

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Jijel



*Faculté des sciences et de la technologie
Département de génie électrique*

*Mémoire de fin d'études
Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master
En électrotechnique
Option : Machines électriques*

Thème

*Analyse électromagnétique du chauffage par induction de billette en aluminium
tournant dans un champ magnétique*

Présenté par :

Mahrouk Hicham

Proposé et dirigé par :

Mr. Lyes Aomar

Année universitaire : 2016/2017



Remerciement

*Je remercie dieu de nous avoir donné la force
Pour accomplir ce travail.*

*Je remercie mon encadreur
M^r: Aomar.L pour son aide, son encouragement
Et sa patience.*

*Et je n'oublie pas tous les enseignants du
Département de génie électrique.*

Dédicace

Je dédie ce travail,

*A mes très chers parents qui ont sacrifié leur vie pour
ma réussite, et pour leurs encouragements. Que dieu*

les garde éternellement heureux.

A toute ma famille,

*A tout mes amis et mes collègues, et à tous ceux qui
m'ont aidé pour réaliser ce mémoire.*

Mahrouk Hicham



Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I	
Procédés de chauffage par induction à aimants permanents	
Introduction	3
I. 1. Electrothermie	3
I. 1.1. Les différents types de chauffage	4
I. 1.2. Principe du chauffage par induction	6
I. 1.3. Méthodes du chauffage par induction	7
I. 1.4. Application du chauffage par induction	7
I. 1.5. Intérêt du chauffage par induction	9
I. 1.6. Dispositif de chauffage par induction à aimant permanent	10
I. 2. Aimants permanents	11
I. 2. 1. Aimants utilisés dans les chauffages	11
I. 2. 2. Problème de désaimantation des aimants	13
I. 2. 2. 1. Désaimantation thermique	13
I. 2. 2. 2. Champ désaimantant excessif	13
I. 2. 2. 3. Vieillessement	14
Conclusion	14
Chapitre III	
Calcul du champ électromagnétique	
Introduction	15
II. 1. Equations de maxwell et lois de comportement des milieux	15
II. 1. 1. Equations de Maxwell	16
II. 1. 2. Lois constitutives des milieux	17
II. 1. 3. Conditions de passage entre deux milieux	18
II. 1. 4. Equations de Maxwell simplifiées	19
II. 2. Modèles électromagnétiques	22
II. 3. Méthodes de résolution des EDP	22
II. 3. 1. Méthodes analytiques	24
II. 3. 2. Méthodes semi analytiques	25
II. 3. 2. 1. Méthode des circuits électriques couplés	25
II. 3. 2. 2. Méthode des intégrales de frontières	26
II. 3. 3. Méthodes numériques	26
II. 3. 3.1. Méthodes des différences finies	26

II. 3. 3. 2. Méthodes des éléments finis	26
Conclusion	28

Chapitre III

Calcul du champ électromagnétique et simulation du chauffage

Introduction	29
III. 1. Constitution de la structure étudiée	29
III. 2. Hypothèses simplificatrices	30
III. 3. Modélisation du chauffage par induction	31
III. 3. 1. Modèle géométrique de la structure	31
III. 3. 2. Mise en équations	32
III. 3. 3. Modélisation des termes sources du champ dus aux aimants	33
III. 3.3.1. Modélisation du terme source à aimantation radiale	34
III. 3.3.2. Modélisation du terme source à aimantation mixte	36
III. 3. 4. Résolution analytique de l'équation aux dérivées partielles.....	37
III. 3. 4. 1. Méthode de séparation des variables	38
III. 3. 4. 2. Méthode de séparation des variables en coordonnées cylindriques (expression du potentiel vecteur magnétique).....	38
III. 3. 5. Courant de Foucault	41
Conclusion	42



Introduction
Générale

Introduction générale

Les dispositifs électromagnétiques engendrent toujours des phénomènes d'échauffement.

ceux-ci peuvent être bénéfiques, comme dans le cas du chauffage par induction, ou néfastes, comme dans les machines électriques. La durée de vie de ces dispositifs dépend beaucoup de la température atteinte en régime permanent. Dans le chauffage par induction, on cherche toujours à obtenir des températures élevées, localisées ou à coeur, et avec des rendements élevés.

L'induction électromagnétique est une technique de chauffage pour les matériaux conducteurs d'électricité (métaux), fréquemment utilisée pour de nombreux procédés thermiques tels que la fusion ou la chauffe des métaux.



La fusion des métaux par induction électromagnétique s'effectue généralement en chauffant le métal dans un creuset fabriqué à partir d'un matériau réfractaire non conducteur.

La masse de métal placée dans le creuset est fondue jusqu'à atteindre sa forme liquide.

Ce procédé est couramment employé pour produire des aciers et alliages non ferreux de haute qualité destinés à des opérations de moulage. Le métal liquéfié est déversé dans une cavité ayant la forme souhaitée. Le métal se solidifie avec un minimum de retrait, après quoi le moule est retiré, révélant un produit fini et usinable.

Pour la communauté scientifique ; La modélisation des chauffage a aimants permanent a fait jusqu'au nous jours la une sur l'ensemble des travaux publiés dans les différents journaux scientifiques, soit par des méthodes numériques qui donnent des résultats mais avec une temps de calcul élevés ou par les méthodes analytiques qui on a permis de dépassé le paradoxe du temps mais qui nécessitent des simplifications structurelles et une bonne connaissance préalable sur les condition de passages entre différents milieux de la modèle géométrique

Dans le cadre de ce travail, nous proposons une résolution analytique en 2D du modèle magnétodynamique, en cordonnée cylindrique, qui régit le comportement de la structure étudié, par développement en série de Fourier

Les différentes grandeurs magnétiques (potentiel vecteur magnétique, champs et induction magnétique) seront décomposées en série de Fourier jusqu'à un certain rang d'harmoniques qui assure une bonne précision, on suite la détermination de ces constante d'intégration sera effectuer grâce à des informations fournées par les conditions de passage.

Notre travail est composé de trois chapitres.

Le premier chapitre est consacré à la définition de l'électrothermie, en particulier le chauffage par induction et ses diverses applications et avantages, ainsi que présenté les différents type des matériaux a aimants permanents.

Au deuxième chapitre nous présenterons les éléments de base du calcul du champ électromagnétique, on allant des équations de Maxwell aux différentes formulations qui régit le comportement des dispositifs électromagnétique. A la fin on cite les différentes méthodes qui nous permettre de résoudre les équations différentielles aux dérivées partielles.

Enfin, dans le troisième chapitre, nous allons présenter le principe de la méthode de décomposition en série de Fourier et modélisation par calcul analytique du champ en deux dimensions, d'un chauffage par induction à aimant permanents a été développée.

Chapitre I
Procédés de chauffage par
induction à aimants
permanents

Introduction

Le phénomène de chauffage par induction fut découvert par le physicien anglais Mickael Faraday en 1831. C'est dans les années 1900 que l'on commence à utiliser l'induction comme procédé de chauffage de pièces en métal, mais il est très limité à cause des faibles puissances disponibles. En 1922, l'avènement des générateurs dynamiques le rend plus efficace et des études scientifiques sur le chauffage par induction montrent que l'on peut chauffer différentes parties d'une pièce sans chauffer les autres en jouant sur la fréquence, la puissance ainsi que les paramètres matériaux tels que la résistivité électrique et la perméabilité magnétique relative.

L'induction électromagnétique a pour particularité de générer la chaleur directement à l'intérieur du matériau à chauffer. Cette particularité présente de nombreux atouts par rapport aux méthodes de chauffe plus standard, notamment la réduction des temps de chauffe et des rendements élevés, ou encore la possibilité de chauffer de façon très locale. [1]

L'apparition des aimants permanents performants et le développement des composants de l'électronique de puissance, sont les raisons pour lesquelles le domaine du chauffage à induction à base des aimants permanents a connu un progrès remarquable, ce qui a poussé plusieurs chercheurs et industriels vers la modélisation et la conception de ces dispositifs.

Le présent chapitre présente et définit de manière détaillée l'électrothermie et le processus de chauffage à induction à base des aimants permanents.

On achève ce chapitre par une représentation de différents types de matériaux à aimants permanents, ainsi que leurs applications dans la construction de divers genre de dispositifs du chauffage à aimants.

I.1. Electrothermie

L'Union Internationale d'Électrothermie a défini l'électrothermie comme étant: " la partie de la science et de la technologie traitant des transformations de l'énergie électrique en chaleur à des fins utiles".

Le champ des applications de l'électrothermie est très vaste. Très vite, une classification s'est imposée. Le critère retenu est le mode de transformation de l'énergie électrique en chaleur.

