

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE.
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE.

Université Mohamed Seddik Benyahia – Jijel



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département d'Automatique

PROJET DE FIN D'ETUDE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME
MASTER EN AUTOMATIQUE

OPTION : Automatique et Informatique industrielle

Thème

Commande adaptative via le
backstepping filtré d'une classe des
systèmes non- linéaires incertains avec
zone-morte à l'entrée

Réalisé par :

- *Bouguerne.Otman*
- *Bounib.Khayreddine*

Encadré par :

Dr. Khebbache .Hichem

Promotion 2019

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A ma mère

A mon père

A mes frères

A mes sœurs

A toute ma famille

A mes amis : M.Boulassel, M. Dbieche, ...

A tous mes amis d'études en master automatique et informatique industrielle

Khayreddine

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A ma mère

A mon père

A mes frères

A mes sœurs

A toute ma famille

A mes amis : M.Boulassel, M. Dbieche,...

A tous mes amis d'études en master automatique et informatique industrielle

Otman

Remerciements

Avant tout nous remercions Dieu Le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, la patience, et la santé durant toutes ces années et que grâce à lui ce travail a pu être réalisé.

*Ainsi, nous tenons également à exprimer nos vifs remerciements à notre encadreur **Mr. Khebbache Hichem** pour avoir d'abord proposé ce thème, pour le suivi continué tout le long de la réalisation de ce mémoire, et qui n'a pas cessé de nous donner des conseils et des remarques.*

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants et le chef de département d'Automatique qui ont contribué à notre formation, et à tous les membres du jury qui ont accepté de juger notre travail.

Enfin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour leur soutien et leur encouragement afin de terminer ce travail

Sommaire

Dédicace

Remerciement

Sommaire

Introduction générale..... 1

Chapitre 1 : Généralité sur les systèmes non linéaires

1.1. Introduction	3
1.2. Notions de bases.....	3
1.2.1. système non linéaires.....	3
1.2.2. Equilibre	4
1.2.3. Plan de phase	4
1.2.4. Stabilité.....	5
1.3. Stabilité au sens de Lyapunov des systèmes non linéaires autonomes	5
1.3.1. Définitions	5
1.3.1.1. Système autonome	5
1.3.1.2. Voisinage de l'origine	5
1.3.1.3. Notions de fonctions définies positives et définies négatives	6
1.3.2. Stabilité d'un point d'équilibre au sens de Lyapunov	6
1.3.2.1. Point d'équilibre	6
1.3.2.2. Stabilité et instabilité d'un point d'équilibre	6
1.4. Méthodes de Lyapunov	7
1.4.1. Première méthode de Lyapunov	8
1.4.2. Deuxième méthode de Lyapunov	8
1.4.3. Théorèmes de stabilité	8
1.5. Commande des systèmes non linéaires	10
1.5.1. Introduction	10

1.5.2. Les non-linéarités d'actionneur	11
1.5.3. Commande adaptative	12
1.5.4. Commande par Backstepping	12
1.5.4.1. Principe du Backstopping	12
1.5.4.2. Utilisation du backstepping	13
1.6. Conclusion.....	14

Chapitre 2: Commande Adaptative robuste par DSC avec zone-mort à l'entrée

2.1. Introduction	15
2.2. Formulation de problème	15
2.3. Synthèse du contrôleur	17
2.4. Analyse de la stabilité	21
2.5. Exemples d'application	23
2.5.1. Exemple 1	23
2.5.2. Exemple 2	26
2.6. Conclusion.....	30

Chapitre 3: Commande Adaptative robuste par CFB avec zone-morte à l'entrée

3.1. Introduction	31
3.2. Formulation de problème	31
3.3. Synthèse du contrôleur	31
3.4. Analyse de la stabilité	35
3.5. Exemples d'application	37
3.5.1. Exemple 1	37
3.5.2. Exemple 2	39
3.6. Conclusion.....	42
Conclusion générale	43
Bibliographie	45

Introduction générale

La synthèse d'une loi de commande pour un système non linéaire est un problème important rencontré en automatique. Dans ce cadre, plusieurs techniques de commande ont été élaborées dans la littérature et ont abouti à des résultats intéressants.

La littérature propose une multitude de structures de commande. Chacune d'elle possède son application et également ses propriétés (cas non linéaire, procédé stable, consigne d'un type donné,etc.). Commander un processus, c'est déterminer les commandes à lui appliquer, de manière à assurer aux variables d'états ou aux sorties qui nous intéressent un comportement précisé par un cahier des charges.

L'élaboration d'une loi de commande pour un procédé physique nécessite la prise en compte des perturbations, des non linéarités à l'actionneur et des paramètres inconnus, ils sont construits des problématiques sur lesquelles on va s'attarder dans cette étude. Afin de répondre à ces problèmes, on s'intéresse à la commande adaptative robuste par backstepping filtré.

La technique de commande par backstepping est conçue en se basant sur le théorème de stabilité de Lyapunov. L'idée fondamentale de cette méthode consiste à synthétiser d'une manière récursive une loi de commande stabilisante, afin d'assurer pour une certaine fonction de Lyapunov définie positive, que sa dérivée soit toujours négative. Ce qui permet de garantir la stabilité globale du système en boucle fermée [1]. A cause de sa souplesse et de son application à une grande classe de systèmes non linéaires triangulaires (Nonliner strict-feedback systems), sans satisfaire la condition de recouvrement (Matching condition), la commande par backstepping [2,3] a atteint un développement exceptionnel au cours de ces dernières décennies.

L'inconvénient majeur de cette méthode est le problème d'explosion de complexité, qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception du backstepping. Pour résoudre ce problème, des filtres du premier ordre passe-bas ont été introduites à chaque étape de conception. Cette idée a abouti à des nouvelles approches nommées : commande par surface dynamique (en anglais Dynamic Surface Control) [4, 5] et commande par backstepping filtré (en anglais Command Filtered Backstepping) [6, 7].

La commande adaptative est une méthode de commande des systèmes. L'idée de base est d'estimer les paramètres et/ou modèle inconnu en ligne, et d'utiliser les paramètres estimés dans le calcul de la loi de commande. Un système de commande adaptative peut donc être considéré comme un système de commande avec estimation en ligne des paramètres [1].

Ce mémoire présente quelques stratégies de la commande adaptative robuste par backstepping filtré d'une classe des systèmes non linéaires triangulaires incertains avec zone morte à l'entrée.

Une loi de commande robuste a pour objectif d'obtenir un fonctionnement acceptable d'un système réel dans son contexte normal d'utilisation, on parlera de stabilité robuste pour une loi de commande lorsque la stabilité de la boucle fermée n'est pas altérée par les écarts entre le modèle utilisé pour la synthèse de la loi de commande et le procédé à commander.

Le mémoire est décomposé en trois chapitres :

Le premier chapitre présente d'une façon brève, des généralités sur les systèmes non linéaires, Ensuite, nous présentons quelques définitions sur la stabilité des systèmes non linéaires et nous donnons aussi quelques outils mathématiques utilisés dans le long de ce travail.

Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé une commande adaptative robuste par surface dynamique (Dynamic Surface Control, DSC), pour une classe des systèmes non linéaires triangulaires avec la présence des non linéarités de l'actionneur, Les non-linéarités de type zone-morte inhérentes aux actionneurs ont été prises en compte dans la conception de ce contrôleur. Nous avons montré aussi que leurs effets peuvent être compensés via la synthèse adéquate d'un terme robuste additif de commande. Dans le cadre de simulation, l'approche de commande a été testée avec succès sur deux exemples (un exemple numérique 2ème ordre avec un deuxième exemple pratique de 3ème ordre : robot manipulateur)

Dans le but de relaxer quelques hypothèses et d'améliorer un peu les performances du système en boucle fermée, nous avons synthétisé dans le troisième chapitre une loi de commande adaptative robuste par backstepping filtré (Command Filtered Backstepping, CFB) pour la même classe des systèmes considérée dans le chapitre 2. Pour valider cette approche, les mêmes exemples d'application ont été pris en compte.

Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion reprenant les principaux résultats présentés dans ce travail.

Chapitre 1.

Généralité sur les systèmes non linéaires.

1.1. Introduction :

La plupart des systèmes physiques (procédés) qui nous entourent sont non linéaires. Bien souvent, ces non-linéarités sont faibles ou ne sont pas visibles sur la plage d'opérations de ces procédés. Le souci constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises qui permettent de répondre sur une plus large plage d'opérations. C'est à ce moment que les non-linéarités se font sentir et rendent les outils d'analyse et/ou de synthèse des lois de commande, utilisés dans le domaine linéaire, caduques et absolument incapables de rendre compte de certains phénomènes. C'est pourquoi, depuis quelques années, beaucoup de recherche ont été effectuées dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires. Le backstepping fait partie de ces nouvelles méthodes de contrôle. Ce chapitre présente, dans un premier temps, une brève introduction des systèmes non linéaires et du vocabulaire qu'il comporte et, dans un deuxième temps, il introduit la méthode du backstepping.

1.2. Notions de bases :

Cette section présente quelques notions de bases nécessaires à la compréhension des subtilités des systèmes non linéaires. La majorité de ces notions sont tirées de la référence [1].

1.2.1. Système non linéaires :

De façon générale, les systèmes physiques représentés par des équations différentielles linéaires à coefficients constants sont appelés systèmes linéaires. L'hypothèse de linéarité équivaut au principe de superposition. Les systèmes non linéaires, par opposition aux systèmes linéaires, sont des systèmes physiques qui ne sont pas régis par des équations linéaires. Autrement dit, le principe de superposition ne peut pas leur être appliqué. Les systèmes non linéaires peuvent être le lieu de plusieurs phénomènes. Par exemple, ils peuvent converger, en régime permanent, à différents points d'équilibres, contrairement aux systèmes linéaires, qui n'en possèdent qu'un seul. Cependant, bien d'autres phénomènes caractérisent les systèmes non linéaires [1]. Quelques différences vont être introduites dans les sous sections suivantes.

1.2.2. Equilibre :

Physiquement, un système est en équilibre lorsqu'il conserve son état en absence de forces externes [1]. Mathématiquement, cela équivaut à dire que la dérivée de son vecteur d'état est nulle. Pour un système :

$$\dot{x} = \varphi(x) \quad (1.1)$$

L'état (ou les états) d'équilibre x_e est la solution (sont les solutions) de l'équation algébrique

:

$$\varphi(x) = 0 \quad (1.2)$$

Pour les systèmes linéaires, on a $\varphi(x) = Ax$ ce qui implique que : $x = 0$ est un point d'équilibre pour tous les systèmes linéaires. Deux cas différents peuvent survenir, si A est régulière, alors l'origine est le seul point d'équilibre ; Si A est singulière, ce qui définit un sous-espace où $Ax = 0$, alors il existe une région d'équilibre. Pour les systèmes non linéaires, la solution n'est pas aussi évidente et l'équilibre ne se trouve pas toujours à l'origine. Les régions d'équilibres peuvent être constituées de domaines continus ou de points isolés et/ou la combinaison des deux.

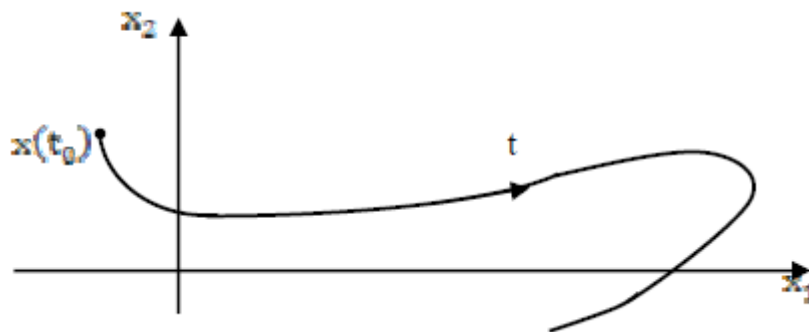


Figure 1.1: trajectoire d'un système dans le plan de phase

1.2.3. Plan de phase :

Pour bien comprendre le comportement d'un système non linéaire, on fait appel à une représentation de ses trajectoires dans l'espace de phase (figure 1). Ces trajectoires sont un ensemble de courbes qui représentent l'évolution de l'état du système dans le temps. Cette représentation doit toutefois passer par la résolution de l'équation différentielle (1.1), ce qui n'est pas toujours facile. Cependant, les techniques basées sur la deuxième méthode de Lyapunov contournent ce problème. Cette méthode sera montrée plus loin dans ce chapitre.

1.2.4. Stabilité :

De façon générale, on dit qu'un système est stable si, déplacé de sa position d'équilibre, il tend à y revenir ; instable, s'il tend à s'en écarter davantage. Lyapunov fournit une explication un peu plus mathématique de la stabilité. Prenons comme exemple un système dont l'état est défini par le vecteur qui possède la position d'équilibre x_e . [1]

1.3. Stabilité au sens de Lyapunov des systèmes non linéaires autonomes :

La méthode de Lyapunov permet d'analyser la stabilité d'un système linéaire ou non linéaire sans connaître explicitement les solutions des équations différentielles qui le décrivent.

La notion de stabilité d'un système dynamique caractérise le comportement de ses trajectoires autour des points d'équilibre. L'analyse de la stabilité d'un système dynamique permet donc d'étudier l'évolution de sa trajectoire d'état lorsque l'état initial est proche d'un point d'équilibre. La stabilité au sens de Lyapunov est une théorie générale valable pour toute équation différentielle. Cette notion signifie que la solution d'une équation différentielle initialisée au voisinage d'un point d'équilibre en reste suffisamment proche [8].

1.3.1. Définitions [1]:

1.3.1.1. Système autonome :

L'évolution d'un système peut être définie par une équation différentielle de la forme

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (1.3)$$

$x(t)$: vecteur d'état ; $u(t)$: vecteur de commande.

Dans ce chapitre nous nous limiterons à considérer des systèmes non commandés (entrée nulle ; $u(t) = 0$) Donnés par: $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$ (1.4)

Un système est dit **autonome** si $f(\cdot)$ ne dépend pas explicitement du temps t :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (1.5)$$

Sinon, le système est dit **non autonome**.

1.3.1.2. Voisinage de l'origine:

Un voisinage de l'origine Ω est tout domaine fermé incluant l'origine.

