

République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique**

Université de Jijel



**Faculté des Sciences et de la Technologie
Département d'Automatique**

Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de Master en Automatique

Option : Automatique et système

Thème :

commande des Robots Manipulateurs

Réalisé Par :
Chebbah Abdelouahab

Encadré Par :
Bouakrif Fareh

Année Universitaire 2018-2019

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu « ALLAH », Qui m'a donné la force et la volonté pour l'achèvement de ce mémoire.

J'exprime toutes mes remerciements et mes gratitudes et les appréciations à mon encadreur MR Bouakrif Fareh pour ces conseils précieux tout au long de ce travail.

Je présente mes gratitudes au président et aux membres du jury qui m'ont fait l'honneur de juger mon travail.

Table des matières

Introduction générale.....	01
Chapitre 1. Définitions et modélisation des robots manipulateurs	
1. Introduction.....	03
2. Caractéristiques d'un robot.....	03
3. Classification des robots.....	04
4. Robots Manipulateurs.....	05
5. Définitions Générales.....	06
5.1. Articulations.....	06
5.2. degré de liberté.....	06
5.3. Espace articulaire.....	06
5.4. Espace opérationnel.....	06
5.5. redondance.....	07
5.6. Configuration singulière.....	07
6. Modélisation des robots manipulateurs.....	07
6.1. Introduction.....	07
6.2. Modélisation géométrique.....	07
6.2.1. Modèle géométrique direct.....	07
6.2.2. Modèle géométrique inverse.....	08
6.3. Modélisation cinématique.....	08
6.3.1. Modèle cinématique direct.....	08
6.3.2. Modèle cinématique inverse.....	08
6.4. Modélisation dynamique.....	09
6.4.1. Modèle dynamique inverse.....	09
6.4.2. Modèle dynamique direct.....	10
7. Modélisation du robot pelican.....	10
7.1. Description géométrique et dynamique du robot pelican.....	10
7.2. Paramètres mesurés du robot pelican.....	11
7.3. Formulation de lagrange.....	11
8. Propriétés structurelles du modèle dynamique.....	14

9. Conclusion.....	16
--------------------	----

Chapitre 2: Commande des robots manipulateurs rigides

1. Introduction.....	17
2. Commande des bras manipulateurs.....	17
2.1. Commande par articulation.....	17
2.2. Commande jacobienne.....	17
2.3. Commande par découplage non linéaire.....	18
2.4. Commande adaptative.....	18
2.5. Commande fondée sur une fonction de lyapunov.....	18
2.6. Commande passive.....	18
2.7. Commande prédictive.....	19
2.8. Commande robuste.....	19
2.9. Commande optimale.....	19
3. Loi de commande qui ne sont pas basées sur le modèle.....	19
3.1. Loi de commande de type PD.....	19
3.2. Loi de commande de type PID.....	21
3.3. Résultats de simulation.....	23
4. Lois de commande bases du modèle.....	26
4.1. Loi de commande de type PD avec compensation de l'effet de gravité.....	26
4.1.1. Résultats de simulation.....	28
4.2. Commande à couple calculé.....	29
4.2.1. Loi de commande.....	29
4.2.2 Résultats de simulation.....	31
4.3. Commande PD avec compensation.....	33
4.3.1. Résultat de simulation.....	35
5. Conclusion.....	38

Chapitre 3: Commande adaptative des robots manipulateurs rigides

1. Introduction.....	39
2. Paramétrage du modèle dynamique.....	39
3. Linéarité par rapport aux paramètres dynamiques.....	40

4. Commande adaptative.....	41
5. Commande PD avec compensation adaptative.....	42
5.1. Résultats de simulation.....	45
6. Conclusion.....	48

Chapitre 4: Commande à base d'observateur de vitesse

1. Introduction.....	49
2. Loi de commande.....	49
3. Résultats de simulation.....	53
4. Conclusion.....	55
Conclusion générale.....	56

Liste des figures

Figure 1.1. Constitution d'un robot manipulateur.....	05
Figure 1.2. Parties constituant un RM.....	06
Figure 1.3. Schéma du robot Pelican.....	10
Figure 2.1. Schéma synoptique de la commande type PD.....	20
Figure 2.2. Schéma synoptique de la commande type PID.....	22
Figure 2.3. Trajectoire de position pour la loi de commande PD.....	24
Figure 2.4. Erreurs de position pour la loi de commande PD.....	24
Figure 2.5. Trajectoire de position pour la loi de commande PID.....	25
Figure 2.6. Erreurs de position pour la loi de commande PID.....	25
Figure 2.7. Schéma de la commande PD avec compensation de l'effet de gravité.....	27
Figure 2.8. Trajectoire de position pour la loi de commande PD avec compensation de l'effet de gravité.....	28
Figure 2.9. Erreurs de position pour la loi de commande PD avec compensation de l'effet de gravité.....	28
Figure 2.10. Schéma synoptique de la commande à couple calculé.....	30
Figure 2.11. Poursuites de trajectoire de position pour la loi de commande couple calculé	31
Figure 2.12. Erreurs de poursuite de position pour la loi de commande couple calculé	31
Figure 2.13. Poursuites de trajectoire de vitesse pour la loi de commande couple calculé.....	32
Figure 2.14. Erreurs de poursuite de vitesse pour la loi de commande couple calculé	32
Figure 2.15. Couples appliqué aux articulations pour la loi de commande couple calculé.....	32
Figure 2.16. Schéma bloc de la commande PD avec compensation... ..	33
Figure 2.17. Poursuites de trajectoire de position pour la loi de commande de Slotine et Li....	35
Figure 2.18. Erreurs de poursuite de position pour la loi de commande de Slotine et Li.... ..	36
Figure 2.19. Poursuite de trajectoire de vitesse pour la loi de commande de Slotine et Li	36
Figure 2.20. Erreurs de poursuite de vitesse pour la loi de commande de Slotine et Li	37
Figure 2.21. Couples appliqué aux articulations pour la loi de commande de Slotine et Li	37
Figure 3. 1. Commande adaptative des robots	41
Figure 3.2. Poursuites de trajectoire de position pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative.....	45
Figure 3.3. Erreurs de poursuite de position pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative.....	46

Figure 3.4. Poursuite de trajectoire de vitesse pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative.....	46
Figure 3.5. Erreurs de poursuite de vitesse pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative.....	46
Figure 3.6. Couples appliqué aux articulations pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative.....	47
Figure 3.7. Paramètres estimés.....	47
Figure4.1. Position désirée et réelle des deux articulations	54
Figure4.1. Vitesse réelle et estimée des deux articulations	54

Liste des tableaux

Tableau 1.1 Paramètres du robot Pelican.....	11
--	----

Introduction générale

Les robots manipulateurs sont destinés à effectuer des tâches bien déterminées et de manière répétitive. Ils sont actuellement d'une très large utilisation dans les applications industrielles et spatiales, surtout dans les travaux dangereux, fastidieux et monotones.

En 1979 l'institut américain de robotique a donné une définition pour un robot manipulateur: "Un manipulateur multi-fonctionnel reprogrammable conçu pour déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou des appareils spécialisés et ceci à travers des mouvements programmables et variés pour la performance d'une variété de tâches".

De nos jours la commande des robots manipulateurs constitue un des axes prépondérants de la recherche en robotique. Cela est dû aux difficultés posées par ce genre de systèmes, notamment :

- Les dynamiques hautement non linéaires du robot et éventuellement des actionneurs, incluant les effets inertiels, gravitationnels, centrifuges et de Coriolis, ainsi que les fortes jeux et flexibilités.
- L'existence de couplages entre les entrées et les sorties du système.
- Les paramètres variant dans le temps, par exemple du fait du changement de charge, de configuration, et de vitesse de mouvement.

En effet, la commande de ce type de systèmes pose beaucoup de problèmes aussi bien en théorie qu'en pratique. Parce que ces systèmes ne disposent pas d'outils et de techniques généraux permettant de synthétiser leurs commandes. La commande des robots manipulateurs a fait l'objet de nombreux travaux et est devenue un domaine de recherche très important et très vaste. Au cours de ces dernières décennies, plusieurs approches de commandes ont été établies. Parmi ces commandes, on trouve celles qui ne sont pas basées sur le modèle, à savoir, commande de type PD et PID. Pour ces commandes le robot manipulateur est considéré comme un système linéaire et chacune de ses liaisons est asservie de manière classique indépendamment des autres. D'autres commandes prennent en compte le modèle dynamique du robot manipulateur, à savoir, commande PD avec compensation de gravité, commande à couple calculé et commande de Slotine et Li.

La commande adaptative a été étudiée afin de faire face aux incertitudes paramétriques du modèle physique du robot en ajustant en ligne les paramètres de la loi de commande. La propriété fondamentale exploitée dans l'objectif d'adaptation est la possibilité de reformuler le modèle dynamique linéairement vis-à-vis de ses paramètres, pouvant ainsi être estimés en ligne.

Les commandes citées précédemment nécessitent la connaissance des vitesses articulaires. Malheureusement beaucoup de robots manipulateurs disponibles au marché ne sont pas équipés par les capteurs de vitesses (tachymètres), car les mesures fournies par les tachymètres sont souvent contaminés par des bruits, ce qui peut réduire les performances dynamiques du manipulateur. D'où la nécessité d'utiliser un observateur de vitesse qui estime les vitesses à partir de ses positions mesurées.

Dans ce travail, nous présentons un panorama des méthodes de commande pour les robots manipulateur afin de les simuler sur un modèle dynamique du robot pelican.

Ce mémoire articule autour de quatre chapitres :

- Dans premier chapitre on donnera quelques définitions et concepts de base, une présentation des différents modèles utilisés pour décrire le mouvement des articulations d'un bras manipulateur, ensuite on présentera la modélisation du robot pelican.
- Dans le deuxième chapitre des lois de commande qui ne sont pas basées sur le modèle et celles à base du modèle seront présentées.
- Le troisième chapitre dédié à la commande adaptative de Slotine et Li.
- Dans le quatrième chapitre concerne la commande à base d'observateur de vitesse sera synthétisée et appliquée au robot Pelican.

Et enfin on terminera avec une conclusion générale.

Chapitre 1

Définitions et modélisation des robots manipulateurs

1. Introduction

La robotique est un domaine relativement jeune de la technologie moderne transcende les frontières de l'ingénierie traditionnelle. Comprendre la complexité des robots et leurs applications nécessite des connaissances en génie électrique, génie mécanique, systèmes et génie industriel, informatique, économie, et en mathématiques. De nouvelles disciplines de l'ingénierie, tels que l'ingénierie de fabrication, l'ingénierie d'applications et d'ingénierie des connaissances ont vu le jour pour faire face à la complexité du domaine de la robotique et l'automatisation industrielle.

En effet l'utilisation des robots est aujourd'hui couramment envisagée pour l'automatisation de nombreuses tâches. Celles-ci sont particulièrement diversifiées : le nettoyage, le transport dans les ateliers automatisés, l'agriculture, l'exploitation des mines, l'assistance aux personnes handicapées et l'exploration de milieux hostiles en sont quelques exemples.

Nous donnons dans ce chapitre, un certain nombre de définitions nécessaires pour décrire les mécanismes et leurs caractéristiques. Nous discutons en suite les modèles de transformations entre l'espace cartésien et l'espaces articulaire, à savoir, le modèle géométrique direct, le modèle géométrique inverse, le modèle cinématique direct, le modèle cinématique inverse et le modèle dynamique. .

2. Caractéristiques d'un robot

Un robot doit être choisi en fonction de l'application qu'on lui réserve. Voici quelques paramètres à prendre en compte [1] :

- La charge maximale transportable (de quelques kilos à quelques tonnes), à déterminer dans les conditions les plus défavorables.
- L'architecture du système mécanique articulé, le choix est guidé par la tâche à réaliser.
- Le volume de travail, définit comme l'ensemble des points atteignables par l'organe terminal (OT), tous les mouvements ne sont pas possibles en tout point du volume de travail.
- Le type du robot et la mission à effectuer.
- La vitesse de déplacement.
- La masse du robot.
- Le coût du robot.

3. Classification des robots

Il y a différentes façons de classer les robots. On peut, par exemple, différencier les robots sur leur source d'énergie. On parlera des robots hydrauliques versus électriques ou encore pneumatiques. D'autre fois, on distinguera des robots fixes versus des robots mobiles.

Mais souvent, on classe structurellement les robots en fonction des systèmes de coordonnées dans lesquels ils travaillent :

- ❖ **Cartésien** : trois axes de translation.
- ❖ **Cylindrique** : deux axes de translation, un axe de rotation.
- ❖ **Sphérique** : un axe de translation, deux axes de rotation.
- ❖ **Articulé** : trois axes de rotation.

Le système de coordonnées dans lequel il faut travailler dépend souvent de l'application à mettre en œuvre. C'est ainsi qu'un robot cylindrique convient bien à une pièce d'estampage, tandis qu'un robot articulé pourra effectuer des soudures à divers endroits invisible depuis la base du robot.

On rencontre dans la littérature anglo-saxonne une notation abrégée pour décrire le type et le nombre d'articulation d'un robot, en désignant une translation (sliding) par la lettre S et une rotation par la lettre R, un robot articulé se désignerait sous le signe « RRR », tandis qu'un cylindre pourrait répondre à l'appellation « SSR » [2][3]

4. Robots Manipulateurs

Les robots manipulateurs sont composés de liaisons rigides interconnectées par le moyen d'articulations, et un organe effecteur se trouvant à l'extrémité de la dernière liaison. Le mouvement de ces liaisons est assuré par des actionneurs et l'état du manipulateur est donné par des mesures issues des capteurs.

Le mouvement désiré du manipulateur est achevé en utilisant un système de contrôle qui fournit des commandes aux actionneurs des articulations dépendant sur la méthodologie de commande implémentée.

La figure suivante illustre les différents éléments qui constituent un robot manipulateur :



Figure 1.1 : Constitution d'un robot manipulateur

Sous le terme organe terminal, on regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, à dépression, etc.), ou à les transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, etc.). En d'autres termes, il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement.

Le système mécanique articulé (SMA) est un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action. Son rôle est d'amener OT dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données..

Ces différents éléments du robot manipulateur (RM) peuvent être regroupés en quatre parties principales comme indiqué sur la (Figure 1.2).

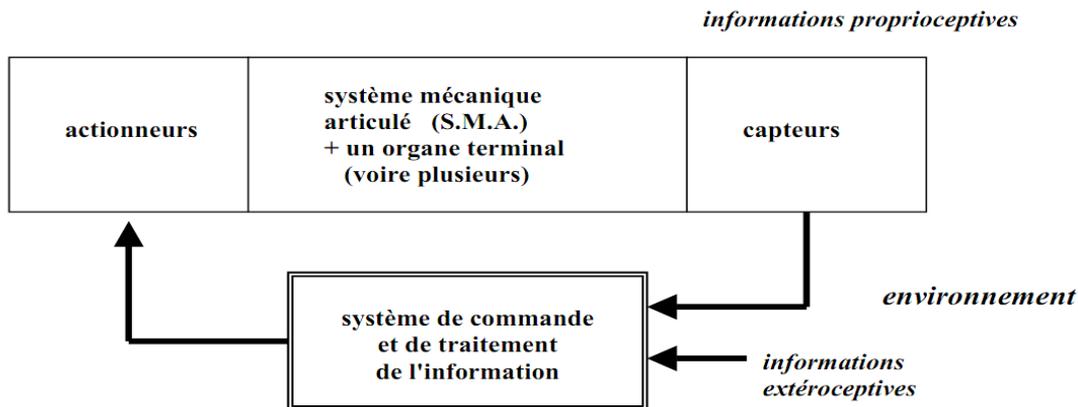


Figure 1.2 : Parties constituant un RM

5. Définitions Générales

5.1. Articulations

Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degrés de l'un par rapport à l'autre. Soit m le nombre de degrés de liberté résultant ; encore appelé mobilité de l'articulation. ($0 < m \leq 6$). Lorsque $m=1$, le cas le plus fréquent en robotique, l'articulation est soit rotative, soit prismatique.

5.2. Degré de liberté

Le degré de liberté d'un robot manipulateur est la somme des degrés de liberté de ses articulations. Avec le degré de liberté d'une articulation est le nombre de mouvement du corps qui est en aval par rapport au corps qui est en amont.

5.3. Espace articulaire

L'espace articulaire d'un robot est celui dans lequel est représentée la situation de tous ses corps. La situation la plus simple consiste à utiliser les variables aux coordonnées articulaires. Sa dimension N est égal au nombre des variables articulaires indépendantes et correspond au nombre de degrés de liberté de la structure mécanique.

5.4. Espace opérationnel

L'espace opérationnel est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal. Sa dimension est égal au nombre des paramètres indépendants nécessaire pour décrire la

dimension de l'organe terminal dans l'espace. Dans l'espace tridimensionnel ce nombre est de six (trois point pour placer un point du corps en un point quelconque de cet espace et trois pour orienter ce corps de façon quelconque) [3][4].

5.5. Redondance

Un robot est redondant lorsque le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal est inférieur au nombre de degrés de liberté de l'espace articulaire.

5.6. Configuration singulière

Pour tous les robots ; qu'ils soient redondants ou non ; il se peut que dans certaines configurations dites singulières ; le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal soit inférieur à la dimension de l'espace opérationnel.

6. Modélisation des robots manipulateurs

6.1. Introduction

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que, les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot). On distingue :

- les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires du mécanisme et inversement.
- les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement.
- les modèles dynamiques, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations. Ce modèle définit les équations du mouvement du robot.

6.2. Modélisation géométrique

Dans la modélisation géométrique on s'intéresse au mouvement sans tenir compte des forces qui le provoque.

6.2.1. Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal, c'est-à-dire les coordonnées opérationnelles du robot, en fonction de ses coordonnées articulaires.

