



Université de Jijel
Faculté des Sciences et de la Technologies
Département d'Automatique

Projet de Fin d'Etude

En vue de l'obtention du diplôme master académique en Automatique
Option : Automatique et systèmes.

Thème

COMMANDE D'UN SYSTEME DE FORAGE PETROLIER EN VUE DE
LA REDUCTION DES VIBRATIONS DE TORSION

Encadré par :

Dr. OUCIEF Nabil

Réalisé par :

KRIKEB Amin

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

Mes chers parents que nulle dédicace ne puisse exprimer mes sincères sentiments pour leur patience illimitée et leur encouragement contenu leur en témoignage de mon profond amour et respect pour leurs grandes sacrifices.

Vous resterez à tout jamais dans mon cœur.

Mes chers frères et mes amis pour leur grand amour et leurs soutiens qu'ils trouvent ici l'expression de ma haute gratitude.

Amine K

Remerciements

Ce travail a été achevé grâce à la volonté d'Allah et je ne suis que son humble serviteur.

Je remercie au premier lieu *mon* encadreur bienveillant **Mr. DUCIEF Nabil** de m'avoir pris en charges, et pour sa disponibilité, son aide et ses précieux conseils.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers ceux qui nous ont fait l'honneur de juger notre travail.

Je remercie aussi, **BENAYAD M^{ED} Islam** qui m'a aidé et encouragé pendant la durée de la réalisation de ce travail.

Table des matières

Tables des figures

Liste des tableaux

Liste des acronymes

Introduction générale	8
1 Généralités sur les systèmes de forage pétrolier	10
1.1 Introduction	10
1.2 Processus de Forage	10
1.2.1 Système de forage rotary	10
1.3 Principaux éléments d'un système de forage rotary	13
1.4 Paramètres de forage	17
1.5 Vibrations du train de tige	18
1.5.1 Vibrations latérales	18
1.5.2 Vibration type axiale	19
1.5.3 Vibration type torsion	19
1.6 Phénomène de stick-slip	19
1.7 Modélisation du système de forage rotary	20
1.7.1 Modèle de frottement pour le forage rotary	20
1.7.2 Modélisation mécanique du système de forage rotary	21
1.8 Conclusion	23
2 Commande par backstepping et à surface dynamique du système de forage pétrolier	25
2.1 Introduction	25
2.2 Formulation du problème	25
2.3 Technique de la commande par backstepping	27
2.3.1 Algorithme de base	27
2.4 Commande à surface dynamique	30
2.4.1 principe de la méthode	30
2.4.2 Dynamique des erreurs	32

2.4.3	Stabilité de la commande à surface dynamique	35
2.5	Commande du système de forage pétrolier en vue de la réduction des vibrations de torsion	35
2.5.1	Réduction des vibrations de torsion par la commande par backstipping . . .	36
2.5.2	réduction des vibration de torsion par la commande à surface dynamique .	39
2.5.3	Analyse de la stabilité	41
2.6	Simulation numérique	44
2.6.1	Commande par backstepping	44
2.6.2	Commande à surface dynamique	48
2.7	Conclusion	48
3	Commande à surface dynamique avec observateur de perturbation du système de forage pétrolier	49
3.1	Introduction	49
3.2	Observateur par mode de glissement d'état et de perturbation	49
3.2.1	Conditions d'existence	50
3.2.2	Analyse de la stabilité	51
3.2.3	Reconstruction des perturbations	52
3.2.4	Observateur par mode de glissement de perturbation	53
3.3	Commande à surface dynamique avec observateur de perturbation du système de forage pétrolier	54
3.3.1	Synthèse de l'observateur de perturbation	54
3.3.2	Synthèse de la commande	55
3.4	Simulation	57
3.5	Conclusion	59
	Conclusion générale	60
	A	62
	Annexe	62
A.1	Stabilité au sens de Lyapunov	62
A.1.1	Définition	62
A.2	Première méthode de Lyapunov	63
A.3	Deuxième méthode de Lyapunov	63
A.4	Stabilité des systèmes lipschitziens	63
	Bibliographie	65

Table des figures

1.1	Système de forage rotary [5].	11
1.2	Circulation de la boue [6].	12
1.3	Principaux éléments d'un système de forage rotary [2].	14
1.4	Garniture de forage[7].	14
1.5	Tige de forage[8].	14
1.6	Stabilisateurs [8].	16
1.7	Trépan [9].	16
1.8	Équipements auxiliaires.[7]	17
1.9	Vibrations de train de tige [7]	18
1.10	Phénomène de stick-slip.	20
1.11	Modèle simplifié du système de forage rotary.	21
1.12	Réponse indicielle du modèle du système de forage rotary (1.4).	23
2.1	Principe de commande du système de forage pétrolier.	36
2.2	Résultats de l'application de la commande par backstepping à l'élimination des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier (Test 1).	45
2.3	Résultats de l'application de la commande par backstepping à l'élimination des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier (Test 2).	46
2.4	Résultats de l'application de la commande à surface dynamique à la réduction des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier.	47
3.1	Schéma de principe de la commande du système de forage à l'aide d'un observateur de perturbation	54
3.2	Résultats de l'application de la commande a surface dynamique avec un observateur de perturbation à l'élimination des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier	58

Liste des tableaux

1.1	Liste des variables et des paramètres du modèle de forage.	22
1.2	Valeurs numériques des paramètres du système de forage [2]	23

Acronymes

BHA	Assemblage de fond « Bottom Hole Assembly »
ROP	Vitesse de progression « Rate Of Penetration »
WOB	Le Poids sur l'outil « Weight On Bit »
BOP	Bloc Obturateur de Puits « Blow Out Preventer »

Introduction générale

Le pétrole est le moyen premier qui couvre les besoins mondiaux en énergie, il joue un rôle très important sur le plan économique des pays. Le développement démographique, social et technologique nécessite l'énergie dans la vie quotidienne pour les moyens de transport qui assurent la mobilité, les machines qui contribuent à la production industrielle...etc. Pour récupérer les hydrocarbures, le sondage est le seul moyen pour atteindre les gisements et extraire le pétrole avec un prix de revient le plus minimal possible et dans les meilleures conditions de sécurité. Cela nécessite en premier lieu l'efficacité et la fiabilité des systèmes de forage.

Le forage est l'ensemble des opérations permettant de creuser des trous (puits) pour atteindre en sous-sol de nouvelles zones susceptibles de contenir des hydrocarbures. La technologie de forage des puits de pétrole demande l'emploi d'un matériel complexe de surface et du fond; une table qui tourne par un moteur avec une vitesse constante transmet l'énergie de rotation de la surface jusqu'au sous-sol par une traîne de tiges, un outil qui pénètre les couches de la terre...etc.

Lors des forages pétroliers, la traversée des formations argileuses n'est pas une opération facile étant donné les problèmes comme les vibrations du train de tiges. Il existe trois types de vibrations : axiale, latérale et de torsion. Les vibrations de torsion sont provoquées par un phénomène de frottement dit stick-slip. Ce phénomène empêche la rotation uniforme de l'outil de forage; l'outil s'arrête et repart soudainement avec une vitesse supérieure ou double de la vitesse de la table.

Le stick-slip peut conduire à des conséquences majeures; l'endommagement ou l'usure prématurée de l'outil au niveau des taillants, la fatigue en torsion des tiges de forage et à l'éventuelle rupture des connexions vissées. Les variations du couple de surface peuvent conduire à l'endommagement des équipements de surface. Cela provoque des pertes financières pour l'entreprise.

Il existe quelques solutions pratiques pour réduire les vibrations de torsion telles que l'utilisation de tiges hélicoïdales au lieu des tiges cylindriques pour diminuer la surface de contact avec les parois des puits et l'emploi de la boue à l'huile pour augmenter le fait lubrification [1]. Cependant ces solutions préventives ne sont pas suffisantes et il faut les compléter avec des solutions au niveau du système de commande de la table de rotation.

Il existe dans la littérature, plusieurs travaux sur la réduction des vibrations de torsion

par voie de commandes linéaires ([2]) et non linéaires ([3, 4, 1]). La majorité de ces travaux se penchent à modéliser le frottement de l'outil avec la roche et à le considérer comme une fonction connue ou comme un terme avec des paramètres inconnus.

Le but du travail effectué dans le cadre de ce mémoire est de commander le système de forage rotary en vue de minimiser voir éliminer les vibrations de torsion, comme premier objectif, et réguler la vitesse de l'outil comme deuxième objectif. Pour ce faire on a choisi d'employer la commande par backstepping et la commande à surface dynamique.

Organisation du mémoire

Ce mémoire est structuré en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, on présente les notions, les équipements et les principes fondamentaux sur lesquels repose le système de forage rotary. On expose également les types de vibrations dans le train de tiges et leurs causes. Enfin, on a fourni un modèle mathématique décrivant le comportement du système de forage rotary.

Le deuxième chapitre est consacré à l'application de la commande par backstepping et la commande à surface dynamique à l'élimination et la réduction des vibrations de torsion. On aborde le problème comme un problème de synthèse de commande robuste.

Enfin dans le troisième chapitre, on utilise la commande à surface dynamique avec observateur de perturbation à la réduction des vibrations de torsion et le réglage de la vitesse de rotation de l'outil.

GÉNÉRALITÉS SUR LES SYSTÈMES DE FORAGE PÉTROLIER

1.1 Introduction

Ce premier chapitre a pour objectif de fournir une description générale du système de forage pétrolier, ses principaux composants ainsi que d'évoquer les différents phénomènes mécaniques vibratoires pouvant se produire lors de la phase de forage. Ces vibrations peuvent compromettre le bon déroulement de l'opération de forage et constituent la cause majeure du vieillissement prématuré des composants mécaniques de l'installation de forage. Comme mentionné dans l'introduction générale, l'accent sera mis particulièrement sur les vibrations de torsion dans le train de tiges du système.

Afin d'être en mesure de réduire les vibrations de torsion avec une commande appropriée, ce qui est l'objectif de ce mémoire, on donne à la fin de ce chapitre un modèle mathématique simplifié qui décrit le comportement dynamique du système de forage sous le frottement de l'outil de forage avec la roche.

1.2 Processus de Forage

Le forage est l'opération qui consiste à extraire de la matière pour réaliser un puits. La majorité des puits modernes sont des puits forés par percussion d'un outil dans le sol ou par l'action rotative d'un outil coupant tournant autour d'un axe vertical ou bien une combinaison des deux actions. Dans l'industrie pétrolière le système de forage le plus répandu se nomme système de forage rotary. son principe consiste à utiliser un outil qui détruit la roche sous l'effet du poids et de la rotation.

1.2.1 Système de forage rotary

La technique du forage rotary consiste à mettre en rotation un outil sur lequel on applique une force orientée dans la direction d'avancement de l'outil. La rotation, générée depuis la surface par la table de rotation, est transmise jusqu'au fond du puits par l'intermédiaire du train de tiges. Les copeaux générés lors de la destruction de la roche par l'outil sont évacués à la surface par la circulation d'un fluide de forage (boue ou air comprimé).

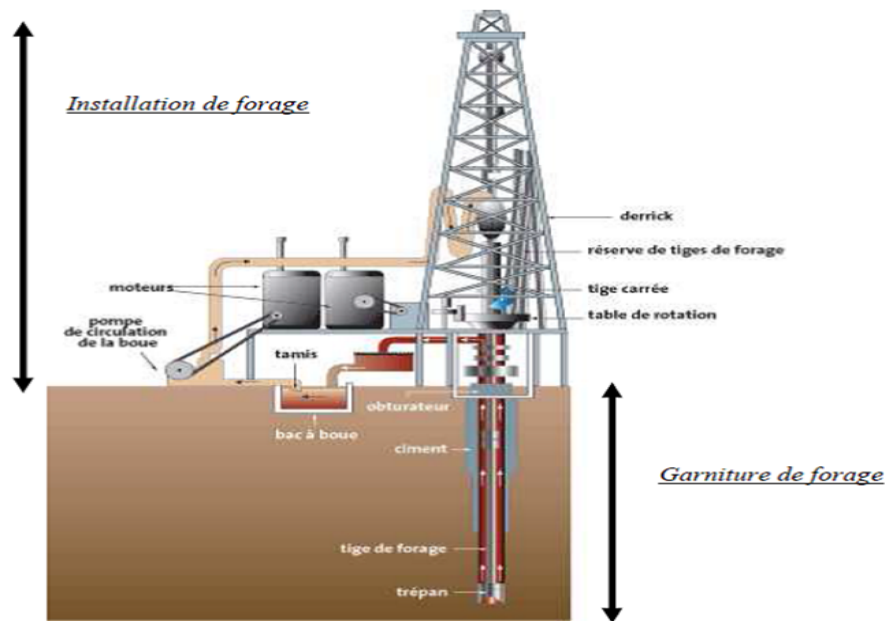


FIGURE 1.1 – Système de forage rotary [5].

Un système de forage rotary est composé de deux parties : l'installation de forage et la garniture de forage.

- L'installation de forage c'est la partie située à la surface du sol. Elle comprend une tour, appelée DERRICK ou mat, sur la quelle sont situés les équipements de lavage et de plancher qui permettent la manutention, le vissage et dévissage des tiges et le changement de l'outil (trépan).
- La garniture de forage désigne la partie souterraine du système de forage elle est constituée de deux parties principales :
 - La partie haut forme des train de tiges.
 - La partie basse formée de l'assemblage de fond désignée l'abréviation par BHA (Bottom Hole Assembly).

L'installation de forage possède plusieurs modules : le système hydraulique , le système d'alimentation (moteurs), les obturateurs, la table de rotation, les réserves de tiges de forage ainsi que le système de suspension qui renferme le derrick.

Système hydraulique (circulation de la boue)

Il assure la circulation de la boue de forage. Il a une station de pompage servant au traitement de fluide du forage; la boue est en effet un mélange d'eau, d'argile et d'additifs chimiques. Une injection continue de boue dans le puits est effectuée pendant toute la durée du forage.

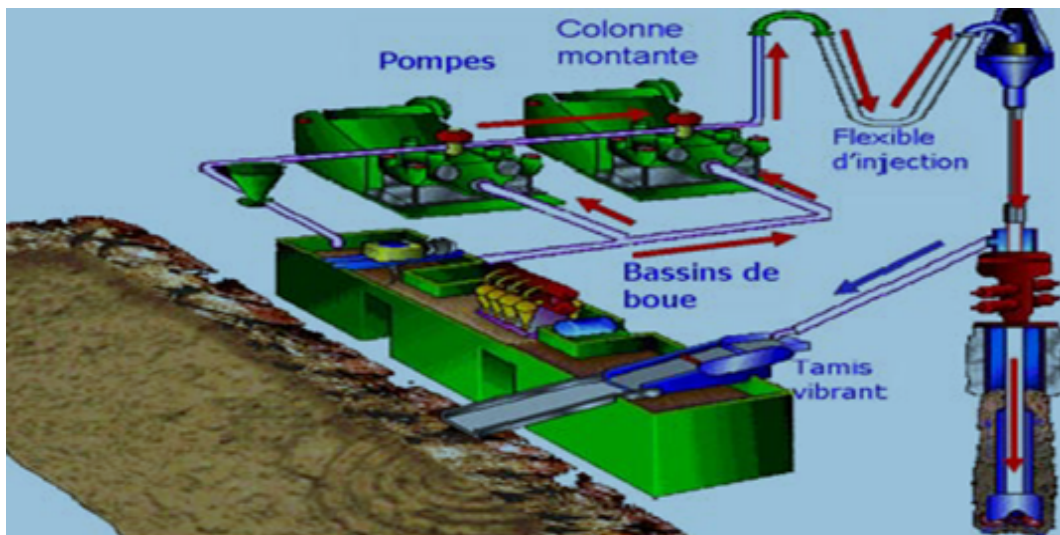


FIGURE 1.2 – Circulation de la boue [6].

Les pompes à boue aspirent la boue des bassins par l'intermédiaire d'un tuyau flexible placé à l'antérieur du train de tiges et remontant par l'espace annulaire compris entre les tiges et le puits. A la sortie du puits, il subit différents traitements, tamisage, dilution, ajout de produits, de façon à éliminer les déblais transportés et à réajuster ses caractéristiques physico-chimiques à leurs valeurs initiales. Il est ensuite réutilisé.

La circulation de la boue a une grande utilité pendant l'opération de forage, parce que elle contribue à la lubrification des pièces en mouvement, à leur refroidissement et à l'excavation par évacuation vers la surface des fragments de roches arrachés par le trépan, mais aussi à l'équilibre hydraulique du puits et éventuellement à alimenter les capteurs embarqués dans la garniture en énergie électrique en tournant une turbine.

Système d'alimentation

Les moteurs électriques ou hydrauliques sont les sources d'alimentation les plus fréquentes dans l'industrie pétrolière. L'énergie produite est transmise sous forme électrique ou mécanique vers les différents constituants de l'installation : la pompe de circulation, le treuil et la table de rotation. La nécessité de réaliser des puits déviés incite l'utilisation des moteurs embarqués afin d'accéder aux poches latérales contenant des hydrocarbures.

Système de suspension

La tâche dédiée au système de suspension réside dans les déplacements du processus de forage (montée, descente) et dans le contrôle du poids appliqué sur l'outil. Il dispose d'un derrick, pouvant présenter une hauteur de plus de 80 mètres, un crochet et un treuil motorisé. Le derrick représente le point culminant de la plate-forme. C'est une tour métallique qui soutient une tige au bout de laquelle se situe le trépan. La tige est rallongée au fur et à mesure

que le trépan opère.