1.3.1.3. Notions de fonctions définies positives et définies négatives

Considérons une fonction scalaire $V: \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, on a alors la terminologie suivante :

$V(0) = 0, V(x) \geq 0, \forall x \in \Omega - \{0\}$: $V(x)$ est semi-définie positive

$V(0) = 0, V(x) > 0, \forall x \in \Omega - \{0\}$: $V(x)$ est définie positive

$V(0) = 0, V(x) \leq 0, \forall x \in \Omega - \{0\}$: $V(x)$ est semi-définie négative

$V(0) = 0, V(x) < 0, \forall x \in \Omega - \{0\}$: $V(x)$ est définie négative

$\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty$: $V(x)$ est radialement non bornée

1.3.2. Stabilité d'un point d'équilibre au sens de Lyapunov

1.3.2.1. Point d'équilibre

x_e est un point d'équilibre du système autonome $\dot{x} = f(x)$ si : $x(t_1) = x_e \Rightarrow x(t) = x_e$ pour $t \geq t_1$, ou de façon équivalente si : $f(x_e) = 0$.

Remarque :

On peut toujours supposer que le point d'équilibre $x_e = 0$. Si $x_e \neq 0$, on peut effectuer un changement de variables et obtenir un nouveau système avec un point d'équilibre à

$$x_e = 0$$

Posons : $y = x - x_e \Rightarrow \dot{y} = \dot{x} = f(x) = f(y + x_e) = g(y)$

Alors, $y_e = 0$ est un point d'équilibre du nouveau système : $\dot{y} = g(y)$, puisque

$g(0) = f(0 + x_e) = f(x_e)$. Ainsi, l'étude de la stabilité du point d'équilibre x_e du système $\dot{x} = f(x)$ revient à étudier la stabilité du point d'équilibre $y_e = 0$ du système $\dot{y} = g(y)$

1.3.2.2. Stabilité et instabilité d'un point d'équilibre

Le point d'équilibre x_e de $\dot{x} = f(x)$ est :

- **Stable** : si pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ (dépendant de ε), tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon$$

- **Instable** : s'il n'est pas stable

- **Asymptotiquement stable** : s'il est stable et δ peut être choisi tel que :

$$\|x(0) - x_e\| > \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e.$$

Il est globalement asymptotiquement stable si $\delta = \infty$ (c'est-à-dire : $\forall x(0) \in \mathbb{R}^n$).

- **Exponentiellement stable** : s'il existe $\alpha > 0, \lambda > 0$ tel que

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| \leq \alpha \|x(0) - x_e\| e^{-\lambda t}$$

Il est globalement exponentiellement stable si $\delta = \infty$ (c'est-à-dire : $\forall x(0) \in \mathbb{R}^n$)

Remarque :

- La stabilité exponentielle implique la stabilité asymptotique, mais l'inverse n'est pas nécessairement vrai.
- La notion de stabilité s'applique au point d'équilibre et non pas au système. Un système peut avoir plusieurs points d'équilibre.

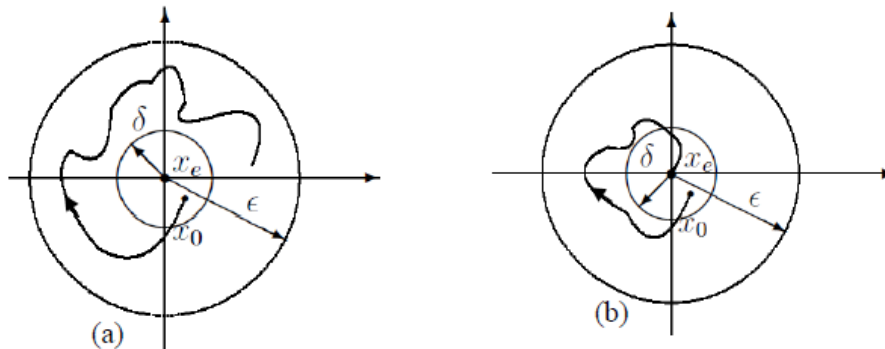


Figure 1.2: Illustration de la notion de stabilité : (a) point d'équilibre stable ; (b) point d'équilibre asymptotiquement stable

1.4. Méthodes de Lyapunov :

Les faibles non-linéarités dans un système à commander sont, la plupart du temps, traitées comme des perturbations affectant un modèle linéaire du système. Toutes les théories, qui ont été développées depuis plusieurs années et qui sont bien connues des systèmes linéaires sont utilisées. Malheureusement, ces non-linéarités ne peuvent pas toujours être mises de côté et il faut alors utiliser d'autres méthodes.

Il y a deux approches possibles pour la commande d'un système non linéaire. La première vise à linéariser le système à commander, afin de profiter des techniques des modèles linéaires. Cette linéarisation est réalisée, moyennant des approximations ou des transformations géométriques dans l'espace de phase. Le système linéarisé est ensuite traité avec la théorie des systèmes linéaires.[1]

La deuxième approche consiste à trouver une fonction de commande de Lyapunov garantissant certaines performances pour le système en boucle fermée. De telles fonctions peuvent être très difficiles à trouver pour un système non linéaire d'ordre élevé. C'est là qu'entre en jeu la technique du backstepping qui permet de réduire cette complexité.[2]

1.4.1. Première méthode de Lyapunov :

Le théorème de stabilité locale de Lyapunov, connu sous le nom de première méthode, permet de se prononcer sur la linéarisation d'une dynamique autour d'un point d'équilibre.

Cette méthode apporte une validité théorique à la technique de linéarisation. Elle mentionne que si le système linéarisé est asymptotiquement stable, alors il y a stabilité asymptotique. Dans le cas où le système linéarisé est instable, il y a instabilité. Par contre si celui-ci est stable sans pour autant l'être asymptotiquement, alors il est impossible de se prononcer sur la stabilité.

Ce théorème est d'une importance limitée, car il ne permet d'étudier que la stabilité d'un point singulier (stabilité locale) et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale) [1]. De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non-linéaires (organe avec zone morte, plus ou-moins, ...).

1.4.2. Deuxième méthode de Lyapunov :

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Dans un système conservatif, l'énergie reste constante ; pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, le système est instable.

L'idée de cette méthode est d'analyser la stabilité du système, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. Il suffit simplement d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui est équivalente) le long de la trajectoire du système (figures.3). Les théorèmes suivants, qui permettent de se prononcer sur la stabilité (ou instabilité) d'un système, sont fournis par Lyapunov (Lyapunov 1966). Ceux-ci sont tirés de la thèse de la référence [1].

1.4.3. Théorèmes de stabilité :

Théorème1 : Stabilité local

Le point d'équilibre $x_e = 0$ du système autonome $\dot{x} = f(x)$ est **stable** s'il existe une fonction scalaire $V: \Omega \subset R^n \rightarrow R$ continûment dérivable ayant les propriétés suivantes :

$$V(0) = 0, V(x) > 0, \forall x \in \Omega - \{0\}.$$

$$\dot{V}(x) \leq 0, \text{ pour tout } x \in \Omega.$$

Théorème 2 : Stabilité asymptotique

Le point d'équilibre $x_e = 0$ du système autonome $\dot{x} = f(x)$ est asymptotiquement stable s'il existe une fonction scalaire $V: \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ continûment dérivable ayant les propriétés suivantes :

$$V(0) = 0, V(x) > 0, \forall x \in \Omega - \{0\}.$$

$$V(0) = 0, \dot{V}(x) < 0, \forall x \in \Omega - \{0\}.$$

Théorème 3 : Stabilité asymptotique globale

Le point d'équilibre $x_e = 0$ du système autonome $\dot{x} = f(x)$ est globalement asymptotiquement stable s'il est asymptotiquement stable et si en outre :

$$\Omega = \mathbb{R}^n \text{ et } \|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty.$$

Théorème 4 : Stabilité exponentielle

Le point d'équilibre $x_e = 0$ du système autonome $\dot{x} = f(x)$ est exponentiellement stable s'il existe une fonction scalaire $V: \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ continûment dérivable telle que :

$$K_1 \|x\|^a \leq V(x) \leq K_2 \|x\|^a, \text{ pour tout } x \in \Omega; \dot{V}(x) \leq -K_3 \|x\|^a, \text{ pour tout } x \in \Omega.$$

Où K_1, K_2 et K_3 sont des constantes positives.

Théorème 5 : Stabilité exponentielle globale

Le point d'équilibre $x_e = 0$ du système autonome $\dot{x} = f(x)$ est globalement exponentiellement stable s'il est exponentiellement stable avec : $\Omega = \mathbb{R}^n$.

Lemme 1 [6] : (Stabilité UUB)

Pour un système non linéaire, considérons la fonction définie positive suivante :

$$\dot{V}(t) \leq \zeta V(t) + C, \text{ tel que } \zeta \text{ et } C \text{ sont des constantes qui satisfont } \zeta > 0 \text{ et } C \geq 0, \forall t. \text{ Donc,}$$

La fonction $V(t)$ est satisfait l'inégalité suivante :

$$0 \leq V(t) \leq \frac{1}{\zeta} [C - (C - \zeta V(t_0)) e^{-\zeta(t-t_0)}]$$

Ce qui implique que $V(t)$ borné par une quantité et la vitesse de convergence exponentielle au borne de $V(t)$ est égale à ζ . Ainsi, l'état de système est ultimement uniformément bornée (UUB).

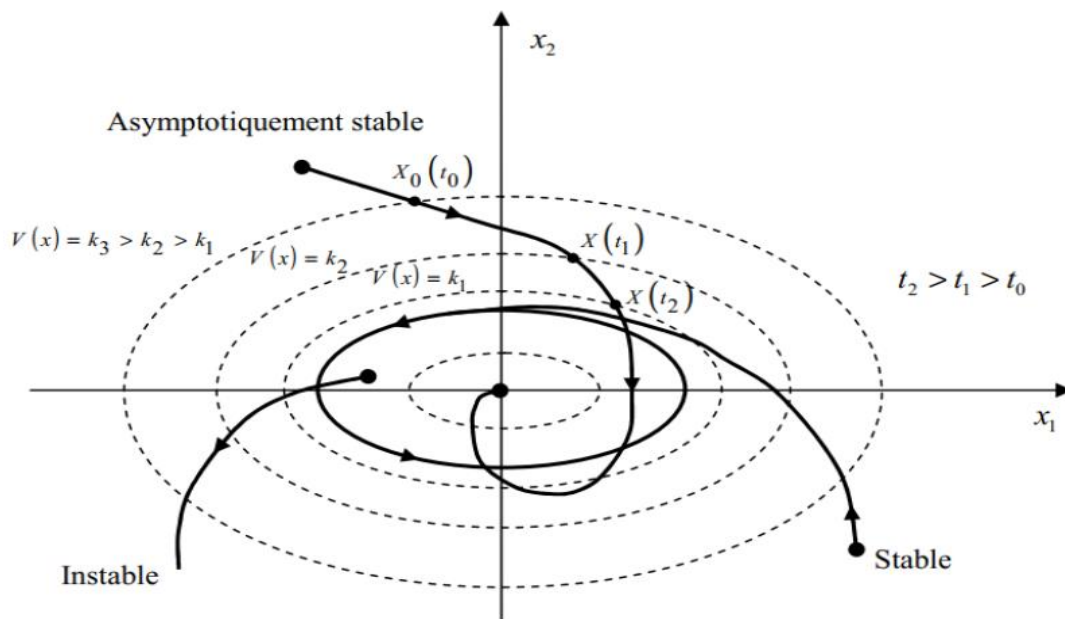


Figure 1.3: stabilité par la fonction de Lyapunov

Remarque :

Une fonction $V: \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, telle que $V(x)$ est définie positive avec des dérivées partielles continues est appelée fonction candidate de Lyapunov.

- Une fonction candidate de Lyapunov est une fonction définie positive dont on teste la décroissance autour d'un point d'équilibre.

- La dérivée $\dot{V}(t)$ correspond à : $\dot{V}(t) = \frac{\partial V}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} f_i(x)$.

- Ce théorème est une condition suffisante de stabilité mais ne permet pas de guider de gravité et l'énergie totale sont des fonctions quadratiques de l'état pour les systèmes mécaniques.

- Contrairement à la première méthode, la deuxième méthode donne plus d'informations au niveau de la stabilité. Elle a l'avantage de ne pas se limiter à la prédiction des points d'équilibre, mais bien d'une région d'attraction autour de ces points d'équilibre

1.5. Commande des systèmes non linéaires

1.5.1. Introduction

Du degré d'importance des problèmes (ou contraintes) présentes dans un système, dépend la technique à utiliser pour le commander. Dans ce qui suit, seront présentées des techniques

qui répondent aux problèmes que peut poser le choix d'une telle fonction et/ou de la commande, pour des systèmes présentant :

- **Les non linéarités** : La première contrainte est liée aux caractéristiques intrinsèques des systèmes. D'autres non linéarités sont liées aux actionneurs (saturation, zone morte,...).
- **Les incertitudes** : C'est une contrainte générale au domaine de la commande des systèmes. Elle est due à la méconnaissance du système que l'on cherche à piloter. Deux types d'incertitudes existent :
 - **Les incertitudes paramétriques** liées à la connaissance relative de certains paramètres décrivant le modèle.
 - **Les incertitudes de modèle**, provoquées par les dynamiques négligées lors de l'étape de modélisation du système.

1.5.2. Les non-linéarités d'actionneur

Définition

- **La saturation** est une caractéristique statique et sans mémoire, elle est inévitable dans la plupart des actionneurs. Les catégories des non-linéarités de type saturation incluent les contraintes sur l'amplitude et la vitesse des entrées de l'actionneur. Ces contraintes peuvent être dues à des restrictions délibérément placées sur les actionneurs pour éviter d'endommager le système et/ou des limitations physiques sur les actionneurs eux-mêmes.

- **Les non-linéarités de type zone-morte** sont omniprésentes dans les divers composants d'un système de commande comprenant les sondes, les amplificateurs et les actionneurs, plus particulièrement dans les actionneurs pneumatiques à valves-commandés, dans les éléments hydrauliques et dans les servomoteurs électriques. La zone-morte est une non-linéarité statique sans mémoire qui décrit l'insensibilité du composant à des petits signaux.

- **Le phénomène d'hystérésis** se produit dans tous les actionneurs basés sur des "matériaux intelligents" tels que : les piezo-céramics et les alliages à mémoire de forme. L'hystérésis peut sévèrement dégrader les performances d'un système de commande. Il peut mener à des oscillations indésirables voire l'instabilité dues aux effets combinés de son caractère non différentiable et mémoire.

