

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

M/AUT.TS  
2011/06



01/02

UNIVERSITE DE JIJEL

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME  
DE MASTER EN AUTOMATIQUE ET TRAITEMENT DU SIGNAL

Thème  
Thème



Présenté par:

*Laïb Hichem*



**Commande adaptative floue et observateur par mode glissant  
pour des systèmes non linéaires incertains**

Soutenu publiquement le 03/07/2011 à l'amphi F devant le jury composé de :

<b>Mr. Bouakrif Fareh</b>	Maître de conférences A	Président
<b>Mr. Boulkroune Abdeslam</b>	Maître de conférences A	Examineur
<b>M<sup>lle</sup> Mokadem Sana</b>	Maître assistante A	Rapporteur



Promotion 2011

## *Remerciement*

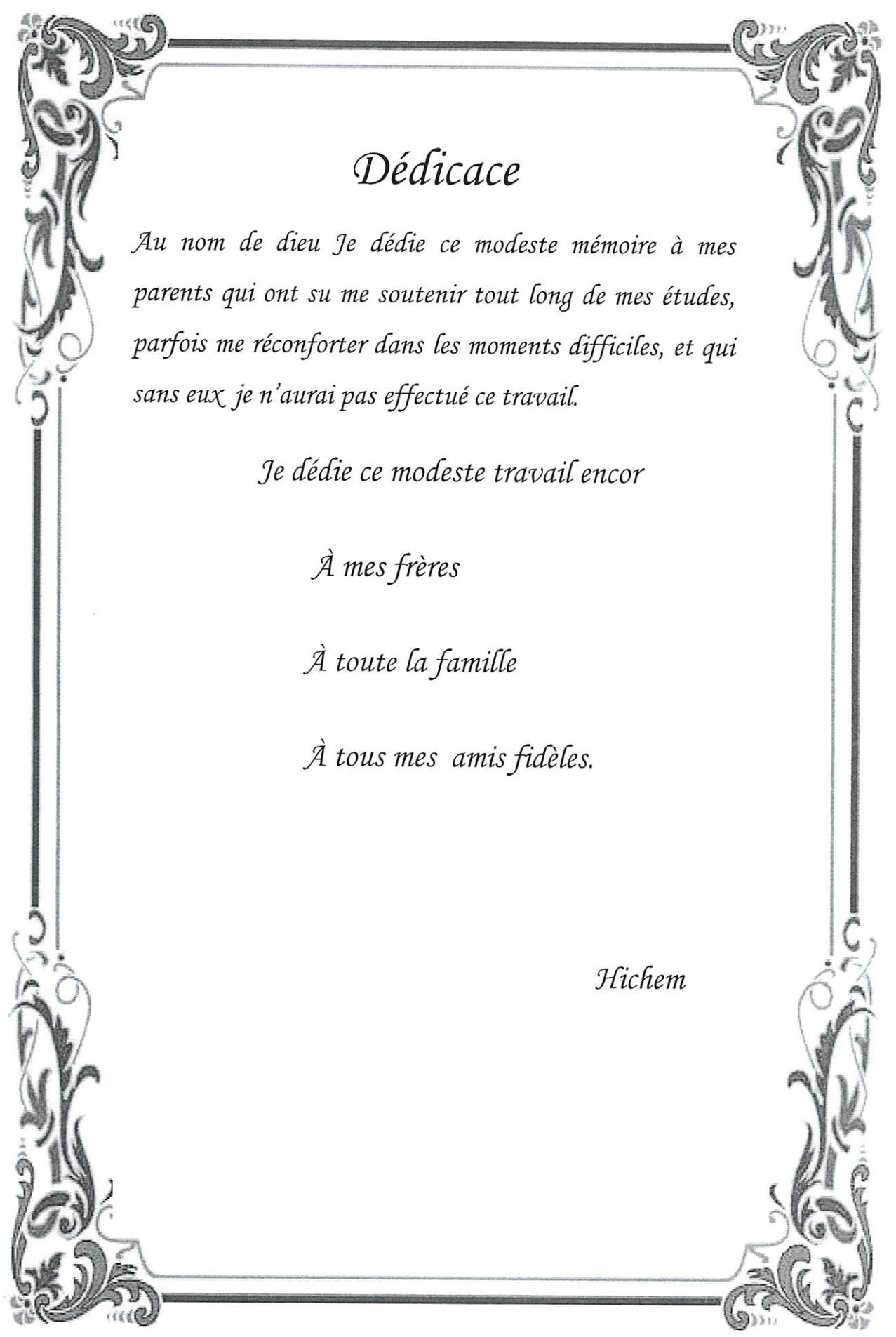
*Le plus grand Merci tout d'abord revient à « Dieu » qui, lui seul, nous a guidé dans le bon sens durant notre vie et qui nous a donné le courage, la volonté, et la force pour élaborer ce travail.*

*Mes remerciements les plus distingués sont adressés à mon encadreur M<sup>elle</sup> Mokaddem Sana pour ces précieux conseils, sa patience et son encouragement tout au long de ce travail, du choix du sujet, aux corrections ultimes.*

*Mes vifs remerciements sont adressés aux membres du jury pour m'avoir honoré en acceptant de juger ce travail.*

*Je tiens à remercier aussi tous nos enseignants du département d'Automatique, qui ont assuré ma formation.*

*Et enfin tous ceux qui ont participé de loin ou de près à la réalisation de ce travail.*



## *Dédicace*

*Au nom de dieu Je dédie ce modeste mémoire à mes parents qui ont su me soutenir tout long de mes études, parfois me reconforter dans les moments difficiles, et qui sans eux je n'aurai pas effectué ce travail.*

*Je dédie ce modeste travail encor*

*À mes frères*

*À toute la famille*

*À tous mes amis fidèles.*

*Hichem*

# Sommaire

	page
Introduction générale.....	01

## Chapitre 1

### Systemes flous

1.1. Introduction .....	03
1.2 La théorie de la logique floue.....	04
1.2.1 Définition .....	04
1.2.2 Sous-ensembles flous .....	04
1.2.3 Caractéristique d'un sous-ensemble flou.....	04
1.2.4 Fonction d'appartenance .....	05
1.2.5 Variable linguistique .....	07
1.2.6 Opérations de base sur les sous ensembles flous .....	07
1.3 Raisonnement floue .....	08
1.4 Commande par logique floue .....	09
1.4.1 Structure d'un réglage par logique floue .....	09
1.4.2 Structure et configuration interne d'un régulateur par logique floue.....	10
1.4.2.1 Interface de Fuzzification .....	10
1.4.2.2 Base de règles .....	11
1.4.2.3 Moteur d'inférence flou .....	12
1.4.2.4 Interface de Défuzzification .....	13
1.4.3 les différents régulateurs flous utilisés.....	13
1.5 Approximation flou.....	15
1.6 Conclusion .....	16

## Chapitre 2

### Commande et observateur par mode glissant

2.1 Introduction.....	17
2.2 Théorie de la commande par Mode glissant .....	18

2.2.1 Définitions .....	18
2.2.2 Existence du mode glissant.....	18
2.2.3 Conception de la commande par mode glissant.....	19
2.2.4 Phénomène de réticence .....	22
2.3 Observateur par mode glissant .....	23
2.3.1 Définition d'un observateur.....	23
2.3.2 Principe de séparation .....	25
2.3.3 Forme d'observation triangulaire.....	25
2.4 Conclusion .....	27

### Chapitre 3

## **Commande adaptative floue et observateur par mode glissant des systèmes non linéaires SISO**

3.1 Introduction .....	28
3.2 Commande adaptative indirecte floue par mode glissant .....	29
3.2.1 Position du problème .....	29
3.2.2 Synthèse de la loi de commande par mode glissant .....	29
3.2.3 Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant.....	31
3.3 Commande adaptative floue indirecte à base d'observateur par mode glissant .....	34
3.4 Résultats de simulation .....	37
3.4 Conclusion.....	42

### Chapitre 4

## **Commande adaptative floue et observateur par mode glissant des systèmes non linéaires MIMO**

4.1 Introduction .....	43
4.2 Commande adaptative indirecte floue par mode glissant .....	43
4.2.1 Position du problème .....	43
4.2.2 Synthèse de la loi de commande par mode glissant .....	44
4.2.3 Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant.....	44

4.3	Commande adaptative floue indirecte par mode glissant basée sur l'observateur .....	47
4.4	Application a un bras de robot .....	47
4.4.1	Commande adaptative floue indirecte par mode glissant sans observateur .....	48
4.4.2	Commande adaptative floue indirecte par mode glissant avec observateur .....	51
4.4.2.1	Mise sous forme triangulaire du modèle du robot.....	52
4.4.2.2	Observateurs par modes glissants sous forme triangulaire .....	52
4.4.2.3	Convergence de l'observateur.....	52
4.4.2.4	Résultats de simulations pour le robot à deux articulations.....	54
4.5	Conclusion .....	57
	<b>Conclusion générale.....</b>	<b>58</b>
	<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>60</b>

## Liste des figures

	page
<b>Figure (1.1)</b> Fonction caractéristique d'appartenance pour la logique booléenne et la.....01 logique floue.	01
<b>Figure (1.2)</b> Notions caractéristiques .....	05
<b>Figure (1.3)</b> Différentes formes de la fonction d'appartenance.....	04
<b>Figure (1.4)</b> Exemple d'une variable linguistique.....	07
<b>Figure (1.5)</b> Structure d'un régulateur par logique floue.....	09
<b>Figure (1.6)</b> Structure de base d'un régulateur par logique floue.....	10
<b>Figure (1.7)</b> Méthode de fuzzification pour une mesure exacte .....	11
<b>Figure (1.8)</b> Méthode de fuzzification pour une mesure incertaine.....	11
<b>Figure (2.1)</b> Surface de commutation attractive .....	18
<b>Figure (2.2)</b> Mode glissant idéal.....	19
<b>Figure (2.3)</b> Commande appliquée aux systèmes à structure variable. ....	21
<b>Figure (2.4)</b> phénomène de réticence. ....	22
<b>Figure (2.5)</b> Fonction de saturation <i>sat</i> .....	23
<b>Figure (2.6)</b> Schéma de principe d'un observateur.....	24
<b>Figure (3.1)</b> Résultat de simulation pour la commande adaptative floue indirecte par mode glissant, sans perturbation (signal de position, de vitesse et de commande) .....	39
<b>Figure (3.2)</b> Résultat de simulation pour la commande adaptative floue indirecte par mode glissant avec perturbation (signal de position, de vitesse et de commande).....	39
<b>Figure (3.3)</b> Signal de position du pendule.....	41
<b>Figure (3.4)</b> signal de vitesse du pendule. ....	41
<b>Figure (3.5)</b> Erreurs d'observation sur les états du système.....	41
<b>Figure (3.6)</b> Signal de commande .....	42
<b>Figure (4.1)</b> Schéma du bras manipulateur à deux articulations .....	48
<b>Figure (4.2)</b> Signal de position pour les deux articulations. ....	50
<b>Figure (4.3)</b> Signal de vitesse pour les deux articulations .....	50
<b>Figure (4.4)</b> Erreurs de poursuite des positions.....	51
<b>Figure (4.5)</b> Signal de commandes appliquées.....	51
<b>Figure (4.6)</b> Résultat de simulation pour la position et la vitesse du bras (réelle et observé) .....	55
<b>Figure (4.7)</b> Résultat de simulation pour la position et la vitesse du bras (désiré et observé).....	55
<b>Figure (4.8)</b> Résultat de simulation pour la position et la vitesse du bras (réelle et désiré) .....	56
<b>Figure (4.9)</b> Erreurs d'observation sur les états du système.....	56
<b>Figure (4.10)</b> résultat de simulation : signaux de commande.....	56

# INTRODUCTION GENERALE

Le développement technologique a conduit à la réalisation de systèmes de plus en plus complexes, et hautement non linéaires. Ces systèmes ne disposent pas, en général de modèles mathématiques nécessaires pour leur conduite automatique, ce qui exige la disponibilité d'outils très efficaces. Dans ce cadre, des méthodes de commande par l'approche adaptative floue sont abordé dans la littérature [WAN97, LAB98, BER01]. L'idée principale de la commande adaptative floue est comme suit : basé sur le théorème d'approximation universel [WAN97], premièrement construit un modèle flou pour décrire le comportement du système contrôlé. Ensuite qu'un Contrôleur basé sur le modèle flou est conçu, le recours aux lois adaptatives est, dans la plupart des cas, inévitables pour régler les paramètres des modèles flous.

Plusieurs schémas de commande floue adaptative ont été proposes pour les systèmes complexes. Dans ces schémas adaptatifs, l'étude de la stabilité est fondée sur l'approche de Lyapunov, on peut distinguer deux approches de commande floue adaptative : l'approche directe et l'approche indirecte. Dans l'approche indirecte, les systèmes flous sont utilisés pour estimer la dynamique du système et la loi de commande est obtenue à partir de ces estimées [LAB04].

Dans un effort d'améliorer la robustesse du système par la commande adaptative floue, beaucoup de travaux ont été publiés sur la synthèse du contrôleur adaptative floue par mode glissant (AFSMC) [KUN01, KUN02, WAN01, WAN02], ce qui intègre la technique du contrôleur par mode glissant (SMC) [WAN99 et al] dans la commande adaptative floue pour améliorer la stabilité et la robustesse de la commande du système. Cependant, cette commande nécessite de connaître l'état complet du système. Mais, dans la pratique, l'état du système n'est complètement connu.

Pour remédier à ce problème, on fait alors appel à un observateur pour reconstruire l'état du modèle choisi pour élaborer la commande, notre choix s'est fixé sur un observateur triangulaire par mode de glissement.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'étude de la logique floue. Premièrement, on a exposé les concepts de base de la logique floue. Ensuite, nous avons présenté la commande par la logique floue, ainsi que les différents régulateurs flous utilisés. La propriété d'approximation universelle est encore présentée dans ce chapitre.

Dans le deuxième chapitre, en premier lieu, nous abordons la commande par mode glissant, les étapes nécessaires pour la conception de la commande par mode glissant ainsi le phénomène de réticence. En deuxième lieu, on a présenté un observateur non linéaire par mode glissant, il s'agit d'un observateur triangulaire par mode glissant.

Le troisième chapitre présente le développement de la commande adaptative floue et observateur par mode glissant pour une classe des systèmes non linéaires monovariables. On a abordé dans la première partie la commande adaptative floue par mode glissant uniquement, tandis que dans la seconde, on a ajouté l'observateur par mode glissant du fait que la nécessité d'estimer les états non mesurables du système à étudier.

De même manière du chapitre précédant, le quatrième chapitre est consacré à la commande adaptative floue et observateur par mode glissant, mais pour une classe des systèmes non linéaires multivariables. Des simulations sont présentées pour illustrer d'une part la robustesse et d'autre part les performances de la commande et de l'observateur proposés.

Une conclusion générale de ce travail est enfin présentée suivi par des perspectives pour son continuité.

# Chapitre 1

## Systemes Flous

### 1. 1 Introduction :

La théorie de la logique floue, a vu le jour au milieu des années soixante à l'université de Berkeley en Californie grâce au professeur Lotfi A.Zadeh [ZAD65]. La logique floue est une logique qui substitue à la logique binaire une logique fondée sur des variables pouvant prendre, outre les valeurs «vrai» ou «faux», les valeurs intermédiaires «vrai» ou «faux» avec un certain degré. Ce qui caractérise le raisonnement humain qui est basé sur des données imprécises ou incomplètes.

La logique floue est un axe de recherche important sur lequel se focalisent de nombreuses recherches. Des applications grand public sont déjà disponibles (appareils photos, machines à laver, fours à micro-onde,...etc), mais aussi industrielles (commande de processus complexes liés à l'énergie, à la transformation de la matière, et à la robotique,...etc).

Le principe du réglage par la logique floue fait part du constat suivant: dans les problèmes de régulation auxquels il est confronté, l'homme ne suit pas, à l'image de ses inventions, un modèle mathématique fait de valeurs numériques et d'équations. Au contraire il utilise des termes tel que « un peu trop chaud, aller beaucoup plus vite, freiner à fond,...etc.» ainsi que ses propres connaissances qu'il a dans le domaine. Ces connaissances sont, le plus souvent, acquises de façon empirique.

La commande floue produit un moyen efficace pour convertir la commande linguistique issu des connaissances d'un expert en un algorithme de commande automatique. Le régulateur flou est utilisé pour la commande des systèmes complexes ou mal définis et ceci sans avoir de données précises ou de modèles pour les représenter. En effet la commande floue est pratique dans le cas ou le modèle mathématique du processus est à obtenir ou bien ne peut pas être obtenu sous forme d'équation préalable. D'un autre coté la commande floue est une technique à coût bas et facile à implémenter.

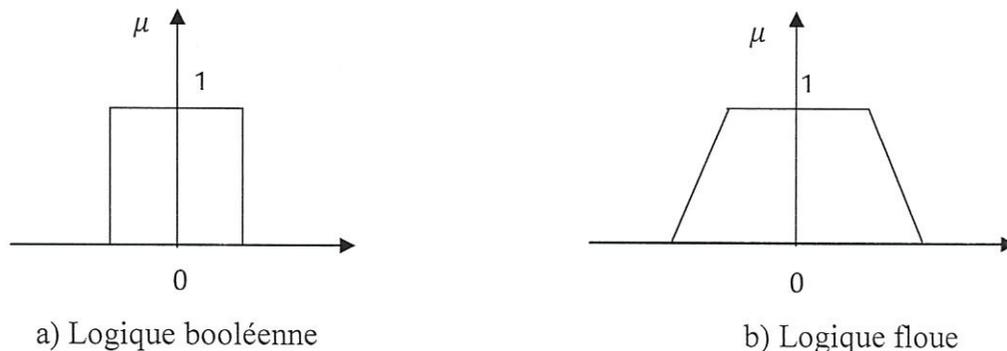
## 1.2 La théorie de la logique floue :

**12.1 Définition :** Le terme «logique floue » a deux aspects :

- Le premier correspond à tous les développements concernant la théorie des sous ensembles flous.
- Le deuxième représente une extension de la logique classique dans le but de raisonner sur des connaissances imparfaites.

### 1.2.2 Sous-ensembles flous :

Si on désigne par  $F$  un sous-ensemble flou dans un univers de discours  $U$ , ce sous ensemble flou est caractérisé par une fonction d'appartenance qui prend des valeurs entre 0 et 1 à la différence pour le sous ensemble booléen qui prend deux valeurs 0 ou 1 (figure (1.1)).



**Figure (1.1)** Fonction caractéristique d'appartenance pour la logique booléenne et la logique floue.

Pour la logique floue, la fonction d'appartenance peut être écrite sous la forme :

$$\mu_F : U \rightarrow [0 \ 1] \quad (1.1)$$

$$F = \{(u, \mu_F(u)), u \in U\} \quad (1.2)$$

On peut avoir une autre forme de  $F$  comme :

$$\begin{cases} F = \int_u \frac{\mu_F(u)}{u} & \text{si } U \text{ est continu} \\ F = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_F(u_i)}{u_i} & \text{si } U \text{ est discret} \end{cases} \quad (1.3)$$

### 1.2.3 Caractéristique d'un sous-ensemble flou

Les caractéristiques d'un sous ensemble flou  $G$  de l'univers  $U$  les plus utilisés pour décrire sont celles qui montrent à quel point il diffère d'un sous ensemble ordinaire de  $U$ .

**a- Support**

Le support de  $G$ , noté  $supp(G)$ , est la partie de  $U$  sur laquelle la fonction d'appartenance de  $G$  n'est pas nulle :

$$supp(G) = \{x / \mu_G(x) > 0\} \quad (1.4)$$

**b- Hauteur :**

La hauteur, notée  $hgt(G)$ , du sous ensemble flou  $G$  de  $U$  est la plus grande valeur prise par sa fonction d'appartenance :

$$hgt(G) = \sup \mu_G(x) \quad (1.5)$$

Le sous ensemble flou  $G$  de  $U$  est normalisé si sa hauteur  $hgt(G)$  est égal à 1.