Le modèle géométrique direct du robot peut être représenté par la relation

$$X = f(q) \quad (1.1)$$

q : étant le vecteur des variables articulaires tel que

$$q = [q_1 q_2 \dots q_n]^T$$

Les coordonnées opérationnelles sont définies par :

$$X = [x_1 x_2 \dots x_m]^T$$

6.2.2. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse permet de déterminer le vecteur des variables articulaires à partir du vecteur de coordonnées opérationnelles.

$$q = g(X) \quad (1.2)$$

6.3. Modélisation cinématique

Le modèle cinématique exprime les relations entre les vitesses articulaires de chaque joint et les vitesses cartésiennes d'un point de la chaîne cinématique ; généralement l'organe terminal ; on distingue :

6.3.1. Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires, Il est noté :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (1.3)$$

Où $J(q)$ désigne la matrice jacobienne de dimension (mxn) du bras manipulateur.

6.3.2. Modèle cinématique inverse

L'objectif du modèle cinématique inverse est de calculer, à partir d'une configuration q donnée, les vitesses articulaires \dot{q} qui assurent au repère terminal une vitesse opérationnelle \dot{X} imposée, il s'écrit donc :

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (1.4)$$

Le modèle cinématique inverse (MCI) donne les vitesses articulaires (\dot{q}) correspondants à une vitesse désiré \dot{X} de l'organe terminal. le modèle cinématique inverse s'obtient par la solution d'un système d'équations linéaires soit analytiquement, soit numériquement, les solutions analytiques diminuent le nombre d'opérations de façon remarquable par rapport au

solutions numériques, mais il faut traiter les cas singuliers séparément. Les solutions numériques sont plus générales, et traitent tous les cas de la même façon.

6.4. Modélisation dynamique

Le modèle dynamique joue un rôle important dans la conception et le fonctionnement des robots. Pour la conception, le modèle dynamique inverse peut être utilisé pour choisir les actionneurs, alors que le modèle dynamique direct est utilisé pour effectuer des simulations, afin de tester les performances du robot.

Plusieurs approches sont proposées pour obtenir le modèle dynamique des robots, les plus utilisées sont la formulation de Newton-Euler et la formulation de Lagrange. L'approche de Newton-Euler est basée sur l'équilibre des forces et les moments qui agissent entre les articulations. La formulation de Lagrange est une approche basée sur l'énergie. Pour le même manipulateur, les deux approches donnent les mêmes équations du mouvement.

6.4.1 Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse est utilisé pour calculer les couples actionneurs, qui sont nécessaires pour réaliser un mouvement souhaité. En absence des frottements et d'autres perturbations, le modèle dynamique général d'un robot manipulateur est donné par :

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (1.5)$$

q : Vecteur des variables articulaires de dimension $(n \times 1)$.

\dot{q} : Vecteur des vitesses articulaires de dimension $(n \times 1)$.

\ddot{q} : Vecteur des accélérations de dimension $(n \times 1)$.

τ : Vecteur des couples appliquées aux articulations de dimension $(n \times 1)$.

$M(q)$: Matrice d'inertie du robot de dimension $(n \times n)$ symétrique définie positive

$C(q, \dot{q})\dot{q}$: Vecteur des forces de Coriolis et centrifuges de dimension $(n \times 1)$.

$G(q)$: Vecteur des forces de gravité de dimension $(n \times 1)$.

6.4.2 .Modèle dynamique direct

Exprime la position, la vitesse et l'accélération des articulations en fonction des couples appliqués, il est obtenu par inversion du modèle précédent.

7. Modélisation du robot pelican [5]

Ce prototype est un bras plan avec deux liaisons reliées par des articulations rotatives, c'est-à-dire qu'il possède deux segments. Les liaisons sont entraînées par deux moteurs électriques. C'est un mécanisme à entraînement direct, c'est-à-dire les axes et les moteurs sont connectés directement aux liaisons sans engrenages ni courroies, (robot expérimental du laboratoire de robotique. et de la recherche CICESE Mexique).

7.1. Description géométrique et dynamique du robot pelican [5]

Le bras manipulateur est constitué de deux segments rigides de longueurs l_1 et l_2 , de masses m_1 et m_2 respectivement. Le robot se déplace sur le plan $x - y$ comme illustré dans la figure (1.3). Les distances entre les axes de rotation et les centres de masse sont désignées par l_{c1} et l_{c2} pour les segments 1 et 2, respectivement. Enfin, I_1 et I_2 sont les moments d'inertie réelle du centre de masse de segment 1 et 2, respectivement. Le vecteur des positions articulaires q est défini comme

$$q = [q_1 \quad q_2]^T \quad (1.6)$$

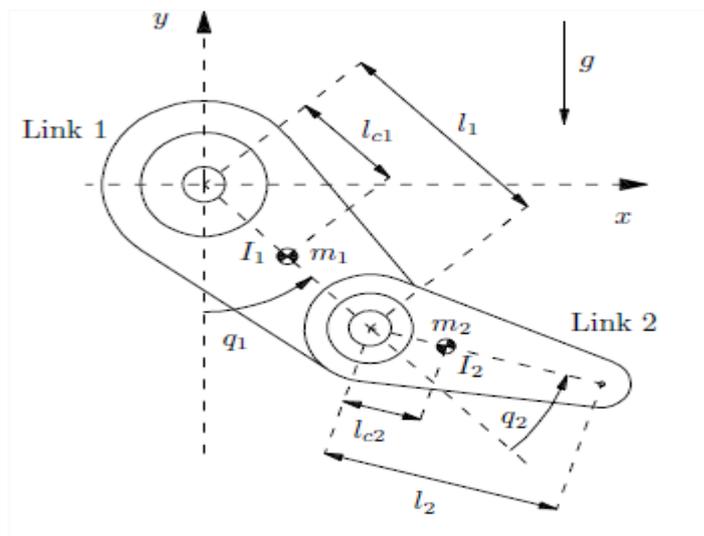


Figure 1.3 : Schéma du robot Pelican à 2 segments

7.2. Paramètres mesurés de robot pelican [7]

Les valeurs des paramètres mesurés du robot pelican utilisés sont données dans le tableau suivant :

Paramètre	Valeur
<i>Masse de la liaison 1 (m_1)</i>	<i>6.5225 kg</i>
<i>Masse de la liaison 2 (m_2)</i>	<i>2.0458 kg</i>
<i>Longueur de la liaison 1 (l_1)</i>	<i>0.26 m</i>
<i>Longueur de la liaison 2 (l_2)</i>	<i>0.26 m</i>
<i>La gravité (g)</i>	<i>9.81 ms^{-2}</i>
<i>Distance vers le centre de masse de la liaison 1 (l_{c1})</i>	<i>0.0983 m</i>
<i>Distance vers le centre de masse de la liaison 2 (l_{c2})</i>	<i>0.0229 m</i>
<i>Moment d'inertie du centre de masse m_1 (I_1)</i>	<i>0.1213 kg m^2</i>
<i>Moment d'inertie du centre de masse m_2 (I_2)</i>	<i>0.0116 kg m^2</i>

Tableau 1.1 : paramètres du robot pelican

7.3. Formulation de Lagrange

Considérons le robot décrit dans la figure (1.3)

L'énergie cinétique k du bras est décrit par la somme :

$$k(q, \dot{q}) = k_1(q, \dot{q}) + k_2(q, \dot{q}) \quad (1.7)$$

Avec $k_1(q, \dot{q})$ et $k_2(q, \dot{q})$ sont les énergies cinétiques associées au centres de masses m_1 et m_2 respectivement.

Les coordonnées du centre de masse de la liaison 1 selon le plant ($x - y$):

$$x_1 = l_{c1} \sin(q_1) \quad (1.8)$$

$$y_1 = -l_{c1} \cos(q_1) \quad (1.9)$$

Le vecteur de vitesse v_1 de la même liaison (1) est :

$$v_1 = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{c1} \cos(q_1) \dot{q}_1 \\ l_{c1} \sin(q_1) \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Sachant que :

$$\|v_1\|^2 = v_1^T v_1 = l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 \quad (1.11)$$

Donc l'énergie cinétique correspondante à la 1er liaison est obtenue par :

$$\begin{aligned} k_1(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} m_1 v_1^T v_1 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \end{aligned} \quad (1.12)$$

Les coordonnées du centre de masse de la liaison 2 selon le plant $(x - y)$:

$$x_2 = l_1 \sin(q_1) + l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \quad (1.13)$$

$$y_2 = -l_1 \cos(q_1) - l_{c2} \cos(q_1 + q_2) \quad (1.14)$$

Le vecteur de vitesse v_2 de la même liaison (2) est :

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) \dot{q}_1 + l_{c2} \cos(q_1 + q_2) [\dot{q}_1 + \dot{q}_2] \\ l_1 \sin(q_1) \dot{q}_1 + l_{c2} \sin(q_1 + q_2) [\dot{q}_1 + \dot{q}_2] \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

En utilisant les deux formules trigonométriques $\cos(\theta)^2 + \sin(\theta)^2 = 1$ et

$\sin(q_1) \sin(q_1 + q_2) + \cos(q_1) \cos(q_1 + q_2) = \cos(q_2)$ on trouve :

$$\|v_2\|^2 = v_2^T v_2 = l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 [\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2] + 2l_1 l_{c2} [\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2] \cos(q_2) \quad (1.16)$$

Ce qui implique

$$\begin{aligned} k_2(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} m_2 v_2^T v_2 + \frac{1}{2} I_2 [\dot{q}_1 + \dot{q}_2]^2 \\ &= \frac{m_2}{2} l_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{m_2}{2} l_{c2}^2 [\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2] \\ &\quad + m_2 l_1 l_{c2} [\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2] \cos(q_2) \\ &\quad + \frac{1}{2} I_2 [\dot{q}_1 + \dot{q}_2]^2. \end{aligned} \quad (1.17)$$

L'énergie potentielle U est donnée par :

$$U(q) = U_1(q) + U_2(q) \quad (1.18)$$

Avec $U_1(q)$ et $U_2(q)$ sont les énergies potentielles associées aux masses m_1 et m_2 respectivement.

Si l'énergie potentielle est égale à zéro lorsque $y = 0$ alors :

$$U_1(q) = -m_1 l_{c1} g \cos(q_1) \quad (1.19)$$

$$U_2(q) = -m_2 l_1 g \cos(q_1) - m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2). \quad (1.20)$$

Le lagrangien est donné par :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(q, \dot{q}) &= k(q, \dot{q}) - U(q) \\ &= k_1(q, \dot{q}) + k_2(q, \dot{q}) - U_1(q) - U_2(q) \\ &= \frac{1}{2} [m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2] \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c2}^2 [\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2] \\ &\quad + m_2 l_1 l_{c2} [\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2] \cos(q_2) \\ &\quad + [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \cos(q_1) \\ &\quad + m_2 g l_{c2} \cos(q_1 + q_2) \\ &\quad + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 [\dot{q}_1 + \dot{q}_2]^2. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Donc le modèle dynamique du bras est obtenu en appliquant l'équation de Lagrange suivante

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial q_i} = \tau_i \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (1.22)$$

D'où le modèle dynamique est donné par :

$$\begin{aligned} \tau_1 &= [m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_1 + I_2] \ddot{q}_1 \\ &\quad + [m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2] \ddot{q}_2 \\ &\quad - 2m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2^2 \\ &\quad + [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \sin(q_1) + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$\begin{aligned}\tau_2 = & [m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2] \ddot{q}_1 + [m_2 l_{c2}^2 + I_2] \ddot{q}_2 \\ & + m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1^2 \\ & + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2)\end{aligned}\quad (1.24)$$

La dynamique sous forme compacte est donnée par

$$\tau = \underbrace{\begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix}}_{M(q)} \ddot{q} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) & C_{12}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) & C_{22}(q, \dot{q}) \end{bmatrix}}_{C(q, \dot{q})} \dot{q} + \underbrace{\begin{bmatrix} g_1(q) \\ g_2(q) \end{bmatrix}}_{G(q)} \quad (1.25)$$

Avec

$$M_{11}(q) = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_1 + I_2$$

$$M_{12}(q) = M_{21}(q) = m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2$$

$$M_{22}(q) = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$C_{11}(q; \dot{q}) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2$$

$$C_{12}(q; \dot{q}) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]$$

$$C_{21}(q; \dot{q}) = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1$$

$$C_{22}(q; \dot{q}) = 0$$

$$g_1(q) = [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \sin(q_1) + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2)$$

$$g_2(q) = m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2).$$

Les équations de la dynamique sous forme d'état :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ M(q)^{-1} [\tau(t) - C(q, \dot{q}) \dot{q} - G(q)] \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

8. Propriétés structurelles du modèle dynamique [5]

Dans ce paragraphe, nous présentons les propriétés des différents termes constituant l'équation du modèle dynamique (1.5) d'un robot manipulateur. Ces propriétés peuvent être exploitées pour l'analyse du comportement du système et la synthèse de commande.

Propriété 1

$M(q)$ est une matrice symétrique, définie positive, et bornée comme suit :

$$0_n < M_m < \|M(q)\| < M_M \quad (1.27)$$

Avec M_M et M_m sont des constantes positives.

Propriété 2

La matrice $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ est une matrice anti-symétrique, c'est-à-dire :

$$\dot{q}^T \left[\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right] \dot{q} = 0 \quad \forall q, \dot{q} \in R^n \quad (1.28)$$

Propriété 3

$$C(q, x)y = C(q, y)x \quad \forall x, y \in R^n \quad (1.29)$$

$$C(q, z + \alpha x)y = C(q, z)y + \alpha C(q, x)y \quad (1.30)$$

Propriété 4

La norme de la matrice spécifiant l'effet de centrifuge et de Coriolis $C(q, \dot{q})$ est bornée comme suit

$$\|C(q, \dot{q})\| \leq C_m \|\dot{q}\| \quad (1.31)$$

C_m est une constante positive.

Propriété 5

La norme du vecteur des forces de la gravité est bornée comme suit

$$\|G(q)\| \leq g_m \quad (1.32)$$

Ou g_m est constante.

9. Conclusion

Nous avons donné dans ce chapitre quelques définitions de concernant la robotique et plus particulièrement le domaine de la modélisation des robots manipulateurs. Nous avons présenté, également, les notations et les outils mathématiques mis en œuvre pour cette modélisation.

A la fin de ce chapitre, nous nous avons modélisé le robot pelican et nous avons présenté les propriétés structurelle du modèle dynamique. « le robot pelican sera utilisé pour tester les commandes des chapitres suivants ».

Chapitre 2

Commandes des robots manipulateurs

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous discutons brièvement des différentes techniques de commande des bras manipulateurs dans l'espace libre rapportées dans la littérature, ensuite nous présentons la commande décentralisée PD et PID, la commande PD avec compensation de gravité, commande à couple calculé et commande de Slotine et li. Pour tester l'efficacité de ces commandes, nous les appliquons sur le robot pelican.

2. Commande des bras manipulateurs

Différentes techniques sont utilisées pour la commande des bras manipulateurs [6][7].

2.1. Commande par articulation

Cette technique est utilisée par des robots manipulateurs qui utilisent des servomoteurs avec de forts rapports de réduction. Lorsque le système présente un comportement linéaire, l'asservissement du mouvement peut être réalisé par des techniques classiques de commande[14].

2.2. Commande jacobienne

Cette technique est utilisée depuis les travaux de Whitney et elle est appelée et elle est appelée ainsi car elle utilise la matrice jacobienne inverse du bras manipulateur pour calculer les vitesses de consigne nécessaires aux articulations. Elle est aussi connue sous le nom de commande à mouvement résolu. Les approches les plus courantes sont de type : mouvement à vitesse résolu, mouvement à accélération résolu et mouvement à force résolu. Son principal inconvénient est l'utilisation de l'inverse de la matrice jacobienne, qui peut devenir singulière dans certaines conditions [15].

2.3. Commande par découplage non linéaire

Cette technique est aussi connue sous les noms de commande dynamique ou commande par couple calculé. Lorsque l'application exige des évolutions rapides avec des contraintes dynamiques, la commande doit prendre en compte les forces d'interaction. Ce type de technique considère l'ensemble des articulations et, pour les découpler, utilise la théorie du découplage non linéaire. Cette théorie utilise le modèle dynamique du robot pour le calcul de la loi de commande, ce qui conduit à des lois de commande centralisées non linéaires. Des signaux d'anticipation peuvent être utilisés pour minimiser des effets non linéaires ..

2.4. Commande adaptative

Ce type de techniques vise à corriger les déficiences de la commande par découplage non linéaire, comme la connaissance approximative des paramètres du modèle du robot ou pour s'adapter aux différentes conditions opératoires. Ce type de schémas cherche à estimer ou ajuster en ligne les valeurs des paramètres utilisées dans le calcul de la loi de commande. Un des travaux les plus intéressants sur ce sujet est la commande proposée par Slotine et li appelée commande de Slotine-Li [10].

2.5. Commande fondée sur une fonction de Lyapunov [16]

Des méthodes basées sur une fonction de Lyapunov ont été utilisées pour la commande des bras manipulateurs de façon satisfaisante pour des tâches de suivi. Particulièrement lorsqu'on cherche à garantir la convergence asymptotique et non à linéariser le système ou à obtenir le découplage.

2.6. Commande passive [17]

Cette technique considère le robot comme un système passif, c'est à dire un système qui dissipe de l'énergie. De telles lois de commande permettent de modifier l'énergie naturelle du

robot pour qu'il réalise la tâche. En utilisant le formalisme de Hamilton, la commande cherche à minimiser l'énergie du système en utilisant un bloc non linéaire passif dans la boucle de retour. La commande passive tend à être plus robuste que le découplage non linéaire, lorsque la technique ne recherche pas à annuler les non linéarités .

2.7. Commande prédictive [18]

Ce type de commande, en utilisant le modèle du système et les consignes, est capable de prédire son évolution, de telle manière qu'il est capable d'agir en fonction de l'erreur de prédiction. Un grand avantage de ce type d'approche est lié au fait que l'erreur de prédiction n'est pas contaminé par les bruits de mesure mais la dépendance au modèle reste forte.

