

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Med Seddik Benyahia - Jijel  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département d'automatique



**Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de master**

**Spécialité :**

Automatique et informatique industrielle

---

# modélisation et commandes d'un Toycopter

---

**Présenté par :**

**Ourida BOUTAGHANE**

**Aida HEMMIMED**

**Encadré par :**

**Me M. Ouaar**

L'année universitaire : 2018/2019

# REMRCIEMENT

---

*Nous tenons a remercier Dieu tout puissant qui nous a accordé la chance de vivre ce jour pour voir le fruit de nos études et passer les meilleurs moments de cette joie ; celle du succès avec nos famille qui nous ont porté toujours au chaud de leurs cœurs, et qui ont toujours cru en nous, et nous les en remerciant infiniment.*

*A nos parents,*

*frères et sœurs, à tous ceux qui nous ont accompagnés tout au long de ce parcours,*

*Nos remerciements vont à notre encadreur, madame **OUAAR. Mounia** :*

*Nous sommes Très Honorées d'avoir eu l'occasion d'être dirigée par vous. Nous vous remercions pour la gentillesse et la spontanéité avec lesquelles vous avez bien voulu diriger ce travail. Nous avons eu le grand plaisir de travailler sous votre direction.*

*Aux membres de jury:*

*C'est pour nous un grand honneur de vous voir membre dans notre jury. Nous vous sommes très reconnaissantes de la spontanéité et de L'amabilité avec lesquelles vous avez accepté de juger notre travail. Veuillez trouver, le témoignage de notre grande reconnaissance et de notre profond respect.*

*A nos enseignants du département d'automatique durant toute notre formation.*

Mille remerciements.

# DEDICACES

*Je remercie **Dieu** tout puissant de m'avoir donné la force et le courage de finir ce modeste travail, que je dédie :*

*À mon très cher Père: Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que tu as consenti pour mon instruction et mon bien être. Puisse Dieu, le Très Haut, t'accorder santé, bonheur, une longue vie et faire en sorte que jamais je ne te déçoive.*

*À ma très chère mère: Affable, honorable, aimable. Tu représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence, et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi.*

*À mes très chères sœurs: Dounia, Wissame, Fatima, Manel et la petite fleur de ma maison Hibat Erahmanque je l'adore, La vie m'a fait un très beau cadeau en faisant de vous.  
Un remerciement spécial à mon cher frère: Hicham.*

*À toute ma famille : mes grands parents, mes cousines et cousins, mes oncles, tantes et proches.*

*A Mohammed pour votre encouragement et ta famille.*

*À ma chère amie avant d'être mon binôme Aida et à toute sa famille.*

*A mes très chères amies : Zahira, Khadidja et Nadia*

*À tous les étudiants de l'automatique et particulièrement **Khadidja** je te dédie pour votre aide.*

*A mes collègues de la promotion 2019.*

*À tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin. A toute personne dont j'ai une place dans son cœur, que je connais, que j'estime et que j'aime.*

*Pour vous tous, Merci.*

# Table des matières

Introduction générale ;.....	2
------------------------------	---

## **CHAPITRE I :**

### **Présentation du simulateur d'un hélicoptère : Toycopter**

I.1. Introduction .....	5
I.2/ Quelques définitions sur les hélicoptères ;.....	5
I.3/ Fonctionnement général d'un hélicoptère ;.....	5
I.4/ Types d'hélicoptères ;.....	6
I.5/ Différentes configurations des rotors d'un hélicoptère ;.....	7
I.6/ Mode de vol:.....	8
I.6.1/ Le vol stationnaire;.....	8
I.6.2/ Le vol vertical ;.....	8
I.6.3/ Le vol de translation ;.....	9
I.7/ Description du Toycopter :.....	9
I.7.1/ Base du TRMS ;.....	11
I.7.2/ Boitier marche/arrêt ;.....	12
I.7.3/ Boite d'adaptation SCSI BOX ;.....	12
I.7.4/ Carte d'acquisition ADVANTECH PCI 1711.....	12
I.8/ Principe de fonctionnement :.....	13
I.8.1/ La première liaison (placé à la verticale) ;.....	13
I.8.2/ La deuxième liaison (appelé le bras) ;.....	14
I.9/ Conclusion.....	14

## **CHAPITRE II :**

### **Modélisation dynamique d'un Toycopter**

II.1. Introduction .....	16
II.2/ Application du formalisme de Lagrange pour modélisation du Toycopter ;.....	16
II.2.1/ Evaluation de l'énergie cinétique et potentielle ;.....	17
II.2.1.1/ L'énergie cinétique .....	17

II.2.1.2/ L'énergie potentielle.....	19
II.2.2/ Les forces généralisées ;.....	20
II.3/ La dynamique du système ;.....	21
II.4/ La représentation d'état du Toycopter;.....	23
II.5/ Simulation en boucle ouvert;.....	24
II.6/conclusion;.....	26

## **CHAPITRE III :**

### **Commande Linéaire PID**

III.1. Introduction .....	28
III.2/ Le correcteur;.....	29
III.3/ But de la correction ;.....	29
III.4/ Aspects fonctionnels du régulateur PID ;.....	29
III.4 .1. Action proportionnelle (P) :.....	30
III.4.1.1.Principe de l'action proportionnelle ; .....	30
III.4.1.2.Fonction de transfert d'un régulateur proportionnel ; .....	31
III.4.1-3-Limite du régulateur proportionnel ; .....	31
III.4.2. Action intégrale et proportionnelle intégrale : .....	31
III.4.2.1.Action intégrale seul ; .....	31
III.4.2.2. Action Proportionnel intégrale (PI) ; .....	32
III.4.2.3. Fonction de transfert d'un régulateur proportionnel intégral ; .....	32
III.4.3.Action proportionnelle dérivée(PD) : .....	32
III.4.3-1- Principe de l'action ; .....	32
III.4.3.2. Fonction de transfert du correcteur PD ; .....	33
III.4.3.3. Filtrage de la dérivée ; .....	33
III.4.4. Action Proportionnelle intégrale Dérivée (PID) : .....	34
III.4.4.1. Domaine d'application et limites du régulateur PID ; .....	35
III.4.4.2. Les avantages et les inconvénients du régulateur PID ; .....	35
III.5. teste de simulation ; .....	36
III.6. Conclusion. ....	37

## **CHAPITRE IV :**

### **Commande par backstepping**

IV.1/ Introduction .....	39
IV.2/ commandes non linéaires; .....	39
IV.2.1/ système non linéaire ; .....	39
IV.2.2/ stabilité ; .....	39
IV.3/ stabilité des systèmes non linéaires ;.....	40
IV.3.1/ plan de phase ; .....	40
IV.3.2/ méthode d'analyse de la stabilité de Lyapunov ; .....	41
IV.3.2.1/ première méthode de Lyapunov ; .....	41
IV.3.2.2/ deuxième méthode de Lyapunov ; .....	41
IV.4/ Algorithme de base ; .....	44
IV.5/ application au toycopter; .....	47
IV.6/ Test de simulation ; .....	50
IV.7/ Interprétation des résultats ; .....	52
IV.8/ comparaison PID et backstepping ; .....	53
IV.9/ Conclusion ; .....	53
<b>Conclusion générale ;.....</b>	<b>56</b>

## Liste des figures

<b>Figure (I.1) : le vol stationnaire</b> .....	8
<b>Figure (I.2) : le vol vertical</b> .....	9
<b>Figure (I.3) : le vol dans la longitudinale</b> .....	9
<b>Figure (I.4) : Simulateur d'hélicoptère de type TRMS</b> .....	10
<b>Figure (I.5) : interaction des entrées-sorties d'un hélicoptère de type TRMS</b> .....	10
<b>Figure (I.6) : le simulateur d'hélicoptère à double rotors</b> .....	11
<b>Figure (I.7): Base du TRMS</b> .....	12
<b>Figure(II.1): Calcul de la vitesse angulaire principale</b> .....	17
<b>Figure (II.2): Hélicoptère avec son centre de masse, et les distances projetées nécessaires pour calculer l'énergie potentielle</b> .....	19
<b>Figure(II.3) Signal de commande <math>u_r</math></b> .....	24
<b>Figure(II.4) Signal de commande <math>u_m</math></b> .....	24
<b>Figure(II.5) Angle de lacet <math>\psi</math></b> .....	24
<b>Figure(II.6) Dérivée angle de lacet <math>\dot{\psi}</math></b> .....	24
<b>Figure(II.7) Angle de tangage <math>\varphi</math></b> .....	24
<b>Figure(II.8) Dérivée angle de tangage <math>\dot{\varphi}</math></b> .....	24
<b>Figure(II.9) Couple électromagnétique <math>v_m</math></b> .....	25
<b>Figure(II.10) Couple électromagnétique <math>v_r</math></b> .....	25
<b>Figure(III.1) : Régulateur proportionnel</b> .....	30
<b>Figure(III.2) : Sortie d'un régulateur intégral pur</b> .....	31
<b>Figure(III.3) : Effet prédictif du terme dérivé</b> .....	33
<b>Figure(III.4) : Dérivée filtrée</b> .....	34
<b>Figure(III.6): Evolution de l'angle de tangage <math>\varphi</math></b> .....	36
<b>Figure(III.7): Evolution de l'angle de lacet <math>\psi</math></b> .....	36
<b>Figure(III.8) : erreur <math>\varphi - \varphi_d</math></b> .....	37
<b>Figure(III.9) : erreur <math>\psi - \psi_d</math></b> .....	37
<b>Figure(IV.1) : La stabilité simple</b> .....	42

<b>Figure (IV.2):</b> stabilité asymptotique .....	42
<b>Figure(IV.3) :</b> Evolution de l'angle de lacet $\psi$ .....	51
<b>Figure(IV.4) :</b> Evolution de l'angle de tangage $\varphi$ .....	51
<b>Figure(IV.5) :</b> Erreur $\psi - \psi_d$ .....	52
<b>Figure(IV.6) :</b> Erreur $\varphi - \varphi_d$ .....	52
<b>Figure(IV.7) :</b> Evaluation de l'angle de lacet $\psi$ .....	53
<b>Figure (IV.8):</b> Evaluation de l'angle de tangage $\varphi$ .....	53



## Liste des tableaux

<i>Tableau (I.1) : Classifications des hélicoptères .....</i>	<i>7</i>
<i>Tableau (II.2) : Les valeurs des coefficients du modèle.....</i>	<i>22</i>
<i>Tableau (III.1) : Effet des paramètres du PID sur la réponse d'un système.....</i>	<i>35</i>
<i>Tableau (III.2): paramètres du régulateur PID utilisé.....</i>	<i>36</i>

## **Introduction générale**

Durant les dernières années, un intérêt croissant est porté aux engins volants sans pilote humain à bord que l'on appelle drone. Un drone est un véhicule aérien robotique capable de mener une mission de façon autonome.

Au début, les applications du drone ont été orientées uniquement vers le domaine militaire. Aujourd'hui, ils sont aussi utilisés dans divers domaines tel que la recherche, sauvetage, cartographie, etc.....

Donc, Un drone est un appareil volant sans pilote, semi autonome ou complètement autonome qui peut emporter une charge utile est destinée à des missions spécifiques.

Le véhicule aérien sans pilote à long terme décrit les drones volants et les hélicoptères.

Suites aux différents progrès technologiques que connaît le monde dans tous les domaines, et particulièrement dans le domaine de l'aéronautique, l'automatique a connu un essor considérable. L'élaboration de lois de commande de systèmes a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. L'application de certaines de ces méthodes à des avions et aux hélicoptères a montré leur efficacité. Cependant, les systèmes à commander devenant de plus en plus complexes, les lois de commande deviennent elles-mêmes complexes et parfois difficiles à mettre en œuvre. Pour cela, des prototypes (ou simulateurs) ont été conçus dans le but de tester de nouvelles lois de commandes, qui ne peuvent être implémentées directement sur les systèmes réels. Le simulateur de vol d'hélicoptère TRMS (Twin Rotor MIMO System) est l'un de ces prototypes.

Ce simulateur est un système multi variables à deux entrées et deux sorties, caractérisé par une forte non linéarité. De se fait, les outils fondamentaux de synthèse des lois de commande utilisées dans le domaine linéaire ne sont pas valables et l'utilisation d'autres méthodes est nécessaire.

Avec le développement des calculateurs numériques, les automaticiens commencent à s'intéresser aux nouvelles approches de commande telles que la commande adaptative, la commande prédictive, la commande robuste, la commande floue, ainsi que les techniques basées sur l'intelligence artificielle. Parmi ces dernières ; la commande par PID et commande bakstepping.

Ce mémoire s'articule en quatre chapitres :

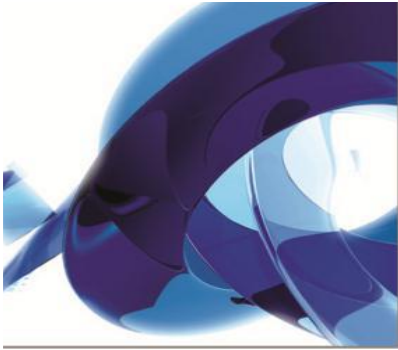
**Le premier chapitre** est une introduction de quelques notions concernant les hélicoptères drones et une description générale du simulateur d'hélicoptère ( TRMS) .

**Le deuxième chapitre** contient une étude détaillée du modèle dynamique du toycopter, ainsi qu'une simulation en boucle ouverte sera présentée pour illustrer la difficulté et l'instabilité de se système.

**Dans le troisième chapitre** nous exposons une généralité sur le correcteur PID, (action proportionnel, intégral, dérivée), ses aspects fonctionnels.

**Dans le quatrième chapitre** Une présentation de loi de commande par backstepping est aussi présentée afin d'assurer la stabilité de notre système. Quelques remarques et observations entre les résultats de la commande par PID et les résultats de la commande par backstepping ont été notées a la fin du chapitre.

**Enfin,** nous concluons par un résumé et des perspectives de notre travail.



# CHAPITRE I

## *Présentation du simulateur d'un hélicoptère : Toycopter*

I.1/ Introduction :

I.2/ Quelques définitions sur les hélicoptères ;

I.3/ Fonctionnement général d'un hélicoptère :

I.4/ Types d'hélicoptères:

I.5/ Différentes configurations des rotors:

I.6/ Mode de vol:

I.6.1/ Le vol stationnaire;

I.6.2/ Le vol vertical ;

I.6.3/ Le vol de translation ;

I.7/ Description du Toycopter :

I.7.1/ Base du TRMS ;

I.7.2/ Boitier marche/arrêt ;

I.7.3/ Boite d'adaptation SCSI BOX ;

I.8/ Principe de fonctionnement :

I.8.1/ La première liaison (placé à la verticale) ;

I.8.2/ La deuxième liaison (appelé le bras) ;

I.9/ conclusion

**Chapitre I :****Présentation du simulateur d'hélicoptère : Toycopter****I.1.Introduction :**

Le domaine de l'ingénierie aéronautique est devenu de plus en plus complexe, surtout dans l'automatique et la commande des systèmes. L'application des commandes sur un système réel est devenue très complexe, pour cela les chercheurs proposent des simulateurs qui ont le même principe de fonctionnement que les systèmes réels mais moins complexes pour appliquer et tester de nouvelles lois de commande avant de les implémenter dans les systèmes réels. Dans notre cas, nous allons étudier le simulateur de vol d'hélicoptère Toycopter ou TRMS (Twin Rotor Mimo System).

Dans ce chapitre, nous allons en premier lieu décrire le principe de vol d'hélicoptère, ensuite nous présentons les différents constituants et le principe de fonctionnement du simulateur de vol TRMS.

**I.2.Définition de l'hélicoptère :**

Un hélicoptère est un aéronef à voilure tournante dont -le ou- les rotors procurent à eux seuls la propulsion et la sustentation pendant toutes les phases du vol. Chaque rotor dit de sustentation, à axe vertical, est une sorte de grande hélice à pas variable, et comporte de deux à huit surfaces aérodynamiques appelées pales, qui servent à déplacer l'appareil à la fois dans le plan vertical et dans le plan horizontal. Comparé aux aéronefs classiques à ailes fixes, l'hélicoptère est d'une conception plus complexe, il est plus onéreux à l'achat et à l'usage, reste relativement lent, possède un rayon d'action réduit et il ne peut pas emporter de très lourdes charges. [1]

Cependant, l'hélicoptère possède un avantage considérable sur l'avion : son aptitude à effectuer un vol stationnaire (maintenir une position fixe en vol) qui lui permet d'atteindre des endroits inaccessibles à son homologue à voilure fixe qui doit presque toujours utiliser une piste pour le décollage et l'atterrissage. En contrepartie, l'hélicoptère a besoin d'un moteur bien plus puissant afin de le soulever du sol, limitant en cela sa capacité d'emport.