1.5.3. Commande adaptative

La commande adaptative est une commande dans laquelle le contrôleur est automatiquement ajusté afin de compenser des changements dans le procédé et/ou son environnement. Ce genre de problème peut être traité dans le cadre de la commande robuste, mais en présence de fortes perturbations, incertitudes du modèle ou paramètres à forte variation dans le temps, la commande adaptative présente un meilleur choix[9]. Dans ce contexte deux approches principales existent pour la commande adaptative (des processus à paramètres inconnues ou variable dans le temps) :

- **La commande adaptative directe** : dont laquelle les paramètres du régulateur sont ajustés directement et en temps réel à partir d'une comparaison entre les performances réelles et les performances désirées.
- **La commande adaptative indirecte** : qui suppose une estimation des paramètres du processus par une procédure d'identification (c'est le cas des régulateurs auto-ajustables (self-tuning control "STC")).

1.5.4. Commande par Backstepping

Comme on a vu dans la partie précédente, pour un système non linéaire, la stabilité autour d'un point d'équilibre peut être établie si on peut trouver une fonction de Lyapunov.

Le Backstepping est l'une des méthodes de conception des contrôleurs systématiques pour les systèmes non linéaires, basée sur des fonctions de Lyapunov. Typiquement, le but est de trouver une fonction candidate de Lyapunov définie positive, dont la dérivée, par rapport au temps, est une fonction définie négative. Ceci lui permet, en plus de l'avantage de récursivité (poursuite et/ou régulation), pour laquelle le contrôleur est conçu, de garantir en tout temps, la stabilité globale du système compensé[10].

Par la suite, nous présentons un résumé de certains concepts de la théorie de la commande par backstepping, qu'on trouve utile pour ce travail, où on va commencer par le principe du backstepping, suivi par utilisation du backstepping, en finissant par donner une conclusion.

1.5.4.1. Principe du Backstepping[10] :

Pour illustrer le principe, prenons un système non linéaire (système triangulaire inférieur) présenté par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{(i+1)} \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1.6)$$

Où f_i et g_i , $i = 1, \dots, n$ sont des fonctions non linéaires connues tel que $f_i(0) = 0$ et $g_i(x) \neq 0$, $\forall x \in R^n$, $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T$ est un vecteur d'état partiel qui correspond aux i premières équations dynamiques, $\bar{x}_n = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ est le vecteur d'état total, u est l'entrée du système, On désire faire suivre à la sortie y le signal de référence y_{ref} supposé connu.

Remarque :

Les systèmes triangulaires inférieurs, appelés aussi systèmes à boucle de retour stricte (*strict feedback*). Ces systèmes possèdent la spécificité de décrire la dérivée de chaque composante du vecteur d'état comme fonction des composantes précédentes auxquelles viennent s'ajouter la composante suivante,

L'idée de la commande backstepping est de transformer les systèmes bouclés en sous-systèmes du premier ordre en cascade. C'est une méthode de synthèse multi-étape où, à chaque étape, une loi de commande intermédiaire (appelée également fonction stabilisante ou loi de commande virtuelle) assurant la convergence du système vers son état d'équilibre est générée en utilisant une fonction de Lyapunov appropriée. Cette dernière assure ainsi pas à pas la stabilisation de chaque étape de la synthèse.

Cette façon de procéder présente l'avantage d'assurer une stabilité globale asymptotique au système bouclé tout en garantissant des qualités de robustesse. De plus, le backstepping permet de construire, de manière itérative et systématique, une loi de commande et une fonction de Lyapunov stabilisante simultanément. Enfin, contrairement au bouclage linéarisé, le backstepping permet d'éliminer les non linéarités du système, tout en conservant les non-linéarités stabilisantes.

1.5.4.2. Utilisation du backstepping :

La théorie du backstepping est ainsi assez récente. Malgré cela, on trouve de nombreuses applications pratiques du backstepping dans la littérature et ce dans des domaines variés.

Le backstepping a été largement utilisé pour le contrôle des moteurs, on trouve également des applications en robotique (comme pour le suivi de trajectoire).

1.6. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons donné quelques rappels sur les propriétés générales des systèmes linéaires et non linéaires, les éléments de base de la théorie de stabilité des systèmes, et des différentes méthodes les plus utilisées pour la commande des systèmes non linéaires. A la diversité des méthodes d'analyse des systèmes non linéaires, correspond, en toute évidence, une diversité des méthodes de design. Tout comme pour l'analyse, la conception par Lyapunov se démarque par sa supériorité, notamment dans le contexte adaptatif. Pour des systèmes non linéaires de tout ordre, à paramètres connus ou inconnus, le backstepping constitue "la solution". Il est important de noter que la procédure de backstepping peut être réalisée avec un sous-système d'ordre plus élevé pour lequel une des variables d'état peut être utilisée comme loi virtuelle. Le problème principal de cette technique de commande est « *l'explosion de complexité* » causé par les dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception. En d'autres termes, la complexité de la conception de la loi de commande augmente lorsque l'ordre du système augmente. Dans le chapitre suivant, nous allons synthétiser une commande par surface dynamique (DSC) pour une classe des systèmes non linéaires avec zone-morte à l'entrée. Les performances de ces approches seront examinées à travers deux exemples d'application.

Chapitre 2.

**Commande adaptative robuste par DSC
avec zone-morte à l'entrée.**

2.1. Introduction

La présence des zone-mortes à l'entrée peut limiter sévèrement les performances du système. Donc, la question qui se pose ici comment compenser un tel inévitable phénomène non-linéaire, sachant que ses paramètres sont généralement mal connus (ou complètement inconnus) et la mesure de sa sortie n'est généralement pas disponible.

Dans ce chapitre nous avons développé une approche de commande adaptative robuste pour une classe des systèmes non linéaires incertains avec zone-morte à l'entrée. Cette approche de commande est synthétisée via la DSC. Pour éliminer l'effet de la zone-morte, on utilise un terme de robustification adaptatif proportionnel. Ce chapitre est organisé de la manière suivante : la définition de la zone-mort, la formulation de problème, conception du contrôleur et on termine par une application sur deux exemples de simulation.

2.2. Formulation de problème

Dans cette section, on va synthétiser une approche de commande adaptative robuste basée sur la DSC en utilisant des filtres linéaires passe-bas. On considère une classe des systèmes non linéaires incertains décrits par la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \Delta_1(t, x) \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_i &= f_i(\bar{X}_i) + g_i(\bar{X}_i)x_{i+1} + \Delta_i(t, x) \quad i = 2, \dots, n-1 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n &= f_n(\bar{X}_n) + g_n(\bar{X}_n)u + \Delta_n(t, x) \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Où, f_i et g_i , $i = 1, \dots, n$ sont des fonctions non linéaires connues tel que $f_i(0) = 0$ et $g_i(x) \neq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. $\bar{X}_i = [x_1, \dots, x_i]^T$ Est un vecteur d'état partiel qui correspond aux i premières équations dynamiques, $\bar{X}_n = [x_1, \dots, x_n]^T$ est le vecteur d'état total, y est la sortie du système, $\Delta_i(t, x)$ est un terme incertain qui inclut les perturbations externes et les incertitudes paramétriques, $u = DZ(v(t))$ désigne l'entrée du système avec la zone-morte et v est l'entrée de commande à concevoir.

Le modèle de la zone-morte :

Un modèle de zone-morte avec une entrée v et une sortie, dans la Figure (2.1), peut être décrit par :

$$u = DZ(v(t)) = \begin{cases} \lambda(v - b_r) & v \geq b_r \\ 0 & b_l < v < b_r \\ \lambda(v - b_l) & v < b_l \end{cases} \quad (2.2)$$

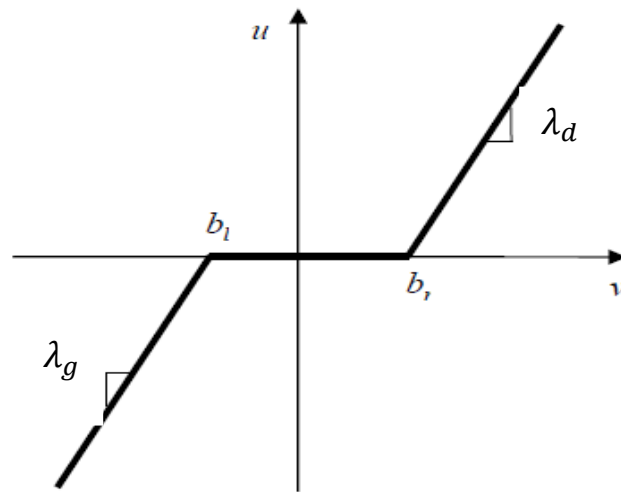


Figure 2-1 : model zone mort

Où $b_l < 0$, $b_r > 0$ et $\lambda > 0$ sont respectivement les paramètres et la pente de la zone-morte.

Afin d'étudier les caractéristiques de la zone-morte dans les problèmes de commande, les suppositions suivantes sont faites :

- **Hypothèse 2.1** : La sortie de la zone-morte (i.e. de l'actionneur) $u = DZ(v(t))$ n'est pas mesurable.
- **Hypothèse 2.2** : La pente gauche et celle de droite sont égales, i.e. $\lambda_g = \lambda_d = \lambda$.
- **Hypothèse 2.3** : Les paramètres de la zone-morte b_r, b_l et λ sont constants, bornés et inconnus, mais leurs signes sont supposés connus, i.e. $b_l < 0$, $b_r > 0$ et $\lambda > 0$.

Le modèle (2.2) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$u = \lambda v + \varphi(v) \quad (2.3)$$

Où $\varphi(v)$ est une fonction bornée et définie par

$$\varphi(v) = \begin{cases} -\lambda b_r & v \geq b_r \\ -\lambda v & b_l \leq v \leq b_r \\ -\lambda b_l & v \leq b_l \end{cases} \quad (2.4)$$

On suppose qu'on a une information à priori du paramètre inconnue λ (nommée λ_0). Par conséquent, le système (2.1) peut être reformulé comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \Delta_1(t, x) \\ &\vdots \\ \dot{x}_i &= f_i(\bar{X}_i) + g_i(\bar{X}_i)x_{i+1} + \Delta_i(t, x) \quad i = 2, \dots, n-1 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(\bar{X}_n) + \lambda_0 g_n(\bar{X}_n)v + D_0(t, x, v) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Avec $D_0(t, x, v) = g_n(\bar{X}_n)((\lambda - \lambda_0)v + \varphi(v)) + \Delta_n(t, x)$

Hypothèse 2.1 [13] : Il existe des constantes positives ω_i et η_i , $i = 1, \dots, n$ telles que

$$0 < \omega_i \leq g_i(\bar{X}_i) \leq \eta_i \quad (2.6)$$

Hypothèse 2.2 [4,5]: Le signal de référence y_r et ses dérivées \dot{y}_r et \ddot{y}_r sont supposées connues, continues et uniformément bornées.

Hypothèse 2.3 [13] : Il existe des constantes positives α_i , $i = 1, \dots, n-1$, telles que

$$0 \leq |\Delta_i(t, x)| \leq \alpha_i \quad (2.7)$$

Hypothèse 2.4 : Il existe une constante α_0 positive, de façon que :

$$0 \leq |D_0(t, x, v)| \leq \alpha_0 \quad (2.8)$$

2.3. Synthèse du contrôleur

Dans cette partie, en se basant sur la technique de commande par surface dynamique, une loi de commande adaptative robuste est développée pour le système incertain (2.5), avec la procédure suivante.

Etape 1 : ($i = 1$)

Nous définissons la première surface :

$$s_1 = x_1 - y_r \quad (2.9)$$

La dérivée temporelle de (2.9) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\ &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \Delta_1(t, x) - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (2.10)$$

Nous choisissons la première commande virtuelle x_{2c} comme suite :

$$x_{2c} = -\frac{1}{g_1}(k_1 s_1 + f_1 - \dot{y}_r + \hat{\alpha}_1 s_1), \quad k_1 > 0 \quad (2.11)$$

Où $\hat{\alpha}_1$ est l'estimé de α_1 .

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_1$ est donnée par :

$$\dot{\hat{\alpha}}_1 = \gamma_1 [S_1^2 - \sigma_1 \hat{\alpha}_1] \quad (2.12)$$

Afin d'éviter la dérivation de \dot{x}_{2c} , on va filtrer de la commande virtuelle x_{2c} en utilisant un filtre de premier ordre passe-bas avec une constant de temps $\tau_2 > 0$, i.e.

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = x_{2c}, \quad x_{2d}(0) = x_{2c}(0) \quad (2.13)$$

L'erreur du premier filtre s'exprime par :

$$E_2 = x_{2d} - x_{2c} \quad (2.14)$$

Prenant en compte de la deuxième surface $s_2 = x_2 - x_{2d}$, il en résulte que :

$$\begin{aligned} x_2 &= s_2 + x_{2d} \\ &= s_2 + (x_{2d} - x_{2c}) + x_{2c} \\ &= s_2 + E_2 + x_{2c} \end{aligned} \quad (2.15)$$

En remplaçant (2.15) et (2.11) dans (2.10), on obtient :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + g_1 s_2 + g_1 E_2 + \Delta_1 - \hat{\alpha}_1 s_1 \quad (2.16)$$

Etape i : ($i = 2, \dots, n-1$)

On définit la $i^{\text{ème}}$ erreur de poursuite :

$$s_i = x_i - x_{id} \quad (2.17)$$

La dérivée temporelle de la $i^{\text{ème}}$ surface peut s'exprimer par :

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \\ &= f_i(\bar{X}_i) + g_i(\bar{X}_i) x_{i+1} + \Delta_i(t, x) - \dot{x}_{id} \end{aligned} \quad (2.18)$$

On choisit la commande virtuelle $x_{(i+1)c}$ comme suite

$$x_{(i+1)c} = -\frac{1}{g_i} (k_i s_i + g_{i-1} s_{i-1} + f_i - \dot{x}_{id} + \hat{\alpha}_i s_i), \quad k_i > 0 \quad (2.19)$$

Où $\hat{\alpha}_i$ est l'estimé de α_i .

