

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur  
Et de la Recherche Scientifique



Université de Jijel  
Faculté des Sciences de la Technologie  
Département d'Electrotechnique

## MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de **MASTER** en électrotechnique

**Option : Machines électriques**

*Thème*

---

*Application des méthodes d'optimisation  
déterministes et stochastiques pour la conception  
optimale de dispositifs électrotechniques*

---

**Proposé et dirigé par :**

M<sup>me</sup>.Z. Boulassel\_ Belli

**Présenté par :**

- Bouzeghoub DJalal
- Bouchakour Adil

**Promotion 2019**

## **REMERCIEMENT**

*Nos profonds remerciements à notre promoteur M<sup>me</sup> Zoubida Belli d'avoir accepté de nous encadrés. Nous tenons à lui exprimer notre gratitude pour la confiance et le temps qu'il nous accordés et pour l'intérêt qu'il a porté à nos travaux, pour ses conseils et suggestions à travers de fructueuses discussions. Mais par-dessus tout pour nous avoir fait découvrir le domaine de l'électrotechnique d'une autre façon.*

*Nos remerciements s'adressent aussi aux membres de jury pour avoir accepté d'examiner ce travail.*

## ***DEDICACES***

*Je dédie ce travail :*

*A mes très chers parents et ma grande famille.*

*A tous mes amis.*

*A tous mes collègues.*

*A tous mes amis de l'université de Jijel avec lesquels j'ai eu de bons souvenirs.*

*A tous ceux qui sont proches à mon cœur et qui m'encouragent à donner le meilleur en moi.*

***Djalal***

## ***DEDICACES***

*Je dédie ce travail :*

*A mes très chers parents et ma grande famille.*

*A tous mes amis, toute la promotion électrotechnique.*

*A toutes personnes qui m'ont encouragé et aidé tout au long de mes études.*

***Adil***

# *Introduction générale*

## Introduction générale

Dans l'industrie, la recherche de performance, de fiabilité et de rentabilité constitue l'objectif principal du processus de conception et de production des systèmes. Vu le caractère compétitif du secteur industriel, l'ingénieur ou le concepteur doit toujours être innovant tout en améliorant le produit existant et concevant un nouveau plus performant. Il est souvent confronté aux divers problèmes tels que les structures complexes et les phénomènes physiques difficiles à comprendre et à interpréter sous forme d'équations mathématiques.

La majorité des outils de simulation des dispositifs électrotechniques sont créés sur la base de la méthode des éléments finis. Elle est connue pour sa grande puissance et son efficacité à analyser des dispositifs électrotechniques de géométries complexes, de comportement non linéaire et sous l'interaction de plusieurs phénomènes de natures différentes, avec grande précision.

La démarche de conception optimale des dispositifs électrotechniques qui consiste à combiner les méthodes d'optimisation avec une modélisation basée sur le calcul du champ électromagnétique est de plus en plus couramment utilisée pour, d'une part, avoir accès au calcul des performances et fonctionnement du dispositif en régime permanent ou transitoire et, d'autre part, pour la disponibilité des moyens de calcul à puissance très élevée permettant une analyse numérique fiable des phénomènes physiques.

L'optimisation à partir d'un modèle numérique du calcul du champ électromagnétique n'est pas une tâche facile et la validité du processus dépend à la fois des résultats de l'analyse numérique du champ électromagnétique et de l'algorithme d'optimisation utilisé. En outre, le choix d'un algorithme d'optimisation par rapport à la spécificité du problème traité et aux besoins de concepteur représente un vrai dilemme en électrotechnique.

Les problèmes d'optimisation en électrotechnique présentent plusieurs difficultés liées aux besoins de l'utilisateur (recherche d'une solution globale, fiabilité et précision de la solution, diversité des problèmes traités, temps de calculs disponible,...), aux caractéristiques du problème d'optimisation (non linéarité, dérivées difficilement accessibles,...) et aux temps de calculs importants. La résolution de telles difficultés a fait l'objet de nombreux travaux en utilisant diverses méthodes d'optimisation [1].

L'objectif de ce travail, consiste en l'utilisation de l'approche de conception optimale, basée sur l'association des méthodes d'optimisation déterministes ou

stochastiques avec une modélisation numérique du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis. Le mémoire est organisé en trois chapitres :

Le premier chapitre est un état de l'art sur les techniques d'optimisation capables de résoudre les problèmes de conception en électrotechnique. Deux grandes classes de méthodes sont présentées : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les caractéristiques principales de chaque classe, leurs points forts et leurs points faibles sont montrés. Les méthodes les plus connues et les plus utilisées sont détaillées. Les concepts fondamentaux des méthodes stochastiques citées sont introduits et analysés.

La méthodologie de conception des dispositifs électrotechniques fait l'objet du deuxième chapitre.

Dans le troisième chapitre, nous appliquons la démarche proposée pour la conception optimale d'un dispositif électrotechnique en régime magnétostatique linéaire. Le problème de conception optimale posé consiste à optimiser la structure du rotor dans un moteur linéaire pour obtenir une distribution sinusoïdale de l'induction magnétique à la surface du pôle. Pour le calcul du champ électromagnétique, voir alors l'induction magnétique, la méthode des éléments finis est utilisée. Le problème d'optimisation est résolu par deux méthodes différentes, la première est la méthode déterministe de Quasi-Newton, tandis que la deuxième est la méthode stochastique basée sur l'algorithme génétique.

*Chapitre I*  
*Etat de l'art sur les*  
*méthodes*  
*d'optimisation*

## Chapitre I

### Etat de l'art sur les méthodes d'optimisation

#### I.1. Introduction

Ce chapitre présente l'état de l'art des techniques d'optimisation mathématiques. Après l'introduction de la démarche systématique à adopter en optimisation, définition et formulation mathématique, nous aborderons brièvement les méthodes de résolution les plus utilisées en spécifiant les caractéristiques de chacune d'elles.

#### I.2. Définitions

##### I.2.1. Formulation Mathématique d'un Problème d'Optimisation

Un problème d'optimisation de dimension  $n$  peut être écrit de façon générale sous la forme :

$$(P) \begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathbb{R}^n \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, P \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, P \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} & k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (I.1)$$

Où

$F(x)$  est le critère à minimiser appelé aussi fonction objectif

$\mathbf{X}$  est un vecteur à  $n$  variables  $x_k$  qui représentent les paramètres du problème à optimiser  
 $g_i(x)$  et  $h_j(x)$  représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité ;  $x_{k \min}$  et  $x_{k \max}$  désignent les contraintes du domaine

$R_n$  Est l'espace de recherche borné par les contraintes du domaine.

La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble de paramètres  $x^*$  pour lesquels la fonction objectif présente une valeur minimale, en respectant les contraintes d'égalité, d'inégalité et de domaine.

##### I.2.2. Minimum local et minimum global

Un point  $x^*$  de l'espace de recherche  $R^n$  représente un minimum local ou optimum local, s'il existe un voisinage de  $x^*$  noté  $V(x^*)$ , tel que:

$$\forall x \in V(x^*) \quad f(x) \geq f(x^*) \quad (I.2)$$

Cette relation signifie que dans le voisinage de  $x^*$ , défini par un  $\varepsilon$ , il n'existe aucun point pour lequel  $f(x)$  est inférieure à  $f(x^*)$ .

Un point  $x^*$  de l'espace de recherche  $R^n$  est un minimum global ou optimum global si:

$$\forall x \in R^n. \quad f(x) \geq f(x^*) \quad (I.3)$$



Nous pouvons dire aussi que le minimum global est le plus petit minimum local de l'espace de recherche, comme nous montre la figure (I.1).

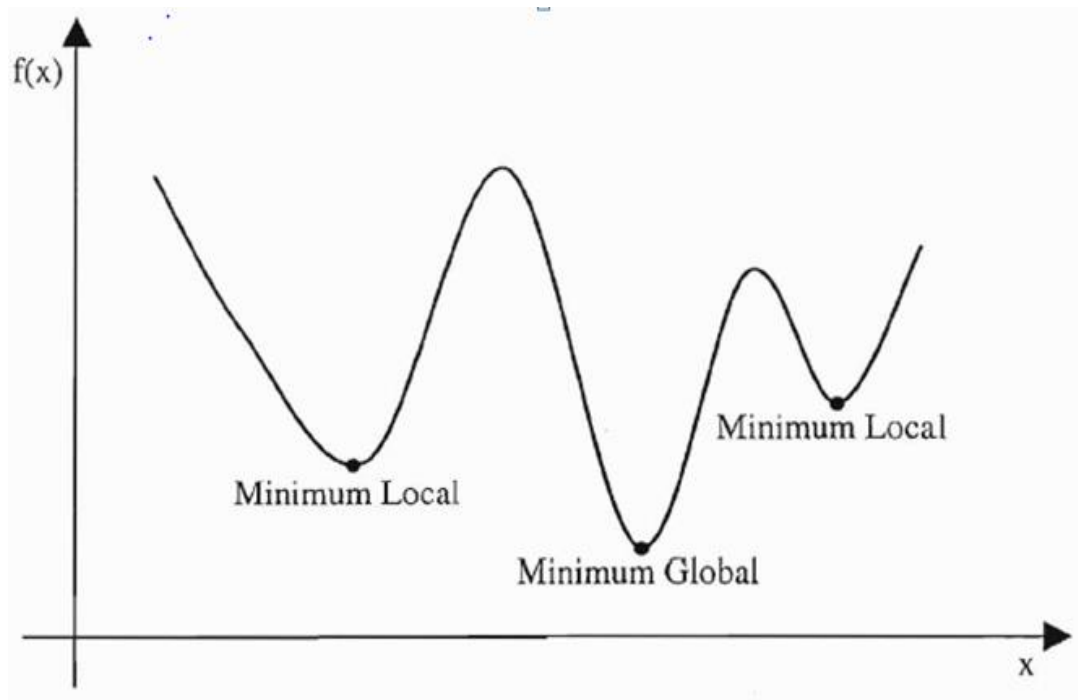


Figure I.1 Représentation du minimum local et global d'une fonction.

Lorsqu'une fonction ne contient qu'un minimum local, elle est dite uni modale. Dans le cas contraire, elle est dénommée multimodale.

### I.2.3. Minimisation et maximisation

Dans l'équation (I.1), nous avons défini le problème d'optimisation comme étant la minimisation d'une fonction, parfois soumise à des contraintes. Cependant, il existe des situations où nous sommes plutôt intéressés à trouver un point de maximisation, c'est-à-dire, à maximiser la fonction objectif.

Dans ce cas, il devient nécessaire de transformer le problème de maximisation en minimisation, car les méthodes d'optimisation qui seront présentées dans les sections après sont souvent implémentées en s'appuyant sur des critères de minimisation de la fonction objectif.

Cette transformation du problème d'optimisation peut être facilement obtenue à l'aide d'une simple fonction de transformation appliquée directement sur la fonction objectif originale [1], comme l'indique l'équation (I.4).

$$\Phi(f(x)) = -f(x) \quad (I.4)$$

### I.3. Problèmes d'optimisation non contraints

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathbb{R}^n \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{I.5})$$

Une condition nécessaire pour que  $X^*$  soit minimum local d'un problème non contraint est donnée par (I.6):

$$\begin{cases} \nabla_f(x^*) = 0 \\ H(x^*) \text{ non négative} \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

$\nabla_f$  Est le gradient de la fonction objectif

$H = \nabla^2_f$  est la matrice de dérivées partielles de  $f$ , qualifiée de Hessien.

Une condition suffisante pour que  $x^*$  soit minimum local d'un problème non contraint est donnée par (I.7):

$$\begin{cases} \nabla_f(x^*) = 0 \\ H(x^*) \text{ positive} \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Les conditions (I.6) et (I.7) sont uniquement valables pour des fonctions différentiables et ne s'appliquent pas à des points situés sur les frontières de l'espace de recherche [2].

Dans la pratique, nous classifions les problèmes d'optimisation non contraints selon la nature mathématique de la fonction objectif. Celle-ci peut être unidimensionnelle ou multidimensionnelle, continue ou discontinue, linéaire ou non linéaire, convexe ou non convexe, différentiable ou non différentiable.

### I.4. Problèmes d'optimisation contraints

Un problème d'optimisation est dit problème contraint s'il contient au moins une fonction contrainte  $g_i(x)$  ou  $h_j(x)$  dans sa description, comme dans le cas du problème de l'équation (I.8).

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathbb{R}^n \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, P \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

Si nous considérons qu'une contrainte d'égalité  $h_j(x) = 0$  peut être décrite par deux contraintes d'inégalité  $h_j(x) \leq 0$  et  $-h_j(x) \geq 0$ , le problème (I.8) devient alors égal à celui donné par l'équation (I.9).

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathbb{R}^n \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m = p + 2q \\ x_{k \min} \leq x_k \leq x_{k \max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

On appelle fonction de Lagrange associée au problème (I.9), la fonction:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (\text{I.10})$$

Où

$\lambda_i \geq 0$  sont appelés multiplicateurs de Lagrange

Une condition nécessaire pour que  $x^*$  soit minimum local d'un problème contraint est donnée par les équations de Kuhn-Tucker [3]:

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla g_i(x^*) = 0 \\ \lambda_i^* g_i(x^*) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

Qui à l'aide de l'équation (I.10) s'écrit:

$$\begin{cases} \nabla_x L(x^*, \lambda^*) = 0 \\ \lambda_i^* g_i(x^*) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

L'existence de fonctions contraintes dans un problème d'optimisation demande une attention particulière lors de sa résolution, car une solution qui minimise la fonction objectif ne sera valable que dans le cas où elle respecte aussi les contraintes existantes.

L'ensemble de régions de l'espace de recherche où les contraintes de conception sont vérifiées est dénommé espace réalisable ou domaine admissible. Inversement, l'espace irréalisable ou domaine interdit désigne l'ensemble de régions de l'espace où les contraintes sont violées.

## I.5 Méthodes d'optimisation

Il existe deux grandes familles de méthodes permettant la résolution de ces problèmes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

### I.5.1 Méthodes déterministes

Les méthodes déterministes sont caractérisées par une évolution toujours identique. En fonction d'un contexte initial, elles sont assez rapides et efficaces mais elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ. Le choix du point initial est donc important car l'optimum trouvé pourra être soit local soit global. Dans cette même famille de méthodes, on distingue celles unidimensionnelles et celles multidimensionnelles.

#### I.5.1.1 Méthodes déterministes unidimensionnelles

Ces méthodes spécifiques pour traiter les problèmes unidimensionnels. La plupart de ces méthodes ne nécessitent pas que la fonction objectif soit différentiable, elles s'appuient sur des réductions de l'espace de recherche à chaque itération. Par contre, elles supposent que la fonction ne possède qu'un seul optimum dans l'espace de recherche. Les méthodes les plus courantes sont la méthode de Dichotomie, la méthode du nombre d'or et la méthode de Brent. On présente ci-dessous le principe de la méthode de Dichotomie.

### - Méthode de Dichotomie

La méthode de Dichotomie classique [4] est une méthode unidimensionnelle de subdivision d'intervalles qui s'appuie sur l'existence d'un triplet  $(x_1, x_2, x_3)$  défini dans l'intervalle de recherche, tel que  $f(x_1) > f(x_2) < f(x_3)$ . Le principe de cette méthode consiste à découper en deux les intervalles  $[x_1, x_2]$  et  $[x_2, x_3]$  de façon à obtenir deux nouveaux points  $(x_4, x_5)$  sur lesquels la fonction sera évaluée.

À partir des valeurs de  $f(x_1)$ ,  $f(x_2)$ ,  $f(x_3)$ ,  $f(x_4)$  et  $f(x_5)$  on choisit parmi  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$  et  $x_5$ , le nouveau triplet qui sera utilisé pour faire le prochain découpage. Ainsi, à chaque itération du processus, nous avons une réduction de l'intervalle de recherche en utilisant deux nouvelles évaluations de la fonction, comme nous montrent les différentes images de la Figure I.2. Le processus s'arrête lorsque l'intervalle de découpage devient plus petit qu'un  $\epsilon$  prédéterminé.

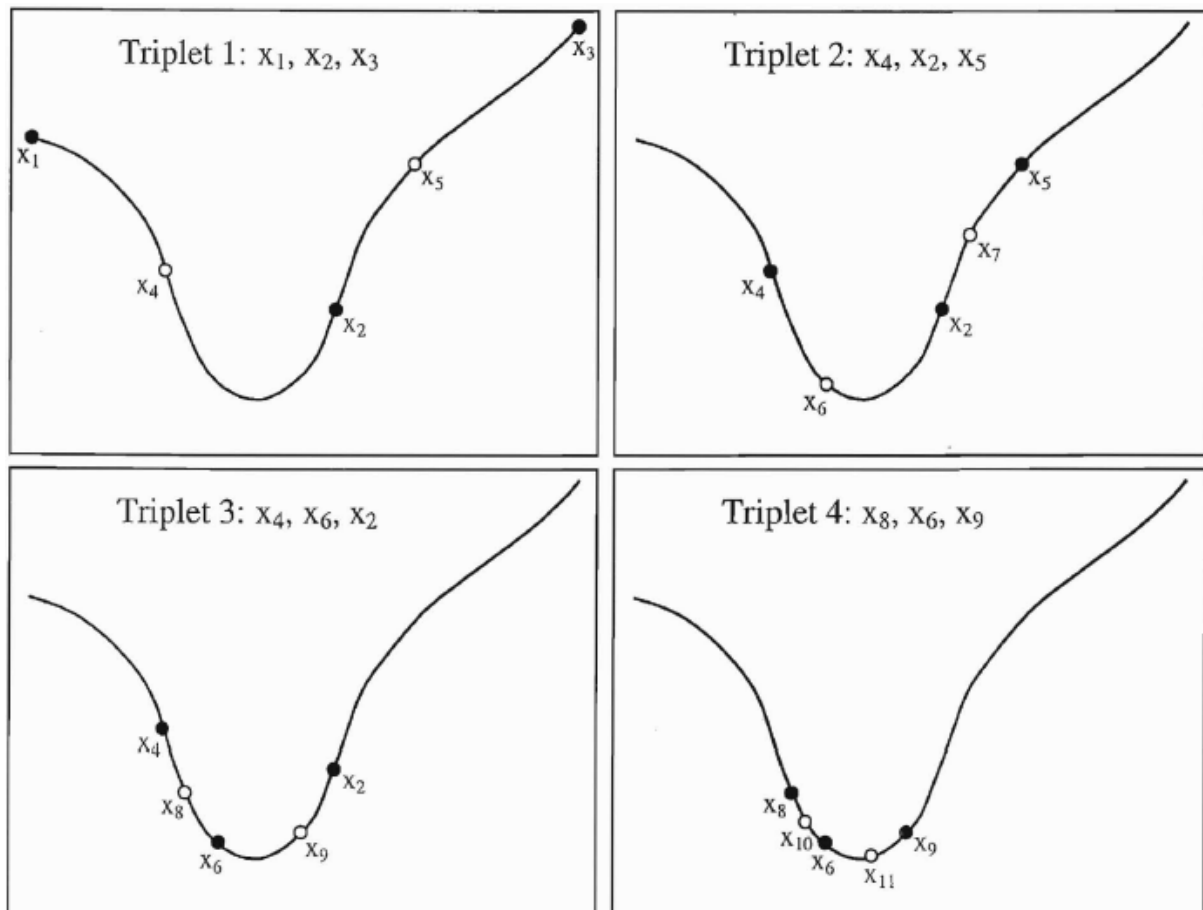


Figure I.2 - Méthode de Dichotomie

#### I.5.1.2 Méthodes déterministes multidimensionnelles

Les méthodes déterministes pour traiter les problèmes multidimensionnels peuvent être caractérisées selon qu'elles utilisent le calcul du gradient de la fonction objectif

(méthodes d'ordre supérieur, 1 ou plus) ou non (méthodes d'ordre 0). Les méthodes d'ordre 0 sont moins précises et convergent plus lentement mais elles n'ont besoin que de la valeur de la fonction on cite à titre d'exemple la méthode du simplexe.

