&&République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Mohamed Seddik Ben Yahia - Jijel

Faculté des sciences et de la technologie

Département d'électrotechnique

MEMOIRE DE MASTER

DOMAINE : Sciences et Technologie

FILIERE : Electrotechnique

SPECIALITE : Machines électriques

Thème

Modélisation de systèmes de bobines pour la création du champ magnétique uniforme.

Présenté Par : **Encadré Par : Mme. BELLI Zoubida**

KADDOUR Hadjer **Co-encadré par: Mr. BOURAHLA Kheireddine**

LEBSIR Nassima

Date de soutenance :01/07/2026

Membres de jury :

Président : Mr. HACIB Tarik	**grade : Professeur**	**Univ MSB Jijel**
Encadreur : Mme. BELLI Zoubida	**grade : Professeure**	**Univ MSB Jijel**
Co-encadreur : Mr. BOURAHLA Kheireddine	**grade : MCB**	**Univ MSB Jijel**
Examinateur : Mr. AOMAR Lyes	**grade : MCA**	**Univ MSB Jijel**

Promotion : **2025 /2026**

Remerciements

Au terme de cette étude, nous tenons à remercier Allah, le tout puissant de nous avoir donné le courage et la patience d'aller jusqu'au bout et de mettre ce travail à la fin.

Nos sincères remerciements s'adressent en particulier à Mme Belli Zoubida qui a fait l'honneur de diriger ce mémoire, pour ces remarques, ces précieux conseils et ces corrections ont été d'une grande utilité, « Merci »

Nos remerciements vont à tous nos enseignants du département de l'électrotechnique pour la formation qu'ils nous ont donnée.

Enfin, nous remercions chaleureusement tous ceux qui ont contribué de près ou de loin, à l'élaboration de ce travail.

Dédicaces

A mes très chers parents

A mes sœurs Samira, Houda et Zineb

A ma nièce Arwa et mes neveux Imrane et Anes

A mes amies et tous ceux qui m'aiment

Je vous dédie ce travail.

Hadjer

Dédicaces

A mes chers parents

A mes frères et sœurs Rania, Ilyas, Amira et Ayman

A mes amies et à tous ceux qui ont contribué par une invitation aimable ou un mot d'encouragement

Je dédie ce travail

Nassima

الملخص

يركز هذا العمل على النمذجة والتحسين لمُلفّات المجال المغناطيسي المُنتظِم. تم النظر في تطبيقين؛ يتعلق الأول بزوج من مُلفّات هيلمهولتز الدائرية والمحورية، لتوليد مجال مُنتظِم في حجم موضوع في مركزها. وقد تمت نمذجة الهيكل من خلال تطبيق نموذجين لحساب المجال: نموذج عددي باستخدام طريقة العناصر المحدودة ثنائية الأبعاد، ونموذج شبه تحليلي باستخدام طريقة التكاملات الإهليلجية .أما التطبيق الثاني فيتركز على تحسين زوج من مُلفّات ماكسويل المدمجة في بيئة التصوير بالرنين المغناطيسي وذلك لإنشاء مجال تدرج مغناطيسي خطي على طول المحور وقد طُبّقت طريقة الخوارزميات الجينية بالتزامن مع الطريقة التكاملية من أجل التحسين المقيد لهندسة مُلفّات ماكسويل، بهدف الحصول على مجال تدرج خطي مساوٍ للمجال المفروض.

.الكلمات المفتاحية: مجال مغناطيسي منتظم، ملفات هلمهولتز، ملفات ماكسويل، تكاملات إهليلجية، طريقة العناصر المحدودة، التحسين، الخوارزمية الجينية

Résumé

Ce travail se concentre sur la modélisation et l'optimisation des bobines à champ magnétique uniforme. Deux applications ont été considérées. La première concerne une paire de bobines de Helmholtz circulaires et coaxiales pour la génération du champ uniforme dans un volume placé à leur centre. La structure a été modélisée par l'application de deux modèles de calcul du champ : numérique par la méthode des éléments finis bidimensionnelle et semi-analytique par la méthode des intégrales elliptiques. La deuxième application se focalise sur l'optimisation d'une paire de bobines de Maxwell intégrée dans un environnement IRM pour la création d'un champ de gradient magnétique linéaire le long de l'axe z. La méthode des algorithmes génétiques a été appliquée conjointement avec la méthode intégrale pour l'optimisation sous contraintes de la géométrie de bobines de Maxwell afin d'obtenir un champ de gradient linéaire est égale à celui désiré.

Mots clé : Champ magnétique uniforme, Bobines de Helmholtz, Bobines de Maxwell, Intégrales elliptiques, méthode des éléments finis, Optimisation, Algorithme génétique.

Abstract

This work focuses on the modeling and optimization of coils designed to produce a uniform magnetic field. Two applications were considered. The first one involves a pair of coaxial, circular Helmholtz coils used to generate a uniform field within a volume located at their center. Two field calculation techniques were used to simulate the structure: a semi-analytical method utilizing elliptic integrals and a numerical approach based on the 2D finite element method. In the second application, a pair of Maxwell coils integrated into an MRI environment were optimized to generate a linear magnetic gradient field along the z-axis. The genetic algorithm and an integral computation field technique were used to optimize the Maxwell coil design under constraints in order to provide a linear gradient field that matched the desired value.

Keywords: Uniform magnetic field, Helmholtz coils, Maxwell coils, Elliptic integrals, Finite element method, Optimization, Genetic algorithm.

Introduction Générale 1

Chapitre I : Systèmes de bobines à champ magnétique uniforme

I.1 Introduction 3
I. 2 Notions fondamentales liées aux champs magnétiques uniformes 3
I.2.1 Définition et propriétés fondamentales 3
I.2.1.1 Définition d'un champ magnétique uniforme 3
I.2.1.2 Caractéristiques des champs magnétiques uniformes 4
I.2.2 Intérêts théoriques des champs magnétiques uniformes 5
I.3 État de l'art sur les systèmes de bobines à champ magnétique uniforme 5
I.3.1 Bobines de Helmholtz 6
I.3.1.1 Bobines de Helmholtz circulaires 6
I.3.1.2. Bobines de Helmholtz carrées 7
I.3.1.3 Expression du champ magnétique 8
I.3.1.4 Domaines d'application des bobines de Helmholtz 9
I.3.1.5 Matériaux et fabrication 10
I.3.1.6 Défis de fabrication 10
I.3.1.7 Solutions innovantes 11
I.3.2 Bobines de Maxwell 11
I.3.2.1 Aperçu historique 12
I.3.2.2 Principes de conception et paramètres géométriques 13
I.3.2.3 Performances et comparaison avec la bobine de Helmholtz 14
I.3.2.4 Réalisation pratique et considérations techniques 14
I.3.2.5 La paire de Maxwell : bobines de gradient 14
I.3.2.6 Domaines d'application des bobines de Maxwell 15
I.3.3 Bobines de Merritt 16
I.3. 3.1 Principe général 16
I.3.4 Système de bobines de Ruben 19
I.4 Conclusion 20

Chapitre II : Modélisation de systèmes à champ magnétique uniforme

II.1 Introduction 21
II.2 Modélisation par le calcul du champ électromagnétique 21
II.2.1 Equations du champ électromagnétique 22
II.2.2 Lois des milieux 23

II.2.3 Conditions de passage....24
II.2.4 Simplification des équations de Maxwell....24
II.2.5 Formulation des équations différentielles aux dérivées partielles du champ électromagnétique....25
II.2.5.1 Modèle magnétostatique....25
II.2.5.2 Modèle magnétodynamique....26
II.3 Résolution des équations différentielles aux dérivées partielles du champ électromagnétique....27
II.3.1 Approches numériques....28
II.3.1.1 Méthodes des éléments finis....28
II.3.2 Approches analytiques....29
II.3.3 Approches semi-analytiques....29
II.4. Modélisation d'un système à champ magnétique uniforme....31
II.4.1. Description du système étudié....31
II.4.2. Calcul du champ magnétique par la méthode des éléments finis....33
II.4.3. Calcul du champ magnétique par la méthode semi-analytique intégrale....35
II.5 Conclusion....38
Chapitre III : Optimisation de bobines de gradient d'un environnement IRM
III.1 Introduction....40
III.2. Présentation de la structure considérée....40
III.2.1 Constitution du dispositif....41
III.3 Modélisation et optimisation de bobines de gradient....43
III.3.1 Formulation du problème d'optimisation....44
III.3.1.1 Fonction objectif....45
III.3.1.2 Contraintes....45
III.3.1.3 Processus de résolution du problème d'optimisation....47
III.3.1.4 Calcul du champ de gradient avec les paramètres initiaux....47
III.3.1.5 Solution du problème d'optimisation posé....49
III.4 Conclusion....53
Conclusion générale et perspectives....55
Bibliographie

Liste de figures

Chapitre I : Systèmes de bobines à champ magnétique uniforme

Figure I.1 Schématique des lignes de champ magnétique uniforme. 4
Figure I.2 Caractéristiques du champ magnétique uniforme. ……..4
Figure I.3 Configuration standard de bobines de Helmholtz circulaires 6
Figure I.4 Exemple de systèmes de bobines de Helmholtz 7
Figure I.5 Configuration d'un système à deux bobines de Helmholtz carrées 8
Figure I.6 Paramètres géométriques d'une configuration standard de bobines de Helmholtz. 9
Figure I.7 Configuration conventionnelle des bobines de Maxwell 12
Figure I.8 Bobines de gradient du champ 15
Figure I.9 Système de Merritt à trois bobines carrées 17
Figure I.10 Système de Merritt à quatre bobines carrées 18
Figure I.11 Système de bobines de Ruben 20

Chapitre II : Modélisation de systèmes à champ magnétique uniforme

Figure II.1 Bobines coaxiales de Helmholtz avec sphère du champ magnétique uniforme au centre . .31
Figure II.2 Dimensions en [mm] du système considéré 32
Figure II.3 Maillage éléments finis de la structure considérée. 33
Figure II.4 Lignes équipotentielles du potentiel vecteurs magnétique A en [T.m]. 33
Figure II.5 Répartition de l'induction magnétique B en [T] dans le domaine considéré. 34
Figure II.6 Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe oy pour x=3.5mm. 35
Figure II.7 Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe ox pour y=0mm. 35
Figur II.8 Variation de l'induction magnétique suivant l'axe oy pour x=3.5mm. 35
Figure II.9 Variation de l'induction magnétique suivant l'axe ox pour y=3.375 mm. 35
Figure II.10 Découpage du volume de calcul en spires élémentaires. 36
Figure II.11Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe oz pour r=3.375 mm. 37
Figure II.12Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe or pour z=0mm 37
Figure II.13Variation de l'induction magnétique suivant l'axe or pour z=3.375 mm. 37
Figure II.14Variation de l'induction magnétique suivant l'axe oz pour r=3.5mm 37

Chapitre III : Optimisation de bobines de gradient d'un environnement IRM

Figure III.1 Dispositif IRM considéré 42
Figure III.2 Structure bidimensionnelle axisymétrique de bobines de Maxwell étudiées. 43
Figure III.3Configuration à optimiser avec les paramètres d'optimisation choisis 44
Figure III.4 Variation des inductions de gradient, calculée et souhaitée le long l'axe z dans le DSV ...48
Figure III.5Variation de la fonction objectif avec les générations de l'algorithme génétique et les paramètres de conception optimaux. 50
Figure III.6 Variation des inductions de gradient, ...51
Figure III.7 Variation des inductions, ...52
FigureIII.8Paramètres d'optimisation considérés dans[44]…. 52

Liste des tableaux

Tableau II.1Caractéristiques du champ magnétique uniforme. 32
Tableau III.1 Contraintes de domaine. 46
Tableau III.2 Paramètres initiaux des bobines de gradient.....47
Tableau III.3 Paramètres de l'algorithme génétique. 49
Tableau III.4 Résultats d'optimisation obtenus avec l'algorithme génétique.....50
Tableau III.5 Paramètres d'optimisation et leurs plages de variation considérés dans. 52
Tableau III.6 Résultats d'optimisation obtenus dans [44].....52

Introduction Générale

Introduction Générale

La maîtrise des champs magnétiques constitue l'un des axes fondamentaux du génie électrique moderne. Parmi les configurations de champ magnétique, le cas particulier du champ uniforme présente un intérêt particulier tant dans la recherche fondamentale que dans les applications industrielles et biomédicales.

Un champ magnétique uniforme se définit comme une région de l'espace où le vecteur induction magnétique **B** conserve une amplitude et une direction identiques en tout point [1], [2]. Cette propriété, qui se traduit par des lignes de champ parallèles et équidistantes, constitue un idéal théorique dont la réalisation pratique s'avère complexe. Pourtant, de nombreuses applications exigent cette uniformité : étalonnage de capteurs magnétiques, spectrométrie de masse, accélérateurs de particules, ou encore études biomédicales sur les effets des champs électromagnétiques [3], [4].

La génération de champs magnétiques uniformes repose principalement sur l'utilisation de systèmes de bobines parcourues par des courants électriques. L'une des configurations les plus utilisées, les bobines de Helmholtz, initialement proposées par le physicien allemand Hermann Von Helmholtz au XIXe siècle. Depuis lors, de nombreuses architectures ont été développées : bobines de Maxwell, de Merritt, de Rubens, ou des électroaimants à base des aimants de type Halbach [1], [3]. Chacune de ces configurations présente des avantages spécifiques en termes de volume utile, d'intensité de champ accessible, de consommation énergétique ou de facilité de mise en œuvre.

L'objectif de ce travail de master s'inscrit dans cette double problématique : d'une part, modéliser le champ magnétique d'un système de bobines de Helmholtz axisymétriques afin de produire un champ magnétique uniforme en utilisant une méthode semi-analytique (intégrales elliptiques de Legendre) et une autre numérique (éléments finis) ; d'autre part, optimiser des bobines de gradient adaptées à un environnement IRM à échelle réduite.

Le mémoire est réparti en trois chapitres. Le premier chapitre dresse un état de l'art sur les différents systèmes de bobines dédiés à la création des champs magnétiques uniformes.

Dans le deuxième chapitre, un rappel sur les lois fondamentales de l'électromagnétisme et la voie de modélisation de dispositifs électrotechniques par le calcul du champ, a fait l'objet

de la première partie du chapitre. Cependant, la deuxième partie a été consacrée à l'application de deux approches différentes pour calculer le champ magnétique généré par une paire de bobines de Helmholtz coaxiales dans un volume placé dans leur centre. La première approche est basée sur la méthode des éléments finis bidimensionnelle, tandis que la deuxième est basée sur la méthode des intégrales elliptiques de Legendre.

L'optimisation de la géométrie d'une paire de bobines de Maxwell, utilisées pour la création d'un champ magnétique de gradient suivant l'axe z, intégrées dans un environnement IRM a fait l'objet du troisième chapitre de ce mémoire.

Le mémoire est clôturé par une conclusion générale et des perspectives

Chapitre I :

Systèmes de bobines à champ magnétique uniforme

I.1 Introduction

La génération d'un champ magnétique uniforme dans un espace ou volume spécifique est une nécessité primordiale dans plusieurs applications et disciplines associées à la recherche et à l'innovation scientifique et technologique.

Plusieurs systèmes et configurations ont été développés dans le but de générer des champs magnétiques uniformes avec grande performance. Parmi eux on trouve les bobines de Maxwell, les bobines de Helmholtz ainsi que d'autres configurations dérivées.

Dans ce chapitre on va se concentrer tout d'abord sur la présentation des différentes notions théoriques associées à l'environnement des champs magnétiques uniformes. Par la suite, les différents systèmes dédiés à la génération de ces champs sont présentés. Un aperçu sur les différentes applications à champ magnétique uniforme fait l'objet de la dernière section du chapitre.

I. 2 Notions fondamentales liées aux champs magnétiques uniformes

I.2.1 Définition et propriétés fondamentales

I.2.1.1 Définition d'un champ magnétique uniforme

Un champ magnétique uniforme se distingue par des valeurs identiques de son induction magnétique **B** en tout point d'un espace ou volume voulu. Cette définition implique deux conditions simultanées : d'une part, la norme du vecteur **B** (l'intensité de l'induction magnétique) doit être constante dans tout le domaine considéré ; d'autre part, sa direction doit également être invariante quelle que soit la position où l'on effectue la mesure [1], [2].

En d'autres termes, si l'on devait mesurer le champ magnétique à différents endroits d'une région donnée, on constaterait que les vecteurs de champ magnétique sont rigoureusement identiques [2]. Cette propriété fondamentale peut être appréhendée intuitivement par la distribution des lignes de champ magnétique : dans un champ magnétique uniforme, les lignes de force sont parallèles entre elles et également espacées, tel est indiqué dans la figure I.1 [1].

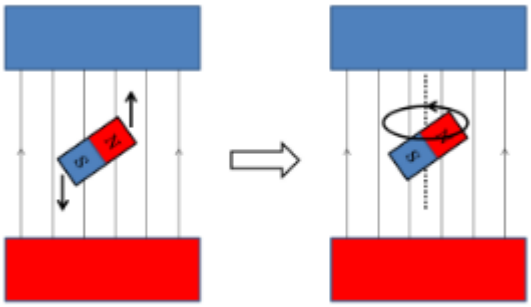


Figure I.1 Schématique des lignes de champ magnétique uniforme [2].