**I.3 Fonctionnement général d'un hélicoptère :**

Les pales du rotor principal sont généralement entraînées par le moteur au moyen d'une boîte de transmission. Cependant on a aussi essayé d'utiliser la force de réaction des gaz d'échappement en extrémité des pales comme sur le Djinn.

Elles ont un profil asymétrique ou symétrique et agissent en rotation suivant le même principe que les ailes d'un avion. Le rotor tournant toujours à vitesse angulaire constante, c'est la variation de l'angle d'incidence des pales (angle formé entre la corde de la pale et le vent relatif) qui provoque une modification de la position de l'aéronef : pour monter, on augmente l'incidence (sur un avion, on cabre l'appareil) et pour descendre, on la diminue (sur un avion, on le fait piquer). Cette variation d'incidence est identique sur chacune des pales (modification générale de l'incidence – appelée encore le pas – des pâles) et se fait au moyen de la commande de pas général (aussi appelée pas collectif) tenue par la main gauche du pilote.

#### **I.4.Types d'hélicoptères :**

Il existe plusieurs types d'hélicoptères, dont nous proposons, en tableau (I.1), une classification en fonction de leur utilisation et de leur approche de conception.

- **Les appareils de modélisme :** sont conçus pour des applications ludiques. Pour leur conception, les constructeurs se basent sur le savoir-faire métier et les règles de l'art (Exemple : puissance, taille rotor, vitesse de rotation).
- **Les drones :** (mini et micro) et les Ultralégers motorisé (ULM), sont conçus pour des missions de sécurité civile ou militaires. Comme pour la catégorie modélisme, les constructeurs profitent du savoir-faire métier et des règles de l'art pour la conception de ce type d'appareils. Ils utilisent, une approche de conception par similitude ou par retours d'expériences.
- **Les hélicoptères des petits industriels :** la deuxième partie est constituée des drones (High Altitude Long Endurance "HALE" et Medium Altitude Long Endurance "MALE") et des hélicoptères des petits industriels. Les constructeurs de ce type d'appareils sont quelques fois des industriels issus des grands industriels hélicoptéristes. D'une façon générale, ils bénéficient de leur expérience et se basent sur une approche par similitude pour la conception de petits appareils. L'utilisation de prototypes est l'outil principal de mise au point de leurs produits.
- **Les hélicoptères des grands industriels :** hélicoptéristes correspondent généralement à des appareils plus lourds et sont utilisés pour des missions civiles et militaires. Parmi les principaux hélicoptéristes industriels, on retrouve Eurocopter, Bell, Agusta et Sikorski. Ces derniers se basent sur une longue expérience, souvent de plus d'une cinquantaine d'années, et une approche de conception qui peut être qualifiée d'approche par sous-systèmes. Il s'agit

d'une méthode consistant à concevoir de manière plus ou moins indépendante chaque sous-système, réalisant une ou plusieurs fonctions spécifiques.

Les hélicoptères des grands industriels	Les hélicoptères des petits industriels	Les ULM	Les drones	Modélisme
<p>Eurocopter</p>  <p>Bell</p> <p>Agusta</p> <p>Sikorsky</p>	<p>Guimbal</p>  <p>Dynali</p>  <p>Robinson</p> 	 <p>Classe VI</p>	<p>HALE</p>  <p>MALE</p>  <p>Mini</p>  <p>Micro</p> 	 

Tableau (I.1) : Classifications des hélicoptères. [2]

**I.5. Différentes configurations des rotors d'un hélicoptère :**

Ce type d'aéronef possède des configurations diverses de rotors :

1. Configuration à rotor principal avec ou sans rotor de queue. Par la suite, nous appellerons hélicoptère standard ou simplement hélicoptère, la configuration correspondant à un rotor principal et un rotor de queue.
2. Configurations à deux rotors principaux. On peut distinguer les cinq solutions suivantes :
  - (a) Configuration à deux rotors principaux en tandem (bi-rotor en tandem).
  - (b) Configuration à deux rotors principaux coaxiaux contrarotatifs (bi-rotor coaxial).
  - (c) Configuration à deux rotors principaux côte à côte.
  - (d) Configuration à deux rotors principaux pivotants.
  - (e) Configuration à deux rotors principaux dit convertible.
3. Un hélicoptère à trois rotors.
4. Un hélicoptère à quatre rotors.

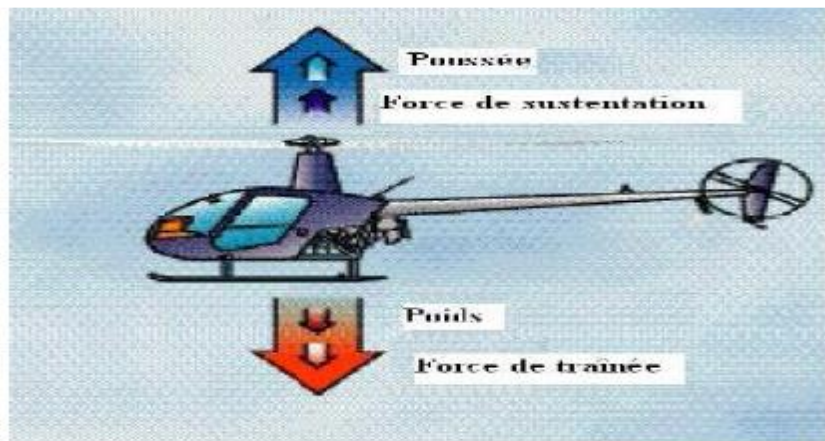
## I.6. Mode de vol :

Dans la littérature, le fonctionnement aérodynamique et mécanique est analysé selon le type de vol que réalise l'hélicoptère. L'hélicoptère exécute en principe trois sortes de vols :

- **Vol stationnaire** : l'appareil étant immobile par rapport à l'air.
- **Vol vertical** : ascendant ou descendant.
- **Vol de translation** : horizontalement ou incliné.

### I.6.1. Le vol stationnaire :

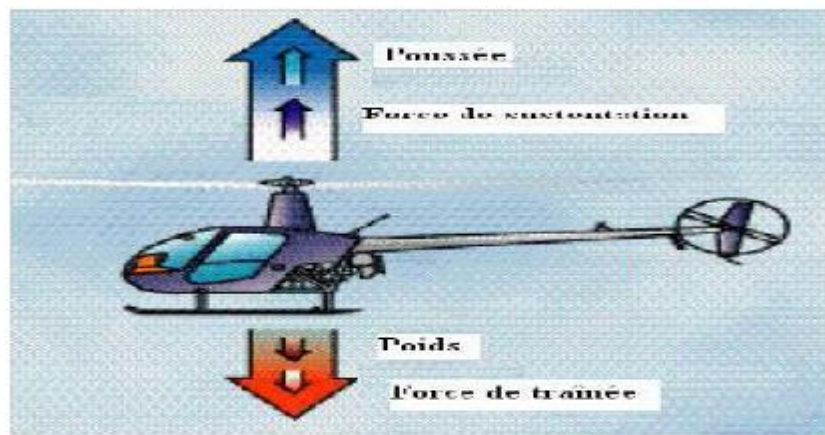
Il est réalisé lorsque l'hélicoptère reste à une certaine hauteur par rapport au sol en ayant une vitesse de translation pratiquement nulle. Dans ce mode de vol, l'hélicoptère a la liberté de faire des rotations autour de l'axe vertical. Le vol stationnaire (figure I.1) est obtenu lorsque la valeur de la force sustentatrice et la valeur de la force de pesanteur sont égales et opposées. [1]



*Figure(I.1) : le vol stationnaire [3]*

### I.6.2. Le vol vertical :

Dans le vol vertical, la résultante vectorielle de deux forces aérodynamiques (poussée et sustentation) et la force totale de pesanteur s'opposent l'une à l'autre. Le vol est ascendant ou descendant, suivant que l'effet aérodynamique est supérieur ou inférieur au poids de l'appareil. La figure (I.2) décrit un vol vertical ascendant. [1]



*Figure (I.2) : le vol vertical [3]*



### I.6.3. Le vol de translation :

Le vol de translation correspond à tout vol en avant, en arrière ou sur le côté. Pour la réalisation de ce déplacement, il faut incliner la résultante des forces aérodynamiques de l'engin pour créer une force de traction horizontale, latérale ou les deux. On distingue les trois classements de vol de translation :

- **Les translations horizontales** : Elles sont définies de façons similaires aux translations verticales mais cette fois-ci dans le plan horizontal ou dans les directions longitudinales ou latérales. Le vol dans la direction longitudinale de la figure(I.3) est connu sous le nom de vol en palier. [1]

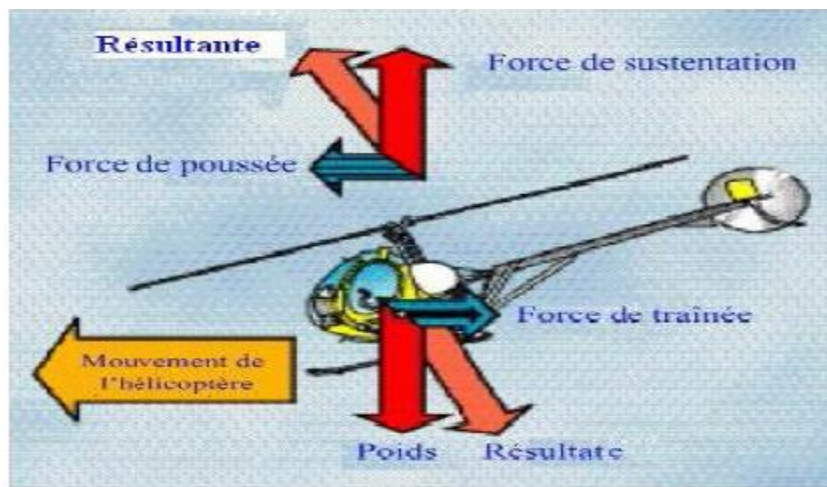


Figure (I.3) : le vol dans la longitudinale [3]

- **Les translations verticales** : Elles sont définies quand l'hélicoptère se déplace dans deux directions simultanément, par exemple dans les mouvements longitudinale-vertical ou latérale-vertical ou bien lorsqu'il fait un vol vertical.
- **La translation spatiale** : Elle est développée dans l'espace tridimensionnel suivant les trois directions de déplacement en translation. [1]

### I.7. Description du Toycopter :

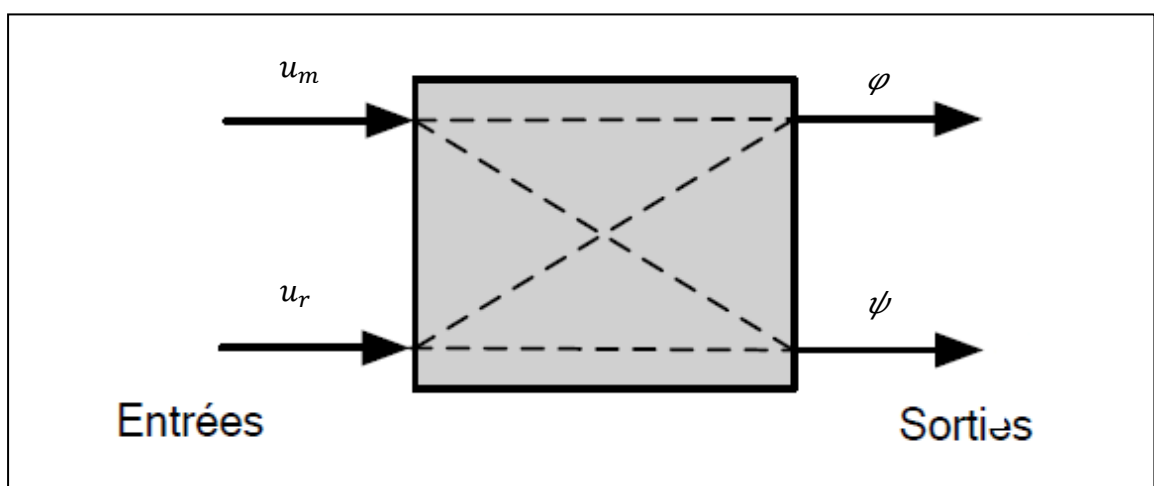
Le Toycopter ou le TRMS (Twin Rotor Mimo System) est un système multivariable à deux entrées et deux sorties, conçu pour faire approcher le comportement d'un hélicoptère de point de vue commande. Ce dispositif est un système caractérisé par une forte non-linéarité et un couplage considérable ce qui permet aux chercheurs d'étudier, tester et implémenter des nouvelles commandes avant leurs mises en œuvre sur un hélicoptère réel. Le concept de ce système est fourni par la société Feedback spécialisée dans la conception des équipements d'ingénierie, il est présenté sur la figure (I.4).

Le mouvement de la tige autour de l'axe vertical est réalisé par l'hélice de queue qui permet un déplacement angulaire  $\psi$  (angle d'orientation). Cependant, le mouvement de la tige autour de l'axe horizontal est assuré par l'hélice principale qui permet un déplacement angulaire  $\varphi$  (angle d'élévation).



**Figure (I.4) :** Simulateur d'hélicoptère de type TRMS [4].

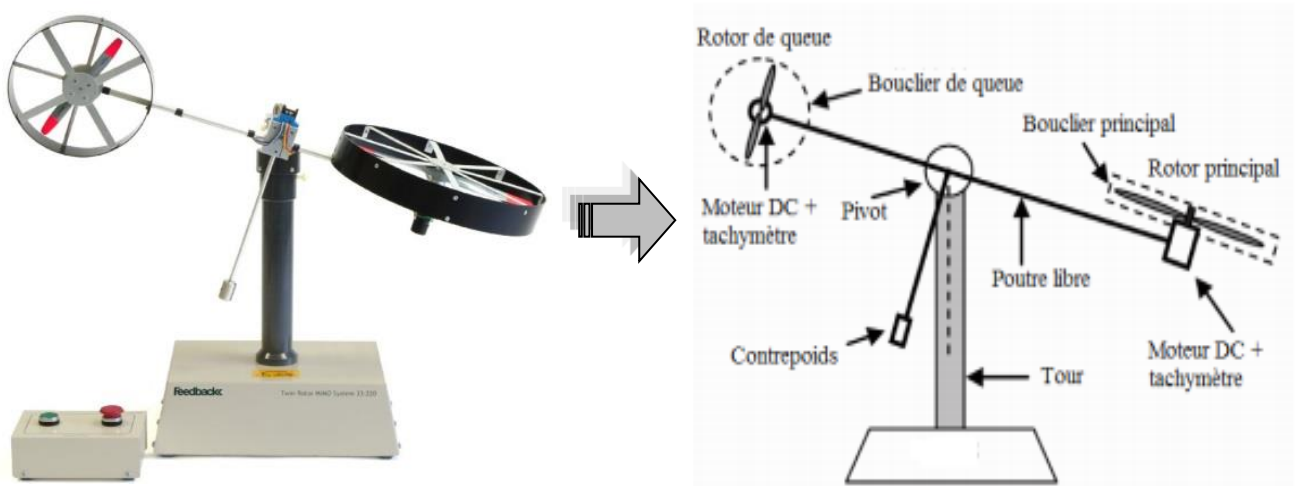
Les deux entrées du système sont les tensions  $u_m$  et  $u_r$  appliquées respectivement au moteur principal et secondaire (moteur de queue). Les deux sorties sont l'angle d'inclinaison de la tige (angle de tangage)  $\varphi$  et l'angle d'orientation (angle de lacet ou azimuth)  $\psi$ , comme illustré sur la figure (I.5).



**Figure (I.5) :** interaction des entrées-sorties d'un hélicoptère de type TRMS

Les différents éléments du TRMS sont illustrés sur la figure(I.6): [5] [6]

- La base : c'est l'élément sur lequel s'appuie le système, elle contient des circuits électroniques pour l'adaptation et le filtrage des signaux d'entrée et de sortie.
- Une tour : pour maintenir la poutre.
- Une poutre : peut pivoter sur sa base librement dans le plan horizontal et vertical.
- Deux propulseurs (principal et secondaire) : fixés sur les extrémités de la poutre, chacun formé d'une hélice, un moteur à courant continu et un bouclier pour la sécurité.
- Un contrepoids : fixé au milieu de la poutre pour diminuer les vibrations.
- Un boîtier : marche/arrêt des moteurs.



*Figure(I.6) : le simulateur d'hélicoptère à double rotors. [6]*

### I.7.1 Base du TRMS :

La base du TRMS (voir figure I.7) contient des circuits à l'intérieur, dans la partie arrière de la base on trouve différentes portes de connexion : [5] [6]

- **Interrupteur on/off** : fiche DIN pour connecter la boîte de l'interrupteur on/off des moteurs.
- **Sélecteur 110/220v.**
- **Fiche d'alimentation 110/220v.**
- **Connecteur CN1** : il se branche avec le PL1 de la boîte d'adaptation, les signaux sont ceux des deux capteurs de position, ce sont des signaux digitaux sur 16 bits.
- **Connecteur CN2** : il se branche avec le PL3, les signaux sont les tensions de commande des moteurs.
- **Connecteur CN3** : il se branche avec PL2, les signaux sont ceux des tachymètres.