**c- Noyau :**

Le noyau de  $G$ , noté  $cor(G)$ , est le sous ensemble des éléments de  $U$  pour lesquels la fonction d'appartenance de  $G$  vaut 1.

$$cor(G) = \left\{ \frac{x}{\mu_G(x)} = 1 \right\} \quad (1.6)$$

**d- Cardinalité :**

Lorsque  $U$  est fini, on caractérise également le sous ensemble flou  $G$  de  $U$  par sa cardinalité, qui indique le degré global avec lequel les éléments de  $U$  appartiennent à  $G$ .

**Exemple :** une fonction caractéristique possible pour définir le sous ensemble flou «avoir une vingtaine d'années ».

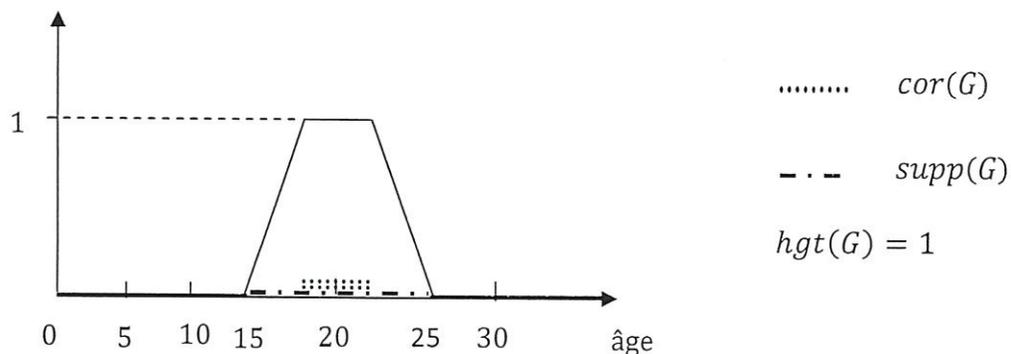


Figure (1.2) Notions caractéristiques.

**1.2.4 Fonction d'appartenance :**

Chaque sous ensemble flou peut être représenté par sa fonction d'appartenance. Si le sous ensemble de référence est discret, les fonctions d'appartenance sont des valeurs discrètes de l'intervalle  $[0, 1]$ . Si l'univers du discours est un sous ensemble continu, nous pouvons

représenter ces valeurs analytiquement comme fonction d'appartenance. Les fonctions d'appartenance peuvent avoir différentes formes, parmi eux on peut citer :

a) **Fonction triangulaire :**

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (1.7)$$

b) **Fonction trapézoïdale :**

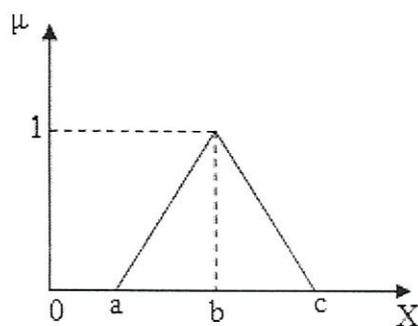
$$\mu(x) = \max\left(\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (1.8)$$

c) **Fonction Gaussienne :**

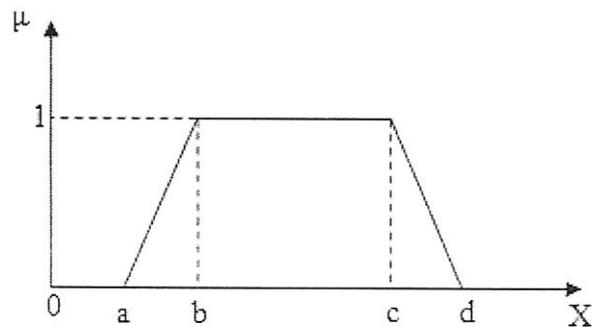
$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.9)$$

d) **Fonction sigmoïdale :**

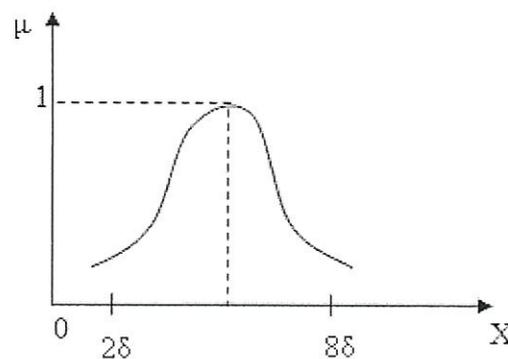
$$\mu(x) = \frac{1}{1+\exp(-a(x-c))} \quad (1.10)$$



a) **Forme triangulaire**



b) **Forme trapézoïdale**



c) **Forme gaussienne**

**Figure (1.3)** Différentes formes de la fonction d'appartenance.

### 1.2.5 Variable linguistique :

Le sous ensemble de référence d'un mot d'un langage naturel s'appelle l'univers du discours. L'univers de discours d'un mot est un sous ensemble de termes qui évoquent le même concept mais à degrés différents.

Une variable linguistique représente un état du système à régler ou d'une variable de réglage dans un contrôleur flou. Sa valeur est définie dans des termes linguistiques qui peuvent être des mots ou des phrases d'un langage naturel.

Chaque variable linguistique est caractérisée par un sous ensemble tel que  $\{x, T(x), X\}$  ou

- $x$  est nom de la variable.
- $T(x)$  est le sous ensemble des valeurs linguistiques que peut prendre  $x$ .
- $X$  est l'univers du discours avec la valeur de base.

#### Exemple :

La variable linguistique  $x =$  la vitesse de rotation d'un moteur, peut être définie par le sous ensemble de valeurs linguistiques :

$$T(vitesse) = \{Lente, Moyenne, Rapide...\}.$$

Ou chaque terme dans le sous ensemble des valeurs linguistiques  $T(vitesse)$  est caractérisé par un sous ensemble flou dans un univers de discours  $X = [0 200]$  par exemple.

Les fonctions d'appartenances qui caractérisent les trois sous ensembles flous correspondent à ces trois termes sont montrées sur la suivante :

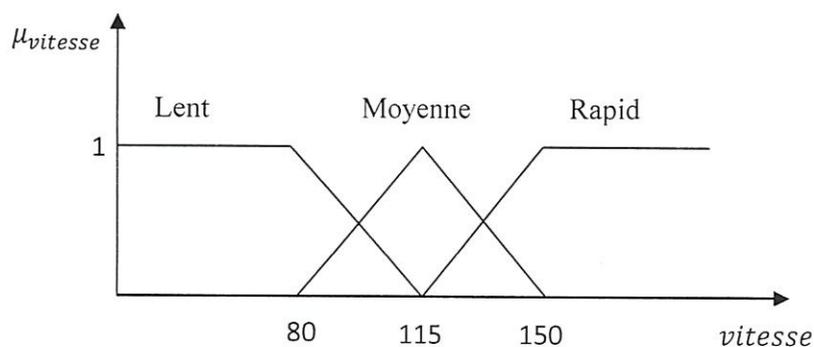


Figure (1.4) Exemple d'une variable linguistique.

### 1.2.6 Opérations de base sur les sous ensembles flous

Il est important de savoir composer entre les divers prédicats et leurs fonctions d'appartenance comme dans l'exemple «l'air est froid et le vent est fort» ou dans «si l'air est

froid ou si le vent est fort» il faut fermer la porte. Il apparaît deux types de composition **ET** et **OU** auxquels il faut ajouter la négation.

On suppose  $A$  et  $B$  deux sous ensembles flous d'un même univers de discours  $X$ .

- **Opérateur NON (compliment)**

$B$  est le complément d'un sous ensemble flou  $A$  si seulement si :

$$\forall x \in D, \mu_B(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (1.11)$$

- **Opérateur ET (l'intersection)**

$$\text{Soit } A \cap B = C \text{ on a } \mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (1.12)$$

- **Opérateur OU (l'union)**

$$\forall x \in D, A \cup B = C, \mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (1.13)$$

- **Inclusion**

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in D, \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (1.14)$$

- **Produit cartésien**

Soit  $A_1, A_2, \dots, A_n$  des sous ensembles flous, dans les univers de discours  $X_1, X_2, \dots, X_n$  respectivement. Le produit cartésien noté  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  est un sous ensemble flou défini sur  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  dont sa fonction d'appartenance est exprimée par :

$$\begin{aligned} \mu_{A_1, A_2, \dots, A_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \min\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)\} \\ &= \mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n) \end{aligned} \quad (1.15)$$

- **Egalité flou**

Deux sous ensembles flous  $A$  et  $B$  sont égaux ( $A = B$ ) si et seulement si

$$\forall x \in X: \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (1.16)$$

- **Relation floue**

Une relation floue est un sous ensemble défini sur  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ . Elle est exprimée comme suit

$$R_{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n} = \left\{ \left( (X_1, X_2, \dots, X_n), \mu_{R_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}} \right) / (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \right\} \quad (1.17)$$

### 1.3 Raisonnement floue

La logique floue n'est pas un procédé vaste qui s'accommoderait de donnée imprécises, ou bien produirait des résultats plus ou moins approximatifs.

Tout au contraire, la logique floue fournit une méthodologie rigoureuse pour la mise en oeuvre, par le calcul de raisonnement qui nous sont familiers.



- $Y$  : Grandeur à régler (ou sortie)
- $y_M$  : Vecteur contenant les grandeurs mesurées

### 1.4.2 Structure et configuration interne d'un régulateur par logique floue

Contrairement aux techniques de réglage classique, le réglage par la logique floue n'utilise pas des formules ou des relations mathématiques bien déterminées ou précises. Mais, il manipule des inférences avec plusieurs règles floues à base des opérateurs flous *ET*, *OU*, *ALORS*,...etc, appliquées à des variables linguistiques.

La configuration interne d'un régulateur par logique floue comporte quatre parties essentielles à savoir : la fuzzification, la base de règle, le moteur d'inférence et la défuzzification. La structure générale d'un régulateur par logique floue est montrée par la figure (1.6) [FOD06].

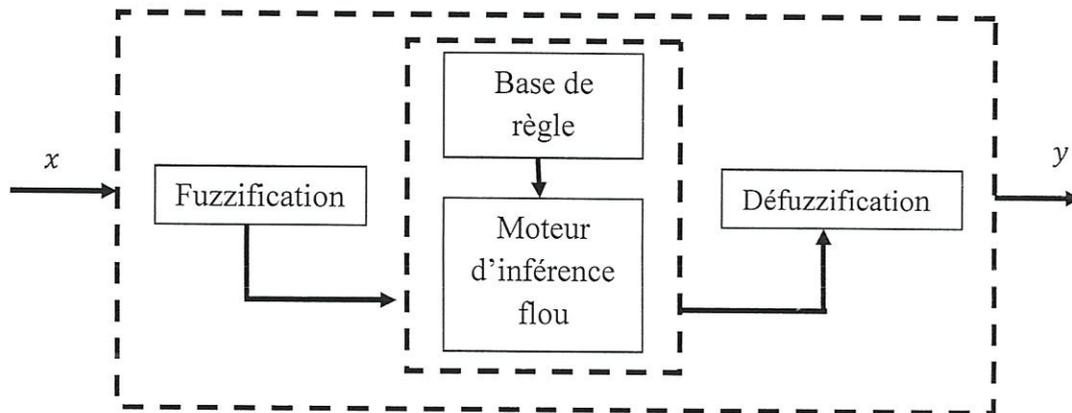


Figure (1.6) Structure de base d'un régulateur par logique floue.

#### 1.4.2.1 Interface de Fuzzification :

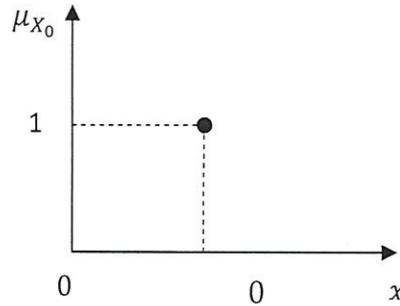
L'objectif de la fuzzification est de transformer les variables déterministes d'entrée en variables floues, c'est-à-dire en variables linguistiques, en définissant des fonctions d'appartenance pour ces différentes variables d'entrée.

Le choix de l'opérateur de fuzzification dépend de la confiance que l'on accorde aux mesures effectuées. Ainsi si la mesure  $x_0$  est exacte, le sous ensemble flou  $X_0$  doit être représenté par un *fait précis*. Par conséquent, on utilise comme opérateur de fuzzification la transformation dite de singleton.

La fonction d'appartenance du sous ensemble flou  $X_0$  est alors définie par :

$$\mu_{X_0}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{si } x \neq x_0 \end{cases} \quad (1.21)$$

La figure (1.7) montre l'aspect de cette fonction d'appartenance.

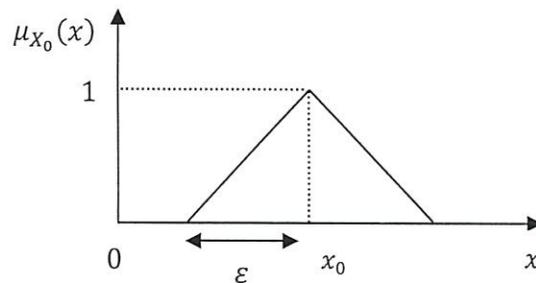


**Figure (1.7):** Méthode de fuzzification pour une mesure exacte.

Par contre, si la mesure de la variable est incertaine, par exemple à cause du bruit, le sous ensemble flou  $X_0$  doit être représenté par un fait imprécis. On utilise alors la méthode de fuzzification qui associé à la variable de mesure  $x_0$  une fonction d'appartenance telle que, par exemple :

$$\mu_{X_0}(x) = \max \left\{ 0; 1 - \frac{|x-x_0|}{\varepsilon} \right\} \quad (1.22)$$

La représentation graphique de cette fonction est représentée par la figure (1.8).



**Figure (1.8):** Méthode de fuzzification pour une mesure incertaine.

#### 1.4.2.2 Base de règles

Les règles floues représentent le cœur du régulateur, Elle rassemble l'ensemble des règles floues de type « Si-Alors » décrivant en termes linguistiques basés sur la connaissance d'un expert le comportement dynamique du système.

$$R_1 : \text{Si } x_1 \text{ est } A_1^1 \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } A_n^1$$

$$\text{Alors } u_1 \text{ est } B^1$$

avec :

$[x_1, \dots, x_n]$  : les entrées du régulateur.

$u_1$  : la sortie du régulateur.

Principalement, les règles de commande floue constituent un moyen approprié pour exprimer la stratégie de commande et les connaissances dans le domaine en question.

### 1.4.2.3 Moteur d'inférence flou

Le moteur d'inférence floue permet, à partir d'une entrée floue et en exploitant les informations inscrites dans la base de règles, de déduire une conséquence floue en appliquant une procédure d'inférence floue.

Le moteur d'inférence combine les règles floues, en utilisant les principes de la logique floue, pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie [LAB05].

Il existe plusieurs méthodes pour calculer la valeur représentative d'un ensemble de sortie, dont les principales sont:

- Méthode d'inférence MIN / MAX (méthode de Mamdani)
- Méthode d'inférence MAX / PROD (méthode de Larsen)
- Méthode de SUGENO

#### a- Méthode d'inférence MIN / MAX (méthode de Mamdani)

La méthode d'inférence max-min est réalisée, au niveau de la condition l'opérateur « ET » par la formulation du minimum.

La conclusion dans chaque règle, introduite par « ALORS », lie le facteur d'appartenance de la prémisse avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie est réalisé par la formation du minimum. Enfin l'opérateur « OU » qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum [MEU95].

#### b- Méthode d'inférence MAX / PROD (méthode de Larsen)

La méthode d'inférence max-produit est réalisée, au niveau de la condition, l'opérateur « ET » par la formation du produit. La condition dans chaque règle, introduite par « ALORS » est réalisée par la formation du produit. L'opérateur « OU », qui lie les différentes règles, est réalisé par la formation du maximum [MEU95], [PAS98].

#### c- Méthode Sugeno

L'opérateur « ET » est réalisé par la formation du minimum, la conclusion de chaque règle floue a une forme polynomiale. La sortie est égale à la moyenne pondérée de la sortie de chaque règle floue.

### 1.4.2.4 Interface de Défuzzification

Les méthodes d'inférence fournissent une fonction d'appartenance résultante pour la variable de sortie. Il s'agit donc d'une information floue qu'il faut transformer en grandeur physique.

On distingue 4 méthodes de Défuzzification :

- Méthode du centre de gravité ;
- Méthode du maximum ;
- Méthode de la moyenne des maxima ;
- Méthode des hauteurs pondérées.

### 1.4.3 les différents régulateurs flous utilisés

Les régulateurs les plus courants sont ceux de [BAG04] :

- Contrôleur flou type Mamdani.
- Contrôleur flou type Sugeno.

Pour un système à deux variables, les règles floues sont de la forme :

$$\mathbf{Si} \ll x \text{ est } A_i \gg \mathbf{Et} \ll y \text{ est } B_i \gg \mathbf{Alors} \ll z \text{ est } C_i \gg$$

où  $A_i$  et  $B_i$  sont des sous ensembles flous, par contre  $C_i$  peut appartenir aussi bien au domaine symbolique (sous ensemble flou) qu'au domaine numérique.

#### a- Contrôleur flou type Mamdani

Un contrôleur de ce type est conçu pour réguler, asservir une variable de sortie d'un procédé, soit uniquement à partir de l'erreur «  $e$  », soit à partir de l'erreur et de sa variation  $\Delta e$ .

En 1974, E.H Mamdani avait présenté, pour la première fois, la technique de réglage par logique floue. Celle-ci consiste à déterminer un ensemble de règles qui maîtrise le comportement dynamique du système à commander. L'obtention de ces règles est facile auprès des experts qui connaissent bien le système. Il avait utilisé des règles à prémisses et conclusions symboliques, l'inférence (max, min), et la Défuzzification par centre de gravité.

Après, Macvicar et Whelan ont observé que les bases de règles proposées par Mamdani étaient incomplètes. Ils ont fait une analyse détaillée sur ces bases de règles et

proposé une matrice de règles (tableau 1) qui possède deux entrées, l'erreur et sa variation, en se basant sur les deux principes suivants :

- Si la sortie est égale à la valeur désirée et la variation de l'erreur est nulle, la commande sera maintenue constante.
- Si la sortie diverge de la valeur désirée, l'action sera dépendante du signe de la valeur de l'erreur et de sa variation.
- Si les conditions sont telles que l'erreur peut être corrigée par elle-même, alors la commande sera maintenue. Dans le cas contraire, la commande sera changée pour avoir des résultats satisfaisants.

$\Delta e$ $e$	NB	NS	ZE	PS	PB
NB	NB	NB	NB	NS	ZE
NS	NB	NB	NS	ZE	PS
ZE	NB	NS	ZE	PS	PB
PS	NS	ZE	PS	PB	PB
PB	ZE	PS	PB	PB	PB

**Tableau (1)** Matrice de Macvicar-Whelan.

$e$  : L'écart entre la sortie du système et la consigne.

$\Delta e$  : Variation de l'erreur.

$NB$  : Negative grand "Negative Big" .

$NS$  : Negative petit "Negative Small" .

$ZE$  : Zero.

$PS$  : Positif petit "Positive Small" .

$PB$  : Positif grand "Positive Big" .

### **b- Contrôleur flou type Sugeno :**

L'originalité de la méthode de Sugeno réside dans le fait que la conclusion de chaque règle n'appartient pas au domaine symbolique, mais est définie sous forme numérique comme une combinaison linéaire des entrées.

Selon la méthode de Sugeno, les règles floues, dans le cas de deux variables, s'expriment donc selon la forme suivante :

**Si** «  $x$  est  $A_i$  » **Et** «  $y$  est  $B_i$  » **Alors** «  $z = p_0 + p_1x + p_2y$  »

On parle dans ce cas de contrôleur flou de type Sugeno d'ordre 1.

On n'utilisera qu'un raisonnement simplifié de Sugeno (contrôleur flou de type Sugeno d'ordre 0) où les règles floues utilisées sont du type :

**Si** «  $x$  est  $A_i$  » **Et** «  $y$  est  $B_i$  » **Alors** «  $z = p_0$  »

avec  $(p_0, p_1, p_2)$  variable.

Dans le contrôleur flou type Sugeno, les étapes d'agrégation et de Défuzzification des règles floues se font simultanément par la relation suivant :

$$u = \frac{\sum u_i \times z_i}{\sum u_i} \quad (1.23)$$

Cette méthode est plus simple à mettre en œuvre et donne aussi de bons résultats en commande floue que la méthode de Mamdani. Le calcul en temps réel de cette expression ne pose pas de problème.