A l'inverse, les méthodes d'ordre supérieur permettent d'accélérer la recherche de l'optimum mais nécessitent que la fonction soit continument différentiable. Elles sont divisées en deux catégories : les méthodes analytiques et les méthodes heuristiques. Les méthodes analytiques s'appuient sur la détermination d'une direction de recherche pour trouver l'optimum. Les méthodes les plus couramment utilisées sont la méthode de la plus grande pente (ordre 1), la méthode du gradient conjugue (ordre 1) et les méthodes de Quasi-newton (ordre 2). Les méthodes heuristiques explorent l'espace pour trouver les directions les plus favorables : ce sont des méthodes géométriques. Cette classification est illustrée dans la figure I.3

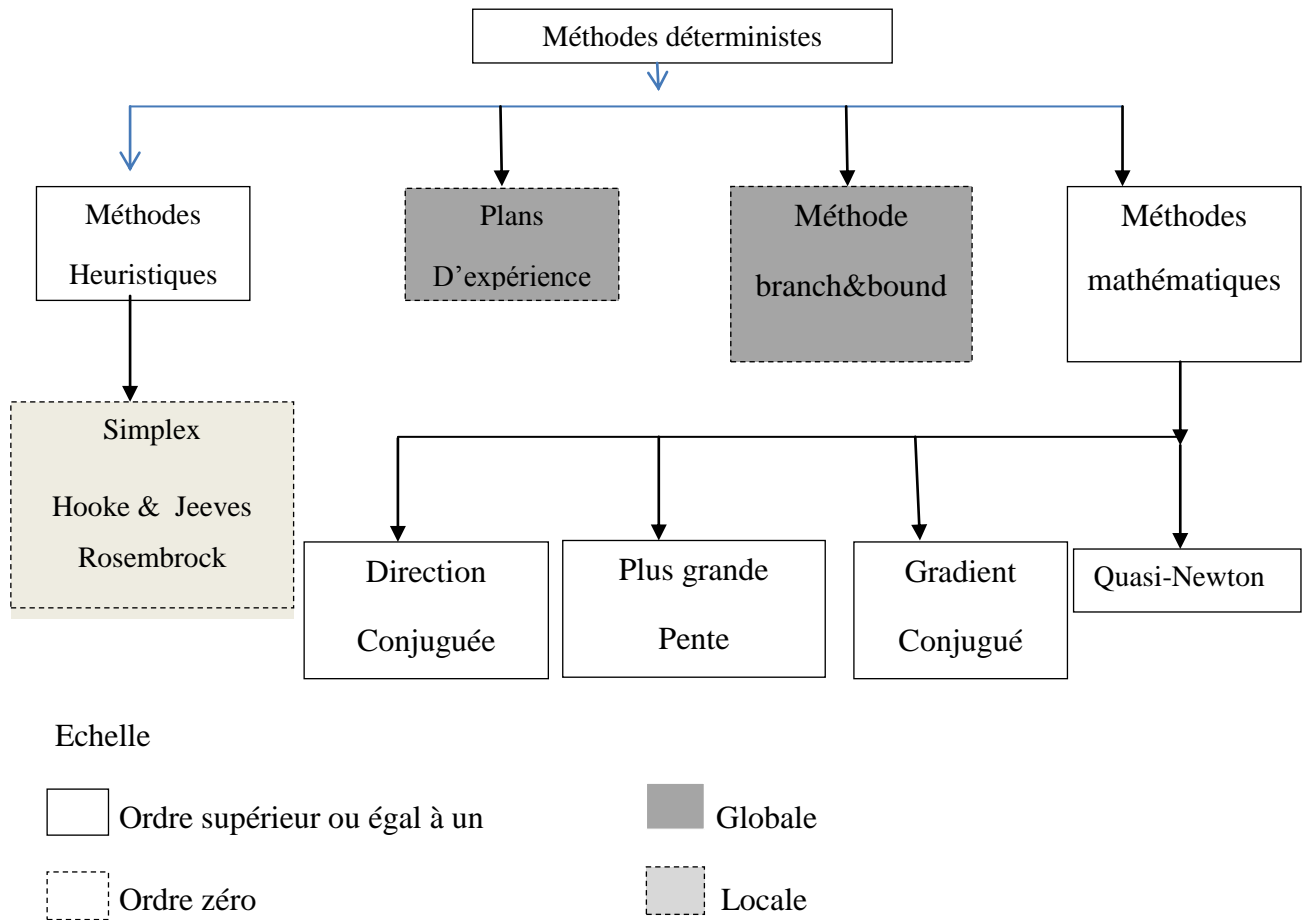


Figure .I.3. Méthodes d'optimisation déterministes

### - Méthode du Simplex

La méthode du Simplex est une méthode directe développée par Nelder et Mead [5] dont l'idée est de modifier un simplex de façon à ce qu'il atteigne le point optimal. Le simplex est une figure géométrique de dimension  $n$ , créée à partir de  $n+1$  points, où chaque dimension correspond à un paramètre du problème à optimiser. Un simplexe de deux dimensions est donc représenté par un triangle, un simplex de trois dimensions par un tétraèdre, etc.

Pour déplacer le simplex vers la région optimale, la méthode vérifie la valeur de la fonction sur chacun des sommets du simplex original et déplace le point où la fonction présente sa plus grande valeur vers la direction opposée. Cette transformation s'appelle réflexion et elle est appliquée de façon à conserver le volume original du simplex. Il existe aussi des situations spécifiées par la méthode où le point est déplacé soit par une expansion, soit par une contraction du simplex, comme le montre la Figure I.4.

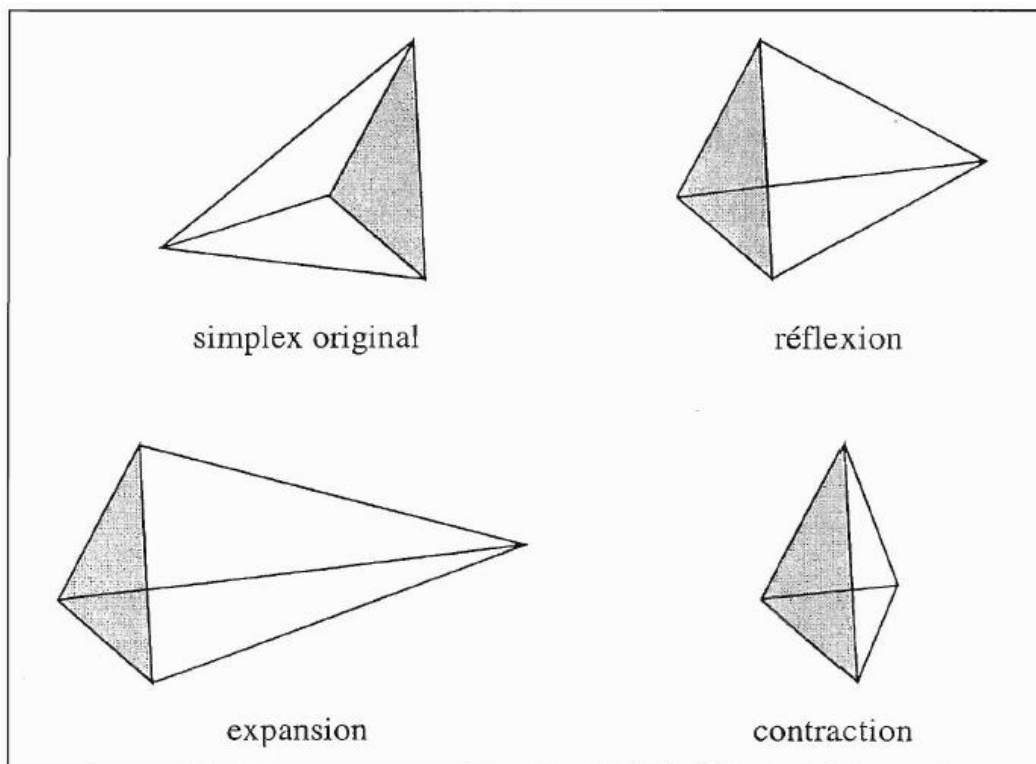


Figure I.4. Méthode du Simplex

Le processus s'arrête au moment où le déplacement donné par une des transformations devient plus petit qu'une tolérance  $\varepsilon$  prédéterminée. Ainsi comme d'autres méthodes géométriques, la méthode du Simplex n'est pas assez performante, car elle utilise

un nombre important d'évaluations de la fonction avant d'atteindre le point minimal. Par contre, elle présente l'avantage de ne pas utiliser la valeur du gradient de la fonction.

#### - Méthodes Quasi-Newton

Les méthodes Quasi-Newton [4], [6] et [1] consistent à imiter la méthode de Newton où l'optimisation d'une fonction est obtenue à partir de minimisations successives de son approximation au second ordre.

À la différence de l'algorithme de Newton, les méthodes Quasi-Newton ne calculent pas le Hessien  $H$  de la fonction pour atteindre la solution du problème. Au lieu d'utiliser le Hessien, elles utilisent une approximation définie positive de  $H$  qui peut être obtenue soit à partir de l'expression proposée par Davidon-Fletcher-Powell (DFP) [1] (I.13), soit par celle proposée par Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) [1] (I.14).

$$S_{k+1} = S_k + \frac{\delta_k(\delta_k)^T}{(\delta_k)^T \gamma_k} - \frac{S_k \gamma_k (\gamma_k)^T S_k}{(\gamma_k)^T S_k \gamma_k} \quad (\text{I.13})$$

$$S_{k+1} = S_k + \left( 1 + \frac{(\gamma_k)^T S_k \gamma_k}{(\delta_k)^T \gamma_k} \right) \frac{\delta_k(\delta_k)^T}{(\delta_k)^T \gamma_k} - \frac{\delta_k(\gamma_k)^T S_k + S_k \gamma_k (\delta_k)^T}{(\delta_k)^T \gamma_k} \quad (\text{I.14})$$

Où

$$\delta_k = X_{k+1} - X_k$$

$$\gamma_k = \nabla f(X_{k+1}) - \nabla f(X_k)$$

À chaque itération, le point  $X_{k+1}$  est obtenu à partir d'une recherche linéaire que se fait dans la direction donnée par  $S_k \nabla f(X_k)$  ce qui nous emmène à l'équation (I.15).

$$X_{k+1} = X_k - \alpha_k S_k \nabla f(X_k) \quad (\text{I.15})$$

où

$\alpha_k$  est le pas optimal donné par une minimisation linéaire.

### I.5.2 Méthodes Stochastiques

Les méthodes d'optimisation stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique implique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation. Ces méthodes ont une grande capacité à trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Elles sont d'ordre zéro.

Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif. La figure I.5 présente les méthodes stochastiques les plus communément utilisées.

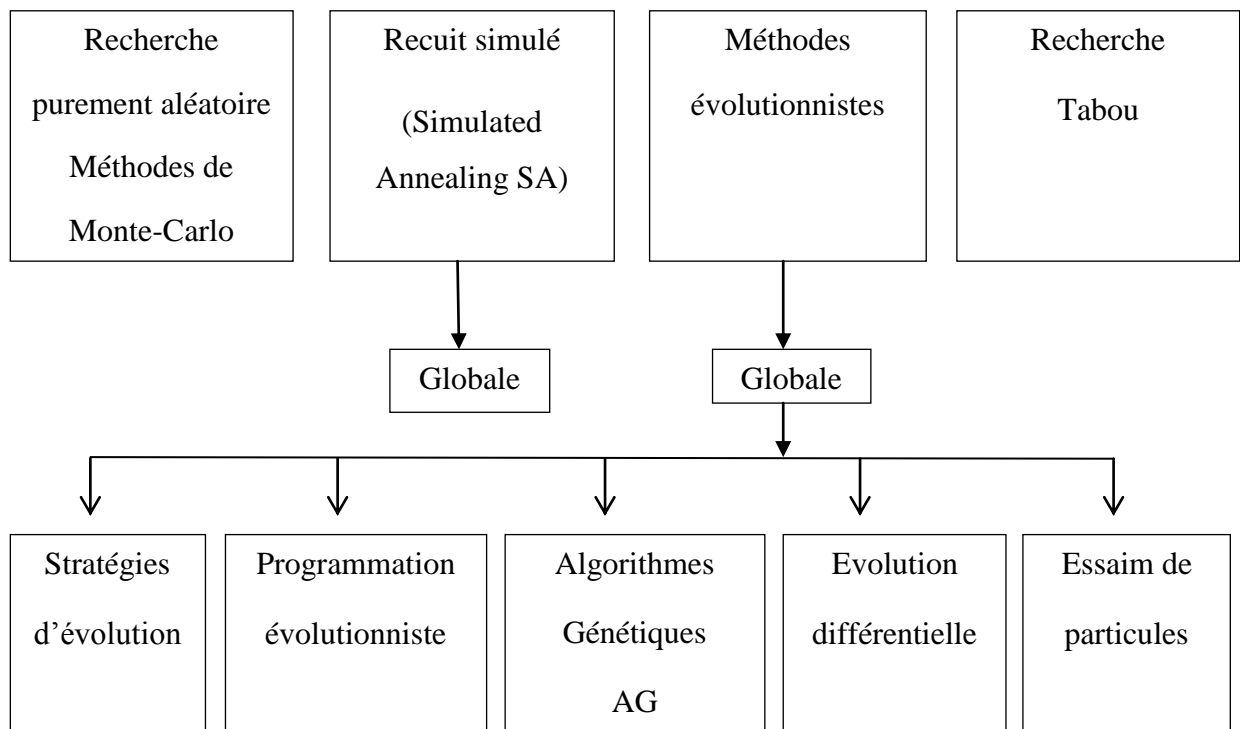


Fig. I.5. Méthodes d'optimisation stochastiques

### I.5.2.1 Méthodes des algorithmes génétiques

Les Algorithmes Génétiques (AG) font partie d'une famille de méthodes stochastiques appelée Méthodes Évolutionnistes qui reposent sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle de Darwin, selon laquelle les individus d'une population les mieux adaptés à leur environnement ont une plus grande probabilité de survivre et de se reproduire de génération en génération, en donnant des descendants encore mieux adaptés.

Les Algorithmes Génétiques ont été proposés par Rolland en 1975 [7], puis développés par d'autres chercheurs tels que De Jong [8], Goldberg [9] et Michalewicz [10]. Ils sont actuellement l'une des méthodes les plus diffusées et les plus utilisées pour la résolution de problèmes d'optimisation dans de nombreux domaines d'application.

Depuis le modèle proposé par Rolland en 1975, il y a eu différentes implémentations concernant les AG. Néanmoins, le principe sur lequel la méthode est basée reste toujours le même. Nous allons présenter ici les notions de base des AG ainsi que ses aspects les plus importants. Avant d'expliquer son principe de résolution, nous allons présenter quelques définitions importantes concernant la terminologie utilisée par cette méthode.



### - Terminologie

Comme nous avons déjà mentionné, les AG font partie d'une famille de méthodes basées sur la théorie de l'évolution naturelle de Darwin. Visant à reproduire le même principe de cette théorie dans une méthode d'optimisation, les AG définissent l'ensemble des paramètres du problème à optimiser comme étant l'individu de la théorie de Darwin. L'environnement de cet individu est représenté par l'espace de recherche du problème d'optimisation, tandis que son adaptation à l'environnement est donnée par la valeur de la fonction objectif évaluée sur lui. Finalement, la population au quelle il appartient est donnée par un ensemble de différentes configurations de paramètres, alors que les générations sont représentées par les itérations du processus d'optimisation. Ces correspondances sont présentées dans le Tableau I.1.

Tableau I.1 - Analogie entre les AG et la théorie d'évolution naturelle

<b>Théorie d'Évolution Naturelle</b>	<b>Algorithmes Génétiques</b>
Individu	Ensemble de paramètres
Population	Ensemble d'individus
Environnement	Espace de recherche
Adaptation de l'individu	Évaluation de la fonction objectif
Génération	Itérations de la méthode

### - Description de la Méthode

L'algorithme de résolution commence avec la création d'une population P de taille  $N > 0$  constituée par des individus générés aléatoirement. Ensuite, on mesure l'adaptation de chacun des individus P à partir de la valeur de la fonction objectif évaluée sur eux. La prochaine étape du processus consiste à faire évoluer cette population vers une population plus adaptée à chaque génération, en utilisant trois différents opérateurs: la sélection, le croisement et la mutation. Lorsque nous n'avons plus d'amélioration dans l'adaptation des individus de la population, l'algorithme s'arrête. La Figure I.6 illustre le processus d'optimisation développé par les AG.

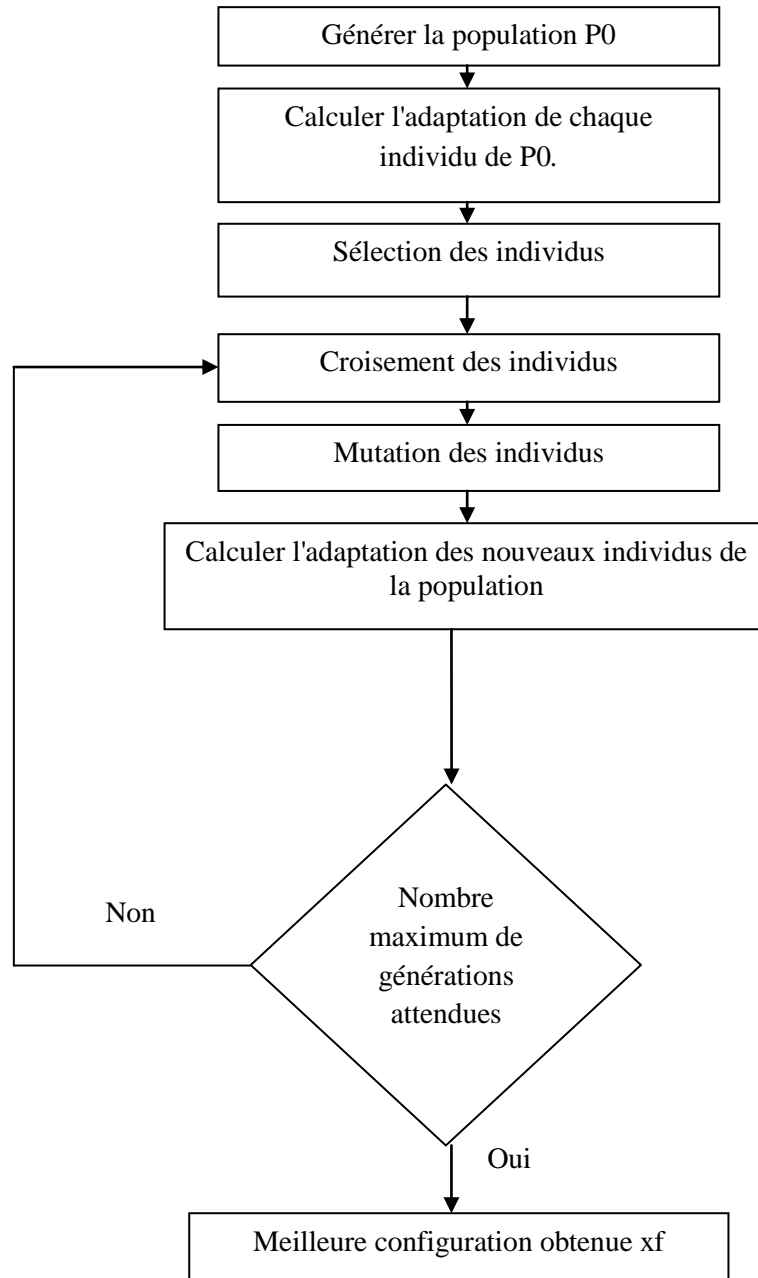


Figure I.6 - Algorithme Génétique standard

La procédure effectuée par chacun des opérateurs utilisés par les AG sera décrite dans les paragraphes suivants.

#### - **Opérateur de Sélection**

La sélection est un opérateur "génétique" appliqué sur la population courante de façon à sélectionner les individus qui iront former la population de la prochaine génération. La sélection de ces individus est basée sur leur valeur d'adaptation. Ainsi, les individus les plus adaptés sont généralement sélectionnés pour constituer la génération suivante, alors

que les plus faibles sont exclus sans avoir la possibilité d'avoir des descendants, comme nous montre la Figure I.7.

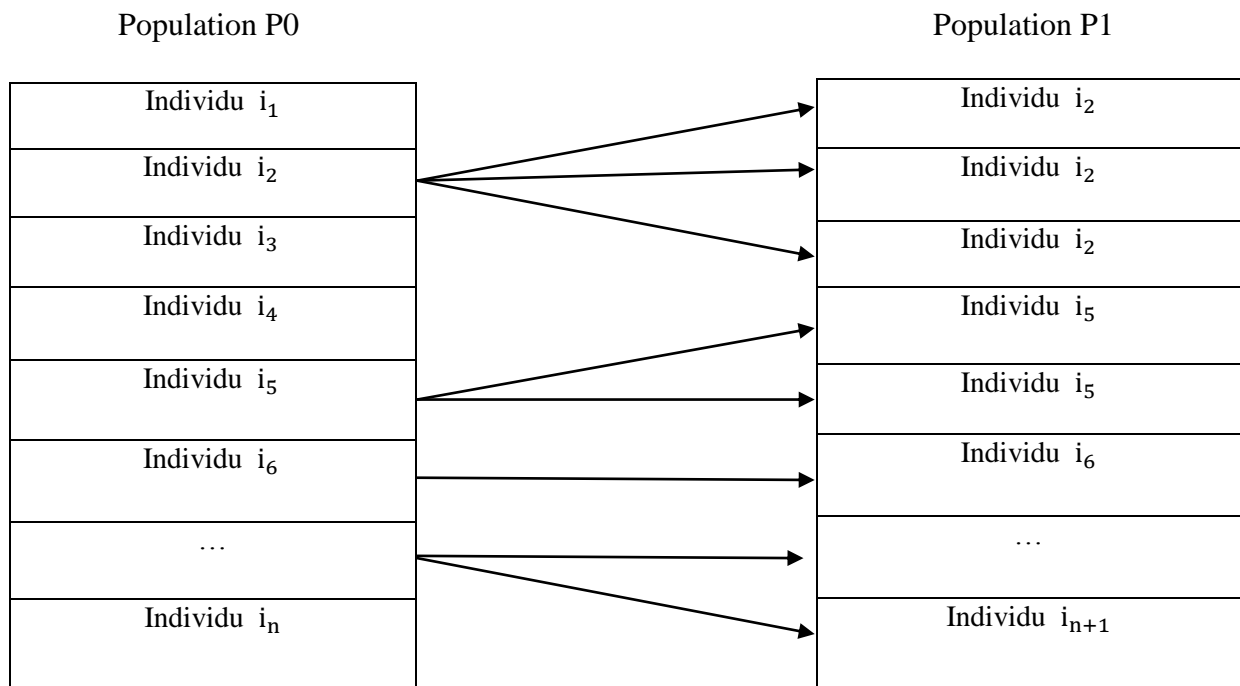


Figure I.7 - Sélection des individus d'une population

Il existe différentes façons d'implémenter un opérateur de sélection, parmi lesquelles nous trouvons: la sélection proportionnelle et la sélection par rang. Néanmoins, le processus de sélection développé par ces différents mécanismes est toujours divisé en deux étapes [11] et [12].