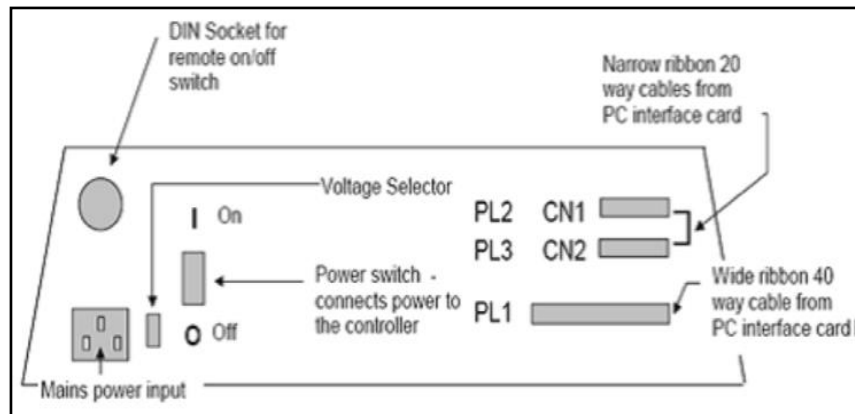


Figure (I.7): Base du TRMS. [6]

### I.7.2. Boitier marche/arrêt :

Petite boîte avec deux boutons poussoirs, le vert pour fermer le circuit d'amplification des moteurs, et le rouge pour couper l'alimentation, c'est pour protéger manuellement les moteurs en cas de mauvaise manœuvre. [6]

### I.7.3. Boite d'adaptation SCSI BOX :

Le rôle de la boîte d'adaptation est d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base du TRMS, et de séparer les signaux en fonction de leurs types, elle dispose de quatre connecteurs : [5] [6]

- **Connecteur 68 pin** : pour connecter le câble globale 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- **Connecteur PL1** : pour les entrées digitales des capteurs de positions.
- **Connecteur PL2** : pour les sorties analogiques (les tensions de commande).
- **Connecteur PL3** : pour les entrées analogiques (signaux des tachymètres des moteurs).

### I.7.4. Carte d'acquisition ADVANTECH PCI 1711

C'est une carte d'acquisition universelle qui s'installe sur le port PCI du PC de commande et dispose de connecteurs extérieurs pour des entrées/sorties analogiques et digitales. Ces principales caractéristiques sont :

- La fonction Plug & play.
- 16 entrées analogiques configurables 16 simples (single-ended) ou source flottante.
- Convertisseurs A/D industriels normalisés à approximations successives.

- 12 bits utilisés pour la conversion des entrées analogiques.
- La fréquence maximale d'échantillonnage est de 100KHz.
- Gamme des entrées analogiques programmables est contrôlable par software.
- Chaque canal dispose de sa gamme individuelle stockée dans la RAM de la carte.
- 2 sorties analogiques (convertisseurs D/A).
- 16 canaux d'entrées digitales.
- 16 canaux de sorties digitales.
- Un compteur / timer programmable.

Son principal rôle dans notre application est de permettre la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques en numériques et vice-versa. Dans notre cas, on utilise :

- Deux sorties analogiques (convertisseur D/A) pour délivrer les tensions de commande de références.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer l'angle d'élévation et d'azimut de la poutre.
- Deux entrées analogiques (convertisseur A/D) pour récupérer le retour tachymétrique des deux moteurs. [6]

## I.8. Principe de fonctionnement :

La configuration de l'étude est un système mécanique rigide composé de deux liaisons principales :

### I.8.1. La première liaison (placé à la verticale) :

Elle est articulée à la base par l'intermédiaire d'un joint de rotation, donnant naissance au mouvement horizontal du toycopter (coordonnée  $\varphi$ )

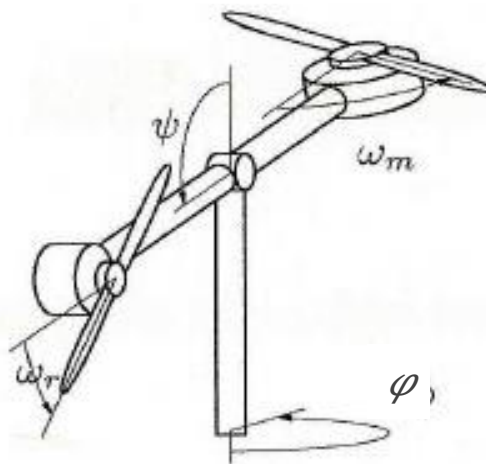


Figure (I.8) principe de fonctionnement du toycopter [7]

**I.8.2. La deuxième liaison (appelé le bras) :**

Elle est articulée sur la première liaison, par le biais d'un autre joint de rotation, permettant le déplacement vertical (Coordonnée  $\psi$ ).

Les moteurs à courant continu sont montés sur les extrémités du bras, chacune équipée d'une hélice. Ces moteurs sont montés de manière telle que leurs points des axes de rotation sont dans le sens du mouvement.

Les coordonnées sphériques( $\psi, \varphi$ ), où  $\varphi$  est l'angle horizontale entre la projection du bras sur la base horizontale, et  $\psi$  est l'angle de tangage, i.e., l'angle vertical entre l'axe vertical et le bras, peut être utilisé pour décrire le mouvement du toycopter depuis les points d'extrémité du bras restant sur une sphère.

Le moteur principal varie sa vitesse  $\omega_m$  afin de contrôler la force perpendiculaire au plan du rotor (la force aérodynamique généré le long de la Coordonnée  $\psi$ ), tandis que le moteur arrière varie sa vitesse  $\omega_r$  pour contrôler le mouvement horizontal.

Ceci peut être compris intuitivement en disant que les moteurs ont pour contrôler leurs vitesses et les coordonnées correspondantes à la direction.

Le centre de masse du système se trouve sur l'articulation entre le premier et le deuxième lien, cela rendre le système instable.

**I.9. Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons présenté une description de l'hélicoptère, ainsi que ses différents types. Par la suite nous avons présenté le Toycopter, ses composants et leur principe de fonctionnement.



# CHAPITRE II

## *Modélisation dynamique d'un Toycopter*

II.1/ Introduction :

II.2/ Application du formalisme de Lagrange pour la  
modélisation du Toycopter :

II.2.1/ Evaluation de l'énergie cinétique et potentielle ;

II.2.2/ Les forces généralisées ;

II.3/ La dynamique du système :

II.4/ La représentation d'état du Toycopter :

II.5/ Simulation en boucle ouvert:

II.6/ conclusion

**Chapitre II :****Modélisation dynamique d'un Toycopter****II.1. Introduction :**

Lorsqu'on souhaite analyser et commander le comportement d'un système, il faut d'abord passer par sa modélisation afin d'avoir son modèle mathématique, ce dernier peut s'élaborer à partir des lois physiques régissant le système étudié. Un tel modèle est appelé modèle de connaissance, modèle physique ou encore modèle de simulation.

Dans ce chapitre, nous commencerons par une modélisation détaillée du simulateur d'hélicoptère présenté dans le chapitre précédent, on présentera ensuite le modèle non-linéaire du TRMS et on terminera par quelques résultats de simulation en boucle ouverte.

**II.2. Application du formalisme de Lagrange pour la modélisation du Toycopter :**

Le formalisme de Lagrange est utilisé pour modéliser le comportement dynamique du Toycopter. Cette approche particulière est assez simple à mettre en œuvre.

Pour déterminer le mode dynamique on doit prendre en considération les hypothèses suivantes :

- les effets du sol et ceux de la vitesse relative sont négligés
- la force de poussé de l'hélice est considérée proportionnelle au carré de la vitesse de rotation du rotor.
- l'air génère un couple de frottement proportionnel au carré de la vitesse de rotation du rotor.
- l'air génère un couple de frottement proportionnel au carré de la vitesse sur les hélices.
- le frottement du moteur est purement visqueux. Les frottements du bras, et du corps sont visqueux.

La première étape de modélisation consiste à sélectionner des coordonnées généralisées, l'ensemble choisi est :  $\{\varphi, \emptyset, \rho_m, \rho_r\}$ .

Où :  $\rho_m$  et  $\rho_r$  représentent les angles de l'hélice. (Les indices m et r signifient : principal et arrière).



**II.2.1. Evaluation de l'énergie cinétique et potentielle :**

**II.2.1.1. L'énergie cinétique :**

L'énergie cinétique totale consiste à déterminer quatre termes, chacun correspond à l'un des corps rigides du Toycopter (bras :  $W_a$ , corps :  $W_b$ , l'hélice principale :  $W_m$  et l'hélice arrière  $W_r$ ).

$$W_c = W_a + W_b + W_m + W_r \tag{II. 1}$$

Pour obtenir chacun de ces termes, nous allons utiliser la formule générale de l'énergie cinétique d'un corps unique et rigide  $W_{cr}$ .

$$W_{CR} = \frac{1}{2} M v_A^T v_A + M v_A^T (\Omega \times AG) + \frac{1}{2} \Omega^T I_A \Omega \tag{II. 2}$$

Avec :

A : Est un point du corps rigide, i s déplace avec une vitesse linéaire instantanée  $v_A$ .

$\Omega$  : La vitesse angulaire instantanée.

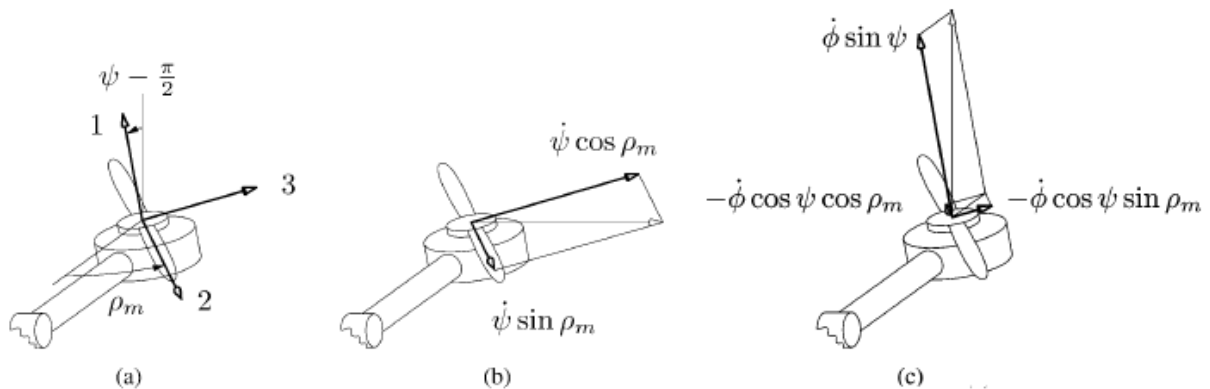
M : La masse de la rigidité du corps centré au point G.

$I_A$  : Le tenseur d'inertie par rapport à un cadre fixé au point A du corps rigide.

Puisqu'il y'a quatre différents corps rigides dans la configuration, on a besoin alors de calculer huit vitesse, et d'appliquer la formule à chaque corps.

La vitesse angulaire principale est obtenue en additionnant les trois vitesses angulaires qui découlent de rotation le long de  $\rho_m$ ,  $\psi$  et  $\phi$ .

Cela résulte de la composition des vitesses angulaires du déplacement référentiel. La figure(II.1) illustre les contributions de  $\dot{\phi}$  et de  $\dot{\psi}$  à la angulaire principale.



**Figure(II.1):** Calcul de la vitesse angulaire principale [8]

(A) un cadre fixé au corps rigide formé par l'hélice principale et son rotor du moteur (1, 2,3).

Les deux coordonnées et  $\rho_m$  sont également indiquées.

(b) et (c) contribution  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\phi}$  au cadre ci-joint. Les flèches claires représentent  $\dot{\psi}$  dans (b), et  $\dot{\phi}$  dans(c).

Un calcul similaire peut être effectué pour l'axe arrière. Le résultat sera comme suit :

$$\Omega_m = [\dot{\phi} \sin \psi + \dot{\rho}_m \psi \sin \rho_m + \phi \cos \psi \cos \rho_m \psi \cos \rho_m - \phi \cos \psi \sin \rho_m]^T \quad (\text{II. 3})$$

$$\Omega_m = [\dot{\rho}_r + \psi - \phi \cos(\psi + \rho_r) \phi \sin(\psi + \rho_r)]^T \quad (\text{II. 4})$$

Pour les rotors, l'hélice principale et arrière, le point A dans la formule générale de l'énergie cinétique est choisie pour être égale au centre de masse G.

Il nous reste à calculer les vitesses linéaires de ces deux centres.

Soit :

M(R) : est le centre de masse du rotor de l'hélice principale (arrière)du rotor.

OM et OR : désignent la longueur entre le centre de rotation du bras et le centre de masse correspondant.

La vitesse linéaire est due aux deux rotations à la vitesse angulaire  $\dot{\phi}$  et  $\dot{\psi}$ .

La vitesse linéaire instantanée du centre de l'hélice de la masse exprimée dans le cadre fixe attachée à l'hélice est donnée (pour l'hélice principale et l'hélice arrière) comme suit :

$$v_m = [\dot{\psi} OM \dot{\phi} \sin \psi \sin \rho_m OM \dot{\phi} \sin \psi \cos \rho_m OM]^T \quad (\text{II. 5})$$

$$v_r = [\dot{\phi} \sin \psi OR \dot{\psi} \sin \rho_r OR - \dot{\psi} \cos \rho_r OR]^T \quad (\text{II. 6})$$

En raison du choix du point A, e second terme dans la formule de l'énergie cinétique  $W_{CR}$  s'annule. L'examen d'un tenseur d'inertie en diagonale (pour les deux hélices) donne :

$$W_m = \frac{1}{2} M_m v_m^T v_m + \frac{1}{2} [I_{m1} (\dot{\rho}_m + \dot{\phi} \sin \phi)^2 \times (I_{m23} \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi + \dot{\phi}^2)] \quad (\text{II. 7})$$

$$W_r = \frac{1}{2} M_r v_r^T v_r + \frac{1}{2} I_{r1} (\dot{\phi} + \dot{\rho}_r)^2 + \frac{1}{2} I_{r23} \dot{\phi}^2 \quad (\text{II. 8})$$

Dans les équations ci-dessus, l'angle de l'hélice n'apparaît pas, car nous admettons que  $I_{r2} = I_{r3} = I_{r23}$  et  $I_{m2} = I_{m3} = I_{m23}$ . Cela permettra de réduire par l'un de l'ordre de la dynamique du système.

Les coordonnées  $\rho_m$  et  $\rho_r$  sont appelées les coordonnées cycliques, car elles ne figurent pas explicitement ni dans le lagrangien, ni dans la force généralisée.

Selon la même approche, le reste des énergies cinétiques peut être exprimé comme suit :

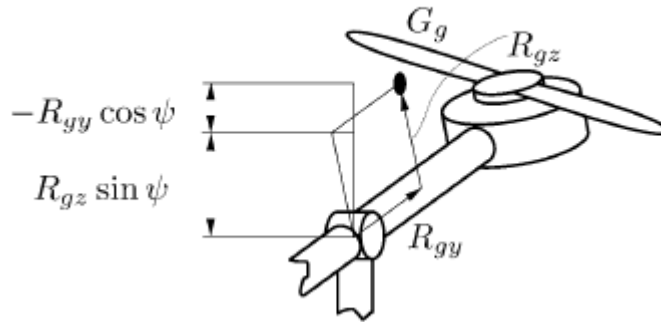
$$W_a = \frac{1}{2} I_{b11} \dot{\phi}^2 \cos^2 \psi + \frac{1}{2} I_{b33} \dot{\phi}^2 \sin^2 \psi \quad (\text{II. 9})$$

$$W_b = \frac{1}{2} I_b \dot{\phi}^2 \quad (\text{II. 10})$$

II.2.1.2. L'énergie potentielle :

Le centre de masse du Toycopter  $G_g$  ( $G_g$ : est utilisé pour la distinguer de  $G$ , la variable générique indiquant le centre de masse de l'un des quatre organes rotatifs à laquelle la formule de L'énergie cinétique est appliquée), n'est pas forcément sur le centre de rotation.

Il est censé de se trouver quelque part dans le plan contenant le bras, et le centre de rotation. Ainsi, deux paramètres sont nécessaires pour décrire sa position.