Systeme de rotation

Le système de rotation regroupe une table de rotation (rotary table), une tige d'entraînement (kelly) et une tête d'injection (top drive).

Systeme de sécurité (Blow Out Preventer)

Les blocs obturateurs de puits, ou Blow Out Preventer (BOP), sont des valves de sécurité utilisées sur les appareils de forage de l'industrie pétrolière. Installés en surface, ils sont les derniers recours en cas d'éruption sur un puits. A l'aide des obturateurs de sécurité on peut prévenir rapidement le début de l'éruption et réaliser des opérations nécessaires de puits.

1.3 Principaux éléments d'un système de forage rotary

Le procédé essentiel de l'exploration et de l'exploitation des gisements pétrolifères reste le forage rotary qui permet d'atteindre de grandes profondeurs dans de bonnes conditions techniques et de sécurité. Cette technique consiste à utiliser un outil de forage vissé à l'extrémité basse d'un train de tiges (garniture de forage) et sur lequel sont appliquées une force et une rotation. La force, appelée poids sur l'outil (WOB), et la rotation, combinées, permettent de couper la roche. La rotation est appliquée le plus souvent en surface. Le poids est assuré par un ensemble de tiges lourdes (masses-tiges) qui constituent la partie inférieure de la garniture les tiges permettent aussi d'acheminer sous pression le fluide de forage (la boue). Celle-ci refroidit l'outil et assure l'évacuation des débris de roche. Pour assurer la solidité à long terme du puits et le préserver contre les venues d'eau, des tubages sont descendus pour cimenter la paroi du puits. Les équipements communs dans tous les procédés de forage sont cités ci-dessus.

Garniture

La garniture est désignée aussi par arbre de forage, en raison de la mécanique de liaison qu'elle établit entre la motorisation rotative en surface (table de rotation) et le trépan, correspond à la partie opérative dans le puits. Elle effectue plusieurs tâches dont la transmission de l'énergie nécessaire à la désagrégation de la roche, le guide et le contrôle de la trajectoire du puits, la transmission de la force de poussée ainsi que la circulation du fluide. Elle est constituée essentiellement des masses-tiges (Drill Collars) et des trains de tiges (Dill pipes). A cela se greffent des accessoires tels que les stabilisateurs des masses tiges, les amortisseurs de choc, les systèmes de mesures, etc...

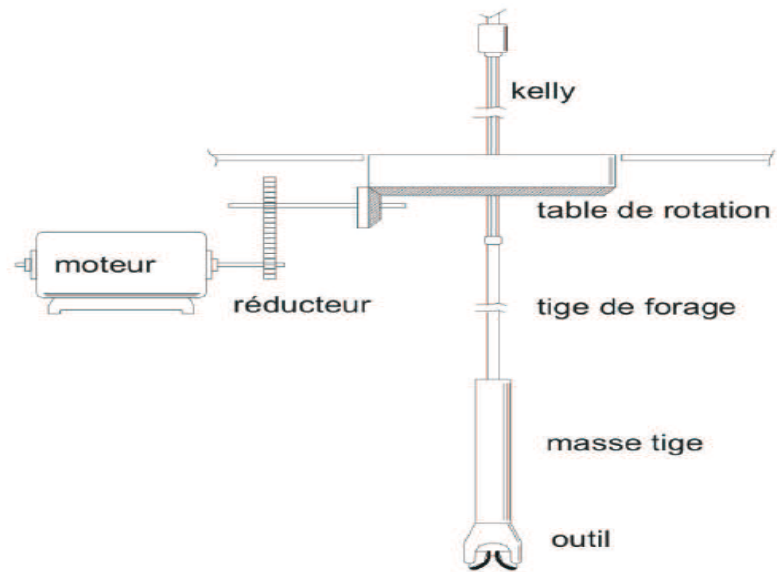


FIGURE 1.3 – Principaux éléments d'un système de forage rotary [2].

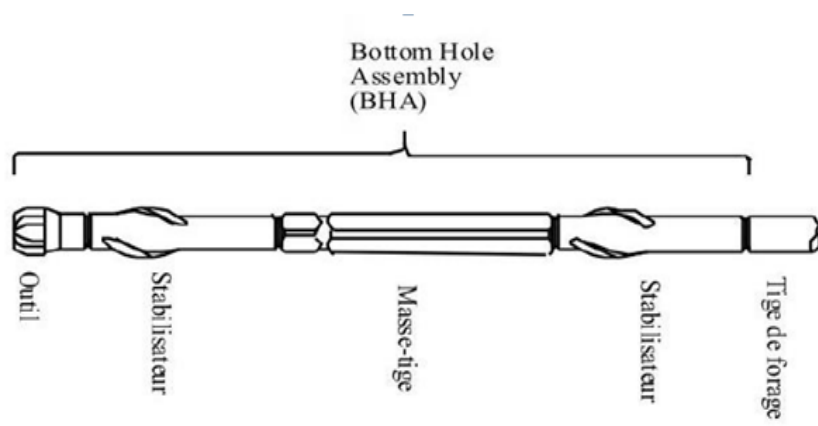


FIGURE 1.4 – Garniture de forage[7].



FIGURE 1.5 – Tige de forage[8].

Train tiges (Drill pipes)

Cette partie de la garniture est constituée d'une série de tiges d'acier raccordées les unes aux autres par les joints files coniques. Le train de tiges permet de contrôler l'outil par la transmission du couple moteur fourni en surface, par intermédiaire de la table de rotation. En outre, il fournit la pression nécessaire pour percer dans la formation et abraser les roches. Cet ensemble peut atteindre une longueur de plusieurs kilomètres (1 à 8 km).

Tige de forage

Ce sont des tubes d'acier (drill-pipes) d'environ 9 mètres de longueur et d'un diamètre extérieur pouvant aller de 60 à 160 millimètres. Leur épaisseur est de l'ordre du centimètre. Elles sont raccordées les unes aux autres par des joints filetés coniques (tool-joint). L'ensemble du train de tiges est sollicité en traction et en torsion due à l'entraînement des tiges à partir de la table de rotation.

Assemblage de fond BHA (Bottom Hole Assembly)

La BHA est la partie inférieure de la garniture de forage, elle est principalement constituée de l'outil de forage, des masses-tiges et des stabilisateurs. Le BHA a un effet prépondérant sur le comportement directionnel du système de forage. La longueur de cet ensemble varie typiquement de 100 à 300 m en fonction de la pression recherchée.

Masses-tiges (Drill Collars)

Les masses-tiges sont des tubes en acier se situant au-dessus des trains de tiges. Elles contribuent à la création du poids agissant sur le trépan et sont soumises à plusieurs contraintes engendrées par le diamètre du trépan, la production des pertes de charge minimales, la résistance au flambage et la rigidité.

Stabilisateurs

Ils se situent dans la garniture de forage et plus particulièrement dans les masses-tiges et facilitent le contrôle de la trajectoire du trépan.

Trépans

Une variété de trépans présentant des géométries spécifiques existent. Ils sont conçus pour forer une certaine gamme de roches et sont choisis en fonction des puits à réaliser. Ils se catégorisent en deux : les trépans tri-cônes et les trépans monobloc de type PDC (diamants synthétiques polycristalline). Les trépans tri-cônes sont principalement composés d'acier ou de carbure de tungstène. Tandis que les monoblocs de type PDC sont composés de diamants,



FIGURE 1.6 – Stabilisateurs [8].



PDC

Outil à diamant

Tricône à dents

FIGURE 1.7 – Trépan [9].

ou de diamants synthétiques. La grande différence entre ces deux familles de trépan réside dans leurs façons d'arracher la roche.

Équipements auxiliaires

Se composent des stabilisateurs (incorporés à la garniture de forage au niveau des masses-tiges de gardes le contrôle sur la trajectoire de l'outil), des amortisseurs de choc, et des raccords divers.

Système induit

Les systèmes de forage rotary sont souvent équipés d'un système induit dont le comportement mécanique est régi par trois composants : la table de rotation, un moteur électrique qui fournit le couple nécessaire au forage et une boîte de vitesse.

Table de rotation

La table de rotation fournit la puissance nécessaire, à travers le train de tiges, à l'outil de forage. Les sources de dissipation de cette énergie incluent le frottement rotary et l'amortissement des vibration.



FIGURE 1.8 – Équipements auxiliaires.[7]

Moteur

Dans les plate formes pétrolières, on utilise des moteurs à courant alternatif (AC) ou à courant continu (DC). Les moteur AC sont un peu plus difficiles à commander, car ils ont des caractéristiques non linéaires. Par ailleurs, en raison de leur coût, ils sont peu employés dans l'industrie pétrolière. De nombreuses plateformes de forage sont équipées de moteurs à courant continu à excitation séparée.

1.4 Paramètres de forage

Les paramètres de forage sont les différents facteurs mécaniques et hydrauliques (les grandeurs physiques) agissant sur la vitesse de progression (ROP : Rate of Penetration) le ROP correspond à la profondeur forée par heure (mètres /heures). L'optimisation de la vitesse de progression est un aspect très important dans l'analyse du processus de forage, car elle est directement liée au temps passé sur une installation sur terre ou marine.

Vitesse de rotation

Le choix de la vitesse de rotation dépend de celle du poids sur l'outil (WOB). En surface, elle peut être contrôlée mais elle peut être différente de la vitesse de rotation de l'outil (trépan). Les vitesses de rotation usuelles s'étendent entre 60 et 250 (tours/min).

Poids sur l'outil WOB (Weight on Bit)

Le WOB désigne la force appliquée par la garniture de forage sur l'outil suivant son l'axe de rotation. Cette force dépend du poids de la garniture de forage et de la tension du câble de soutien de la garniture. Les grandeurs usuelles du WOB s'étendent entre 10kN et 103kN.

Couple exercé sur l'outil T_{tob} (Torque On Bit)

Le couple exercé sur l'outil correspond au couple transmis par la garniture au trépan suivant la révolution de son axe de rotation. Compte tenu des frottements des trains de tiges contre la

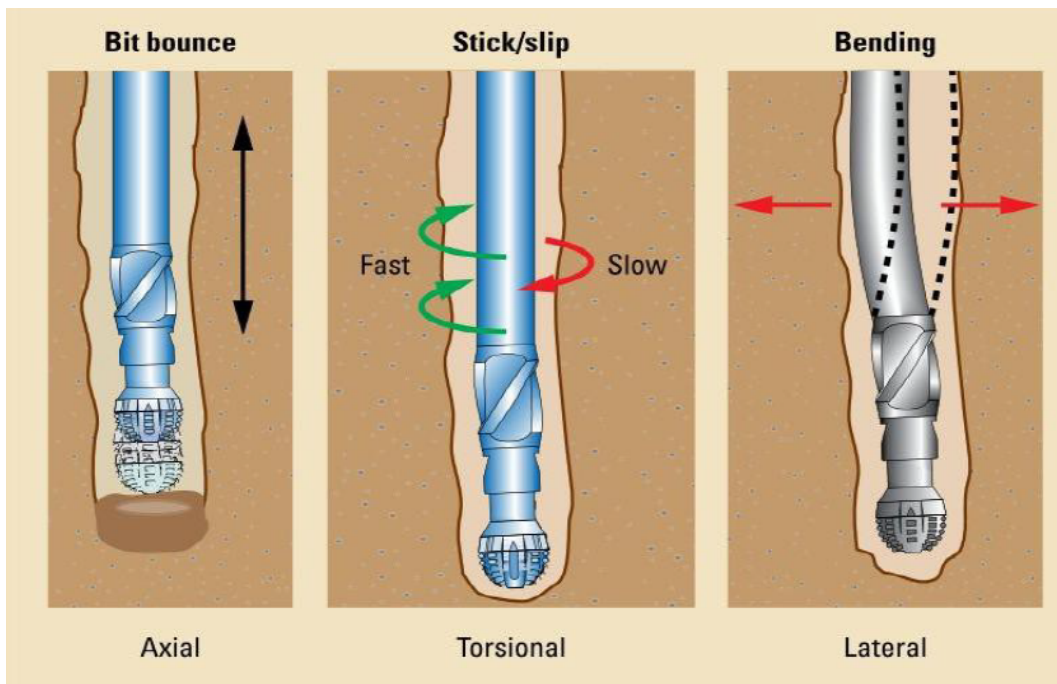


FIGURE 1.9 – Vibrations de train de tige [7]

paroi du puits de gaz ou de pétrole, ce couple est nettement inférieur à celui mesuré en surface. Le couple T_{tob} représente les effets combinés du couple réactif et des forces des frottements non linéaires sur la longueur du BHA (Bottom Hole Assembly). La valeur du couple en surface varie typiquement entre 200 et 3000 Kg.m.

1.5 Vibrations du train de tige

Le mouvement de rotation du train de tige n'est pas parfaitement régulier et uniforme. En effet, le train de tige est une structure très élancée, flexible, évoluant dans un environnement complexe et subissant des sollicitations irrégulières. De ce fait, le phénomène de vibrations est récurrent au cours des opérations de forage pétrolier, et constitue la cause majeure de la fatigue des systèmes de forage. Les vibrations de la garniture sont décomposées selon trois modes : axial, de torsion et latéral. Généralement, les trois types de vibrations se produisent simultanément durant le processus de forage et dans certains cas il est difficile de les identifier séparément. Les vibrations les plus sévères se produisent au niveau du BHA. Elles sont responsables de la réduction de la vitesse du forage et donc de l'augmentation des coûts.

1.5.1 Vibrations latérales

Ce sont des vibrations pour lesquelles le mouvement se fait perpendiculairement à l'axe des trains de tiges. Le phénomène de "précession" peut se déclencher lorsque l'amplitude de ces vibrations devient considérable. Ce phénomène se produit lorsque les tiges voient leur centre s'écarter de l'axe du puits, et qu'en plus de tourner sur elles-mêmes (rotation propre), elles

tournent autour du puits (précession).

1.5.2 Vibration type axiale

Le mouvement se fait selon l'axe du train de tiges. Ces vibrations peuvent dégénérer dans certaines conditions en "rebond de l'outil" (bit-bounce). Il s'agit d'un phénomène de rebonds successifs de l'outil de forage avec séparation périodique à l'interface outil-roche. Le phénomène de Bit-Bounce se manifeste préférentiellement lorsqu'il y a accord entre la vitesse de rotation et une fréquence propre axiale du train de tiges. Le Bit-Bounce peut engendrer le Bouncing de surface, c'est à dire, l'entrée en résonance du système de suspension de la garniture en surface provoquant ainsi un mouvement alternatif en translation de forte amplitude.

1.5.3 Vibration type torsion

Les vibrations de torsion se manifestent sous la forme d'un phénomène d'adhérence glissement s'appelle "stick-slip". Le phénomène de Stick-Slip associé aux vibrations de torsion provoque des arrêts cycliques de l'outil sur des périodes pouvant représenter jusqu'à cinquante pour cent du temps de forage. Pendant ces périodes d'arrêt, les tiges, entraînées en rotation depuis la surface, sont mises en torsion grâce à leur élasticité propre.

L'outil ne redémarrera que lorsque le couple au fond sera supérieur au couple de frottement statique. La détente des tiges provoque alors une forte accélération favorisée par le fait que le couple de frottement dynamique est inférieur au couple statique. La vitesse de rotation instantanée peut atteindre le triple, voire plus, de la vitesse de surface. Ceci permet une relaxation de la garniture. Le couple au fond passe alors en dessous du couple de frottement dynamique, ce qui arrête à nouveau la rotation de l'outil.

1.6 Phénomène de stick-slip

Le stick-slip est une vibration de torsion qui provoque des arrêts cycliques de l'outil sur des périodes pouvant représenter jusqu'à 50 du temps de forage. L'outil ne redémarrera que lorsque le couple au fond sera supérieur au couple de frottement (outil/roche). Le stick-slip se développe surtout lors de l'utilisation des outils PDC, plus consommateurs de couple que les outils tri-cônes.

La figure 1.10 illustre l'effet du phénomène stick-slip sur les vitesses du trépan et de la table de rotation. La courbe en noir montre la vitesse de la table de rotation (en surface) qui varie entre 45 et 65 tr/min et la grise montre la vitesse de rotation du trépan (downhole). Pendant le stick-slip, le trépan arrive parfois à un arrêt complet tandis qu'au même temps, la table de rotation continue de tourner à une vitesse moyenne d'environ 55 tr/min, ce qui cause des fluctuations de torsion sur le train de tiges. Ce phénomène entraîne non seulement

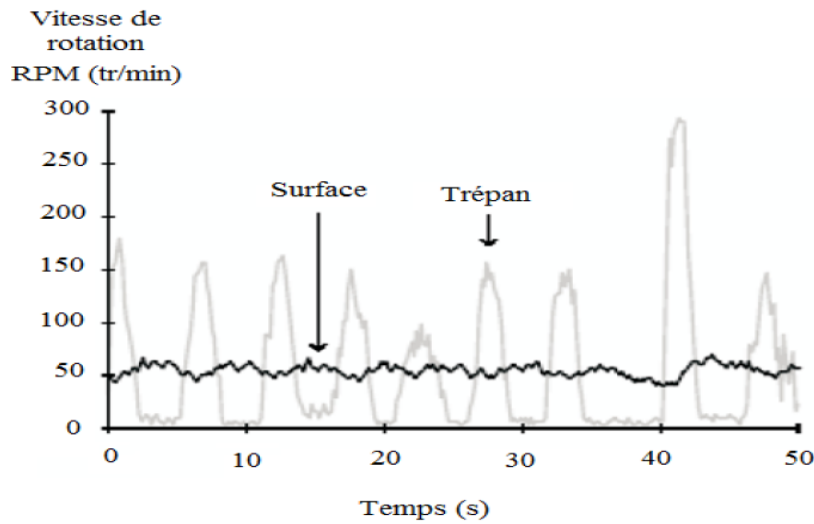


FIGURE 1.10 – Phénomène de stick-slip.

la défaillance du trépan due à une fatigue prématurée du train de tiges, mais aussi son usure prématurée en cause de sa vitesse élevée.

