

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
scientifique

Université Mohammed Seddik Ben Yahia- Jijel



Faculté des Sciences et de la Technologie

Département d'Électronique

MEMOIRE

Pour l'obtention du diplôme de Master

Option : Micro électronique

Thème

**Simulation de systèmes à l'aide d'amplificateurs
opérationnels**

Présenté par :

Bouamli Ibtissam

Sebouta Aimane

Encadré par :

Pr.B.Birouk.

Promotion Juillet 2019.

Remerciements

Tout d'abord, nous rendons grâce à ALLAH le tout puissant de nous avoir donné le courage et la volonté pour achever ce modeste travail.

*Nous tenons à exprimer nos remerciements à Monsieur **B Birouk**, pour nous avoir soutenu, orienté et aussi pour les précieux conseils qu'elle nous avons donnés toute la durée de nos travaux, de nous avoir accueilli au sein du laboratoire, pour l'aide considérable qu'elle nous avons fournie en tant qu'encadreur.*

Nous tenons également à remercier tous les membres du jury qui nous font l'honneur de juger notre travail.

Enfin, nous adressons nos remerciements les plus sincères à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à concrétisation de ce travail.



Dédicaces

De tout mon cœur je dédie ce travail

A celle qui a su me consolider durant

Tous les moments de ma vie

*Ma chère mère **Djamila***

A celui qui m'a guidé par ses

Précieux conseils

*Mon chère père **Alaoua***

*A mes frères : **Mosbah, Abd El Rahim***

*A mes sœurs : **Wafa, Ahlem, Hana, Hoda** et son fesse*

loudjin et baha el dine

*A toute ma famille **BOUAMLI***

*A tous mes amis et surtout **Boulahia Naila***

A mes collègues de promotion

D'électronique 2019

IBTISSEM.



Dédicaces

Mes parents qui me sont les plus chers au monde, dont l'amour

et

Les sacrifices n'ont pas cessé de combler ma vie ;

Que Dieu les protège et les garde pour moi.

Mes frères et sœurs

Toute ma famille.

Toutes les amies durant mes années d'études

Tous ceux que me sont chers

Nous dédions ce travail...

IMANE

Tables de matières

Sommaire

Introduction générale..... 1

Chapitre I : Notions sur les oscillateurs

I.1. Introduction 3

I.2. Définition d'un oscillateur 3

I.3. Oscillateurs libres et forcés 5

I.4. Oscillations amorties et entretenues 5

I.5. Grandeurs caractéristiques des oscillateurs 5

 I.5.1. Période et fréquence..... 5

I.6. Principe de l'oscillateur électronique 6

I.7. Oscillateur basses fréquence 7

I.8. Principaux type d'oscillateurs 8

 I.8.1. Oscillateurs à réseau déphaseurs..... 8

 I.8.2. Oscillateur à transistor 9

 I.8.3. Oscillateur de Colpitts..... 10

 I.8.4. Oscillateur Hartley 11

 I.8.5. Oscillateur clapp 12

 I.8.6. Oscillateur à quartz 13

 I.8.7. Oscillateur à pont de Wien..... 14

 I.8.8. Oscillateurs mécaniques..... 15

 I.8.9. Oscillations amorties..... 18

I.9. Conclusion 20

Chapitre II : L'amplificateur opérationnel et sur utilisation

Tables de matières

II.1. Introduction.....	21
II.2. Définition	21
II.3. Principes de fonctionnement	24
II.3.1. Principes généraux	24
II.4. Les caractéristiques des amplificateurs opérationnels.....	24
II.5. Les différents types d'amplificateurs opérationnels	25
II.5.1. Amplificateur non inverseur	25
II.5.2. Amplificateur inverseur	26
II.5.3. Amplificateur différentiel	27
II.5.4. Montage sommateur	28
II 5.5. Intégrateur inverseur	29
II.5.6. Intégrateur non inverseur	30
II.6. Résolution de systèmes d'équations linéaires	30
II.6.1. Exemples d'applications des intégrateurs	34
II.7. Simulation de composants passifs par A.O.	36
II.7.1. Simulation de condensateur	36
II.7.2. Simulation d'inductance	38
II.7.3. Simulation d'une résistance négative	39
II.8. Résolution d'équations différentielles	40
II.9. Conclusion	43
Chapitre III: Les montages proposés et leurs réponses	
III.1. Introduction	44
III.2. Définition	44

Tables de matières

III.3. Oscillateurs mécaniques	44
III.4.Simulation du pendule par un circuit électronique	50
III.5. Simulation par le logiciel LTspice	61
III.6.L'oscillateur amorti	65
III.7.Conclusion.....	67

Chapitre I : Notions sur les oscillateurs

Figure I.1 : Quelques oscillateurs physiques	3
Figure I.2 : Schéma synoptique d'un oscillateur.....	7
Figure I.3 : Montage d'un oscillateur à réseau RC	8
Figure I.4 : Oscillateur à transistor	10
Figure I.5 : Schéma de principe d'un oscillateur Colpitts.	11
Figure I.6 : Structure d'oscillateur Hartley.	11
Figure I.7 : Schéma de principe d'un oscillateur Clapp.....	12
Figure I.8 : Circuit équivalent du quartz.	13
Figure I.9 : Oscillateur à quartz.....	13
Figure I.10 : Schéma bloc d'un oscillateur.	14
Figure I.11 : Oscillateur à pont de Wien.	15
Figure I.12 : Pendule élastique.	16
Figure I.13 : Le système masse ressort.	16
Figure I.14 : Mouvement du pendule amortie.....	18

Chapitre 2 : L'amplificateur opérationnel et son utilisation

Figure II.1 : Symboles de l'amplificateur opérationnel.	22
Figure II.2 : Amplificateur opérationnel typique.	23
Figure II.3 : Autre exemple de boîtier à quatre A.O.	23
Figure II.4 : Polarisation d'un amplificateur opérationnel.....	24
Figure II.5 : Le montage amplificateur non inverseur.	25
Figure II.6 : Le montage inverseur.....	26
Figure II.7 : L'amplificateur différentiel.....	27
Figure II.8 : Le montage sommateur inverseur.....	29
Figure II.9 : L'Intégrateur inverseur.	29
Figure II.10 : Montage intégrateur non inverseur.	30

Listes des figures

Figure II .11 : Montage permettant de résoudre le système linéaire étudié.	32
Figure II.12 : Montage simulant le système des trois équations linéaires.	34
Figure II.13 : L'intégrateur à entrées multiples.	35
Figure II.14 (a) : Montage équivalent à une capacité de valeur.....	37
Figure II.14 (b) : Autre simulateur de capacité.	38
Figure II.15 : Convertisseur d'impédance généralisée.....	39
Figure II.16 : Simulation d'une F.D.N.R.	41
Figure II.17 : Montage simulant la résolution de l'équation différentielle.....	42
Figure II.18 :L'introduction de la valeur initial $x(0)$	43

Chapitre III : Les montages proposés et leurs réponses

Figure.III.1 : Présentation d'un pendule simple	44
Figure III.2 : Schéma d'un pendule simple.	45
Figure III.3 : Schéma synoptique de l'oscillateur.	52
Figure III.4 : Schéma du montage à réaliser.	52
Figure III.5 : Schéma synoptique de l'oscillateur.	56
Figure.III.6: Schéma modifié du montage à réaliser.	56
Figure.III.7: Génération du montage étudié sur LTspice	59
Figure.III.8 : Génération du montage étudié sur LTspice	60
Figure.III.9 : Génération du montage étudié sur LTspice	60
Figure.III.10 : Fenêtre ouverte du LTspice une fois lancé.	61
Figure.III.11 : Tension de polarisation +15 V	62
Figure.III.12 : Tension de polarisation -15 V	62
Figure III.13 : Signal sinusoïdal généré.	63

Listes des figures

Figure III.14 : Signal sinusoïdal généré.	63
Figure III.15 : Signal sinusoïdal généré.	64
Figure III.16 : Schéma synoptique de l'oscillateur amorti.	65
Figure III.17 : Génération du montage étudié sur LTspice.....	66

Liste des tableaux

Chapitre I : Notions sur les oscillateurs

Tableau I.1: Grandeurs physiques de l'oscillateur	06
---	----

Chapitre III : Les montages proposés et leurs réponses

Tableau III.1 : Equivalence des grandeurs mécaniques et électriques	47
---	----

Tableau III. 2: Les résultats de calculs théorique.	48
--	----

Tableau III.3 : Les valeurs expérimentales	49
--	----

Introduction générale

Outre les applications dans les appareils grands publics, la technologie à semi-conducteurs est employée dans les expériences de physique. Ces expériences permettent de confirmer ou de remettre en cause des théories élaborées par des scientifiques [1]. L'expérimentation joue un rôle essentiel. Ainsi les performances d'un composant tel que l'amplificateur opérationnel est primordial, il est presque utilisé dans tous les blocs de la chaîne de mesure [2]. Un amplificateur opérationnel encore appelé (ampli op, AO, AOP, ALI ou AIL) est un amplificateur différentiel, c'est-à-dire un amplificateur qui amplifie une différence de potentiel électrique présente à ses entrées. Il a été initialement conçu pour effectuer des opérations mathématiques dans les calculs analogiques, il permettait de modéliser les opérations mathématiques de base. Par la suite, l'amplificateur opérationnel est utilisé dans bien d'autres applications tels que la commande des moteurs, la régulation de tension, les sources de courants ou encore les oscillateurs [3].

Le mouvement des planètes est bien périodique néanmoins, ce mouvement est unidirectionnel (il s'effectue toujours dans le même sens) : ce n'est donc pas un système mécanique oscillant ? [4]. Beaucoup de systèmes de la vie courante, comme les suspensions d'une automobile ou d'un vélo tout terrain, le balancier d'une horloge, les ponts suspendus sont des systèmes mécaniques oscillants.

L'étude de leurs caractéristiques communes (période, fréquence et amplitude) et de leur mouvement (oscillations amorties ou non) permet d'améliorer leur fonctionnement [5].

Le travail de ce mémoire concerne la simulation d'un système mécanique à l'aide des amplificateurs opérationnels pour aboutir à un circuit électronique. L'équivalence entre les

Introduction générale

deux systèmes sera concrétisée par deux relations caractérisant les paramètres de leurs réponses, en l'occurrence la fréquence et l'amplitude maximale.

Dans ce cadre, notre manuscrit est organisé en trois chapitres principaux:

- Le premier chapitre est consacré à une présentation générale d'un oscillateur. Nous exposons en premier lieu ses principales caractéristiques, son principe de fonctionnement et ses nombreuses applications en mécanique, en électricité et électronique. La seconde partie de ce chapitre est consacrée aux différents types d'oscillateurs qui seront brièvement décrits.
- Dans le second chapitre nous présentons les différents amplificateurs utilisés pour réaliser notre étude de simulation d'un système mécanique nous exposons dans une première partie le principe des A.O incluant à la fois le mode de fonctionnement et les différentes caractéristiques. La seconde partie sera consacrée aux différents types de montage à base d'A.O en particulier l'amplificateur non inverseur, l'A.O inverseur, l'A.O différentiel, le montage sommateur, l'intégrateur inverseur et l'intégrateur non-inverseur. À la dernière partie de ce chapitre, nous présentons des exemples de simulation de composant passif par A.O pour faciliter la réalisation d'une interprétation rigoureuse concernant la simulation d'un système mécanique.
- Le pendule simple comme étant système mécanique est exposés dans le troisième chapitre. Les résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de ce projet relatifs à la simulation d'un système oscillant mécanique par un oscillateur électronique à l'aide des amplificateurs seront présentés et discutés.

Nous terminerons ce mémoire par une conclusion générale présentant la synthèse des différents résultats de ce travail.

I.1. Introduction

L'oscillateur est un circuit générant un signal périodique à fréquence constante ou variable. Dans ce dernier cas, on parle alors d'oscillateur contrôlé en tension. Un oscillateur est généralement constitué : d'un circuit résonant passif, par exemple de type inductance-capacité (LC), qui détermine la fréquence d'oscillation, et d'un circuit actif à base de transistors. Chacune de ces deux parties contribue à la génération du bruit de l'oscillateur et en particulier du bruit de phase.

Ce premier chapitre rappelle quelques éléments de théorie sur les oscillateurs tels que les conditions nécessaires à l'existence d'oscillations ainsi qu'à leur démarrage, ou encore les conditions de limitation de leur amplitude. Ce mémoire théorique sera suivie d'une présentation des deux grandes familles d'oscillateurs.

I.2. Définition d'un oscillateur

Un oscillateur est un système physique manifestant la variation d'une grandeur physique de part et d'autre d'un état d'équilibre. Si les variations se reproduisent identiques à elles-mêmes, l'oscillateur est dit périodique.

- ✓ En mécanique, le mobile effectue un mouvement d'aller-retour de part et d'autre de sa position d'équilibre.

Exemples d'oscillateurs mécaniques : un pendule simple, un pendule élastique, une corde vibrante ;

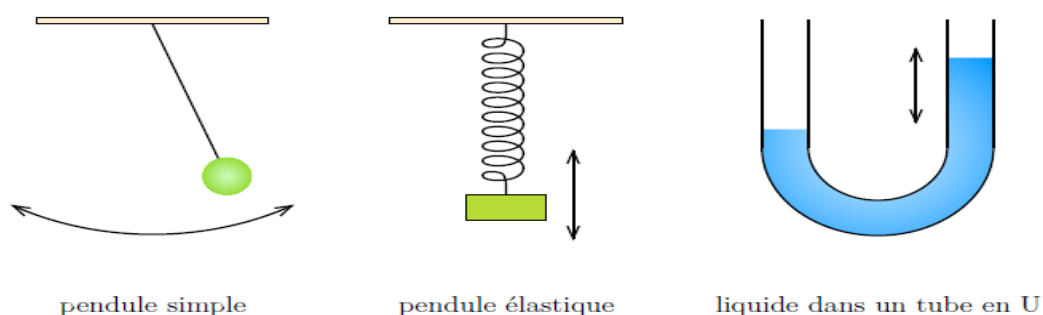


Figure I.1 : Quelques oscillateurs physiques.

- ✓ En électricité, un circuit dans lequel circule un courant alternatif est un oscillateur électrique.

Exemples d'oscillateurs électriques :

oscillateur LC, oscillateur Collpits, oscillateur à réseau déphaseur, oscillateur à pont de Wien, oscillateur à résistance négative

En électricité/électronique, un oscillateur peut être défini comme un dispositif qui permet de générer une tension de sortie alternative périodique. Comme tous les systèmes oscillants, les oscillateurs électriques transforment une énergie à la fréquence nulle en une énergie à la fréquence du résonateur et répondent aux mêmes lois physiques. Ainsi, il est possible de déterminer de façon assez générique dans quelles conditions le dispositif oscillera et si les oscillations sont susceptibles de démarrer.

La génération du signal périodique a lieu sans qu'il y ait une source externe appliquée à son entrée, c'est-à-dire qu'il fonctionne d'une façon autonome, sans l'intervention d'un agent opérateur, contrairement aux amplificateurs ou atténuateurs qui ont besoin d'une tension d'entrée.

La forme de l'onde fournie peut être sinusoïdale ou rectangulaire. Les oscillateurs sont capables de délivrer des tensions sur des gammes de fréquences très étendues qui peuvent aller de quelques dizaines de Hertz à plusieurs méga Hertz.

On peut classer les oscillateurs suivant les signaux délivrés. A cet effet, on distingue :

✓ **Les oscillateurs quasi harmoniques**

Ces oscillateurs délivrent des signaux plus ou moins pure c'est-à-dire le fondamental plus les harmoniques. Si le signal n'est pas parfait alors on parle de distorsion et dans ce cas l'étude prend en compte ce phénomène par un paramètre appelé taux de distorsion. On rencontre dans ce type d'oscillateurs des oscillateurs généraux comme les oscillateurs à relaxation (carré, rectangulaire, ...).

✓ **Les oscillateurs harmoniques**

Un oscillateur est dit harmonique si la variation de la grandeur physique est une fonction sinusoïdale du temps.

Il existe deux classes :

- Oscillateurs à réaction constitués d'une chaîne directe et d'une chaîne de réaction.
- Oscillateurs à résistance négative comportant les montages à composant actifs (diode tunnel, transistor uni jonction etc.) [6].

I.3. Oscillateurs libres et forcés

Un oscillateur libre effectue des oscillations correspondant à ses propres caractéristiques. Un oscillateur est dit forcé s'il est soumis à un autre système oscillant qui essaie de lui imposer ses oscillations.

Exemple : un ressort vertical effectue des oscillations libres quand il est tenu par une main immobile ; quand la main effectue un mouvement oscillant vertical on obtient des oscillations forcées.

I.4. Oscillations amorties et entretenues

Un oscillateur amorti effectue des oscillations dont l'amplitude diminue avec le temps. En pratique, tous les oscillateurs observés sont plus ou moins amortis à cause des frottements et résistance des milieux (liquide, gaz).

Pour forcer le dispositif à osciller avec la même amplitude, on doit lui faire récupérer l'énergie perdue. Dans ce cas, l'oscillateur est dit entretenu et l'amplitude reste constante grâce à un apport extérieur d'énergie.

Exemple : le pendule d'une montre, pendule élastique avec électro-aimant, ...

I.5. Grandeurs caractéristiques des oscillateurs

I.5.1. Période et fréquence

La période T est la durée d'une oscillation. C'est la plus courte durée après laquelle le phénomène oscillatoire se reproduit identique à lui-même. La fréquence f est le nombre de fois que le phénomène oscillatoire se reproduit par seconde. La période et la fréquence sont inverses l'une de l'autre :

La grandeur	La formule	L'unité de mesure
La fréquence	$f = \frac{1}{T}$	Hertz (Hz) ou s ⁻¹
La pulsation	$\omega = 2\pi f$	rd/s
La période	$T = \frac{1}{f}$	S
L'amplitude maximale	$A_{max} = \frac{A_{pp}}{2}$	cm, rd, V, etc.

Tableau I.1 : Grandeurs physiques de l'oscillateur.

Dans ce qui suit, nous allons étudier les oscillations de quelques systèmes oscillants simples, mécaniques et électriques.

Rappelons qu'un oscillateur mécanique effectue un mouvement d'aller-retour de part et d'autre de sa position d'équilibre. En électricité, un circuit dans lequel circule d'une façon autonome, un courant alternatif est un oscillateur électrique. Un dispositif constitué de composants électroniques actifs en plus des passifs et donnant une tension alternative sans lui appliquer un signal à l'entrée est dit oscillateur électronique.

I.6. Principe de l'oscillateur électronique

Le schéma de principe global représentant tous les oscillateurs est constitué de deux chaînes, sous forme d'une boucle fermée :

- une chaîne directe représentée de l'amplificateur «A », et
- une autre de retour représentée du circuit passif de contre réaction « B ».