L'électrothermie consiste à utiliser l'énergie électrique pour produire la chaleur, il existe plusieurs techniques utilisant l'électricité pour produire la chaleur, On distingue :

a- Des techniques basées sur l'effet Joule (par conduction, par induction, par arc électrique...) : le chauffage par conduction de la pièce peut se produire par conduction directe ou indirecte; dans un chauffage par induction, une pièce conductrice est soumise à un champ

électromagnétique variable avec le temps. Cette pièce est le siège de courants induits qui chauffent celle-ci par effet Joule. Le chauffage par arc électrique trouve son origine dans le passage du courant entre deux électrodes plongées dans un milieu ionisé. Lorsque ce milieu ionisé est un gaz autre que l'air celui-ci est nommé plasma. On distingue les fours à arc direct et les fours à arc indirect.

b- Des techniques basées sur le rayonnement : une source (Laser) émet un rayonnement électromagnétique. Le faisceau émis présente deux propriétés importantes : une très faible ouverture et un rayonnement presque monochromatique; ces deux propriétés lui confèrent une densité de puissance très importante.

c- Des Techniques liées aux frottements : sous l'effet d'un champ électrique, les molécules d'un matériau sont polarisées et se déforment. Les changements de direction du champ électrique mettent en mouvement les molécules, qui en se frottant les unes contre les autres, s'échauffent.[1]

I.1.1. Les différents types de chauffage

• Le chauffage par résistance :

La chaleur est dissipée par effet Joule dans des résistances connectées directement à la source d'énergie. On distingue le chauffage par résistance direct ou indirect selon que la pièce à chauffer est traversée ou non par le courant électrique.

• Le chauffage par arc :

La chaleur est produite par un arc électrique qui est la manifestation du passage du courant entre deux électrodes. Il permet de mettre en œuvre de grandes puissances et d'atteindre des températures très élevées, qui peuvent être de l'ordre de 300 °C.

• Le chauffage par rayonnement infra-rouge :

Ce mode de chauffage utilise un rayonnement infra-rouge pour le transfert de l'énergie à un corps susceptible d'absorber tout ou partie des radiations émises par des sources dont les longueurs d'onde sont comprises entre les limites du spectre visible et celles des ondes hertziennes. Il est utilisé dans les traitements à basse température: séchage de vernis et peintures par exemple.

• Le chauffage par hystérésis diélectrique:

La chaleur est principalement engendrée par les déplacements des charges électriques à l'échelle atomique ou moléculaire sous l'action d'un champ électrique de fréquence élevée.

• Le chauffage par bombardement électronique:

La chaleur nécessaire est fournie par un faisceau d'électrons à grande énergie. Ceux-ci sont accélérés par un champ électrique de forte intensité, puis focalisés par des champs magnétiques ou électriques avant d'être projetés sur la charge à fondre sous forme d'un faisceau concentré. Leur énergie cinétique est transformée en chaleur pratiquement sans pertes. La puissance spécifique peut être réglée à volonté en jouant sur la concentration des électrons. Elle peut atteindre 8 MW/cm^2 .

• Le chauffage par plasma:

Les procédés de chauffage par plasma ont fourni à l'industrie des possibilités nouvelles grâce aux températures atteintes qui peuvent dépasser 10000 K^0 . Les produits les plus réfractaires peuvent alors être fondus. Sous l'influence d'une énergie extérieure, les atomes peuvent être ionisés. Lorsque l'ionisation atteint un pourcentage important d'atomes, la matière est dans un état différent de son état initial.

Cet état est désigné sous le nom de plasma qui est considéré comme le quatrième des états de la matière. Dans un plasma gazeux, les particules sont soumises à une agitation thermique intense. A la pression atmosphérique, les chocs entre ions, atomes et électrons libres qui en résultent sont suffisamment nombreux pour que la transformation en chaleur de leur énergie cinétique entraîne une élévation considérable de température.

• Le chauffage par induction électromagnétique:

Les courants de chauffage par effet Joule sont créés à l'intérieur même de la pièce à chauffer ou à fondre par induction électromagnétique. Il s'agit de courant de Foucault. Ce type de chauffage nécessite l'utilisation d'un convertisseur (élévateur) de fréquence. Dans ce type de chauffage, la fréquence joue un rôle primordial car elle conditionne le rendement, la puissance transmise à la charge et l'épaisseur de chauffage. [2]

I.1.2. Principe du chauffage par induction

Le chauffage par induction est une application directe de deux lois physiques, la loi de Lenz et l'effet Joule. Tout matériau conducteur de l'électricité plongé dans un champ magnétique variable (créé par une bobine inductrice ou inducteur) est le siège de courants électriques induits ou courant de Foucault. Ces courants dissipent de la chaleur par effet Joule dans le matériau où ils ont pris naissance.

En effet, un milieu conducteur, en l'occurrence un inducteur, parcouru par un courant continu ou alternatif, génère un champ électromagnétique dans l'espace environnant. Ce champ électromagnétique pénètre dans la pièce à partir de la surface sur une profondeur plus ou moins importante suivant la fréquence du champ électromagnétique et les propriétés du matériau considéré.

Si maintenant un courant alternatif alimente notre inducteur, le champ électromagnétique va osciller exactement ou sensiblement à la même fréquence que le courant imposé suivant que le matériau constitutif de la pièce est magnétique, amagnétique ou diamagnétique. Ces oscillations rapides du champ électromagnétique induisent des courants de Foucault dans la pièce.

La direction et le sens de déplacement des courants obéissent à la loi de Lenz qui stipule que « les courants induits s'opposent à la cause qui leur a donné naissance ». Ainsi les courants induits dans la pièce vont circuler dans la même direction mais dans le sens opposé au courant imposé dans l'inducteur. La région parcourue par les courants est une zone de dissipation de chaleur par effet Joule. Enfin la chaleur se propage vers le centre de la pièce par diffusion thermique, Figure I.1. [3]

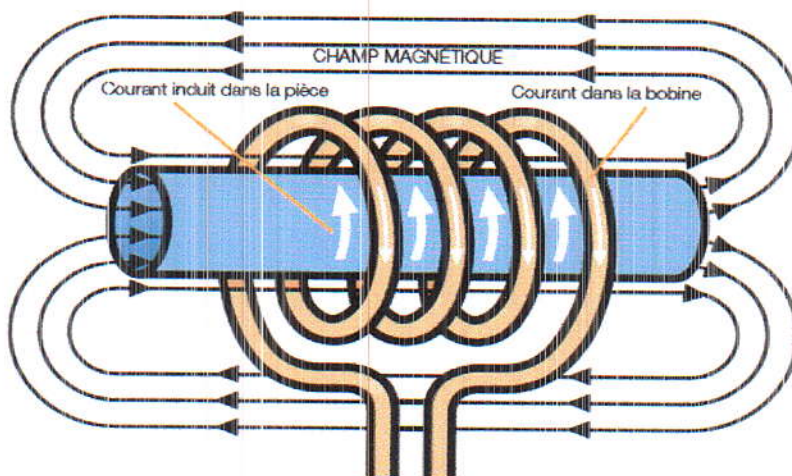


Figure I.1 : Principe du chauffage par induction

I.1.3. Méthodes du chauffage par induction:

On distingue deux méthodes de chauffage par induction

- ❖ Chauffage par courants de Foucault, lié aux pertes dues à la résistance du matériau de la pièce.
- ❖ Chauffage par hystérésis, dans lequel l'énergie est produite à l'intérieur même de la pièce par le champ magnétique alternatif produit par la bobine, qui fait varier la polarité magnétique de la pièce.

Le chauffage par hystérésis de la pièce est possible jusqu'à la température de Curie, à laquelle la perméabilité magnétique du matériau diminue jusqu'à 1 et l'effet de l'hystérésis est réduit au minimum. Au-delà de cette température, le chauffage par induction est réalisé par les courants de Foucault. [4]

I.1.4. Application du chauffage par induction:

Le procédé de chauffage par induction est de plus en plus utilisé et ceci de manière croissante dans les milieux industriels pour la préchauffe de pièces avant mise en forme à chaud (forgeage, matriçage, laminage, brasage), pour les traitements thermiques (trempe) ou encore pour des opérations de soudure entre pièces métalliques. Les traitements de surface recouvrent des opérations très diverses :

- dégraissage, décapage, séchage,
- galvanisation et étamage,
- cuisson de vernis et peintures, plastification.

Dans le cas de l'utilisation du chauffage par induction, le transfert thermique du revêtement s'opère du support vers l'extérieur, ce qui est favorable aux opérations de séchage et de cuisson (évacuation des solvants et vapeurs). Ce mode de chauffage permet donc d'obtenir :

- une meilleure adhérence,
- un meilleur aspect de surface,
- une bonne reproductibilité, critère important pour le séchage des peintures colorées,
- une grande souplesse d'utilisation par le choix des températures de traitement,
- enfin, une ligne de production plus compacte et susceptible de fonctionner de façon discontinue en l'absence de toute inertie thermique.

Les applications dans ce domaine sont très vastes. Par exemple, on peut citer :

- la polymérisation de vernis intérieur sur tubes aérosols,
- la cuisson de joints d'étanchéité,
- la polymérisation de vernis sur fils et méplats de cuivre,
- le revêtement,
- la ligne de galvanisation,
- le recuit.