2.8. Commande robuste [19]

Dans le cas de paramètres fixes, il est connu que la technique de découplage non linéaire peut devenir instable en présence d'incertitudes. Si les paramètres du modèle ne sont pas connus de façon précise et si l'incertitude sur les paramètres admet des bornes connus, alors les techniques de commande robuste peuvent être utilisées.

2.9. Commande optimale

Pour réaliser une tâche, il peut exister un grand nombre de solutions. Dans ce cas, il peut être souhaitable de choisir une solution qui satisfasse un certain critère. La littérature présente différents types de critères pour la commande optimale : la commande en temps minimal, du domaine des neurosciences la minimisation du jerk pour maximiser la souplesse du mouvement, entre autres.

3. Lois de commande qui ne sont pas basées sur le modèle

On s'intéresse dans cette partie à la régulation [5] [8] [9].

3. 1. Loi de commande de type PD

La commande de type PD est une extension de la commande proportionnelle avec boucle de vitesse.

L'objectif de la régulation est de maintenir la position de la variable articulaire q du robot constante autour d'une position désirée, constante, notée q_d .

La loi de commande proportionnelle dérivée (PD) s'écrit :

$$\tau = k_p(q_d - q) + k_d(\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (2.1)$$

$$\dot{V}(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = \dot{\tilde{q}}^T M(q) \ddot{\tilde{q}} + \frac{1}{2} \dot{\tilde{q}}^T \dot{M}(q) \dot{\tilde{q}} + \dot{\tilde{q}}^T k_p \dot{\tilde{q}} + \dot{U}(q) \quad (2.6)$$

Par le remplacement de $M(q)\ddot{\tilde{q}}$ obtenue de la relation (2.2) dans (2.6) et en exploitant la propriété (2) nous trouvons :

$$\dot{V}(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = -\dot{\tilde{q}}^T k_d \dot{\tilde{q}} \quad (2.7)$$

qui est une fonction semi-définie négative, alors le point d'équilibre $(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = (0,0)$ est stable au sens de Lyapunov. Mais la négativité de la relation (2.7) assure uniquement la convergence de l'état $\dot{\tilde{q}}$ à 0 (zéro). Pour compléter l'analyse de la stabilité on peut appliquer le théorème de LaSalle et montrer que les états du système convergeront vers l'ensemble S (équation (2.4)) dans un temps fini.

Nous avons $\dot{V}(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = 0$ seulement pour $\dot{\tilde{q}} = 0$ ($\ddot{\tilde{q}} = 0$), alors par le remplacement de cette dernière dans la dynamique de la boucle fermée (2.2), nous avons :

$$k_p \tilde{q} + G(q) = 0 \quad (2.8)$$

D'où

$$\tilde{q} = K_p^{-1} G(q) \quad (2.9)$$

Alors :

$$\|\tilde{q}\| \leq \|K_p^{-1}\| \|G(q)\| \leq g_m \|K_p^{-1}\| \quad (2.10)$$

où g_m est une borne supérieure du vecteur de gravité donnée dans la propriété 5 (chapitre 1).

Donc nous concluons que le système converge localement vers l'ensemble S et que la précision du système dépend de la matrice du gain k_p .

En outre, si k_p et k_d sont des matrices définies positives alors toutes les solutions $(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$ convergent asymptotiquement globalement (si k_p est grand) ou localement (si k_p est petit) à l'ensemble des points d'équilibre S .

3.2. Loi de commande de type PID

Pour résoudre le problème des hauts gains de la commande PD, la commande PID peut être utilisée, Pour cela, l'action intégrale peut donc être soit ajoutée à la commande PD pour agir

sur les forces de gravité qui peuvent être considérées, dans certaines mesures, comme des perturbations constantes. Cela mène à une commande d'une structure Proportionnelle, Intégrale et Dérivée (PID).

La loi de commande PID a la forme suivante (figure 2.2) :

$$\tau = k_p(q_d - q) + k_d(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_i \int_0^t (q_d - q) dt \quad (2.11)$$

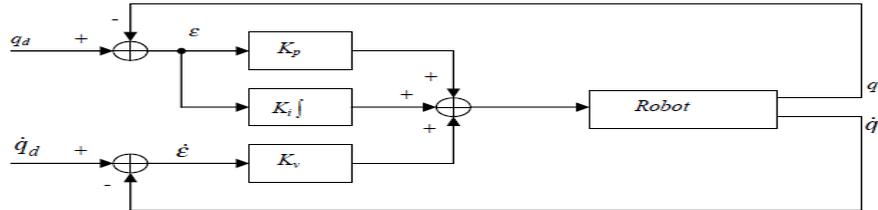


Figure 2.2 : Schéma Bloc de la commande type PID.

Nous décrivons la dynamique du robot (1.5) sous la forme d'espace d'état,

Avec $x_1 = q$, $x_2 = \dot{q}$, $x^T = (x_1^T, x_2^T)$ comme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M(x_1)^{-1}[-C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) + \tau] \end{cases} \quad (2.12)$$

et les erreurs du vecteur d'état sont définies comme :

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = x_1 - x_{d1} \\ \tilde{x}_2 = x_2 \end{cases} \quad (2.13)$$

où, x_{d1} dénote le vecteur des positions désirées q_d . nous introduisons l'intégrale de l'erreur de position plus la composante $-G(x_{d1})$, comme un troisième état :

$$\tilde{x}_3 = \int_0^t \tilde{x}_1 d\tau - G(x_{d1}) \quad (2.14)$$

Le remplacement de la commande (3.10) dans (3.11) donne :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = M(x_1)^{-1}[-C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) - k_p \tilde{x}_1 - k_d \tilde{x}_2 - k_i(\tilde{x}_3 + Gx_{d1})] \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \tilde{x}_1 \end{cases} \quad (2.15)$$

Pour étudier la stabilité locale de l'équation d'erreur précitée du système, nous considérons une approximation de sa tangente linéaire autour de l'origine,

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + O(\tilde{x}) \quad (2.16)$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -(B_0 k_p + A_0) & -B_0 k_d & k_i \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

où $O(\tilde{x})$ décrit les termes d'ordre supérieur du développement de Taylor.

pour la dynamique du robot, $O(\tilde{x})$ satisfait : $\|O(\tilde{x})\| \leq C_1 \|x\|^2$ [9].

Les matrices A_0 et B_0 sont données par :

$$A_0 = \frac{\partial M^{-1}G}{\partial x_1} |_{x_1 = x_{d1}}, B_0 = M(x_{d1})^{-1} \quad (2.18)$$

Si les gains k_p , k_d et k_i sont choisis pour rendre le système autonome linéaire asymptotiquement stable, les états du système en boucle fermée (2.15) tendent vers zéro.

Donc $x_1 \rightarrow 0$, l'erreur d'état stable peut être nulle en l'absence des perturbations.

Si A est une matrice stable, nous pouvons alors définir l'équation de Lyapunov V comme :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (2.19)$$

où P est une matrice symétrique définie positive satisfaisant la condition: $PA + A^T P = -Q$, pour $Q > 0$. Alors nous obtenons :

$$\dot{V} = -\tilde{x}^T Q \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P_0(\tilde{x}) \quad (2.20)$$

$$\leq -\lambda_{\min} Q \|\tilde{x}\|^2 + 2C_0 P_0 \|\tilde{x}\|^3 \quad (2.21)$$

$$\leq -\|\tilde{x}\|^2 (\lambda_{\min} Q - 2C_0 P_0 \|\tilde{x}\|) \quad (3.22)$$

avec C_0 est une constante positive et P_0 est une borne supérieure pour la norme de P . Au voisinage de l'origine, le terme carré négatif domine le terme cubique positif. Le point d'équilibre est donc localement stable au sens de Lyapunov. Il est maintenant simple à prouver en se basant sur le théorème des ensembles invariants que le vecteur de l'erreur converge vers zéro.

3.3. Résultats de simulation

Les simulations qu'on a fait pour les deux loi de commande sur le modèle dynamique du robot pelican ont été faites avec les paramètres suivants : $K_p = \begin{bmatrix} 400 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$,

$$K_d = \begin{bmatrix} 0.009 & 0 \\ 0 & 0.003 \end{bmatrix} \text{ et } K_i = \begin{bmatrix} 1010 & 0 \\ 0 & 800 \end{bmatrix}, q_{1d}(t) = q_{2d}(t) = 1.57 \text{ rad}$$

période d'échantillonnage $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$, le temps de simulation = 3sec.

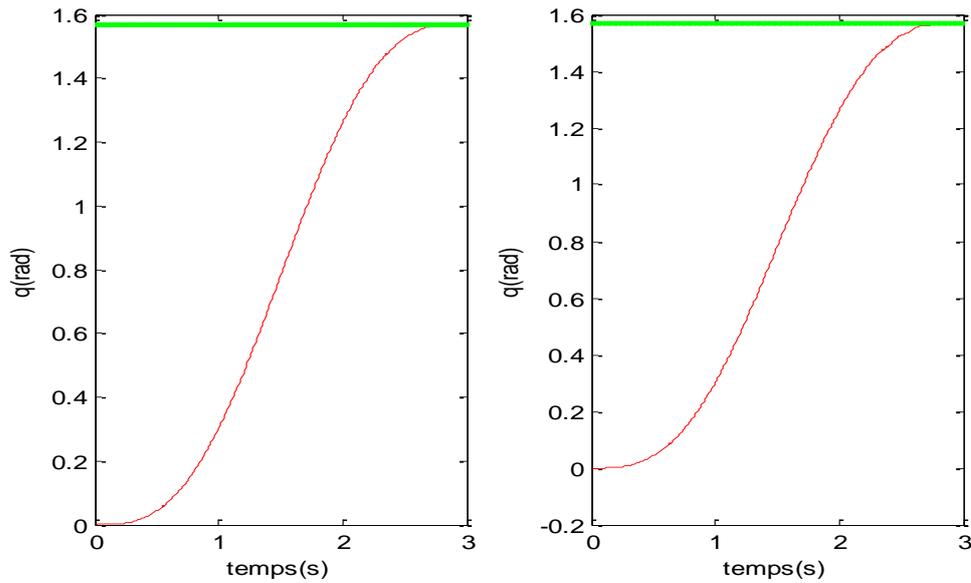


Figure 2.3 : trajectoire de position pour la loi de commande PD

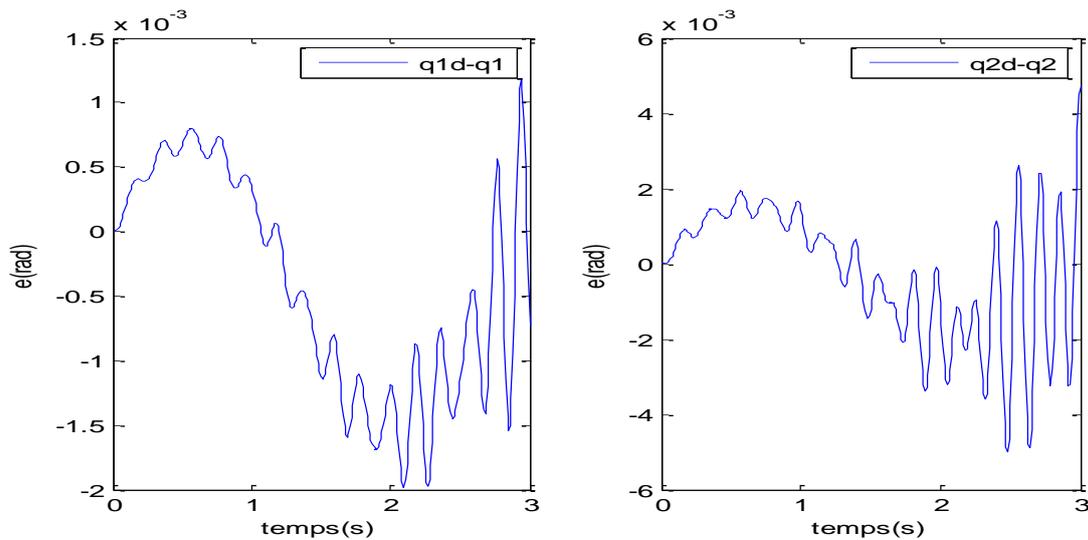


Figure 2.4 : erreurs de position pour la loi de commande PD

Interprétation des résultats

La figure (2.3) montre les trajectoires réelles et désirées des deux articulations du robot Pelican. D'après les figures, On constate qu'il y a une poursuite acceptable de trajectoire pour les deux articulations.

La figure (2.4) montre les erreurs de poursuite de trajectoire pour les deux articulations, il est clair que ces erreurs restent dans un intervalle acceptable.

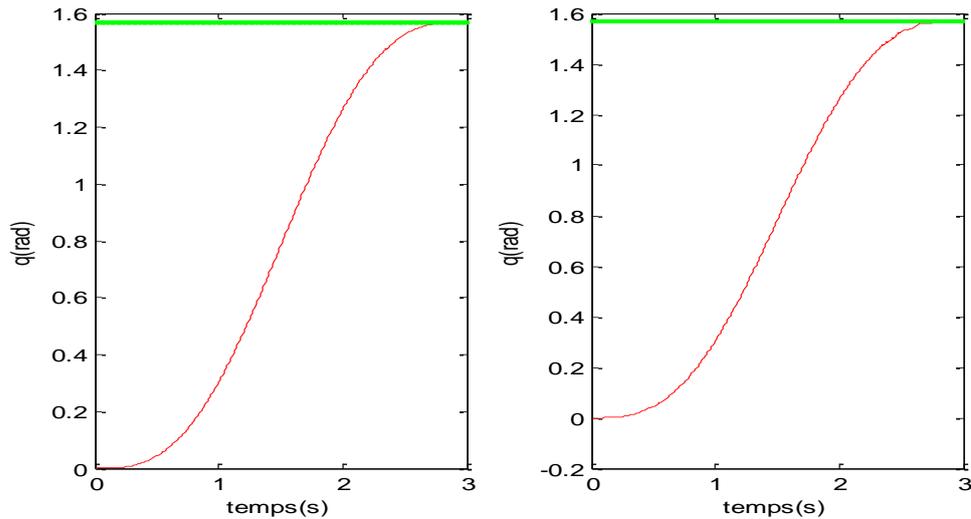


Figure 2.5 : trajectoires de position pour la loi de commande PID

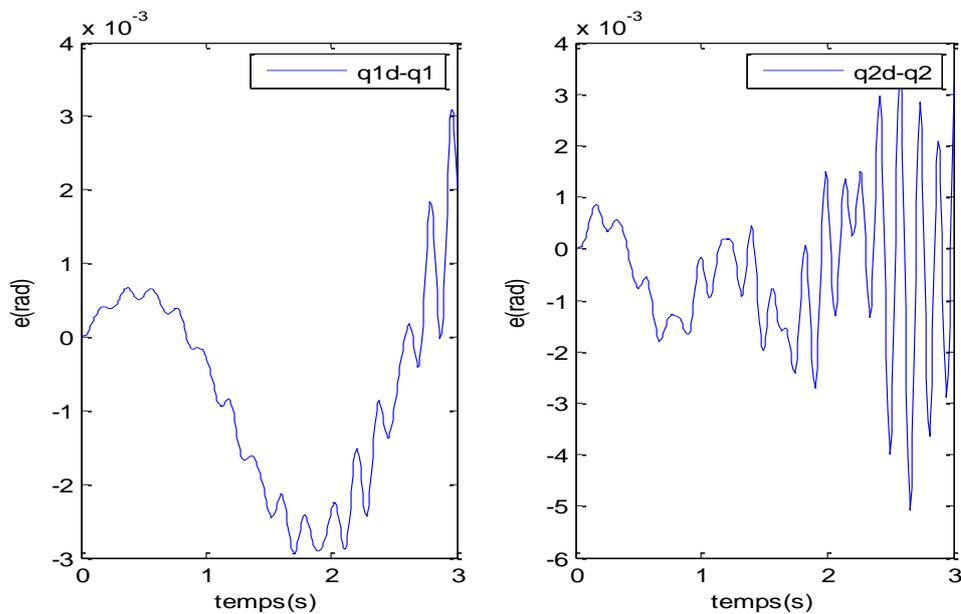


Figure 2.6 : Les erreurs de position pour la loi de commande PID

Interprétation des résultats

Les trajectoires réelles et désirées des deux articulations sont données par la figure (2.5).

On constate qu'il y a une bonne poursuite de trajectoire pour les deux articulations.

La figure (2.6) montre les erreurs de poursuite de trajectoire pour les deux articulations, il est clair que ces erreurs restent dans un intervalle acceptable.

Si on fait une comparaison entre les résultats de PD et PID, On constate que les résultats de PID sont meilleurs que PD.

Mais pour les deux approches, les erreurs ne sont pas nulles parce que, nous avons négligé le couplage entre les articulations, donc nous avons enlevé une partie importante de la dynamique du robot.

4. Lois de commande à base du modèle

4. 1. Loi de commande de type PD avec compensation de l'effet de gravité [5][10][11]

La dynamique du système n'est pas utilisée dans l'application de loi de commande de type PD, donc les non linéarités du système du robot ne sont pas compensées. Alors, l'insertion de quelques termes dynamiques non linéaires dans la commande PD va probablement donner de bons résultats. En effet, la compensation de la gravité agit comme un correcteur qui compense seulement l'ensemble des forces qui crée le dépassement et le comportement transitoire asymétrique du système.

Pour profiter de ces avantages, la commande PD est remplacée par une commande PD plus le terme des forces de gravité.

L'objectif de cette loi de commande est de maintenir les positions articulaires du robot manipulateur autour d'une valeur désirée constante q_d , pour cette méthode de commande, le couple τ appliqué aux actionneurs est donné par:

$$\tau = G(q) + k_p \tilde{q} + k_d \dot{\tilde{q}} \quad (2.23)$$

La loi de commande est composée par un terme de compensation de la gravité.

