

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de JIJEL

Faculté des sciences et de technologie
Département de l'électrotechnique

Mémoire de fin d'études pour l'obtention du diplôme de
Master en électrotechnique

Option : Réseaux électriques

Thème :

**Etude Probabiliste d'une Mise à la Terre dans
le cas d'un Sol Stratifié Horizontalement**

Dirigé par :

Dr Basma Harrat

Réalisé par :

Mr Boutadjine Ahmed

Promotion : 2018

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de JIJEL



MIELEC. RE
2018/03

Faculté des sciences et de technologie
Département de l'électrotechnique

Mémoire de fin d'études pour l'obtention du diplôme de
Master en électrotechnique

02
02

Option : Réseaux électriques



Thème :

**Etude Probabiliste d'une Mise à la Terre dans
le cas d'un Sol Stratifié Horizontalement**

Dirigé par :

D^r Basma Harrat

Réalisé par :

M^r Boutadjine Ahmed

Promotion : 2018

Remerciements

*Je tiens à remercier tout d'abord Dieu qui m'a aidé, et m'a
Dédicace
donné la santé, la force, la volonté et le courage pour réaliser
ce modeste travail.*

J'ai le plaisir d'adresser mes sincères remerciements à :

*M^{elle} « Basma Harrat » pour m'avoir accueilli, encadré, soutenu
et prodigué de nombreux conseils tout au long de mon travail
en mémoire.*

*Je remercie tous les enseignants qui ont contribué à ma
Formation, particulièrement : Monsieur le professeur*

« Bachire Nekhoul »

Ahmed

Dédicace

Sommaire

Je dédie ce modeste travail

A ma famille

A tous mes amis.

Ahmed.

Introduction général.....		1
Chapitre	I	La prise de terre : notions et approches
	Introduction.....	6
I	Importance des systèmes de mise à la terre du réseau de transport.....	7
II	Notions sur les mises à la terre.....	8
	II.1 Définition : Mise à la terre	8
	II.2 Éléments d'une mise à la terre.....	8
	II.3 Types des mises à la terre du réseau électrique.....	9
	II.4 Principe de fonctionnement d'une prise de terre.....	10
	II.5 Le rôle de l'impédance d'une bonne mise à la terre	11
	II.5.1 Sécurité des personnes et des animaux	11
	II.5.2 Protection des installations de puissance.....	12
	II.5.3 Protection des équipements sensibles.....	13
	II.5.4 Maintien d'un potentiel de référence.....	13
	II.5.5 Impédance d'une bonne mise à la terre.....	13
	II.6 Réponse d'un système de mise à la terre écoulant un courant de défaut.....	14
	II.7 Notion d'impédance transitoire d'une prise de terre.....	15
	II.8 Caractéristiques d'une bonne installation de mise à la terre.....	15
III	Caractéristiques du sol.....	17
	III.1 Définition des sols.....	18
	III.2 Structure du globe terrestre.....	18
	III.3 Caractéristiques électriques équivalentes du sol.....	19
	III.4 Résistivité des sols	19
	III.5 Effets de la résistivité sur la répartition des potentiels autour d'un réseau de terre...	22
IV	Mesure de la résistivité du sol.....	24
	IV.1 La méthode de Wenner.....	25
	IV.2 Les contraintes aux mesures de la résistivité.....	27
Conclusion.....		29
Référence bibliographiques.....		30
Chapitre	II	Modélisation d'une mise à la terre en régime transitoire
	Introduction.....	33
	Partie A : Développements théoriques pour la modélisation d'une mise à la terre en régime transitoire.....	34
I	Etat de l'art sur la modélisation d'une mise à la terre.....	35
II	Modélisation d'une mise à la terre par la théorie des lignes de transmission.....	36
	II.1 Equations des lignes de transmission.....	37
	II.2 Modélisation d'une grille de mise à la terre par la théorie des lignes dans le cas d'un sol homogène.....	39
	II.2.1 Calcul des paramètres linéiques d'une électrode enterrée horizontalement dans un sol homogène.....	39
	II.2.2 Discrétisation de l'équation de propagation en tension 2D par les différences finies	40

	II.2.3	Génération du système d'équations.....	41
	II.2.4	Imposition des conditions aux extrémités.....	42
	II.2.5	Calcul des courants de branches.....	43
	II.2.6	Calcul de l'impédance transitoire.....	43
	II.3	Cas d'un sol stratifié horizontalement.....	44
	II.3.1	Méthode des images.....	44
	II.3.2	Résistivité apparente d'un sol à deux couches horizontales.....	45
	II.3.3	Résistance d'une électrode horizontale enterrée dans un sol à deux couches.....	47
Partie B : Applications.....			50
I	Introduction.....		51
II	Cas d'un sol homogène.....		51
	II.1	Electrode enterrée horizontalement.....	51
	II.2	Cas d'une grille de mise à la terre.....	53
	II.2.1	Etude paramétrique.....	55
	II.2.1.1	Effet de la résistivité du sol.....	55
	II.2.1.2	Effet du point d'injection.....	57
	II.2.1.3	Effet de l'onde de courant de foudre.....	57
	II.2.1.4	Effet de l'amplitude de courant de foudre.....	58
III	Cas d'un sol stratifié à deux couches horizontales.....		60
	III.1	Electrode enterrée horizontalement.....	60
	III.2	Cas d'une grille de mise à la terre.....	62
	III.2.1	Etude paramétrique	63
Conclusion.....			66
Référence bibliographiques.....			67
<p>Chapitre III Etude probabiliste d'une mise à la terre</p>			
Introduction			70
Partie A : Quelques notions sur les probabilités.....			71
I	Courant de foudre		72
II	Notions sur les probabilités		74
III	Variable aléatoire (VA).....		74
	III.1	Types de variable aléatoire	75
	III.1.1	Variable aléatoire discrète VAD	75
	III.1.2	Variable aléatoire continue VAC	75
	III.2	Fonction de distribution.....	75
	III.2.1	Distribution d'une VAD	75
	III.2.2	Distribution d'une VAC (densité de probabilité)	76
	III.3	Fonction de répartition	76
	III.3.1	Fonction de répartition d'une VAD.....	77
	III.3.2	Fonction de répartition d'une VAC.....	77
	III.4	Caractéristiques des VA	78
	III.4.1	Espérance mathématique	78
	III.4.2	Moment d'ordre K	78
	III.4.3	Variance et écart-type	79
IV	Lois de probabilités		79
	IV.1	La lois de variables continues.....	79

Sommaire

	IV.1.1	Loi uniforme.....	79
	IV.1.2	Loi exponentielle	80
	IV.1.3	Loi normale (Gaussienne)	81
	IV.2	Théorème de la limite central.....	82
V	Méthode de Monte Carlo.....		82
	V.1	Présentation.....	82
	Partie B : Applications.....		84
I	Introduction.....		85
II	Application.....		85
	II.1	Analyse des résultats sur un intervalle de temps.....	86
	II.2	Analyse des résultats à partir de la moyenne.....	90
	Conclusion.....		92
	Référence bibliographiques.....		93
	Conclusion générale.....		94

Introduction Générale

Introduction Générale

Depuis plusieurs années l'analyse du comportement des mises à la terre en régime perturbé demeure parmi les préoccupations principales des industries de l'électrotechnique, de l'électronique, des télécommunications, de l'informatique, etc....

A titre d'exemple, lors d'un impact direct de foudre (décharge orageuse) sur un poste électrique aérien THT ou HT ou sur une ligne de transport d'énergie, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol à travers les électrodes de mise à la terre, ce qui fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine. Pour cela l'étude du comportement d'un réseau de terre nécessite l'analyse préalable de la répartition du potentiel dans le sol autour du réseau de terre. Cette répartition est en fonction des caractéristiques géométriques de ce réseau et des caractéristiques physiques et électriques du sol, donc il faut une bonne gestion des relations entre la terre et le réseau.

La bonne conception du réseau de terre doit permettre d'assurer le maintien, de la protection des installations de puissance, de la protection des équipements sensibles et d'un potentiel de référence. Particulièrement dans un poste aérien, le réseau de terre doit limiter la création et les effets des surtensions provoquées par la foudre. Pour satisfaire ces conditions, le réseau de terre doit être equipotentiel et présente une faible impédance.

Lors de la réalisation d'une prise de terre, les paramètres à prendre en compte au départ sont la résistivité du sol, les dimensions du terrain pour réaliser le réseau de terre, l'intensité du courant de défaut et la durée du défaut. Le facteur coût de réalisation sera également intégré au cours de l'étude pour comparer différentes solutions possibles.

Les variations climatiques saisonnières influent sur la résistivité des couches superficielles d'un terrain. Aussi, les mesures de résistivité du sol peuvent se trouver compliquées par la présence dans la zone prospectée de corps métalliques. Ces inconvénients nécessitent la répétition (selon les conditions climatiques et en plusieurs points voisins) de la mesure in situ pour caractériser une prise de terre.

Notons aussi que la décharge orageuse étant un phénomène naturel, alors pour l'onde de choc de foudre, qui est de forme bi-exponentielle, son temps de montée, son temps à mi-hauteur et l'amplitude du courant à la base du canal sont aléatoire d'un éclair à l'autre.

Aussi, lors de l'écoulement d'un courant de foudre, au début du transitoire (pour les fréquences hautes), l'impédance longitudinale des conducteurs de terre peut ne plus être négligeable, voire devenir prépondérante, devant la résistivité de terre mesurée en basses fréquences. L'écoulement d'un courant transitoire par une prise de terre peut donc faire apparaître les phénomènes suivants :

- Aux instants où le courant varie le plus rapidement, la prise de terre présente une impédance supérieure à sa résistance ;
- L'écoulement du courant des conducteurs de terre dans le sol se fait avec une répartition différente car l'effet de freinage dû à l'impédance des conducteurs tend à limiter la zone d'écoulements aux abords immédiats du point où le courant transitoire pénètre dans la prise de terre.

Pour caractériser une prise de terre, il est avantageux de connaître son impédance transitoire. L'impédance transitoire est définie par le graphe $z(t) = u(t)/i(t)$ correspondant à une onde de courant donnée ou parfois plus sommairement, comme la valeur minimale de $z(t)$, ou encore comme la valeur de $z(t)$ à l'instant du maximum de $u(t)$.

Dans tous les cas, l'impédance transitoire dépend de différents paramètres (contenu spectral et amplitude du courant, résistivité du sol, forme de la prise de terre, non linéarité...). En principe, la spécification complète d'une prise nécessite donc de données d'une série de graphes $z(t)$, afin de simuler une approche probabiliste basée sur la méthode de Monte Carlo.

Notre travail de projet de fin d'études de master a pour but l'étude et la caractérisation du comportement transitoire d'une mise à la terre enfouie dans un sol stratifié horizontalement à deux couches d'une part, ainsi qu'à une analyse de sa réponse (impédance transitoire) en tenant compte de différents paramètres aléatoires.

Notre mémoire est organisé en trois chapitres. Le premier est consacré à la présentation de la mise à la terre, son rôle et son principe de fonctionnement. Nous abordons aussi le cas d'un sol à deux couches horizontales et de résistivités différentes et nous rappelons la méthode de mesure la plus utilisée de cette dernière (résistivité).

Le deuxième chapitre est composé de deux parties. Dans la première nous donnons un aperçu sur la modélisation par la théorie des lignes et la méthode numérique dite FDTD d'une simple électrode et d'une grille de mise à la terre. Dans la deuxième partie nous

proposons quelques applications et des résultats de calcul que nous réalisons en utilisant nos propres développements sous Matlab.

Le troisième chapitre est consacré à une analyse probabiliste du comportement d'une prise de terre. En premier, nous proposons un exposé avec des rappels sur les principaux éléments théoriques utilisés dans le calcul statistique (variable aléatoire, variance, écart type, ...). Ensuite, nous adoptons la technique dite de Monté Carlo pour traiter une application en considérant quelques paramètres comme aléatoires.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale.

Chapitre I :

Généralités sur les systèmes de mise à la terre

Introduction

Ce premier chapitre intitulé généralités sur les systèmes de mise à la terre va nous permettre d'introduire et de présenter les différents éléments qui interviennent dans notre étude.

Nous commençons par donner quelques notions sur les systèmes de mise à la terre : la définition d'une mise à la terre, son rôle pour les équipements du réseau de transport d'énergie, ses éléments, son principe de fonctionnement et sa réponse lors d'un écoulement du courant de défaut.

Dans ce chapitre, vu le grand rôle de la nature du sol sur le comportement d'une mise à la terre, donc, nous nous intéressons à sa stratification horizontale et à l'effet de sa résistivité. Nous consacrons la dernière partie de ce chapitre à la mesure de la résistivité du sol où nous détaillons la méthode dite de Wenner qui est la technique la plus utilisée en pratique.

I- Importance des systèmes de mise à la terre du réseau de transport

De nos jours, l'énergie électrique est un bien de consommation à part entière devenu indispensable, non seulement pour la vie quotidienne de chacun mais, également, pour l'économie des pays. En effet, les moindres pannes électriques ou la non satisfaction du besoin en puissance ont des conséquences économiques et sociétales considérables. Ainsi la nécessité d'avoir des réseaux électriques fiables et économiques est un enjeu de plus en plus important [I.1].

Les différents composants des réseaux sont conçus, construits et entretenus de façon à réaliser le meilleur compromis entre coût et risque de défaillance. Ce risque n'est donc pas nul et des incidents ou défauts viennent perturber le fonctionnement des installations. En plus des courts circuits qui peuvent intervenir, les lignes aériennes et les postes sont soumises aux perturbations atmosphériques (foudre, tempêtes, etc.) [I.2].

En cas de défaut, les systèmes non reliés à la terre produisent des surtensions plus importantes que ceux qui sont reliés ; ce qui présente un grand avantage pour les systèmes reliés à la terre. Pour limiter les surtensions lors d'un défaut la plupart de ces systèmes sont reliés à un ouvrage qu'on appelle "*Systeme de Mise à la Terre*".

En pratique, plusieurs éléments des centrales, des postes et des lignes de transport d'énergie doivent être mis à la terre (figure I.1). La mise à la terre joue un rôle essentiel dans la protection des individus contre les accidents électriques et l'assurance du fonctionnement adéquat des installations électriques.

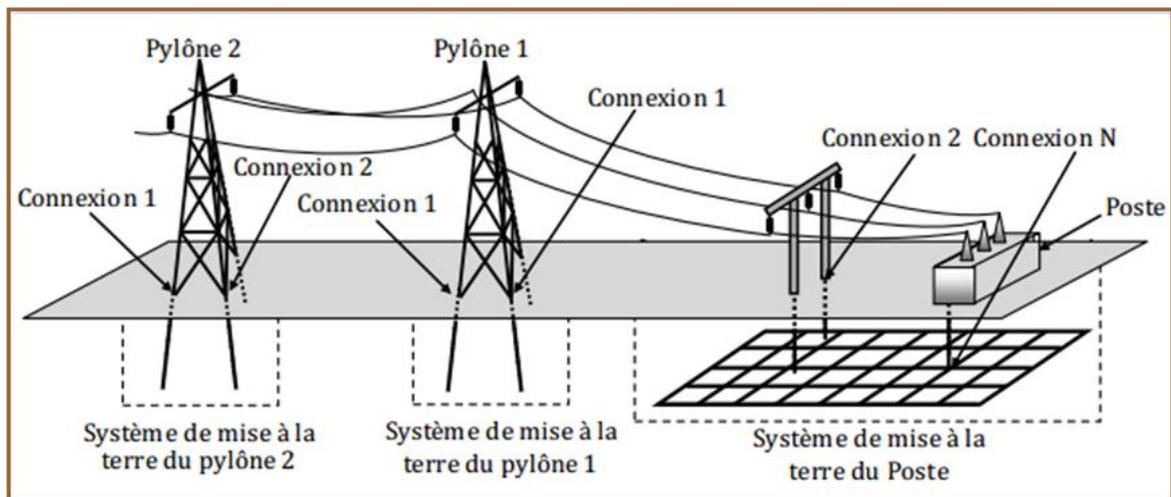


Figure I.1. Mise à la terre des pylônes et d'un poste électrique.

La mise à la terre consiste à réaliser une liaison électrique entre un point donné du réseau, d'une installation ou d'un matériel et une prise de terre. Cette dernière est une

partie conductrice, pouvant être incorporée dans le sol ou dans un milieu conducteur, en contact électrique avec la terre [I.3].

Le réseau de terre d'une installation électrique doit assumer simultanément plusieurs fonctions ; écouler dans le sol les courants de défaut et de foudre, assurer à tout moment le maintien de la sécurité des personnes et des biens et maintenir un potentiel de référence. La notion de l'équipotentialité est la première caractéristique recherchée de l'ensemble du réseau de terre et du circuit de terre [I.4].

II- Notions sur les mises à la terre

En ingénierie électrique traditionnelle, des mises à la terre distinctes étaient utilisées, par exemple, une « terre de référence », une « terre de protection », une « terre de protection contre la foudre », etc. De nos jours, nous bénéficions de l'expérience acquise en matière de connexion à la terre et d'interconnexion des masses des appareils. Le principe de connexions à la terre distinctes a été abandonné et les normes internationales prescrivent à présent d'utiliser un réseau de mise à la terre [I.3].

II.1 Définition : Mise à la terre

La mise à la terre, parfois simplement appelée « la terre », est l'ensemble des moyens mis en œuvre pour relier une partie métallique conductrice à la terre. La mise à la terre est un élément important d'un réseau électrique, que ce soit en haute ou basse tension. Elle est caractérisée par sa résistance ou son impédance, elle doit être capable d'assurer l'écoulement du courant de défaut ou de courant de foudre, sans se détruire par échauffement. Pour ces raisons, les mises à la terre ont pour but d'éliminer des potentiels anormaux sur les masses.

Pour une installation ou une structure de faible étendue, on emploie l'expression « prise de terre », en réservant le terme « réseau de terre » à l'installation importante telle que celles des postes [I.5].

II.2 Eléments d'une mise à la terre

Une prise de terre (électrode de terre) entièrement enfouie dans le sol d'une façon à avoir un contact privilégié avec celui-ci et un conducteur de terre (conducteur de liaison) constituent une installation de mise à la terre (figure I.2). Le conducteur de liaison relie la pièce métallique ou le neutre de l'équipement électrique à la prise de terre. Afin de vérifier

l'état des prises de terre le conducteur de terre est muni d'une borne de terre ce qui permet de séparer le matériel de la prise de terre.

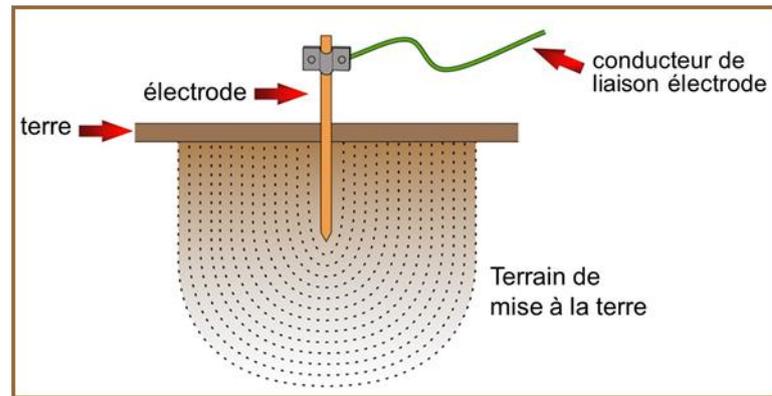


Figure I.2. Eléments d'une mise à la terre.

II.3 Types des mises à la terre du réseau électrique

La configuration d'un système de mise à la terre dépend de la nature de la structure connectée et de l'environnement. Dans la pratique nous rencontrons plusieurs types de prise de terre (piquet vertical, électrode horizontale, patte d'oie, plaque circulaire,

Dans le réseau de transport d'énergie, la prise de terre d'un poste électrique est généralement constitué d'un réseau maillé (grille) de conducteur enfoui dans le sol et forme le treillis du poste (figure I.3).

De nombreux éléments du poste sont connectés à la grille de mise à la terre (portiques, transformateurs, bâtiments ...).

Cette configuration de type « grille de mise à la terre » permet de limiter les tensions de pas (liées au gradient de potentiel au sol) en maîtrisant la décroissance de potentiel autour de la structure [I.7].

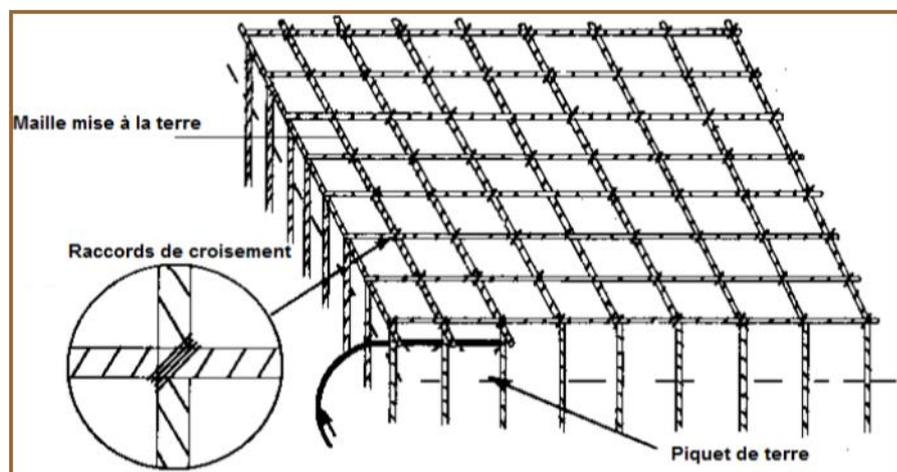


Figure I.3. Prise de terre d'un poste ou d'une habitation.

II.4 Principe de fonctionnement d'une prise de terre

La basse impédance est la clé de la protection contre la foudre. Toutes les connexions de mise à la terre devraient être aussi courtes et directes que possible afin de minimiser l'inductance et de réduire les pics de tensions induits dans les connexions. Le système de mise à la terre doit permettre la dissipation efficace des courants de foudre dans le sol.

La résistance de la terre elle-même doit également être réduite. La protection maximale contre la foudre ne sera complète qu'une fois que tous ces facteurs auront été pris en compte [I.8].

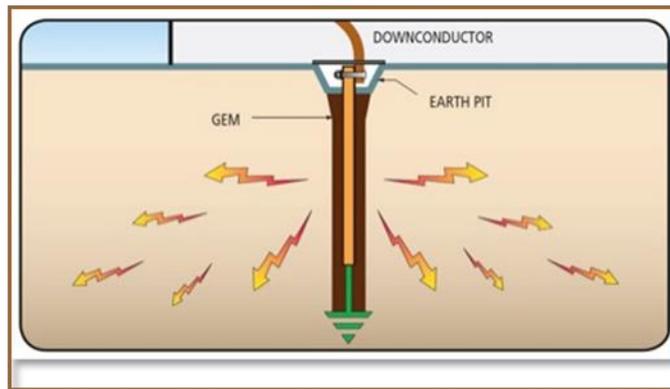


Figure I.4. Piquet vertical dans le sol.

L'écoulement d'un courant de terre s'effectue à travers les résistances de contact de la prise de terre qui se subdivisent elles-mêmes en une multitude de résistances constituées par les éléments de contact de particules du sol. Au-delà d'une certaine distance le nombre de résistances de contact en parallèle tend vers l'infini et la résistance équivalente devient pratiquement nulle, c'est la limite de la zone d'influence.

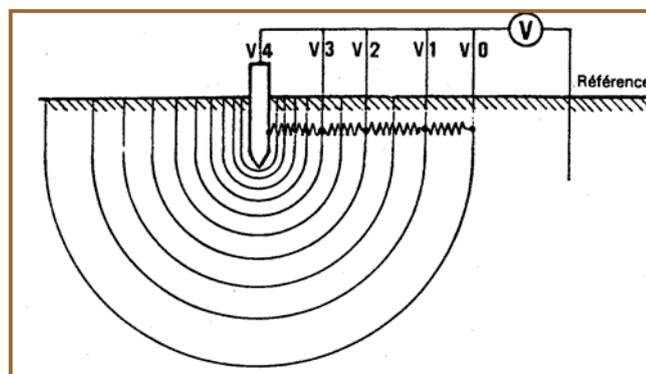


Figure I.5. Résistances de contact d'une prise de terre.

Il existe donc autour de chaque prise de terre une zone d'influence dont on ignore la forme et l'étendue.

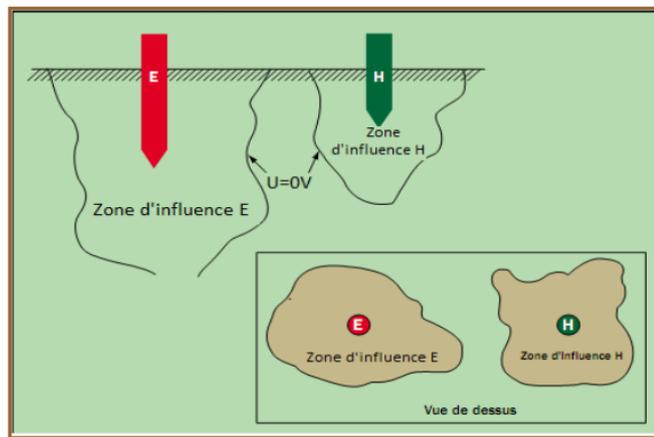


Figure I.6. Zone d'influence des prises de terre.

II.5 Le rôle et l'importance d'une bonne mise à la terre

Le rôle d'une mise à la terre d'une installation électrique est de permettre l'écoulement, à l'intérieur du sol, de courants de défaut de toutes origines. Lors de tels écoulements par le réseau de terre, des différences de potentiel peuvent apparaître entre certains points, par exemple entre deux masses métalliques, entre une masse métallique et le sol, ou entre deux points du sol.

La conception du réseau de terre doit permettre, même dans ces conditions, d'assurer le maintien :

- ❖ la sécurité des personnes et des animaux ;
- ❖ la protection des installations de puissance ;
- ❖ la protection des équipements sensibles ;
- ❖ le maintien d'un potentiel de référence.