Figure(II.2) : Hélicoptère avec son centre de masse, et les distances projetées nécessaires Pour calculer l'énergie potentielle

Utilisant la figure (II.2), L'énergie potentielle peut être mise sous la forme :

$$W_p = M_t g (R_{gz} \sin \psi - R_{gy} \cos \psi) = G_s \cos \psi - \sin \psi \quad (\text{II. 11})$$

Élargir le lagrangien  $L = W_a + W_b + W_m + W_r - W_p$  montre un regroupement des constantes physiques dans phénoménologiques.

$$I_\phi = I_b + I_{b22} + I_{m23} + I_{r23} \quad (\text{II. 12})$$

$$I_c = I_{b33} - I_{b22} + I_{m1} - I_{m23} + M_m OM^2 + M_r OR^2 \quad (\text{II. 13})$$

$$I_\emptyset = I_{b11} + I_{m23} + I_{r1} + M_m OM^2 + M_r OR^2 \quad (\text{II. 14})$$

Le lagrangien sera donc :

$$L = W_a + W_b + W_m + W_r - W_p \quad (\text{II. 15})$$

$$L = \frac{1}{2} I_\phi \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} I_c \sin^2 \psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} I_\emptyset \dot{\psi}^2 + I_{m1} \dot{\psi} \sin \psi \dot{\phi} \dot{\rho}_m + \frac{1}{2} I_{m1} \dot{\rho}_m^2 + I_{r1} \dot{\psi} \dot{\rho}_r^2 - G_s \cos \psi + G_c \sin \psi \quad (\text{II. 16})$$

Ces constantes phénoménologiques peuvent être calculées aussi à partir des paramètres du modèle, lorsqu'ils sont connus, ou identifiés expérimentalement.

### II.2.2. Les forces généralisées :

Le système est soumis l'effet de plusieurs forces extérieures telles que les forces aérodynamiques, les forces de frottement, et les électromécanique.

Premièrement, concernant les forces aérodynamiques, les hélices engendrent des couples proportionnels au carré de la vitesse. Ainsi que les orientations de l'hélice principale ( $C_m|\omega_m|\omega_m$  et  $C_r|\omega_r|\omega_r$ ), les hélices génèrent des contre-couples aérodynamiques ( $C_{m1}|\omega_m|\omega_m$  et  $C_{r1}|\omega_r|\omega_r$ ).

La résistance de l'air est présente sur les angles des ailettes ( $C_{m\eta}|\omega_m|\omega_m$  et  $C_{r\eta}|\omega_r|\omega_r$ ). ainsi que sur les moteurs ( $C_{m1}|\omega_m|\omega_m$  et  $C_{r1}|\omega_r|\omega_r$ ).

Deuxièmement, les effets dissipatifs sont présents dans le système, et ils sont modélisés come des forces visqueuses. Sur l'axe  $\psi$ , le frottement visqueux sera considéré avec  $C_\psi\dot{\psi}$ , le couple correspondant agissant sur cet axe. De même, sur l'axe  $\varphi$ ,  $C_\varphi\dot{\varphi}$  représentera le frottement visqueux.

Enfin, les moteurs électriques reçoivent un couple électromoteur :  $K_m u_m$  pour le moteur principal et  $K_r u_r$  pour le moteur arrière, où  $u_m$  et  $u_r$  représentent les tensions d'entrées de ce moteur.

Ces couples sont accompagnées de :

- couples réactifs dus aux frottements visqueux, et la force électromotrice due à la rotation, modélisés par  $-F_m\omega_m$  et  $-F_r\omega_r$ .
- La résistance de l'air  $-C_{m1}(\eta_m)\omega_m|\omega_m|$  et  $-C_{r1}(\eta_r)\omega_r|\omega_r|$ . Puisque toutes les contraintes ne dépendent pas du temps, il suffit d'envisager un petit déplacement  $\delta q$  de la coordonnée  $q$  pour évaluer  $F_q$ .

La force généralisée associée sera alors :

$$F_q \delta q = W_q \quad (\text{II. 17})$$

Où:  $W_q$  est le travail effectué par toutes les forces (ces forces sont constantes le long du déplacement  $\delta q$ ).

Après des manipulations algébriques simples, on obtient :

$$F_\psi = C_m(\eta_m)\dot{\rho}_m|\dot{\rho}_m| - C_{r1}(\eta_r)\dot{\rho}_r|\dot{\rho}_r| - C_\psi\dot{\psi} \quad (\text{II. 18})$$

$$F_\varphi = C_r(\eta_r)\rho_r|\dot{\rho}_r|\sin(\psi) - C_{m1}(\eta_m)\dot{\rho}_m|\dot{\rho}_m| - C_\varphi\dot{\varphi} - C_{\varphi 0}\text{sgn}\dot{\varphi} \quad (\text{II. 19})$$

$$F_{\rho m} = K_m u_m - F_m\dot{\rho}_m - C_{m1}\dot{\rho}_m|\dot{\rho}_m| \quad (\text{II. 20})$$

$$F_{\rho r} = K_r u_r - F_r\dot{\rho}_r - C_{r1}\dot{\rho}_r|\dot{\rho}_r| \quad (\text{II. 21})$$

### II.3.La dynamique du système :

la méthode de Lagrange peut être élégamment mise en œuvre pour déterminer les équations dynamique, et des forces généralisées du Toycopter, en utilisant la formule suivante :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_q$$

Avec :  $q = \psi, \varphi, \rho_m, \rho_r$ .

Puisque  $\rho_m$  et  $\rho_r$  sont des coordonnées cycliques, qui n'apparaissent pas dans les forces généralisées, une nouvelle notation sera utilisée pour décrire les vitesses angulaires de l'hélice,  $\omega_m = \dot{\rho}_m$  et  $\omega_r = \dot{\rho}_r$

La dynamique sera donc : (posant  $I_r = I_{r1}$  et  $I_m = I_{m1}$ )

$$I_\psi \ddot{\psi} + I_r \dot{\omega}_r = C_m \omega_m |\omega_m| - C_{r1} \omega_r |\omega_r| - C_\psi \dot{\psi} + G_s \sin \psi + G_c \cos \psi + \frac{1}{2} I_c \dot{\varphi}^2 \sin(2\psi) + I_m \omega_m \dot{\varphi} \dot{\psi} \cos \psi. \quad (\text{II. 22})$$

$$(I_\varphi + I_c \sin^2(\psi)) \ddot{\varphi} + I_m \omega_m \sin \psi = C_r \omega_r |\omega_r| \sin \psi + C_{m1} \omega_m |\omega_m| \sin \psi - I_c \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin(2\psi) - I_m \omega_m \dot{\psi} \cos \psi - C_\varphi \dot{\varphi}. \quad (\text{II. 23})$$

$$I_m \dot{\omega}_m + I_m \ddot{\varphi} \sin \psi = K_m u_m - F_m \omega_m - C_{m1} \omega_m |\omega_m| - I_m \dot{\psi} \dot{\varphi} \cos \psi. \quad (\text{II. 24})$$

$$I_r \dot{\omega}_r + I_r \ddot{\psi} = K_r u_r - F_r \omega_r - C_{r1} \omega_r |\omega_r|. \quad (\text{II. 25})$$

D'un point de vue pratique, les accouplements figurant dans les équations du moteur tels que l'accélération  $\ddot{\psi}$  qui apparaît avec l'accélération de l'hélice principale  $\dot{\omega}_m$  peut être négligé.

Cela peut être justifiée par le fait que les forces  $I_\psi \ddot{\psi}$  et  $I_m \dot{\omega}_m$  sont d'un ordre de grandeurs comparables et, par conséquent, la force  $I_m \ddot{\psi}$  est dans plus petit rapport d'inertie  $\frac{I_m}{I_\psi}$ , que la force  $I_m \dot{\omega}_m$ .

Les équations simplifiées de L'hélice seront alors:

$$I_m \dot{\omega}_m = K_m u_m - F_m \omega_m - C_{m1} \omega_m |\omega_m| = I_m v_m \quad (\text{II. 26})$$

$$I_r \dot{\omega}_r = K_r u_r - F_r \omega_r - C_{r1} \omega_r |\omega_r| = I_r v_r \quad (\text{II. 27})$$

Où :  $v_m$  et  $v_r$  servent comme des entrées du système. [8]

Pour une meilleure compréhension de la physique du modèle, voici l'explication des termes apparaissant ci-dessus :

$I_r \dot{\omega}_r$  et  $I_m \dot{\omega}_m \sin \psi$  : Contre-couples inertiels de  $\psi$  et de  $\varphi$ .

$G_s \sin \psi$  et  $G_c \cos \psi$  : Effet de gravité (centre de gravité  $\neq$  centre de rotation).

$C_{m1} \omega_m |\omega_m|$  et  $C_{r1} \omega_r |\omega_r|$  : Effet aérodynamiques principaux.

$C_m \omega_m |\omega_m|$  et  $C_r \omega_r |\omega_r|$  : Effet aérodynamiques secondaires (couplage).

- $\frac{1}{2}I_c\dot{\varphi}^2 \sin(2\psi) :$  Effet centrifuge selon  $\psi$ .
- $I_m\omega_m\dot{\varphi} \cos \psi :$  Effets de Coriolis selon  $\psi$ .
- $I_c\dot{\psi}\dot{\varphi} \sin(2\psi)$  et  $I_m\omega_m\dot{\psi} \cos \psi :$  Effets de Coriolis selon  $\varphi$ .
- $C_\varphi\dot{\varphi}$  et  $C_\psi\dot{\psi} :$  Forces de frottement.
- $K_i$  et  $F_i :$  Paramètres des moteurs (constante de couple et de temps).
- $u_r$  et  $u_m:$  Tensions des moteurs-les entrées du système.
- $\varphi$  et  $\psi :$  sorties du système (élévation et azimut).
- $\omega_m$  et  $\omega_r:$  vitesses angulaires des hélices (principale et arrière).

Les valeurs des coefficients sont données dans le tableau(II.1) suivant :

paramètre	Valeur	Unités
$I_\psi$	$40 \cdot 10^{-3}$	Kg m2
$I_\phi$	$6.7 \cdot 10^{-3}$	Kg m2
$I_c$	$31.4 \cdot 10^{-3}$	Kg m2
$C_\psi$	$6 \cdot 10^{-3}$	Nm s rad-1
$C_\varphi$	$2 \cdot 10^{-3}$	Nm s rad-1
$C_m$	$3.64 \cdot 10^{-6}$	Nm s2 rad-1
$C_{m1}$	$3 \cdot 10^{-7}$	Nm s2 rad-1
$C_r$	$1.26 \cdot 10^{-6}$	Nm s2 rad-1
$C_{r1}$	$1.6 \cdot 10^{-7}$	Nm s2 rad-1
$I_m$	$21 \cdot 10^{-5}$	Kg m2
$I_r$	$54.4 \cdot 10^{-6}$	Kg m2
$F_m$	$15 \cdot 10^{-5}$	Nm s rad-1
$F_r$	$15 \cdot 10^{-5}$	Nm s rad-1
$K_m$	$4.37 \cdot 10^{-3}$	Nm V-1
$G_s$	$-60 \cdot 10^{-3}$	Nm
$G_c$	-0.31	Nm

Tableau (II.1) : Les valeurs des coefficients du modèle. [8]

En regardant les équations, on voit directement la complexité introduite par les termes de couplages d'une part et les non-linéarités d'autre part. Note au passage que les différents coefficients ont été identifiés et qu'ils sont par conséquent entachés d'une certaine erreur.

En particulier, la densité de l'air environnant peut changer d'un jour à l'autre.

A partir de ces quatre équations, on a procédé à la conception de la stratégie de contrôle utilisée dans ce projet.

#### II.4. La représentation d'état du Toycopter :

Dans ce travail, nous nous sommes proposé de mettre en œuvre une régulation d'état, nous choisissons comme état :

$$x = (\psi, \dot{\psi}, \varphi, \dot{\varphi}, \omega_m, \omega_r)^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)^T.$$

Nous définissons également le vecteur d'entrée  $v$ , et le vecteur de sortie:

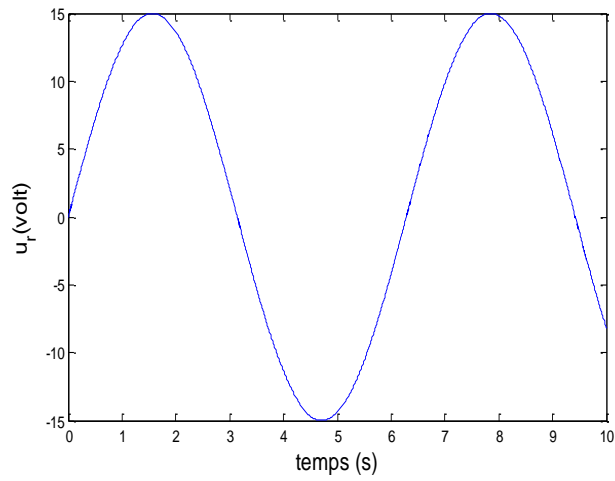
$$\begin{cases} v = (v_m, v_r)^T \\ y = (\psi, \varphi)^T \end{cases}$$

La notation de l'entrée ( $v$  plutôt que  $u$  comme dans la plupart des ouvrages de la littérature) a été préférée afin d'éviter une confusion avec les entrées du système réel  $u$  qui sont des tensions (voir les relations (I. 26) et (I. 27)).

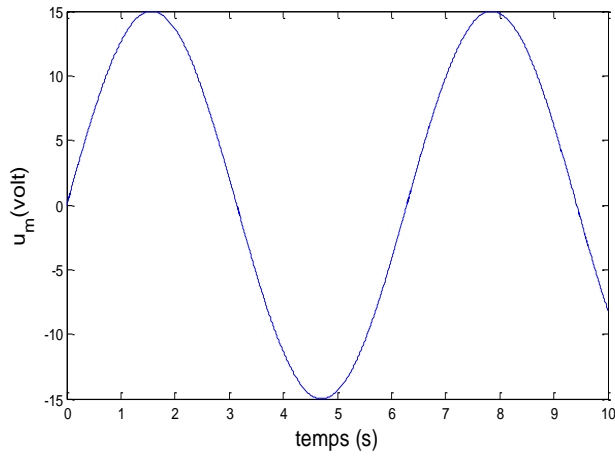
Partant des relations (I. 22) à (I. 25), nous obtenons les équations d'état sous forme canonique suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{I_\psi} [C_m x_5 |x_5| + G_s \sin x_1 + G_c \cos x_1 + \frac{1}{2} I_c (x_4)^2 \sin(2x_1) - C_\psi x_2 + I_m x_5 x_4 \cos x_1 - K_r u_r + F_r x_6] \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{(I_\psi + I_c \sin^2(x_1))} [C_r x_6 |x_6| \sin x_1 - I_c x_2 x_4 \sin(2x_1) + I_m x_5 x_2 \cos x_1 - C_\varphi x_4 - K_m u_m \sin x_1 + F_m x_5 \sin x_1 - C_{\varphi 0} \operatorname{sgn} x_4] \\ \dot{x}_5 = \left(\frac{1}{I_m}\right) (K_m u_m - F_m x_5 - C_{m1} x_5 |x_5|) \\ \dot{x}_6 = \left(\frac{1}{I_r}\right) (K_r u_r - F_r x_6 - C_{r1} x_6 |x_6|) \end{cases} \quad (\text{II. 28})$$

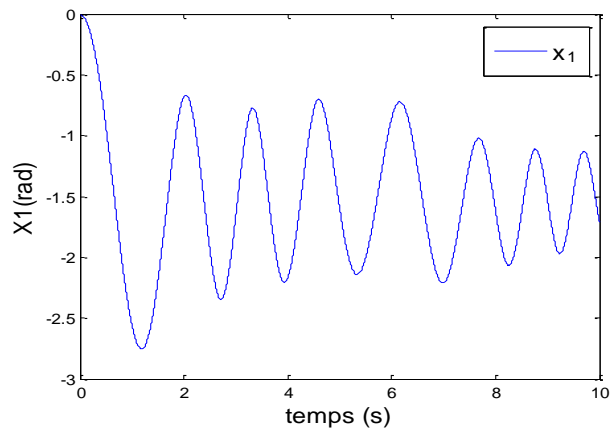
II.5. Simulation en boucle ouvert :