1.7 Modélisation du système de forage rotary

1.7.1 Modèle de frottement pour le forage rotary

D'un point de vue mathématique, le phénomène le plus complexe qui se produit durant l'opération de forage est le frottement du trépan avec la roche. Avant de modéliser le système de forage, il est donc judicieux de choisir un modèle de frottement qui reproduit fidèlement le phénomène réel, mais qui a une complexité raisonnable.

Il existe plusieurs modèles de frottement :

Modèle statique classique

- Frottements secs statique
- Frottement de coulomb
- Frottement visqueux
- Frottement de Stiction
- Frottement de Stribeck

Modèle dynamique

- Frottement de Dahl
- Frottement Lugre

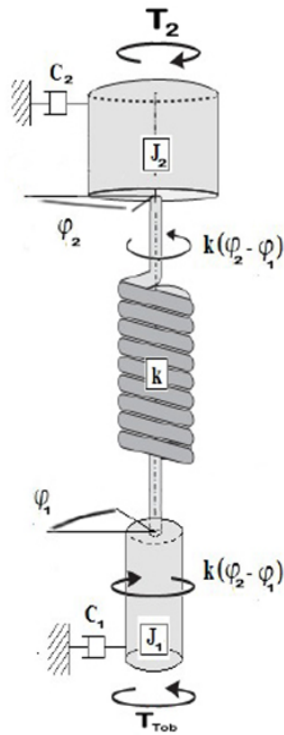


FIGURE 1.11 – Modèle simplifié du système de forage rotary.

Les frottements dans le système de forage s'expriment par une relation non linéaire entre le couple exercé sur le trépan T_{tob} , sa vitesse de rotation Ω_1 et sa position angulaire ϕ_2 . La relation réelle entre le couple, la vitesse et la position angulaire du trépan est très compliquée en pratique. Certains auteurs ont étudié le phénomène de stick-slip et en ont présenté un modèle approximé relativement simple [3]

$$T_{tob} = -T_{tobdyn} \frac{2}{\pi} (\alpha_1 \Omega_1 e^{-\alpha_2 |\Omega_1|} + \arctan(\alpha_3 \Omega_1)) \quad (1.1)$$

1.7.2 Modélisation mécanique du système de forage rotary

Un système de forage rotary peut être modélisé par deux inerties couplées par un pendule de torsion linéaire de constante de raideur K . autrement dit, les tiges de forage sont représentées comme des ressorts et les masses-tiges se composent comme un corps rigide. Ce pendule de torsion est lié à deux dispositifs d'amortissement visqueux de constantes C_1 et C_2 . Le BHA est fourni une force suffisante pour forer et une tige d'entraînement transmet le couple moteur de la table de rotation à la tige de forage .

La figure 1.11 représente un modèle simplifié du système de forage rotary. En appliquant le théorème des moments au BHA on trouve

$$J_1 \dot{\Omega}_1 + C_1 \Omega_1 - K(\phi_2 - \phi_1) = T_{tob}(\Omega_1) \quad (1.2)$$

Paramètre	Description
ϕ_1	Position angulaire du trépan
ϕ_2	Position angulaire de la table de rotation
$\Omega_1 = \dot{\phi}_1$	Vitesse angulaire du trépan
$\Omega_2 = \dot{\phi}_2$	Vitesse angulaire de la table de rotation
u	Couple exercé sur la table de rotation
T_{tob}	Couple de frottement exercé sur le trépan
J_1	Inertie équivalente d'une partie de l'inertie des tiges de forage et les masse-tiges
J_2	Inertie équivalente de la table de rotation et du moteur électrique ainsi qu'une partie de l'inertie des tiges
C_1	Constante de l'amortissement visqueux au niveau du BHA
C_2	Constante de l'amortissement visqueux de la table de rotation
k	Constante de raideur des tiges

TABLE 1.1 – Liste des variables et des paramètres du modèle de forage.

De même on déduit que le modèle dynamique du système induit est

$$J_2 \dot{\Omega}_2 + C_2 \Omega_2 - k(\phi_2 - \phi_1) = u \quad (1.3)$$

où les différentes variables et paramètres dans (1.2) et (1.3) sont définis dans le tableau 1.1

La fusion des sous-systèmes (1.2) et (1.3) en un seul système sous forme d'état donne

$$\dot{\phi}_1 = \Omega_1 \quad (1.4a)$$

$$\dot{\Omega}_1 = -\frac{k}{J_1} \phi_1 - \frac{C_1}{J_1} \Omega_1 + \frac{k}{J_1} \phi_2 + \frac{T_{tob}}{J_1} \quad (1.4b)$$

$$\dot{\phi}_2 = \Omega_2 \quad (1.4c)$$

$$\dot{\Omega}_2 = \frac{k}{J_2} \phi_1 - \frac{k}{J_2} \phi_2 - \frac{C_2}{J_2} \Omega_2 + \frac{u}{J_2} \quad (1.4d)$$

Afin de tester la capacité du modèle (1.4) à reproduire le phénomène stick-slip, on a effectué un test de simulation en boucle ouverte. Les valeurs des paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 1.2. On peut observer le phénomène stick-slip sur les courbes des vitesses dans la figure 1.12.

Paramètre	valeur	Unité
J_1	374	kgm^2
J_2	2122	kgm^2
C_1	50	Nms/rad
C_2	425	Nms/rad
K	473	Nm/rad

TABLE 1.2 – Valeurs numériques des paramètres du système de forage [2].

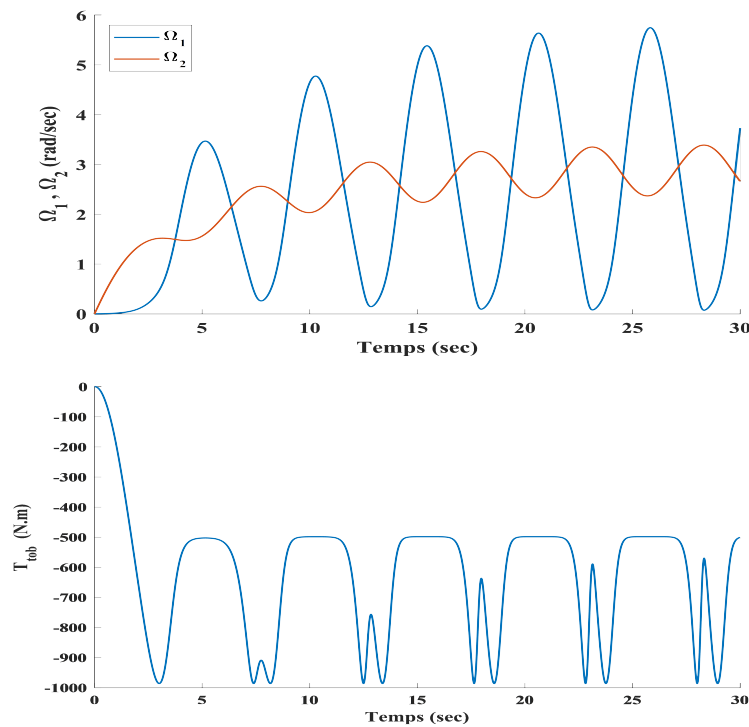


FIGURE 1.12 – Réponse indicielle du modèle du système de forage rotary (1.4).

1.8 Conclusion

Le forage constitue la première étape dans le cadre de l'exploitation des gisements de pétrole. Il consiste à enfoncer un train de tiges dans le sous-sol en y injectant une boue spéciale. Cette opération peut s'avérer pénible et coûteuse pour les gisements enfouis des grandes profondeurs.

Un des problèmes classiques dans les opérations de forage est les vibrations des trains de tiges qui sont classées en trois catégories : axiales, latérales et de torsion. Les vibrations de torsion sont les plus fréquentes du fait qu'elles sont provoquées par le frottement du trépan avec la roche. Le stick-slip est une vibration de torsion sévère qui provoque des arrêts cycliques

de l'outil.

Dans ce chapitre, on a donné dans un premier temps une description générale du système de forage rotary et de ses principaux composants. Dans une deuxième partie, on a fourni une revue globale sur les vibrations du train de tiges. On a mis l'accent sur les vibrations de torsion. Dans une troisième partie, on a fourni un modèle mathématique décrivant le comportement du système de forage rotary soumis à un frottement reproduisant le phénomène stick-slip.

COMMANDE PAR BACKSTEPPING ET À SURFACE DYNAMIQUE DU SYSTÈME DE FORAGE PÉTROLIER

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, on a présenté dans la section 3 le modèle mathématique simplifié d'un système de forage. Un point crucial de ce modèle est le terme modélisant le frottement engendré par le contact du trépan avec la roche. En effet, un modèle de frottement approprié permet d'avoir un aperçu sur les phénomènes d'interaction du trépan avec le fond du puits permettant ainsi de développer des stratégies de commande pour réduire les vibrations de torsion dans les tiges du système de forage [1]. Toutefois, il est très délicat d'établir un modèle de frottement universel et l'adopter dans toutes les situations et durant toute l'opération de forage.

Dans ce chapitre, on applique la commande par backstepping et la commande à surface dynamique pour réduire voir éliminer les vibrations de torsion dans le train de tiges du système de forage. Contrairement aux travaux qu'on a rencontrés dans la littérature ([3, 4]), on suppose que le terme de frottement est inconnu.

Ce chapitre est organisé ainsi : la formulation du problème est présentée dans la section 2.2. Les algorithmes de base des commandes par backstepping et à surface dynamique sont présentés dans les sections 2.3 et 2.4. Dans la section 2.5, on présente l'application des commandes ci-dessus à réduire les vibrations de torsion. Enfin dans la section 2.6, on présente les résultats de simulation des approches étudiées.

2.2 Formulation du problème

On considère le modèle dynamique (1.4) du système de forage pétrolier (voir chapitre 1 section 1.7.2) :

$$\dot{\phi}_1 = \Omega_1 \quad (2.1a)$$

$$\dot{\Omega}_1 = -\frac{k}{J_1}\phi_1 - \frac{C_1}{J_1}\Omega_1 + \frac{k}{J_1}\phi_2 + \frac{T_{tob}}{J_1} \quad (2.1b)$$

$$\dot{\phi}_2 = \Omega_2 \quad (2.1c)$$

$$\dot{\Omega}_2 = \frac{k}{J_2}\phi_1 - \frac{k}{J_2}\phi_2 - \frac{C_2}{J_2}\Omega_2 + \frac{u}{J_2} \quad (2.1d)$$

où ϕ_1 , Ω_1 , ϕ_2 et Ω_2 sont respectivement la position angulaire du trépan, sa vitesse angulaire, la position angulaire de la table de rotation et sa vitesse angulaire. Le terme T_{tob} représente le couple de frottement entre le trépan et la roche.

$$T_{tob} = -T_{tobdyn} \frac{2}{\pi} (\alpha_1 \Omega_1 e^{-\alpha_2 |\Omega_1|} + \arctan(\alpha_3 \Omega_1)) \quad (2.2)$$

Contrairement aux travaux présentés dans [2] on suppose dans ce chapitre que les paramètres T_{tobdyn} , α_1 , α_2 et α_3 sont inconnus.

Comme mentionné précédemment, l'objectif de ce chapitre est de tester la commande par backstepping et sa variante la commande à surface dynamique à la réduction des vibrations de torsion éprouvées sur le train de tiges. Ces vibrations sont principalement causées par les forces de frottement entre le trépan et la roche. Dans ce mémoire, on traite ce problème de la même manière que celui de la synthèse d'une commande robuste pour la compensation et la réduction de l'effet des perturbations sur le comportement d'un système dynamique.

Malgré la simplicité apparente du système (2.1), l'emplacement de T_{tob} , qui représente dans ce cas les perturbations, par rapport au signal u complique la tâche d'élaboration d'une commande qui permet sa compensation. En effet, la littérature est très abondante en ce qui concerne la conception de lois de commandes robustes (voir par exemple les livres [10, 11, 12]). Cependant, très peu d'approches peuvent faire face à des perturbations agissant sur des dynamiques non couvertes par le signal de commande, à l'instar du système (2.1). Dans ce contexte la technique du backstepping s'est distinguée par son aptitude à compenser l'effet des incertitudes paramétriques non couvertes par le signal de commande (backstepping adaptatif). De plus, on peut lui insérer facilement quelques outils d'amélioration de robustesse de la commande par mode de glissement et la commande adaptative.

En considérant l'ensemble des contraintes techniques et économiques respectées dans les opérations de forage pétrolier, on s'est fixé comme objectif dans ce chapitre le calcul de la commande u qui permet de :

- minimiser voir éliminer les vibrations de torsion sur le train de tiges,
- garder la vitesse de rotation du trépan entre 50 et 300 tours par minute,
- avoir un signal de commande pratiquement réalisable par les actionneurs (moteurs) disponibles dans les systèmes de forages.

2.3 Technique de la commande par backstepping

L'idée de la commande par backstepping consiste à fragmenter le système en sous-systèmes imbriqués et à utiliser des variables d'état comme des commandes virtuelles pour stabiliser ces sous-systèmes. Le calcul de ces commandes virtuelles s'effectue récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, le signal de commande est trouvé. On se sert de ce dernier pour stabiliser le dernier sous-système qui est en fait le système global.

Le backstepping permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé que ce soit en poursuite ou en régulation. De plus, cette méthode n'a aucune contrainte au niveau du type des non-linéarités. Cependant, le système doit se présenter sous la forme triangulaire inférieure connue sous le nom de *strict-feed-back form*.

Dans la suite on présente l'algorithme de base du backstepping tel qu'il est présenté dans [13].

2.3.1 Algorithme de base

soit le cas système non linéaire du troisième ordre suivant :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (2.3a)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \quad (2.3b)$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u \quad (2.3c)$$

où g_i et f_i ($i = 1, 2, 3$) sont des fonctions non linéaires connues tel que $f_i(0) = 0$ et $g_i(x) \neq 0$, $\forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$.

On désire faire suivre à la sortie $y = x_1$ le signal de référence y_r où $\dot{y}_r, \ddot{y}_r, \dddot{y}_r$ sont supposées connues et uniformément bornées. La conception s'effectue en trois étapes puisque le système est de degré relatif égal à trois, c-à-d qu'il faut dériver trois fois la sortie du système pour faire apparaître explicitement le signal de commande. Pour des raisons de clarté dans la suite on note f_i et g_i pour $f_i(x)$ et $g_i(x)$ $i = (1, 2, 3)$.

Étape 1

On considère l'équation (2.3a) exprimant la dynamique de la sortie du système. On définit la première valeur désirée $x_{1d} = y_r$. La première variable d'erreur est définie par :

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (2.4)$$

et sa dérivée est

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = f_1 + g_1 x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (2.5)$$

On choisit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (2.6)$$

sa dérivée le long de la solution de (2.3a) est donnée par

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1 + g_1 x_2 - \dot{x}_{1d}] \quad (2.7)$$

Afin d'assurer la stabilité du système (2.5) , la variable d'état x_2 es traitée comme une commande virtuelle. Sa valeur désirée qui rend \dot{V}_1 définie négative est

$$x_{2d} = \frac{1}{g_1} [-K_1 e_1 - f_1 + \dot{x}_{1d}] \quad (2.8)$$

ou $K_1 > 0$ est une constante de conception. En remplaçant x_2 dans (2.7) par sa valeur désirée (2.8), \dot{V}_1 se réduit à

$$\dot{V}_1 = -K_1 e_1^2 \quad (2.9)$$

Étape 2

Dans cette étape on considéré le sous-système (2.3a),(2.3b) et l'on définit la nouvelle variable d'erreur

$$e_2 = x_2 - x_{2d} \quad (2.10)$$

A cause du fait que x_2 ne peut être forcée a prendre instantanément une valeur désirée, en l'occurrence x_{2d} , l'erreur e_2 n'est pas instantanément nulle.