I.2.1.2 Caractéristiques des champs magnétiques uniformes

Dans un champ magnétique uniforme, la densité de flux magnétique est identique sur toute la surface considérée, ce qui signifie que l'intensité du champ magnétique ne varie pas spatialement. Cette constance constitue l'une des caractéristiques essentielles qui différencient un champ uniforme d'un champ non uniforme [1], [2].

Ainsi, un champ magnétique uniforme se caractérise par une densité de flux magnétique constante sur toute la région, garantissant l'absence de gradient tant dans l'intensité que dans la direction du champ, comme le montre la figure I.2 [2].

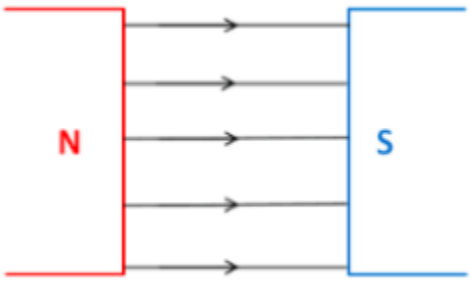


Figure I.2 Caractéristiques du champ magnétique uniforme [2].

I.2.2 Intérêts théoriques des champs magnétiques uniformes

La grande importance qu'occupe le modèle d'un champ magnétique uniforme parfait dans la recherche théorique en physique et en ingénierie électrique découle des facteurs principaux suivants [1] :

- **Simplification des descriptions mathématiques** : L'uniformité du champ permet de réduire considérablement la complexité des équations régissant les phénomènes électromagnétiques. La force de Lorentz, par exemple, prend une forme particulièrement simple lorsque le champ est constant.

- **Prédictibilité des trajectoires** : La trajectoire des particules chargées dans un champ magnétique uniforme peut être prédite avec une grande précision. Cette propriété constitue un fondement essentiel pour la recherche en physique des particules et en électromagnétisme [1].

- **Conception expérimentale** : L'idéalisation du champ uniforme facilite la conception des expériences en permettant de s'affranchir des complications liées aux variations spatiales du champ.

La génération de champs magnétiques uniformes dans un contexte expérimental ou industriel repose principalement sur l'utilisation de systèmes de bobines parcourues par des courants électriques.

I.3 État de l'art sur les systèmes de bobines à champ magnétique uniforme

Plusieurs types de bobines électriques ont été conçus pour la génération des champs magnétiques uniformes. Les spécificités géométriques et techniques entre eux dépendent des besoins et de l'application envisagés. Dans ce qui suit on présente les principaux systèmes de bobines à champ uniforme et leurs domaines d'application.

I.3.1 Bobines de Helmholtz

Ce système, inventé par le physicien allemand Hermann Von Helmholtz au XIXe siècle [5], [6], [7], est devenu une référence pour la création de zones de champ magnétique quasi uniforme [8]. Les bobines de Helmholtz se présentent principalement sous deux formes : circulaire et carrée. Ces deux types permettent de générer des champs magnétiques uniformes dans l'espace interne [9], [10].

I.3.1.1 Bobines de Helmholtz circulaires

La configuration standard des bobines de Helmholtz, montrée dans la figure I.3, se compose de deux bobines circulaires identiques de rayon R, positionnées coaxialement et séparées par une distance h égale au rayon R. Cette disposition géométrique spécifique minimise l'inhomogénéité du champ dans la région centrale entre les bobines, produisant ainsi un champ magnétique uniforme parallèle à l'axe commun [11]

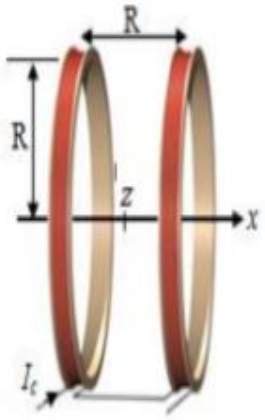


Figure I.3 Configuration standard de bobines
de Helmholtz circulaires [6].

Les deux bobines sont enroulées en série et parcourues par un courant électrique de même intensité et circulant dans le même sens [1], [9]. Chaque bobine produit un champ magnétique uniforme parallèle à son axe, et les deux bobines forment un système permettant de contrôler l'intensité du champ magnétique uniforme en ajustant le courant appliqué. Cette configuration spécifique permet aux champs magnétiques générés par chaque bobine de se combiner pour produire une région centrale d'une grande uniformité, [5], [13]. La figure I.4, montre des exemples de bobines de Helmholtz circulaires.



Figure I.4 Exemple de systèmes de bobines de Helmholtz [7].

I.3.1.2. Bobines de Helmholtz carrées

Les bobines de Helmholtz carrées offrent une alternative intéressante aux bobines circulaires. Elles présentent l'avantage d'offrir un volume accessible plus important, adapté aux échantillons de grande taille ou à certaines études impliquant des sujets humains. L'homogénéité est comparable à celle des bobines circulaires, avec une intensité de champ généralement inférieure de 5 à 10 % par rapport à des bobines circulaires de périmètre équivalent [13].

L'écartement optimal pour des bobines carrées, d, est d'environ 0,5445 fois la longueur du côté, L, comme on peut le voir sur la figure I.5 [13]. Les bobines de Helmholtz carrées sont également courantes en raison de leur simplicité de fabrication par rapport aux bobines rondes [14].

La configuration pour déterminer le champ magnétique produit par une bobine de Helmholtz de forme carrée nécessite de considérer deux types de conducteurs : les horizontaux, parallèles à l'axe y, et les verticaux, parallèles à l'axe x. Le champ magnétique en un point quelconque résulte de la superposition des champs générés par chacun des conducteurs [10].

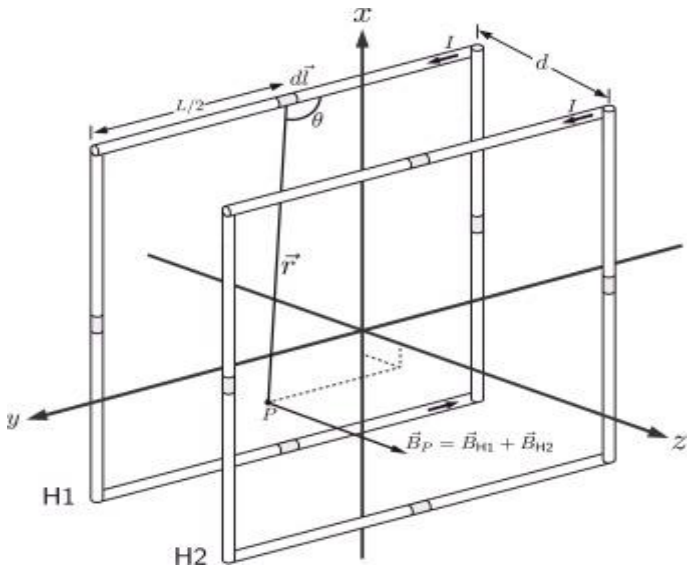


Figure I.5 Configuration d'un système à deux bobines de Helmholtz carrée [15].

I.3.1.3 Expression du champ magnétique

- **Champ au centre du système**

Au centre du système de Helmholtz, l'induction magnétique est donnée par une expression qui dépend des paramètres géométriques et électriques des bobines. En partant des dimensions souhaitées basées sur le rayon R et l'intensité du champ magnétique **B** recherchée, le courant I_C requis et le nombre de spires N peuvent être calculés selon l'équation suivante [5], [6] :

$$B = N \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_C}{R} \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad \text{(I-1)}$$

Où R est le rayon de chaque spire d'une bobine, I_C est le courant de la bobine et μ_0 est la perméabilité de l'air.

L'alimentation électrique des bobines doit également être prise en compte lors du calcul du diamètre du fil à utiliser afin de garantir qu'il puisse fournir le courant nécessaire pour générer le champ magnétique requis [6].

- **Distribution du champ le long de l'axe**

Selon la loi de Biot-Savart, la distribution du champ magnétique axial d'une paire de Helmholtz standard, peut être exprimée par l'équation suivante [11] :

$$B(z) = \frac{1}{2}\mu_0 \mathrm{N} I R^2 \left\{[R^2 + (h+z)^2]^{\frac{3}{2}} + [R^2 + (h-z)^2]^{\frac{3}{2}}\right\}^{-1} \qquad \text{(I-2)}$$

où R est le rayon d'une bobine, *h* est la distance entre une bobine et le plan *xoy* , et *z* est la distance entre un point arbitraire sur l' axe *z* et l'origine**.**, tel est montré dans la figure I.6 [11].

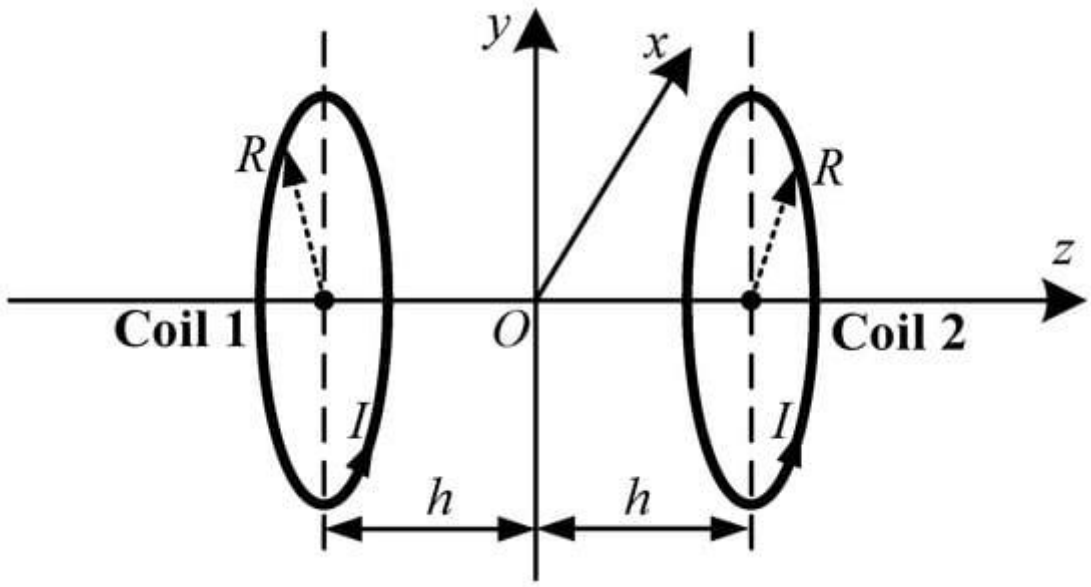


Figure I.6 Paramètres géométriques d'une configuration standard de bobines de Helmholtz [29].

I.3.1.4 Domaines d'application des bobines de Helmholtz

- **Annulation du champ magnétique terrestre**

Les bobines de Helmholtz sont généralement utilisées pour créer des champs magnétiques afin d'annuler le champ magnétique terrestre [5]. Elles génèrent un champ égal et opposé à celui de la Terre (≈ 0,25–0,65 Gauss), neutralisant ainsi les interférences pour les expériences sensibles [15].

- **Étalonnage de capteurs magnétiques**

Les bobines de Helmholtz sont largement utilisées comme sources de champ magnétique dans les systèmes d'étalonnage des appareils de mesure de champ magnétique [16], [17]. Elles permettent de générer des champs magnétiques connus pour tester et étalonner les capteurs et les instruments de champ magnétique [7].

- **Applications biomédicales**

Les bobines de Helmholtz trouvent des applications importantes dans le domaine biomédical. En médecine, elles servent à générer des champs magnétiques pour le traitement de maladies comme le cancer et les troubles neurologiques [18]. L'effet des champs électromagnétiques de basses et hautes fréquences sur le corps humain a été étudié à l'aide de

systèmes de bobines, notamment pour étudier les effets des champs électromagnétiques sur les cellules humaines et les effets cancérigènes potentiels [9].

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) utilise des bobines de Helmholtz comme composants intégrants pour produire le champ magnétique primaire nécessaire à l'imagerie [7], [10].

- **Recherche en physique**

- La mesure des propriétés magnétiques des substances [14]
- Les expériences de simulation d'interférences électromagnétiques [19]

- **Applications spatiales et aérospatiales**

L'utilisation de la technologie de simulation de champ magnétique revêt une importance considérable dans le domaine aérospatial, notamment pour la navigation géomagnétique et les gyroscopes à fibre optique [20]. Les bobines de Helmholtz sont utilisées pour les tests expérimentaux d'algorithmes de contrôle pour le système de contrôle d'altitude des vaisseaux spatiaux [14].

I.3.1.5 Matériaux et fabrication

Le choix des matériaux pour la fabrication des bobines de Helmholtz est crucial pour obtenir les performances et la durabilité souhaitées. Les principaux matériaux utilisés sont :

- **Le fil de cuivre** : choisi pour sa conductivité électrique élevée et sa stabilité thermique
- **Matériaux non magnétiques** : aluminium ou acier inoxydable pour les formes de bobine et structures de support, afin de minimiser les interférences avec le champ magnétique.
- **Matériaux isolants** : émail ou ruban de polyimide pour isoler les enroulements.
- **Noyaux ferromagnétiques** : fer ou ferrite dans certains cas pour améliorer l'intensité et la focalisation du champ.
- **Bois** : option non conventionnelle mais viable, offrant des propriétés isolantes et une capacité à amortir les vibrations [7]

I.3.1.6 Défis de fabrication

La fabrication des bobines de Helmholtz présente plusieurs défis [7] :

- **Réalisation d'une géométrie précise** : les bobines doivent être enroulées avec une grande précision pour garantir l'uniformité du champ, ce qui est particulièrement difficile pour les grandes dimensions (jusqu'à 2-3 mètres)
- **Contrôle de la résistance électrique** : nécessite un dimensionnement précis des fils et des techniques d'isolation appropriées
- **Minimisation de la capacité parasite** : importante pour les applications haute fréquence.
- **Gestion des courants élevés** : nécessite des techniques appropriées pour éviter la surchauffe.

I.3.1.7 Solutions innovantes

Pour surmonter les défis de fabrication présentés précédemment, plusieurs solutions innovantes ont été développées [7] :

- Machines automatisées pour l'enroulement des bobines
- Impression 3D des formeurs de bobines
- Matériaux d'isolation avancés
- Techniques de gestion thermique efficaces

I.3.2 Bobines de Maxwell

Une bobine de Maxwell est un dispositif électromagnétique constitué de trois bobines circulaires coaxiales, spécifiquement dimensionnées et positionnées pour générer un champ magnétique extrêmement uniforme au voisinage de son centre [21]. Cette configuration représente une optimisation de la bobine de Helmholtz à deux bobines, offrant une uniformité supérieure sur un volume plus étendu, bien que nécessitant davantage de matériau et une complexité de réalisation accrue [22].

L'objectif principal de cette géométrie est de créer un environnement magnétique stable et uniforme pour des mesures scientifiques de précision, en particulier dans les instruments électromagnétiques où les non-uniformités du champ pourraient introduire des erreurs de mesure [21].

La figure I.7, présente la configuration classique des bobines de Maxwell.

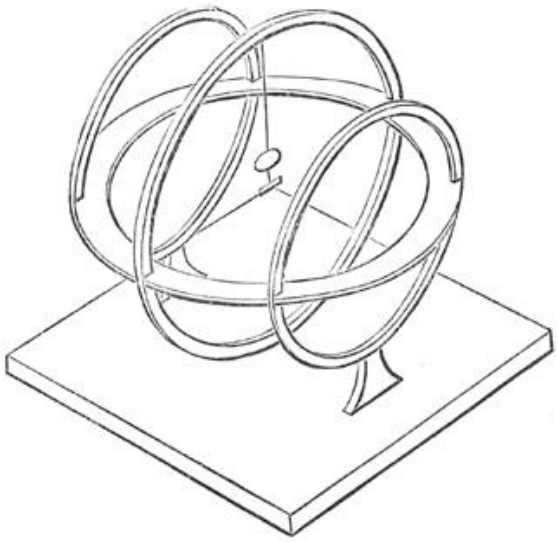


Figure I.7 Configuration conventionnelle des bobines de Maxwell [21].

I.3.2.1 Aperçu historique

La bobine de Maxwell trouve son origine dans les travaux du physicien écossais **James Clerk Maxwell** (1831-1879), qui en décrivit la configuration dans son ouvrage fondamental « A Treatise on Electricity and Magnetism », publié en 1873. Maxwell proposa un système de trois bobines circulaires positionnées à des emplacements spécifiques sur la surface d'une sphère virtuelle, dans le but de générer un champ magnétique hautement uniforme sur un volume étendu.

Cette conception s'appuyait sur l'analyse mathématique des champs électromagnétiques produits par des boucles de courant, et visait à améliorer la configuration de Helmholtz en réduisant les inhomogénéités de champ d'ordres supérieurs. L'objectif pratique était de fournir des environnements magnétiques contrôlés pour les investigations expérimentales en électromagnétisme [21].