Un autre type d'application qui tend à se développer récemment au sein des industries verrières, chimiques, céramiques, environnementales et chez les réfractoristes est la fusion de verre et d'oxydes par induction en auto creuset. En effet, la résistivité électrique des oxydes (à $10 \Omega \cdot \text{cm}$ à 1500C^0) due à une conduction ionique est compatible avec la fusion par induction. Leur faible conduction thermique aux basses températures et une résistivité décroissante avec la température permet d'utiliser la technique de l'induction directe en auto creuset avec une profondeur de peau égale au rayon de la charge. cette auto creuset constitué du même matériau solide que l'on cherche à fondre, se forme grâce au refroidissement optimal de l'inducteur (mono-spire) et permet d'atteindre des températures supérieures à 2500C^0 sans contact du bain avec l'inducteur (pas de pollution du produit). Les applications sont les suivantes :

- Fusion de cristal,
- Fusion de verres spéciaux ou techniques,
- Fusion d'oxydes réfractaires,
- Elaboration de phosphates,
- Vitrification de déchets.

Quelle que soit la nature des applications industrielles, le chauffage par induction présente un certain nombre d'avantages intrinsèques qui expliquent son développement croissant :

- rapidité de chauffage liée à la possibilité d'obtenir des densités de puissance très élevées
- localisation précise de l'effet thermique grâce à une conception d'inducteur et une fréquence de fonctionnement adaptée à la pièce à chauffer,
- possibilité de chauffer à des températures très élevées avec un rendement pratiquement indépendant de la température.

Ce procédé répondant parfaitement aux exigences industrielles de la moyenne et grand série:

- facilité d'automatisation des équipements,
- absence d'inertie thermique (démarrage rapide),
- bonne reproductibilité des opérations effectuées,
- rendement de chauffage souvent très élevé,
- absence de pollution par la source de chaleur (source froide),
- bonnes conditions de travail. [3]

I.1.5. Intérêt du chauffage par induction:

Il est certain que le chauffage par induction présente des avantages qu'on ne trouverait pas ou peu dans les autres types classiques de chauffage. Ces avantages sont:

- ❖ **La souplesse:** les installations de chauffage par induction permettent l'utilisation d'un large éventail de matières premières économiquement et écologiquement intéressantes (ferrailles de récupération de toute nature), dans la production de nuances métallurgiques diverses. On peut également admettre des métaux différents dans la même installation.
- ❖ **La régularité :** Elle caractérise essentiellement la reproductibilité des opérations de fusion ou de traitement de surface qui sont répétées fidèlement tant au point de vue métallurgique que du point de vue consommation d'énergie.
- ❖ **La précision :** Elle conduit à travers tous les contrôles possibles (puissance, courant, tension, fréquence), en cours de marche, à des analyses en temps réel et à des températures à la demande.
- ❖ **La propreté :** La fusion électrique et en particulier par le chauffage par induction est certainement la moins salissante et la moins polluante. Ceci est dû à l'absence de flammes, de cendres, de fumées caractéristiques des combustibles fossiles liquides, solides ou gazeux.
- ❖ **Meilleur rendement :** Dans le chauffage par induction, l'énergie est créée directement à l'intérieur de la masse de la charge.
- ❖ **Brassage électromagnétique :** Le chauffage par induction réalise dans les fours à induction un brassage électromagnétique des métaux fondus. Ce brassage est caractérisé par un soulèvement du métal fondu qui s'écoule du centre vers la périphérie, la dénivellation pouvant atteindre quelques centimètres. Le brassage électromagnétique permet d'homogénéiser le métal ou les alliages fondus, et favorise ainsi leur affinage, en

permettant le renouvellement rapide des surfaces de contact avec le laitier qui prend naissance au-dessus du bain. [2]

I.1.6. Dispositif de chauffage par induction à aimant permanent

La présente invention concerne un dispositif de chauffage par induction à aimant permanent qui fonctionne à l'aide de l'énergie cinétique provenant de l'extérieur. Le dispositif peut chauffer avec un fort rendement énergétique à moindre coût et peut commander aisément la capacité de chauffage. L'invention concerne plus précisément un dispositif de chauffage par induction à aimant permanent qui, par une force d'entraînement rotative générée par l'énergie cinétique provenant de l'extérieur, comme indiquer par la figure I.2 fait tourner un dispositif rotatif muni d'une surface de pôle magnétique qui est dotée d'une pluralité d'aimants permanents sur des emplacements prédéfinis, et qui forme un champ magnétique sur son extérieur, pour ainsi amener un dispositif de chauffage muni d'une surface de face dirigée vers la surface de pôle magnétique à une distance prédéfinie, et doté d'un matériau conducteur et d'un trajet de chauffage de fluide de manière à générer des courants de Foucault et une chaleur générée par l'effet Joule, chauffe le fluide circulant dans le trajet de chauffage de fluide et envoie le fluide chauffé. La surface de pôle magnétique est une surface plane, perpendiculaire à la ligne de l'axe de rotation du dispositif rotatif sur son côté d'extrémité de base, et le trajet de chauffage de fluide forme une courbe plane en spirale le long de la surface de face à une profondeur prédéfinie avec la surface de face.[5]

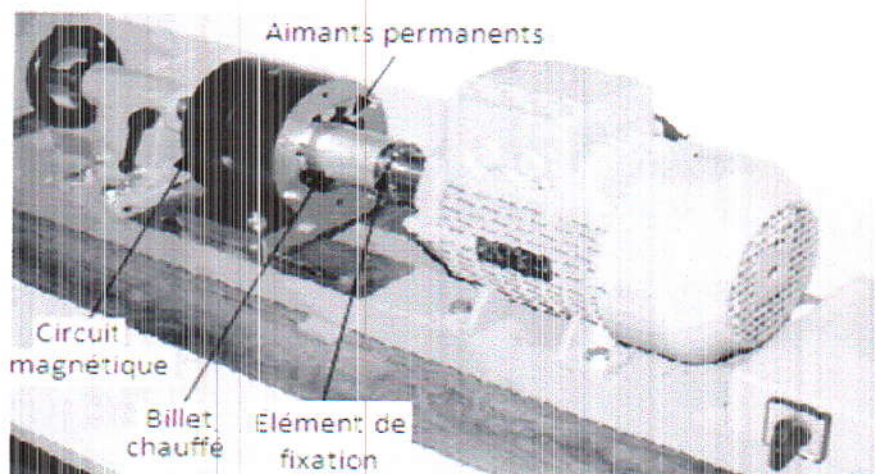


Figure I.2 : Chauffage par aimants permanents

I.2. Aimants permanents

Les aimants permanents permettent de fournir un flux d'induction important dans un circuit magnétique donné. Les performances des dispositifs à aimants dépendent de la stabilité du flux en fonction de divers facteurs tels que la température, les champs démagnétisant, et l'influence de l'action chimique de l'environnement comme la corrosion. Différents types d'aimants peuvent être répertoriés, les ferrites, les métalliques et les composés terres rares qui apparaissent successivement.

Aimants en acier au Cobalt (35% de Cobalt 1921 : 7.2 KJ/m^3) années 20 pour la réalisation de magnétos d'allumage de moteurs à explosion en aéronautique. "Les aimants en cobalt ne nécessitent pas la forme de fer en cheval (comme les aciers au tungstène et au chrome) car ils résistent bien à la désaimantation."

Différentes nuances ont été développées dans les années 30 : Ni-Al (1932, $9,5 \text{ KJ/m}^3$), Ni-Co-Ti (1934, $12,8 \text{ KJ/m}^3$), FePt (1936, 24 KJ/m^3), CoPt (1937, 27 KJ/m^3).

A la fin des années trente : développements des AlNiCo (alliage fer-Aluminium-Nickel-Cobalt, dit TICONAL en France). Des moteurs à aimants de quelques chevaux ont pu être réalisés.

Années cinquante : aimants ferrites durs.

Années soixante arrivés des terres rares : Samarium-cobalt (SmCo).

Années quatre-vingt : Fer-Neodyme-Bore (NdFeB).[6]

I.2. 1. Aimants utilisés dans les chauffages

Les matériaux pour aimants sont généralement classés en trois familles :

- ❖ **Aimants métalliques** : Les plus utilisés dans les chauffages sont les ALINCO qui ont une induction rémanente B_r relativement élevée, cependant la faible valeur de leur champ coercitif rend difficile leur utilisation au niveau des machines électriques. En effet, un incident sérieux en cours de fonctionnement nécessite généralement une ré-aimantation.
- ❖ **Ferrites** : ils possèdent une induction rémanente B_r faible. Toutefois leur champ coercitif assez élevé leur confère une certaine résistance à la démagnétisation ce qui permet de les utiliser comme inducteurs des machines tournantes. Pour le dimensionnement d'un chauffage à aimants, la connaissance de la plage de variation de l'aimantation en fonction de la température est très utile. Les ferrites ont un point de Curie plus faible que celui des AlNiCo, leur induction diminue assez vite avec la

température. Ils sont d'excellents isolants électriques, les courants de Foucault y sont négligeables.