La première étape consiste à attribuer à chaque individu  $i_i$  un nombre réel  $P_i$  qui représente le nombre de descendants attendus pour lui dans la génération suivante. Selon le mécanisme de sélection utilisé, la valeur de  $P_i$  est calculée directement ou indirectement à partir de la valeur d'adaptation de l'individu.

Dans le cas d'une sélection proportionnelle [7],  $P_i$  est directement calculée par:

$$P_j = \frac{f(i_j)}{\sum_{k=1}^N f(i_k)} N \quad (\text{I.16})$$

Où

$N$  est la taille de la population.

Dans la sélection par rang proposée par Baker [13], on calcule la valeur de  $P_i$  en fonction du rang  $k_i$  que l'individu occupe dans la population. Cette valeur de  $k$  est obtenue

à partir d'une liste où les meilleurs individus sont dans les premières positions ( $k = 1$ ), tandis que les moins performants  $y$  occupent les dernières ( $k = N$ ). La valeur de  $P_i$  est alors donnée par

$$P_j = 1 + p_{sel} - \frac{2K_j p_{sel}}{N-1} \quad (\text{I.17})$$

Où

$p_{sel}$  Est la pression de sélection définie entre 0 et 1 qui permet de spécifier si tous les individus auront une chance d'être sélectionnés ( $p_{sel}=0$ ) ou seulement les individus les plus performants ( $p_{sel}=1$ ).

La deuxième étape du processus de sélection consiste à convertir la valeur du  $P_i$  de chaque individu en un nombre de descendants que chacun entre eux aura effectivement dans la prochaine génération. Cette conversion est obtenue à l'aide d'un algorithme d'échantillonnage qui transforme les valeurs réelles des  $P_i$  en valeurs entières. Les deux algorithmes d'échantillonnage les plus utilisés sont la Roue de Loterie (Roulette Wheel Sampling) [7] et la Roue de Loterie Généralisée (Stochastic Universal Sampling).

#### - Opérateur de Croisement

L'opérateur de croisement est utilisé pour échanger les caractéristiques "génétiques" entre les différents individus d'une génération quelconque. Cet échange s'effectue en choisissant deux individus au hasard qui seront "croisés" avec une certaine probabilité de croisement  $P_c$  de façon à générer deux nouveaux individus. Dans le cas où nous utilisons le codage réel pour représenter les individus [12], ce "croisement" peut être obtenu à partir d'un simple échange de paramètres entre les deux parents, comme nous montre la Figure I.8.

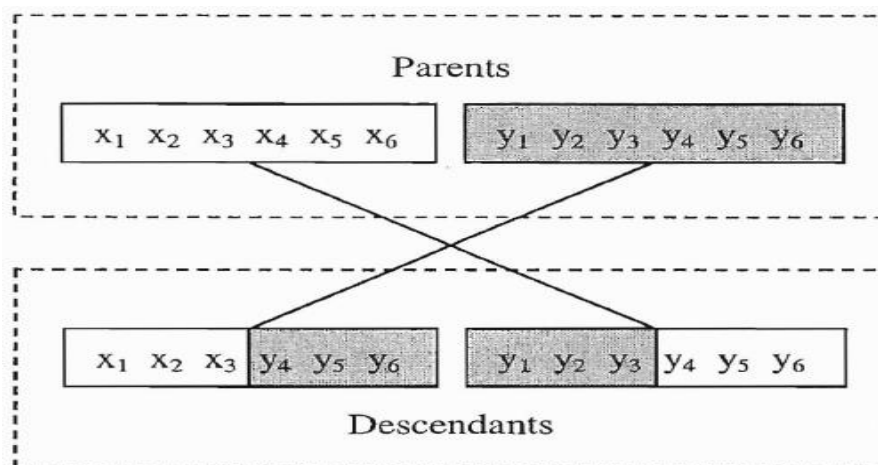


Figure I.8 Exemple de croisement entre deux individus.

### - Opérateur de Mutation

L'opérateur de mutation est appliqué sur les individus d'une population de façon à obtenir d'autres individus avec des nouvelles caractéristiques "génétiques". Dans le cas d'un codage réel [12], le mécanisme de mutation peut être implémenté en choisissant un individu de la génération courante au hasard et en modifiant un de ses paramètres aléatoirement avec une probabilité de mutation  $P_m$ . Ce mécanisme est dénommé mutation uniforme [14] et il est illustré dans la Figure I.9.

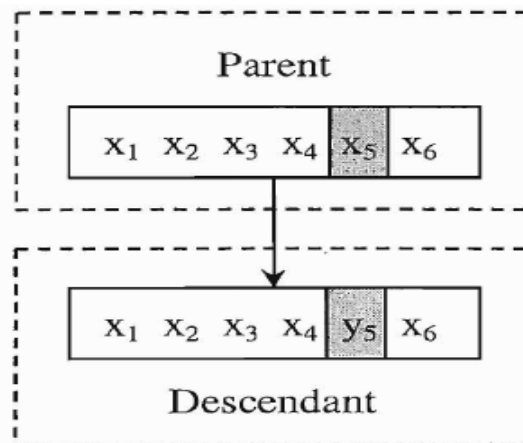


Figure I.9 Exemple de mutation d'un individu.

Il existe encore d'autres manières d'implémenter une mutation, telles que la mutation non uniforme [14] et la mutation aux bornes [15]. Ainsi comme les opérateurs de croisement, le but de tous ces opérateurs de mutation est d'atteindre des nouvelles régions de l'espace de recherche.

En utilisant les trois opérateurs que nous venons de décrire, les meilleurs individus se propagent de génération en génération, en se combinant ou en échangeant leurs meilleures caractéristiques. En favorisant les meilleurs individus, les régions les plus prometteuses de l'espace de recherche sont explorées, ce qui permet d'atteindre un optimum global.

Cette même approche d'optimisation est employée par les autres méthodes évolutionnistes que nous avons citées précédemment (Figure I.5). Les différences que nous trouvons entre ces méthodes sont plutôt liées au codage qu'elles utilisent pour représenter les individus et à la façon dont elles emploient les opérateurs génétiques.

Pourtant, les différentes implémentations des Algorithmes Génétiques qui sont apparues ces dernières années regroupent presque toutes ces variantes dans une même méthode.

## I.6. Traitement des contraintes

Les contraintes imposées par le cahier des charges comme les contraintes ajoutées par le concepteur doivent être prises en compte dans le problème. Il ya plusieurs choix pour le traitement des problèmes avec contraintes.

On peut, pour des raisons de robustesse et de facilité de mise en œuvre, transformer un problème contraint en une suite de problèmes sans contraintes. Cette transformation s'effectue en ajoutant des pénalités à la fonction objectif. Enfin, le problème contraint peut être transformé en un problème non-contraint.

### I.6 .1.Méthodes de Pénalités

Les Méthodes de Pénalités [16], [17] et [18] sont souvent utilisées dans l'optimisation de problèmes contraints, car elles sont assez simples d'un point de vue théorique et d'une grande efficacité d'un point de vue pratique.

L'idée de ces méthodes est de remplacer la résolution du problème avec contraintes (I.8) par une suite de résolutions de problèmes sans contraintes, en introduisant dans la fonction objectif une pénalisation concernant chacune des fonctions contraintes violées, comme nous la montre l'équation (I.18).

$$(p_k)\{Min\phi(x, r) = f(x) + r_k \sum_{i=1}^m w(g_i(x)) \quad (I.18)$$

Où

$r_k > 0$  est un coefficient de pénalité actualisé à chaque itération du processus d'optimisation

$W$  est une fonction de pénalisation définie en  $\mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$  telle que:

$$W(y) = 0 \quad \text{si } y \geq 0 \quad (I.19)$$

$$W(y) = +\infty \quad \text{si } y < 0$$

Selon la nature de la fonction de pénalité  $W$  utilisée, les méthodes de pénalités peuvent être divisées en deux classes: les méthodes de pénalités intérieures et les méthodes de pénalités extérieures.

## I.7 Conclusion

La formulation des problèmes d'optimisation, avec ou sans contraintes, ainsi que la présentation des méthodes appliquées pour leurs résolution ont fait l'objet de ce chapitre.

Dans le chapitre suivant on discutera la démarche d'optimisation adoptée en électrotechnique.

*Chapitre II*  
*Conception optimale*  
*en électrotechnique*

## Chapitre II

### Conception optimale en électrotechnique

#### II.1.Introduction

L'application de la méthode des éléments finis en électrotechnique remonte aux années 70. Depuis, son utilisation pour la résoudre des systèmes électrotechniques n'a jamais cessé de progresser. Grâce à son développement lié aussi à la capacité et la puissance des ordinateurs, la conception de dispositif très complexe de point de vue géométrie ou fonctionnement est devenue plus aisée. Malgré tout, la conception constitue toujours une étape difficile pour les ingénieurs. Comment choisir et dimensionner les éléments du système. Pour, d'une part assurer la mission pour laquelle il a été conçu, et, d'autre part, améliorer ses performances. L'utilisation conjointe de la méthode des éléments finis et les outils d'optimisation est venue pour aider à la réalisation de cet objectif.

Nous évoquons dans la première partie de ce chapitre la problématique de conception en électrotechnique. Par la suite, la méthodologie générale qui permet d'intégrer une analyse numérique du champ électromagnétique dans un processus d'optimisation afin de systématiser la conception des systèmes électrotechniques est présentée.

#### II.2. Définition de la conception optimale

La conception est un processus itératif pouvant être réalisée manuellement par le concepteur ou automatisée partiellement grâce à une méthode d'optimisation. Les techniques d'optimisation sont des outils pour le concepteur, lui permettant de résoudre des problèmes complexes, avec de nombreuses variables et contraintes. Les méthodes d'optimisation lui permettent d'explorer plus systématiquement l'espace de conception et ainsi de trouver une solution mieux appropriée à son besoin. De plus, l'exploration du domaine de conception permet au concepteur de tester différentes idées lui permettant ainsi d'améliorer son analyse et la formulation du problème de conception.

#### II.3 la conception en électrotechnique

La conception est la phase initiale de tout produit industriel, durant laquelle l'ensemble des paramètres rentrant dans sa réalisation est spécifié de manière à satisfaire les exigences que lui ont été assignées dans le cahier des charges. Si la conception est bien menée, elle envisage au maximum l'optimisation du produit et de sa fabrication.

Dans de nombreux travaux en électrotechnique [19], [20], [21], on divise le processus de conception en quatre phases fondamentales présentées dans la figure II.1



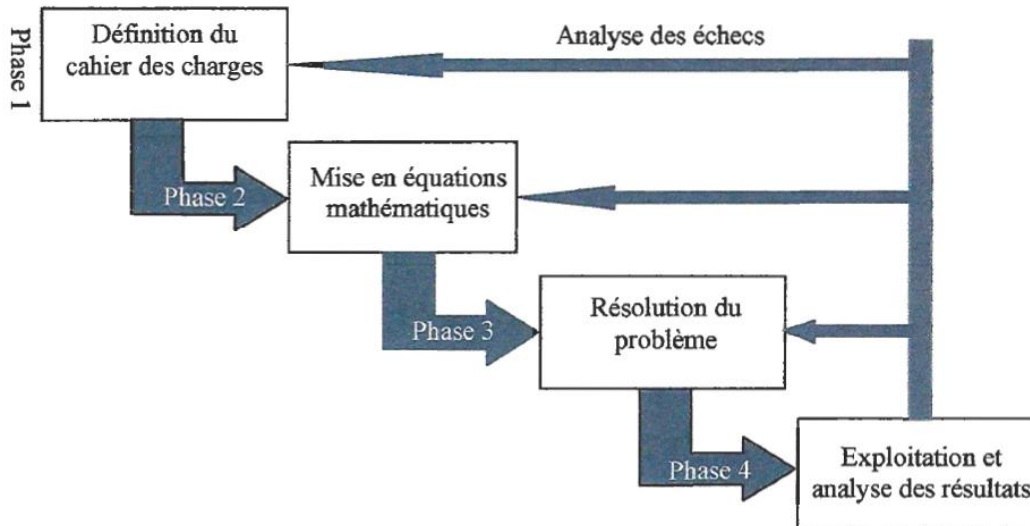


Figure II.1 Phases d'un processus de conception optimale.

### II.3.1 Définition du cahier des charges

C'est la première phase dans un processus de conception, elle consiste à spécifier les fonctions à réaliser par le dispositif à concevoir, et les contraintes attachées à ces fonctions et à l'environnement dans lequel va être placé ce dispositif.

Généralement un cahier des charges comporte les paramètres et les variables qui définissent le système. La définition des cahiers des charges est une phase fondamentale dans le processus d'optimisation dans la mesure où elle conditionne les étapes suivantes.

### II.3.2 Mise en équations Mathématiques

Cette phase consiste à traduire le problème physique en un problème mathématique équivalent. C'est durant cette phase que s'effectue alors la définition de la fonction objectif, des variables de conception et les contraintes exprimées dans le cahier des charges ou ajoutées par le concepteur. Les variables de conception peuvent être de natures diverses : géométriques (le diamètre intérieur et extérieur de la machine électrique, l'épaisseur de l'entrefer,...etc.), propriétés des matériaux (coefficient de l'interpolation de la courbe  $B=f(H)$ , paramètres de bobinage,...etc.) et fonctionnelles (charge, vitesse, puissance utile,...etc.).

### II.3.3 Résolution du problème

Après avoir fait la formulation mathématique du problème physique qui consiste à définir la fonction objectif, les contraintes et les variables de conception, le concepteur choisit un algorithme d'optimisation permettant de trouver une solution dans l'espace de recherche réalisable tout en respectant le cahier des charges.

### II.3.4 Exploitation et analyse des résultats

Une fois le problème résolu, il est impératif d'évaluer la pertinence des résultats fournis par l'optimisation et, en cas d'échec de s'interroger sur le choix adoptés de leurs différentes phases. Nous imputons souvent l'échec à la méthode d'optimisation employée pour la localisation de la solution. Il peut être nécessaire de revenir sur les phases (1 et 2). On peut en effet ne pas avoir pour tout prendre en compte de cahier des charges. Il arrive aussi que des phénomènes physiques fines ne soient également pas pris en compte dans le modèle utilisé. Donc la résolution d'un problème mal formulé ne peut conduire qu'à une solution erronée, quelle que soit la méthode de résolution utilisée.

### II.4 Optimisation en électrotechnique

La démarche de conception en électrotechnique consiste à déterminer, à partir d'un cahier des charges, une solution optimisant une fonction objectif qui est la formulation mathématique des objectifs à atteindre (exemple : minimiser la masse totale d'une structure, maximiser le couple dans une machine électrique,... etc.). Les étapes essentielles de cette démarche sont illustrées dans la figure II.2

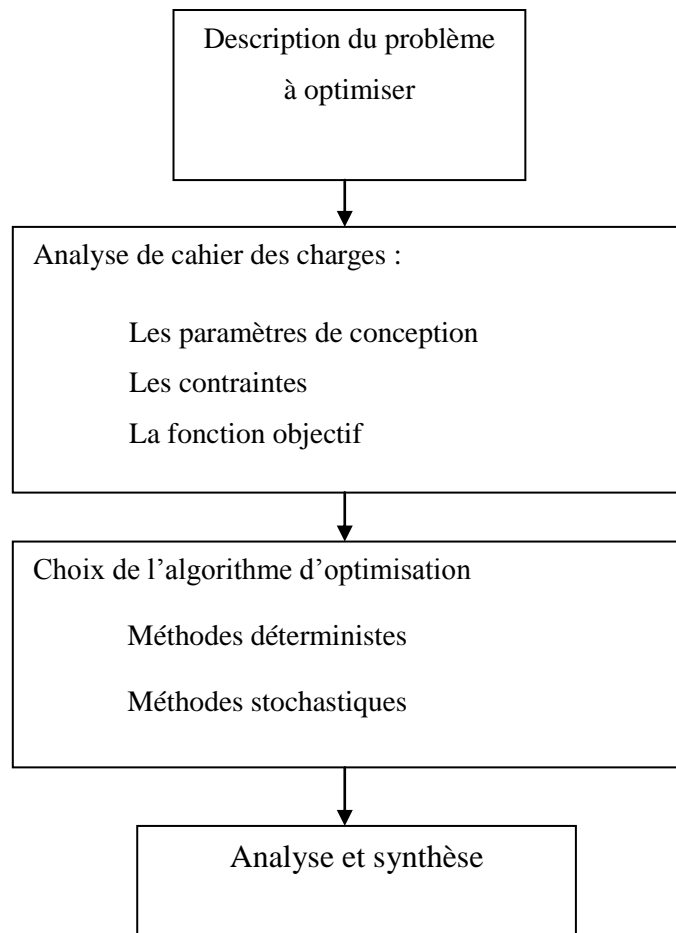


Figure II.2 Processus général d'optimisation

Une fois le choix du système fait, il faut pouvoir évaluer quantitativement l'expression des variables qui caractérisent le fonctionnement et les qualités du système, en particulier celles qui apparaissent dans le cahier des charges, en fonction des grandeurs descriptives du système. Cela correspond à la partie analyse ou modélisation du système.

Les modèles les plus employés dans la littérature sont : le modèle analytique et le modèle numérique type éléments finis.

Le modèle analytique est considéré comme un outil de base dans le domaine de la conception essentiellement lorsque le système n'est pas clairement défini. Il permet de prendre en compte l'ensemble de phénomènes caractérisant le fonctionnement d'un système : électrique, magnétique, thermique et mécanique. Ces modèles présentent plusieurs avantages tels que la rapidité et la considération d'une large variation de tous les paramètres du système.

Grace à ses avantages, la majorité des travaux concernant la conception des machines électriques, utilisent des modèles analytiques [22],

A l'opposé de ces avantages, la mise au point de ces modèles nécessite de bonnes connaissances techniques et une bonne connaissance de la modélisation. Malgré cela, les modèles analytiques manquent généralement de précision surtout en présence de certains phénomènes physiques tels que la saturation des matériaux magnétiques.

Le modèle numérique utilise généralement la méthode des éléments finis à cause de sa puissance et les capacités qu'elle présente pour l'analyse des géométries complexes est la considération de la non linéaire magnétique avec précision. L'inconvénient major qu'on rapproche à ce modèle est le temps de calcul important surtout si il est intégré dans un processus d'optimisation où l'évaluation de la fonction objectif est de certaines variables de conception nécessite plusieurs analyses éléments finis.

Dans notre travail de Master, nous utilisons le modèle numérique pour la modélisation du pôle rotorique d'un moteur linéaire.

#### **II.4.1 Organisation d'un outil d'optimisation lié à une simulation numérique par éléments finis**

Un processus d'optimisation utilisant une analyse numérique du système étudié demande un traitement particulier, car l'évaluation de la fonction objectif à chaque itération du processus nécessite au moins une analyse numérique provenant d'une routine externe à l'outil d'optimisation.

De plus, généralement les dispositifs électrotechniques sont caractérisés par des géométries et des comportements physiques complexes, ce qui représente une contrainte

pour l'obtention de résultats issus d'une modélisation numérique, sachant qu'un tel modèle effectue plusieurs tâches avant d'aboutir au résultat : génération de la géométrie du dispositif, maillage du domaine d'étude, introduction des conditions aux limites et résolution du système d'équations. Toutes ces tâches sont effectuées à chaque fois que le processus d'optimisation a besoin des résultats pour évaluer la fonction objectif ainsi que les nouvelles valeurs des paramètres de conception qui peuvent être géométriques ou physiques ou les deux au même temps.

L'organisation d'un outil d'optimisation lié à une modélisation numérique des systèmes électrotechniques est faite de manière que l'échange d'informations et des résultats entre les deux modules soit possible.

Les figures II.3 et II.4 montrent respectivement les différentes étapes d'un modèle éléments finis pour l'analyse des dispositifs électromagnétiques et l'architecture générale d'un outil d'optimisation associé à une modélisation numérique du système à optimiser.