La motivation première de Maxwell était l'amélioration de la précision des **galvanomètres**, instruments de mesure du courant électrique très répandus au XIXe siècle. Ces appareils fonctionnaient selon le principe découvert par Ørsted en 1820 : un courant circulant dans un fil conducteur dévie une aiguille aimantée.

Dans un galvanomètre typique, le courant à mesurer traversait une bobine au centre de laquelle était placée une petite aiguille aimantée. La déviation de l'aiguille, mesurée par diverses méthodes (notamment par réflexion d'un faisceau lumineux sur un miroir fixé à l'aiguille), était proportionnelle à l'intensité du courant.

Maxwell identifia une limitation fondamentale de ce dispositif ***:*** la précision de la mesure était compromise si le champ magnétique produit par la bobine n'était pas uniforme sur toute la zone balayée par l'aiguille aimantée. La conception de sa bobine répondait précisément à ce problème en créant un champ particulièrement uniforme au voisinage du centre.

Maxwell notait avec perspicacité que la solution idéale serait une bobine enroulée sur toute une sphère, garantissant une uniformité parfaite du champ dans tout le volume intérieur, mais qu'une telle bobine "forme une surface fermée, rendant son intérieur inaccessible". Sa configuration à trois bobines constitue donc un compromis ingénieux, suffisamment performant pour annuler une série de facteurs perturbateurs au centre [21].

I.3.2.2 Principes de conception et paramètres géométriques

- **Configuration standard**

La bobine de Maxwell standard se compose de trois bobines circulaires coaxiales :

1. **Une bobine centrale** : de rayon α ,constituée de ***N*** spires.
2. **Deux bobines latérales identiques** : positionnées symétriquement de part et d'autre du plan central, avec les caractéristiques suivantes :

- Rayon : $\sqrt{\frac{4}{7}}7\cdot\alpha \approx 0{,}756\cdot\alpha$
- Distance par rapport au plan central : $\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\alpha \approx 0{,}655\cdot\alpha$
- Nombre de spires : $\frac{49}{64}$ (soit environ 77% du nombre de spires de la bobine centrale)

Toutes les bobines sont parcourues par un courant ***I*** de même sens, générant un champ magnétique uniforme dirigé selon l'axe z [24].

Cette géométrie particulière résulte d'une optimisation mathématique visant à annuler les dérivées successives du champ magnétique au centre du dispositif. En développant le champ en série de Taylor autour du point central, les paramètres sont choisis pour que les termes

correspondant aux dérivées première, seconde et d'ordres supérieurs s'annulent. Il en résulte une région centrale où le champ est remarquablement constant.

I.3.2.3 Performances et comparaison avec la bobine de Helmholtz

La configuration standard des bobines de Maxwell atteint une uniformité de champ à 1% près jusqu'à une distance de 0,4× $\boldsymbol{\alpha}$ du point central le long de l'axe, une performance nettement supérieure à celle de la bobine de Helmholtz, dont la limite d'uniformité est d'environ 0,1× α [24].

I.3.2.4 Réalisation pratique et considérations techniques

La construction d'une bobine de Maxwell requiert une attention particulière aux détails pour atteindre les performances théoriques :

- **Matériau conducteur** : Du fil de cuivre isolé est généralement utilisé pour le bobinage.
- **Support de bobine** : Les bobines sont typiquement enroulées autour de supports non-magnétiques, tels que l'acrylique ou la fibre de verre, afin d'éviter toute interférence avec le champ magnétique produit.
- **Précision du bobinage** : Le fil doit être enroulé avec une grande précision pour assurer une distribution uniforme des spires, condition essentielle à la symétrie du champ.
- **Gestion thermique** : Pour les applications nécessitant des courants élevés, des systèmes de refroidissement (canaux de circulation d'eau par exemple) peuvent être intégrés pour dissiper la chaleur générée par effet Joule [23].

I.3.2.5 La paire de Maxwell : bobines de gradient

Il est crucial de distinguer deux configurations qui, bien que portant le nom de Maxwell, ont des fonctions radicalement différentes :

La paire de Maxwell est constituée de deux bobines identiques, séparées par une distance égale à leur rayon, et parcourues par des courants de sens opposés. Cette configuration ne produit pas un champ constant, mais une variation linéaire de l'intensité du champ magnétique le long de l'axe (gradient) [24]. Ce type de configuration est exploitée dans les dispositifs pour IRM afin de générer le champ de gradient responsable de la qualité et la lecture des images émises à travers les antennes radiofréquences. La figure I.8, illustre une paire de Maxwell.

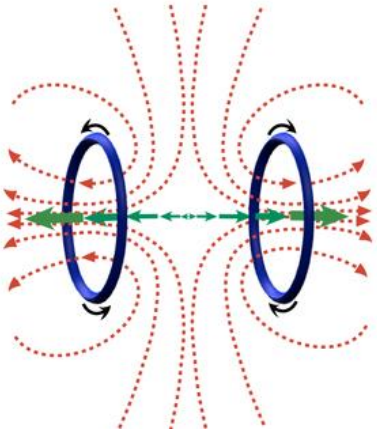


Figure I.8 Bobines de gradient du champ [24].

Mathématiquement, si la bobine de Maxwell annule les dérivées du champ pour obtenir un terme constant prédominant, la paire de Maxwell est dimensionnée pour que le terme linéaire (première dérivée) soit prédominant tandis que les termes d'ordres supérieurs sont minimisés.

I.3.2.6 Domaines d'application des bobines de Maxwell

- **Bobines du gradient de champ en IRM**

L'application moderne la plus significative de la paire de Maxwell se trouve en **Imagerie par Résonance Magnétique (IRM)**, où elle constitue la base des bobines de gradient pour l'axe Z dans les scanners corps entier.

Le gradient de champ magnétique produit par ces bobines remplit une fonction essentielle : le **codage spatial**. En créant une variation linéaire du champ magnétique le long de l'axe du patient (direction tête-pieds), il devient possible de :

- **Sélectionner une coupe** : en imposant une variation de fréquence de résonance à travers le volume imagé, seuls les protons d'une tranche spécifique sont excités.
- **Encoder en fréquence** : pendant la lecture du signal.
- **Encoder en phase** : pour la reconstruction d'images 2D et 3D [24].

Les intensités de gradient typiques pour l'axe Z atteignent jusqu'à 40 mT/m, suffisantes pour les protocoles d'imagerie haute résolution en milieu clinique [25].

Dans un scanner IRM, les paires de Maxwell sont intégrées à l'intérieur des aimants qui produisent le champ statique (B_0), positionnées symétriquement autour de la région d'imagerie.

Cette disposition permet de produire un champ de gradient uniforme avec des distorsions d'ordres supérieurs minimales [24].

Ces bobines sont alimentées par des amplificateurs de puissance dédiés, capables de délivrer des courants intenses **(**jusqu'à 30 A ou plus**).** Elles permettent des commutations rapides, un paramètre crucial pour les séquences dynamiques comme l'imagerie écho-planaire (EPI) et l'imagerie de diffusion [24], [26].

I.3.3 Bobines de Merritt

Les bobines de Helmholtz standard, bien qu'efficaces pour produire des champs uniformes dans de petits volumes, présentent des limitations lorsqu'il s'agit de générer des champs uniformes dans de grands volumes [3], [27]. Pour répondre à ce besoin, des configurations alternatives ont été développées, parmi lesquelles les bobines de Merritt occupent une place importante. Cette caractéristique rend les bobines de Merritt particulièrement adaptées aux applications nécessitant un espace de travail important, comme l'exposition d'échantillons de grande taille ou d'organismes vivants à des champs magnétiques contrôlés [3].

I.3. 3.1 Principe général

Les bobines de Merritt peuvent être constituées de trois ou quatre bobines carrées. Ces bobines carrées sont connectées en série et leur conception permet d'obtenir un champ magnétique uniforme sur un volume considérablement plus grand que celui des bobines de Helmholtz de dimensions comparables [3], [27].

La configuration de Merritt s'inscrit dans une famille plus large de systèmes multi-bobines développés pour améliorer l'uniformité du champ. Des travaux ultérieurs à ceux de Helmholtz ont montré que plusieurs dérivées d'ordre supérieur du champ peuvent être annulées à l'aide d'assemblages de trois, quatre ou cinq bobines, permettant d'obtenir des volumes de champ uniforme beaucoup plus grands [28].

- **Système à trois bobines carrées**

Le système de bobines de Merritt à trois bobines carrées est montré dans la figure I.9. Dans cette configuration, les trois bobines sont carrées, de côté d, et disposées coaxialement [3].

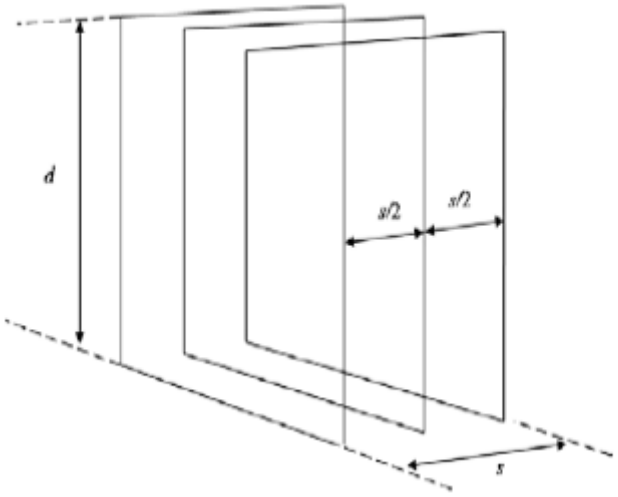


Figure I.9 Système de Merritt à trois bobines carrées [29].

L'écartement entre les trois bobines est de *d/2*, et la distance *s* correspond à l'écartement des bobines extérieures par rapport au centre. Le rapport entre la distance *s* et le côté *d* des bobines carrées extérieures est donné par [27], [3] :

s/d = 0,821116

Pour obtenir l'uniformité optimale, le rapport des ampères-tours entre la bobine intérieure et les bobines extérieures doit respecter une valeur précise. Le rapport du produit N'I' de la bobine intérieure à celui NI de la paire de bobines extérieures est [3], [27] :

N'I'/NI = 0,512797

Ce rapport spécifique permet d'annuler les termes d'ordre supérieur dans le développement du champ, assurant ainsi une meilleure uniformité sur un volume étendu.

Pour le système à trois bobines carrées, la densité de flux magnétique **B** au centre est donnée par la relation suivante [3], [27] :

$$B = \frac{1.749 \times 10^{-6} NI}{d} \qquad \text{(I- 3)}$$

Où :

- N est le nombre de spires des bobines extérieures
- I est le courant traversant les bobines (en Ampères)
- d est la longueur du côté des bobines carrées (en mètres)
- μ_0 est la perméabilité du vide

➢ **Système à quatre bobines carrées**

Le système de Merritt à quatre bobines carrées de dimensions égales a été conçu pour offrir le plus grand volume d'espace de champ uniforme parmi toutes les configurations considérées dans la littérature. La figure I.10 présente une représentation schématique de cette configuration [3], [27].

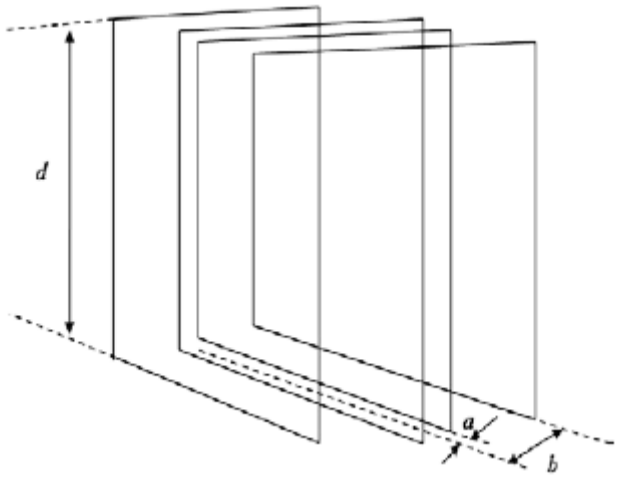


Figure I.10 Système de Merritt à quatre bobines carrées [30].

Pour un système de bobines de Merritt composé de quatre bobines carrées, le rapport entre la distance *a*, de la bobine centrale à la paire de bobines intérieures, et la longueur *d*, du côté des bobines, est donné par [3], [27] :

a/d = 0,128106

Le rapport entre la distance *b*, de la bobine centrale à la paire de bobines extérieures**,** *d*, est donné par [3], [27] :

b/d = 0,505492

Le rapport des ampères-tours dans la paire de bobines intérieures *N'I'* à ceux dans la paire de bobines extérieures *NI* est donné par [3], [27] :

N'I'/NI = 0,423514

Pour le système à quatre bobines carrées, la densité de flux magnétique **B** au centre est donnée par la relation suivante [3], [27] :

$$B = \frac{1.795\times10^{-6}NI}{d} \quad \text{(I-4)}$$

Où :

- N est le nombre de spires des bobines extérieures
- I est le courant traversant les bobines (en Ampères)
- d est la longueur du côté des bobines carrées (en mètre)

➢ **Performances comparées**

Le système à quatre bobines carrées de Merritt est considéré comme la meilleure conception à utiliser pour produire de grands volumes d'espace de champ uniforme. Cette configuration surpasse nettement la configuration standard de Helmholtz en termes de volume de champ uniforme accessible [30].

I.3.4 Système de bobines de Ruben

Ce système est plus complexe que les systèmes de bobines de Merritt. Dans ce système, une cinquième bobine est ajoutée. Il utilise des bobines dont le rapport ampères-tours est proportionnel aux entiers 19, 4, 10, 4 et 19 (voir figure I.11). Ce rapport permet d'obtenir un champ magnétique homogène dans un volume considérable autour du centre du système. Pour ce système de bobines complexe, la densité de flux magnétique **B** au centre est donnée par [3], [27] :

$$B = \frac{1.878\times10^{-6}NI}{d} \quad \text{(I-5)}$$

Où :

N est le nombre de spires, I est le courant [A] et d la longueur du côté des bobines carrées [m].

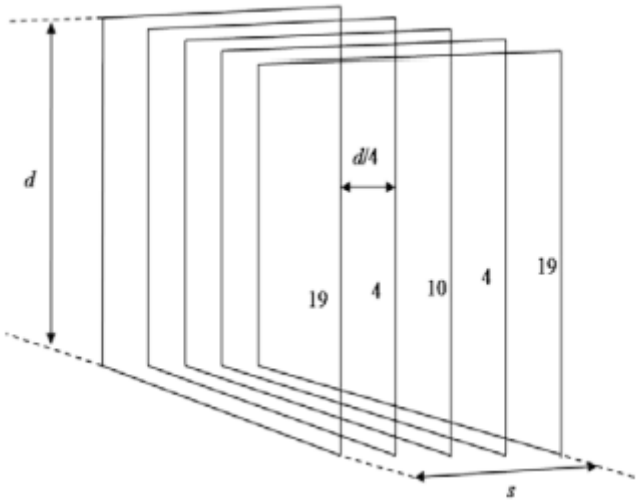


Figure I.11 Système de bobines de Ruben [29].

I.4 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation des notions fondamentales liées aux champs magnétiques uniformes et leurs environnements. Où et après définition de ces champs, une présentation des systèmes utilisés pour leur génération ainsi que leurs domaines d'application spécifiques a fait également l'objet de ce premier chapitre.

La modélisation des systèmes électrotechniques, dont les systèmes à champ uniforme fait part, par le calcul du champ électromagnétique fait l'objet du prochain chapitre.

Chapitre II :

Modélisation de systèmes à champ magnétique uniforme

II.1 Introduction

La modélisation des systèmes électrotechniques par le calcul du champ électromagnétique offre plusieurs avantages tels que la généralité, l'accès au calcul de tous les paramètres du système, facilité d'exploitation des résultats et souplesse de couplage avec les autres phénomènes, à savoir thermiques et mécaniques. De ce fait, elle est considérée comme étant la procédure la plus utilisée en électrotechnique.

Ce chapitre est dédié au premier lieu à la modélisation des dispositifs électrotechniques par le calcul du champ électromagnétique.

Dans une première partie, les différentes équations qui gouvernent le champ électromagnétique ainsi que les méthodes appliquées pour leur résolution ont été présentées.

Dans la deuxième partie, une application liée aux systèmes à champ magnétique uniforme, concernant une paire de bobines de Helmholtz coaxiales, a été considérée. Pour la résolution du problème électromagnétique posé, deux techniques ont été adoptées. La première, se focalise sur une technique semi-analytique, qui calcule le champ magnétique par la loi de Biot et Savart en utilisant les intégrales elliptiques de Legendre. Tandis que la deuxième est numérique, par la méthode des éléments finis bidimensionnelle. On termine le chapitre par la discussion des résultats obtenus.

II.2 Modélisation par le calcul du champ électromagnétique

Le calcul du champ électromagnétique est une discipline à part entière de l'électrotechnique dont l'objectif majeur est le développement de nouvelles techniques pour la résolution des équations de Maxwell. La première étape dans un processus de modélisation par le calcul du champ électromagnétique est l'établissement des différentes équations mathématiques régissant le phénomène considéré. Après la mise en place du modèle mathématique approprié, on passe à sa résolution toute en choisissant la méthode la plus adaptée au problème considéré et permettant d'avoir des résultats fiables et à faible coût [31].