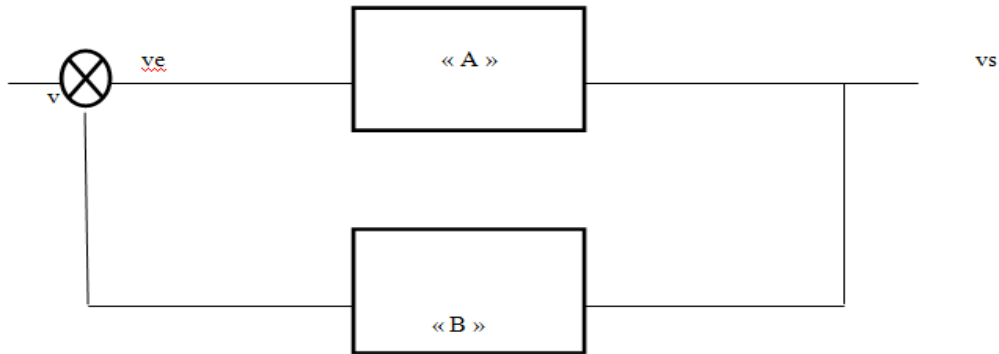


Figure I.2 : Schéma synoptique d'un oscillateur.

Sa fonction de transfert est : $\mathbf{H(p)} = \frac{A(p)}{1 - A(p)B(p)}$ (I.1)

Où :

Le bloc « A » est un amplificateur : chaîne directe qui amplifie le signal d'entrée v_e pour obtenir le signal v_s , c'est à dire $v_s = A.v_e$

Et pour réaliser un oscillateur il faut vérifier la condition de *BERKHAUSEN* avec :

$$\begin{cases} |A(p)| \cdot |B(p)| = 1 \\ \text{Arg}(A(p)) + \text{Arg}(B(p)) = 2n\pi \end{cases}$$

Si $|A| \cdot |B| > 1$ on obtient une sinusoïde pure

Si $|A| \cdot |B| < 1$ il pas une oscillation [7].

I.7. Oscillateurs basse fréquence

❖ Principe

Ils sont formés essentiellement d'un étage amplificateur et d'un réseau passif, constitué de résistances et condensateurs, qui introduisent un déphasage en contre-réaction de 0 ou π pour compenser celui introduit par l'amplificateur [8].

I.8. Principaux type d'oscillateurs

I.8.1. Oscillateurs à réseau déphaseurs

Un oscillateur à réseau déphaseur est constitué de deux étages : un amplificateur de gain et un autre circuit déphaseur. Le schéma suivant représente un oscillateur à réseau déphaseur en utilisant un amplificateur opérationnel :

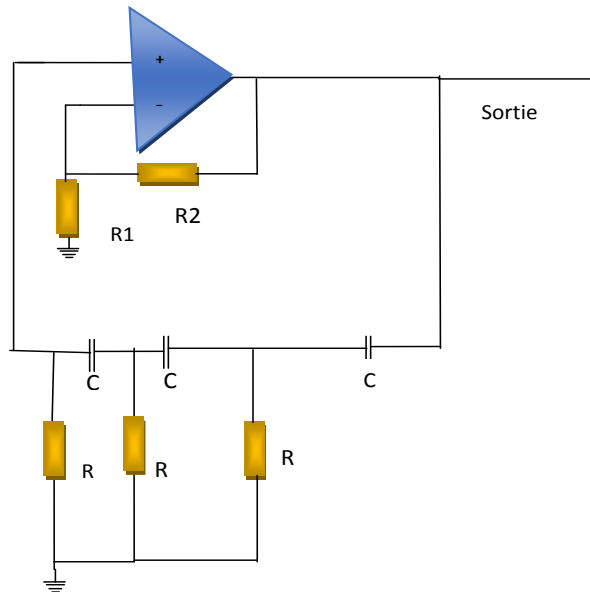


Figure I.3 : Montage d'un oscillateur à réseau RC .

- les oscillateurs de circuit déphaseur sont utilisés aux basses fréquences.
- Si le montage amplificateur déphase le signal de π ; il faut donc que le circuit de réaction introduit un nouveau déphasage π pour qu'il y ait compensation.

Les conditions de gain : $A.B = 1$

$$\text{Avec, } A = -\frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad \text{et} \quad B(j\omega) = -\frac{(jRC\omega)^3}{1 + 5jRC\omega + 6(jRC\omega)^2 + (jRC\omega)^3} \quad (\text{I.2})$$

La condition d'oscillation générale s'écrit :

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{(jRC\omega)^3}{1 + 5jRC\omega + 6(jRC\omega)^2 + (jRC\omega)^3} = 1 \quad (\text{I.3})$$

Avec $\omega = \omega_0$ fréquence d'oscillation telle que le gain soit réel, autrement dit :

$$1 - 6R^2C^2\omega^2 = 0$$

D'où $\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{6}}$ ou $f_0 = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{6}}$ condition de fréquence

Après remplacement dans B, on trouve :

$$B(j\omega) = - \frac{R^3 C^3 \left(\frac{1}{\sqrt{6}RC} \right)^3}{5RC \left(\frac{1}{\sqrt{6}RC} \right) - R^3 C^3 \left(\frac{1}{\sqrt{6}RC} \right)^3} \quad (\text{I.4})$$

$$B(j\omega) = \frac{R^2 C^2 \left(\frac{1}{\sqrt{6}RC} \right)^2}{5 - R^2 C^2 \left(\frac{1}{\sqrt{6}RC} \right)^2} \quad (\text{I.5})$$

Ce qui donne : $B(j\omega) = -\frac{1}{29}$ soit un déphasage de 180° .

$B(j\omega)$ est réel si le gain de l'amplificateur est égale à :

$$A = -29 \quad (\text{I.6})$$

I.8.2. Oscillateur à transistor

On peut aussi réaliser un oscillateur en utilisant un transistor monté en amplificateur de tension avec le réseau déphaseur monté en réaction comme indiqué sur la figure suivante (Figure I. 14) [09].

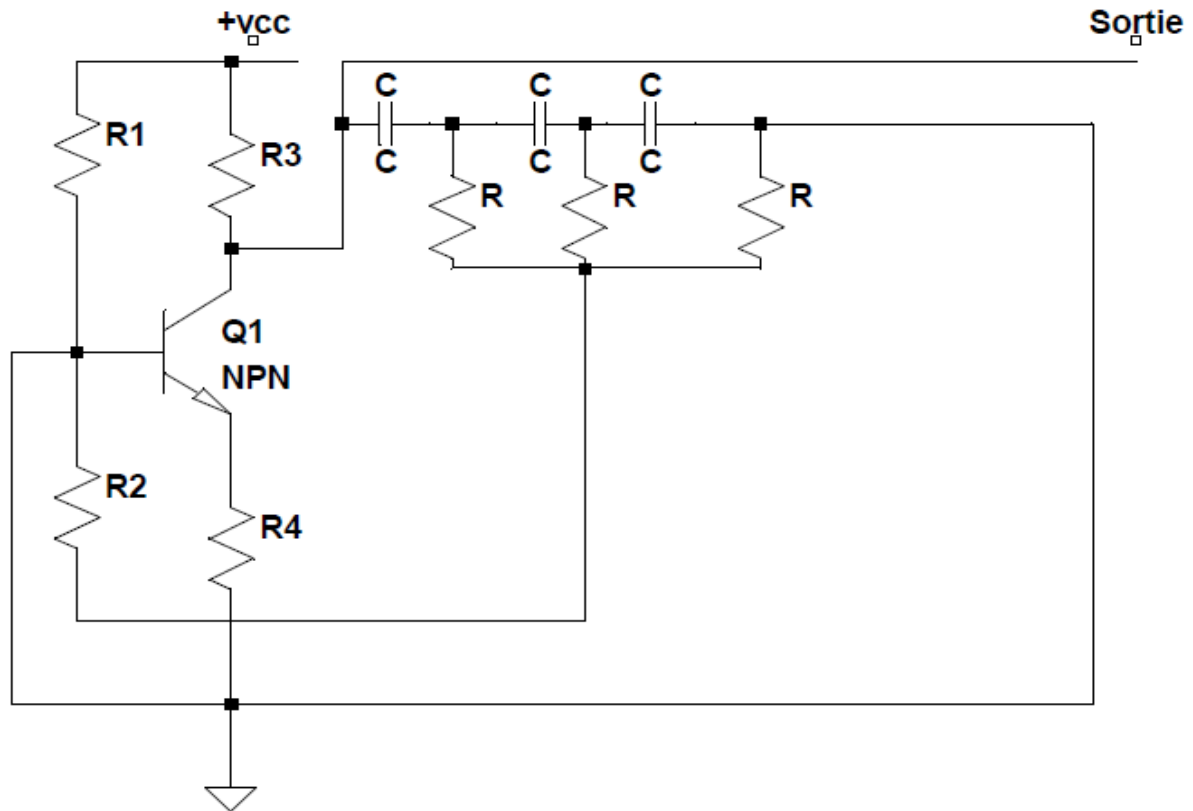


Figure I.4 : Oscillateur à transistor.

I.8.3. Oscillateur de Colpitts

On étudie d'abord le circuit de résonateur LC parfait hors équilibre donc : Le condensateur se décharge et introduit un courant (i) ; l'énergie électrostatique du condensateur est convertie en énergie magnétique dans l'inductance.

Le courant s'inverse une fois l'inductance et chargée magnétiquement et le condensateur se décharge. La pulsation d'oscillation est de : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Si Z_1 et Z_2 sont des capacités et Z_3 est une inductance on obtient un oscillateur nommée oscillateur Colpitts.

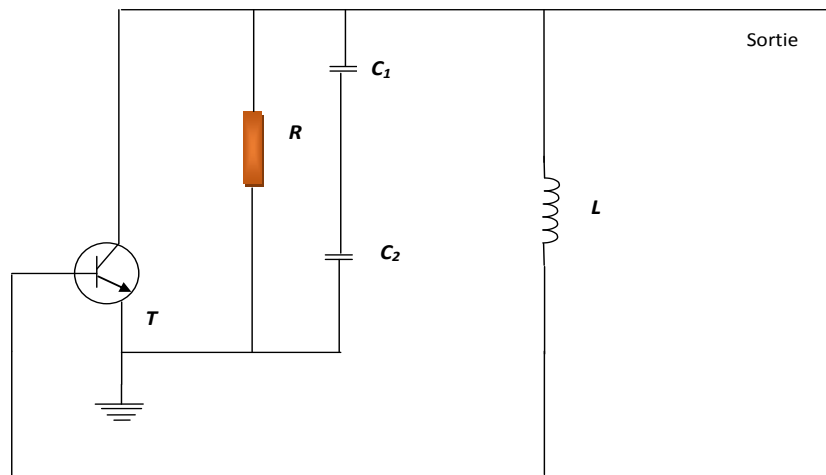


Figure I.5 : schéma de principe d'un oscillateur Colpitts.

Si on néglige les capacités internes du transistor, la fréquence du signal de sortie peut être déterminée par la relation suivante .

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)}} \quad (\text{I.7})$$

I.8.4. Oscillateur Hartley

L'oscillateur Hartley est une ancienne structure d'oscillateur, Figure I.16, jamais utilisée sous cette forme. C'est le dual de l'oscillateur Colpitts. Le circuit suivant représente le schéma de principe d'un oscillateur Hartley [10].

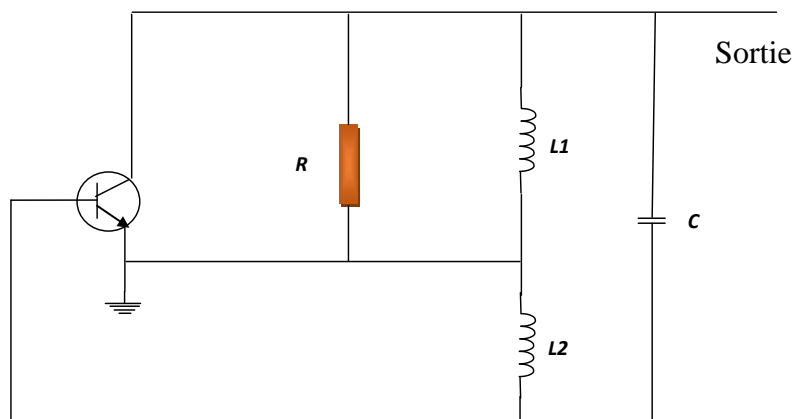


Figure I.6 : Structure d'oscillateur Hartley.

La fréquence de signal de sortie est :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2) \cdot C}} \quad (\text{I.8})$$

Dans un circuit oscillateur Hartley, le facteur B est égal à : $\frac{L_2}{L_1}$ et le gain en tension est égal à :

$$g_m \cdot R$$

Si on applique la condition de Barkhausen, on obtient : $g_m \cdot R \cdot \frac{L_2}{L_1} = 1 \Rightarrow g_m \cdot R = \frac{L_1}{L_2}$

(R : Résistance de protection) [11].

I.8.5. Oscillateur Clapp

Une légère modification de l'oscillateur Colpitts nous conduit à un oscillateur nommée oscillateur Clapp d'où Z_1 et Z_2 sont des capacités et Z_3 est un circuit accordé LC en série [12]. La fréquence d'oscillation de l'oscillateur de Clapp est :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (\text{I.9})$$

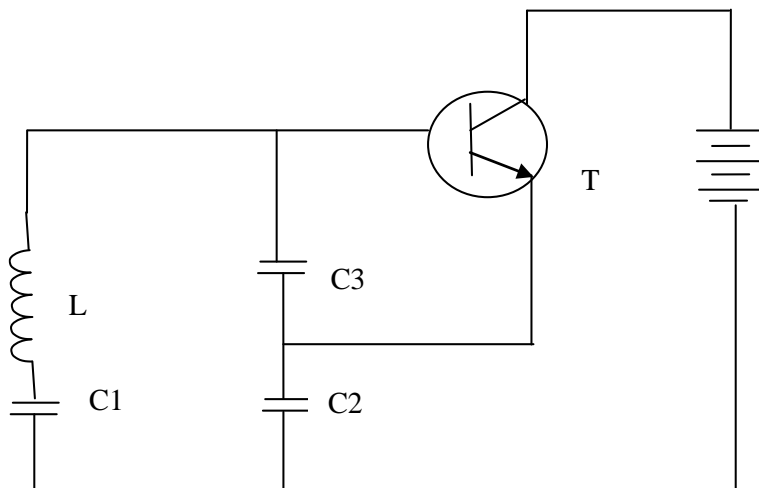


Figure I.7 : Schéma de principe d'un oscillateur Clapp.

I.8.6. Oscillateur à quartz

Les oscillateurs à quartz utilisent les propriétés vibratoires du cristal de quartz afin de générer une fréquence. Le quartz est un matériel piézoélectrique la fréquence de résonance ou d'oscillation du quartz varie entre quelques centaines de kilohertz et plusieurs dizaines de mégahertz. Elle dépend des dimensions, mais par rapport à un cristal donné elle est fixe et très stable dans le temps.

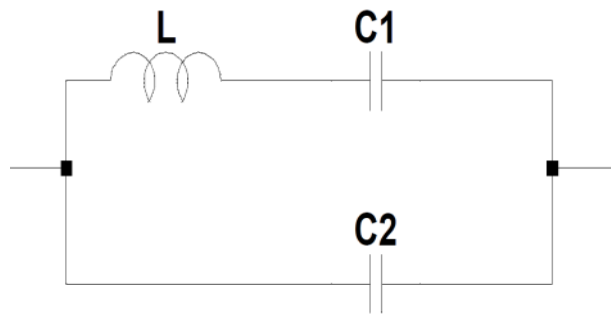


Figure I.8 : Circuit équivalent du quartz.

Il existe plusieurs facteurs qui jouent sur la stabilité d'un quartz les plus importants sont : la température, le taux d'excitation, les contraintes mécaniques et le vieillissement [13].

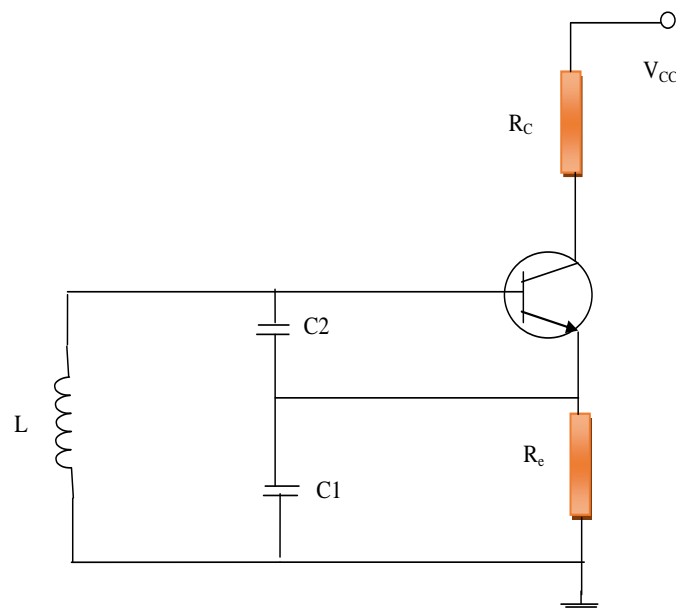


Figure I.9 : Oscillateur à quartz.

I.8.7. Oscillateur à pont de Wien

Oscillateur à pont de Wien est un oscillateur bouclé qui utilise un pont de Wien dans la chaîne de retour. Pour déterminer la fonction de transfert $B_C = \frac{V_s}{V_e}$

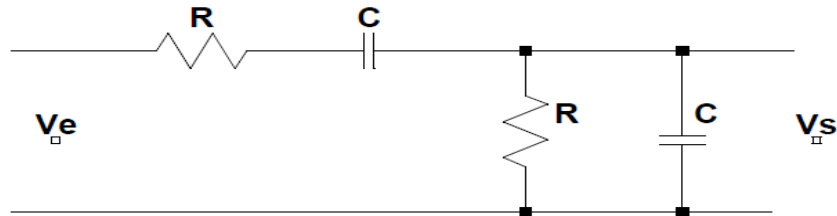


Figure I.10 : schéma bloc d'un oscillateur.