### 1.5 Approximation flou

Le système flou c'est une collection de règle floue *si – alors* de la forme [WAN94]:

$R^j : si x_1 est A_1^j et ... et x_n est A_n^j$

$Alors y est B^j$

La classe des systèmes flous utilisant la méthode de fuzzification par singleton, le produit d'inférence et la défuzzification par la moyenne des centres, on peut écrire la sortie du système flou sous forme suivante [WAN94] :

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^m y^j \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad (1.24)$$

Où :  $\mu_{A_i^j}$  une fonction d'appartenance de la variable linguistique  $x_i$ , et  $y^j$  est point dans  $R$  où  $\mu_{B^j}$  atteint sa valeur maximale (supposons que  $\mu_{B^j}(y^j) = 1$ ).

Si les fonctions d'appartenance  $\mu_{A_i^j}$  sont fixées, et que les paramètres  $y^j$  sont considérés comme des paramètres ajustables, donc on peut réécrire (1.24) sous la forme suivante :

$$y(x) = \theta^T \xi(x), \quad (1.25)$$

où :  $\theta = [y^1 \dots y^m]^T$  est un vecteur de paramètres,  $\xi(x) = [\xi^1(x), \dots, \xi^m(x)]^T$  est un vecteur des fonctions floues de base.

avec :

$$\xi^j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad (1.26)$$

Il est montré que les systèmes flous appartenant à cette classe sont des bons approximateurs universels [WAN92]. Donc on peut les utiliser comme étant des blocs de base pour la construction des contrôleurs adaptatifs flous.

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a introduit les principes et les éléments de base de la théorie de la logique floue, telle que des définitions des sous ensembles flous ainsi que leurs propriétés, les variables linguistiques, et les opérateurs flous. En outre, on a présenté la commande par la logique floue, ainsi que la structure d'un régulateur flou composée de quatre parties essentielles : la fuzzification, la base de règles, le moteur d'inférence et la défuzzification. D'autre part, on a explicité la propriété d'approximation universelle qui nous permettra de développer avec d'autre technique une commande adaptative floue par mode glissant dans les chapitres suivants.

## Chapitre 2

# Commande et observateur par mode glissant

### 2.1 Introduction

La commande par mode glissant a prouvé ses intérêts depuis longtemps telle que, la stabilité, la simplicité relative de synthèse, la robustesse vis-à-vis des perturbations externes et des incertitudes de modélisation ainsi que un temps de réponse très faible. Cette technique de commande est un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable (CSV) et multifonctions.

La commande par mode glissant a été développée pour la première fois en Union Soviétique durant les années 1950. Depuis, de nombreux travaux ont été consacrés à ce mode de commande. Ce type de commande (CSV) est basé essentiellement sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinu, initiée par Filippov en 1960 [FIL60], sera utilisée dès la parution des livres d'Emelyanov [EME67], d'Itkis [ITK76] et d'Utkin [UTK78].

La mise en œuvre de cette lois de commande nécessite souvent la connaissance de l'évolution états d'un system. Malheureusement, pour des raisons pratiques, économique, physiques ou de fiabilité, il est souvent impossible de mesurer toutes les variables d'état, et généralement on a que des informations sur les variables d'entrée et de sortie du system.

Pour contourner le problème précédent, l'idée alors est d'utiliser un observateur, ce dernier est un system dynamique synthétise une estimée de l'état du système. Dans la littérature, plusieurs auteurs ont utilisé l'observateur par mode glissant pour les systèmes linéaires et non linéaires, et dans plusieurs applications telles que la robotique [FIL88], [SLO86], [EME67], robots mobiles [DRA96], moteurs [DJE93], [DJE98], [DAM et al, 99] et les convertisseurs [SAB et al, 93]. Notre choix s'est fixé sur un observateur triangulaire par mode glissant.

Le but de ce chapitre est de présenter les éléments de base pour la compréhension du fonctionnement de la commande par mode glissant, ainsi que des notions sur l'observateur par mode glissant proposé.

## 2.2 Théorie de la commande par Mode glissant

### 2.2.1 Définitions :

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad \text{avec } x(t_0) = x_0 \quad (2.1)$$

et la surface  $s(x) = 0$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  est l'état du system,  $u$  et  $y$  sont respectivement, la commande et la sortie du système.

La fonction  $u$  est la commande du système est discontinue de sorte que :

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+ & \text{si } s(x(t)) > 0 \\ u^- & \text{si } s(x(t)) < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Le système (1.1) avec la loi de commande (1.2) est intrinsèquement à structure variable [UTK78]. En revanche, le système rendu discontinu par le choix d'une commande discontinue,  $u$  est dit à discontinuité artificielle.

Le système variable (1.1) avec la loi de commande (1.2) peut se ramener à l'écriture suivante

$$\dot{x} = f(x, t, u) = \begin{cases} f^+(x, t) & \text{si } s(x, t) > 0 \\ f^-(x, t) & \text{si } s(x, t) < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Où  $f^+(x, t)$  et  $f^-(x, t)$  sont des champs de vecteurs complets dans  $\mathbb{R}^n$ .

$s(x, t)$  : est une surface dans  $\mathbb{R}^n$  qui divise l'espace en deux parties disjointes  $s(x, t) > 0$  et  $s(x, t) < 0$  qu'on notera respectivement  $\varepsilon^+$  et  $\varepsilon^-$ .

### 2.2.2 Existence du mode glissant

Le système (2.3) est dit à structure variable. En fait, il s'agit d'un système défini par la commutation entre deux structures et qui est fonction du temps. Il fonctionne en mode glissant (voir Figure 1.1) si les variables d'état se déplacent sur la surface de glissement.

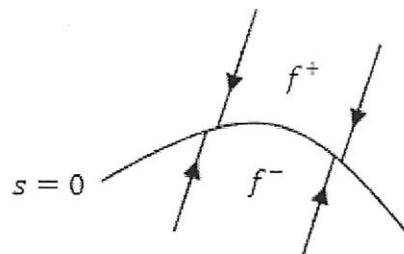


Figure (2.1) : Surface de commutation attractive.

les systèmes à structure variable de type (2.1) peuvent tous se ramener à la forme (2.3).

### Définition 1

Une surface  $s = 0$  est attractive pour un domaine de convergence donné si toute trajectoire évoluant dans le domaine d'attraction est dirigée vers cette surface.

### Définition 2

Une surface  $s = 0$  est invariante si toute trajectoire débutant dans cette surface ou atteignant cette surface, ne peut en sortir et évolue donc sur cette surface.

Si l'état du système est de côté  $\varepsilon$  de l'espace d'état (ou du côté  $\varepsilon^-$ ), il rejoindra forcément la surface  $s = 0$ . S'il dépasse de l'autre (côté  $\varepsilon^-$  ou du côté  $\varepsilon^+$ ), il se ramènera vers  $s = 0$  (figure 2.2). Cette surface  $s = 0$  est donc appelée surface glissante et le mouvement sur cette surface est un mode glissant dont l'équation détermine la dynamique désirée du système.

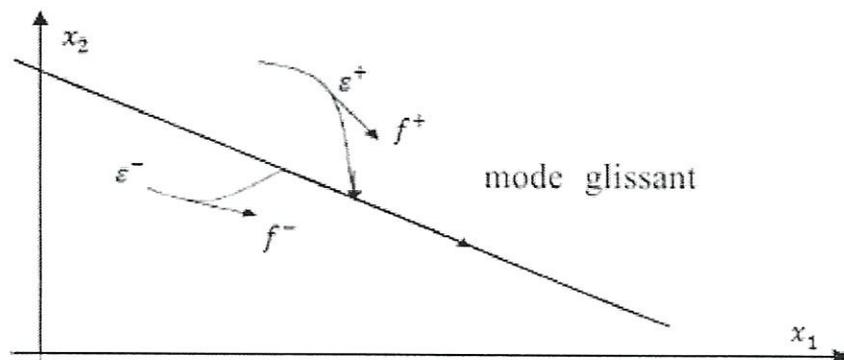


Figure (2.2) : Mode glissant idéal.

Une surface de discontinuité  $s = 0$ , suivant que l'état du système est sur  $\varepsilon^+$  ou sur  $\varepsilon^-$ , il atteint la surface respectivement avec les vitesses  $f^+$  ou  $f^-$ .

### 2.2.3 Conception de la commande par mode glissant

La tâche la plus importante est de concevoir une commande discontinue qui force le système à atteindre une surface de glissement au bout d'un temps fini, où le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées. Le régime du système ainsi commandé est appelé mode glissant et la dynamique de celui-ci peut être rendue insensible aux variations paramétriques, aux erreurs de modélisation et à certaines perturbations externes.

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre [RES05].

### 2.2.3.1 Choix de la surface de commutation :

La surface de glissement est un hyperplan dans l'espace d'état global, et représente le comportement dynamique désiré. La trajectoire d'état du système doit atteindre cette surface. Il n'existe pas de critères spécifiques pour le choix d'une surface de glissement appropriée.

Pour un système non-linéaire présenté sous la forme suivante

$$\dot{x}^n = f(x, t) + b(x, t)u(x, t) \quad (2.4)$$

avec  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u \in \mathfrak{R}^n$

Les vecteurs  $x$  et  $x_d$  sont définie par:  $x = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ ;  $x_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$ .

Où les fonctions  $f(x, t)$  et  $b(x, t)$  sont généralement des fonctions non linéaires.

Le problème de la commande est d'obtenir l'état  $x$  pour suivre un état bien précis  $x_d$  variable dans le temps en présence d'incertitude et les imprécisions des fonctions  $f(x, t)$  et  $b(x, t)$ .

La forme d'équation générale pour la surface de glissement, proposée par « J.J.Slotinie » et assurant la convergence d'une variable vers sa valeur désirée, est donnée par :

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{r-1} e(t) \quad (2.5)$$

avec :

$e(t)$  : L'erreur de poursuite.

$\lambda$  : Constant strictement positive, choisit de façon à assurer la rapidité et la stabilité du système.

$r$  : degré relatif qui correspond au nombre de dérivations de la sortie nécessaires pour faire apparaître explicitement la commande.

### 2.2.3.2 Etablissement des conditions d'existence du mode glissant

La condition de la convergence ou d'attractivité permet aux dynamiques du système de converger vers la surface de glissement, Il s'agit de formuler une fonction scalaire de Lyapunov à énergie finie. Soit la fonction de Lyapunov définie positive. Pour que la fonction puisse décroître, il suffit d'assurer que :

$$\dot{v} = \frac{1}{2} \dot{s}^2 \quad (2.6)$$

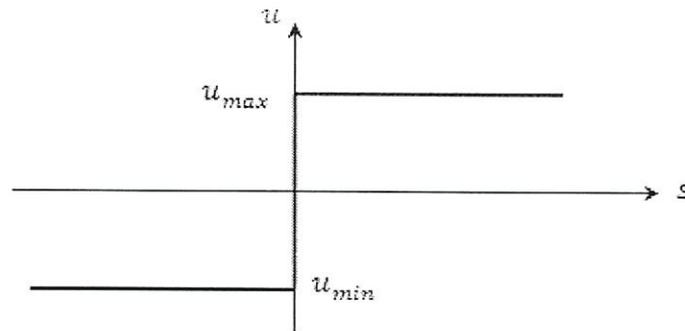
Une condition suffisante pour que le système (2.4) soit stable est

$$\dot{v} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (2.7)$$

où  $\eta$  est une constante strictement positive. La formule (2.7) signifie que la distance entre les états et la surface mesuré par  $s^2$  qui diminue le long de toute la trajectoire de système. Ainsi, elle contraint la trajectoire à se diriger vers la surface  $s(t)$ .

### 2.2.3.3 Conception de la loi de commande

Une fois la surface de glissement est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant la condition d'existence des modes glissants. Dans la conception des systèmes à structure variable contrôlés par les modes glissants, une hypothèse consiste que la commande doit commuter entre  $u_{max}$  et  $u_{min}$  instantanément (fréquence infinie), en fonction du signe de la surface de glissement (Figure 2.3).



**Figure ( 2.3)** Commande appliquée aux systèmes à structure variable.

Une loi de commande discontinue est synthétisée de façon à rendre la surface invariante et attractive

$$u = u_{eq} - u_{gliss} \quad (2.8)$$

$U_{eq}$  Correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin [Utk78]. Cette commande est considérée comme la plus directe et la plus simple. Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par :  $\dot{s} = 0$ .

$U_{gliss}$  est un terme introduit pour satisfaire la condition de convergence, il est donnée par

$$u_{gliss} = -k \text{sign}(s) \quad (2.9)$$

où  $\text{sign}(s)$  est une fonction discontinue de la forme suivante :

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ 0 & s = 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

où  $k$  est un gain positif. Le choix du gain  $k$  est très influent car, s'il est très petit le temps de réponse sera très long, et s'il est choisi très grand, nous aurons des fortes oscillations au niveau de l'organe de la commande. Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées (phénomène de chattering), ou même détériorer l'organe de commande.

#### 2.2.4 Phénomène de réticence

La commutation rapide et avec une fréquence infini de la commande provoque un comportement dynamique particulier à la proximité de la surface de glissement, qui est connu sous le nom "réticence" ou "chattering".

Ce phénomène est fortement indésirable, car même s'il est filtré à la sortie du système, il peut exciter des modes à haute fréquence, ce qui dégrade les performances du système et peut même mener à l'instabilité [HEC91].

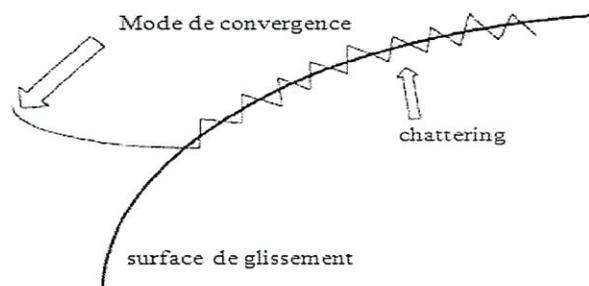


Figure (2.4) : phénomène de réticence.

Le broutement (phénomène de Chattering) peut provoquer aussi l'usure des parties mécaniques et des pertes énergétique dans les circuits électriques.

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions existent ; telle que

- L'approximation du terme  $k \text{sign}(s)$  par un système flou
- L'utilisation du mode glissant d'ordre supérieur
- Le remplacement de la fonction «  $\text{sign}$  » par une fonction de saturation adéquate qui filtre les hautes fréquences.

avec la fonction de saturation «  $\text{sat}$  » s'écrit sous la forme

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \text{sign}(s) & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases} \quad (2.10)$$

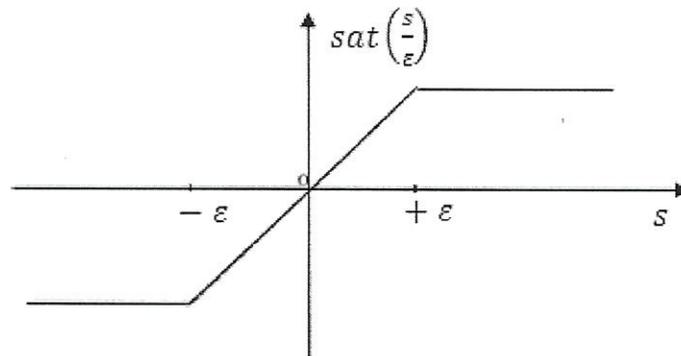


Figure (2.5) : Fonction de saturation  $sat$ .

### 2.3 Observateur par mode glissant

Après la synthèse de la loi de commande par mode glissant, et afin de l'exploiter, on doit connaître l'état complet du système, et généralement nous ne disposons que des informations sur les entrées et les sorties de ce système, et pour remédier à ce problème, on fait appel à un observateur. Dans le cadre de notre travail, on utilise l'observateur par mode glissant sous forme triangulaire.

Ce type d'observateur est très utile et a été développé pour différentes raisons :

- pour fonctionner avec la dynamique d'erreur réduite d'observation.
- pour une convergence en temps fini pour tous les états observables.
- La robustesse est possible malgré les variations des paramètres et la présence des perturbations externe.

#### 2.3.1 Définition d'un observateur

Un observateur est un système dynamique que l'on peut appeler capteur informatique, puisqu'il est souvent implanté sur ordinateur afin de reconstituer ou d'estimer en temps réel l'état courant d'un système, à partir des mesures disponibles, des entrées du système et une connaissance à priori du modèle.

Une définition plus précise a été proposée par A. J. Fossard [FOS93] :

**Définition 2.3.1:** on appelle observateur (ou reconstituteur d'état) d'un système dynamique (S) :

$$(S): \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.11)$$

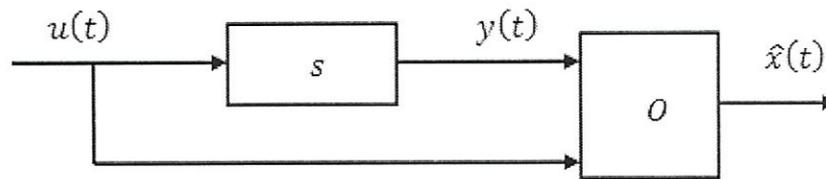
Un système dynamique auxiliaire  $O$  dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer et dont le vecteur de sortie  $\hat{x}(t)$  est l'état estimé :

$$O: \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (2.12)$$

telle que l'erreur entre le vecteur d'état  $x(t)$  et  $\hat{x}(t)$  tend asymptotiquement vers zéro.

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty \quad (2.13)$$

Le schéma d'un tel observateur est donné sur la figure ( 2.6).



**Figure ( 2.6) :** Schéma de principe d'un observateur.

Pour un observateur non linéaire du système (2.11), on peut adapter la structure suivante

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}, u) + \eta(y, \hat{x}) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.14)$$

C'est-à-dire une copie du modèle plus un terme correcteur  $\eta(y, \hat{x})$  qui établit la convergence de  $\hat{x}$  vers  $x$ .

plus précisément on a la structure d'observateur à modes glissants classique s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \Lambda \text{sign}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = \hat{h}(\hat{x}) \end{cases} \quad (2.15)$$

Où  $\Lambda$  est une matrice de gain  $n \times p$  qui peut être dépendante du temps et de l'erreur.

Dans ce cas, la surface de glissement est donnée par :

$$s(x) = y - \hat{y} \quad (2.16)$$

Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue signe appliquée à l'erreur de sortie. L'étude de la stabilité et de la convergence pour de tels observateurs, est basée sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov [CAN90, SLO86].

### 2.3.2 Principe de séparation

La dynamique de l'erreur d'observation  $e = x - \hat{x}$  est non linéaire dépendante de l'état de l'entrée du système.

$$e = f(x, u) - f(x - e) - \eta(y, \hat{x}) \quad (2.17)$$

et le principe de séparation n'est donc plus vérifié et la commande n'étant plus indépendante de l'observateur. Par ailleurs il faut tenir compte de la dynamique de (2.17) si on veut faire la synthèse d'une commande basée sur  $\hat{x}$ .

Il est à noter que ces contraintes ne se posent pas pour les systèmes linéaires et également pour les systèmes qui se mettent sous injection de sortie c'est-à-dire dans le cas où la non linéarité ne dépend que des grandeurs connues (les entrées et les mesures) [BOU97b].

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(y, u) \\ y = cx \end{cases} \quad (2.18)$$

Un observateur avec compensation du terme non linéaire peut s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi(y, u) + L(y - \hat{y}) \\ y = c\hat{x} \end{cases} \quad (2.20)$$

et permet alors d'obtenir une dynamique d'erreur d'observation linéaire indépendante de l'entrée et de l'état :

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (2.21)$$

L'observateur qui suit est plus robuste aux incertitudes paramétriques et offre l'avantage que la stabilité en boucle fermée s'obtient plus facilement, grâce à la convergence en temps fini de l'erreur qui permet de remplacer la propriété de séparation.