En insérant la loi de commande dans le modèle du robot, nous obtenons la dynamique du système en boucle fermée (figure 2.7) :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = G(q) - k_p \tilde{q} - k_d \dot{\tilde{q}} \quad (2.24)$$

où encore :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + k_d \dot{\tilde{q}} + k_p \tilde{q} = 0 \quad (2.25)$$

D'où l'expression de l'accélération articulaire :

$$\ddot{q} = -M(q)^{-1}(C(q, \dot{q})\dot{q} + k_p \tilde{q} + k_d \dot{\tilde{q}}) \quad (2.26)$$

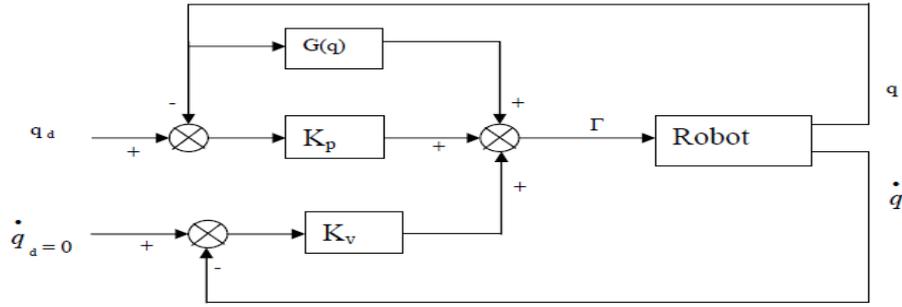


Figure 2.7 : Schéma de la commande PD avec compensation de l'effet de gravité.

Pour montrer la stabilité du système en boucle fermée, on utilise une fonction de Lyapunov définie positive suivante :

$$V(\dot{q}, \tilde{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T k_p \tilde{q} \quad (2.27)$$

En dérivant V par rapport au temps

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = \dot{q}^T M(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} + \dot{q}^T k_p \tilde{q} \quad (2.28)$$

En substituant la relation de l'accélération articulaire (2.26) dans (2.28), nous obtenons :

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = -\dot{q}^T k_d \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})) \dot{q} \quad (2.29)$$

Suivant la propriété 2, (2.28) devient :

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = -\dot{q}^T k_d \dot{q} \leq 0 \quad (2.30)$$

L'état $x = [\tilde{q}^T, \dot{q}^T]^T$ du système en boucle fermée est borné.

On considère alors une trajectoire $(q(t), \dot{q}(t))$ contenu dans l'ensemble :

$$Z = \{(\dot{q}, \tilde{q}) | \dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) \equiv 0\} \quad (2.31)$$

d'après l'équation (2.26), nous avons forcément $\tilde{q} = 0$ d'où $q = q_d$.

la seule trajectoire contenue dans Z est le point d'équilibre du robot manipulateur. et d'après le théorème de LaSalle, le point d'équilibre $(q, \dot{q}) = (q_d, 0)$ est asymptotiquement stable.

4.1.1 Résultats de simulation

Dans ce cas, nous avons choisi : $K_p = \begin{bmatrix} 400 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$, $K_d = \begin{bmatrix} 0.004 & 0 \\ 0 & 0.004 \end{bmatrix}$

Avec la période d'échantillonnage $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$, et le temps de simulation = 3sec

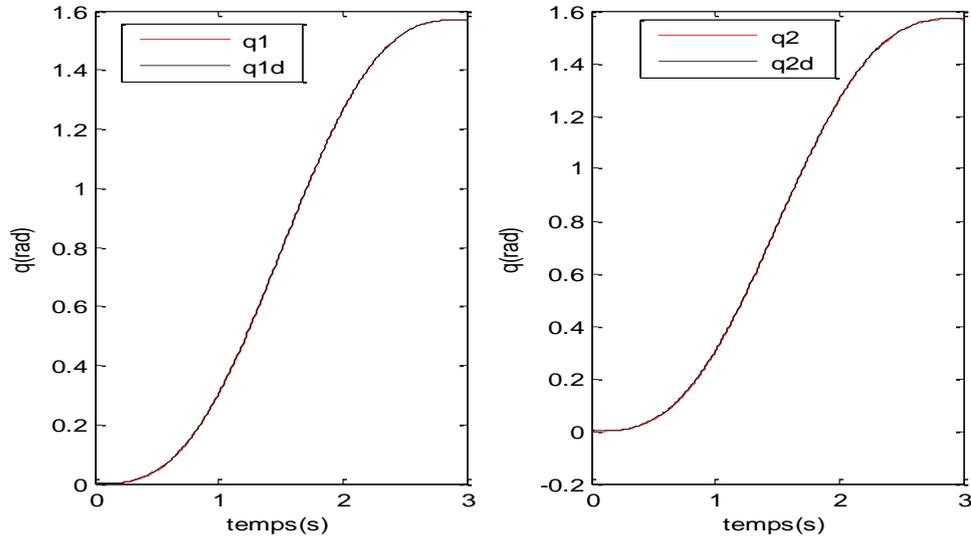


Figure 2.8 : trajectoires de position pour la loi de commande PD avec compensation de gravité

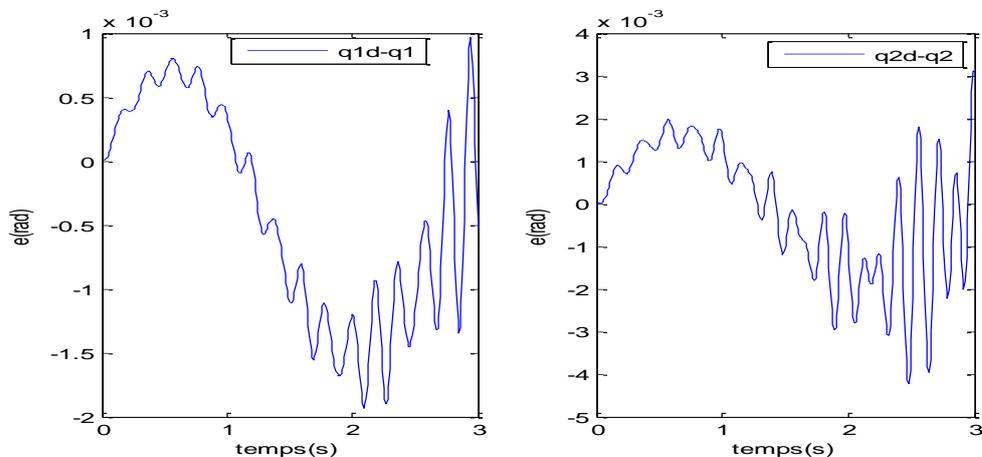


Figure 2.9: erreurs de position pour la loi de commande PD avec compensation de gravité

Interprétations des résultats

La figure (2.8) montre les trajectoires réelles et désirées des deux articulations du robot Pelican. D'après les figures, On constate qu'il y a une bonne poursuite acceptable de trajectoire pour les deux articulations. La figure (2.9) montre les erreurs de poursuite de trajectoire pour les deux articulations, il est clair que ces erreurs restent dans un intervalle acceptable.

Si on fait une comparaison entre les résultats de PD, PID et PD avec compensation de l'effet de gravité On constate que les résultats de PD avec compensation de l'effet de gravité sont meilleurs que les résultats de PD et PID, et cela revient à l'insertion d'une partie de la dynamique du robot.

4.2. Commande à Couple Calculé [5][9]

La commande à couple calculé ou computed torque a été développée au début des années 70, dite aussi linéarisante puisqu'elle est considérée comme une application spéciale de la linéarisation en boucle fermée des systèmes non linéaires. Elle repose sur l'idée de l'annulation des termes non-linéaires de chaque axe .Son utilisation pour les robots manipulateurs dépend de l'inversion de quelques termes du modèle dynamique du robot.

4.2.1. Loi de commande

Pour linéariser et découpler chaque segment du robot, la commande est donnée comme suit :

$$\tau = M(q)\tau_0 + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (2.32)$$

En appliquant cette loi de commande au modèle dynamique du robot donné par l'équation (1.5), nous aurons l'équation en boucle fermée suivante :

$$M(q)(\ddot{q} - \tau_0) = 0 \quad (2.33)$$

Puisque la matrice $M(q)$ est régulière (invertible), nous obtenons " n " systèmes linéaires découplés :

$$\ddot{q} = \tau_0 \quad (2.34)$$

où τ_0 est un terme auxiliaire de la commande à designer. Le choix typique de τ_0 est une commande Proportionnelle Dérivée (figure 2.10) est exprimée ainsi :

$$\tau_0 = k_p(q_d - q) + k_d(\dot{q}_d - \dot{q}) + \ddot{q}_d \quad (2.35)$$

Par le remplacement de (2.35) dans (2.34), nous obtenons l'équation d'erreur suivante :

$$\ddot{\tilde{q}}(t) + k_d\dot{\tilde{q}}(t) + k_p\tilde{q}(t) = 0 \quad (2.36)$$

Où (2.36) est une équation d'erreur dynamique du second ordre, et puisque k_d et k_p sont des matrices diagonales définies positives appartenant à $R^{n \times n}$, le système est parfaitement découplé.

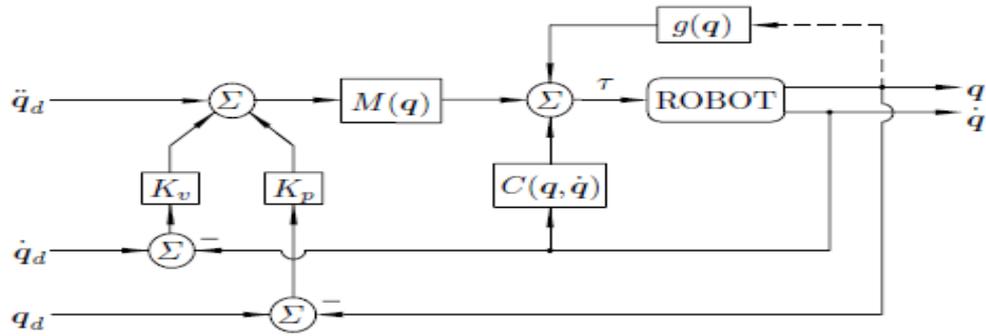


Figure 2.10 : Schéma synoptique de la commande à couple calculé.

L'équation d'erreur (2.36) est asymptotiquement stable par un choix convenable des matrices des gains k_p et k_d . Pour le prouver, nous pouvons écrire l'équation d'erreur sous la forme d'espace d'état, avec $x = (\tilde{q}^T; \dot{\tilde{q}}^T)^T$:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix} x = Ax \quad (2.37)$$

A est une matrice stable puisque les matrices k_p et k_d sont définies positives. Donc nous pouvons trouver, pour une matrice $Q > 0$ une matrice P symétrique définie positive satisfaisant :

$$P = P^T > 0$$

$$PA^T P + PA = -Q \quad (2.38)$$

pour démontrer que le point d'équilibre $x = 0$ est stable, nous choisissons la fonction candidate de Lyapunov comme suit :

$$V(x) = x^T P x \quad (2.39)$$

qui est définie positive. La dérivée par rapport au temps de $V(x)$ est :

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \quad (2.40)$$

le remplacement de \dot{x} par Ax , nous obtenons :

$$\dot{V}(x) = x^T A^T P x + x^T P A x \quad (3.41)$$

ce qui implique :

$$\dot{V}(x) = x^T (A^T P + PA)x \quad (3.42)$$

La substitution (2.38) dans (2.42), donne :

$$\dot{V}(x) = -x^T Qx \quad (2.43)$$

Qui est une fonction définie négative, ce qui implique que le point d'équilibre $(\dot{\tilde{q}}, \tilde{q}) = (0,0)$ est asymptotiquement stable.

4.2.2 Résultats de simulation

Dans ce cas, nous avons choisi : $K_p = \begin{bmatrix} 120 & 0 \\ 0 & 120 \end{bmatrix}$ et $K_d = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$

Avec la période d'échantillonnage $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$, et le temps de simulation = 3sec .

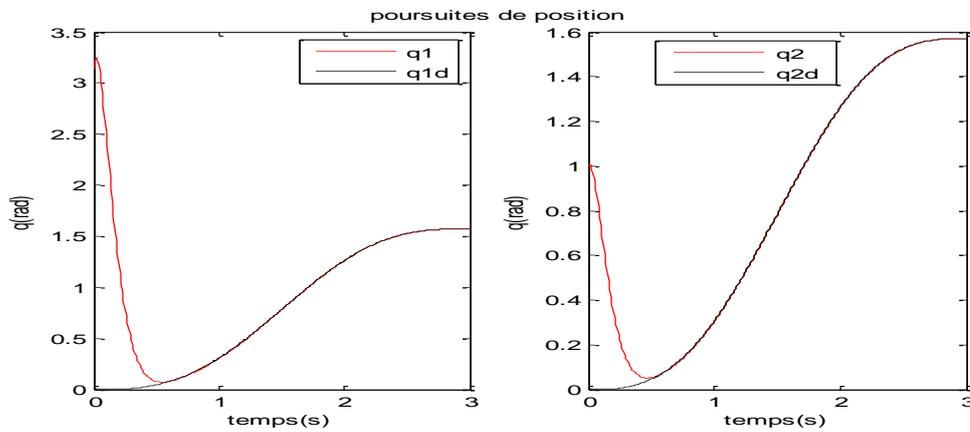


Figure 2.11 : Les poursuites de trajectoire de position pour la loi de commande Couple Calculé

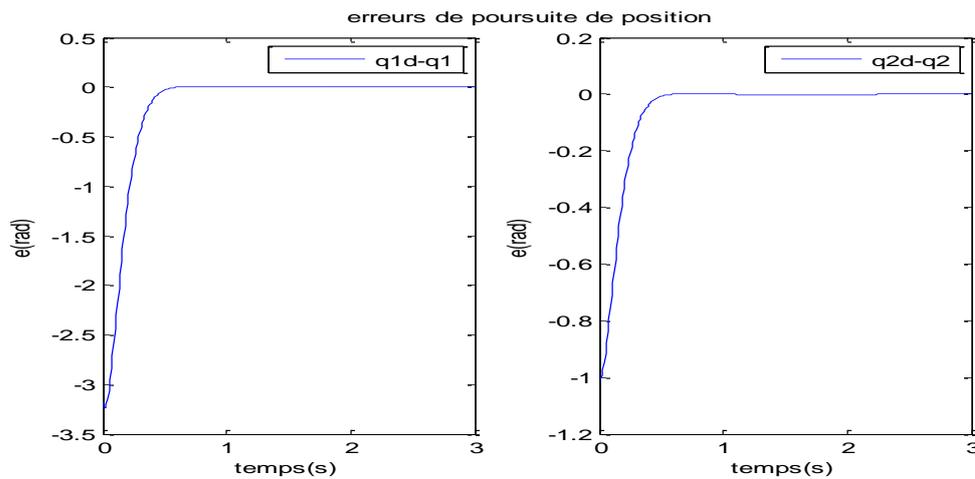


Figure 2.12 : Les erreurs de poursuite de position pour la loi de commande Couple Calculé

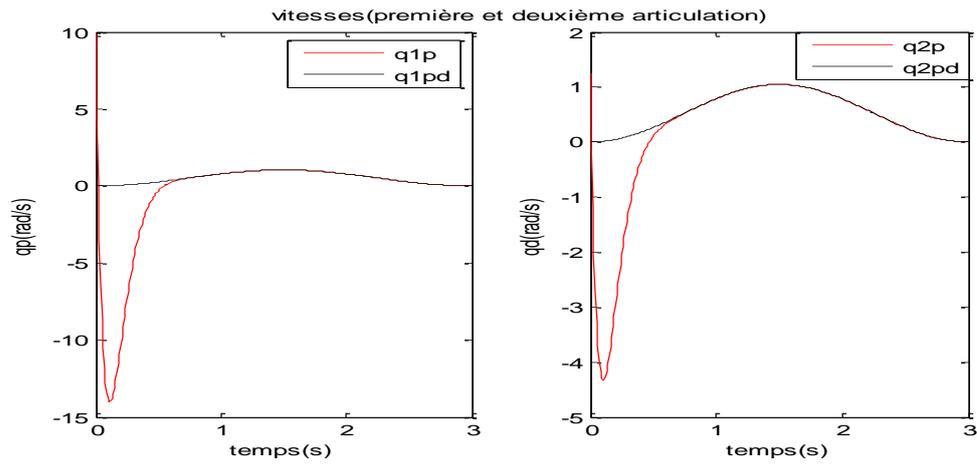


Figure 2.13 : Les poursuites de trajectoire de vitesse pour la loi de commande à Couple Calculé

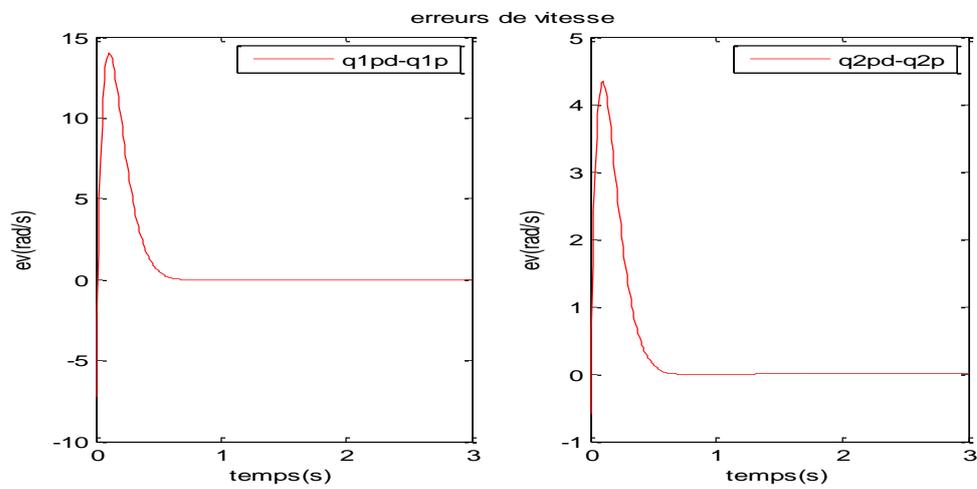


Figure 2.14 : Les erreurs de poursuite de vitesse pour la loi de commande à Couple Calculé

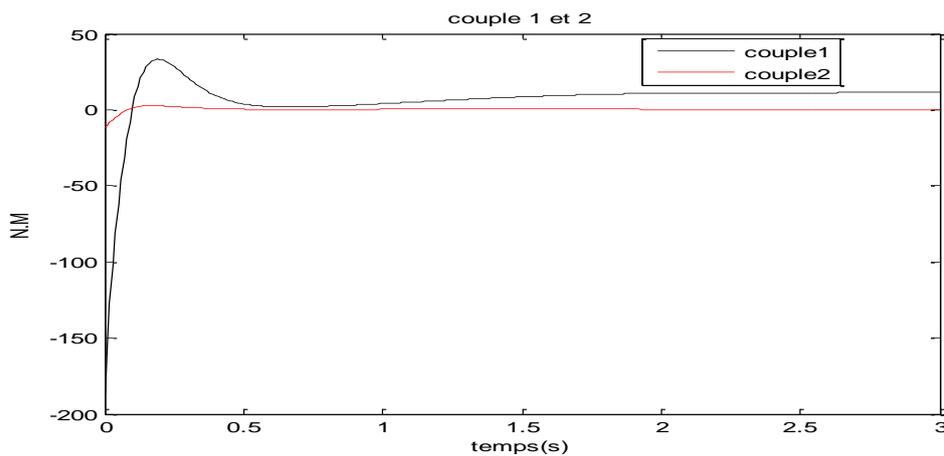


Figure 2.15 : Les couples appliqués aux articulations pour la loi de commande Couple Calculé

Interprétation des résultats

La figure (2.11) montre les trajectoires réelles et désirées des deux articulations du robot Pelican. D'après les figures, on constate qu'il y a une bonne poursuite de trajectoire pour les deux articulations.