Figure(II.3) Signal de commande  $u_r$

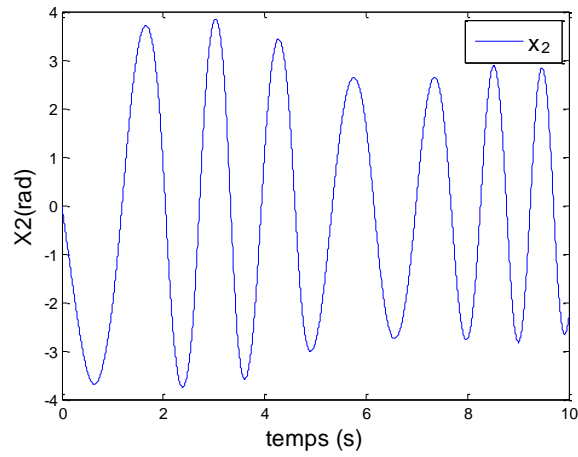


Figure(II.4) Signal de commande  $u_m$

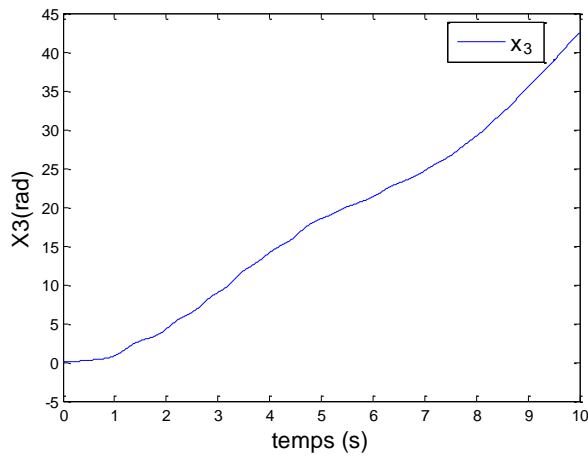


Figure(II.5) Angle de lacet  $\psi$

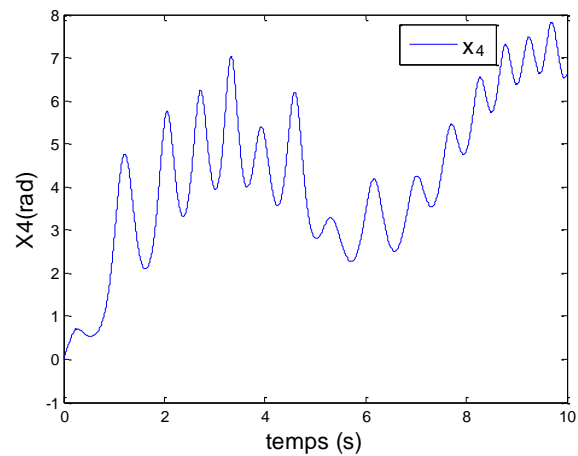




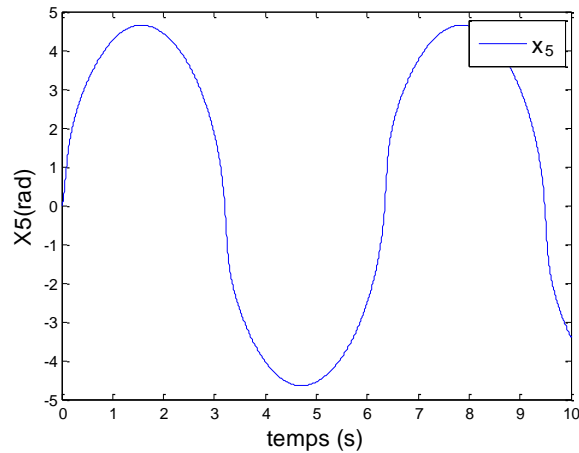
Figure(II.6) Dérivée angle de lacet  $\dot{\psi}$



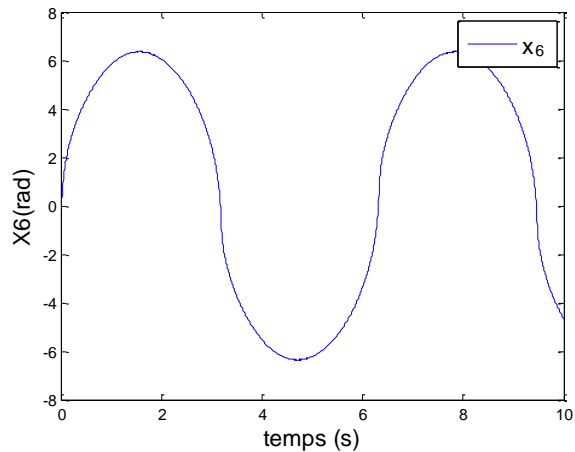
Figure(II.7) Angle de tangage  $\varphi$



Figure(II.8) Dérivée angle de tangage  $\dot{\phi}$



**Figure(II.9)** Couple électromagnétique  $v_m$



**Figure(II.10)** Couple électromagnétique  $v_r$

Dans la simulation en boucle ouvert effectuée avec une entrée sinusoïdale, nous avons obtenus les résultats montrées dans les figures (II.3-II.10). De ces figures, nous avons montré la dynamique du Toycopter qui est fortement non-linéaire. On constate d'après les résultats obtenus que le système définit un comportement instable.

## II.6. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle dynamique complet du Toycopter. Le modèle de ce dernier consiste en un système de six équations. Une simulation en boucle ouverte du Toycopter a été effectuée afin de valider son modèle en vue de son utilisation par la suite.



# CHAPITRE III

## *Commande linéaire PID*

III.1/ Introduction ;

III.2/ Le correcteur;

III.3/ But de la correction ;

III.4/ Aspects fonctionnels du régulateur PID ;

III.4 .1. Action proportionnelle (P) ;

III.4.2. Action intégrale et proportionnelle intégrale ;

III.4.3. Action proportionnelle dérivée (PD) ;

III.4.4. Action Proportionnelle intégrale Dérivée (PID) ;

III.5. teste de simulation ;

III.6/ conclusion

**Chapitre III :****Commande Linéaire PID****III.1. Introduction :**

Bien que le contrôle proportionnel ait été employé par les Grecs en 250 avant J.C., pour réaliser un système de contrôle de niveau d'eau basé sur un principe similaire à celui de la chasse d'eau, on peut considérer que le régulateur PID à 3 modes (proportionnel, intégral et dérivé) date des années 1930 où il est devenu commercialement disponible. Les premières études théoriques datent de cette période. Le contrôle par contre-réaction (ou feed-back en anglais) a joué un rôle essentiel pour le développement dans les années 30 des amplificateurs opérationnels très utilisés en électronique. Le contrôleur PID pneumatique s'est répandu dans l'industrie dans les années 40. Il a été remplacé par le contrôleur électronique dans les années 50 et les premières applications des ordinateurs ont eu lieu au début des années 60 mais ce n'est qu'avec l'avènement du circuit intégré numérique dans les années 70 que l'électronique digitale s'est répandue. Aujourd'hui la puissance disponible sur les automates ou les SNCC (Système Numérique de Contrôle Commande) permet d'envisager l'utilisation d'algorithmes beaucoup plus sophistiqués que le PID à 3 modes des années 30. Cependant le poids du passé est important, au niveau matériel d'abord, car beaucoup d'installations sont encore en pneumatique, mais aussi dans l'esprit des industriels, le PID reste le régulateur le plus utilisé et le mieux connu, et bien qu'implanté sous forme numérique et avec de nombreuses améliorations, il se présente à l'utilisateur sous une forme très proche de la version initiale continue. Comme nous le verrons, ceci peut être dans certains cas une limitation. [9]

L'objectif de ce chapitre est d'introduire des notions de base sur la commande appliquée au TRMS (Twin Rotor Mimo System).

Il existe plusieurs approches de commande linéaire, les lois de commande correspondantes sont calculées à partir d'un modèle linéaire obtenu par la linéarisation autour d'un point.

Dans ce chapitre on concerne la présentation des commandes linéaires telles que la commande classique PID

### III .2. Le correcteur :

Sans mettre en jeu de l'énergie appréciable, le correcteur constitue la partie « intelligente » de l'asservissement et sa détermination judicieuse confère à l'asservissement ses qualités. Aisé à modifier, le correcteur peut être muni d'une variation automatique de ses paramètres suivant la plage de fonctionnement du procédé, dans le cas où celle-ci évolue lentement. [10], [11]

### III .3. But de la correction :

Le concepteur de l'asservissement rencontre deux types de situations auxquelles, il doit faire face :

- Assurer une réponse acceptable pour des signaux de consigne définis en fonction du temps (par exemple : cycle de température pour un traitement thermique) ;
- Fournir des caractéristiques fréquentielles (gain, déphasage) demandées dans une bande de fréquences (par exemple : asservissement du mouvement d'un haut-parleur dans un système haute-fidélité).

On impose les qualités de l'asservissement en termes de spécifications temporelles dans le premier cas, en spécifications fréquentielles dans le second cas. Le but de la correction est de doter l'asservissement des qualités attendues, par le calcul et l'implantation du correcteur nécessaire.

Les opérateurs essentiels du correcteur sont réalisables à partir d'amplificateurs à courant continu et d'éléments résistances/capacités.

La réalisation numérique peut se transposer aisément à partir d'un schéma analogique, en conservant la même organisation fonctionnelle et en associant un intégrateur numérique à chaque intégrateur électronique. [9]

### III.4. Aspects fonctionnels du régulateur PID :

La réalisation de la boucle d'asservissement par un PID comporte deux aspects essentiels :

- Le réglage du régulateur PID, pour lequel la connaissance d'un modèle dynamique du procédé d'une part et les performances désirées d'autre part déterminent le choix de la méthode de synthèse.
- L'implantation du régulateur dans une version analogique ou numérique et dans une configuration série, parallèle ou mixte. [12]

### III.4.1. Action proportionnelle (P) :

#### III.4.1.1. Principe de l'action proportionnelle :

L'objectif du contrôle par feed-back est de ramener le signal d'erreur  $\varepsilon(t)$ , différence entre la mesure et la consigne vers l'entrée. L'action proportionnelle consiste à générer une action qui varie de façon proportionnelle au signal d'erreur :

$$U(t) = U_0 + K_0\varepsilon(t) = U_0 + K_C(Y_C(t) - Y(t)) \quad (\text{III.1})$$

Où :

$U(t)$  : est la sortie du contrôleur.

$U_0$  : est une valeur d'offset.

$K_C$  : est le gain du contrôleur.

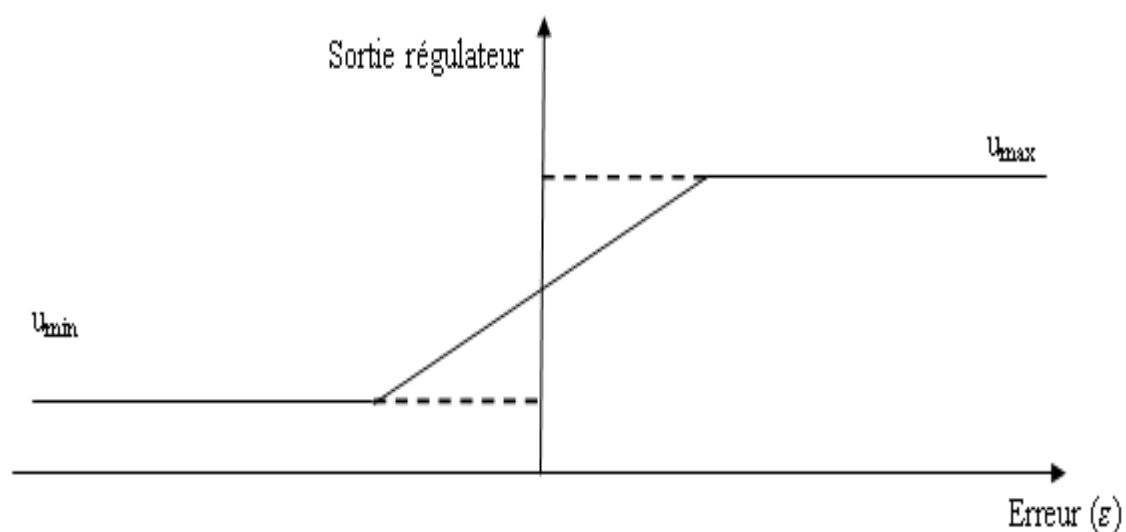
$Y_C(t)$  : est la consigne.

$Y(t)$  : est la mesure de la variable à réguler.

Le gain  $K_C$  est ajustable pour des valeurs normalisées -10% à 110%. C'est un nombre sans dimension. Par convention, on le choisit positif et on distingue deux sens d'action :

- Le sens direct : dans ce cas : l'erreur  $\varepsilon(t)$  et l'action  $u(t)$  varient dans le même sens.
- Le sens inverse : dans ce cas :  $\varepsilon(t)$  et  $u(t)$  varient en sens inverse (c'est le cas habituel).

Pour tenir compte des limites physiques du système. On spécifie aussi la zone de variation admissible pour l'action par sa valeur maximale  $U_{\max}$  et sa valeur minimale  $U_{\min}$ . Quand le régulateur atteint l'une de ses bornes, on dit qu'il est saturé [11], [13], [14], voir la figure (I.2).



**Figure(III.1) :** Régulateur proportionnel

**III.4.1.2. Fonction de transfert d'un régulateur proportionnel :**

La fonction de transfert du régulateur proportionnel s'obtient en prenant la transformée de Laplace de l'équation (I.1) comme suit :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_C \quad (\text{III.2})$$

**III.4.1-3. Limite du régulateur proportionnel :**

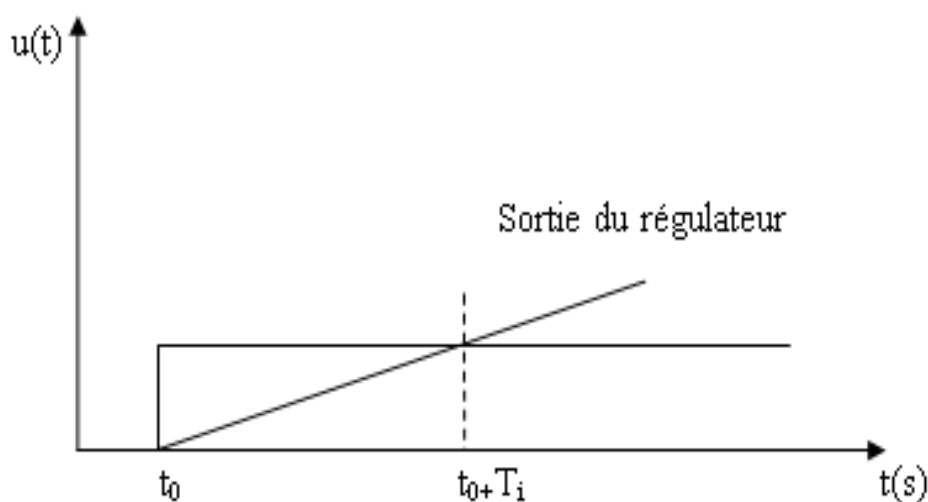
Un inconvénient inhérent au régulateur P est son incapacité à éliminer les erreurs en régime permanent, après un changement de point de consigne ou une charge. A cause de cette limitation, le contrôleur proportionnel ne s'emploie que rarement. [11]

**III.4.2. Action intégrale et proportionnelle intégrale :****III.4.2.1. Action intégrale seul :**

La sortie d'un régulateur intégral est de la forme :

$$U(t) = \frac{1}{T} \int_0^t \varepsilon(t) dt \quad (\text{III.3})$$

Le coefficient  $T_i$  est appelé la constante de temps intégrale et s'exprime en t-1. L'ajustage de  $T_i$  permet de doser l'effet de l'intégrale :  $T_i$  représente le temps nécessaire pour que la variation de sortie du contrôleur soit égale à celle de l'amplitude d'une variation en échelon sur l'entrée du régulateur. [11]



**Figure (III.2) :** Sortie d'un régulateur intégral pur

L'intérêt du contrôleur intégral est de permettre d'éliminer l'erreur du régulateur qui persistait avec un régulateur proportionnel seul.

### III.4.2.2. Action Proportionnel intégrale (PI) :

Le correcteur intégral est rarement utilisé seul, car son effet ne devient sensible que lorsque l'erreur dure depuis un certain temps. Pour obtenir une réponse initiale plus rapide, on l'utilise avec un correcteur proportionnel. La sortie d'un régulateur PI est de la forme suivante [11], [14] :

$$U(t) = U_0 + K_c(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt) \quad (\text{III.4})$$

### III.4.2.3. Fonction de transfert d'un régulateur proportionnel intégral :

La fonction de transfert du régulateur PI s'obtient en prenant la transformée de Laplace de l'équation précédente :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \quad (\text{III.5})$$

### III.4.3. Action proportionnelle dérivée(PD) :

#### III.4.3-1- Principe de l'action :

L'objectif de l'action dérivée est d'anticiper les variations à venir du signal de mesure en appliquant une correction proportionnelle à sa vitesse de variation. L'action dérivée a un effet prédictif. La sortie d'un régulateur PD idéal est de la forme [10], [11] :

$$U(t) = U_0 + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (\text{III.6})$$

La constante  $T_d$  est appelé temps de dérivée.