- ❖ **Terre-rares** : les deux types des matériaux rencontrés généralement sont le SmCo et le NdFeB, ils sont durs, ont une densité d'énergie très importante et leur cycle d'hystérésis est relativement large (Figure 3). Leur champ coercitif est supérieur à celui des ferrites. Ils ont également une aimantation suffisamment rigide pour considérer que leur perméabilité magnétique est très voisine de celle de l'air. Leur induction rémanente est très proche de celle des AlNiCo. Toutes ces caractéristiques, font que les terres-rares sont recommandés pour les structures de machines électriques de puissances moyennes de très haute performances.[7]

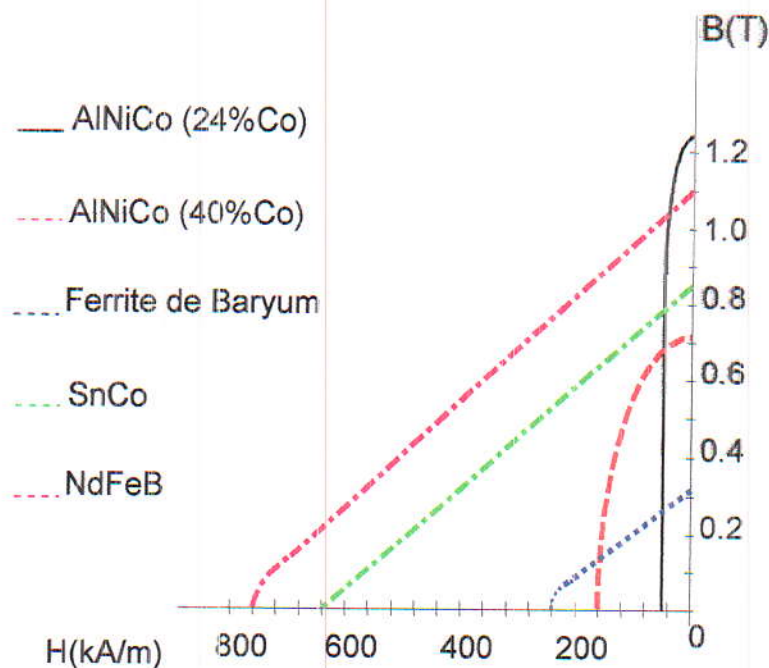


Figure I.3 : Courbe de démagnétisation des différents types d'aimant [15]

Un détail des propriétés des différents aimants permanents utilisés dans les chauffage à aimants est donné au tableau I. 1.[8]

Type	Année d'appar.	BH_{ma} kJ/m ³	B_r à 25°C (T)	H_{cJ} kA/m	coeff B %/K	coeff H_{cJ} %/K	T_{max_op}	Prix approx. F/kg
NdFeB	1983	200-380	1,2 à 1,5	900 à 2000	-0,1	- 0,4 à - 0,6	140 à 210	500 à 1000
SmCo ₅	1966	140-200	1	2000	-0,04	-0,25	250	1500
Sm ₂ Co ₁₇		180-240	1,05	2000	- 0,03		350	2000
Alnico	1932	50-85	1,1 à 1,3	130	-0,02	+0,01	500	300
Ferrites Strontium	1950	27-35	0,3 à 0,4	250	-0,2	+0,4	250	40
Ferrites Barium		8 à 30	0,2 à 0,4	170	-0,2			30

Tableau I. 1. : Propriétés Physiques et magnétiques de quelques aimants permanents [33]

I.2. 2. Problème de désaimantation des aimants

Dans un dispositif à aimants permanents. Un problème important est le risque de désaimantation des aimants soumis à des contraintes extérieures. Ce risque n'est pas négligeable car les aimants permanents sont sensibles à plusieurs phénomènes de natures très diverses tels que les champs magnétiques extérieurs, la variation de température, les chocs et vibrations mécaniques, le vieillissement.

I.2. 2. 1. Désaimantation thermique

C'est-à-dire un chauffage de l'aimant au-delà de sa température de Curie, suivie d'un refroidissement en champ nul jusqu'à la température ambiante, reste formellement déconseillé.

En général, bien avant la température de Curie, on observe des pertes d'aimantation partielles mais non réversibles : on définit ainsi une température limite d'utilisation (variable entre 80 et 350°C selon les aimants). (Tableau I. 1)

I.2. 2. 2. Champ désaimantant excessif

La charge magnétique produit un effet désaimantant, de même un champ opposé produit par une f.m.m tend à désaimanter l'aimant (réaction d'induit dans une machine électrique). La combinaison des deux ne doit pas conduire, dans les pires conditions, à une désaimantation irréversible.

I.2. 2. 3. Vieillissement

C'est la variation d'aimantation observée au cours du fonctionnement d'un aimant soumis à une température bien déterminée. [9]

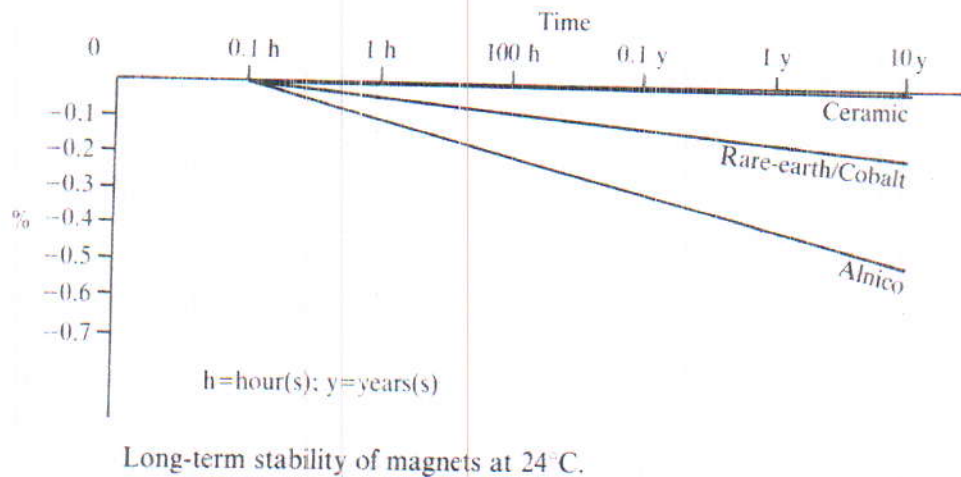


Figure I.4 : vieillissement de quelques aimants à une température de 24°C

La figure 4 montre les pertes d'aimantation observées au cours du temps pour différents aimants.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué le processus de chauffage à induction à base des aimants permanents, avec quelques caractéristiques du chauffage à induction, ainsi que sont intérêt dans domaine industrielle.

Ensuite on a présenté les différents types des aimants permanents utilisés pour la construction du chauffage, avec quelques caractéristiques magnétiques et mécaniques.

Puisque le but principal de notre travail est la modélisation à base de calcul du champ magnétique d'un dispositif électromagnétique, nous allons donner des notions générales sur la modélisation dans le chapitre suivant.

Chapitre II
Calcul du champ
électromagnétique

Introduction

La modélisation de tous dispositifs électromagnétiques nécessite une parfaite connaissance des outils de modélisation basée sur les équations de Maxwell et les lois constituant les propriétés du matériau.

Le présent chapitre explique clairement les différents types de formulations peuvent être utilisées pour modéliser un dispositif électromagnétique.

On achève ce chapitre par une représentation de différentes méthodes de résolution des équations aux dérivés partielles qui régissent le comportement du dispositif étudié.

II. 1. Equations de maxwell et lois de comportement des milieux

Les différents domaines physiques susceptibles d'être rencontrés dans un dispositif électromagnétique réel, peuvent être représentés schématiquement comme suit [10] :

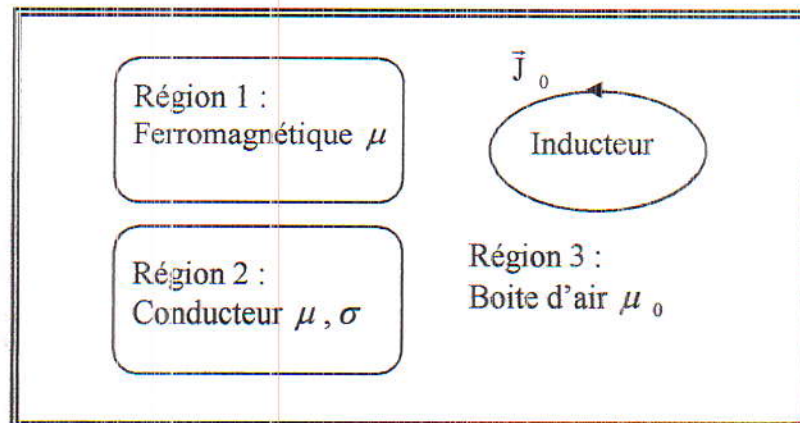


Figure I. 5 : Schéma général d'un dispositif électromagnétique

- Bobines conductrices dans lesquelles circulent des courants électriques.
- Région 1 pour canaliser les lignes du champ magnétique.
- Région 2 dans laquelle circulent les courants induits.
- Une boîte d'air englobant toutes les régions précédentes.

II. 1. 1. Equations de Maxwell

Le comportement des phénomènes électromagnétiques traités dans le domaine de la physique est résumé par l'emploi des équations de Maxwell, appelées aussi équations générales de l'électromagnétisme. Ces équations s'écrivent sous leurs formes différentielles comme suit:

- Equation de Maxwell-Gauss:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II. 1})$$

- Equation de Maxwell-Faraday:

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 2})$$

- Equation de conservation du flux magnétique:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 3})$$

- Equation de Maxwell-Ampère:

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II. 4})$$

\vec{E} : Champ électrique [V/m].