La conception dans cette étape consiste alors, à forcer cette erreur à s'annuler avec une certaine dynamique choisie au préalable. Les équations du système à commander, dans l'espace (e_1, e_2) , s'écrivent

$$\dot{e}_1 = f_1 - \dot{x}_{1d} + g_1 (e_2 + x_{2d}) \quad (2.11)$$

$$\dot{e}_2 = f_2 - \dot{x}_{2d} + g_2 x_3 \quad (2.12)$$

pour lesquelles on choisit la fonction de Lyapunov

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (2.13)$$

qui a pour dérivée

$$\begin{aligned}
V_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\
&= e_1 [f_1 + g_1(e_2 + x_{2d}) - \dot{x}_{1d}] + e_2 [f_2 + g_2 x_3 - \dot{x}_{2d}] \\
&= e_1 [f_1 + g_1 x_{2d} - \dot{x}_{1d}] + e_2 [f_2 + g_1 e_1 + g_2 x_3 - \dot{x}_{2d}] \\
&= -K_1 e_1^2 + e_2 [f_2 + g_1 e_1 + g_2 x_3 - \dot{x}_{2d}]
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Le choix de la valeur désirée de x_3 est donnée par

$$x_{3d} = \frac{1}{g_2} [\dot{x}_{2d} - g_1 e_1 - f_2 - K_2 e_2] \tag{2.15}$$

où, $K_2 > 0$ et \dot{x}_{2d} se calcule analytiquement :

$$\dot{x}_{2d} = \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \tag{2.16}$$

Un tel choix permet de réduire \dot{V}_1 à

$$\dot{V}_2 = -K_1 e_1^2 - K_2 e_2^2 \tag{2.17}$$

Ce qui assure la stabilité asymptotique de (2.3a),(2.3b).

Étape 3

Considérons maintenant le système global (2.3a)-(2.3c). La troisième variable d'erreur est

$$e_3 = x_3 - x_{3d} \tag{2.18}$$

Les équation du système dans l'espace des erreurs (e_1, e_2, e_3) sont données par

$$\dot{e}_1 = f_1 - \dot{x}_{1d} + g_1(e_2 + x_{1d}) \tag{2.19}$$

$$\dot{e}_2 = f_2 - \dot{x}_{2d} + g_2(e_3 + x_{2d}) \tag{2.20}$$

$$\dot{e}_3 = f_3 - \dot{x}_{3d} + g_3 u \tag{2.21}$$

On choisit la fonction de Lyapunov

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \tag{2.22}$$

Sa dérivée le log de la solution de (2.3a)-(2.3c) est

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 = -K_1 e_1^2 - K_2 e_2^2 + e_3 [f_3 + g_2 e_2 + g_3 u - \dot{x}_{3d}] \tag{2.23}$$

Le choix approprié de la commande se donne par

$$u = \frac{1}{g_3} [\dot{x}_{3d} - f_3 - g_2 e_2 - K_3 e_3] \quad (2.24)$$

tel que : $K_3 > 0$ et \dot{x}_{3d} se calcule analytiquement :

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial x_{3d}}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial x_{3d}}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{\ddot{y}}_r \quad (2.25)$$

Il en résulte que

$$\dot{V}_3 = -K_1 e_1^2 - K_2 e_2^2 - K_3 e_3^2 < 0 \quad (2.26)$$

D'où la stabilité asymptotique en boucle fermée du système original (2.3) et la régulation à zéro de l'erreur de poursuite ($y - y_r$).

2.4 Commande à surface dynamique

La commande à surface dynamique a été développée pour pallier au problème d'explosion de terme dans la commande dite *par mode glissant à surface multiple (multiple sliding surface)*. Cette dernière a été mise au point indépendamment du backstepping, mais qui lui est très similaire [14].

La conception de la commande à surface dynamique suit les mêmes étapes que le backstepping et s'applique aux systèmes non linéaires sous forme triangulaire inférieure. Cependant, elle utilise des signaux désirés intermédiaires filtrés pour empêcher l'explosion des termes dans le signal de commande.

Pour garder une certaine compatibilité avec les références originales de la commande à surface dynamique ([15, 16]), dans la suite de cette section les erreurs de poursuite sont notées s_i au lieu de e_i ($i = 1, 2, 3$) et sont désignées parfois par le terme *surface de glissement*.

2.4.1 principe de la méthode

Pour des raisons de simplification on considère ici le système de forme triangulaire inférieure suivante :

$$\dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_1) \quad (2.27a)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + f_2(x_1, x_2) \quad (2.27b)$$

$$\dot{x}_3 = u + f_3(x_1, x_2, x_3) \quad (2.27c)$$

Le but de la commande est de faire suivre x_1 sa valeur désirée x_{1d} qui est supposée dérivable. Le système étant du troisième ordre, on peut structurer la conception de la commande dans les

trois étapes suivantes [16] :

Étape 1

La première variable d'erreur (surface de glissement) est définie par

$$s_1 = x_1 - x_{1d} \quad (2.28)$$

De (2.27a), sa dynamique est

$$\dot{s}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 + f_1(x_1) - \dot{x}_{1d} \quad (2.29)$$

Tout comme le backstepping, l'idée principale de la commande à surface dynamique est de laisser certains états agir comme des commandes virtuelles. Alors, afin de transformer (2.29) à une équation différentielle linéaire homogène et stable, on choisit la valeur désirée de x_2 comme suit :

$$\bar{x}_2 = \dot{x}_{1d} - f_1(x_1) - K_1 s_1 \quad (2.30)$$

où K_1 est une constante positive. La technique de la commande à surface dynamique, telle que présentée dans [16], utilise un filtre passe-bas pour filtrer \bar{x}_2 :

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2 \quad (2.31)$$

où la constante de temps $\tau_2 > 0$ et $x_{2d}(0) = \bar{x}_2(0)$.

Étape 2

La seconde variable d'erreur est définie par

$$s_2 = x_2 - x_{2d} \quad (2.32)$$

et compte tenu de (2.27b) sa dérivée est

$$\dot{s}_2 = x_3 + f_2(x_1, x_2) - \dot{x}_{2d} \quad (2.33)$$

De même que dans l'étape 1, on choisit \bar{x}_3 comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{x}_3 &= \dot{x}_{2d} - K_2 s_2 - f_2(x_1, x_2) \\ &= \frac{\bar{x}_2 - x_{2d}}{\tau_2} - K_2 s_2 - f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (2.34)$$

où K_2 est une constante positive. Sa variable filtrée est définie par :

$$\tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3 \quad (2.35)$$

où $\tau_3 > 0$ et $x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0)$.

Étape 3

Enfin dans cette étape, on définit la troisième variable d'erreur comme suit :

$$s_3 = x_3 - x_{3d} \quad (2.36)$$

qui a pour dérivée

$$\dot{s}_3 = u + f_3(x_1, x_2, x_3) - \dot{x}_{3d} \quad (2.37)$$

La commande u est choisie de telle sorte à la stabiliser asymptotiquement (2.27c) à l'origine :

$$u = \dot{x}_{3d} - f_3(x_1, x_2, x_3) - K_3 s_3 = \frac{\bar{x}_3 - x_{3d}}{\tau_3} - f_3(x_1, x_2, x_3) - K_3 s_3 \quad (2.38)$$

Un tel choix permet d'avoir la dynamique suivante de l'erreur s_3 :

$$\dot{s}_3 = -K_3 s_3 \quad (2.39)$$

2.4.2 Dynamique des erreurs

De la section précédente, on s'aperçoit que la commande à surface dynamique est une version filtrée du backstepping. Toutefois, contrairement à cette dernière la stabilité du système (2.27) n'est pas garantie dans les étapes de conception de la commande. Dans cette section, on exprime la dynamique des erreurs en fonction de l'ensemble des gains du contrôleur et les constantes de temps des filtres afin de simplifier l'étude de la stabilité.

On considère l'ensemble des équations (2.29), (2.33) et (2.37) exprimant les dynamiques des erreurs de poursuite s_1 , s_2 et s_3 respectivement. En ajoutant et en soustrayant \bar{x}_2 et x_{2d} dans (2.29) et \bar{x}_3 et x_{3d} dans (2.34), on obtient le système des erreurs suivant :

$$\dot{s}_1 = -K_1 s_1 + s_2 + (x_{2d} - \bar{x}_2) \quad (2.40a)$$

$$\dot{s}_2 = -K_2 s_2 + s_3 + (x_{3d} - \bar{x}_3) \quad (2.40b)$$

$$\dot{s}_3 = -K_3 s_3 \quad (2.40c)$$

On définit maintenant les erreurs de filtrage $\xi_i = x_{id} - \bar{x}_i$ ($2 \leq i \leq 3$). D'après (2.31) et (2.35),

leurs dynamique sont données par

$$\dot{\xi}_2 = \dot{x}_{2d} - \dot{\hat{x}}_2 = \frac{-\dot{\xi}_2}{\tau_2} - \dot{\hat{x}}_2 \quad (2.41a)$$

$$\dot{\xi}_3 = \dot{x}_{3d} - \dot{\hat{x}}_3 = \frac{-\dot{\xi}_3}{\tau_3} - \dot{\hat{x}}_3 \quad (2.41b)$$

D'autre part, en utilisant (2.30) et (2.34), on a

$$\dot{\hat{x}}_2 = -\dot{f}_1 + \ddot{x}_{1d} - K_1 \dot{s}_1 \quad (2.42)$$

$$\dot{\hat{x}}_3 = -\dot{f}_2 + \ddot{x}_{2d} - K_2 \dot{s}_2 = \dot{f}_2 - \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} - K_2 \dot{s}_2 \quad (2.43)$$

En remplaçant (2.42) et (2.43) dans (2.41a) et (2.41b) respectivement, on obtient le système des erreurs suivant :

$$\dot{\xi}_2 - K_1 \dot{s}_1 = \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} + \dot{f}_1 - \ddot{x}_{1d} \quad (2.44a)$$

$$\dot{\xi}_3 - \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} - K_2 \dot{s}_2 = -\frac{\dot{\xi}_3}{\tau_3} + \dot{f}_3 \quad (2.44b)$$

En combinant les systèmes (2.40) et (2.44) dans un seul système, on obtient la forme compacte suivante :

$$T \dot{z} = \bar{A}z + \bar{B}\dot{f} + \bar{E}\ddot{x}_{1d} \quad (2.45)$$

tel que :

$$z = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix}^T, \dot{f} = \begin{bmatrix} \dot{f}_1 & \dot{f}_2 \end{bmatrix}^T, T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -K_2 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -K_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -K_2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -K_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Il est facile de constater que la matrice T est triangulaire inférieure et de plein rang. On peut

donc calculer son inverse en utilisant la propriété suivante :

$$\begin{bmatrix} X & 0 \\ Y & Z \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} X^{-1} & 0 \\ -Z^{-1}YX^{-1} & Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

avec X et Z sont des matrices carrées inversibles. Cela donne

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ K_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_1}{\tau_2} & K_2 & 0 & \frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

En multipliant à gauche l'équation (2.45) par T^{-1} , on obtient

$$\dot{z} = Az + B\hat{f} + E\dot{x}_{1d} \quad (2.48)$$

$$\text{avec : } A = \begin{bmatrix} -K_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -K_2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -K_3 & 0 & 0 \\ -K_1^2 & K_1 & 0 & K_1 - \frac{1}{\tau_2} & 0 \\ -\frac{K_1^2}{\tau_2} & \frac{K_1}{\tau_2} - K_2^2 & K_2 & \frac{K_1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_2^2} & K_2 - \frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix} \text{ et } E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -\frac{1}{\tau_2} \end{bmatrix}.$$

Par ailleurs, la fonction \hat{f} peut être réécrite en fonction de z comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{f} &= \frac{\partial f}{\partial x} \dot{x} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1)}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\eta_1(z))}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial f_2(\eta_1(z), \eta_2(z))}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\eta_1(z), \eta_2(z))}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_1 s_1 + s_2 + \xi_2 + \dot{x}_{1d} \\ -K_1 s_2 + s_3 - \frac{\xi_2}{\tau_2} + \xi_3 \end{bmatrix} \\ &= \phi(z) \end{aligned} \quad (2.49)$$

où

$$\begin{cases} \eta_1(z) = x_1 = s_1 + x_{1d} \\ \eta_2(z) = x_2 = s_2 + \xi_2 + \bar{x}_2 = s_2 + \xi_2 - K_1 s_1 - f_1(\eta_1(s_1)) \end{cases} \quad (2.50)$$

En remplaçant (2.49) dans (2.48) on obtient

$$\dot{z} = Az + B\phi(z) + E\dot{x}_{1d} \quad (2.51)$$

2.4.3 Stabilité de la commande à surface dynamique

Le problème majeur de la commande à surface dynamique est la détermination des gains du contrôleur et les constantes de temps des filtres. Un choix inapproprié de ces gains provoquera l'instabilité du système (2.27). Dans cette sous-section on va donner une condition suffisante pour garantir la stabilité du système.

On considère le cas d'un problème de régulation ($x_{1d} = cste, \dot{x}_{1d} = 0$). La dynamique des erreurs (2.51) devient

$$\dot{z} = Az + B\phi(z) \quad (2.52)$$

On suppose que $\phi(z)$ est une fonction Lipschitzienne avec la constante de Lipschitz γ (voir Annexe) et on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = z^T P z \quad (2.53)$$

où P est une matrice symétrique est définie positive. La stabilité du système peut être garantie, si l'on choisit les gains du contrôleur et P de façon à ce que l'inégalité suivante soit vérifiée (voir Annexe) :

$$\lambda_{min}(A^T P + PA) > 2\gamma\lambda_{min}(PB) \quad (2.54)$$

où λ_{min} est la valeur propre minimale de la matrice en question.

2.5 Commande du système de forage pétrolier en vue de la réduction des vibrations de torsion

Il est facile de constater que le modèle (2.1) du système de forage est sous la forme triangulaire inférieure si l'on prend pour sortie ϕ_1 , ce qui permet de lui appliquer directement les méthodes systématiques du backstepping et de la surface dynamique. Cependant, vu notre objectif qui est l'atténuation voir l'élimination des vibrations de torsion, il n'est pas évident de déterminer la variable d'état à commander du système (2.1). La première solution intuitive qui vient à l'esprit est de commander la vitesse du trépan Ω_1 car c'est au niveau de sa dynamique que le terme T_{tob} , responsable des vibrations de torsion. Néanmoins, en partant de la dynamique de Ω_1 , on voit que la structure du système n'est pas triangulaire, ce qui peut compliquer la procédure de design surtout pour le backstepping. Une solution très souvent utilisée dans la commande du système de forage consiste à réduire sa représentation d'état en la forme suivante [2] :

$$\dot{\Omega}_1 = -\frac{C_1}{J_1}\Omega_1 + \frac{k}{J_1}(\phi_2 - \phi_1) + \frac{T_{lob}}{J_1} \quad (2.55a)$$

$$(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) = -\Omega_1 + \Omega_2 \quad (2.55b)$$

$$\dot{\Omega}_2 = -\frac{k}{J_2}(\phi_2 - \phi_1) - \frac{C_2}{J_2}\Omega_2 + \frac{u}{J_2} \quad (2.55c)$$

Il est clair que cette représentation est plus appropriée à la synthèse de la commande par backstepping et la commande à surface dynamique que (2.1).

2.5.1 Réduction des vibrations de torsion par la commande par backstepping

On reprend le modèle dynamique (2.55) sous la forme suivante :

$$\dot{x}_1 = -a_1x_1 + a_2x_2 + d \quad (2.56a)$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + x_3 \quad (2.56b)$$

$$\dot{x}_3 = -a_3x_2 - a_4x_3 + \frac{u}{J_2} \quad (2.56c)$$

où $x_1 = \Omega_1$, $x_2 = (\phi_2 - \phi_1)$, $x_3 = \Omega_2$, $a_1 = \frac{C_1}{J_1}$, $a_2 = -\frac{k}{J_1}$, $a_3 = -\frac{k}{J_2}$, $a_4 = -\frac{C_2}{J_2}$, et $d = \frac{T_{lob}}{J_1}$.

L'objectif ici est de calculer une loi de commande u qui élimine les vibrations de torsion. Pour ce faire, la variable x_2 qui représente en réalité l'angle de torsion du train de tige doit suivre une référence x_{2d} constante quel que soit la perturbation d .

Remarque 2.1. La raison pour laquelle on a choisit de commander x_2 au lieu de la vitesse du trépan x_1 est que le backstepping ne permet pas de compenser les perturbations agissant loin du signal de commande.

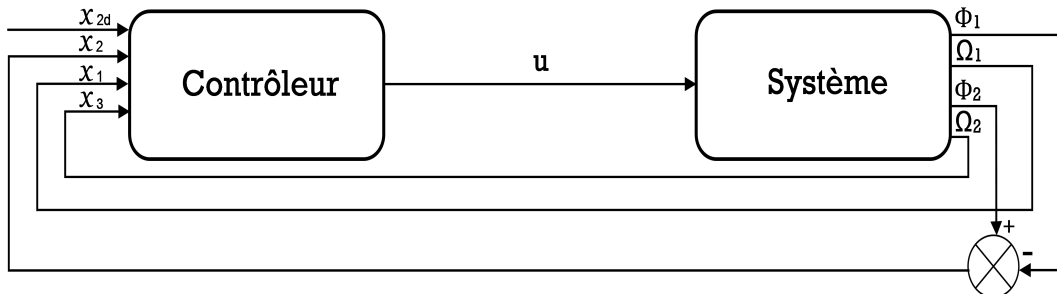


FIGURE 2.1 – Principe de commande du système de forage pétrolier.