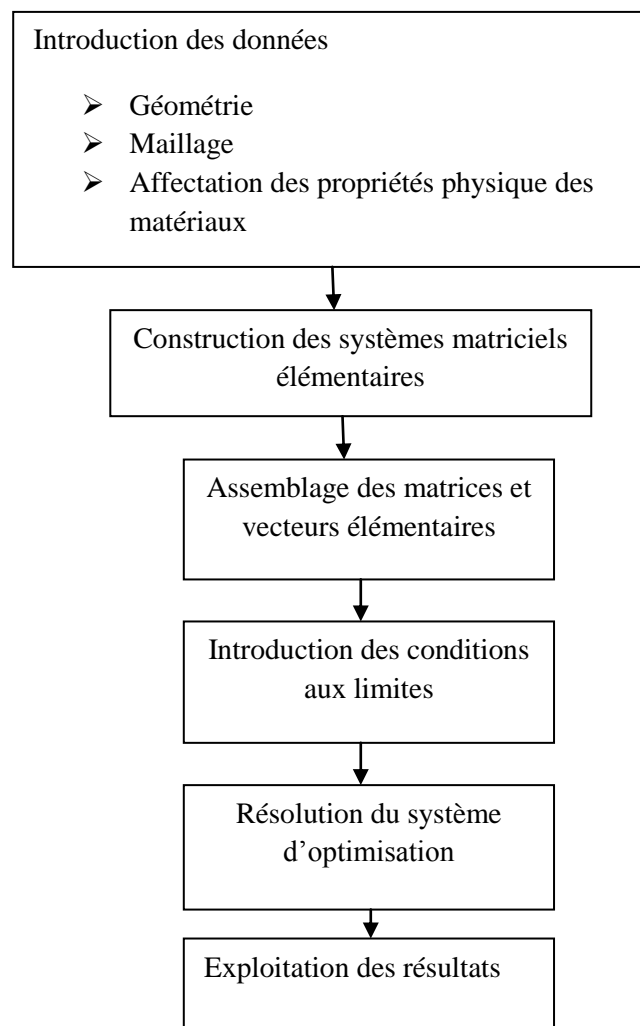


Figure III.3. Étapes d'une analyse des systèmes électromagnétiques par la méthode des éléments finis

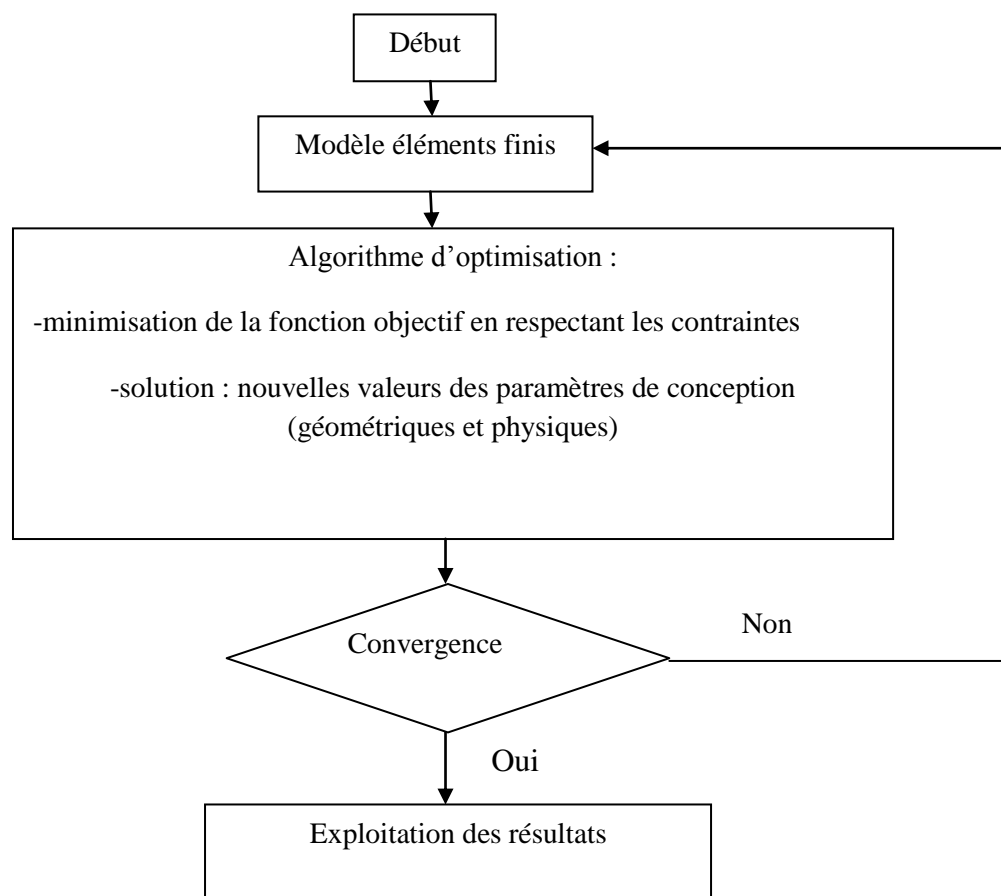


Figure .II.4. Architecture générale d'un processus d'optimisation associé à une analyse par éléments finis.

La fonction objectif est évaluée à partir de la résolution numérique du problème électromagnétique qui est dans la plupart des cas non-linéaire et faisant intervenir plusieurs phénomènes couplés (électrique, magnétique, mécanique et thermique). De plus, dans les algorithmes d'optimisation déterministes d'ordre égal ou supérieur à 1, on a besoin d'un calcul supplémentaire des dérivées de la fonction objectif par rapport aux paramètres de conception. La phase correspondante au calcul des gradients est nommée analyse de sensibilité.

## II.5 Modélisation des dispositifs électrotechniques

La conception optimale intervient généralement au niveau dimensionnement, quand le concept et le composant ont été préalablement définis. Généralement, le dimensionnement est fait en deux étapes. La première étape consiste en un pré-dimensionnement obtenu par une feuille de calculs ou un modèle analytique. La seconde étape consiste en un dimensionnement plus précis afin d'améliorer certaines caractéristiques du produit. Cette démarche est classiquement utilisée pour le

dimensionnement des machines électriques avec une première phase de pré-dimensionnement analytique puis une phase de modélisation, analytique, semi-analytique, intégrale ou numérique par éléments finis, cette dernière souvent connue par sa robustesse et son adaptation aux problèmes électromagnétiques posés, est généralement utilisée pour affiner le dimensionnement de quelques paramètres; chacune de ces phases pouvant être associées à un processus d'optimisation ,

### II.5.1 Modélisation par le calcul du champ électromagnétique

Le champ électromagnétique est une grandeur locale, la connaissance de ses valeurs et sa répartition dans le système étudié est d'une extrême importance car, elle permet la déduction des performances globales du système. Le phénomène électromagnétique, sous sa forme la plus générale, est décrit par des équations différentielles aux dérivées partielles qui découlent des équations fondamentales de l'électromagnétisme, regroupées en un système de quatre équations, dites équations de Maxwell.

#### II.5.1.1 Equations de Maxwell

Elles sont données comme suit :

Équation de maxwell-Ampère :

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_s + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

Équation de maxwell - faraday :

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

Équation de la conservation du flux magnétique :

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

Équation de maxwell-Gauss :

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II.4})$$

Où

$\vec{H}$  : Champ magnétique [ $A.m^{-1}$ ]

$\vec{E}$  : Champ électrique [ $V.m^{-1}$ ]

$\vec{B}$  : Induction magnétique [T]

$\vec{D}$  : Induction électrique [ $C.m^{-2}$ ]

$\vec{J}$  : Densité de courant de conduction [ $A.m^{-2}$ ]

$\vec{J}_s$  : Densité du courant source [ $A.m^{-2}$ ]

$\rho$  : Densité de la charge électrique [ $C.m^{-3}$ ]

Dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires et dans les matériaux conducteurs, les courants de déplacement et la charge d'espace sont négligés. Dans ce cas les équations (II.1) et (II.4) deviennent :

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.5})$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{II.6})$$

### II.5.1.2 Relations des milieux et loi d'Ohm

Loi d'ohm :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.7})$$

Relation magnétique :

$$\vec{B} = \mu (\vec{H}) \quad (\text{II.8})$$

•relation diélectrique :

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{II.9})$$

Où

$\varepsilon$  : représente la permittivité électrique [F/m]

$\sigma$  : La conductivité électrique [S/m]

$\mu$  : la perméabilité magnétique [H/m], sa dépendance au champ magnétique H permet de considérer les matériaux non-linéaires. D'autre part, on caractérise les aimants permanents par leur induction rémanente notée  $B_r$ . Pour ce type de matériau on remplace l'équation (II.8) par

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.10})$$

La relation (II.8) implique que la densité de courant est à flux conservatif.

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (\text{II.11})$$

### II.5.1.3 Conditions d'interface

Les équations de Maxwell induisent des conditions de passage aux interfaces entre deux milieux aux propriétés physiques différentes d'indices 1 et 2 :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II.12})$$

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.14})$$

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \wedge \vec{n} = \vec{j}_s \quad (\text{II.15})$$

Où

$\vec{n}$  Est la normale à l'interface

$\rho_s$  La densité surfacique de la charge

### II.5.1.4 Formulation du champ électromagnétique

Pour la résolution des équations de Maxwell, des variables d'état de type champs électrique  $\mathbf{E}$  et magnétique  $\mathbf{H}$  sont directement utilisées. Des variables de type potentiel, électrique et/ou magnétique, peuvent aussi être introduites.

Dans le cas des problèmes électromagnétiques tridimensionnels, plusieurs formulations en termes de potentiels magnétique et électrique, scalaires ou vecteurs ont été proposées dans la littérature scientifique.

La formulation en potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  et la formulation en potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  associé au potentiel scalaire électrique  $V$  sont les plus adaptées pour les problèmes bidimensionnels magnétostatiques et magnétodynamiques, respectivement. Sachant que dans le cas bidimensionnel, l'unicité de la solution, assurée par la condition de Jauge de Coulomb est automatiquement vérifiée.

La condition de Jauge de Coulomb est donnée par :

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0$$

- **Equation magnétostatique**

Dans le cas magnétostatique, le champ est produit par des courants indépendants du temps. A partir de l'équation (II.3), on définit le potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$ . Les équations à résoudre dans ce cas sont les suivantes :

$$\vec{B} = r \partial_t \vec{A} \quad (\text{II.16})$$

$$\overline{rot} \vec{H} = \vec{J}_s \quad (\text{II.17})$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.18})$$

La combinaison des équations (II.16), (II.17), et (II.18) nous donne l'équation de diffusion du champ électromagnétique en magnétostatique générale suivante :

$$\overline{rot} \left( \frac{1}{\mu} \overline{rot} \vec{A} \right) = \vec{J}_s + \left( \frac{1}{\mu} \overline{rot} \vec{B}_r \right) \quad (\text{II.19})$$

- **Equation magnétodynamique**

Dans le cas des systèmes alimentés par des sources variables dans le temps et dans lesquels il y a présence de courants induits produits par la variation du champ dans le temps, La combinaison des équations (II.2) et (II-16) donne :

$$r \partial_t \left( \vec{E} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.20})$$

A partir de l'équation (II.20), on peut définir un potentiel scalaire électrique  $V$  tel que :

$$\vec{E} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overline{grad} V \quad (\text{II.21})$$

❖ Loi de comportement magnétique



$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \text{ Ou } H = \frac{1}{\mu} (B - B_r) \quad (\text{II.22})$$

Remplaçant l'équation (II.21) dans l'équation (II.7), on obtient :

$$\vec{J} = -\sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + g \vec{r} \vec{a} d v \right) \quad (\text{II.23})$$

En remplaçant la relation (II.23) dans la relation (II.5) tout en tenant compte des équations (II.22) et (II.16), on aboutit à l'équation de diffusion du champ électromagnétique en magnétodynamique générale suivante :

$$r \vec{\partial} t \frac{1}{\mu} r \vec{\partial} t \vec{A} + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + g \vec{r} \vec{a} d v \right) = r \vec{\partial} t \frac{1}{\mu} \vec{B}_r \quad (\text{II.24})$$

Lorsque la densité du courant d'excitation  $\vec{J}_s$  est connue, excitation en courant, l'équation II.24 est mise sous la nouvelle forme suivante :

$$r \vec{\partial} t \frac{1}{\mu} r \vec{\partial} t \vec{A} + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{J}_s + r \vec{\partial} t \frac{1}{\mu} \vec{B}_r \quad (\text{II.25})$$

## II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a posé la problématique de conception en électrotechnique et la démarche générale d'un processus d'optimisation suivie pour obtenir un produit industriel fiable et qui réponde le maximum possible aux besoins des constructeurs.

L'analyse du cahier des charges permet la formulation de la fonction objectif et les fonctions contraintes appropriées au dispositif à concevoir. Selon la nature du problème traité (continu, différentiable, possédant plusieurs minima locaux,... etc.) le constructeur choisit l'algorithme d'optimisation le plus adapté et le plus capable à localiser la solution optimale.

La démarche de la conception optimale adoptée consiste à coupler une modélisation numérique par éléments finis, pour le calcul du champ électromagnétique, avec les méthodes d'optimisation. Cette démarche est appliquée à l'optimisation de forme du pôle rotorique d'un moteur linéaire pour avoir une distribution sinusoïdale de l'induction magnétique dans le pôle du moteur. La présentation de l'application et les résultats obtenus feront l'objet du prochain chapitre.

## Chapitre III Application et résultats

### III.1 Introduction

Dans ce troisième et dernier chapitre, nous présentons les résultats de simulations obtenus à partir de l'association du code de calcul par éléments finis, implémenté sous l'environnement MATLAB, et l'outil d'optimisation de MATLAB. La stratégie d'optimisation adoptée, modélisation numérique avec les méthodes d'optimisation, est appliquée à la conception optimale de la forme d'un pôle rotorique d'un moteur électrique. Ce dernier est modélisé en régime magnétostatique bidimensionnel dans le système des coordonnées cylindriques.

### III.2 Optimisation de la structure d'un pôle du rotor pour un Moteur linéaire

#### III.2.1. Présentation du dispositif étudié

L'application étudiée consiste à optimiser la forme d'un pôle du rotor dans un moteur linéaire (figure III.1). Ce dispositif comprend un circuit magnétique à entrefer et une bobine. Le problème posé consiste à optimiser la forme du pôle pour que l'induction magnétique soit proche de la forme d'une induction désirée dans des points appartenant à la surface du pôle. L'induction magnétique désirée a une distribution sinusoïdale le long de la région d'intérêt.

La géométrie de rotor est décrite par sept paramètres  $r_i (i=1, \dots, 7)$  suivant la direction de  $(z)$  de façon à modifier la forme du rotor pour optimiser l'induction magnétique. Ces paramètres représentent l'espace de recherche de l'algorithme d'optimisation, ils peuvent prendre n'importe quelle valeur entre 21 et 30 [m] [23].

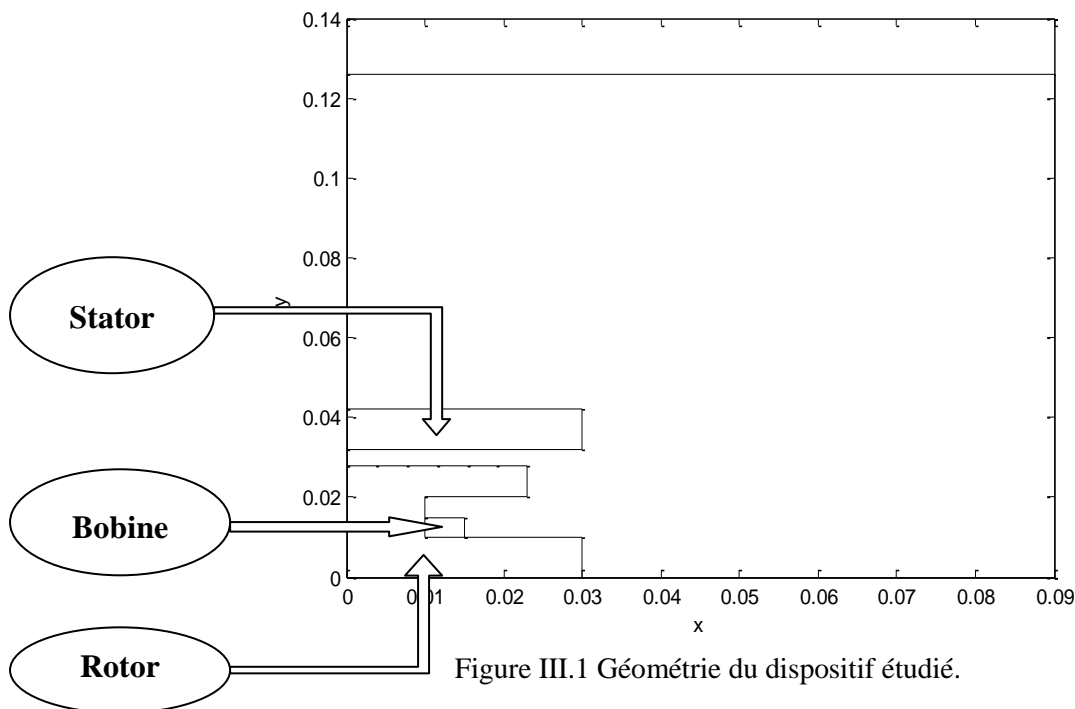


Figure III.1 Géométrie du dispositif étudié.

#### - Caractéristiques géométriques du dispositif

Les caractéristiques géométriques du moteur en question sont récapitulées dans le tableau III.1.

<b>Bobine</b>	Epaisseur [m]	$15 \cdot 10^{-3}$
	Largeur [m]	$15 \cdot 10^{-3}$
<b>Pôle rotorique</b>	Epaisseur [m]	$8 \cdot 10^{-3}$
	Largeur [m]	$32 \cdot 10^{-3}$
<b>Stator</b>	Epaisseur [m]	$10 \cdot 10^{-3}$
	Largeur [m]	$30 \cdot 10^{-3}$

Tableau III.1 Caractéristiques géométriques de dispositif étudié

#### - Caractéristiques physiques du dispositif

Le stator et le rotor sont conçus du même matériau ferromagnétique ayant les caractéristiques suivantes :

- ✓ Perméabilité de l'air  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  [T.H/m]
- ✓ Perméabilité relative de fer  $\mu_r = 1000$

La bobine est parcourue par une densité du courant uniformément répartie dans sa section droite. Elle est de :

$$J=12.44*10^7 \text{ [A/m}^2\text{]}.$$

### III.2.2 Modélisation du dispositif étudié

Le dispositif est modélisé par la méthode des éléments finis en magnétostatique dans le plan (r o z). Pour ce faire, on a utilisé le mailleur automatique de MATLAB pour découper la géométrie considérée en éléments finis triangulaires de premier ordre. Les valeurs du potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  sont calculées en chaque nœud de domaine d'étude. Des conditions aux limites de type Dirichlet sont imposées sur les 4 frontières du domaine d'étude.

Les figures (III.2) et (III.3) présentent respectivement le maillage éléments finis complet de la configuration initiale, qui comporte des éléments triangulaires du premier ordre, ainsi que les lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique correspondantes à la configuration initiale du dispositif. Conformément aux conditions aux limites imposées, les lignes équipotentielles sont parallèles à la frontière correspondante.

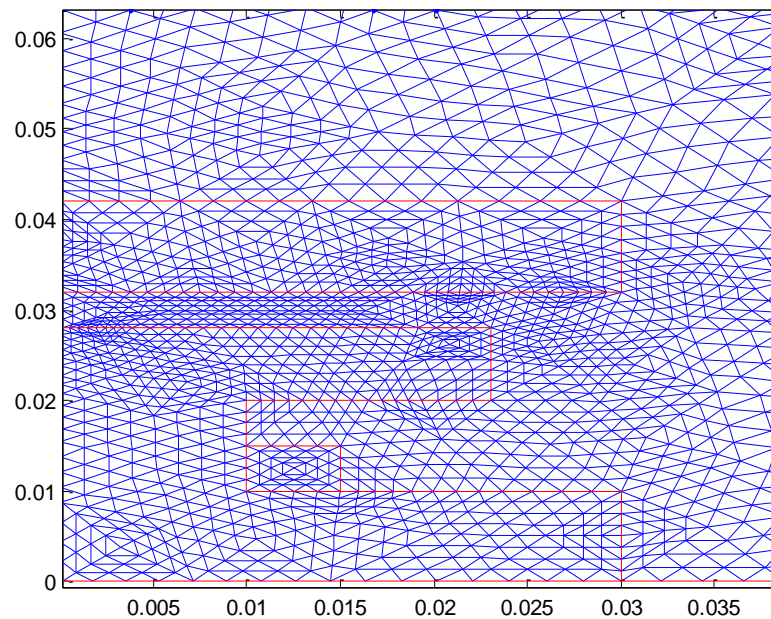


Figure III.2 Maillage éléments finis de la configuration initiale

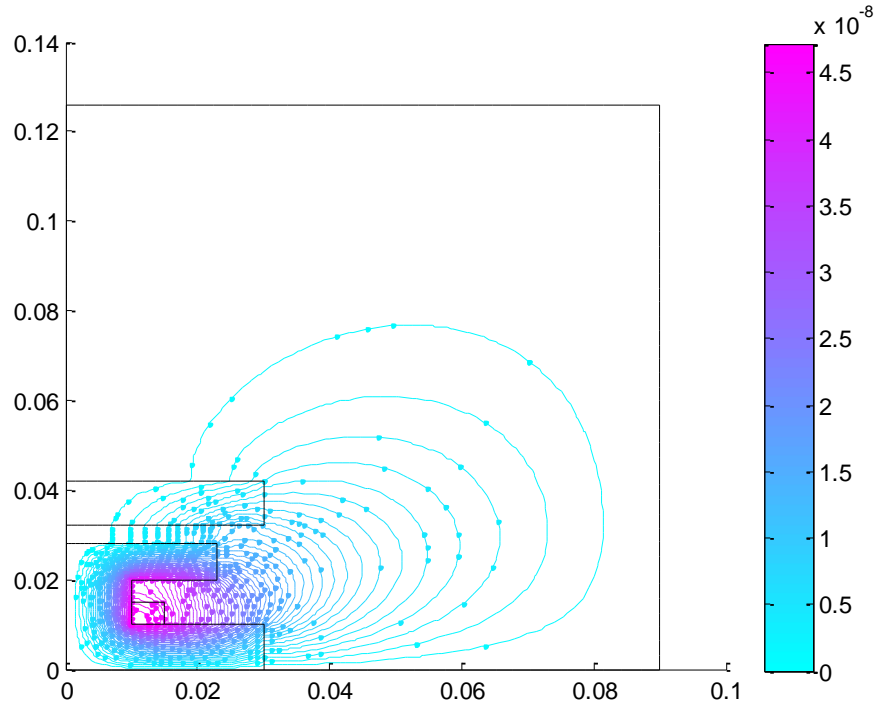


Figure III.3 lignes équipotentiellles du potentiel vecteur magnétique  $A$  [ $\text{T}\cdot\text{m}$ ]

La figure (III.4) représente la carte de l'induction magnétique dans le dispositif. Elle est fortement concentrée dans le pôle rétorque, dans la zone proche de la source du courant (bobine).

