) \quad (\text{II} - 8)$$

L'utilisation de l'identité $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \Delta \mathbf{a}$ combinée avec les équations de Maxwell en divergence (II-1 et II-3), donne la forme standard des équations d'ondes.

$$\Delta \mathbf{E}(r, t) - \epsilon \mu \partial_t^2 \mathbf{E}(r, t) = \epsilon^{-1} \nabla \rho(r, t) + \mu \partial_t \mathbf{J}(r, t) \quad (\text{II} - 9)$$

$$\Delta \mathbf{B}(r, t) - \epsilon \mu \partial_t^2 \mathbf{B}(r, t) = -\mu \nabla \times \mathbf{J}(r, t) \quad (\text{II} - 10)$$

Due aux paramètres constitutifs des matériaux, deux autres équations analogues sont aussi valides, en $\mathbf{D}(r, t)$ et $\mathbf{H}(r, t)$, mais qui ne fournissent aucun plus d'informations.

Ce sont des équations d'ondes non homogènes, les termes sources sont des densités de courant et de charge et la vitesse de l'onde est :

$$c = 1/\sqrt{\epsilon \mu} \quad (\text{II} - 11)$$

1.2. Equations d'ondes en termes des potentiels.

Il est connu que les champs $\mathbf{E}(r, t)$ et $\mathbf{B}(r, t)$ peuvent être dérivés respectivement d'un potentiel scalaire électrique $\varphi(r, t)$ et d'un potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}(r, t)$ via les relations [NIT.09] :

$$\mathbf{E}(r, t) = -\nabla \varphi(r, t) - \partial_t \mathbf{A}(r, t) \quad (\text{II} - 12)$$

$$\mathbf{B}(r, t) = \nabla \times \mathbf{A}(r, t) \quad (\text{II} - 13)$$

L'expression des champs $\mathbf{E}(r, t)$ et $\mathbf{B}(r, t)$ par ces relations dans les équations de Maxwell homogènes (II.3 et II.4) conduit à des identités géométriques bien vérifiées. Le remplacement dans les équations de Maxwell non homogènes (II.1 et II.2) avec les relations constitutives déterminent alors le champ électromagnétique.

$$\Delta \varphi(r, t) + \partial_t \nabla \cdot \mathbf{A}(r, t) = -\epsilon^{-1} \rho(r, t) \quad (\text{II} - 14)$$

$$\Delta A(r, t) - c^{-2} \cdot \partial_t^2 A(r, t) - \nabla(\nabla \cdot A(r, t) + c^{-2} \cdot \partial_t \varphi(r, t)) = -\mu J(r, t) \quad (\text{II} - 15)$$

C'est un système de quatre équations scalaires à quatre inconnues. Il est possible de simplifier ces équations en introduisant des jauges particulières. Les jauges communes sont respectivement la jauge de Coulomb et la jauge de Lorentz :

$$\nabla \cdot A(r, t) = 0 \quad (\text{II} - 16)$$

$$\nabla \cdot A(r, t) + c^{-2} \cdot \partial_t \varphi(r, t) = 0 \quad (\text{II} - 17)$$

La jauge de Coulomb conduit à :

$$\Delta \varphi(r, t) = -\epsilon^{-1} \rho(r, t) \quad (\text{II} - 18)$$

$$\Delta A(r, t) - c^{-2} \cdot \partial_t^2 A(r, t) - c^{-2} \cdot \partial_t \nabla \varphi(r, t) = -\mu J(r, t) \quad (\text{II} - 19)$$

La jauge de Lorentz donne :

$$\Delta \varphi(r, t) - c^{-2} \cdot \partial_t^2 \varphi(r, t) = -\epsilon^{-1} \rho(r, t) \quad (\text{II} - 20)$$

$$\Delta A(r, t) - c^{-2} \cdot \partial_t^2 A(r, t) = -\mu J(r, t) \quad (\text{II} - 21)$$

I.3. Equations d'ondes en domaine fréquentiel – Equation de Helmholtz.

Les phénomènes électromagnétiques sont invariants vis-à-vis les transformations de jauges [NIT.09],[BON.05], reprenons donc que les équations d'ondes issues de l'application de la jauge de Lorentz. En harmoniques elles s'écrivent :

$$\Delta \varphi(r, \omega) + k^2 \varphi(r, \omega) = -\epsilon^{-1} \rho(r, \omega) \quad (\text{II} - 22)$$

$$\Delta A(r, \omega) + k^2 A(r, \omega) = -\mu J(r, \omega) \quad (\text{II} - 23)$$

Avec : $k = \omega/c$ est le nombre d'onde.

I.4. Solutions générales des équations de Maxwell – des équations de Helmholtz.

Dans les milieux homogènes, linéaires et isotropes, les équations de Maxwell peuvent être découplées et réécrites sous la forme de Helmholtz. En l'absence de toutes frontières, c'est-à-dire en espace libre, la solution générale des équations de Maxwell est donnée en termes de la solution de la forme de Helmholtz.

Réécrivons la structure générale scalaire des équations de Helmholtz :

$$\Delta f(r, \omega) + k^2 f(r, \omega) = -g(r, \omega) \Leftrightarrow (\Delta + k^2)f(r, \omega) = -g(r, \omega) \quad (\text{II} - 24)$$

Une forme appropriée des fonctions de Green, $G_0(r, r')$ doit satisfaire cette équation.

$$(\Delta + k^2)G_0(r, r') = -\delta(r, r') \quad (\text{II} - 25)$$

En coordonnées sphérique en profitant des symétries dans l'espace libre, la solution obtenue est une solution élémentaire retardée :

$$G_0(r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \quad ; \quad \text{Avec } R = |r - r'| \quad (\text{II} - 26)$$

Alors en espace libre, la solution générale des équations de Maxwell est donnée en termes d'intégrale de la forme élémentaire de Green retardée [NIT.09],[BON.05].

$$\varphi(r) = \int G_0(r, r') \epsilon^{-1} \rho(r') d^3 r' = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{v'} \frac{e^{-jkR} \rho(r')}{R} dv' \quad (\text{II} - 27)$$

$$A(r) = \int G_0(r, r') \mu J(r') d^3 r' = \frac{\mu}{4\pi} \int_{v'} \frac{e^{-jkR} J(r')}{R} dv' \quad (\text{II} - 28)$$

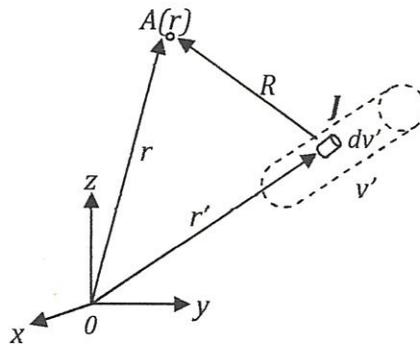


Figure II.1. Référentiel des solutions.

Ces relations relient les sources électromagnétiques ρ et J aux champs électromagnétiques exprimés en potentiels φ et A .

II. Equation intégrale en potentiels mixtes (MPIE).

En un point r de l'espace et en présence d'un matériau de conductivité électrique σ illuminé par un champ électrique incident, le champ électrique total est :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{sc} \quad (\text{II} - 29)$$

A la surface du matériau, ce champ total est exprimé par la loi d'Ohm :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \Leftrightarrow \mathbf{E} = \mathbf{J} / \sigma \quad (\text{II} - 30)$$

\mathbf{E}^{inc} est le champ incident en l'absence du matériau réfractaire, \mathbf{E}^{sc} représente le champ réfracté par le matériau et qui peut être exprimé par :

$$\mathbf{E}^{sc} = -j\omega \mathbf{A} - \nabla \varphi \quad (\text{II} - 31)$$

Le champ incident est donc égale à :

$$\mathbf{E}^{inc} = \mathbf{E} - \mathbf{E}^{sc} = \mathbf{J} / \sigma + j\omega \mathbf{A} + \nabla \varphi \quad (\text{II} - 32)$$

Remplaçant les potentiels A et φ par leur expressions (II-27 et II-28), l'équation intégrale en potentiels mixtes est obtenue.

$$\mathbf{E}^{inc} = \mathbf{J} / \sigma + j\omega \mu \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') dv' + \epsilon^{-1} \nabla \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') dv' \quad (\text{II} - 33)$$

Cette équation intégrale en potentiels mixtes- MPIE- est utilisée dans les sections qui suivent pour la dérivation du modèle PEEC. Les inconnues dans cette équation sont les densités J et ρ . Les deux densités sont reliées par l'équation de conservation ou de continuité :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -j\omega \rho \quad (\text{II} - 34)$$

Le premier terme à droite de l'équation (II-33), $\mathbf{E} = \mathbf{J} / \sigma$, varie selon les caractéristiques du milieu où se trouve le point de calcul du champ électromagnétique.

III. Dérivation du modèle PEEC généralisé.

La première étape pour le développement du système d'équations en PEEC, comme pour toutes méthodes numérique, est la discrétisation des matériaux et des structures à modéliser en éléments géométriques partiels.

Pour la détermination de l'inconnue $J(\mathbf{r})$ l'objet à modéliser est morcelé en un ensemble de N cellules volumiques où le courant est supposé constant dans le volume de chaque cellule : cellules de courant. Sur chaque cellule de courant n , la densité de courant J_n peut être développée sous forme :

$$J(r) = \sum_{n=1}^{n=N} b_n^c \cdot I_n \quad (\text{II} - 35)$$

b_n^c : sont les fonctions de bases et sont vectorielles.

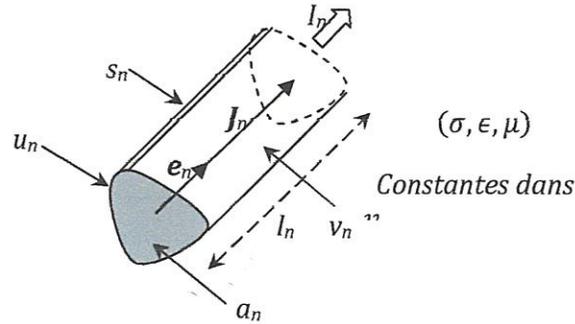


Figure II-2. Cellule de volume (ou de courant)

Le seul choix des fonctions de bases, qui conduit par la suite à une interprétation directe en circuits équivalents des éléments volumiques, est d'être constantes (mais inconnues) dans le volume v_n . Elles prennent alors la forme :

$$b_n^c(r) = \begin{cases} \frac{e_n}{a_n} & \text{si } r \in v_n \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (\text{II} - 36)$$

Avec l'hypothèse que le courant I_n est dirigé suivant le vecteur unitaire e_n et est uniformément répartie sur la section a_n .

Pour la détermination de l'inconnue $\rho(r)$, l'objet est aussi morcelé en un ensemble de M cellules dont sur chacune la charge électrique q est supposée constante mais inconnue : cellules de potentiel. A cause de l'approximation de l'opérateur gradient dans l'équation intégrale MPIE (II-33), généralement gradient centré, les cellules de potentiel sont décalées d'un demi pas à gauche et à droite des cellules de courant.

La densité de charge est elle aussi développée par des fonctions de bases constantes et scalaires, sous forme :

$$\rho(r) = \sum_{m=1}^{m=M} b_m^p \cdot q_m \quad (\text{II} - 37)$$

Avec :

$$b_m^p(r) = \begin{cases} \frac{1}{s_m} & \text{si } r \in s_m \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (\text{II} - 38)$$

s_m : est la surface latérale de la cellule v_m .

Il faut noter que la charge électrique est de distribution surfacique, c'est une charge de surface accumulée sur les interfaces séparant les différents milieux. Les cellules entièrement à l'intérieur d'un milieu homogène, appelées cellules internes, ne doivent pas avoir de charges électriques.

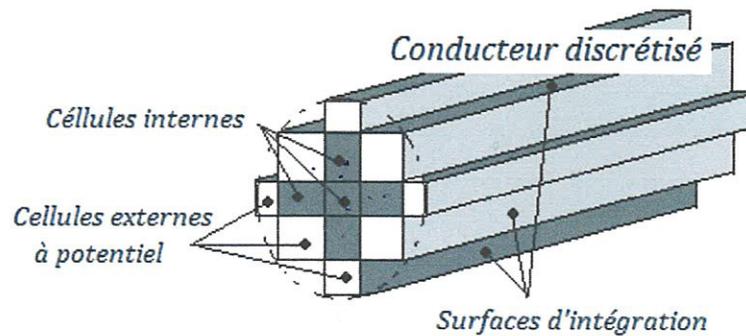


Figure II-3. Objet discrétisé ayant des cellules internes.

Lors de la discrétisation, les discontinuités physiques et géométriques et, les effets de la fréquence d'opération doivent être prises en compte. Si la fréquence maximale d'intérêt est f_{max} , le pas de discrétisation longitudinale doit respecter la condition :

$$l_n \leq \frac{\lambda_{min}}{10} = \frac{c}{10 \times f_{max}} \quad (\text{II} - 39)$$

Cela veut dire que le long de la cellule de longueur l_n , la propagation des grandeurs électromagnétiques (I, φ, J, ρ) peut être négligée.

Le pas de discrétisation transversale doit aussi respecter le phénomène de peau, il doit être du même ordre ou inférieur de l'épaisseur de peau : $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$

III.1. Interprétation des termes de l'équation intégrale MPIE.

Une fois la discrétisation est faite, l'introduction des expansions (II-35 et II-37) des densités dans l'équation intégrale MPIE résulte en un système à N courant inconnus et M charges inconnues. Pour déterminer les $N + M$ inconnus nous appliquons en première

étape l'approche de Galerkin, les résidus pondérés, à l'équation intégrale MPIE. Cela nous conduira à obtenir N équations. En deuxième étape, la conservation du courant nous permet d'obtenir les M autres équations.

Pour chaque cellule de courant $\alpha \in N$, le produit interne (produit fonctionnel) avec les fonctions de pondérations ($w_\alpha = b_\alpha^c$) est fait pour tous les termes de discrétisation.

$$\int_{v_\alpha} w_\alpha \{MPIE\} dv_\alpha = \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \{MPIE\} dv_\alpha \quad \forall \alpha \in N \quad (\text{II} - 40)$$

$$\begin{aligned} \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot E^{inc} dv_\alpha &= \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot E dv_\alpha + j\omega\mu \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot \int G_0(r, r') J(r') dv' dv_\alpha \\ &+ \epsilon^{-1} \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot \nabla \int G_0(r, r') \rho(r') dv' dv_\alpha \quad \forall \alpha \in N \end{aligned} \quad (\text{II} - 41)$$

Introduisons l'expansion de $J(r)$ seulement équations (II-35 et II-36), par la suite dans une deuxième étape, nous introduirons l'expansion de $\rho(r)$.

$$\begin{aligned} \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot E^{inc} dv_\alpha &= \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot E dv_\alpha + j\omega\mu \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot \int G_0(r, r') \sum_{n=1}^{n=N} b_n^c \cdot I_n dv_n dv_\alpha \\ &+ \int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot \nabla \varphi(r) dv_\alpha \quad \forall \alpha, n \in N \end{aligned} \quad (\text{II} - 42)$$

Nous avons N équations de cette forme, dont les termes peuvent être interprétés ainsi :

Le premier terme :

$$\int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot E^{inc} dv_\alpha = \frac{1}{a_\alpha} \int_{v_\alpha} e_\alpha \cdot E^{inc} dl_\alpha da_\alpha = l_\alpha \cdot E_\alpha^{inc} = U_\alpha^{inc} \quad \forall \alpha \in N \quad (\text{II} - 43)$$

C'est une partie de la tension le long de la cellule α qui est due au champ incident.