\vec{D} : Vecteur de déplacement [A. S / m²].

\vec{H} : Champ magnétique [A/m].

\vec{B} : Induction magnétique [T]

ρ : Densité de charge volumique [C/m³].

\vec{J} : Densité de courant [A/m²] ; dans la cas générale elle est donnée par :

$$\vec{J} = \vec{J}_C + \vec{J}_D + \vec{J}_M \quad (\text{II. 5})$$

\vec{J}_C : Exprime la densité de courant de conduction électrique induit et inducteur donnée par:

$$\vec{J}_C = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_{ind} \quad (\text{II. 6})$$

\vec{J}_{ex} : Densité de courant source (courants d'excitations)

\vec{J}_{ind} : Densité de courant résultant du phénomène induit

\vec{J}_D : Représente la densité de courant de déplacement dont l'expression est la suivante:

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II. 7})$$

\vec{J}_M : Densité de courant due à la présence du milieu magnétique exprimée par

$$\vec{J}_M = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{M} \quad (\text{II. 8})$$

\vec{M} : Vecteur d'aimantation du milieu magnétique.

Les quatre équations (II. 1), (II. 2), (II. 3), et (II. 4) sont des équations différentielles aux dérivées partielles, linéaires et du premier ordre par rapport au temps et aux coordonnées spatiales. Le choix d'un système de coordonnées est dicté par la symétrie inhérente au problème particulier sous considération.

On rajoute aux équations précédentes les lois de comportement des milieux ainsi que la loi d'Ohm.

II. 1. 2. Lois constitutives des milieux

Les cinq champs vectoriels précédents ne sont pas aussi indépendants les uns des autres, leurs liaisons sont fonction du milieu où ils règnent.

a. Relations du milieu :

- Relation magnétique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II. 9})$$

- Relation électrique

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II. 10})$$

b. Loi d'Ohm :

- Au repos

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II. 11})$$

- En mouvement

$$\vec{J} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \quad (\text{II. 12})$$

\vec{B}_r : Induction magnétique rémanente.

\vec{v} : Vitesse du point considéré.

σ , μ et ε : Sont les caractéristiques du milieu considéré et représentent respectivement: les tenseurs de conductivité électrique, de la perméabilité magnétique et de la permittivité électrique.

Dans le cas où les milieux considérés sont linéaires, homogènes et isotropes σ , μ et ε se ramènent à des scalaires.

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

μ_0 : Perméabilité du vide égale à $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [H / m]$.

μ_r : Perméabilité relative.

ε_0 : Permittivité du vide, elle vaut à $10^{-9} / (36 \cdot \pi) [F / m]$.

ε_r : Permittivité relative.

II. 1. 3. Conditions de passage entre deux milieux

Jusqu'ici, toutes les relations sources–champ et électrique–magnétique caractérisant un milieu quelconque, ont été définies. Il reste à déterminer les relations entre les grandeurs de deux milieux différents magnétiquement et électriquement (figure I. 6). On intègre les équations de Maxwell entre deux points très voisins de part et d'autre d'une surface séparant ces deux milieux, le résultat nous permet de déduire les constatations suivantes [11] :

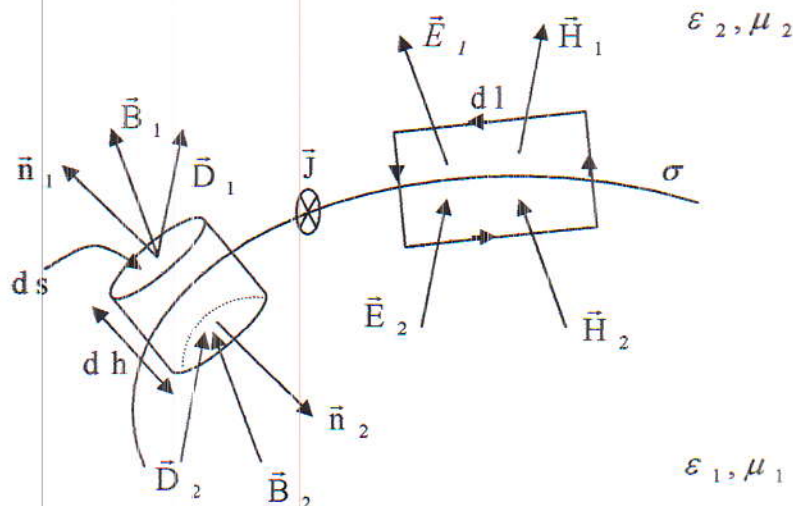


Figure I. 6 : Conditions de passage à l'interface entre deux milieux différents

• pour les grandeurs magnétiques

➤ Conservation de la composante normale de l'induction magnétique \vec{B} .

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 13})$$

➤ Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} due aux courants surfaciques \vec{J}_s .

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{II. 14})$$

• Pour les grandeurs électriques

➤ Conservation de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E}

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 15})$$

➤ Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} due aux charges surfaciques Q_s

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = Q_s \quad (\text{II. 16})$$

\vec{n} : La normale à la surface de séparation entre les milieux.

II. 1. 4. Equations de Maxwell simplifiées

Dans le domaine de l'électrotechnique, la fréquence utilisée permet de négliger tout aspect propagatif du champ électromagnétique, c'est ce qu'on appelle l'approximation des états – quasi statiques ou des régimes lentement variables, cette condition s'exprime en termes des dimensions de la structure, qui doivent être beaucoup plus petites que la longueur d'onde. [12]

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (\text{II. 17})$$

c et f : sont la célérité de la lumière et la fréquence de travail .

Ainsi pour une fréquence de 1 MHz ; la longueur d'onde est de 300 m dans le vide, ce qui justifie l'emploi de cette approximation dans l'étude des dispositifs de dimensions

usuelles. L'utilisation de cette approximation, revient à négliger le courant de déplacement

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \text{ devant le courant de conduction } \sigma \cdot \vec{E}.$$

Les caractéristiques des matériaux, permettent à leur tour de négliger les effets capacitifs des conducteurs, cela revient à négliger, dans l'ensemble des équations de Maxwell la charge d'espace dans les conducteurs.

En effet ; En prenant la divergence de l'équation (II. 4) ; On trouve la loi de conservation de la charge.

$$\overline{\text{div}} \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{II. 18})$$

En combinant cette équation avec celle de la loi d'Ohm et l'équation (I.1) ; On obtient l'équation de la charge d'espace.

$$\rho + \frac{\varepsilon}{\sigma} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II. 19})$$

Dont la solution est :

$$\rho(t) = \rho_0 \cdot \exp\left(\frac{-\sigma}{\varepsilon} \cdot t\right) \quad (\text{II. 20})$$

ρ_0 : Densité de la charge à l'instant $t = 0$.

$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$: représente le temps de relaxation ; Il exprime la vitesse avec laquelle la charge disparaît. Ce temps est extrêmement court pour les conducteurs ($4 \cdot 10^{-4}$ s) pour le cuivre.

En récapitulation, les équations de base utilisées sont :

• **Equations de Maxwell simplifiées :**

$$\overline{\text{div}} \vec{E} = 0 \quad (\text{II. 21})$$

$$\overline{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 22})$$

$$\overline{\text{div}} \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 23})$$

$$\overline{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II. 24})$$

$$\vec{J} = \sigma \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) + \vec{J}_{\text{ex}} \quad (\text{II. 25})$$

• **Relations constitutives des milieux :**

➤ **Relation magnétique**

a. Milieu magnétique linéaire.

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \vec{H} \quad (\text{II. 26})$$

b. Milieu non magnétique linéaire.

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (\text{II. 27})$$

➤ **Relation électrique**

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{II. 28})$$

• **Equation de conservation de la densité de courant :**

En prenant la divergence de l'équation (1. 24), on trouve que :

$$\overline{\text{div}} \vec{J} = 0 \quad (\text{II. 29})$$

Cette équation permet d'ajouter aux conditions de passage précédentes, la condition de conservation de la composante normale de la densité de courant.

• **Conditions de passages :**

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 30})$$

$$(\vec{J}_2 - \vec{J}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 31})$$

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 32})$$

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 33})$$

\vec{n} : La normale à l'interface séparant les deux milieux.

Ces dernières relations expriment que la composante normale des vecteurs d'induction magnétique et densité de courant sont toujours continues (équations (II. 30) et (II. 31)). Il est de même pour les composantes tangentielles des vecteurs champs magnétiques et champs électriques (équations (II. 32) et (II. 33)).

A partir de ces équations ((II. 21) à (II. 33)), on peut avoir accès au calcul des performances globales et au détail des conditions de fonctionnement de tout systèmes électromagnétiques.

II. 2. Modèles électromagnétiques

Pour étudier l'évolution des grandeurs électromagnétiques, on doit résoudre les équations de Maxwell (de l'équation (II. 21) à l'équation (II. 24) associées aux conditions de passage (de l'équation (II. 30) à l'équation (II. 33)). Ces équations sont souvent transformées avant d'être appliquées au problème physique à résoudre, cette transformation consiste en l'emploi de différents potentiels : Vecteur ou Scalaire, Magnétique ou Electrique afin de réduire le nombre d'inconnues et le nombre d'équations à résoudre.

Suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations se découplent alors, donnant naissance à des modèles plus simples, représentés par le tableau (I. 2).[13]

II. 3. Méthodes de résolution des EDP

Comme nous l'avons déjà montré dans les paragraphes précédents, les phénomènes électromagnétiques se traduisent par des équations différentielles aux dérivées partielles (EDP), dont la solution peut être trouvée par différentes méthodes.

On distingue trois types de méthodes :

- Analytiques
- Semi analytiques
- numériques

La différence entre ces trois types des méthodes est illustrée dans le tableau (I.3)

Modèles	Méthodes	Equations	Variables
Electrostatique	Potentiel scalaire électrique	$div (\epsilon \overrightarrow{grad} V) + \rho = 0$	V
électrocinétiques	Potentiel scalaire électrique	$div (\sigma \overrightarrow{grad} V) = 0$	V
	Potentiel vecteur électrique	$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \overrightarrow{rot} \vec{T} \right) = 0$	\vec{T}
Magnétostatiques	Potentiel scalaire magnétique total	$div (\mu \overrightarrow{grad} \phi) = 0$	ϕ
	Potentiel scalaire magnétique réduit	$div (\mu \overrightarrow{grad} \dot{\phi}) = div (\mu \vec{H}_o)$	$\dot{\phi}$
	Potentiel vecteur magnétique	$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \vec{J}$	\vec{A}
Magnétodynamiques	Champ magnétique	$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \overrightarrow{rot} \vec{H} \right) + \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{0}$	\vec{H}
	Potentiel vecteur magnétique modifié	$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \dot{\vec{A}} \right) + \sigma \frac{\partial \dot{\vec{A}}}{\partial t} = 0$	$\dot{\vec{A}}$
	Potentiel vecteur magnétique potentiel scalaire électrique	$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{grad} V = \vec{J}_{ex}$ $div (\epsilon \overrightarrow{grad} V) + div \left(\epsilon \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\rho$	$\vec{A} - V$
	Potentiel vecteur électrique Potentiel scalaire magnétique	$r\overrightarrow{ot} \left(\frac{1}{\sigma} r\overrightarrow{ot} \vec{T} \right) + \mu \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} - \mu \frac{\partial}{\partial t} (grad \Omega) = 0$ $Div \mu \cdot (\vec{T} - Grad \Omega) = 0$	$\vec{T} - \Omega$

Tableau I. 2. : Modèles électromagnétiques

TYPES	Méthodes analytiques	Méthodes semi analytiques	Méthodes numériques
Avantages	Simple et faciles à programmer	Simple est faciles à programmer	Applicables aux géométries complexes
	Résultats exacts et précis		
	Temps de calcul et espace mémoire très Réduits	Temps de calcul réduit	Applicables aux systèmes non linéaires
Inconvénients	Nécessitent un développement délicat	Utilisent des approximations	Utilisent des approximations
	Se limitent à des géométries simples	Nécessitent la discrétisation du Domaine d'étude	Nécessitent la discrétisation du Domaine d'étude
		Se limitent à des géométries simples	Difficiles à programmer
	Applicables uniquement aux systèmes linéaires	Applicables uniquement aux systèmes linéaires	Temps de calcul et espace mémoire très importants

Tableau I.3 : Comparaison entre les différents types des méthodes de résolutions des EDP

II. 3. 1. Méthodes analytiques

La méthode analytique couramment utilisée pour la résolution des EDP de manière analytique, est la méthode de séparation de variables. Le principe de cette dernière consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit des fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable. [14]

Soit en coordonnées cartésiennes, l'inconnue $V(x, y, z)$ qui écrit comme suit :

$$V(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \quad (\text{II. 34})$$

Avec :

$V(x, y, z)$: représente la solution de l'EDP de sorte que :

$X(x)$: est une fonction dépendant seulement de la variable x .

$Y(y)$: est une fonction dépendant seulement de la variable y .

$Z(z)$: est une fonction dépendant seulement de la variable z .

La méthode de séparation de variables étant une partie intéressante, elle sera présentée durant le troisième chapitre.

II. 3. 2. Méthodes semi analytiques

Ces méthodes ne résolvent pas directement l'EDP. Elles font usage de l'expression analytique du potentiel vecteur magnétique donnée par la formule de Biot et Savart. On présente la méthode des circuits électriques couplés et la méthode des intégrales de frontières.

II. 3. 2. 1. Méthode des circuits électriques couplés

Le principe de cette méthode est basé sur la résolution de l'équation de Poisson définissant la liaison entre le champ magnétique \vec{H} et sa source (la densité de courant J) et la combinaison de la solution obtenue avec l'équation de l'induction (équation de Maxwell Faraday équation (II. 2)) où ce même champ est à son tour source de cette densité.

Soit un conducteur composé de N_s spires principales dont chacune d'elles est subdivisée en spires élémentaires. D'où le schéma électrique équivalent (figure I. 7)

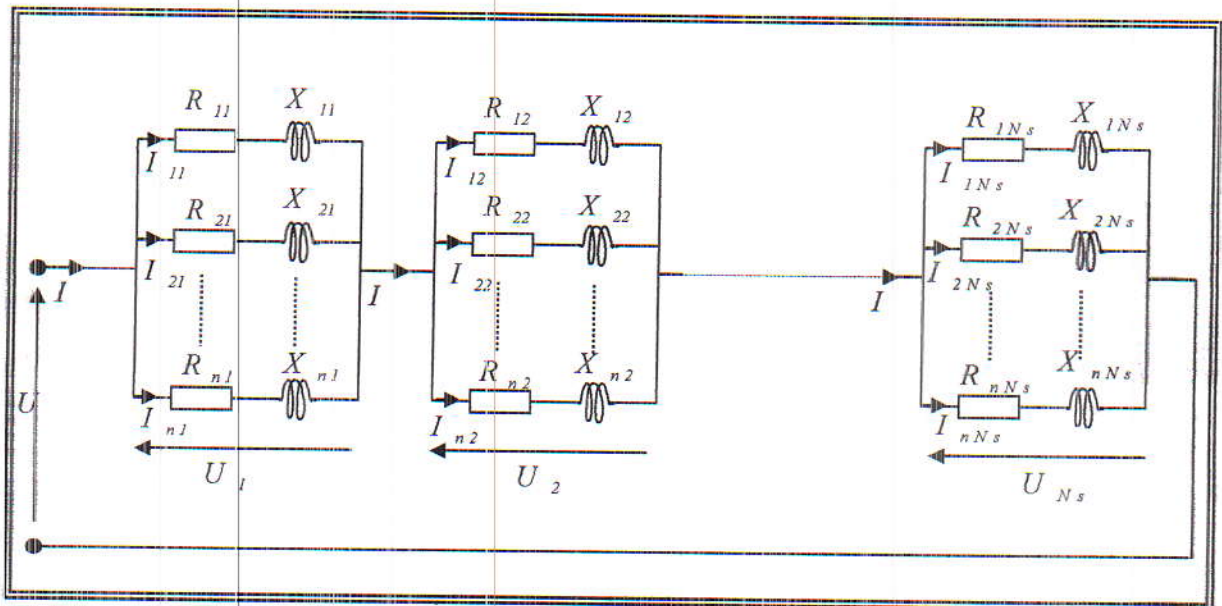


Figure I. 7 : Schéma électrique équivalent de l'inducteur

On supposera les grandeurs électromagnétiques uniformément réparties à l'intérieur de chacune de spires élémentaires.

La méthode consiste à formuler les équations de Maxwell et la loi d'ohm pour chaque spire élémentaire, de façon à obtenir une équation faisant intervenir les chutes de tension résistives et inductives correspondantes.[15]

II. 3. 2. Méthode des intégrales de frontières

La méthode des intégrales de frontières a été d'abord utilisée dans le domaine de la résolution des équations de Maxwell par C. W. Trowbridje et son groupe, puis par Wexler.

Elle permet la détermination des grandeurs inconnues sur les frontières du domaine qui sont maillées à l'aide d'un maillage de type élément fini et les inconnues résultantes sont calculées en construisant un système linéaire.

En fait, la connaissance de la variable inconnue sur les frontières du domaine suffit pour connaître la solution en tout point.

II. 3. 3. Méthodes numériques

II. 3. 3.1. Méthodes des différences finies

C'est une méthode basée sur le théorème de Taylor où on remplace l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences.[16]

Les démarches de cette méthode sont les suivantes :

- Discrétisation du domaine d'étude
- Approximation des dérivées
- Résolution du système d'équations

II. 3. 3. 2. Méthodes des éléments finis

Elle utilise une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.[17]

Cette méthode se base principalement sur les quatre démarches suivantes :

- Discrétisation géométrique du domaine d'étude en éléments finis.
- Approximation des dérivées partielles sur chaque élément.

- Assemblage et calcul des matrices élémentaires.
- Résolution de l'équation matricielle après la prise en compte des conditions aux limites.