Soit

$$Z_p = (R \text{ Parallèle } C) = \frac{R \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1 + jRC\omega} \tag{I.10}$$

$$Z_s = (R \text{ Série } C) = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1 + jRC\omega}{jC\omega} \tag{I.11}$$

Donc :

$$B_C = \frac{Z_p}{Z_p + Z_s} = \frac{\frac{R}{1 + jC\omega}}{\frac{R}{1 + jC\omega} + \frac{1 + jRC\omega}{jC\omega}} = \frac{R}{R + \frac{1 - R^2C^2\omega^2 + 2jRC\omega}{jC\omega}} \tag{I.12}$$

$$= \frac{jRC\omega}{jRC\omega + 1 - R^2C^2\omega^2 + 2jRC\omega}$$

$$B_C(\omega) = \frac{jRC\omega}{(1 - R^2C^2\omega^2) + 3jRC\omega} \tag{I.13}$$

Avec : $A = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ et $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC} \rightarrow B = \frac{1}{3}$

En appliquant le critère de Barkhausen on obtient :

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{RC\omega}{3RC\omega_0 - j(1 - R^2C^2\omega_0^2)} = 1 \quad (\text{I.14})$$

En annulant la partie imaginaire de cette équation, on obtient la fréquence d'oscillation du signal de sortie f_0 [7] :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (\text{I.15})$$

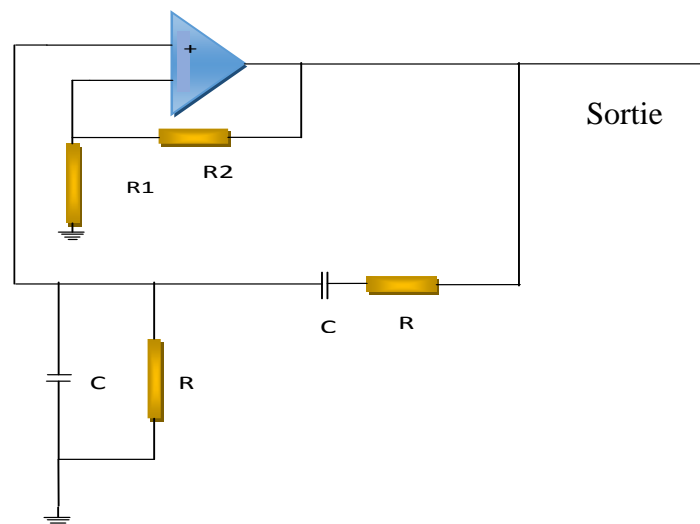


Figure I.11 : Oscillateur à pont de Wien.

I.8.8 Oscillateurs mécaniques

Comme exemple type d'un oscillateur mécanique, on a le pendule oscillant masse-ressort dont le schéma est montré ci-dessous.

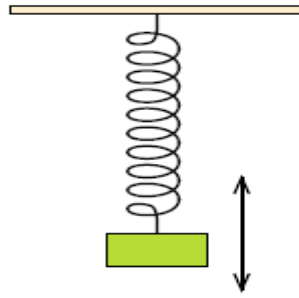


Figure I.12 : Pendule élastique.

Ce système oscillant simple est composé d'un solide de masse m accroché à un ressort à spires non jointives de raideur k . On suppose que le solide se déplace avec frottement sur un support.

Fréquence d'oscillation du système masse-ressort :

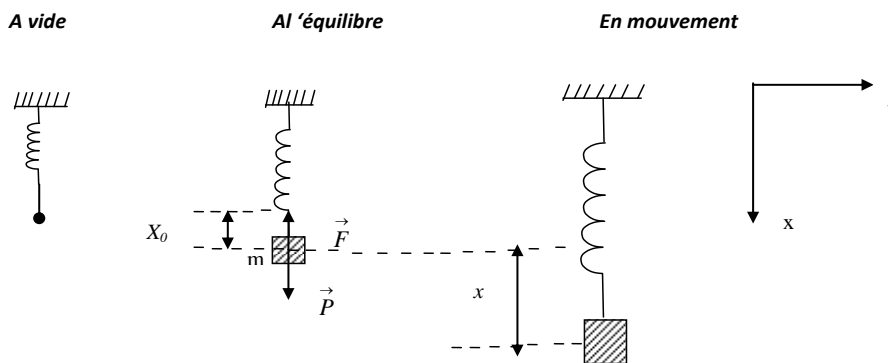


Figure I.13 : Le système masse ressort.

a) A l'équilibre :

L'équation régissant le système en l'absence du mouvement (statique) est donnée par :

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}_0 = \vec{0} \tag{I.16}$$

Après remplacement on trouve : $P = mg = F_0 = Kx_0$ (I.17)

b) En mouvement

L'équation dynamique du mouvement

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{\gamma} = m \vec{\ddot{x}} \Rightarrow \vec{p} + \vec{F} = m \vec{\ddot{x}} \tag{I.18}$$

Après projection sur l'axe des x , il vient :

$$P - F = m\ddot{x} \Rightarrow mg - K(x_0 + x) = m\ddot{x} \quad (\text{I.19})$$

En tenant compte de l'équation (1), on déduit :

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0 \quad (\text{I.20})$$

C'est l'équation différentielle d'un mouvement oscillatoire, de réponse harmonique :

$$x_{(t)} = x_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (\text{I.21})$$

De pulsation d'oscillation :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

c) Méthode de l'énergie :

L'énergie totale du système masse-ressort est :

$$E_T = E_C + E_P = cte \quad (\text{I.23})$$

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{I.24})$$

$$E_P = \frac{1}{2}Kx^2$$

E_C : Energie cinétique de la masse.

E_P : Energie emmagasinée dans le ressort.

$$E_T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = cte \quad (\text{I.25})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = cte \quad (\text{I.26})$$

$$\Rightarrow m\dot{x} \frac{d\dot{x}}{dt} + Kx\dot{x} = 0$$

Ce qui nous donne l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (\text{II.27})$$

La solution est harmonique : $x_{(t)} = x_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ (II.28)

De pulsation :
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{II.29})$$

I.8.9. Oscillations amorties

L'expérience avec le pendule élastique a montré qu'une augmentation progressive de la force de frottement provoque une diminution de l'amplitude à chaque aller-retour. Les Oscillations du pendule sont amorties et le mouvement n'est pas périodique au sens strict. On le qualifie de pseudo- périodique et on appelle **pseudo-période** la durée d'une oscillation.

Dans le cas d'un faible amortissement, la pseudo-période est légèrement supérieure à la période propre du pendule. La valeur de la pseudo-période, donc le temps pour un aller-retour, ne change pas durant le mouvement.

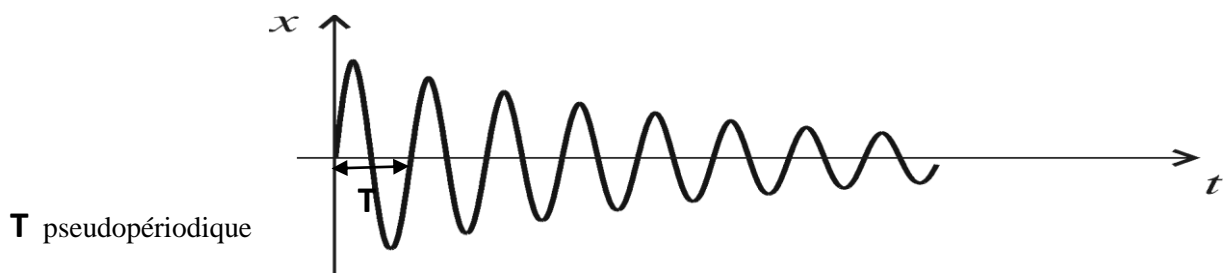


Figure I.14 : mouvement du pendule amortie.

Lorsque l'intensité de la force de frottement dépasse une valeur critique, il n'y a plus d'oscillations.

Écarté de sa position d'équilibre, le pendule y revient lentement sans osciller.

On qualifie alors le mouvement d'apériodique.

Exemples d'oscillateurs amortis :

Les aiguilles d'instruments à cadre mobile et les amortisseurs d'automobile effectuent des mouvements apériodiques.

Cas d'oscillateurs électroniques amortis

Considérons à titre d'exemple un circuit composé d'une inductance L et d'une capacité C

Lois de Kirchoff :

$$\sum u_j = 0 \Rightarrow u_l + u_c = 0$$

$$\text{Avec, } u_l = L \frac{di}{dt} = Li \quad (I.30)$$

$$\text{et } u_c = \frac{1}{C} \int i dt$$

On sait que :

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \ddot{q} \quad \text{et} \quad \int i dt = q \quad (I.31)$$

$$\Rightarrow L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (I.32)$$

On en déduit la fréquence de résonance (d'oscillation) :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{ou} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (I.33)$$

Les deux composants passifs s'échangent les énergies : celle du condensateur (énergie électrostatique) diminue lorsque celle de l'inductance (énergie magnétique) augmente, et vice-versa [15].

Circuit Oscillant amorti

Si on introduit une résistance en série ou en parallèle avec ces éléments, on générera une dissipation d'énergie et par conséquent les énergies emmagasinées dans l'inductance et la capacité n'atteindront plus les maximales, donnant lieu à des amplitudes d'oscillations de plus en plus faibles. Le circuit RLC est donc un système oscillant amortie.

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre de notre mémoire nous avons présenté tous d'abord les bases indispensables à la compréhension du sujet. Nous avons rappelé quelques notions sur les oscillateurs, nous avons d'abord expliqué la théorie des oscillations en montrant qu'un dispositif constitué de composants électroniques actifs en plus des passifs, si nous lui donnons une énergie sans lui appliquer un signal à l'entrée est dit oscillateur électronique, puis nous avons brièvement montré le principe de fonctionnement et à la fin nous avons abordé les principaux types d'oscillateurs.

II.1. Introduction

L'amplificateur opérationnel, ainsi baptisé par John R. Ragazzini en 1947, a été initialement conçu pour effectuer des calculs mathématiques dans les calculateurs analogiques il est aujourd'hui miniaturisé dans un circuit intégré composé d'une vingtaine de transistors. Il est d'un emploi très courant en électronique.

Les fonctions essentielles intervenant dans nos montages font appel à l'utilisation de l'amplificateur opérationnel pour réaliser des fonctions d'amplification, de sommation et d'intégration.

Son schéma normalisé (schéma de brochage): Le circuit intégré type possède huit pattes. L'amplificateur opérationnel délivre une tension appliquée entre les 2 entrées (figureII.1) :

$$V_s = \mu_0 (V_{e^+} - V_{e^-}) \quad (\text{II.1})$$

avec μ_0 facteur d'amplification (de l'ordre de 10^5).

Pour fonctionner, l'amplificateur opérationnel a besoin d'une alimentation stabilisée de polarisation, non représentée sur le schéma normalisé. Il y a deux types d'utilisation de l'amplificateur opérationnel : l'utilisation en régime saturé (génération de signaux carrés, bascules, comparateurs, CAN...) et l'utilisation en régime linéaire (amplification, sommation, ...). Les fonctions intégration et dérivation sont réalisées avec l'amplificateur opérationnel fonctionnant en régime linéaire.

Pour un amplificateur opérationnel idéal, en régime linéaire, on a égalité des tensions sur les entrées de l'amplificateur opérationnel ($V_{e^+} = V_{e^-}$) et les courants d'entrées sont nuls [16].

II.2. Définition

Comme son nom l'identifie, un amplificateur opérationnel est un dispositif électronique qui amplifie un signal électrique et permet de réaliser des opérations mathématiques (l'addition, la soustraction, la multiplication, la division, l'intégration et la dérivation). C'est cette capacité mathématique qui fait de l'amplificateur opérationnel un élément essentiel dans un très grand nombre d'applications.

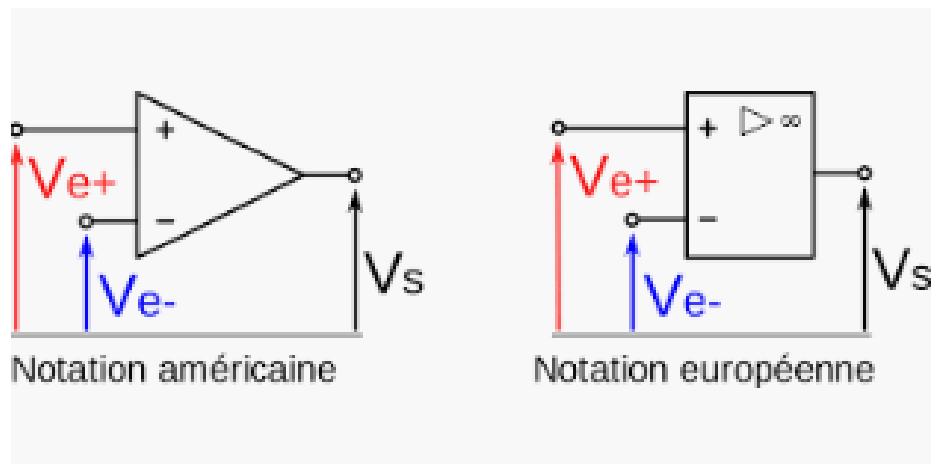


Figure II.1 : Symboles de l'amplificateur opérationnel.

La figure II.1 présente le symbole de l'amplificateur opérationnel (A. O.). La sortie non inverseuse porte le signe +. Un signal appliqué à cette entrée apparaît avec la même polarité à la sortie. La sortie inverseuse porte le signe -. Un signal appliqué à cette entrée voit sa polarité inversée à la sortie.

Globalement, le circuit intégré de l'A. O. possède :

- Une borne d'entrée V_e^+
- Une borne d'entrée V_e^-
- Une sortie V_s
- Une borne d'alimentation positive V^+
- Une borne d'alimentation négative V^-

La figure II.2 montre un amplificateur opérationnel typique. Il comporte huit bornes ou pattes.



Figure II.2 : amplificateur opérationnel typique.

Cinq bornes seulement présentent un intérêt dans l'étude des circuits électriques : les bornes 2, 3, 4, 6 et 7.

Les signaux de tension à traiter sont appliqués aux bornes d'entrée inverseuse (entrée -) et non inverseuse (entrée +). La borne 6 permet de recueillir la tension de sortie.

Les tensions de polarisation sont appliquées aux bornes 4 et 7, car en tant qu'élément actif, l'A.O doit être alimenté en tension (polarisé).

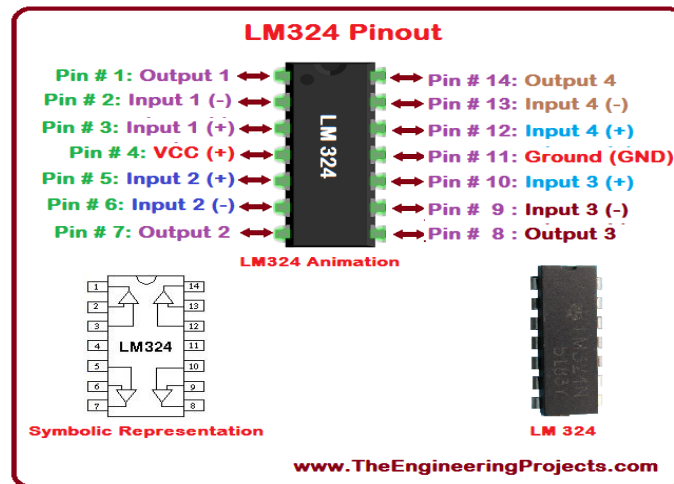


Figure II.3 : Autre exemple de boîtier à quatre A.O.

On peut voir sur la (figure II.4). les deux types de branchement pour la polarisation de l'A.O.. Certains modèles nécessitent deux tensions de polarisation (figure II.4.a). alors que d'autres ont besoin d'une seule polarisation de tension (figure II.4.b). Selon l'application, ces tensions de polarisation sont comprises entre 1V et plusieurs centaines de volts [17].

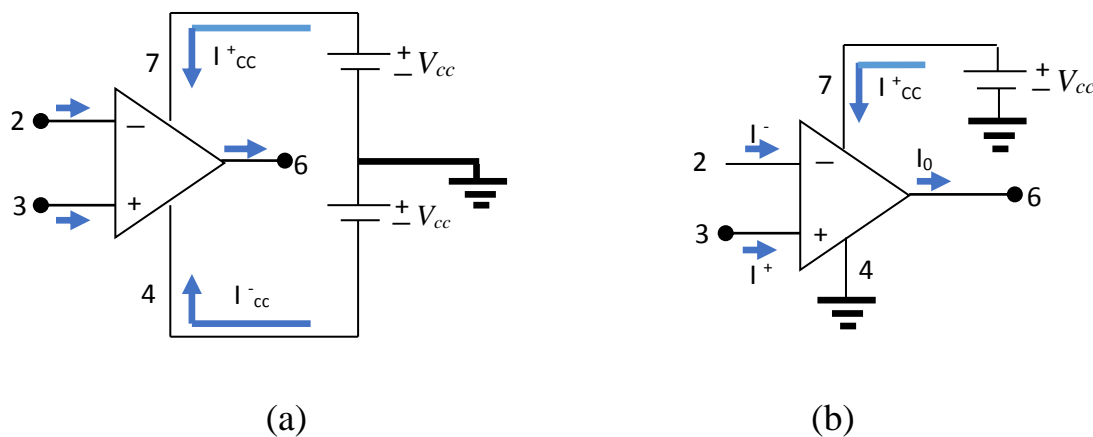


Figure II.4 : Polarisation d'un amplificateur opérationnel.

a) à deux tensions de polarisation, b) à une tension de polarisation.

II.3. Principe de fonctionnement

II.3.1. Principes généraux

Un amplificateur électronique utilise un ou plusieurs composants actifs, principalement des transistors, afin d'augmenter la puissance électrique du signal présent à l'entrée. Les composants actifs utilisés dans les amplificateurs électroniques permettent de contrôler leur courant de sortie en fonction d'une grandeur électrique (Courant ou tension), image du signal à amplifier.

Le courant de sortie des composants actifs est directement tiré de l'alimentation de l'amplificateur. Suivant la façon dont ils sont implémentés dans l'amplificateur. Les composants actifs permettent ainsi d'augmenter la tension et/ou le courant du signal électrique d'entrée.

Les amplificateurs peuvent être conçus pour augmenter la tension (amplificateur de tension), le courant (amplificateur tampon ou suiveur) ou les deux (amplificateur de puissance) d'un signal.

Les amplificateurs électroniques peuvent être alimentés par une tension simple (une alimentation positive ou négative, et la masse) ou une tension symétrique (une alimentation positive, une négative et la masse). L'alimentation peut aussi porter le nom de «bus» ou «rail». On parle alors de bus positif ou négatif et de rail de tension positive ou négative.

Les amplificateurs sont souvent composés de plusieurs étages disposés en série afin d'augmenter le gain global. Chaque étage d'amplification est généralement différent des autres afin qu'il corresponde aux besoins spécifiques de l'étage considéré. On peut ainsi tirer avantage des points forts de chaque montage tout en minimisant leurs faiblesses.

II.4. Caractéristiques des amplificateurs opérationnels

Pratiquement tous les amplificateurs opérationnels ont la même structure interne : ce sont des circuits monolithiques dont une «puce» de silicium constitue le substrat commun. Ils comportent en entrée un amplificateur différentiel suivi d'un étage adaptateur d'impédance. Ce sont des amplificateurs différentiels qui sont caractérisés par :

- Un gain de tension très important.
- Une impédance d'entrée très grande.

- Une impédance d'entrée de mode commun très grande.
- Une impédance de sortie faible [18].