Le deuxième terme :

$$\int_{v_\alpha} b_\alpha^c \cdot E dv_\alpha = U_\alpha = l_\alpha \frac{J}{\sigma} = \left(\frac{l_\alpha}{\sigma \cdot a_\alpha} \right) I_\alpha = R \cdot I_\alpha \quad \forall \alpha \in N \quad (\text{II} - 44)$$

C'est une partie ohmique de la chute de tension le long de la cellule α provenant du courant I_α . La résistance ohmique partielle correspondante est :

$$R = \left(\frac{l_\alpha}{\sigma \cdot a_\alpha} \right) \quad \forall \alpha \in N \quad (\text{II} - 45)$$

Le troisième terme

$$\begin{aligned} j\omega\mu \int_{v_\alpha} \mathbf{b}_\alpha^c \cdot \int G_0(r, r') \sum_{n=1}^{n=N} \mathbf{b}_n^c \cdot I_n dv_n dv_\alpha \\ = \sum_{n=1}^{n=N} j\omega\mu \mathbf{b}_\alpha^c \\ \cdot \mathbf{b}_n^c \cdot I_n \iint_{v_\alpha v_n} G_0(r, r') dv_n dv_\alpha \end{aligned} \quad (\text{II} - 46)$$

$$\begin{aligned} = \sum_{n=1}^{n=N} j\omega\mu \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}_n}{a_\alpha a_n} \cdot I_n \iint_{v_\alpha v_n} G_0(r, r') dv_n dv_\alpha \\ = \sum_{n=1}^{n=N} j\omega \cdot I_n \cdot \left(\mu \frac{\cos\theta_{\alpha n}}{a_\alpha a_n} \iint_{v_\alpha v_n} G_0(r, r') dv_n dv_\alpha \right) \end{aligned} \quad (\text{II} - 47)$$

C'est de la forme :

$$\Delta V_\alpha = \sum_1^N j\omega(L_{\alpha n}) I_n \quad \forall \alpha, n \in N \quad (\text{II} - 48)$$

C'est une partie inductive de la chute de tension le long de la cellule α provenant, par couplages inductifs mutuelles, des courants I_n dans les autres cellules.

L'inductance mutuelle partielle entre deux cellules α et n est :

$$L_{\alpha n} = \left(\mu \frac{\cos\theta_{\alpha n}}{a_\alpha a_n} \iint_{v_\alpha v_n} G_0(r, r') dv_n dv_\alpha \right) \quad \forall \alpha, n \in N \quad (\text{II} - 49)$$

Le quatrième terme :

$$\begin{aligned} \int_{v_\alpha} \mathbf{b}_\alpha^c \cdot \nabla \varphi(r) dv_\alpha &= \frac{1}{a_\alpha} \int_{v_\alpha} \mathbf{e}_\alpha \cdot \nabla \varphi(r) dv_\alpha = \frac{1}{a_\alpha} \int_{v_\alpha} \nabla_\alpha \varphi(r) dv_\alpha \\ &= \int_{l_\alpha} \nabla_\alpha \varphi(r) dl_\alpha \end{aligned} \quad (\text{II} - 50)$$

L'approximation centrée du gradient donne :

$$\begin{aligned} \int_{v_\alpha} \mathbf{b}_\alpha^c \cdot \nabla \varphi(r) dv_\alpha &\cong \int_{l_\alpha} \nabla_\alpha \varphi(r) dl_\alpha = \frac{1}{l_\alpha} \int_{l_\alpha} \left(\varphi\left(r + \frac{l_\alpha}{2}\right) - \varphi\left(r - \frac{l_\alpha}{2}\right) \right) dl_\alpha \\ &= \left(\varphi\left(r + \frac{l_\alpha}{2}\right) - \varphi\left(r - \frac{l_\alpha}{2}\right) \right) = \varphi_{\alpha+} - \varphi_{\alpha-} \quad \forall \alpha \in N \end{aligned} \quad (\text{II} - 51)$$

C'est la différence de potentiel entre la fin et le début de la cellule α . C'est aussi l'inverse de la chute de tension le long de la cellule.

A remarquer que le potentiel de début de la cellule α est comme celui d'une cellule décalée vers la gauche par $-l_\alpha/2$, l'autre est comme si la cellule est décalée de $+l_\alpha/2$ vers la droite. C'est pour cette raison qu'on a introduit un autre ensemble M de cellules de potentiel décalées par des demi-longueurs par rapport aux cellules de courant.

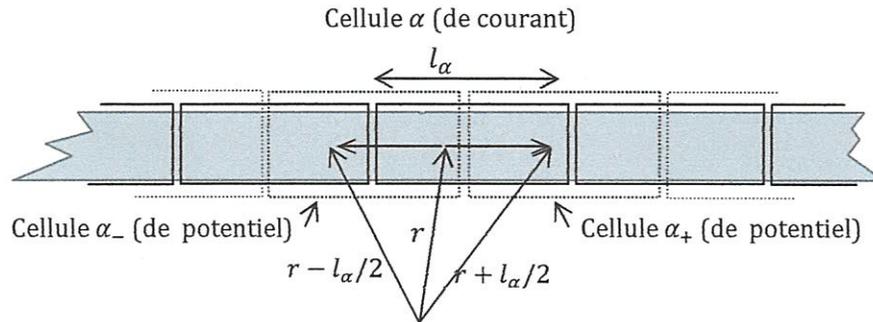


Figure II-4. Entrelacement des cellules courant-potential.

III.2. Synthèse des termes interprétés de l'équation MPIE.

Une fois les différents termes de l'équation intégrale en potentiels mixte MPIE. (II-33) sont interprétés, l'assemblage de ces termes conduit à une équation équivalente à l'équation MPIE.

$$U_\alpha^{inc} = R_\alpha \cdot I_\alpha + j\omega \sum_{n=1}^{n=N} L_{\alpha n} \cdot I_n + \varphi_{\alpha+} - \varphi_{\alpha-} \quad \forall \alpha, n \in N \quad (\text{II} - 53)$$

$$U_{\alpha}^{inc} = R_{\alpha} \cdot I_{\alpha} + j\omega L_{\alpha\alpha} \cdot I_{\alpha} + j\omega \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq \alpha}}^{n=N} L_{\alpha n} \cdot I_n + \varphi_{\alpha+} - \varphi_{\alpha-} \quad \forall \alpha, n \in N \quad (\text{II} - 53)$$

$$U_{\alpha}^{inc} = (R_{\alpha} + j\omega L_{\alpha\alpha}) \cdot I_{\alpha} + j\omega \cdot U_{\alpha}^L + \varphi_{\alpha+} - \varphi_{\alpha-} \quad \forall \alpha \in N \quad (\text{II} - 54)$$

Avec la source de tension contrôlée qui représente les chutes provenant des mutuelles:

$$U_{\alpha}^L = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq \alpha}}^{n=N} L_{\alpha n} \cdot I_n$$

L'équation II-54 est une équation de circuit, équivalente à l'équation MPIE dont le schéma équivalent est :

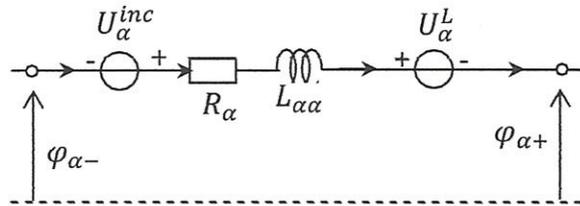


Figure II-5. Circuit équivalent de l'élément partiel de courant α

Cette équation de circuit équivalent génère N équations de la même forme et de $N + M$ inconnues qui, jusqu'à ici sont les courants $[I]$ et les potentiels $[\varphi]$. On aura besoin donc de M autres équations ayant le même nombre d'inconnue $N + M$.

Ces M équations viennent, après détermination des potentiels, de l'application du principe de la conservation du courant ou de la charge, équation de type (II-34).

III.3. Equations de potentiels et conservation de charge.

Du fait que les charges ont des distributions surfaciques, les cellules de potentiel sont de nature surfaciques aussi, c'est-à-dire l'intégration dans l'équation (II-27) se fait sur les surfaces des interfaces et non pas dans les volumes. L'obtention des M autres équations qu'on doit ajouter aux N précédentes, passe par la détermination de potentiels des cellules.

Le potentiel en un point r d'une cellule selon l'équation (II-27) est :

$$\varphi(r) = \epsilon^{-1} \int G_0(r, r') \rho(r') dv_i \equiv \epsilon^{-1} \int G_0(r, r') \rho(r') ds \quad (\text{II} - 55)$$

Le produit scalaire interne par la fonction de pondération $w^p = b^p$ pour chaque cellule i , avec l'introduction de l'expansion de la densité de charge, équations (II-37 et II-38) donne :

$$\int_{s_i} b_i^p \varphi(r) ds_i = \epsilon^{-1} \iint_{s_i s_m} b_i^p G_0(r, r') \sum_{m=1}^{m=M} b_m^p \cdot q_m ds_m ds_i \quad \forall i, m \in M \quad (\text{II} - 56)$$

$$\varphi_i = \sum_{m=1}^{m=M} q_m \left((\epsilon \cdot s_i \cdot s_m)^{-1} \iint_{s_i s_m} G_0(r, r') ds_m ds_i \right) \quad \forall i, m \in M \quad (\text{II} - 57)$$

Nous obtenons M équations de potentiel, à seulement M charges inconnues, de la forme :

$$\varphi_i = \sum_{m=1}^{m=M} P_{im} q_m \quad \forall i, m \in M \quad (\text{II} - 58)$$

C'est le potentiel d'une cellule i due aux charges q_m dans les autres cellules, par couplages capacitifs.

$$P_{im} = \left((\epsilon \cdot s_i \cdot s_m)^{-1} \iint_{s_i s_m} G_0(r, r') ds_m ds_i \right) \quad \forall i, m \in M \quad (\text{II} - 59)$$

P_{im} : sont les coefficients partiels de potentiel.

Les capacités partielles sont déterminées par :

$$[C] = [P]^{-1} \quad (\text{II} - 60)$$

Le potentiel de chaque cellule i selon l'équation (II-58) peut s'écrire comme :

$$\varphi_i = \sum_{m=1}^{m=M} P_{im} q_m = P_{ii} q_i + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^{m=M} P_{im} q_m \quad \forall i, m \in M \quad (\text{II} - 61)$$

$$\varphi_i = P_{ii} q_i + U_i^p \quad \forall i \in M \quad (\text{II} - 62)$$

U_i^p : Source de tension contrôlée provenant des charges par mutuelles capacités

C'est une équation d'un circuit dont le schéma équivalent est :

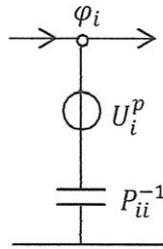


Figure II-6. Circuit équivalent de l'élément partiel de potentiel i

Ces M équations, telles qu'elles sont, n'ont qu'un seul type d'inconnu q , donc, ne peuvent pas être les équations à ajouter. À fin de former les M manquantes ces équations doivent être couplées aux N précédentes.

L'équation de continuité des courants (de conservation de charge) nous offre ce couplage. Appliquons la relation (II-34) sur chaque cellule i de potentiel

$$\nabla \cdot J = -j\omega\rho \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{j=\alpha_i} I_{ij} = -j\omega q_i \quad \forall i \in M \quad (\text{II} - 63)$$

α_i : Le nombre de cellules de courant adjacentes à la cellule i de potentiel.

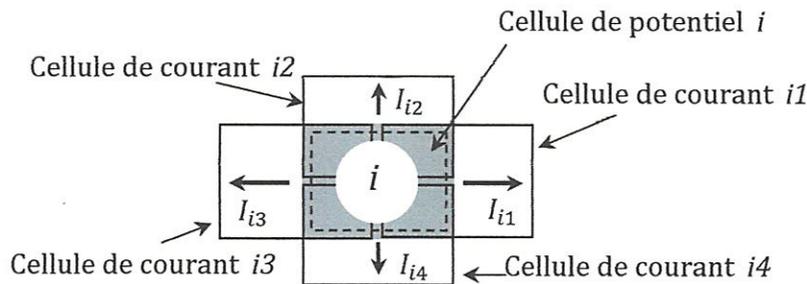


Figure II-7. Cellule de potentiel avec quatre cellules de courants adjacentes (Discrétisation 2D).

L'orientation des courants par rapport aux cellules de potentiels est décrite par la matrice de connexion A dont les éléments sont :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{le courant } I_\alpha \text{ sortant } i \text{ vers } j \\ -1 & \text{le courant } I_\alpha \text{ entrant } i \text{ de } j \\ 0 & \text{pas de connexion entre } i \text{ et } j \end{cases} \quad \forall i, j \in M \quad (\text{II} - 64)$$

Cette matrice permet de compacter l'écriture des équations formant le système finale.

III.4. Construction du modèle PEEC généralisé.

La réécriture compacte, en fonction de la matrice A , des équations principales à la construction du modèle : (II-52), (II-58) et (II-63) donne.

$$[U^{inc}] = [R + j\omega L][I] - [A^t][\varphi] \quad (\text{II} - 65)$$

$$[\varphi] = [P][q] \quad (\text{II} - 66)$$

$$[A][I] + j\omega[q] = 0 \quad (\text{II} - 67)$$

La combinaison de ces équations donne le premier modèle PEEC généralisé d'inconnues : courants et charges.

$$\begin{bmatrix} Z & -A^t \times P \\ A & j\omega 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^{inc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II} - 68)$$

Ou bien le deuxième modèle généralisé d'inconnues : courants et tensions.

$$\begin{bmatrix} Z & -A^t \\ A & j\omega P^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^{inc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II} - 69)$$

Avec :

$[U^{inc}]$: Vecteur des excitations par champ électrique incident.

$[Z]$: ($N \times N$) : La matrice des impédances des cellules de courant.

$$[Z] = [R] + j\omega[L]$$

$$\begin{cases} R_{\alpha\alpha} = \left(\frac{l_\alpha}{\sigma \cdot a_\alpha} \right) & \forall \alpha \in N \\ R_{\alpha n} = 0 & \text{si } \alpha \neq n \end{cases} \quad (\text{II} - 70)$$

$$L_{\alpha n} = \left(\mu \frac{\cos\theta_{\alpha n}}{a_\alpha a_n} \iint_{v_\alpha v_n} G_0(r, r') dv_n dv_\alpha \right) \forall \alpha, n \in N \quad (\text{II} - 71)$$

$[P]$: ($M \times M$) : La matrice des coefficients de potentiel des cellules de potentiel, dont son inverse donne la matrice des capacités des cellules de potentiel.

$$P_{im} = \left((\epsilon \cdot s_i \cdot s_m)^{-1} \iint_{s_i s_m} G_0(r, r') ds_m ds_i \right) \forall i, m \in M \quad (\text{II} - 72)$$

$[A]$: ($M \times N$) : La matrice de connexion entre les cellules de courant et de potentiel.

$$a_{i\alpha} = \begin{cases} 1 & \text{si } I_\alpha \text{ sort de la cellule } i \\ -1 & \text{si } I_\alpha \text{ entre à la cellule } i \\ 0 & \text{si la cellule } \alpha \text{ n'est pas adjacente de } i \end{cases} \quad \forall i \in M \text{ et } \alpha \in N \quad (\text{II} - 73)$$

Dans ces relations (II-70, 71, 72) :

v_α : Volume de la cellule de courant α .

a_α : Section perpendiculaire au courant de la cellule α .

l_α : Longueur suivant le courant de la cellule α .

$\theta_{\alpha n}$: Angle entre deux cellules de courant ($\widehat{l_\alpha, l_n}$).

s_i : Surface latérale de la cellule de potentiel i

$$G_0(r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} : \text{Fonction de Green de l'espace libre.}$$

$R = |r - r'|$: La distance entre le point source et le point de calcul.

III.5. Calcul des éléments partiels des matrices R.L.P.

La manière avec laquelle nous calculons les intégrales dans les relations des éléments partiels II-49 et II-59 conditionne les performances du modèle. Un calcul numérique d'ordre élevé conduit à un coût important mais une précision meilleure, un calcul numérique d'ordre moins élevé donne un coût et une précision moins élevés.

Le calcul analytique de ces intégrales, bien entendu si c'est possible, peut être la meilleure manière. Malheureusement, l'accès aux calculs analytiques est toujours tributaire à des hypothèses d'école et des simplifications qui peuvent réduire les performances du modèle.

Dans tous les cas, l'évaluation des intégrales par des méthodes numériques conduit à un modèle PEEC purement numérique. Par contre l'évaluation par des méthodes analytiques conduit à un modèle PEEC semi-analytique.

IV. Conclusion.

La méthode PEEC consiste tout simplement à la transformation d'un problème électromagnétique à son équivalent de circuit. Ce qui rend par la suite sa simulation plus aisée et plus souple.



La méthode PEEC peut être purement numérique, comme elle peut être semi analytique. Du fait qu'on cherche la souplesse et la rapidité de l'outil de modélisation, nous allons suivre, par la suite, la trace semi analytique.

Chapitre III :

Modèle PEEC semi analytique

Chapitre III : Modèle PEEC semi analytique.