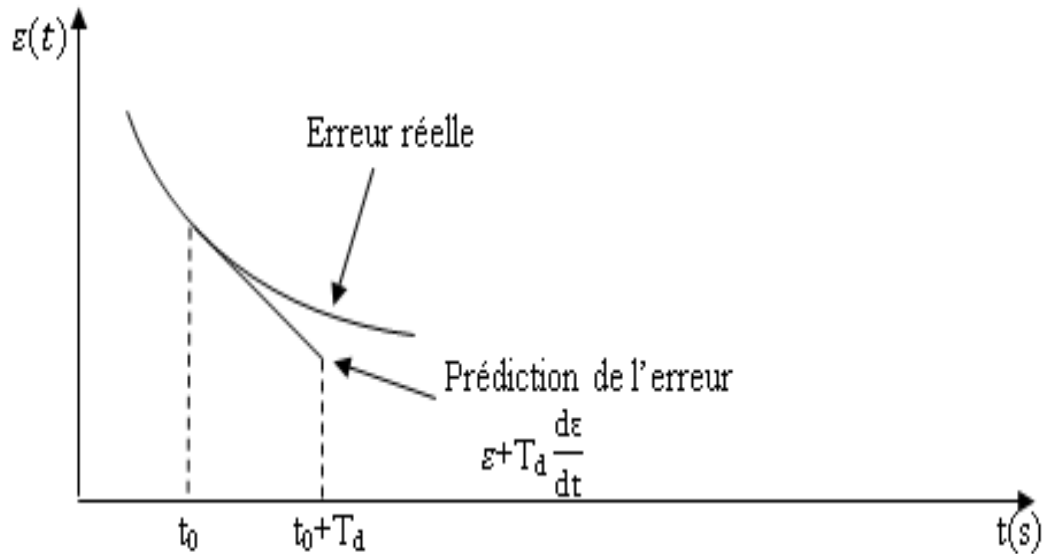


Figure (III.3) : Effet prédictif du terme dérivé.

### III.4.3.2. Fonction de transfert du correcteur PD :

La fonction de transfert du régulateur PD idéal s'obtient en prenant la transformée de Laplace de l'équation précédente.

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_C(1 + T_d p) \quad (\text{III.7})$$

### III.4.3.3. Filtrage de la dérivée :

En pratique, il n'est pas possible de réaliser un régulateur dérivée idéal. On utilise en fait un module de dérivée filtrée :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{T_d p}{1 + \frac{T_d}{N} p} \quad (\text{III.8})$$

Le réglage de la constante de filtrage  $T_d/N$  permet d'amortir et de limiter la sortie du régulateur figure (I.4). Le coefficient  $N$  correspond au gain du module 'dérivée filtrée'. En d'autres termes, le bruit de mesure ou les changements de consigne sont amplifiés au plus par un coefficient  $N$ . [11] [13]

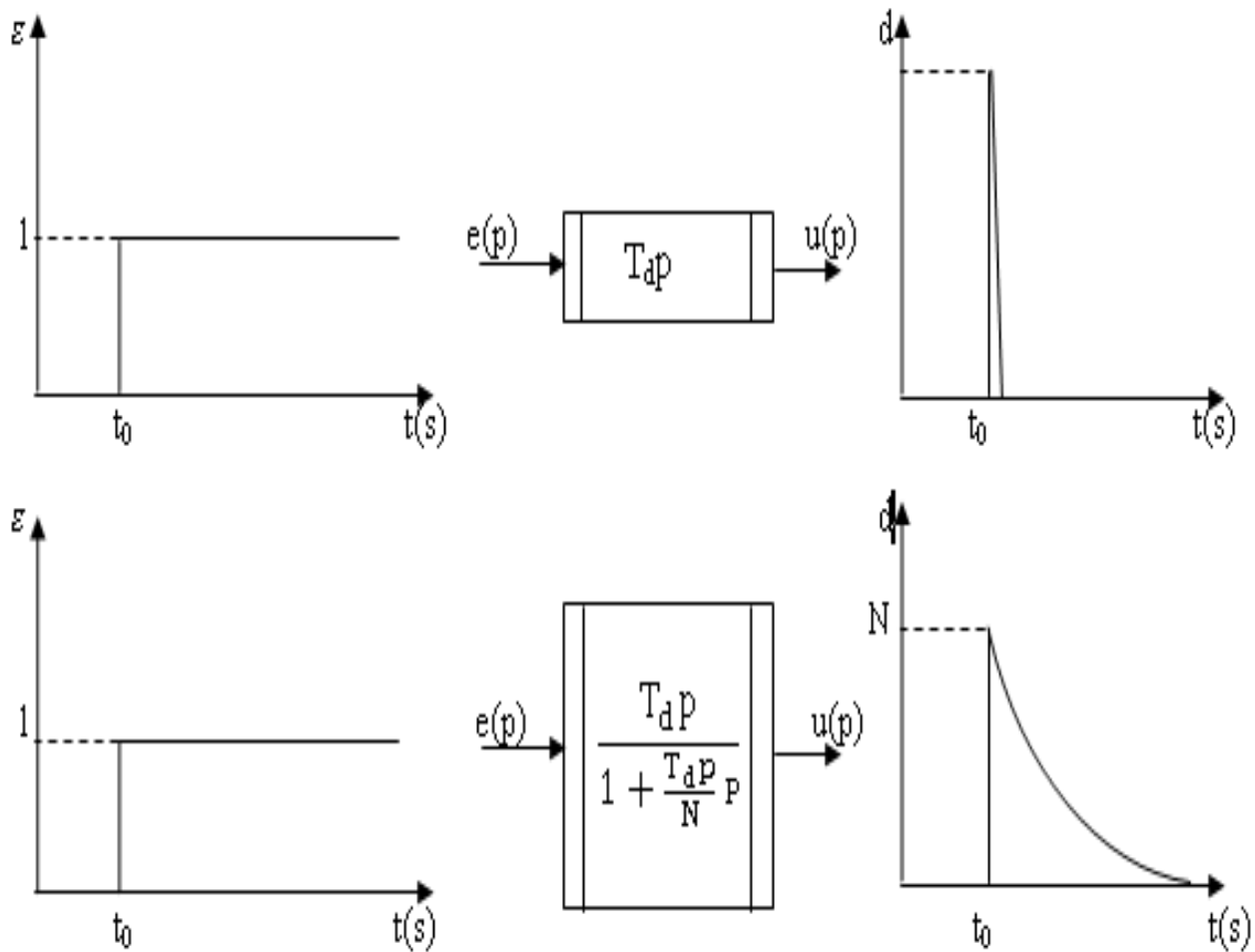


Figure (III.4) : Dérivée filtrée

L'effet 'dérivée' est destiné à accélérer la réponse du régulateur. Cette accélération n'est en général pas souhaitée lors des changements de consigne, mais seulement pour corriger une erreur due à une perturbation.

#### III.4.4. Action Proportionnelle intégrale Dérivée (PID) :

Les régulateurs rencontrés sur les installations industrielles combinent les effets proportionnel, intégral et dérivée. La sortie d'un régulateur PID standard, avec filtrage de la dérivée calculée sur l'écart consigne-mesure est donc de la forme [3] :

$$U(t) = U_0 + K_C \left[ \varepsilon(t) + \frac{1}{T} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d D(t) \right] \quad (III.9)$$

Avec :

$$\frac{T_d}{N} \frac{dD(t)}{dt} + D(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

Le tableau ci-dessous résume l'effet de chaque action sur la réponse du système commandé :

Action	P	I	D
Action statique	Diminue l'erreur	Élimine l'erreur	Aucune
Action dynamique	Augmente la rapidité	Diminue la rapidité et l'amortissement	Augmente la rapidité et l'amortissement

**Tableau (III.1) :** *Effet des paramètres du PID sur la réponse d'un système.*

#### III.4.4.1. Domaine d'application et limites du régulateur PID :

Dans le monde industriel, le régulateur PID est largement employé. Bien que relativement simple, cet algorithme soutient favorablement la comparaison avec des algorithmes plus sophistiqués, tant au point de vue de la performance que de la robustesse de la régulation vis-à-vis de non-linéarités ou variation du procédé. Par ailleurs, ce type d'algorithme est facile à implanter, ce qui plaide en sa faveur à l'époque des régulateurs pneumatiques ou même électroniques. C'est moins vrai aujourd'hui où derrière chaque régulateur se cache un microprocesseur.

Une qualité du PID est qu'il est facile à comprendre donc facile à régler et à maintenir. Ces raisons expliquent pourquoi il est si largement employé, le plus souvent sous la forme PI, l'action D est souvent mise à zéro.

Il existe cependant des cas pour lesquels le régulateur PID n'est pas bien adapté. Nous avons vu que lorsque le procédé a un retard important, les performances sont mauvaises. C'est le cas aussi lorsque le système est oscillant. [11]

#### III.4.4.2. Les avantages et les inconvénients du régulateur PID :

L'asservissement par PID est aujourd'hui l'un des asservissements les plus utilisés et ce pour plusieurs raisons. Premièrement, il est très simple à mettre en place et s'avère efficace pour la plupart des systèmes réels. De plus, le calcul des coefficients laisse le choix entre plusieurs méthodes de difficulté croissante. D'une part, une méthode expérimentale très facile à mettre en place, permet d'obtenir rapidement des coefficients corrects pour des systèmes ne nécessitant pas de très grandes précisions dans l'asservissement. D'autre part, des méthodes mathématiques avancées offrent des techniques pour obtenir les coefficients idéaux pour un système en particulier. Ainsi, la mise en place d'un asservissement PID peut-être à la fois rapide et efficace et permettra une optimisation des coefficients pour les systèmes les plus avancés. Cependant, il est important de noter que ce type d'asservissement est limité par un certain nombre de contraintes. Tout d'abord, il peut s'avérer inefficace pour certains systèmes qui contiennent du bruit (coefficient Dérivé) ou qui ne sont pas

linéaires (l'asservissement PID étant linéaire, la non-linéarité d'un système entraîne des instabilités). Enfin, il est possible d'optimiser la réponse d'un système en multipliant les asservissements (Comme par exemple le double asservissement PID). [9] [15]

### III.5. Test de simulation :

Le tableau suivant nous présent les paramètres du régulateur PID utilisé :

Régulateurs	$Kp$	$Ki$	$Kd$
PID $\psi$	0.01	0.02	0.05
PID $\varphi$	0.001	0.00015	0.0025

Tableau III.2: paramètres du régulateur PID utilisé.

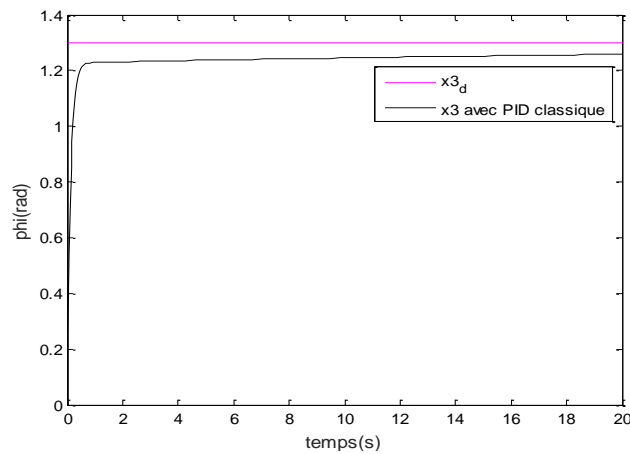


Figure (III.6) : Evolution de l'angle de tangage  $\varphi$

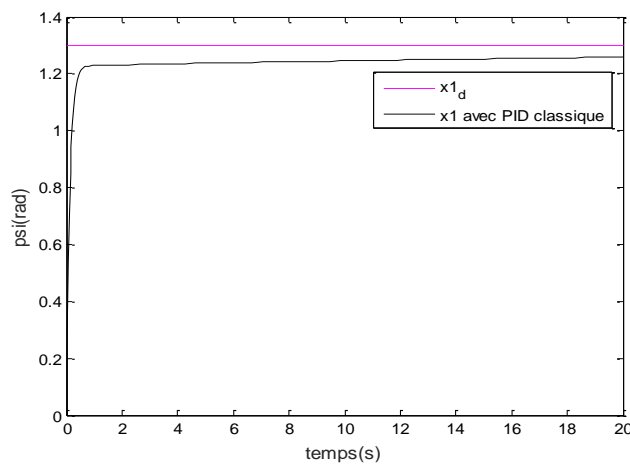
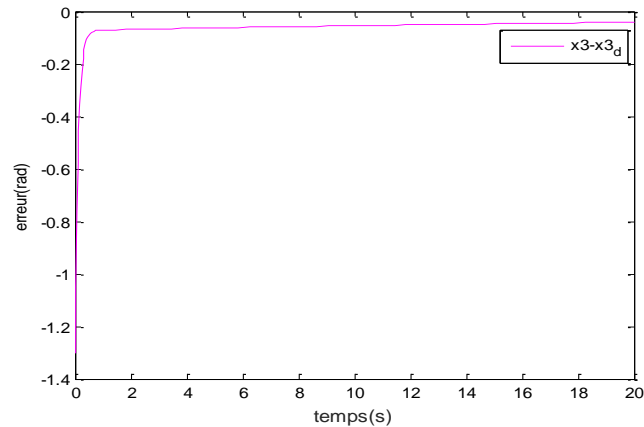
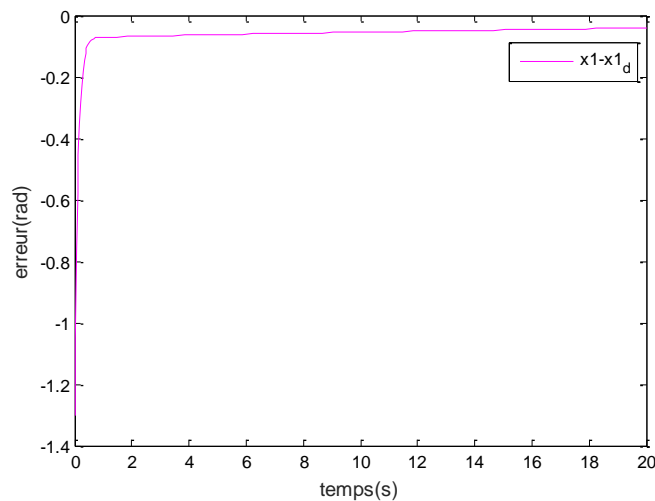


Figure (III.7) : Evolution de l'angle de lacet  $\psi$



**Figure(III.8) :** erreur  $\varphi - \varphi_d$



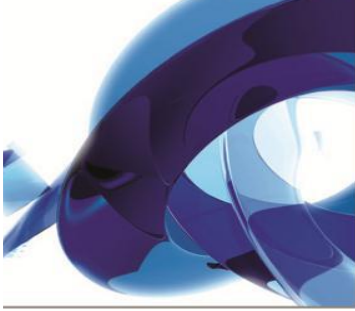
**Figure (III.9) :** erreur  $\psi - \psi_d$

### III.6. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a détaillé le fonctionnement du régulateur PID en précisant le rôle de chaque paramètre, ensuite, on a présenté un certain nombre d'approches pour calculer les actions d'un régulateur PID. On se pose la question : laquelle est la meilleure et laquelle faut-il choisir ?

La réponse à cette question dépend de deux éléments : le type d'informations disponibles pour décrire le système et la finesse de spécification des performances souhaitées.

Le fondement théorique de la logique floue sera présenté dans le prochain chapitre.



# CHAPITRE IV

## *Commande par backstepping*

IV.1/ Introduction

IV.2/ commandes non linéaires;

IV.2.1/ système non linéaire ;

IV.2.2/ stabilité ;

IV.3/ stabilité des systèmes non linéaires ;

IV.3.1/ plan de phase ;

IV.3.2/ méthode d'analyse de la stabilité de Lyapunov ;

IV.4/ Algorithme de base ;

IV.5/ application au toycopter;

IV.6/ Test de simulation ;

IV.7/ Interprétation des résultats ;

IV.8/ comparaison PID et backstepping ;

III.6/ conclusion

**Chapitre IV :****Commande par backstepping****IV.1. Introduction :**

Avec la complexité des nouvelles installations industrielles, les correcteurs classiques deviennent impuissants et donnent souvent des résultats moins performants. Pour surmonter ce problème, la tendance des recherches actuelle est vers les commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans des larges domaines de fonctionnement. Parmi ces techniques, on trouve la commande par backstepping, est une autre technique de commande non linéaire qui est aussi jugée robuste, la synthèse d'une telle commande se fait de manière systématique et basée sur l'approche de Lyapunov

Dans ce chapitre, nous allons donner quelques notions sur le système non linéaire ainsi que la stabilité avant de présenter le développement analytique détaillé de la loi de commande basée sur la technique de backstepping.

**IV.2 Commandes Non linéaires :****IV.2.1. Système Non Linéaire :**

De façon générale, les systèmes non linéaires sont des systèmes qui ne vérifient pas le principe de superposition. Les conditions de proportionnalité et d'additivité ne s'appliquent plus aux systèmes non linéaires.

Les systèmes non linéaires sont les systèmes physiques qui ne sont pas régis par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Cette définition explique la complexité et la diversité des systèmes non linéaires et les méthodes qui s'y appliquent. Il n'y a pas une théorie générale pour ces systèmes, mais plusieurs méthodes adaptées à certaines classes de systèmes non linéaires.

**IV.2.2. Stabilité :**

De façon générale, on dit qu'un système est stable si, déplacé de sa position d'équilibre, il tend à y revenir ; instable, s'il tend à s'en écarter d'avantage [17].