II.5. Les différents types de montages à base d'A.O.

II.5.1. Amplificateur non inverseur

Considérons le montage de la figure 4, élaboré au moyen d'un A.O. sur lequel on a effectué une rétroaction négative (contre-réaction par abus de langage) au travers de deux résistances.

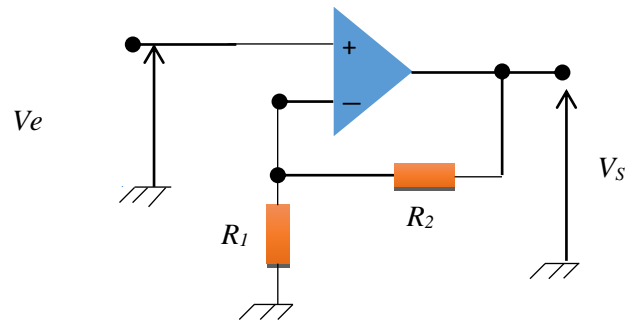


Figure II.5 : Le montage amplificateur non inverseur.

a) détermination du gain :

En supposant l'A.O. idéal en fonctionnement en régime linéaire ($\varepsilon = 0$), on a les relations :

$$V_e^+ = V_e \quad (\text{II.2})$$

$$V_e^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \quad (\text{II.3})$$

D'où la relation entre la tension de sortie et la tension d'entrée :

$$V_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_e \quad (\text{II.4})$$

Soit l'expression du gain en tension :

$$A = \frac{V_s}{V_e} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (\text{II.5})$$

b) Choix des résistances :

A supposer que l'on souhaite fixer le facteur d'amplification en tension du montage à la valeur 10 (soit 20db), on ne dispose que d'une équation : $R_2 = 9 R_1$ pour fixer les valeurs de résistances des résistors R_1 et R_2 .

Par ailleurs, la structure interne du composant autorise des valeurs de courant de l'ordre de quelques mA. Dès lors, les niveaux de tension maximum en entrée étant compris entre $+U_{ALIM}$ et $-U_{ALIM}$, avec U_{ALIM} de l'ordre de 3 à 15 Volts, les résistances seront dans la gamme du k Ω [19].

II.5.2. Amplificateur inverseur

Considérons le montage de la figure 5 représentant un amplificateur inverseur. Déterminons la relation entre la tension d'entrée V_e , appliquée à l'entrée négative de l'A.O, et celle de sortie V_s du montage [20].

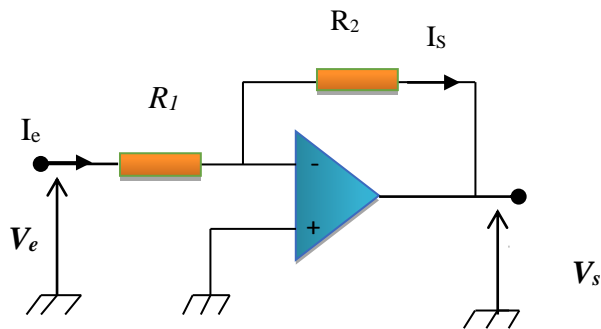


Figure II.6 : Le montage inverseur.

Par application du théorème de MILLMAN, on a ;

$$V_e^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \quad (\text{II.6})$$

Sachant que :

$$I_e = \frac{V_e}{R_1} \quad \text{et} \quad I_s = -\frac{V_s}{R_2} \quad (\text{II.7})$$

et en plus $V_e^- = V_e^+ = 0$

D'où l'expression de la tension de sortie :

$$V_S = -\frac{R_2}{R_1} V_e \quad (\text{II.8})$$

Donc :
$$A = \frac{V_S}{V_e} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (\text{c})$$

A partir de la relation (c), on conclue que :

- Le montage inverseur est également un amplificateur de tension puisque son gain A peut être supérieur à 1.
- Puisque A négatif, les tensions de sortie V_S et d'entrée V_e sont en opposition de phase [21].

II.5.3. Amplificateur différentiel

L'amplificateur différentiel est un amplificateur à deux entrées et une sortie V_S (Voir la figure 6). La tension V_{e1} se présente à l'entrée inverseuse de l'A.O., tandis que l'autre (non inverseuse) reçoit la tension V_{e2} [22].

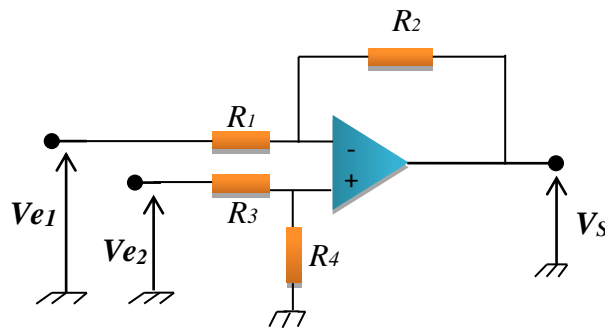


Figure II.7 : L'amplificateur différentiel.

Dans le cas idéal, en fonctionnement en régime linéaire, on a les relations $V_{e+} = V_{e-}$ avec :

$$\begin{cases} V_{e-} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{e1} \\ V_{e+} = V_{e2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_{e2} \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

D'où,

$$V_S = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] V_{e1} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{e2} \quad (\text{II.10})$$

En multipliant chacun des membres de l'équation par $\frac{R_1 + R_2}{R_2}$ on obtient

$$V_S = \left[\frac{R_1 + R_2}{\frac{R_2}{R_3 + R_4}} V_{e1} - V_{e2} \right] = \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \left[\frac{1 + \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} V_{e1} - V_{e2} \right] \quad (\text{II.11})$$

Sous la condition $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ cette expression se simplifie :

$$V_S = \frac{R_2}{R_1} [V_{e1} - V_{e2}] \quad (\text{II.12})$$

Soit :

$$A = \frac{V_S}{V_{e1} - V_{e2}} = \frac{R_2}{R_1}$$

II.5.4 Le montage sommateur

Le circuit sommateur possède deux ou plusieurs entrées et une seule sortie. Le circuit de la (figure7) est un exemple de montage sommateur inverseur à deux entrées V_{e1} et V_{e2} [23].

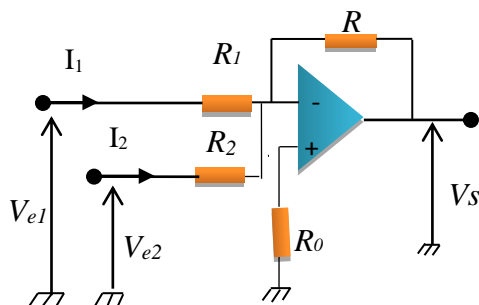


Figure II.8 : Le montage sommateur inverseur.

Le courant I qui traverse la résistance R est la somme des deux courants I_1 et I_2 , soit ;

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{II.13})$$

L'entrée (-) est une masse virtuelle, donc :

$$I = \frac{V_{e1}}{R_1} + \frac{V_{e2}}{R_2} \tag{II.14}$$

Avec, $V_s = -RI$

Finalement :

$$V_s = -\frac{R}{R_1}V_{e1} - \frac{R}{R_2}V_{e2} \tag{II.15}$$

Ce qui signifie que la tension de sortie V_s est une somme pondérée des tensions d'entrées V_{e1} et V_{e2} .

Dans le cas particulier où $R = R_1 = R_2$, on a ;

$$V_s = -(V_{e1} + V_{e2}) \tag{II.16}$$

II.5.6. intégrateur inverseur

Ce montage a la même structure que le montage amplificateur inverseur à ceci près que si on a maintenu $Z_1 = R_1 = R$, on a remplacé R_2 par un condensateur d'impédance $1/C_p$.

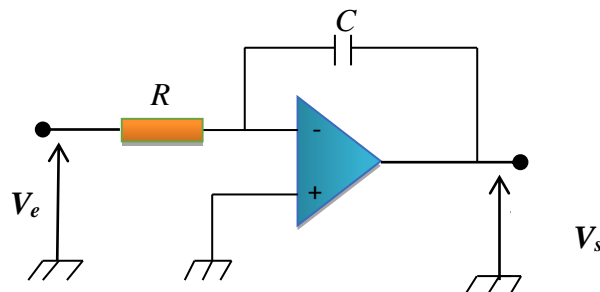


Figure II.9 : L'Intégrateur inverseur.

La loi des nœuds sur l'entrée inverses s'écrit :

$$\frac{V_e - V^-}{R} + C \frac{d(V_s - V^-)}{dt} = 0 \tag{II.17}$$

Le fonctionnement en régime linéaire induit $\varepsilon = 0$ soit $V^- = V^+ = 0$, d'où :

$$\frac{dV_s}{dt} = -\frac{V_e}{RC} \tag{II.18}$$

II.5.7. Intégrateur non –inverseur

On l'obtient en montant un inverseur à la sortie de l'intégrateur inverseur. Mais, on préfère le montage ci-dessous qui n'utilise qu'un seul A.O. . Les lois de Kirchhoff appliquées aux « nœuds (-) et (+) donnent le système suivant :

$$\begin{cases} I^- = -\frac{V^-}{R} + C \frac{d(S-V^-)}{dt} \\ I^+ = \frac{e-V^+}{R} - c \frac{dV^+}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Les caractéristiques de l'A.O. idéal ($I^- = I^+ = 0$) et ($V^- = V^+$) permettent de déduire l'équation donnant la sortie dans le cas l'un signal d'entrée V_e : $\frac{dV_s}{dt} = \frac{V_e}{RC}$ ou :

$$V_s = \frac{1}{\tau} \int_0^t V_e dt + V_s(0) \quad (\text{II.20})$$

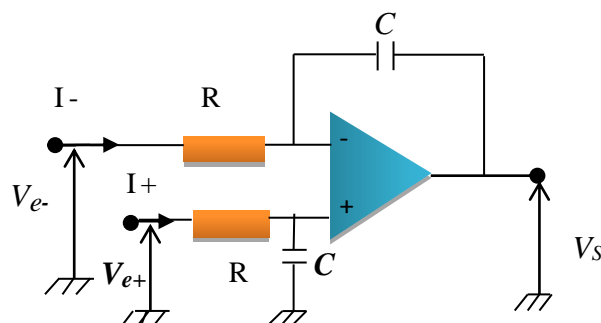


Figure II.10 : Montage intégrateur non inverseur.

II.6. Résolution de systèmes d'équations algébriques linéaires

Les différents montages étudiés auparavant suggèrent une application très importante des A.O. Il s'agit de la résolution des systèmes linéaires à coefficients constants. La Synthèse du circuit s'appuie principalement sur des fonctions telles que la sommation et l'inversion. Les coefficients après modification sont représentés en pratique par des résistances aux entrées des Sommateurs. Les tensions appliquées à ces derniers sont les variables elles-mêmes ou une source de tension continue le cas des constantes (généralement $\pm U = \pm 1$ V).

Soit par exemple, à résoudre le système linéaire à deux variables suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2y = -6 \\ x - 4y = 5 \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

On le met sous la forme ci-dessous :

$$\begin{cases} y = -(3 + 1.5x) \\ x = 5 + 4y \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

La première équation suggère d'utiliser un sommateur inverseur, dont la tension de sortie est de forme générale :

$$S_1 = -R_1 \left(\frac{E_1'}{R_1'} + \frac{E_1''}{R_1''} \right) \quad (\text{II.23})$$

soit par comparaison, on tire :

$$\begin{cases} \frac{R_1}{R_1'} = 3 & \text{Si } E_1' = 1 \text{ V} \\ \frac{R_1}{R_1''} = \frac{3}{2} & \text{Si } E_1'' = x \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

La deuxième équation suggère d'utiliser un sommateur non-inverseur, dont la tension de sortie est de forme générale :

$$S_2 = R_2 \left(\frac{E_2'}{R_2'} + \frac{E_2''}{R_2''} \right) \quad (\text{II.25})$$

soit par comparaison, on tire :

$$\begin{cases} \frac{R_2}{R_2'} = 4 & \text{Si } E_2' = y \\ \frac{R_2}{R_2''} = 5 & \text{Si } E_2'' = 1 \text{ V} \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

D'où le montage électronique simulant la résolution du système d'équations linéaires :

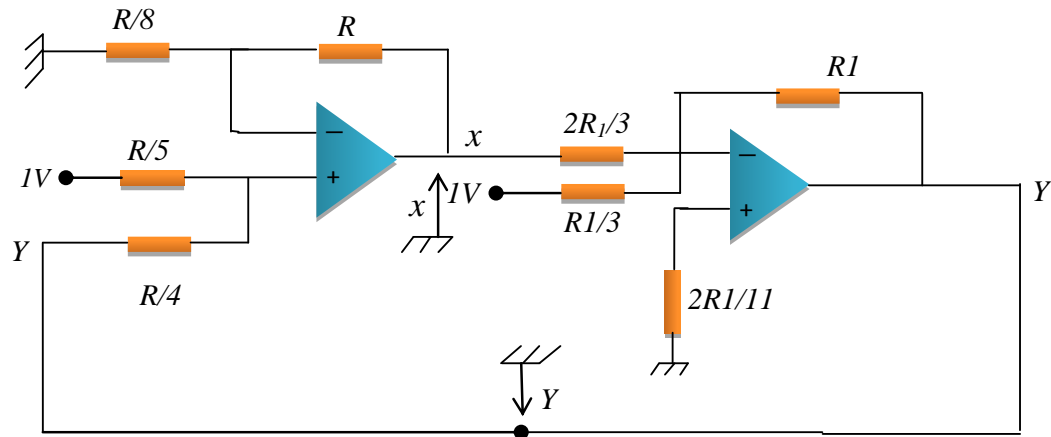


Figure II .11 : Montage permettant de résoudre le système linéaire étudié.

Les valeurs des résistances ont été déduites après application de la condition d'équilibrage des entrées des A.O.

soit :

$$\frac{4}{R} + \frac{5}{R} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_0 = \frac{R}{8} \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{3}{2R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{3}{R_1} = \frac{1}{R_0'} \Rightarrow R_0' = \frac{2R_1}{11} \quad (\text{II.28})$$

Les solutions du système sont : $x = -1$, $y = -1,5$ qui sont des résultats correspondants aux tensions mesurées en volts à la sortie de chaque étage du montage.

On veillera à ce que les résultats tombent dans le domaine linéaire, en ce sens qu'ils ne doivent pas s'approcher de la tension d'alimentation des A.O. V^+ et V^- . Le cas échéant (saturation de l'un d'eux), il faudra diviser les équations par un facteur adéquat, ceci revient simplement, en gardant le même circuit, à réduire dans le même rapport la source de tension (dite tension d'échelle). Les résultats seront déduits en réalisant une multiplication par le facteur précédent.

Autre exemple : soit à résoudre le système d'équations linéaires à 3 variables et coefficients constants suivant :1

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ x + y - 2z = 4 \\ -x + 4y - z = 3 \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

Ce système est transformé comme auparavant comme suit :

$$\begin{cases} z = -(-3y + 2x) = -\left(\frac{-y}{\frac{1}{3}} + \frac{x}{\frac{1}{2}}\right) \\ y = -(-4 - 2z + x) = -\left(\frac{-1}{\frac{1}{4}} + \frac{-z}{\frac{1}{2}} + \frac{x}{1}\right) \\ x = -(3 + z - 4y) = -\left(\frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{z}{1} + \frac{-y}{\frac{1}{4}}\right) \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Cette deuxième forme du système laisse apparaître la structure globale du circuit à utiliser : trois étages, constitué chacun d'un sommateur et d'un inverseur (excepté pour x).

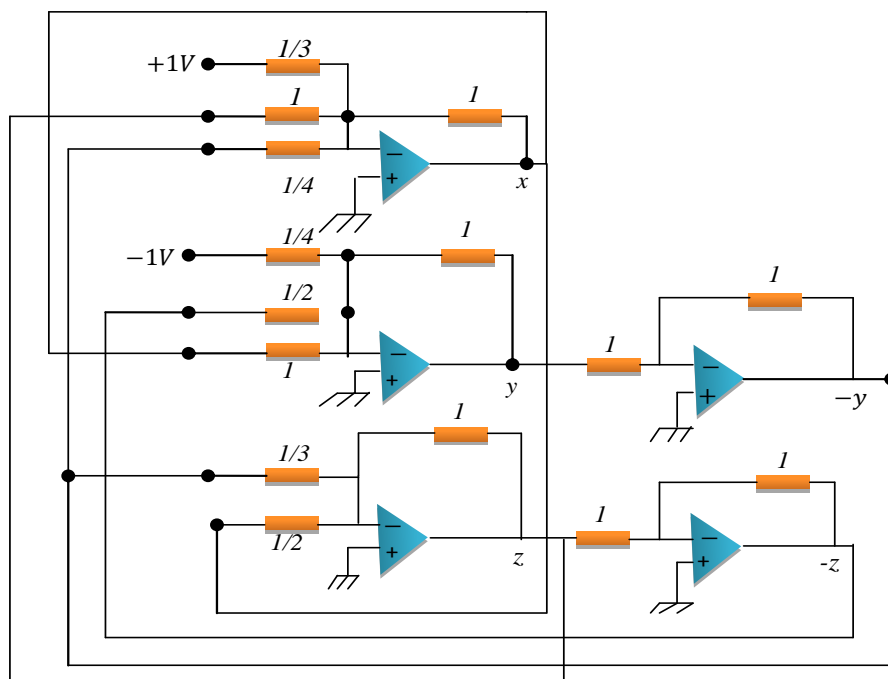


Figure II.12 : Montage simulant le système des trois équations linéaires.

Les constantes constituant les deuxièmes membres des équations sont représentées par des sources continues. La résolution de ce système resterait valable avec le même circuit si les

seconds membres sont des fonctions du temps (dans la limite de saturation des A .O.). Ses générateurs de tension variables seraient alors branchés aux entrées des sommateurs,

Les amplitudes maximales solutions du système, recueillie aux sorties des étages sont :

$$x = +1,9 ; y = +1,1 ; z = - 0,5 \text{ (tension relevées).}$$

II.6.1. Exemples d'application des intégrateurs

Un intégrateur Sommateur est un montage qui réunit ces deux fonctions autour d'un unique Amplificateur Opérationnel.