I. Rappel et hypothèses.

Rappelons que le coté analytique dans ce modèle consiste seulement à l'évaluation analytique des intégrales se trouvant dans les expressions des éléments partiels R.L.P : les équations (II-70, 71 et 72).

Reprenons le système du modèle PEEC généralisé, les expressions des éléments partiels des matrices R.L.P et le circuit équivalent d'un élément de discrétisation.

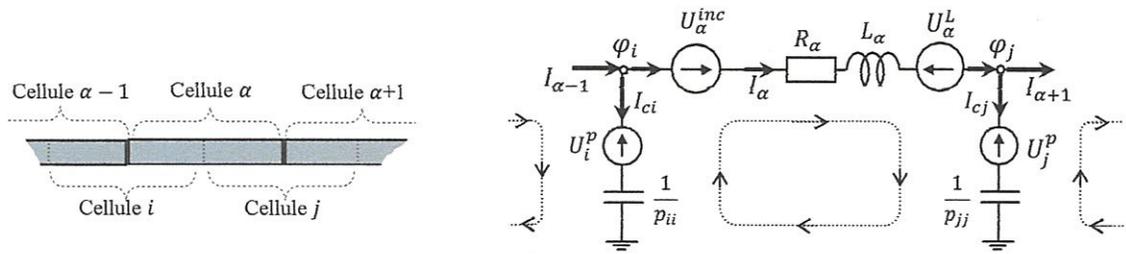


Figure III.1. Élément de discrétisation et son circuit équivalent

$$\begin{bmatrix} Z & -A^t \\ A & j\omega P^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^{inc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III} - 1)$$

$$\begin{cases} R_{\alpha\alpha} = \left(\frac{l_\alpha}{\sigma \cdot a_\alpha} \right) & \forall \alpha \in N \\ R_{\alpha n} = 0 & \text{si } \alpha \neq n \end{cases} \quad (\text{III} - 2)$$

$$L_{\alpha n} = \left(\mu \frac{\cos\theta_{\alpha n}}{a_\alpha a_n} \iint_{v_\alpha v_n} G_0(r, r') dv_n dv_\alpha \right) \forall \alpha, n \in N \quad (\text{III} - 3)$$

$$P_{im} = \left((\epsilon \cdot s_i \cdot s_m)^{-1} \iint_{s_i s_m} G_0(r, r') ds_m ds_i \right) \forall i, m \in M \quad (\text{III} - 4)$$

Avec la fonction de Green:

$$G_0(r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} ; \text{ Avec } R = |r - r'| \quad (\text{III} - 5)$$

Pour pouvoir évaluer analytiquement ces expressions, il faut admettre quelques hypothèses à condition qu'elles n'altèrent pas profondément la réalité du problème.

Hypothèse 1.

Les faisceaux d'un câblage et les conducteurs à l'intérieur d'un faisceau sont électriquement proches d'une façon que la séparation électrique entre eux est négligeable. Cela conduit à négliger tout couplage par rayonnement entre les différents fils des faisceaux. Les seuls modes dominants sont : par conduction et par induction.

Mathématiquement cela se traduit dans la fonction de Green par :

$$G_0(r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j \approx 0}}{R} \approx \frac{1}{4\pi R} \quad (\text{III} - 6)$$

Du fait que le câblage embarqué est généralement inséré dans des espaces réduits, et que les fréquences de travail n'excèdent pas la centaine de mégahertz, cette hypothèse est naturellement vérifiée.

Hypothèse 2.

La géométrie des fils conducteurs est telle, que dans les éléments de volume ou de surface, les accroissements de dimensions à l'intérieur du même élément sont indépendantes les unes aux autres. Cela veut dire que les géométries des fils soient orthogonales, c'est-à-dire, les six faces d'un volume ont toutes des formes rectangulaires.

Du premier point de vue cette hypothèse semble n'est pas admissible, car beaucoup de parties des géométries pratiques ne sont pas orthogonales. Ce handicap est contourné par la décomposition approchée d'une géométrie quelconque à un ensemble de géométries orthogonales, et par conséquence, cette hypothèse peut toujours être vérifiée.

II. Evaluation analytique des paramètres de couplage R.L.P.

Le calcul des résistances partielles est simple et direct, quant aux calculs des interactions mutuelles inductives et capacitives nous allons retracer, avec moins de détails, les travaux de Hoer & Love [HOE.65] pour évaluer ces interactions. Le concept fondamental pour obtenir les paramètres de couplage entre deux formes orthogonales quelconques est bien le concept des filaments de courant.

Un filament de courant est comme un axe parcouru par un courant, donc il a une longueur mais n'a pas de section (ou bien a une section unitaire), c'est un concept très utile dans la modélisation. [NIT.09]

II.1. Interaction mutuelle entre filaments – rubans – barres parallèles.

Les formes géométriques orthogonales et génériques sont représentées par ordre de complexité sur les figures

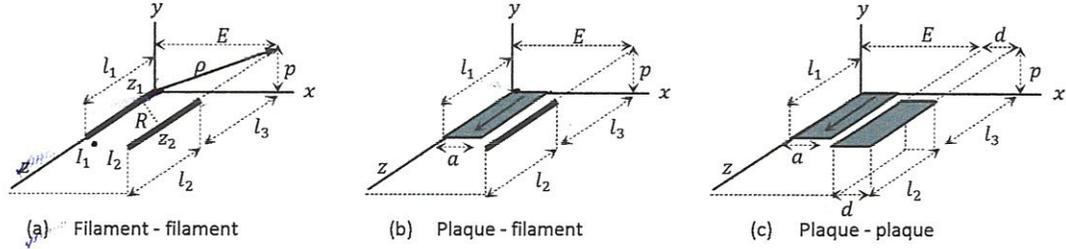


Figure III.2. Configurations de base pour le calcul des interactions mutuelles.

Interaction mutuelle entre de deux filaments (a).

$$L_{ff} = \mu \iint_{l_1 l_2} G_0(r, r') dl_1 dl_2 = \frac{\mu}{4\pi} \iint_{l_1 l_2} \frac{1}{R} dz_1 dz_2 = \frac{\mu}{4\pi} \iint_{l_1 l_2} \frac{1}{\sqrt{(z_2 - z_1)^2 + \rho^2}} dz_1 dz_2 \quad (III - 7)$$

Avec :

$$z_1 = l_3 + z_2; \quad \rho = \sqrt{E^2 + p^2};$$

L'intégration donne :

$$L_{ff} = \frac{\mu}{4\pi} \left[z \cdot \log \left(z + \sqrt{z^2 + \rho^2} \right) - \sqrt{z^2 + \rho^2} \right]_{l_2+l_3-l_1; l_3}^{l_3-l_1; l_3+l_2} = [f(z)]_{S_2, S_4}^{S_1, S_3}$$

$$L_{ff} \equiv \frac{\mu}{4\pi} \sum_{k=1}^{k=4} (-1)^{k+1} f(s_k) \quad (III - 8)$$

Par analogie on obtient :

$$P_{ff} \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot l_1 l_2} \sum_{k=1}^{k=4} (-1)^{k+1} f(s_k) \quad (III - 9)$$

Ce sont les expressions finales de l'interaction entre deux filaments.

Interaction mutuelle entre ruban et filament (b).

Il suffit d'intégrer l'expression de l'interaction filament – filament suivant une autre dimension, la dimension x dans la figure (b).

$$L_{pf} = \frac{1}{a} \int_0^a L_{ff} \cdot dx \quad (\text{III} - 10)$$

Avec : seule la variable ρ dans l'expression de L_{ff} qui devient : $\rho = \sqrt{(E-x)^2 + p^2}$
L'intégration se complique un petit peu et donne :

$$L_{pf} = \frac{\mu}{a \cdot 4\pi} \left[\begin{array}{c} \left[\frac{z^2 - p^2}{2} \cdot \log(x + \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}) + \log(z + \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}) - \right. \\ \left. p \cdot z \cdot \arctg\left(\frac{x \cdot z}{p \cdot \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}}\right) - \frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 + p^2 + z^2} \right]_{E-a}^E \cdot (x) \right]_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z) \\ \\ L_{pf} = \frac{\mu}{a \cdot 4\pi} \cdot [f(x, z)]_{q_2}^{q_1} (x)_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z) \\ \equiv \frac{\mu}{a \cdot 4\pi} \cdot \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+k} \cdot f(q_i, s_k) \quad (\text{III} - 11) \end{array}$$

Par analogie on obtient pour les coefficients de potentiel :

$$P_{pf} = \frac{1}{a \cdot 4\pi\epsilon \cdot l_1 l_2} \cdot [f(x, z)]_{q_2}^{q_1} (x)_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z) \\ \equiv \frac{1}{a \cdot 4\pi\epsilon \cdot l_1 l_2} \cdot \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+k} \cdot f(q_i, s_k) \quad (\text{III} - 12)$$

Ce sont les expressions finales de l'interaction mutuelle entre un ruban et un filament.

Interaction mutuelle entre deux rubans parallèles (c).

Soit intégrer l'expression de L_{pf} une autre fois sur la dimension x , soit intégrer deux fois sur la même dimension x l'expression de L_{ff} . L'intégration se complique encore.

$$L_{pp} = \frac{1}{d} \int_E^{E+d} L_{pf} dx = \frac{1}{a \cdot d} \int_E^{E+d} \int_0^a L_{ff} dx_1 dx_2 \quad (\text{III} - 13)$$

Avec ici, dans l'expression de L_{ff} la variable ρ devient :

$$\rho = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + p^2}$$

L'intégration donne finalement :

$$L_{pp} = \frac{\mu}{ad \cdot 4\pi} \left[\frac{x^2 - p^2}{2} z \cdot \log(z + \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}) + \frac{z^2 - p^2}{2} x \cdot \log(x + \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}) \right. \\ \left. - \frac{1}{6} (x^2 - 2p^2 + z^2) \sqrt{x^2 + p^2 + z^2} - xpz \right. \\ \left. \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{x \cdot z}{p \cdot \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}} \right) \right]_{E-a; E+d}^{E-a+d; E} \Bigg|_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (x) \Bigg|_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z)$$

$$L_{pp} = \frac{\mu}{ad \cdot 4\pi} [[f(x, z)]_{q_2; q_4}^{q_1; q_3} (x)]_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z)$$

$$\equiv \frac{\mu}{ad \cdot 4\pi} \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+k} \cdot f(q_i, s_k) \tag{III - 14}$$

On obtient pour le coefficient de potentiel :

$$P_{pp} = \frac{1}{ad \cdot 4\pi\epsilon \cdot l_1 l_2} [[f(x, z)]_{q_2; q_4}^{q_1; q_3} (x)]_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z)$$

$$\equiv \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot s_1 s_2} \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+k} \cdot f(q_i, s_k) \tag{III - 15}$$

Interaction mutuelle entre deux rubans perpendiculaires (d).

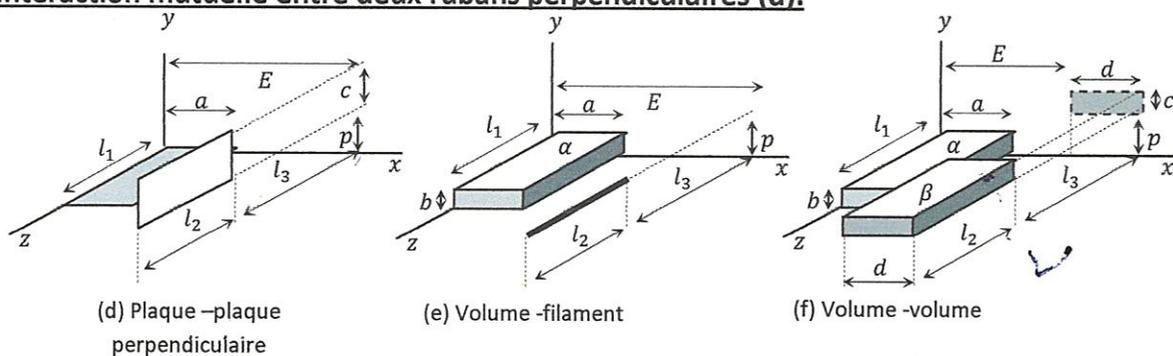


Figure III.3. Configurations de base pour le calcul des interactions mutuelles (suite).

$$L_{\perp} = \frac{1}{ac} \int_p^{p+c} \int_0^a L_{ff} \cdot dx \cdot dy \tag{III - 16}$$

La constante p dans l'expression de L_{ff} est remplacée par la variable y . L'intégration donne :

$$\begin{aligned}
L_{\perp} &= \frac{\mu}{ac4\pi} \left[\left[\frac{3z^2 - y^2}{6} y \cdot \log(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) + \frac{3z^2 - x^2}{6} x \cdot \log(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) + xyz \right. \right. \\
&\quad \cdot \log(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) - \frac{xy}{3} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - \frac{z^3}{6} \operatorname{artg} \left(\frac{xy}{z \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \\
&\quad \left. \left. - \frac{zx^2}{2} \operatorname{artg} \left(\frac{zy}{x \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) - \frac{zy^2}{2} \operatorname{artg} \left(\frac{zx}{y \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right]_{E-a}^E (x) \right]_p^{p+c} (y) \right]_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z) \\
L_{\perp} &= \frac{\mu}{ac4\pi} \left[[[f(x, y, z)]_{q_2}^{q_1}(x)]_{r_2}^{r_1}(y) \right]_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z) \\
&= \frac{\mu}{ac4\pi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} f(q_i, r_j, s_k) \tag{III - 17}
\end{aligned}$$

Par conséquence, le coefficient de potentiel est :

$$\begin{aligned}
P_{\perp} &= \frac{1}{ac4\pi\epsilon \cdot l_1 l_2} \left[[[f(x, y, z)]_{q_2}^{q_1}(x)]_{r_2}^{r_1}(y) \right]_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z) \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot s_1 s_2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} f(q_i, r_j, s_k) \tag{III - 18}
\end{aligned}$$

Interaction mutuelle entre une barre et un filament (e).

Calculée soit à partir de L_{ff} soit à partir de l'expression d'un ruban et un filament L_{pf} , avec remplacement dans cette dernière de la constante p par la variable composée $Y = (p - y)$.

$$L_{\alpha f} = \frac{1}{ab} \int_0^b \int_0^b L_{ff} dx dy = \frac{1}{b} \int_{p-b}^p L_{pf} dY \tag{III - 19}$$

$$\begin{aligned}
L_{\alpha f} &= \frac{\mu}{ab \cdot 4\pi} \cdot \left[[[f(x, y, z)]_{q_2}^{q_1}(x)]_{r_2}^{r_1}(y) \right]_{s_2, s_4}^{s_1, s_3} (z) \\
&\equiv \frac{\mu}{ab \cdot 4\pi} \cdot \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} \cdot f(q_i, r_j, s_k) \tag{III - 20}
\end{aligned}$$

Avec : $f(x, y, z)$ celle du cas précédent ($f(x, y, z)_{\alpha f} = f(x, y, z)_{\perp}$) et :

$$\begin{cases} q_1 = E; & q_2 = E - a; & r_1 = p; & r_2 = p - b \\ s_1 = l_3 - l_1; & s_2 = l_2 + l_3 - l_1; & s_3 = l_3 + l_2; & s_4 = l_3 \end{cases}$$

Le coefficient de potentiel se calcul comme la moyenne des coefficients des quatre faces du volume avec le filament par les expressions précédentes.

Interaction mutuelle entre deux barres (f).