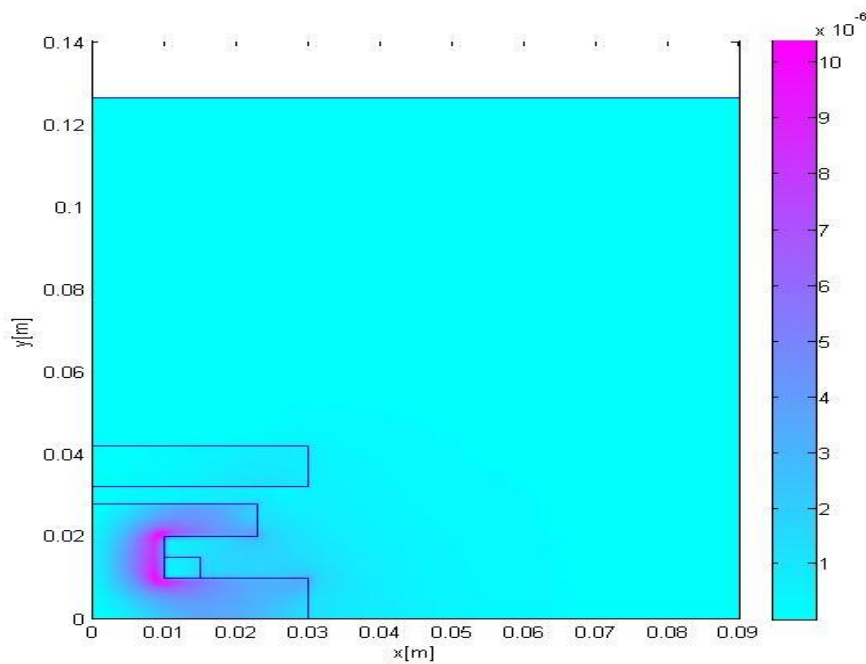


Figure III.4 Induction magnétique dans le moteur [ $\text{T}$ ].

### III.2.3 Formulation du problème d'optimisation

Le problème posé peut être décrit par la minimisation de la fonction objectif qui s'écrit sous la forme :

$$\text{Min } f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (B_c - B_d)^2 \quad (\text{III.1})$$

Avec

$n$ : c'est le nombre de points de calcul

$B_c$  : Valeurs de l'induction calculées en ces points.

$B_d$  : Valeur de l'induction désirée aux mêmes points. Elle a une distribution sinusoïdale.

$X$  est le vecteur des paramètres de conception considérés.

Dans notre cas, la principale contrainte du domaine imposée par le constructeur est les bornes inférieures et supérieures du paramètre  $x_i$

$$x_i^{\min} = 0.021 \text{ [m]}; \quad x_i^{\max} = 0.0300 \text{ [m]} \quad (i=1, \dots, )$$

Pour résoudre le problème d'optimisation posé, deux types de méthodes sont appliquées : déterministe par Quasi-Newton et stochastique par algorithme génétique.

La figure III.5, nous renseigne sur l'induction calculée dans les points  $i$  et celle désirée dans la configuration initiale.

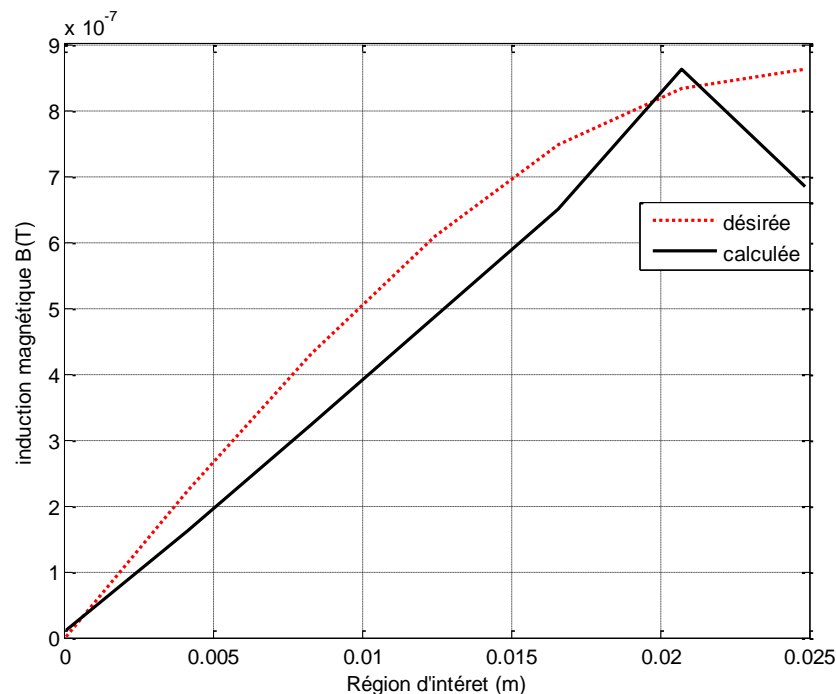


Figure III.5 Induction magnétique calculée aux points  $i$  et celle désirée pour la configuration initiale.

### III.2.4 Résultats de la méthode déterministe

Dans ce cas, la méthode de Quasi-Newton (BFGS) est appliquée pour la résolution du problème d'optimisation considéré. La qualité de la solution fournie par cette classe de méthodes dépend essentiellement du contexte initial. Pour ce faire, dans ce travail on a effectué 4 simulations, chacune correspond un point initial différent des autres.

- **Essai 1**

Le vecteur des paramètres de conception initial est le suivant :

$$x_0 = [28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28] \text{ [mm] ;}$$

Les résultats d'optimisation sont résumés dans le tableau III.2.

L'évolution de la fonction objectif avec les itérations de la méthode est présentée dans la figure III.6.

Tableau III.2. Résultats obtenus par la méthode BFGS pour l'essai 1.

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps de calcul (Seconds)	Nombre d'itérations	Nombre d'appels à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02811	0.02952	132.585	25	293
<b>X2</b>	0.02806				
<b>X3</b>	0.02812				
<b>X4</b>	0.02809				
<b>X5</b>	0.02797				
<b>X6</b>	0.02739				
<b>X7</b>	0.02667				

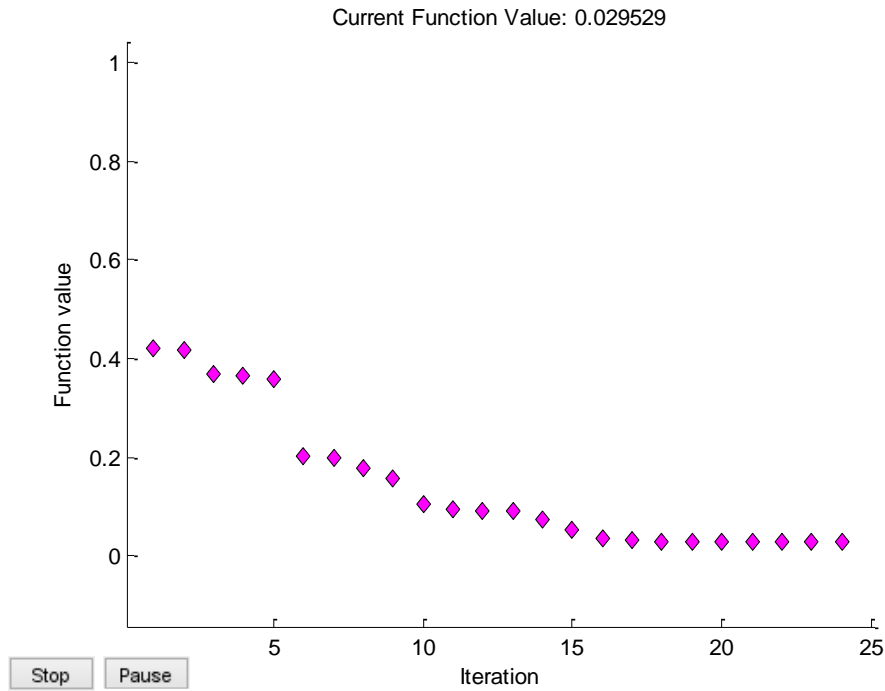


Fig. III.6. Variation de la fonction objectif avec les itérations de la méthode BFGS.

Les figures (III.7) et (III.8) Montrent les lignes équipotentiels du potentiel vecteur magnétique et l'induction magnétique dans la configuration optimale du dispositif.

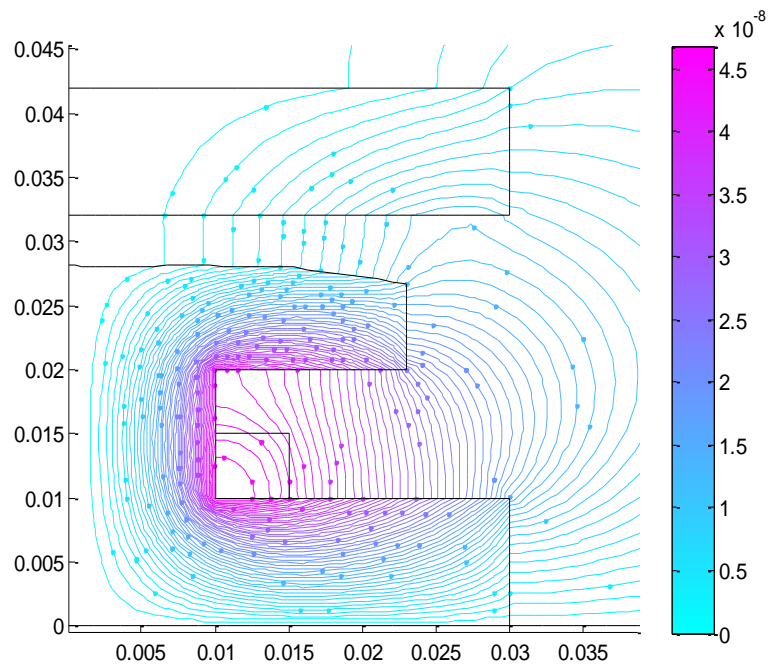


Fig. III.7. Lignes équipotentiels du potentiel vecteur magnétique [T.m] pour la configuration finale.



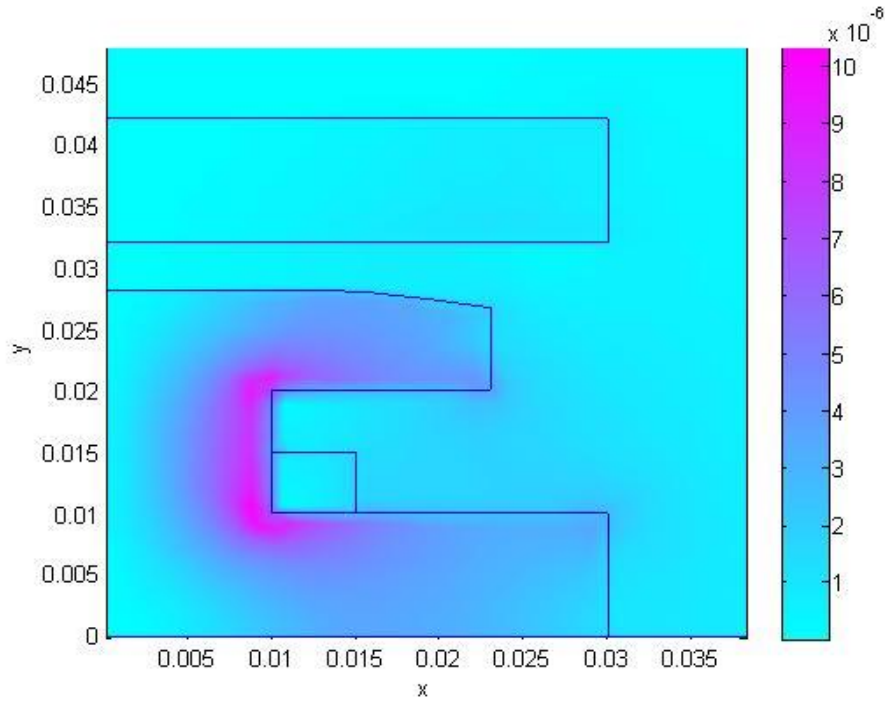


Fig.III.8.Induction magnétique [T] dans la configuration finale

La variation de l'induction magnétique aux points de calcul sur la surface du pôle, calculée et désirée, dans la configuration optimale est illustrée dans la figure III.9.

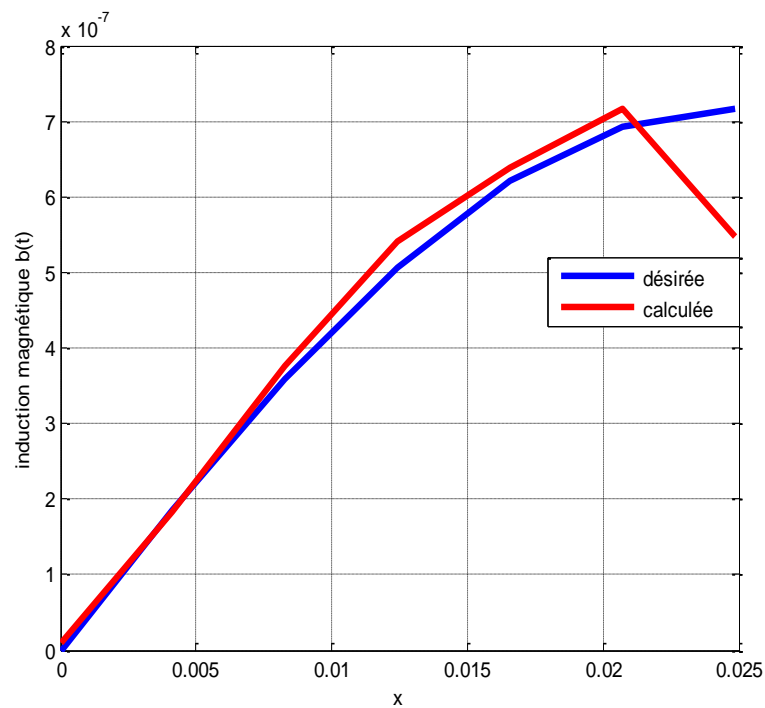


Fig.III.9.induction magnétique calculée et désirée

On remarque que les deux courbes (calculée et désirée) sont plus proche l'une de l'autre que dans le cas initial. Alors la forme obtenue du pôle, après optimisation, a permis d'améliorer l'induction.

- **Essai 2**

Le vecteur des paramètres de conception initial dans cet essai est le suivant :

$$x_0 = [27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27] \text{ [mm]} ;$$

Les résultats d'optimisation sont résumés dans le tableau III.3.

L'évolution de la fonction objectif avec les itérations de la méthode est présentée dans la figure III.10. La figure III.11, montre les lignes équipotentielles et l'induction magnétique dans la configuration finale. Tandis que les valeurs de l'induction calculée, calculées et désirée sont montrées dans la figure III.12.

Tableau III.3. Résultats obtenus par la méthode BFGS pour l'essai 2

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps de calcul (Seconds)	Nombre d'itérations	Nombre d'appels à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02499	0.00630	285.541	56	702
<b>X2</b>	0.02647				
<b>X3</b>	0.02612				
<b>X4</b>	0.02583				
<b>X5</b>	0.02522				
<b>X6</b>	0.02367				
<b>X7</b>	0.02555				

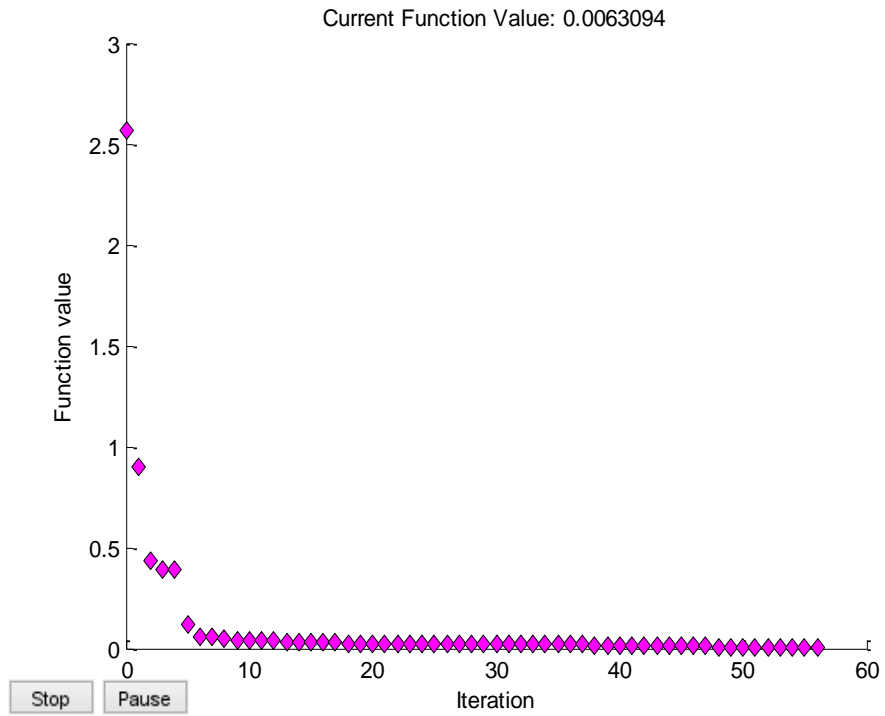


Fig. III.10. Variation de la fonction objectif avec l'itération de la méthode déterministe

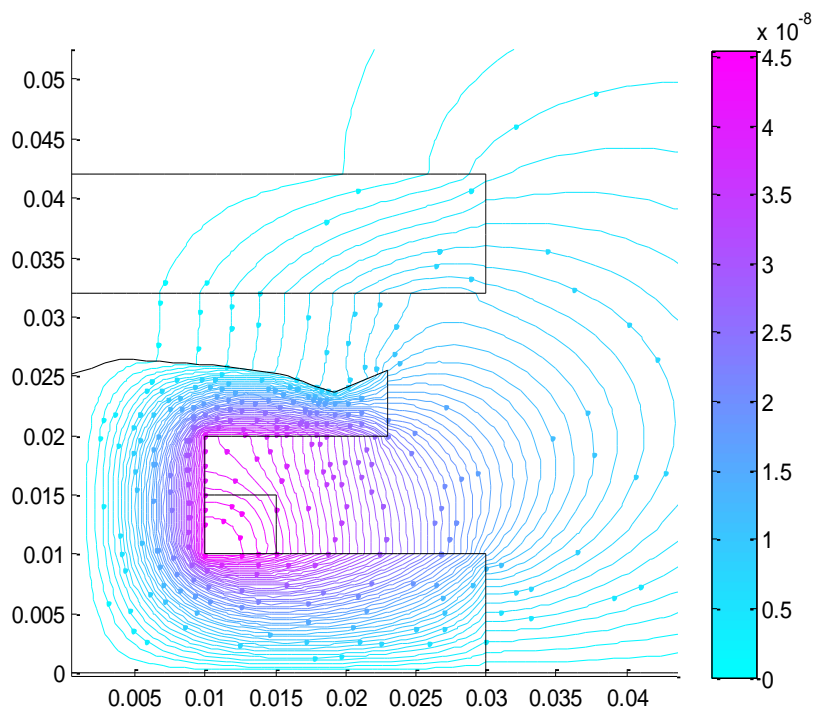


Fig. III.10. Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique pour la configuration finale

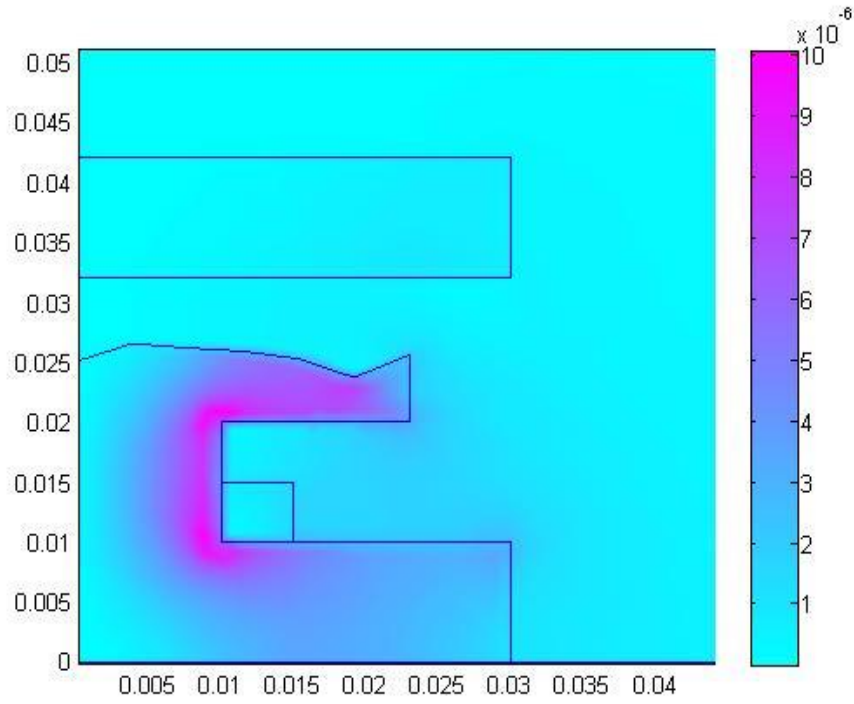


Fig.III.11.induction magnétique pour la configuration finale

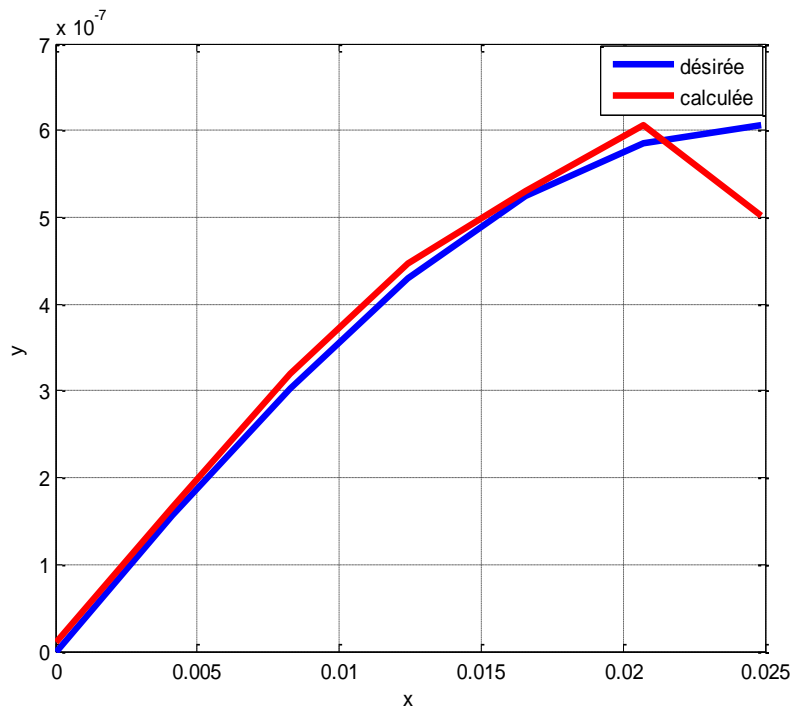


Fig.III.12.induction magnétique calculée et désirée aux points de calcul dans la configuration finale.