Étape 1

On considère l'erreur $e_2 = x_2 - x_{2d}$, sa dynamique est

$$\dot{e}_2 = -x_1 + x_3 - \dot{x}_{2d} \quad (2.57)$$

Pour transformer (2.57) en une équation différentielle linéaire stable, x_3 doit suivre le signal suivant :

$$x_{3d} = -K_2 e_2 + x_1 + \dot{x}_{2d} \quad (2.58)$$

On définit $e_3 = x_3 - x_{3d}$. En remplaçant x_3 dans (2.57) par $x_3 = e_3 + x_{3d}$, on obtient

$$\dot{e}_2 = -K_2 e_2 + e_3 \quad (2.59)$$

La solution libre de (2.59) est asymptotiquement stable, il faut donc analyser la dynamique de e_3 pour conclure quant à la stabilité asymptotique de la solution forcée de (2.59).

Étape 2

De (3.32c), la dynamique de e_3 est donnée par

$$\dot{e}_3 = -a_3 x_2 - a_4 x_3 + \frac{u}{J_2} - \dot{x}_{3d} \quad (2.60)$$

où \dot{x}_{3d} est évalué de (2.58), ce qui donne

$$\dot{x}_{3d} = -K_2(-x_1 + x_3 - \dot{x}_{2d}) - a_1 x_1 + a_2 x_2 + d + \ddot{x}_{2d} \quad (2.61)$$

En remplaçant \dot{x}_{3d} dans (2.60) par son expression dans (2.61), on obtient

$$\dot{e}_3 = (K_2 - a_1)x_1 + (a_2 - a_3)x_2 - (K_3 + a_4)x_3 + K_2 \dot{x}_{2d} + \ddot{x}_{2d} + d + \frac{u}{J_2} \quad (2.62)$$

Donc un signal de commande qui stabilise (2.62) est donné par

$$u = J_2[-(K_2 - a_1)x_1 - (a_2 - a_3)x_2 + (K_2 + a_4)x_3 - K_2 \dot{x}_{2d} - \ddot{x}_{2d} + S - K_3 e_3] \quad (2.63)$$

où le terme S qui sert à compenser l'effet de d sera définie dans la suite de cette sous-section. Avec ce signal de commande la dynamique de e_3 devient

$$\dot{e}_3 = -K_3 e_3 + S + d \quad (2.64)$$

On considère maintenant la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}e_3^2 \quad (2.65)$$

Sa dérivée est

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3 \\ &= e_2(-K_2e_2 + e_3) + e_3(-K_3e_3 + S + d) \\ &= -K_2e_2^2 - K_3e_3^2 + e_3(e_2 + S + d) \end{aligned} \quad (2.66)$$

On définit le terme S comme suit :

$$S = -e_2 - d_{max} \text{signe}(e_3) \quad (2.67)$$

où d_{max} est une constante positive connue qui satisfait

$$|d| \leq d_{max} \quad (2.68)$$

et

$$\text{signe}(e_3) = \begin{cases} 0 & \text{si } e_3 = 0 \\ \frac{|e_3|}{e_3} & \text{si } e_3 \neq 0 \end{cases} \quad (2.69)$$

En remplaçant S dans (2.66) par son expression dans (2.67) on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -K_2e_2^2 - K_3e_3^2 + e_3(-d_{max}\text{signe}(e_3) + d) \\ &= -K_2e_2^2 - K_3e_3^2 - d_{max}|e_3| + e_3d \\ &\leq -K_2e_2^2 - K_3e_3^2 - d_{max}|e_3| + |e_3||d| \end{aligned} \quad (2.70)$$

Compte tenu de (2.68), on a

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -K_2e_2^2 - K_3e_3^2 - d_{max}|e_3| + d_{max}|e_3| \\ &\leq -K_2e_2^2 - K_3e_3^2 \end{aligned} \quad (2.71)$$

d'où la stabilité asymptotique des erreurs e_2 et e_3

Remarque 2.2. D'un point de vue théorique, la loi de commande (2.63) permet d'éliminer les vibrations de torsion sur le train de tiges du systèmes de forage. Toutefois, elle ne permet pas de commander la vitesse du trépan x_3 qui est considérée ici comme une dynamique des zéros (équation (2.56a)). Le problème de cette commande est donc le risque que les vitesses du trépan et de la table de surface tendent vers zéro.

2.5.2 réduction des vibration de torsion par la commande à surface dynamique

On reprend le modèle (2.56) :

$$\dot{x}_1 = -a_1 x_1 + a_2 x_2 + d \quad (2.72a)$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + x_3 \quad (2.72b)$$

$$\dot{x}_3 = -a_3 x_2 - a_4 x_3 + \frac{u}{J_2} \quad (2.72c)$$

L'objectif ici est de minimiser les vibrations de torsion en faisant suivre x_1 une courbe désirée x_{1d} . Pour ce faire, on suit l'algorithme présenté ci-dessous.

Pour des raisons de clarté on adopte les mêmes notations utilisées dans la présentation de l'algorithme de base de la commande à surface dynamique.

Étape 1

On définit la première surface (erreur de poursuite) par $s_1 = x_1 - x_{1d}$. Sa dynamique est donc donnée par

$$\dot{s}_1 = -a_1 x_1 + a_2 x_2 + d - \dot{x}_{1d} \quad (2.73)$$

On pose

$$\bar{x}_2 = -\frac{1}{a_2}(-a_1 x_1 - \dot{x}_{1d} + K_1 s_1) \quad (2.74)$$

et on définit le filtre passe bas suivant pour filtrer \bar{x}_2

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2 \quad (2.75)$$

$$x_{2d}(0) = \bar{x}_2(0) \quad (2.76)$$

En remplaçant x_2 dans (2.73) par $(x_2 - x_{2d} + x_{2d} + \bar{x}_2 + \bar{x}_2)$ et en se servant de (2.74), (2.73) devient

$$\dot{s}_1 = -K_1 s_1 + a_2 s_2 + a_2 \xi_2 + d \quad (2.77)$$

ou $s_2 = x_2 - x_{2d}$ et $\xi_2 = x_{2d} - \bar{x}_2$.

Étape 2

La dérivée de s_2 est donnée par

$$\dot{s}_2 = -x_1 + x_3 - \dot{x}_{2d} \quad (2.78)$$

De même que dans l'étape précédente, on pose

$$\bar{x}_3 = x_1 + \dot{x}_{2d} - K_2 s_2 \quad (2.79)$$

et la variable filtrée correspondante et la solution du système

$$\tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3 \quad (2.80)$$

$$x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0) \quad (2.81)$$

En remplaçant x_3 dans (2.78) par $x_3 - x_{3d} + x_{3d} - \bar{x}_3 + \bar{x}_3$ on obtient

$$\dot{s}_2 = -K_2 s_2 + s_3 + \xi_3 \quad (2.82)$$

où $s_3 = x_3 - x_{3d}$ et $\xi_3 = x_{3d} - \bar{x}_3$

On rappelle que \dot{x}_{2d} peut être facilement obtenue de (2.80) comme suit :

$$\dot{x}_{2d} = \frac{\bar{x}_2 - x_{2d}}{\tau_2} \quad (2.83)$$

$$= -\frac{\xi_2}{\tau_2} \quad (2.84)$$

Étape 3

Dans cette étape on calcule la commande u qui est censée réduire les vibrations de torsion. La dynamique de s_3 est donnée par

$$\dot{s}_3 = -a_3 x_2 - a_4 x_3 + \frac{u}{J_2} - \dot{x}_{3d} \quad (2.85)$$

En se servant de (2.80), \dot{s}_3 s'écrit :

$$\dot{s}_3 = -a_3 x_2 - a_4 x_3 + \frac{u}{J_2} - \frac{\bar{x}_3 - x_{3d}}{\tau_3} \quad (2.86)$$

La commande u qui stabilise le système (2.86) est

$$u = -J_2(-a_3 x_2 - a_4 x_3 + \frac{\bar{x}_3 - x_{3d}}{\tau_3} + K_3 s_3) \quad (2.87)$$

Ce choix permet de réduire (2.86) en la forme suivante :

$$\dot{s}_3 = -K_3 s_3 \quad (2.88)$$

2.5.3 Analyse de la stabilité

Le problème majeur de la commande à surface dynamique consiste à déterminer les gains $K_i (i = 1, 2, 3)$ du régulateur et les constantes de temps $\tau_i (i = 2, 3)$ des filtres qui assurent la stabilité du système en boucle fermée. La résolution d'un tel problème peut être effectuée en analysant la dynamique du système des erreurs de poursuite et de filtrage.

On reprend les dynamiques des erreurs de poursuite :

$$\dot{s}_1 = -K_1 s_1 + a_2 s_2 + a_2 \xi_2 + d \quad (2.89)$$

$$\dot{s}_2 = -K_2 s_2 + s_3 + \xi_3 \quad (2.90)$$

$$\dot{s}_3 = -K_3 s_3 \quad (2.91)$$

D'autre part, de (2.75) et (2.80), les dynamiques des erreurs de filtrage sont

$$\dot{\xi}_2 = -\frac{\xi_2}{\tau_2} - \dot{\hat{x}}_2 \quad (2.92)$$

$$\dot{\xi}_3 = -\frac{\xi_3}{\tau_3} - \dot{\hat{x}}_3 \quad (2.93)$$

Compte tenu de (2.74) et (2.79), on a respectivement

$$\dot{\hat{x}}_2 = \frac{a_1}{a_2} \dot{x}_1 + \frac{1}{a_2} \ddot{x}_{1d} - \frac{K_1}{a_2} \dot{s}_1 \quad (2.94)$$

$$\dot{\hat{x}}_3 = \dot{x}_1 - \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} - K_2 \dot{s}_2 \quad (2.95)$$

En se servant de l'égalité $\dot{x}_1 = \dot{x}_{1d} + \dot{s}_1$, les deux équation ci-dessus deviennent :

$$\dot{\hat{x}}_2 = \frac{a_1 - K_1}{a_2} \dot{s}_1 + \frac{1}{a_2} (a_1 \dot{x}_{1d} + \ddot{x}_{1d}) \quad (2.96)$$

$$\dot{\hat{x}}_3 = \dot{s}_1 - \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} - K_2 \dot{s}_2 + \dot{x}_{1d} \quad (2.97)$$

En remplaçant $\dot{\hat{x}}_2$ et $\dot{\hat{x}}_3$ par leur expressions (2.96) et (2.97), les systèmes des erreurs (2.92) et (2.93) deviennent :

$$\dot{\xi}_2 = -\frac{\xi_2}{\tau_2} - \frac{a_1 - K_1}{a_2} \dot{s}_1 - \frac{1}{a_2} (a_1 \dot{x}_{2d} + \ddot{x}_{1d}) \quad (2.98)$$

$$\dot{\xi}_3 = -\frac{\xi_3}{\tau_3} - \dot{s}_1 + \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} + K_2 \dot{s}_2 - \dot{x}_{1d} \quad (2.99)$$

que l'on peut récrire sous la forme :

$$\frac{a_1 - K_1}{a_2} \dot{s}_1 + \dot{\xi}_2 = -\frac{\xi_2}{\tau_2} - \frac{1}{a_2} (a_1 \dot{x}_{1d} + \ddot{x}_{1d}) \quad (2.100a)$$

$$\dot{s}_1 - K_2 \dot{s}_2 - \frac{\dot{\xi}_2}{\tau_2} + \dot{\xi}_3 = -\frac{\xi_3}{\tau_3} - \dot{x}_{1d} \quad (2.100b)$$

La fusion des deux systèmes (2.89) et (2.100) en un seul système global des erreurs, donne

$$T \dot{z} = \bar{A} z + \bar{E} \delta \quad (2.101)$$

tel que :

$$z = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix}^T, \delta = \begin{bmatrix} d & \dot{x}_{1d} & \ddot{x}_{1d} \end{bmatrix}^T, T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{a_1 - K_1}{a_2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -K_2 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -K_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -K_2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -K_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a_1}{a_2} & -\frac{1}{a_2} \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

En multipliant (2.101) par T^{-1} , on obtient

$$\dot{z} = Az + E\delta \quad (2.102)$$

avec

$$A = T^{-1} \bar{A} = \begin{bmatrix} -K_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -K_2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -K_3 & 0 & 0 \\ \frac{-K_1^2 + a_1 K_1}{a_2} & K_1 - a_1 & 0 & K_1 - a_1 - \frac{1}{\tau_2} & 0 \\ \frac{-K_1^2 + a_1 K_1}{\tau_2 a_2} & \frac{K_1 - a_1}{\tau_2} - K_2^2 & K_2 & \frac{K_1 - a_1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_2^2} & K_2 - \frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix},$$

$$E = T^{-1} \bar{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_1 - a_1}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} & -\frac{1}{a_2} \\ \frac{K_1 - a_1}{\tau_2 a_2} & \frac{a_1}{a_2 \tau_2} - 1 & -\frac{1}{a_2 \tau_2} \end{bmatrix}, T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_1 - a_1}{a_2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_1 - a_1}{\tau_2 a_2} & K_2 & 0 & \frac{1}{\tau_2} & 1 \end{bmatrix}.$$

Le système d'erreur (2.102) est linéaire sa réponse libre est donc asymptotiquement stable si les gains K_1, K_2, K_3, τ_2 et τ_3 sont choisis tels que la matrice A soit Hurwitz (valeurs propres à partie réelle strictement négative). Il est facile de vérifier que les valeurs propres de A sont $-K_1, -K_2, -K_3, K_1 - a_1 - \frac{1}{\tau_2}$ et $K_2 - \frac{1}{\tau_3}$.

Atténuation des vibrations de torsion

L'objectif ici est de calculer les gains $-K_1, -K_2, -K_3, \tau_2$ et τ_3 de sorte que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} z = 0 \quad \text{si } \delta = 0 \quad (2.103)$$

$$\int_0^{t_f} z^T D z dt \leq \nu \int_0^{t_f} \delta^T \delta dt \quad \text{si } \delta \neq 0 \quad (2.104)$$

où ν est un réel positif à minimiser et la matrice de pondération D est symétrique semi-définie positive.

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = z^T P z \quad (2.105)$$

sa dérivée est

$$\dot{V} = z^T (A^T P + P A) z + 2 z^T P E \delta \quad (2.106)$$

On considère maintenant la critère suivant :

$$J = z^T D z - \nu \delta^T \delta + \dot{V} \quad (2.107)$$

Compte tenu de (2.106), J vérifie

$$J = z^T (A^T P + P A + D) z + 2 z^T P E \delta - \nu \delta^T \delta \quad (2.108)$$

$$= \begin{bmatrix} z^T & \delta^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T P + P A + D & P E \\ E^T P & -\nu I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \delta \end{bmatrix} \quad (2.109)$$

ainsi si

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A + D & P E \\ E^T P & -\nu I_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (2.110)$$

alors

$$\int_0^{t_f} J dt = \int_0^{t_f} (z^T D z - \nu \delta^T \delta) dt + V(t_f) - V(0) < 0 \quad (2.111)$$

où I_3 (dans (2.110)) est la matrice d'identité de dimension 3. Par conséquent, comme $V(t_f) \geq 0$, sous des conditions initiales nulles on obtient

$$\int_0^{t_f} z^T D z dt \leq \nu \int_0^{t_f} \delta^T \delta dt \quad (2.112)$$

Au cas où $\delta = 0$, il est évident de (2.106) que si l'inégalité (2.110) est vérifiée alors $\dot{V} < 0$, et donc $\lim_{t \rightarrow +\infty} z = 0$.

Pour minimiser l'effet de δ sur z on doit calculer K_1, K_2, K_3, τ_2 et τ_3 de sorte que (2.110) (et en conséquence (2.112)) soit vérifiée pour de faibles valeurs de ν .

Remarque 2.3. Vu le paramétrage de la matrice A , l'inégalité (2.110) est non linéaire en fonction de K_1 et τ_2 . En conséquence, on ne peut utiliser les outils d'optimisation linéaire tels que les LMI pour résoudre le problème de calcul des gains du régulateur.

2.6 Simulation numérique

Dans cette partie, on teste la commande par backstepping et la commande à surface dynamique à éliminer/minimiser les vibrations de torsion dans le train de tiges du système de forage; en d'autre terme compenser l'effet du terme T_{tob} , modélisant les frottements du trépan avec la roche, sur le comportement du système (2.1).

Les tests en simulation ont montré que la formule (2.2) de T_{tob} n'exprime pas fidèlement le phénomène stick-slip que pour un intervalle limité des valeurs de la vitesse du trépan Ω_1 . Pour rendre la simulation plus réaliste, on a ajouté à T_{tob} un autre terme perturbateur donné par la formule

$$T_{tobdyn} \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctan \left(\cot \left(\frac{\pi t}{0.7} \right) \right) + \sin(0.7t) \right) \quad (2.113)$$

et cela dans tous les tests en simulation.

2.6.1 Commande par backstepping

Les paramètres du régulateurs utilisés sont : $K_2 = 3, K_3 = 5$ et $d_{max} = 6$. Pour investiguer l'effet de l'amplitude du signal de référence x_{2d} sur les vitesses du trépan et de la table de surface, on a effectué deux tests.

Test 1

Dans ce premier test, on a utilisé le signal de référence $x_{2d} = \pi(1 - e^{-4t})$. Les résultats de simulation de ce test sont montrés dans la figure 2.2.

On voit que l'angle de torsion des tiges $\phi_2 - \phi_1$ (x_2 dans le modèle réduit) suit fidèlement sa référence. Par conséquent, les signaux des vitesses du trépan Ω_1 et de la table de surface Ω_2 sont presque identique. Toutefois ces vitesse ne convergent pas vers une valeur constante.