II.5.1 Sécurité des personnes et des animaux

Lors de l'écoulement dans le sol de courant élevé, la sécurité doit être assurée à l'intérieur de l'installation électrique et ses abords immédiats par une limitation de la tension de pas et de la tension de toucher à des valeurs non dangereuses pour l'homme ou les animaux. Cette limitation est obtenue grâce à la connaissance et au contrôle de la répartition du potentiel à la surface du sol [I.4].

➤ Tension de pas :

La tension de pas est la différence de potentiel entre deux points, à la surface du sol, séparés par une distance de un pas. Dans la direction du gradient de potentiel maximal, cette distance est prise égal à 1 m (figure I.7).

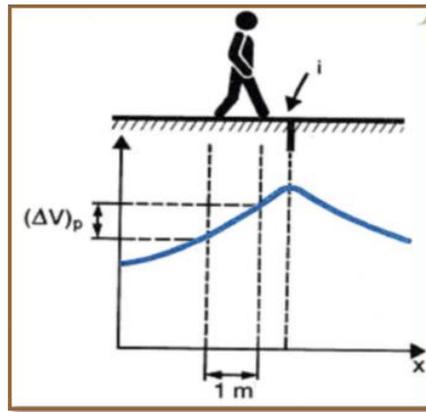


Figure I.7. Tension de pas.

➤ **Tension de toucher (ou de contact) :**

La tension de toucher est la différence de potentiel entre une structure métallique mise à la terre et un point situé à la surface du sol, à une distance égale à 1 m. (figure I.8).

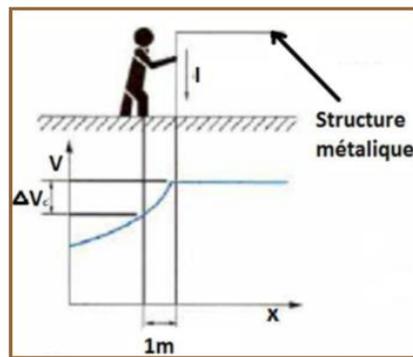


Figure I.8. Tension de toucher.

La tension de contact peut être d'autant plus grande que la mise à la terre de l'objet se trouve en un point éloigné [I.6].

II.5.2 Protection des installations de puissance

Le réseau de terre des installations électriques, la prise de terre des supports de lignes, limitent les effets des surtensions provoquées par :

- ❖ les défauts à 50 Hz.
- ❖ les manœuvres d'appareillages dans les postes.
- ❖ les surtensions d'origine atmosphérique.

Cette limitation est d'autant plus efficace que ces prises de terre facilitent l'écoulement du courant dans le sol, c'est-à-dire qu'ils présentent une impédance de terre faible, aussi bien pour les phénomènes lents (défauts à 50 Hz) que pour les phénomènes rapides tels que ceux engendrés par la foudre et par les manœuvres des disjoncteurs.

II.5.3 Protection des équipements sensibles

Dans les postes, à proximité des installations de puissance, on trouve des équipements fonctionnant à des niveaux de tension beaucoup plus faibles, équipements électroniques ou électromécaniques. Ces équipements sont également exposés aux effets liés par couplage galvanique, inductif, capacitif ou plus généralement, électromagnétique.

II.5.4 Maintien d'un potentiel de référence

Les différents équipements placés dans une même installation doivent, lorsqu'ils sont reliés électriquement, rester fixes à un potentiel identique même pendant la durée des perturbations mentionnées plus haut [I.4].

II.5.5 Importance d'une bonne mise à la terre

Pour exemple, la mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie est constituée des structures des pylônes en contact direct avec le sol. Les pylônes sont reliés à des prises de terre conçues avec grande précaution afin de leur assurer une faible résistance. Il ne faut pas que la chute de tension dans la prise de terre provoquée par un courant de foudre qui frappe le pylône dépasse la tension de contournement des isolateurs. Si non les trois phases de la ligne se mettent en court-circuit entre elles et à la terre (figure I.9). Le courant de court-circuit résultant entraîne l'ouverture du disjoncteur de protection et la mise hors service de la ligne.

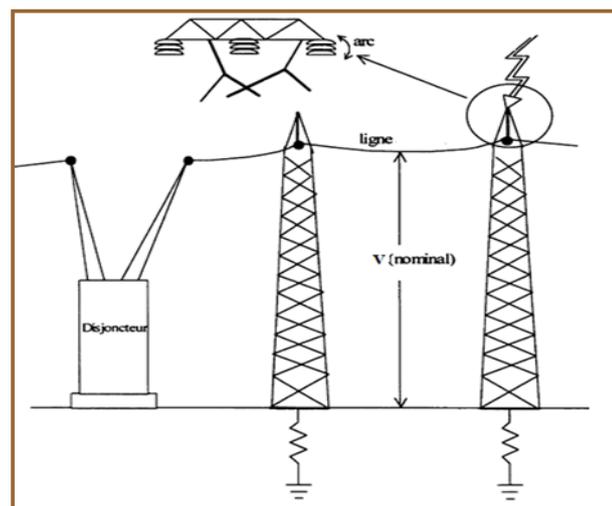


Figure I.9. Pylône et sa mise à la terre.

La figure I.10 présente la configuration la plus fréquemment utilisée pour les pylônes tétrapodes d'un réseau HT : la mise à la terre est réalisée à chaque pied à l'aide de conducteurs disposés en boucles à la périphérie des fondations.

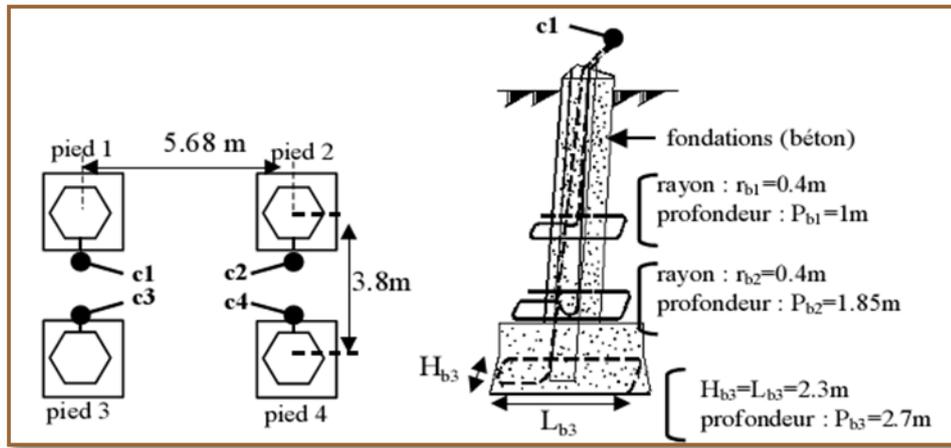


Figure I.10. Prise de terre d'un pylône HT.

Les électrodes de terre sont, le plus souvent, fabriquées en cuivre ou en acier recouvert d'une couche de zinc, ce qui assure une protection contre la corrosion [I.9].

II.6 Réponse d'un système de mise à la terre écouant un courant de défaut

Les systèmes de mise à la terre ne répondent pas de la même manière selon que le courant qu'ils écouent est un courant de défaut à fréquence industrielle ou un courant de défaut à haute fréquence (courant de foudre ou de court-circuit). La figure I.11 illustre cette remarque : elle reprend les résultats d'une mesure de la montée en potentiel de l'extrémité supérieure d'un piquet vertical enterré (de longueur 8m) dans lequel une impulsion de courant est injectée (valeur crête : 190A). On voit que le courant et la tension n'ont pas la même forme : ils ne sont pas proportionnels. La notion de résistance de terre R_{50HZ} ne sera pas suffisante pour calculer la montée en potentiel de la prise de terre en fonction du courant injecté [I.10].

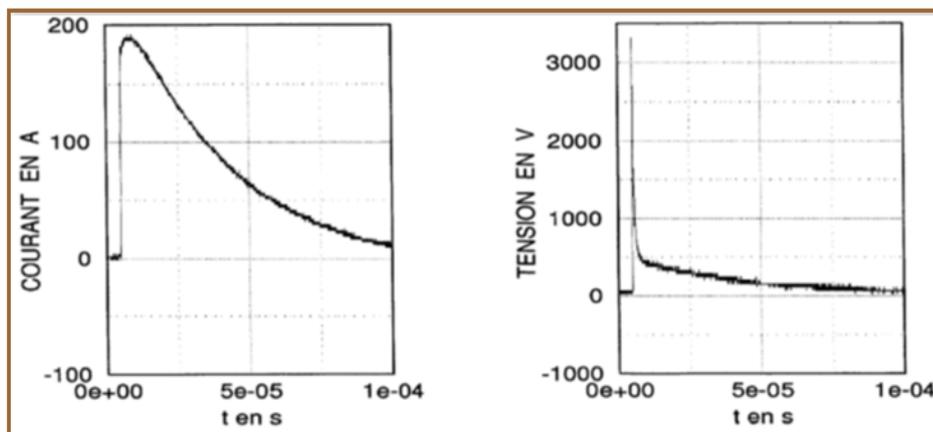


Figure I.11. Mesure de la montée en potentiel d'une mise à la terre en forme d'un piquet.

II.7 Notion d'impédance transitoire d'une prise de terre

En basse fréquence, la terre peut être considérée comme résistive et il est alors possible de calculer la résistance des prises de terre en tenant compte de la forme de l'électrode de terre, des conditions d'installation et de la résistivité du sol.

En haute fréquence, l'écoulement des courants de défaut dans le sol donne naissance à des phénomènes physiques qui ne sont pas ceux de la basse fréquence [I.3] :

- ❖ L'effet de peau dans les conducteurs,
- ❖ Les courants induits dans le sol sont plus importants,
- ❖ Les courants de déplacement dans le sol ne sont plus négligeables à partir d'un seuil fréquentiel,
- ❖ Le phénomène de propagation.

La notion d'impédance transitoire permet de caractériser quantitativement le comportement d'une prise de terre en régime transitoire d'une manière très commode.

L'impédance transitoire est le rapport entre le potentiel au point d'injection du courant et l'onde de courant injectée. C'est au point d'injection que le potentiel est le plus élevé, cette impédance varie avec le temps, elle est donnée par la relation :

$$z(t) = u(t) / i(t) \quad (\text{I.1})$$

A titre d'exemple, les courbes qui donnent la tension, le courant, et l'impédance transitoires d'un piquet de terre sont illustrées sur la figure ci-dessous [I.4].

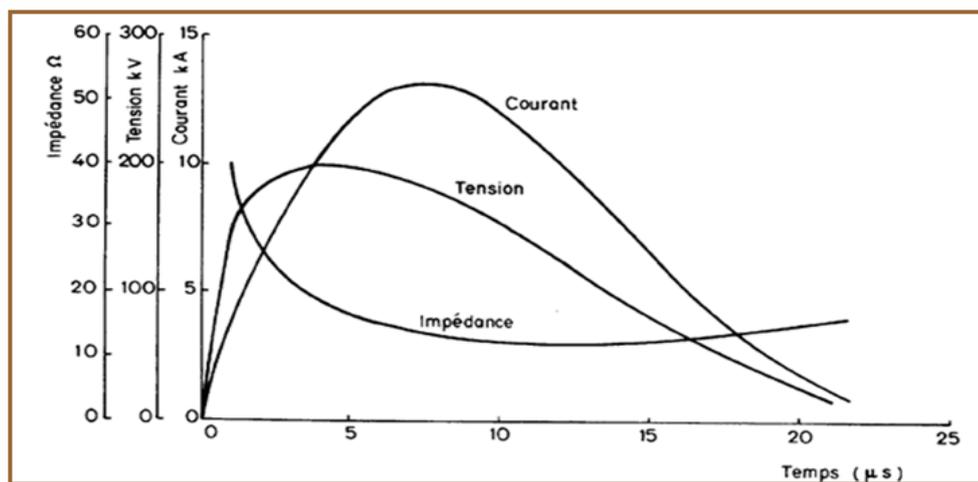


Figure I.12. Courant injecté, montée en potentiel, impédance transitoire d'un piquet de terre.

II.8 Caractéristiques d'une bonne installation de mise à la terre

La philosophie fondamentale pour toute installation de mise à la terre est d'essayer de maximiser la surface des électrodes ou des conducteurs en contact avec le sol

environnant. Cela diminue non seulement la résistance de terre de l'installation de mise à la terre, mais cela améliore aussi considérablement l'impédance de l'installation de mise à la terre sous des conditions de coups de foudre.

➤ **Liaison équipotentielle**

La liaison équipotentielle permet de garantir que les différences de potentiel dangereuses ne se produisent pas entre différents conducteurs d'arrivée comme les branchements d'eau métalliques, les systèmes électriques, les systèmes de télécommunications et la mise à la terre locale, et minimise également les tensions de pas et de contact.

La notion d'équipotentialité est la première caractérisation recherchée de l'ensemble du réseau et du circuit de terre.

Pour obtenir l'équipotentialité, divers moyens doivent être utilisés simultanément. Il faut appliquer les principes suivants :

- Réaliser à l'aide d'un réseau maillé un plan qui soit le plus proche possible du plan de masse idéal ;
- Relier les masses des appareils au réseau de masse maillé par des liaisons aussi courtes et aussi peu inductives que possible ;
- Parfaire l'équipotentialité en reliant toutes les masses proches par des liaisons les plus courtes et les moins impédances possibles ;
- Rapprocher les appareils et leurs conducteurs le plus près possible du plan de masses pour réduire la surface des boucles susceptibles de capter les champs rayonnés [1.8].

Le réseau équipotentiel de masse maillé fonctionne donc comme un système de canalisations évacuant les éventuels courants de défaut et les courants parasites jusqu'à la terre. Ceci permet de protéger les personnes et les biens : en évacuant les éventuels courants de défaut.

➤ **Bonne résistance à la corrosion**

Le système d'électrodes de terre doit résister à la corrosion, être compatible avec les autres conducteurs enterrés et connectés à l'installation de mise à la terre. Le cuivre est de loin le matériau le plus commun utilisé pour les conducteurs de mise à la terre. En général, certaines procédures de maintenance ou d'inspection doivent être adoptées pour assurer l'efficacité à long terme d'une installation de mise à la terre.

➤ Réduire l'impédance du sol

La résistivité du sol varie sensiblement suivant les types de sol, l'humidité et la température, et cela engendre des variations de l'impédance de l'installation de mise à la terre. Plus la résistivité est faible, plus il est facile de réaliser une installation de mise à la terre efficace.

Les mesures qui peuvent être utilisées pour réduire l'impédance du sol incluent :

- ❖ Connexion à la prise de terre de conducteurs enterrés supplémentaires ;
- ❖ Utilisation de plusieurs prises de terre interconnectées ;
- ❖ Utilisation d'un ruban plat plutôt que des conducteurs circulaires ;
- ❖ Utilisation de conducteurs espacés connectés en parallèle ;
- ❖ Utilisation de grilles à mailles équipotentielles ;
- ❖ Utilisation de nombreux conducteurs courts enterrés et interconnectés.

III- Caractéristiques du sol

L'impédance d'un réseau de terre, la répartition du potentiel dans le sol dépendent des caractéristiques électriques du terrain, c'est-à-dire de sa résistivité. C'est pourquoi la conception du réseau de terre d'une installation doit débiter par une étude de la nature du sol sur lequel il sera réalisé [I.4].

Les problèmes de mise à la terre se présentent souvent de façon complexe :

- Le sol est un conducteur médiocre (la conductivité d'un bloc de bon terrain ayant une section d'un hectare est comparable à celle d'un fil de cuivre de 1 mm²) ;
- Il est d'autre part, très peu homogène et dont les caractéristiques sont toujours mal connues.

Le sol intervient surtout par sa résistivité dans le comportement des prises de terre ; la résistivité des terrains naturels présente les particularités suivantes :

- Elle est extrêmement variable d'un endroit à un autre, selon la nature des roches et leurs taux d'humidité. Les valeurs extrêmes que l'on rencontre en pratique, peuvent s'échelonner dans le rapport de 1 à 1000 ;
- Le sol à un endroit donné, est souvent, extrêmement hétérogène, tant horizontalement qu'en profondeur.

III.1 Définition des sols

Les sols forment la partie superficielle de la croûte terrestre, altérée au contact de l'atmosphère et pénétrée par la vie animale et végétale. Du fait de leur porosité, on trouve, indépendamment des matières solides, des liquides et des gaz.

Les solides sont constitués de particules de matières organiques et inorganiques de différentes dimensions. Les liquides sont des solutions électrolytiques (eau) tandis que les gaz proviennent du contact et de l'échange avec l'atmosphère et de la décomposition des matières organiques.

III.2 Structure du globe terrestre

Un noyau liquide en ébullition entouré de quatre couches concentriques solides constituent le globe terrestre. Le noyau est situé au centre du globe, entouré de la première couche qui est composée de particules refroidies du noyau, par la suite la deuxième couche appelée le manteau, la troisième couche ou la couche extérieure du manteau et la quatrième couche appelée l'écorce terrestre (figure I.13).

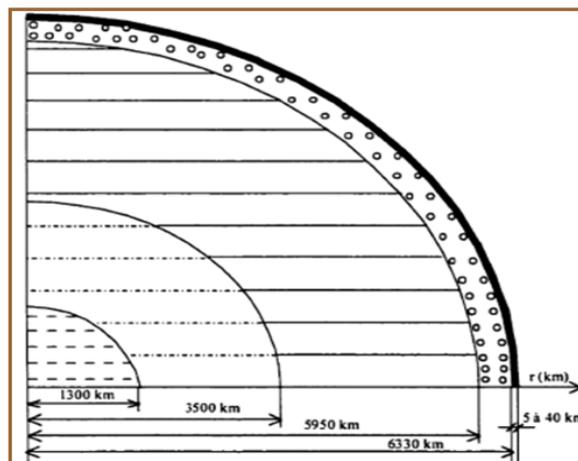


Figure I.13. Section angulaire du globe terrestre.

Le noyau possède un rayon moyen de 1300 km, il est constitué de métaux lourds en liquide et de résistivité se situant entre 10^{-4} et $10^{-5} \Omega.m$. La couche extérieure du noyau s'étend de 1300 à 3500 km du centre de la terre, elle est constituée de différents métaux à l'état solide et sa résistivité est d'environ $10^{-3} \Omega.m$. Le manteau s'étend de 3500 à 5950 km du centre de la terre. Il est formé de diverses roches et sa résistivité varie de 10^3 à $10^4 \Omega.m$.

La partie extérieure du manteau est d'épaisseur d'environ 380 km. Elle est composée des roches de résistivité de l'ordre de $10^6 \Omega.m$. L'écorce terrestre est d'épaisseur variant de 5 à 40 km. Elle est constituée de diverses roches dont la résistivité varie sur un large éventail de 10^{-1} jusqu'à $10^8 \Omega.m$ [I.9].

III.3 Caractéristiques électriques équivalentes du sol

La structure du sous-sol est rarement homogène ; elle se compose plutôt de deux ou de plusieurs couches d'épaisseurs différentes, ayant des conductivités et des permittivités différentes.

Les caractéristiques électriques de tout milieu peuvent être représentées par trois paramètres :

❖ **La perméabilité :**

On considère que le sol est constitué de matériaux amagnétiques (ce qui se vérifie toujours en pratique, sauf dans le cas de quelques roches riches en oxyde de fer comme la magnétite). Sa perméabilité relative μ_r est donc égale à 1.

❖ **La permittivité :**

La permittivité d'un matériau, notées ϵ , caractérise son comportement diélectrique. Elle est en fonction de la permittivité propre des différents composants du sol et de leur proportion.

❖ **La résistivité :**

Les propriétés de conduction de sol sont importantes, en particulier sa résistivité spécifique qui est l'un des principaux facteurs qui déterminent la résistance d'une électrode de terre. La résistivité électrique du sol, notée ρ , dépend de la densité de porteurs libres (ions) et est donc très étroitement liée à plusieurs facteurs [I.11]. Dans ce qui va suivre nous présentons quelques notions sur la résistivité du sol.

III.4 Résistivité des sols

La résistance de la prise de terre est fonction de la résistivité du sol, celle-ci dépend de [I.11] :

- Type de sol (argile, limon, grès, granit...) ;
- L'humidité
- Composition chimique et la concentration de sels dissouts ;
- La stratification de couches de différentes résistivités ;
- La température.

Les valeurs de résistivité varient beaucoup, d'après la substance pour les rocs et les minéraux, elle peut aller de 10^{-3} à 10^{17} Ω/m . On trouvera une classification générale au tableau I.1 ci-dessous.

Description	Résistivité en $\Omega.m$
Bon conducteur	$10^{-3} - 10$
Conducteur de qualité moyenne	$10^2 - 10^9$
Conducteur de qualité médiocre	$10^{10} - 10^{17}$

Tableau I.1. Classification générale des résistivités.

Le tableau I.2 donne la gamme des résistivités de certains types de sols.

Nature du terrain	Résistivité ρ ($\Omega.m$)
Terrain marécageux	30
Limon	20 à 100
Humus	10 à 150
Tourbe humide	5 à 100
Argile plastique	50
Marnes du jurassique	30 à 40
Marnes et argiles compactes	100 à 200
Granits et grès très altérés	100 à 600
Sable argileux	50 à 500
Sable siliceux	200 à 3000
Sol pierreux nu	1500 à 3000
Sol pierreux recouvert de gazon	300 à 500
Calcaires tendres	100 à 300
Calcaires compacts	1000 à 5000
Calcaires fissurés	500 à 1000
Schistes	50 à 300
Micaschistes	800
Granits et grès suivant altération	1500 à 10000

Tableau I.2. La résistivité de divers types de sol.

Lors de la définition des propriétés électriques de la terre, les paramètres géoélectriques sont utilisés dans la détermination du modèle de sol. Ces propriétés électriques du sol sont déterminées par l'épaisseur des couches et de leurs changements de résistivité. Généralement, il y a plusieurs couches de sol, chacune ayant une résistivité différente, dans ce cas, le sol est dit non-uniforme. En général, les modèles du sol uniforme et en deux couches de résistivités différentes sont les plus utilisés [I.12].

➤ Sol homogène

Le sol peut être considéré comme homogène de résistivité ρ . Cette modélisation ne peut être utilisée que si les variations des résistivités de différentes couches sont modérées, ce qui n'est pas souvent le cas en réalité. Les calculs des résistances des mises à la terre se basant sur cette modélisation ne donnent que des résultats approximatifs, donc peu précis.



Figure I.14. Sol homogène.

➤ Sol en deux couches de résistivités différentes

La modélisation du sol en deux couches de résistivités différentes est la plus utilisée dans les calculs de mise à la terre.

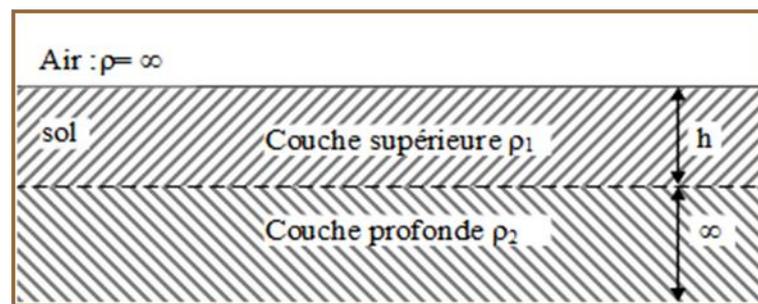


Figure I.15. Sol en deux couches de résistivités différentes.

Les changements brutaux de la résistivité aux limites de chaque couche peuvent être décrits au moyen d'un facteur de réflexion [I.13] :

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (\text{I.2})$$

avec :

ρ_1 : la résistivité de la couche supérieure du sol ;

ρ_2 : la résistivité de la couche profonde du sol.

➤ Sol en plusieurs couches de résistivités différentes

Cette modélisation de sol en différentes couches (elles peuvent être verticales ou horizontales) requiert des méthodes numériques ou graphiques car les méthodes analytiques sont limitées. On peut aussi considérer le sol comme uniforme en lieu et place

du sol en plusieurs couches de résistivités différentes. La résistivité apparente ρ_a du sol supposée homogène peut, dans ce cas, être trouvée par les deux relations suivantes [I.14] :

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(1)} + \rho_{a(2)} + \rho_{a(3)} + \dots + \rho_{a(n)}}{n} \quad (I.3)$$

$\rho_{a(1)}, \rho_{a(2)}, \rho_{a(3)}, \rho_{a(n)}$: sont les résistivités de n différentes couches du sol mesurées avec la méthode de quatre électrodes.

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(\max)} + \rho_{a(\min)}}{2} \quad (I.4)$$

où : $\rho_{a(\max)}$ et $\rho_{a(\min)}$: sont les valeurs respectivement maximale et minimale de la résistivité des différentes couches du sol.

III.5 Effets de la résistivité sur la répartition des potentiels autour d'un réseau de terre

L'élévation de potentiel est un critère très important qui permet le choix optimal des appareils de protection, des câbles de communication reliés au poste, lesquels pourraient subir la totalité de la montée de potentiel.

Dans le cas d'une électrode de forme quelconque, la forme des surfaces équipotentielles évolue avec leur éloignement de l'électrode. Elles ont une forme d'autant plus semblable à celle de l'électrode qu'elles en sont proche et, en terrain homogène, d'autant plus semblable à un hémisphère qu'elles sont éloignées de l'électrode [I.4] (figure I.16).

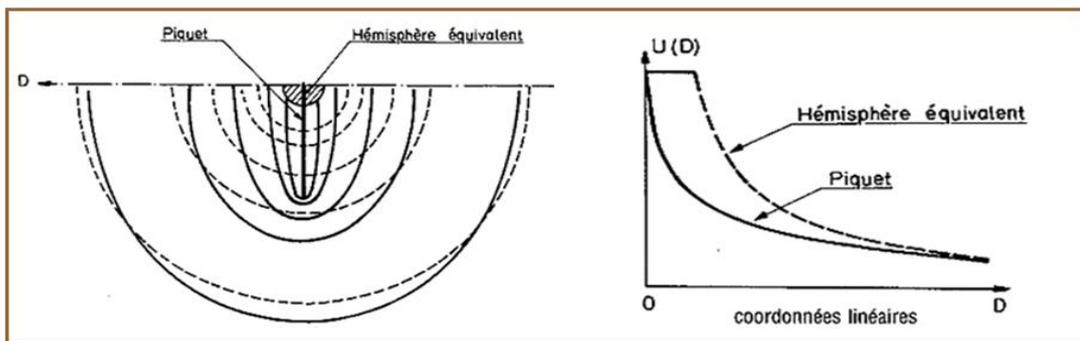


Figure I.16. Équipotentiels et répartition de potentiel autour d'un piquet et de son hémisphère équivalent.