### 2.3.3 Forme d'observation triangulaire

L'observateur triangulaire par modes glissants a été développé pour des systèmes qui peuvent se mettre sous la forme suivante appelée forme triangulaire d'observation [BOU97]:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \\ y = x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 + g_1(x_1, u) \\ x_3 + g_2(x_1, x_2, u) \\ \vdots \\ x_n + g_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, u) \\ f_n(x) + g_n(x, u) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2.22)$$

où les  $f_n$  et  $g_i$  pour  $i = 1, \dots, n$  sont des fonctions analytiques,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathfrak{R}^n$  est l'état du système,  $u \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur d'entrée et  $y \in \mathfrak{R}$  est la sortie que nous considérons unidimensionnelle dans un premier temps pour des raisons de simplicité d'écriture.

La structure de l'observateur proposée est la suivante :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} \\ \dot{\hat{x}}_n \\ \hat{y} = \hat{x}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_2 + g_1(x_1, u) + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \tilde{x}_1) \\ \tilde{x}_3 + g_2(x_1, \tilde{x}_2, u) + \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_2) \\ \vdots \\ \tilde{x}_n + g_{n-1}(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{n-1}, u) + \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\tilde{x}_{n-1} - \tilde{x}_{n-1}) \\ f_n(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) + g_n(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) + \lambda_n \text{sign}_n(\tilde{x}_n - \tilde{x}_n) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2.24)$$

où les variables  $\tilde{x}_i$  sont données par :

$$\tilde{x}_2 = \hat{x}_1 + \lambda_1 \text{sign}_{\text{moy}, i-1}(\tilde{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1})$$

avec  $\text{sign}_{\text{moy}, i-1}$  désignant la fonction  $\text{sign}_{i-1}$  filtrée par un filtre passe-bas; la fonction  $\text{sign}_i$  est égale à zéro s'il existe  $j \in \{1, i\}$  tel que  $\tilde{x}_j - \hat{x}_j \neq 0$  (par définition  $\tilde{x}_1 = x_1$ ), sinon  $\text{sign}_i(\cdot)$  est égale à la fonction  $\text{sign}(\cdot)$  classique. Grâce à cela nous imposons que le terme correcteur ne soit "actif" que si la condition  $\tilde{x}_j - \hat{x}_j = 0$  pour  $j = 1, 2, \dots, i$  est vérifiée.

Pour ce type d'observateur, nous avons une convergence en temps fini (par étapes) de l'erreur d'observation. En outre, il permet la séparation de la synthèse de l'observateur et de la commande; il facilite l'étude de stabilité en boucle fermée. La convergence en temps fini de l'observateur est assurée par le théorème suivant :

**Théorème 2.1 [MAN98] :** Considérons le système (2.23) et l'observateur (2.24). Si le système est à entrées bornées et à états bornés (BIBS) pour une durée finie  $[0, T]$ , alors pour tout état initial  $x(0)$ ,  $\hat{x}(0)$  et toute entrée bornée  $u$ , il existe un choix de  $\lambda_i$  tel que l'état de l'observateur  $\hat{x}$  converge en un temps fini vers l'état  $x$  du système.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présentés en premier lieu la théorie de la commande par mode glissant qui fait partie de la théorie des systèmes à structure variable, où on a touché la simplicité de la mise en œuvre qui se fait dans trois étapes dépendante. Cependant, on a rencontré un phénomène de réticence qui se présente sous forme des oscillations à la proximité de la surface de glissement, et afin de réduire cet inconvénient, on trouve beaucoup de solution telle que l'approximation du terme «  $k\text{sign}(s)$  » par un système flou, le remplacement de la fonction «  $\text{sign}$  » par une fonction de saturation ...etc.

En second lieu, un observateur non linéaire par mode glissant a été proposé, et cela vu la nécessité de connaître l'état complet du système pour la mise en œuvre de la commande. De plus, on a présenté un observateur triangulaire par mode glissant qui dispose d'un avantage de convergence en temps fini et qui réalise la propriété de séparation.

## Chapitre 3

# Commande adaptative floue et observateur par mode glissant des systèmes non linéaires SISO

### 3.1 Introduction

Dans ces dernières décennies, le domaine d'automatique a rencontré beaucoup d'enjeux dans la commande des processus industriels. En effet, la nécessité d'atteindre des performances satisfaisantes est confrontée par des variations paramétriques, des perturbations externes ainsi que l'absence d'un modèle précis du système à commander. Pour contourner à ces problèmes, une approche qui par l'utilisation du concept de la synthèse de commande par mode glissant et l'approche de Lyapunov, ainsi que celle basée sur les systèmes flous, propose une approche de commande floue adaptative indirecte par mode glissant pour une classe des systèmes non linéaires.

En effet, la propriété d'approximation universelle des systèmes flous nous permet d'approximer les termes supposés inconnus de la loi de commande par mode glissant synthétisé. De plus la commande adaptative indirecte permet l'ajustement des paramètres des systèmes flous.

En outre, l'utilisation d'un observateur s'avérer très utile pour reconstruire les états non mesurables des systèmes monovariabiles étudiés dans ce chapitre. L'observateur utilisé, est un observateur triangulaire par mode glissant.

On traite dans ce chapitre, dans un premier temps, la commande adaptative indirecte floue par mode glissant synthétisée pour la poursuite d'une trajectoire désirée. Et après, on construit un observateur non linéaire avec la loi de commande précédente. Finalement, des simulations sont données pour confirmer la validité et les performances de poursuite de la commande et l'observateur proposées.

## 3.2 Commande adaptative indirecte floue par mode glissant

### 3.2.1 Position du problème

Considérons le système non linéaire de la forme suivante

$$\begin{cases} \dot{x}^n = f(x, t) + g(x, t)u + d(t) \\ y = x \end{cases} \quad (3.1)$$

Où  $x = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  sont l'entrée et la sortie du système, respectivement,  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions non linéaires inconnues,  $d(t)$  est la perturbation externe du système.

Pour que le système (3.1) soit commandable il faut que  $g(x) \neq 0$ . Sans perte de généralité, nous supposons que  $g(x) > 0$ .

L'objectif consiste à concevoir une commande qui permet de contraindre le vecteur d'état  $x$  à suivre une trajectoire désirée  $x_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$ , en présence des incertitudes et des perturbations externes.

### 3.2.2 Synthèse de la loi de commande par mode glissant

Pour le système (3.1), soit l'erreur de poursuite définit par :

$$e = x - x_d = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-2)}, e^{(n-1)}]^T \quad (3.2)$$

la surface de glissement est :

$$s(e) = k_1 e + k_2 \dot{e} + \dots + k_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = ke \quad (3.3)$$

où  $k = [k_1, k_2, \dots, k_{n-1}, 1]$  le vecteur des coefficients du polynôme caractéristique  $h(\lambda)$ , tel que  $h(\lambda) = \lambda^{n-1} + k_{n-1}\lambda^{n-2} + \dots + k_1$ ;  $\lambda$  est l'opérateur de Laplace.

Si la condition initiale  $e(0) = 0$ , le problème de poursuite ( $x = x_d$ ) peut être considéré comme le maintien du vecteur d'erreur  $e$  sur la surface de glissement  $s(e, t) = 0$  pour tous  $t \geq 0$ .

Comme on a vu dans le chapitre (2), la technique de la commande par mode glissant peut être répartie en deux phases:

- La phase d'attraction où  $s(e, t) \neq 0$ .
- La phase de glissement où  $s(e, t) = 0$ .

Une condition suffisante pour que la trajectoire du vecteur d'erreur se déplace de la phase d'attraction à la phase de glissement est choisi comme suit

$$s(e). \dot{s}(e) \leq -\eta|s| \quad (3.4)$$

avec  $\eta$  : constante positive.

Correspondent aux deux phases, deux lois de commande peuvent être dérivées séparément :

Dans la phase de glissement, nous avons  $s = 0$  et  $\dot{s} = 0$ , la commande équivalente  $U_{eq}$  qui forcera la dynamique du système pour rester sur la surface de glissement, peut être obtenu comme suit

$$\begin{aligned} \dot{s} &= k_1 \dot{e} + k_2 \ddot{e} + \dots + k_{n-1} e^{(n-1)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Remplaçons  $x^{(n)}$  par sa valeur dans le système (3.1), on aura :

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + f(x, t) + g(x, t)u + d(t) - x_d^{(n)} = 0 \quad (3.6)$$

d'où

$$U_{eq} = \frac{1}{g(x)} \left[ - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - f(x) - d(t) + x_d^{(n)} \right] \quad (3.7)$$

Dans la phase d'attraction, où on a  $s \neq 0$  pour satisfaire la condition de glissement (3.4), on doit ajouter un terme de commande  $U_{sw}$  (switching-type control) :

$$U_{sw} = g^{-1} \eta_{\Delta} \text{sign}(s) \quad (3.8)$$

alors la loi de commande résultante sera :

$$U = U_{eq} - U_{sw} = \frac{1}{g(x)} \left[ - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - f(x) - d(t) + x_d^{(n)} - \eta_{\Delta} \text{sign}(s) \right] \quad (3.9)$$

avec  $\eta_{\Delta} \geq \eta > 0$ .

La loi de commande (3.9) du système (3.1) peut être facilement implantée si les fonctions  $f(x)$ ,  $g(x)$  et la perturbation  $d(t)$  sont parfaitement connues. Ces fonctions sont généralement incertaines, le but est alors de les approcher par des systèmes flous.

### 3.2.3 Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant

Pour surmonter le problème précédent, on a proposé l'utilisation des systèmes flous qui sont des approximateurs universelles pour approcher les fonctions non linéaires  $f(x)$  et  $g(x)$  et même le terme  $\eta_{\Delta} \text{sign}(s)$ .

Les fonctions estimées sont données par

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi(x) \quad (3.10)$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \theta_g^T \xi(x) \quad (3.11)$$

$$\hat{h}(s|\theta_h) = \theta_h^T \phi(s) \quad (3.12)$$

Donc, la loi de commande résultante sera donnée par :

$$U = \frac{1}{\hat{g}(x|\theta_g)} \left[ - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - \hat{f}(x|\theta_f) + x_d^{(n)} - \hat{h}(s|\theta_h) \right] \quad (3.13)$$

Notons que dans le processus d'adaptation  $|\hat{h}(s|\theta_h)| = D + \eta_{\Delta} + \omega_{max}$  quand  $s \geq \Phi$ , et remplacer par l'estimateur flou quand  $s < \Phi$ . Où  $\Phi$  est l'épaisseur de la couche autour la surface  $s$ , et  $D$  est la borne supérieure de la perturbation externe  $d(t)$ .

#### Remarque :

On suppose que  $\hat{g}(0) > 0$  et  $\hat{g}(x|\theta_g)$  reste strictement positif pendant le processus d'adaptation.

**Théorème 3.1 :** Considérons le problème de la commande du système (3.1). Si la commande (3.13) est appliquée,  $\hat{f}$ ,  $\hat{g}$  et  $\hat{h}$  sont données par (3.10), (3.11) et (3.12) et les vecteurs des paramètres  $\theta_f$ ,  $\theta_g$  et  $\theta_h$  sont ajustés par les lois d'adaptation suivante :

$$\dot{\theta}_f = r_1 s \xi(x) \quad (3.14)$$

$$\dot{\theta}_g = r_2 s \xi(x) u \quad (3.15)$$

$$\dot{\theta}_h = r_3 s \phi(x) \quad (3.16)$$

Alors, tous les signaux du système bouclé sont bornés et l'erreur de poursuite converge asymptotiquement vers zéro.

**Démonstration :** En définissant les paramètres optimaux des systèmes flous comme suit

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \mathbb{R}^n} \left[ \sup_{x \in \mathbb{R}^n} |\hat{f}(x|\theta_f) - f(x, t)| \right] \quad (3.17)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \mathbb{R}^n} \left[ \sup_{x \in \mathbb{R}^n} |\hat{g}(x|\theta_g) - g(x, t)| \right] \quad (3.18)$$

$$\theta_h^* = \arg \min_{\theta_h \in \mathbb{R}^n} \left[ \sup_{s \in \mathbb{R}^n} |\hat{h}(s|\theta_h) - U_{sw}| \right] \quad (3.19)$$

### Chapitre 3

#### Commande adaptative floue et observateur par mode glissant des systèmes non linéaire SISO

où :  $\mathbb{Q}_f, \mathbb{Q}_g$  et  $\mathbb{Q}_h$  sont les ensembles de contraintes des paramètres :  $\theta_f, \theta_g$  et  $\theta_h$  respectivement.

et l'erreur d'approximation minimal donner par

$$\omega = f(x, t) - \hat{f}(x|\theta_f^*) + (g(x, t) - \hat{g}(x|\theta_g^*))u \quad (3.20)$$

Notons que les paramètres optimaux  $\theta_f^*, \theta_g^*$  et  $\theta_h^*$  sont des constantes introduites uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En fait, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande adaptatives.

En utilisant l'équation (3.6),  $\dot{s}$  devient

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + f(x, t) + g(x, t)u + d(t) - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + f(x, t) - \hat{f}(x|\theta_f) + (g(x, t) - \hat{g}(x|\theta_g))u \\ &\quad - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + x_d^{(n)} - \hat{h}(s|\theta_h) + d(t) - x_d^{(n)} \\ &= \hat{f}(x|\theta_f^*) - \hat{f}(x|\theta_f) + (\hat{g}(x|\theta_g^*) - \hat{g}(x|\theta_g))u \\ &\quad + \hat{h}(s|\theta_h^*) - \hat{h}(s|\theta_h) + d(t) + \omega - \hat{h}(s|\theta_h^*) \\ &= \varphi_f^T \xi(x) + \varphi_g^T \xi(x) + \varphi_h^T \phi(s) + d(t) + \omega - \hat{h}(s|\theta_h^*) \end{aligned} \quad (3.21)$$

avec  $\varphi_f = \theta_f - \theta_f^*, \varphi_g = \theta_g - \theta_g^*, \varphi_h = \theta_h - \theta_h^*$ .

On considère la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} \left( s^2 + \frac{1}{r_1} \varphi_f^T \varphi_f + \frac{1}{r_2} \varphi_g^T \varphi_g + \frac{1}{r_3} \varphi_h^T \varphi_h \right) \quad (3.22)$$

avec  $r_1, r_2$  et  $r_3$  sont des constantes positives. La dérivée temporelle de  $V$  est

$$\dot{V} = s\dot{s} + \frac{1}{r_1} \varphi_f^T \dot{\varphi}_f + \frac{1}{r_2} \varphi_g^T \dot{\varphi}_g + \frac{1}{r_3} \varphi_h^T \dot{\varphi}_h \quad (3.23)$$

Remplaçant  $\dot{s}$  par sa valeur de l'équation (3.21), on aura :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= s(\varphi_f^T \xi(x) + \varphi_g^T \xi(x)u + \varphi_h^T \phi(s) + d(t) + \omega \\
 &\quad - \hat{h}(s|\theta_h^*)) + \frac{1}{r_1} \varphi_f^T \dot{\varphi}_f + \frac{1}{r_2} \varphi_g^T \dot{\varphi}_g + \frac{1}{r_3} \varphi_h^T \dot{\varphi}_h \\
 &= s\varphi_f^T \xi(x) + \frac{1}{r_1} \varphi_f^T \dot{\varphi}_f + s\varphi_g^T \xi(x)u + \frac{1}{r_2} \varphi_g^T \dot{\varphi}_g \\
 &\quad + s\varphi_h^T \phi(s) + \frac{1}{r_3} \varphi_h^T \dot{\varphi}_h + s(d(t) - \hat{h}(s|\theta_h^*)) + s\omega \\
 &\leq s\varphi_f^T \xi(x) + \frac{1}{r_1} \varphi_f^T \dot{\varphi}_f + s\varphi_g^T \xi(x)u + \frac{1}{r_2} \varphi_g^T \dot{\varphi}_g \\
 &\quad + s\varphi_h^T \phi(s) + \frac{1}{r_3} \varphi_h^T \dot{\varphi}_h - s(D + \eta_\Delta) \text{sign}(s) + sd(t) + s\omega \\
 &< \frac{1}{r_1} \varphi_f^T (r_1 s \xi(x) + \dot{\varphi}_f) + \frac{1}{r_2} \varphi_g^T (r_2 s \xi(x)u + \dot{\varphi}_g) \\
 &\quad + \frac{1}{r_3} \varphi_h^T (r_3 s \phi(s) + \dot{\varphi}_h) + s\omega - |s|\eta_\Delta
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Où  $\dot{\varphi}_f = -\dot{\theta}_f$ ,  $\dot{\varphi}_g = -\dot{\theta}_g$ ,  $\dot{\varphi}_h = -\dot{\theta}_h$ .

Remplaçant (3.17)-(3.19) dans (3.24) on aura

$$\dot{V} < s\omega - |s|\eta_\Delta \tag{3.25}$$

D'après le théorème d'approximation universel, il peut prévoir que le terme  $s\omega$  devrait être très petit s'il n'est pas nul dans les systèmes adaptatifs flous [UTK77]. Donc aura

$$\dot{V} \leq s\omega - |s|\eta_\Delta \leq 0 \tag{3.26}$$

Donc, tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. Certainement, si l'erreur  $e(0)$  est bornée et  $e(t)$  est bornée pour toute valeur de  $t > 0$ , et si le signal de référence  $x_d(t)$  est borné, alors l'état du système  $x(t)$  est borné.

Pour compléter la démonstration et établit la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite ; on a besoin de prouver que  $s \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

Supposant que  $|s| \leq \eta_s$ , alors l'équation (3.25) devient

$$\dot{V} \leq -|s|\eta_\Delta + |s||\omega| \leq -|s|\eta_\Delta + \eta_s|\omega| \tag{3.27}$$

En intégrant les deux côtés de l'équation (3.27) on obtient

$$\int_0^t |s(\tau)| d\tau \leq \frac{1}{\eta_\Delta} [|V(0)| + |V(t)|] + \frac{\eta_s}{\eta_\Delta} \int_0^t |\omega| d\tau \quad (3.28)$$

Si  $\omega \in L_1$ , et d'après l'équation (3.3) on a  $s \in L_1$ . De (3.27), on sait que  $s$  est bornée, donc on a  $s \in L_\infty$ .

On a prouvé que tous les termes de (3.24) sont bornés. Donc  $\dot{s} \in L_\infty$ . du Lemme de Barbalat [Ge et al, 98] (si  $s, \dot{s} \in L_\infty$ , et  $s \in L_p$ , pour certains  $p \in [1, \infty[$ , alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} |s(t)| = 0$ ), on a  $\lim_{t \rightarrow \infty} |s(t)| = 0$ , Par conséquent  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{e}(t)| = 0$ .

Par conséquent, le système est stable et l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

### 3.3 Commande adaptative floue indirecte à base d'observateur par mode glissant

Dans la méthode de commande exposée précédemment, la connaissance de l'état complet du système est nécessaire. Pour cela, on propose dans ce qui suit l'utilisation d'un observateur par mode glissant sous forme triangulaire.

Considérons le système SISO (3.1) qui s'écrit sous la forme triangulaire d'observation suivante :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \\ f(x) + g(x, u) \end{pmatrix} \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.29)$$

où les fonctions  $f$  et  $g$  sont des fonctions analytiques,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathfrak{R}^n$  est l'état du système,  $u \in \mathfrak{R}$  est le vecteur d'entrée et  $y \in \mathfrak{R}$  est la sortie du système.

La structure de l'observateur triangulaire par mode glissant proposée est la suivante :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \hat{\dot{x}}_1 \\ \hat{\dot{x}}_2 \\ \vdots \\ \hat{\dot{x}}_{n-1} \\ \hat{\dot{x}}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{x}_3 + \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \vdots \\ \hat{x}_n + \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\tilde{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ f(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) + g(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) + \lambda_n \text{sign}_n(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \end{pmatrix} \\ \hat{y} = \hat{x}_1 \end{cases} \quad (3.30)$$

où les variables  $\tilde{x}_i$  sont données par :

$$\tilde{x}_i = \hat{x}_i + \lambda_i \text{sign}_{\text{moy}, i-1}(\tilde{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1})$$

La dynamique de l'erreur d'observation  $\hat{e} = x - \hat{x}$  s'écrit comme suit

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{e}}_1 \\ \dot{\hat{e}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{e}}_{n-1} \\ \dot{\hat{e}}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{e}_2 - \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{e}_3 - \lambda_2 \text{sign}_2(x_2 - \hat{x}_2) \\ \vdots \\ \hat{e}_n - \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\tilde{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ f(x) - f(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g(x, u) - g(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) - \lambda_n \text{sign}_n(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

La convergence de l'erreur d'observation est montrée selon les étapes suivantes :

- **Première étape :**

Puisque les fonctions  $\text{sign}_i$  sont prises égales à zéro pour  $i > 1$ . Nous obtenons la dynamique suivante pour l'erreur d'observation  $\hat{e}$ .