II.2.1 Equations du champ électromagnétique

Tous les systèmes électrotechniques obéissent aux lois essentielles de l'électromagnétisme, qui comprennent la loi de Faraday, le théorème d'Ampère, et le théorème de Gauss.

Clark Maxwell (1831-1879), un éminent scientifique, a regroupé les lois fondamentales précédentes pour créer la formule la plus exhaustive de l'électromagnétisme, qui repose les grandeurs électriques et magnétiques par le biais de quatre équations aux dérivées partielles. Il s'agit des célèbres quatre équations de Maxwell [32]. Sous leur forme la plus générale, elles se présentent comme suit :

- **Equation de Maxwell-Gauss :**

$$\text{div}\,\vec{D} = p \quad \text{(II-1)}$$

- **Equation de Maxwell-Faraday :**

$$Rot\,\overrightarrow{H} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{(II-2)}$$

- **Equation de conservation du flux magnétique :**

$$Div\vec{B} = 0 \quad \text{(II-3)}$$

- **Equation de Maxwell-Ampère :**

$$Rot\,\overrightarrow{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{(II-4)}$$

Où :

p : densité de charge volumique [C/m^3] ;

$\vec{D}$: vecteur de déplacement [A*S/m^2]

$\vec{E}$: Vecteur du champ électrique [V/ m] ;

$\vec{H}$: Vecteur du champ magnétique [A/m] ;

$\vec{B}$: Champ d'induction magnétique [T] ;

$\vec{J}$: vecteur densité de courant [A/m^2] ;

t: Variable temporelle [S].

II.2.2 Lois des milieux

La résolution des équations de Maxwell dans des milieux pour lesquels il n'existe pas de proportionnalité est extrêmement difficile et n'admet souvent pas de solution simple. Fort heureusement, dans beaucoup de milieux, magnétiques et électriques, des relations de proportionnalité sont approximativement valables

On rajoute aux équations précédents les lois de comportement des milieux :

- **Relation magnétique :**

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \text{(II-5)}$$

- **Relation diélectrique** :

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad \text{(II-6)}$$

- **Loi d'Ohm**

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \text{(II-7)}$$

Où :

μ : la perméabilité magnétique

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$

$\varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$

μ_0 : Perméabilité du vide égale à 4π. 10−7 [H/m] ;

μ_r :Perméabilité magnétique relative du milieu.

ε_r :Permittivité électrique relative.

$\varepsilon_{0.}$:Permittivité électrique du vide elle vaut $10^{-9}/(36.\ \pi)$ [F/m].

II.2.3 Conditions de passage

Lorsqu'on passe d'un milieu 1 à un milieu 2, ayant des propriétés physiques distinctes, il est important de respecter les conditions d'interfaçage aux interfaces de séparation entre ces deux milieux, comme l'indiquent les équations suivantes [33].

- **La conservation de la composante tangentielle du champ électrique $\vec{E}$:**

$$\overrightarrow{(E_2} - \overrightarrow{E_1}) \times \vec{n} = 0 \qquad \text{(II-8)}$$

- **La conservation de la composante normale de l'induction magnétique $\vec{B}$:**

$$\overrightarrow{(B_2} - \overrightarrow{(B_1}) \times \vec{n} = 0 \qquad \text{(II-9)}$$

- **La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique $\vec{H}$:**

due aux courants surfaciques $\vec{J_s}$ s'ils existent :

$$\overrightarrow{(H_2} - \overrightarrow{(H_1}) \times \vec{n} = \vec{J_s} \qquad \text{(II-10)}$$

- **La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique due aux charges surfacique q_s si elles existent :**

$$\overrightarrow{(D_2} - \overrightarrow{D_1}) \times \vec{n} = q_s \qquad \text{(II-11)}$$

$\vec{n}$: la normal à la surface de séparation dirigée du milieu 1 vers le milieu 2.

II.2.4 Simplification des équations de Maxwell

En pratique, il est généralement usuel de simplifier les équations de Maxwell précédentes on se basant sur les conditions de travail liées aux fréquences utilisées et aux dimensions des dispositifs électrotechniques. Cela réfère à l'approche quasi-stationnaire [34].

L'une des plus importantes simplifications est celle de négliger la densité du courant de déplacement dans le matériau conducteur, car leur densité est très faible par rapport à celle des courants de conduction. Donc, la loi d'Ampère s'écrit comme suit :

$$Rot\,\overrightarrow{H} = \vec{J} \qquad \text{(II-12)}$$

Une autre simplification consiste à négliger la charge d'espace dans les matériaux conducteurs (ρ=0).

Donc, la loi de Gauss s'écrit comme suit :

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = 0 \qquad \text{(II-13)}$$

Dans ce cas, la condition de la conservation de la densité des courants induits dans un conducteur est donnée par :

$$\mathrm{div}\vec{J} = 0 \qquad \text{(II-14)}$$

II.2.5 Formulation des équations différentielles aux dérivées partielles du champ électromagnétique

Généralement, l'obtention des valeurs du champ électromagnétique à partir de la résolution directe des équations de Maxwell n'est pas une tâche facile, voir même impossible dans certains cas (4 inconnues interdépendantes avec 4 équations différentielles). Selon les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations de Maxwell se découplent alors, permettant l'obtention de modèles plus simples. En outre, une combinaison entre les différentes variables et l'introduction de nouvelles grandeurs type potentiel afin de réduire le nombre d'inconnues et le nombre des équations à résoudre sont considérées. Dans la plupart des cas, suivant la géométrie des dispositifs modélisés, un choix approprié de la variable, type champ ou type potentiel, nous permet de réduire ce nombre. Les équations se regroupent (se combinent) alors en donnant naissance à des modèles plus simples [35].

Généralement, pour l'étude des phénomènes liés au champ électromagnétique dans les machines électriques, environnement dans lequel les hypothèses simplificatrices précédentes sont vérifiées, deux types de modèles sont adoptés : magnétostatique et magnétodynamique.

II.2.5.1Modèle magnétostatique

Il représente les cas où les champs sont indépendants du temps. Les champs électrique et magnétique sont ainsi découplés (indépendants). Il est décrit par les équations suivantes :

$$Rot\,\vec{H} = \vec{J_s} \qquad \text{(II-15)}$$

$$Div\,\vec{B} = 0 \qquad \text{(II-16)}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \overrightarrow{Br} \quad \text{(II-17)}$$

Avec $\mathbf{B_r}$ est le vecteur aimantation rémanente, caractérisant les aimants permanents.

Les équations différentielles du champ magnétique peuvent être formulées en terme de plusieurs variables d'état de type potentiels scalaires, tel que les potentiels scalaires total et réduit, ou vecteur avec le potentiel vecteur magnétique. La formulation en termes du potentiel vecteur magnétique est la plus utilisée pour décrire les phénomènes électromagnétiques magnétostatiques dans les machines électriques.

Modèle magnétostatique vectoriel

Ce modèle utilise une grandeur de type potentiel vecteur pour formuler l'EDP du champ. C'est le potentiel vecteur magnétique **A.** Il est introduit à partir de l'équation (II-16) de la conservation du flux magnétique, où on peut le définir comme suit :

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{Rot}\mathrm{A} \quad \text{(II-18)}$$

Tenant compte de la relation des milieux magnétiques (II.17) et par combinaison avec l'équation de Maxwell-Ampère on obtient l'équation différentielle aux dérivées partielles du champ en terme de ce potentiel suivante :

$$\overrightarrow{rot}\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}A = \overrightarrow{Js} + \overrightarrow{rot}(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{Br}) \quad \text{(II-19)}$$

Pour assurer l'unicité de la solution, il faut fixer la valeur de sa divergence. Cela revient à ajouter la condition de jauge de Coulomb appliquée au potentiel vecteur magnétique **A** :

$$Div\vec{A} = 0 \quad \text{(II-20)}$$

Les conditions aux limites doivent être portées sur **A**.

II.2.5.2 Modèle magnétodynamique

Dans le cas de régimes variables, les quatre équations de Maxwell interviennent dans la description du phénomène électromagnétique, où les champs **E** et **H** sont liés par la loi de Maxwell-Faraday. Plusieurs formulations magnétodynamiques existent, elles permettent l'évaluation des courants induits dans les régions conductrices. Certaines d'entre elles sont en termes des champs électrique ou magnétique et d'autres en termes des grandeurs de type potentiels scalaires ou vecteurs, magnétiques ou électriques. On cite parmi elles, la formulation en potentiel vecteur magnétique réduit $\mathbf{A^*}$, la formulation en potentiel vecteur électrique associé

au potentiel scalaire magnétique total **T-Ω**, la formulation en potentiel vecteur électrique associé au potentiel vecteur magnétique **T-A** et la formulation en potentiel vecteur magnétique associé au potentiel scalaire électrique **A**-V. La dernière formulation étant la plus utilisée.

Formulation en potentiel vecteur magnétique associé au potentiel scalaire électrique :

(A-V)

Cette formulation combine deux potentiels à la fois, le potentiel vecteur magnétique **A,** utilisé dans le précédent modèle, et le potentiel scalaire électrique V. A partir de l'équation de Maxwell-Faraday, le champ électrique peut être exprimé en termes de ces deux potentiels comme suit :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}V \qquad \text{(II-21)}$$

Tenant compte des lois d'Ohm et des milieux magnétiques, et remplaçant dans l'équation de Maxwell-Ampère, on trouve l'EDP suivante :

$$\overrightarrow{rot}\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}A + \sigma\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \overrightarrow{Js} + \overrightarrow{rot}(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{Br}) \qquad \text{(II-22)}$$

C'est une équation à deux variables et pour compléter le problème on doit ajouter une deuxième équation. Cette dernière découle de la loi de la conservation de la densité du courant dans les conducteurs. Dans ce cas de problèmes, on est amené à résoudre le système de deux équations suivant :

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot}\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}A + \sigma\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \overrightarrow{Js} + \overrightarrow{rot}(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{Br}) \\ div\left[-\sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}V\right)\right] = 0 \end{cases} \qquad \text{(II-23)}$$

L'unicité de la solution est assurée par le choix approprié des conditions aux limites ainsi que l'une des conditions de jauge suivantes : Jauge de Coulomb ou jauge de Lorentz donnée par l'équation suivante :

$$Div\vec{A} = \sigma\mu V \qquad \text{(II-24)}$$

II.3 Résolution des équations différentielles aux dérivées partielles du champ électromagnétique

Il existe différentes approches pour la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles du champ électromagnétique. Elles sont classées en deux grandes familles : analytiques et numériques. Une alternative entre les deux et celle des approches semi-analytiques ou semi-numériques. Chaque classe présente un ensemble d'avantages et d'inconvénients dont le choix entre elles dépend de la nature et de la géométrie du problème considéré [36].

II.3.1 Approches numériques

Le processus de résolution en utilisant les approches numériques consiste à obtenir un modèle approximatif du modèle mathématique original. L'avancement constant de l'informatique et des méthodes de calcul numérique a grandement participé à la progression de ce genre de résolution. Les techniques de discrétisation numérique visent à transformer la résolution des équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations algébriques, prenant en compte les conditions aux limites [37]. Dans cette classe, on peut trouver les méthodes suivantes :

- ✓ Méthode des Eléments Finis (MEF)
- ✓ Méthode Différences Finies (MDF)
- ✓ Méthode des Volumes Finis (MVF)

Parmi ces trois méthodes, la MEF est la plus fréquemment utilisée.

II.3.1.1 Méthodes des éléments finis

Cette méthode consiste à transformer le problème originalement différentiel à un calcul des intégrales, où l'inconnue est approximée par des interpolations polynomiales sur chaque domaine élémentaire, dit élément fini, constituant le domaine global. Ce qui amène à un système d'équations algébriques [38]. Les étapes d'un processus de résolution d'une EDP par la méthode des éléments finis sont [39], [40] :

1. Subdivision du domaine d'étude en sous-domaines, éléments finis ;
2. Construction des fonctions d'interpolation correspondantes à chaque élément fini ;

3. Approximation de l'inconnue sur chaque élément fini ;

4. Formulation intégrale de l'EDP ;

5. Calcul des intégrales sur chaque élément fini, construction des matrices élémentaires ;

6. Assemblage des formes matricielles élémentaires, système matriciel global ;

7. Introduction des conditions aux limites ;

8. Résolution du système matriciel final [41].

II.3.2 Approches analytiques [37]

Elles sont des méthodes directes, sans transformation et sans approximation de l'inconnu et de ses dérivées. Elles sont employées pour la résolution des équations décrivant le phénomène électromagnétique dans des structures dotées de configurations géométriques simples, unidimensionnelles ou bidimensionnelles, et des propriétés physiques linéaires.

Parmi les méthodes analytiques utilisées pour la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles du champ électromagnétique on trouve :

- ✓ Méthode de Séparation de Variables (MSV)
- ✓ Méthode Intégrale (MI)
- ✓ Méthode de séries exponentielles.

II.3.3 Approches semi-analytiques

Il s'agit des caractéristiques communes aux deux modèles précédents en ce qui concerne le processus d'élaboration de la solution, à savoir : la subdivision de domaine d'étude, ou une portion de celui-ci, en sous-domaines et la formulation analytique directe de la variable d'état.

La majorité des techniques semi-analytiques reposent sur un ensemble de conditions simplificatrices, tant physiques que géométriques. On compte parmi ces techniques : les méthodes intégrales, les circuits électriques couplés et les réseaux de perméances.

À l'opposé des méthodes analytiques qui résolvent directement l'équation différentielle aux dérivées partielles, la méthode des équations intégrales repose sur la résolution de l'équation

de Poisson. Cette équation établit la relation entre le potentiel vecteur magnétique et sa source, qui correspond à une densité de courant dans le contexte d'un matériau linéaire [42].

Sachant que l'équation de poisson s'écrit

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{A}\right) = \mu_0 \vec{J} \quad \text{(II-25)}$$

Cette équation peut s'écrire comme suite

$$L(A)=g(p) \quad \text{(II-26)}$$

Où :

- L : opérateur différentiel

- g (p) : fonction d'excitation

Sa solution est donnée par

$$A(p) = \int_{\Omega} F\,(P_0 \cdot p) g(p)\, d\Omega \quad \text{(II-27)}$$

Avec A (p) : potentiel vecteur magnétique inconnu en un point P(r, z), dit point cible.

F(p0 ,p) : Fonction de Green, elle peut être approximée par :

$$F(P_0 \cdot p) = \frac{\mu_0}{4\pi|\vec{P}-\vec{P}_0|} \quad \text{(II-28)}$$

On aboutit à une équation qui n'est que l'équation de Biot et Savart :

$$A(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{J_s(p_0)}{|\vec{P}-\overrightarrow{P_0}|} \quad \text{(II-29)}$$

Où :

- JS (P0) : représente la densité du courant d'excitation

- A (P0) : le potentiel vecteur magnétique crée en un point P dans l'air.

Plus de détails sur cette méthode sont fournies dans l'annexe A de ce manuscrit.

II.4. Modélisation d'un système à champ magnétique uniforme

Dans cette application, un système à champ magnétique uniforme est considéré. Il est constitué deux bobines de Helmholtz coaxiales et circulaires. Pour le calcul du champ, deux méthodes ont été appliquées. La première est semi analytique, elle permet le calcul de l'intégrale de Biot et savart donnée par l'équation (II-29) en utilisant les fonctions de Legendre de première et deuxième espèce, du premier ordre. Cependant, la deuxième est numérique sur la base de la méthode des éléments finis bidimensionnelle.

II.4.1. Description du système étudié

Le système électromagnétique retenu dans la présente étude est constitué de deux bobines circulaires et coaxiales parcourues par un courant identique, bobines de Helmholtz [43], ayant une densité uniformément répartie dans leurs sections. Une sphère amagnétique représente la zone d'uniformité du champ magnétique est supposée au centre des bobines, voir la figure II.1.



Figure II.1 Bobine coaxiales de Helmholtz avec sphère du champ magnétique uniforme au centre [43].

Les données géométriques et physiques du système considéré sont présentées dans la figue II.2 et le tableau II.1, respectivement.

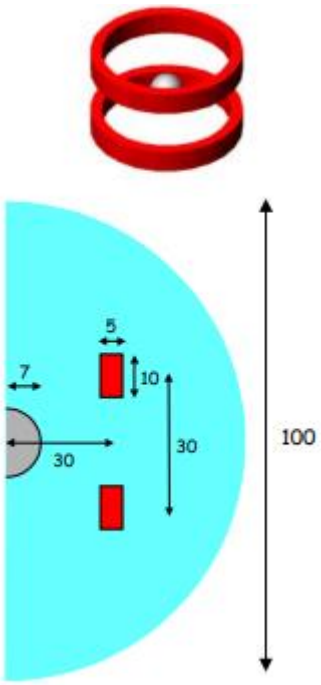


Figure II.2 Dimensions en [mm] du système considéré [43].