La figure I.17, donne, pour différentes valeurs de ρ_1 et ρ_2 d'un sol stratifié horizontalement en deux couches, l'allure générale de l'écoulement du courant dans le cas d'une électrode ponctuelle. Les mêmes tracés conviennent évidemment à toute électrode qui suit approximativement le contour d'une surface équipotentielle et, en particulier, aux petites électrodes hémisphériques.

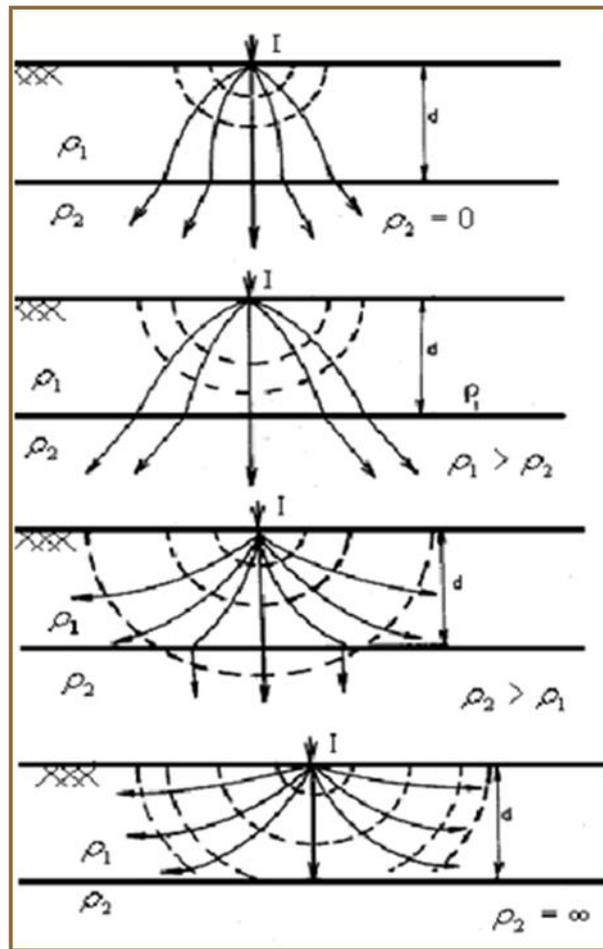


Figure I.17. Equipotentiels et allure générale de l'écoulement du courant d'une charge ponctuelle placée dans un sol stratifié en deux couches.

Donc, lorsque le sous-sol n'est pas homogène, les surfaces équipotentiels dans le cas d'une électrode hémisphérique ne sont pas hémisphère mais se déforment en fonction de la variation des résistivités de sol [I.4] (figure I.18).

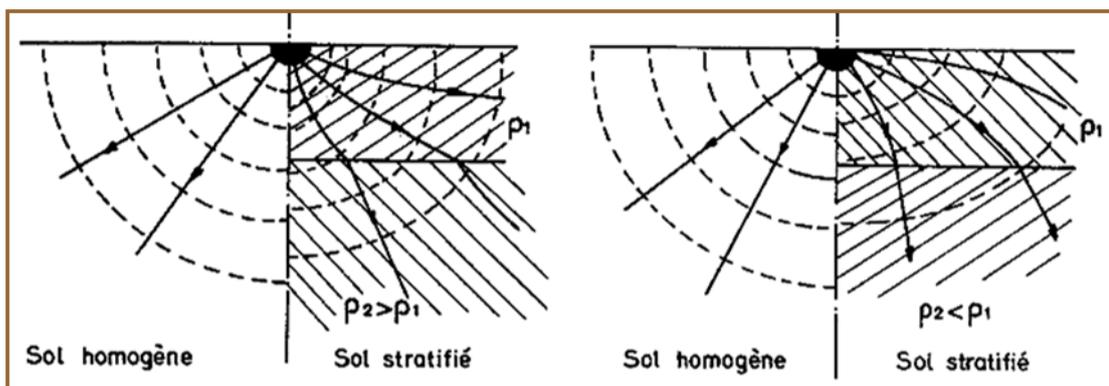


Figure I.18. Déformation des surfaces équipotentiels autour d'une prise de terre suivant les variations de résistivité d'un sol hétérogène.

Lorsque le sous-sol est moins conducteur que le terrain superficiel, les filets de courant écoulés par un réseau de terre pénètrent moins rapidement dans le sol que si celui-ci était homogène.

La figure I.19, illustre les variations du potentiel autour d'une prise de terre hémisphérique, dans le cas d'un sol stratifié comportant une couche superficielle de résistivité ρ_1 et un sous-sol de résistivité ρ_2 .

Pour des éloignements « D » importants, les variations du potentiel sont avant tout fixées par la résistivité ρ_2 du sous-sol [I.4].

L'effet de la résistivité sur la répartition des potentiels, montre qu'il est nécessaire de procéder à la mesure. Sous cette condition, il est clair que la mesure devient contraignante, coûteuse et incomplète sachant la dépendance de plusieurs paramètres de la résistivité du sol (humidité, température, stratification "horizontale et verticale", effet de la fréquence).

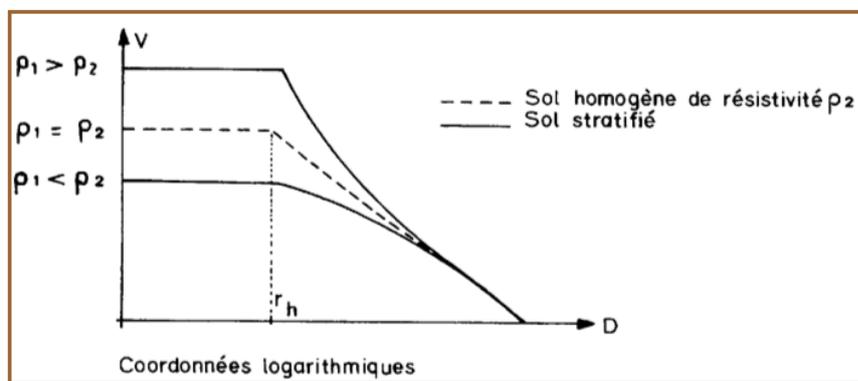


Figure I.19. Variation du potentiel autour d'un hémisphère à la surface d'un terrain stratifié.

Néanmoins, de nombreuses mesures peuvent être appliquées [I.15] selon les caractéristiques de l'installation telles que la possibilité de mettre l'installation hors tension, de déconnecter la prise de terre, d'avoir une prise de terre unique à mesurer ou reliée à d'autres, la précision de la mesure souhaitée, le lieu de l'installation (milieu urbain ou non), etc.

IV- Mesure de la résistivité du sol

La résistivité du sol est mesurée dans les cas suivants :

- ❖ Sur un terrain en construction ;
- ❖ Pour les bâtiments tertiaires de grande envergure (ou des postes de distribution d'énergie) où il est important de choisir avec exactitude le meilleur emplacement pour les prises de terre.

Il existe deux types de méthodes de mesure de résistivité du sol : celles pour lesquelles il est nécessaire de creuser le sol et celles où les mesures s'effectuent depuis sa surface.

Les méthodes où il est nécessaire de creuser le sol sont en général plus difficiles et plus coûteuses à mettre en œuvre. On effectue, par exemple, un carottage, ce qui permet d'extraire un échantillon du sol en profondeur. Cet échantillon est alors envoyé en laboratoire pour que ses caractéristiques soient analysées. Cependant, creuser le sol interfère avec sa composition et donc change sa résistivité. De même, l'échantillon extrait du sol ne conserve pas toutes ses propriétés après qu'il soit retiré du sol, ce qui fausse les analyses.

Pour caractériser le sol dans la globalité, il est essentiel d'utiliser une méthode de surface.

Diverses méthodes sont proposées, comme la méthode de Schlumberger et la méthode de mesure à 3 pôles (62%), mais la plus utilisée pour déterminer la résistivité des sols est celle des « quatre électrodes » : méthode de Wenner [I.16].

IV.1 La méthode de Wenner

La méthode de Wenner consiste à utiliser quatre électrodes qui sont disposées en ligne, l'espacement entre chaque paire adjacente restant le même ' a '. Entre les deux électrodes extrêmes, on injecte un courant de mesure I grâce à un générateur.

Le point O de mesure de la résistivité se trouve au milieu d'un système symétrique, entre les électrodes de potentiel. La distance « a » entre deux électrodes adjacentes est appelée « base de mesure » ; la distance entre les électrodes extrêmes est la « ligne d'émission » (elle est égale à « $3a$ » pour la méthode de Wenner) [I.16].

Entre les deux électrodes centrales, on mesure le potentiel V grâce à un voltmètre (figure I.20). Le terme V/I est la résistance R qui est mesurée avec un telluromètre à quatre bornes.

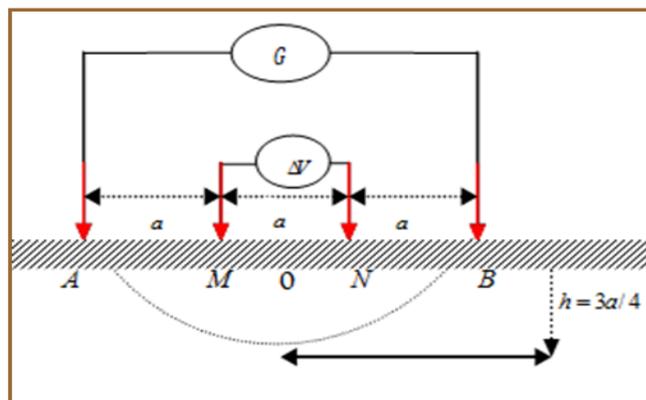


Figure I.20. Méthode de Wenner.

Pour un sol à N couches, un schéma de la disposition des électrodes est présenté sur la figure I.21. Cette figure illustre aussi le parcours du courant et des équipotentielles dans le sol. Dans ce cas, le sol a été considéré homogène, et donc $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \dots = \rho_N$ [I.16].

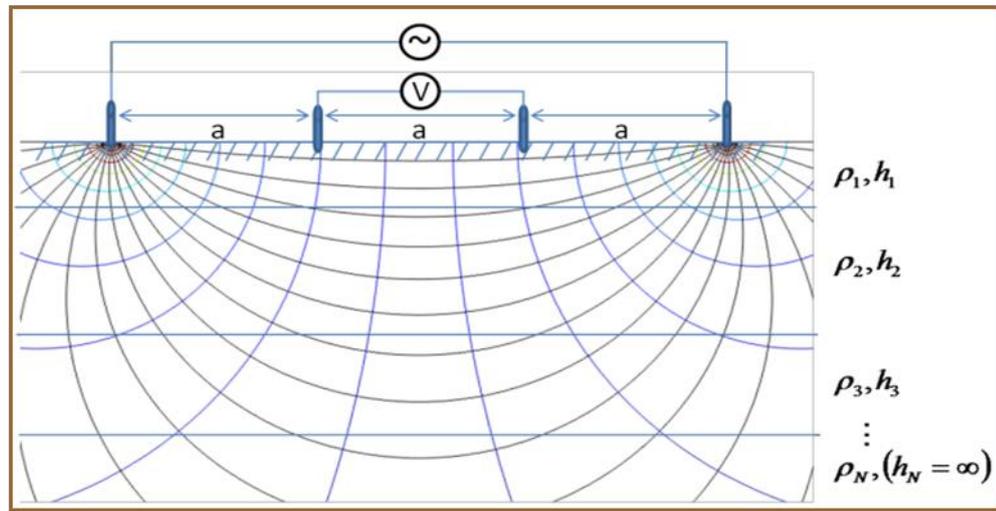


Figure I.21. Schématisation de la méthode de Wenner en sol à N couches.

La profondeur de pénétration du courant électrique dans le sol dépend de la distance entre les électrodes. Plus elles sont éloignées, plus le courant pénètre profondément dans le sol (figure I.22).

De ce fait, pour connaître le profil de résistivité du sol il est nécessaire de répéter la méthode de Wenner pour plusieurs distances a entre les électrodes [I.16].

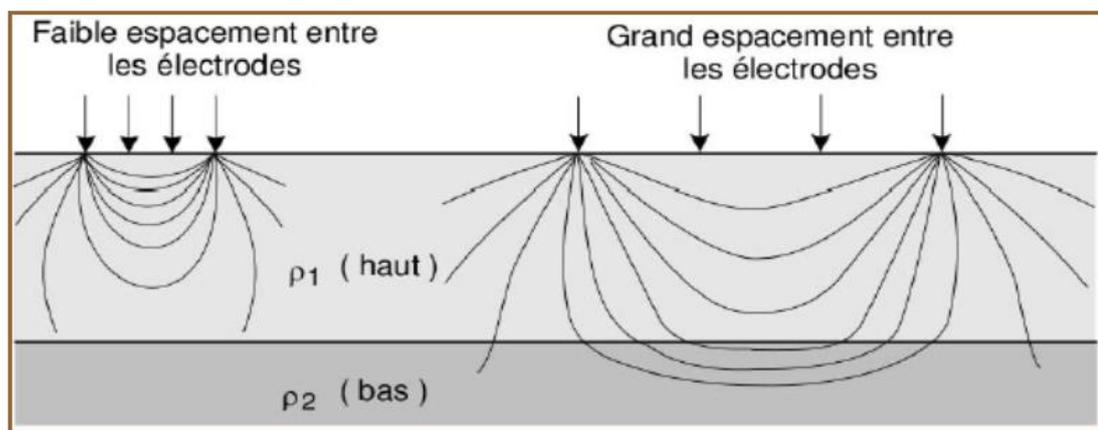


Figure I.22. Espacement entre électrodes dans la mesure par la méthode de Wenner en sol à deux couches.

On peut déterminer une relation entre le potentiel mesuré, le courant injecté et la résistivité du sol. La différence de potentiel mesurée entre les deux électrodes centrales de Wenner (figure I.20) est la suivante [I.16] :

$$\Delta V = V_M - V_N \quad (\text{I.5})$$

Donc :

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\left(\frac{1}{MA} - \frac{1}{MB} \right) - \left(\frac{1}{NA} - \frac{1}{NB} \right) \right) \quad (I.6)$$

$$= \frac{\rho I}{2\pi} \left(\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} \right) - \left(\frac{1}{2a} - \frac{1}{a} \right) \right)$$

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi a} \quad (I.7)$$

L'inconnue étant ρ , la résistivité de la terre, nous avons donc :

$$\rho = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (I.8)$$

Avec la méthode de Wenner il n'est pourtant pas possible de retrouver les vraies résistivités de couches de sol. Les mesures de Wenner ne fournissent qu'une sorte de moyenne de la résistivité de la terre, que l'on appelle résistivité apparente. Cela est dû à la composition hétérogène du sol et au fait que les mesures sont réalisées depuis la surface. A chaque mesure de Wenner, le courant électrique injecté par l'électrode injectrice se distribue dans le sol avant de converger au niveau de l'électrode collectrice. Entre les points d'arrivée et de départ, le courant électrique parcourt le sol en profondeur, en traversant plusieurs couches composées de matériaux différents.

La profondeur de pénétration est une fonction de a , l'écartement entre électrodes de Wenner. Cependant, lorsque le courant atteint une couche inférieure de sol, il passe aussi par toutes les couches qui sont au-dessus. Il est donc impossible d'isoler chaque couche à la fois. Tous les matériaux qui composent le sol ont une influence sur la valeur de résistivité trouvée par la méthode de Wenner [I.16].

IV.2 Les contraintes aux mesures de la résistivité

- ❖ Les variations climatiques saisonnières influentes sur la résistivité des couches superficielles d'un terrain, il faut renouveler les mesures en des époques différentes de l'année.
- ❖ Les mesures de résistivité peuvent être compliquées par la présence dans la zone prospectée de corps métalliques.
- ❖ Les perturbations lors des mesures de la résistivité de sol, liée aux caractéristiques de l'équipement de mesure utilisé.
- ❖ Le courant alternatif permet en effet d'éliminer l'effet parasite de la polarisation des électrodes produit par un courant continu, et de s'affranchir des courants telluriques et vagabonds. A cause de l'effet pelliculaire, le courant alternatif pénètre moins

profondément dans le sol que le courant continu. Cet effet est d'autant plus sensible que la fréquence du courant est élevée et que la résistivité du sol est faible. En pratique, cet effet reste généralement négligeable.

Conclusion

Nous avons dans ce premier chapitre donné un aperçu sur le principe et le rôle de la mise à la terre. Nous avons aussi rappelé l'impact de l'inhomogénéité du sol, principalement sa stratification horizontale qui conduit à des couches de résistivités différentes.

Les mesures des mises à la terre restent affectées d'une série de problèmes fondamentaux qui entraînent souvent une incertitude considérable lors de l'interprétation des valeurs mesurées. La reproductibilité des mesures des prises de terre est soumise elle aussi à des limites incontournables. Afin de seconder la mesure, pour une meilleure connaissance du comportement transitoire des mises à la terre, il devient intéressant de faire appel à la modélisation.

Dans le chapitre qui va suivre, nous proposons une modélisation basée sur la théorie des lignes de transmission d'une mise à la terre aussi bien dans le cas des sols homogènes que le cas des sols stratifiés en deux couches horizontales.

Références Bibliographiques du chapitre I

- [I.1] **M.C Alvarez**, « Architectures des réseaux de distribution du futur en présence de production décentralisée », Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, Décembre 2009.
- [I.2] **C. Corroyer**, « Protection des réseaux », Technique de l'ingénieur, Vol. D 4800.
- [I.3] **A. Shmitt et T. Deflandre**, « Les surtensions et les transitoires rapides de tension en milieu industriel et Tertiaire », Collection de la direction des études et recherches d'électricité de France, Editions Eyrolles, 1997.
- [I.4] **Groupe de travail " Terre "**, direction de l'électricité de France EDF, «Principes de conception et de réalisation des mises à la terre H115», Janvier 1984.
- [I.5] **M. Zidane Zine Abiddine**, « Modélisation et simulation des Prises de Terre dans les Systèmes Electrique », Mémoire de Magister en Science, Université de Ferhat Abbas Faculté de Technologie, Mai 2012.
- [I.6] **D. Choiseau et G. Courtial**, « Postes à haute et très haute tensions », Techniques de l'ingénieur, Vol. D 4574.
- [I.7] **X. Legrand**, « Modélisation des Systèmes de Mise à La Terre des Lignes Electrique Soumis des Transitoires de Foudre », Thèse de doctorat, L'école doctorale de Lyon, 2007.
- [I.8] **E. D. Sunde**, « Earth Conducting Effects in Transmission systems », New York, N. Y. Dover publications, Inc 1968.
- [I.9] **S. Georges**, « Evaluation de l'Effet de la Mer et du Contrepoids sur le Profil de la Tension d'un Système de Mise à la Terre d'une Ligne de Transport d'Energie à Haute Tension dans un Sol Résistif », Thèse de doctorat en Génie PH.D, l'école de technologie supérieure de Montréal, le 10 Septembre 2001.
- [I.10] **S. Bourg**, « Comportement en hautes fréquences des prises de terre profondes dans un sol à résistivité faible : bilan des essais réalisés aux Renardières », note HM-25/94/021, 1993.
- [I.11] **Chong Kiat Ng**, « simplified numerical based method for calculation of DC ground electrode resistance in multi layered earth », Thèse de Master de Science, Université de Manitoba Winnipeg, Manitoba, Canada, 2000.
- [I.12] **N. E. Bendekkiche et Y. Kemari**, «Contribution à l'Optimisation des Systèmes de Mise à la Terre par Algorithme Génétique & Essaim Particulaire », Projet de Fin

D'étude en Electrotechnique, Ecole Nationale Polytechnique, El-Harrach, Alger, 2013.

- [I.13]** **Taylor et Francis Group**, LLC, « Substation Grounding Design Considerations », 2008.
- [I.14]** **IEEE Std 80-2000**, « IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding », Janvier 2000.
- [I.15]** **M. P. G. Laurent**, « Les bases Générale de la Technique de Mises à la Terre dans les Installations Electriques », Société Française des Electricien. 7^{ieme} série, Tome I, n^o 7.
- [I.16]** **Wenner**, « Les prises de terre en exploitation », Théorie et pratique, Direction des Ressources Humaines 1996.

Chapitre II :
Modélisation d'une mise à la terre en
régime transitoire

Introduction

La protection des réseaux est l'une des principales préoccupations des transporteurs de l'énergie électrique. Dans ce contexte, en cas de défaut interne ou externe, il faut assurer un écoulement rapide des fortes intensités qui risquent d'endommager les équipements du réseau électrique (lignes, transformateurs,.....).

Malheureusement un écoulement rapide nécessite un dimensionnement approprié de la mise à la terre qui reste un problème très sérieux malgré les multiples travaux expérimentaux et de mesures entamés depuis plus de cinquante ans.

La modélisation de ce problème s'impose car elle permet de compléter la mesure qui est coûteuse et parfois irréalisable in situ et même en laboratoire.

Dans la première partie de ce deuxième chapitre nous exposons l'analyse par modélisation en régime transitoire d'un système de mise à la terre excité par un courant 'onde de foudre'.

Nous proposons dans la deuxième partie quelques résultats de calcul que nous obtenons par nos propres développements sous Matlab.

Partie A :
Développements théoriques pour la
modélisation d'une mise à la terre
en régime transitoire

I- Etat de l'art sur la modélisation d'une mise à la terre

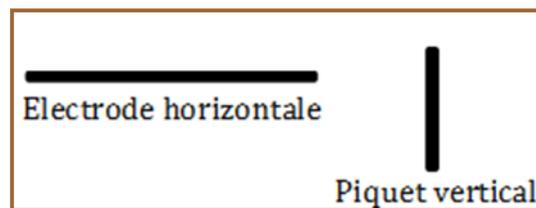
Les différents systèmes de mise à la terre font souvent partie du système de protection contre la foudre dans les installations industrielles et de puissance. Les systèmes de mise à la terre se réfèrent à un fil métallique de différentes structures géométriques, qui sont enterrées dans le sol.

Pour les structures de mise à la terre couramment utilisées, on distingue :

➤ **Systèmes simples** : ils sont constitués de mise à la terre individuelle enfoncée dans le sol tel que : le piquet de terre vertical ou l'électrode enfouie horizontalement (figure II.1.a).

➤ **Les systèmes complexes** : qui se composent d'électrodes multiples reliées entre elles tel que : la mise à la terre à bras rayonnante (patte d'oie) et la grille de mise à la terre (figure II.1.b).

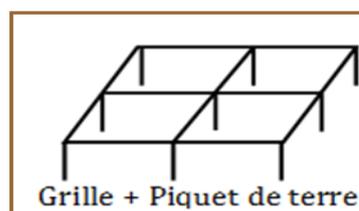
On peut aussi trouver une combinaison appropriée aux différentes structures ; par exemple : combinaison grille et électrodes verticales (figure II.1.c).



a- systèmes de mise à la terre simples.



b- systèmes de mise à la terre complexes.



c- combinaison des systèmes de mise à la terre.

Figure II.1. Configurations des structures de mise à la terre.

Pour étudier le comportement transitoire d'un système de mise à la terre soumis à une décharge atmosphérique (foudre), plusieurs modélisations ont été proposées dans la littérature. Ces modèles se divisent en deux catégories :

- Ceux basés sur des calculs dans le domaine fréquentiel avec la conversion de la solution au domaine temporel en utilisant la transformation inverse de fourrier (IFFT).
- Ceux basés sur le calcul de la solution directement dans le domaine temporel.

L'un des manuels le plus important pour la représentation mathématique d'une prise de terre a été écrit par E. D. Sunde [II.1] ; cet ouvrage est aujourd'hui encore largement utilisé par de nombreux ingénieurs praticiens pour modéliser les problèmes de prise de terre. Son approche pour la description mathématique d'une simple mise à la terre (piquet vertical ou électrode horizontale) est basée sur la théorie du champ électromagnétique, donc des équations de Maxwell. Il a développé analytiquement non seulement le calcul de la résistance des différents types de prise de la terre, mais il donne aussi une théorie extensive du comportement à haute fréquence par induction des électrodes de terre.

Avec le développement de l'analyse numérique et surtout de l'outil informatique, la modélisation du comportement transitoire du système de terre a évolué de façon appréciable.

De nos jours, différentes méthodes de modélisations des systèmes de mise à la terre sont proposées dans la littérature :

1. Modèle des circuits équivalents [II.2].
2. Modèle électromagnétique :
 - 2.1. Méthode des moments [II.3].
 - 2.2. Méthode des éléments finis [II.4].
 - 2.3. Résolution des équations de Maxwell par FDTD [II.5].
3. Modèle hybride [II.6].
4. Modèle des lignes de transmission [II.7].

Dans notre travail, nous avons opté pour une modélisation réaliste et simplifiée basée sur la théorie des lignes de transmissions [II.8].

II- Modélisation d'une mise à la terre par la théorie des lignes de transmission

La nature filiforme des conducteurs constituant les systèmes de mise à la terre ainsi que le contenu spectral significatif des courants de défauts qui n'excède pas les 10 MHz (ex. la foudre), sont des facteurs favorisant la modélisation d'une mise à la terre par la théorie des lignes de transmission.

II.1 Equations des lignes de transmission

La théorie des lignes de transmission permet l'étude des phénomènes de propagation le long d'un support d'information. Cette théorie se résume à la résolution de deux équations couplées, appelées équation des télégraphistes, traduisant la dynamique des grandeurs courant et tension le long de la ligne.

Les équations des lignes de transmission peuvent être obtenues à partir de formes intégrales ou différentielles des équations de Maxwell ou à partir d'un schéma de ligne équivalent. Ce principe permet donc de déterminer, de façon approchée, les tensions et courants sur les conducteurs filaires ne comportant ni coude ni discontinuité géométrique.

L'hypothèse d'un mode de propagation dit transverse électromagnétique (TEM), où les champs électrique et magnétique sont orthogonaux en tout point dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation, est au cœur du fondement de cette théorie. Pour un ensemble de conducteurs disposés au-dessous de l'interface sol-air, nous pouvons admettre que tous les modes de propagation sont TEM pour des distances inter-conducteurs très faibles devant la longueur d'onde des signaux d'excitation.