On cherche donc tout d'abord à exprimer à partir du model local, constitué des équations aux dérivées partielles et des conditions aux limites, une formulation qui porte sur le domaine de résolution. Cette présentation intégrale peut se faire à partir de l'une des deux méthodes de formulation variationnelle (méthode de Ritz) ou la méthode des résidus pondérés (méthode de Galerkin). La première concerne les milieux pour lesquels on peut exprimer l'énergie du système tandis que la seconde procédure est plus générale et ne nécessite pas la connaissance de l'expression de cette énergie.

Soit par exemple l'équation de Poisson suivante :

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \phi_c = 0 \quad (\text{II. 35})$$

Le principe des résidus pondérés consiste à remplacer cette équation aux dérivées partielles par l'intégrale W telle que :

$$W = \int_V \psi(x, y, z) [L[\phi(x, y, z)] - \phi_c(x, y, z)] dV = 0 \quad (\text{II. 36})$$

Où $\psi(x, y, z)$ est une fonction de pondération et L représente l'opérateur différentiel.

Après intégration par partie

$$W = \iint_{(\Omega)} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial U}{\partial y} \right) dx dy - \iint_{(\Omega)} \psi \phi_c d\Omega + \int_{(s)} \psi \frac{\partial U}{d\eta} ds = 0 \quad (\text{II. 37})$$

L'approximation de la fonction ϕ est une approximation par sous domaines ϕ^e qui sont appelés éléments. Les fonctions approchées $\phi^e(x, y)$ sur chaque élément sont construites de manière à être continues sur l'élément ϕ^e et satisfait les conditions de continuités entre les différents éléments.

$$\phi^e(x, y) = \sum_j N_j(x, y) \cdot \phi_j \quad (\text{II. 38})$$

N_j : Représente la fonction d'interpolation, qui d'ailleurs peut être choisie en utilisant la méthode de Galerkin qui consiste à mettre la fonction de pondération égale à la fonction d'interpolation.

A partir de l'intégrale W , après discrétisation et approximation de la fonction inconnue sur chaque élément, et après intégration par partie, nous obtenons le système matriciel suivant :

$$W = \sum_{e=1}^{N_e} ([K]^e \cdot [\phi_m]^e - [\phi_c]^e) = 0 \quad (\text{II. 39})$$

Conclusion

La modélisation des chauffage n'est complète que si l'on peut déterminer les grandeurs électromagnétiques locales à partir de leurs sources, cela s'effectue grâce aux équations de Maxwell associées avec les relations constituant les milieux considérés.

La résolution des différents modèles qui régissent le dispositif étudié peut se faire par plusieurs méthodes notamment les méthodes analytiques, méthodes semi analytiques, et les méthodes numériques.

Puisque le but principal de notre travail est l'optimisation d'un dispositif électromagnétique, nous allons donner des notions générales sur l'optimisation dans le chapitre suivant.

Chapitre III
Calcul du champ et
simulation du chauffage à
aimants permanents

Introduction

La modélisation théorique, permettant l'étude des performances de dispositifs, dispense le concepteur d'une expérience longue et coûteuse, dont le poids et le volume sont des paramètres cruciaux. Il est de plus important d'un point de vue industriel de réduire les coûts de fabrication.

Dans le présent chapitre, nous allons présenter une méthode analytique qui nous permettra de calculer les grandeurs électromagnétiques, identifiant le comportement de la structure à étudier.

Dans un premier temps, nous allons décrire les différents éléments constitutifs de notre chauffage par induction à aimants permanents, ainsi que ses caractéristiques.

Ensuite un développement de la méthode de décomposition en série de Fourier s'établit, à partir des formulations du modèle magnétodynamique quasi-stationnaire, ayant une configuration bidimensionnelle, en coordonnées cylindriques.

On achève ce chapitre par la détermination des différentes grandeurs électromagnétiques, à partir de l'expression du potentiel vecteur magnétique basée sur la méthode de séparation des variables.

III.1. Constitution de la structure étudiée :

Les progrès accomplis ces dernières années dans le développement d'aimants performants ont provoqué un intérêt grandissant pour leurs utilisations dans divers applications industrielles [10]. On peut les rencontrer notamment dans les véhicules électriques hybrides, les machines synchrones autopilotées et pour les systèmes de positionnement en robotique. [9]

Le dispositif du chauffage par induction à aimants permanents peut être schématisé comme indiqué par la figure (III. 1).



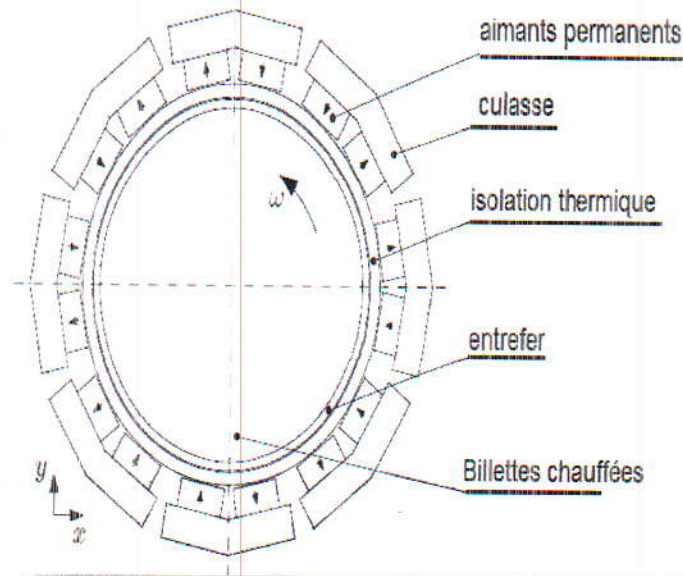


Figure III. 1 : schéma en 2D du chauffage par induction à aimants permanents. [5]

III. 2. Hypothèses simplificatrices

Pour modéliser le chauffage par induction à aimants par la méthode de décomposition en série de Fourier, on peut poser un certain nombre d'hypothèses :

- Le modèle d'étude est bidimensionnel ; la structure étudiée est supposée suffisamment longue pour que les effets d'extrémités puissent être négligés.
- La perméabilité du fer est supposée très grande ($\mu_r \rightarrow \infty$) ; son inconvénient est que n'est pas possible de prendre en compte les épaisseurs des culasses dans notre calcul.
- On néglige les courants de Foucault dans les aimants.
- Les blocs des aimants sont jointifs ; la couronne aimantée possède une perméabilité constante égale à la perméabilité de recul des aimants μ_p ($\mu_p = \mu_0 \mu_r$). Lorsque les aimants utilisés sont à champ coercitif élevé, tel le cas des ferrites, les composés terres rares et samarium-cobalt (Sm_2Co_{17}), ce qui est le cas pour les machines électriques, la perméabilité de recul est généralement très voisine de l'unité ($\mu_r = 1$). Dans ce cas même si les blocs aimantés sont non jointifs, séparés par des secteurs amagnétiques (de l'air par exemple), le calcul analytique reste applicable.

- On néglige la saturation ; le point de fonctionnement est sur la partie linéaire de la caractéristique de recul des matériaux ferromagnétiques.

III. 3. Modélisation du chauffage par induction

La méthode de la modélisation fondée sur la résolution analytique de l'équation du champ magnétique dans les différentes zones constitutives du chauffage, s'applique de manière générale aux structures électromagnétiques, susceptibles d'être subdivisées en un certain nombre de couches concentriques, d'épaisseurs et de perméabilités constantes. Dans lesquelles sont disposés les matériaux magnétiques et où interviennent les sources du champ.

III. 3. 1. Modèle géométrique de la structure

Dans un système de coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) dont l'axe (\overline{oz}) est confondu avec l'axe de la structure et à partir des hypothèses simplificatrices précédentes notre domaine d'étude devient tel que le présenté sur la figure (III. 2).

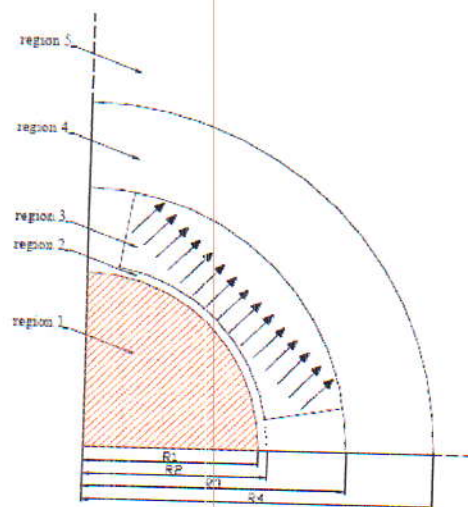


Figure III. 2 : Domaine d'étude du chauffage

Symbole	Décrépitons	Valeur
R1	Rayon de la billet	100 mm
R2	Rayon de la (billet + l'entrefer)	130 mm
R3	Rayon de la (billet + l'entrefer + aimants)	180 mm
R4	Rayon de la (billet + l'entrefer + aimants + La culasse)	230 mm
α_p	Le rapport de l'arc-cercle-jet d'aimant-pôle	0.666
R_a	La longueur axiale	0.5 m
B_r	Induction magnétique rémanente	1.1T
H_c	champ magnétiquecoercitif	838 KA/m

Tableau III. 1 : paramètre du chauffage par induction étudié

Notre domaine d'étude est décomposé en cinq (5) Régions différentes :

Région 1 : La billette en Aluminium; $0 \leq \rho \leq R_1$

Région 2 : l'entrefer; $R_1 \leq \rho \leq R_2$

Région 3 : La couronne aimantée; $R_2 \leq \rho \leq R_3$

Région 4 : La culasse; $R_3 \leq \rho \leq R_4$

Région 5 : L'air ; $R_4 \leq \rho$

III. 3. 2. Mise en équations

On utilise le modèle magnétodynamique, plus précisément le modèle bidimensionnel quasi-stationnaire, le plus adapté à la nature et aux caractéristiques de notre dispositif, dont la forme générale de l'équation à résoudre est présentée au niveau du deuxième chapitre.