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_i$ est donnée par :

$$\dot{\hat{\alpha}}_i = \gamma_i [S_i^2 - \sigma_i \hat{\alpha}_i] \quad (2.20)$$

Pour éliminer le problème d'explosion de la complexité, un filtre du premier ordre passe-bas avec une constante de temps $\tau_{i+1} > 0$ est employé comme suite

$$\tau_{i+1} \dot{x}_{(i+1)d} + x_{(i+1)d} = x_{(i+1)c}, \quad x_{(i+1)d}(0) = x_{(i+1)c}(0) \quad (2.21)$$

L'erreur du $i^{\text{ème}}$ filtre est décrite sous la forme :

$$E_{i+1} = x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c} \quad (2.22)$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{E}_{i+1} = \dot{x}_{(i+1)d} - \dot{x}_{(i+1)c} = -\frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} - \dot{x}_{(i+1)c} \quad (2.23)$$

Tenant en compte la $i^{\text{ème}} + 1$ surface $s_{i+1} = x_{i+1} - x_{(i+1)d}$, il en résulte que :

$$x_{i+1} = s_{i+1} + E_{i+1} + x_{(i+1)c} \quad (2.24)$$

En remplaçant (2.16) et (2.21) dans (2.15), on obtient :

$$\dot{s}_i = -k_i s_i - g_{i-1} s_{i-1} + g_i s_{i+1} + g_i E_{i+1} + \Delta_i - \hat{\alpha}_i s_i \quad (2.25)$$

Etape n

La $n^{\text{ième}}$ surface s'écrit sous la forme

$$s_n = x_n - x_{nd} \quad (2.26)$$

La dérivée temporelle de s_n peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{s}_n &= \dot{x}_n - \dot{x}_{nd} \\ &= f_n(\bar{X}_n) + \lambda_0 g_n(\bar{X}_n) v + D_0 - \dot{x}_{nd} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Nous choisissons la loi de commande actuelle comme suit :

$$v = -\frac{1}{\lambda_0 g_n(\bar{X}_n)} (k_n s_n + g_{n-1} s_{n-1} + f_n - \dot{x}_{nd} + \hat{\alpha}_0 s_n) \quad (2.28)$$

Où $\hat{\alpha}_0$ est l'estimé de α_0 .

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_0$ est donnée par :

$$\dot{\hat{\alpha}}_0 = \gamma_n [S_n^2 - \sigma_n \hat{\alpha}_0] \quad (2.29)$$

L'erreur du dernier filtre est définie par :

$$E_n = x_{nd} - x_{nc} \quad (2.30)$$

La dérivée temporelle de E_n se donne comme suit :

$$\dot{E}_n = \dot{x}_{nd} - \dot{x}_{nc} = -\frac{1}{\tau_n} E_n - \dot{x}_{nc} \quad (2.31)$$

En remplaçant (2.25) dans (2.24), on obtient :

$$\dot{s}_n = -k_n s_n - g_{n-1} s_{n-1} + D_0 - \hat{\alpha}_0 s_n \quad (2.32)$$

2.4 Analyse de la stabilité :

La fonction candidate de Lyapunov est donnée par :

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n E_i^2 + \frac{1}{2\gamma_i} \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i^2 + \frac{1}{2\gamma_n} \tilde{\alpha}_0^2 \quad (2.33)$$

Où $\tilde{\alpha}_i = \alpha_i - \hat{\alpha}_i$, $i = 1, \dots, n-1$ sont respectivement les erreurs d'estimation des paramètres incertains α_i , $i = 1, \dots, n-1$ et $\tilde{\alpha}_0 = \alpha_0 - \hat{\alpha}_0$ l'erreur d'estimation du dernier terme incertain α_0 .

La dérivée de (2.33) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_1 \dot{s}_1 + \sum_{i=2}^{n-1} s_i \dot{s}_i + s_n \dot{s}_n + \sum_{i=2}^n E_i \dot{E}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\alpha}_i (-\dot{\hat{\alpha}}_i) + \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\alpha}_0 (-\dot{\hat{\alpha}}_0) \\ &= s_1 (-k_1 s_1 + g_1 s_2 + g_1 E_2 + \Delta_1 - \hat{\alpha}_1 s_1) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} s_i (-k_i s_i - g_{i-1} s_{i-1} + g_i s_{i+1} + g_i E_{i+1} + \Delta_i - \hat{\alpha}_i s_i) \\ &\quad + s_n (-k_n s_n - g_{n-1} s_{n-1} + D_0 - \hat{\alpha}_0 s_n) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \left(-\frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} - \dot{x}_{(i+1)c} \right) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\alpha}_i (-\gamma_i [s_i^2 - \sigma_i \hat{\alpha}_i]) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\alpha}_0 (-\gamma_n (S_n^2 - \sigma_n \hat{\alpha}_0)) \\ &= -\sum_{i=1}^n k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} g_i s_i E_{i+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1}^2 - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \dot{x}_{(i+1)c} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} s_i \Delta_i + s_n D_0 - \sum_{i=1}^{n-1} \underbrace{(\hat{\alpha}_i + \tilde{\alpha}_i)}_{\alpha_i} s_i^2 - \underbrace{(\hat{\alpha}_0 + \tilde{\alpha}_0)}_{\alpha_0} S_n^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \tilde{\alpha}_i \hat{\alpha}_i + \sigma_n \tilde{\alpha}_0 \hat{\alpha}_0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Hypothèse 2.5 [14] : Les dérivées des commandes virtuelles $\dot{x}_{(i+1)c}$, $i = 1, \dots, n-1$ sont supposées bornées par des constantes positives M_{i+1} , i.e. $0 \leq |\dot{x}_{(i+1)c}| \leq M_{i+1}$, $i = 1, \dots, n-1$.

D'après les hypothèses 2.1-2.5 et l'inégalité de Young (i.e. $|ab| \leq \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}$), on obtient :

$$g_i s_i E_{i+1} \leq \frac{\eta_i}{2} (s_i^2 + E_{i+1}^2) \quad (2.35)$$

$$|E_{i+1} \dot{x}_{(i+1)c}| \leq \frac{1}{2} (E_{i+1}^2 + M_{i+1}^2) \quad (2.36)$$

$$|s_i \Delta_i| \leq |s_i| \alpha_i \leq \alpha_i \left(S_i^2 + \frac{1}{4} \right) \quad (2.37)$$

$$|s_n D_0| \leq |s_n| \alpha_0 \leq \alpha_0 \left(S_n^2 + \frac{1}{4} \right) \quad (2.38)$$

$$\tilde{\alpha}_i \hat{\alpha}_i \leq \frac{1}{2} (-\tilde{\alpha}_i^2 + \alpha_i^2) \quad (2.39)$$

$$\tilde{\alpha}_0 \hat{\alpha}_0 \leq \frac{1}{2} (-\tilde{\alpha}_0^2 + \alpha_0^2) \quad (2.40)$$

Par conséquent, l'équation (2.34) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^n k_i s_i^2 + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{\eta_i}{2} (s_i^2 + E_{i+1}^2) - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{1}{\tau_{i+1}} - \frac{1}{2} \right) E_{i+1}^2 + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{M_{i+1}^2}{2} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\cancel{\alpha_i s_i^2} + \frac{\alpha_i}{4} \right) + \left(\cancel{\alpha_0 s_n^2} + \frac{\alpha_0}{4} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} \cancel{\alpha_i s_i^2} - \cancel{\alpha_0 s_n^2} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\sigma_i}{2} (-\tilde{\alpha}_i^2 + \alpha_i^2) + \frac{\sigma_n}{2} (-\tilde{\alpha}_0^2 + \alpha_0^2) \quad (2.41) \\ \dot{v} &\leq -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n (2k_i - \eta_i) s_i^2 + \sum_{i=2}^{n-1} \left(\frac{2}{\tau_{i+1}} - 1 - \eta_i \right) E_{i+1}^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \tilde{\alpha}_i^2 + \sigma_0 \tilde{\alpha}_0^2 \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_i}{4} + \frac{\alpha_0}{4} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\sigma_i}{2} \alpha_i^2 + \frac{\sigma_n}{2} \alpha_0^2 + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{M_{i+1}^2}{2} \end{aligned}$$

Ou de même :

$$\dot{V} \leq -AV + B \quad (2.42)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \min \left[\begin{array}{l} (2k_1, \dots, \eta_1), (2k_n, \dots, \eta_n); \left(\frac{2}{\tau_2} - 1 - \eta_1 \right), \\ \dots, \left(\frac{2}{\tau_n} - 1 - \eta_n \right); (\gamma_1 \sigma_1, \dots, \gamma_n \sigma_n) \end{array} \right] > 0 \\ B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i + \frac{1}{2} \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \alpha_i^2 + \sigma_n \alpha_0^2 + \sum_{i=2}^{n-1} M_{i+1}^2 \right) > 0 \end{array} \right. \quad (2.43)$$

Théorème 2.1. Considérons le système non linéaire (2.5) les lois de commande virtuelle (2.11), (2.19), et (2.28), les lois d'estimation (2.12), (2.20), et (2.29), ainsi que les filtres linéaires passe-bas (2.13), et (2.21). Supposons que les hypothèses 2.1-2.5 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système bouclé sont uniformément ultimement bornés (UUB) et l'erreur de poursuite $(y - y_r)$ converge vers un voisinage de zéro.

Preuve : En appliquant le Lemme 1 sur (2.42), on obtient :

$$0 \leq V(t) \leq \left(V(0) - \frac{B}{A} \right) e^{-At} + \frac{B}{A} \quad (2.44)$$

En utilisant le fait que A et B sont des constantes positives, il en résulte que :

$$0 \leq V(t) \leq V(0) e^{-At} + \frac{B}{A} \quad (2.45)$$

Selon (2.42), on peut conclure facilement que pour $V(t) \geq B/A$, nous avons $\dot{V}(t) \leq 0$. Donc, en appliquant le théorème de Lyapunov, on peut déduire la bornitude des signaux d'erreurs $(s_i, E_{i+1}, M_{i+1}, \tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_0)$. De plus, à partir de (2.33) et (2.47), on a $\|s_1\| \leq \sqrt{2V(0)} e^{-0.5At} + \sqrt{2B/A}$. Ce qui implique que $\|s_1\| \leq \sqrt{2B/A}$ lorsque $t \rightarrow \infty$. Ceci termine la preuve.

2.5. Exemples d'application

2.5.1. Exemple 1 [11]: (Exemple numérique : Système non linéaire de deuxième ordre)

Dans cet exemple, on considère un système non linéaire triangulaire de deuxième ordre donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \Delta_1(t, x) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)u + \Delta_2(t, x) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.46)$$

Avec $f_1(x_1) = 0.1x_1^2 + x_1e^{-0.5x_1}$, $f_2(x_1, x_2) = x_1x_2^2$, $g_1(x_1) = 1$, $g_2(x_1, x_2) = 1$,

Les incertitudes paramétriques $\Delta_1(t, x) = 0.6\sin x_2$, et $\Delta_2(t, x) = 0.5(x_1^2 + x_2^2)\sin^3 t$.

Les conditions initiales sont choisies comme suite : $x(0) = [-0.25, 0]^T$.

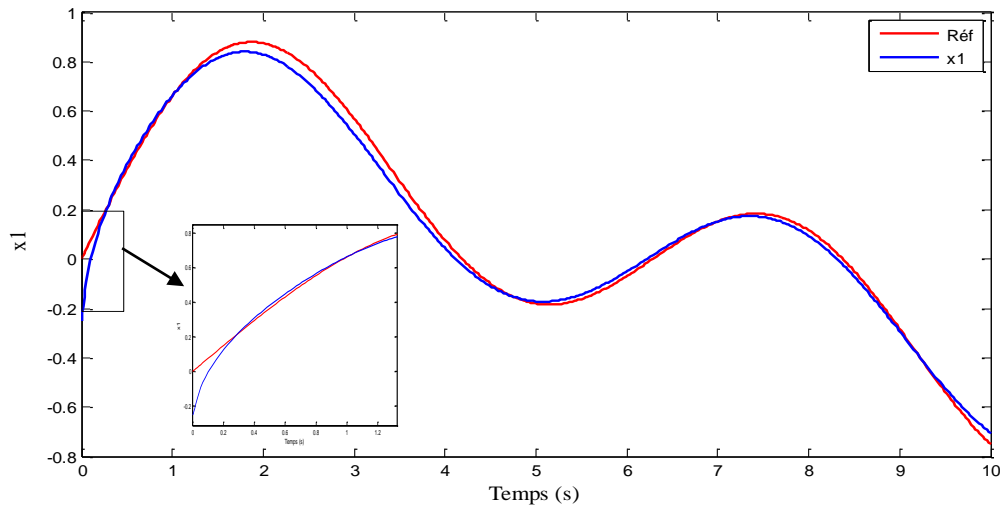
Les paramètres de conception sont : $k_1 = 5$, $k_2 = 5$ et $\tau_2 = 0.01$.

Les paramètres d'adaptations sont : $\gamma_1 = 70$, $\gamma_2 = 70$, $\sigma_1 = 0.01$, $\sigma_2 = 0.01$.

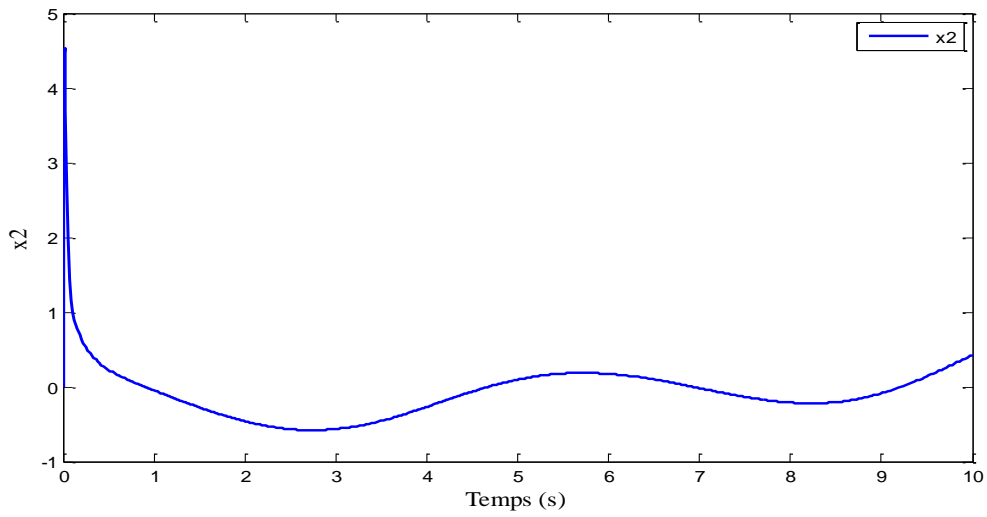
Les paramètres de la zone-morte sont : $\lambda_0 = 1$, $b_l = -0.1$, $b_r = 0.1$;

L'objectif de la commande est de forcer la sortie de système à suivre la trajectoire de référence $y_r = 0.5(\sin(t) + \sin(0.5t))$.