Calculée à partir de l'interaction plaque à plaque L_{pp} , par intégration sur tous les rubans suivant y_1 de la plaque α et suivant y_2 de la plaque β .

$$L_{\alpha\beta} = \frac{1}{bc} \int_p^{p+c} \int_0^b L_{pp} dy_1 dy_2 \quad (\text{III} - 21)$$

Après longues intégrations et arrangements, on obtient :

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta} = \frac{\mu}{abcd \cdot 4\pi} & \left[\left[\left(\frac{6y^2z^2 - y^4 - z^4}{24} \right) x \cdot \log \left(\frac{x+R}{\rho_x} \right) + \left(\frac{6x^2z^2 - x^4 - z^4}{24} \right) y \cdot \log \left(\frac{y+R}{\rho_y} \right) \right. \right. \\ & + \left(\frac{6y^2x^2 - y^4 - x^4}{24} \right) z \log \left(\frac{z+R}{\rho_z} \right) + \frac{R}{60} (x^4 + y^4 + z^4 - 3y^2x^2 - 3y^2z^2 - 3z^2x^2) \\ & \left. \left. - \frac{xyz^3}{6} \text{artg} \frac{xy}{zR} - \frac{zyx^3}{6} \text{artg} \frac{xz}{yR} - \frac{xzy^3}{6} \text{artg} \frac{yz}{xR} \right]_{q_2; q_4}^{q_1; q_3} (x) \right]_{r_2; r_4}^{r_1; r_3} (y) \left]_{s_2; s_4}^{s_1; s_3} (z) \right. \end{aligned}$$

De la forme :

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta} &= \frac{\mu}{abcd \cdot 4\pi} \left[[f(x, y, z)]_{q_2; q_4}^{q_1; q_3} (x) \right]_{r_2; r_4}^{r_1; r_3} (y) \left]_{s_2; s_4}^{s_1; s_3} (z) \right. \\ &\equiv \frac{\mu}{abcd \cdot 4\pi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} f(q_i, r_j, s_k) \end{aligned} \quad (\text{III} - 22)$$

Avec les paramètres et les bornes:

$$\begin{cases} R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} ; \rho_x = \sqrt{y^2 + z^2} \\ \rho_y = \sqrt{x^2 + z^2} ; \rho_z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1 = E - a \\ q_2 = q_1 + d \\ q_3 = E + d \\ q_4 = E \end{cases} ; \begin{cases} r_1 = p - b \\ r_2 = r_1 + c \\ r_3 = p + c \\ r_4 = p \end{cases} ; \begin{cases} s_1 = l_3 - l_1 \\ s_2 = s_1 + l_2 \\ s_3 = l_3 + l_2 \\ s_4 = l_3 \end{cases}$$

Interactions propres.

Les interactions propres se calculent suivant le cas par les mêmes expressions mais en prenant les mêmes dimensions pour les éléments et en faisant tendre les décalages de position à zéro.

$$\begin{cases} l_1 = l_2 \\ a = d \\ b = c \end{cases} ; \begin{cases} E \rightarrow 0 \\ p \rightarrow 0 \\ l_3 \rightarrow 0 \end{cases}$$

III. Analyse des circuits. (Analyse nodale modifiée) - Construction du système

$[A][X] = [B]$

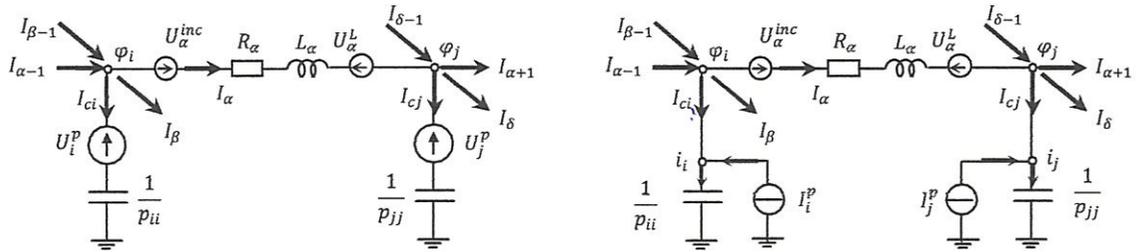


Figure III.4. Circuits équivalents d'un élément 2D convenable à l'analyse nodale.

Soit dans le maillage N cellules de courant et M cellules de potentiel.

Pour chaque boucle de cellule de courant α on écrit la loi des mailles :

$$R_\alpha I_\alpha + j\omega \sum_{n=1}^N L_{\alpha n} I_n + \varphi_j - \varphi_i = U_\alpha^{inc} \quad (III - 23)$$

Pour N cellules de courant on obtient N équations à $N + M$ inconnues de cette forme.

Pour chaque nœud de potentiel i on écrit son potentiel:

$$\varphi_i = p_{ii} q_i + \sum_{k \neq i}^M p_{ik} q_k = p_{ii} q_i + U_i^p \quad (III - 24)$$

Pour chaque nœud i on tire la charge, (sur la cellule de potentiel i)

$$q_i = \frac{\varphi_i}{p_{ii}} - \sum_{k \neq i}^M \frac{p_{ik}}{p_{ii}} q_k \quad (III - 25)$$

On transforme cette charge à un courant capacitif par :

$$(j\omega)q_i = (j\omega) \frac{\varphi_i}{p_{ii}} - \sum_{k \neq i}^M \frac{p_{ik}}{p_{ii}} (j\omega)q_k \quad (\text{III} - 26)$$

Le courant capacitif est donc :

$$I_{ci} = j\omega \frac{\varphi_i}{p_{ii}} - \sum_{k \neq i}^M \frac{p_{ik}}{p_{ii}} I_{ck} = i_i - I_i^p \quad (\text{III} - 27)$$

Ce courant, selon la loi des nœuds est (référence au schéma de la figure III.4):

$$I_{ci} = I_{\alpha-1} + I_{\beta-1} - I_{\alpha} - I_{\beta} + \sum_{\substack{k \neq \alpha, \beta \\ k \neq \alpha-1, \beta-1}}^N 0 \times I_k$$

Ce courant est exprimé par la matrice de connexion comme :

$$I_{ci} = [0 \dots 1 \dots 1 \dots -1 \dots -1 \dots 0] \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{\alpha-1} \\ \vdots \\ I_{\beta-1} \\ \vdots \\ I_{\alpha} \\ \vdots \\ I_{\beta} \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N a_{ik} I_k; \quad \forall i \in M \quad (\text{III} - 28)$$

Le courant capacitif sortant d'un nœud i est donc exprimé par :

$$I_{ci} = \sum_{k=1}^N a_{ik} I_k = j\omega \frac{\varphi_i}{p_{ii}} - \sum_{k \neq i}^M \frac{p_{ik}}{p_{ii}} I_{ck} = j\omega \frac{\varphi_i}{p_{ii}} - \sum_{k \neq i}^M \frac{p_{ik}}{p_{ii}} \sum_{v=1}^N a_{kv} I_v$$

D'où on tire pour chaque nœud $i \in M$ l'équation :

$$\sum_{k=1}^N a_{ik} I_k + \sum_{k \neq i}^M \frac{p_{ik}}{p_{ii}} \sum_{v=1}^N a_{kv} I_v - j\omega \frac{\varphi_i}{p_{ii}} = 0 \quad (\text{III} - 29)$$

Pour M cellules de potentiel on obtient M équations à $N + M$ inconnues, de cette forme

Dans ces équations les $N + M$ inconnues sont les courants et les tensions.

IV. Exemple explicatif.

Soit un maillage a deux dimensions, de neuf cellules de potentiel (09 nœuds de tension) et douze cellules de courant : 06 suivant l'axe (oy) et 06 suivant l'axe (ox). ($N = 12$; $M = 9$)

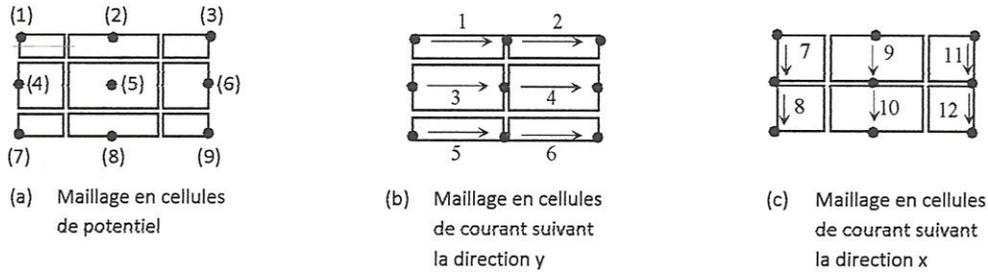


Figure III.5 : maillage 2D de l'exemple.

Le circuit équivalent, a notation simple, de ce maillage est le suivant :

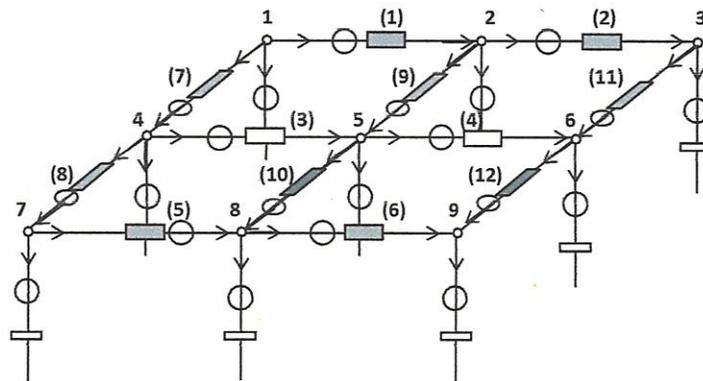


Figure III.6 : circuit équivalent global de l'exemple

La matrice de connexion est de dimension $(M, N) = (9 \times 12)$:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{III - 30}$$

La matrice des résistances est diagonale de dimension $(N \times N) = (12 \times 12)$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & R_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{III} - 31)$$

La matrice des interactions inductives mutuelles est de dimension $(N \times N) = (12 \times 12)$

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1,12} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & L_{11,12} \\ L_{12,1} & \dots & L_{12,11} & L_{12,12} \end{bmatrix} \quad (\text{III} - 32)$$

La matrice des interactions capacitives mutuelles est de dimension $(M \times M) = (9 \times 9)$

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1,9} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & P_{8,9} \\ P_{9,1} & \dots & P_{9,8} & P_{9,9} \end{bmatrix} \quad (\text{III} - 33)$$

Par exemple la première équation issue de la loi des mailles, de la première cellule de courant $\alpha = 1$ est :

$$\begin{aligned} (R_1 + j\omega L_{11})I_1 + j\omega L_{12}I_2 + j\omega L_{13}I_3 + j\omega L_{14}I_4 + j\omega L_{15}I_5 + j\omega L_{16}I_6 + j\omega L_{17}I_7 + j\omega L_{18}I_8 \\ + j\omega L_{19}I_9 + j\omega L_{110}I_{10} + j\omega L_{111}I_{11} + j\omega L_{112}I_{12} + \varphi_2 - \varphi_1 \\ = U_1^{inc} \end{aligned} \quad (\text{III} - 34)$$

La première et la cinquième équation issues de la loi des nœuds, cellules de potentiel $i = 1; 5$ sont :

$$\begin{aligned} \frac{p_{11}}{p_{11}}(-I_1 - I_7) + \frac{p_{12}}{p_{11}}(I_1 - I_2 - I_9) + \frac{p_{13}}{p_{11}}(I_2 - I_{11}) + \frac{p_{14}}{p_{11}}(-I_3 + I_7 - I_8) + \frac{p_{15}}{p_{11}}(I_3 - I_4 + I_9 - I_{10}) \\ + \frac{p_{16}}{p_{11}}(I_4 + I_{11} - I_{12}) + \frac{p_{17}}{p_{11}}(-I_5 + I_8) + \frac{p_{18}}{p_{11}}(I_5 - I_6 + I_{10}) + \frac{p_{19}}{p_{11}}(I_6 + I_{12}) - j\omega \frac{\varphi_1}{p_{11}} \\ = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{p_{11}} \{ (-p_{11} + p_{12})I_1 + (-p_{12} + p_{13})I_2 + (-p_{14} + p_{15})I_3 + (-p_{15} + p_{16})I_4 + (-p_{17} + p_{18})I_5 \\ + (-p_{18} + p_{19})I_6 + (-p_{11} + p_{14})I_7 + (-p_{14} + p_{17})I_8 + (-p_{12} + p_{15})I_9 \\ + (-p_{15} + p_{18})I_{10} + (-p_{13} + p_{16})I_{11} + (-p_{16} + p_{19})I_{12} - j\omega \varphi_1 \} \\ = 0 \end{aligned} \quad (\text{III} - 35)$$

Par analogie la cinquième est :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{p_{55}} \{ (-p_{51} + p_{52})I_1 + (-p_{52} + p_{53})I_2 + (-p_{54} + p_{55})I_3 + (-p_{55} + p_{56})I_4 + (-p_{57} + p_{58})I_5 \\
& \quad + (-p_{58} + p_{59})I_6 + (-p_{51} + p_{54})I_7 + (-p_{54} + p_{57})I_8 + (-p_{52} + p_{55})I_9 \\
& \quad + (-p_{55} + p_{58})I_{10} + (-p_{53} + p_{56})I_{11} + (-p_{56} + p_{59})I_{12} - j\omega\varphi_5 \} \\
& = 0 \tag{III - 36}
\end{aligned}$$

On peut donc généraliser le système linéaire final à résoudre par une méthode adéquate :

$$\begin{bmatrix} [R] + j\omega[L] & [A]^T \\ [P][A] & -j\omega[1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^{inc} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III - 37}$$

C'est un système équivalent au système précédent (III-1), mais qui a l'avantage de ne pas inverser la matrice des coefficients de potentiel P . Cela est avantageux en termes de coût de calcul.

V. Conclusion.

Le calcul analytique des intégrales dans les expressions des interactions RLP permettra sûrement un gain important en temps.

L'utilisation directe, dans le modèle final, de la matrice des coefficients de potentiels, au lieu de son inverse, va encore nous procurer un autre gain en temps des calculs.

En fin, les calculs sur large bande de fréquence ne nécessitent qu'une seule fois l'évaluation des éléments partiels RLP.

Chapitre IV :

Applications

APPLICATIONS.

Les aspirations, que nous attachons à notre outil de simulation, est que ce dernier soit un outil d'aide à la conception ou d'aide à la décision destiné à traiter de manière globale des systèmes contenant des interactions entre une structure métallique et un schéma de câblage. Plus particulièrement, les objectifs fixés visent une utilisation dans le domaine des systèmes embarqués de grandes tailles : tel que l'automobile et l'aéronautique. De ce fait, les dimensions des dispositifs à traiter seraient d'une taille qui dépasserait sûrement l'ordre du mètre.

Nous prenons le cas présenté sur la Figure IV.1 pour présenter les différentes étapes de l'application de la méthode PEEC. Sur cette figure nous voyons la représentation d'un fil circulant sur un plan de masse. Une source et une charge sont connectées à ses extrémités, et nous souhaitons étudier le comportement général de cette structure.

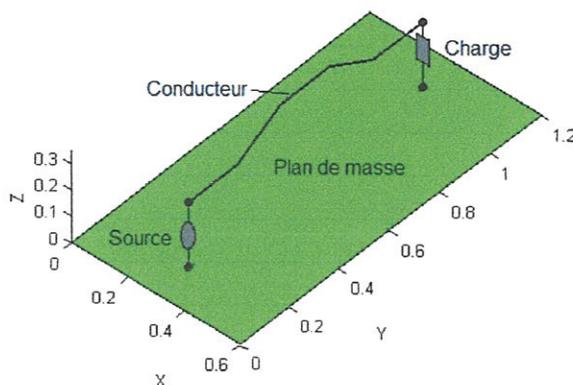


Figure IV.1. structure à étudier.

Les trois étapes permettant cette étude sont les suivantes :

a) le maillage :

La première phase consiste à subdiviser les conducteurs et les régions diélectriques en cellules de surface et de volume, à travers un maillage de points qui représentent aussi les nœuds du circuit équivalent à construire. Sur la Figure IV.3, nous choisissons les nœuds représentés par les carrés pleins sur le plan de masse et par les cercles sur le fil. Une des contraintes concernant le choix de la disposition des nœuds est la fréquence maximale à laquelle nous souhaitons étudier le système, une autre est la position des endroits où nous souhaitons avoir les courants et les tensions. De par nos ambitions fréquentielles, il nous est incontournable de procéder à des simulations sur la base de cellules ayant une taille de l'ordre

du centimetre : 3 cm et 1.5 cm représentent respectivement le dixième et le vingtième de la longueur d'onde à 1 GHz.