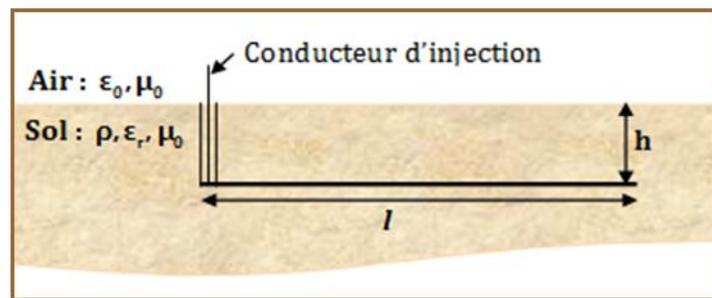


Figure II.2. Electrode enterré horizontalement.

E. D. Sunde [II.1] a été le premier à introduire le concept de ligne de transmission pour la modélisation du comportement transitoire des électrodes horizontales ou verticales avec l'utilisation des équations générales des lignes suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial U(x, \omega)}{\partial x} = -Z I(x, \omega) \\ \frac{\partial I(x, \omega)}{\partial x} = -Y U(x, \omega) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$Z = R + j\omega L$, et $Y = G + j\omega C$ sont l'impédance longitudinale et l'admittance transversale de l'électrode de terre.

$U(x, \omega)$ et $I(x, \omega)$: sont respectivement la tension et le courant distribué le long de l'électrode, est ce sont les inconnues.

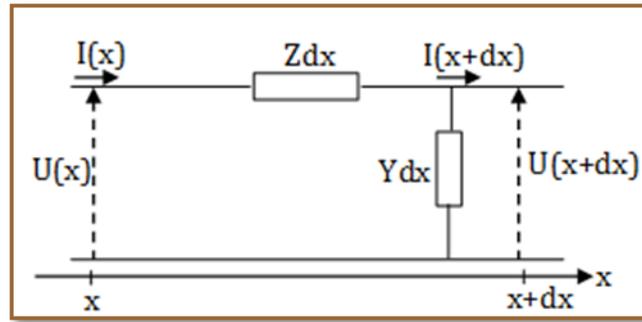


Figure II.3. Schéma équivalent d'un tronçon d'un conducteur enterré.

Dans le cas d'une mise à la terre filiforme, où les paramètres linéiques sont considérés comme indépendants de la fréquence, les équations des lignes (II.1) peuvent être aisément converties dans le domaine temporel comme suit [II.9] :

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + R i + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + G u + C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Où :

R, L, C et G : sont respectivement la résistance, l'inductance, la capacité et la conductance linéique de l'électrode, qui sont définis en fonction de la direction de propagation (verticale ou horizontale), de la géométrie de l'électrode, et des caractéristiques du sol. Dans ce modèle, l'électrode est considérée comme une ligne électrique ouverte à l'une de ses extrémités.

L'une des deux extrémités reçoit directement une injection d'énergie par le biais de la descente métallique (figure II.2) et la deuxième par contre est directement en contact avec le sol. Chaque segment de l'électrode est modélisé par un circuit équivalent en π comme illustre la figure II.4.

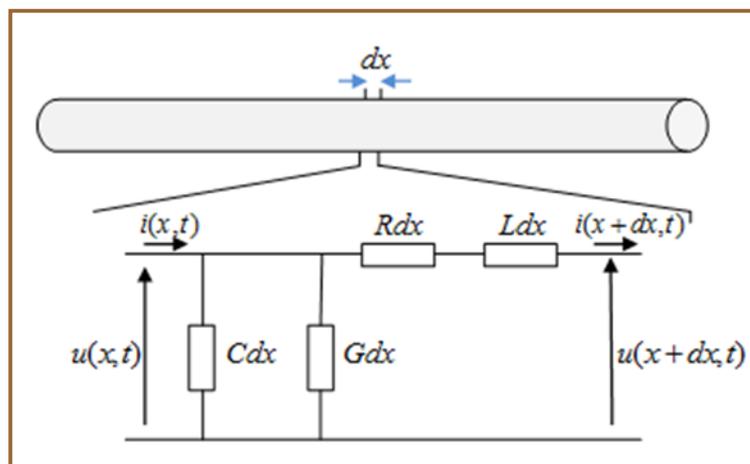


Figure II.4. Cellule en π d'une électrode de terre.

II.2 Modélisation d'une grille de mise à la terre par la théorie des lignes dans le cas d'un sol homogène

Pour le cas d'une grille de mise à la terre enterrée dans un sol supposé linéaire, isotrope et homogène, récemment B. Nekhoul et Al. [II.8] ont proposés un nouveau formalisme qui consiste à résoudre une équation de propagation en potentiel scalaire en 2D (équation bidimensionnelle) par FDTD (*Finite Difference Time Domain*).

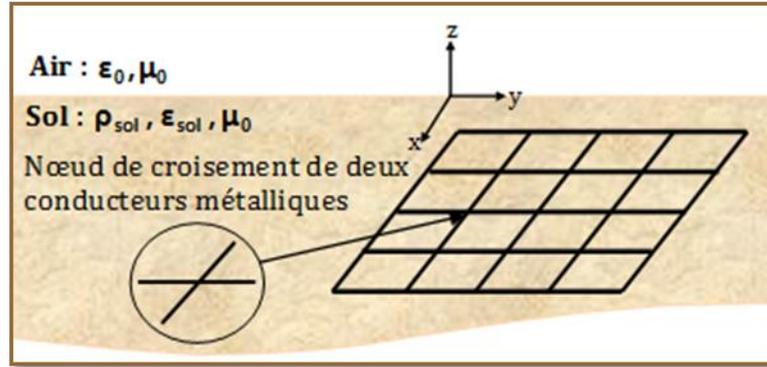


Figure II.5. Grille de mise à la terre dans un sol homogène.

En utilisant le formalisme des lignes de transmission, les équations des lignes en tension et en courant en temporel pour la propagation unidimensionnelle (suivant x ou suivant y) prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \eta} + Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial i}{\partial \eta} + Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad \eta = x \text{ ou } y \quad (\text{II.3})$$

L'équation de propagation en potentiel scalaire en 2D déduite après quelques manipulations mathématiques des équations des lignes (II.3) est donnée par [II.8] :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2RGu - 2(RC + LG) \frac{\partial u}{\partial t} - 2LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.4})$$

où : R, L, C et G : paramètres linéiques des conducteurs (électrodes horizontales) constituant la grille enterrée.

II.2.1 Calcul des paramètres linéiques d'une électrode enterrée horizontalement dans un sol homogène

La grille de mise à la terre (figure II.5) est constituée de plusieurs conducteurs enterrés horizontalement dans un sol supposé linéaire, isotrope et homogène de résistivité ρ_{sol} , et de permittivité ϵ_{sol} .

La représentation d'une simple électrode enterrée horizontalement ou verticalement est introduite pour la première fois par E. D. Sunde [II.1]. Dans son ouvrage, E. D. Sunde propose un large travail consacré au calcul des paramètres linéiques des électrodes de terre principalement basé sur la théorie des images. Plus récemment Y. Liu [II.10] a introduit quelques légères modifications en tenant compte des conditions de passages sur l'interface sol-air. Pour ce faire, elle a introduit le coefficient de réflexion sur l'interface sol-air pour améliorer le calcul des paramètres par unité de longueur.

Dans le cas d'une électrode horizontale de longueur l et de rayon a , les paramètres linéiques proposés par Y. Liu [II.10] sont :

$$R = \rho_c \frac{1}{\pi a^2} \quad (\text{II.5})$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] \quad (\text{II.6})$$

$$G = \frac{2\pi}{\rho_{sol} \left(\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right) + k_{sigma} \left(\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right)} = \frac{2\pi}{\rho_{sol} \left(\ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ah}}\right) - 1 \right)} \quad (\text{II.7})$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_{sol}}{\left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right] + k_{epsilon} \left[\ln\left(\frac{2l}{2h}\right) - 1 \right]} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$$k_{sigma} = (\sigma_{sol} - \sigma_{air}) / (\sigma_{sol} + \sigma_{air}) \quad (\text{II.9})$$

$$k_{epsilon} = (\epsilon_{sol} - \epsilon_{air}) / (\epsilon_{sol} + \epsilon_{air}) \quad (\text{II.10})$$

k_{sigma} : Le coefficient de réflexion dû aux différentes conductivités de l'air et du sol.

$k_{epsilon}$: Le coefficient de réflexion dû aux différentes permittivités de l'air et du sol.

ρ_c : la conductivité du conducteur enterré.

II.2.2 Discrétisation de l'équation de propagation en tension 2D par les différences finies

La méthode des différences finies est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel $\frac{\partial}{\partial}$ à un opérateur aux différences $\frac{\Delta}{\Delta}$ où chaque dérivée est remplacée par des différences finies.

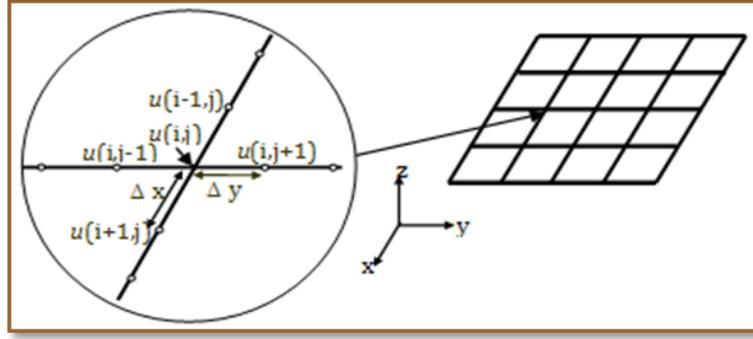


Figure II.6. Discretisation spatiale de la grille bidimensionnelle.

L'approximation des dérivées spatiales et temporelles en un point 2D de coordonnées (i, j) en utilisant les différences finies simples nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n) \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial u}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2} (u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n) \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} (u_{i,j}^n - u_{i,j}^{n-1}) \quad (\text{II.13})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{\Delta t^2} (u_{i,j}^n - 2u_{i,j}^{n-1} + u_{i,j}^{n-2}) \quad (\text{II.14})$$

En substituant les dérivées partielles par leurs approximations dans l'équation de propagation en tension en 2D (II.4) nous obtenons :

$$\left[-\frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2}{(\Delta y)^2} - 2RG - \frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{2LC}{(\Delta t)^2} \right] u_{i,j}^n + \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} \right] u_{i+1,j}^n + \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} \right] u_{i-1,j}^n \quad (\text{II.15})$$

$$+ \left[\frac{1}{(\Delta y)^2} \right] u_{i,j+1}^n + \left[\frac{1}{(\Delta y)^2} \right] u_{i,j-1}^n = \left(-\frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{4LC}{(\Delta t)^2} \right) u_{i,j}^{n-1} + \frac{2LC}{(\Delta t)^2} u_{i,j}^{n-2}$$

II.2.3 Génération du système d'équations

L'équation ainsi obtenue après discrétisation par FDTD, nous permet de générer le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1m} & \cdots & A_{1n} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2m} & \cdots & A_{2n} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mm} & \cdots & A_{mn} & \cdots & A_{mN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nm} & \cdots & A_{nn} & \cdots & A_{nN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{Nm} & \cdots & A_{Nn} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \\ \vdots \\ u_n \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \\ \vdots \\ B_n \\ \vdots \\ B_N \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

avec :

$[A]$: matrice des coefficients,

$[u]$: vecteur de tension nodales représentant l'inconnue,

$[B]$: vecteur représentant le second membre de l'équation,

N : nombre total des nœuds de la grille.

- les éléments de la matrice $[A]$ sont calculés par les relations suivantes :

$$A_{mm} = -\frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2}{(\Delta y)^2} - 2RG - \frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{2LC}{(\Delta t)^2} \quad (\text{II.17})$$

$$A_{mn} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \quad \text{si } n \text{ est un nœud adjacent au nœud } m \text{ dans la direction des } x \quad (\text{II.18})$$

$$A_{mn} = \frac{1}{(\Delta y)^2} \quad \text{si } n \text{ est un nœud adjacent au nœud } m \text{ dans la direction des } y \quad (\text{II.19})$$

$$A_{mn} = 0 \quad \text{ailleurs} \quad (\text{II.20})$$

Le vecteur $[B]$ représentant le second membre de l'équation est généré à partir de l'expression suivante :

$$B_m = \left(-\frac{2(RC + LG)}{\Delta t} - \frac{4LC}{(\Delta t)^2} \right) u_{i,j}^{n-1} + \frac{2LC}{(\Delta t)^2} u_{i,j}^{n-2} \quad (\text{II.21})$$

II.2.4 Imposition des conditions aux extrémités

Le vecteur de tension nodale n'étant pas complètement inconnu (nœud d'injection et nœuds extrémités), il est donc nécessaire de tenir compte de cette situation.

Le modèle de représentation de la grille de mise à la terre (figure II.7), nous permet de remarquer que les nœuds frontières de cette dernière sont reliés au point de référence à travers un circuit comprenant une conductance G et une capacité C en parallèle.

Le courant circulant à travers la capacité est très faible par rapport à celui qui passe dans la conductance. Nous pouvons alors écrire la tension nodale sur le nœud d'injection et sur un nœud frontière comme suit [II.9] :

$$u_m(t) = \left(\frac{1}{G'} \right) I(t - \Delta t) \quad (\text{II.22})$$

G' : est la conductance équivalente au nœud extrémité d'indice m .

$I(t - \Delta t)$: le courant passant dans la branche transversale connu à l'instant antérieur $(t - \Delta t)$.

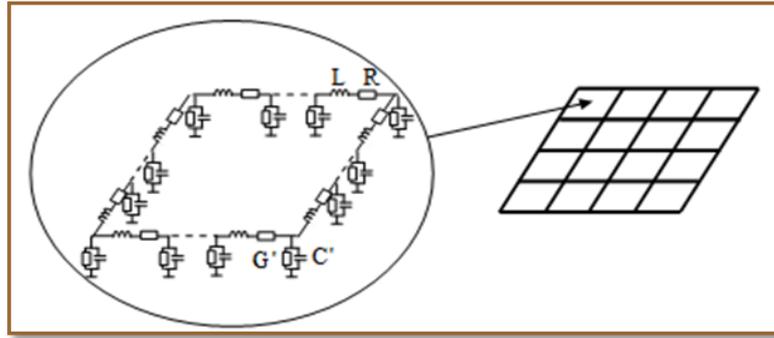


Figure II.7. Représentation d'une maille de la grille en cellules en π .

Le système matriciel linéaire précédemment généré (II.16) est résolu, par la technique pas à pas dans le temps, pour la déduction des tensions nodales.

La stabilité de la méthode exige que la condition suivante soit respectée :

$$v\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2}} \quad (\text{II.23})$$

Où : v est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu.

II.2.5 Calcul des courants de branches

Nous déduisons la répartition des courants sur l'ensemble des branches de la grille par intégration numérique de l'équation des lignes en courant suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} + Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} = 0 \quad \eta = x \text{ ou } y \quad (\text{II.24})$$

II.2.6 Calcul de l'impédance transitoire

Une fois les tensions nodales et les courants en tout point de la grille de mise à la terre calculés, il est possible de calculer l'impédance transitoire de la grille en utilisant l'expression suivante :

$$z(t) = u(t)/i(t) \quad (\text{II.25})$$

avec :

$u(t)$: tension nodale du point d'injection ;

$i(t)$: courant de l'onde de foudre.

Remarque :

Pour une protection à topologie simple (exemple : électrode horizontale, piquet vertical) excitée par une onde de foudre, si la propagation est dans la direction des x , l'équation à résoudre est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - RGU - (RC + LG) \frac{\partial u}{\partial t} - LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.26})$$

Où : R, L, C et G : paramètres linéiques de l'électrode.

II.3 Cas d'un sol stratifié horizontalement

La résistivité du sol intervient dans le calcul de la résistance (conductance G) de la prise de terre. Dans la littérature [II.12], pour modéliser une prise de terre enterrée dans un sol stratifié à deux couches, Il existe deux manières :

- La résistance d'une telle électrode enterrée peut être déterminée en considérant le sol stratifié comme un sol homogène de résistivité équivalente dite "résistivité apparente". La résistivité apparente est déduite par une méthode de mesure de résistivité du sol telle que la méthode de Wenner [II.11].
- Théoriquement, on peut calculer la résistance équivalente d'une électrode de terre en rajoutant à la résistance de la mise à la terre située dans un sol homogène, les contributions des images qui sont dues à l'hétérogénéité du sol.

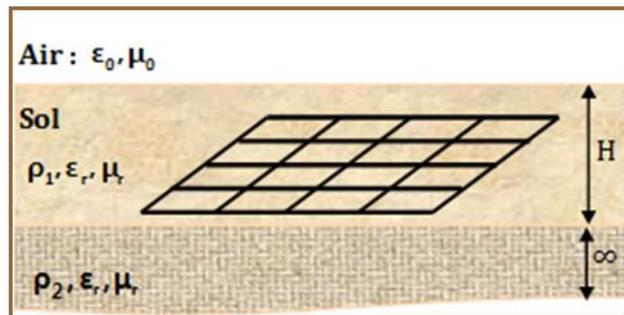


Figure II.8. Grille de mise à la terre dans un sol stratifié à deux couches horizontales.

II.3.1 Méthode des images

La notion d'image électrique en électromagnétisme constitue une alternative très intéressante à la détermination de l'élévation de potentiel ou la distribution de la tension. La méthode des images est l'une des méthodes indirectes de recherche du potentiel électrostatique qui évitent la résolution d'équations différentielles. Elle consiste à remplacer un système électrostatique par un système de charges plus simple (lignes uniformément chargées....) qui simule les conditions aux limites du système réel.

La méthode des images permet de résoudre un nombre suffisamment important de problèmes d'intérêt pratique et particulièrement ceux relatifs à la mise à la terre des systèmes électriques.

II.3.2 Résistivité apparente d'un sol à deux couches horizontales

Considérons une source ponctuelle de courant située à la surface d'un sol à deux couches horizontales de résistivités électriques différentes ρ_1 et ρ_2 . L'interface entre les deux milieux se comporte comme un miroir et les réflexions à sa surface résultent en un nombre infini des images (figure II.9). Le système équivalent des images comprenant la source de courant actuelle et ses images dans un milieu infini satisfait les conditions aux limites [II.12].

Le potentiel total en un point M dû aux courants dissipés par la source S et ses images, est déterminé comme suit :

$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{k}{r_1} + \frac{k}{r_1} + \frac{k^2}{r_2} + \frac{k^2}{r_2} + \dots + \frac{k^n}{r_n} + \frac{k^n}{r_n} \right) \quad (\text{II.27})$$

$$= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} + \frac{2k^2}{r_2} + \dots + \frac{2k^n}{r_n} \right)$$

avec :

$$r_1 = \sqrt{r^2 + (2H)^2}, \quad r_2 = \sqrt{r^2 + (4H)^2}, \quad \dots, \quad r_n = \sqrt{r^2 + (2nH)^2} \quad (\text{II.28})$$

Ce qui donne finalement :

$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{r^2 + (2nH)^2}} \right) \quad (\text{II.29})$$

Où : k est le coefficient de réflexion :

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (\text{II.30})$$

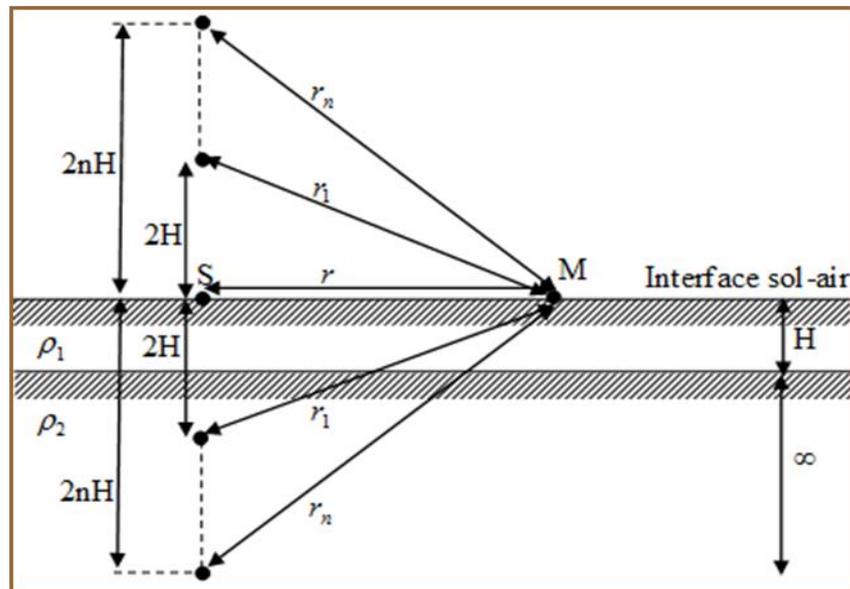


Figure II.9. Système équivalent des images de nombre infini d'une charge ponctuelle.

Dans la mesure par la méthode de Wenner [II.11] par un dispositif *AMNB* (figure II.10), avec un écartement a entre électrodes, la différence de potentiel entre les électrodes centrales est définie comme suit :

$$\Delta V = V_M - V_N \quad (\text{II.31})$$

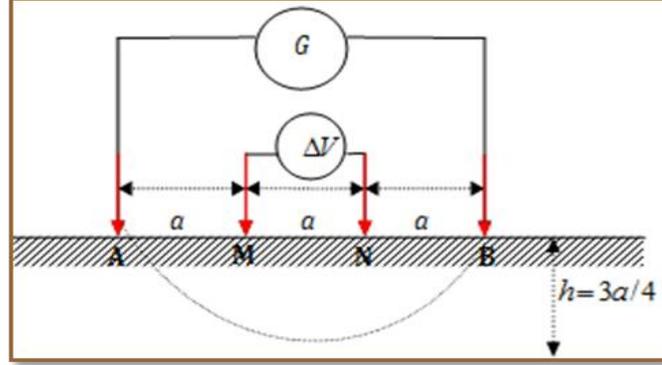


Figure II.10. Schéma de mesure de la méthode de Wenner.

Le potentiel crée en M dû au courant $+I$ injecté au point A est :

$$V_{M(A)} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{a^2 + (2nH)^2}} \right) \quad (\text{II.32})$$

Le potentiel crée en M dû au courant $-I$ au point B est :

$$V_{M(B)} = -\frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{4a^2 + (2nH)^2}} \right) \quad (\text{II.33})$$

Par conséquent, le potentiel V en M est :

$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{a^2 + (2nH)^2}} - \frac{k^n}{\sqrt{4a^2 + (2nH)^2}} \right) \quad (\text{II.34})$$

Pour l'électrode N , on trouve de façon similaire :

$$V_N = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{a^2 + (2nH)^2}} - \frac{k^n}{\sqrt{4a^2 + (2nH)^2}} \right) \quad (\text{II.35})$$

Et finalement :

$$\Delta V = \frac{\rho_1 I}{2\pi a} \left(1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{H}{a}\right)^2}} - \frac{k^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{H}{a}\right)^2}} \right) \quad (\text{II.36})$$

Puisque, dans la mesure de Wenner :

$$\Delta V = \frac{\rho_a I}{2\pi a} \quad (\text{II.37})$$

ρ_a : la résistivité apparente du sol.

On aura donc l'expression de la résistivité apparente qui est fonction des résistivités ρ_1 et ρ_2 des deux couches, de l'épaisseur de la couche supérieure du sol H , et de l'écartement a entre électrodes :

$$\rho_a = \rho_1 \left(1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{H}{a}\right)^2}} - \frac{k^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{H}{a}\right)^2}} \right) \quad (\text{II.38})$$

II.3.3 Résistance d'une électrode horizontale enterrée dans un sol à deux couches

G. F. Tagg [II.12] a établi la relation donnant la résistance d'une électrode cylindrique horizontale de longueur l et de rayon a (figure I.11), enterrée à une profondeur h ($h \ll H$) dans un sol à deux couches de résistivité ρ_1 et ρ_2 . Cette résistance est composée de deux termes :

$$R_t = R_h + R_a \quad (\text{II.39})$$

avec :

R_h : est la résistance de l'électrode horizontale dans un sol homogène de résistivité ρ_1 ;

R_a : est la résistance additionnelle due au changement de la résistivité du sol.

La résistance propre de l'électrode enterrée dans un sol homogène de résistivité ρ_1 est déterminée en tenant compte de son image, puis l'effet de la deuxième couche du sol de résistivité ρ_2 sera introduit. Le modèle est illustré en figure II.11.

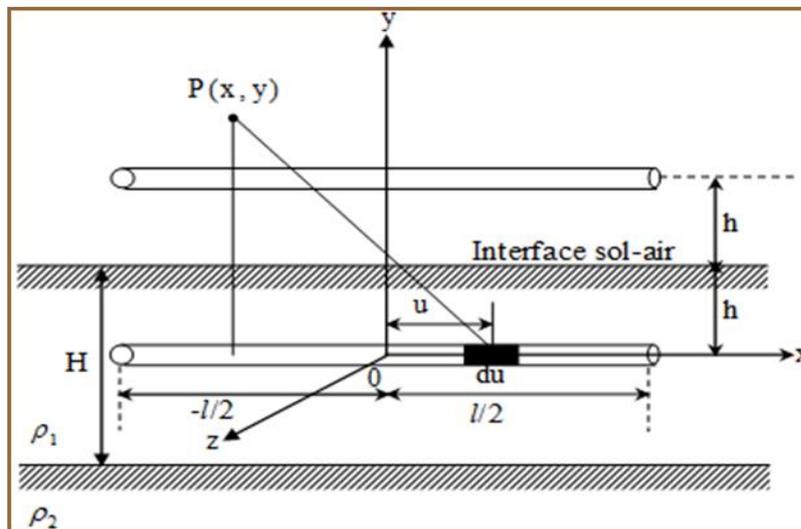


Figure II.11. Electrode horizontale enfoui dans un sol stratifié à deux couches horizontales.