Si α, β, γ sont trois constantes positives, on démontre l'équivalence ci-dessous, concevant l'intégrale ci-dessous :

$$S(t) = -\frac{1}{\tau} \int_0^t (\alpha E_1 + \beta E_2 - \gamma E_3) + S(0) \tag{II.31}$$

et le montage suivant représentant un intégrateur à entrées multiples :

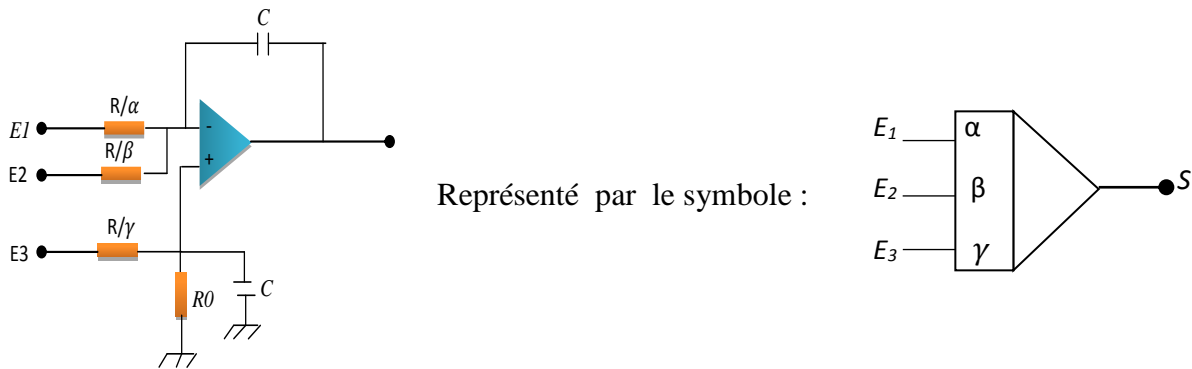


Figure II.13 : L'intégrateur à entrées multiples.

R_0 est la résistance d'équilibrage telle que :

$$\frac{1}{R_0} + \frac{\gamma}{R} = \frac{\alpha}{R} + \frac{\beta}{R} \quad \text{D'où,} \quad R_0 = \frac{R}{\alpha + \beta - \gamma}$$

En effet,

$$\frac{(E1-V^-)}{R/\alpha} + \frac{(E2-V^-)}{R/\beta} = -C \frac{d(S+V^-)}{dt} \quad \rightarrow \quad (1) \quad (\text{II.32})$$

$$\frac{(E3-V^+)}{R/\gamma} - \frac{V^+}{R0} = C' \frac{dV^+}{dt} \quad \rightarrow \quad (2) \quad (\text{II.33})$$

$$C = C'; V^+ = V^-$$

$$(1)-(2) \quad \Rightarrow \quad \frac{E1-V^-}{R/\alpha} + \frac{E2-V^-}{R/\beta} - \frac{(E3-V^+)}{R/\gamma} + \frac{V^+}{R0} = -C \frac{dS}{dt} \quad (\text{II.34})$$

Soit :

$$\frac{E1-V^-}{R/\alpha} + \frac{E2-V^-}{R/\beta} - \frac{E3-V^+}{R/\gamma} + \frac{V^+}{R0} = -C \frac{dS}{dt} \quad (\text{II.35})$$

Qui s'écrit aussi

$$\frac{\frac{E1}{R}}{\alpha} + \frac{\frac{E2}{R}}{\beta} - \frac{\frac{E3}{R}}{\gamma} + \left(-\frac{\alpha}{R} - \frac{\beta}{R} + \frac{\gamma}{R} + \frac{1}{R0} \right) V^+ = -C \frac{dS}{dt} \quad (\text{II.36})$$

D'où, compte tenu de la condition d'équilibrage :

$$S = -\frac{\alpha}{RC} \int_0^t E_1 dt - \frac{\beta}{RC} \int_0^t E_2 dt + \frac{\gamma}{RC} \int_0^t E_3 dt + S(0) \quad (\text{II.37})$$

Qu'on peut écrire dans le cas général sous la forme :

$$S = -\frac{1}{\tau} \int_0^t (\alpha e_1 + \beta e_2 - \gamma e_3) dt + S(0) \quad (\text{II.38})$$

Dans le cas du signal rectangulaire, l'intégrale est divergente et la sortie peut se saturer rapidement si l'une des deux quantités $E_{\max t_1}/RC$ et $E_{\max t_2}/RC$ dépasse la tension V_{sat} . On recueillera en sortie, suivant le cas, soit un signal triangulaire soit un signal trapézoïdal (signal triangulaire tronqué). La saturation de la sortie peut également avoir lieu si la valeur moyenne de e (ou composante continue parasite) n'est pas nulle. Si a est cette tension, son intégrale peut rapidement tendre vers $\pm V_{\text{sat}}$.

II.7. Simulation de composants passifs par A.O.

La synthèse des filtres se heurte quelquefois à l'obstacle des composants réactifs de grandes valeurs, qui dérangent de par leur dimension non adaptées ou principe de miniaturisation et d'intégration. Pour solutionner ce problème on fait appel à la simulation de ces éléments passifs par des résistances et de capacités de valeurs courantes constitués autour d'amplificateurs opérationnels.

II.7.1. Simulation de condensateur

L'un des montages possibles pour jouer ce rôle est donné sur(II.14). Il utilise l'effet Miller qui stipule qu'un condensateur C reliant l'entrée à la sortie d'un amplificateur de gain G réalise la même fonction qu'un autre de valeur GC placé parallèlement à l'impédance d'entrée.

Ce simulateur utilise un suiveur de tension ($e = s'$) ;

En plus d'un amplificateur inverseur de gain :

$$G = \frac{s}{s'} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (\text{II.39})$$

Par ailleurs, on a en régime harmonique :

$$i = -jC\omega(s - e) = jC\omega\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)e \quad (\text{II.40})$$

La capacité simulée est alors:

$$C' = C\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (\text{II.41})$$

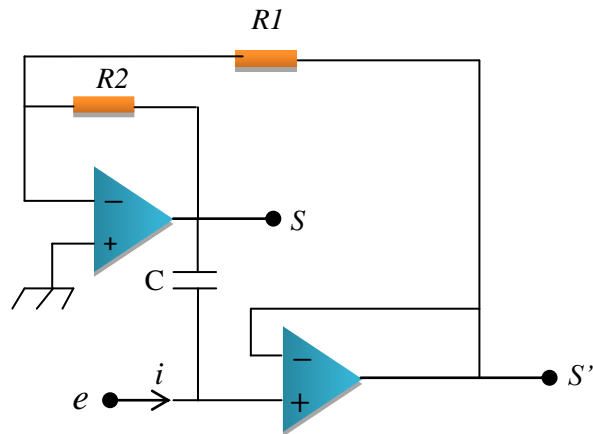


Figure II.14(a): Montage équivalent à une capacité de valeur $C' = C(1 + R_2 / R_1)$.

Il est à noter que la simulation n'est valable que si le condensateur équivalent doit être relié à la masse par l'une de ses bornes.

Le schéma donne une autre possibilité de simuler un condensateur « amplifié »:

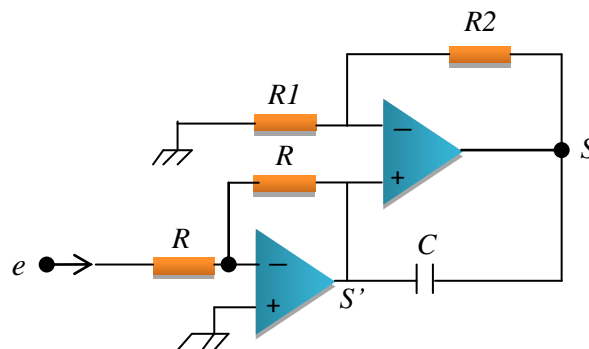


Figure II.14 (b) : Autre simulateur de capacité.

On a : $S' = -e$

et

$$S = S'G = \left(1 + \frac{R2}{R1}\right)S' \tag{II.42}$$

De plus,

$$i = -jC\omega(s - s') = jC\omega(G - 1)e \tag{II.43}$$

D'où,

$$C' = C \frac{R2}{R1} \tag{II.44}$$

II.7.2. Simulation d'inductance

Considérons le montage de la figure ci-dessous (figure 14), qu'on appelle convertisseur d'impédances généralisée (GIC) et qui présente un grand intérêt dans la synthèse des filtres actifs. Les nombreuses fonctions sont obtenues grâce aux différentes variables d'impédances Z_i utilisables.

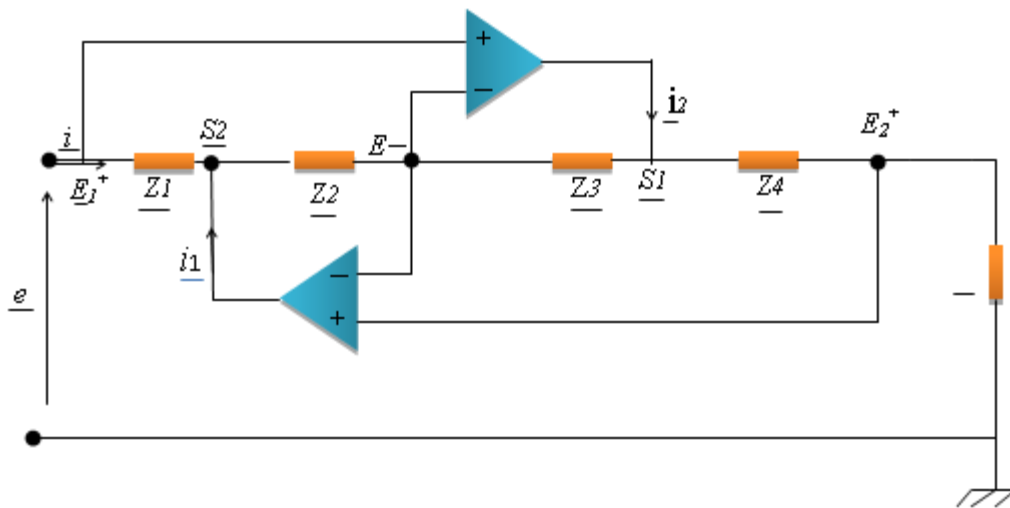


Figure II.15 : Convertisseur d'impédance généralisée.

En considérant les deux A.O. comme idéaux et fonctionnant en régime linéaire, on peut écrire :

$$\underline{e} = \underline{E}^+ = \underline{E}^- = \underline{E}_2^+ \tag{II.45}$$

D'où le système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 \underline{i} + Z_2 (\underline{i} + \underline{i}_1) = 0 \\ Z_3 (\underline{i} + \underline{i}_1) + Z_4 (\underline{i} + \underline{i}_1 + \underline{i}_2) = 0 \\ \underline{e} = Z_5 (\underline{i} + \underline{i}_1 + \underline{i}_2) \end{array} \right. \tag{II.46}$$

Les deux premières équations donnent :

$$\dot{i} + \dot{i}_1 + \dot{i}_2 = -\frac{Z_3}{Z_4} \left(-\frac{Z_1}{Z_2} \right) \dot{i} \quad (\text{II.47})$$

La troisième permet de déduire l'impédance d'entrée par simple report de l'expression précédente :

$$Z_e = \frac{e}{\dot{i}} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} \quad (\text{II.48})$$

En adoptant pour l'élément 2 (ou 4) , un condensateur et pour les quatre restants une résistance, ou peut simuler de cette façon une self ayant une borne à la masse, de valeur élevée en cas de besoin donnée par :

$$L = \frac{R_1 R_3 R_5 C}{R_4} \quad (\text{II.49})$$

En prenant : $R_1 = R_3 = R$ et $R_5 = KR_4$, il vient : $L = KR^2C$.

II.7.3. Simulation d'une résistance négative

Nous avons, déjà, présenté un montage à A.O. simulant une résistance négative dans l'étude des oscillateurs sinusoïdaux.

Une autre possibilité réside dans l'utilisation du convertisseur d'impédances généralisé pour générer une résistance négative, mais liée à fréquence du signal harmonique qu'on lui applique. En choisissant deux condensateurs et une résistance les éléments 1, 3 et 5, et en représentant les deux autres par des résistances, on trouve une dépendance en $1/\omega^2$ de la F.D.N.R (Frequency Dependand Negative Resistance) qui joue un grand rôle dans la synthèse de filtres actifs.

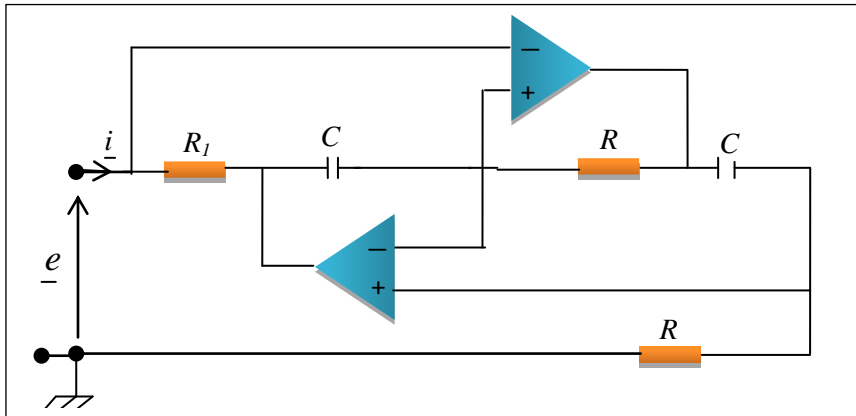


Figure II.16 : Simulation d'une F.D.N.R.

II.8. Résolution d'équations différentielles

C'est une application très importante des A.O., et qui est basée sur la simulation d'opérations mathématiques simples telles que l'intégration, la sommation, la multiplication par une constante, l'inversion, etc. Un nombre limité de ces opérations synthétisées par les montages décrits auparavant s'avère suffisant pour concevoir un système actif bouclé sur lui-même matérialisant un certain type d'équations différentielles linéaires à coefficients constants. Ces derniers sont représentés par les composants passifs qui assurent les liaisons et contre-réactions des étages. Ces coefficients et grandeurs variables dépendent du phénomène physique étudié (électrique, optique, mécanique, hydraulique, etc.). La grandeur représentative est simulée par le potentiel d'un point du montage (sortie après la dernière intégration).

Les conditions initiales sont fournies à chacun des intégrateurs par le biais de générateurs continus ou batteries, ou diviseurs de tensions délivrant des tensions constantes. La variation de la tension de sortie au cours du temps, image assez fidèle de la grandeur physique simulée est un signal qu'on peut ressortir sur un support visuel oscilloscope, table traçante, ...).

Soit, par exemple, à résoudre l'équation différentielle linéaire suivante :

$$c \frac{d^2 X}{dt^2} + b \frac{dX}{dt} + aX = 0 \quad (\text{II.50})$$

Où a, b, c sont des constantes réelles positives et les conditions initiales :

$$X(0) \quad \text{et} \quad \dot{X}(0) = \left. \frac{dX}{dt} \right|_{t=0}$$

On peut aussi écrire l'équation de la manière suivante :

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = -\beta \frac{dX}{dt} - \alpha X \quad (\text{II.51})$$

Où

$$\alpha = \frac{a}{c} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{b}{c}$$

Une première intégration donne :

$$\frac{dX}{dt} = -\beta (X(t) - X(0)) - \alpha \int_0^t X dt + \dot{X}(0) \quad (\text{II.52})$$

En par une seconde intégration, on obtient :

$$X(t) = \int_0^t [-\beta (X - X(0)) - \alpha \int_0^t X dt + \dot{X}(0)] dt + X(0) \quad (\text{II.53})$$

Cette forme suggère la structure du montage simulateur qui sera donc constitué d'un soustracteur amplificateur, d'un intégrateur à entrée unique et d'un autre à trois entrées actives. D'où le schéma suivant :

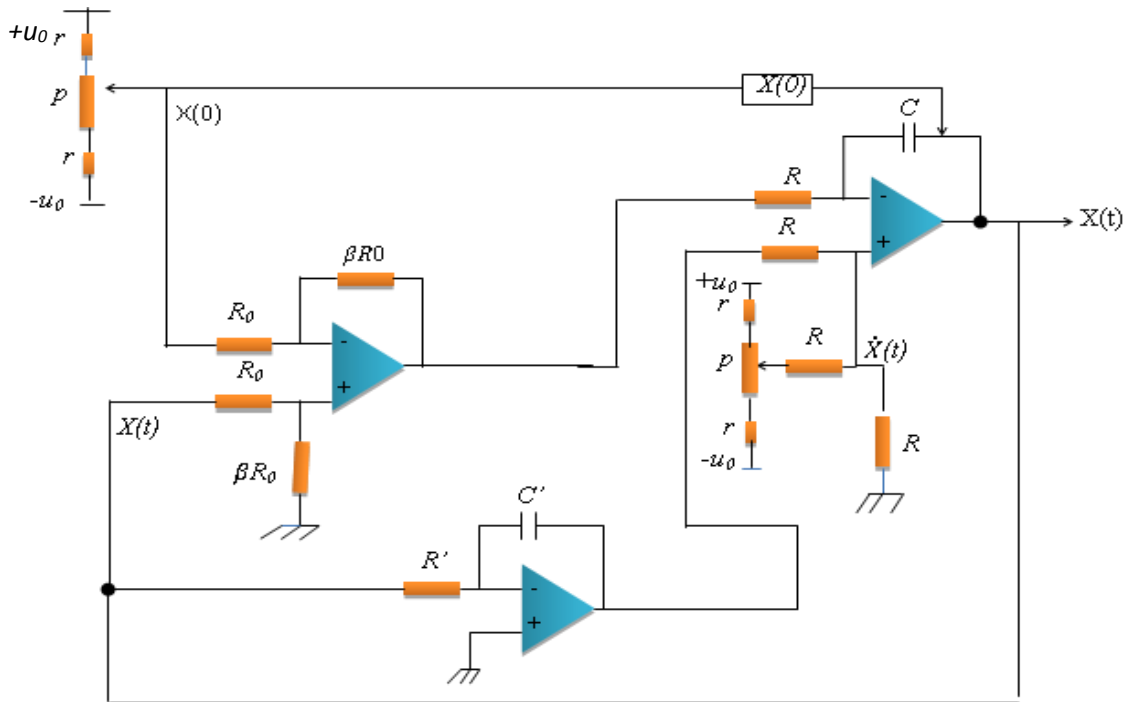


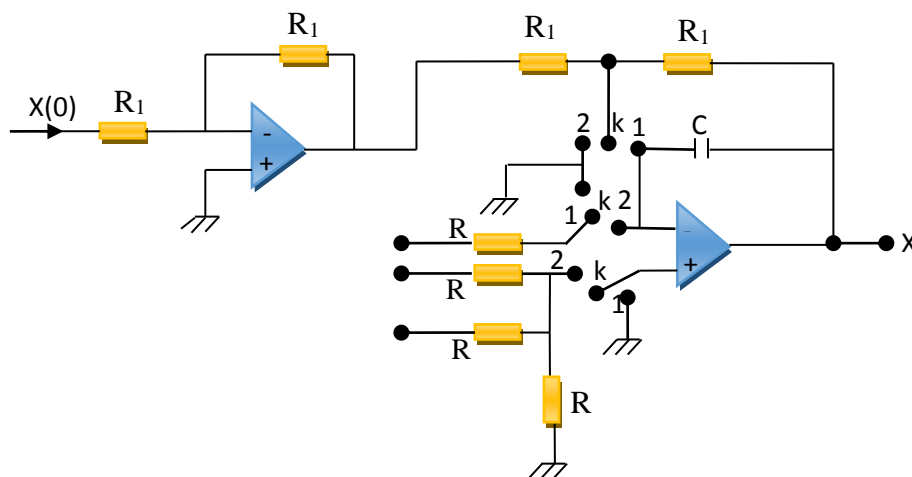
Figure II.17 : Montage simulant la résolution de l'équation différentielle.