- **Essai 3**

Le vecteur des paramètres de conception initial est le suivant :

$$x_0 = [25 \ 25 \ 25 \ 25 \ 25 \ 25 \ 25] \text{ [mm] ;}$$

Les résultats d'optimisation sont résumés dans le tableau III.4.

L'évolution de la fonction objectif avec les itérations de la méthode est présentée dans la figure III.13.

Tableau III.4 Résultats obtenus par la méthode BFGS pour l'essai 3

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps de calcul (Seconds)	Nombre d'itérations	Nombre d'appels à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02649	0.01690	397.199	28	707
<b>X2</b>	0.02558				
<b>X3</b>	0.02503				
<b>X4</b>	0.02440				
<b>X5</b>	0.02427				
<b>X6</b>	0.02100				
<b>X7</b>	0.02488				

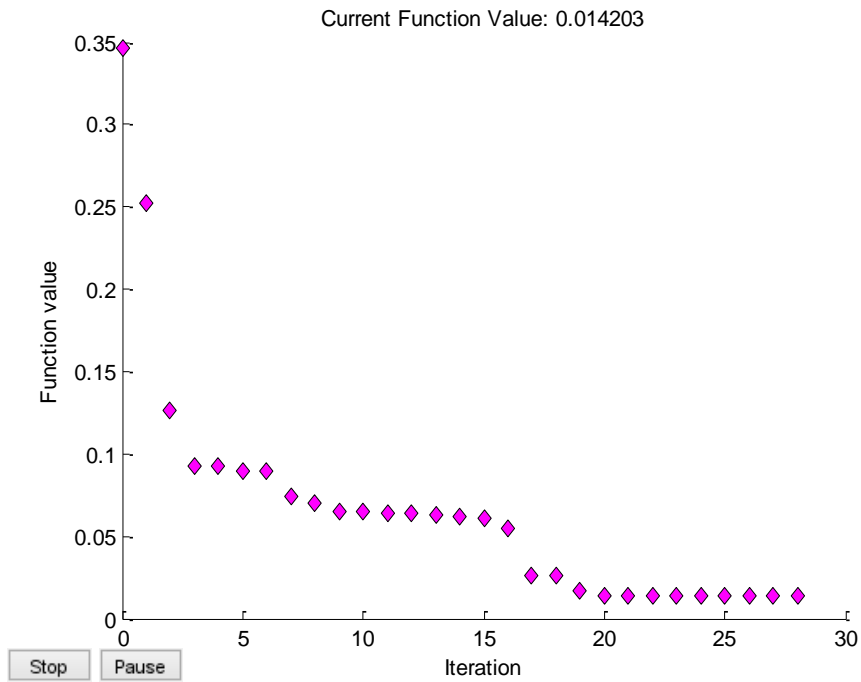


Fig. III.13. variation de la fonction objectif avec l'itération des méthodes déterministe

Les lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique sont montrées dans la figure III.14.

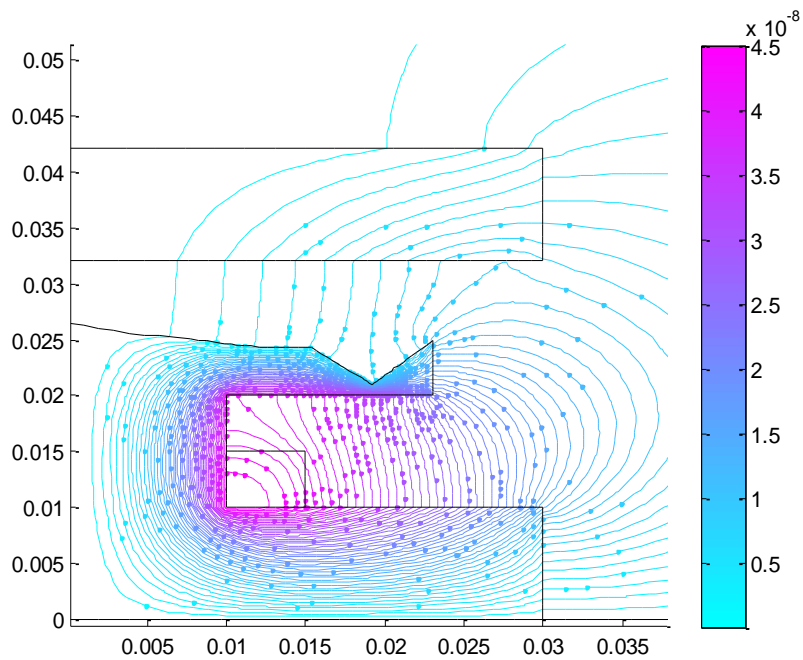


Fig. III.14 Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique dans la configuration finale

Les inductions magnétiques, calculées et désirées, aux points  $i$  sont données dans la figure III.15.

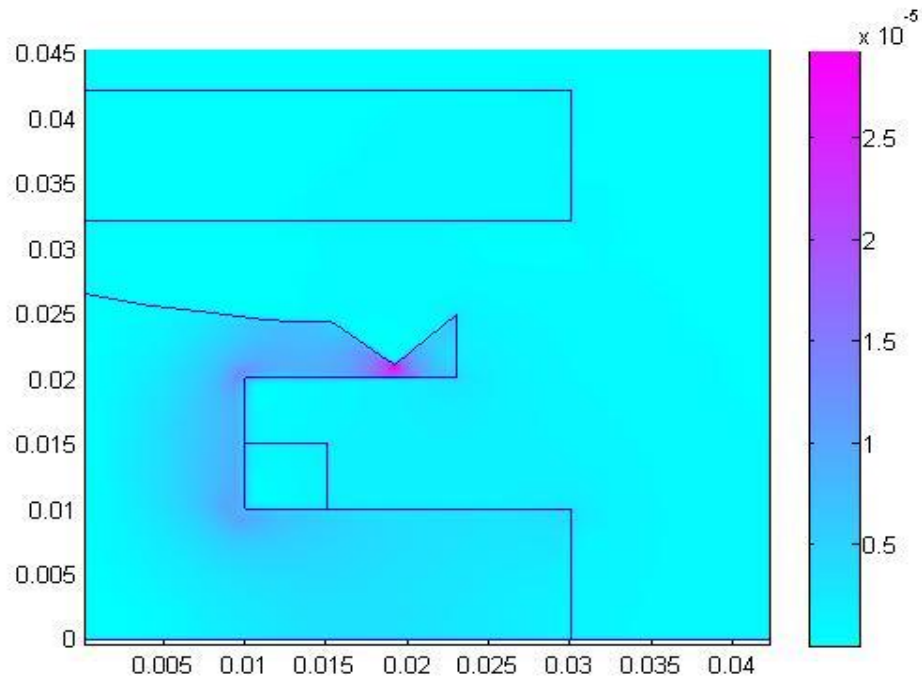


Fig.III.15. Induction magnétique pour la configuration finale

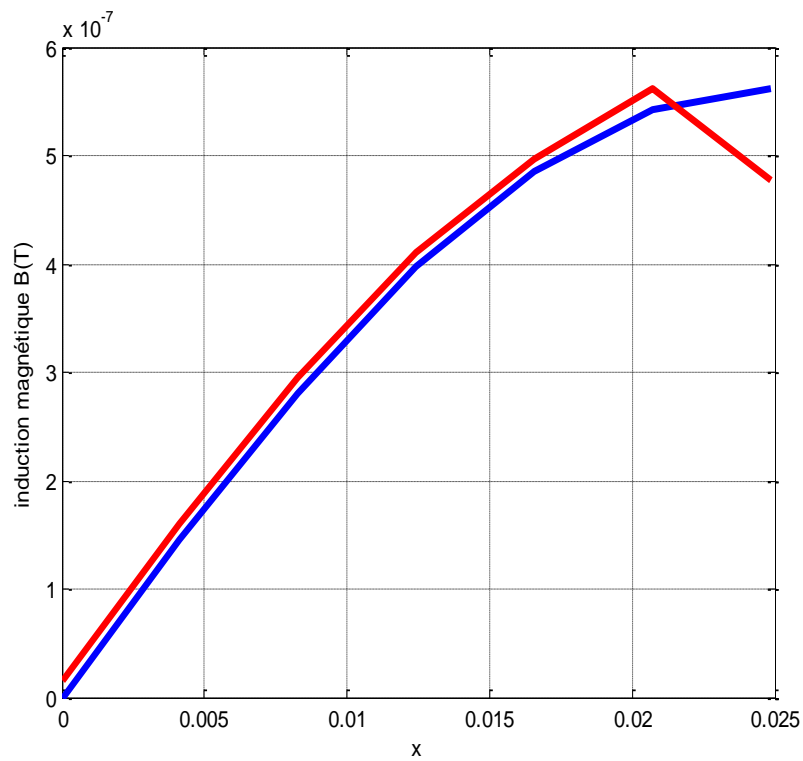


Fig.III.16. Induction magnétique calculées et désirée

- **Essai 4**

Le vecteur des paramètres de conception initial considéré dans cet essai est le suivant :

$$x_0 = [28 \ 27 \ 26 \ 25 \ 24 \ 23 \ 22] \text{ [mm]} ;$$

Les résultats d'optimisation sont résumés dans le tableau III.5.

L'évolution de la fonction objectif avec les itérations de la méthode et l'induction magnétique dans la configuration optimale sont présentées dans les figures III.17 et III.18, respectivement. La figure III.19, montre les inductions magnétiques, calculées et désirées, aux points de calcul  $i$  dans la configuration optimale.

Tableau III.5. Résultats obtenus par la méthode BFGS pour l'essai 4

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps de calcul (Seconds)	Nombre d'itérations	Nombre d'appels à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02625	0.00173	258.092	38	600
<b>X2</b>	0.02791				
<b>X3</b>	0.02774				
<b>X4</b>	0.02748				
<b>X5</b>	0.02708				
<b>X6</b>	0.02635				
<b>X7</b>	0.02628				



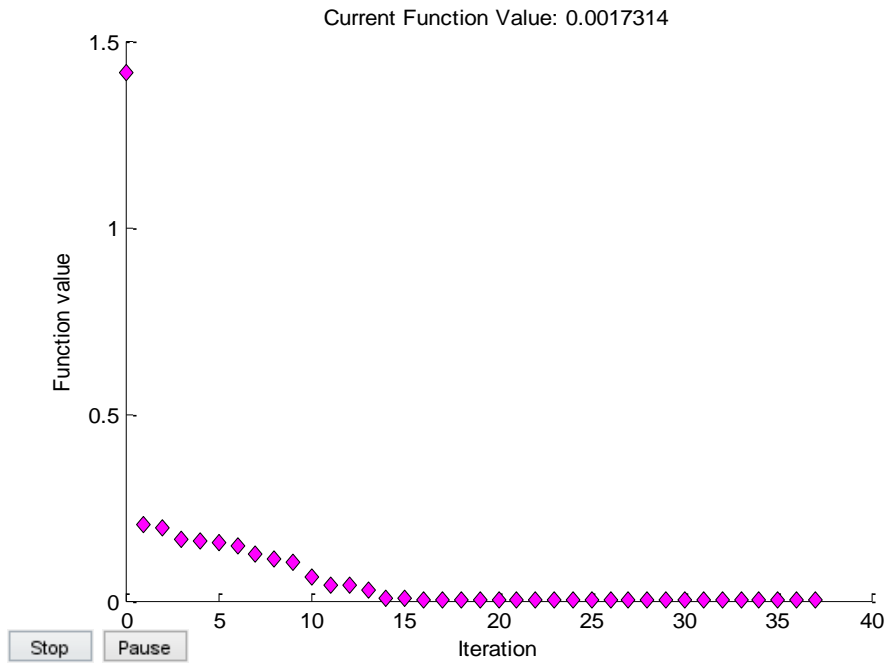


Fig. III.17. Variation de la fonction objectif avec les itérations de la méthode déterministe

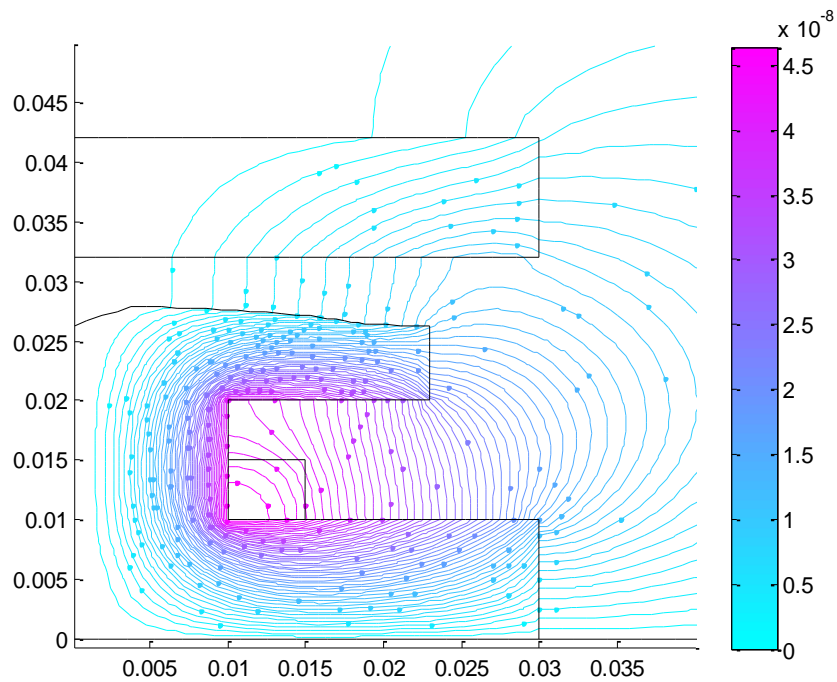


Fig. III.17. Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique pour la configuration finale

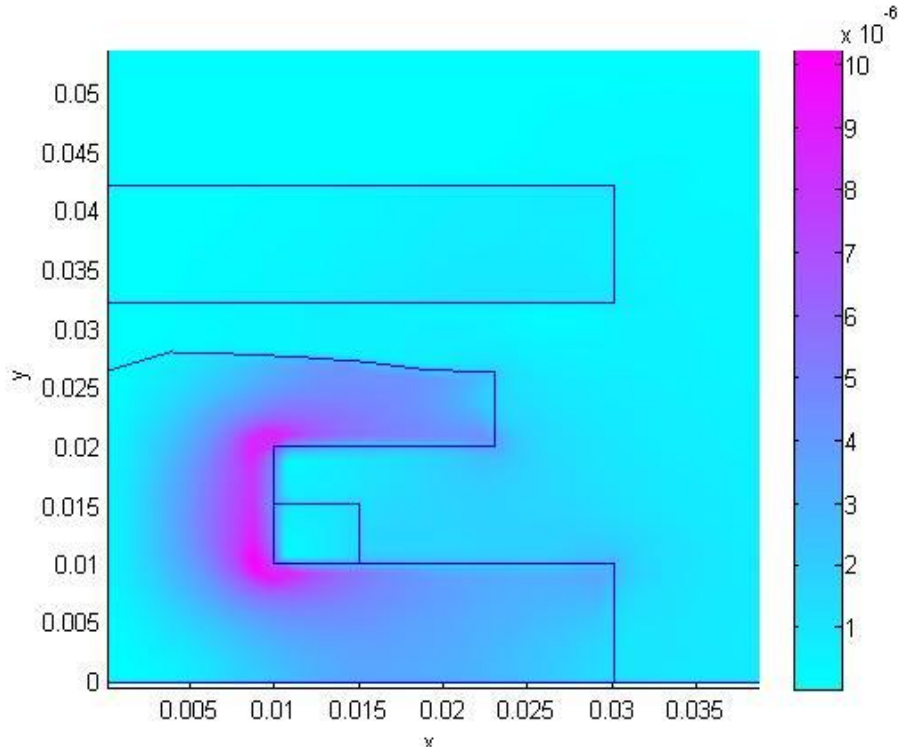


Fig.III.18. Induction magnétique pour la configuration finale

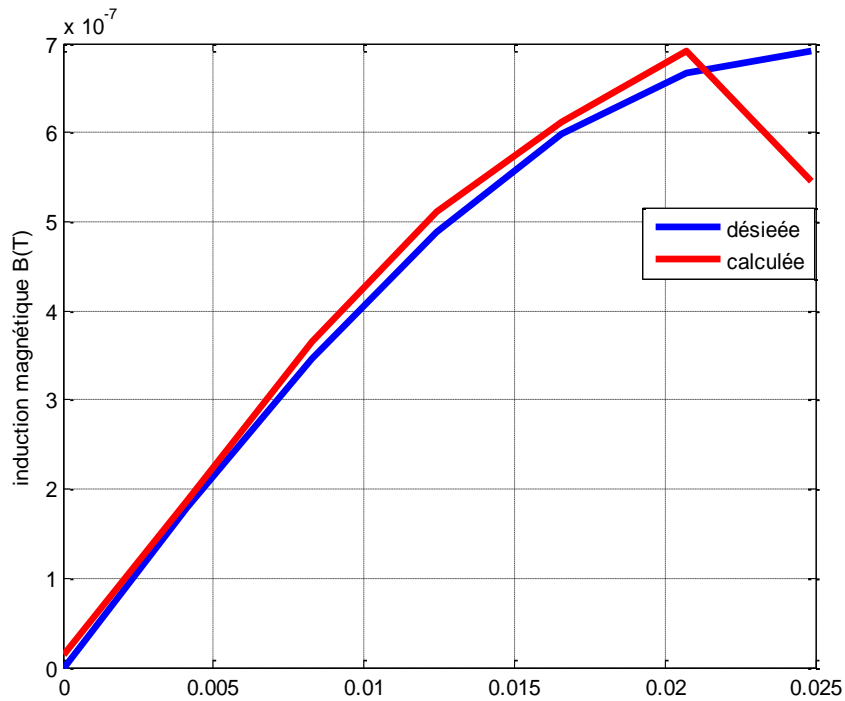


Fig.III.19 Induction magnétique calculées et désirée

Aux points i dans la configuration optimale.

Les différents essais effectués ont permis de mettre en évidence la dépendance du résultat des méthodes déterministes des valeurs initiales des paramètres de conception.

Lorsque ces valeurs sont proches de la solution optimale (voir essai 4), la valeur de la fonction objectif est meilleure que celles obtenue avec des valeurs initiales trop éloignées de la zone de la solution (voir essai 1), dans ce cas, la convergence vers la solution est lente.

Malheureusement, dans la majorité des applications ou des problèmes traités, on ne possède pas des données préalables sur la valeur de la solution optimale.

### **III.2.5 Résultats de la méthode stochastique : algorithme génétique**

L'algorithme génétique est l'une des méthodes d'optimisation stochastique les plus utilisées, notamment en électrotechnique, là où, généralement, on ne dispose pas d'informations sur la solution optimale. La convergence de ce type de méthodes, contrairement à celles déterministes comme le BFGS, est indépendante du contexte initial. En outre, les méthodes stochastiques sont plus générales et s'appliquent pour tous les problèmes y compris ceux discontinus et non différentiables, car ces méthodes ne nécessitent pas le calcul ou la connaissance des dérivées de la fonction objectif.