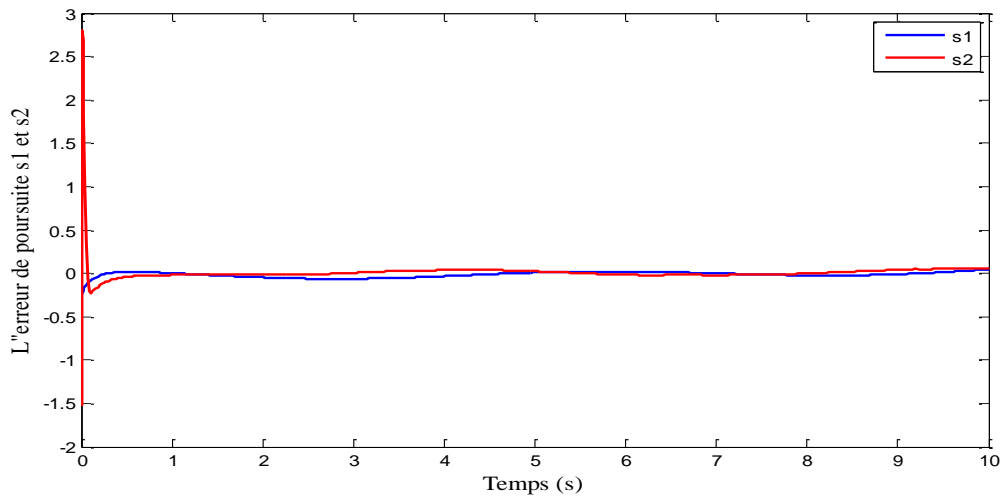
Les résultats de simulations sont donnés par la Figure 2.1



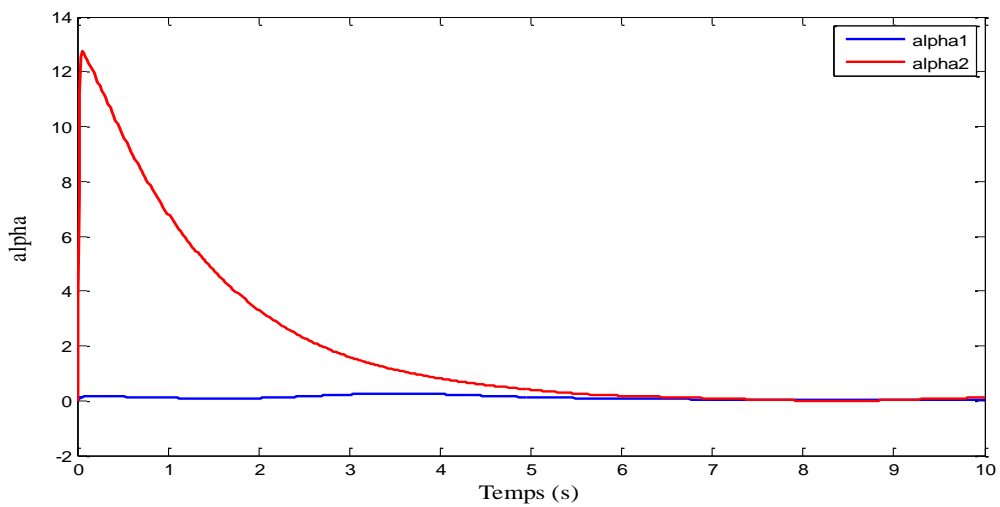
(a) : Sortie du système non linéaire



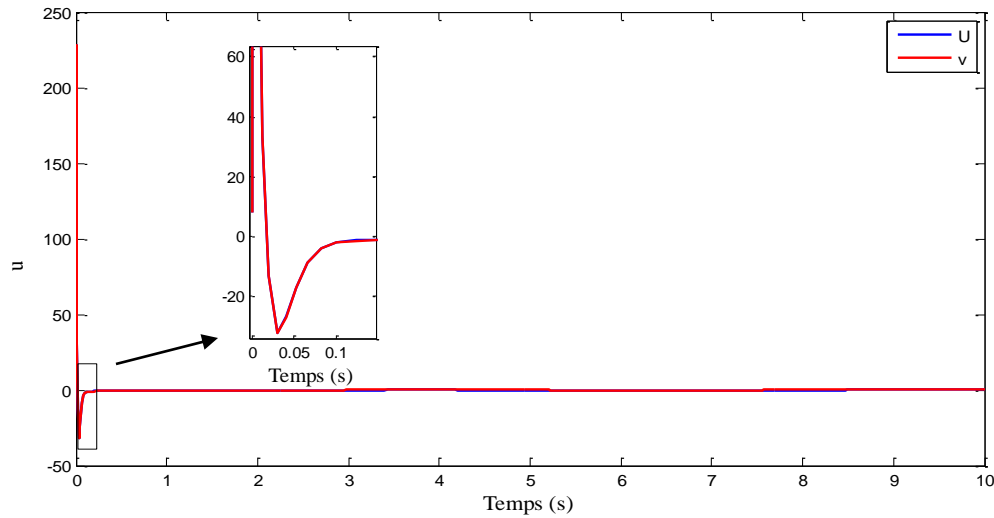
(b) : évolution de la 2^{em} état



(c) Erreurs poursuites



(d) : l'estimé de α



(e) Signal de commande

Figure 2.1: Réponses temporelles d'un système 2ème ordre issues de l'application d'un algorithme DSC adaptatif robuste.

2.5.2. Exemple 2 : [16,18] (Exemple pratique : Un bras Manipulateur à liaison avec un Moteur DC).

Dans cet exemple, on considère un système non linéaire triangulaire de troisième ordre donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \Delta_1(t, x) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 + \Delta_2(t, x) \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u + \Delta_3(t, x) \end{cases} \quad (2.49)$$

Où $f_2(x_1, x_2) = -N \sin(x_1) - (B x_2) / D$; $f_3(x_1, x_2, x_3) = -K m x_2 - (H D x_3) / M$;

$g_2(x_1, x_2) = 1 / D$; $g_3(x_1, x_2, x_3) = 1 / M$; et $\Delta_1(t, x) = 0$; $\Delta_2(t, x) = 4 \sin(t)$; $\Delta_3(t, x) = 0$;

avec, u est l'entrée de commande de l'actionneur, b est le gain de l'actionneur.

Pour la simulation, les conditions initiales sont choisies comme suite :

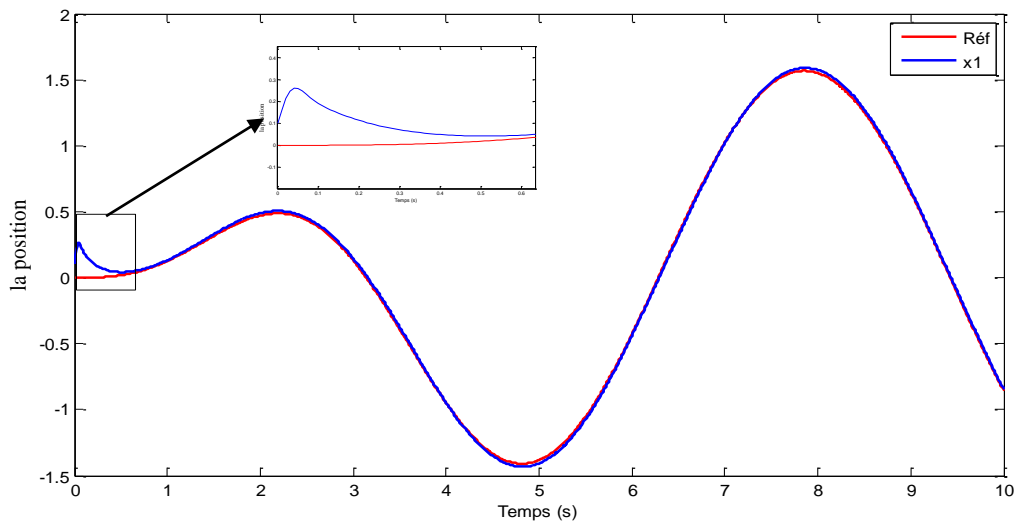
$x(0) = [0.1, 2\pi, 0]^T$ Les paramètres de conception sont : $k_1 = 5$, $k_2 = 5$, $k_3 = 5$, $\tau_2 = 0.01$; et $\tau_3 = 0.01$.

Les paramètres d'adaptation sont $\gamma_1 = 0$; $\gamma_2 = 15$; $\gamma_3 = 0$ et $\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = 0.01$; $\sigma_3 = 0.05$;

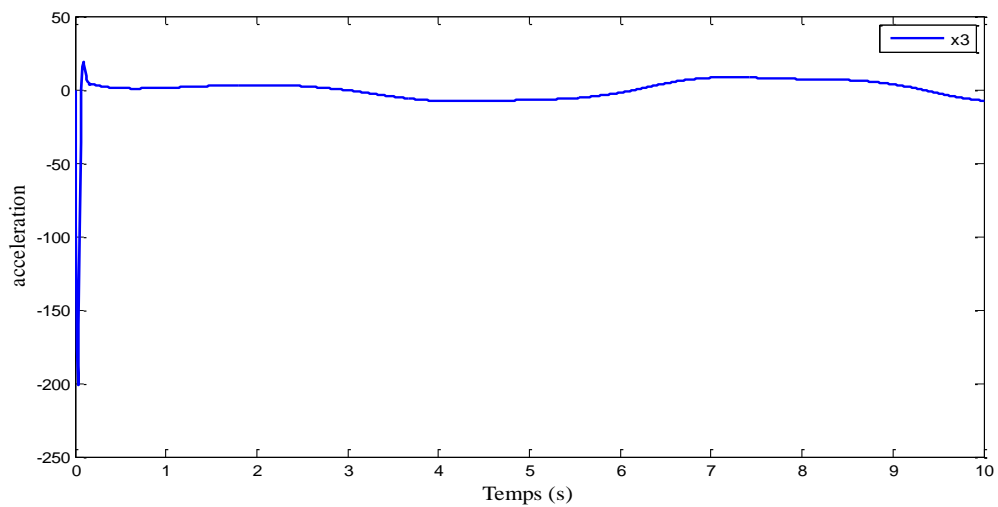
Les paramètres de la zone morte sont : $\lambda_0 = 1, b_l = -0.1, b_r = 0.1$;

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système à suivre la trajectoire de référence : $y_r = (2/\pi) \sin(t)(1 - e^{-0.1t^2})$;

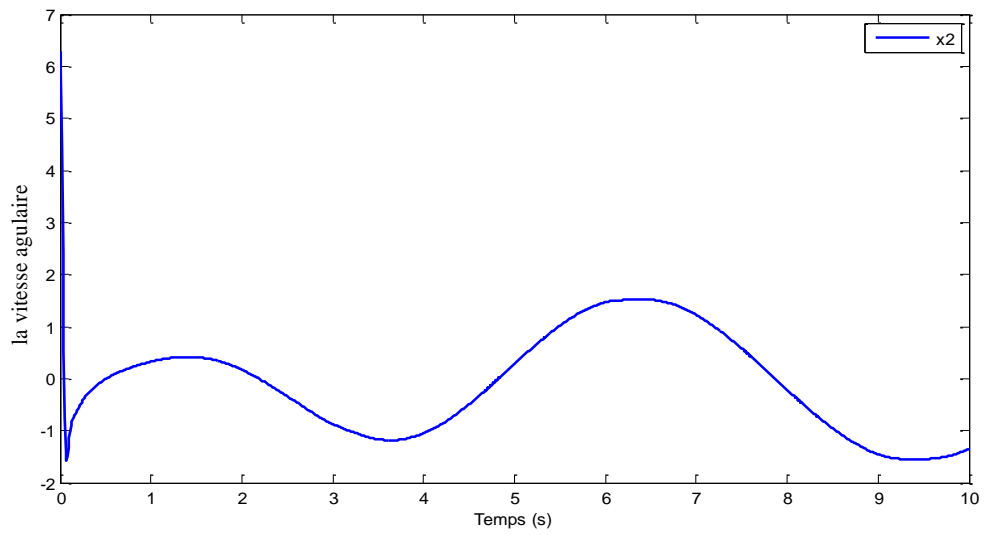
Les résultats obtenus sont illustrés dans la Figure 2.2.



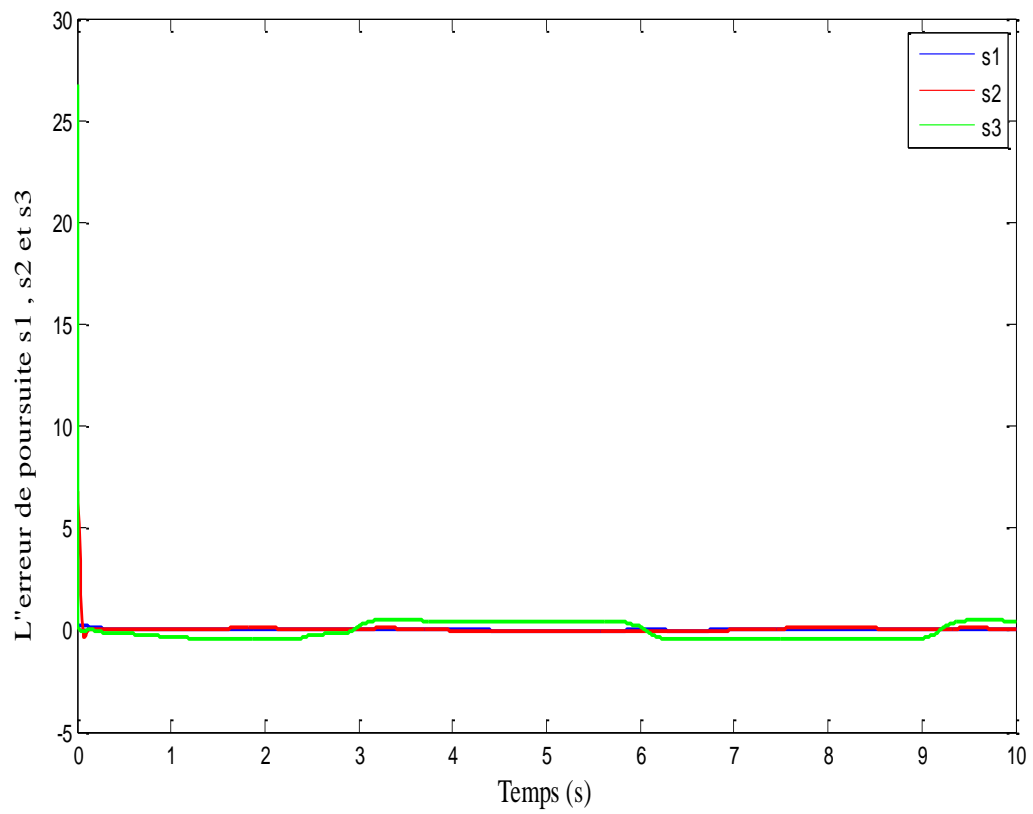
(a) : la position angulaire (la sortie de système)