La figure (2.12) montre les erreurs de poursuite de trajectoire pour les deux articulations, il est clair que ces erreurs sont bonnes.

La figure (2.13) montre les vitesses réelles et désirées des deux articulations du robot, on remarque qu'il y a une bonne poursuite de trajectoire de vitesse pour les deux articulations.

Les valeurs des couples appliqués aux deux articulations présentés sur la figure (2.15) sont acceptables.

Les résultats présentés sur les figures (2.11) jusqu'à (2.15) montrent l'efficacité de la commande à Couple Calculé sur le robot manipulateur pelican.

4.3 .Commande PD avec compensation (Slotine et Li)[5]

C'est une technique très connue dans le milieu scientifique depuis 1987, portant le nom de ses créateurs, le contrôleur de Slotine et Li peut s'exprimer au moyen de la loi de commande suivante :

$$\tau = M(q)(\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}) + C(q, \dot{q})(\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}) + G(q) + k_d \dot{\tilde{q}} + k_p \tilde{q} \quad (2.44)$$

avec :

$$\Lambda = k_d^{-1} k_p$$

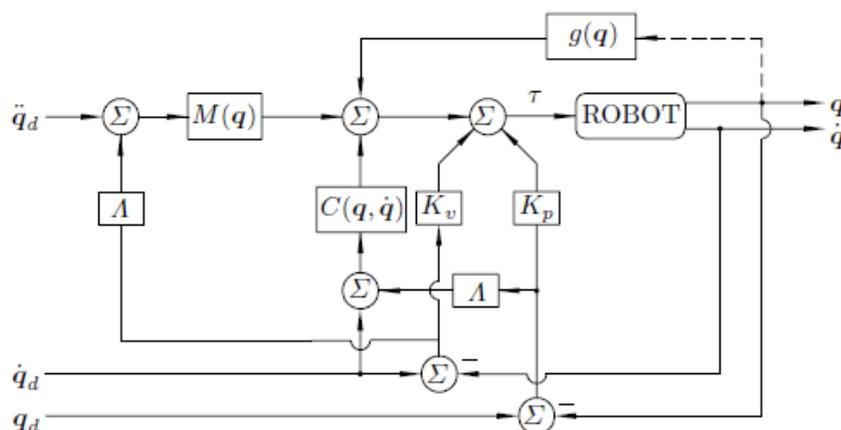


Figure 2.16 : Schéma bloc de la commande PD avec compensation

de (1.5) et (2.44), On obtient

$$M(q)(\ddot{\tilde{q}} + \Lambda\dot{\tilde{q}}) + C(q, \dot{q})(\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}) = -k_d\dot{\tilde{q}} - k_p\tilde{q} \quad (2.45)$$

il est claire que

$$\ddot{\tilde{q}} = M(q)^{-1}(-C(q, \dot{q})(\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}) - k_d\dot{\tilde{q}} - k_p\tilde{q}) - \Lambda\dot{\tilde{q}} \quad (2.46)$$

(2.46) peut être s'écrire sous forme matricielle comme :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ M(q)^{-1}(-C(q, \dot{q})(\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}) - k_d\dot{\tilde{q}} - k_p\tilde{q}) - \Lambda\dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Cette équation différentielle est non autonome et le point d'origine $[\tilde{q}^T, \dot{\tilde{q}}^T]^T = 0$ est un point d'équilibre.

Preuve de stabilité soit la fonction de Lyapunov suivante

$$V(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2k_p + \Lambda^T M(q_d - \tilde{q}) \Lambda & \Lambda^T M(q_d - \tilde{q}) \\ M(q_d - \tilde{q}) \Lambda & M(q_d - \tilde{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

d'où,

$$V(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = \frac{1}{2} [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}]^T M(q) [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] + \tilde{q}^T k_p \tilde{q} \quad (2.49)$$

ou encore

$$V(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} I & \Lambda^T \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2k_p & 0 \\ 0 & M(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Lambda & I \end{bmatrix}}_{B^T AB} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$B^T AB$ est définie positif [A8]

il est claire que

$$V(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) \geq \frac{1}{2} \lambda_{\min}\{B^T AB\} [\|\dot{\tilde{q}}\|^2 + \|\tilde{q}\|^2] \quad (2.51)$$

et

$$V(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max}\{M\} \|\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}\|^2 + \lambda_{\max}\{k_p\} \|\tilde{q}\|^2 \quad (2.52)$$

par conséquent $V(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$ est décroissante.

En dérivant V , on trouve

$$\dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}]^T M(q) [\ddot{\tilde{q}} + \Lambda\dot{\tilde{q}}] + \frac{1}{2} [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}]^T \dot{M}(q) [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] + 2\tilde{q}^T k_p \dot{\tilde{q}} \quad (2.53)$$

de (2.45), (2.53) et la priorité 2, on obtient

$$\dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = -[\dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}]^T K_d [\dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}] + 2\tilde{q}^T k_p \dot{\tilde{q}} \quad (2.54)$$

avec : $k_p = \Lambda K_d$

ce qui nous donne :

$$\dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = -\dot{\tilde{q}}^T k_d \dot{\tilde{q}} - \tilde{q}^T \Lambda^T K_d \Lambda \tilde{q} \quad (2.55)$$

d'où :

$$\dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = -\begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Lambda^T K_d \Lambda & 0 \\ 0 & K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

c'est une fonction définie négative, donc le système est asymptotiquement globalement stable.

4.3.1 Résultat de simulation

Dans ce cas, nous avons choisi : $K_p = \begin{bmatrix} 75 & 0 \\ 0 & 75 \end{bmatrix}$ et $K_d = \begin{bmatrix} 3.5 & 0 \\ 0 & 3.5 \end{bmatrix}$

Avec la période d'échantillonnage $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$, et le temps de simulation $t = 3 \text{ sec}$.

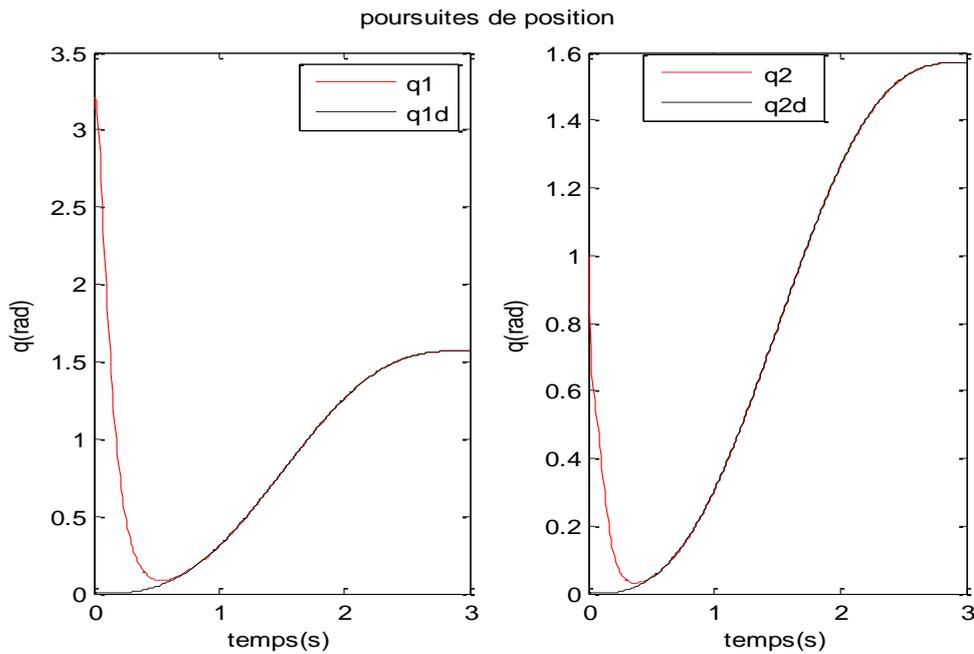


Figure 2.17 : Les poursuites de trajectoire de position pour la loi de commande de Slotine et Li

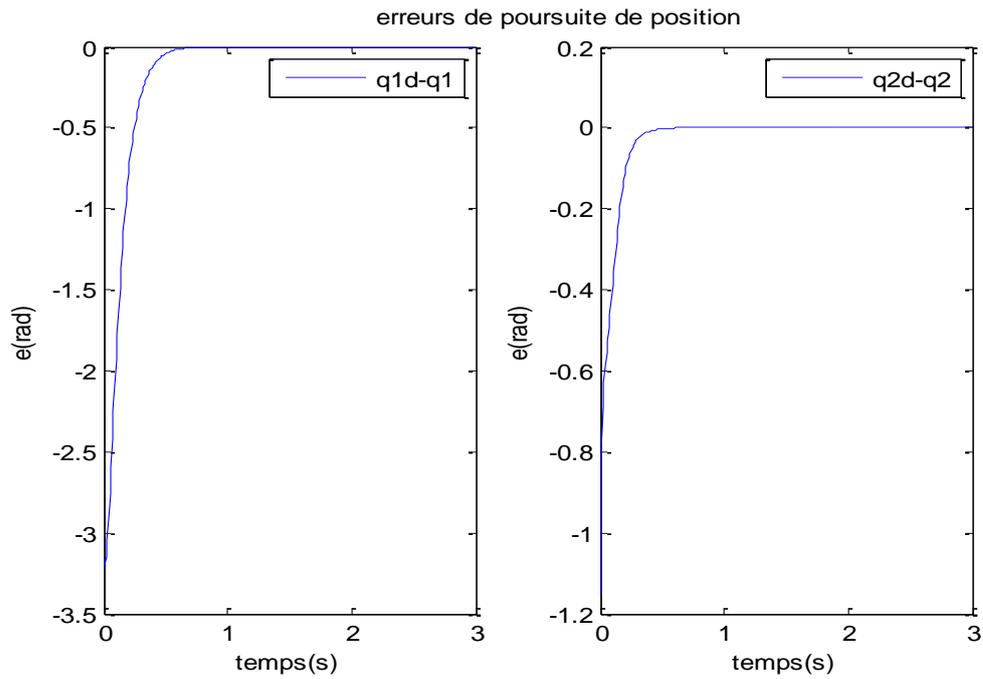


Figure 2.18 : Les erreurs de poursuite de position pour la loi de commande de Slotine et Li

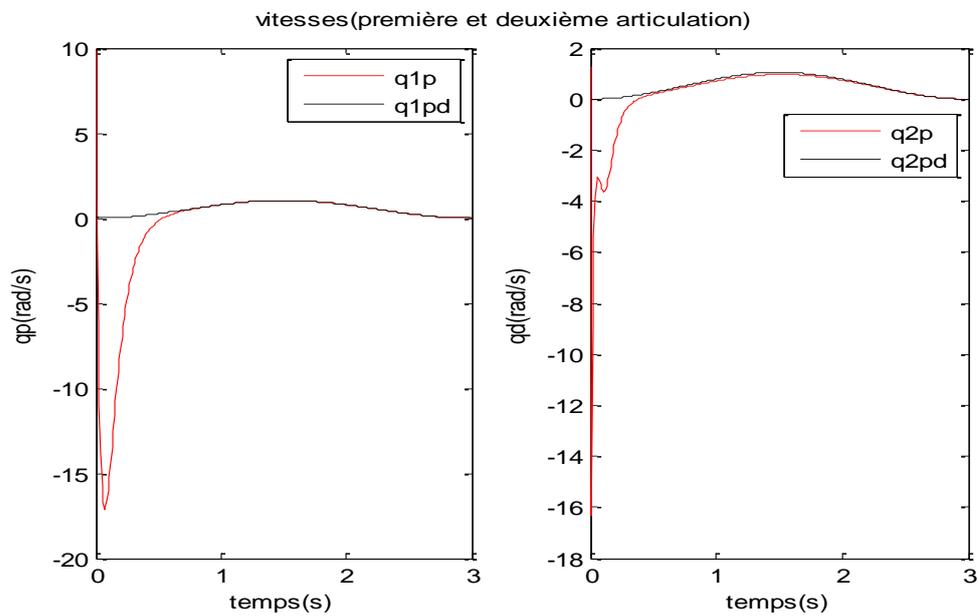


Figure 2.19 : Les poursuites de trajectoire de vitesse pour la loi de commande Slotine et Li

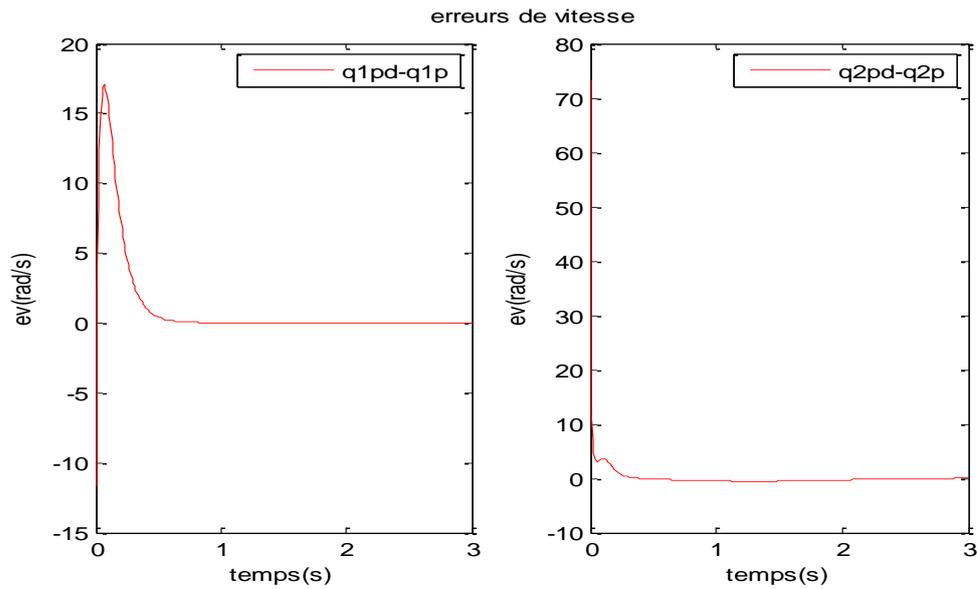


Figure 2.20 : Les erreurs de poursuite de vitesse pour la loi de commande Slotine et Li

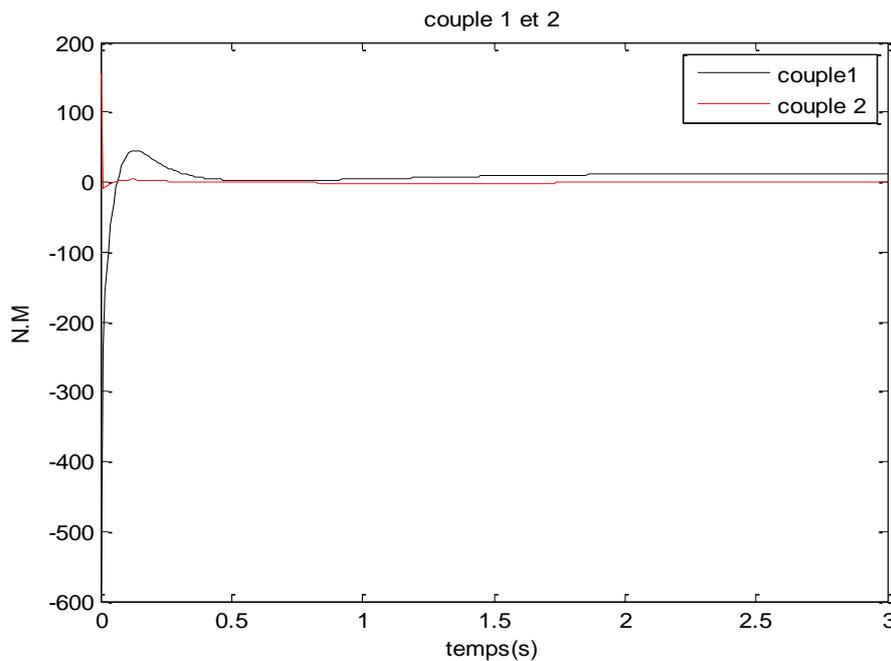


Figure 2.21 : Les couples appliqués aux articulations pour la loi de commande Slotine et Li

Interprétation des résultats

Les résultats de simulation obtenus montrent clairement les performances de la commande. Nous voyons que les positions articulaires suivent les positions désirées, et que les erreurs de poursuite de trajectoires tendent vers zéros.