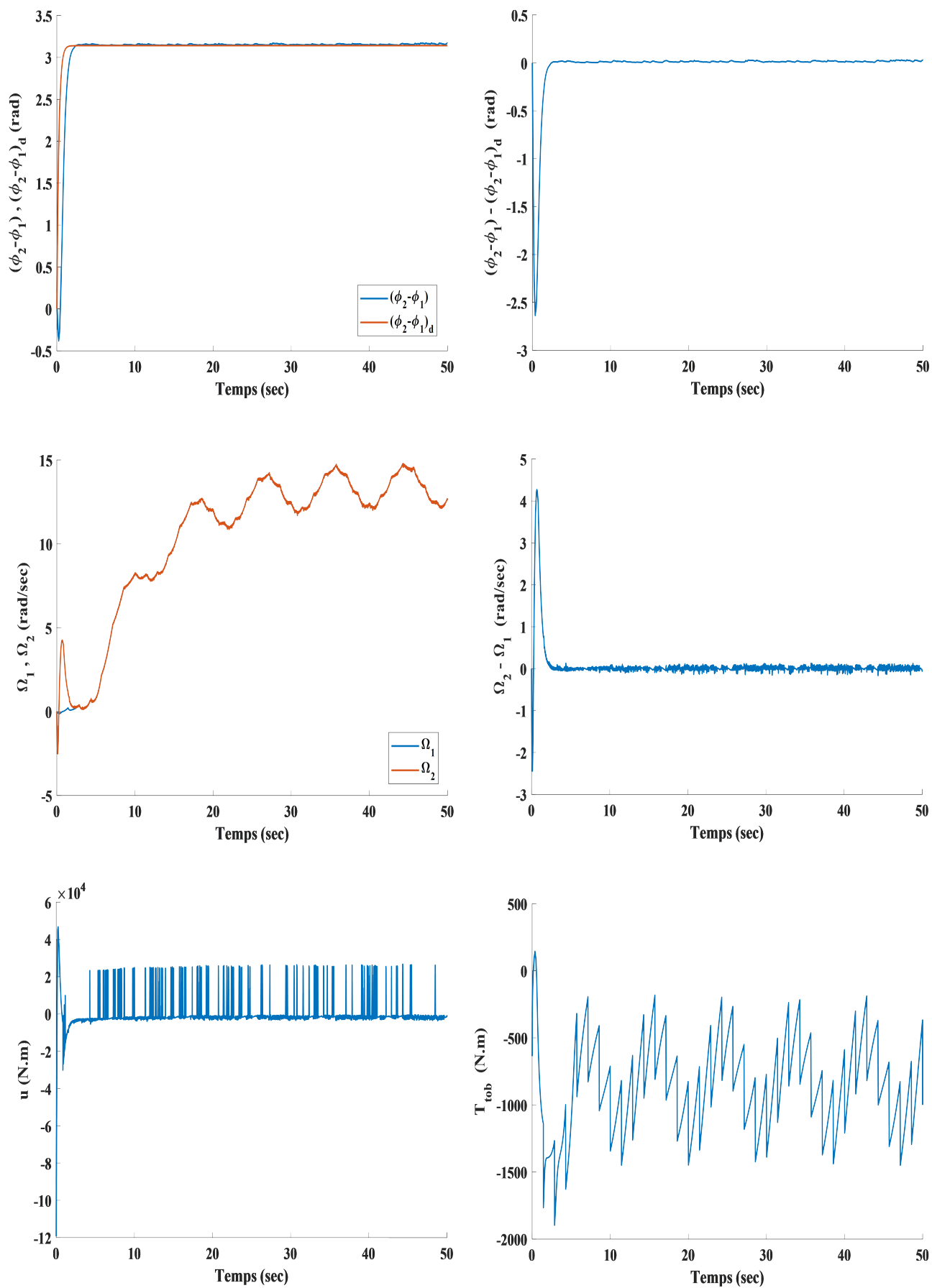


FIGURE 2.2 – Résultats de l'application de la commande par backstepping à l'élimination des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier (Test 1).

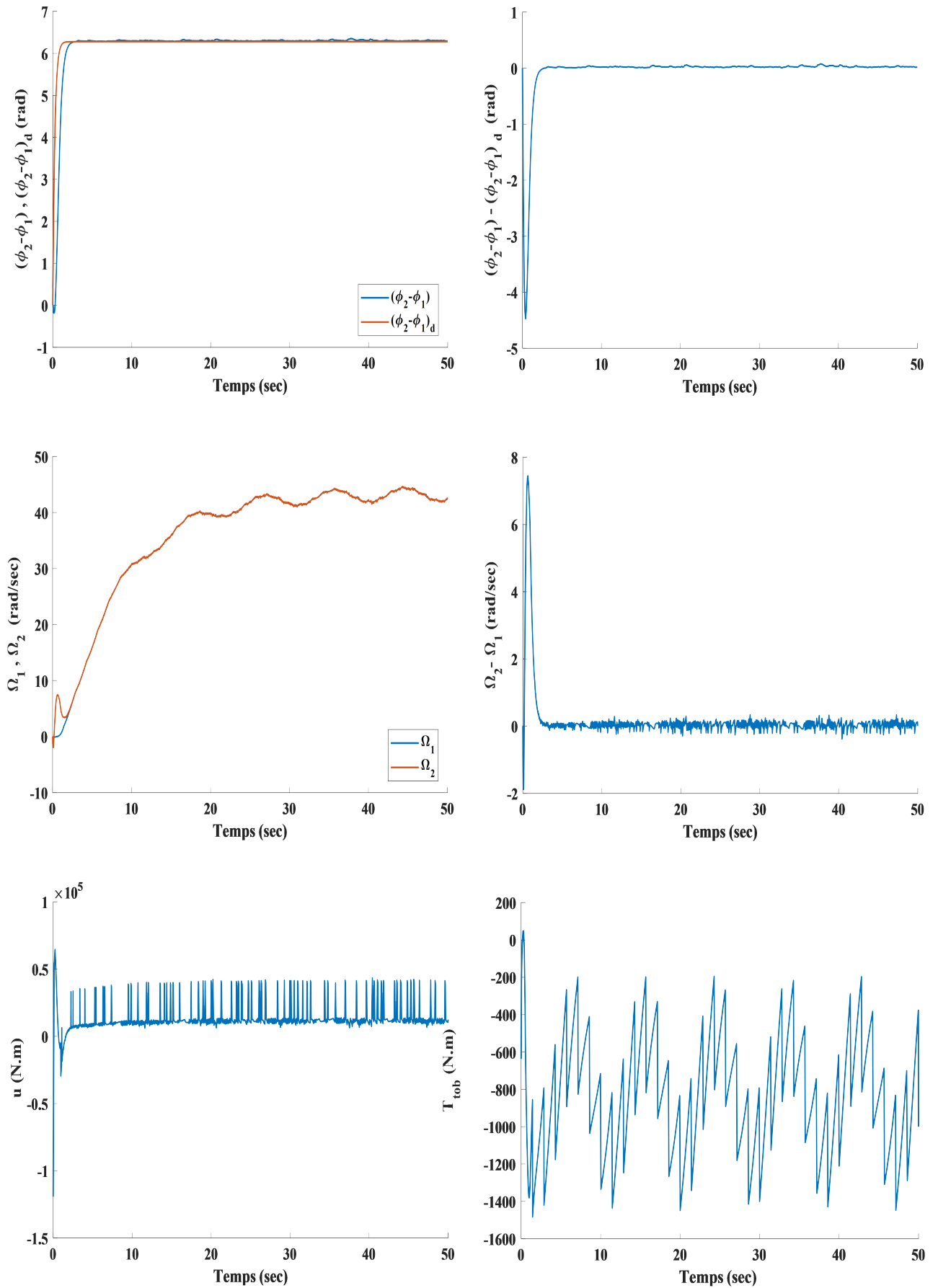


FIGURE 2.3 – Résultats de l'application de la commande par backstepping à l'élimination des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier (Test 2).

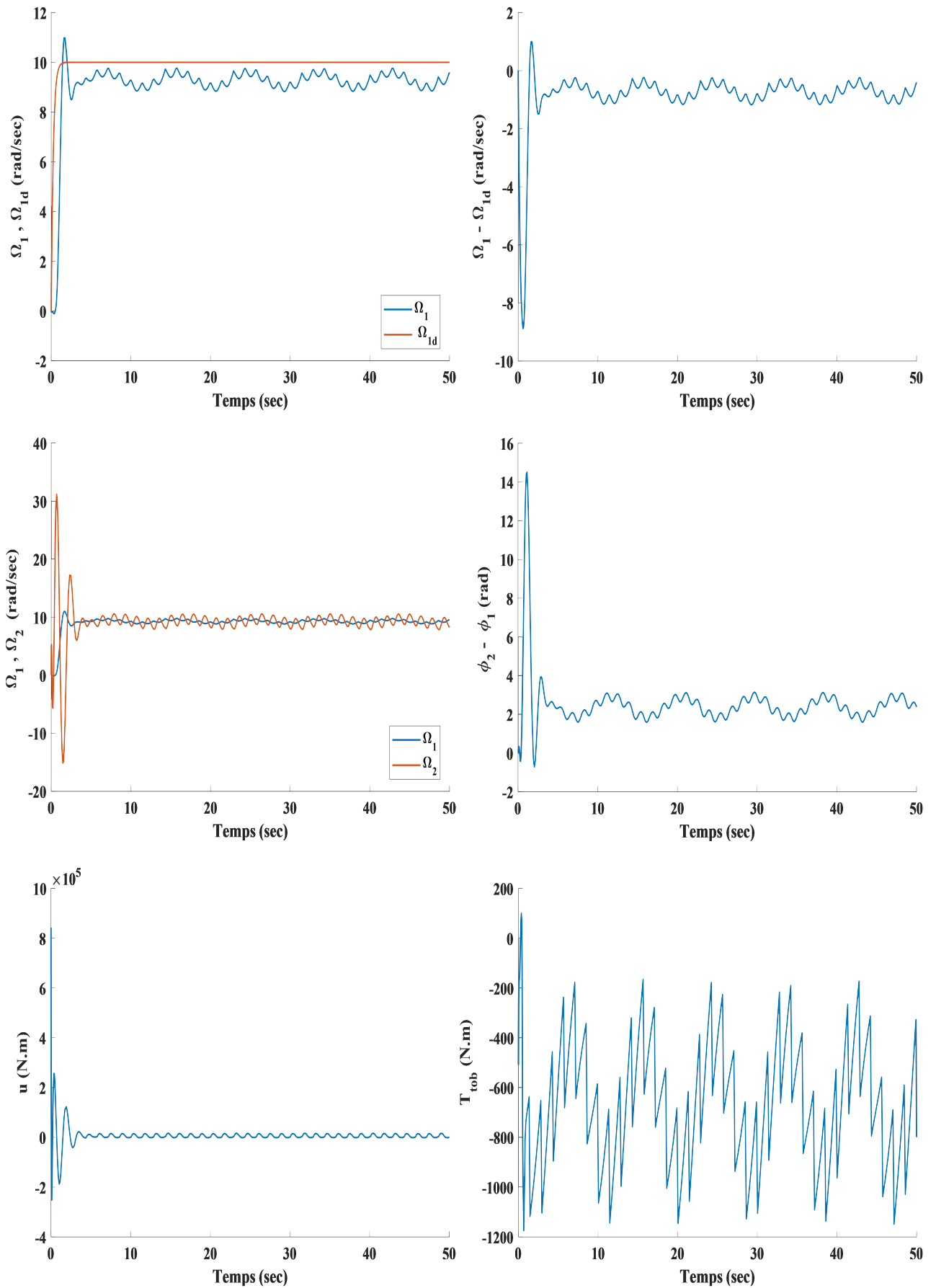


FIGURE 2.4 – Résultats de l'application de la commande à surface dynamique à la réduction des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier.

D'autre part, on voit que le signal du couple de commande est discontinue et présente des variations très brusques, ce qui est très difficile à réaliser pratiquement.

Test 2

Dans ce test, on a utilisé le signal de référence $x_{2d} = 2\pi(1 - e^{-4t})$. Les résultats de simulation de ce test sont montrés dans la figure 2.3.

On constate que l'augmentation de l'amplitude du signal de référence a augmenté les vitesses de rotation du trépan et de la table de surface qui dépassent 40 rad/s dans ce test.

2.6.2 Commande à surface dynamique

Les paramètres du régulateur utilisés sont : $K_1 = 2$, $K_2 = 3$, $K_3 = 10$, $\tau_1 = 0.5$ et $\tau_2 = 0.05$, et le signal de référence utilisé est $x_{1d} = 10(1 - e^{-4t})$. Les résultats de simulation sont présentés dans la figure 2.4.

Malgré que le régulateur utilisé n'a pas réussi à éliminer totalement les vibrations de torsion, on voit que l'effet de ces dernières reste très réduit et l'angle de torsion des tiges oscille entre 2 et 4 rad. De plus, le couple de commande est lisse, ce qui facilite sa réalisation en pratique.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté l'application de la commande par backstepping et la commande à surface dynamique à l'élimination et la réduction des vibrations de torsion dans le train de tige du système de forage. La difficulté principale de ce problème réside dans le fait que le terme représentant les frottements du trépan avec la roche agit dans une dynamique non couverte par le signal de commande.

Tout d'abord, on a transformé le modèle d'état du système en un modèle réduit comportant seulement trois variables d'état, ce qui a simplifié considérablement la tâche de synthèse des lois de commande. Afin de pouvoir appliquer la commande par backstepping, on a pris comme sortie à commander l'angle de torsion des tiges. Cela a permis d'éliminer les vibrations de torsion, mais les vitesses du trépan et de la table de surface ne convergent pas vers une valeur constante. De plus, le signal de commande présente un comportement difficile à réaliser pratiquement.

Afin d'être en mesure de réduire les vibrations de torsion par la commande à surface dynamique, on a choisi les gains du régulateur de façon à satisfaire un certain critère d'optimisation. Le signal de commande résultant est lisse et donc réalisable d'un point de vue pratique. Cependant, le critère à optimiser détermine la précision de l'erreur de régulation de la vitesse du trépan, mais pas l'angle de torsion des tiges.

COMMANDE À SURFACE DYNAMIQUE AVEC OBSERVATEUR DE PERTURBATION DU SYSTÈME DE FORAGE PÉTROLIER

3.1 Introduction

On a vu dans le chapitre précédent que la commande par backstepping de l'angle de torsion entre la table de rotation de surface et le trépan a permis d'éliminer les vibrations de torsion. Néanmoins, cette technique n'a pas régulé les vitesses de rotation du trépan et de la table. Par contre, la commande à surface dynamique de la vitesse du trépan a régulé cette dernière, mais n'a pas pu éliminer totalement les vibrations de torsion. Dans ce chapitre, on tente de pallier ces limitations en appliquant au système une commande à surface dynamique avec observateur de perturbation.

Le rôle d'un observateur de perturbation est différent de celui d'un observateur d'état. La fonction de ce dernier dans un système de commande est de fournir les variables d'état non mesurées à l'organe de commande. En revanche, un observateur de perturbation sert en général à fournir les estimés des perturbations modélisées sous forme d'entrées exogènes à l'organe de commande.

L'objectif de ce chapitre est de cibler seulement le problème de réduction des vibrations de torsion par réglage de la vitesse du trépan dans le système de forage en utilisant la commande à surface dynamique avec un observateur de perturbation par mode de glissement. Le choix de cet observateur peut être justifié par ses conditions de synthèse qui n'imposent pas de conditions quant à la dynamique des perturbations à estimer.

3.2 Observateur par mode de glissement d'état et de perturbation

On considère le système suivant :

$$\dot{x} = Ax + Bu + E\eta \quad (3.1)$$

$$y = Cx \quad (3.2)$$

Où $x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$, $y \in \mathfrak{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état, l'entrée et la sortie du système. Le terme $\eta \in \mathfrak{R}^q$ distribué via la matrice E représente les imperfections du modèle. Les matrices $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $E \in \mathfrak{R}^{n \times q}$ et $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ sont connues avec E et C étant de plein rang .

L'objectif consiste à reconstruire l'état x et le vecteur des perturbations η en utilisant l'observateur suivant :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) + \vartheta \quad (3.3)$$

Où \hat{x} est le vecteur d'état estimé, L la matrice des gains de l'observateur et ϑ est donnée par la formule suivante :

$$\vartheta = \begin{cases} \rho \frac{F(y - C\hat{x})}{\|F(y - C\hat{x})\|} & \text{si } (y - C\hat{x}) \neq 0 \\ 0 & \text{si } (y - C\hat{x}) = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

Où ρ est une constante positive et la matrice, $F \in \mathfrak{R}^{q \times p}$ est une matrice de conception.

Le terme de correction ϑ permet de compenser l'effet des perturbations η , il a en fait le même rôle de la fonction discontinue signe dans (2.66).

3.2.1 Conditions d'existence

Les conditions d'existence que doit vérifier le système (3.1) pour que l'on puisse concevoir l'observateur par mode de glissement (3.3) pour reconstruire x et d sont [17] :

- La paire (A, C) est observable, en d'autres termes il existe une matrice $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ symétrique est définie positif telle que

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) < 0 \quad (3.5)$$

- Il existe une matrice $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive telle que

$$E^T P = FC \quad (3.6)$$

- Le vecteur η est borné par une constante ρ :

$$\|\eta\| < \rho \quad (3.7)$$

- L'égalité suivante :

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_n - A & -E \\ C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \right) = \text{rang}(E) + n \quad (3.8)$$

est vérifiée $\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $\text{Re}(s) \geq 0$.