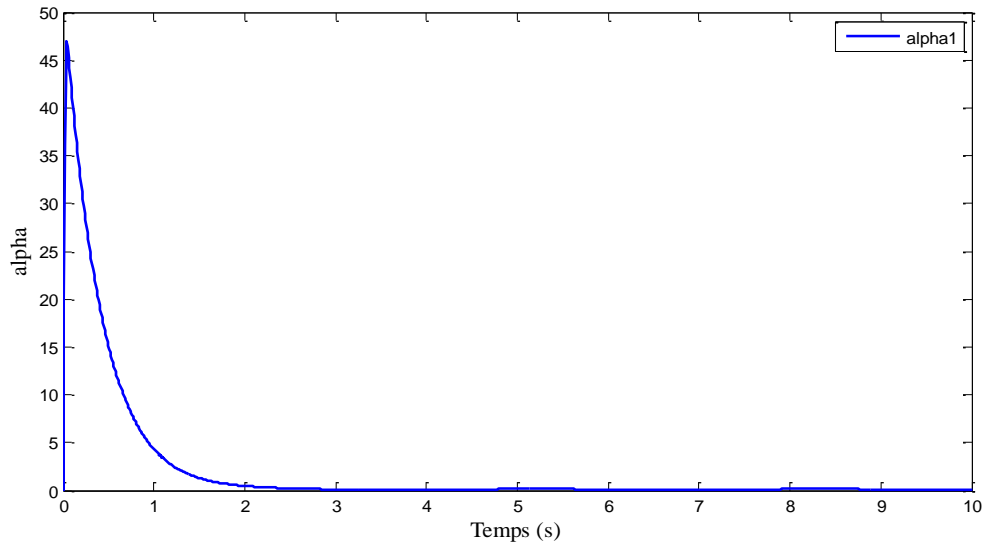
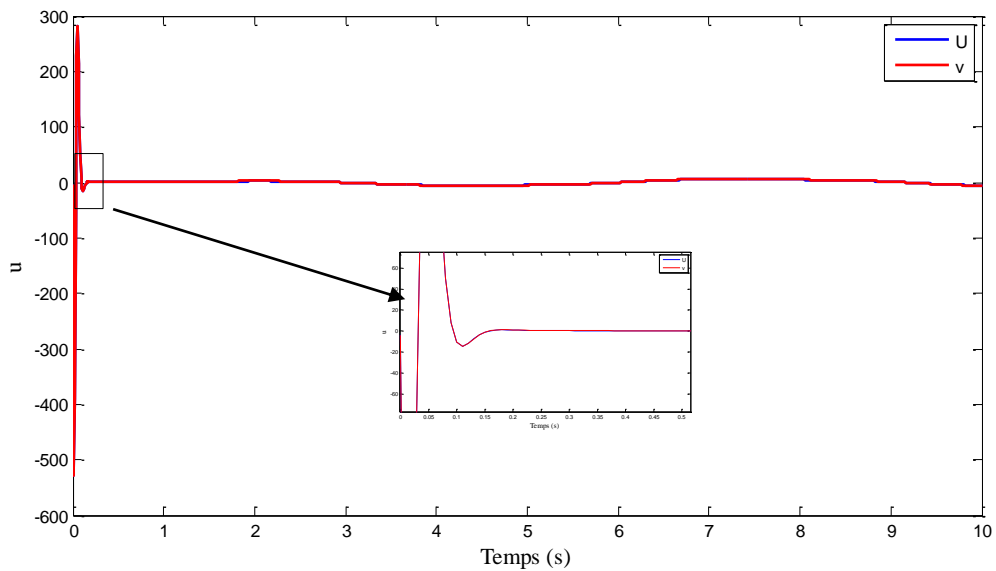
(b) : la vitesse angulaire (deuxième variable d'état)



(c) : accélération



(d) : les erreurs de poursuite

(e) : l'estimé de α 

(F) Signal de commande

Figure2.2: Réponses temporelles d'un Bras manipulateur issues de l'application d'algorithme DSC adaptatif robuste

D'après les résultats de simulation dans les deux exemples d'application, on remarque une bonne poursuite de la trajectoire de référence avec une bonne robustesse vis-à-vis les incertitudes paramétriques. On remarque aussi la compensation de l'effet de zone-mort dans les deux exemples.

2.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de la commande adaptative robuste avec zone-morte à l'entrée pour une classe des systèmes non linéaires incertains. Cette technique est basée sur la DSC. Afin d'éliminer l'effet des incertitudes, aussi que l'effet de la zone- morte un terme robuste a été introduit dans chaque étape de conception. Ainsi, pour montrer les performances de cette approche proposée, nous avons considéré deux systèmes non linéaires comme exemples de simulation. Le premier est un exemple numérique décrit par un système de deuxième ordre et l'autre est un système pratique représenté par un bras manipulateur. Les résultats de simulations obtenus montrent l'efficacité, et la robustesse de cette technique de commande vis-à-vis des perturbations externes, et des incertitudes paramétriques.

Chapitre 3.

**Commande adaptative robuste par CFB
avec zone-morte à l'entrée.**

3.1 Introduction

Comme dans le chapitre précédent, nous avons traité le même problème ici, mais en utilisant la deuxième approche de commande CFB. Cette section présente la formulation de problème, ainsi que la synthèse du contrôleur. Après un test de simulation sur deux exemples d'application, on termine ce chapitre par une conclusion.

3.2 Formulation de problème :

Comme dans le chapitre précédent, considérons la même classe des systèmes non linéaires incertains décrite par (2.5) :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \Delta_1(t, x) \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_i &= f_i(\bar{X}_i) + g_i(\bar{X}_i)x_{i+1} + \Delta_i(t, x) \quad i = 2, \dots, n-1 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n &= f_n(\bar{X}_n) + \lambda_0 g_n(\bar{X}_n)v + D_0(t, x) \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Avant de commencer le design, l'hypothèse 2.2 doit être relaxée de la façon suivante :

Hypothèse 3.1 [12, 7]: Le signal de référence y_r et sa dérivée \dot{y}_r sont supposées connues, lisses et uniformément bornées.

3.3. Synthèse du contrôleur.

La procédure de conception s'effectue en n étapes comme suite :

Etape 1 : ($i=1$)

Nous définissons la première surface :

$$s_1 = x_1 - y_r \tag{3.2}$$

La dérivée temporelle de (3.2) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\
 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \Delta_1(t, x) - \dot{y}_r
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Nous choisissons la première commande virtuelle x_{2c} comme suite :

$$x_{2c} = -\frac{1}{g_1}(k_1 s_1 + f_1 - \dot{y}_r + \hat{\alpha}_1 v_1), \quad k_1 > 0 \quad (3.4)$$

Où $\hat{\alpha}_1$ est l'estimé de α_1 , et v_1 représente la première surface compensée (sera définie plus tard).

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_1$ est donnée par :

$$\dot{\hat{\alpha}}_1 = \gamma_1 [v_1^2 - \sigma_1 \hat{\alpha}_1] \quad (3.5)$$

Comme dans le chapitre 2, on va filtrer de la commande virtuelle x_{2c} en utilisant un filtre de premier ordre passe-bas avec une constante de temps $\tau_2 > 0$, i.e.

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = x_{2c}, \quad x_{2d}(0) = x_{2c}(0) \quad (3.6)$$

Afin d'annuler l'effet de l'erreur connue $(x_{2d} - x_{2c})$, un signal de compensation z_1 est conçu comme suite

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + g_1 z_2 + g_1 (x_{2d} - x_{2c}), \quad z_1(0) = 0 \quad (3.7)$$

Où z_2 sera défini dans l'étape suivante.

Maintenant, on définit les deux premières surfaces compensées de la manière suivante

$$v_1 = s_1 - z_1, \quad v_2 = s_2 - z_2 \quad (3.8)$$

En employant (3.3) et (3.7), la dérivée de v_1 peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= \dot{s}_1 - \dot{z}_1 \\ \dot{s}_1 &= -k_1 s_1 + g_1 s_2 + g_1 (x_{2d} - x_{2c}) + \Delta_1 - \hat{\alpha}_1 v_1 + k_1 z_1 - g_1 z_2 - g_1 (x_{2d} - x_{2c}) \\ &= -k(s_1 - z_1) + g_1(s_2 - z_2) + \Delta_1 - \hat{\alpha}_1 v_1 \\ &= -k v_1 + g_1 v_2 + \Delta_1 - \hat{\alpha}_1 v_1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Etape i : ($i = 2, \dots, n-1$):

De même, on considère la $i^{\text{ème}}$ surface

$$s_i = x_i - x_{id} \quad (3.10)$$

La dérivée temporelle de s_i surface peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \\ &= f_i(\bar{X}_i) + g_i(\bar{X}_i)x_{i+1} + \Delta_i(t, x) - \dot{x}_{id} \end{aligned} \quad (3.11)$$

La $i^{\text{ème}}$ commande virtuelle $x_{(i+1)c}$ est définie comme suit

$$x_{(i+1)c} = -\frac{1}{g_i} (k_i s_i + g_{i-1} s_{i-1} + f_i - \dot{x}_{id} + \hat{\alpha}_i v_i), \quad k_i > 0 \quad (3.12)$$

Où $\hat{\alpha}_i$ est l'estimé du terme incertain α_i , et v_i est la $i^{\text{ème}}$ surface compensée (sera définie par la suite).

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_i$ est donnée par

$$\dot{\hat{\alpha}}_i = \gamma_i [v_i^2 - \sigma_i \hat{\alpha}_i] \quad (3.13)$$

Comme dans la première étape, la commande virtuelle $x_{(i+1)c}$ est passée à travers un filtre du premier ordre avec un constant de temps $\tau_{i+1} > 0$, pour avoir $x_{(i+1)d}$, i.e.

$$\tau_{i+1} \dot{x}_{(i+1)d} + x_{(i+1)d} = x_{(i+1)c}, \quad x_{(i+1)d}(0) = x_{(i+1)c}(0) \quad (3.14)$$

Pour éliminer l'effet de l'erreur $(x_{i+1} - x_{(i+1)c})$, un nouveau signal de compensation z_i est synthétisé de la manière suivante

$$\dot{z}_i = -k_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} + g_i z_{i+1} + g_i (x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c}), \quad z_i(0) = 0 \quad (3.15)$$

Définissons la $i^{\text{ème}}$ surface compensée

$$v_i = s_i - z_i \quad (3.16)$$

A partir de (3.12) et (3.12), la dérivée de (3.17) peut s'écrire

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_i &= \dot{s}_i - \dot{z}_i \\
 &= -k_i s_i - g_{i-1} s_{i-1} + g_i s_{i+1} + g_i \left(\cancel{x_{(i+1)d}} - \cancel{x_{(i+1)c}} \right) + \Delta_i - \hat{\alpha} v_i + k_i z_i \\
 &+ g_{i-1} z_{i-1} - g_i z_{i+1} - g_i \left(\cancel{x_{(i+1)d}} - \cancel{x_{(i+1)c}} \right) \\
 &= -k_i (s_i - z_i) - g_{i-1} (s_{i-1} - z_{i-1}) + g_i (s_{i+1} - z_{i+1}) + \Delta_i - \hat{\alpha} v_i \\
 &= -k_i v_i - g_{i-1} v_{i-1} + g_i v_{i+1} + \Delta_i - \hat{\alpha} v_i
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Etape n

La $n^{\text{ième}}$ surface s'écrit sous la forme

$$s_n = x_n - x_{nd} \tag{3.18}$$

La dérivée temporelle de s_n peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_n &= \dot{x}_n - \dot{x}_{nd} \\
 &= f_n(\bar{X}_n) + \lambda_0 g_n(\bar{X}_n) v + D_0 - \dot{x}_{nd}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

On choisit la loi de commande actuelle comme suit :

$$v = -\frac{1}{\lambda_0 g_n(\bar{X}_n)} \left(k_n s_n + g_{n-1} s_{n-1} + f_n - \dot{x}_{nd} + \hat{\alpha}_0 v_n \right) \tag{3.20}$$

Où $\hat{\alpha}_0$ est l'estimé de α_0 , et v_n est la dernière surface compensée (sera définie dans ce qui suit).

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_0$ est donnée par :

$$\dot{\hat{\alpha}}_0 = \gamma_n \left[v_n^2 - \sigma_n \hat{\alpha}_0 \right] \tag{3.21}$$

La dynamique du signal de compensation z_n est définie comme suite

$$\dot{z}_n = -k_n z_n - g_{n-1} z_{n-1}, \quad z_n(0) = 0 \tag{3.22}$$

Définissons la $n^{\text{ième}}$ surface compensée v_n , telle que

$$v_n = s_n - z_n \quad (3.23)$$

Donc, à partir de (3.20) et (3.23), la dérivée de (3.24) peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{v}_n &= \dot{s}_n - \dot{z}_n \\ &= -k_n s_n - g_{n-1} s_{n-1} + D_0 - \hat{\alpha}_0 v_n + k_n z_n + g_{n-1} z_{n-1} \\ &= -k_n v_n - g_{n-1} v_{n-1} + D_0 - \hat{\alpha}_0 v_n \end{aligned} \quad (3.24)$$

3.4. Analyse de la stabilité

On considère la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n v_i^2 + \frac{1}{2\gamma_i} \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i^2 + \frac{1}{2\delta_n} \tilde{\alpha}_0^2 \quad (3.25)$$

La dynamique de (3.25) s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{V} &= v_1 \dot{v}_1 + \sum_{i=2}^{n-1} v_i \dot{v}_i + v_n \dot{v}_n + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\alpha}_i (-\dot{\hat{\alpha}}_i) + \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\alpha}_0 (-\dot{\hat{\alpha}}_0) \\ &= v_1 (-k_1 v_1 + g_1 v_2 + \Delta_1 - \hat{\alpha}_1 v_1) + \sum_{i=2}^n v_i (-k_i v_i - g_{i-1} v_{i-1} + g_i v_{i+1} + \Delta_i - \hat{\alpha}_i v_i) \\ &\quad + v_n (-k_n v_n - g_{n-1} v_{n-1} + D_0 - \hat{\alpha}_0 v_n) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\alpha}_i (-\gamma_i [v_i^2 - \sigma_i \hat{\alpha}_i]) + \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\alpha}_0 (-\gamma_n (v_n^2 - \sigma_n \hat{\alpha}_0)) \\ &= -\sum_{i=1}^n 2k_i v_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} v_i \Delta_i + v_n D_0 - \sum_{i=1}^{n-1} \underbrace{(\hat{\alpha}_i + \tilde{\alpha}_i)}_{\alpha_i} v_i^2 - \underbrace{(\hat{\alpha}_0 + \tilde{\alpha}_0)}_{\alpha_0} v_n^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \tilde{\alpha}_i \hat{\alpha}_i + \sigma_n \tilde{\alpha}_0 \hat{\alpha}_0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