Paramètres physiques	**Valeurs**
Perméabilité magnétique μ	$\mu_0=4\pi10^{-7}$[H/m]
Courant électrique	I=100[A]

Tableau II.1. Propriétés physique du système étudié

Le comportement du champ magnétique dans le dispositif est gouverné par les équations de Maxwell décrivant le cas magnétostatique. L'équation différentielle (II-19) en terme du potentiel vecteur magnétique **A**, peut entièrement décrire ce champ.

Le problème de modélisation consiste donc à calculer le champ magnétique dans la zone d'uniformité du champ, la sphère amagnétique. Il s'agite d'un problème bidimensionnel axisymétrique. On va considérer la moitié du domaine total, tel est présenté dans la figure II.2. Le potentiel vecteur magnétique **A**, dans de telles conditions ne possède qu'une seule

composante, au lieu de trois, perpendiculaire au plan d'étude et il ne dépond que des coordonnées de ce plan. En outre, la condition d'unicité imposée par la jauge de Coulomb est automatiquement vérifiée dans ce cas.

II.4.2. Calcul du champ magnétique par la méthode des éléments finis

Le maillage éléments finis de la géométrie considérée est présenté dans la figure II.3. Le domaine est découpé en 3390 éléments finis triangulaires du premier ordre en utilisant le mailleur automatique du logiciel Matlab. Le nombre de nœuds étant 2060.

Les figures II.4 et II.5, présentent les lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique et la répartition de la densité du flux magnétique dans le système étudié.

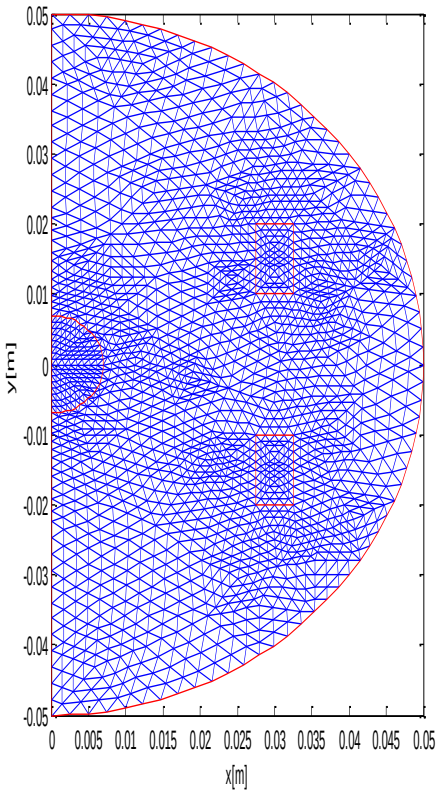


Figure II.3 Maillage éléments finis de la structure considérée.

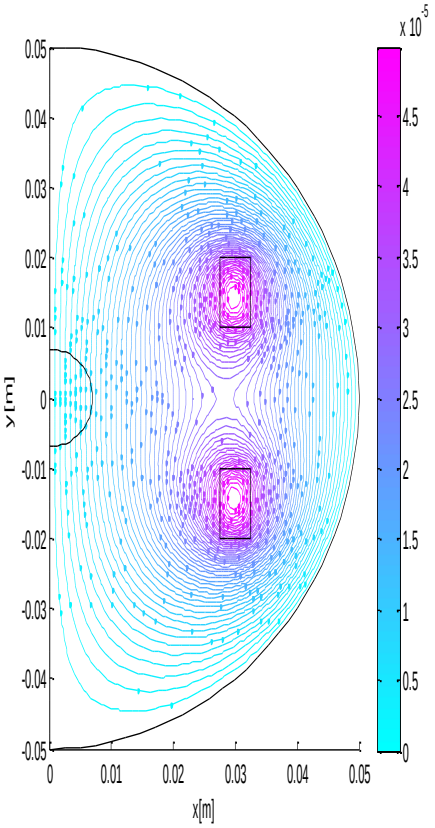


Figure II.4 Lignes équipotentielles du potentiel vecteurs magnétique A en [T.m].

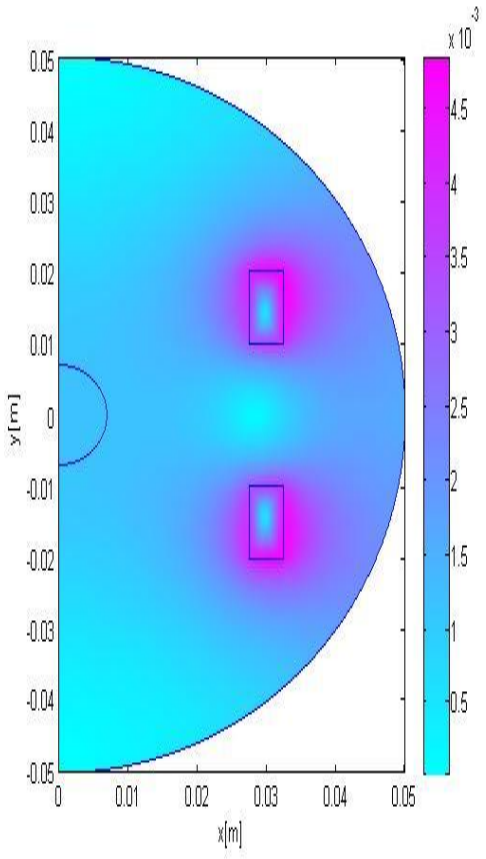


Figure II.5 Répartition de l'induction magnétique B en [T] dans le domaine considéré.

Ce type de système électromagnétique est destiné à créer un champ magnétique uniforme dans une région spécifique. Dans cette étude, cette région correspond au volume sphérique situé entre les deux bobines, sur l'axe commun, et ayant un rayon de 7cm. Dans ce qui suit on va présenter les différentes allures du potentiel vecteur magnétique et de l'induction magnétique suivant différents chemins dans le volume de calcul considéré.

Les figures II.6 présente la variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe oy (chemin axial) pour un point du volume ayant l'abscisse x=3.5mm. Cependant la figure II.7, illustre la variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe ox pour un point du volume ayant l'ordonnée 0mm.

Les allures de l'induction magnétique correspondantes à la variation de l'induction magnétique selon les mêmes chemins que le potentiel vecteur magnétique sont présentées dans les figures II.8 et II.9.

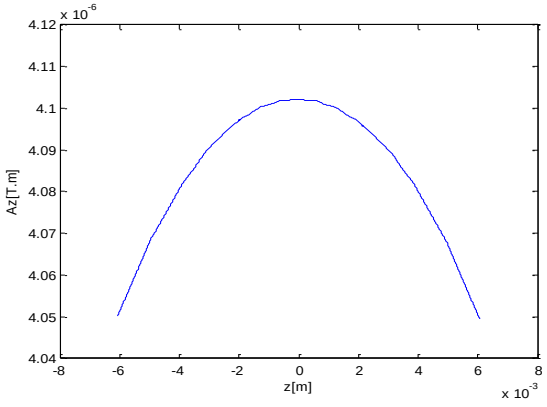


Figure II.6 Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe oy pour x=3.5mm.

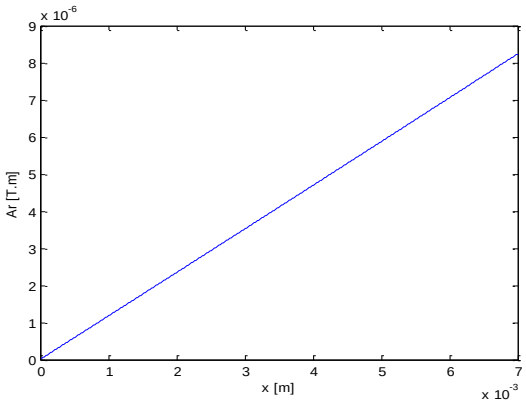


Figure II.7 Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe ox pour y=0mm.

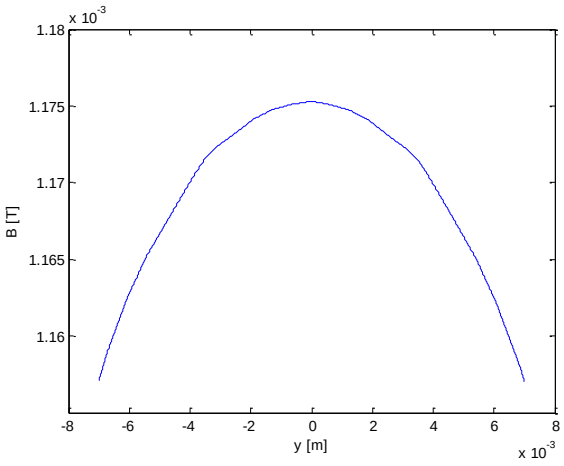


Figure II.8 Variation de l'induction magnétique suivant l'axe oy pour x=3.5mm.

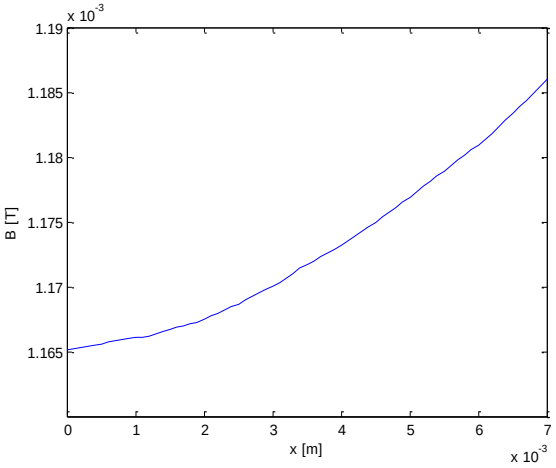


Figure II.9 Variation de l'induction magnétique suivant l'axe ox pour y=3.375mm.

II.4.3. Calcul du champ magnétique par la méthode semi-analytique intégrale

On considère la même application précédente, à la différence que le volume de calcul sphérique est supposé de section carrée dont la longueur est identique au rayon de la sphère. Le but est de simplifier la discrétisation du volume en éléments rectangulaires de section dr.dz. Par la suite le potentiel vecteur magnétique est calculé au centre de l'élément par la formule de Biot et Savart en utilisant les intégrales elliptiques de Legendre, de première et deuxième espèce, du premier ordre. La figure II.10 illustre le découpage appliqué au volume de calcul par la méthode

des intégrales elliptiques. Nr et Nz représentent le nombre de spires réceptrices ou cibles suivant les axes or et oz, respectivement.

En chaque point *i* appartenant au volume de calcul, avec *i* allant de 1 à Nr.Nz, le potentiel vecteur magnétique est évalué par l'expression suivante :

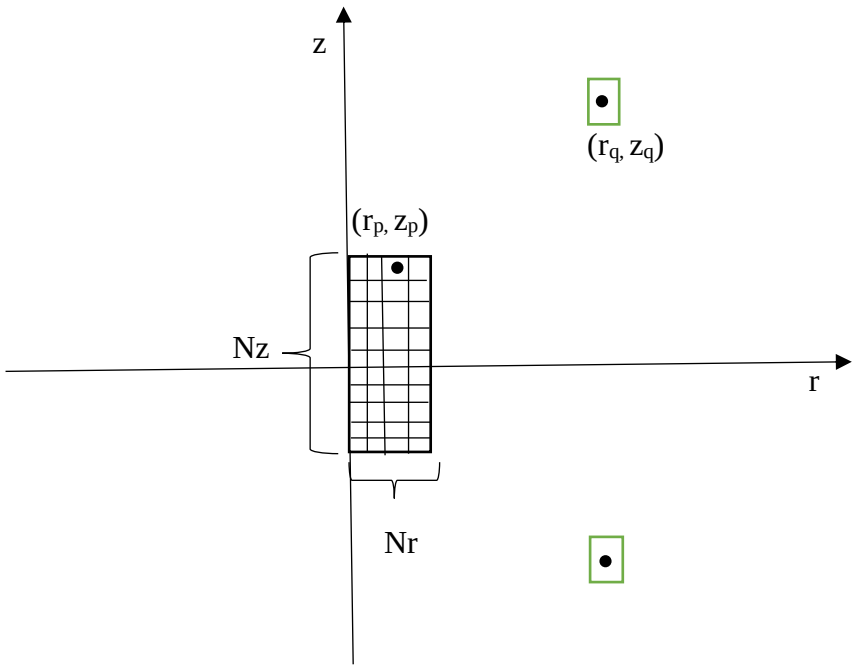


Figure II.10 Découpage du volume de calcul en spires élémentaires.

$$A_\theta(i)(r_p, z_p) = \sum_{j=1}^{N_s} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{r_q(j)}{r_p}}.\mathrm{G(k)} \qquad \text{(II-30)}$$

Où :

$$G(k) = \frac{\left(2-k^2\right)E1(k)-2E2(k)}{k} \qquad \text{(II-31)}$$

$$k = \sqrt{\frac{4 \cdot r_p \cdot z_q}{\left(r_p+r_q\right)^2+\left(z_p+z_q\right)^2}} \qquad \text{(II-32)}$$

N_s: Nombre de spires sources parcourues par un même courant. N_s=2 dans cette application.

r_p et z_p : sont les coordonnées du centre des spires cibles.

r_q et z_q: sont les coordonnées du centre des spires sources.

$E1(k)$et $E2(k)$ sont les intégrales elliptiques de Legendre de première et de deuxième espèce. Plus de détail concernant la méthode semi-analytique utilisée est fourni dans l'annexe A.

Les données de découpage adopté sont les suivantes :

N_r= 28

N_z=56

Il en résulte un nombre total de points de calcul égal à 1568.

L'erreur d'approximation entre la section circulaire, pour la MEF, et celle rectangulaire, pour la méthode des intégrales elliptiques, valle : π/4~0.7854.

Les variations du potentiel vecteur magnétique suivants les chemins axial et radial, correspondants à r=3.5 mm et z= 0, sont présentées dans les figures II.11 et II.12.

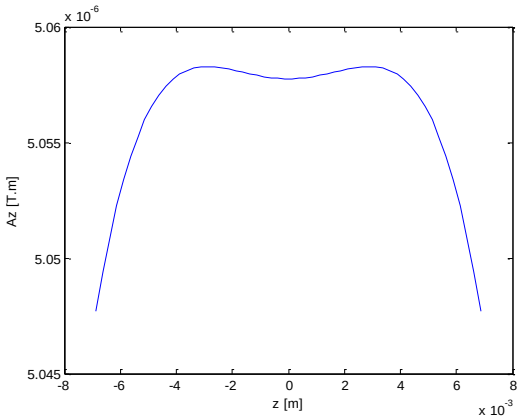


Figure II.11 Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe oz pour r=3.375mm.

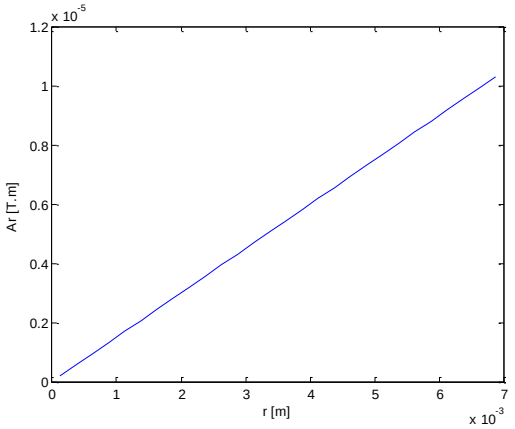


Figure II.12 Variation du potentiel vecteur magnétique suivant l'axe or pour z=0mm

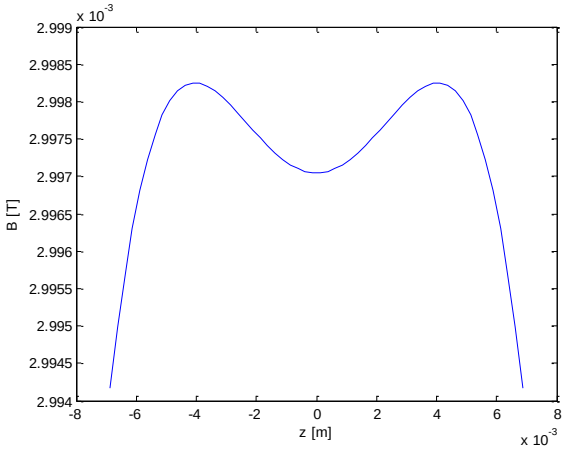
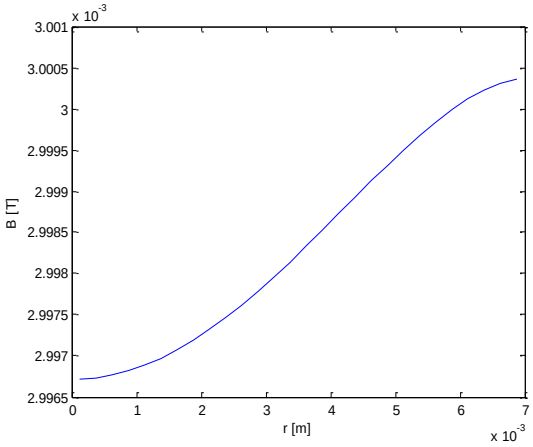


Figure II.14Variation de l'induction magnétique suivant l'axe oz pour r=3.5mm.