Le courant est injecté au milieu du conducteur. L'élévation de potentiel engendré par le courant injecté est représentée par V . Considérons le segment qui se trouve sur l'axe des x , à $x = u$, le courant $I(u)$ est injecté au milieu de l'électrode ; le potentiel en un point $P(x,y)$ engendré par le segment est :

$$dV(x,y) = \frac{\rho_1 I}{4\pi} [(x-u)^2 + y^2]^{-1/2} du \quad (\text{II.40})$$

Le potentiel total engendré par le conducteur au point P sera l'intégrale de toutes les contributions des éléments du :

$$V(x,y) = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{du}{\sqrt{(x-u)^2 + y^2}} \quad (\text{II.41})$$

L'intégrale de l'équation (II.41) nous conduit à l'expression suivante :

$$V(x,y) = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \ln \frac{\sqrt{(x+l/2)^2 + y^2} + (x+l/2)}{\sqrt{(x-l/2)^2 + y^2} + (x-l/2)} \quad (\text{II.42})$$

Le courant de fuite est assumé constant le long du conducteur et le potentiel au milieu du conducteur est égal au double du potentiel à l'extrémité [II.1]. Pour déterminer la résistance du conducteur il faut utiliser la valeur moyenne du potentiel qui peut être obtenu en évaluant l'intégrale de $V(x, y)$ entre $-l/2$ et $l/2$ et ensuite le divisant par I . La résistance de l'électrode obtenue est alors comme suit [II.1] :

$$R_1 = \frac{\rho_1}{2\pi l} \left[\ln l \left(\sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} + 1 \right) - \ln a - \sqrt{\left(\frac{a}{l}\right)^2 + 1} + \frac{a}{l} \right] \quad (\text{II.43})$$

Dans le cas où le rayon de l'électrode est très petit par rapport à sa longueur, l'équation (II.43) devient :

$$R_1 = \frac{\rho_1}{2\pi l} \left[\ln \left(\frac{2l}{a} \right) - 1 \right] \quad (\text{II.44})$$

L'électrode source et l'électrode image écoulent le même courant I . La résistance de l'image de l'électrode qui se trouve à une distance $2h$ de cette dernière est obtenue en remplaçant a par $2h$:

$$R_2 = \frac{\rho_1}{2\pi l} \left[\ln \left(\frac{l}{2h} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{l}\right)^2} \right) \right) + \frac{2h}{l} - \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{l}\right)^2} \right] \quad (\text{II.45})$$

Dans le cas où la distance h est considérée très petite par rapport à la longueur de l'électrode (l'électrode est enfouie très proche de la surface du sol), la résistance de l'image sera exprimée comme suit :

$$R_2 = \frac{\rho_1}{2\pi d} \left[\ln \left(\frac{2l}{2h} \right) - 1 \right] \quad (\text{II.46})$$

Finalement la résistance totale de l'électrode et son image sont donc :

$$R_h = \frac{\rho_1}{\pi d} \left[\ln \left(\frac{2l}{\sqrt{2ha}} \right) - 1 \right] \quad (\text{II.47})$$

Si le sol est homogène : $R_t = R_h$.

Dans le cas d'un sol à deux couches, la valeur de la résistance doit être modifiée pour refléter la contribution d'un nombre infini d'images de part et d'autre de l'interface entre les deux milieux de résistivités différentes.

Le potentiel total engendré au point P sera :

$$V(x,y) = \frac{\rho_1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left[\ln \frac{\sqrt{(x+l/2)^2 + (2nH-h)^2} + (x+l/2)}{\sqrt{(x-l/2)^2 + (2nH-h)^2} + (x-l/2)} \right] \quad (\text{II.48})$$

Et la résistance obtenue est :

$$R_a = \frac{\rho_1}{2\pi d} \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left[2 \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{2nH-h}{l}\right)^2 + 1}}{\frac{2nH-h}{l}} + 2 \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{2nH+h}{l}\right)^2 + 1}}{\frac{2nH+h}{l}} + \frac{4nH-2h}{l} + \frac{4nH+2h}{l} - 2\sqrt{\left(\frac{2nH-h}{l}\right)^2 + 1} - 2\sqrt{\left(\frac{2nH+h}{l}\right)^2 + 1} \right] \quad (\text{II.49})$$

Dans le cas où le conducteur est considéré presque à la surface du sol $h \ll 2nH$, la résistance est donc [II.12] :

$$R_a = \frac{\rho_1}{2\pi d} \sum_{n=1}^n k^n \left[4 \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{2nH}{l}\right)^2 + 1}}{\frac{2nH}{l}} + \frac{8nH}{l} - 4\sqrt{\left(\frac{2nH}{l}\right)^2 + 1} \right] \quad (\text{II.50})$$

Où :

k : est le coefficient de réflexion défini précédemment.

Partie B :
Applications

I- Introduction

Notre premier intérêt dans ce travail de projet de fin d'étude est la modélisation d'une mise à la terre lors d'un impact direct d'une onde de foudre. Nous rappelons que la principale caractéristique électrique d'une mise à la terre en régime transitoire est son impédance d'entrée (impédance transitoire). La connaissance de cette grandeur permet de juger la fiabilité et l'adaptation de la mise à la terre pour la protection du matériel et la sécurité du personnel.

Dans cette deuxième partie de ce chapitre nous proposons quelques applications où nous calculons l'impédance transitoire d'une mise à la terre simple "électrode horizontale" et complexe "grille de mise à la terre" équipant un poste aérien THT ou HT, et cela dans le cas où le sol est homogène, puis nous introduisons le cas des sols stratifiés à deux couches horizontales.

II- Cas d'un sol homogène

II.1 Electrode enterrée horizontalement

Pour cette première application proposée par S. Cattaneo et Al. [II.13], nous considérons une électrode de longueur l et de rayon a , enfouie horizontalement à une profondeur h dans un sol supposé linéaire, homogène et isotrope, défini par ses caractéristiques physiques ($\rho_g, \varepsilon_g, \mu_0$).

L'électrode est alimentée à l'une de ses extrémités par un courant type "onde de foudre".

Données de l'application :

- Sol : $\rho_g = 100 \Omega.m$, $\varepsilon_r = 36$, $\mu_r = 1$;
- Electrode : $l = 80 \text{ m}$, et $2a = 10 \text{ mm}$, $h = 0.6 \text{ m}$, $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega.m$;
- Générateur onde de foudre :
 Front de montée : $t' = 6.725 \cdot 10^{-6} \text{ s}$;
 Si : $t < t'$: $I(t) = at - bt^2$;
 Sinon : $I(t) = I_M \{1 + \cos [2\alpha \cdot (t - t')]\}$;
 avec : $a = 1.52 \cdot 10^9 \text{ As}^{-1}$; $b = 1.13 \cdot 10^{14} \text{ As}^{-1}$;
 $I_M = 2550 \text{ A}$; $\alpha = 130897.5995 \text{ rad.s}^{-1}$.

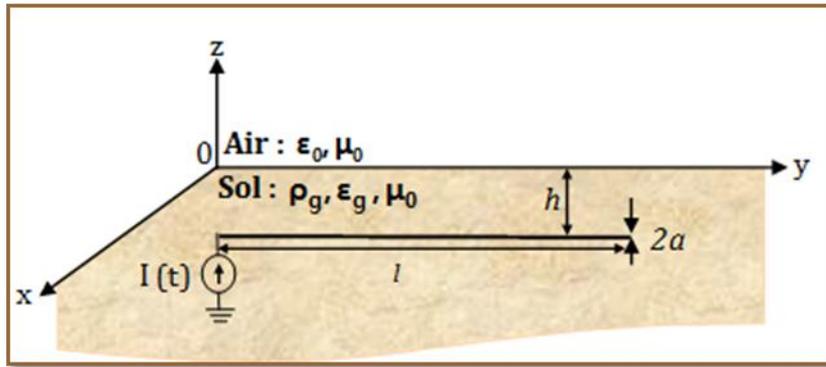


Figure II.12. Electrode horizontale dans un sol homogène.

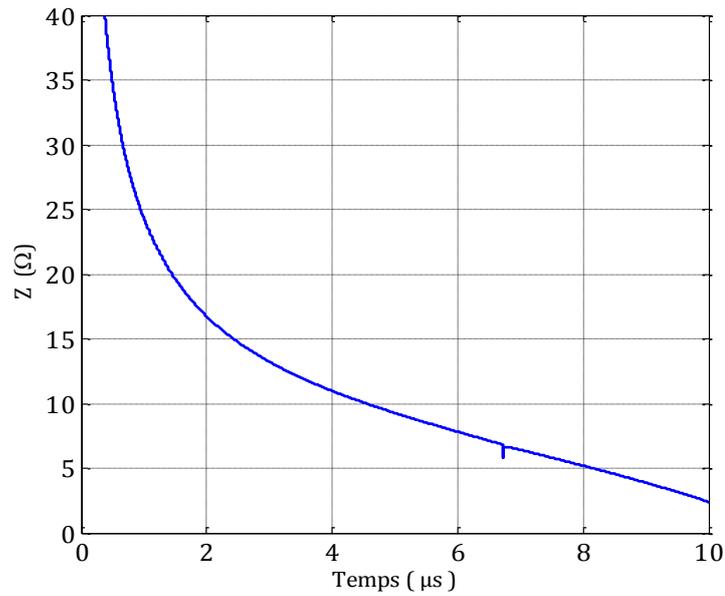


Figure II.13.a. Variation de l'impédance transitoire à l'entrée de l'électrode (nos calculs).

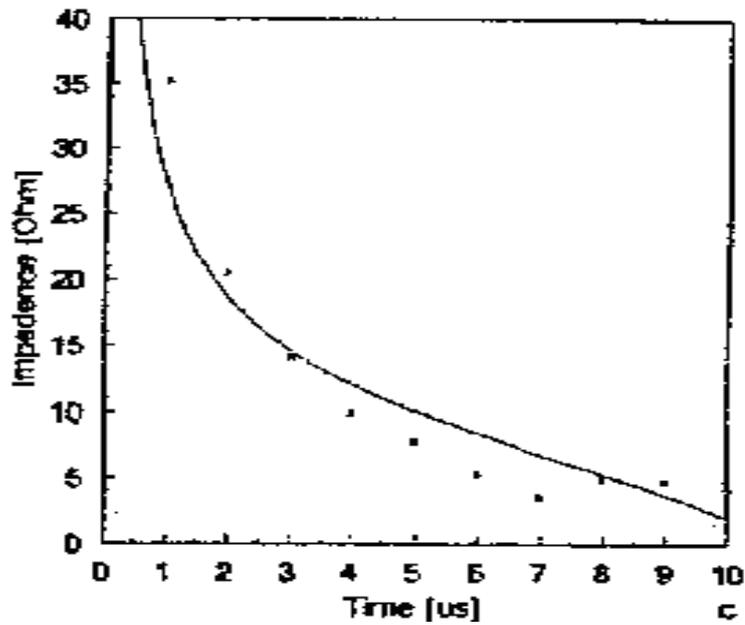


Figure II.13.b. Impédance transitoire, résultats obtenus avec le logiciel GSSP (trait plein) et mesure (trait pointillé) [II.13].

Le résultat de l'impédance transitoire que nous obtenons (figure II.13.a) met en évidence une nette concordance aussi bien en allure qu'en amplitude avec celui publié par S. Cattaneo et Al. [II.13] (figure II.13.b).

II.2 Cas d'une grille de mise à la terre

Afin de valider l'approche que nous avons utilisée pour l'analyse de l'impact direct d'une onde de foudre sur une grille de mise à la terre, nous reprenons une application déjà traitée par L. Grcev [II.14] en utilisant le formalisme des antennes (figure II.14).

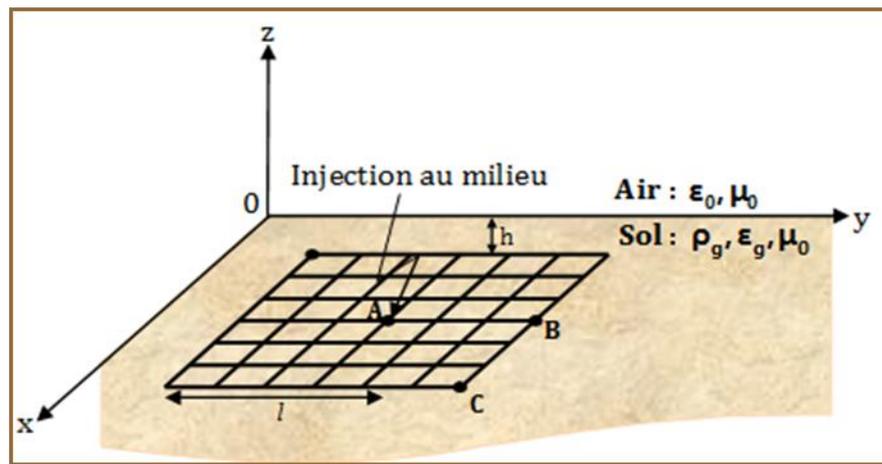


Figure II.14. Grille de mise à la terre dans un sol homogène.

La grille de mise à la terre est formée de plusieurs conducteurs de rayon a et de longueur l , enterrée à une profondeur h dans un sol supposé linéaire, homogène et isotrope.

Données de l'application :

- Sol : $\rho_g = 100 \Omega.m$, $\epsilon_r = 36$, $\mu_r = 1$;
- Grille : $l = 60$ m, et $2a = 14$ mm, $h = 50$ cm, $\rho_e = 0.2510^{-6} \Omega.m$;
- Générateur onde de foudre : $I(t) = I_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$;

avec :

$$I_0 = 1.2 \text{ kA}, \quad \alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}, \quad \beta = 1.073 \mu\text{s}^{-1}.$$

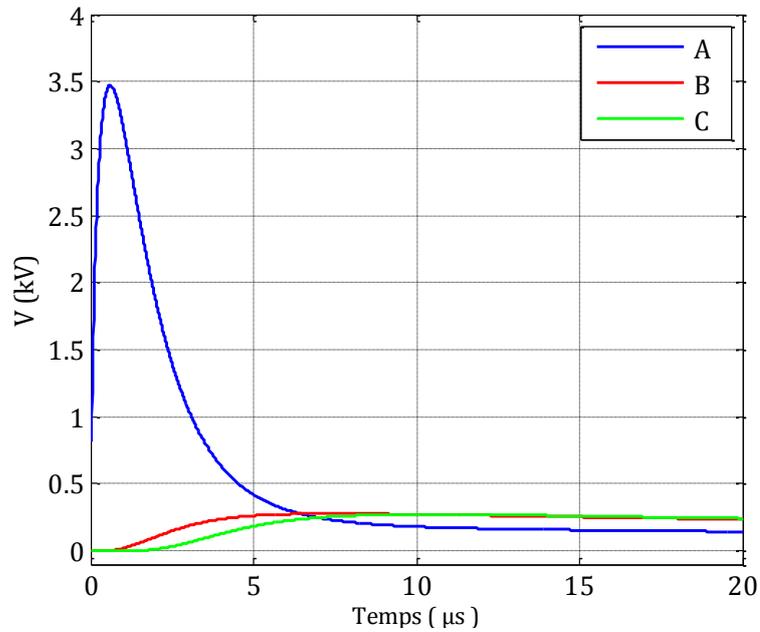


Figure II.15.a. Variation du potentiel aux points A, B et C (nos calculs).

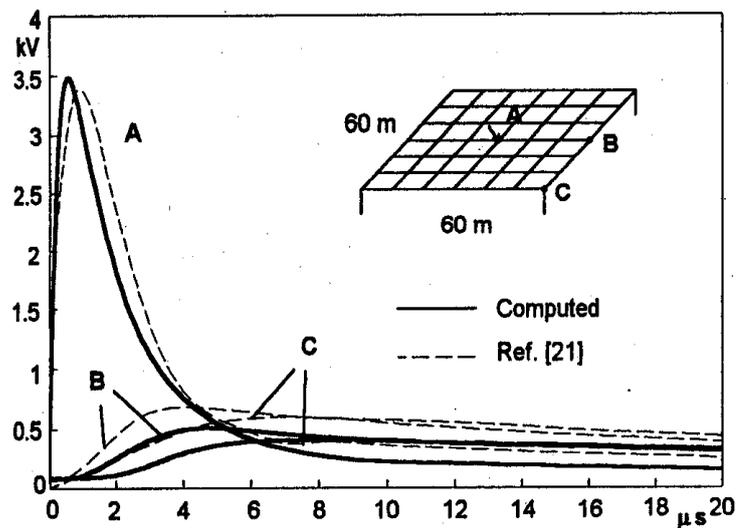


Figure II.15.b. Variation du potentiel aux points A, B et C (L. Grcev [II.14]).

En figures II.15.a et II.15.b nous avons la variation temporelle du potentiel en différents points de la grille (figure II.14), obtenus successivement par le modèle des lignes de transmission que nous avons utilisé [II.8], et par la théorie des antennes [II.14]. Nous remarquons que les résultats de nos calculs sont largement confortés, en allure générale et en amplitude, par ceux publiés par L. Grcev [II.14].

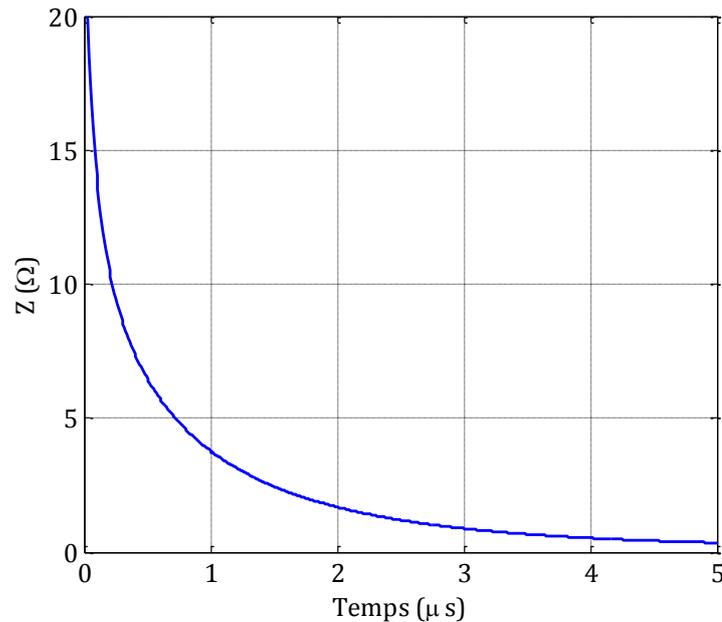


Figure II.16. Variation de l'impédance transitoire d'une grille de mise à la terre.

Nous remarquons que l'impédance transitoire (figure II.16) de la grille garde le même type de variation comme pour le cas de l'électrode horizontale.

II.2.1 Etude paramétrique

Nous proposons maintenant quelques applications où nous regarderons dans ce qui va suivre l'influence de quelques paramètres sur le comportement de la grille de mise à la terre excitée par un générateur de foudre.

II.2.1.1 Effet de la résistivité du sol

Nous considérons la grille de mise à la terre représentée en figure II.17.

Données de l'application :

- Sol : $\rho_g = 100 \Omega.m$, $\varepsilon_r = 36$, $\mu_r = 1$;
- Grille : $l = 20$ m, et $2a = 14$ mm, $h = 50$ cm, $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega.m$;
- Générateur onde de foudre : $I(t) = I_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$;

avec :

$$I_0 = 1.0167 \text{ kA}, \quad \alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}, \quad \beta = 5.073 \mu\text{s}^{-1}.$$

Dans cette application, nous avons tracé la variation de l'impédance transitoire de la grille pour différentes valeurs de la résistivité du sol lors de l'injection de courant de foudre sur la corne de la grille représentée en figure II.17.

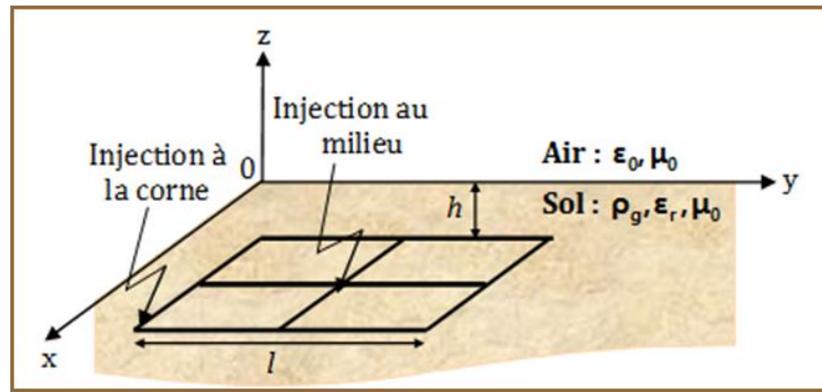


Figure II.17. Grille de mise à la terre excitée par un générateur de foudre.

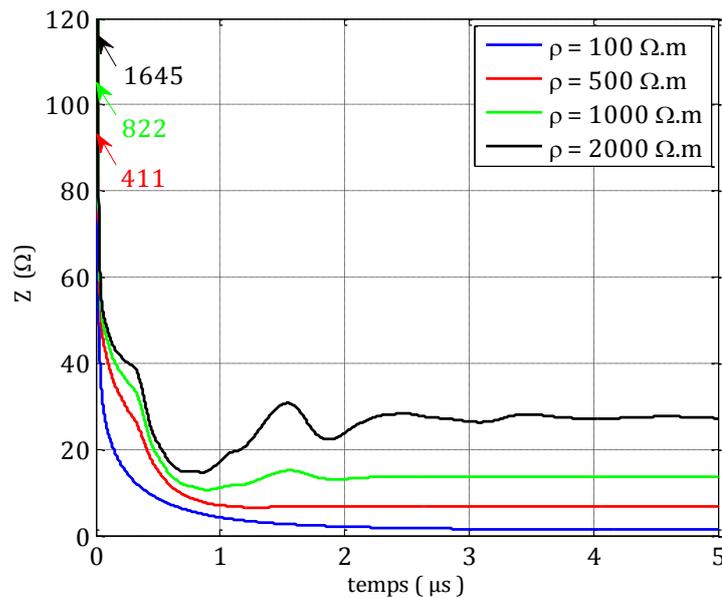


Figure II.18.a. Variation de l'impédance transitoire en fonction de la résistivité du sol.

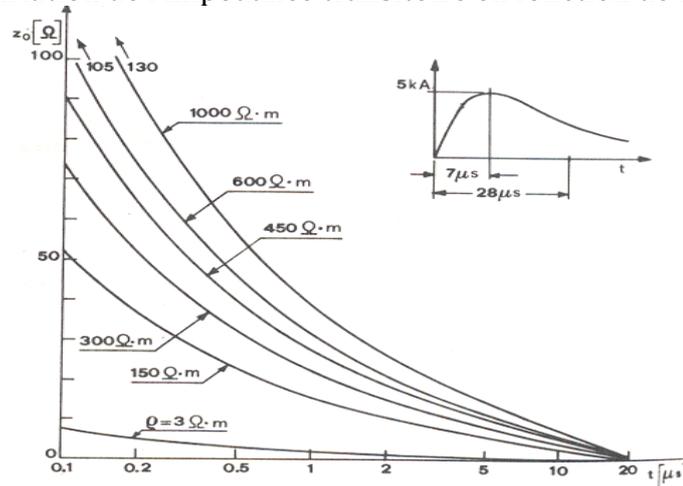


Figure II.18.b. Impédance transitoire en fonction de la résistivité du sol [II.14].

Les résultats obtenus (figure II.18.a) montrent que plus le sol est résistif, plus l'impédance transitoire est importante. L'augmentation de la résistivité du sol gêne l'épanouissement des courants de défauts dans le sol. Les résultats de calcul (figure II.18.b), pour une application similaire, que propose C. Mazzetti et Al. [II.15] confortent notre modèle au vu de l'allure obtenue pour la variation de l'impédance transitoire.

A partir de l'établissement du régime permanent, nous remarquons que pour chaque valeur de la résistivité du sol, l'impédance de l'électrode en fin du régime transitoire tend vers la valeur de sa résistance, ce qui confirme la théorie générale des mises à la terre.

II.2.1.2 Effet du point d'injection

Pour la grille représentée sur la figure II.17, et pour le même générateur de courant et les mêmes caractéristiques du sol que nous avons utilisés précédemment, nous considérons successivement deux points d'injection de l'onde de foudre, sur la corne puis au milieu de la grille.

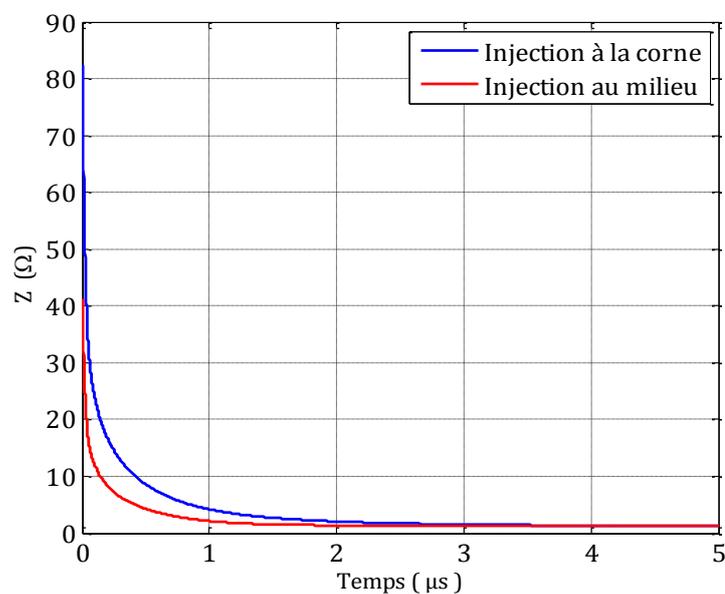


Figure II.19. Variation de l'impédance transitoire pour deux points d'injection différents.

Les résultats de la figure II.19 montrent l'effet du point d'injection sur la variation de l'impédance transitoire de la grille. Ce résultat de calcul est prévisible, car il est logique que l'injection sur la corne offre deux chemins cuivre seulement alors que l'injection au milieu offre quatre qui se traduit par une impédance transitoire plus faible pour l'injection au milieu. À la fin du régime transitoire l'impédance de la grille tend vers sa résistance qui est la même pour les deux points d'injection.