### IV.3. Stabilité des Système Non linéaire :

Dans les études mathématiques de la stabilité on procède généralement avec un modèle mathématique de la dynamique du système et on étudie si le système possède la propriété de stabilité. Avec cette approche, on peut s'assurer que le modèle est stable ou non. Les conclusions concernant la stabilité du modèle ne s'appliquent pas au système physique réel que si le modèle utilisé est assez précis. La théorie de la stabilité joue un rôle central en théorie des systèmes ; différents types de problèmes de stabilité peuvent être rencontrés dans l'étude des systèmes dynamiques.

L'étude de la stabilité d'un système non linéaire est l'analyse du comportement des systèmes non linéaires, en particulier au voisinage des points d'équilibre. Ils existent deux méthodes dans le contexte de l'étude de la stabilité locale ou globale à savoir :

- Plan de phase.
- Théorie de Lyapunov

#### IV.3.1. Plan de phase :

Plan de phase est un outil graphique qui permet une analyse du comportement des systèmes du second ordre en régime libre ( $u = 0$ ). Cet outil est basé sur la représentation dans l'espace d'état du système du second ordre, les trajectoires obtenues pour différentes conditions initiales et analyser d'un point de vue qualitatif les caractéristiques de ces trajectoires.

La méthode de construction du plan ne nécessite pas nécessairement la résolution analytique des équations différentielles d'état.

En revanche, il n'existe pas toujours de solutions analytiques aux trajectoires calculées dans l'espace des phases. Cette méthode, connue depuis longtemps, connaît un regain d'intérêt lié aux performances des calculateurs actuels qui rendent possible le calcul des trajectoires solutions par intégration numérique.

Dans le cadre des systèmes asservis non linéaires, cette méthode est exacte et ne suppose pas de condition particulière.

#### Remarque :

1. La méthode s'applique à tous les types de non linéarités
2. Pour de nombreux systèmes non linéaires, il est possible d'établir un modèle approximatif du second ordre, et la méthode du plan de phase constitue une approche intéressante pour leur analyse.



### IV.3.2. Méthode d'analyse de la stabilité de Lyapunov :

Il y a deux approches possibles pour la commande d'un système non linéaire. La première vise à linéariser le système à commander, afin de profiter des techniques des modèles linéaires. Cette linéarisation est réalisée, moyennant des approximations géométriques dans l'espace de phase. Le système linéarisé est ensuite traité avec la théorie des systèmes linéaires.

La deuxième approche consiste à trouver une Fonction de Commande de Lyapunov garantissant certaines performances pour le système en boucle fermée. De telles fonctions peuvent être très difficiles à trouver pour un système non linéaire d'ordre élevé. C'est là qu'entre en jeu la technique du backstepping qui permet de réduire cette complexité. Toutefois, avant d'introduire le backstepping, les deux méthodes d'analyse des systèmes non linéaires, fournies par Lyapunov, vont être brièvement décrites. Une attention particulière sera portée sur la deuxième méthode de Lyapunov qui fournit un outil très puissant pour tester et trouver des conditions suffisantes à la stabilité des systèmes dynamiques, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles les décrivant [18].

#### IV.3.2.1. Première méthode de Lyapunov

Le théorème de stabilité locale de Lyapunov, connu sous le nom de première méthode, permet de se prononcer sur la linéarisation d'une dynamique autour d'un point d'équilibre. Cette méthode apporte validité théorique à la technique de linéarisation.

Elle mentionne que si le système linéarisé est asymptotiquement stable, alors il y a stabilité asymptotique. Dans le cas où le système linéarisé est instable, il y a instabilité. Par contre si celui-ci est stable sans pour autant l'être asymptotiquement, alors il est impossible de se prononcer sur la stabilité. Ce théorème est d'une importance limitée, car il ne permet d'étudier que la stabilité d'un point singulier (stabilité locale) et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale) [20].

De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non linéaires (organe avec zone morte, plus ou moins...) [18].

### IV.3.2.2. Deuxième méthode de Lyapunov :

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Dans un système conservatif, l'énergie reste constante ; pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas le système est stable. Si l'énergie croît, le système est instable.

L'idée de cette méthode est d'analyser la stabilité du système, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. Il suffit simplement d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui équivalente) le long de la trajectoire [20].

#### a. Stabilité simple

Le point d'équilibre  $x = 0$  est stable (figure IV.1) si pour  $R > 0$  il existe  $r > 0$  tel que si :

$\|x(0)\| < r$  Alors :  $\|x(t)\| < R$  pour tout  $t$  positif ou nul.

Soit :  $\forall R > 0; \exists r > 0$  tel que si :  $\|x(0)\| < r \Rightarrow \|x(t)\| < R \quad \forall t \geq 0$

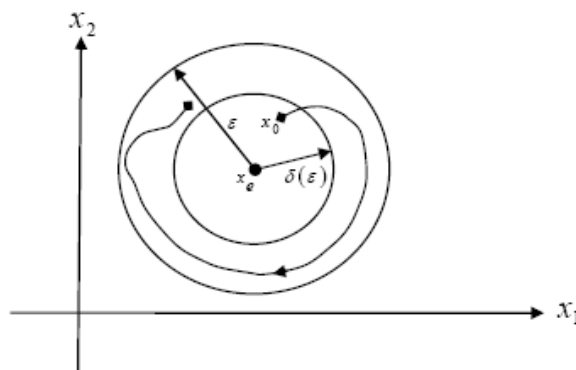


Figure IV.1 : La stabilité simple.

#### b. Stabilité asymptotique

Le point d'équilibre  $x = 0$  est asymptotiquement stable (figure IV.2) si  $x = 0$  est stable et si :

$\exists r > 0$  tel que :  $\|x(0)\| < r \Rightarrow x(t) \rightarrow 0$  [19], [20].  
 $t \rightarrow \infty$

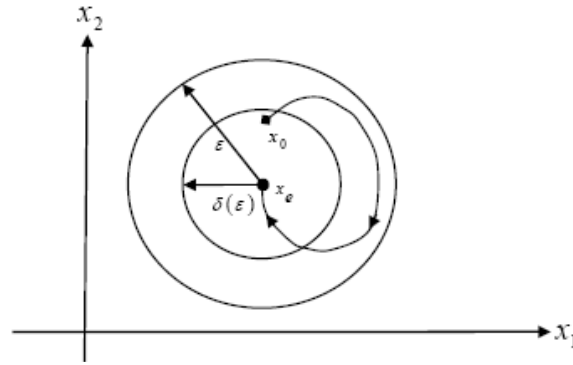


Figure IV.2: stabilité asymptotique.

### c. Stabilité asymptotique locale et globale

Si la stabilité asymptotique est vérifiée pour les conditions initiales, on a alors une stabilité asymptotique globale du point  $x=0$ . Si ce n'est pas le cas, on a alors une stabilité asymptotique locale.

#### ➤ Théorème

1- S'il existe une fonction  $V(x)$  ayant sa première dérivée partielle continue tel que :

- $V(x)$  est définie positive (localement dans l'ensemble  $B_R = \{X / \|X\| < R\}$ ).
- $\dot{V}(x)$  est semi définie négative (localement dans  $B_R$ ).

Alors le point d'équilibre  $x=0$  est stable

Si  $\dot{V}(x)$  est définie négative (localement dans  $B_R$ ), alors la stabilité est asymptotique locale.

2- S'il existe une fonction scalaire  $V(x)$  ayant sa première dérivée partielle continue tel que :

- $V(x)$  est définie positive.
- $\dot{V}(x)$  est définie négative.
- $V(x) \rightarrow \infty$  quand  $\|x\| \rightarrow \infty$

Alors le point d'équilibre  $x=0$  est asymptotiquement stable globalement.

On voit ici la puissance du théorème de Lyapunov car il permet de conclure sur la stabilité d'un système dynamique grâce à une équation algébrique. Toute la difficulté est de trouver une fonction de Lyapunov  $V(x)$ . Pour remédier à ce problème, on utilise une méthode récursive dite : Backstepping, elle consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués. La

conception de la fonction de Lyapunov s'effectue récursivement du premier au dernier sous système afin de stabiliser à chaque étape l'ensemble des sous-systèmes antérieurs.

Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieure de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. A la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation [21].

#### IV.4. Algorithme de base :

Afin d'illustrer le principe de la méthode backstepping, on considère le cas des systèmes non Linéaire de la forme [6] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2) \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Où,  $g_i$  et  $f_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) sont des fonctions non linéaires connues tel que  $f_i(0) = 0$  et  $g_i \neq 0, \forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathcal{R}^3$ . On désire faire suivre à la sortie  $y = x_1$  le signal de référence  $y_r$ , Où  $y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r$  et  $y_r^{(3)}$  sont supposées connues et uniformément bornées. Le système étant du Troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes.

- **Etape 1 :**

On considère d'abord le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (\text{IV.2})$$

La variable d'état  $x_2$  est traitée comme une commande et l'on définit la première valeur désirée :

$$(x_1) \triangleq \alpha_0 = y_r \quad (\text{IV.3})$$

La première variable d'erreur se définit par :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \quad (\text{IV.4})$$

Sa dérivée est donnée comme suit :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (\text{IV.5})$$

Pour un tel système, la fonction quadratique

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{IV.6})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0] \quad (\text{IV.7})$$

Un choix judicieux de  $x_2$  rendre  $\dot{V}_1$  négative et assure la stabilité de l'origine du sous système

Décrit par (IV.2), ce choix se donne comme suit :

$$(x_2)_d \triangleq \alpha_1 = \frac{1}{g_1} [-k_1 e_1 - f_1 + \dot{\alpha}_1] \quad (\text{IV.8})$$

Où  $k_1 > 0$  est un paramètre de design.

Par conséquent, l'équation (IV.7) devient :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (\text{IV.9})$$

- **Etape 2 :**

On considère, dans ce cas, les deux premiers sous-systèmes

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

Et on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (\text{IV.11})$$

La dynamique des erreurs  $(e_1, e_2)$  s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1 \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

Pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{IV.13})$$

Cette fonction de Lyapunov a pour dérivée :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\ &= e_1 [f_1 + g_1(\alpha_1 + e_2) - \dot{\alpha}_0] + e_2 [f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1] \\ &= -k_1 e_1^2 + e_2 [f_2 + g_1 e_1 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1] \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

On prend  $x_3$  comme une deuxième commande virtuelle, sa valeur est donnée par :

$$(x_3)_d \triangleq \alpha_2 = \frac{1}{g_2} [\dot{\alpha}_1 - g_1 e_1 - f_2 - k_2 e_2] \quad (\text{IV.15})$$

Où  $k_2 > 0$ , avec  $\dot{\alpha}_1$  calculée analytiquement

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \quad (\text{IV.16})$$

Un tel choix permet de réduire la dérivée à :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (\text{IV.17})$$

• **Etape 3 :**

Le système (IV.1) est maintenant considéré dans sa globalité. La nouvelle variable d'erreur

Est :

$$e_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (\text{IV.18})$$

Ce qui permet d'écrire la dynamique des erreurs  $(e_1, e_2, e_3)$  :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2(e_3 + \alpha_2) - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{e}_3 = f_3 + g_3 u - \dot{\alpha}_2 \end{cases} \quad (\text{IV.19})$$

On prend comme fonction de Lyapunov :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (\text{IV.20})$$

Sa dérivée s'écrit sous la forme :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 [g_3 u + g_2 e_2 + f_3 - \dot{\alpha}_2] \quad (\text{IV.21})$$

Le choix approprié de la vraie commande  $u$  se donne par :

$$u = \frac{1}{g_3} [\dot{\alpha}_2 - g_2 e_2 - f_3 - k_3 e_3] \quad (\text{IV.22})$$

Où  $k_3 > 0$ , et  $\dot{\alpha}_2$  est également calculée analytiquement,

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{\ddot{y}}_r \quad (\text{IV.23})$$

Avec ce choix, on trouve :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{IV.24})$$

D'où la stabilité en boucle fermée du système original (IV.1) et la régulation à zéro de l'erreur De pour suite  $(y - y_r)$ . Les deux principaux objectifs du design (la stabilité et la poursuite) sont Alors atteints.

**Exemple :**

On considère le système non linéaire du 2<sup>ème</sup> ordre suivant

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2x_1^3 \\ \dot{x}_2 = u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

L'algorithme de la commande backstepping pour cet exemple est donnée par

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - \alpha_0 \\ \alpha_1 = -k_1 e_1 - 2x_1^3 + \dot{\alpha}_0 \\ e_2 = x_2 - \alpha_1 \\ u = -e_1 - k_2 e_2 + \dot{\alpha}_1 \end{cases} \quad (\text{IV.26})$$

**IV.4.2 Application au toycopter :**

Dans cette partie, nous appliquons le Back sleeping standard au modèle de Toycopter donné par l'équation d'état (II.28)

Notre objectif est de ramener la position angulaire ( $x_1 = \psi, x_3 = \varphi$ ) vers une position désirée  $x_{1d}$  et  $x_{3d}$ .

Selon le modèle du système pour atteindre notre objective on doit diviser la synthèse de la commande en deux parties, la première partie est consacrée au calcul de la commande  $u_r$  de l'angle de lacet et la deuxième partie pour le calcul de la commande  $u_m$  de l'angle de tangage.

- **Calcul du degré relatif :**

On pose que :  $y = x_1$

$$\dot{y} = \dot{x}_1 \Rightarrow \dot{y} = x_2 \Rightarrow \ddot{y} = \dot{x}_2$$

Le degré relative égale à 2 donc il y a deux étapes qui calcule dans le Backstepping.

On considère le 1<sup>er</sup> sous-système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{I_\psi} \left[ C_m x_5 |x_5| - C_\psi x_2 + I_m x_5 x_4 \cos x_1 + \frac{1}{2} I_c x_4^2 \sin(2x_1) + G_s \sin x_1 + G_c \cos x_1 - u_r K_r + F_r x_6 \right] \end{cases} \quad (\text{IV.27})$$

- **Etape 1 :**

Soit l'erreur :

$$x_{1d} = \alpha_0 \quad (\text{IV.28})$$

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \Rightarrow \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \Rightarrow \dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (\text{IV.29})$$

Donc :

$$\Rightarrow \dot{e}_1 = x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (\text{IV.30})$$

$x_1$  : Entrée de commande virtuelle

$\alpha_0$  : La valeur désirée de  $x_1$

On choisit la fonction de Lyapunov candidate comme suit :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{IV.31})$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (x_2 - \dot{\alpha}_0) \quad (\text{IV.32})$$

On pose :

$$-k_1 e_1 = x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (\text{IV.33})$$

$$\text{Si } e_2 = 0 \text{ et } x_2 = x_{2d} \quad (\text{IV.34})$$

On trouve :

$$x_{2d} = \dot{x}_{1d} - k_1 e_1 \quad (\text{IV.35})$$

- **Etape 2 :**

Soit l'erreur :

$$x_{2d} = \alpha_1 \quad (\text{IV.36})$$

$$e_2 = x_2 - x_{2d} \Rightarrow \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} \Rightarrow \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} \quad (\text{IV.37})$$

$x_2$  : Entrée de commande virtuelle

$\alpha_1$  : La valeur désirée de  $x_{2d}$



$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & \frac{1}{I_\psi} \left[ C_m x_5 |x_5| - C_\psi x_2 + I_m x_5 x_4 \cos x_1 + \frac{1}{2} I_c x_4^2 \sin(2x_1) + G_s \sin x_1 + G_c \cos x_1 - u_r K_r + F_r x_6 \right] \\ & - \dot{\alpha}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.38})$$

On choisit la fonction de Lyapunov candidate comme suit :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{IV.39})$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \quad (\text{IV.40})$$

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \quad (\text{IV.41})$$

Donc :

$$\begin{aligned} u_r = & \frac{-I_\psi}{K_r} \left( - \left( C_m x_5 |x_5| - C_\psi x_2 + I_m x_5 x_4 \cos x_1 + \frac{1}{2} I_c x_4^2 \sin(2x_1) + G_s \sin x_1 + G_c \cos x_1 + F_r x_6 \right) / I_\psi \right) - \\ & k_2 e_2 - e_1 + \dot{\alpha}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.42})$$

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 < 0$$

Soit le 2<sup>eme</sup> sous-système :

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{(I_\psi + I_c \sin^2(x_1))} [C_r x_6 |x_6| \sin x_1 - I_c x_2 x_4 \sin(2x_1) + I_m x_5 x_2 \cos x_1 \\ \quad - C_\phi x_4 - K_m u_m \sin x_1 + F_m x_5 \sin x_1 - C_{\phi 0} \operatorname{sgn} x_4] \end{cases} \quad (\text{IV.43})$$