FigureII.13Variation de l'induction magnétique suivant l'axe or pour z=3.375mm.

Les allures des deux grandeurs magnétiques, le potentiel vecteur et l'induction, selon les deux chemins axial et radial considérés pour les deux types de simulation sont semblables. Leurs variations suivant le chemin axial (axe de deux bobines) sont caractérisées par une augmentation vers les extrémités du volume, points du volume les plus proches aux bobines. On remarque également un palier entre ces deux valeurs extrêmes dans le cas de la solution analytique au fur et à mesure quand on s'approche à l'axe radiale (vers z=0). Cependant, suivant l'axe radial, les deux grandeurs ont tendance à augmenter exponentiellement en se rapprochant des bobines, sources d'énergie.

On remarque que le taux de variation de l'induction magnétique le long du chemin spécifique dans le volume de calcul considéré, radiale ou axial, est très réduit. Cela, s'explique par l'appartenance de ces points de calcul à la zone d'uniformité de l'induction magnétique.

Les disparités entre les valeurs de ces deux grandeurs obtenues numériquement et par le calcul semi-analytique, reviennent principalement à la géométrie du volume de calcul choisi dans les deux cas, sphérique par la MEF et pavé droit ou parallélépipède pour la méthode intégrale. Cela, montre clairement la souplesse qu'offre la MEF pour tenir compte de différentes géométries. Cependant, le temps de simulation de la méthode intégrale reste nettement inférieur par rapport à celui de la MEF, 0.85 secondes pour la première et 2.6 secondes pour la deuxième.

II.5 Conclusion

La présentation des différents aspects relatifs à un processus de modélisation des systèmes électrotechniques par le calcul du champ électromagnétique a fait l'objet de ce deuxième chapitre. L'application de ce processus sur la base de deux approches de calcul du champ électromagnétique, numérique par la méthode des éléments finis et semi-analytique par la méthode des intégrales elliptiques, a été mise en œuvre à travers la considération d'un système de deux bobines de Helmholtz.

La conception optimale et la modélisation d'un système de bobines de gradient du champ magnétique, utilisées dans un environnement IRM, feront l'objet du prochain chapitre.

Chapitre III :

Optimisation de bobines de gradient d'un environnement IRM

III.1 Introduction

Parmi les applications les plus répondues dont le principe de fonctionnement repose sur les notions du champ magnétique uniforme étant l'imagerie médicale par résonance magnétique, l'IRM. L'image obtenue par IRM est le résultat de la combinaison de trois champs magnétiques différents : statique, de gradient et radiofréquence. La qualité de l'image obtenue dépend étroitement de degré d'homogénéité du champ magnétique au centre du système IRM. L'une de première clés pour acquérir cette homogénéité est le dimensionnement optimal de différents éléments intervenants dans la création de ces champs et de l'image par conséquence.

Les bobines de gradient sont une partie intégrante de l'IRM. Elles sont responsables de la création d'un champ de gradient pendant la séquence d'imagerie toute en permettant d'une part, la sélection d'un plan de coupe qui portera l'image et d'autre part effectuer un codage spatial dans ce plan de coupe afin de pouvoir attribuer une position aux différents signaux reçus.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la modélisation et l'optimisation des bobines de gradient intégrées dans un environnement IRM à échelle réduite, réalisé au sein du laboratoire GREEN-Nancy à l'université de Loraine en France [44], [46].

III.2. Présentation de la structure considérée

Le dispositif sur un environnement IRM à échelle réduite était conçu sous la forme ouverte ayant une structure dipolaire en H. L'échelle de réduction de grandeurs électromagnétiques valle 10% aux celles réelles dans les IRM de cliniques. Il sert comme un dispositif test dans les laboratoires de recherche pour étudier les différentes compatibilités sous environnement IRM, ce qui revient à préserver le plus possible l'homogénéité du champ statique et éviter la perturbation du champ de gradient de l'IRM [44], [46].

Ce dispositif génère un champ statique de 0,3 T et un champ de gradient de 8 mT/m selon l'axe Z. Le champ de gradient, généré par des bobines dites de gradient, bobines de Maxwell dans ce cas, sert à améliorer la qualité d'image toute en permettant un positionnement exact en temps réel des spines magnétiques à l'intérieur de tissus sous examen IRM. Ces bobines sont excitées avec un courant variable dans le temps pour des fréquences allant jusqu'à 1kHz [44].

III.2.1 Constitution du dispositif

La structure IRM considérée dispose uniquement d'un champ statique et d'un champ de gradient suivant la direction du champ statique. Ces champs de l'environnement IRM à échelle réduite ont des amplitudes de 10% de celles d'un IRM de clinique, soit un champ statique de 0,3T et un champ de gradient de 8mT/m. Le champ statique est généré par des aimants permanents dont l'homogénéité doit être la plus élevée possible et le champ de gradient est généré par des bobines de Maxwell et varie à des fréquences allant jusqu'à 1kHz. Le dispositif IRM est constitué donc :

1. Une culasse ferromagnétique en H : se compose de plaques horizontales reliées par quatre piliers verticaux disposés aux quatre coins.
2. Deux aimants permanents cylindriques : Le matériau utilisé est le Nd-Fe-B (Néodyme-Fer-Bore).
3. Deux couronnes ferromagnétiques : Pièces polaires métalliques profilées en forme de couronne, fixées directement sur les faces internes des deux aimants cylindriques.
4. Une paire de bobines de gradient situées autour des aimants est alimentées par deux courants de mêmes intensité mais de sens opposé.
5. Une sphère de calcul de l'homogénéité du champ magnétique : Un volume d'intérêt sphérique virtuel (DSV : Diamètre, Sphérique, Volume).

   La figure III.1.a, présente une vue tridimensionnelle de dispositif IRM réalisé au laboratoire GREEN-Nancy en France. Cependant, la figure III.1.b, présente une vue bidimensionnelle correspondante à la même structure.

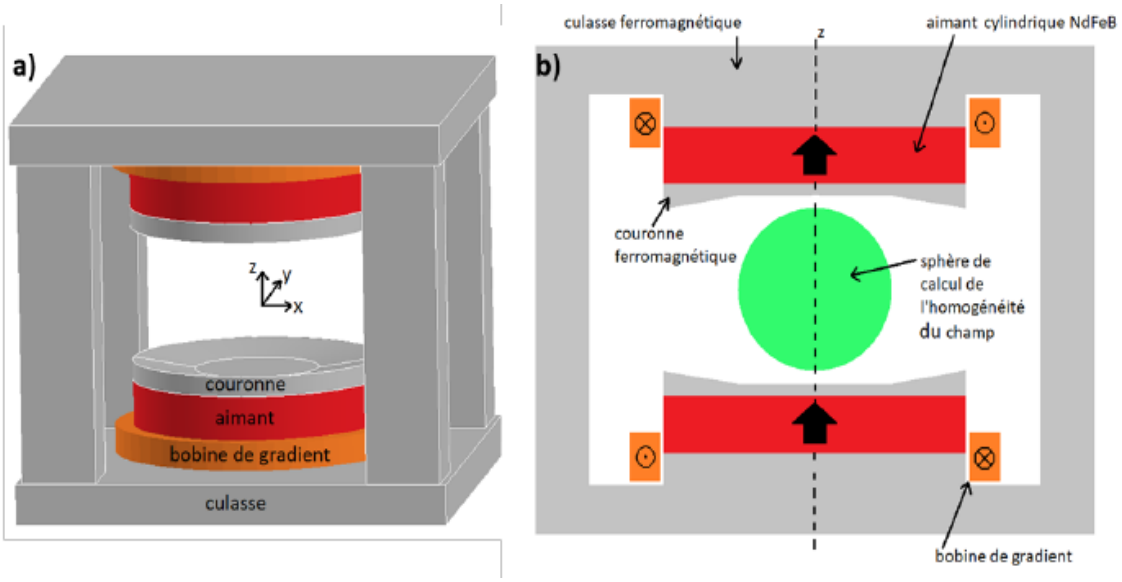


Figure III.1 Dispositif IRM considéré [44], [46].
Vue tridimensionnelle (3D).
Vue bidimensionnel (2D).

Dans ce travail de Master, on s'intéresse à la modélisation et l'optimisation des bobines de gradient. De ce fait uniquement le champ magnétique dû à ces bobines dans le volume localisé au centre de l'IRM est calculé. L'étude est menée sous les hypothèses simplificatrices suivantes :

- On suppose que le fer, circuit et couronne magnétiques, est à perméabilité magnétique infinie.
- On considère que les aimants ne sont pas aimantés : Br=0.

Sous ces deux hypothèses on peut considérer uniquement le champ de gradient dû aux bobines de Maxwell dans le volume supposé au centre de l'IRM. En outre, et tenant compte de l'axisymétrie des bobines, l'étude originalement tridimensionnelle est ramenée à une autre bidimensionnelle. La figure III.2 montre la structure retenue dans ce travail.

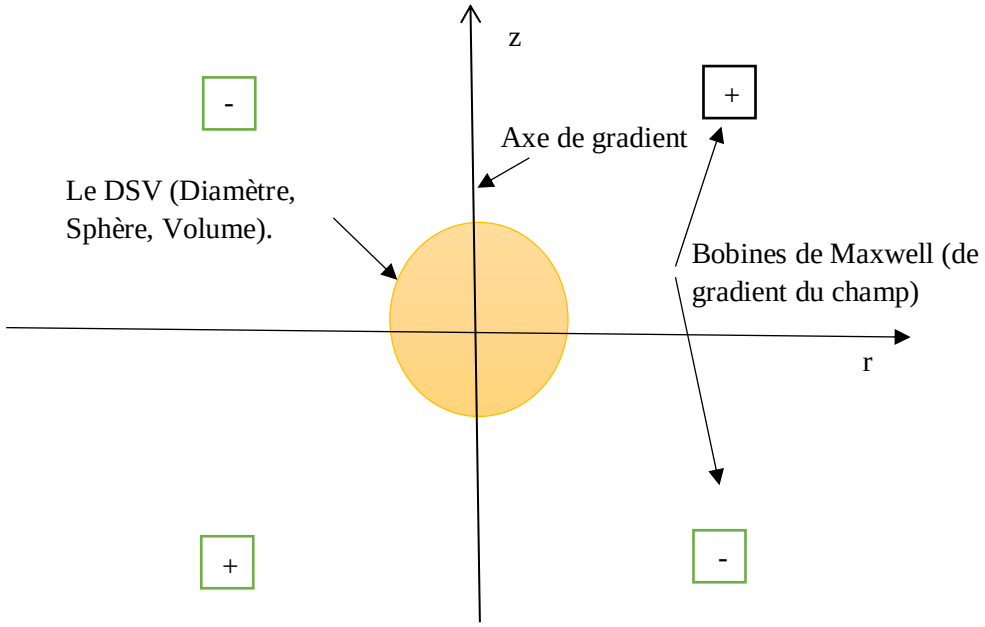


Figure III.2 Structure bidimensionnelle axisymétrique de bobines de Maxwell étudiées.

III.3 Modélisation et optimisation de bobines de gradient

Dans cette section, la structure de bobines de gradient génère un champ de gradient suivant l'axe z dans la même direction que le champ statique. L'objectif du problème d'optimisation posé dans ce travail est d'obtenir les paramètres géométriques optimaux du système de bobines pour avoir un champ de gradient égale à 8mT/m suivant l'axe z dans le DSV. Les paramètres d'optimisation considérés sont présentés dans la figure III.3.

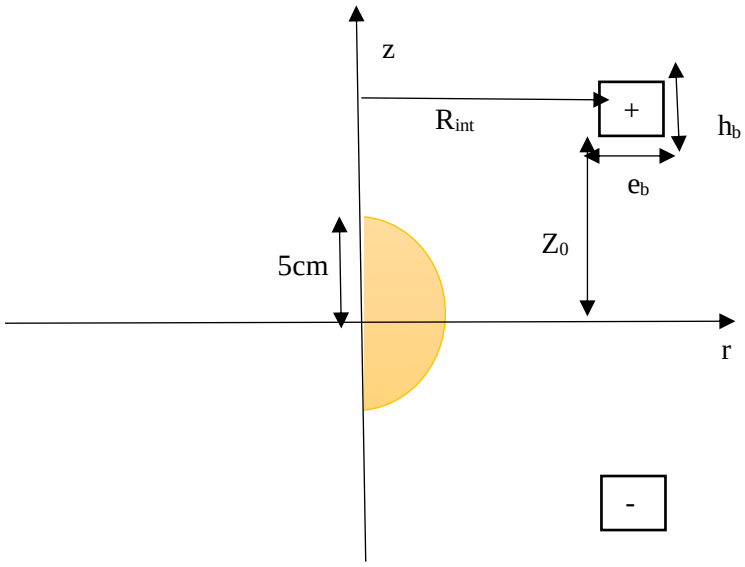


Figure III.3Configuration à optimiser avec les paramètres d'optimisation choisis

Où :

R_{int} : Rayon intérieur de la bobine.

e_b : Epaisseur de la bobine

h_b : Hauteur de la bobine

Z_0 : Position de la bobine perpendiculaire à l'axe r

III.3.1 Formulation du problème d'optimisation

Les deux bobines de Maxwell utilisées dans cette structure miniaturisée (réduction de 10% par rapport à la structure réelle) ont le même rayon R est généralement espacées d'une distance égale à $\sqrt{3}R$. Elles sont parcourues par la même intensité du courant mais de sens opposé. Ces bobines génèrent un champ magnétique de gradient linéaire le long de l'axe oz. Ce champ est donné par l'expression suivante :

$$\overrightarrow{B_g} = Gz\overrightarrow{u_z} \quad \text{(III-1)}$$

Où : G=8mT/m

Le champ magnétique est calculé sur l'axe oz, pour r=0, par la méthode des intégrales elliptiques par l'équation suivante [36] :

$$B_z(0,z) = \frac{\mu_0}{2} I(r_0, z_0).\frac{r_0^2}{\left[(z-z_0)^2+r_0^2\right]^{3/2}} \quad \text{(III-2)}$$

Où :

r_0 et z_0 : sont les coordonnées du centre de la spire.

z : est l'ordonné du point de calcul sur l'axe oz.

μ_0 : est la perméabilité de l'aire, elle vaut $4\pi e^{-7}$[H/m].

I : est l'intensité totale du courant dans les bobines, elle est prise égale à 167[A].

Le problème d'optimisation revient à minimiser l'écart ou l'erreur entre la valeur calculée et celle désirée du champ de gradient le long de l'axe oz compris dans le DSV.

III.3.1.1 Fonction objectif

La fonction objectif correspondante au problème d'optimisation posé est donnée par :

$$of(x) = \sum_{i=1}^{n}\left(B_{gsouhitée,i} - B_{z,i}(x)\right)^2 \quad \text{(III-3)}$$

Avec :

$B_{gsouhaité}$ est évaluée par l'équation III-1 aux points i appartenant au DSV sur l'axe oz.

B_z : est calculée par l'équation III-2 aux points i appartenant à l'axe oz compris dans le DSV.

n : étant le nombre de points de calcul, découpage, sur l'axe oz de DSV.

x : Le vecteur correspondant aux paramètres d'optimisation.

III.3.1.2 Contraintes

L'objectif à atteindre consiste à fixer les meilleurs paramètres géométriques des bobines de gradient pour avoir un champ de gradient linéaire le long de l'axe oz. Tenant compte de la géométrie de dispositif, tel est montré dans la figure III.1, il faut respecter l'emplacement réservé aux bobines de gradient, espace entre aimants à l'intérieur du circuit magnétique en forme de H. En outre, ces bobines véhiculent de fortes intensités de courant, donc il faut veiller à ne pas dépasser les limites admissibles des densités du courant que peuvent supporter les conducteurs sans conduire à leur échauffement. Ces conditions à respecter lors de la résolution

du problème d'optimisation représentent l'ensemble de contraintes qu'il faut ajouter et y en tenir compte dans le processus d'optimisation afin de garantir une solution fiable au problème posé.

La minimisation de la fonction objectif considérée '*of*'' est effectuée en respectant l'ensemble de contraintes suivantes :

Contraintes de domaine imposées sur les plages de variation des paramètres d'optimisation, présentés dans la figure III.2. Les limites de variation de ces paramètres sont données dans le tableau III.1 ci-dessous :

Paramètres	**Valeurs minimales**	**Valeurs maximales**
R_{int}	10.1 cm	14 cm
h_b	0.1 cm	5 cm
e_b	0.1 cm	5 cm
Z_0	5 cm	6.5 cm

Tableau III.1 Contraintes de domaine.

Deux contraintes d'inégalité sont ajoutées à ce problème. La première est imposée afin de limiter l'échauffement des conducteurs toute en respectant le seuil de la densité du courant admissible. Elle est donnée par :

$$\frac{I}{k_f e_b h_b} \leq 4\ A/mm^2 \qquad \text{(III-4)}$$

Avec k_f est le coefficient de remplissage, pris égale à 0.5 (50%) [44].