II.2.1.3 Effet de l'onde de courant de foudre

Le front de montée de l'onde de courant est différent d'un coup de foudre à l'autre, il en est de même pour l'allure générale de l'onde de choc. Cela confère un caractère aléatoire à l'allure générale et au contenu spectral dans un intervalle de temps donné ; cette caractéristique influence la réponse transitoire de la prise de terre. Pour cette

application nous proposons de simuler l'impédance transitoire d'une grille de mise à la terre excitée à sa corne par un courant de foudre en faisant varier les paramètres α et β de la bi-exponentielle :

$$I(t) = I_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$$

➤ Onde rapide de courant :

$$I_0 = 1.0167 \text{ kA} ; \alpha = 0.027 \mu\text{s}^{-1} ; \beta = 5.6 \mu\text{s}^{-1}.$$

➤ Onde lente de courant :

$$I_0 = 1.0167 \text{ kA} ; \alpha = 0.007924 \mu\text{s}^{-1} ; \beta = 0.400109 \mu\text{s}^{-1}.$$

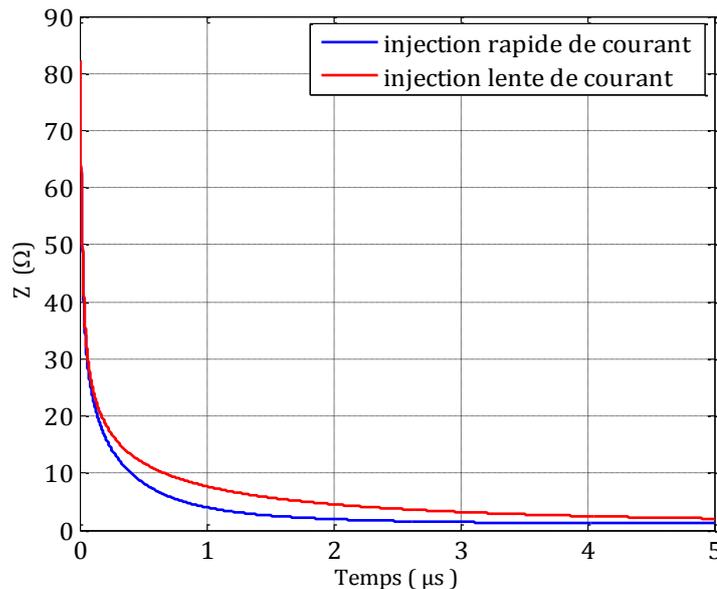


Figure II.20. Variation de l'impédance transitoire pour deux ondes de foudre.

Nous constatons que si les allures pour l'impédance transitoire (figure II.20) est similaire au début et à la fin du transitoire, ce n'est pas le cas dans la partie intermédiaire.

II.2.1.4 Effet de l'amplitude de courant de foudre

Soit la grille représentée en figure II.16, excitée sur sa corne par un générateur de courant de foudre, et enfouie à une profondeur h dans un sol supposé linéaire, homogène et isotrope. Les caractéristiques du sol sont les mêmes que ceux utilisées dans l'application précédente.

Le générateur onde de foudre : $I(t) = I_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$;

avec :

L'amplitude du courant prend successivement les valeurs suivantes :

- $I_0 = 2 \text{ kA}$;
- $I_0 = 50 \text{ kA}$.

et :

$$\alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}, \beta = 5.073 \mu\text{s}^{-1}.$$

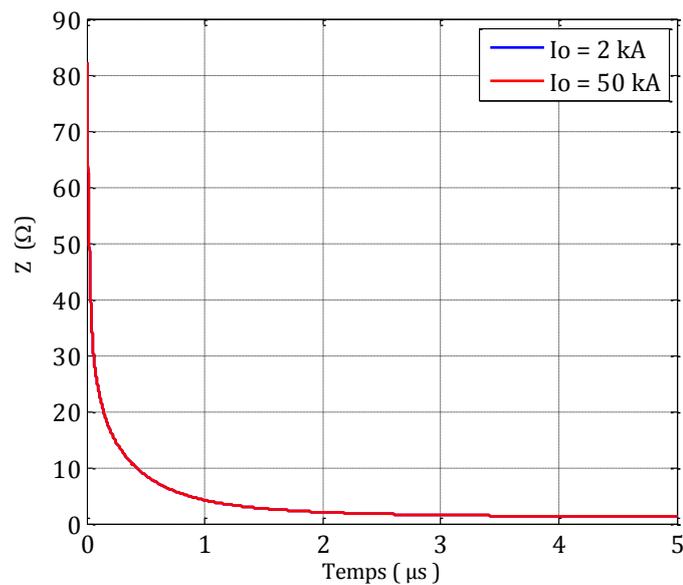


Figure II.21. Variation de l'impédance transitoire pour deux valeurs différentes de l'amplitude de courants de foudre.

Les résultats en figure II.21 montrent que l'impédance transitoire reste la même pour les deux amplitudes du courant ; notons que la deuxième amplitude est 25 fois supérieure à la première.

En réalité, pour les très fortes amplitudes un phénomène d'ionisation du sol apparaît : claquage du sol pour un champ électrique local supérieur au champ distrusif "critique"; ce phénomène se caractérise par une modification des caractéristiques physiques du sol dans le proche voisinage de l'électrode comme le montre la figure II.22; la zone affectée devient très bonne conductrice [II.13].



Figure II.22. Ionisation du sol sous l'effet des fortes amplitudes du courant.

Dans la littérature, généralement le phénomène d'ionisation est considéré en augmentant artificiellement le diamètre de l'électrode. Ce modèle, en figure II.23, est connu sous l'appellation d'électrode à diamètre apparent [II.13].

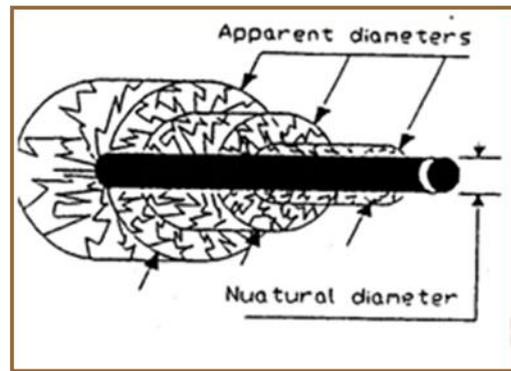


Figure II.23. Modèle de l'électrode à diamètre apparent.

Notons que d'autres auteurs [II.17] considèrent que l'effet des fortes amplitudes affecte la résistivité du sol selon le diagramme suivant :

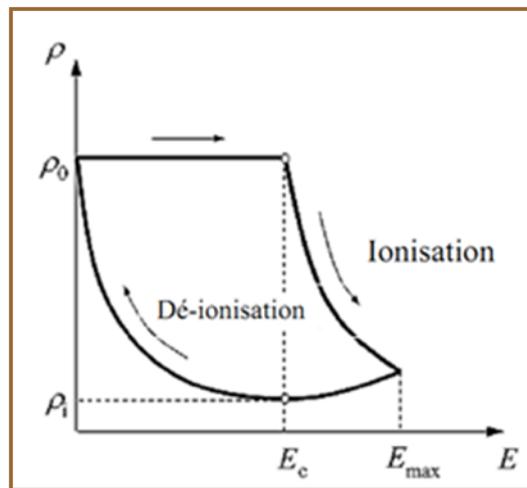


Figure II.24. Variation de la résistivité du sol avec le champ électrique dans le sol.

Ces remarques, nous montrent donc qu'il est aussi nécessaire de tenir compte de l'amplitude du générateur de courant onde de foudre lors de la modélisation.

III- Cas d'un sol stratifié à deux couches horizontales

III.1 Electrode enterrée horizontalement

Nous considérons une électrode de longueur l et de rayon a , enfouie horizontalement à une profondeur h dans un sol à deux couches de résistivités différentes ρ_1 et ρ_2 , et alimentée à l'une de ses extrémités par un courant de foudre (figure II.25).

Données de l'application :

- Sol : $\rho_1 = 100 \Omega.m$, $\rho_2 = 1000 \Omega.m$, $\epsilon_r = 36$, $\mu_r = 1$;
- Electrode : $l = 15 m$, $2a = 14 mm$, $h = 0.5 m$, $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega.m$;

- Générateur onde de foudre : $I(t) = I_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$;

avec :

$$I_0 = 1.0167 \text{ kA}, \quad \alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}, \quad \beta = 5.073 \mu\text{s}^{-1}.$$

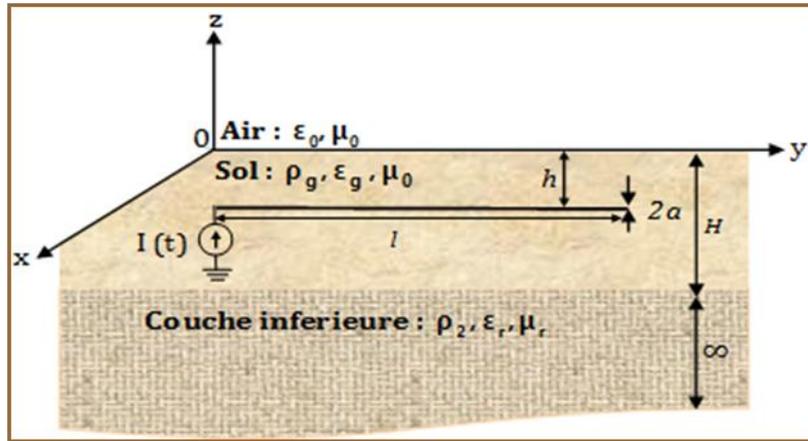


Figure II.25. Electrode enterrée horizontalement dans un sol à deux couches de résistivité différentes.

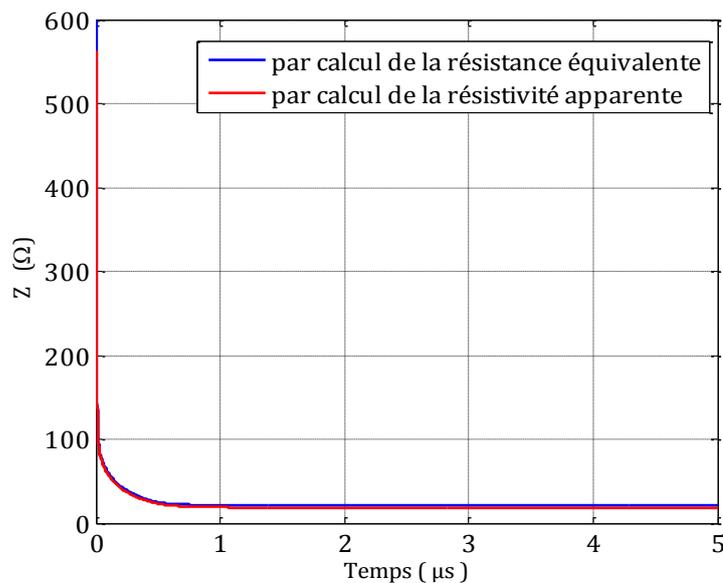


Figure II.26. Variation de l'impédance transitoire d'une électrode enterrée dans un sol à deux couches de résistivités différentes.

Ce premier calcul en figure II.26, montre que les deux méthodes (résistivité apparente et résistance équivalente) conduisent au même résultat.

Nous proposons maintenant de tracer la variation de l'impédance transitoire de l'électrode dans les trois cas suivants :

- $\rho_1 > \rho_2$;
- $\rho_1 = \rho_2$;
- $\rho_1 < \rho_2$.

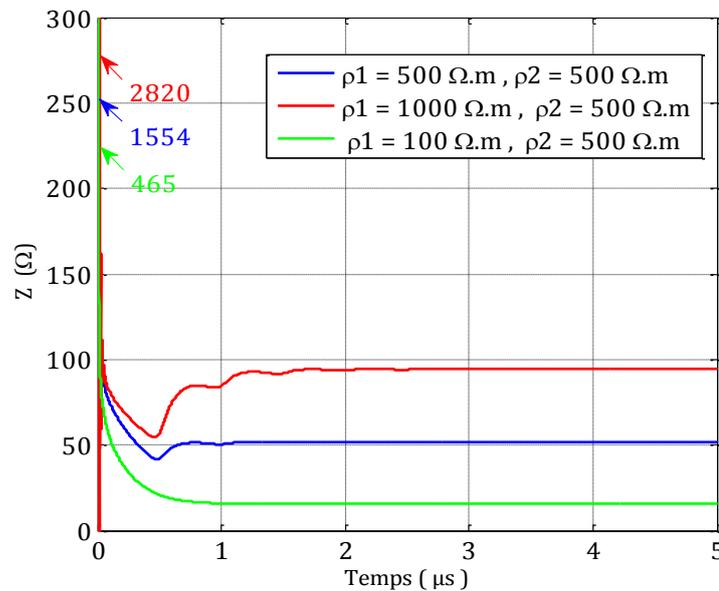


Figure II.27. Variation de l'impédance transitoire d'une électrode dans le cas d'un sol homogène et dans le cas d'un sol stratifié.

Lorsque la couche supérieure du sol est plus résistive (de résistivité ρ_1) que la couche inférieure (résistivité ρ_2), l'impédance transitoire est plus importante ; donc les courants de défaut dissipés par l'électrode de terre pénètrent moins rapidement que dans le cas d'un sol homogène de résistivité ρ_2 . A l'inverse, lorsque $\rho_1 < \rho_2$, l'impédance transitoire est moins importante, donc un épanouissement plus rapide du courant injectée par le générateur de foudre.

III.2 Cas d'une grille de mise à la terre

Soit la grille représentée en figure II.28, excitée sur sa corne par le même générateur de courant, et enfouie à une profondeur h dans un sol à deux couches.

Les caractéristiques du sol et du générateur onde de foudre sont les mêmes que ceux utilisées dans le cas de l'électrode.

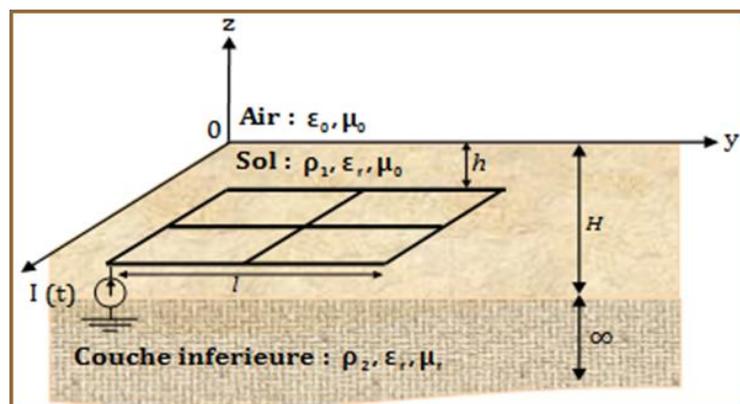


Figure II.28. Grille enterrée dans un sol à deux couches et excitée par un générateur de foudre.

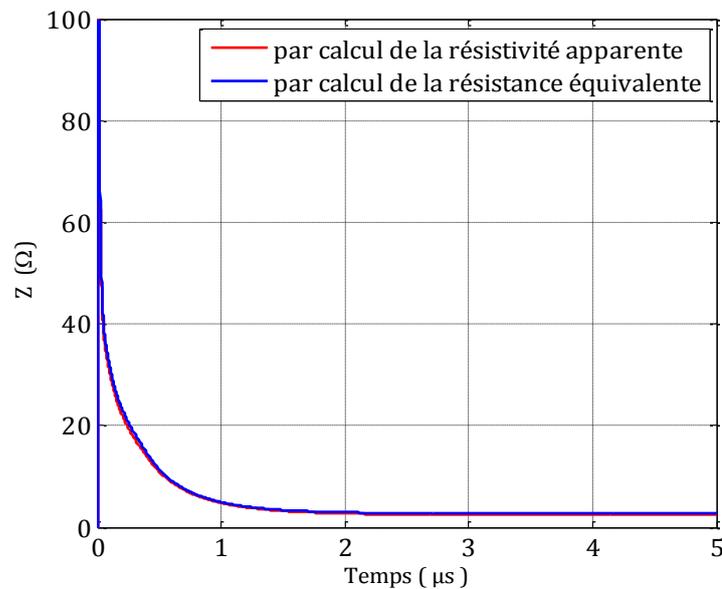


Figure II.29. Variation de l'impédance transitoire d'une grille enterrée dans un sol à deux couches de résistivités différentes.

Même remarque que pour le cas d'une électrode horizontale enterrée dans un sol à deux couches.

III.2.1 Etude paramétrique

Nous proposons maintenant une étude paramétrique qui tient compte du saut de résistivité entre les deux couches ($\rho_1 > \rho_2$ et $\rho_1 < \rho_2$), ainsi que de la profondeur H de la couche supérieure du sol.

Dans le premier cas, la résistivité de la couche inférieure est fixée à $\rho_2 = 4000 \Omega.m$ et la résistivité de la couche supérieure prend successivement les valeurs suivantes :

- $\rho_1 = 100 \Omega.m$;
- $\rho_1 = 500 \Omega.m$;
- $\rho_1 = 2000 \Omega.m$.

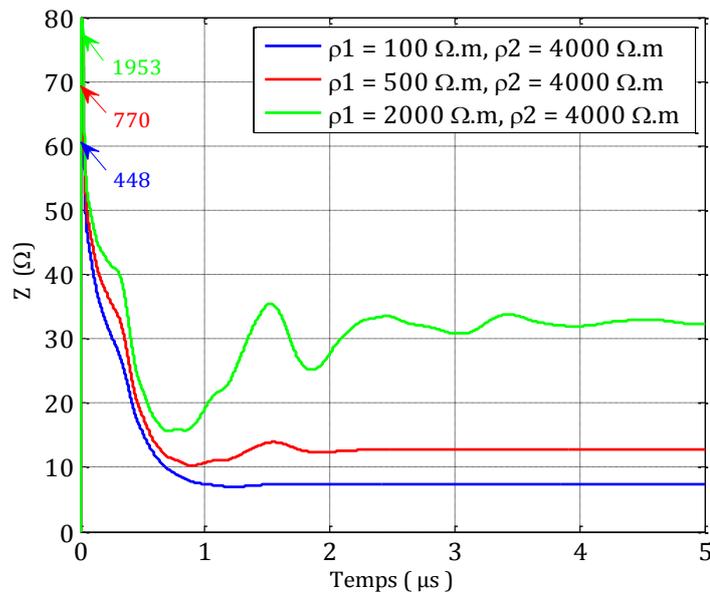


Figure II.30. Variation de l'impédance transitoire de la grille en fonction de la résistivité dans un sol stratifié ($\rho_1 < \rho_2$).

Dans le deuxième cas, la résistivité de la couche inférieure est fixée à $\rho_2 = 50 \Omega.m$ et la résistivité de la couche supérieure prend successivement les valeurs suivantes :

- $\rho_1 = 500 \Omega.m$;
- $\rho_1 = 1000 \Omega.m$;
- $\rho_1 = 2000 \Omega.m$.

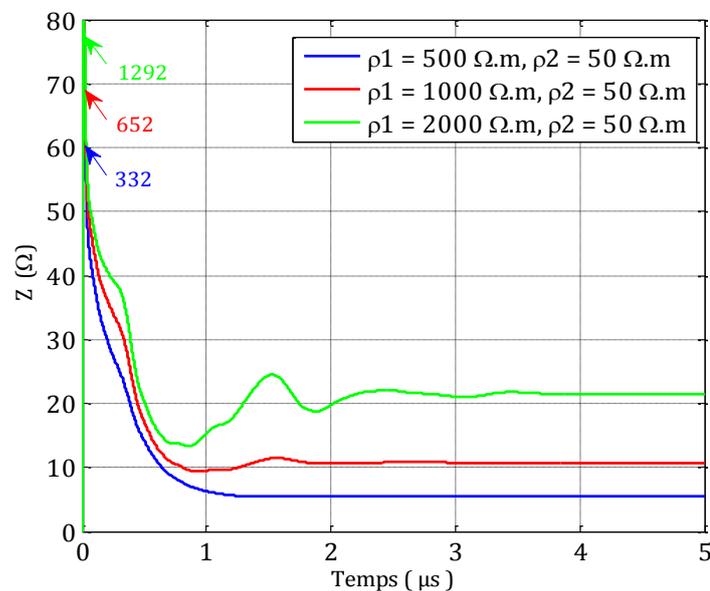


Figure II.31. Variation de l'impédance transitoire en fonction de la résistivité dans un sol stratifié ($\rho_1 > \rho_2$).

Les résultats en figures II.30 et II.31 montrent que l'impédance transitoire de la grille augmente avec la résistivité de la couche du sol où elle est enterrée (l'augmentation de la résistivité de la couche gêne l'épanouissement des courants de défauts dans le sol).

Pour le troisième cas, nous considérons un sol stratifié avec $\rho_1 = 100 \Omega \cdot m$ et $\rho_2 = 1000 \Omega \cdot m$, mais la profondeur de la couche supérieure du sol prend successivement les valeurs suivantes :

- $H = 2 m$;
- $H = 3 m$;
- $H = 5 m$.

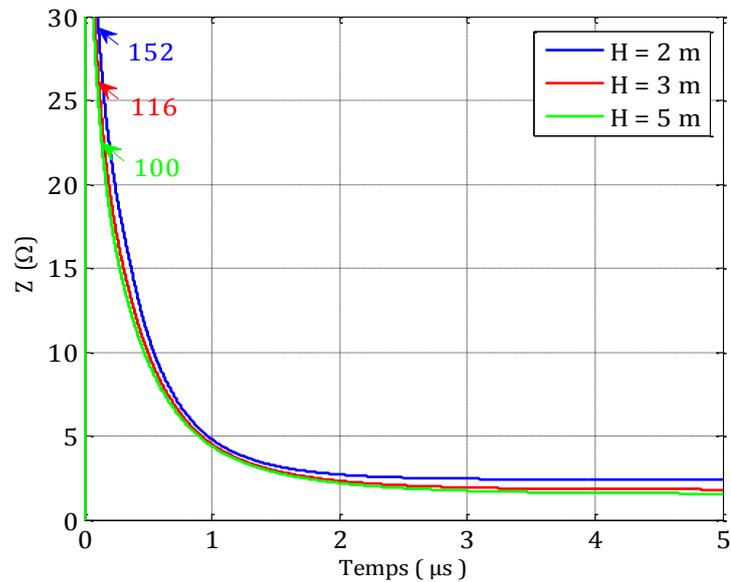


Figure II.32. Variation de l'impédance transitoire en fonction de la couche supérieure du sol.

L'analyse des résultats en figure II.32, montre que pour un sol à deux couches, si la première est de résistivité inférieure à la deuxième, la variation de la hauteur de la couche supérieure influence le résultat de l'impédance transitoire. Plus cette couche est de faible épaisseur, plus l'impédance transitoire augmente.

Conclusion

De l'ensemble de résultats que nous avons obtenus nous remarquons que le comportement transitoire d'une grille de mise à la terre suite à l'injection directe d'un courant de foudre dépend à la fois de plusieurs paramètres (point d'injection, résistivité du sol, onde de courant de foudre). Notons que le rôle d'une mise à la terre et d'écouler rapidement le courant de défaut dans le sol avec une augmentation du potentiel de la terre la plus faible possible pour un fonctionnement répondant aux normes de sécurité en minimisant la tension de pas et la tension de touché dangereuses pour le personnel technique se trouvant à proximité d'un poste aérien HT ou THT.

Ces résultats montrent que la réponse d'une grille de mise à la terre est donc aléatoire. La question qui se pose donc aux ingénieurs est comment choisir la grille de mise à la terre pour avoir une impédance transitoire acceptable, c'est-à-dire celle qui va conduire à l'augmentation du potentiel de la terre le plus favorable.

Dans le chapitre qui va suivre nous allons essayer de répondre à cette question en abordant une étude probabiliste.

Références Bibliographiques du chapitre II

- [II.1] **E. D. Sunde**, « Earth conduction effects in transmission systems ». Dover publ., Inc., New York 1968.
- [II.2] **A. P. Meliopoulos and M. G. Moharam**, « Transient analysis of grounding systems », IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No.2, pp. 389- 399, 1983.
- [II.3] **R. F. Harrington**, « Field Computation by Moment Methods », Macmillan, New York, 1968.
- [II.4] **B. Nekhoul, C. Cuerin, P. Labie, G. Meunier and R. Feuillet**, « A finite element method for calculating the electromagnetic fields generated by substation grounding systems », IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, No. 3, pp. 2150-2153, May, 1995.
- [II.5] **K. Tanabe and A. Asakawa**, « Computer Analysis of Transient Performance of Grounding Grid Element Based on the Finite-Difference Time-Domain Method », Congrès International IEEE-EMC'2003, Istanbul-Turquie, 11-16 Mai 2003.
- [II.6] **A. D. Papalexopoulos et A. P. Meliopoulos**, « Frequency Dependent Characteristics of Grounding Systems », IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-2, N° 4, pp. 1073-1081, 1987.
- [II.7] **F. Menter, L. Grcev**, « EMTP-Based Model for Grounding System Analysis », IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 9, pp. 1838-1847, October 1994.
- [II.8] **B. Nekhoul, B. Harrat, K. Kerroum, K. el Khamlichi Drissi**, « Caractérisation d'une grille de mise à la terre par résolution d'une équation de propagation », Revue International de Génie électrique, 8 N° 3-4/2005, pp.407-423.
- [II.9] **C. R. Paul**, « Analysis of Multiconductor Transmission Lines », Wiley Interscience, 1994.
- [II.10] **Yaquing Liu, Nelson Theethayi, and Rajeev Thottappillil**, « An Engineering Model for Transient Analysis of Grounding Systems under Lightning Strikes: Nonuniform Transmission-Line Approach », IEEE Trans on Power Delivery. Vol. 20. N° 2. April 2005.
- [II.11] **Wenner**, « Les prises de terre en exploitation », Théorie et pratique, Direction des Ressources Humaines 1996.
- [II.12] **G. F. Tagg**, « Earth resistances », George Newnes Limited, London, first published, 1964.