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{e}}_1 \\ \dot{\hat{e}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{e}}_{n-1} \\ \dot{\hat{e}}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{e}_2 - \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{e}_3 \\ \vdots \\ \hat{e}_n \\ f(x) - f(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g(x, u) - g(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Etant donné que nous prenons une entrée  $u$  bornée, le système n'explose pas en temps fini (le système est supposé (BIBS) en temps fini); l'erreur d'observation est aussi bornée. Soit, alors une fonction de Lyapunov candidate :

$$V_1 = \frac{\hat{e}_1^2}{2}$$

Nous avons alors  $\dot{V}_1 = \hat{e}_1(\hat{e}_2 - \lambda_1 \text{sign}(\hat{e}_1))$ . En choisissant  $\lambda_1 > |\hat{e}_2|_{\max}$  pour  $t < t_1$ , l'erreur d'observation  $\hat{e}_1$  converge vers zéro en un temps fini  $t_1$ . Cependant, après  $t_1$  l'erreur  $\hat{e}$  reste égale à zéro, ce qui fait que  $\dot{\hat{e}} = 0$ , alors nous avons  $x_2 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(\hat{e}_1)$  et par conséquent  $\tilde{x}_2 = x_2$ .

- **Deuxième étape :**

Ici nous assurons que l'erreur d'observation  $\hat{e}_2$  est bornée dans le but de demeurer sur  $\hat{e}_1 = 0$ . Cependant le but de cette étape est d'atteindre la surface  $\hat{e}_1 = \hat{e}_2 = 0$ . En utilisant les mêmes arguments que Drakunov dans [DRA95], le vecteur équivalent est obtenu en un temps fini via un filtrage passe bas de  $\lambda_1 \text{sign}_1(\hat{e}_1)$  qui égale à  $\hat{e}_2$ . ainsi et comme à  $t_1$ , nous avons  $\hat{e}_1 = 0$  et  $\tilde{x}_2 = x_2$  l'erreur d'observation devient :

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{e}}_1 \\ \dot{\hat{e}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{e}}_{n-1} \\ \dot{\hat{e}}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{e}_3 - \lambda_2 \text{sign}(\hat{e}_2) \\ \vdots \\ \hat{e}_n \\ f(x) - f(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g(x, u) - g(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Soit la nouvelle fonction de Lyapunov :

$$V_1 = \frac{\hat{e}_1^2}{2} + \frac{\hat{e}_2^2}{2}$$

Alors, si la condition  $\lambda_1 > |\hat{e}_2|_{max}$  est satisfaite pour  $t > t_1$ , nous avons  $\hat{e}_1 = 0$  et

$\hat{e}_2 - \lambda_1 \text{sign}(\hat{e}_1) = 0$ , nous obtenons donc

$$\dot{V}_2 = \hat{e}_2 (\hat{e}_3 - \lambda_2 \text{sign}_{eq}(\hat{e}_2))$$

Par conséquent, si  $\lambda_2 > |\hat{e}_3|_{max}$  alors  $\hat{e}_2$  converge vers zéro après un temps fini  $t_2 > t_1$ .

De plus  $\dot{V}_2 < 0$ , et l'erreur d'observation est strictement décroissante durant la période  $[t_1, t_2]$ . Ce qui implique que si la condition sur  $\lambda_1$  est vérifiée avant  $t_1$  elle est obligatoirement aussi après  $t_1$ . Cependant comme l'entrée est bornée,  $x$  est borné durant la période  $[0, t_2]$  et à partir de la structure de l'erreur d'observation ; la dynamique  $\hat{e}$  et par conséquent  $\hat{x}$  sont bornés.

De la même manière on exécute la procédure jusqu'à l'étape  $n$ .

- **n<sup>ème</sup> étape**

Cette étape commence à l'instant  $t_{n-1}$ , à cet instant  $\hat{e}_k = 0$  pour tous  $k < n$ . Alors, la dynamique de l'erreur d'observation devient :

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{e}}_1 \\ \dot{\hat{e}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{e}}_{n-1} \\ \dot{\hat{e}}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\lambda_n \text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Une fois le vecteur d'état est complètement reconstitué où on a  $\tilde{x}_i = x_i$  ce qui implique que :  $g(x, u) - g(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) = 0$  et  $f(x) - f(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$ .

Alors,  $\hat{e}_n$  converge vers zéro en un temps fini  $t_n > t_{n-1}$  pour toute valeur de  $\lambda_n > 0$  si, évidemment toutes les conditions sur les  $\lambda_k$ ,  $k < n$  sont elles aussi vérifiées. Ces conditions resteront satisfaites après  $t_{n-1}$ . Ainsi, le théorème est démontré.

**Remarque**

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont inconnue alors on les remplace par leur approximation flou dans l'observateur ; la convergence de l'erreur d'observation reste valable puisque les systèmes flous sont des bonnes approximateurs alors, l'observateur (3.30) peut être exprimé comme suit

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} \\ \dot{\hat{x}}_n \\ \hat{y} = \hat{x}_1 \end{cases} = \begin{pmatrix} \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{x}_3 + \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \vdots \\ \hat{x}_n + \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\tilde{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \hat{f}(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) + \hat{g}(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) + \lambda_n \text{sign}_n(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

**3.4 Résultats de simulation**

Dans cette partie, des simulations sous l'environnement Matlab ont été effectués sur un pendule inversé pour vérifier la validité et les performances de la commande adaptative floue par mode glissant (IAFSMC) proposée avec est sans observateurs. Des bruits sont ajoutés aux systèmes pour examiner la robustesse de cette commande.

Le modèle dynamique du pendule est donné par

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.36)$$

Avec :

$$f(x) = \frac{g \sin x_1 - (m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1) / (m_c + m)}{l(4/3 - m \cos^2 x_1 / (m_c + m))} \quad (3.37)$$

$$g(x) = \frac{\cos x_1 / (m_c + m)}{l(4/3 - m \cos^2 x_1 / (m_c + m))} \quad (3.38)$$

Avec  $x_1$  et  $x_2$  sont respectivement la position et la vitesse angulaire du pendule. Notons que les fonctions non linéaires  $f(x)$  et  $g(x)$  sont supposées inconnues.

et avec  $g$ : accélération gravitationnelle ( $= 9.8 \text{ m/s}$ ),  $m_c$ : masse du chariot ( $= 1 \text{ Kg}$ ),  $m$ : masse du pendule ( $= 0.1 \text{ Kg}$ ),  $l$ : Longueur du pendule ( $= 0.5 \text{ m}$ ).

Notre objectif est de forcer la sortie du système à suivre la trajectoire :

$$x_d(t) = \pi(\sin(t) + 0.3\sin(3t)).$$

Pour approximer  $f$  et  $g$ , on va prendre comme entrée du système  $x_1$  et  $x_2$  et on définit cinq fonctions d'appartenances Gaussiennes pour chaque variable d'entrée comme suit :

$$\begin{aligned}\mu_{NM}(x_i) &= \exp\left(-((x_i + \pi/6)/(\pi/24))^2\right), & \mu_{NS}(x_i) &= \exp\left(-((x_i + \pi/12)/(\pi/24))^2\right), \\ \mu_Z(x_i) &= \exp\left(-((x_i)/(\pi/24))^2\right), & \mu_{PS}(x_i) &= \exp\left(-((x_i - \pi/12)/(\pi/24))^2\right) \\ \mu_{NM}(x_i) &= \exp\left(-((x_i - \pi/6)/(\pi/24))^2\right), & i &= 1,2.\end{aligned}$$

D'où, il y a 25 règles floues pour approximer chaque fonction.

La surface de glissement est choisit par  $s = k_1 e + \dot{e}$ ,  $k = 3$ . Pour construire le système flou  $\hat{h}(s)$ , on définit trois fonctions d'appartenances pour approximer le terme  $\eta_{\Delta} \text{sign}(s)$  la surface de glissement  $s$ .

$$\begin{aligned}\mu_N(s) &= 1/(1 + \exp(5(s + 3))), & \mu_Z(s) &= \exp(-s^2), \\ \mu_P(s) &= 1/(1 + \exp(5(s - 3))),\end{aligned}$$

Le vecteur initial des paramétrés conséquents des règles floues est choisit dans l'intervalle  $[-2,2]$  pour la fonction  $f$  et  $[-0.5,2]$  pour  $g$ , et l'état initial  $x_1(0) = +\frac{\pi}{20}$ ,  $x_2(0) = 0$ , on donne  $r_1 = 50$ ,  $r_2 = 1$ ,  $r_3 = 10$ .

#### A. Commande adaptatif flou par mode glissant sans observateur :

Les résultats de simulation présente l'application de la commande sans observateur sur le pendule inversé pour deux cas. Le premier cas en absence de perturbations externe et le deuxième en présence de perturbation externes sous forme d'un bruit aléatoire de distribution normale qui affectent la sortie du système.

Pour le premier cas (figures (3.1)), on remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et que les performances de poursuite sont satisfaites. Pour le deuxième cas (figures (3.2)), Nous constatons que ces perturbations n'ont pas affecté les performances de poursuite malgré la présence des oscillations au signal de commande.

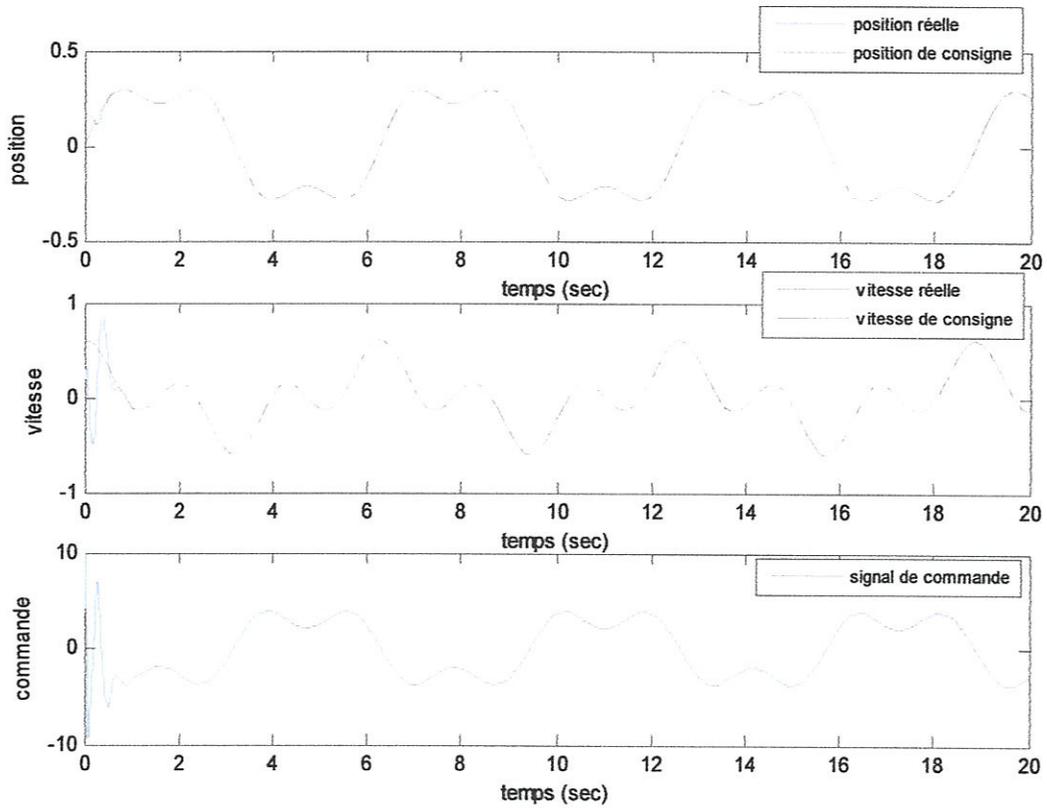


Figure (3.1) : Résultat de simulation pour la commande adaptative floue indirecte par mode glissant, sans perturbation (signal de position, de vitesse et de commande).

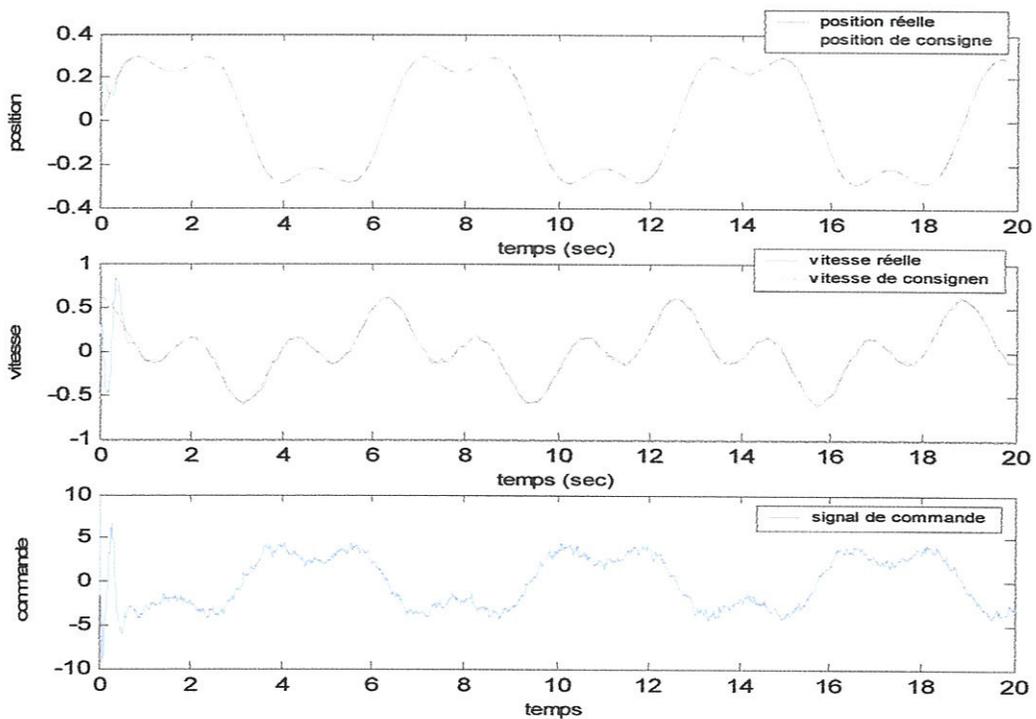


Figure (3.2): Résultat de simulation pour la commande adaptative floue indirecte par mode glissant avec perturbation (signal de position, de vitesse et de commande).

**B. Commande adaptative floue par mode glissant avec observateur :**

Le modèle du pendule inversé (3.36) est écrit sous forme triangulaire d'observation (3.30).

L'observateur à mode glissant (3.30) utilisé, basé sur (3.36) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = f(x_1, \tilde{x}_2) + g(x_1)u + \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \hat{y} = \hat{x}_1 \end{cases} \quad (3.39)$$

où  $\tilde{x}_2$  est donné par :

$$\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1)$$

L'erreur d'observation  $\hat{e}$  représente la différence entre l'état  $x$  et son estimé  $\hat{x}$  est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{e}_2 = f(x_1, x_2) - f(x_1, \tilde{x}_2) - \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \end{cases} \quad (3.40)$$

Le terme  $\tilde{x}_2$  représente l'état  $x_2$  en dehors de la surface de glissement. La fonction  $\text{sign}_i(.)$  est mise à zéro s'il existe  $j \in \{1, i\}$  tel que  $\tilde{x}_j - \hat{x}_j \neq 0$  si non  $\text{sign}_i(.)$  est égale à la fonction  $\text{sign}(.)$ . Grâce à cela nous imposons que le terme correcteur ne soit actif que si la condition  $\tilde{x}_j - \hat{x}_j = 0$  pour  $j = 1, 2$  est vérifiée.

La convergence de l'erreur d'observation se fait par étape en temps fini comme il a été montré.

L'objectif de la commande est de suivre la trajectoire désirée en utilisant les états estimés. La trajectoire désirée est choisie comme suit :

$$x_d(t) = \frac{\pi}{10} (\sin(t) + 0.3 \sin(3t)).$$

Le vecteur initial des paramétrés conséquents des règles floues est choisit dans l'intervalle  $[-2, 2]$  pour la fonction  $f$  et  $[-0.5, 2]$  pour  $g$ ,  $T = 0.01s$  et on donne,  $r_1 = 50$ ,  $r_2 = 1$ ,  $r_3 = 10$ .  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 2$ .

L'état initial  $x_1(0) = +\frac{\pi}{20}$ ,  $\hat{x}_1 = \frac{\pi}{20}$ ,  $\hat{x}_2 = 0$ .

Les résultats de simulation obtenus sont illustrés dans les figures qui suivent. Les figures (3.3) et (3.4) représentent l'évolution de position ( $x_1$ ), de vitesse ( $x_2$ ), ainsi que leurs estimées. La convergence étape par étape est bien visible sur ces figures, on constate encore que  $\hat{x}_1$

converge avant  $\hat{x}_1$ . Ces figures montrent aussi que la poursuite est satisfaite ainsi que la stabilité.

De la figure (3.5) on constate la convergence en temps fini de toutes les erreurs. D'autre part, de la figure (3.6) nous constatons que la commande obtenue est lisse.

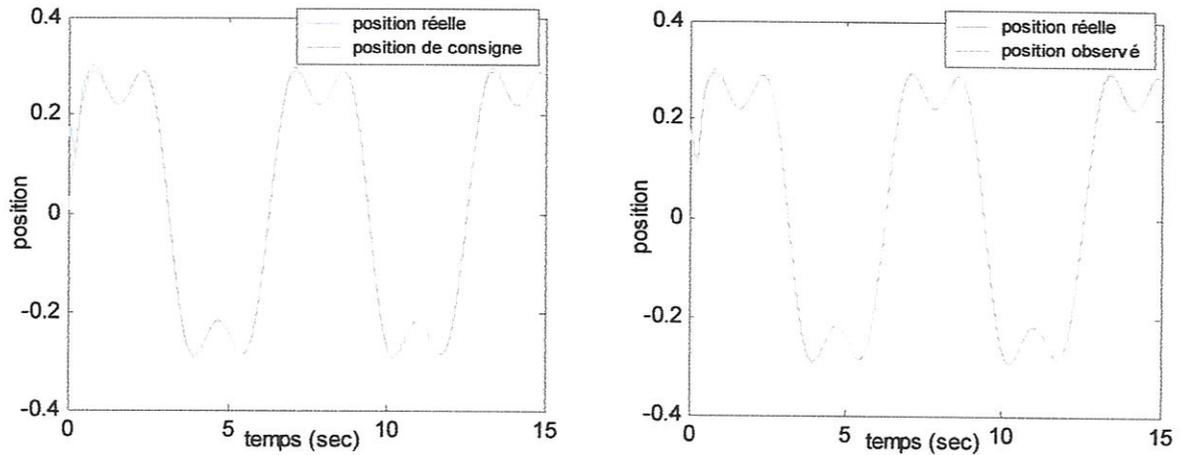


Figure (3.3): Signal de position du pendule.

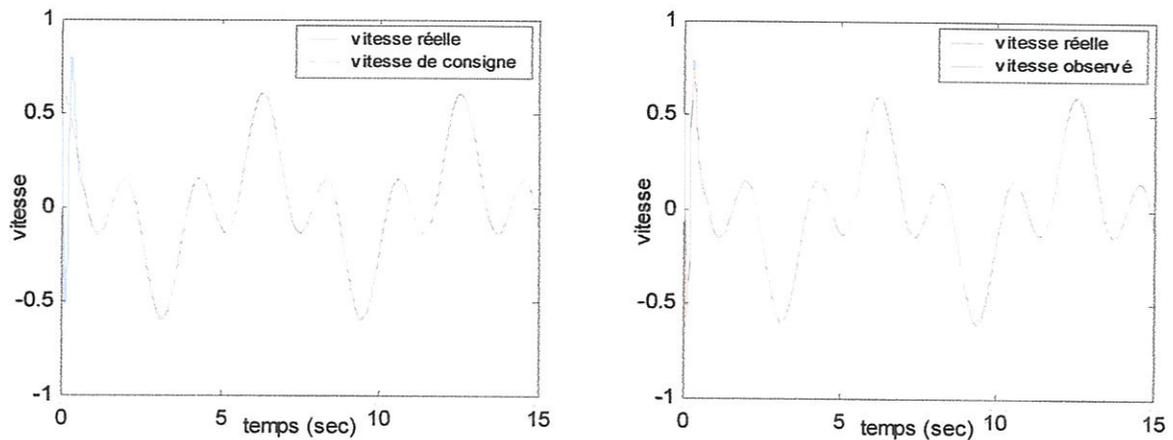


Figure (3.4): signal de vitesse du pendule.