Les éléments passifs sont liés au phénomène étudié par les coefficients de l'équation et les conditions initiales.

Le coefficient β est représenté par le gain différentiel du soustracteur amplificateur, tandis que α est l'inverse de la constante de temps du circuit $R'C'$.

L'intégrateur de sortie est caractérisé par une constante de temps RC égale à l'unité.

L'introduction de la valeur $X(0)$ dans cet intégrateur (symbolisée par $X(0)$) nécessite l'utilisation d'interrupteurs K aux entrées ou sorties de l'A.O. : la tension constante est alors appliquée au condensateur de l'intégrateur dont une armature est reliée à la masse[24].



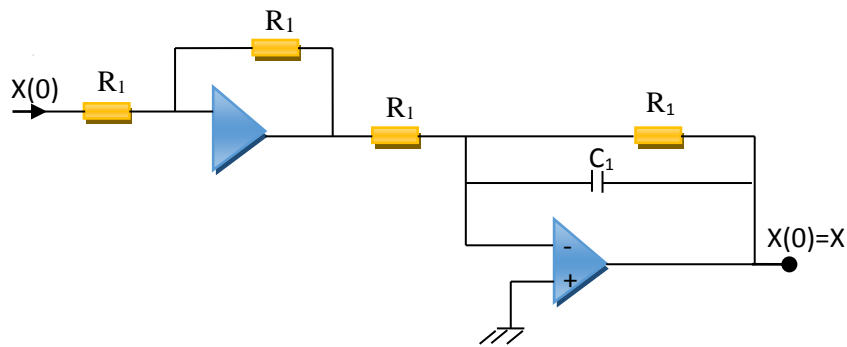


Figure II.18 : l'introduction de la valeur initial $x(0)$

II.9.Conclusion

Dans ce chapitre nous avons rappelé quelques notions sur les amplificateurs. Nous avons d'abord passé en revue les différents types de montages à base d'amplificateurs opérationnels utilisés dans notre travail pour la simulation d'un système mécanique. Ensuite, nous avons donné des exemples d'applications des Ampli. O.A., tels que les amplificateurs, les intégrateurs, ainsi qu'une liste pas limitative de simulation des composants passifs à l'aide des Ampli. OA. Ceci va nous faciliter la réalisation d'une étude détaillée concernant la simulation d'un système à base d'Ampli. O.A. que nous exposerons au prochain chapitre.

III.1. Introduction

Le pendule simple appartient à cette famille de systèmes physiques qui déplacés légèrement de leur position d'équilibre se mettent à osciller autour de cette position d'équilibre. De tels systèmes sont très communes physique aussi bien en mécanique (pendule, ressort...) [25]. qu'en électricité (circuit *RLC* série) ou encore en physique du solide (vibration d'un atome dans le réseau cristallin [26,27]). Pour peu que le mouvement d'oscillation soit de faible amplitude, le système se comporte comme un oscillateur linéaire encore appelé oscillateur harmonique. Mais dès que l'amplitude des oscillations devient grande alors le système devient un oscillateur non linéaire.

III.2. Définition

Un pendule simple est constitué d'une masse ponctuelle reliée à un fil sans masse, sans raideur et inextensible. Son mouvement peut être étudié avec ou sans frottement. Dans le cas du pendule simple, le mouvement est en deux dimensions, sans vitesse initiale, c'est-à-dire que la masse se déplace dans l'axe du pendule [28].

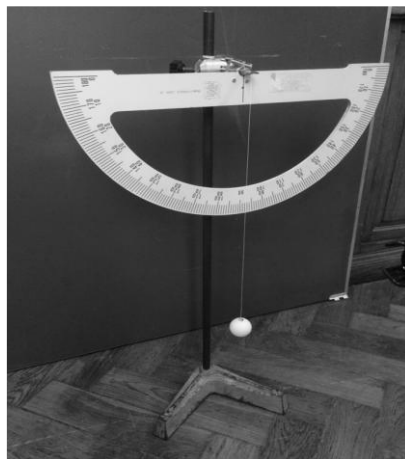


Figure.III.1 : Présentation d'un pendule simple

III.3. Oscillateurs mécaniques

On se propose d'analyser le mouvement d'oscillateurs mécaniques.

Nous tenterons de voir l'influence de la masse et de la longueur du pendule simple sur son mouvement. Nous essayerons également de déterminer les frottements de notre système expérimental.

a) Le pendule simple :

Considérons le schéma de la figure III.2 représentant un pendule simple.

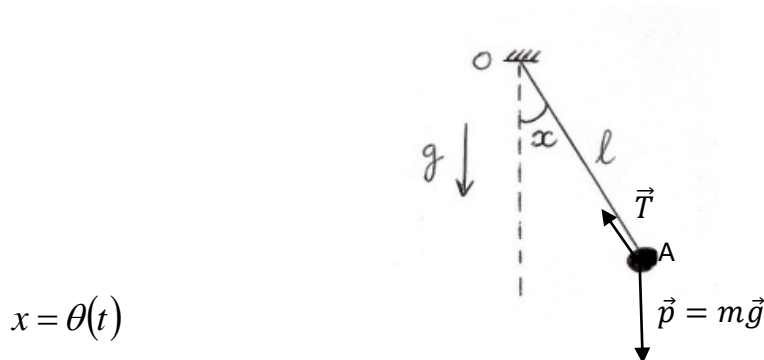


Figure III.2 : Schéma d'un pendule simple.

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit :

On a :

$$\sum_{OZ} \frac{\vec{M}}{\vec{OZ}} = J\ddot{\theta}\vec{k} \quad (\text{III.1})$$

Oz est l'axe sortant, passant par O et perpendiculaire au plan formé par le poids et le fil.

Appliqué aux moments du poids de la masse et de la tension du fil, cette équation vectorielle s'écrit :

$$\vec{OA} \wedge \vec{P} + \vec{OA} \wedge \vec{T} = J\ddot{\theta}\vec{k}$$

Soit analytiquement :

$$\begin{pmatrix} l \cos \theta \\ l \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = J\ddot{\theta}\vec{k} \quad (\text{III.2})$$

NB : Le moment de la tension est nul car $\vec{OA} \updownarrow \vec{T}$.

Le calcul du produit vectoriel donne :

$$-l \sin \theta \cdot p = J\ddot{\theta} \quad \text{soit} \quad -l \sin \theta \cdot mg = ml^2\ddot{\theta} \quad (\text{III.3})$$

On déduit l'équation différentielle régissant le mouvement du pendule :

$$l\ddot{\theta} + \sin \theta \cdot g = 0 \quad (\text{III.4})$$

b) Approximation : si θ est faible alors on a $\sin \theta \cong \text{tg} \theta \cong \theta$,

et l'équation précédente se simplifie comme suit :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0 \quad (\text{III.5})$$

La solution est harmonique de pulsation : $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

NB : Cette étude peut aussi être traitée par la méthode de Lagrange, en faisant intervenir l'énergie cinétique et potentielle du pendule.

L'équation de la grange :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{III.6})$$

On a : $L = E_C - E_P$

L'énergie cinétique :

$$E_C = \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{avec} \quad v = l\dot{\theta} \quad (\text{III.7})$$

soit,

$$E_P = mgh = mgl(1 - \cos \theta) \quad (\text{III.8})$$

L'énergie potentielle :

$$E_C = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (\text{III.9})$$

Le Lagrangien devient :

$$L = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 - mgl(1 - \cos \theta) \tag{III.10}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml^2 \dot{\theta} \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml^2 \ddot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgl \sin \theta \end{cases} \tag{III.11}$$

Approximation petit angle : $\begin{cases} \sin \theta \cong \theta \\ \cos \theta \cong 1 \end{cases}$

Après remplacement dans l'équation de Lagrange et simplification on aboutit à [29] :

$$ml^2 \ddot{\theta} + mgl \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0 \tag{III.12}$$

Avec, $\omega^2_0 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

<i>Translation</i>	<i>Rotation</i>	<i>Electricité</i>
Déplacement : x	Angle : θ	Charge : q
Vitesse : \dot{x}	Vitesse angulaire : $\dot{\theta}$	Courant : i
Force : \vec{F}	Moment des forces : \vec{M}	Tension : U
Masse : M	Moment d'inertie : J	Bobine : L
Coefficient de frottement : γ	Coefficient de frottement : α	Résistance : R
Raideur : K	Constante de torsion : C	Inverse de la capacité : $1/C$

Tableau III.1 : Equivalence des grandeurs mécaniques et électriques.

Calculs théoriques :

1 -Etude de la variation de T en fonction de l et θ :

Nous avons déjà montré que la pulsation caractérisant le mouvement du pendule simple s'exprimait par :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \tag{III.13}$$

On en déduit la période d'oscillation :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{III.14}$$

L'application de la relation III.7 donne les résultats théoriques suivants :

<i>Période T (s)</i>		
<i>fréquence f(Hz) = 1/T</i>		
<i>l = 20cm</i>	<i>l = 30cm</i>	<i>l = 40cm</i>
0,90	1,10	1,27
1,11	0,91	0,79

Tableau III. 2: Les résultats de calcul théorique.

Résultats expérimentaux :

Nous avons relevé les valeurs de la période d'oscillation d'un pendule simple en utilisant comme paramètres la longueur du fil et l'angle d'écartement initial.

Les résultats ainsi obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant :

	Période T (s)		
	fréquence f (Hz)		
θ (°)	$l=20cm$	$l=30cm$	$l=40cm$
5	0,64 1,56	0,96 1,04	1,18 0,85
10	0,68 1,47	1,06 0,96	1,26 0,79
12	0,86 1,16	1,08 0,92	1,3 0,77
15	0,88 1,13	1,1 0,90	1,32 0,75
20	0,9 1,11	1,12 0,89	1,36 0,73

Tableau III.3 : Les valeurs expérimentales.

Calcul d'erreur :

Différenciant la relation donnant la période d'oscillation : $T = 2\pi \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$

Soit :

$$dT = \frac{\partial T}{\partial l} dl + \frac{\partial T}{\partial g} dg \tag{III.15}$$

Sachant que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{dl} = 2\pi \times \frac{1}{2} \left(\frac{l^{-\frac{1}{2}}}{g^{\frac{1}{2}}} \right) \\ \frac{dT}{dg} = -\frac{2\pi}{2} \left(\frac{l^{\frac{1}{2}}}{g^{\frac{3}{2}}} \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.16})$$

Après remplacement, division par T, on trouve :

$$\frac{dT}{T} = \frac{\left(\frac{-\frac{1}{2}}{g^{\frac{1}{2}}} \right) dl + \left(\frac{\frac{1}{2}}{g^{\frac{3}{2}}} \right) dg}{2 \left(\frac{l}{g} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{III.17})$$

La simplification de cette expression permet d'aboutir, après remplacement des différentielles par des variations, à l'expression de l'erreur relative :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta l}{2l} + \frac{\Delta g}{2g} \quad (\text{III.18})$$

En supposant l'accélération de pesanteur g comme constante (ou connue avec précision), on a :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta l}{2l}$$

Une erreur de 1 mm sur la longueur, donne une erreur relative de 0,5 % sur la période, dans le cas d'un pendule de 10 cm de longueur. Cette erreur diminue d'autant plus que le pendule simple est plus long.

III.4.Simulation du pendule par un circuit électronique

Pour trouver le circuit électronique équivalent au pendule simple, donc un oscillateur électronique, nous partant de l'équation différentielle d'un pendule simple déduite précédemment. Soit,

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0 \quad (\text{III.19})$$

Une intégration de $\ddot{\theta}$ s'exprime :

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \int_0^t \ddot{\theta} dt + \dot{\theta}(0) \quad (\text{III.20})$$

Ou après remplacement de $\ddot{\theta}$ par son expression :

$$\dot{\theta} = \frac{-g}{l} \int_0^t \theta dt + \dot{\theta}(0) \quad (\text{III.21})$$

Une intégration de l'équation précédente aboutit à :

$$\theta = \int_0^t \dot{\theta} dt + \theta(0) = \int_0^t \left[\frac{-g}{l} \int_0^t \theta dt + \dot{\theta}(0) \right] dt + \theta(0) \quad (\text{III.22})$$

Cette équation différentielle du pendule simple suggère de réaliser un montage composé des parties suivantes :

- Un intégrateur inverseur ;
- Un intégrateur non-inverseur ;

NB : Le produit des gains des deux étages doit être égale à $\frac{-g}{l}$

Par conséquent, le schéma de principe de l'oscillateur simulé est le suivant :

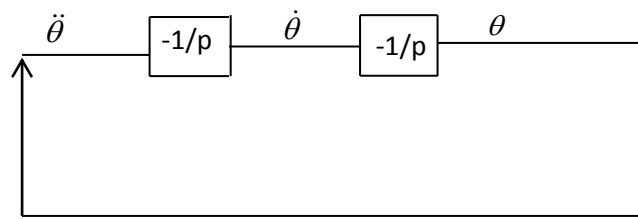


Figure III.3 : Schéma synoptique de l'oscillateur.

Le schéma du montage équivalent au pendule simple est alors :

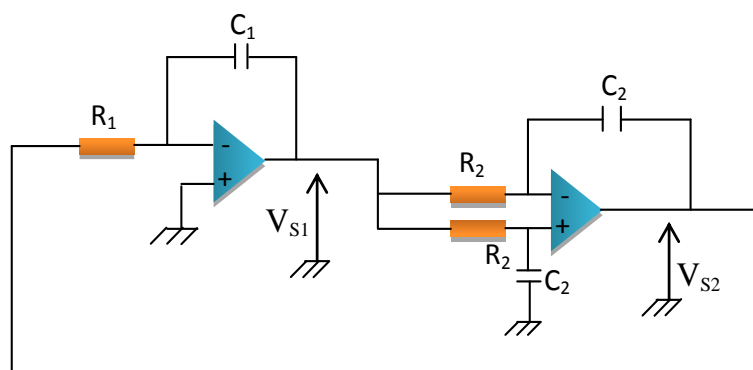


Figure III.4 : Schéma du montage à réaliser.

Etude du montage :

Les équations différentielles régissant les deux intégrateurs de la figure III.5 sont comme suit :

$$\begin{cases} V_{S1} = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_e(t) dt + V_{S1}(0) \\ V_{S2} = \frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t V_{S1}(t) dt + V_{S2}(0) \end{cases} \quad \text{(III.23)}$$

Soit après remplacement :

$$V_{S2} = \frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t \left[-\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_e(t) dt + V_{S1}(0) \right] dt + V_{S2}(0) \quad \text{(III.24)}$$

Cherchons l'équation différentielle vérifiée par la tension de sortie, en dérivant à deux reprises cette dernière équation :

$$\dot{V}_{s2} = \frac{1}{R_2 C_2} \left[-\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_e(t) dt + V_{s1}(0) \right] \quad (\text{III.25})$$

$$\ddot{V}_{s2} = \frac{1}{R_2 C_2} \left(-\frac{1}{R_1 C_1} \right) V_e(t) \quad (\text{III.26})$$

En transposant et en remarquant que $V_e = V_{s2}$ par fermeture du circuit, on déduit l'équation différentielle recherchée.

$$\ddot{V}_{s2} + \frac{1}{R_1 C_1} \times \frac{1}{R_2 C_2} V_{s2} = 0 \quad (\text{III.27})$$

C'est l'équation différentielle d'un circuit oscillant dont la solution harmonique s'écrit :

$$V_s(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{III.28})$$

On déduit la pulsation et la fréquence d'oscillation en reportant la solution dans l'équation :

$$-\omega^2 V_{\max} \sin(\omega t + \varphi) + \frac{1}{R_1 C_1} \times \frac{1}{R_2 C_2} \times (V_{\max} \sin(\omega t + \varphi)) = 0 \quad (\text{III.29})$$

Ce qui donne :

$$\omega^2 = \frac{1}{R_1 C_1} \times \frac{1}{R_2 C_2} \quad (\text{III.30})$$

D'où la fréquence d'oscillation :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (\text{III.31})$$

Cette pulsation du montage électronique doit être égale à celle de l'oscillateur mécanique simulé, en l'occurrence le pendule simple, et qui est donnée comme déterminée auparavant par :

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad (\text{III.32})$$

Soit :

$$\frac{g}{l} = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (\text{III.33})$$

Cette relation permettra de calculer les valeurs des composants à utiliser pour réaliser le montage électronique. Elle sert aussi à relier les grandeurs de sortie des deux montages par la relation ci-dessous, où la constante α permet le passage d'une unité à l'autre :

$$\theta_{\max} = \alpha V_{S2\max} \quad (\text{III.34})$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\frac{g}{l}}{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 g}{l} \quad (\text{III.35})$$

Valeurs pratiques des composants passifs:

L'égalité entre les pulsations permet de déduire la valeur de l'un des composants connaissant la valeur des autres. A titre d'exemple, on peut tirer la valeur de R_2 en fixant celle de R_1 et des capacités C_1 et C_2 , en tenant compte des valeurs connues de g et l . On choisit pour cette dernière les valeurs : $l = 20, 30$ et 40 cm.

$$\frac{g}{l} = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{l}{R_1 C_1 C_2 g} \quad (\text{III.36})$$

Pour $l = 20$ cm, on a, pour $R_1 = 150 \text{ k}\Omega$ et $C_1=C_2= 1\mu\text{F}$:

$$R_2 = \frac{0.2}{15 \times 10^4 \times 10^{-12} \times 9.8} \quad \text{soit :} \quad R_2 = 136 \text{ k}\Omega$$

En pratique, on a utilisé la valeur : $R_2 = 150 \text{ k}\Omega$, ce qui donne une valeur de $\alpha = 1,1 \text{ rd.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

$$\text{Pour } l = 30\text{cm, on trouve : } R_2 = \frac{0.3}{15 \times 9.8 \times 10^{-8}} = 204 \text{ k}\Omega$$

En pratique, on a utilisé la valeur : $R_2 = 220\text{k}\Omega$, ce qui donne une valeur de $\alpha = 1,07 \text{ rd.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

$$\text{Pour } l = 40\text{cm, on trouve : } R_2 = \frac{0.4 \times 10^8}{147} = 272 \text{ k}\Omega$$

En pratique, on a utilisé la valeur : $R_2 = 270 \text{ k}\Omega$, ce qui donne une valeur de $\alpha = 0,99 \text{ rd.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

Détermination de la fréquence dans le cas du premier montage :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \Rightarrow f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Pour : $l = 20\text{cm}$

$$\text{On trouve : } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(150 \times 10^3 \times 10^{-6}) \times (150 \times 10^3 \times 10^{-6})}} = 1,07 \text{ Hz}$$

Pour : $l = 30\text{cm}$

$$\text{On trouve : } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(150 \times 10^3 \times 10^{-6}) \times (220 \times 10^3 \times 10^{-6})}} = 0,87 \text{ Hz}$$

Pour : $l = 40\text{cm}$

$$\text{On trouve : } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(150 \times 10^3 \times 10^{-6}) \times (270 \times 10^3 \times 10^{-6})}} = 0,8 \text{ Hz}$$

Modification du montage :

Les difficultés rencontrées pour faire osciller le précédent montage nous a poussé à apporter une modification en remplaçant l'intégrateur non-inverseur par un autre de type inverseur additionné d'un amplificateur.