- [II.13]** **S. Cattaneo, A. Geri, and G. M Veca**, « Transeint Behaviour of Grounding Systems Simulation: Remarks on EMTP's and Special Code's Use », 21 st EMTP Users Group Meeting, Kolympari Cret, Greece, 5-7 June 1992, 92-016.
- [II.14]** **L. Grcev, F. Dawalibi**, « An Electromagnetic Model for Transient in Grounding Systems », IEEE Trans. On Power Delivery, Vol.5, N° 2, April 1996.
- [II.15]** **C. Mazzetti and M. Veca**, « Impulse Behaviour of Grounding Electrodes », IEEE Trans on PWRA and S. Vol. pas-102, No 9, Septembre 1983. pp. 3148-3156.
- [II.16]** **Y. Gao, J. He**, « Lightning electromagnetic environments of substation considering soil ionisation around grounding systems ». Proc. Int. Conf. Power System Technology, Vol. 4, pp. 2096 – 2100, 2002.

Chapitre III :

Etude probabiliste d'une mise à la terre

Introduction

Les transitoires de foudre, phénomène naturel, sont aléatoires. Cette particularité les rend difficiles à caractériser.

Aussi, sachant que les courants de la décharge orageuse sont acheminés vers une prise de terre, qui doit assurer un écoulement rapide et une augmentation du potentiel de la terre le moins élevé possible dans un sol dont la principale caractéristique physique qui est la résistivité électrique dépend aussi de plusieurs facteurs.

Donc concrètement l'étude de la réponse transitoire d'une mise à la terre n'autorise qu'une analyse statistique, qui est l'objet de ce troisième chapitre qui est organisé en deux parties.

La première partie de ce chapitre est particulièrement consacrée à quelques notions théoriques générales de statistiques (variables aléatoires, variance,) couramment utilisées pour l'analyse des données. Dans la deuxième partie, nous appliquons ces notions mathématiques pour essayer de cerner le comportement transitoire aléatoire d'une prise de terre en considérant comme variable aléatoire son impédance transitoire.

Partie A :
Quelques notions sur les probabilités

I- Nature aléatoire du courant de foudre

Le coup de foudre est équivalent à un générateur de courant. Le courant est en fait constitué par les charges superficielles du sol qui remontent le canal ionisé du traceur : on observe alors un fait fortement lumineux qui progresse du sol en direction du nuage, avec une vitesse estimée à 10^8 m/s. C'est « l'arc en retour » ou « return stroke ».

Un coup de foudre est en général constitué de plusieurs décharges partielles s'écoulant par le même canal ionisé [III.1]. Lorsque la décharge principale est terminée, après une durée environ de 100ms apparaît une ou plusieurs décharges secondaires (figure III.1).

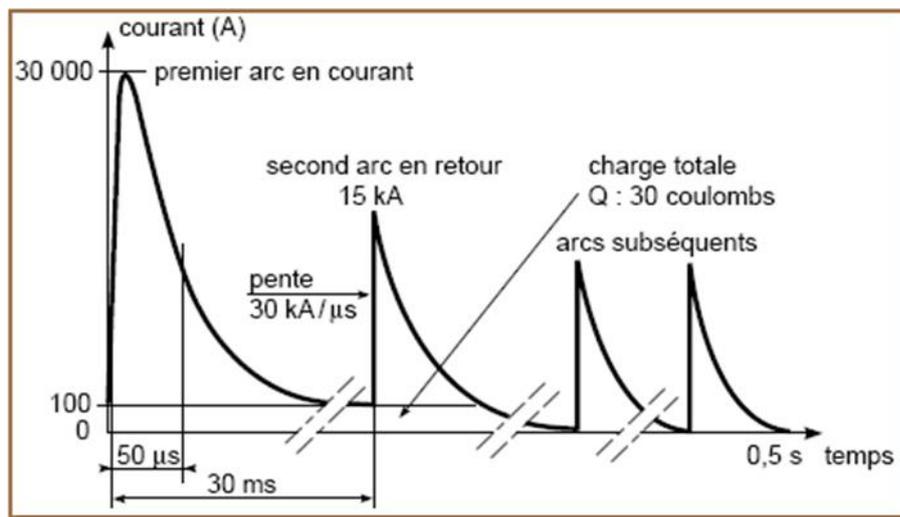


Figure III.1. Forme de courant de foudre.

Onde conventionnelle : l'onde de choc conventionnelle est une onde normalisée que tous les constructeurs d'appareillage électrique HT utilisent pour effectuer les tests de contrôle.

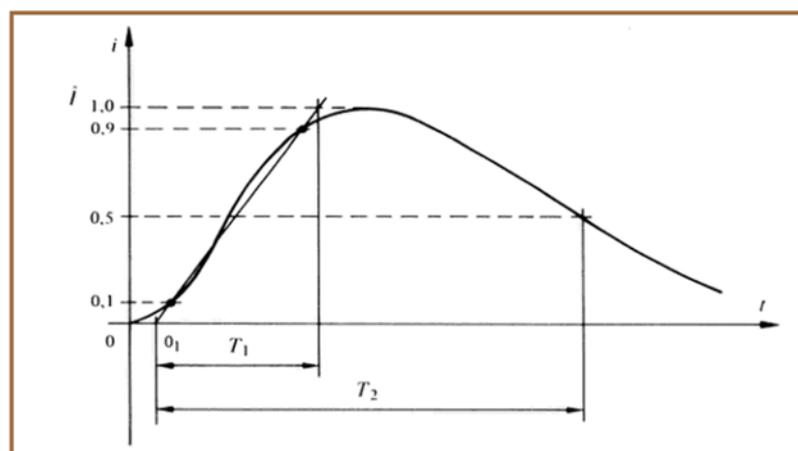


Figure III.2. Onde de courant de foudre conventionnelle.

Il existe différentes expressions analytiques qui peuvent être utilisées afin de simuler l'allure temporelle du courant d'arc en retour. La forme analytique de ce courant, généralement rencontrée au sein de la littérature, se compose d'une soustraction entre deux fonctions exponentielles.

Ainsi, les courants du premier arc en retour et celui de l'arc en retour subséquent ont été modélisés respectivement par les expressions suivantes [III.2] :

$$i(0,t) = I_0 \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \tag{III.1}$$

L'onde de choc de foudre étant un phénomène naturel, reste très aléatoire. Le tableau suivant donne les paramètres du courant des décharges négatives mesurées [III.3] :

nombre d'événements	Paramètre	Unité	Probabilité		
			95%	50%	5%
	Courant de crête				
101	Premier arc en retour	kA	14	30	80
135	arc en retour subséquent	kA	4.6	12	30
	di/dt maximal				
92	Premier arc en retour	kA/μs	5.5	12	32
122	arc en retour subséquent	kA/μs	12	40	140
	Temps de montée (2 KA-crête)				
89	Premier arc en retour	μs	1.8	5.5	18
118	arc en retour subséquent	μs	0.22	1.1	4.5
	durée de l'impulsion (2 KA-mi-amplitude)				
90	Premier arc en retour	μs	30	75	200
115	arc en retour subséquent	μs	6.5	14	140

Tableau III.1. Paramètres du courant des décharges négatives.

II- Notions sur les probabilités

La notion de probabilité est une fonction qui mesure l'importance des événements : elle associe à un événement un nombre positif (entre 0 et 1) qui représente le degré de certitude qu'on peut associer à celui-ci a priori. Il traduit l'état de connaissance dans lequel on se trouve avant de réaliser une expérience.

Notons que si l'univers comprend un nombre fini d'éléments, les événements sont forcément des ensembles finis. Dans ce cas, un événement auquel on associe une probabilité égale à un (01) est un événement dit certain (on est certain qu'il se réalisera) ; symétriquement, un événement auquel on associe une probabilité nulle (00) c'est un événement impossible : on est certain qu'il ne se réalisera pas. Ces deux cas extrêmes sont les limites où le raisonnement probabiliste rejoint la logique classique : la partie intéressante concerne cependant tous les événements auxquels on associe des probabilités intermédiaires. La mesure de probabilité permet de trier l'ensemble des événements par ordre croissant de leur probabilité a priori [III.4].

III- Variable aléatoire (VA)

Soit X une variable aléatoire définie par une application de Ω dans R , pouvant prendre des valeurs dans $D_X = \{x_1, \dots, x_n\}$. Par définition, la probabilité pour que la variable X soit égale à x est la probabilité des éléments de Ω ayant pour image la valeur x dans l'application. Cette probabilité mesure le degré de crédibilité de réalisation de l'évènement.

D'où $P(X = x_i)$ est régi par les trois axiomes de Kolmogorov [III.4] :

- ❖ $P(X = x_i) \geq 0$;
- ❖ $P(X \in D_X) \geq 1$;
- ❖ Si les x_i sont incompatibles entre eux, donc :

$$P[(X = x_i) \text{ ou } (X = x_j)] = P(X = x_i) + P(X = x_j) \quad (\text{III.2})$$

Une variable aléatoire est donc une fonction définie sur un espace probabilisé qui est compatible avec les algèbres d'événements définis dans son espace d'origine et de destination, et qui induit donc une loi de probabilité sur l'espace de destination à partir de la loi de probabilité définie sur l'espace de départ, et sa probabilité régie par les trois axiomes de Kolmogorov [III.4].

III.1 Types de variable aléatoire

III.1.1 Variable aléatoire discrète (VAD)

Une variable aléatoire est dite discrète lorsque les valeurs x_i qu'elle est susceptible de prendre sont en nombre fini, ou encore formés exclusivement de nombres entiers.

Quelques exemples des variables aléatoires discrètes :

- ❖ Nombre de "face" apparaissant après 10 jets d'une pièce ;
- ❖ Nombre de véhicules passant à un carrefour dans une journée ;
- ❖ Nombre de clients entrant dans un magasin.

III.1.2 Variable aléatoire continue (VAC)

Une variable aléatoire est dite continue si elle peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle.

Quelques exemples des variables aléatoires continues :

- ❖ Intervalle de temps entre deux passages de train ou entre défauts sur la ligne ;
- ❖ Longueur et diamètre des câbles ;
- ❖ Durée de vie en secondes d'une pièce mécanique.

III.2 Fonction de distribution

III.2.1 Distribution d'une VAD

On désignera par f , la loi de probabilité définie par :

$$\forall x_i \quad P(X = x_i) = f(x_i) \tag{III.3}$$

$i = 1 \dots n$ telle que : $X \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

La fonction f s'appelle distribution de la VAD et donne l'image de la probabilité qu'un élément apparaisse, et respecte les axiomes de Kolmogorov :

On note par :

- ❖ $f(x_i) \geq 0$;
- ❖ $\sum f(x_i) = 1$;

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{x_i \in [a,b]} f(x_i) \tag{III.4}$$

On peut donc représenter une VAD par un diagramme, par exemple [III.5]

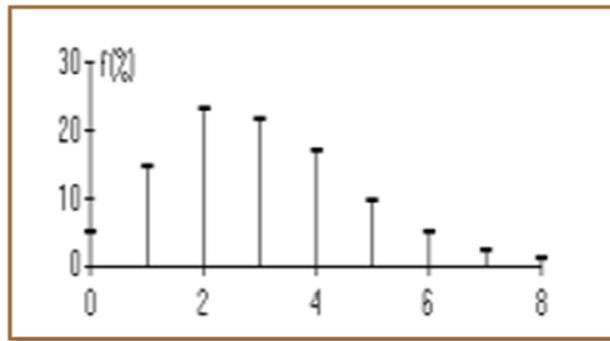


Figure III.3. Exemple de fonction de distribution d'une VAD.

III.2.2 Distribution d'une VAC (densité de probabilité)

Toute fonction f continue et positive sur un intervalle I ($[a; b]$, $[a; +\infty[$ ou R) tel que :

❖
$$P(X \in I) = \int_I f(t) dt = 1 ;$$

❖ Pour tout intervalle $J = [\alpha; \beta]$, inclus dans I , on a :
$$P(X \in J) = \int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt..$$

Comme la fonction f est continue et positive, la probabilité $P(X \in I)$ correspond à l'aire sous la courbe C_f . Elle vaut alors 1 u. a.

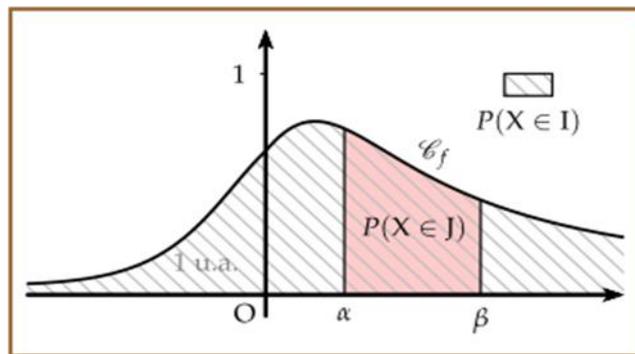


Figure III.4. Exemple de fonction de distribution d'une VAC.

La probabilité $P(X \in J)$, avec $J = [\alpha; \beta]$, correspond à l'aire du domaine délimité par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \alpha$ et $y = \beta$ [III.6].

III.3 Fonction de répartition

Par définition, la fonction de répartition $F(x)$ d'une variable aléatoire réelle X est une fonction de R dans $[0,1]$ définie par :

$$F(x) = P(-\infty, x] = P(X \leq x) \tag{III.5}$$

Elle est croissante car $F(-\infty) = 0$ et $F(+\infty) = 1$.

Cette fonction caractérise la variable aléatoire et permet de calculer la probabilité de tout intervalle de R par :

$$F(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) \quad (\text{III.6})$$

III.3.1 Fonction de répartition d'une VAD

Cette fonction est définie par :

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i) \quad (\text{III.7})$$

On représente graphiquement cette fonction de répartition à l'aide d'une courbe cumulative en escalier [III.5] :

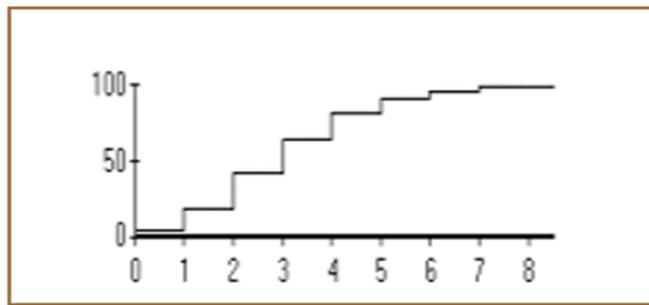


Figure III.5. Exemple de fonction de répartition d'une VAD.

III.3.2 Fonction de répartition d'une VAC

La fonction de répartition d'une variable aléatoire continue X est définie par la fonction $F(x): F(x) = P(X \leq x)$

Dont :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \text{ ou } F(x) = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^x f(t) dt \quad (\text{III.8})$$

Par exemple, on représente graphiquement cette fonction de répartition sous cette forme [III.6] :

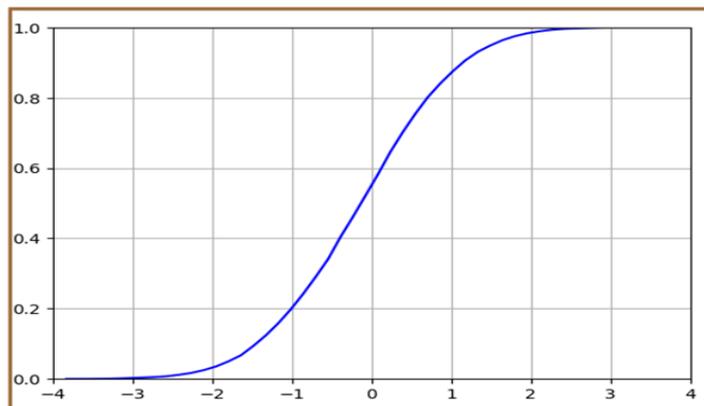


Figure III.6. Exemple de la fonction de répartition d'une VAC.

III.4 Caractéristiques des VA

III.4.1 Espérance mathématique

❖ Pour une variable réelle aléatoire discrète on définit l'espérance mathématique (on dit aussi sa moyenne) par :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i) \quad (\text{III.9})$$

❖ Pour une variable continue, de densité f sur I :

$$E(X) = \int_I x f(x) dx \quad (\text{III.10})$$

III.4.2 Moment d'ordre K

Un moment non-centré d'ordre k est définie de la manière suivante :

$$m_k(X) = E[X^k] \quad (\text{III.11})$$

Le moment centré d'ordre K est donné par :

$$\mu_k(X) = E[(X - E[X])^k] \quad (\text{III.12})$$

❖ Pour une variable réelle aléatoire discrète :

$$m_k(X) = \sum_{i=1}^n x_i^k f(x_i) = \sum_{i=1}^n x_i^k P(X = x_i) \quad (\text{III.13})$$

$$\mu_k(X) = \sum_{i=1}^n [x_i - E(X)]^k f(X = x_i) = \sum_{i=1}^n [x_i - E(X)]^k P(X = x_i) \quad (\text{III.14})$$

❖ Pour une variable réelle aléatoire continue :

$$m_k(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(X) dx \quad (\text{III.15})$$

$$\mu_k(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])^k f(X) dX \quad (\text{III.16})$$

III.4.3 Variance et écart-type

On appelle variance de X , noté $V(X)$, le moment centré d'ordre 2 de X , elle mesure la dispersion autour de la moyenne, donné par :

$$V(X) = E[(X - E[X])^2] \quad (\text{III.17})$$

L'écart-type est la racine carrée de la variance [III.5] :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \quad (\text{III.18})$$

IV- Lois de probabilités

Dans cette section nous décrivons seulement les lois de probabilités « continus ».

IV.1 La lois de variables continues

Les lois continues sont caractérisées à l'aide des fonctions de densité. Théoriquement, une variable aléatoire continue doit pouvoir prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle donné. On distingue :

IV.1.1 Loi uniforme

La principale caractéristique de la loi uniforme continue est que la probabilité d'être dans un intervalle dépend uniquement de la largeur de l'intervalle et non pas de la position de l'intervalle dans le domaine de définition.

Une variable aléatoire X suit une loi uniforme dans l'intervalle $I = [a, b]$, avec $a \neq b$, La fonction de densité est alors :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Par conséquent, pour tout intervalle $J = [\alpha, \beta]$ inclus dans I , on a alors :

$$P(X \in J) = \frac{\beta - \alpha}{b - a} = \frac{\text{longueur de } J}{\text{longueur de } I} \quad (\text{III.20})$$

La probabilité est donc proportionnelle à la longueur de l'intervalle considéré [III.6].

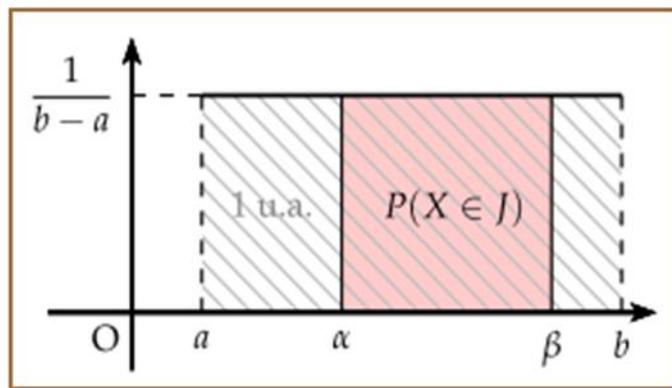


Figure III.7. La fonction de densité d'une VAC suit une loi uniforme.

Dans le cas de la loi uniforme, il est aisé de calculer la fonction de répartition :

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a} \quad (\text{III.21})$$

D'où :

$$E[X] = \frac{a+b}{2} \quad (\text{III.22})$$

$$V(X) = \frac{(a-b)^2}{12} \quad (\text{III.23})$$

IV.1.2 Loi exponentielle

Si la loi de Poisson (une loi de variables discrètes) peut être considérée comme le nombre de survenue d'un évènement dans un intervalle de temps, la loi exponentielle est l'intervalle de temps séparant deux évènements poissonniens. Cela peut être par exemple la durée de vie d'une pièce, l'intervalle de temps séparant deux pannes consécutives, etc.

Une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre réel $\lambda > 0$ lorsque sa densité est la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (\text{III.24})$$

La fonction de répartition est facilement obtenue par [III.6] :

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (\text{III.25})$$

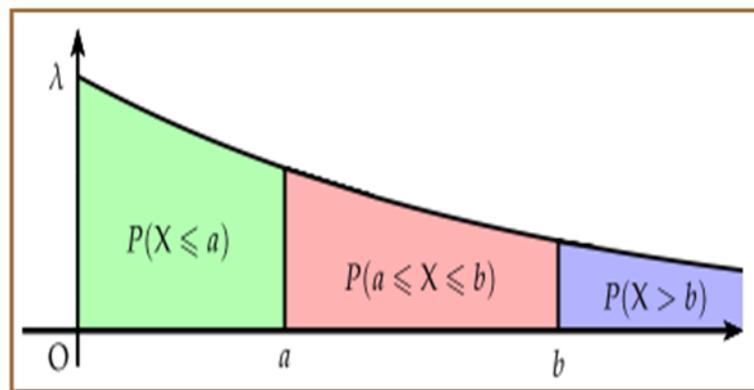


Figure III.8. La fonction de densité d'une VAC suit une loi exponentielle.

D'où :

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{III.26})$$

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (\text{III.27})$$

IV.1.3 Loi normale (Gaussienne)

Une variable aléatoire suit la loi normale (Loi gaussienne, Loi de Laplace-Gauss), lorsqu'elle est formée à partir d'un grand nombre de facteurs s'additionnant les uns aux autres, aucune ne jouant un rôle prédominant, et agissant de manière indépendante.

Considérée pendant longtemps comme la loi universelle, ses caractéristiques se retrouvant dans de nombreux domaines. Néanmoins, la loi normale garde une place particulière de par sa simplicité. Elle est à la base de nombreux résultats dans la statistique paramétrique, en théorie de l'estimation et théorie des tests [III.5].

La variable aléatoire X suit une loi Gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2 , notée $N(\mu, \sigma^2)$, si sa densité est :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{III.28})$$

D'où :

$$E(X) = \mu \text{ et } V(X) = \sigma^2 \quad (\text{III.29})$$

Si $\mu = 0$ on dit que la loi est centrée. Si aussi $\sigma = 1$ on dit qu'elle est réduite, sa densité est donnée par la courbe ci-dessous et appelée courbe en cloche ou courbe de Gauss.

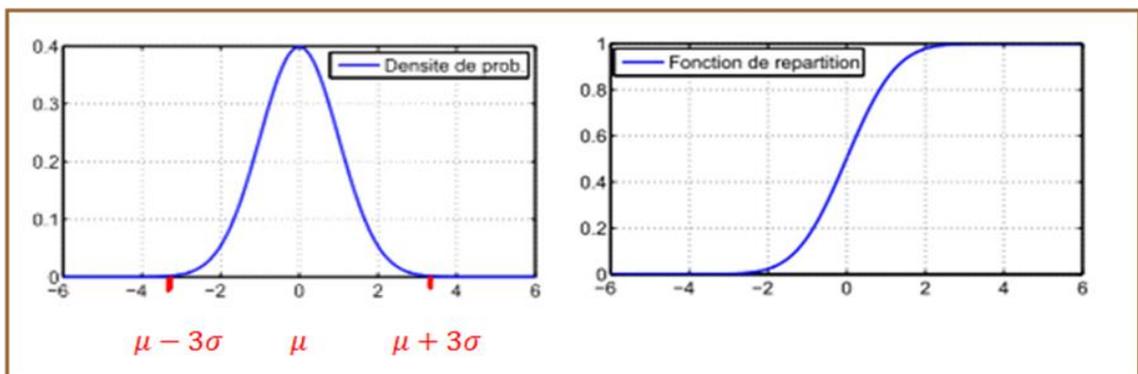


Figure III.9. La fonction de densité et de répartition d'une VAC suit une loi normale centrée réduite.

IV.2 Théorème de la limite central

La popularité de la loi normale repose, entre autres, sur une propriété remarquable que l'on appelle le théorème de la limite central.

Ce théorème établit la convergence en loi vers la loi normale d'une somme de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuée sous des hypothèses très peu contraignantes.

Il dit que, si (X_n) forme une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuée, de moyenne μ et d'écart-type σ (ces deux moments sont donc supposés exister), alors :

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \right) \rightarrow N(0,1) \quad \text{(III.30)}$$

Ce théorème établit la convergence en loi vers la loi normale standard d'une somme d'un très grand nombre de variables aléatoires de loi quelconque indépendantes et identiquement distribuée sous des hypothèses très peu contraignantes [III.7].

V- Méthode de Monte Carlo (M-C)

V.1.Présentation

Historiquement, la méthode de Monté Carlo a vu son essor à partir de la fin de la seconde guerre mondiale, essentiellement dans le cadre du projet américain "Manhattan" concernant le développement de l'arme nucléaire. Cette époque correspond également à la construction des premiers "ordinateurs". Ce projet ayant été classé "secret défense", il est difficile de savoir exactement qui parmi ses pionniers : Von Neumann, Ulam, Metropolis a proposé le nom de "Monté Carlo". Quoi qu'il en soit, ce terme fait référence aux jeux de hasard : la capitale de la principauté de Monaco, ayant dès cette époque une solide réputation dans la société mondaine internationale [III.9].

En mathématiques, on appelle méthode de Monté Carlo les techniques permettant d'évaluer une quantité déterministe à l'aide de l'utilisation de tirages aléatoires, en d'autre terme ces techniques sont utilisées pour simuler des systèmes déterministes avec des paramètres ou des entrées stochastiques. C'est de cette idée de recours au hasard que vient la dénomination « Monté Carlo » [III.10].

Les méthodes MC sont aujourd'hui utilisées pour simuler des phénomènes physiques complexes dans plusieurs domaines scientifiques et appliqués : radioactivité, physique des hautes énergies, physique médicale (rayon X ou γ), réseaux, économétrie, logistique. Les types de calcul les plus habituellement réalisés à l'aide des techniques de Monté Carlo, calculs des sommes et des intégrales, mais également la résolution d'équations de divers types, les problèmes d'optimisation, de comptage, etc. [III.11].

De nombreux problèmes d'ingénieurs se traduisent par l'évaluation d'une intégrale d'une fonction plus ou moins compliquée. Les méthodes analytiques et numériques permettent d'en calculer de nombreuses de manière efficace. Ces méthodes sont cependant inutilisables dans certaines situations, en particulier lorsque il s'agit d'une intégrale multiple d'une fonction dépendant d'un grand nombre de variables et qui ne se factorise pas sous la forme de produits simples.