La deuxième contrainte est la suivante :

$$(R_{int} + e_b) \leq 14.5\ cm \qquad \text{(III-5)}$$

Elle est imposée dans le but de respecter l'espace alloué aux bobines de gradient dans le dispositif IRM à échelle réduite considéré.

III.3.1.3 Processus de résolution du problème d'optimisation

Il s'agit d'un problème d'optimisation contraint avec quatre paramètres de conception, pour sa résolution on a utilisé la méthode des algorithmes génétique de la bibliothèque d'optimisation de logiciel MATLAB.

Pour tenir compte des contraintes d'inégalité, la méthode des pénalités intérieures a été utilisée [45], [47]. La fonction objectif à minimiser après transformation du problème, originalement contraint à un autre non contraint où les fonctions contraintes sont intégrées par pénalité dans la fonction objectif transformée, est donnée par :

$$OF(x) = of(x) + r_k \sum_{i=1}^{m} w\big(g_i(x)\big) \quad \text{(III-6)}$$

Avec :

of est la fonction objectif donnée par l'équation III-3.

x est le vecteur des paramètres d'optimisation.

r_k >=0, coefficient de pénalité ou facteur de réponse.

w est une fonction de pénalisation définie en $\Re \rightarrow \Re$. Dans ce travail, on a utilisé la fonction inverse donnée par :

$$w\big(g_i(x)\big) = -\frac{1}{g_i(X)} \quad \text{(III-7)}$$

III.3.1.4 Calcul du champ de gradient avec les paramètres initiaux

On a effectué le calcul du champ d'induction magnétique le long de l'axe oz dans le DSV considéré. On a choisi aléatoirement des valeurs des paramètres géométriques des bobines de gradient. Après, On a comparé le champ de gradient calculé avec celui souhaité. Les valeurs initiales considérées sont données dans le tableau III.2.

Paramètres	Valeurs
R_{int}	11 cm
h_b	2.5cm
e_b	3cm
Z_0	5.5cm

Tableau III.2 Paramètres initiaux des bobines de gradient.

[47]

L'axe oz dans le DSV est décomposé en 1000 points de calcul, avec un pas de 10^-4. La figure III.3, présente les deux variations, souhaitée et calculée, du champ de gradient dans les points considérés.

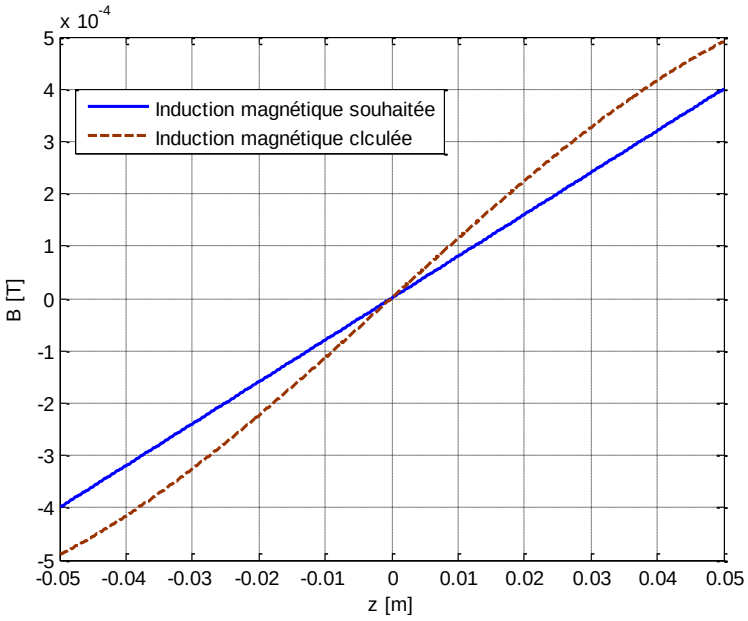


Figure III.4 Variation des inductions de gradient, calculée et souhaitée le long l'axe z dans le DSV.

Malgré que l'écart entre les valeurs des inductions magnétiques, calculée et souhaitée, n'est pas assez significatif, la variation de l'induction magnétique le long de l'axe z dans le DSV n'est pas linéaire. Il est aussi important de vérifier le respect ou non des contraintes d'inégalité imposées.

Les valeurs des deux contraintes imposées avec les paramètres géométriques initiaux sont les suivantes :

$R_{int}+e_b$=14cm. Elle est inférieure à la limite imposée (14.5cm). Donc, les paramètres choisis aléatoirement assurent le respect de cette contrainte.

La densité du courant dans les bobines : $J = \frac{167}{0.5*3*3.5*10\text{^}-4} = 4.45 * 10^6[\frac{A}{m^2}] > J_{admissible}$

On constate la violation de la deuxième contrainte avec les paramètres initiaux. D'où la nécessité d'une recherche optimale des meilleurs paramètres assurant à la fois le respect des contraintes et une meilleure approximation de l'objectif souhaité.

III.3.1.5 Solution du problème d'optimisation posé

Les paramètres de la méthode des algorithmes génétiques utilisée pour minimiser la fonction objectif donnée par l'équation III-6, sont donnés dans le tableau III.3.

Paramètres	Valeurs
N° de variables	4
Taille de la population initiale	40
Tolérance de calcul	e^{-12}
N° de générations (itérations)	200

Tableau III.3 Paramètres de l'algorithme génétique.

La méthode de pénalités intérieures utilisée pour la prise en compte des contraintes d'inégalités est une méthode statique dont la fiabilité, faisibilité de la solution et respect des contraintes imposées, dépend du choix de coefficient de pénalité r_k , considéré constant durant le processus d'optimisation, ainsi que de la fonction de pénalisation *w*, tous en dépendance de la nature du probléme d'optimisation considéré. Afin d'optimiser le choix du paprmétre $r_{k,}$ on a effectué plusieurs essais pour différentes valeurs de ce paramétres dont la meilleure a été retenue. En outre et tenant compte de la nature stochastique et aléatoire de la méthode de l'algorithme génetique, le probléme a été exécuté maintes reprises, plus que 20 exécutions, où le mielleur résultats a été retenu.

Vue la grande disparité entre les deux fonctions contraintes, plus de 10^12, voir donc la même diférence entre les deux fonctions de pénalités, une normalisation de ces derniéres est necessaire pour assurer la convergence du processus d'optimisation. Dans ce travail, on a divisé chaque fonction par sa valeur maximale.

La figure III.4 présente la variation de la fonction objectif transformée (fonctoin objectif avec les fonctions de pénalités et conctraintes intégrées) en fonction des itérations de l'algorithme génétique ainsi que les paramétres de conception optimaux. Les résultas d'optimisation sont résumés dans le tableau III.4.

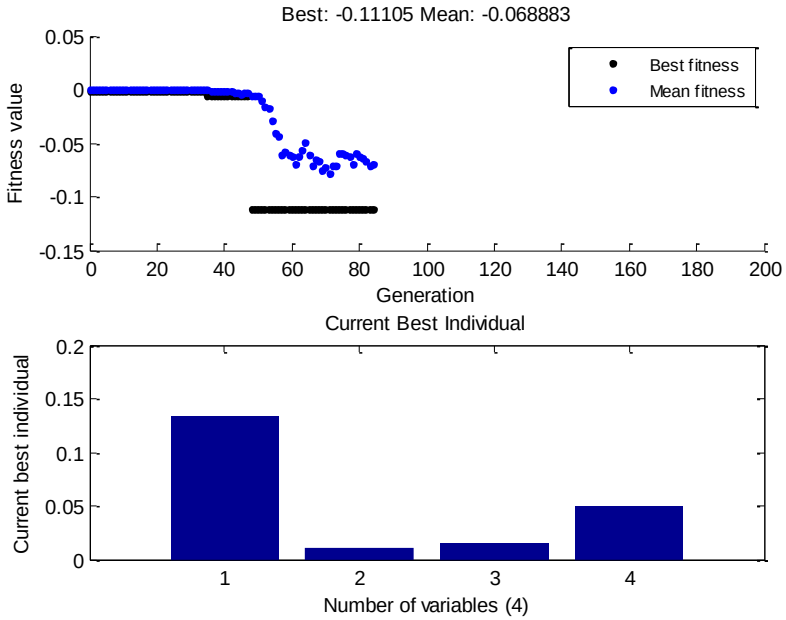


Figure III.5 Variation de la fonction objectif avec les générations de l'algorithme génétique et les paramètres de conception optimaux.

Paramétres	**Valeurs**
Rayon de la bobine [cm]	13.35
Epaisseur de la bobine [cm]	1.14
Hauteur de la bobine [cm]	1.14
Distance entr la bobine et l'axe z [cm]	5
Valeur de la fonction objectif transformée	-0.111050643394580
Temps de calcul [S]	1.046515
Nombre d'appele à la fonction objectif	4250
Nombre d'iterations	84

Tableau III.4 Résultats d'optimisation obtenus avec l'algorithme génétique.

Les variations des inductions calculées, avec les paramétres initiaux et ceux optimaux le long de l'axe z dans le DSV considéré, sont comparées à celle souhaitée, et présentées dans la figure III.5.

Les résultats d'optimisation des bobines de gradient obtenus dans [44] sont présentés dans la figure III.6. Les auteurs dans [44] ont utilisé la méthode des élements finis bidimensionnelle en axisymétrie toute en tenant compte de la saturation magnétique du fer par la méthode de *'frozen permeability'*. Les calculs ont été effectués avec le logiciel numérique FEMM. Pour l'optimisation de la strucure en question, ils ont utilisé la méthode des algorithmes génétique de MATLAB. Les paramétres d'optimisation qu'ils ont considéré ainsi que leurs plages de variation sont donnés dans la figure III.7 et les tableaux 5 et 6, respectivement.

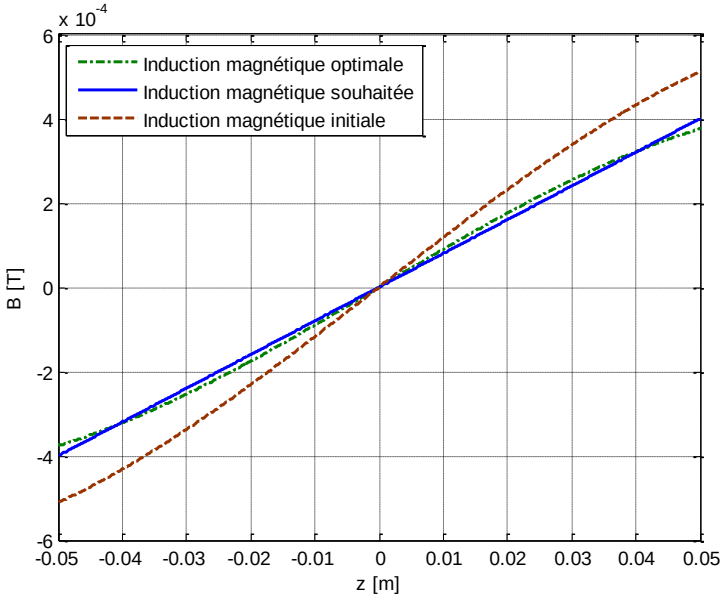


Figure III.6 Variation des inductions de gradient, calculées et souhaitée le long d'axe z dans le DSV.

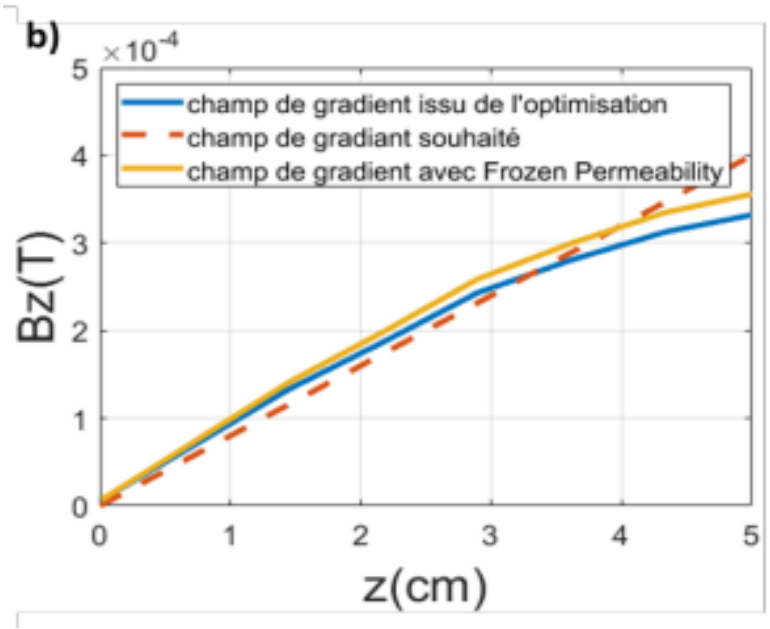


Figure III.7 Variation des inductions, calculée et souhaitée le long d'axe z dans le DSV obtenues dans [44].

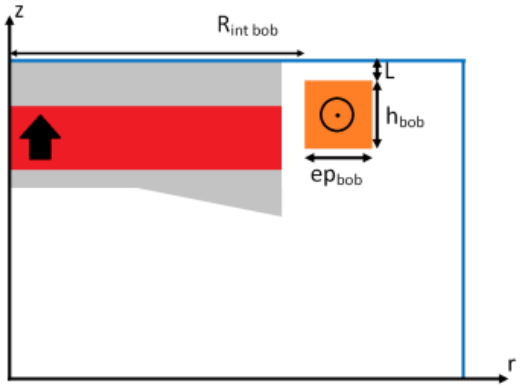


Figure III.8 Paramètres d'optimisation considérés dans [44].

Paramètres	Valeurs minimales	Valeurs maximales
R_{intbob}	10,1 cm	14 cm
L	0,1 cm	5 cm
ep_{bob}	0,1 cm	5 cm
h_{bob}	0,1 cm	5 cm
I_{bob}	0 A	300 A

Tableau III.5 Paramètres d'optimisation et leurs plages de variation considérés dans [44].

Paramètres	Valeurs optimisés
R_{intbob}	10,1 cm
L	0,2 cm
ep_{bob}	1,4 cm
h_{bob}	2,1 cm
I_{bob}	167 A

Tableau III.6 Résultats d'optimisation obtenus dans [44].

Dans son travail, S. Chauvière [44], n'a pas considéré l'aimantation des aimants (Br=0), ce qui revient à annuler l'effet directe du champ statique sur les bobines de gradient. L'état magnétique du fer, circuit et couronne ferromagnétique, dû à ce champ a été considéré par l'introduction de la perméabilité relative du fer dans chaque élément fini par la méthode de *frozen oermeability*, calculée antérieurement et sans considération de l'effet des bobines de gradient.

- **Analyse des résultats**

1. Les résultats d'optimisation obtenus dans ce travail sont très satisfaisants tant par leur pertinence que par le temps de simulation nettement négligeable para rapport aux travaux utilisant les stratégies d'optimisation stochastiques avec un calcul des fonctions objectif et fonctions contraintes par la méthode des éléments finis.
2. Les stratégies, de calcul et d'optimisation, adoptées ont permis une minimisation rapide et fiable de la fonction objectif tout en respectant les contraintes imposées. Les paramètres géométriques optimaux des bobines de gradient du champ assurent :
    - Une meilleure approximation de l'induction de gradient souhaitée
    - Respect des contraintes imposées. La première contrainte permet une construction plus souple et moins contraignante (respect de l'espace réservé à la bobine de gradient) : $R_{int}+e_b=14.49cm<14.5$ cm. Tandis que la deuxième contrainte, permet de réduire le problème d'échauffement des bobines dû au passage des intensités élevées du courant, généralement portés à des fréquences de 1kHz dans telle application :

$$J = \frac{167}{0.5*1..14*1.14*10^{-4}} = 2.57e^6\left[\frac{A}{m^2}\right] < 4e^6[\frac{A}{m^2}]$$

III.4 Conclusion

L'optimisation sous contraintes des bobines de gradient du champ magnétique dans un dispositif IRM a fait l'objet du troisième chapitre. L'objectif de cette optimisation est de définir les paramètres géométriques optimaux des bobines de Maxwell permettant de produire un champ de gradient linéaire, suivant l'axe z, et similaire au champ souhaité. Cette optimisation est menée sous deux contraintes principales. L'une est géométrique, assurant l'emplacement

facile des bobines à l'intérieur de l'IRM et l'autre électrique, assurant un fonctionnement sans échauffement excessif des bobines.

Le calcul du champ de gradient a été effectué par un modèle semi-analytique basé sur les intégrales elliptiques de Legendre. Le problème d'optimisation contraint a été résolu par la méthode des algorithmes génétiques associée à la méthode des pénalités intérieures statiques pour la considération des contraintes.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives

Au cours de ce travail de Master, nous avons réalisé un support théorique pour la compréhension de différents systèmes utilisés pour la génération des champs magnétiques uniformes et leurs diverses applications, industrielles, médicale ou celles appartenant au vaste domaine de la recherche scientifique. Partant de configurations basiques jusqu'aux celles la plus compliquées de ces systèmes, une modélisation fiable et rigoureuse constitue l'étapes clés pour une meilleure maitrise de leur fonctionnement et bien définir les problèmes de conception et les cahiers de charges qui y sont associés selon les besoins et les objectifs souhaités de leurs utilisations.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, un état d'art portant sur les différentes configurions de bobines dédiées à la création des champs magnétiques uniformes et leurs utilisations contemporaines a été présenté.