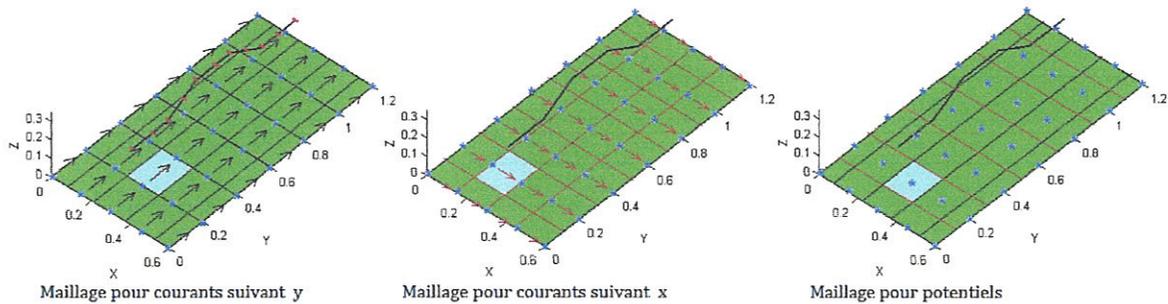


Figure IV.2. étapes de maillage à deux dimensions pour le plan de masse.

La combinaison de ces étapes conduit au maillage final de la figure IV.3.

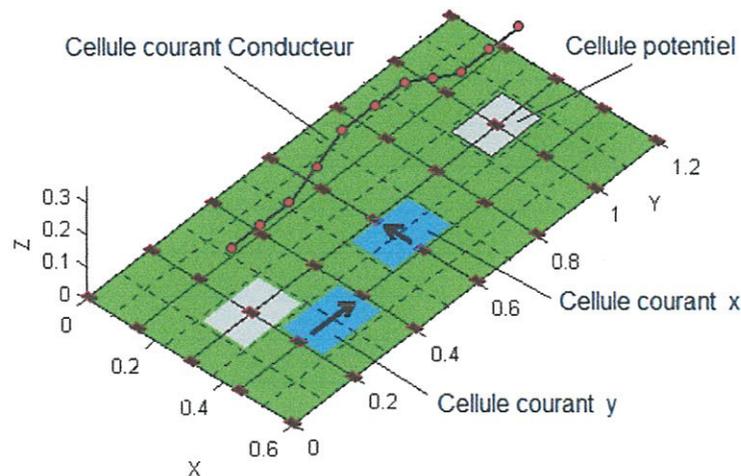


Figure IV.3. maillage complet du conducteur et du plan de masse.

b) Détermination des matrices RLP

Cette étape est la détermination des éléments RLP qui modélisent le comportement de chaque cellule et les couplages entre les différentes cellule, équations : (II-45) et, (III-9-12-18-22). Ainsi tous les points choisis se retrouvent connectés les uns aux autres par des éléments discrets, comme dans la figure (III-5).

Dans cette étape, les éléments RL sont déterminés en considérant toutes les cellules volumiques, alors que les éléments P sont calculés en considérant des cellules filaire pour le conducteur et des surfaciques pour celles du plan de masse.

c) Analyse de circuit

Cette dernière étape est l'analyse du système à travers une simulation électrique de type analyse nodaleet/ou de maille. Pour ce faire, nous devons assembler les circuits équivalents

partiels et ajouter les composants discrets connectés à la structure tels que la source et la charge présenté sur la Figure IV.1. L'extrême souplesse de cette méthode permet de changer les composants externes à la structure et d'analyser de nouveau le système sans devoir en recalculer ses éléments RLP, car leur valeur est déterminée uniquement par la géométrie de la structure et ne dépend pas du contexte électromagnétique.

d) Organigramme des calculs

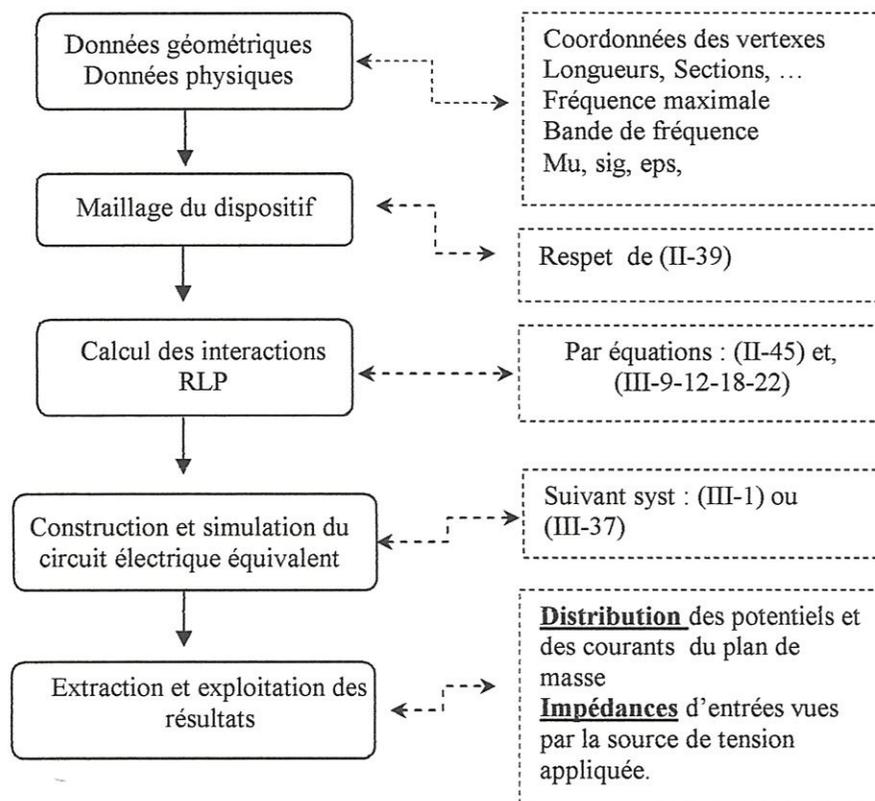


Figure IV.4. Organigramme des claculs programmés sous Matlab.

Application sur des cas tests.

Quatre cas test vont être testés à fin de valider qualitativement notre outil, une validation quantitative n'est pas possible du fait que nous n'avons pas toutes les données des cas trouvés dans la littérature. Les topologies sont composées d'un fil, toujours, de 1.0 mètre de longueur, de section 2.0 mm^2 à forme carrée, au-dessus d'un plan de masse rectangulaire de dimensions $(0.6 \times 1.2 \times 0.001)$. La hauteur du fil varie selon sa topologie entre 5.0 cm et 15.0 cm.

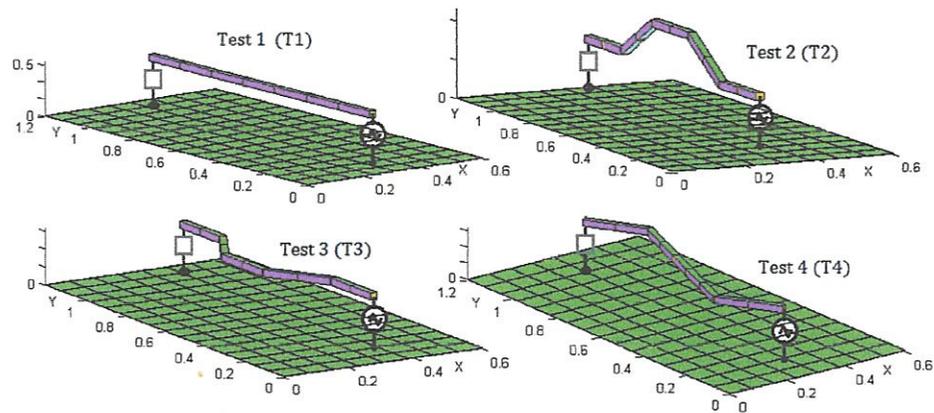


Figure IV.5. Topologies des cas tests.

Les paramètres physiques sont : la résistivité du fil et du plan de masse, supposés en cuivre, est $1.6 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$, la permittivité et la perméabilité sont prises celles du vide.

La fréquence maximale pour maillage est de 100 MHz, la bande de fréquence pour simulation s'étale entre 1 et 10 MHz, balyant 10000 points par pas logarithmique.

La tension appliquée, entre le premier point du fil et le point du plan juste en dessous, est de 10 V.

Les charges, connectées entre le dernier point du fil et le point du plan juste en dessous, prennent deux extrêmes valeurs :

$Y_{ch} = 10^{12} \Omega^{-1}$: équivalent à un court circuit.

$Y_{ch} = 0$: équivalent à un circuit ouvert.

I. Résultats obtenus pour les impédances d'entrées.

Le seul résultats de mesure que nous avons rencontré dans nos références est ce de F. [3], qui a traité un cas très proche du notre, nous n'avons que les données géométriques figurées sur la figure IV.6 et qui se différent un petit peu des notre.

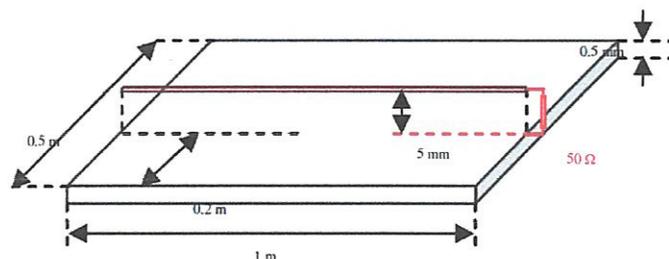


Figure IV.6. Géométrie du cas trouvé dans la référence [DUV.07].

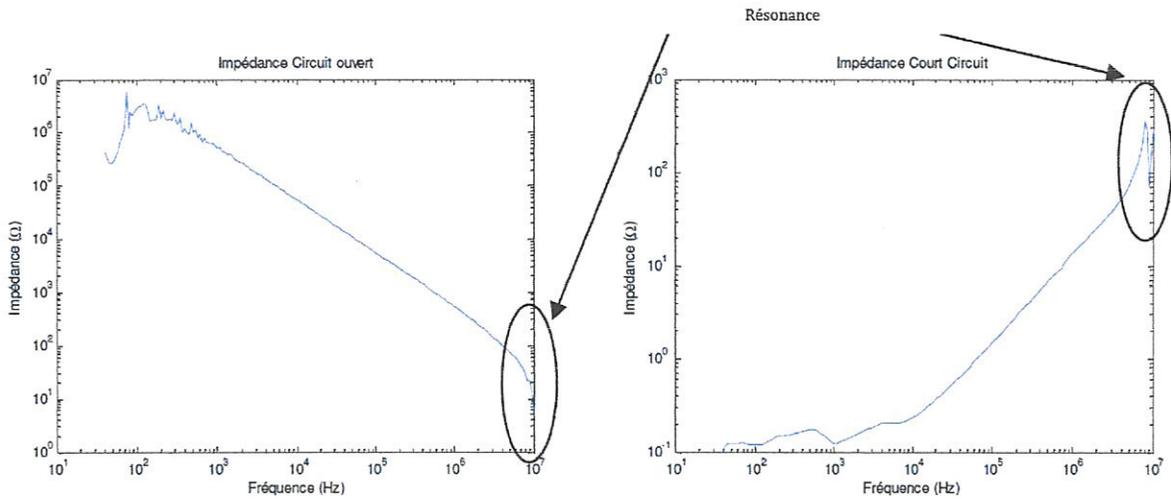


Figure IV.7. Résultats de mesure des impédance d’entrées : circuit ouvert et court circuit trouvé dans la référence [DUV.07].

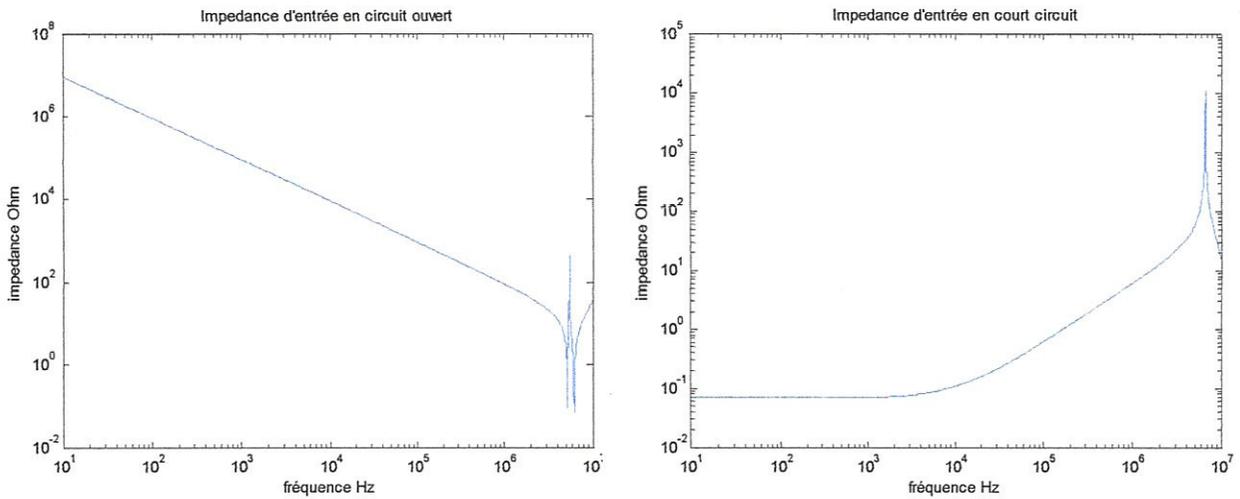


Figure IV.8. Résultats de notre simulation : Modules des impédances d’entrées en circuit ouvert et en court circuit de la topologie T1 de la figure IV.5.

En allures et en ordre de grandeur notre resultat s’accorde bien avec la mesure présentée dans [DUV.07], malheureusement la différences des données nous permet pas de jurer l’aspect quantitatif de nos resultats.

Qualitativement nos résultats sont bons et s’accordent aussi avec les indications théoriques.

En effet, l’allure de l’impédance en court circuit se divise en trois parties selon la fréquence : en basses fréquence, cette impédance est quasiment constante et est dominée par le caractèrè

résistif de la topologie ; dans la partie intermédiaire, cette impédance augmente avec la fréquence et est dominée par le caractère inductif ; en haute fréquences, les effets capacitifs conjugués aux effets inductifs commencent à se manifester par l'apparition des pics de résonances et des oscillations. Ceci s'accorde bien avec la théorie.

I.1. Comparaison des topologies.

Nous avons simulé l'évolution fréquentielle des impédances d'entrées des quatre topologies en court circuit et en circuit ouvert. Les résultats en modules et arguments sont les suivant :

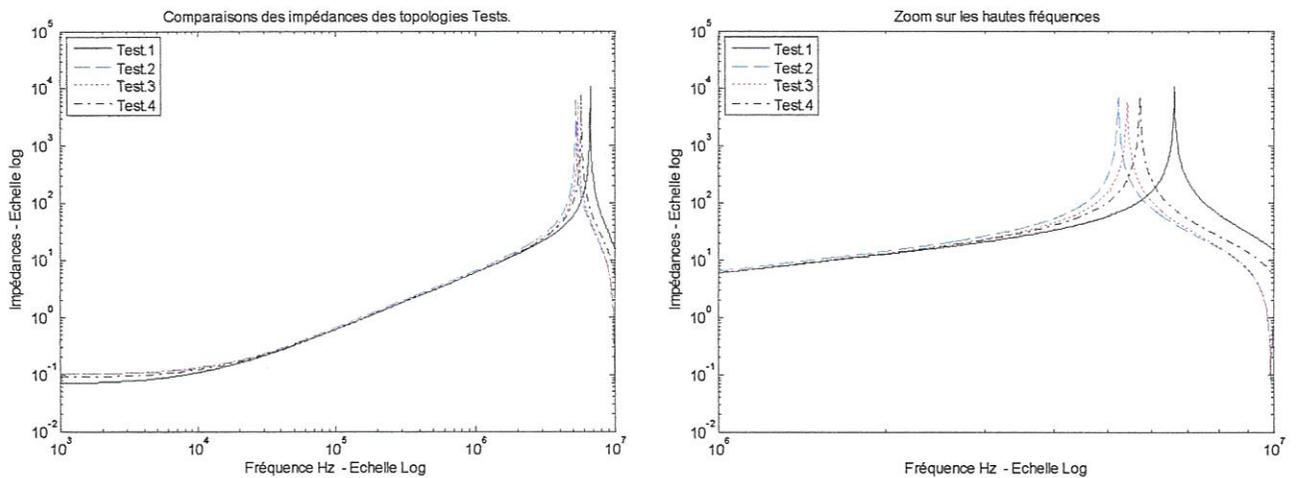


Figure IV.9. Modules des impédances d'entrées, fréquentielles en courts-circuits, des quatre topologies, avec échelle log-log et un zoom sur les HF

Pour une meilleure visibilité des résultats nous utilisons des axes linéaires pour la fréquence, et logarithmiques pour les impédances. Pour comparer, et illustrer les différences, on utilise parfois des zooms sur les parties d'importances particulières.