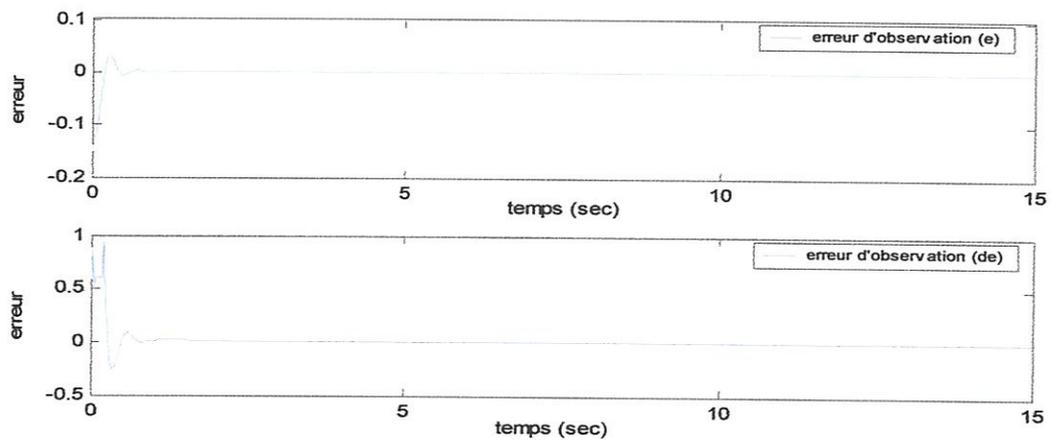


Figure (3.5): Erreurs d'observation sur les états du système.

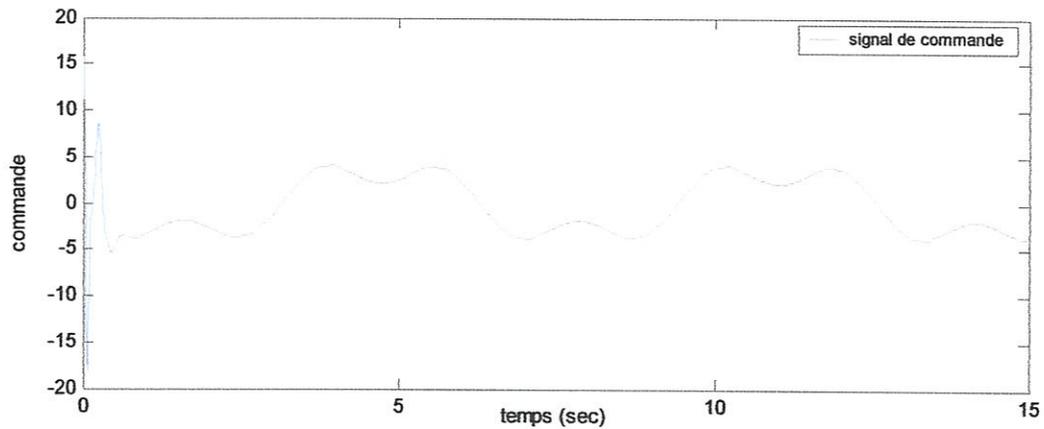


Figure (3.6) : Signal de commande.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a choisi la combinaison entre la commande adaptative floue et une commande par mode glissant, qui hérite les avantages de ces deux types de commande, pour une commande stable d'une classe des systèmes non linéaires incertains monovariables. De plus, pour estimer l'état du système le choix est fondé sur le recours à un observateur. En effet, l'utilisation de la commande adaptative floue et observateur par mode glissant a montré son utilité pour les systèmes non linéaires incertains.

Les résultats de simulation obtenus ont prouvé que la stratégie de commande proposée est efficace et cela à travers les performances de poursuite enregistrées lors des simulations, ainsi que la robustesse de la commande du système malgré la présence des perturbations.

## Chapitre 4

# Commande adaptative floue et observateur par mode glissant des systèmes non linéaires MIMO

### 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédant, on a bien constaté l'utilité de la commande adaptative floue par mode glissant pour une classe des systèmes non linéaires monovariables (SISO). Cependant, l'enjeu qui confronter ce type de commande est de l'appliquer aux systèmes qui contiennent des interactions complexes entre les paramètres, il s'agit d'une classe des systèmes non linéaires multivariables (MIMO). De ce fait, et fin d'aboutir les performances souhaitables, plusieurs chercheurs ont développé le contrôleur adaptative floue par mode glissant pour les systèmes non linéaire MIMO comme dans [KUN01, HAM04, HAM04].

Dans ce chapitre, nous appliquons le contrôleur proposé pour la commande en poursuite d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté, puis nous ajoutons l'observateur montré précédemment.

### 4.2 Commande adaptative indirecte floue par mode glissant

#### 4.2.1 Position du problème

Considérons le système MIMO non linéaire d'ordre  $n$  décrit par l'équation différentielle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}^n = F(X) + G(X)u + d \\ y = x \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $X = [x^T, \dot{x}^T, \dots, (x^{(n-1)})^T]^T \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $F(x, t) \in \mathfrak{R}^n$  et  $G(x, t) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  sont deux fonctions non linéaires continues et inconnues,  $y \in \mathfrak{R}^n$  et  $u \in \mathfrak{R}^n$  représentent respectivement la sortie et l'entrée du système,  $d$  représente le vecteur des perturbations externes supposées inconnues mais bornées .

En supposant que le système est toujours contrôlable tel que  $G^{-1}(X) \neq 0$ .

L'objectif consiste à concevoir une commande qui permet de forcer la sortie du système à suivre une trajectoire désirée  $y_d$ , en présence des incertitudes et des perturbations externes.

#### 4.2.2 Synthèse de la loi de commande par mode glissant

Le vecteur de l'erreur de poursuite du système (4.1) est défini par :

$$E = y - y_d = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-2)}, e^{(n-1)}]^T \quad (4.2)$$

Considérons la surface de glissement  $S(X, t) = [S_1, S_2, \dots, S_p] \in \mathbb{R}^p$  donnée comme suit

$$S(x, t) = k_1 e + k_2 \dot{e} + \dots + k_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = ke \quad (4.3)$$

où  $k = [k_1, k_2, \dots, k_{n-1}, 1]$  le vecteur des coefficients du polynôme caractéristique  $h(\lambda)$ , tel que  $h(\lambda) = \lambda^{n-1} + k_{n-1} \lambda^{n-2} + \dots + k_1$ ;  $\lambda$  est l'opérateur de Laplace.

Le dérivé temporel de S devient

$$\dot{S}(x, t) = \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + e^{(n)} \quad (4.4)$$

L'approche du mode glissant classique peut être résumé dans la loi de commande suivante

$$\begin{aligned} u &= u_{eq} - G^{-1}(X)u_{sw} \\ &= G^{-1} \left[ - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - F(x) - d(t) + y_d^{(n)} - \Lambda_s \text{sign}(s) \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

avec  $U_{sw} = \Lambda_s \text{sign}(s)$

et  $\text{sign}(s) = [\text{sign}(S_1) \dots \dots \text{sign}(S_p)]^T$ ,  $\Lambda_s = \lambda \cdot I$ : est une matrice diagonale et  $\lambda$  est un constant positif.

La loi de commande (4.5) du système (4.1) peut être facilement implantée si les fonctions  $F(x)$ ,  $G(x)$  et la perturbation  $d(t)$  sont parfaitement connues. Ces fonctions sont généralement incertaines, le but est alors de les approcher par des systèmes flous.

#### 4.2.3 Conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant

Dans ce chapitre on utilise la forme d'approximation suivante

$$y(x) = \xi_k^T(x) \theta_k \quad (4.6)$$

où  $k = 1, 2, \dots, m$ .

Après l'approximation des fonctions non linéaire de la loi de commande (4.5) on obtient

$$u = \left( \widehat{G}(X) \right)^{-1} \left[ - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - \widehat{F}(X) + y_d^{(n)} - \widehat{H}(s) \right] \quad (4.7)$$

Les fonctions estimées sont données par

$$\widehat{F}(X) = \theta_F^T \xi_F(X), \quad (4.8)$$

$$\widehat{G}(X) = \theta_G^T \xi_G(X) = \theta_{G_{ij}}^T \xi_{G_i}(X), \quad i, j = 1, \dots, p \quad (4.9)$$

$$\widehat{H}(s) = \theta_H^T \xi_H(s) \quad (4.10)$$

avec  $\xi_F(X)$ ,  $\xi_G(X)$  et  $\xi_H(s)$  sont des vecteurs de fonctions flous des bases,  $\theta_F$ ,  $\theta_G$  et  $\theta_H$  sont les vecteurs des paramètres ajustés.

Soient

$$\theta_F^* = \arg \min_{\theta_F \in \mathbb{D}_F} \left[ \sup_{x \in \mathfrak{R}^n} |\widehat{F}(X|\theta_f) - F(x, t)| \right] \quad (4.11)$$

$$\theta_G^* = \arg \min_{\theta_G \in \mathbb{D}_G} \left[ \sup_{x \in \mathfrak{R}^n} |\widehat{G}(X|\theta_G) - G(x, t)| \right] \quad (4.12)$$

$$\theta_H^* = \arg \min_{\theta_H \in \mathbb{D}_H} \left[ \sup_{s \in \mathfrak{R}^n} |\widehat{H}(S|\theta_h) - u_{sw}| \right] \quad (4.13)$$

sont les paramètres optimaux des  $\theta_F$ ,  $\theta_G$  et  $\theta_H$ .

Avec la valeur optimale de  $\widehat{H}(s)$  qui vérifie  $\|\widehat{H}^*(s)\| \geq \alpha_\omega$ , où  $\alpha_\omega$  constant positif.

Notons que les paramètres optimaux  $\theta_F^*$ ,  $\theta_G^*$  et  $\theta_H^*$  sont des constantes introduites uniquement pour faire la démonstration mathématique de stabilité au sens de Lyapunov. La connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande.

L'équation (4.4) peut être écrite sous la forme

$$\dot{S}(X, t) = \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} + y^n - y_d^n \quad (4.14)$$

A partir de (4.3) et (4.1), (4.4) devient

$$\begin{aligned} \dot{S}(X, t) = & \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} - \widehat{F}(X) - \widehat{G}(X)u + \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)} \\ & - \widehat{H}(s) + F(X) + G(X)u + d(t) \end{aligned} \quad (4.15)$$

et par conséquent

$$\dot{S}(X, t) = F(X) - \hat{F}(X) + (G(X) - \hat{G}(X))u + d - \hat{H}(S) \quad (4.16)$$

En introduisant les valeurs optimales des systèmes flous et leurs expressions dans (4.6), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{S}(x, t) &= (\hat{F}^*(X) - \hat{F}(X)) + (\hat{G}^*(X) - \hat{G}(X))u \\ &\quad + (F(X) - \hat{F}^*(X)) + (G(X) - \hat{G}^*(X))u \\ &\quad + (\hat{H}^*(S) - \hat{H}(S)) + d - \hat{H}^*(S) \\ &= \xi_F^T(X)\tilde{\theta}_F + \xi_G^T(X)\tilde{\theta}_G u + \xi_H^T(S)\tilde{\theta}_H + d + \omega - \hat{H}^*(S) \end{aligned} \quad (4.17)$$

avec  $\tilde{\theta}_F = \theta_F^* - \theta_F$ ,  $\tilde{\theta}_G = \theta_G^* - \theta_G$  et  $\tilde{\theta}_H = \theta_H^* - \theta_H$ .

et l'erreur d'approximation minimal donner par

$$\omega = (F(X) - \hat{F}^*(X)) + (G(X) - \hat{G}^*(X))u + d \quad (4.18)$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1}{2}S^T(X, t)S(X, t) + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}_F^T\tilde{\theta}_F + \frac{1}{2\gamma_2}\text{trace}(\tilde{\theta}_G^T\tilde{\theta}_G) + \frac{1}{2\gamma_3}\tilde{\theta}_H^T\tilde{\theta}_H \quad (4.19)$$

où  $\gamma_1, \gamma_2$  et  $\gamma_3$  sont des constantes positives.

La dérivée de V est

$$\dot{V} = S^T(X, t)\dot{S}(X, t) - \frac{1}{\gamma_1}\dot{\theta}_F^T\tilde{\theta}_F - \frac{1}{\gamma_2}\text{trace}(\dot{\theta}_G^T\tilde{\theta}_G) - \frac{1}{\gamma_3}\dot{\theta}_H^T\tilde{\theta}_H \quad (4.20)$$

Substituant l'équation (4.19) dans (4.22), on trouve

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T(X, t) \left( \omega - \hat{H}^*(S) \right) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma_1} \left( \dot{\theta}_F - \gamma_1 \xi_F(X) S(X, t) \right)^T \tilde{\theta}_F \\ &\quad - \frac{1}{\gamma_2} \left( \text{trace}(\dot{\theta}_G^T \tilde{\theta}_G) - \gamma_2 S^T(X, t) \tilde{\theta}_G^T \xi_G(X) u \right) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma_3} \left( \dot{\theta}_H - \gamma_3 \xi_H(s) S(X, t) \right)^T \tilde{\theta}_H \end{aligned} \quad (4.21)$$

En choisissant les lois d'adaptation

$$\dot{\theta}_F = \gamma_1 \xi_F(X) S(X, t) \quad (4.22)$$

$$\dot{\theta}_{G_{ij}} = \gamma_2 \xi_{G_i}(X) S_i(X, t) u_j \quad (4.23)$$

$$\dot{\theta}_H = \gamma_3 \xi_H(s) S(X, t) \quad (4.24)$$

où  $i, j = 1, 2 \dots \dots, p$ .

La dérivé de  $V$  devient

$$\dot{V} = S^T(X, t) (\omega - \hat{H}^*(s)) \quad (4.25)$$

En utilisant la norme Euclidienne, (4.25) devient

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^p |S_i| [ \|\omega\| - \|\hat{H}^*(s)\| ] \quad (4.26)$$

Si on suppose qu'il existe un constant positif  $\alpha_\omega$  tel que  $\|\omega\| \leq \alpha_\omega$  alors

$$\dot{V} \leq 0 \quad (4.27)$$

A partir de cette supposition, la commande adaptative floue indirecte par glissant proposée garantit la robustesse et la stabilité en boucle fermé.

### 4.3 Commande adaptative floue indirecte par mode glissant basée sur l'observateur

Pour implémenter un observateur par mode glissant afin d'estimer les états indisponibles pour un système MIMO de la forme (4.1), il suffit de généraliser l'observateur conçu pour les systèmes SISO (voir le chapitre3) cela donnerait :

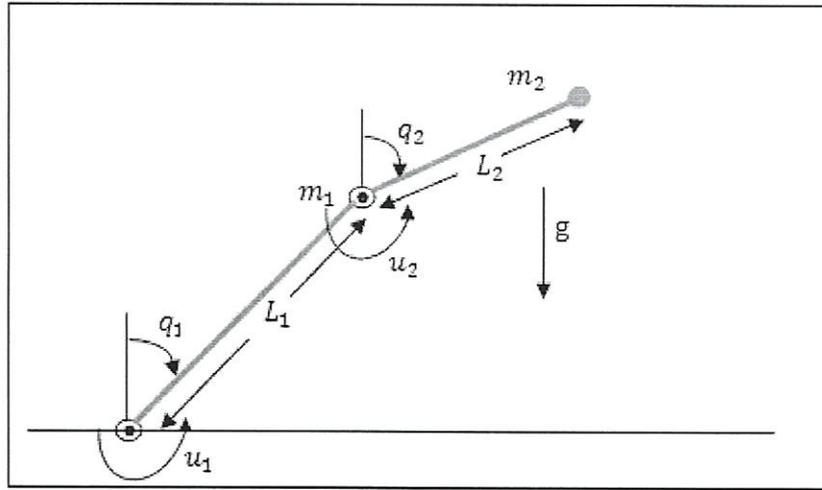
$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}_{i,1} \\ \dot{\hat{x}}_{i,2} \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{i,r_i-1} \\ \dot{\hat{x}}_{i,r_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{i,2} + \lambda_{i,1} \text{sign}_1(x_{i,1} - \hat{x}_{i,1}) \\ \hat{x}_{i,3} + \lambda_{i,2} \text{sign}_2(\tilde{x}_{i,2} - \hat{x}_{i,2}) \\ \vdots \\ \hat{x}_{i,r_i} + \lambda_{i,r_i-1} \text{sign}_{i,r_i-1}(\tilde{x}_{i,r_i-1} - \hat{x}_{i,r_i-1}) \\ f_{r_i}(\tilde{x}) + g_{r_i}(\tilde{x})u + \lambda_{i,r_i} \text{sign}_{i,r_i}(\tilde{x}_{i,r_i} - \hat{x}_{i,r_i}) \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

où  $y = [y_1, \dots, x_p]^T \in \mathfrak{R}^p$  et  $x^T = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_p^T] \in \mathfrak{R}^n$ ,  $r_1, \dots, r_p$  les degrés relatifs.

La convergence de l'erreur d'observation ce fait par étape dans un temps fini.

### 4.4 Application a un bras de robot

Pour illustrer les performances de la loi de commande proposée, on effectuer des simulations par Matlab sur un modèle de robot manipulateur constitué par deux articulations et deux segments rigides comme le montre la figure suivante:



**Figure (4.1) :** Schéma du bras manipulateur à deux articulations.

Le modèle dynamique régissant le comportement dynamique du bras manipulateur, de la figure (4.1), est présenté comme suit [HAM04]:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \Gamma(q) + d \quad (4.29)$$

où  $q$ ,  $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$  sont respectivement les vecteurs angulaires de position, vitesse et accélération, sachant que,  $q = [q_1 \ q_2]^T$ .  $M(q)$  est une matrice symétrique définie positive de dimension  $n \times n$  appelée matrice d'inertie donné par :

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1, m_2)l_1^2 & m_2l_1l_2(s_1s_2 + c_1c_2) \\ m_2l_1l_2(s_1s_2 + c_1c_2) & m_2l_2^2 \end{bmatrix}$$

tel que :  $s_i = \sin(q_i)$ ,  $c_i = \cos(q_i)$ ,  $m_i$  et  $l_i$  sont la masse et la longueur d'articulation  $i$  respectivement pour  $i = 1, 2$ .

$C(q, \dot{q})$  est la matrice des forces centripètes et de Coriolis donnée par :

$$C(q, \dot{q}) = m_2l_1l_2(c_1s_2 - s_1c_2) \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$G(q)$  est le vecteur des forces gravitationnelles donné par :

$$G(q) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2)l_1gs_1 \\ -m_2l_2gs_2 \end{bmatrix}$$

$d \in \mathbb{R}^2$  représente la perturbation externe, et  $\Gamma(q)$  est le vecteur de couple appliquée.

#### 4.4.1 Commande adaptative floue indirecte par mode glissant sans observateur

Les paramètres du robot, utilisés en simulation, sont :

$m_1 = 5kg$ ,  $m_2 = 2.5 kg$ ,  $l_1 = 0.5 m$ ,  $l_2 = 0.5 m$ , et  $g = 9.8m/sec^2$ .

L'objectif de la commande est de suivre la trajectoire désirée en utilisant la commande (4.30).

La trajectoire désirée  $y_d$  est choisie comme suit :

$$y_{d1} = y_{d2} = \sin(t).$$

On suppose que les incertitudes paramétriques, qui représentent la variation dans les masses, sont dans les formes  $dm_1 = 0.5 \sin(2t)$ ,  $dm_2 = 0.25 \sin(2t)$ . Ainsi, le système est soumis à une perturbation externe donnée par  $d_1 = d_2 = 0.05 \sin(2t) + 0.05 \sin(3t)$ .