Le montage est alors composé des parties suivantes :

- Un intégrateur inverseur ;
- Un intégrateur non-inverseur ;
- un amplificateur de gain (g/l).

Par conséquent, le schéma de principe du montage à réaliser est le suivant :

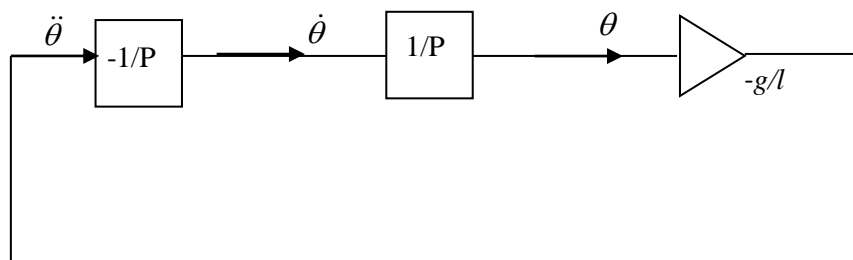


Figure III.5 : Schéma synoptique de l'oscillateur.

On aboutit donc au schéma suivant :

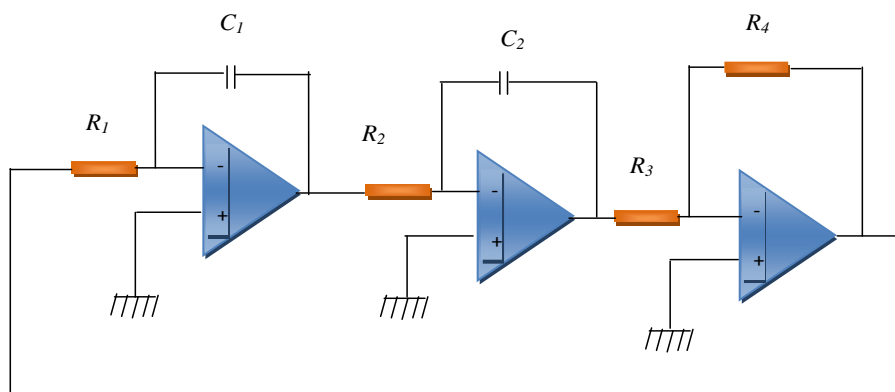


Figure.III.6: Schéma modifié du montage à réaliser.

Les équations différentielles régissant les deux intégrateurs de la figure III.7 sont comme suit

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{S1} = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_e(t) dt + V_{S1}(0) \\ V_{S2} = -\frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t V_{S1}(t) dt + V_{S2}(0) \\ V_{S3} = -\frac{R_4}{R_3} \times V_{S2} \end{array} \right. \quad (\text{III.37})$$

Soit après remplacement :

$$V_{S3} = -\frac{R_4}{R_3} \times \left(-\frac{1}{R_2 C_2} \right) \int_0^t \left[-\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_e(t) dt + V_{S1}(0) \right] dt + V_{S2}(0) \quad (\text{III.38})$$

Cherchons l'équation différentielle vérifiée par la tension de sortie, en dérivant à deux reprises cette dernière équation :

$$\dot{V}_{S3} = \frac{R_4}{R_3} \times \frac{1}{R_2 C_2} \left[-\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_e(t) dt + V_{S1}(0) \right] \quad (\text{III.39})$$

et :

$$\ddot{V}_{S3} = \frac{R_4}{R_3} \times \frac{1}{R_2 C_2} \left(-\frac{1}{R_1 C_1} \right) V_e(t) \quad (\text{III.40})$$

En transposant et en remarquant que $V_e = V_{S3}$ par fermeture du circuit, on déduit l'équation différentielle recherchée.

$$\ddot{V}_{S3} + \frac{R_4}{R_3} \times \frac{1}{R_1 C_1} \times \frac{1}{R_2 C_2} V_{S3} = 0 \quad (\text{III.41})$$

C'est l'équation différentielle d'un circuit oscillant dont la solution harmonique s'écrit :

$$V_{S3}(t) = V_{s3\max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{III.42})$$

Ce qui donne :

$$\omega_0^2 = \frac{R_4}{R_3} \times \frac{1}{R_1 C_1} \times \frac{1}{R_2 C_2} \quad (\text{III.43})$$

D'où la fréquence d'oscillation :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_4}{R_1 C_1 R_2 C_2 R_3}} \quad (\text{III.44})$$

Cette pulsation du montage électronique doit être égale à celle de l'oscillateur mécanique simulé, en l'occurrence le pendule simple, et qui est donnée comme déterminée auparavant par :

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

D'où la relation reliant les deux oscillateurs mécanique et électronique :

$$\frac{g}{l} = \frac{R_4}{R_1 R_2 C_1 C_2 R_3} \quad (\text{III.45})$$

Cette relation nous permet de déterminer la valeur de l'un des composants connaissant les autres :

$$R_4 = \frac{g R_1 R_2 C_1 C_2 R_3}{l} \quad (\text{III.46})$$

Cas du pendule de longueur $l = 20 \text{ cm}$:

pour $R_1 = R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$, on trouve : $R_4 = 490 \text{ k}\Omega$

En pratique, on a utilisé la valeur : $R_4 = 470 \text{ k}\Omega$

Détermination de la fréquence dans le cas du deuxième montage :

A partir de l'équation III.43, on a :
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_4}{R_3} \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

D'où :
$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_4}{R_1 C_1 R_2 C_2 R_3}}$$

L'application numérique donne :
$$f = \frac{1}{2 \times 3,14} \sqrt{\frac{470 \times 10^3}{10^6 \times 10^6 \times 10^4 \times 10^{-12}}} = 1,08 \text{ Hz}$$

Sous le logiciel LTspice nous générons le circuit sous sa 2^{ème} forme, simulant le pendule simple :

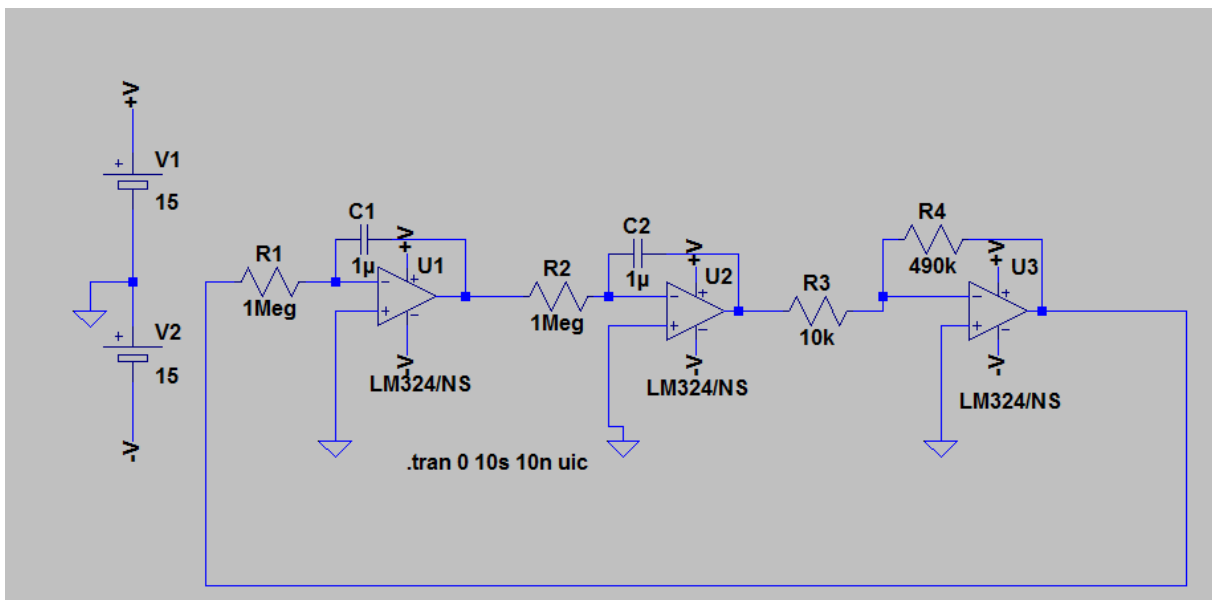


Figure.III.7: Génération du montage étudié sur LTspice

2^{ème} exemple : Pour $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = C_2 = 470 \text{ nF}$, on trouve, toujours dans le cas du pendule de longueur $l = 20 \text{ cm}$: $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$

En pratique, on a utilisé la valeur : $R_4 = 15 \text{ k}\Omega$

On déduit la fréquence :
$$f = \frac{1}{2 \times 3,14} \sqrt{\frac{15 \times 10^3}{10^3 \times 10^3 \times 10^3 \times 0,47 \times 0,47 \times 10^{-6}}} = 1,3 \text{ Hz}$$

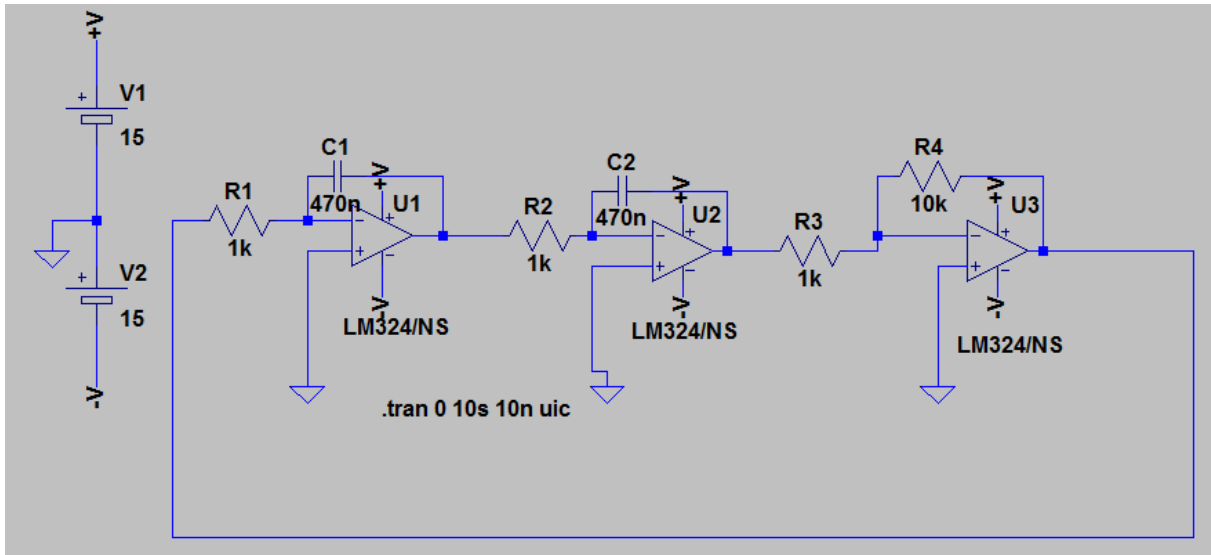


Figure.III.8 : Génération du montage étudié sur LTspice

3ème exemple :

Pour $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = C_2 = 470 \text{ nF}$ et longueur du pendule $l = 20 \text{ cm}$, on aboutit à : $R_4 = 100 \text{ k}\Omega$

En pratique, on a utilisé la valeur : $R_4 = 150 \text{ k}\Omega$

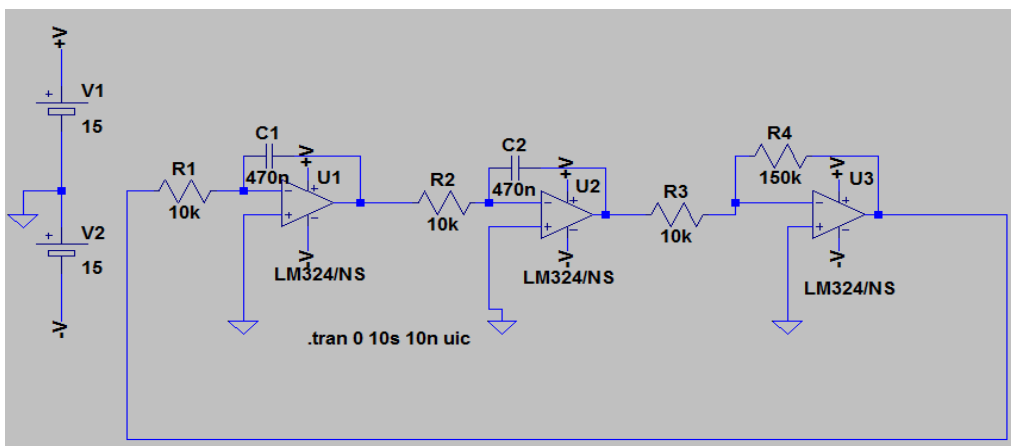


Figure.III.9 : Génération du montage étudié sur LTspice

III.5. Simulation par le logiciel LTspice :

LTspice est un logiciel de simulation électrique de la société Linear Technologie, qui a été développé essentiellement pour faire la promotion des circuits intégrés conçus par ce fabricant, en permettant de simuler le fonctionnement d'une grande partie des circuits analogiques présents dans leur catalogue (régulateurs à découpage, amplificateurs opérationnels, filtres à capacités commutées, etc.). Le logiciel n'est pas commercialisé mais plutôt mis à la disposition des visiteurs de leur site web. Toutefois, et contrairement à l'immense majorité des logiciels de simulations gratuits en libre accès, celui-ci ne possède aucune limitation volontaire quant au nombre maximum de nœuds du circuit à simuler.

LTspice est basé sur le moteur de simulation SPICE, dont les débuts remontent aux années 1970, et qui était alors développé à l'*Electronics Research Laboratory* de l'université de Californie, Berkeley. Certaines améliorations du code ont été tout spécialement intégrées à LTspice pour lui permettre d'accélérer notablement les temps de simulation pour le cas très spécifique des circuits analogiques à découpage (ex. convertisseurs DC-DC, filtres capacités commutées).

Présentation

Au lancement de l'application, le logiciel se présente comme un éditeur graphique de schéma électrique. Le logiciel dispose également d'un outil de visualisation des résultats de simulation, et de plusieurs bibliothèques de composants et éléments passifs traditionnels (résistances, condensateurs, inductances, diodes, etc.), de quelques composants actifs (essentiellement des produits *LT* mais aussi des transistors de différents types), ainsi que des fonctions mathématiques basiques que nous décrirons plus tard (sources idéales contrôlées, ligne de transmission, etc.) [30].

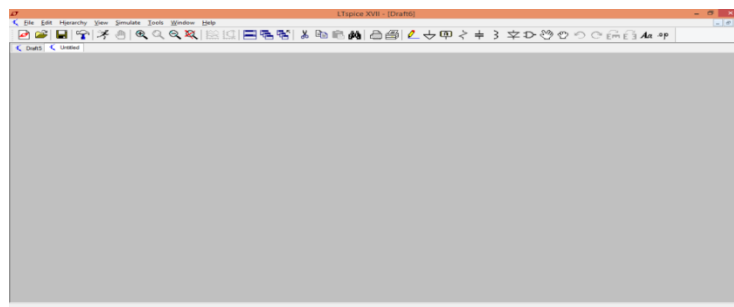


Figure.III.10 : Fenêtre ouverte du LTspice une fois lancé.

Durant les étapes d'essai, nous avons visualisé les tensions de polarisation.

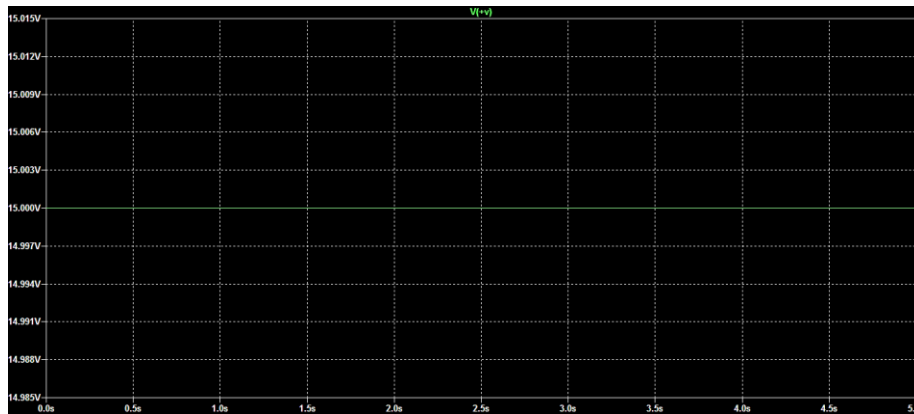


Figure.III.11 : tension de polarisation +15 V :

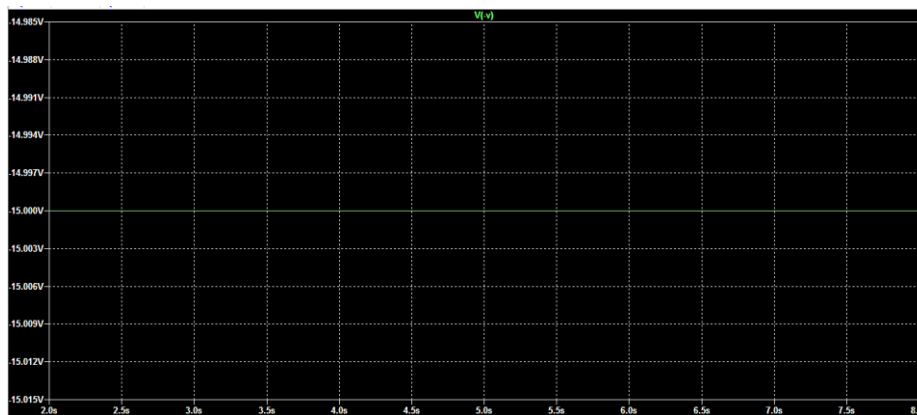


Figure.III.12 : tension de polarisation -15 V :

Nous avons reproduit sur LTspice, le circuit proposé à l'étude en considérant les valeurs pratiques des composants. Les signaux sinusoïdaux générés sont représentés sur les figures ci-dessous.

Pour le 1^{er} montage simulé, nous obtenons la réponse indiquée sur la figure III.13. Nous remarquons que la réponse est sinusoïdale et par conséquent le montage fonctionne en oscillateur, comme le pendule simple auquel il est équivalent.