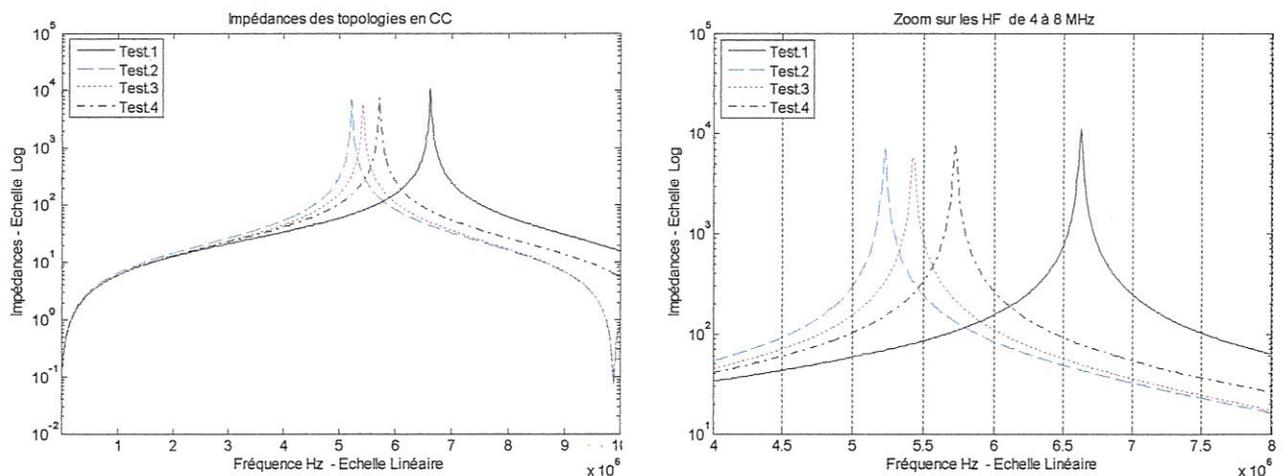
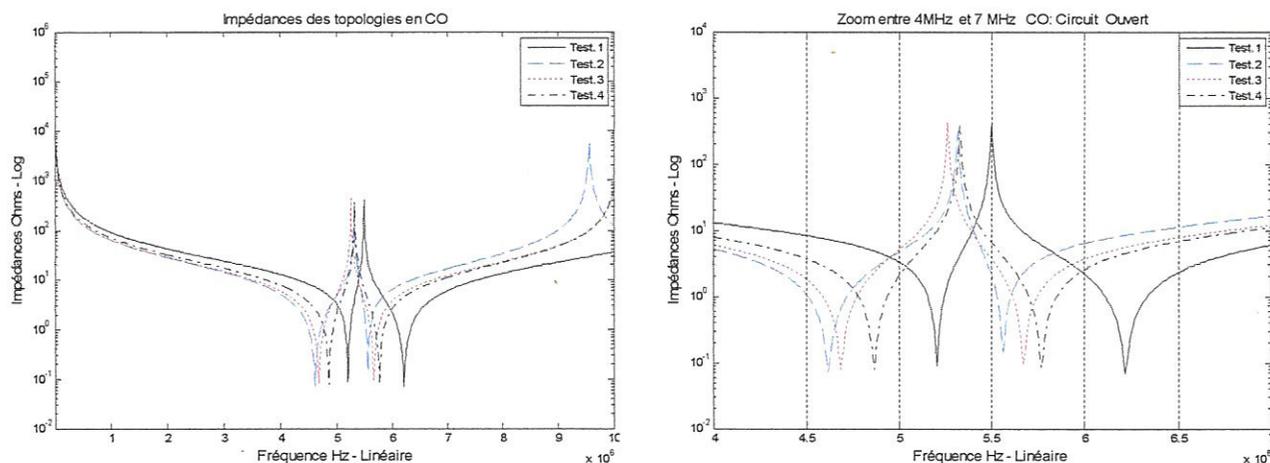
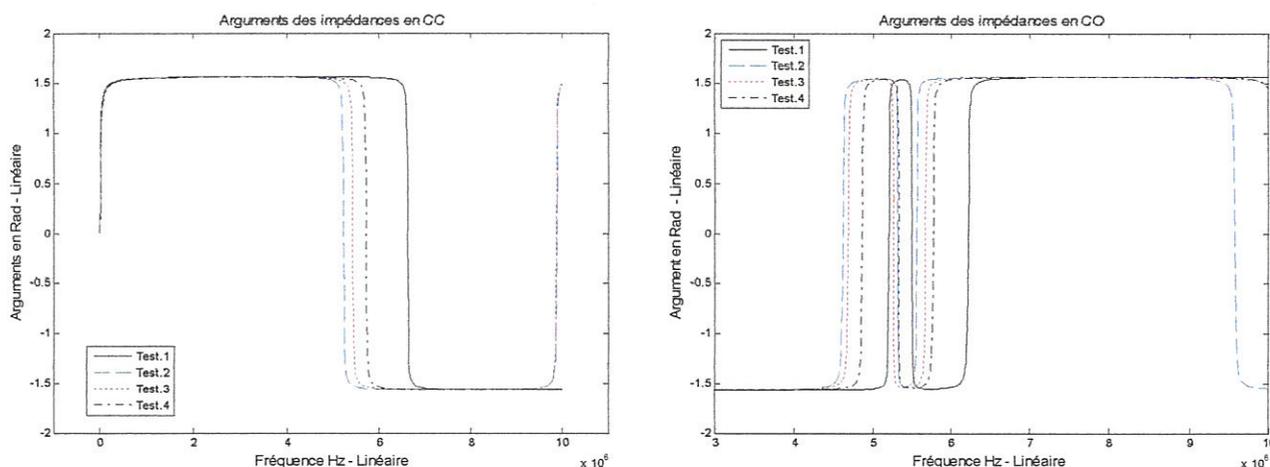


Figure IV.10. Modules des impédances d'entrées fréquentielles en court-circuit.**Figure IV.11.** Modules des impédances d'entrées fréquentielles en court ouvert.

Les modules et les arguments pour différentes topologies sont représentés sur les figures suivantes.

**Figure IV.12.** Arguments des impédances d'entrées fréquentielles en CC et CO.

I.2. Observations – commentaires – interprétations.

Pour les impédances de court-circuit, on observe :

- Une évolution fréquentielle identique en allure
- Sur une plage de fréquence s'étalant jusqu'à 3 MHz, toutes les impédances ont le même comportement fréquentielle, on n'appelle cette plage, plage du comportement quasi statique.

- L'apparition des premiers pics de résonance entre 5 et 7 MHz. On appelle les fréquences supérieures à 3 MHz, les hautes fréquences (HF).
- Des décalages vers les fréquences inférieures des pics de résonance correspondant aux topologies avec rotations par rapport à ce de la topologie droite.
- Le pic de résonance le plus décalé est ce correspond à la topologie à rotations verticale.
- Tous les arguments commencent de 0° et évoluent rapidement vers 90° . Puis, juste à l'apparition de la résonance, retombe brutalement à -90° .

En gros, ces observations peuvent être interprétées ainsi :

Les allures générales s'accordent nettement avec les révélations théoriques, une première petite partie statique correspond au caractère résistif de l'impédance avec un argument commençant de zéro, les fréquences dans cette partie n'arrivent pas à imposer leurs effets.

Une deuxième partie, quasi statique, où les effets de la fréquence commencent à s'imposer sur le coté inductif de la topologie, l'argument tend vers 90° , la contribution inductive dans l'impédance augmente de plus en plus avec la fréquence.

Une troisième partie dynamique, où les fréquences imposent leurs effet aussi bien sur le coté inductif que sur le coté capacitif de la topologie. Dans cette partie les effets juxtaposés, inductifs et capacitifs, conduisent à des dynamiques entre eux et par conséquence l'apparition des résonances.

Les décalages des pics en avance de ce de la topologie droite T1 sont principalement dus aux couplages capacitifs supplémentaires provenant des rotations et des hauteurs mais surtout des zones d'actions aux coudes des rotations. Ces capacités supplémentaires favorisent l'apparition tôt des dynamiques inductives –capacitives, et par conséquence l'apparition aussi tôt des pics de résonances.

I.3. Pour les impédances de circuit ouvert :

On peut interpréter les allures par la même façon, sauf qu'on inverse ici les effets, en basses fréquences l'impédance est presque infinie de caractère capacitif (circuit ouvert, argument négatif est égale -90°). Dès que la fréquence augmente, les effets quasi statiques qui

sont ici de nature capacitive commencent à se manifester en diminuant l'impédance qui est toujours capacitive. En hautes fréquences, les effets inductifs s'imposent et interagissent avec ceux capacitifs créant ainsi des dynamiques conduisant à des résonances.

La seule observation particulière ici est l'apparition de deux pics de résonance consécutifs entre 4.5 e 6.5 MHz et ce pour toute topologie testée. Ceci, si ce n'est pas une faiblesse ou une défaillance de notre travail, est loin d'être interprété dans ce travail.

Mais nous réfléchissons que ceci peut arriver si la topologie, ouverte, possède en hautes fréquences deux chemins, différents et de propriétés proches, pour les retours des courants capacitifs, donc deux valeurs proches de fréquence de résonance.

I.4. Conclusion sur les impédances d'entrées.

Dans ces simulations, la taille du système à résoudre à chaque fréquence, 10000 fois, est de moyenne (268×268) dont : 169 courants et 99 potentiels pour le test T1. Le temps d'exécution et affichage n'atteint pas les 2 min. les matrices $L(169 \times 169)$ et $P(99 \times 99)$ ne sont calculées qu'une seule fois.

Les résultats montrent que jusqu'à les fréquences intermédiaires, environ 4 Mhz, les effets de topologie ne sont pas importants, et toutes les impédances des configurations évoluent presque identiquement.

A partir de ces fréquences, des décalages entre les évolutions commencent à apparaître conduisant à des décalages remarquables entre les pics des résonances. Ces décalages constituent la manifestation des effets de la topologie.

Dans ces résultats les effets du plan de masse ne sont pas clairement visibles, et pour les faire sortir, nous devons procéder à une deuxième application qui permet de voir les évolutions et les répartitions des potentiels et des courants sur la surface du plan.

II. Résultats obtenus pour les distributions des potentiels et des courants dans le plan de masse.

Une topologie seulement va être testée à fin de voir les distributions des tensions et courants sur le plan de masse : la topologie T4 et ce pour les deux cas : CC pour court circuit, et CO pour circuit ouvert.

Pour une meilleure appréciation des résultats, nous les présentons à la fois en vus 3D et 2D, sauf si les amplitudes sont très faibles, nous les présentons alors qu'en 2D.

II.1. Topologie zigzag. Fil en court circuit : T4.CC.

Nous présentons les distributions des potentiels et des courants sur le plan de masse pour les fréquences respectivement : 10kHz ; 100 kHz ; 1 Mhz et 5 Mhz

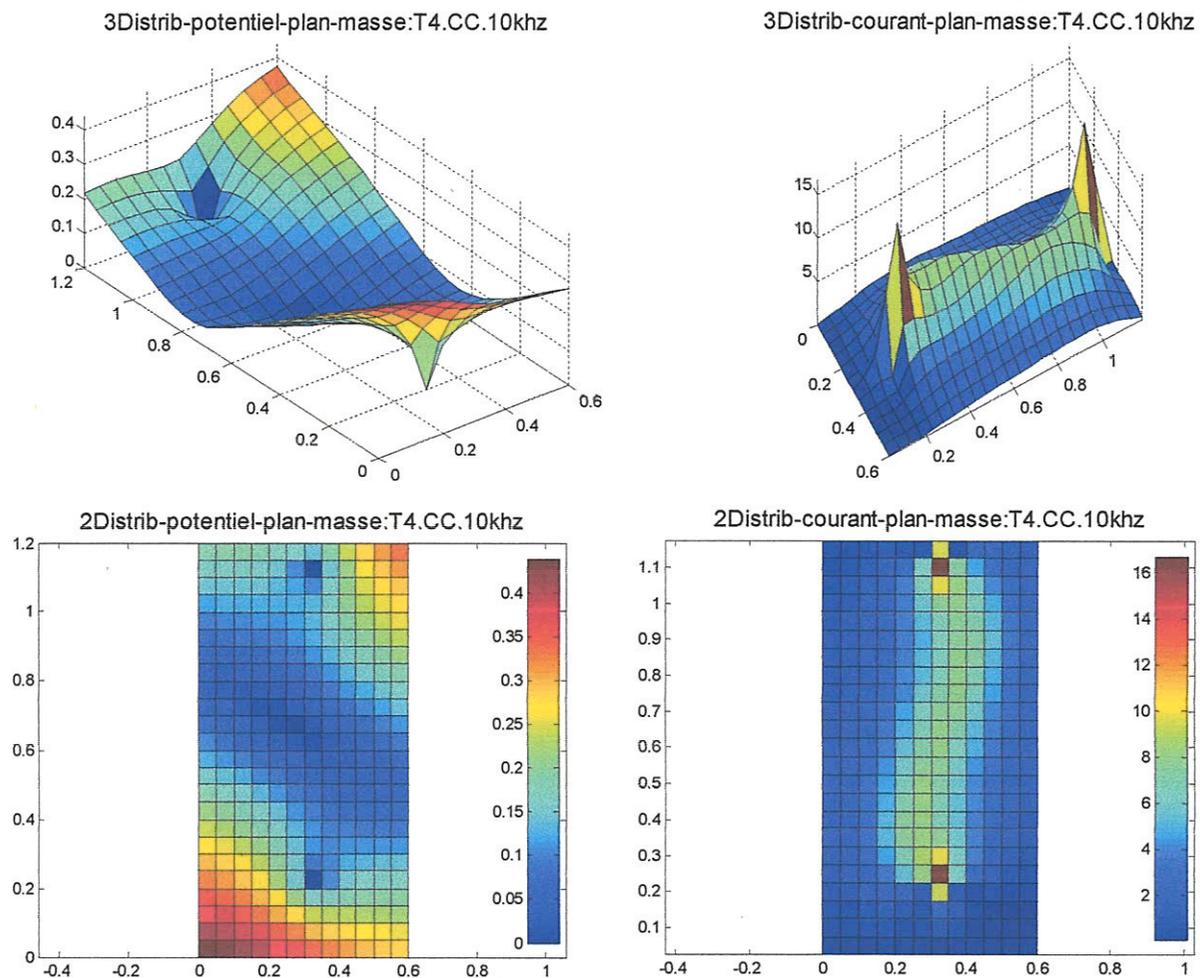


Figure IV.13. Distributions (tension et courants) sur le plan de masse T4.CC.10kHz

Dans la figure (IV.13) le plan de masse n'est pas un bon équipotentiel, son potentiel varie de 0 à plus de 0.4 Volt, on observe les effets des bords et effet de la topologie. La distribution de potentiel sur le plan peut perturber les équipements sensibles raccordés sur le plan.

Les courants sont forts et circulent presque librement dans un large parcours sous le fils d'aller entre les deux points de raccordement, le plan peut être considéré comme un bon conducteur et ses effets ne sont pas assez importants, par conséquent l'impédance présentée par le plan est faible et de nature proche de résistive.