En comparant l'équation (1.1) et (1.2) on obtient

$$F(q, \dot{q}) = -M^{-1}(q)[C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)] \text{ et } G(q, \dot{q}) = M^{-1}(q).$$

La surface de glissement est donné par  $s = -k_1 e - \dot{e}$ , avec  $k = \text{diag}([5 \ 5])$ , pour la simplicité et à fin de réduire le temps de calcul, on utilise trois ensembles flous comme suit (négative, zéro, positive). On définit trois fonctions d'appartenances pour  $H(s)$  comme suit :

$$\begin{aligned} \mu_N(s) &= 1 / \left( 1 + 40 \exp((s + 0.005)) \right), & \mu_Z(s) &= \exp(-(s/0.05)^2), \\ \mu_P(s) &= 1 / \left( 1 + 40 \exp(-(s - 0.005)) \right). \end{aligned}$$

Les fonctions  $F$  et  $G$  sont supposées inconnues, et il doit représenter chacune par un système flou. Cependant, ces fonctions dépendent de quatre variables qu'ils sont la position et la vitesse de chaque bras du robot. Dans le but de la simplicité et de la réduction du temps de calcul, on considère seulement les positions angulaires comme entrées pour les systèmes flous. Pour chaque variable d'entrée, on définit sept fonctions d'appartenance comme suit :

$$\begin{aligned} \mu_{NB}(q_i) &= 1 / \left( 1 + \exp(15(q_i + 1.6)) \right), & \mu_{NM}(q_i) &= \exp(-2.5(q_i + 1.3)^2) \\ \mu_{NS}(q_i) &= \exp(-2.5(q_i + 0.65)^2), & \mu_Z(q_i) &= \exp(-2.5(q_i)^2), \\ \mu_{PS}(q_i) &= \exp(-2.5(q_i - 0.65)^2), & \mu_{PM}(q_i) &= \exp(-2.5(q_i + 1.3)^2), \\ \mu_{PB}(q_i) &= 1 / \left( 1 + \exp(15(q_i + 1.6)) \right), & & i = 1, 2. \end{aligned}$$

D'où, il y a 49 règles floues pour approximer chaque fonction.

Le vecteur initial des paramétrés conséquents des règles floues est choisit dans l'intervalle  $[-1,1]$  pour la fonction  $f$  et  $[-0.5,1]$  pour  $g$ , et on donne,  $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 0.001,$

$$\gamma_3 = 10.$$

Les figures (4.2) à (4.5) présentent les résultats de simulation. Les figures (4.2), (4.3) donnent respectivement, le suivi de trajectoire pour la position et la vitesse des articulations, la figure (4.4) montre l'erreur de position, et la figure (4.5) montre les signaux de commande. On

remarque bien la poursuite des trajectoires réelles aux celle désirées, et encor que le signal de commande est lisse.

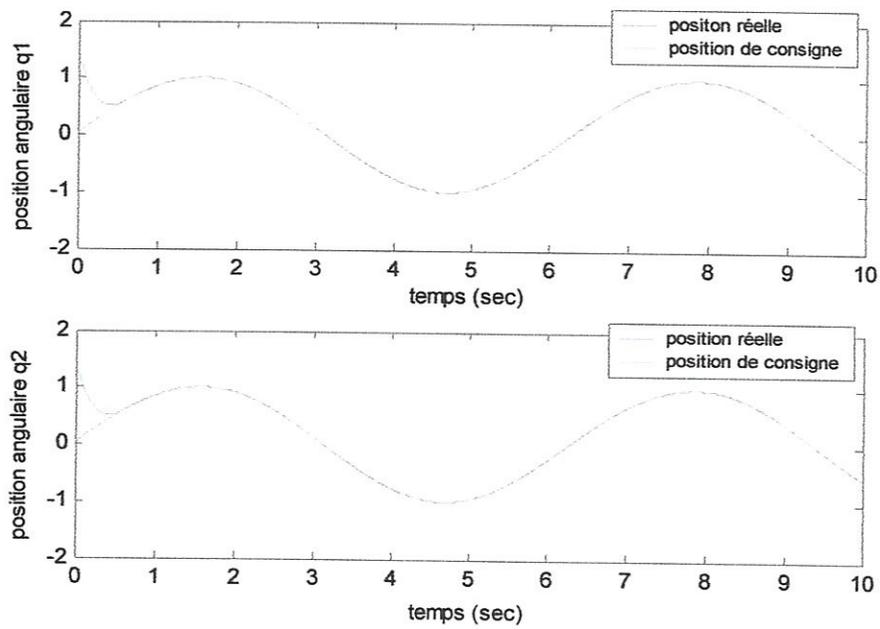


Figure (4.2) : Signal de position pour les deux articulations.

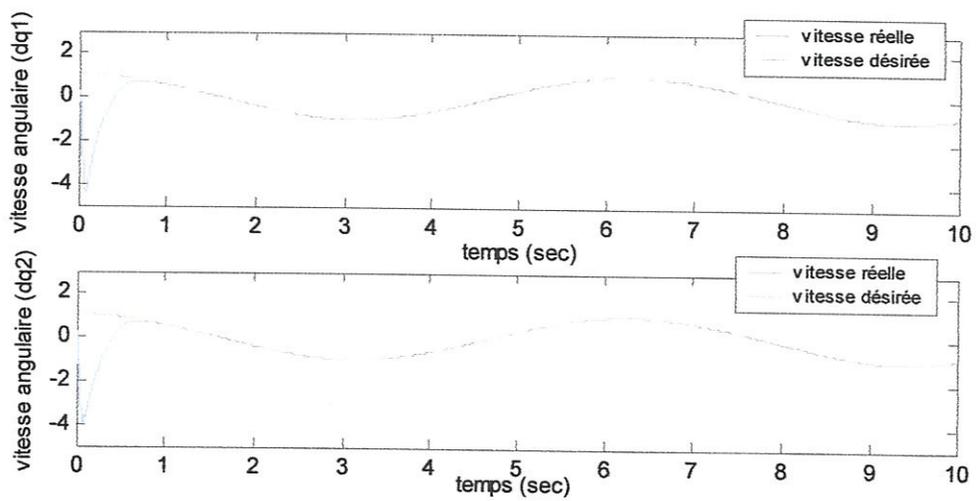


Figure (4.3) : Signal de vitesse pour les deux articulations.

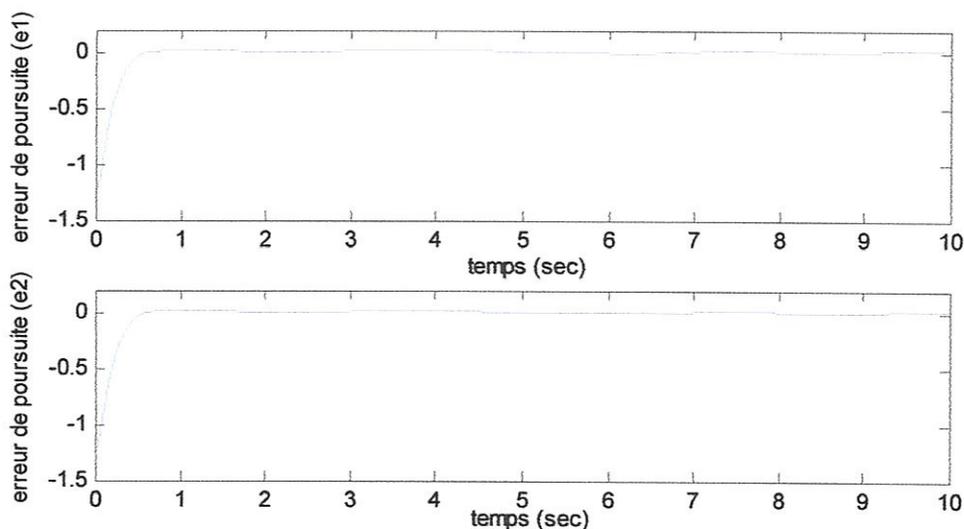


Figure (4.4) : Erreurs de poursuite des positions.

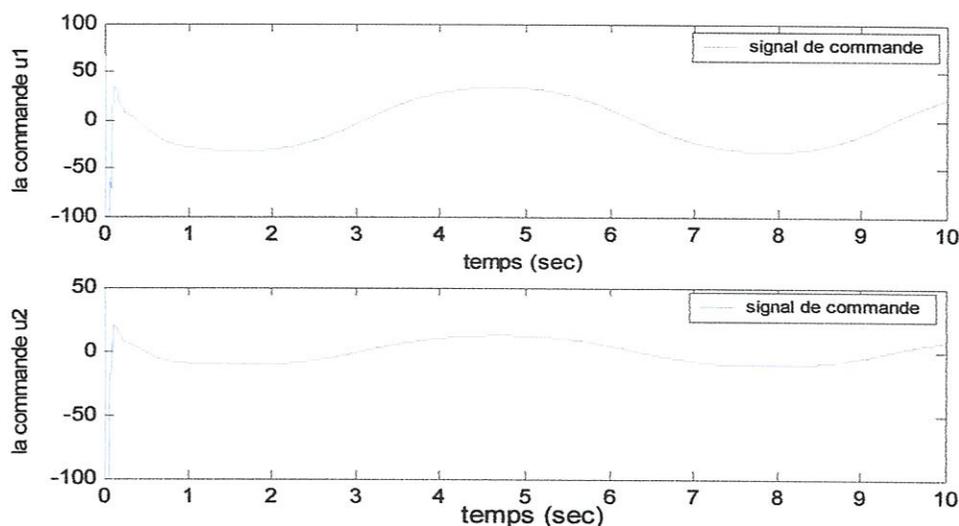


Figure (4.5) : Signal de commandes appliquées.

#### 4.4.2 Commande adaptative floue indirecte par mode glissant avec observateur

Aussi bien qu'on a procédé dans le chapitre précédant (cas des systèmes SISO), l'utilisation d'un observateur est assez nécessaire. Le choix se fait sur l'observateur sous forme triangulaire qu'on a étudié dans le deuxième chapitre.

La commande adaptative floue et l'observateur par mode glissant s'applique parfaitement au modèle d'un bras manipulateur à deux articulations qui s'écrit sous forme triangulaire.

#### 4.4.2.1 Mise sous forme triangulaire du modèle du robot

Le modèle (4.29) peut être écrit sous forme triangulaire d'observation. Il faut choisir pour cela comme vecteur d'état  $x = (q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2)^T$  et comme vecteur de commande  $u = (\Gamma_1, \Gamma_2)^T$ . Le modèle peut être réécrit sous forme de représentation d'état comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = f(x) + g(x_{14}) \end{cases} \quad (4.31)$$

avec  $f = [f_1(x), f_1(x)]^T$ ,  $g_i = [g_{i1}(x_{13}), g_{i2}(x_{13})]$  pour  $i = 1, 2$ . Le vecteur  $x_{13} = (x_1, x_3)^T$  où  $f(q, \dot{q}) = -M^{-1}(q)[C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)]$  et  $g(q, \dot{q}) = M^{-1}(q)$ .

#### 4.4.2.2 Observateurs par modes glissants sous forme triangulaire

L'observateur sous forme triangulaire associé au système (4.3) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = f_1(x_1, \tilde{x}_2, x_3, \tilde{x}_4) + g_{11}(x_1, x_3)u_1 + g_{12}(x_1, x_3)u_2 + \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + \lambda_3 \text{sign}_3(x_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{\hat{x}}_4 = f_2(x_1, \tilde{x}_2, x_3, \tilde{x}_4) + g_{21}(x_1, x_3)u_1 + g_{22}(x_1, x_3)u_2 + \lambda_4 \text{sign}_2(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4) \end{cases} \quad (4.32)$$

où  $\tilde{x}_2, \tilde{x}_4$  sont données par :

$$\begin{cases} \tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \tilde{x}_4 = \hat{x}_4 + \lambda_3 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \end{cases} \quad (4.33)$$

Le terme  $\tilde{x}_i$  représente l'état  $x$  en dehors de la surface de glissement

#### 4.4.2.3 Convergence de l'observateur

La dynamique de l'erreur d'observation  $e = x - \hat{x}$  s'écrit:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{e}_2 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) - f_1(x_1, \tilde{x}_2, x_3, \tilde{x}_4) - \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \dot{e}_3 = e_4 - \lambda_3 \text{sign}_3(x_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{e}_4 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) - f_2(x_1, \tilde{x}_2, x_3, \tilde{x}_4) - \lambda_4 \text{sign}_2(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4) \end{cases} \quad (4.34)$$

La fonction  $\text{sign}_i(\cdot)$  est mise à zéro s'il existe  $j \in \{1, i\}$  tel que  $\tilde{x}_j - \hat{x}_j \neq 0$  si non  $\text{sign}_i(\cdot)$  est égale à la fonction  $\text{sign}(\cdot)$  usuelle. Grâce à cela nous imposons que le terme correcteur ne soit actif que si la condition  $\tilde{x}_j - \hat{x}_j = 0$  pour  $j = 1, 2$  est vérifiée.

Afin de prouver la convergence en temps fini de l'observateur, nous allons appliquer l'algorithme de convergence par étape au système (4.3) et à l'observateur (4.4).

**Première étape :**

Nous avons  $sign_i(.) = 0$  pour  $i \geq 2$ .

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_2 - \lambda_1 sign_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) - f_2(x_1, \tilde{x}_2, x_3, \tilde{x}_4) \\ e_4 - \lambda_3 sign_3(x_3 - \hat{x}_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) - f_2(x_1, \tilde{x}_2, x_3, \tilde{x}_4) \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

Comme le système est supposé BIBS (entrée et état bornés), l'état observé et l'état réel restent bornés durant cette étape.

Pour la convergence de  $e_1$  en temps fini (respectivement de  $e_3$ ) considérons la fonction de Lyapunov :

$$V_1 = \frac{e_1^2}{2} \text{ (respectivement } V_3 = \frac{e_3^2}{2} \text{)}$$

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (e_2 - \lambda_1 sign_1(e_1)) \text{ (respectivement } \dot{V}_3 = e_3 \dot{e}_3 = e_3 (e_4 - \lambda_3 sign_3(e_3)) \text{)}$$

En choisissant  $\lambda_1 > |e_2|_{max}$  (respectivement  $\lambda_3 > |e_4|_{max}$ ) on obtient la convergence de  $e_1$  (respectivement de  $e_3$ ) après un temps fini  $t_1$  vers zéro.

Après  $t_1$ , l'état atteint la surface de glissement et sur cette surface, nous avons  $e_1 = \dot{e}_1 = 0$  (respectivement  $e_3 = \dot{e}_3 = 0$ ) d'où :

$$\tilde{x}_2 - x_2 \text{ (respectivement } \tilde{x}_4 - x_4 \text{)}.$$

**Deuxième étape :**

L'objectif est d'assurer la convergence de  $e_2$  (respectivement de  $e_4$ ) tout en respectant la condition de convergence de la première étape.

En remplaçant  $\tilde{x}_2$  par  $x_2$  (respectivement  $\tilde{x}_4$  par  $x_4$ ) on obtient :

$\dot{e}_2 = -\lambda_2 sign_2(e_2)$  (respectivement  $\dot{e}_4 = -\lambda_4 sign_4(e_4)$ ) ; l'erreur d'observation s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_2 - \lambda_1 sign_1(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ -\lambda_2 sign_2(e_2) \\ e_4 - \lambda_3 sign_3(x_3 - \hat{x}_3) = 0 \\ -\lambda_4 sign_4(e_4) \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

En choisissant la fonction de Lyapunov :

$$V_2 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) \text{ (respectivement } V_4 = \frac{1}{2}(e_4^2 + e_4^2) \text{ )}.$$

On a après le temps  $t_1$ ,  $e_1 = 0$  (respectivement  $e_3 = 0$ ) d'où

$$\dot{V}_2 = e_2 \dot{e}_2 = e_2(-\lambda_2 \text{sign}_2(x_2 - \hat{x}_2)) \text{ (respectivement } \dot{V}_4 = e_4 \dot{e}_4 = e_4(-\lambda_4 \text{sign}_4(x_4 - \hat{x}_4)) \text{)}$$

En choisissant  $\lambda_2$  (respectivement  $\lambda_4$ ) au voisinage de zéro on obtient la convergence de  $e_2$  (respectivement  $e_4$ ) après un temps fini  $t_2 > t_1$ .

Donc, en un temps fini  $t_2$ , toute l'erreur d'observation sera égale à zéro.

#### 4.4.3 Résultats de simulations pour le robot à deux articulations.

Nous allons discuter les résultats de simulation effectués sous Matlab avec les paramètres précédents.

L'objectif de la commande est un suivi de trajectoire utilisant la commande (4.5). Les trajectoires de référence choisie sont des sinusoides.

On prend les mêmes paramètres précédent avec  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\lambda_3 = 4$ ,  $\lambda_4 = 4$ .

Les résultats de simulations montré sur la figure (4.6) représentent l'évolution des positions  $(x_1, x_3)$  et des vitesses  $(x_2, x_4)$  réelles, ainsi que leurs estimées. Et les résultants de simulations montrées sur la figure (4.7) représentent l'évolution des positions désirées et les positions estimées. La figure (4.8) montre l'évolution des positions et des vitesses réelles et désirés. Les résultats de simulation de l'erreur d'observation ainsi de la commande, sont donnés respectivement figures (4.9) et (4.10).

Les résultats de simulation montrent que le système en boucle fermée avec la commande et l'observateur assure une bonne poursuite et une bonne estimation des vitesses, ainsi que la stabilité. Nous constatons encor que la commande obtenue est lisse.

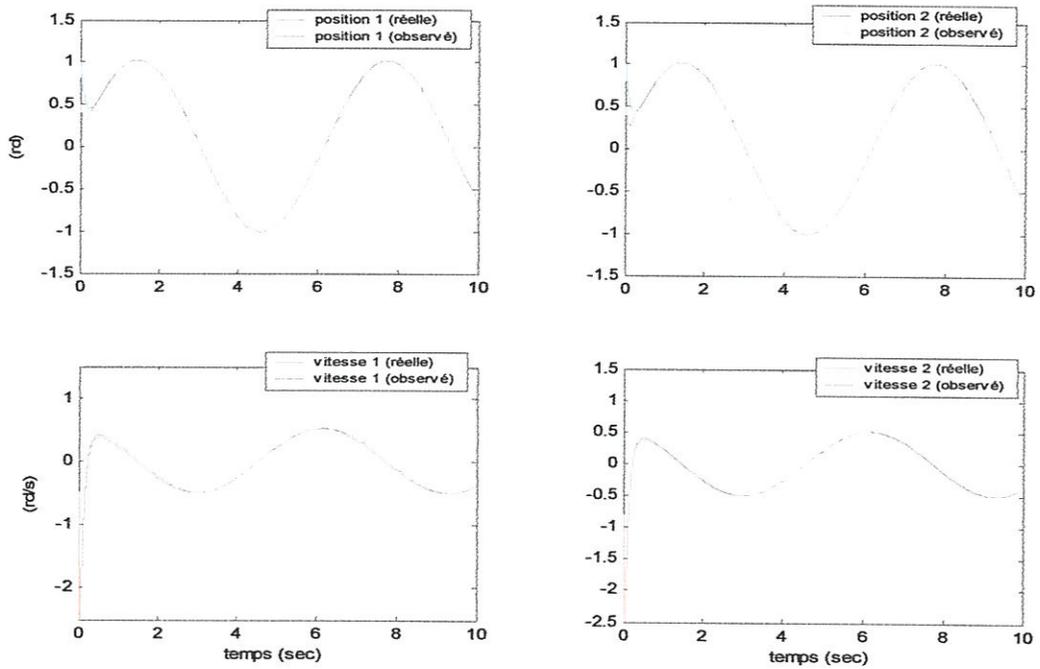


Figure (4.6) : Résultat de simulation pour la position et la vitesse du bras (réelle et observé).