Partie B :
Applications

I- Introduction

Pour planifier le comportement d'une prise de terre, il faut normalement considérer un très grand nombre de situations, paramètres du courant de foudre et résistivité du sol dans notre travail. Pour cela, nous utilisons les méthodes de Monté Carlo avec plusieurs milliers de tirages de situations et sur chacune d'elles (déterministe) on va s'intéresser au calcul de l'impédance transitoire pour vérifier son adéquation pour un fonctionnement optimal (c'est-à-dire une impédance transitoire minimale).

II- Applications

Nous considérons une grille de mise à la terre constituée de plusieurs conducteurs de longueur l et de rayon a , enfouie horizontalement à une profondeur h dans un sol homogène défini par ses caractéristiques physiques $(\rho_g, \varepsilon_g, \mu_0)$, et alimentée à sa corne par un courant type "onde de foudre" (figure III.10).

Données de l'application :

- Sol : $\rho_g = 100 \Omega.m$, $\varepsilon_r = 36$, $\mu_r = 1$;
- Electrode : $l = 20$ m, et $2a = 14$ mm, $h = 50$ cm ; $\rho_e = 0.25 \cdot 10^{-6} \Omega.m$;
- Générateur onde de foudre : $I(t) = I_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$;

Dans notre travail, nous considérons uniquement le cas où l'impédance transitoire dépend de quatre paramètres : $Z = f(\rho, I_0, \alpha, \beta)$.

Les quatre paramètres sont définis comme des variables aléatoires indépendantes selon une loi de distribution uniforme ; ils prennent leurs valeurs respectivement sur les intervalles suivants :

- $\rho = [100 \Omega.m, 1000 \Omega.m]$;
- $I_0 = [2 \text{ kA}, 80 \text{ kA}]$;
- $\alpha = [0.007924 \mu\text{s}^{-1}, 0.027 \mu\text{s}^{-1}]$;
- $\beta = [0.400109 \mu\text{s}^{-1}, 5.6 \mu\text{s}^{-1}]$.

Ce choix va nous permettre de prévoir l'effet de l'amplitude, du temps de montée, du temps à mi-hauteur et de la résistivité du sol.

- nous déduisons la PDF et la CDF ;

PDF : la fonction de de distribution ;

CDF : la fonction de répartition ;

- si je veux connaître ma probabilité, j'intègre la PDF sur un intervalle (une classe).

Nous représentons sur les figures III.11 et III.12 suivantes l'histogramme de la PDF et son enveloppe (figure III.11) ainsi que la CDF (figure III.12).

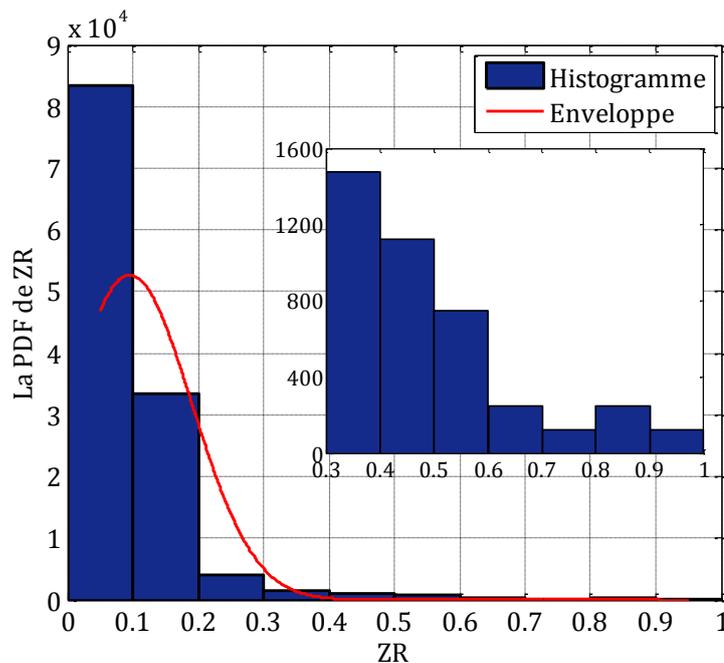


Figure III.11. L'histogramme et la PDF de Z_R .

Le phénomène de foudre étant un phénomène naturel et il est connu que ces derniers obéissent à la loi statistique dite normale. En plus l'analyse de l'histogramme en figure III.11, montre l'adéquation de son enveloppe avec celle de la loi normale (figure III.9). En utilisant l'utilitaire Matlab, nous pouvons déduire les paramètres statistiques qui caractérisent la PDF de notre variable aléatoire Z_R .

Les paramètres statistiques qui caractérisent la loi normale en figure III.11 sont :

- La moyenne (espérance) $\mu = 0.0829$;
- L'écart type $\sigma = \sqrt{\text{var}} = 0.0727$;

Notons que l'écart type permet de quantifier globalement la variation absolue autour de la moyenne.

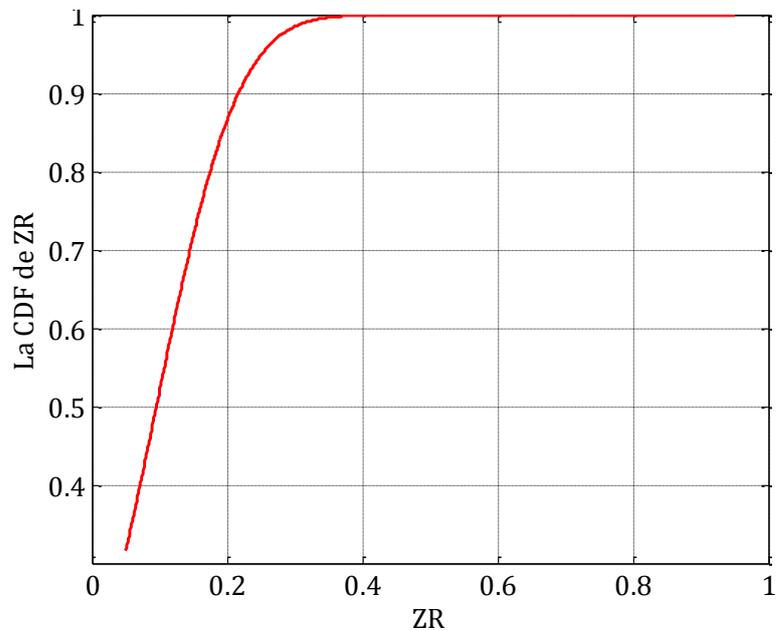


Figure III.12. La CDF de Z_R .

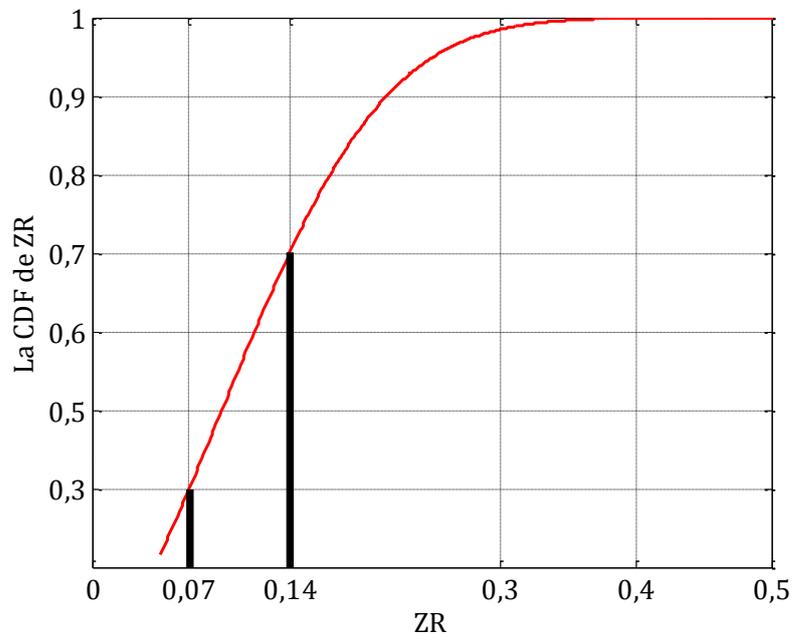


Figure III.13. La CDF de Z_R pour calculer $P(0.07 \leq x \leq 0.14)$.

A titre d'exemple pour calculer la probabilité de $P(0.07 \leq x \leq 0.14)$ nous utilisons la CDF de Z_R .

$$\text{Donc : } P(0.07 \leq x \leq 0.14) = F(0.14) - F(0.07) = 0.7 - 0.3 = 0.4.$$

Remarque: Pour cette application, en considérant notre analyse sur toute la durée du transitoire, nous constatons que l'écart type est assez proche de la moyenne ; plus l'écart-type est important, plus la dispersion des valeurs est importante, ce qui signifie que la moyenne est peu représentative. Ce résultat est prévisible car l'impédance transitoire est importante durant les premiers instants, puis chute très rapidement pour devenir constante.

Pour une meilleure interprétation des résultats, nous consacrons notre analyse uniquement au début du transitoire (après le temps de front de montée).

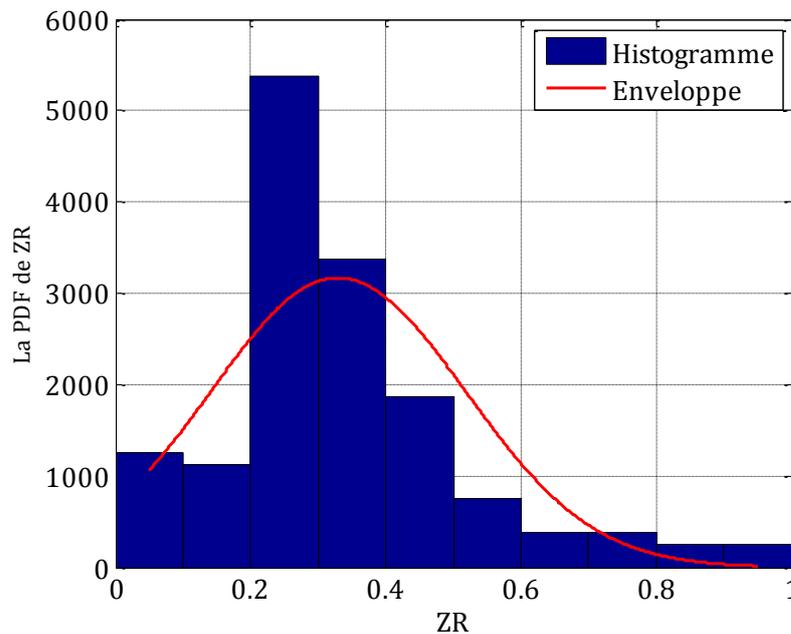


Figure III.14. La PDF de Z_R (au début du transitoire).

Les paramètres statistiques qui caractérisent la loi normale en figure III.14 sont :

- La moyenne (espérance) $\mu = 0.329572$;
- L'écart type $\sigma = \sqrt{\text{var}} = 0.188816$;

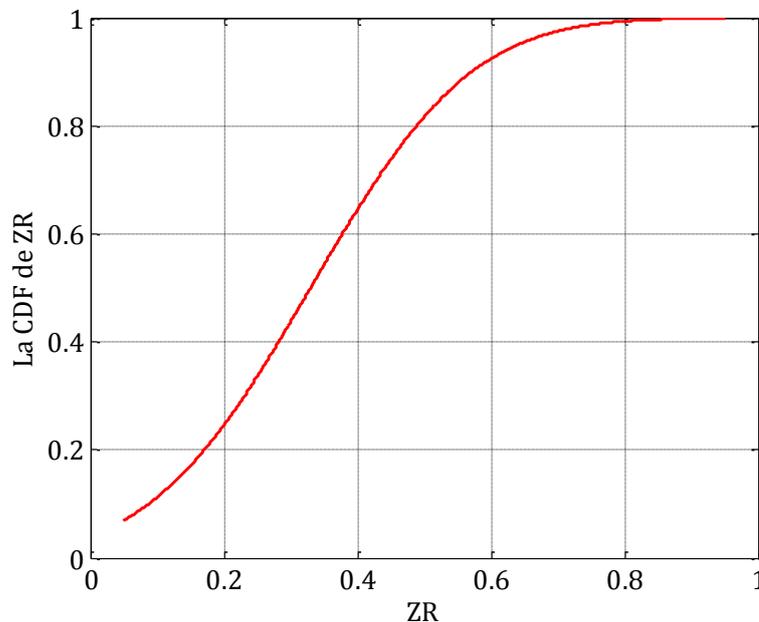


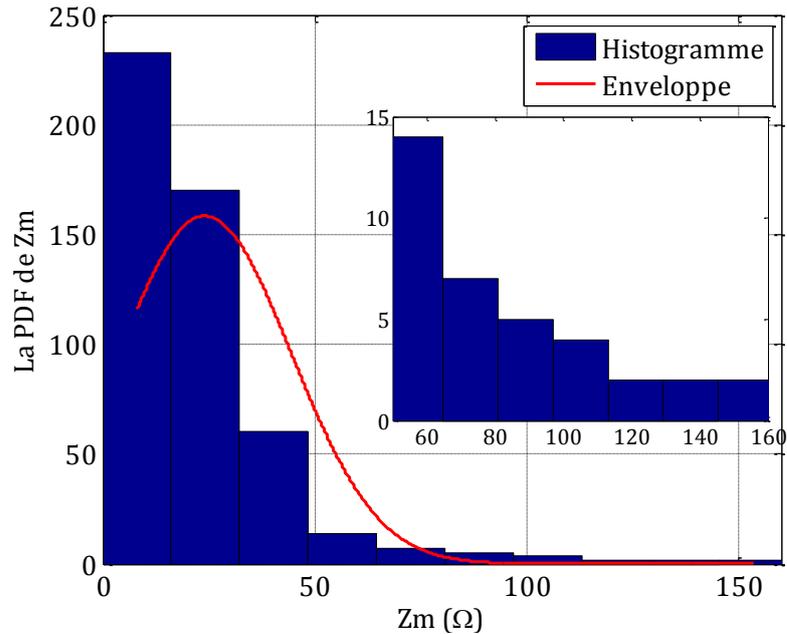
Figure III.15. La CDF de Z_R .

Les résultats obtenus ainsi, permettent une meilleure interprétation ; nous obtenons pour l'intervalle de confiance de Z_R autour de la moyenne : [0,140756 ; 0,518388].

Rappelant que l'intervalle de confiance permet d'évaluer la précision de l'estimation d'un paramètre statistique sur un échantillon

II.2 Analyse des résultats à partir de la moyenne

Dans la deuxième application nous calculons la moyenne des combinaisons pour chaque instant puis à l'aide de la méthode de Monte Carlo nous trouvons la PDF et la CDF de Z_m (Z_m est la moyenne des impédances à un instant donné pour l'ensemble des tirages).



III.16. L'histogramme et la PDF de Z_m .

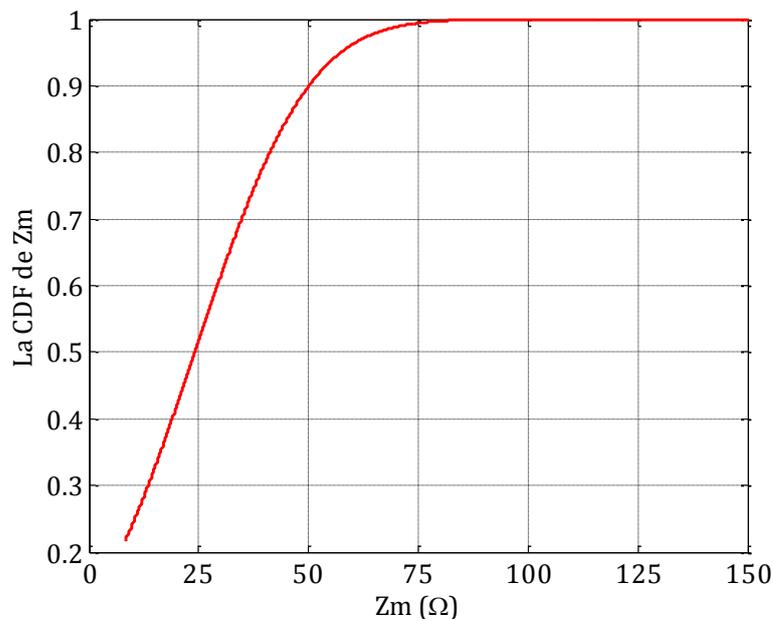


Figure III.17. La CDF de Z_m .

Les paramètres statistiques qui caractérisent la loi normale :

- La moyenne (espérance) : $\mu = 24.122564$;
- L'écart type : $\sigma = \sqrt{\text{var}} = 20.302656$.

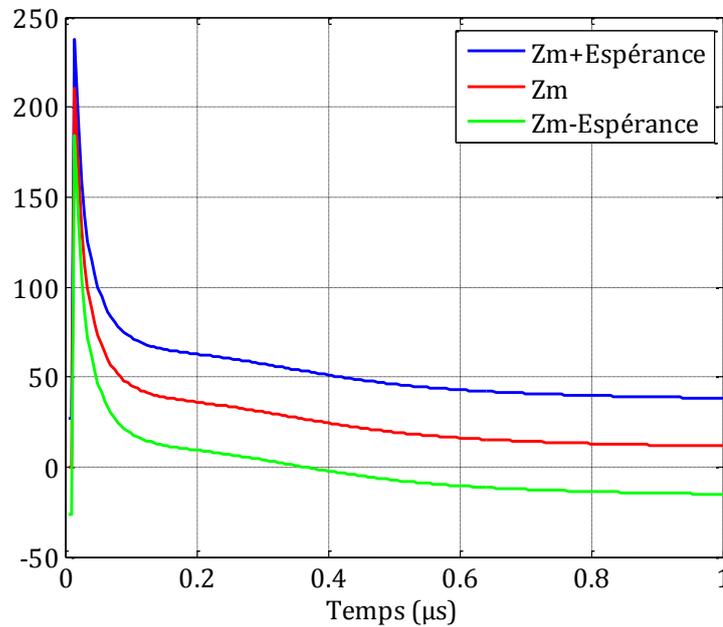


Figure III.18. Variation de Z_m dans l'intervalle de confiance.

Le résultat en figure III.18, montre que l'analyse à partir de la moyenne permet une meilleure lecture si nous voulons une interprétation sur toute la durée du transitoire. La moyenne de l'impédance ne conduit pas à une dispersion importante.

Conclusion

Dans ce troisième chapitre, nous avons essayé de porter une analyse statistique sur un problème physique mais à paramètres aléatoires.

En statistique, Il y a deux sources principales de variations sur les données qui peuvent être la cause d'un manque de précision dans l'estimation d'une grandeur.

- Un nombre insuffisant de données : par exemple, pour les mesures physiques, on n'effectue qu'un nombre fini de mesures alors qu'il faudrait souvent en théorie pouvoir en faire une infinité pour obtenir un résultat parfait.
- Il peut également y avoir du bruit dans la mesure des données ce qui est pratiquement toujours le cas pour la mesure des grandeurs physiques.

Dans notre application, le nombre de mesures est assez suffisant, par contre nous avons noté une forte disparité dans la mesure si nous considérons un intervalle de temps important. Pour dépasser cette difficulté, nous avons réduit l'intervalle de temps pour pouvoir accéder à quelques informations sur la variation de l'impédance de prise de terre.

Références Bibliographiques du chapitre III

- [III.1] **A. Schmitt et T. Deflandre**, « les Surtensions et les Transitoires Rapides de Tension en Milieu Industriel et Tertiaire », Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, Editions Eyrolles, 1997.
- [III.2] **A. Zeddani, P. Degauque**, « Current and Voltage Induced on Telecommunications Cables by a Lightning Return Stroke », *Lightning Electromagnetic*, Edited by R. L. Gardner, Hemisphere Publishing Corporation, pp. 377-400. 1990.
- [III.3] **I. Gallimberti, A. Bondiou**, « Modélisation des décharges précurseurs des éclaires », Rapport interne ONERA, 1992.
- [III.4] **L. Wehenkel**, « appendices communs aux cours : Théorie de l'information et du codage apprentissage inductif appliqué introduction aux processus stochastiques », Université de Liège faculté des sciences appliquées, Octobre 1999.
- [III.5] **R. Rakotomalala**, « Probabilité et statistique notes de cours », Cours, Université Lumière Lyon 2.
- [III.6] **P. Milan**, « Lois de probabilité à densité Loi normale », Cours, Juin 2013.
- [III.7] **L. Wehenkel**, « éléments de calcul de probabilités », Cours, Université de Liège Faculté des Sciences Appliquées, Décembre 2013.
- [III.8] **M. Roger**, « méthode de Monte-Carlo », Service de Physique de l'Etat Condensé CEA Saclay, October 2008.
- [III.9] **R. Peyre**, « La méthode de Monte-Carlo », Cours, Ecole des Mines de Nancy, SG241 2011-12.
- [III.10] **G. Rubino et B. Tuffin**, « Simulation et méthode de Monte-Carlo », *Technique de l'ingénieur*, Vol. Doc. AF 600.
- [III.11] **J. Collot**, « Cours : Techniques de calcul de type Monte-Carlo », Physique expérimentale des hautes énergies, Université de Grenoble, 2011.

Références Bibliographiques du chapitre III

- [III.1] **A. Schmitt et T. Deflandre**, « les Surtensions et les Transitoires Rapides de Tension en Milieu Industriel et Tertiaire », Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, Editions Eyrolles, 1997.
- [III.2] **A. Zeddani, P. Degauque**, « Current and Voltage Induced on Telecommunications Cables by a Lightning Return Stroke », Lightning Electromagnetic, Edited by R. L. Gardner, Hemisphere Publishing Corporation, pp. 377-400. 1990.
- [III.3] **I. Gallimberti, A. Bondiou**, « Modélisation des décharges précurseurs des éclaires », Rapport interne ONERA, 1992.
- [III.4] **L. Wehenkel**, « appendices communs aux cours : Théorie de l'information et du codage apprentissage inductif appliqué introduction aux processus stochastiques », Université de Liège faculté des sciences appliquées, Octobre 1999.
- [III.5] **R. Rakotomalala**, « Probabilité et statistique notes de cours », Cours, Université Lumière Lyon 2.
- [III.6] **P. Milan**, « Lois de probabilité à densité Loi normale », Cours, Juin 2013.
- [III.7] **L. Wehenkel**, « éléments de calcul de probabilités », Cours, Université de Liège Faculté des Sciences Appliquées, Décembre 2013.
- [III.8] **M. Roger**, « méthode de Monte-Carlo », Service de Physique de l'Etat Condensé CEA Saclay, October 2008.
- [III.9] **R. Peyre**, « La méthode de Monte-Carlo », Cours, Ecole des Mines de Nancy, SG241 2011-12.
- [III.10] **G. Rubino et B. Tuffin**, « Simulation et méthode de Monte-Carlo », Technique de l'ingénieur, Vol. Doc. AF 600.
- [III.11] **J. Collot**, « Cours : Techniques de calcul de type Monte-Carlo », Physique expérimentale des hautes énergies, Université de Grenoble, 2011.

Conclusion générale

Conclusion générale

En permanence 2 000 à 5 000 orages se forment autour du globe. Ces orages s'accompagnent de coups de foudre constituant un risque important pour les personnes et les biens. Le réseau électrique de par son étendue constitue une cible privilégiée du coup de foudre.

A la suite d'un impact sur des lignes aériennes d'alimentation électrique ou de télécommunications, une onde de choc (une surtension) est véhiculée le long de ces lignes. Celle-ci peut entraîner des dysfonctionnements voir même des destructions dans les équipements du réseau et les appareils raccordés à l'installation électrique.

Pour écouler, les surintensités conduites suite à un coup de foudre direct, il est nécessaire de prévoir un réseau de terre.

La terre est généralement utilisée comme référence de potentiel, pour sa conductivité relativement bonne, mais surtout grâce à sa grande capacité à écouler les charges électriques. Elle sert notamment à évacuer les décharges électrostatiques, les courants de mode commun des câbles de longueur importante, les surtensions dues à la foudre, les courants de défaut d'ouvrages haute tension. La terre est ainsi un élément indispensable dans le domaine d'étude de la compatibilité électromagnétique.

La protection des installations et des équipements électriques contre la foudre doit se traiter de manière globale. Pour obtenir une protection efficace, il est nécessaire tout d'abord de réaliser une installation de mise à la terre dans les règles de l'art. En effet, lorsqu'un point de la terre reçoit le courant de foudre, le potentiel de ce point s'élève très fortement par rapport aux autres points du sol. D'où l'apparition d'un gradient de potentiel dans le sol, pouvant créer des situations dangereuses.

Malheureusement, réalisée une prise de terre efficace n'est pas une tâche facile et devient encore plus complexe suite à la multitude de paramètres qui influencent son comportement :

- Nature des sols, stratifiés et inhomogènes ;
- Résistivité des sols très variables dans le temps ;
- Présence de conduites métalliques ;
- Onde de choc de foudre (amplitude, temps de montée, ...) ;

-

Dans ce mémoire de projet de fin d'études, nous nous sommes intéressés à la modélisation numérique du comportement transitoire d'une prise de terre, particulièrement la grille de mise à la terre qui équipe un poste électrique aérien et qui tient un rôle majeur en régime perturbé.

En utilisant le concept des lignes de transmission et la méthode numérique dite FDTD, nous avons implémenté sous Matlab un formalisme réaliste qui permet de traiter une prise de terre simple ou complexe (2D) enterrée dans un sol homogène ou stratifié horizontalement en deux couches. Les résultats que nous obtenons avec cette modélisation sont plus que satisfaisants car bien confortés par la mesure et même par des résultats de calcul réalisés avec une modélisation de mise en œuvre rigoureuse et plus complexe.

Aussi, nous avons étendu notre analyse à une étude probabiliste pour essayer de cerner le comportement aléatoire d'une prise de terre. Pour cet objectif, nous avons retenu comme variable aléatoire son impédance transitoire de laquelle dépend l'augmentation du potentiel de la terre. En considérant comme aléatoire, le courant de foudre et la résistivité du sol, les quelques résultats obtenus en adoptant les algorithmes de Monté Carlo, nous permettent d'affirmer qu'il est possible de prédire le comportement d'une prise de terre principalement au début du régime transitoire ; pour des durées plus importantes l'écart type devient comparable à la moyenne et conduit à une forte dispersion des résultats.