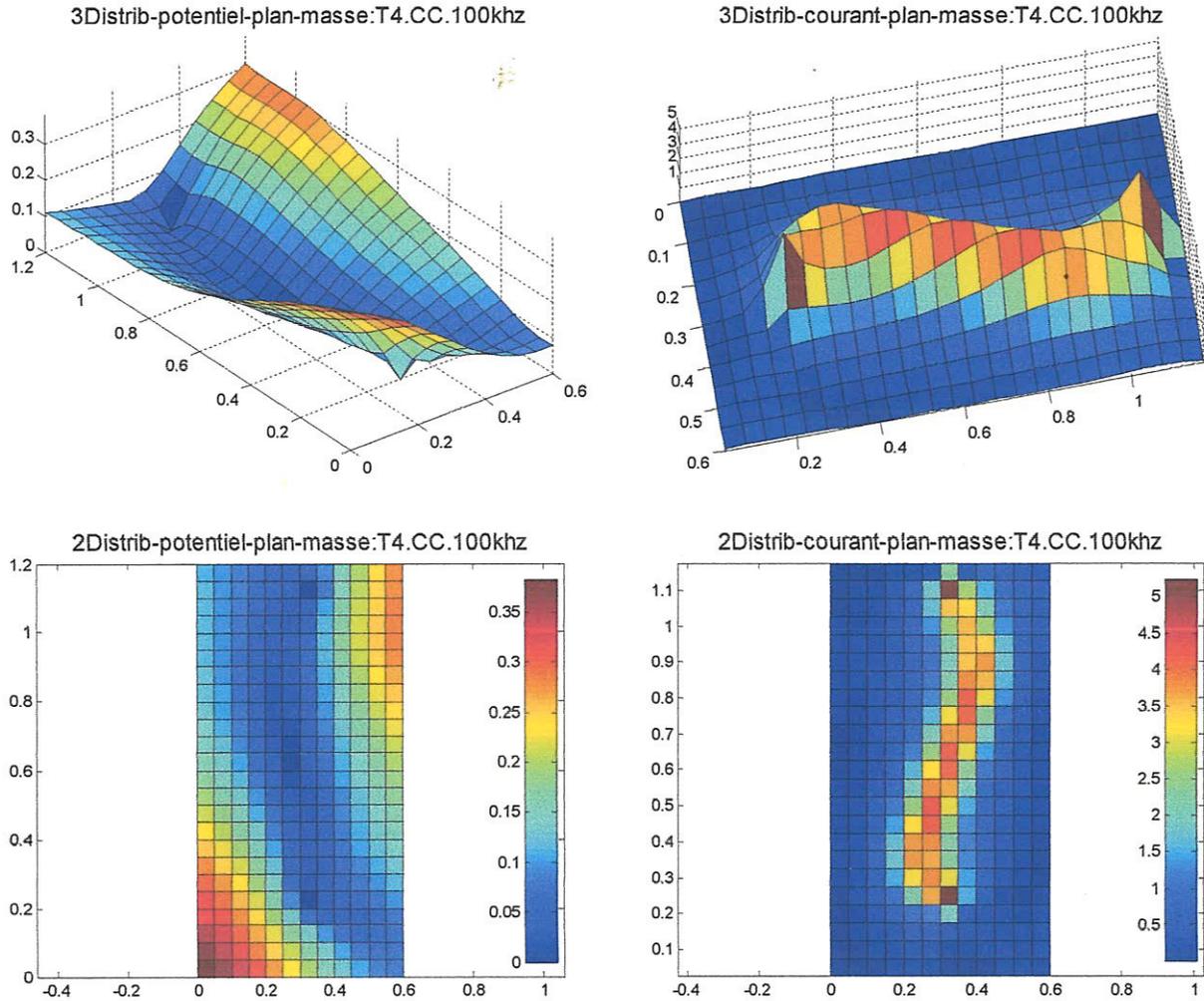


Figure IV.14. Distributions (tension et courants) sur le plan de masse T4.CC.100khz

Le potentiel du plan peut encore perturber de certains équipements sensibles. On observe toujours les effets de la géométrie (effets des bords).

Les courants diminuent et se resserrent dans un parcours de retour de la même forme que ce d'aller. C'est la manifestation des effets inductifs du plan de masse : effets de proximité.

Le rétrécissement, diminution de la largeur, du parcours de retour sur le plan, par augmentation des effets inductifs, provoque l'augmentation de l'impédance : c'est pourquoi le courant diminue.

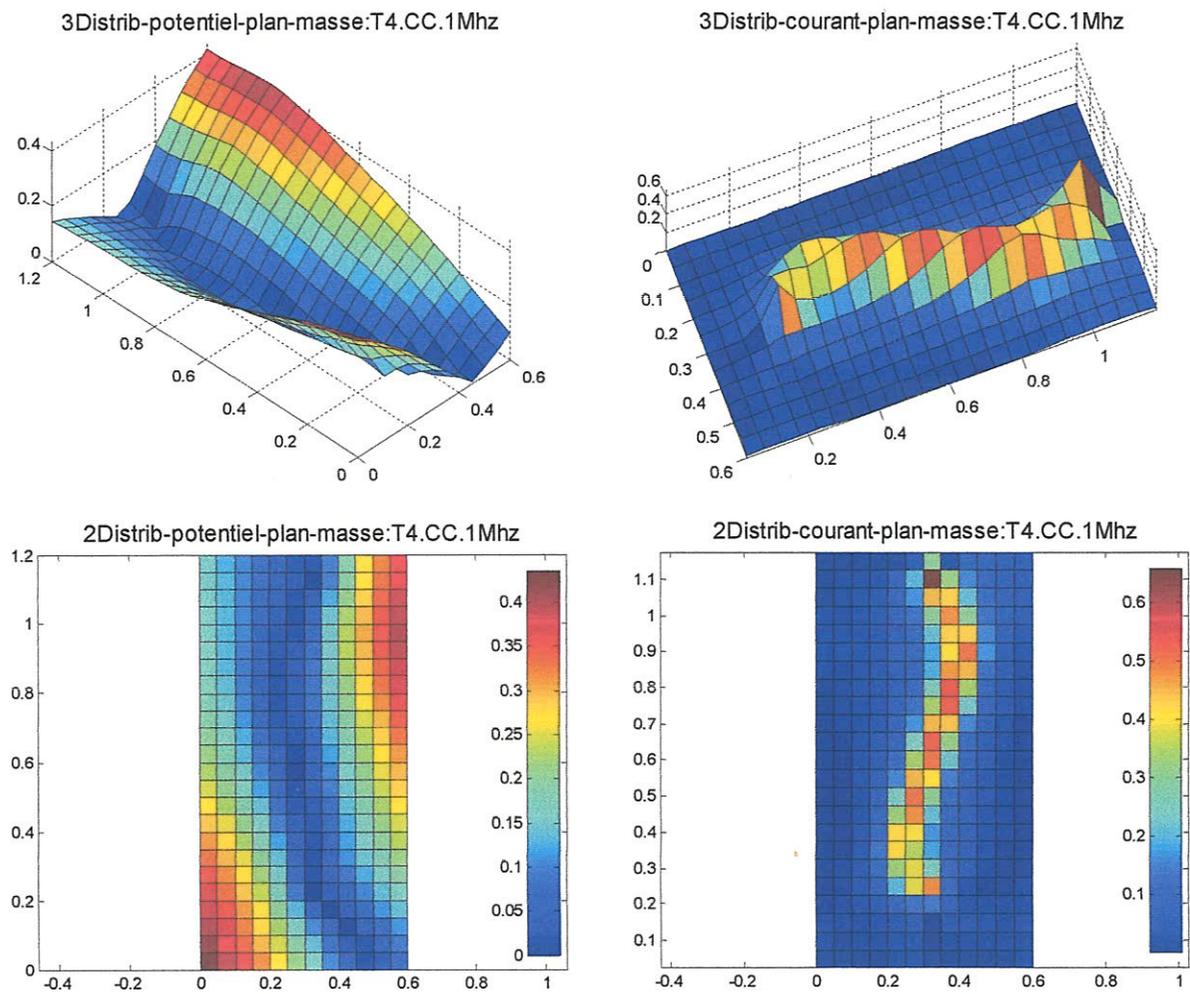


Figure IV.15. Distributions (tension et courants) sur le plan de masse T4.CC.1Mhz

Le potentiel du plan peut toujours perturber des équipements sensibles. On observe toujours les effets de la géométrie (effets des bords).

Les courants dans le plan deviennent plus faibles, les effets inductifs (de proximité) sont plus aigus, les courants se resserrent juste sous le fil, et le plan présente, donc en cette fréquence, une impédance assez forte.

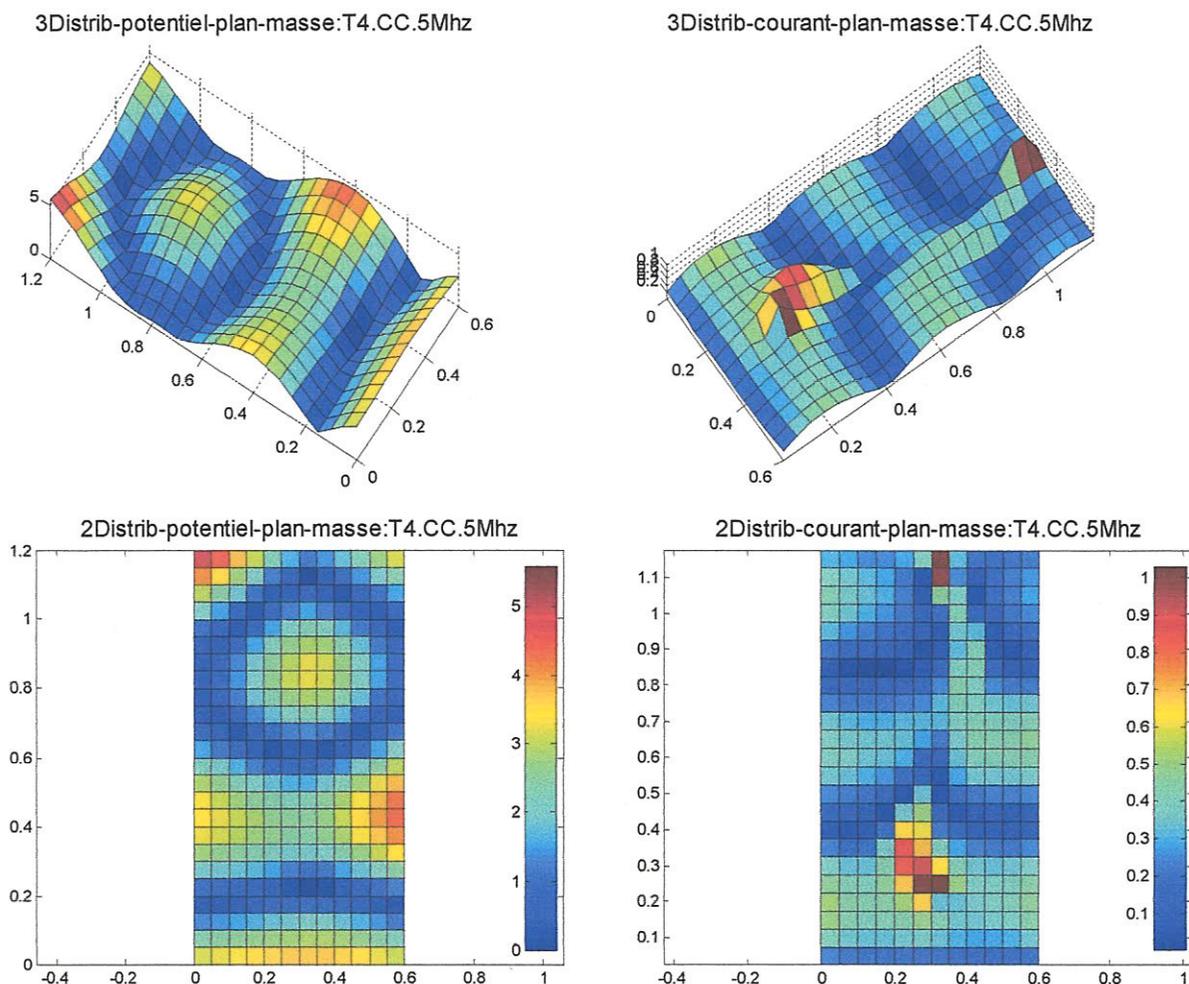


Figure IV.16. Distributions (tension et courants) sur le plan de masse T4.CC.5Mhz

Cette figure montre le voisinage de la résonance, le plan est considéré comme un ensemble de zones et îlots plus au moins équipotentiels. Les courants augmentent légèrement, une partie de ces courants se concentrent aux voisinages des points de raccordement, le reste des ces courants se répartissent jusqu'aux bords du plan sur des zones presque isolées entre elles.

Dans cette fréquence les effets capacitifs fil-plan et plan-plan commencent s'imposer fortement : les courant cherchent à retourner sur les chemins les moins impédants, le chemin sous le fil, tellement les effets inductifs sont très forts à ces fréquences, devient très impédant, les courants ne trouvent que les capacités réparties fil-plan et plan-plan pour s'enfouir et retourner à la source : c'est comme à ces fréquences, les réactances capacitives court-circuitent quelques réactances inductives.

II.2. Topologie zigzag. Fil en circuit ouvert : T4.CO.

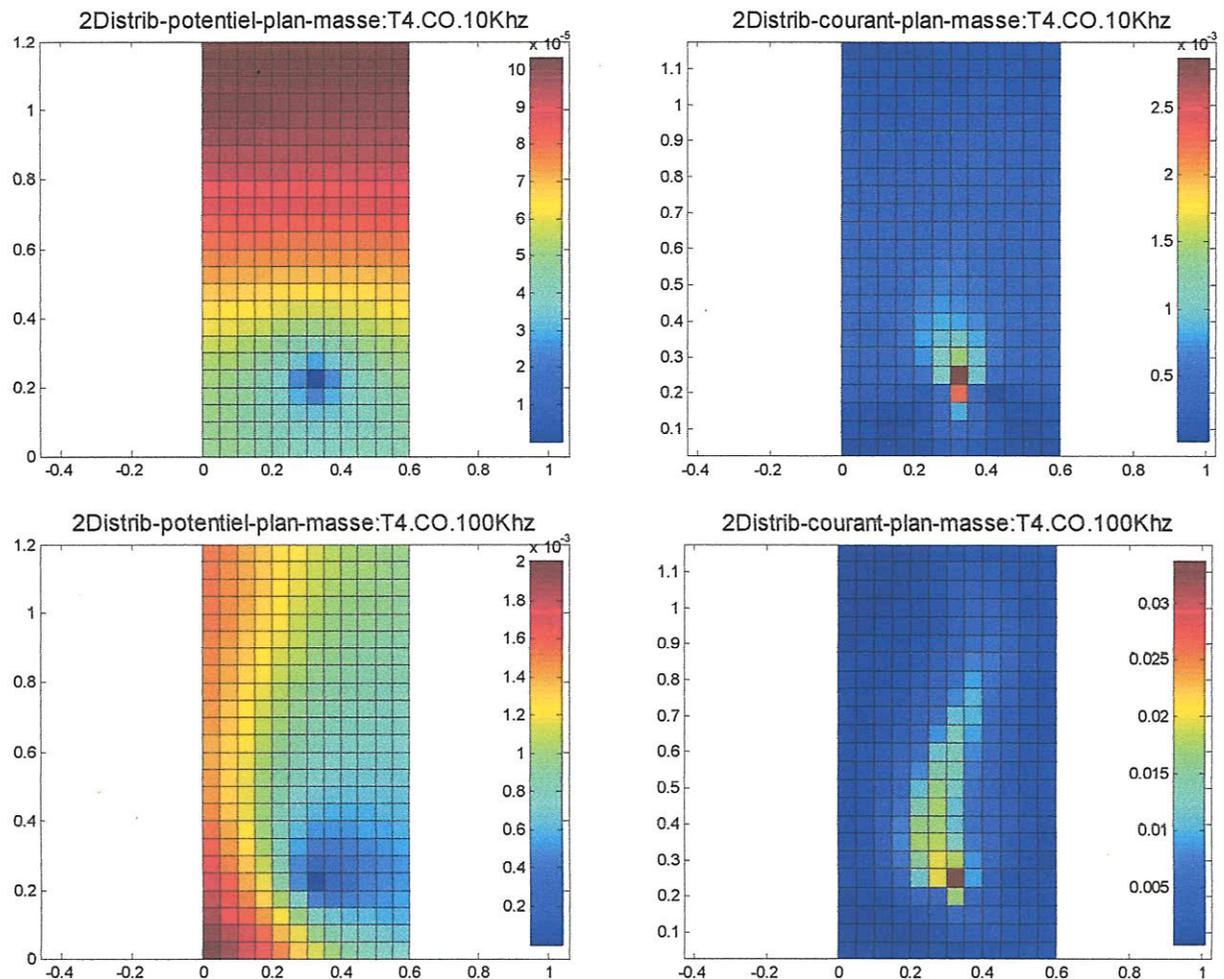


Figure IV.17. Distributions (tension et courants) sur le plan de masse T4.CO.10+100 khz

Pour ces deux fréquences, 10 et 100 kHz, on observe un potentiel très faible, de l'ordre de mV au niveau du plan de masse avec une distribution concentrée à l'extrémité ouverte. Pour les équipements de puissance on peut considérer ce plan comme étant équipotentiel.