Pour tenir compte du mécanisme de recherche probabiliste et aléatoire de l'algorithme génétique, on a effectué 4 exécutions différentes, les résultats des différents essais sont présentés ci-dessous.

#### **- Essai 1**

Les valeurs des paramètres optimaux obtenus avec la méthode de l'algorithme génétique sont résumées dans le tableau III.6.

Tableau III.6. Résultats obtenus par la méthode de l'algorithme génétique

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps (Seconds)	Nombre d'itérations	Nombre d'appel à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02906	0.1715	319.760	40	820
<b>X2</b>	0.02564				
<b>X3</b>	0.02783				
<b>X4</b>	0.02650				
<b>X5</b>	0.02694				
<b>X6</b>	0.02260				
<b>X7</b>	0.02774				

La figure (III.20) montre la variation de la fonction objectif en fonction des itérations de la méthode appliquée.

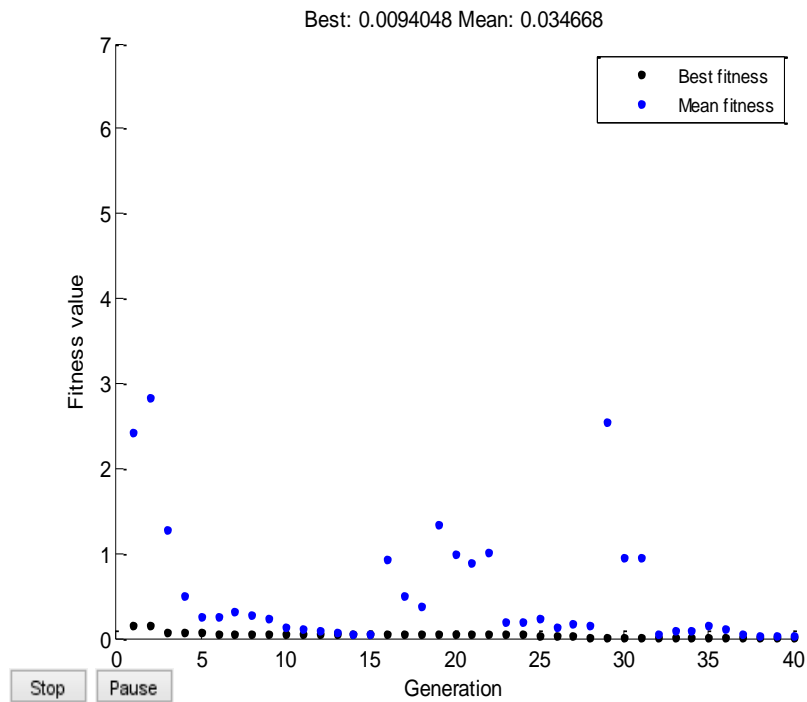


Fig. III.20 Variation da la fonction objectif avec les itérations de la méthode de l'algorithme génétique.

Les figures (III.21) et (III.22) montrent les lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique et l'induction magnétique dans la configuration optimale obtenue par la méthode de l'Algorithme Génétique.

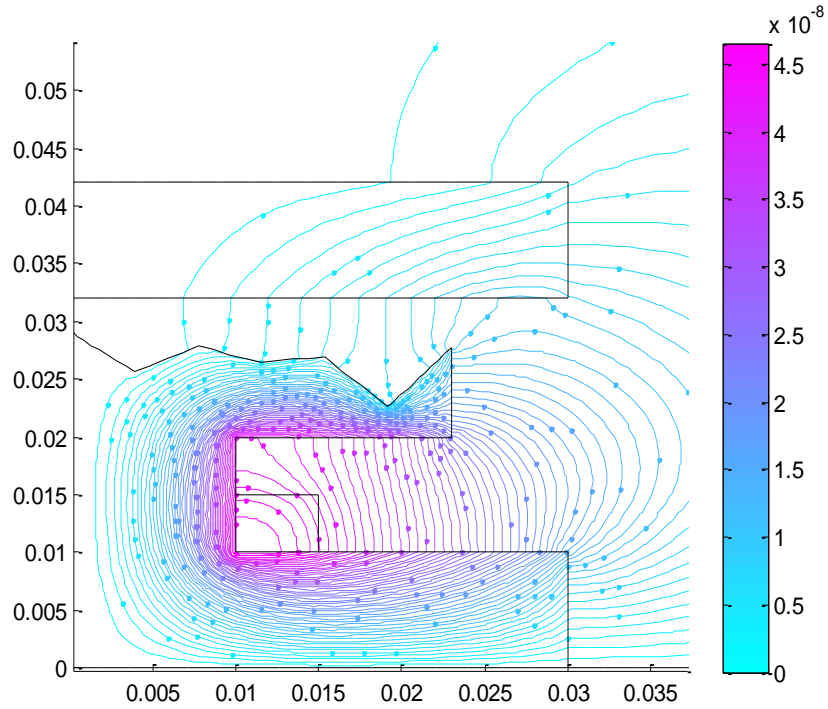


Fig. III.21 Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique pour la configuration finale

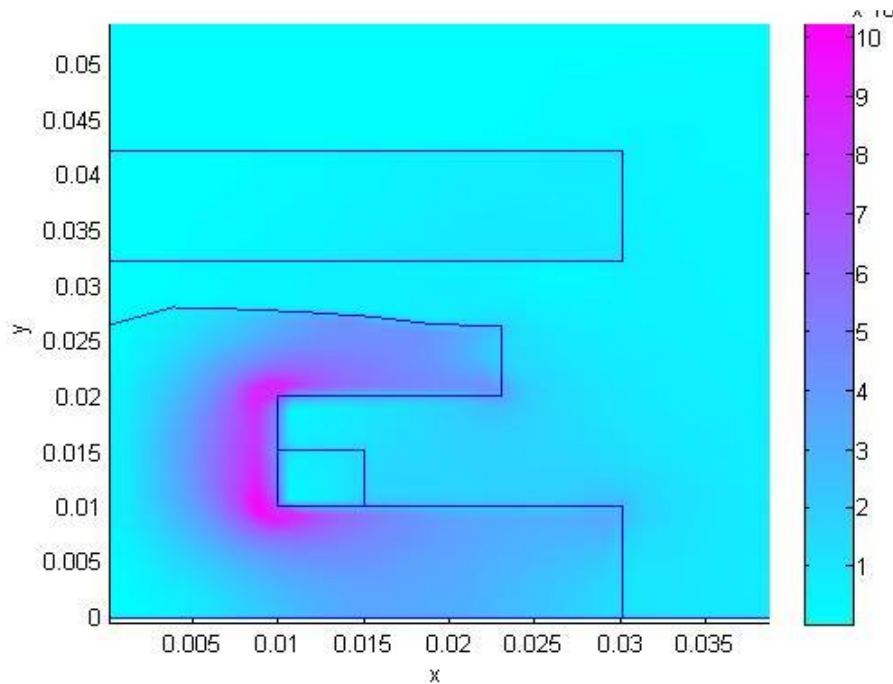


Fig.III.22.Induction magnétique pour la configuration finale

La figure III.23, montre la variation des inductions magnétiques, calculées et désirées, aux point de calcul dans la configuration optimale.

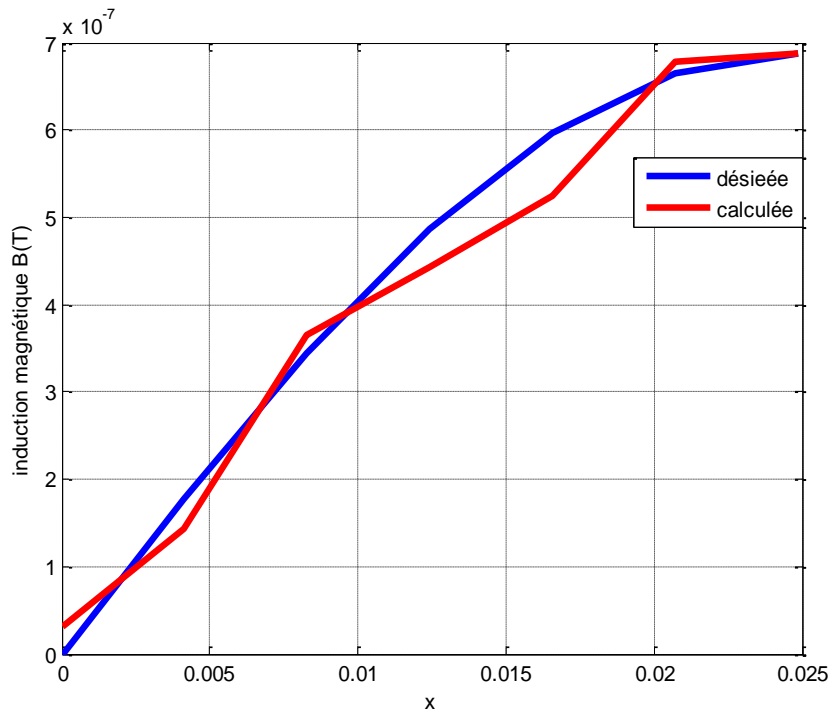


Fig.III.23 Induction magnétique calculées et désirée dans la configuration optimale.

- **Essai 2**

Les valeurs des paramètres optimaux obtenus avec la méthode de l'algorithme génétique sont résumées dans le tableau III.7.

Tableau III.7. Résultats obtenus par la méthode de l’algorithme génétique

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps (Seconds)	Nombre d’itérations	Nombre d’appel à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02515	0.04810	388.009	40	820
<b>X2</b>	0.02696				
<b>X3</b>	0.02575				
<b>X4</b>	0.02621				
<b>X5</b>	0.02342				
<b>X6</b>	0.02177				
<b>X7</b>	0.02690				

La figure (III.24) montre la variation de la fonction objectif en fonction des itérations de la méthode des algorithmes génétiques.

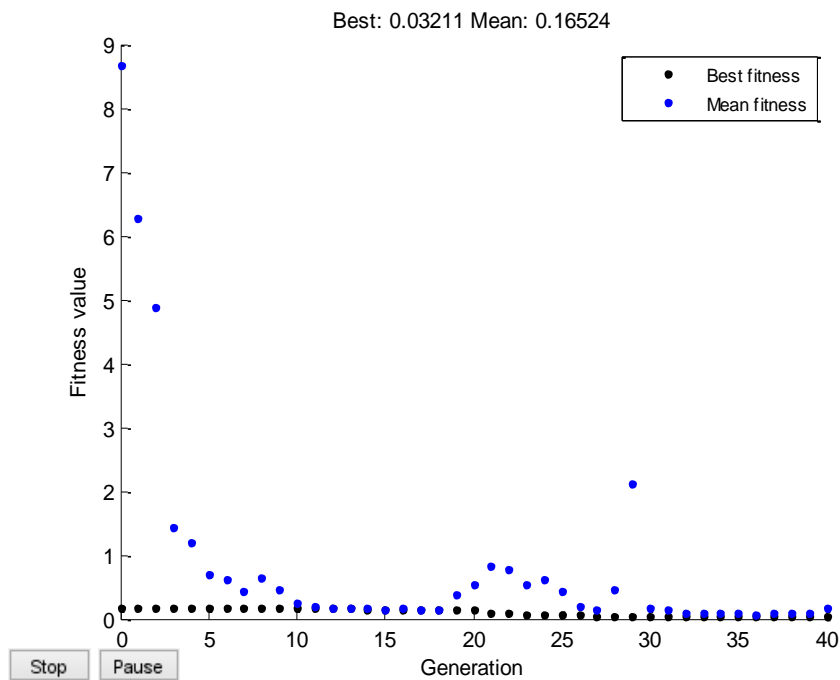


Fig. III.24 Variation de la fonction objectif avec les itérations de la méthode des algorithmes génétiques.

Les figures III.25, III.26 et III.27 nous renseignent sur les lignes équipotentielles ; l'induction magnétique et la variation des inductions magnétiques, calculées et désirées le long du trajet choisi, dans la configuration optimale.

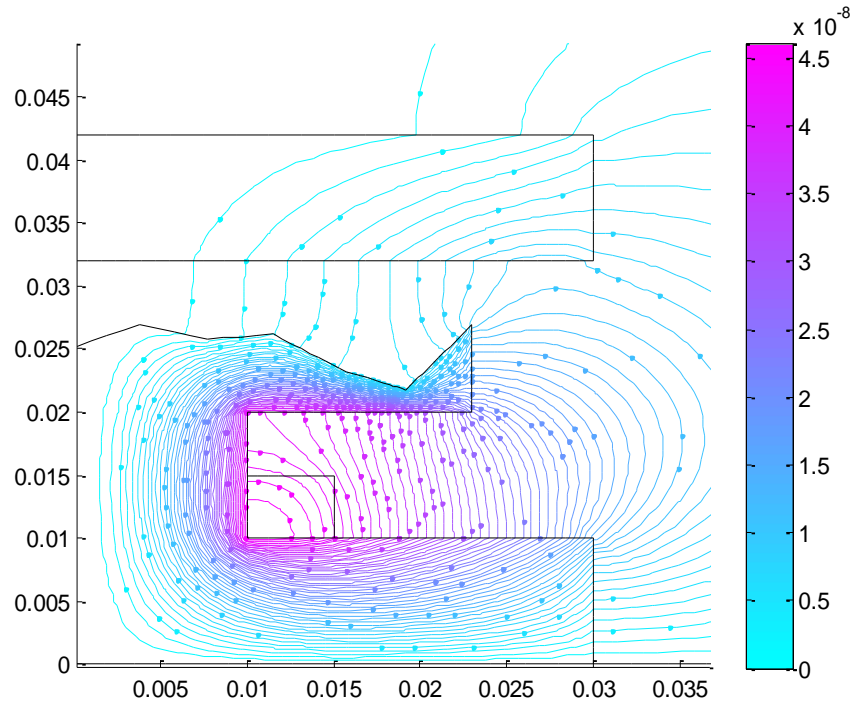


Fig. III.25 Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique pour la configuration finale

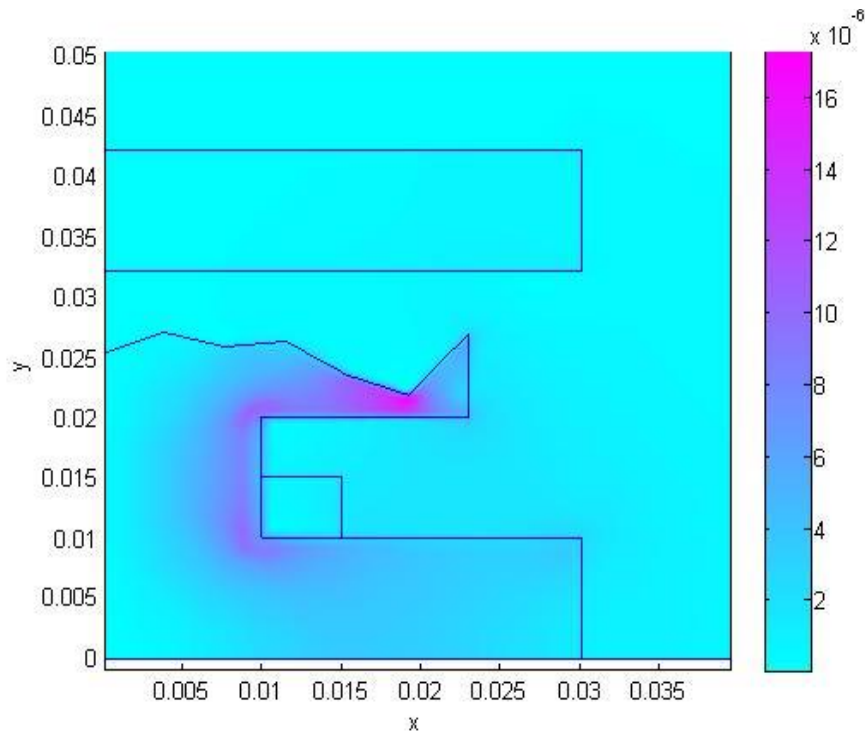


Fig.III.26 Induction magnétique pour la configuration finale



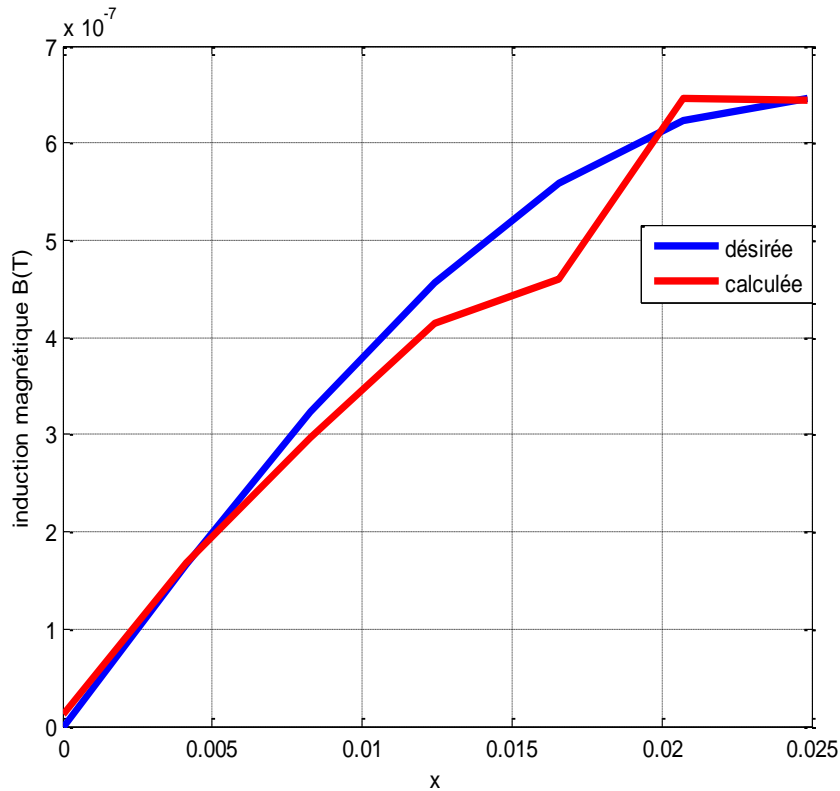


Fig.III.27 Inductions magnétiques calculées et désirées dans la configuration optimale.

- **Essai 3**

Les valeurs des paramètres optimaux obtenus avec la méthode de l'algorithme génétique sont résumées dans le tableau III.8.

Les figures (III.28), (III.29), (III.30) et (III.31) montrent la variation de la fonction objectif en fonction des itérations de l'algorithme génétique, les lignes équipotentielles, l'induction magnétique et la variation des valeurs de l'induction calculée et mesurée aux points i, dans la configuration finale, respectivement.

Tableau III.8. Résultats obtenus par la méthode de l’algorithme génétique

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps (Seconds)	Nombre d’itérations	Nombre d’appel à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02674	0.7216	340.567	40	820
<b>X2</b>	0.02186				
<b>X3</b>	0.02823				
<b>X4</b>	0.02310				
<b>X5</b>	0.02651				
<b>X6</b>	0.02253				
<b>X7</b>	0.02722				

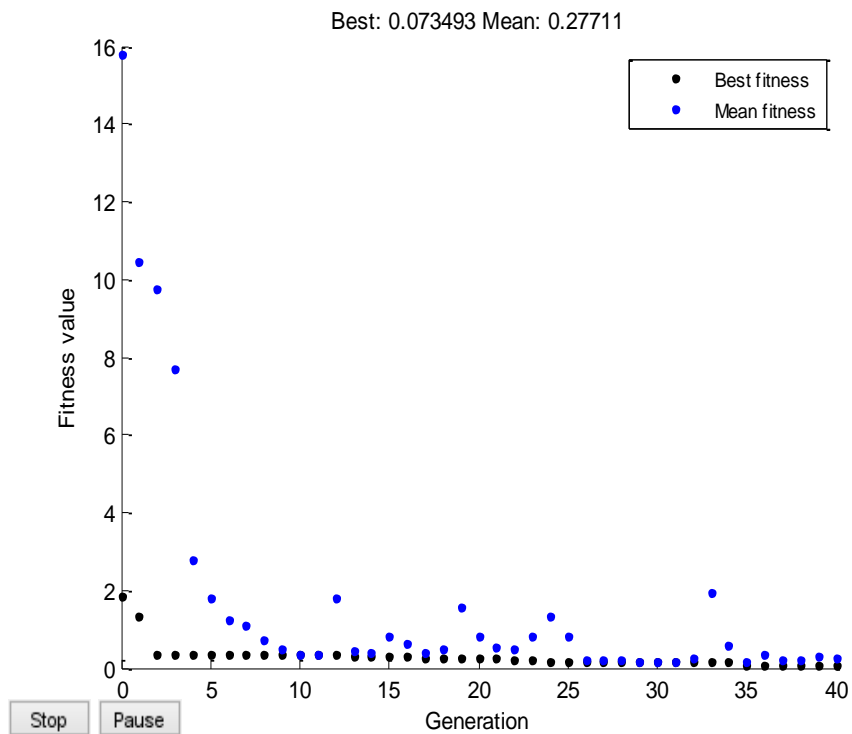


Fig. III.28 Variation de la fonction objectif avec les itérations de la méthode de l’algorithme génétique.