Comme tous dispositifs électrotechniques, le fonctionnement de ces systèmes est basé sur les lois de l'électromagnétisme. De ce fait leur modélisation par le calcul du champ s'avère nécessaire. Dans ce contexte, les aspects associés à cette modélisation telles que les équations fondamentales de l'électromagnétisme, la formulation des équations différentielles aux dérivées partielles et les méthodes appliquées pour leur résolution ont fait part de deuxième chapitre du manuscrit. Une application de cette voie à une paire de bobines de Helmholtz coaxiales, conçue pour la génération du champ magnétique uniforme dans un volume spécifique placé au centre de bobines, a également fait part du deuxième chapitre. Où, deux techniques différentes pour calculer le champ magnétique ont été utilisées. L'une numérique, utilisant la méthode des éléments finis bidimensionnelle, et l'autre semi-analytique utilisant les intégrales elliptiques de Legendre.

Quelques soit l'application qui intègre ces systèmes, l'objectif de leur utilisation est défini à l'avance selon les critères souhaités et imposés par l'application elle-même. Parmi lesquelles, l'imagerie par résonance magnétique, IRM, représente le domaine principal de leur utilisation. A part le champ statique, souvent généré par des aimants permanents, l'IRM utilise également des champs de gradient, où des bobines de Maxwell peuvent être utilisées pour la création de ces champs. L'optimisation d'une paire de bobines de Maxwell utilisée pour cette

fin a été faite dans le troisième chapitre. Une stratégie d'optimisation sous contraintes, utilisant conjointement la méthode des algorithmes génétiques et la méthode des intégrales elliptiques pour le calcul du champ, a été adoptée pour déterminer les paramètres géométriques optimaux de la bobine qui assurent la création d'un champ de gradient linéaire est similaire à celui souhaité.

La pertinence des résultats obtenus montre clairement la fiabilité et la souplesse de la stratégie employée, dont le faible coût de résolution constitue un grand avantage par rapport à des stratégies similaires associées à un calcul par éléments finis.

L'investigation d'une optimisation multi-objectif pour l'étude de ce type de dispositifs est primordiale pour améliorer les performances et la précision requises par ces applications assez sensibles.

Modèle semi-analytique

On considère deux points de l'espace, à savoir p et q, représentant respectivement le point calcul et le point source, appartenant au plan (r, z) comme est présenté dans la figure A.1.

On note que les points p et q peuvent appartenir au même domaine ou peuvent être de deux domaines différents. Le potentiel vecteur magnétique calculé au point p par une densité de courant située au point q peut s'écrire comme suit :

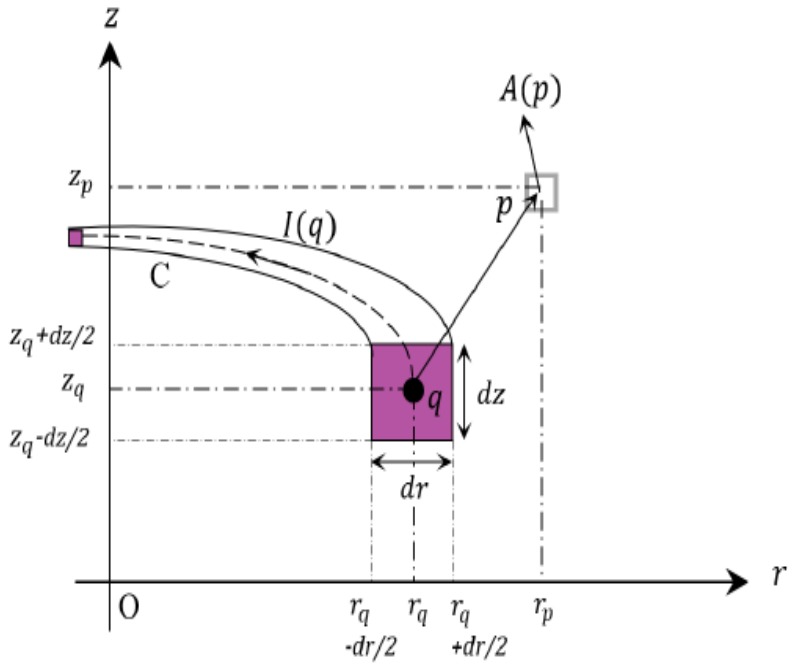


Figure A.1. Représentation de la stratégie d'évaluation des équations intégrales en 2D axisymétrique [36].

$$A(p,q) = \frac{\mu_0 . I}{2\pi}\sqrt{\frac{r_q}{r_p}}\left[\frac{(2-k^2)E_1(k)-2E_2(k)}{k}\right] \quad \textbf{(A-1)}$$

$$k = \frac{2\sqrt{\boldsymbol{r_p r_q}}}{\sqrt{(\boldsymbol{r_p}+\boldsymbol{r_q})^2+(z_p-z_q)^n}} \quad \text{(A-2)}$$

(r_p, z_p): les coordonnées du point cible

(r_q, z_q): les coordonnées du point source

Avec :

$$E1(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2(\theta)}} \quad \text{(A-3)}$$

$$E2(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2\sin^2\theta}\ d\theta \quad \text{(A-4)}$$

$E1(k)$: l'intégrale elliptique de Legendre de première espèce ;

$E2(k)$: l'intégrale elliptique de Legendre de deuxième espèce.

En considérant que k est très petit, les intégrales elliptiques peuvent être remplacées par leur développement en série.

$$E_1(k) = \frac{\pi}{2}\left[1 + 2\cdot\left(\frac{k^2}{8} + 9.\frac{k^2}{8}\right)^2 + \cdots\right] \quad \text{(A-5)}$$

$$E_2(k) = \frac{\pi}{2}\left[1 + 2\cdot\left(\frac{k^2}{8} - 3.\frac{k^2}{8}\right)^2 + \cdots\right] \quad \text{(A-6)}$$

Une interpolation sera nécessaire pour avoir les fonctions $E_1(k)$ et $E_2(k)$, pour des raisons de complexité de programmation les l'interpolations suivantes sont considérées:

$$E_1(k) = 1.3862944 + 0.1119723 * M_1 + 0.0725296 * M_2 + (0.5 + 0.1213478 * M_1) + 0.0288729.M_{2)} * C \quad \text{(A-7)}$$

$$E_2(k) = 1 + 0.4630151 * M_1 + 0.1077812 * M_2 + (0.245272 * M_1 + 0.0412496 * M_2) * C \quad \text{(A-8)}$$

$$M_1 = 1 - k^2 \quad \text{(A-9)}$$

$$M_2 = M_1^2 \quad \text{(A-10)}$$

$$C = \log\left(\frac{1}{M_1}\right) \quad \text{(A-11)}$$

Expression de l'induction magnétique

En utilisant **(A-1**) et **(A-2**)les composantes radiales et axiales de l'induction magnétique sont calculées à partir de sa relation avec le potentiel vecteur magnétique $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

$$Br(r,z) = -\frac{\partial A(r,z)}{\partial z} \quad \text{(A-12)}$$

$$Bz(r,z)=\frac{1}{r}\frac{\partial(rA(r,z))}{\partial r} \quad \text{(A-13)}$$

En écrivant :

$$Br(p,q)=\frac{I.\mu_0.k(z_p-z_q)}{4\pi\ \ r_p\sqrt{r_p r_q}}\left[\frac{{r_q}^2+rp^2+(z_p-z_q)^2}{(r_p-r_q)^2+(z_p-z_q)^2}E_2-E_1\right] \quad \text{(A-14)}$$

$$Bz\ (p,q)=\frac{I.\mu_0 k}{4\pi\sqrt{r_p r_q}}\ \left[\ \frac{{r_q}^2-rp^2-(z_p-z_q)^2}{(r_p-r_q)^2+(z_p-z_q)^2}E_2+E_1\ \right] \quad \text{(A-15)}$$

Le module de l'induction magnétique sera :

$$B=\sqrt{B_r^2+B_z^2} \quad \text{(A-16)}$$

Bibliographie

[1] Définition d'un champ magnétique uniforme, topmag.in, [En ligne]. Disponible sur: https://www.topmag.in/fr/uniform-magnetic-field-definition/

[2] Champs magnétiques uniformes : un guide complet, tymagnets.com, [En ligne]. Disponible sur: https://tymagnets.com/fr/Champs-magn%C3%A9tiques-uniformes-%3A-un-guide-complet/

[3] R. Merritt, C. Purcell. G. Stroink.« Uniform magnetic field produced by three, four, and five square coil, Review of Scientific Instruments».1983, vol.54, num.7, p. 879-882 .

[4] K. Caputa, Maria A . Stuchly. «Computer Controlled System for Producing Uniform Magnetic Fields and its Application in Biomedical Research». IEEETransactions on Instrumentation and Measurement.1996,vol.45 ,num.3, p.701-709.

[5] J.J. Abbott, « Parametric design of tri-axial nested Helmholtz coils ». Review of Scientific Instruments.2015, vol.86, p. 1-10.

[6] V. Bhatt, R.S. Rautela. P.Sharma, D.C. Tiwari, and S. Khushu, «Design and development of Helmholtz coil for hyperpolarized MRI», Proceedings of the COMSOL Conference .2010 , p. 1-6.

[7] Bobines de Helmholtz : les défis de la fabrication, kukcoils.fr, [En ligne]. Disponible sur : https://www.kukcoils.fr/monde-de-linduction/bobines-de-helmholtz-fabrication

[8] Helmholtzcoil . Wikipedia,[Enligne].Disponiblesur: https://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz_coil

[9] M. Silva. N. Hummon, D. Rutter, and C. Hooper. «Power Frequency Magnetic Fields in Homes». IEEE Trans. on Power Delivery. 1989, N°.4, p. 465- 478.

[10] Z. Sun et al., «Limits of low magnetic field environments in magnetic shields», IEEE Trans. Ind. Electron. 2021vol. 68, N°. 6, p. 5385-5395.

[11] Helmholtz Coil System Design and Validation, MDPI, [En ligne]. Disponible sur : https://www.mdpi.com/26247402/7/11/385#Helmholtz_Coil_System_Design_and_Validation

[12] Magnetic Field of a Helmholtz Coil, COMSOL, [En ligne]. Disponible sur : https://www.comsol.com/model/magnetic-field-of-a-helmholtz-coil-15

[13] Helmholtz Coil-Uniform Magnetic Field Guide, TPSElektronik, [En ligne]. Disponible sur : https://tps-elektronik.com/en/helmholtz-coil-uniform-magnetic-field-guide/

[14] «Les bobines de Helmholtz dans l'observation de la Terre»,Dragonfly Aerospace Une question scientifique ,(11 juin 2021) [En ligne]. Disponible sur : https://dragonflyaerospace.com/

[15] R. Hurtado-Velasco , J. Gonzalez-Lorente, «Simulation of the magnetic field generated by square shape Helmholtz coils» Vol .40, N°. 23–24 ,p. 9835-9847, December 2016

[16] P. G. Park, Y. G. Kim, W. S. Kim, V. N. Kalabin, and V. Ya. Shifrin, «Precision calibration set-up for AC magnetic flux density measurement in the range of 1 Hz to 20 kHz», Proceedings of the XIX IMEKO World Congress Fundamental and Applied Metrology, Lisbon, Portugal, September 2009.

[17] M. Ishii, R. Ketzler, M. Albrecht, S. Kurokawa, Y. Shimada, «Improvement of formula and uncertainty of the reference magnetic field for AC magnetometer calibration» accepted for publication in IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement

[18] Sleper, D. Kirawanich, P. Tantong, S. Camps-Raga, B. Thompson, J. E. Islam, N. E, «Germination studies of soybeans as a biofuel resource using magnetic and electromagnetic field», Pulsed Power Conference, 2007 16th IEEE International, Vol. 1, p. 740-743, (2007).

[19] Helmholtz CoilDexinmag, ,[En ligne]. Disponible sur :https://www.dexinmag.com/

[20] X. Zhu, J.Ye , Z. Ren ,X. Liu ,«Conception d'un champ magnétique uniforme élevé avec quatre bobines basée sur un algorithme de meute de loups amélioré», Vol. 61 ,janvier2025

[21] J.S. Reid," The Maxwell Coil." University of Aberdeen. [En ligne]. Disponible sur : https://homepages.abdn.ac.uk/j.s.reid/pages/Maxwell/Legacy/MaxCoil.html

[22]. Maxwell coil Wikipédia, disponible sur site :https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell_coil

[23]. [Source PMC 6956739] (Détails sur la construction des bobines)

[24] Bobine de Maxwell, Grokipedia,, [En ligne]. Disponible sur :https://grokipedia.com/

[25] MRSO Time-varying Gradient [En ligne]. Disponible sur : https://riteadvantage.com/wp-content/uploads/2017/12/MRSO-Time-varying-Gradient-version-2.pdf

[26]. [Source PMC 3981965] (Historique et conception des gradients IRM)

[27] J. L. Kirschvink, «Uniform magnetic fields and double wrapped coil systems: Improved Techniques for the design of bioelectromagnetic experiment», *Bioelectromagnetics*, vol 13, p. 401-411, (1992).

[28] Lee-Whiting GE (1957): «Uniform Magnetic Fields», Atomic Energy of Canada, Ltd., Chalk River Project Research and Development, Report CRT-673.

[29] S. Magdaleno-Adame, J.C. Olivares-Galvan, E. Campero-Littlewood, « Coil Systems to Generate Uniform Magnetic Field Volumes paper», Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference ,2010 Boston

[30] Joseph.LKirschvink, «Uniform Magnetic Fields and Double-Wrapped Coil Systems: Improved Techniques for the Design of Bioelectromagnetic Experiments », Division of Geological and Planetary Sciences, California Institute of Technology, Pasadena,1992

[31] O.Houli ,A. Boudelal,«Optimisation d'une bobine à air :bobine de Helmholtz», mémoire de Master, Université de Jijel, 2021.

[32] J. M. Renders, « Algorithmes Génétiques et Réseaux de Neurones », Editions

Hermes, Paris, 1995.

[33] C. Gaouir, R. Rezkoune, « Modèles neuronaux pour le CND à flux de fuite magnétique », mémoire de Master, Université de Jijel, 2019.

[34] L. Chouikhi, « Palier à lévitation magnétique : modélisation et optimisation », mémoire de Magistère, université de Constantine, 2002

[35] Z. Belli «Champ magnétique dans les machines électriques», Cours en ligne/elearning.univ-jijel.dz, Université Mohammed Seddik Benyahia – JIJEL, Faculté des Sciences et de la Technologie, Département d'Electrotechnique,disponible sur site https://elearning.univ-jijel.dz/course/view.php?id=1352

[36] S. Fawaz, « Études numériques et expérimentales de bobines supraconductrices HTC pour des applications en énergie électrique », mémoire de doctorat Université de Lorraine, 2023.

[37] S. cherif, « Modalisation Électromagnétique de système multicapteurs- pièces a défauts complexe pour le contrôle non destructif par courant Foucault », mémoire de Magistère, université de Tizi-Ouzou ,2011.

[38] A. Khenneane « Méthode des Elément finis, Enoncé des principes de Base »,1997.

[39] C. Birouche, A. Meriched, M. feliachi' «Optimisation des Installations de Formage Electromagnétique»'CIMASI 98, conférence Internationale sur les Mathématiques Appliquée et les Sciences de l'ingénieur, du 15 au 17 Novembre 98, Casablanca, Maroc

[40] G. Dhatt, G. Touzot, et E. Le Fracois' « Méthode des Eléments finis »' Edition Lavoisier 2005

[41] Z. Belli, ,«Méthode numérique appliqués et optimisation », Cours en ligne/elearning.univ-jijel.dz, Université Mohammed Seddik Benyahia – JIJEL, Faculté des Sciences et de la Technologie, Electrotechnique, disponible sur site :https://elearning.univ-jijel.dz/course/view.php?id=3631

[42] C. Birouche, **«** Etude numérique du problème de magnétoformage avec conformateur

de champ **»** Mémoire de magister**,** université de Bejaia ,1998.

[43] F. Janet**, «** Modélisation de dispositifs électromagnétiques hautement saturables par la méthode des moments magnétiques **»**, Thèse de doctorat, Université de Grenoble, France, 2003.

[44] S. Chauvière, "Etude, conception et réalisation d'un actionneur électrique fonctionnant dans un environnement IRM », Thèse de Doctorat, Université de Lorraine, France, 2023.

[45] R. R. Saldanha, " Optimisation en électromagnétisme par application conjointe des méthodes de programmation non linéaire et de la méthode des éléments finis", Thèse de Doctorat, Institut polytechnique de Grenoble, France, 1992.

[46] B. Moualek, S. Chauviere, L. Belguerras, S. Mezani et T. Lubin, « MRI compatible electromagnetic actuator: magneto-thermal design and optimization", Compel, 2024.

[47] H. Guerdouh et A. Lekmiti, « Conception optimale d'un transformateur de puissance », Projet de Master en machines électriques, Université de Jijel, 2025.