Les courants à 10 kHz sont très faibles, donc impédance forte, et se concentrent aux voisinages de la masse du générateur, ces courants arrivent du fil au plan de masse par les effets capacitifs fil-plan qui sont faibles à 10 kHz. Donc ces courants sont de nature capacitive.

A 100 kHz, les effets capacitifs fil-plan et leur étendu augmentent par conséquence les courants et leur étendu sur le plan augmentent et restent des courants capacitifs.

Dès que les courants circulent dans le plan, ils se soumettent à l'effet inductif du plan qui les oblige à prendre un parcours de retour proche de ce d'aller.

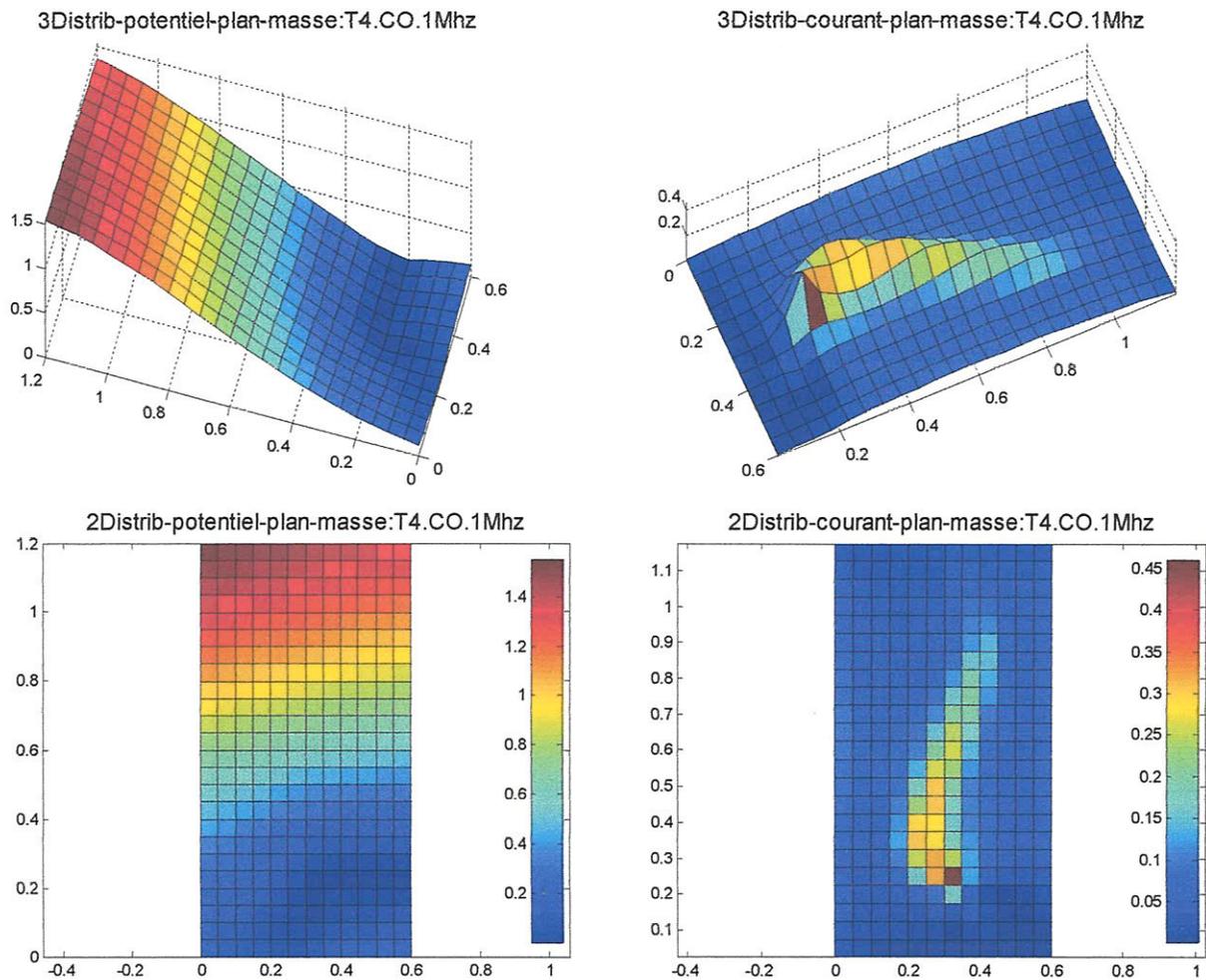


Figure IV.18. Distributions (tension et courants) sur le plan de masse T4.CO.1Mhz

Le plan n'est pas un bon équipotentiel surtout pour les équipements sensibles, l'effet de bord est encore marqué sur le coté de l'extrémité ouverte.

La quantité de l'effet capacitif et de son étendu augmentent considérablement conduisant à, l'augmentation des courants de retour (capacitifs) dans le plan et de leur étendu (parcourt). Ces courants se soumettent clairement aux effets inductifs : commencent à se concentrer aux voisinages d'un axe situé sous le fil.

A rappeler que les effets inductifs cherchent toujours à minimiser les aires des boucles aller-retour des courants, c'est pourquoi lors de leur retour sur le plan ils tendent à se concentrer sous le fil d'aller. Plus la fréquence augmente plus la partie inductive l'impédance (ωL) de la boucle augmente, l'impédance minimale est celle correspondante à la boucle minimale.

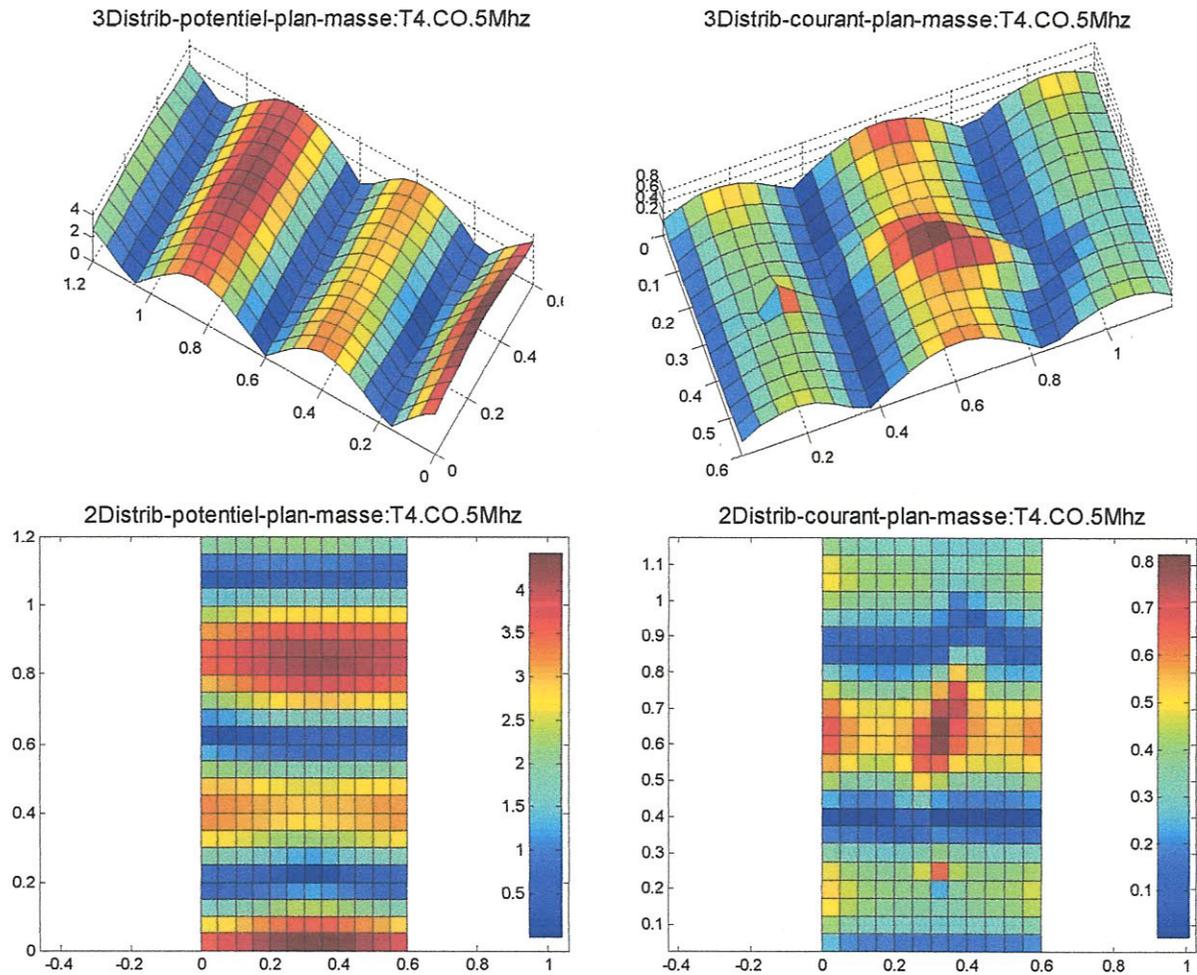


Figure IV.19. Distributions (tension et courants) sur le plan de masse T4.CO.5Mkhz

Ici, on est très proche de la résonance : le plan est semi-équipotentiel par bandes de largeur ; il présente des plots de potentiel périodiques suivant longueur. En gros, il est trop perturbé.

Les courants dans le plan sont de nature capacitive et se répartissent comme le potentiel mais déphasé par 90° dans la dimension longitudinale. Donc ce sont des courants d'origines réactifs.

Les courants dans le plan augmentent à cause de l'augmentation sévère des effets capacitifs fil-plan et même de l'augmentation moins sévère des effets capacitifs plan-plan. L'augmentation de ces effets court-circuitent des chemins plus au moins impédants et conduit à des chemins nettement moins impédants. L'impédance d'entrée dans ces situations diminue.

II.3. Conclusion sur les répartitions.

Dans ces simulations la taille du système à résoudre est toujours la même (268×268)

Le plan de masse possède 162 courants : 78 suivant y et 84 suivant x, et 91 nœuds potentiels. L'exécution du programme jusqu'à affichage des répartitions pour chaque fréquence est d'une vingtaine de secondes (19'' pour T1).

Nos simulations sur le plan de masse nous ont permis de mettre en évidence plusieurs effets qui peuvent nous aider à comprendre certains phénomènes.

Lorsque le courant de retour circule dans le plan de masse, il se disperse sur un chemin selon les impédances qui lui sont présentées. Nous pouvons considérer qu'un chemin caractérise un comportement du courant pour une bande de fréquences. Ce chemin est caractérisé par un parcours, une largeur et une épaisseur :

Quand la fréquence du courant circulant est suffisamment faible pour rendre les effets inductifs (capacitifs pour circuit ouverts) négligeables devant les effets résistifs, nous pouvons facilement estimer la répartition des courants en supposant une dispersion sans contraintes. Le problème est semblable à ce des lignes de champ entre deux fils.

Quand la fréquence augmente et que l'effet inductif (capacitifs pour circuit ouverts) devient supérieure à l'effet résistif nous nous trouvons face à des courants qui suivent les fils amenant le courant dans le plan de masse et ce afin de limiter la surface de la boucle entre le fil et le retour du courant (afin de limiter la distance entre fil et chemin de retour pour circuits ouverts).

Quand la fréquence augmente suffisamment et que l'effet résistif devient négligeable devant les effets réactifs, nous nous retrouvons face à une course fréquentielle entre l'effet inductif et son dual antagoniste l'effet capacitif - domaine des résonances : le premier cherche à minimiser les parcours de passage des courants en augmentant leurs réactances inductives ; le deuxième cherche la même chose mais en augmentant leurs réactances capacitives.

Dans tous les cas, la distribution des potentiels met en évidence l'équipotentialité du plan de masse et les effets combinés de la topologie.

Conclusion générale

CONCLUSION GÉNÉRALE.

Au cours de ce travail de master, nous avons pu mettre en évidence que nous pouvions prévoir les comportements électromagnétiques des structures câblées en présence des plans de masses, et à aspects tridimensionnelle ayant des contraintes très sévères telles que les câblages embarqués, en s'appuyant sur la méthode PEEC.

Pour sa part, le modèle développé pourra constituer un outil convenable de modélisation, d'analyse et de conception en électromagnétisme du câblage. Nos impressions concernant les résultats d'applications ont été suffisamment positives, car pour l'ensemble des cas traités nous avons pu reproduire des comportements qualitativement et théoriquement appréciables.

En premier lieu, dans le premier chapitre, pour définir la problématique, il nous fallait parcourir les particularités et les contraintes d'une structure câblée et embarquée, les mécanismes d'interactions avec son environnement et les méthodes d'analyse. Nous avons mentionné la nature de la solution espérée du problème et la méthode d'analyse choisie : La méthode qui s'est distinguée est la méthode PEEC.

Dans le deuxième chapitre, la méthode PEEC, particulièrement convenable à la modélisation des structures complexes et qui n'est pas de la famille volumique, a été fondamentalement formulée. La méthode a le pouvoir de traduire des structures en des circuits partiels équivalents, son champ de bataille est l'évaluation des éléments partiels des circuits : résistances, inductances et coefficients de potentiels ou capacités partielles. Le modèle PEEC générale a été mathématiquement exprimé.

Le troisième chapitre est consacré à la génération d'une version semi analytique puissante du modèle PEEC, la différence par rapport le modèle générale réside seulement à la nature analytique des calculs des éléments en intégrales. La puissance de cette version provient aussi du fait qu'elle n'a pas besoin d'inverser les coefficients de potentiel, elle l'utilise tel qu'ils sont au lieu des capacités.

Le dernier chapitre traite un ensemble d'applications, il nous permet de répondre à des questions liées aux topologies des structures, en mettant en évidence la création des résonances, les décalages des pics correspondants, les manifestations des effets de la

fréquence et de la topologie. Les résultats obtenus étaient encourageants et prouvaient la bonne adaptation de cette méthode à ce genre de problèmes. Un des aspects intéressant de la méthode PEEC est de pouvoir accéder à toutes les tensions et tous les courants présents dans la structure étudiée.

PERSPECTIVES.

Dans la perspective d'améliorer l'outil de simulation, une intégration plus réaliste des contributions capacitives est indispensable, également, l'intégration des effets de peau doit être prise en compte à chaque simulation. Bien que l'incorporation, de ces effets la, augmente le nombre d'éléments, leur prise en compte est nécessaire pour certaines applications en hautes fréquences. Leur prise en compte, se fait à l'étape du maillage, et passe par une discrétisation en section des éléments sous test.

Pour compléter cet outil de simulation, l'évolution et l'extension des applications, dans des configurations multifilaires et pour des plages de fréquences étendues, ou tenant compte de l'aspect rayonnement constituent la suite naturelle de ce travail.

Références bibliographiques

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [NIT.09] : J Nitsch and all, "Radiating Nonuniform Transmission Line Systems and the Element Equivalent Circuit Method". 2009 John Wiley & Sons, Ltd.
- [GEN.08] : Jérôme GENOULAZ, « Contribution a l'Etude du Rayonnement des Câbles Soumis aux Signaux de l'Electronique de Puissance dans un Environnement Aéronautique »: Thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille-2008
- [DUV.07] : Fabrice DUVAL, « Gestion du Câblage des Masses Electriques dans un Véhicule Automobile – Application C.E.M ». Thèse de doctorat de l'Université Paris 11-2007.
- [YAH.09] : Islem YAHI, « Modélisation des sources de rayonnement au sein d'un véhicule automobile avec prise en compte de la présence du plan de masse ». Thèse de doctorat de l'Université de Rouen -2009.
- [HOE.65] : C.Hoer & C.Love, "Exact Inductance Equations for Rectangular Conductors With Applications to More Complicated Geometries". JOURNAL OF RESEARCH of the National Bureau of Standards-C. Engineering and Instrumentation Vol. 69C, No.2, April-June 1965.
- [BON.05] : Anders Bondeson et al, "Computational Electromagnetics". Springer Science + Business 2005.
- [BER.03] : J.BERETTA, « Les systèmes électroniques embarqués, un enjeu majeur de l'automobile. Journée nationale de réflexions et de prospections sur les systèmes embarqués ». Paris 2003.
- [BOY.07] : Alexandre BOYER, « Méthodes de prédiction de la CEM des systèmes en boitier ». Thèse de doctorant, INSA de Toulouse 2007.