- **Etape 1 :**

Soit l'erreur :

$$x_{3d} = \alpha_2 \quad (\text{IV.44})$$

$$e_3 = x_3 - x_{3d} \Rightarrow \dot{e}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} \Rightarrow \dot{e}_3 = x_4 - \dot{x}_{3d} \quad (\text{IV.45})$$

Donc :

$$\dot{e}_3 = x_4 - \dot{\alpha}_2 \quad (\text{IV.46})$$

$x_3$  : Entrée de commande virtuelle

$\alpha_2$ : La valeur désirée de  $x_3$

On choisit la fonction de Lyapunov candidate comme suit :

$$V_3 = \frac{1}{2} e_3^2 \quad (\text{IV.47})$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_3 = e_3 \dot{e}_3 = e_3(x_4 - \dot{\alpha}_2) \quad (\text{IV.48})$$

On pose :

$$-k_3 e_3 = x_4 - \dot{\alpha}_2 \quad (\text{IV.49})$$

Si :  $e_4 = 0$  et :  $x_4 = x_{4d}$  on trouve :

$$x_{4d} = \dot{x}_{3d} - k_3 e_3 \quad (\text{IV.50})$$

- **Etape 2 :**

Soit l'erreur :

$$x_{4d} = \alpha_3 \quad (\text{IV.51})$$

$$e_4 = x_4 - x_{4d} \Rightarrow \dot{e}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4d} \Rightarrow \dot{e}_4 = \dot{x}_4 - \dot{\alpha}_3 \quad (\text{IV.52})$$

$x_4$ : Entrée de commande virtuelle

$\alpha_3$ : La valeur désirée de  $x_{4d}$

On choisit la fonction de Lyapunov candidate comme suit :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} e_4^2 = \frac{1}{2} e_3^2 + \frac{1}{2} e_4^2 \quad (\text{IV.53})$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_4 = e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 \quad (\text{IV.54})$$

$$\dot{V}_4 = -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 \quad (\text{IV.55})$$

Donc :

$$u_m = ((-C_r x_6 |x_6| \sin x_1 - I_c x_2 x_4 \sin(2x_1) + I_m x_5 x_2 \cos x_1 - C_\varphi x_4 + F_m x_5 \sin x_1$$

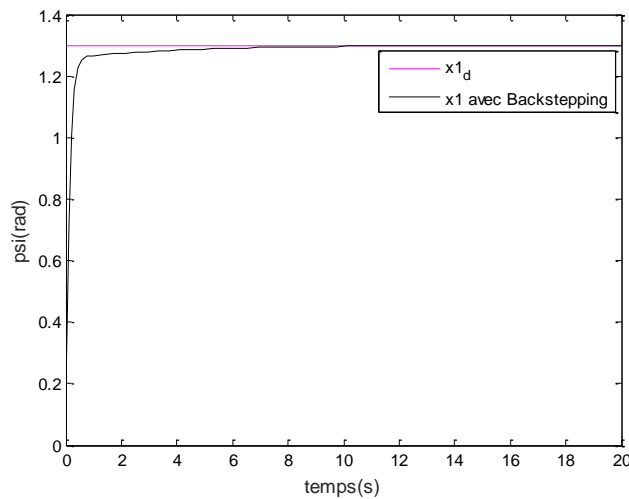
$$-C_{\varphi 0} \operatorname{sgn} x_4] / (I_{\psi} + I_c \sin^2(x_1)) - k_4 e_4 - e_3 + \dot{\alpha}_3) ((I_{\varphi} + I_c \sin(x_1)) / -k_m \quad (\text{IV.56})$$

### IV.5. Test de simulation :

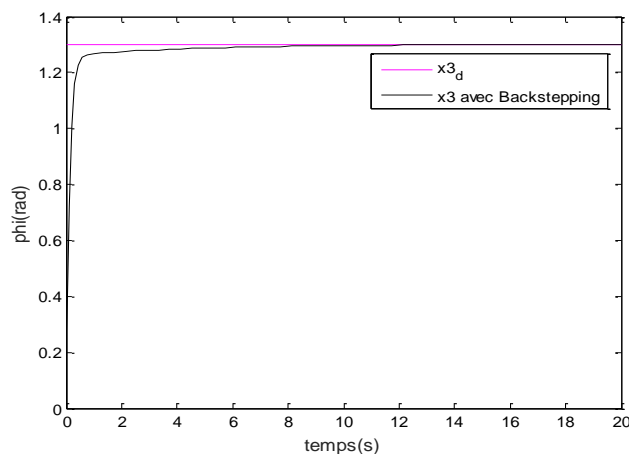
Pour montrer l'efficacité de la commande appliquée au modèle du toycopter nous avons effectué une simulation numérique. L'objectif consiste à ramener la sortie du système  $y = [x_1, x_3]$  vers une sortie désirée  $y_r = [x_{1d}, x_{3d}] = [1.3, 1.3]$

Pour cette simulation on prend les paramètres suivants :

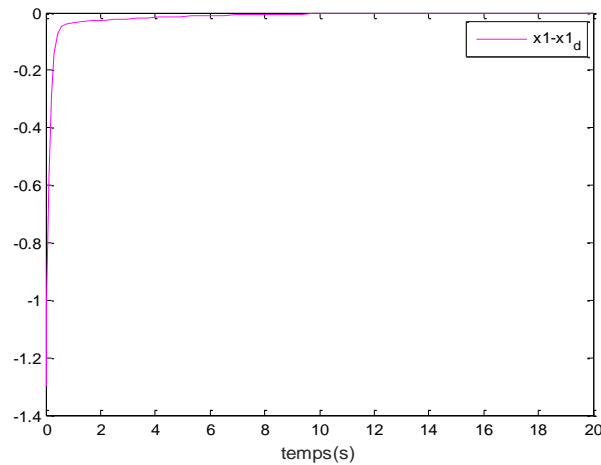
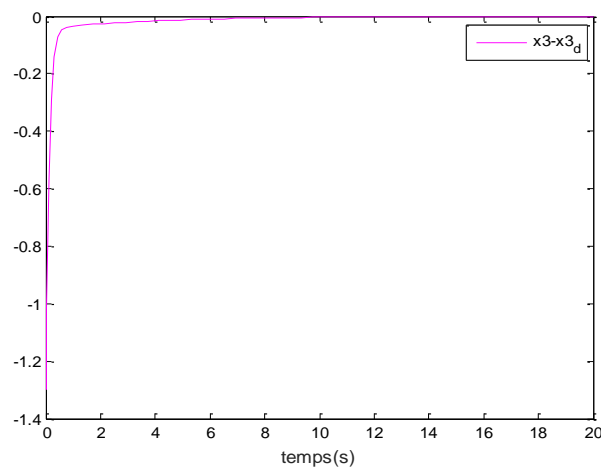
- Les gains  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 2$ .
- Les conditions initiales :  $x(0) = [0.4 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0]$



**Figure (IV.1)** Evolution de l'angle de lacet  $\psi$



**Figure (IV.2)** évolution de l'angle de tangage  $\varphi$

**Figure (IV.5)** Erreur  $\psi - \psi_d$ **Figure (IV.6)** Erreur  $\varphi - \varphi_d$ 

#### IV.6. Interprétation des résultats :

Les figures (IV.3), (IV.4), présente respectivement, l'évolution de l'état  $x_1$  et  $x_{1d}$ ,  $x_3$  et  $x_{3d}$ , ainsi que les figure (IV.5), (IV.6) présente l'erreur entre les sortie de système et le signale de référence, en remarque que la position de l'altitude et de l'angle de lacet suivent leur référence de plus, les erreur de poursuite sont faible et convergent vers zéro.

### IV.7. Comparaison PID et backstepping :

Résultats :

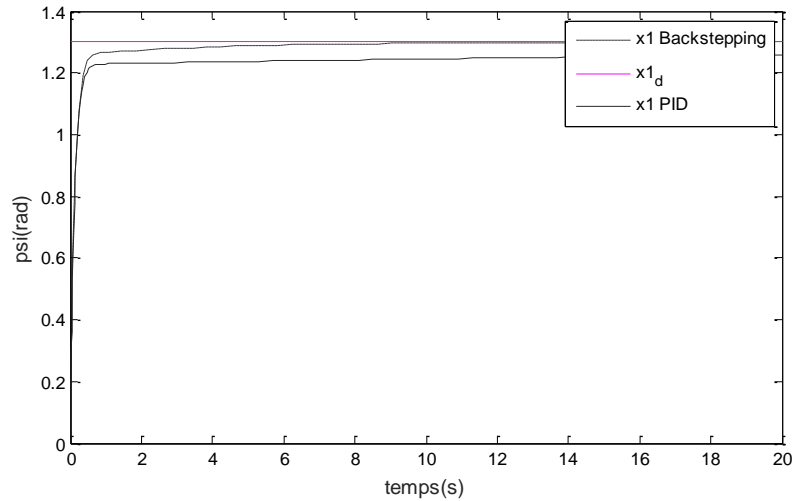


Figure (IV.7) Evaluation de l'angle de lacet  $\psi$

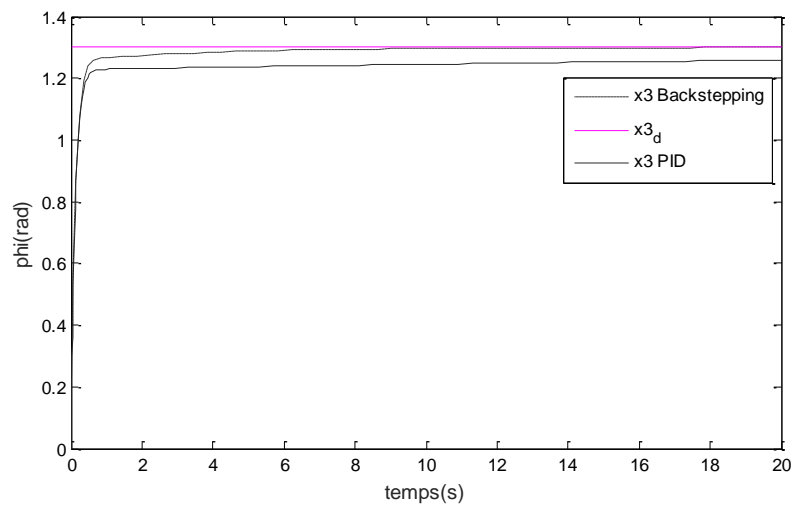


Figure (IV.8) Evaluation de l'angle de tangage  $\phi$

D'après les résultats obtenus, on remarque que la commande par backstepping est plus performante que la commande PID, car elle arrive à stabiliser le système et à minimiser l'erreur

**IV.8. Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons fait un petit rappèle sur la stabilité des systèmes non linéaires suivi par la commande par backstepping cette procédure permet d'obtenir la façon constrictive et récursive d'une loi de commande qui assure la stabilité d'un système en boucle fermer via une fonction de lyapunov.

D'après les résultats obtenus son peut conclure que la loi de commande synthétisée par la technique de backstepping est une technique souple à manipuler, elle prend en considération toutes les non linéarités du système ainsi que la dynamique des trajectoires désirée.

Cette technique assure la stabilité et donne de bons résultats en termes de convergence de l'erreur par rapport au régulateur classique PID.

### Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons atteint notre objectif qui consiste à tester et appliquer différentes commandes linéaires et non linéaires sur le simulateur d'hélicoptère de type TRMS (Twin Rotor Mimo System), ce dernier est très abordé dans le domaine de la commande des systèmes complexes car c'est un système non linéaire, multi-variable et présente une dynamique fortement couplée.

En premier lieu, nous avons commencé par la description du simulateur d'hélicoptère et ces composants constitutifs, on a parlé aussi sur le principe de vol d'un hélicoptère dont le comportement est similaire en termes de commande au comportement du simulateur.

Ensuite, nous avons établi un modèle mathématique dit modèle de connaissance du système basé sur les lois fondamentales de la physique, on a obtenu un modèle fortement non linéaire et couplé avec deux entrées et deux sorties. Ce modèle est implanté dans Matlab/Simulink afin de tester son comportement en boucle ouverte et fermée.

Puis, nous avons présenté la théorie des différentes commandes utilisées, on a abordé les régulateurs de type PID pour les approches linéaires, et la commande par backstepping pour les approches non linéaires. Ces lois de commande sont appliquées afin de garantir en premier lieu la stabilité du TRMS ainsi que la poursuite des trajectoires.

Les commandes linéaires ont montré des limitations pour stabiliser le système à un comportement désiré, les performances des régulateurs PID ne sont pas satisfaisantes à cause de la réponse lente de la sortie horizontale (angle d'orientation) et aussi les oscillations présentent dans la sortie verticale (angle d'élévation). Ces résultats sont évidents puisqu'ils reflètent les limites des commandes linéaires appliquées à un système non-linéaire et fortement couplé.

L'application de la commande non linéaire a donné des résultats meilleurs et satisfaisants. Dont nous avons réussi à assurer en général la stabilité au sens de Lyapunov, en appliquant la loi de commande par backstepping, c'est une technique qui présente une souplesse de manipulation et qui a donné des résultats acceptables.

Finalement, nous pouvons conclure que pour commander un tel système avec une forte non linéarité et un couplage entre les sorties, il est préférable d'utiliser les approches

## Conclusion générale

---

non linéaires pour ne pas négliger une partie de la dynamique du système par les approximations linéaires qui peuvent perturber la stabilité du système.

À l'issue des travaux réalisés, ce mémoire ouvre de nouvelles perspectives de recherche parmi lesquelles nous citons :

- Mise en œuvre expérimentale des lois de commande développées sur le TRMS.
- Il serait très intéressant aussi de tester ses lois de commande dans un environnement réel (par l'ajout des perturbations) et pratiques (sur un Tyocopter réel).



## Bibliographie

- [1] **A. MARTINI**, « Modélisation et Commande de vol d'un hélicoptère drone soumis à une rafale de vent », thèse de doctorat, L'UNIVERSITÉ PAUL VERLAINE – METZ, 2008
- [2] **Z. CHIKHAOUI**, « Contribution à la modélisation énergétique des hélicoptères en vue de la maîtrise de leurs comportements dynamiques », thèse de doctorat, L'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2013.
- [3] Federal Aviation Administration. Rotorcraft Flying Handbook. Aviation Supplies and Academics, 2000.
- [4] **Manual**, « Twin Rotor MIMO System Manual », UK: Feedback Instruments Ltd Road, rowborough, E.Sussex, TN6 2QR, UK.
- [5] **Y. BENFATMA**, *Commande d'un simulateur d'hélicoptère (TRMS) par une approche hybride (Neuro-Floue)*, Mémoire de Master, Génie électrique, Université Mohamed Khider Biskra, 2012.
- [6] **B. A. DEHIMI Thameur**, *Commande par Backstepping à base d'observateur appliqué à un vol d'hélicoptère TRMS*, Mémoire de Master, Université Mohamed Boudiaf-M'sila, 2017.
- [7] **G. Meyer, R. Su, and L. Hunt**, “Application of nonlinear transformations to automatic flight control,” *Automatica*, vol. 20, pp. 102–107, 1984.
- [8] **Ph. Mullhaupt, B. Srinivasan, J. Lévine, and D. Bonvin**, “cascade control of the toycopter”, in ECC '99, 1999.
- [9] **Jean-Marie Flaus**, *La régulation industrielle; régulateur PID, Prédicatifs et flous*. Edition HERMES, Paris 1994.
- [10] **Marcel NOUGARET**, *Principes généraux de la correction*. Edition Technique de l'ingénieur 2012.
- [11] **Alina BESANCON-VODA & Sylviane GENTIL**, *Régulateur PID analogiques et numériques*. Edition Technique d'ingénieur 2012.
- [12] **Jean Duplaix**, *Asservissements et régulations*. I.U.T Toulon VAR 2010
- [13] **Maurice Rivoire & Jean-Louis Ferrier**, *Cours d'automatique, Asservissement-Régulation Commande analogique*. Edition CHIHAB Alger 1994.
- [14] Cours de **Michel VERBEKEN**, *Asservissement continu*. I.U.T. du Montluçon 2004.
- [15] **C. le Lann**, *Le PID utilisé en régulation de position et/ou de vitesse de moteurs électriques*. Projet de fin d'étude 2007.

[16] **H. Khalil**, Nonlinear Systems. Third edition, Prentice Hall, 2002.

[17] **L. N. Paquin**. Application de packstepping à une colonne de flottation. M. Sc. Thesis  
Département de mises et métallurgie, Université Laval, Quebec, 2000.

[18] **A. Benskeur**. Aspects de l'application du packstepping adaptatif à la commande  
décentralisée des systèmes non linéaire. PhD thesis, Departement of Electrical and Computer  
Engineering, University of Laval, Quebec 2000.

[19] **A. Boubakir**. Méthodes de ccommande par mode de glissement appliquées au bras  
manipulateur PUMA560 et au hydraulique CE 105 à réservoirs couplés. Thèse de magistère,  
Ecole Militaire Polytechnique d'Alger, Février 2007.