D'après les inégalités de Young, on a

$$|v_i \Delta_i| \leq |v_i| \alpha_i \leq \alpha_i \left(v_i^2 + \frac{1}{4} \right) \quad (3.27)$$

$$|v_n D_0| \leq |v_n| \alpha_0 \leq \alpha_0 \left(v_n^2 + \frac{1}{4} \right) \quad (3.28)$$

$$\tilde{\alpha}_i \hat{\alpha}_i \leq \frac{1}{2} (-\tilde{\alpha}_i^2 + \alpha_i^2) \quad (3.29)$$

$$\tilde{\alpha}_0 \hat{\alpha}_0 \leq \frac{1}{2} (-\tilde{\alpha}_0^2 + \alpha_0^2) \quad (3.30)$$

Il en résulte que :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n 2k_i v_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\cancel{\alpha_i v_i^2} + \frac{\alpha_i}{4} \right) + \left(\cancel{\alpha_0 v_n^2} + \frac{\alpha_0}{4} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} \cancel{\alpha_i v_i^2} + \cancel{\alpha_0 v_n^2} \right) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\sigma_i}{2} (-\tilde{\alpha}_i^2 + \alpha_i^2) + \frac{\sigma_n}{2} (-\tilde{\alpha}_0^2 + \alpha_0^2) \quad (3.31)$$

$$\dot{V} \leq \frac{1}{2} \left(-\sum_{i=1}^n 2k_i v_i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \tilde{\alpha}_i^2 - \sigma_n \tilde{\alpha}_0^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_i}{2} + \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \alpha_i^2 + \sigma_n \alpha_0^2 \right) \quad (3.32)$$

Ou de même

$$\dot{V} \leq -AV + B \quad (3.33)$$

Avec,

$$\begin{cases} A = \min \left[(2k_1, \dots, 2k_n), (\gamma_1 \sigma_1, \dots, \gamma_n \sigma_n) \right] > 0 \\ B = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_i}{2} + \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \alpha_i^2 + \sigma_n \alpha_0^2 \right) > 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

Lemme 3.1 [11] : Si pour un intervalle de temps d'initialisation donné $t \in [0, T_1]$, les signaux de compensation sont définis par $z_i = 0, i = 1, \dots, n-1$, alors pour $t \geq T_1$, lorsque les entrées bornées satisfaites $|x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c}| \leq B_0, i = 1, \dots, n-1$, les états $z_i, i = 1, \dots, n-1$ définis dans (3.7), (3.15) et (3.22) sont aussi bornées par

$$\|z\| = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n z_i^2 \right)} \leq \frac{B_0}{A_0} \left(1 - e^{-A_0(t-T_1)} \right) \quad (3.35)$$

Où $T_1 > 0, B_0 > 0$ sont des paramètres de conception de petites valeurs et $A_0 = \min(k_1, \dots, k_n) > 0$

Preuve : La démonstration peut être trouvée dans [13]. Donc, elle est omise ici.

Théorème 3.1 : Considérons le système non linéaire (3.1) les lois de commande (3.4), (3.12), et (3.20), les lois d'estimation (3.5), (3.13), et (3.21), les signaux de compensation définis par (3.10), (3.20), et (3.30). Supposons que les hypothèses 2.1,2.3, 2.4 et 3.1 sont satisfaites.

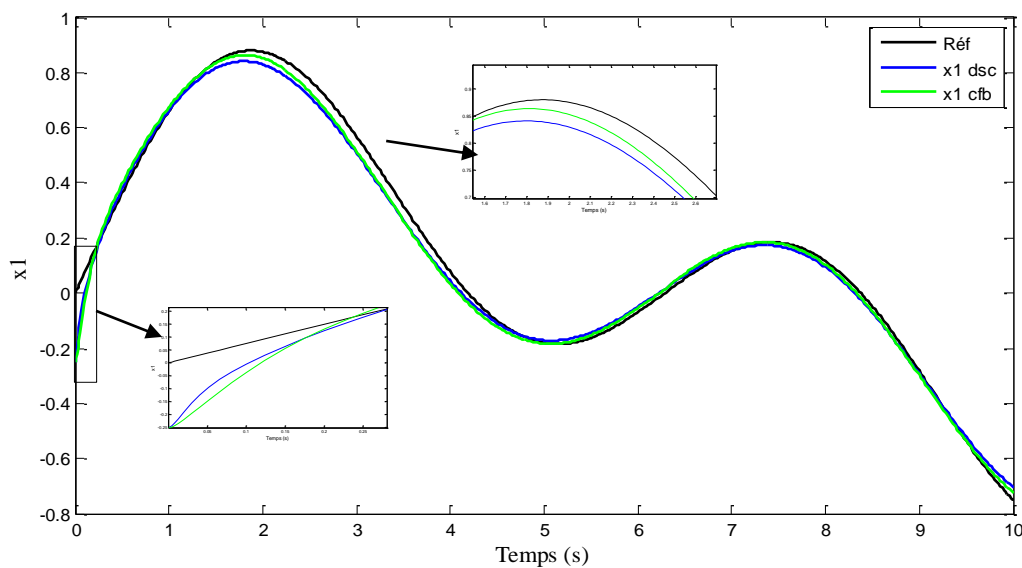
Donc, tous les signaux du système en boucle fermée sont uniformément ultimement bornées (UUB) et l'erreur de poursuite $s_1 = y - y_r$ converge vers un petit voisinage de zéro.

Preuve : La démonstration de la bornitude des signaux d'erreurs $(v_i, \tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_0)$ s'effectue de la même manière que celle du Théorème 2.1. De plus, en utilisant le Lemme 3.1, on peut facilement déduire la bornitude de $s_i = v_i + z_i, i = 1, \dots, n$ Ainsi, à partir de (3.23), (3.33), et (3.19), il en résulte que $\|v_i\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2} \leq \sqrt{2B/A}$ et $\|z\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n z_i^2} \leq B_0/A_0$ quand $t \rightarrow \infty$. Ce qui implique que $\|s_1\| \leq \|v\| + \|z\| \leq \sqrt{2B/A} + B_0/A_0$ lorsque $t \rightarrow \infty$. Ceci termine la preuve

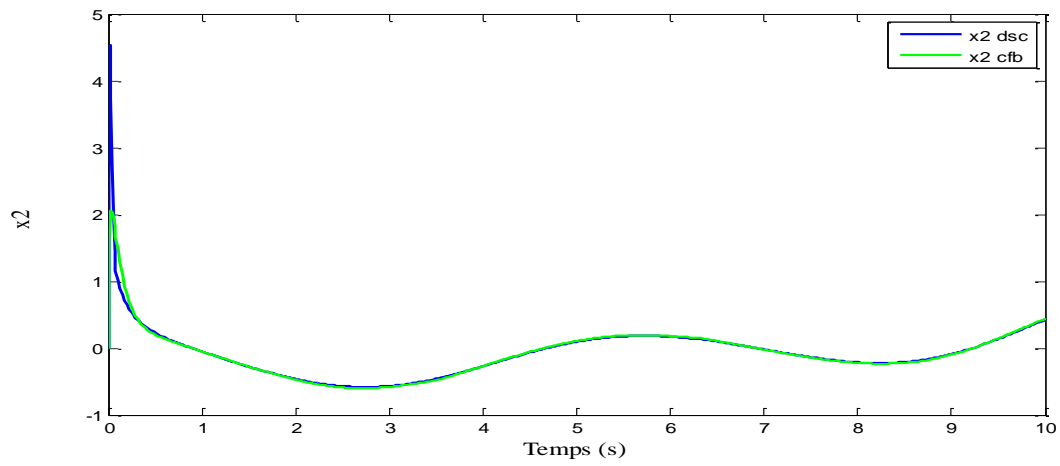
3.5. Exemples d'application:

3.5.1. Exemple 1 [11] :(exemple numérique : le même exemple dans le chapitre 2)

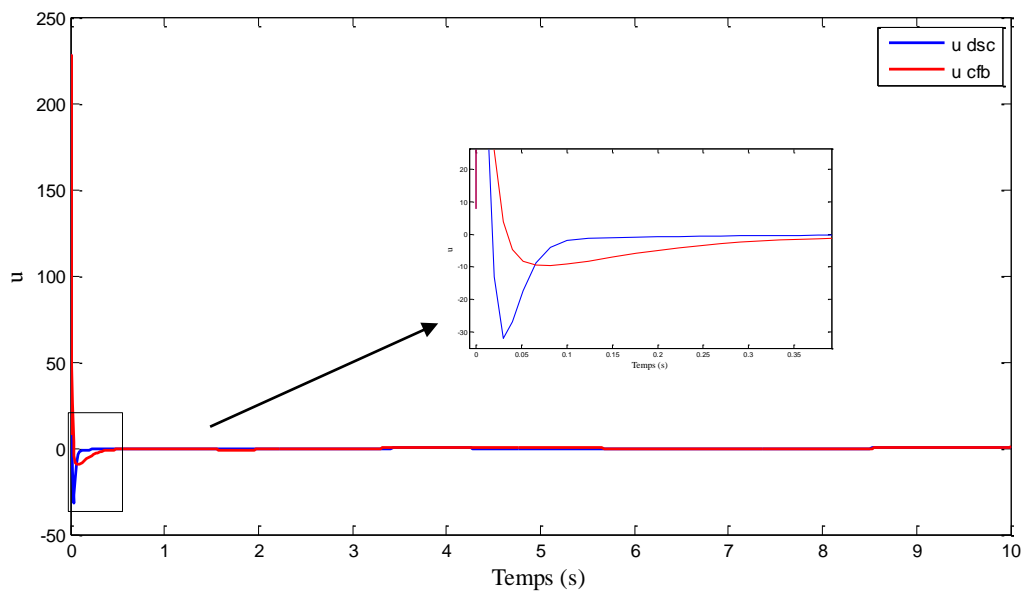
Les résultats obtenus sont illustrés dans la Figure suivante :



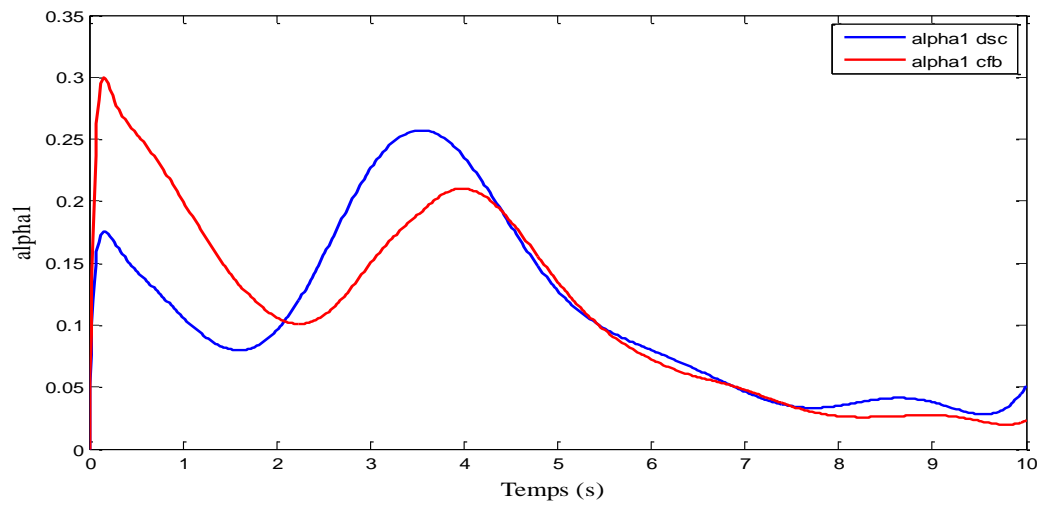
(a) :Sortie du système non linéaire



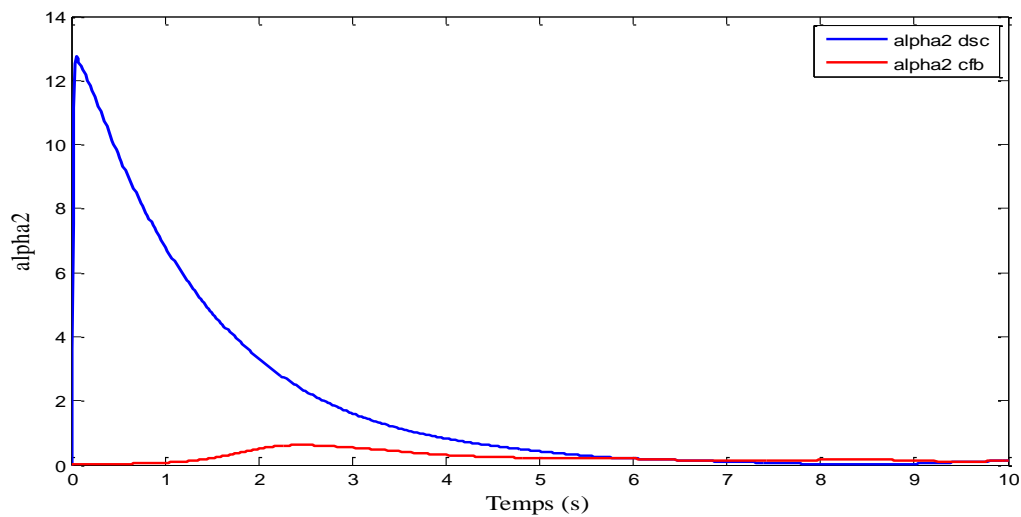
(b) Evaluation de la deuxième variable d'état