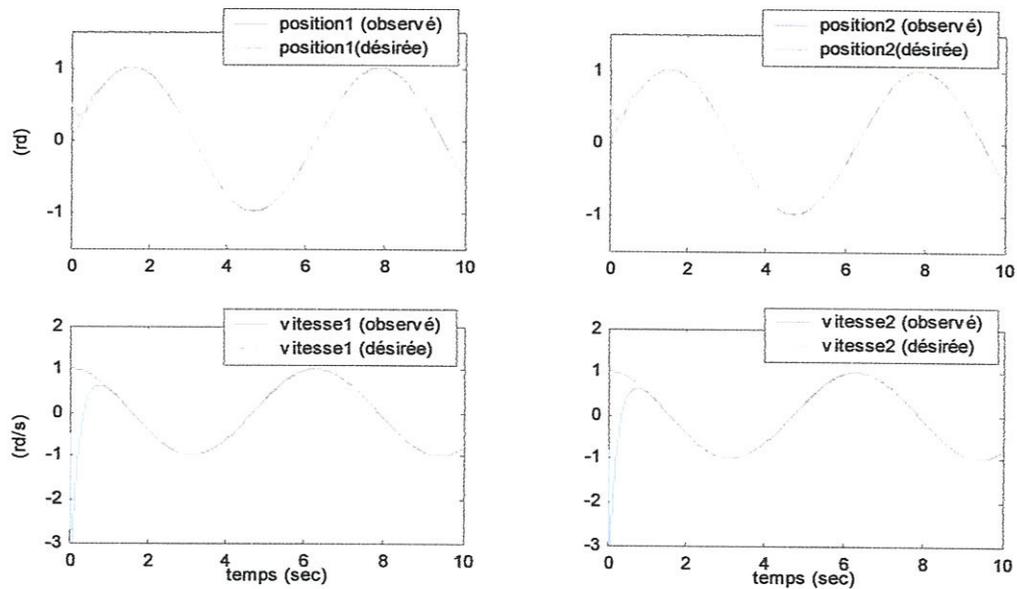


Figure (4.7): Résultat de simulation pour la position et la vitesse du bras (désiré et observé).

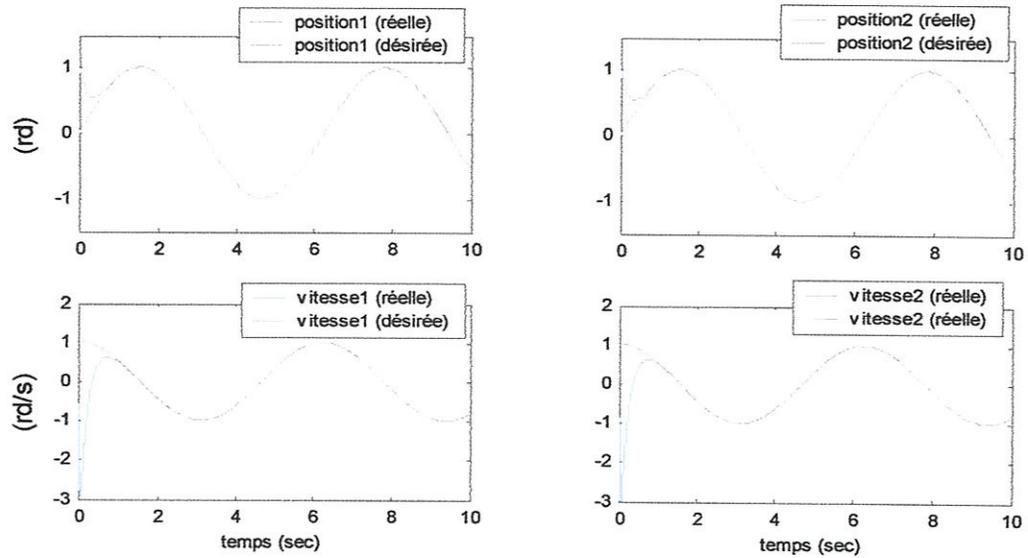


Figure (4.8) : Résultat de simulation pour la position et la vitesse du bras (réelle et désirée).

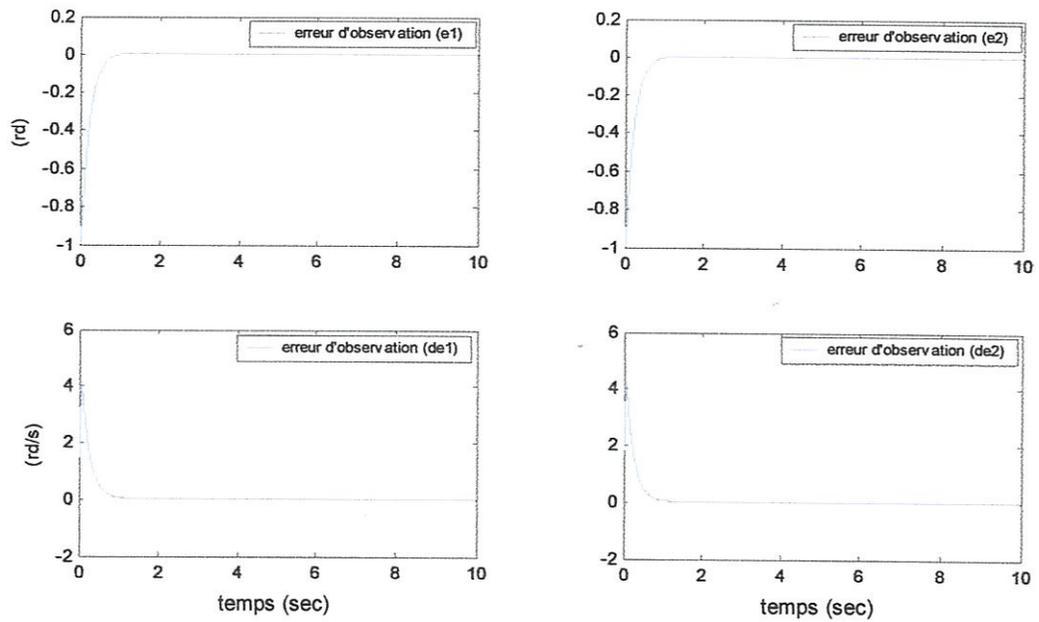


Figure (4.9): Erreurs d'observation sur les états du système.

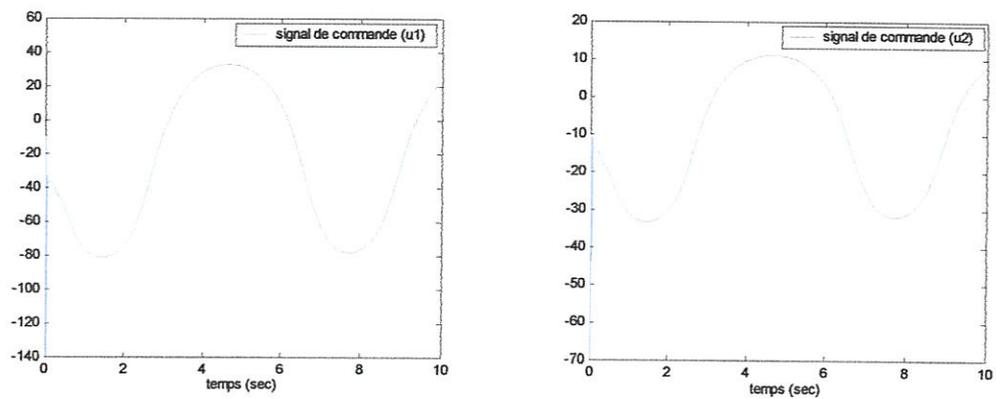


Figure (4.10) : résultat de simulation : signaux de commande.

## **4.5 Conclusion**

Dans ce chapitre, on a appliqué la commande adaptative floue par mode glissant sur un modèle d'un robot manipulateur à deux articulations qui appartiennent à une classe des systèmes non linéaires multivariables. Les systèmes flous sont utilisés pour approximer les parties inconnues des fonctions non linéaires, le mode glissant est utilisé pour rejeter les perturbations externes ainsi que les variations paramétriques. On a généralisé encor l'utilisation d'un observateur non linéaire par mode glissant vu la nécessité de la reconstruction d'état du système.

La convergence étape par étape de l'observateur pour le modèle proposé a été démontrée. Cet observateur non linéaire est robuste par rapport aux incertitudes dans le modèle et présente l'avantage de la convergence en temps fini qui permet pour la commande une propriété de séparation.

Les résultats de simulations montrent les bonnes performances de poursuite ainsi que la robustesse par rapport aux perturbations externes de la commande et l'observateur proposés.

# CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, nous avons présenté une commande adaptative floue par mode glissant pour des systèmes non linéaires. Ces derniers, sont généralement avec des non linéarités inconnues et parfois infecté par des perturbations externes. Les systèmes flous sont introduits pour approximer les fonctions non linéaires, en revanche les paramètres des systèmes flous sont adaptés en ligne. La commande par mode glissant est combinée avec celle par logique flou afin d'assurer la robustesse et les performances de poursuite. Par ailleurs, la connaissance de l'état complet du système n'est pas sauvant disponible, et à cause des contrainte physique et/ou du coût élevé des capteurs. Ceci nécessite un observateur fiable et robuste, couplés avec la commande précédente.

Dans le premier chapitre, on a vu une aperçu sur les systèmes flous telle que les définitions des ensembles flous, le résonnement floue et la commande par la logique floue afin de les utilisé ultérieurement dans la conception des structure de commandes proposées. Ces systèmes flous sont des bons approximateurs universelles qui peuvent être à paramètres adaptatifs, cette particularité nous permet d'éviter le problème de la connaissance détaillée du modèle du système à commander.

Dans le deuxième chapitre, la commande par mode glissant est détaillée. Cette technique qui est caractérisé par sa simplicité de mise en œuvre et sa robustesse vis-à-vis les perturbations et les incertitudes, souffre du problème de réticence qui apparait au niveau de la commande. Afin de le surmonter on a cité plusieurs solutions. D'un autre coté, la théorie des observateurs par mode glissant est présentée, pour la reconstruction des états non disponible à la mesure, où l'observateur triangulaire par mode glissant est adopté car il consiste l'avantage de converger en temps fini. Ceci vérifie la propriété dite de séparation, afin de simplifier l'analyse de stabilité en boucle fermée.

Dans le chapitre trois, une commande adaptative floue par mode glissant basée sur l'observateur par mode glissant pour une classe des systèmes non linéaires monovariabiles a

été présentée. En premier lieu, et après la synthèse de loi de commande par mode glissant, les fonctions non linéaires de la commande équivalente et le terme de la commande de commutation sont approximés en utilisant les systèmes flous, de plus les paramètres du modèle sont ajustés en ligne. La stabilité est assurée en utilisant la théorie de Lyapunov et le phénomène de réticence est atténué grâce à l'utilisation des systèmes flous. En second lieu, la synthèse d'un observateur triangulaire par mode glissant est faite afin de reconstruire l'état du système. L'intérêt de cet observateur réside dans leur temps de convergence. En effet, cette convergence en temps fini, préserve le principe de séparation d'autant plus que ce temps est aussi court que l'on veut. Les résultats de la simulation effectuée sur un pendule inversé vérifient la robustesse et les bonnes performances de poursuite.

Dans le quatrième chapitre, on a présenté une commande adaptative floue par mode glissant sans et avec un observateur des systèmes non linéaires multivariables incertains. Les systèmes adaptatifs flous sont utilisés pour approximer les fonctions non linéaires du système, afin d'améliorer l'algorithme de commande, le signal de commande de commutation est substitué par un système adaptatif flou. Les lois d'adaptations pour les paramètres ajustables sont déduites analytiquement. De plus, la robustesse et la stabilité en boucle fermée au sens de Lyapunov est assurée. L'observateur utilisé permet la séparation de la synthèse de l'observateur et de la commande; il facilite l'étude de stabilité en boucle fermée ainsi que l'implémentation de la commande. Les simulations effectuées pour l'application de la commande en poursuite d'une trajectoire de référence d'un robot manipulateur, vérifient la robustesse et les performances de poursuite. En outre, ces résultats montrent l'efficacité de l'observateur étudié.

Les simulations effectuées sur les deux types de système (pendule inversé et le bras de robot), montrent que la technique de commande avec l'observateur présenté est effective pour l'incorporer avec des modèles incertains dans leurs paramètres, mal connus dans leurs états et en présence des perturbations quelconques. D'ailleurs cette technique ne requiert pas un modèle de connaissance du système commandé.

A l'issue de ce travail, ce mémoire ouvre de nouvelles perspectives de recherche telle que

- ✓ La mise en œuvre expérimentale de cette commande.
- ✓ L'utilisation des algorithmes génétiques pour l'optimisation des systèmes flous.
- ✓ Utiliser le mode glissant d'ordre supérieur.

## Références bibliographiques

- [BAG99] L. Baghli. "Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques," Thèse de doctorat de l'université de Henri Poincaré, Nancy 1, janvier 1999.
- [BET05] O. Bethoux, "Commande et détection de défaillance d'un convertisseur multicellulaire série," Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie, Université de Cergy-Pontoise. 2005.
- [BER01] R.G. Berstecher, R. Palm, H. Unbehauen, "An adaptive fuzzy sliding-mode controller," IEEE Trans. Industrial Electron. 48 (1) 2001.
- [BON85] A. G. Bondarev, S. A. Bondarev, and V. I. Utkin, "Sliding modes in systems with asymptotic state observers," Automation and remote control, 46(6):49-64. 1985.
- [BOU97a] T. Boukhobza, "Contribution aux formes d'observabilité pour les observateurs à modes glissants et étude des commandes par ordres supérieurs" (Thèse de Doctorat) 1997.
- [BOU97b] T. Boukhobza. " Observateurs à modes glissants et formes d'observabilité et analyse et synthèse des commandes par ordres supérieurs". PhD thesis, Université de Paris-Sud Orsay, Laboratoire des Signaux et Systèmes, 1997.
- [CAN90] C. Canudas De Wit, K. J. Astrom, and N. Fixot. " Computed torque control via a nonlinear observer". Int. Jour. of Adap. Cont. and Sig. Proc, pages443.452, 1990.
- [DAM et al, 99] A. Damiano, G. Gatto, I. Marongiu, A. Pisano, E. Usai, "Rotor speed estimation in electric drives via digital second order sliding differentiation," Proceedings of European Control Conference ECC99, Karlsruhe, Germany, 1999.
- [DJE93] M. Djemai, J. Hernandez and J-P. Barbot, "Nonlinear control with flux observer for a singularly perturbed induction motor," The 32<sup>nd</sup> IEEE CDC, San Antonio, USA, pp 3391-3396, 1993.

- [DJE98] M. Djemai, T. Boukhobza, J-P. Barbot, J-L. Thomas and S. Poullain, "Rotor speed and flux nonlinear observer for speed sensorless induction motor, " in Proc. of IEEE-Conf. on Control Application, 1998.
- [DRA92] S.V. Drakunov. "Sliding mode observer based on equivalent control method". In IEEE Conf. on Dec. and Cont., pages 2368.2369, 1992.
- [DRA95] S. Drakunov and V. Utkin. "Sliding mode observer. Tutorial," IEEE Conf. on Dec. and Cont., pages 3376.3379, 1995.
- [DRA96] A.M. Bloch and Drakunov, S., "Stabilization and tracking in the non-holonomic integrator via sliding mode, " Syst. Contr. Lett., Vol. 29, No. 2, pp.91-99, 1996.
- [EDW96] C. Edwards and S. Spurgeon. " Robust output tracking using a sliding mode controller observer scheme". Int. Jour. of Cont., 64(5). pp 967.983, 1996.
- [EME67] S.V. Emelyanov. Variable structure control systems. Moscow Nauka, 1967.
- [FIL60] A. F. Fillipov. "Differential equations with discontinuous right-hand side, " Amer. Math. Soc. Trans. 62. p:199-231, 1960.
- [FIL88] A.F. Filippov, "Differential equations with discontinuous right-handsides, " Ed. Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [FOD06] M fodil. "Commande adaptative par logique flou de la machine asynchrone" thèse de Magistère, université de M'sila. 2006.
- [FOS93] A. J. Fossard et D. Normand-Cyrot, "Système non linéaire, " tome 1 : modélisation-estimation. Masson, Paris, 1993.
- [GE et al, 98] S.S. Ge, T.H. Lee, C.J. Harris, " Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulators, " World Scientific Publishing Co., Singapore, 1998.
- [HAM04] A Hamzaoui, N Essounbouli and J Zaytoon, "Fuzzy sliding mode control with a fuzzy switching function for non-linear uncertain mult-input multi-output systems, " The Charlesworth Group, Huddersfield, 13 Avril 2004.
- [HEC91] B. Heck, "Sliding mode control for singularly perturbed systems, " Int. J. Control, Vol. 53, pp. 985-1001, 1991.

- [ITK76] U. Itkis. "Control systems of variable structure, " J. Wiley: New York, 1976.
- [KAL60] R. E. Kalman et J. E. Betram, "Control system analysis and design via the second method of Lyapunov -I : Continuous-time system, " ASME journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 371-393, 1960.
- [KUN01] C.C. Kung, F.S. Chen, Design of distance-based fuzzy sliding mode controller with adaptive fuzzy rule insertion, in: Proc. IFSAWorld Congress and 20th NAFIPS, British Columbia, CA, pp. 900–905 , 2001.
- [LAB98] S. Labiod, H. Chekireb et M. S. Boucherit, " Commande floue adaptative indirecte d'un robot manipulateur, " *Acceptée au CNP '98*, Tizi-ouzou, 30 & 31 Mai 1998.
- [LAB04] S. Labiod, M.S. Boucherit, and T.M. Guerra, "Commande adaptative indirecte décentralisée floue des systèmes non linéaires interconnectés," Soumise à Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2004), Tunisie, 22-24 Novembre 2004.
- [LAB05] S Labiod. "Contribution à la Commande Adaptative Floue des Systèmes Non Linéaires, " thèse de doctorat, Ecole National Polytechnique d'Alger. 2005.
- [MAN98] B. Manamanni " Commande et observateur pour systèmes pneumatique-méthodologie pour la locomotion à pattes," thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie 1998.
- [MEU95] B. Meunier, Bernadette, "La logique floue et ces application," addison wesley France, 1995.
- [NIC89] S. Nicosia, A. Tornambe. "High-gain observers in the state and parameter estimation of robots having elastic joints, " *Syst & Cont. Lett.*, 13: 331-337, 1989.
- [PAS98] K.M. Passino, S. Yurkovich, " Fuzzy control," Addison-wesley, longman Inc, 1998.
- [RES05] M. Resa Becan : " Fuzzy Boundary Layer Solution to Nonlinear Hydraulic Position Control Problem " . Transactiond on Engineering, Computing and Technology V5 Avril 2005.

- [SAB et al, 93] A. Sabanovic, N. Sabanovic and K. Ohnishi, "Sliding modes in power ceonverters and motion control systems, " *Int. J. of Control*, Vol. 57, No. 5, pp 1237-1259, 1993.
- [SLO83] J-J. Slotine and S.S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulator, " *Int. J. of Control*, Vol. 38, No. 2, 1983.
- [SIO86] J.J.E. Slotine, J.K. Hedrick, and E.A. Misawa. "Nonlinear state estimation using sliding observers, " In *Proc. of 25th IEEE Conf. on Dec. and Cont.*, pages 332.339, Greece.1986.
- [UTK77] V.I. Utkin, " Variable structure systems with sliding modes, " *IEEE Trans. Automat. Control* AC-22 (2) (1977) 212-222.
- [UTK78] V. I. Utkin. "Sliding mode and their application in variable structure systems Mir, Moscou, " 1978.
- [UTK92] V.I. Utkin, "sliding modes in control optimization, " Springer-Verlag, 1992.
- [WAN82] L.X. Wang, "Fuzzy systems are universal approximators, " *Proceedings of IEEE Conference on Fuzzy Systems*, San Diego, 1982, pp. 1163–1170.
- [WAN92] L.X. Wang and J.M. Mendel, "Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation and Orthogonal Least-Squares Learning," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.
- [WAN97] L.X. Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control, " Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1997.
- [WAN99] W.J. Wang, H.R. Lin, "Fuzzy control design for the trajectory tracking on uncertain nonlinear systems, " *IEEE Trans. Fuzzy System* 7 (1) 1999.
- [ZAD65] L. Zadeh, " Fuzzy sets," *Information and control*, vol. 8, 1965.