La condition (3.6) est connue sous le nom de *condition de recouvrement d'observateur*, elle

est vérifiée si $\text{rang}(CE) = \text{rang}(E)$. La condition (3.8) est connue sous le nom de *condition de déphasage minimale*, elle exprime en quelque sorte la détectabilité de l'état x et des perturbations η .

3.2.2 Analyse de la stabilité

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état $\tilde{x} = x - \hat{x}$ est donné par

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + E(d - \vartheta) \quad (3.9)$$

Pour étudier la stabilité de l'observateur (3.3), on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (3.10)$$

Sa dérivé est

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P E (\eta - \vartheta) \quad (3.11)$$

En remplaçant ϑ par son expression dans (3.4), on obtient :

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P E \eta - 2\tilde{x}^T P E \rho \frac{FC\tilde{x}}{\|FC\tilde{x}\|} \quad (3.12)$$

En utilisant la condition (3.6), on obtient :

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P E \eta - 2\tilde{x}^T P E \rho \frac{E^T P \tilde{x}}{\|E^T P \tilde{x}\|} \quad (3.13)$$

Sachant que

$$\tilde{x}^T P E E^T P \tilde{x} = \|E^T P \tilde{x}\|^2 \quad (3.14)$$

(3.13) s'écrit

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P E \eta - 2\rho \frac{\|E^T P \tilde{x}\|^2}{\|E^T P \tilde{x}\|} \quad (3.15)$$

$$= \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P E \eta - 2\rho \|E^T P \tilde{x}\| \quad (3.16)$$

Par ailleurs on a

$$2\tilde{x}^T P E \eta \leq 2\|\tilde{x}^T P E \eta\| \leq 2\|\tilde{x}^T P E\| \|\eta\| \quad (3.17)$$

$$\leq 2\|E^T P \tilde{x}\| \rho \quad (3.18)$$

En utilisant l'inégalité (3.17), \dot{V} vérifie

$$\dot{V} \leq \tilde{x}^T [(A - LC)^T P (A - LC)] \tilde{x} + 2 \|E^T P \tilde{x}\| \rho - 2\rho \|E^T P \tilde{x}\| \quad (3.19)$$

$$= \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} \quad (3.20)$$

Donc, si les matrices L et P sont choisies de sorte que

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) < 0 \quad (3.21)$$

alors l'erreur d'estimation \tilde{x} convergent asymptotiquement vers zéro.

Remarque 3.1. Dans la démonstration de stabilité, on a prouvé seulement la convergence de l'erreur d'estimation d'état vers l'origine, c-à-d la convergence de l'état estimé vers l'état réel. La reconstruction du vecteur des perturbations se fait séparément de l'observateur en filtrant le terme ϑ .

3.2.3 Reconstruction des perturbations

On considère le système (3.9) exprimant la dynamique de l'erreur d'observation d'état. Étant donné que l'observateur (3.3) estime correctement l'état du système, c-à-d

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{x} = 0 \quad (3.22)$$

On déduit aussi que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \dot{\tilde{x}} = 0 \quad (3.23)$$

En remplaçant (3.22) et (3.23) dans (3.9), on trouve

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} E(\eta - \vartheta) = 0 \quad (3.24)$$

Puisque E est supposée de plein rang, (3.24) signifie que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \vartheta = \lim_{t \rightarrow +\infty} \eta \quad (3.25)$$

ou encore, $\vartheta \rightarrow \eta$ lorsque $\tilde{x} \rightarrow 0$. Cependant, ce constat n'est pas tout à fait exact du fait que le terme de correction ϑ est discontinue et sa norme commute entre $-\rho$ et $+\rho$. Tout comme la notion de la commande équivalente dans la théorie des systèmes à structure variable, les auteurs dans [18] ont introduit la notion de *injection de sortie équivalente* qui est un signal continu équivalent à ϑ et qui fournit l'effort nécessaire pour compenser l'effet de η sur l'état

estimé et maintenir ainsi \tilde{x} à l'origine. Pour estimer η , on met donc

$$\hat{\eta} = \vartheta_{eq} \quad (3.26)$$

où $\hat{\eta}$ est l'estimé de η et ϑ_{eq} est le signal continu équivalent à ϑ . Ce signal peut être calculé à tout instant en utilisant le filtre du premier ordre suivant [18] :

$$\tau \dot{\vartheta}_{eq} + \vartheta_{eq} = \vartheta \quad (3.27)$$

Bien entendu la constante de temps τ doit être soigneusement choisie.

3.2.4 Observateur par mode de glissement de perturbation

Dans le cas où toutes les variables d'état du système (3.1) sont mesurées, on peut réduire l'observateur d'état et de perturbation (3.3) en un observateur de perturbation seulement. Pour ce faire on réécrit le système (3.1) sous la forme suivante :

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u + E_1\eta \quad (3.28a)$$

$$\dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u \quad (3.28b)$$

où $x_1 \in \mathbb{R}^q$ est l'état dont la dynamique est directement infectée par le signal de perturbations η et E_1 est inversible, car E est supposée de plein rang. L'observateur de perturbation dérivé de (3.3) qu'on se propose d'utiliser est donné par

$$\dot{\hat{x}}_1 = A_{11}\hat{x}_1 + A_{12}x_2 + B_1u + L(x_1 - \hat{x}_1) + E_1\vartheta_1 \quad (3.29)$$

où

$$\vartheta_1 = \begin{cases} \rho \frac{E_1^T P_1 (x_1 - \hat{x}_1)}{\|E_1^T P_1 (x_1 - \hat{x}_1)\|} & \text{si } (x_1 - \hat{x}_1) \neq 0 \\ 0 & \text{si } (x_1 - \hat{x}_1) = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

où P_1 est une matrice symétrique et définie positive. Le vecteur $\hat{\eta}$, l'estimé de η , est calculé de l'équation suivante :

$$\dot{\hat{\eta}} = \frac{\vartheta_1 - \hat{\eta}}{\tau} \quad (3.31)$$

La stabilité de l'observateur (3.29) peut être facilement prouvée en suivant les mêmes étapes de preuve de la stabilité de l'observateur (3.3).

3.3 Commande à surface dynamique avec observateur de perturbation du système de forage pétrolier

On reprend le modèle réduit du système de forage :

$$\dot{x}_1 = -a_1 x_1 + a_2 x_2 + d \quad (3.32a)$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + x_3 \quad (3.32b)$$

$$\dot{x}_3 = -a_3 x_2 - a_4 x_3 + \frac{u}{J_2} \quad (3.32c)$$

L'idée est d'estimer la perturbation (frottement) d en utilisant un observateur de perturbation et d'utiliser cet estimée dans l'algorithme de calcul de la commande pour compenser l'effet de d sur la dynamique du système.

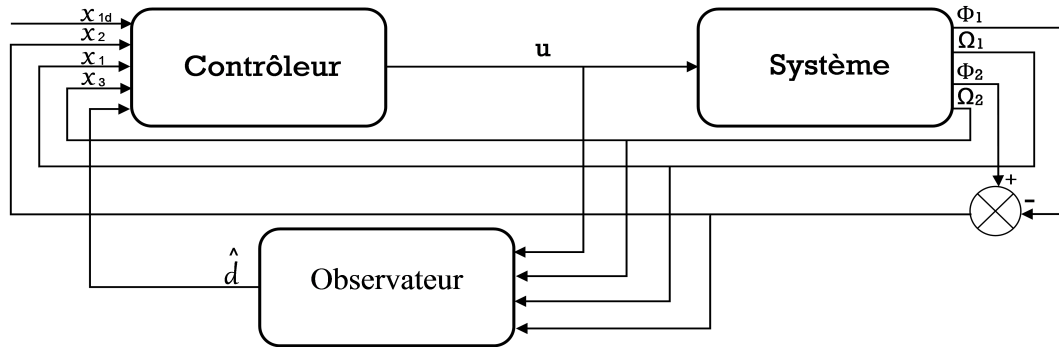


FIGURE 3.1 – Schéma de principe de la commande du système de forage à l'aide d'un observateur de perturbation

3.3.1 Synthèse de l'observateur de perturbation

Pour la synthèse de l'observateur, on considère seulement l'équation (3.32a)

$$\dot{x}_1 = -a_1 x_1 + a_2 x_2 + d \quad (3.33)$$

Puisque x_1 et x_2 sont mesurée, l'observateur par mode de glissement correspondant a ce sous-système est donne par

$$\dot{\hat{x}}_1 = -a_1 \hat{x}_1 + a_2 x_2 + L(x_1 - \hat{x}_1) + d_{max} \text{signe}(x_1 - \hat{x}_1) \quad (3.34)$$

où d_{max} est la borne maximale de d . Soit $\tilde{x}_1 = x_1 - \hat{x}_1$, de (3.33) et (3.34) la dynamique de l'erreur d'observation est

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -(a_1 + L)\tilde{x}_1 + d - d_{max} \text{signe}(\tilde{x}_1) \quad (3.35)$$

Il suffit donc de choisir $L > 0$ pour que la solution libre du système (3.35) soit asymptotiquement stable. On peut également prouver facilement la stabilité de l'observateur (3.34) en considérant la fonction de Lyapunov.

$$V = \tilde{x}_1^2 \quad (3.36)$$

La reconstruction de la perturbation d se fait en utilisant le filtre suivant :

$$\tau \dot{\hat{d}} + \hat{d} = d_{max} \text{signe}(\tilde{x}_1) \quad (3.37)$$

Il est important de constater que la réponse de ce filtre est bornée par d_{max} étant donné que

$$-d_{max} \leq d_{max} \text{signe}(\tilde{x}_1) \leq d_{max} \quad (3.38)$$

3.3.2 Synthèse de la commande

Le principe de la commande est le même que celui de l'algorithme de la commande à surface dynamique exposée dans le chapitre 2 excepté le choix de la commande virtuelle \bar{x}_2 qui est donné dans ce cas par

$$\bar{x}_2 = \frac{-1}{a_2} (-a_1 x_1 - \dot{x}_{1d} + K_1 s_1 + \hat{d}) \quad (3.39)$$

où \hat{d} est calculé à partir de (3.37). La dynamique de la première erreur de poursuite est

$$\dot{s}_1 = -K_1 s_1 + a_2 s_2 + a_2 \xi_2 + \tilde{d} \quad (3.40)$$

où $\tilde{d} = d - \hat{d}$

En poursuivant de très près les mêmes étapes de calcul de la commande à surface dynamique que dans la sous-section 2.5.2 du chapitre 2, on obtient la loi de commande suivante :

$$u = -\frac{1}{J_2} (-a_3 x_2 - a_3 x_3 + \frac{\bar{x}_3 - x_{3d}}{\tau_3} + K_3 s_3) \quad (3.41)$$

où \bar{x}_3 et x_{3d} sont définies par (2.79) et (2.80) respectivement.

La dynamique des erreurs est donnée par le système suivant :

$$\dot{s}_1 = -K_1 s_1 + a_2 s_2 + a_2 \xi_2 + \tilde{d} \quad (3.42a)$$

$$\dot{s}_2 = -K_2 s_2 + s_3 + \xi_3 \quad (3.42b)$$

$$\dot{s}_3 = -K_3 s_3 \quad (3.42c)$$

où

$$\dot{\xi}_2 = -\frac{\xi_2}{\tau_2} - \dot{x}_2 \quad (3.43)$$

$$\dot{\xi}_3 = -\frac{\xi_3}{\tau_3} - \dot{x}_3 \quad (3.44)$$

De (3.39) et (2.79) on a respectivement :

$$\dot{x}_2 = \frac{-1}{a_2}(-a_1 \dot{x}_1 - \ddot{x}_{1d} + K_1 \dot{s}_1 + \dot{d}) \quad (3.45)$$

$$= \frac{-1}{a_2}(-a_1 \dot{s}_1 - a_1 \dot{x}_{1d} - \dot{x}_{1d} + K_1 \dot{s}_1 + \dot{d}) \quad (3.46)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_1 - \frac{\xi_2}{\tau_2} - K_2 \dot{s}_2 \quad (3.47)$$

$$= \dot{x}_{1d} + \dot{s}_1 - \frac{\xi_2}{\tau_2} - K_2 \dot{s}_2 \quad (3.48)$$

En remplaçant (3.45) et (3.47) dans (3.43) et (3.44) respectivement , les erreurs de filtrage deviennent

$$\dot{\xi}_2 = -\frac{\xi_2}{\tau_2} - \frac{a_1 - K_1}{a_2} \dot{s}_1 - \frac{1}{a_2}(a_1 \dot{x}_{1d} + \ddot{x}_{1d} + \dot{d}) \quad (3.49)$$

$$\dot{\xi}_3 = \frac{-\xi_3}{\tau_3} - \dot{s}_1 + \frac{\xi_2}{\tau_2} + K_2 \dot{s}_2 - \dot{x}_{1d} \quad (3.50)$$

que l'on peut les récrire sous la forme suivante :

$$\frac{a_1 - K_1}{a_2} \dot{s}_1 + \dot{\xi}_2 = -\frac{\xi_2}{\tau_2} - \frac{1}{a_2}(a_1 \dot{x}_{1d} + \ddot{x}_{1d} + \dot{d}) \quad (3.51)$$

$$\dot{s}_1 - K_2 \dot{s}_2 - \frac{\xi_2}{\tau_2} + \dot{\xi}_3 = -\frac{\xi_3}{\tau_3} - \dot{x}_{1d} \quad (3.52)$$

Le système des erreurs suivant est obtenu en poursuivant la même démarche suivie dans la sous-section 2.5.3 du chapitre précédent :

$$\dot{z} = Az + E\delta \quad (3.53)$$

tel que $z = [s_1 \quad s_2 \quad s_3 \quad \xi_2 \quad \xi_3]^T$, $\delta = [\tilde{d} \quad \dot{x}_{1d} \quad \ddot{x}_{1d} \quad \dot{d}]^T$,

$$A = \begin{bmatrix} -K_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -K_2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -K_3 & 0 & 0 \\ \frac{-K_1^2 + a_1 K_1}{a_2} & K_1 - a_1 & 0 & K_1 - a_1 - \frac{1}{\tau_2} & 0 \\ \frac{-K_1^2 + a_1 K_1}{\tau_2 a_2} & \frac{K_1 - a_1}{\tau_2} - K_2^2 & K_2 & \frac{K_1 - a_1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_2^2} & K_2 - \frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_2 - a_1}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} & -\frac{1}{a_2} & \frac{-1}{a_2} \\ \frac{K_1 - a_1}{\tau_2 a_2} & \frac{a_1}{a_2 \tau_2} - 1 & -\frac{1}{a_2 \tau_2} & \frac{-1}{a_2 \tau_2} \end{bmatrix}.$$

Dans un problème de régulation, on a $\dot{x}_{1d} = 0$ et $\ddot{x}_{1d} = 0$. De plus, si l'observateur reconstruit correctement d , on a $\hat{d} \simeq d$. Dans ce cas le système d'erreur (3.53) peut être approximé par le système

$$\dot{z} = Az + E' \dot{\hat{d}} \quad (3.54)$$

où la la matrice $E' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{a_2} \\ \frac{-1}{a_2 \tau_2} \end{bmatrix}$ et $\dot{\hat{d}}$ est issue du filtre passe bas (3.37). Puisque \hat{d} est bornée (voir

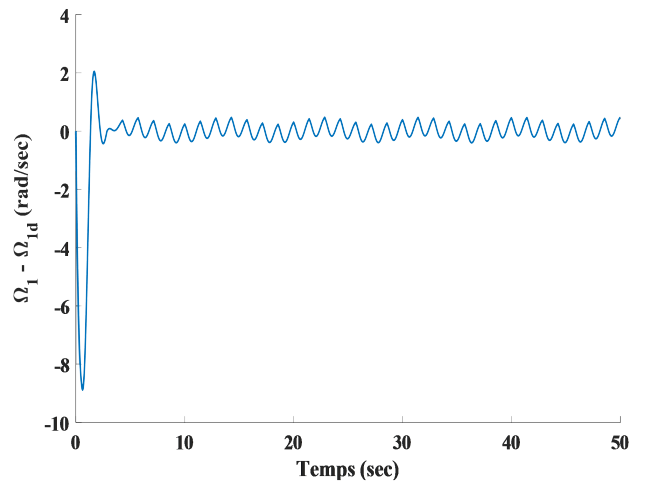
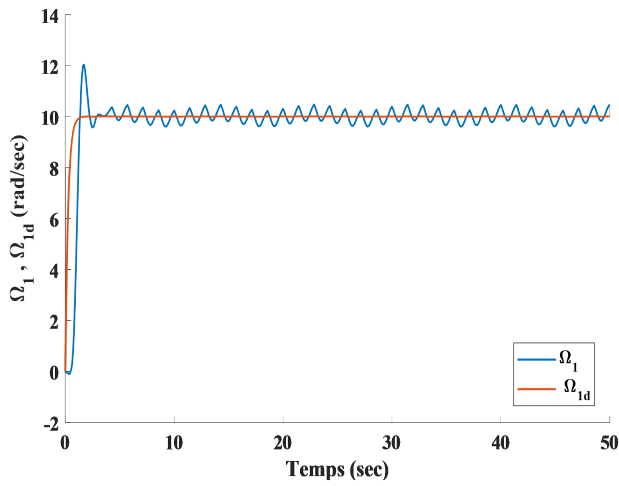
(3.38)) on peut facilement conclure de (3.37) que $\dot{\hat{d}}$ est également bornée. Il suffit donc de choisir les paramètres K_1, K_2, K_3, τ_2 et τ_3 de sorte que la matrice A soit Hurwitz et réduire l'effet de $\dot{\hat{d}}$ sur l'erreur s_1 .