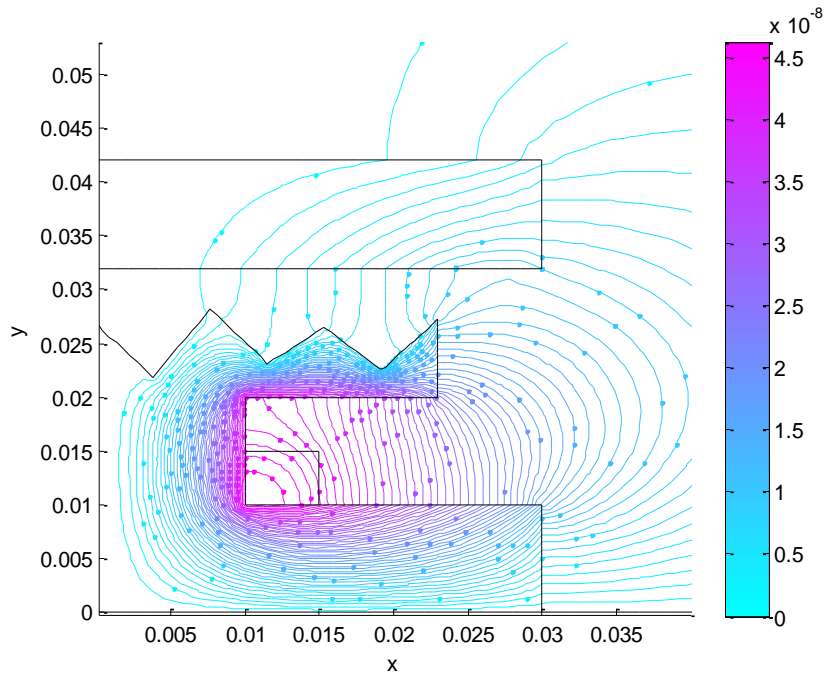


Fig. III.29 Lignes équipotentielles du potentiel vecteur magnétique pour la configuration finale

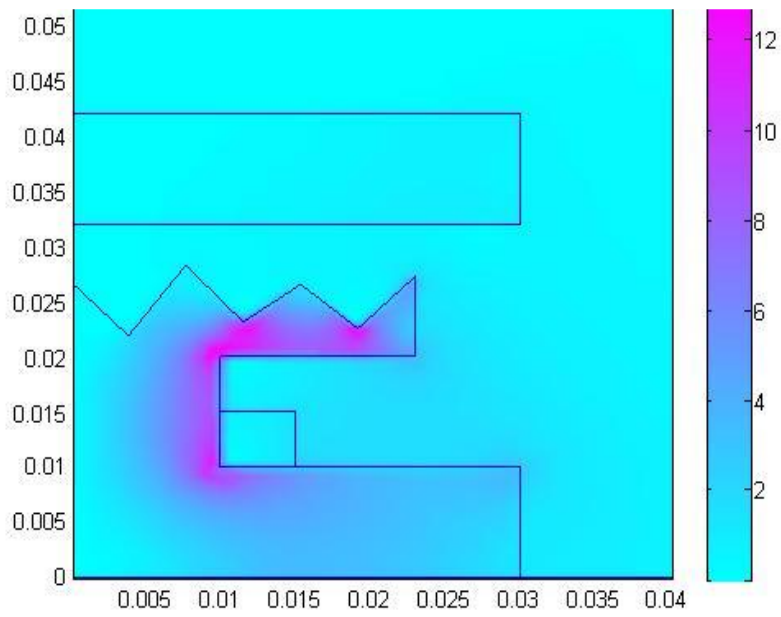


Fig.III.30 Induction magnétique pour la configuration finale

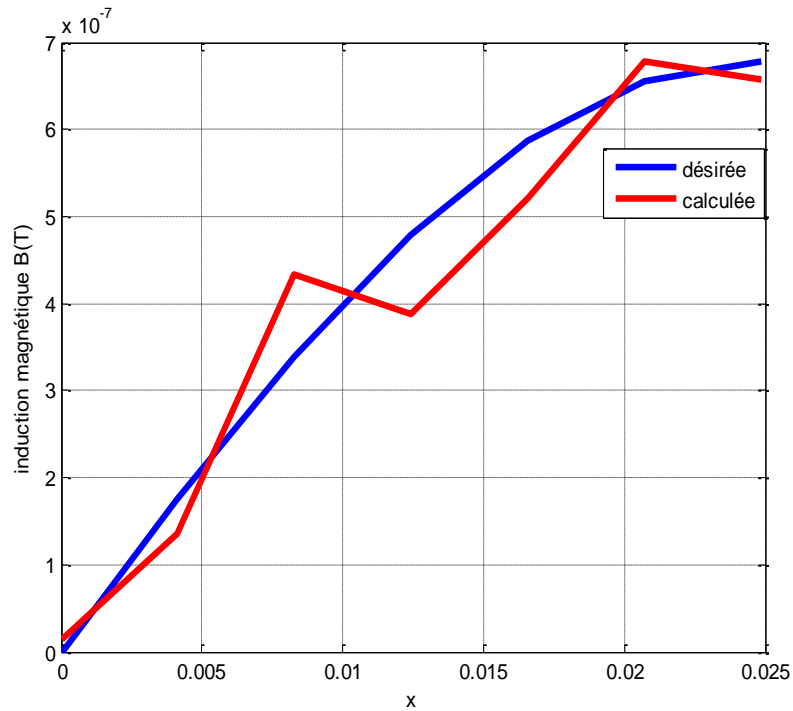


Fig.III.31.induction magnétique calculées et désirée

**- Essai 4**

Les valeurs des paramètres optimaux obtenus avec la méthode de l'algorithme génétique sont résumées dans le tableau III.9. Cependant, les figures III.32, III.33, III.34 et III.35 donnent respectivement : la variation de la fonction objectif avec les itérations de l'algorithme génétique, les lignes équipotentielles, l'induction magnétique et les valeurs de l'induction calculées et désirées dans la configuration optimale.

Tableau III.9. Résultats obtenus par la méthode de l’algorithme génétique

Paramètres	Valeurs obtenues	Fonction objectif	Temps (Seconds)	Nombre d’itérations	Nombre d’appels à la fonction objectif
<b>X1</b>	0.02583	0.05211	303.554	40	820
<b>X2</b>	0.02793				
<b>X3</b>	0.02357				
<b>X4</b>	0.02723				
<b>X5</b>	0.02381				
<b>X6</b>	0.02431				
<b>X7</b>	0.02707				

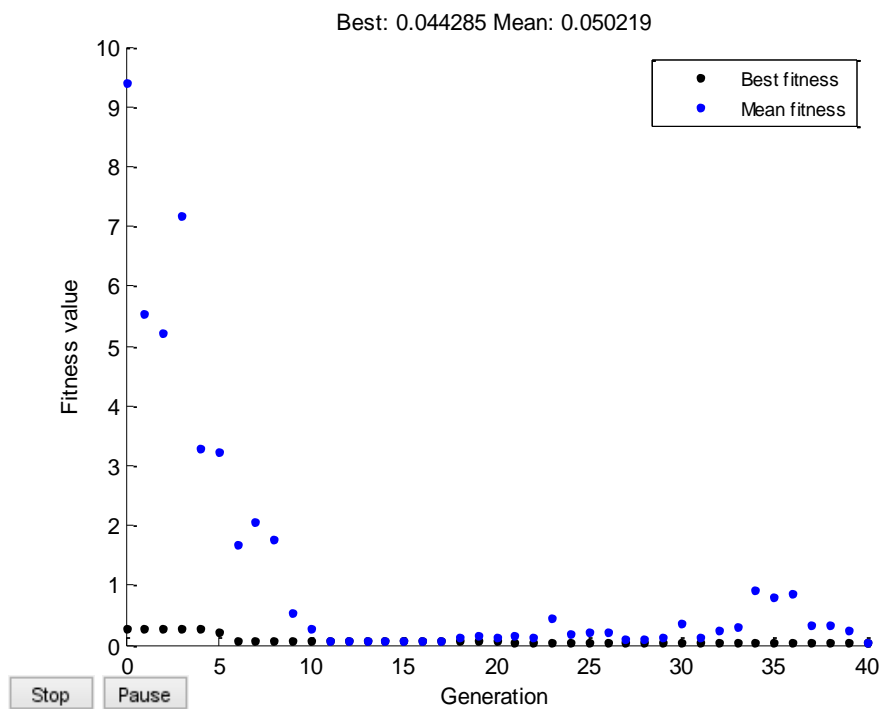


Fig. III.32 Variation de la fonction objectif avec les itérations de la méthode de l’algorithme génétique.

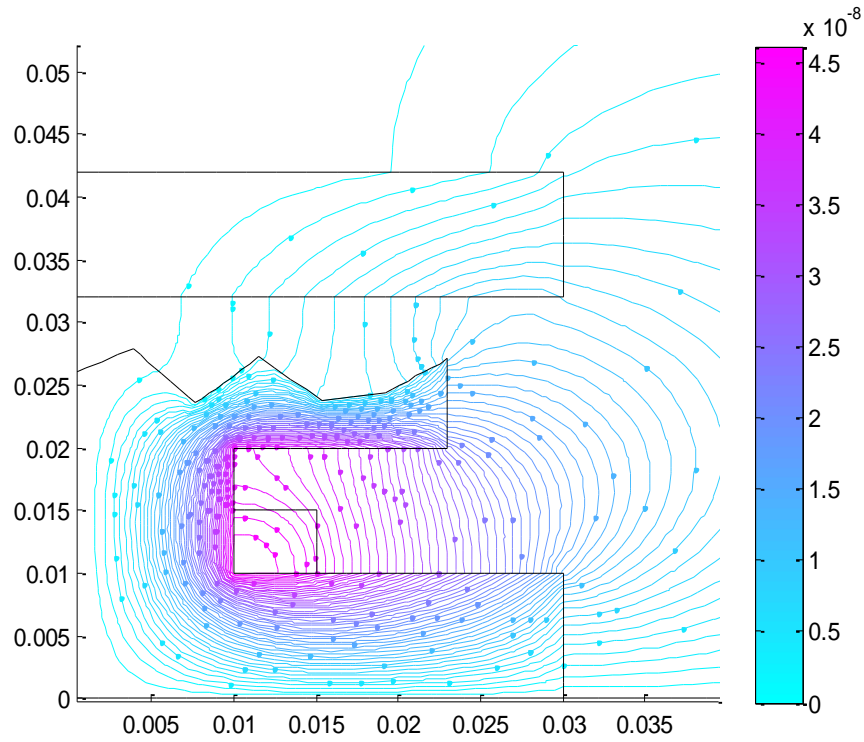


Fig. III.33 Lignes équipotielles du potentiel vecteur magnétique dans la configuration finale

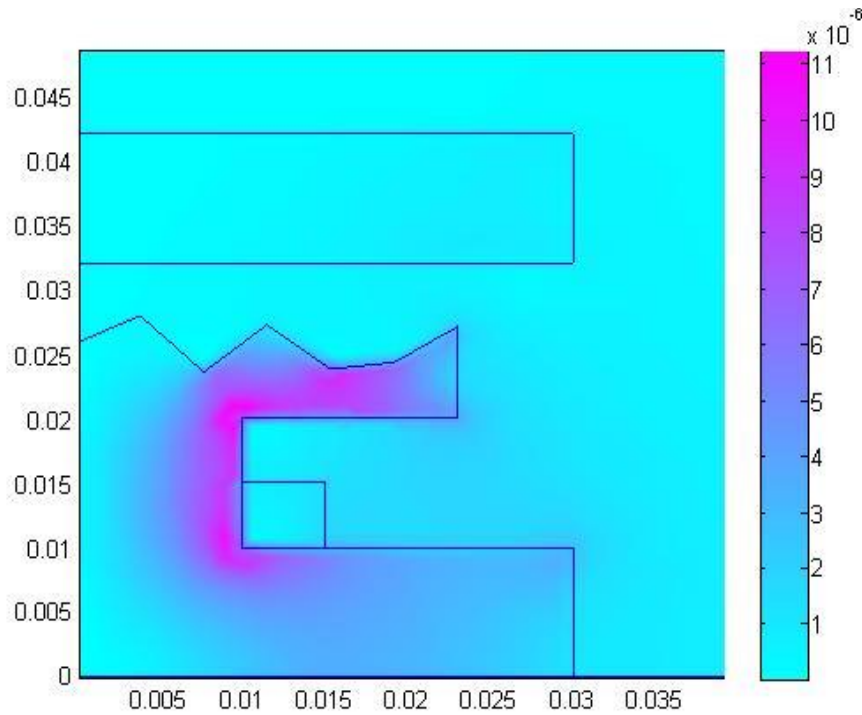


Fig.III.34.Induction magnétique dans la configuration finale

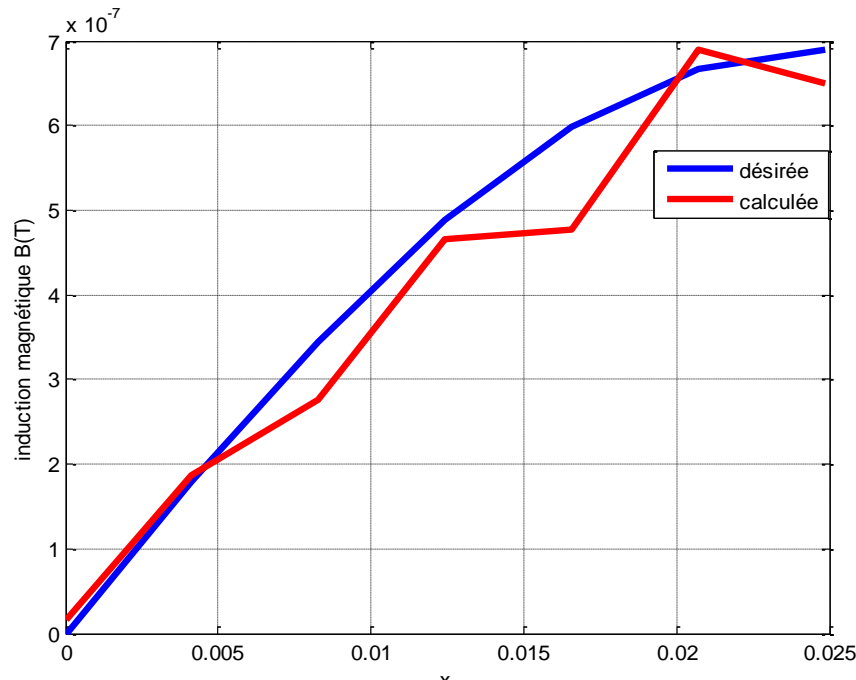


Fig.III.35 Inductions magnétiques calculées et désirées dans la configuration optimale.

Les résultats obtenus de différents essais effectués ont permis de montrer l'aspect probabiliste et aléatoire de la méthode de l'algorithme génétique, où l'on remarque que le meilleur résultat est celui de l'essai 2.

### III.3 Conclusion

Dans ce chapitre, deux types de méthodes d'optimisation, une déterministe basée sur l'algorithme Quasi-Newton, et l'autre stochastique basée sur l'algorithme génétique, pour l'optimisation de la forme d'un pôle rotorique dans moteur linéaire. La procédure que nous avons adoptée consiste à associer des méthodes d'optimisation à une analyse du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis.

La démarche de conception optimale suivie dans ce travail, semble être très adéquate, es se basant sur un outil de modélisation souple et efficace et un outil d'optimisation permettant d'automatiser la procédure d'optimisation en électrotechnique.

Chaque classe de méthodes d'optimisation possède des avantages et des inconvénients. Les méthodes déterministes, sont des méthodes rapides mais elles dépendent fortement du point de calcul initial ou vecteur des paramètres initiaux. Par contre, les méthodes stochastiques sont indépendantes du contexte initial, plus coûteuse que l'autre type de méthodes et le même contexte initial peut conduire à des résultats différents.

*Conclusion générale  
et perspectives*



## Conclusion générale et perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire concerne le développement d'outils numériques dans la méthodologie de conception par optimisation appliquée aux dispositifs électrotechniques.

Une étude sur les différentes méthodes d'optimisation les plus répondues en électrotechnique a été faite. Les méthodes d'optimisation les plus classiques dites déterministes sont des méthodes locales et la plupart d'entre elles exigent que le problème d'optimisation soit continûment dérivable. Par contre, les méthodes stochastiques, récentes par rapport à la première catégorie, ne nécessitent pas le calcul des dérivées de la fonction objectif et non plus des connaissances préalables sur la solution pour atteindre l'optimum, elles sont basées sur des lois probabilistes et aléatoires, leur majeur inconvénient c'est le temps de calcul important surtout lorsqu'elles sont couplées avec un outil de calcul par éléments finis. Comme variantes de ces deux classes de méthodes, dans ce travail on a considéré la méthode déterministe de quasi-Newton et la méthode stochastique des algorithmes génétiques, dans les deux cas, on a utilisé la bibliothèque d'optimisation du logiciel MATLAB.

La démarche de conception des systèmes électrotechniques par l'optimisation à partir d'un modèle basé sur le calcul numérique du champ électromagnétique que nous avons adoptée dans ce travail est sujette à de nombreuses difficultés, parmi lesquelles la diversité des problèmes traités (caractéristiques physiques, géométriques et fonctionnelles de dispositifs) et l'échange de données entre le module de calcul numérique et le module d'optimisation.

L'application de cette démarche pour la conception optimale de la forme du pôle rotorique d'un moteur linéaire nous a permis d'une part, de mieux comprendre les mécanismes et les caractéristiques des deux méthodes retenues dans cette étude et d'autre part, de mettre en évidence la difficulté liée à la dépendance des deux outils, simulation numérique et optimisation. On a constaté également que la méthode des algorithmes génétiques nécessite un temps de calcul plus important que celui que nécessite la méthode de Quasi-Newton.

Comme perspectives de ce travail on cite :

- ✓ Elargir la comparaison entre plusieurs méthodes déterministes et stochastiques.

- ✓ Application de la démarche de conception adoptée pour la résolution des problèmes d'optimisation avec contraintes.
- ✓ Application de la démarche à d'autres dispositifs électrotechniques, tels que les machines tournantes.

*Références*  
*bibliographiques*

**Références bibliographiques**

- [1] W. H. Press, "Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing" Cambridge University Press, ISBN 0-521-43108-5, 1992.
- [2] B. Sareni, "Méthodes d'Optimisation Multimodales Associées à la Modélisation Numérique en Electromagnetisme", Thèse de Doctorat, École Centrale de Lyon, 1999.
- [3] R. R. Saldanha, "Optimisation en Electromagnétisme par application conjointe des Méthodes de Programmation Non Linéaire et de la Méthode des Éléments Finis", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.
- [4] J. C. Culioli, "Introduction à l'Optimisation", Ellipses, ISBN 2-72989428-4, 1994.
- [5] I. A. Nelder, R. Mead, "A Simplex Method for Function Minimization", Computer Journal, vol. 7, pp. 305-312, 1965.
- [6] R. Fletcher, "Practical Methods of Optimization", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-49463-1, 1987.
- [7] S. S. Rao, "Engineering Optimization: Theory and Practice", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-55034-5, 1996.
- [8] K. A. De Jong, "An Analysis of the Behaviour of a Class of Genetic Adaptive Systems", Doctorat, University of Michigan, 1975.
- [9] D. E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", Addison Wesley, ISBN 0-201-15767-5, 1989.
- [10] Z. Michalewicz, "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs", Springer Verlag, ISBN 3-540-58090-5, 1994.
- [11] M. Gen, R. Cheng, "Genetic Algorithms and Engineering Design", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-12741-8, 1997.
- [12] L. Saludjian, "Optimisation en Electrotechnique par Algorithmes Génétiques", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1997.
- [13] J. E. Baker, "Reducing Bias and Inefficiency in the Selection Algorithm", Proceedings of ICGA87 - 2nd International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, New Jersey, pp. 14-21, 1987.
- [14] L. Davis, "Adapting Operator Probabilities in Genetic Algorithms", Proceedings of ICGA89 - 3rd International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, pp. 61-69, 1989.

- [15] Z. Janikow, Z. Michalewicz, "An Experimental Comparison of Binary and Floating Point Representations in Genetic Algorithms", Proceedings of ICGA91 - 4th International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, pp. 31-36, 1991.
- [16] C. W. Carroll, "The Created Response Surface Technique for Optimizing Nonlinear Restrained Systems", Operational Research, n. 9, pp. 169- 184, 1961.
- [17] A. V. Fiacco, G. P. McCormick, "Nonlinear Programming Sequential Unconstrained Minimization Techniques", John Wiley, New York, 1968.
- [18] D. M. Ryan, "Penalty and Barrier Functions", P. E. Gill and Murray, Academic Press, 1974.
- [19] C. Coutel, "Contribution méthodologique a la conception sous contraintes dispositifs électromagnétiques", Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 1999.
- [20] H. S. Zire, "Conception et optimisation de moteurs à aimants destinés à l'entraînement direct", Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Belfort, 2005.
- [21] F. Wurtz, "Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machines électriques", Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 1996.
- [22] A. D. Kone, "Contribution à la conception des actionneurs électriques par formulation en termes d'optimisation", Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 1993.
- [23] G. fuat uler, osama A. mohammed, and chang-seop koh, «utilizing Genetic Algorithms for the optimal Design of Electromagnetic Devices » IEEE transactions on magnetic, vol. 30.no. 6, november 1994.