(c) Signal de commande



d) : l'estimé de α_1

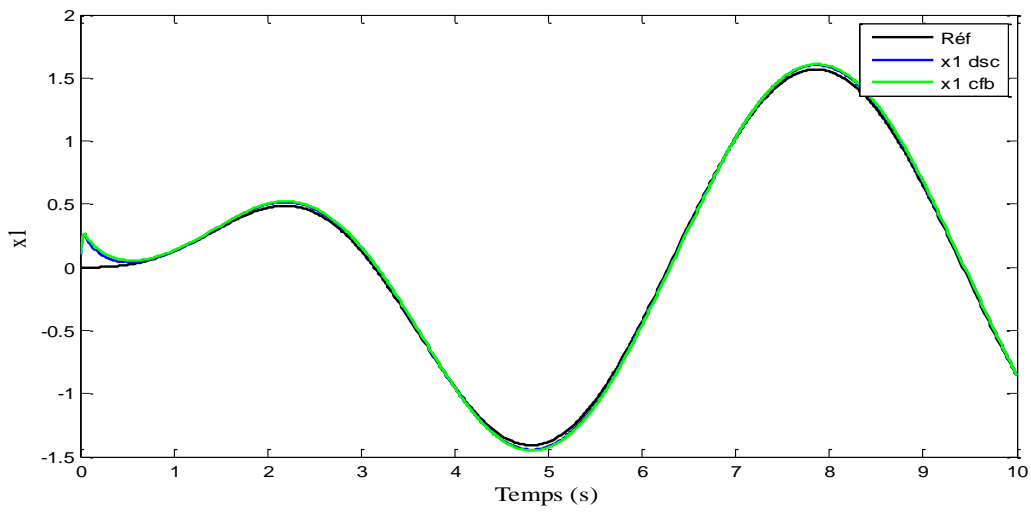


e) : l'estimé de α_2

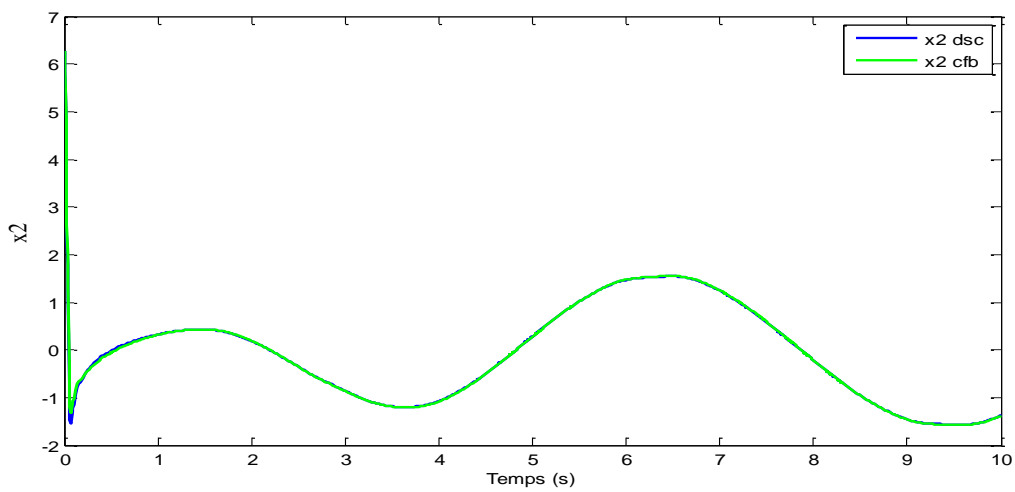
Figure 3-1: Réponses temporelles du système de 2^{ème} ordre issues de l'application d'algorithme CFB adaptatif robuste.

3.5.2. Exemple2 [16,18] :(Bras Manipulateur à liaison avec un Moteur DC)

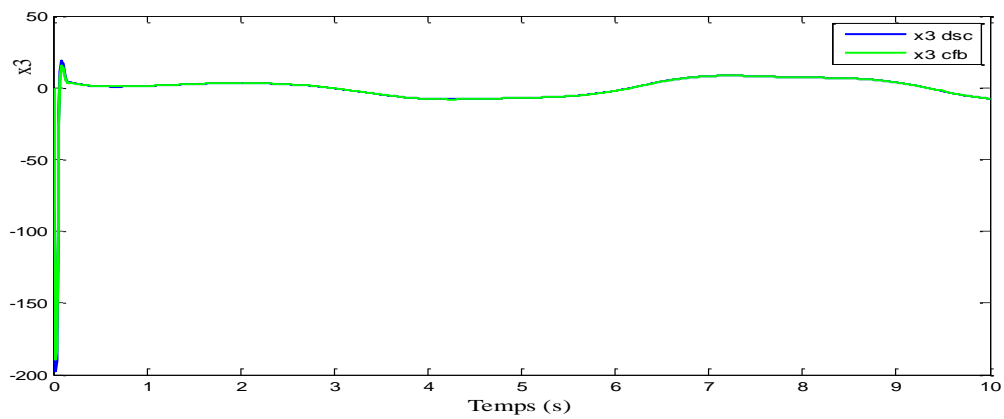
Les résultats obtenus sont illustrés dans la Figure suivant :



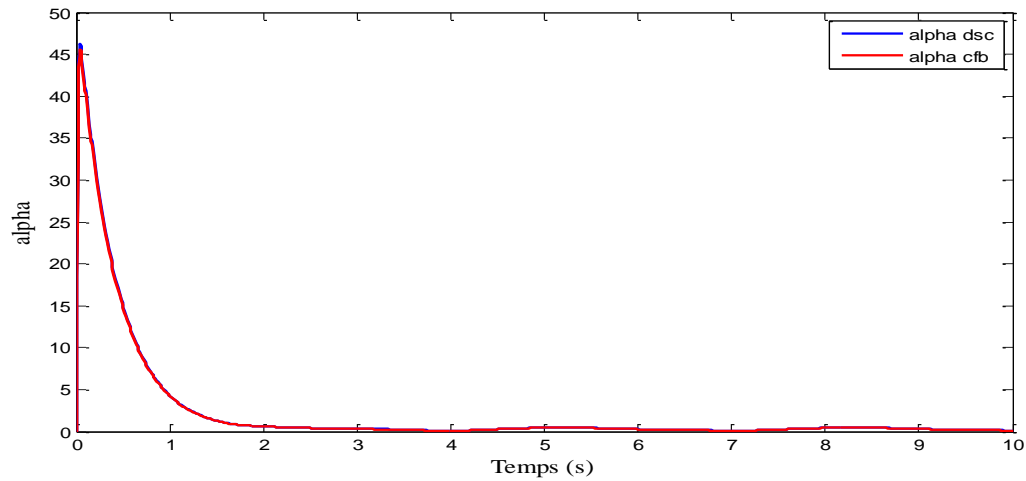
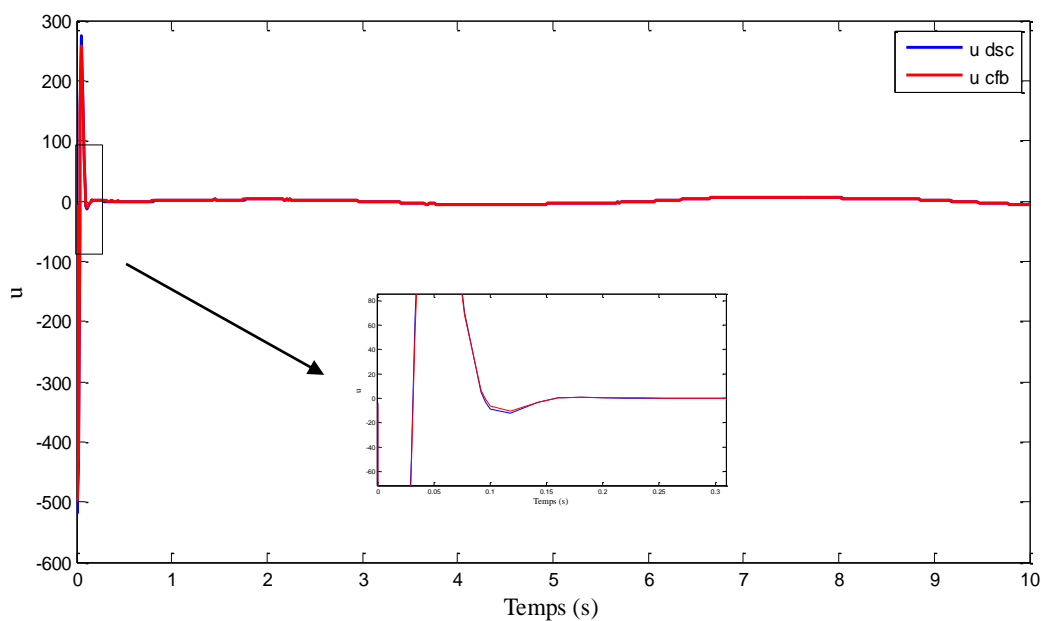
a) Sortie du système non linéaire



(b) : la vitesse angulaire.



(c) : le courant

(d) : l'estimé de α 

(e) Signal de commande

Figure 3.2: Réponses temporelles d'un Bras manipulateur issues de l'application d'algorithmes CFB

D'après les résultats de simulations obtenus dans les deux exemples d'application, il est clair de voir le concept de l'effet de la zone-morte à l'actionneur et on remarque

aussi que les deux techniques de commande (DSC et CFB) permettent d'avoir des bonnes performances de poursuite avec une supériorité de la technique CFB par rapport à la DSC .

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une commande adaptative robuste par backstepping filtré (CFB) pour une class des systèmes non linéaires avec zone morte à l'entrée. Cette technique de commande utilise des filtres linéaires passe-bas, ainsi que des filtres de compensation pour résoudre le problème d'explosion de complexité, faciliter le design et pour relaxer quelques hypothèses indispensables dans la technique DSC. Afin de voir les performances des deux techniques de commande proposées dans ce mémoire, nous avons faire une application sur deux systèmes non linéaires. D'après la simulation, on conclue que l'approche proposée dans ce chapitre donne des résultats mieux que la première approche à base de la DSC face aux perturbations, aux incertitudes paramétriques, ainsi qu'à la zone mort d'actionneur.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude et le développement des techniques de commande adaptatives robustes par backstepping filtré (DSC et CFB) pour une classe des systèmes non linéaires incertains avec zone-morte à l'entrée. Ces techniques de commande nécessitent la synthèse des lois de commande adaptative. L'inconvénient majeur de l'approche de commande par backstepping est le problème de l'explosion de la complexité, qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception du backstepping. L'utilisation des approches de commande par DSC et CFB qui introduisent un filtrage des commandes virtuelles a permis de résoudre ce problème. La stabilité de toutes les structures de commande développées dans ce travail a été démontrée en utilisant le théorème de Lyapunov.

Dans le premier chapitre, nous avons rappelé, au début, des méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires. Les outils mathématiques qui nous servent dans la synthèse d'une loi de commande. Ensuite, nous avons présenté la définition de la commande adaptative et la zone morte ainsi que la procédure de design de la technique de commande par backstepping.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté une commande adaptative robuste par surface dynamique (DSC) pour une classe des systèmes non linéaires avec zone morte à l'entrée. Cette technique de commande utilise des filtres linéaires passe-bas pour éviter le problème d'explosion de complexité. Afin de voir l'efficacité de cette technique vis-à-vis les perturbations externes, les incertitudes paramétriques et pour faire face à l'effet de la zone morte, nous avons appliqué l'algorithme de commande proposé sur deux exemples d'application : la première numérique (2^{ème} ordre) et la deuxième pratique (3^{ème} ordre)

Dans le troisième chapitre, nous avons étudié et traité le même phénomène de zone morte mais par une autre méthode (i.e. CFB). Cette technique est mieux que la première technique (i.e. DSC) avec l'utilisation des signaux de compensations pour éliminer l'effet de l'erreur. et

l'élimination la zone morte avec une bonne poursuite de la référence désiré. Nous avons appliqué le même algorithme dans le chapitre précédent.

Les performances des deux structures de commande proposées dans ce mémoire ont été examinées sur deux exemples : le premier numérique (2eme ordre) et la deuxième pratique (3ème ordre). Les résultats obtenus montrent la supériorité des performances de l'approche adaptative robuste via la CFB par rapport à celle basée sur la DSC.

Bibliographie

- [1] A. BENASKEUR. <<Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la Commande décentralisée des systèmes non linéaires>>. Thèse de Doctorat. Québec : Université de Laval, Février 2000.
- [2] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, and A. S. Morse. <<Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems>>. IEEE Trans Autom Control, Vol. 36, No. 11, pp. 1241-1253, 1991.
- [3] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic.<< Nonlinear and adaptive control Design>>. Wiley-Interscience Publication, New York, 1995.
- [4] P. P. Yip, and J. K. Hedrick. <<Adaptive dynamic surface control: a simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems>>. Int J Control. Vol. 71, No. 5, pp. 959-979, 1998.
- [5] D. Swaroop, J. K. Hedrick, P. P. Yip and J. C. Gerdes. <<Dynamic surface control for a class of nonlinear systems>>. IEEE Trans Autom Control. Vol. 45, No.10, pp. 1893-1899,2000.
- [6] J. A. Farrell, M. Polycarpou, M. Sharma et W. Dong. << Command filtered backstepping>>. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 54, No. 6, pp. 1391-1395, 2009.
- [7] W. Dong, J. A. Farrell, M. M. Polycarpou, V. Djapic et M. Sharma. <<Command filtered adaptive backstepping>>. IEEE Transactions on Control Systems Technology. Vol. 20, No. 3, pp. 566-580, 2012.
- [9] K. Khettab, <<Commande adaptative floue des systèmes non linéaires par la méthode de backstepping utilisant le mode glissant>> université FERHAT ABBAS-STIF, 2005.
- [10] A. BOUIREK. <<approche de conception hybride rem-backstepping de correcteurs>>. Thèse de master. Québec Université de Laval, Février 2016.
- [11] A. BOULAKROUNE. <<Commande floue Adaptative avec sans observateur des Systèmes>>. Thèse de Doctorat. Alger : Ecole Nationale Polytechnique .2009
- [12] J. A. Farrell, M. Polycarpou, M. Sharma et W. Dong. << Command filtered backstepping>>. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 54, No. 6, pp. 1391-1395, 2009.

- [13] Y. H. Chang and W. S. Chan. <<Adaptive dynamic surface control for uncertain nonlinear systems with interval type-2 fuzzy neural networks>>. IEEE Transactions on Cybernetics. Vol. 26, No. 9, 2013.
- [14] H. Khebbache, M. Tadjine et S. Labiod. <<Adaptive sensor-fault tolerant control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems: Adaptive nonlinear filtré-based dynamic surface control>>. Journal of the Franklin Institute. Vol. 353, No. 6, pp. 1313-1338, 2016.
- [15] Y. Li, S. Tong, T. Li, << Adaptive fuzzy output-feedback control for output constrained nonlinear systems in the presence of input saturation>>, Fuzzy Sets and Systems 248 (2014) 138–155.
- [16] T. Li, D. Wang, G. Feng, et S. Tong. <<A DSC Approach to Robust Adaptive NN Tracking Control for Strict-Feedback Nonlinear Systems>>, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART B: CYBERNETICS, VOL. 40, NO3, pp .922-924, JUNE 2010.
- [17] B . F, Xu Sun, Y. Pan, et B. Chen. <<Disturbance Observer Based Composite Learning Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Unknown Dead Zone>>IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS: SYSTEMS. Janvier
- [18] https://fr.wikipedia.org/wiki/Syst%C3%A8me_lin%C3%A9aire