La mesure de la période de ce signal donne la fréquence expérimentale : $f = 1,09 \text{ Hz}$ qui est très proche de la valeur théorique déterminée plus haut.

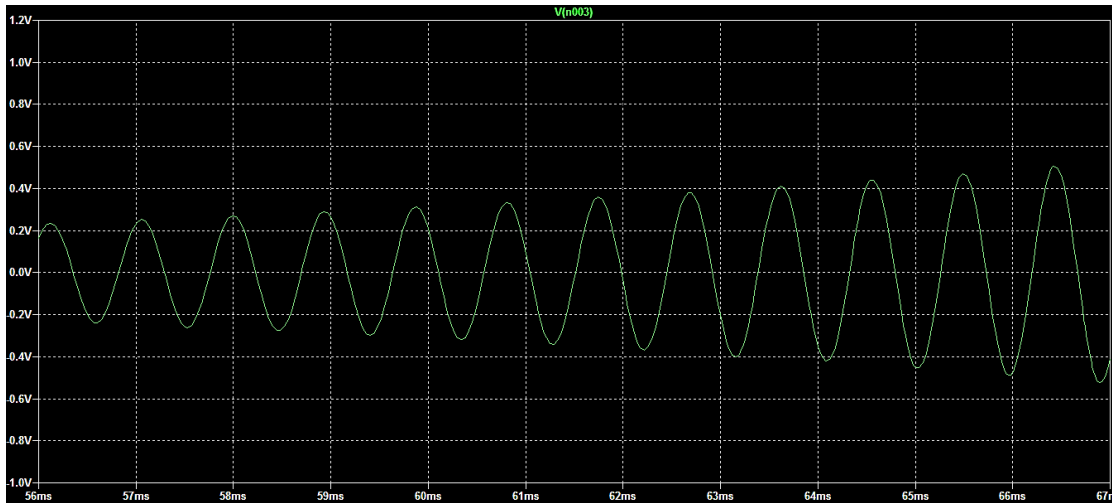


Figure III.13 : Signal sinusoïdal généré.

Pour le 2^{ième} montage simulé, la réponse du signal est la suivante :

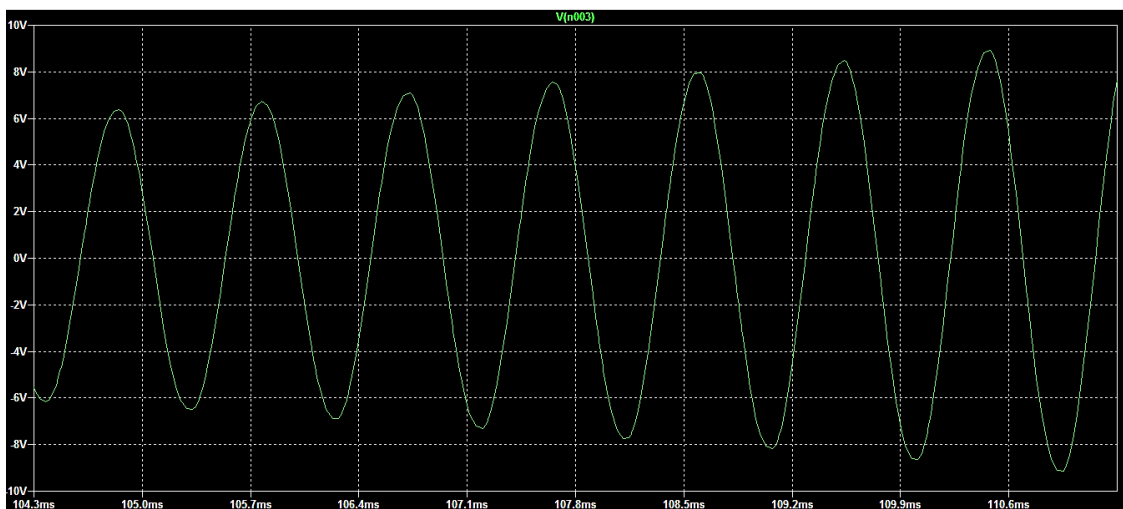


Figure III.14 : Signal sinusoïdal généré.

La fréquence mesurée vaut : $f = 1,08Hz$

Pour le 3^{ième} montage simulé, le signal sinusoïdal résultant de la simulation par LTspice est comme suit :

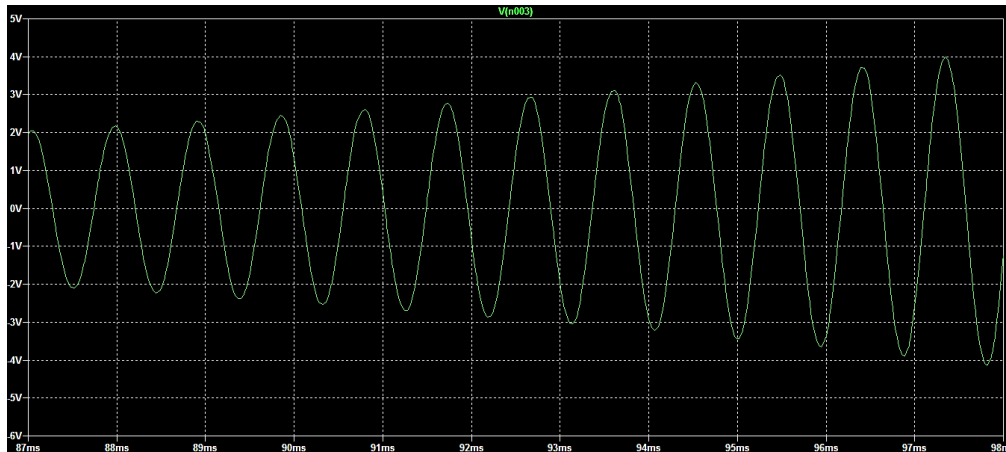


Figure III.15 : Signal sinusoïdal généré.

La fréquence mesurée est égale à : $f = 125 \text{ Hz}$

Nous remarquons que la réponse est sinusoïdale dans les trois cas considérés, et par conséquent le montage fonctionne en oscillateur, comme le pendule simple auquel il est équivalent, avec des valeurs de fréquence assez proches de la théorie. La différence vient des valeurs des composants passifs qui sont légèrement différentes des valeurs théoriques, et des caractéristiques des Ampli. Op. qui ne sont pas idéales.

Nous remarquons également que les amplitudes sont d'autant plus élevées que les valeurs des résistances R_1 et R_2 sont faibles.

III.6.L'oscillateur amorti

Si nous introduisons dans le système oscillant un élément qui cause une perte d'énergie, on recueillera une réponse à amplitude amortie qui aura tendance à s'annuler après un certain temps plus ou moins long selon la grandeur des pertes énergétiques. L'élément en question peut être la résistance de l'air, les frottements sur une surface, la résistance au mouvement, etc.

Etude de l'oscillateur amorti

L'équation différentielle d'un pendule simple amorti est comme suit :

$$\ddot{\theta} + \alpha\dot{\theta} + \beta\theta = 0 \tag{III.47}$$

d'où,

$$\ddot{\theta} = -(\alpha\dot{\theta} + \beta\theta) \tag{III.48}$$

Une première intégration donne :

$$\dot{\theta} = -\int_0^t (\alpha\dot{\theta} + \beta\theta) dt + \dot{\theta}(0) \tag{III.49}$$

Pour la deuxième intégration, on a :

$$\theta = \int_0^t \dot{\theta} dt + \theta(0) \tag{III.49}$$

Soit en définitive,

$$\theta = \int_0^t \left(-\int_0^t (\alpha\dot{\theta} + \beta\theta) dt + \dot{\theta}(0) \right) dt + \theta(0) \tag{III.50}$$

D'où le Schéma synoptique de l'oscillateur amorti

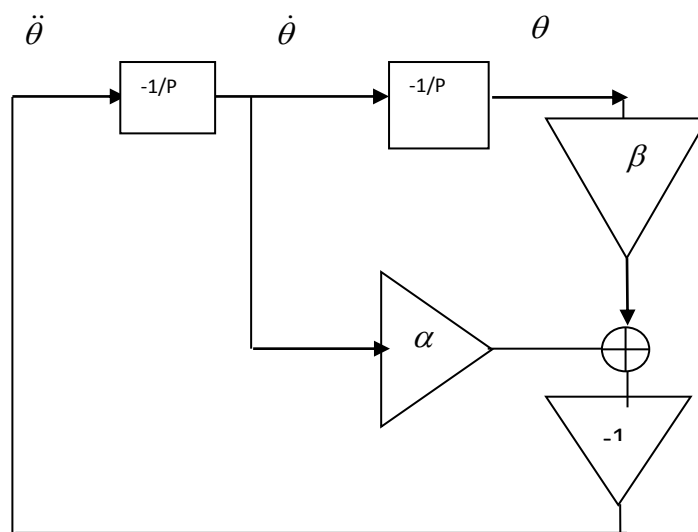
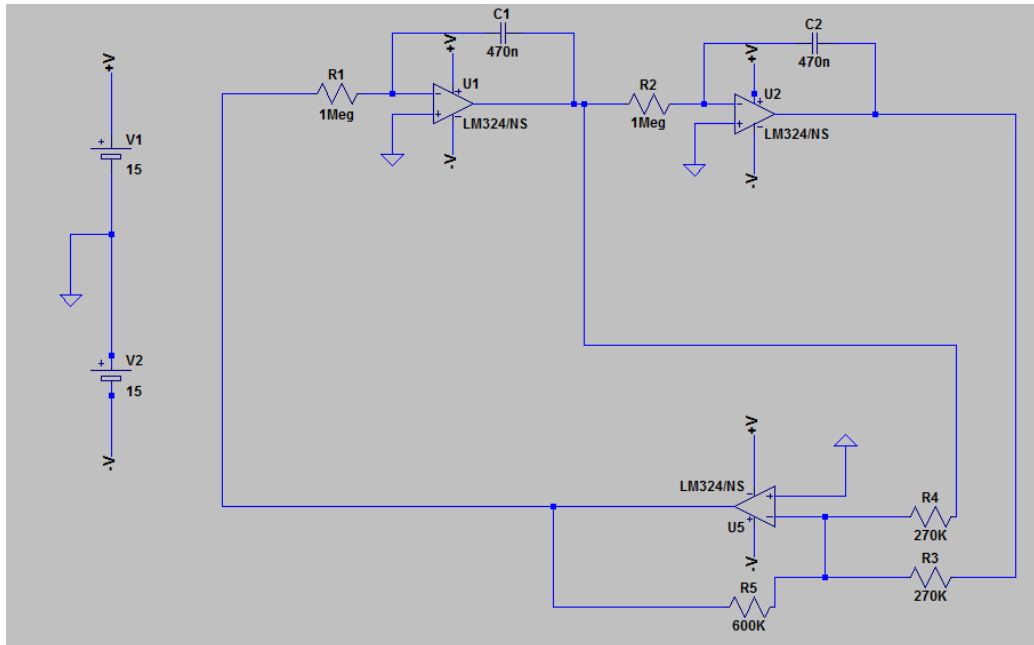


Figure III.16 : Schéma synoptique de l'oscillateur amorti.

Si on remplace l'angle θ par la tension de sortie V_s on obtiendra le circuit oscillateur amorti ci-dessous qui est équivalent au pendule simple amorti.



. **Figure III.17** : Génération du montage étudié sur LTspice

III.7.Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'étude relative à la simulation d'un système oscillant mécanique par un oscillateur électronique. Le pendule simple comme étant un système mécanique oscillant a été bien présenté dans la première partie du chapitre. En se basant sur les deux relations caractérisant les paramètres de la réponse des deux systèmes, nous avons trouvé en l'occurrence la même fréquence, avec des amplitudes proportionnelles caractérisant les deux systèmes équivalents.

Il est donc possible, en agissant sur ces deux paramètres, de faire ressortir l'équivalence entre les deux systèmes, aussi bien en régime oscillatoire libre qu'en régime oscillatoire amorti. Dans ce dernier cas, un troisième coefficient intervient pour caractériser l'amortissement.

Conclusion Générale

Les amplificateurs opérationnels ont créé un nouveau marché avec l'avènement du multimédia. Leurs caractéristiques, ainsi que leur coût, les ont, en effet destinés au marché planétaire. Leurs propriétés remarquables permettent leur utilisation dans différents domaines d'applications tels que les oscillateurs, les sources de courants ou encore la régulation de tension.

La simulation est essentielle dans la conception des amplificateurs opérationnels en tant qu'outil de validation des choix du concepteur. Pour des raisons de compétitivité, elle doit être la plus rapide et la plus fiable possible.

Durant ce travail de master, nous nous sommes intéressés à la simulation d'un système mécanique oscillant par un circuit électronique oscillant, à l'aide des amplificateurs opérationnels, en s'appuyant sur l'expérience acquise au laboratoire de l'université de Jijel dans le domaine de l'électronique. Nous avons effectué des calculs sur leurs paramètres de réponses en l'occurrence la fréquence et l'amplitude, en vue de d'établir l'équivalence entre les deux systèmes.

Nous avons déterminé l'équation différentielle d'un pendule simple choisi comme exemple de système mécanique, et partant de cette équation nous avons cherché l'oscillateur électronique équivalent en utilisant des étages à amplificateurs opérationnels. Cette équation différentielle a permis d'aboutir à un montage composé de trois parties : un intégrateur inverseur, un intégrateur non inverseur et un amplificateur de gain $(-g/l)$, où l est la longueur du pendule et g l'accélération de pesanteur. Après analyse du montage, une première relation nous a permis de déduire des valeurs des composants passifs du circuit électronique. Tandis qu'une deuxième a permis de revenir au pendule et déduire sa réponse sans faire des mesures.

Enfin l'analyse par simulation du circuit électronique équivalent en utilisant le logiciel LTSpice confirme les résultats obtenus dans l'étude théorique. En effet, nous pouvons clairement dire qu'il y a une équivalence entre un système oscillant mécanique et un oscillateur électronique.

Références bibliographiques

- [1] : Cyril Fokam MAMO1 , Évariste Tafo WEMBE1, Daniel TEK02 , Nicodem NISSO3 , Jean MBIHI3 et Martin KOM2 , Réalisation et simulation d'un modèle rapide d'Amplificateur Opérationnel en technologie CMOS, Afrique SCIENCE, 07 ,p.11 – 20,(2011).
- [2] : T. LEGOU, "Étude et réalisation d'une chaîne d'instrumentation numérique pour l'identification des ions ", Thèse de Doctorat, Université de CAEN, Mars (2003).
- [3] : T. E. WEMBE, H. SU and Y. GAO, "Design and simulation of charge sensitive preamplifier with CMOS FET implemented as feedback capacitor», NST, p. 241-245, August (2008).
- [4] : M. Julien, « CONCEPTION D'OSCILLATEURS CONTRÔLÉS EN TENSION DANS LA GAMME 2 GHz - 10 GHz, INTÉGRÉS SUR SILICIUM ET ANALYSE DES MÉCANISMES À L'ORIGINE DU BRUIT DE PHASE », Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1,(2004).
- [5] : H .Ben Aissa , D. Pierre Alain , « Mécanique des système mult Corps »,Rapport de synthèse, Université Claude Bernard ,(2013-2014).
- [6] : <http://www.youtube.com/watch?v=T7fRGXc9SRI>
- [7] : I. Riahi, «Etude simulation et réalisation de mini - générateurs BF et d'un mini-voltmètre AC-DC piloté par une carte Arduino Uno R3 »,mémoire master II, université de Tlemcen 2016/2017.
- [8] : N. Benabdallah, Cours d'électronique analogique, 3ème année Ingénieur, ESSAT,2016.
- [9] : A. BOURAS, « Transmissions analogiques et numériques des signaux », P.80_81,Ellipses Edition Mar Keting S.A.,2013.
- [10] : Emeric de Foucauld, "Conception et réalisation d'oscillateurs accordables en fréquence en technologie SiGe pour les radio-téléphones", Thèse de Doctorat de l'Université de Limoges, N° d'ordre : 2-2000.
- [11] : A. BOURAS, « Transmissions analogiques et numériques des signaux », P. 76_79,Ellipses Edition Mar Keting S.A.,2013
- [12] <https://www.dolphin-integration.com/medal/smash/notes/oscillateurs>

- [13] : J. Keignart, "*Etude de structures d'oscillateurs 3.6 GHz à circuit d'entretien CMOS*", rapport de stage effectué à STMicroelectronics, Juin 2001.
- [14] : A. BOURAS, « Transmissions analogiques et numériques des signaux », P. 79_80, Ellipses Edition Mar Keting S.A., 2013.
- [15] : A. Benamira , « cours onde et vibration », 2^{ème} année licence, université de Jijel 2013/2014.
- [16] : S. boubekeur, « les amplifications de l'amplificateur opérationnel », page. 3, EDITION : 2.07.4218.
- [17] : M. ouhrouche, « circuits électronique », page. 105 -107, ISBN 978-2-553-014222.imprimé ou canada, 2008.
- [18] : F. Milsant, « cours d'électronique », P.238, Editions Chihab 10, Avenue Brahim Gharafa B.E.O.
- [19] : g. yves fourniols et CH. Escriba , « système électroniques analogique », page. 189 - 190.
- [20] : g. yves fourniols et CH. Escriba , « système électroniques analogique », page.200, universitaires du Mirail université de Toulouse le Mirial ISBN :978-2-8107-0225-1 (2013).
- [21] : S. boubekeur, « les amplifications de l'amplificateur opérationnel », page. 12, EDITION : 2.07.4218.
- [22] : g. yves fourniols et CH. Escriba , « système électroniques analogique », page.204, universitaires du Mirail université de Toulouse le Mirial ISBN :978-2-8107-0225-1 (2013).
- [23] : S. boubekeur, « les amplifications de l'amplificateur opérationnel », page. 16, EDITION : 2.07.4218.
- [24] : B. Birouk, «cours d' électronique», université de bedjaya,1999_2002.
- [25] : R. Duffait, " *Étude expérimentale des oscillateurs mécaniques* ", BUP Vol, 98 - Octobre 2004.
- [26] : C. Kittel; W. Knight; M. Ruderman ; P. Lallemand (Trad.), *Mécanique Vol. 1, Berkeley : cours de physique*, Paris :A.Colin.
- [27] : Guinier, " *La structure de la matière* ", Hachette : CNRS, Collections liaisons scientifiques.
- [28] : M. Fabrice, " *Etude expérimentale du pendule simple, double et inversé* ", Lumay Geo_roy ,2002 – 2003.

[29] : A. Benamira , « cours onde et vibration », 2^{ème} année licence, université de Jijel
2013/2014.

[30] : C. Viallon, « Notice d'utilisation simplifiée de LTspice, LIMEADTECHNOLOGY,
Université paul sabatier,toulouse,2010-2014.