Nous remarquons aussi que les commandes sont acceptables.

5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les lois de commandes qui ne sont pas basées sur le modèle et celles qui sont basées sur le modèle du robot. Pour les approches qui ne sont pas basées sur le modèle, nous avons présenté la commande PD et PID.

Pour les commandes à base du modèle, nous avons synthétisé la commande PD avec compensation de gravité, la commande à couple calculé et la commande de Slotine et Li ; nous avons fait des tests de simulations de ces lois de commandes sur le modèle dynamique du robot manipulateur rigide pelican. Les commandes étudiées dans ce chapitre ne sont efficaces que dans le cas où, les paramètres du système à commander (robot) sont bien définis.

Dans le prochain chapitre nous allons présenter une loi de commande adaptative qui prend en considération les variations des paramètres, cette loi de Commande est conçue à partir de la loi de commande de Slotine et Li.

Chapitre 3

Commande Adaptative Des Robots Manipulateurs Rigides

1. Introduction

Le modèle des robots manipulateur contient des paramètres dépendants de leurs caractéristiques mécaniques, cependant ces paramètres peuvent être incertains, c'est-à-dire, que leur valeurs numériques ne sont connues qu'avec une très grande incertitude, ces paramètres incertains sont habituellement associés à des caractéristiques du robot comme l'inertie et les distances aux centres des masse. A cause de la grande variété d'applications pour les robots manipulateurs, ceux-ci représentent un terrain fertile pour la formulation de divers problèmes de commande.

2. Paramétrage du modèle dynamique

Le modèle dynamique (1.5) peut s'écrire comme suit :

$$\tau = M(q, \theta)\ddot{q} + C(q, w, \theta)\dot{q} + g(q, \theta) \quad (3.1)$$

avec $\theta \in R^m$ est le vecteur des paramètres inconnus du robot.

si $u = \ddot{q}$, $v = w = \dot{q}$ et $u, v, w \in R^n$ le modèle dynamique d'un robot de n degrés de liberté s'écrit :

$$M(q, \theta)u + C(q, w, \theta)v + g(q, \theta) = \Phi(q, u, v, w)\theta + \kappa(q, u, v, w) \quad (3.2)$$

avec:

$\kappa(q, u, v, w)$: vecteur de dimension $(n \times 1)$

$\Phi(q, u, v, w)$: matrice de dimension $(n \times m)$

Donc la paramétrisation pourra s'exprimer comme suit :

$$M(q, \theta)u + C(q, w, \theta)v + g(q, \theta) = \Phi(q, u, v, w)\theta + M_0(q)u + C_0(q, w)v + g_0(q) \quad (3.3)$$

Ou on peut identifier :

$$\kappa(q, u, v, w) = M_0(q)u + C_0(q, w)v + g_0(q) \quad (3.4)$$

Les matrices, M_0, C_0 et le vecteur g_0 présentent les parties des matrices, et du vecteur de gravité, qui ne dépendent pas du vecteur de paramètres dynamiques respectivement

3. Linéarité par rapport aux paramètres dynamiques

Une des caractéristiques des robots manipulateurs, qui s'avère vitale, pour la synthèse des contrôleurs adaptatifs, est que : leurs modèles dynamiques peuvent s'exprimer en termes linéaires d'un ensemble de paramètres correctement choisis appelés paramètres dynamiques. Les paramètres dynamiques dépendent des masses, inerties et positions des centres de masse de chaque membre de la chaîne cinématique et de l'objet manipulé par le robot.

Il sera toujours possible de choisir un vecteur de paramètres dynamiques θ pour satisfaire (3.2) avec $\kappa(q, u, v, w) = 0 \in R^n$

L'équation (3.1) peut réécrire à la forme simplifiée :

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = M(q, \theta) + C(q, w, \theta)v + g(q, \theta) \quad (3.5)$$

Où :

$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \Phi(q, \ddot{q}, \dot{q}, \dot{q})$ est une matrice de dimension $(n \times m)$ et θ est un vecteur de dimension $(m \times 1)$ qui contient m constantes qui dépendent des paramètres dynamiques. La constante n est le nombre de degrés de liberté du robot et m dépend du choix des paramètres dynamiques du robot.

4. Commande adaptative

Ce type de technique vise à corriger les déficiences de la commande par découplage non linéaire comme la connaissance approximative des paramètres du modèle du robot ou pour s'adapter aux différentes conditions opératoires. Ce type de schéma cherche à estimer ou à ajuster en ligne les valeurs des paramètres utilisés dans le calcul de la loi de commande. A partir de l'équation dynamique (3.3) le contrôleur adaptatif est formé de deux parties [5] [12]:

- La loi de commande du contrôleur,
- La loi d'adaptation.

Loi de control sous forme générique

$$\tau = \tau_1(q, \dot{q}, q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) + M(q, \hat{\theta})u + C(q, w, \hat{\theta})v + g(q, \hat{\theta}) \quad (3.6)$$

Ou : $\hat{\theta}$ vecteur de paramètres adaptative, la loi d'adaptation permet de déterminer $\hat{\theta}(t)$, et en général, elle peut s'exprimer comme une équation différentielle en $\hat{\theta} \in R^m$:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \Gamma \int_0^t \psi(s, q, \dot{q}, \ddot{q}, q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) ds + \hat{\theta}(0) \quad (3.7)$$

Ce qui nous donne:

$$\hat{\theta}(t) = \Gamma \psi(q, \dot{q}, \ddot{q}, q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \quad (3.8)$$

avec : $\Gamma = \Gamma^T \in R^{m \times m}$ gain d'adaptation diagonale et définie positive et $\hat{\theta}(0) \in R^m$ il est choisi comme la meilleur approximation à porter du vecteur de paramètres dynamiques .

ψ est une fonction vectorielle à déterminer pour que le système soit plus stable.

La figure (3.1) montre un schéma bloc de la commande adaptative d'un robot.

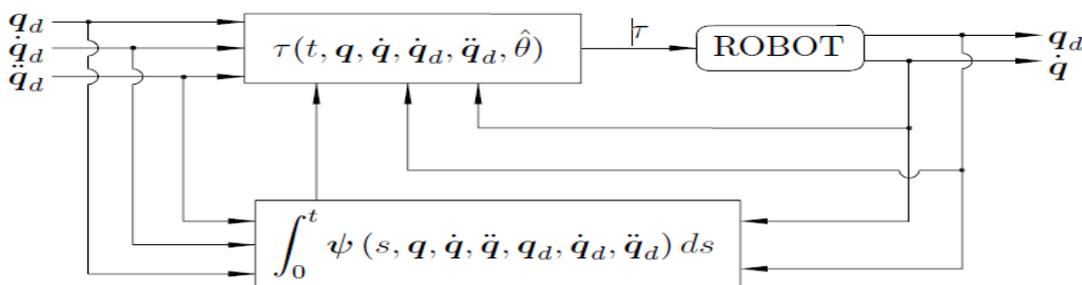


Figure 3.1 : commande adaptative du robot

5. Commande PD avec compensation adaptative [5] [12]

Le contrôleur PD avec compensation est donné par l'équation (2.44). A partir de (3.3) et si on fait le changement de variable suivant :

$$\begin{aligned} u &= \ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}} \\ v &= \dot{q}_d + \Lambda \tilde{q} \\ w &= \dot{q} \end{aligned}$$

On obtient

$$M(q, \hat{\theta})[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C(q, \dot{q}, \hat{\theta})[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g(q, \hat{\theta}) = \Phi(q, \ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}, \dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}, \dot{q})\hat{\theta} + M_0(q)[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C_0(q, w)[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g_0(q) \quad (3.9)$$

On utilise l'abréviation suivante :

$$\Phi = \Phi(q, \ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}, \dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}, \dot{q}).$$

L'équation (3.9) devient :

$$M(q, \hat{\theta})[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C(q, \dot{q}, \hat{\theta})[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g(q, \hat{\theta}) = \Phi\hat{\theta} + M_0(q)[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C_0(q, w)[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g_0(q) \quad (3.10)$$

Donc, la commande PD avec compensation adaptative devient

$$\tau = M(q, \hat{\theta})[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C(q, \dot{q}, \hat{\theta})[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g(q, \hat{\theta}) + k_p \tilde{q} + k_d \dot{\tilde{q}} = \quad (3.11)$$

$$M_0(q)[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C_0(q, w)[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g_0(q) + k_p \tilde{q} + k_d \dot{\tilde{q}} + \Phi\hat{\theta} \quad (3.12)$$

avec

$$\hat{\theta}(t) = \Gamma \int_0^t \Phi^T [\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] ds + \hat{\theta}(0) \quad (3.13)$$

Le vecteur d'erreur paramétrique est défini par:

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta.$$

$\tilde{\theta}$: est inconnu puisqu'il est fonction de θ .

On a

$$\Phi\hat{\theta} = \Phi\tilde{\theta} + \Phi\theta$$

de (3.3) on trouve $\Phi\theta$, ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} \Phi\hat{\theta} &= \Phi\tilde{\theta} + M(q, \theta)[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C(q, \dot{q}, \theta)[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g(q, \theta) - \\ &M_0(q)[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] - C_0(q, \dot{q})[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] - g_0(q) \end{aligned} \quad (3.14)$$

de (3.12) et (3.14) on déduit que :

$$\tau = M(q, \theta)[\ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}] + C(q, \dot{q}, \theta)[\dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}] + g(q, \theta) + \Phi\tilde{\theta} + k_p \tilde{q} + k_d \dot{\tilde{q}} \quad (3.15)$$

Le modèle de robot peut être exprimé par :

$$M(q, \theta)[\ddot{\tilde{q}} + \Lambda\dot{\tilde{q}}] + C(q, \dot{q}, \theta)[\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] = -\Phi\tilde{\theta} - k_p\tilde{q} - k_d\dot{\tilde{q}} \quad (3.16)$$

et

$$\dot{\tilde{\theta}} = \Gamma\Phi^T[\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] \quad (3.17)$$

Enfin, l'équation en boucle fermée peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ M(q, \theta)^{-1}[-C(q, \dot{q}, \theta)[\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] - \Phi\tilde{\theta} - k_p\tilde{q} - k_d\dot{\tilde{q}}] - \Lambda\dot{\tilde{q}} \\ \Gamma\Phi^T[\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

(3.18) est une équation différentielle non autonome et dont l'origine

$$\begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} = 0 \in R^{2n+m} \text{ est un point d'équilibre}$$

Etude de la stabilité

Soit la fonction de Lyapunov suivante [5]:

$$\begin{aligned} V(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}, \tilde{\theta}) &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2k_p + \Lambda^T M(q, \theta)\Lambda & \Lambda^T M(q, \theta) & 0 \\ M(q, \theta)\Lambda & M(q, \theta) & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}]^T M(q, \theta) [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] + \tilde{q}^T k_p \tilde{q} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (3.19)$$

En dérivant V , On trouve

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}, \tilde{\theta}) &= [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}]^T M(q, \theta) [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] + \frac{1}{2} [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}]^T \dot{M}(q, \theta) [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] + \\ &2\tilde{q}^T k_p \dot{\tilde{q}} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

de (3.18) et suivant la propriété (2), (3.20) devient

$$\dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}, \tilde{\theta}) = -[\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}]^T k_d [\dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}] + 2\tilde{q}^T k_p \dot{\tilde{q}} \quad (3.21)$$

Avec : $k_p = k_d \Lambda$

Ce qui nous donne

$$\dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}, \tilde{\theta}) = -\dot{\tilde{q}}^T k_d \dot{\tilde{q}} - \tilde{q}^T \Lambda^T k_d \Lambda \tilde{q} \quad (3.22)$$

d'où :

$$\dot{V}(t, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}}, \tilde{\theta}) = - \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Lambda^T k_d \Lambda & 0 & 0 \\ 0 & k_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

(3.23) C'est une fonction semi-définie négative, donc d'après le théorème A.1 l'origine de la boucle fermée de (3.19) est uniformément stable et les trajectoires du système sont bornées.

Donc nous avons

$$\begin{aligned} \tilde{q}, \dot{\tilde{q}} &\in L_{\infty}^n \\ \tilde{\theta} &\in L_{\infty}^m \end{aligned} \quad (3.24)$$

En remarque que (3.18) n'est pas autonome, on utilise le lemme de Barbalat(A.8)pour prouver que $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q}(t) = 0$.

a partir de (3.24), il ne reste qu'a prouver que $\tilde{q} \in L_2^n$ c.-à-d qu'il existe une constante $k > 0$ tel que :

$$k \geq \int_0^{\infty} \|\tilde{q}(t)\|^2 dt$$

Puisque

$$\dot{\tilde{q}}^T k_d \tilde{q} \geq 0 \dot{\tilde{q}} \in R^n$$

de (3.22) on résulte que

$$\frac{d}{dt} V(t, \tilde{q}(t), \dot{\tilde{q}}(t), \tilde{\theta}(t)) \leq -\dot{\tilde{q}}(t)^T \Lambda^T k_d \Lambda \tilde{q}(t) \quad (3.25)$$

d'ou

$$\frac{d}{dt} V(t, \tilde{q}(t), \dot{\tilde{q}}(t), \tilde{\theta}(t)) \leq -\lambda_{\min}\{\Lambda^T k_d \Lambda\} \|\tilde{q}(t)\|^2 \quad (3.26)$$

on a

$$\tilde{q}^T [\Lambda^T k_d \Lambda] \tilde{q} \geq \lambda_{\min}\{\Lambda^T k_d \Lambda\} \|\tilde{q}\|^2 \quad (3.27)$$

avec

$$\lambda_{\min}\{\Lambda^T k_d \Lambda\} > 0$$

on intégrant (3.26), On trouve

$$\int_{V_0}^{V_{\infty}} dV \leq -\lambda_{\min}\{\Lambda^T k_d \Lambda\} \int_0^{\infty} \|\tilde{q}(t)\|^2 dt \quad (3.28)$$

avec

$$V_{\infty} := \lim_{t \rightarrow \infty} V(t, \tilde{q}(t), \dot{\tilde{q}}(t), \tilde{\theta}(t)) \quad (3.29)$$

de (3.28) et (3.29) on obtient

$$V_{\infty} - V_0 \leq -\lambda_{\min}\{\Lambda^T k_d \Lambda\} \int_0^{\infty} \|\tilde{q}(t)\|^2 dt \quad (3.30)$$

d'où

$$-V_0 \leq -\lambda_{\min}\{A^T k_d A\} \int_0^\infty \|\tilde{q}(t)\|^2 dt - V_\infty \quad (3.31)$$

de (3.31) nous concluons que

$$\frac{V_0}{\lambda_{\min}\{A^T k_d A\}} \geq \int_0^\infty \|\tilde{q}(t)\|^2 dt \quad (3.32)$$

Et donc, nous avons démontré que l'erreur de position \tilde{q} appartient à l'espace L_2^n , et on conclut que l'erreur de position tend asymptotiquement à zéro, c.-à-d, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q}(t) = 0$.

5.1. Résultats de simulation

La loi de command adaptative présentée dans ce chapitre, est appliquée au modèle dynamique du robot manipulateur Pelican présenté dans le premier chapitre.

Avec l'utilisation de cette loi de commande, nous avons supposé que les paramètres inconnus sont la masses du segment2 (m_2), la distance vers le centre de masse du segment 2 l_{c2} et le moment d'inertie du centre de masse $m_2(I_2)$. le vecteur des paramètres peut s'écrire :

$$\theta = [m_2 \quad m_2 l_{c2} \quad m_2 l_{c2}^2 + I_2]^T \quad (3.33)$$

à partir de $t=2s$, nous avons ajouté à la masse m_2 une masse de $0.4m_2 kg$

Nous avons choisi : $K_p = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 150 \end{bmatrix}$, $K_d = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ et $\Gamma = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$

Avec la période d'échantillonnage $\Delta t = 0.01 sec$, et le temps de simulation = $3sec$.