3.4 Simulation

Dans cette partie on présente les résultats de simulation de la commande à surface dynamique à l'aide d'observateur de perturbation du système de forage. Les paramètres utilisés dans le régulateur et l'observateur sont : $K_1 = 2, K_2 = 3, K_3 = 10, \tau_1 = 0.5, \tau_2 = 0.05, \tau = 0.1$ et $L = 6$, et le signal de référence utilisé est $x_{1d} = 10(1 - e^{-4t})$.

Comme dans les tests en simulation du chapitre précédent, on a ajouté à T_{tob} le terme perturbateur suivant :

$$T_{tobdyn} \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctan \left(\cot \left(\frac{\pi t}{0.7} \right) \right) + \sin(0.7t) \right)$$



*

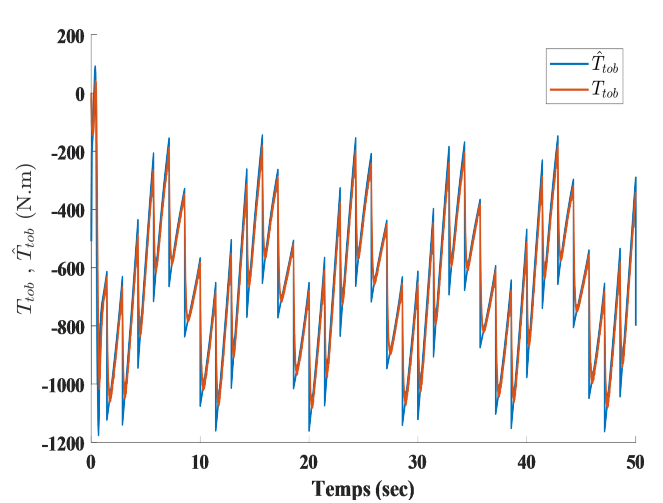
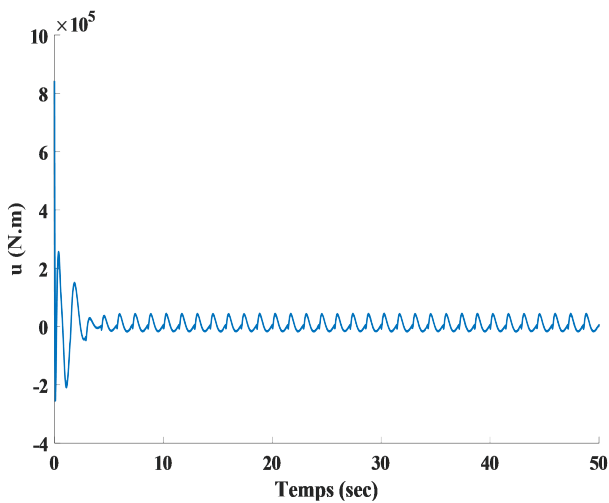
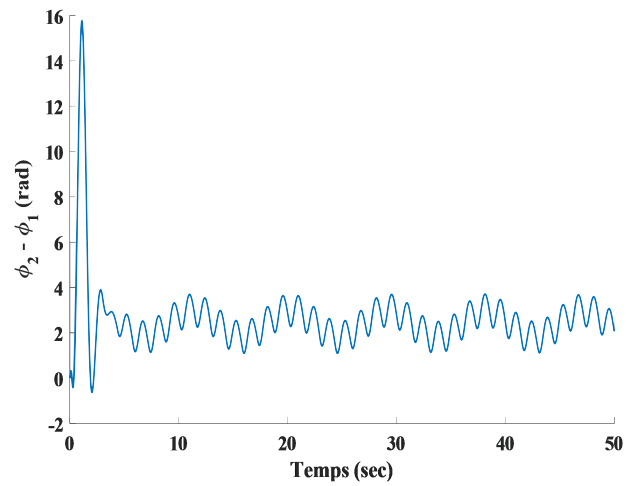
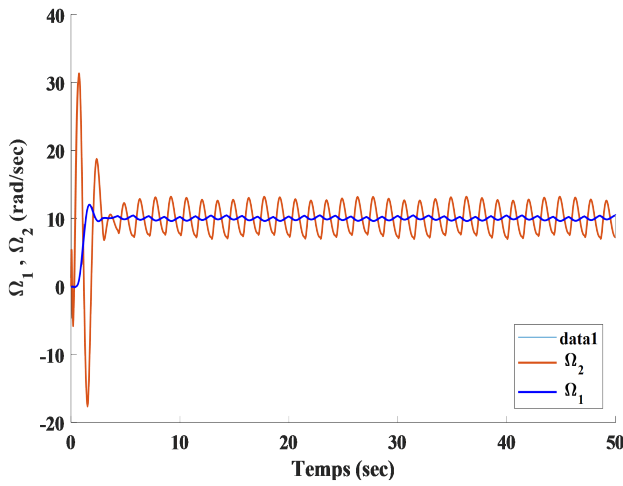


FIGURE 3.2 – Résultats de l'application de la commande a surface dynamique avec un observateur de perturbation à l'élimination des vibrations de torsion dans le système de forage pétrolier

Les résultats de simulation sont montrés dans la figure 3.2. On remarque que l'observateur a réussi à reconstruire le couple de frottement avec une précision très acceptable malgré le comportement discontinu et très dynamique de ce dernier. On voit également que la vitesse du trépan converge rapidement vers sa référence contrairement au test de la commande à surface dynamique seule (voir chapitre 2 sous-section 2.6.2) où l'erreur effectue des oscillations autour d'une valeur loin de l'origine. Cependant les vibrations de torsion ici sont un peu plus importantes que celles dans test de la commande à surface dynamique seule.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a appliqué la commande à surface dynamique avec observateur de perturbation au système de forage pétrolier. Comme dans le chapitre précédent, l'objectif est de réduire voir éliminer les vibrations de torsion et réguler la vitesse du trépan. De par la nature de la dynamique du modèle du frottement du trépan avec la roche, on a choisi d'employer un observateur de perturbation par mode de glissement qui est en fait inspiré directement des observateurs par mode de glissement utilisé pour la reconstruction des défauts. L'analyse de la dynamique des erreurs a montré que cette approche ne permet pas d'éliminer complètement l'effet des perturbations (à cause de la présence de \hat{d} dans l'équation dynamique des erreurs).

Dans l'étude en simulation, on a employé les mêmes paramètres du régulateur que dans le chapitre précédent. Les résultats de simulation ont montré une amélioration notable quant à la régulation de la vitesse du trépan par rapport à la commande à surface dynamique seule. Toutefois, les vibrations de torsion dans le train de tiges sont un peu plus importantes.

Conclusion générale

Les puits de production de pétrole et de gaz sont réalisés à l'aide d'un système de forage rotary. La technique du forage rotary consiste à mettre en rotation un outil sur lequel on applique une force orientée dans la direction d'avancement de l'outil. La rotation, générée depuis la surface par la table de rotation, est transmise jusqu'au fond du puits par l'intermédiaire du train de tiges. Ce dernier évolue dans un environnement complexe et subissant des sollicitations irrégulières. De ce fait, les vibrations mécaniques sont inévitables lors des opérations de forage. Cela conduit à la destruction des matériaux de la garniture comme le trépan et le train de tiges et entraîne ainsi des pertes financières considérables.

Dans ce mémoire, on s'intéresse aux vibrations de torsion qui s'expriment par le phénomène stick-slip qui provoque des arrêts cycliques de l'outil de forage. L'objectif est de minimiser voir supprimer ces vibrations par voie de commande.

Dans le premier chapitre, on a introduit dans un premier temps, quelques notions relatives au forage pétrolier ainsi que les équipements nécessaires pour effectuer cette opération. Dans un deuxième temps, on a présenté, brièvement les types de vibrations dans le train de tiges et leurs causes. Enfin, on a fourni un modèle mathématique décrivant le comportement du système de forage rotary soumis à un frottement reproduisant le phénomène stick-slip. On s'est servi de ce modèle dans l'étude effectuée dans les chapitres suivants.

Dans le deuxième chapitre, après avoir présenté les algorithmes de base de la commande par backstepping et la commande à surface dynamique, on a présenté l'application de la commande par backstepping et la commande à surface dynamique à l'élimination et la réduction des vibrations de torsion dans le train de tige du système de forage. Mais tout d'abord, on a transformé le modèle d'état du système en un modèle réduit comportant seulement trois variables d'état. Dans la commande par backstepping, on a pris comme sortie à commander l'angle de torsion des tiges. Cela a permis de réduire les vibrations de torsion, mais les vitesses du trépan et de la table de surface n'ont pas été régulées. De plus, le signal de commande résultant présente un comportement difficile à réaliser pratiquement à cause d'un terme de robustification. Pour la commande à surface dynamique, on a choisi les gains du régulateur de façon à satisfaire un certain critère d'optimisation. Le signal de commande résultant est réalisable d'un point de vue pratique.

Dans le troisième chapitre, on a appliqué la commande à surface dynamique avec observateur de perturbation pour réduire les vibrations de torsion et réguler la vitesse du

trépan. On a utilisé un observateur de perturbation par mode de glissement inspiré directement des observateurs par mode de glissement utilisé dans la reconstruction des défauts. Les résultats de simulation ont montré une amélioration notable quant à la régulation de la vitesse du trépan par rapport à la commande à surface dynamique seule. Toutefois, les vibrations de torsion dans le train de tiges sont un peu plus importantes.

Enfin, pour des développements futurs en perspective du travail effectué dans ce mémoire, on suggère la synthèse de la commande à surface dynamique avec un observateur d'état et de perturbation et d'inclure dans le modèle de forage les retards de mesure subit par la position et la vitesse du trépan.

A.1 Stabilité au sens de Lyapunov

A.1.1 Définition

Stabilité(définition intuitive)

Intuitivement le système est stable, si initialement légèrement perturbé de son point d'équilibre le système revient à ce point d'équilibre.

Stabilité selon Lyapunov

Soit un système dont l'état est x et qui possède la position d'équilibre x_e . Écarté de cette position, et abandonné à lui-même à $t = t_0$ avec les conditions initiales x_0 , le système aura comme état $x(t)$. On dit que la position d'équilibre est stable $\forall R > 0, \exists r > 0$ tel que :

$$\|x_0 - x_e\| < r \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < R \quad (\text{A.1})$$

Stabilité locale

Concerne simplement la position d'équilibre considérée, sans rien préjuger sur le domaine de validité de cette stabilité.

Stabilité globale

On parle de stabilité globale lorsque le système est stable pour toutes les valeurs que peuvent prendre les variables de cette stabilité.

Région d'attraction

La région autour de la position d'équilibre, à l'intérieur de laquelle toutes les trajectoires approchent le point d'équilibre est appelée région d'attraction ou domaine d'attraction.

A.2 Première méthode de Lyapunov

soit à étudier la stabilité d'un système non linéaire Σ linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

- Si le système linéarisé est asymptotiquement stable, alors Σ est asymptotiquement stable.
- Si le système linéarisé est instable, alors Σ est instable.
- Si le système linéarisé est stable sans l'être asymptotiquement, on ne peut se prononcer.

A.3 Deuxième méthode de Lyapunov

Cette méthode du concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Si le système est conservatif, l'énergie reste constante, pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, il est clair que le système est instable.

L'idée ici est de trouver une fonction $V(x)$ de signe défini (avec $V(0) = 0$), dans un domaine D comprenant la position d'équilibre, et dont la dérivée totale par rapport au temps \dot{V} soit définie et le signe oppose dans le même domaine, l'équilibre sera asymptotiquement stable dans ce domaine.

A.4 Stabilité des systèmes lipschitziens

Généralement on appelle les systèmes lipschitziens les systèmes dynamiques de la forme

$$\dot{x} = Ax + f(x) \quad (\text{A.2})$$

$$y = Cx \quad (\text{A.3})$$

tel que la fonction non linéaire vérifie la condition de continuité de Lipschitz c-a-d. $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n, \exists \lambda$ une constante positive tel que

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq \gamma \|x_1 - x_2\| \quad (\text{A.4})$$

$$\|f(x, u)\| \leq \gamma \|x\| \text{ si } f(0) = 0 \quad (\text{A.5})$$

La stabilité de cette classe des systèmes non linéaires est relativement simple à analyser car la norme de la partie non linéaire est bornée par la norme d'un linéaire.

Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V = x^T P x \quad (\text{A.6})$$

ou p est matrice symétrique définie positive . La dérivée de V est donnée par

$$\dot{V} = x^T (A^T P + PA)x + 2x^T P f(x) \quad (\text{A.7})$$

Dans ce cas ou A est stable alors il existe une matrice définie positive Q tel que

$$A^T P + AP = -Q \quad (\text{A.8})$$

La dérivée de V

$$\dot{V} = -x^T Qx + 2x^T P f(x) \quad (\text{A.9})$$

vérifie les inégalités suivantes :

$$\dot{V} \leq -x^T Qx + 2\|x^T P\| \cdot \|f(x, u)\| \quad (\text{A.10})$$

$$\leq -\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 + 2\|x\| \cdot \|P\| \lambda \|x\| \quad (\text{A.11})$$

$$\leq -\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 + 2\gamma(\lambda_{\max}(P))\|x\|^2 \quad (\text{A.12})$$

$$= (-\lambda_{\min}(Q) + 2\gamma\lambda_{\max}(P))\|x\|^2 \quad (\text{A.13})$$

ou λ_{\max} et λ_{\min} de signent respectivement la plus grande valeur propre et la plus petite valeur propre. Donne la dérivée de V soit définie négative si :

$$\lambda_{\min}(Q) > 2\gamma\lambda_{\max}(P) \quad (\text{A.14})$$

qui est le condition de la stabilité du système.

Bibliographie

- [1] Martha Belem Saldivar MÁRQUEZ, Islam BOUSSAADA, Hugues MOUNIER et Silviu-Iulian NICULESCU : *Analysis and control of oilwell drilling vibrations : a time-delay systems approach*. Springer, 2015.
- [2] Farag ABDULGALIL : *Commande non linéaire dans les systèmes de forage pétrolier : contribution à la suppression du phénomène de «stick-slip»*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud-Paris XI, 2006.
- [3] F ABDULGALIL et H SIGUERDIDJANE : Pid based on sliding mode control for rotary drilling system. *In Computer as a Tool, 2005. EUROCON 2005. The International Conference on*, volume 1, pages 262–265. IEEE, 2005.
- [4] Conrad SAGERT, Florent DI MEGLIO, Miroslav KRSTIC et Pierre ROUCHON : Backstepping and flatness approaches for stabilization of the stick-slip phenomenon for drilling. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(2):779–784, 2013.
- [5] Samir TOUMI : *Contribution à la suppression du phénomène stick slip et à la construction d'un observateur de dimension infinie en forage pétrolier*. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay; Université de Carthage (Tunisie), 2017.
- [6] Mohamed KHODJA : *Les fluides de forage : Etude des performances et considerations environnementales*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2008.
- [7] Rami RIANE : *Contribution à la synthèse d'observateur adaptatif à entrées inconnues d'un système de forage rotary : simulations sous labview*. Thèse de doctorat, 2014.
- [8] Dhaker EZZEDDINE : *Modélisation du comportement dynamique d'un train de tiges de forage pétrolier : application aux vibrations latérales*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2013.
- [9] M BRIOUA : *Etude des instabilités dans une tige de forage pétrolier influence du frottement visqueux*.
- [10] Kemin ZHOU, John Comstock DOYLE, Keith GLOVER *et al.* : *Robust and optimal control*, volume 40. Prentice hall New Jersey, 1996.
- [11] Lavretsky EUGENE, Wise KEVIN et D HOWE : *Robust and adaptive control with aerospace applications*, 2013.

- [12] Yuri SHTESSEL, Christopher EDWARDS, Leonid FRIDMAN et Arie LEVANT : *Sliding mode control and observation*, volume 10. Springer, 2014.
- [13] Abder Rezak BENASKEUR : *Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires*. Thèse de doctorat, Université de Laval, 2002.
- [14] Mooncheol WON et J Karl HEDRICK : Multiple-surface sliding control of a class of uncertain nonlinear systems. *International Journal of Control*, 64(4):693–706, 1996.
- [15] JH GREEN et JK HEDRICK : Nonlinear speed control for automotive engines. *In American Control Conference, 1990*, pages 2891–2897. IEEE, 1990.
- [16] Bongsob SONG et J Karl HEDRICK : *Dynamic surface control of uncertain nonlinear systems : an LMI approach*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [17] Reza RAOUFI : *Nonlinear robust observers for simultaneous state and fault estimation*. Thèse de doctorat, University of Alberta, 2010.
- [18] Christopher EDWARDS, Sarah K SPURGEON et Ron J PATTON : Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36(4):541–553, 2000.