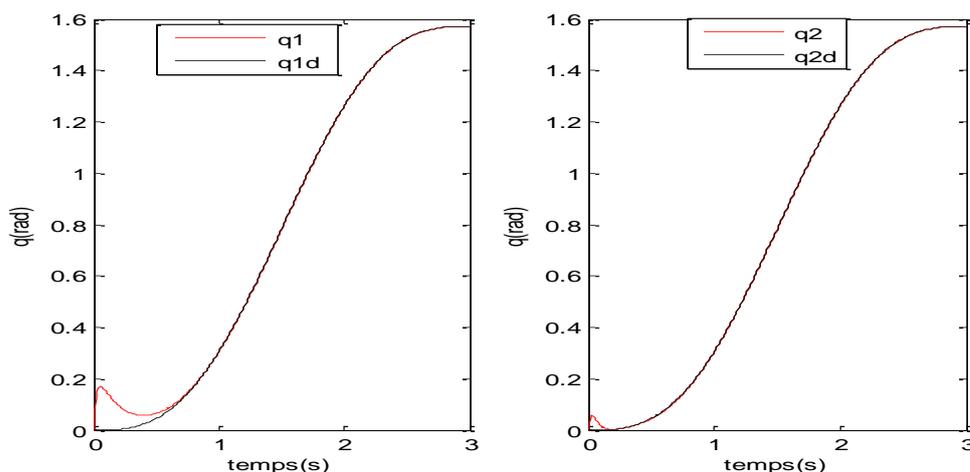


Figure 3.2 : Les poursuites de trajectoire de position pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative

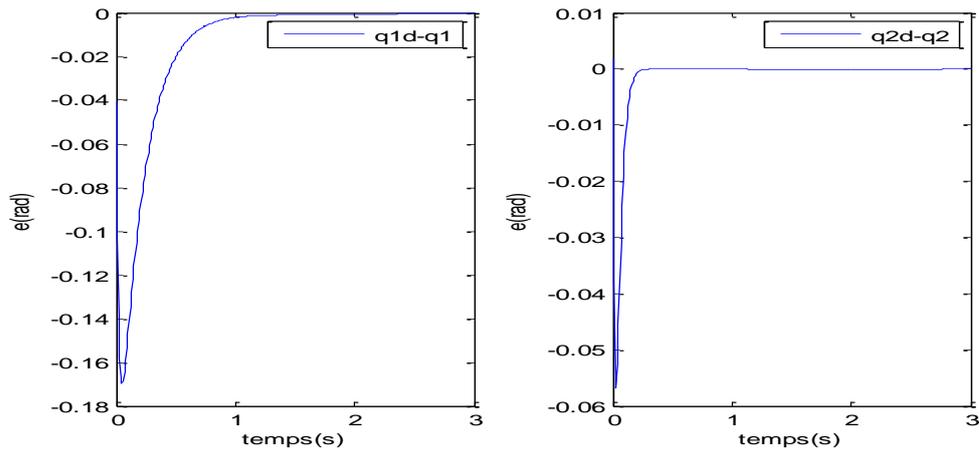


Figure 3.3 : Les erreurs de poursuites de position pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative

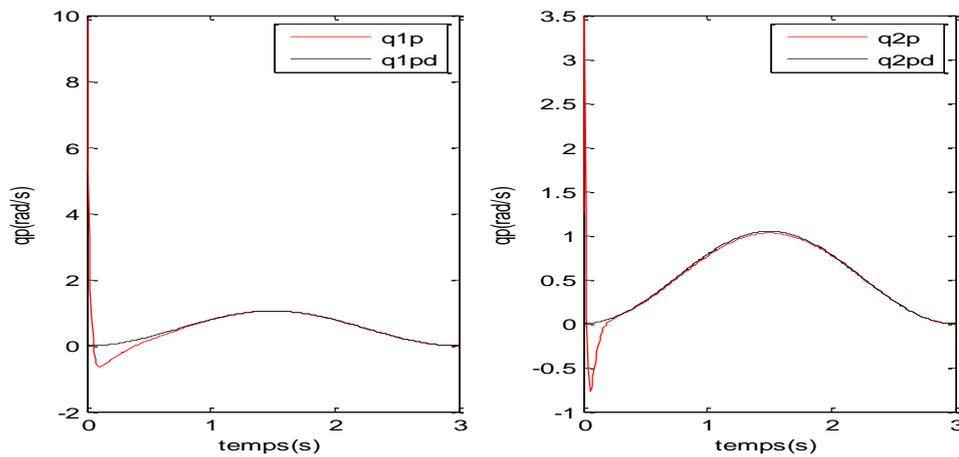


Figure 3.4: Les poursuites de trajectoire de vitesse pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative

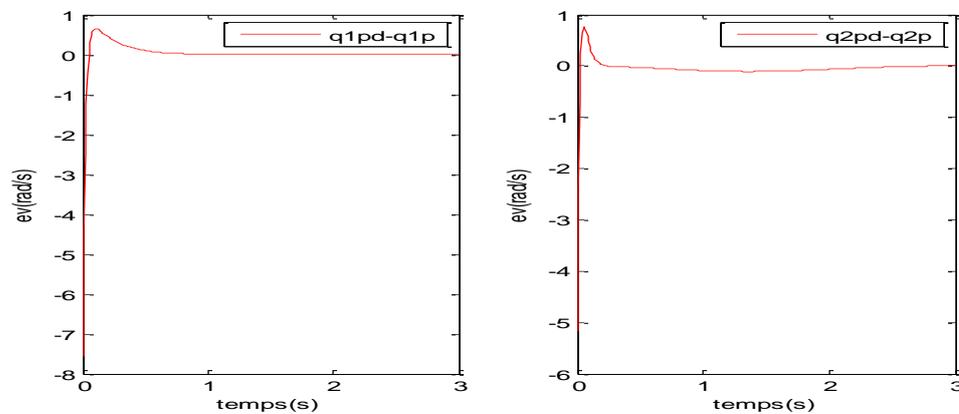


Figure 3.5 : Les erreurs de poursuite de vitesse pour la loi de commande de Slotine et Li adaptative

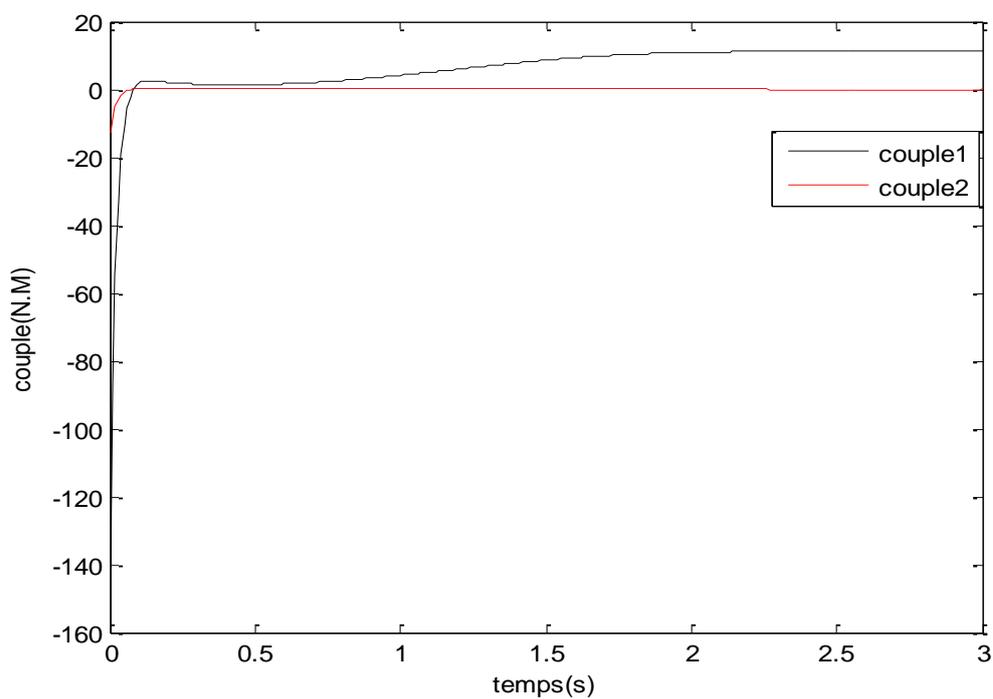


Figure 3.6 : Les couples appliqués aux articulations pour la loi de commande Slotine et Li adaptative

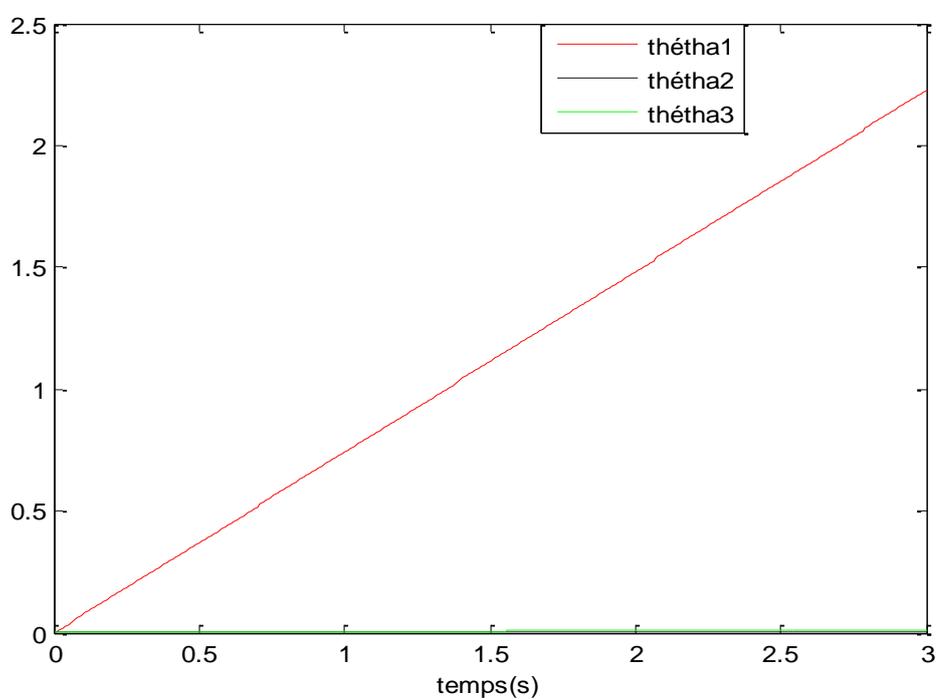


Figure 3.7 : paramètres estimés

Interprétation des résultats

La figure (3.2) montre les allures des trajectoires désirées et réelles du robot Pelican. D'après les figures, on constate que le suivie de la trajectoire est réalisé pour les deux articulations.

La figure (3.3) montre que les erreurs de poursuite de trajectoire pour les deux articulations tendent vers zéros. Les figure (3.3) montre les vitesses réelles et désirées des deux articulations du robot, on remarque qu'il y une bonne poursuite de trajectoire de vitesse pour les deux articulations.

La figure (3.6) montre les valeurs des couples appliqués aux deux articulations ces valeurs sont acceptables.

La figure (3.7) montre que l'évolution dans le temps des paramètres estimés. il est claire que ces paramètres tendent ver les paramètres réel du robot.

6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la loi de commande Slotine et Li adaptative sur le robot pelican dont la masses du deuxième segment, la distance vers le centre de masse du deuxième segment, et le moment d'inertie du centre de masse ne sont pas connues et les résultats de simulation à cet égard sont acceptables.

L'applicationde cette loi sur le robot pelican donne des bons résultats.

Chapitre 4

Commande à base d'observateur de vitesse

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une commande non linéaire à base d'observateur de vitesse pour les manipulateurs rigides qui ne possèdent pas des tachymètres pour mesurer les vitesses articulaires, tout en garantissant la stabilité du robot en boucle fermée.

2. Loi de commande

La loi de commande à base d'observateur de vitesse est donnée par [13] :

$$\tau = M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q}_d + G(q) + K_v(\dot{q}_d - \hat{q}) + K_p E \quad (4.1)$$

L'observateur de vitesse est donné par [13] :

$$\dot{\hat{q}} = z + Lq \quad (4.2)$$

$$\dot{z} = \ddot{q}_d - L\dot{\hat{q}} + M^{-1}K_p E \quad (4.3)$$

$L = lI_n$: Matrice définie positive, avec $l > 0$ et $I_n \in R^{n \times n}$ est une matrice d'identité.

Hypothèse 1: Nous supposons que la vitesse du robot est bornée par une constante connue V_m tel que

$$\|\dot{q}(t)\| \leq V_m$$

Etant donné le robot manipulateur (1.5), en appliquant la loi de commande (4.1) avec l'observateur de vitesse (4.2) et (4.3).

Théorème : Si $L_m > \left(\frac{9(C_m V_m)^2}{2K_{vm}} + K_{vM} \right) M_m^{-1}$ alors le système en boucle fermée est semi global asymptotiquement stable, et l'erreur initiale $y(0)$ appartient à la boule B , définie par

$$B = \left\{ y \in R^{3n} \left| \|y(0)\| < \sqrt{\frac{q_m}{q_M}} \left(\frac{\sqrt{2K_{vm}(L_m M_m - K_{dM})}}{C_m} - 2V_m \right) \right. \right\}$$

avec:

\hat{q} est la vitesse estimée, $L \in R^{n \times n}$ est une matrice diagonale, $z \in R^n$ l'état interne de

l'observateur $\check{q} = \dot{q} - \hat{q}$, $y^T = [\dot{E}^T \ E^T \ \check{q}^T]$, $Q = \text{diag}\{M(q), K_p, M(q)\}$

$Q = \text{diag}\{M(q), K_p, M(q)\}$, L_m la plus petite valeur propre de L ,

$$q_m = \lambda_{\min}(Q) = \min\{M_m, K_{pM}\}$$

$$q_M = \lambda_{\max}(Q) = \max\{M_M, K_{pM}\}$$

.

K_{pM} et K_{vM} sont la petite valeur propre de K_p et K_v respectivement.

$$K_{pM} = \|K_p\| \quad \text{et} \quad K_{vM} = \|K_v\|.$$

Preuve de stabilité

Pour l'analyse de la stabilité, on définit

$$E = q_d - q, \dot{E} = \dot{q}_d - \dot{q}, \check{q} = \dot{q} - \hat{q}, \tilde{q} = \dot{q}_d - \hat{q} = \check{q} + \dot{E}.$$

A partir des équations (4.1), (4.2) et (4.3) on élimine l'état z et on obtient :

$$\ddot{\check{q}} = M^{-1}[\tau - C(q, \check{q})\dot{q}_d - G(q) - K_v\check{q} - K_v\dot{E}] + L\check{q} \quad (4.4)$$

De l'équation dynamique du robot (1.5), on trouve :

$$\ddot{q} = M^{-1}[\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] \quad (4.5)$$

en utilisant la propriété (3) et avec la soustraction (4.4) de (4.5) on obtient :

$$M\ddot{\check{q}} = -C(q, \dot{q})\check{q} - C(q, \check{q})\dot{E} + C(q, \dot{q})\dot{E} + K_v(\dot{E} + \check{q}) - ML\check{q} \quad (4.6)$$

en utilisant la propriété (3), et en soustrayant (1.5) de (4.1), nous trouvons

$$M\ddot{E} + C(q, \dot{q})\dot{E} - C(q, \dot{q}_d)\check{q} + K_v\check{q} + K_v\dot{E} + K_p E = 0 \quad (4.7)$$

Nous considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$H(\dot{E}, E, \check{q}) = \frac{1}{2}\dot{E}^T M \dot{E} + \frac{1}{2}E^T K_p E + \frac{1}{2}\check{q}^T M \check{q} \quad (4.8)$$

D'où

$$H(\dot{E}, E, \dot{q}) = \frac{1}{2}y(t)^T \phi y(t) \quad (4.9)$$

il suit que :

$$\frac{1}{2}q_m \|y(t)\|^2 \leq H(y(t)) \leq \frac{1}{2}q_M \|y(t)\|^2 \quad (4.10)$$

Avec les propriétés 2 et 3 on trouve

$$\begin{aligned} \dot{H} = & -\dot{E}^T K_v \dot{E} + \dot{q}^T K_v \dot{q} + \dot{E}^T C(q, \dot{q}_d) \dot{q} - \dot{q}^T M L \dot{q} \\ & + \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{E} - \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{E} \end{aligned} \quad (4.11)$$

En utilisant les propriétés 1, 4 et l'hypothèse 1 nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{H} \leq & -K_{vm} \|\dot{E}\|^2 - (M_m L_m - K_{vM}) \|\dot{q}\|^2 + \dot{E}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} \\ & + \dot{E}^T C(q, \dot{q}_d) \dot{q} - \dot{E}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} \end{aligned} \quad (4.12)$$

On note que :

$$\begin{aligned} & \dot{E}^T (C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q}_d) - C(q, \dot{q})) \dot{q} \leq 2 \|\dot{E}\| \\ & \quad \times \left(\frac{2C_m V_m + C_m \|\dot{q}\|}{2} \right) \|\dot{q}\| \\ \leq & 2 \|\dot{E}\| \left(\frac{2C_m V_m + C_m \|\dot{q}\|}{2} \right) \left[\frac{2}{M_m L_m - K_{vM}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ & \quad \times \left[\frac{M_m L_m - K_{vM}}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \|\dot{q}\| \\ \leq & \|\dot{E}\|^2 \left[\frac{(2C_m V_m + C_m \|\dot{q}\|)^2}{4} \right] \left[\frac{2}{M_m L_m - K_{vM}} \right] \\ & \quad + \|\dot{q}\|^2 \left[\frac{M_m L_m - K_{vM}}{2} \right]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Donc nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{H} \leq & - \left(K_{vm} - \frac{(2C_m V_m + C_m \|\dot{q}\|)^2}{2(M_m L_m - K_{vM})} \right) \|\dot{E}\| \\ & - \frac{1}{2} (M_m L_m - K_{vM}) \|\dot{q}\|^2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Avec :

$$K_{vM} > \frac{(2C_m V_m + C_m \|\dot{q}\|)^2}{2(M_m L_m - K_{vM})} \quad (4.15)$$

Sous l'hypothèse 1 nous obtenons :

$$K_{vM} > \frac{9}{2} \frac{(C_m V_m)^2}{(M_m L_m - K_{vM})} \quad (4.16)$$

Donc :

$$L_m > \left(\frac{9(C_m V_m)^2}{2K_{vm}} + K_{vM} \right) M_m^{-1} \quad (4.17)$$

D'où :

$$\dot{H} \leq -\frac{1}{2} (M_m L_m - K_{vM}) \|\dot{\tilde{q}}\|^2 \quad (4.18)$$

Si $L_m > K_{vM} M_m^{-1}$ alors, \dot{H} est une fonction semi définie négative, ceci n'est pas suffisante pour démontrer la stabilité asymptotique du système. Nous pouvons conclure uniquement que le système est stable.

En effet, on doit s'assurer que

$$\text{Si } \dot{\tilde{q}} = 0 \quad \text{alors } E = 0 \quad \text{et } \dot{E} = 0 \quad (4.19)$$

Pour montrer cela, nous utilisons le principe d'invariance de La Salle (lemme1). Pour que $\dot{H}=0$, il faut nécessairement que $\dot{\tilde{q}}=0$, et donc l'équation (4.7) sera

$$M\ddot{E} + (C(q, \dot{q}) + K_v)\dot{E} + K_p E = 0 \quad (4.20)$$

Soit la fonction candidate de Lyapunov suivante

$$W(\dot{E}, E,) = \frac{1}{2} \dot{E}^T M \dot{E} + \frac{1}{2} E^T K_p E \quad (4.21)$$

En dérivant par rapport au temps, et en utilisant la propriété 2, nous trouvons

$$\dot{W} = -\dot{E}^T K_v \dot{E} \quad (4.22)$$

Et donc

$$\dot{W} \leq K_{vm} \|\dot{E}\|^2 \quad (4.23)$$

Puisque \dot{W} n'est pas fonction de E , nous ne pouvons pas conclure que E tend vers zéro.

Pour compléter la preuve de stabilité asymptotique, nous utilisons le lemme de Barbalat (lemme2), Pour montrer que \dot{W} est uniformément continue, il suffit de montrer que \ddot{W} est bornée. Dans notre cas

$$\ddot{W} = -2\dot{E}^T K_v \ddot{E} \quad (4.24)$$

Nous avons démontré (à partir de (4.17) et (4.18)), que le système est stable, c.a.d. E et \dot{E} sont bornées. Et de (4.20), nous pouvons conclure que \ddot{E} est bornée. Alors W et \dot{W} sont bornées, ce qui implique que \dot{W} est uniformément continue, donc le lemme de Barbalat nous

permet de conclure que $\dot{W} = 0$, ce qui nous donne $\dot{E} = 0$, et $\ddot{E} = 0$, et à partir de (4.20), nous trouvons que $E = 0$.

Et donc, nous avons démontré que (4.19) est vérifiée, et d'après le principe d'invariance de La Salle, l'équilibre $(E = 0, \dot{E} = 0, \ddot{q} = 0)$ est l'ensemble invariant le plus grand inclus dans \dot{H} , et on en déduit que la stabilité est asymptotique au point d'équilibre. Ce qui est demandé.

Puisque $\|y\| > \|\ddot{q}\|$, (4.15) est vérifiée si

$$0 < \|y\| \frac{\sqrt{2K_{vm}(L_m M_m - K_{dM})}}{C_m} - 2V_m \quad (4.25)$$

De (4.10), (4.14) et (4.25), si ce qui suit est vérifié

$$\|y(0)\| < \sqrt{\frac{q_m}{q_M}} \left(\frac{\sqrt{2K_{vm}(L_m M_m - K_{dM})}}{C_m} - 2V_m \right) \quad (4.26)$$

Alors, le système en boucle fermée est semi global asymptotiquement stable.

3. Résultats de simulation

Nous avons pris pour la simulation de cette loi de commande appliquée au modèle dynamique du robot manipulateur pelican les paramètres de synthèse suivants :

$K_p = \text{diag}\{5500, 5500\}$, $K_v = \text{diag}\{2, 2\}$, $L = \text{diag}\{500, 500\}$, et les trajectoires désirées sont donnée par :

$$q_{1d}(t) = 2 \cos\left(\frac{4\pi t}{3}\right) + \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$$

$$q_{2d}(t) = 1 - 2 \cos\left(\frac{4\pi t}{3}\right) - \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$$

pour $0 \leq t \leq 5$

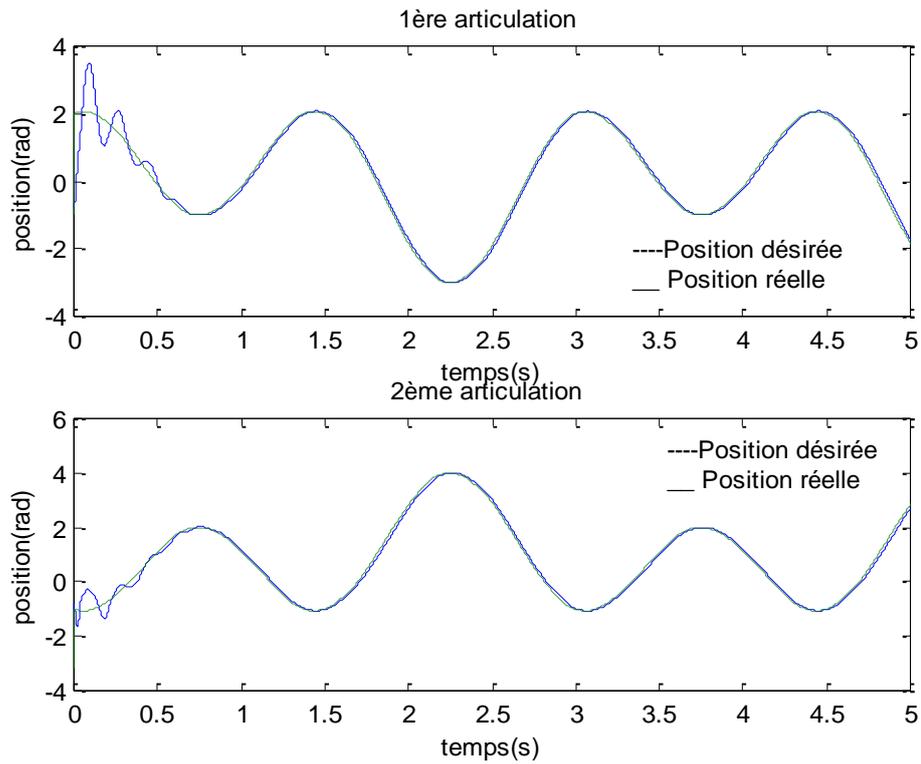


Figure 4.1. Position désirée et réelle des deux articulations

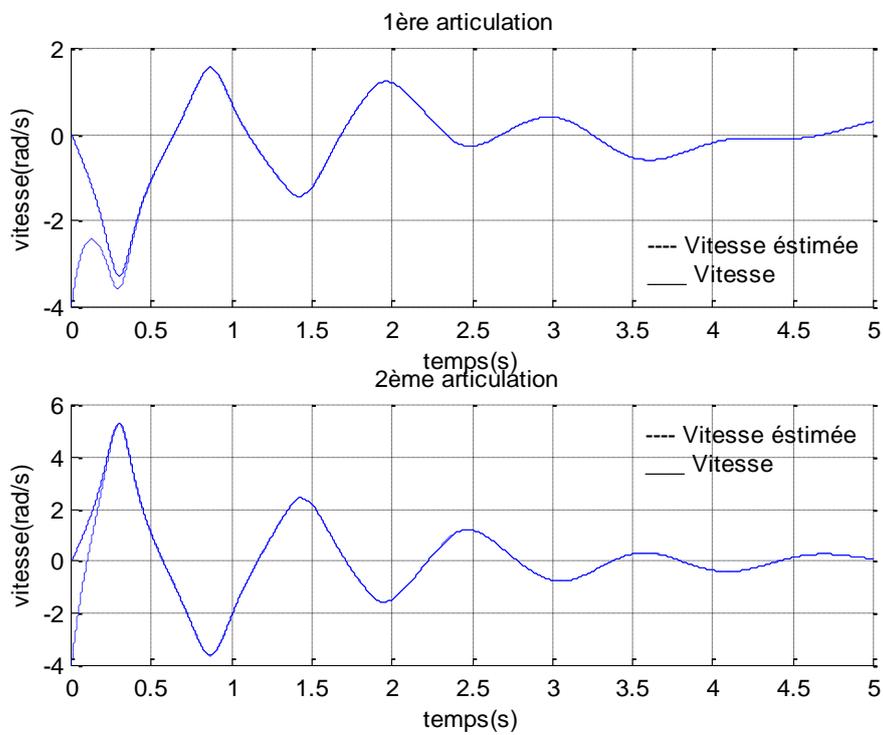


Figure 4.2. Vitesse réelle et estimée des deux articulations

4. Conclusion

Dans le but d'améliorer les performances des manipulateurs, nous avons présenté dans ce chapitre une loi de commande non linéaire à base d'observateur pour résoudre le problème de poursuite de ces robots qui ne sont pas équipés par des capteurs de vitesse, d'où le besoin d'introduire un observateur de vitesse pour estimer la vitesse articulaire qui se trouve dans la loi de commande non linéaire. Nous avons démontré que le système en boucle fermée est semi global asymptotiquement stable, et nous avons constaté, en simulation, que l'application de cette loi à base d'observateur au robot manipulateur pelican nous donne une bonne poursuite de la trajectoire désirée.

Conclusion générale

Ce travail porte sur la commande non linéaire des robots manipulateurs. Tout d'abord, nous avons présenté deux lois de commande qui ne sont pas basées sur le modèle du robot, à savoir, la commande PD et PID. Après, nous avons étudié quelques techniques de commande non linéaires, dans sa version non adaptative et adaptative, avec et sans observateur de vitesse. Pour chaque commande, un ensemble de testes par simulation numérique a été effectué afin de vérifier leur efficacité. Ce mémoire s'articule principalement autour de quatre chapitres : Dans le premier chapitre, nous avons donné des notions générales et quelques définitions nécessaires sur la robotique. Nous avons présenté, également, les différentes transformations entre les deux espaces, cartésien et articulaire. La modélisation du robot Pelican (robot à 2 ddl) a été donnée à la fin de ce chapitre.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté deux différents types de commande des robots manipulateurs. Le premier type concerne les approches qui ne sont pas basées sur le modèle du robot, à savoir, la commande PD, PID. Le deuxième type présente les approches qui sont à base du modèle, à savoir, la commande PD avec compensation de la gravité, commande à couple calculé et commande PD avec compensation (commande de Slotine et Li). Afin d'étudier leurs performances, nous avons fait des simulations sur le robot Pelican.

Après, nous avons supposé que notre robot possède des paramètres qui varient dans le temps ou bien inconnus. Pour faire face aux ces incertitudes paramétriques du modèle dynamique du robot, dans le troisième chapitre, nous avons ajouté une loi d'adaptation dans le schéma de commande de Slotine et Li, et donc nous avons obtenu la commande de Slotine et Li adaptative.

Pour résoudre le problème de poursuite de trajectoire des robots manipulateurs qui ne possèdent pas des tachymètres (capteurs de vitesses), une loi de commande à base d'observateur de vitesse est présentée dans le dernier chapitre de ce travail. La stabilité du système en boucle fermée est démontrée, pour toutes les commandes, en utilisant la théorie de Lyapunov.

A l'issue de ce travail, ce mémoire ouvre de nouvelles perspectives de recherche, parmi lesquelles nous citons :

- L'utilisation des approximations universelles (comme les systèmes floue et les réseaux de neurones artificiels) pour approcher les non linéarités incertaines.
- Le test de ces commandes sur des robots réels.

Bibliographie

- [1] J.L. Biomond, Robotique, ISTIA, Université Anger.p7 https://ww.ensta-bretagne.fr/jaulin/mastersds_cours_robot_biomond.pdf
- [2] M.Spong and Hutchinson, and M.Vidyasagar, « Robot Modeling and Control» John Willey and sons, NewYork, NY,usa 2006.
- [3] W. Khalil et E. Dombre, « Modélisation, identification et commande des robots » 2^e édition, Hermes Science publication, Paris, 1999.
- [4] A. Liegois, « Modélisation, et commande des manipulateur »Technique de l'ingénieur article S7730.
- [5] R. Kelly, V. Santibáñez and A. Loría, « Control of Robot Manipulators in Joint Space », Springer, 2005.
- [6] Azoui Nawal, « Stratégies de commandes avancées pour le suivi de trajectoires », Thèse Doctorat d'Etat Université de Batna,2013-2014.
- [7] Fateh Makhloufi, « Modélisation et commande des robots manipulateurs par les outils de l'intelligence artificielle », Thèse de Doctorat, Université Badji-Mokhtar-Annaba, 2015.
- [8] J-P-L. Allemand et S. Zeghloul, «robotique aspects fondamentaux ».
- [9] Ouamri Bachir, « Développement d'un Système Intelligent Distant Basé sur les Concepts d'Intelligence artificielle : Application aux Bras Manipulateurs », Thèse Doctorat d'Etat Université Mohamed Boudiaf – Oran, 2014.
- [10] R. Lozano, D. Taoutaou « Identification et commande adaptative», Hermes Science Publications, 2001.
- [11] Benzouaoui Ahmed, « Contrôle Robuste Des Robots Manipulateurs Rigides », Thèse de Magister, Université d'Oran 2010.
- [12] J.J.E. Slotine et Li, « Adaptive manipulator control : a case study », IEEE. Transaction on automatic control, Vol 33, Novembre 1988.
- [13] F. Bouakrif, D. Boukhetala, F. Boudjema, « Passivity-based Controller-Observer for Robot Manipulators », Int. J. of Robotics and Automation, vol. 25, no. 1, 2010, pp. 1-8.

- [14] Gorla, B. et Renaud. M. « Modèle des robots manipulateurs, Application à leur commande ». Cepadues Toulouse, 1984.
- [15] Whitney D.E. « Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses». IEEE Trans, on Man Machine Systems, Vol. MMS-10(2). juin 1969. p. 47-53.
- [16] C. Canudas, B. Siciliano, et G. Bastin . «Theory of Robot Control». Springer 1997.
- [17] R. Hedjar, R. Toumi, P. Boucher, et D. Dumur. «Feedback nonlinear predictive control of rigid link robot manipulators». Dans Proceedings of the American Control Conference, pages 3594–3599, Anchorage, 2002.
- [18] L. Sciavicco et B. Siciliano. «Modelling and Control of Robot Manipulators». Springer, 2000.
- [19] J. J. E. Slotine. « Robust control of robot manipulators». The International Journal of Robotics Research, 4:49–64. 1985.

Annexe A

Annexe A

A-1. La théorie de stabilité de Lyapunov

La théorie de stabilité de Lyapunov traite du comportement des systèmes non linéaires libres décrits par les équations différentielles suivantes :

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)) \quad (A.1)$$

$t \geq 0$, $x \in R^n$, et $f(., .): R_+ \times R^n \rightarrow R^n$ est continue. L'idée de base de cette théorie est que si nous considérons un système isolé dans le sens qu'il n'y a aucune forces externes agissant sur ce système, comme l'équation (A.1), où sans perte de généralité, l'origine est un point d'équilibre. Alors, nous supposons qu'il soit possible de définir une fonction, telle qu'elle soit nulle à l'origine et positive ailleurs, et décrit, en quelque sorte, l'énergie totale du système. Si le système originalement à l'équilibre, est perturbé à un nouvel état initial non nul, alors il y a plusieurs possibilités. Si les dynamiques du système sont telle que l'énergie du système est non croissante avec le temps, alors suivant la fonction de l'énergie, ça peut être suffisant pour conclure que l'origine est stable. Si les dynamiques sont telle que l'énergie devient nulle avec le temps, alors il peut être suffisant de décider que le point d'équilibre est asymptotiquement stable. Finalement si les dynamiques sont telles que l'énergie croît au-delà de sa valeur initiale, alors il est possible de conclure que le système est instable.

Lyapunov était capable d'extraire à partir de ce raisonnement une théorie générale qui est applicable à n'importe quelle équation différentielle. Cette théorie demande de chercher une fonction une fonction qui satisfait quelques propriétés. Cette fonction est une généralisation de l'énergie des systèmes mécanique et elle est maintenant appelée la fonction de Lyapunov.

La théorie de Lyapunov nous permettra de déterminer la stabilité d'un point d'équilibre particulier sans la résolution actuelle de l'équation différentielle (A.1). En plus, elle nous fournira des résultats qualitatifs de la stabilité discutée, qui peut être utilisée dans la conception des régulateurs stabilisants les systèmes dynamique non linéaires.

Dans cette section, nous devons donner le théorème de base de Lyapunov qui est utilisée dans la stabilité, stabilité asymptotique et stabilité exponentielle.

Annexe A

Théorème A.2

L'origine du système (A.1) est stable, s'il existe une fonction de classe C^1 et localement définie positive $V: R_+ \times R^n \rightarrow R$ et une constante $r > 0$ telle que :

$$V(x, t) \leq 0, \forall t \geq t_0 \text{ et } \forall x \in B_r$$

Où \dot{V} est évaluée le long des trajectoires de (A.1).

Théorème A.3

L'origine du système (A.1) est uniformément stable, s'il existe une fonction de C^1 définie positive localement $V: R_+ \times R^n \rightarrow R$ et une constante $r > 0$ telle que :

$$V(x, t) \leq 0, \forall t \geq 0 \text{ et } \forall x \in B_r$$

Théorème A.4

L'origine du système (A.1) est asymptotiquement stable, s'il existe une fonction scalaire $V: R_+ \times R^n \rightarrow R$ telle que :

1. $V(x, t)$ définie positive,
2. $\dot{V}(x, t)$ est définie négative.

En plus, si $V(x, t)$ est décroissante, alors l'origine est uniformément asymptotiquement stable.

Théorème A.5

L'origine du système (A.1) est asymptotiquement uniformément globalement stable, s'il existe une fonction scalaire de C^1 définie positive localement $V: R_+ \times R^n \rightarrow R$ et une constante $r > 0$ telle que :

1. $V(x, t)$ définie positive,
2. $V(x, t)$ est décroissante et radialement non bornée,
3. $\dot{V}(x, t)$ est définie négative.

A.6. Théorème de LaSalle

Considérons un système non linéaire décrit par $\dot{x} = f(x)$ Supposons qu'il existe une fonction V de Lyapunov définie positive vérifiant $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) = \infty$ $x \in R^n$

Définissons un voisinage $D = \{x \in R^n / \dot{V} = 0\}$ et supposons que la seule trajectoire contenue dans D soit la trajectoire triviale, alors le point d'équilibre $x=0$ est globalement asymptotiquement stable.

Annexe A

A.7. Lemme de Barbalat

Soit $f(t)$ une fonction dérivable, si $f(t) \geq 0$ et $\dot{f}(t)$ est bornée,

alors $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{f}(t) = 0$

A.8. Lemma 2.1.

La matrice A symétrique définie positive, B non singulière le produit $B^T A B$ est une matrice définie positive.

A.9. Normes

La matrice symétrique $A = A^T \in R^{n \times n}$ et

$$\|A\| = \sqrt{\lambda_{\max}\{A^T A\}}$$

La norme d'un vecteur X est donnée par

$$\|X\| = \sqrt{X^T X}$$