À partir de nos hypothèses simplificatrices, l'équation qui régit le modèle magnétodynamique dans chacun régions est donnée par :

$$\overline{\text{rot}} \left(\overline{\text{rot}} \vec{A} \right) = \sigma \mu \left(-\vec{v} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) - \vec{\nabla} \times \vec{M} \quad (\text{III. 1})$$

Avec :

\vec{A} : potentiel vecteur

σ : la conductivité électrique

μ : la perméabilité magnétique

\vec{M} : le vecteur magnétique

Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} n'a plus qu'une seule composante non nulle A_z située dans la direction (oz) . Dans cette condition, les équations vectorielles ci-dessus se réduisent aux équations scalaires :

$$\text{Région 1 : } \frac{\partial^2 A_z^{(1)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(1)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(1)}}{\partial \theta^2} = \sigma \mu_1 \Omega \frac{\partial A_z^{(1)}}{\partial \theta} \quad (\text{III. 2})$$

$$\text{Région 2 : } \frac{\partial^2 A_z^{(2)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(2)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(2)}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{III. 3})$$

$$\text{Région 3 : } \frac{\partial^2 A_z^{(3)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(3)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(3)}}{\partial \theta^2} = \frac{\mu_p}{\rho} \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - \frac{\mu_p}{\rho} M_\theta - \mu_p \frac{\partial M_\theta}{\partial \rho} \quad (\text{III. 4})$$

$$\text{Région 4 : } \frac{\partial^2 A_z^{(4)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(4)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(4)}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{III. 5})$$

$$\text{Région 5 : } \frac{\partial^2 A_z^{(5)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(5)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(5)}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{III. 6})$$

$$\vec{M}_r = M_\rho \vec{\rho} + M_\theta \vec{\theta} \quad (\text{III. 7})$$

Ω : la vitesse angulaire

M_r : la magnétisation suivant r

M_ρ : la magnétisation suivant ρ

Connaissant les expressions des termes sources du champ et les conditions de passages entre les deux zones, on peut y déterminer les expressions du potentiel vecteur magnétique.

III. 3. 3. Modélisation des termes sources du champ dus aux aimants

Pour simplifier l'étude mathématique, les termes sources du champ (aimants) sur l'armature statique peuvent s'exprimer sous forme de séries de Fourier, en fonction de la variable angulaire θ , car elles ont une répartition périodique (Nord-sud).

La figure (III. 3) illustre la structure d'un pôle de notre chauffage par induction et la représentation de l'induction rémanente

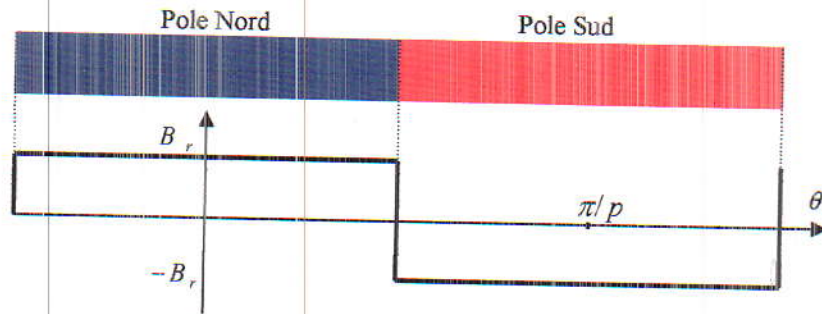


Figure III. 3 : Induction rémanente dans le stator

En coordonnées cylindriques l'aimantation M en un point quelconque peut s'écrire comme suit :

$$\vec{M} = M_\rho \vec{U}_\rho + M_\theta \vec{U}_\theta \tag{III. 8}$$

La décomposition de la fonction $M_\rho(\theta)$ et $M_\theta(\theta)$ en série de Fourier dans le référentiel statorique :

$$M_\rho = \sum_{n=1}^{\infty} M_{\rho n} \cos(np\theta) \tag{III. 9}$$

$$M_\theta = \sum_{n=1}^{\infty} M_{\theta n} \sin(np\theta) \tag{III. 10}$$

p : le nombre de pôles.

Selon le positionnement des aimants au niveau de l'armature statique du chauffage par induction on distingue trois types d'aimantation possibles :

- ❖ A flux radial : seule la composante radiale est non nulle.
- ❖ A flux tangentiel : seule la composante tangentielle est non nulle.
- ❖ A flux mixte : les deux composantes radiale et tangentielle sont non nulles.

III. 3.3.1. Modélisation du terme source a aimantation radiale

Dans ce cas, l'évolution angulaire de l'aimantation magnétique le long de l'armature statorique, dans une période est illustré par la figure suivante :

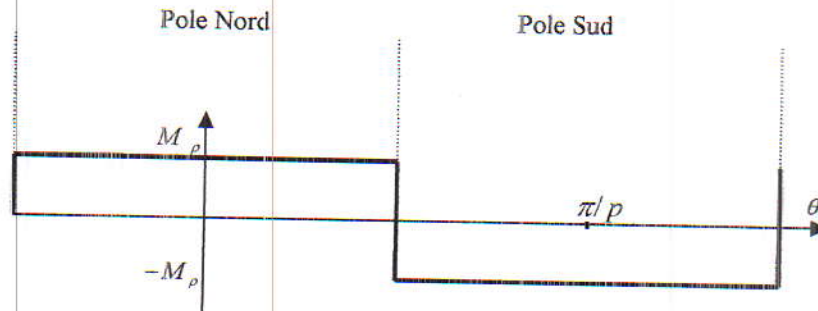


Figure III. 4 : Graphe de l'aimantation en fonction de l'angle θ

Avec

$$\vec{M} = M_\rho \vec{U}_\rho \tag{III. 11}$$

Après décomposition en série de Fourier l'aimantation radiale est :

$$\vec{M}_\rho(\theta) = 2B_r \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(n\frac{\pi}{2})}{n\frac{\pi}{2}} \right) \cdot \cos(np\theta) \tag{III. 12}$$

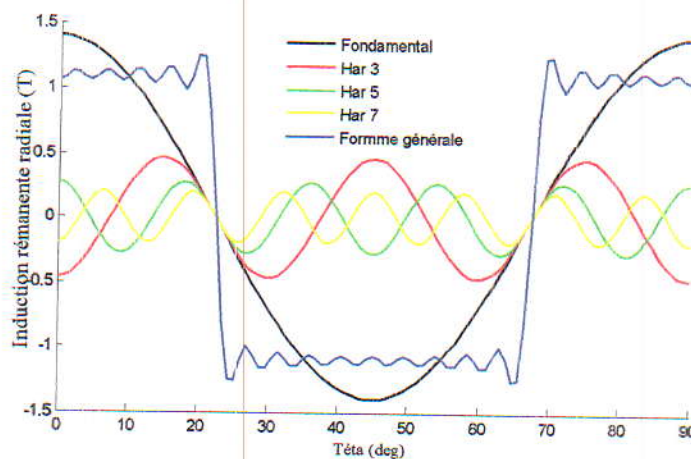


Figure III. 5 : Répartition des harmoniques de l'induction

La figure (III. 5) représente la répartition des harmoniques, fondamental, troisième, cinquième et septième de l'induction rémanente d'un chauffage par induction à aimants permanents, tétrapolaire ($p = 2$) et a une induction rémanente égale à 1.1 Tesla.

L'harmonique fondamental de l'induction rémanente a une amplitude B_{r1} et un pas polaire $\tau = 90^\circ$; les harmoniques supérieurs ont des amplitudes $B_{r3}, B_{r5}, \dots, B_{rn}$ et des pas polaires $\tau/3, \tau/5, \dots, \tau/n$.

III. 3.3.2. Modélisation du terme source a aimantation mixte

Dans ce cas, l'expression de l'aimantation magnétique le long da l'armature statorique est donnée comme suit :

$$\vec{M} = M_r \vec{U}_r + M_\theta \vec{U}_\theta \quad (\text{III. 13})$$

La décomposition en série de Fourier de deux composantes de l'aimantation est donnée par :

$$M_r = \sum_{n=1}^{\infty} M_{rn} \cos(np\theta) \quad (\text{III. 14})$$

$$M_\theta = \sum_{n=1}^{\infty} M_{\theta n} \cos(np\theta) \quad (\text{III. 15})$$

Après développement on trouve

$$M_m = \frac{B_r}{\mu_0} \alpha_p (\xi_{1n} + \xi_{2n}) \quad (\text{III. 16})$$

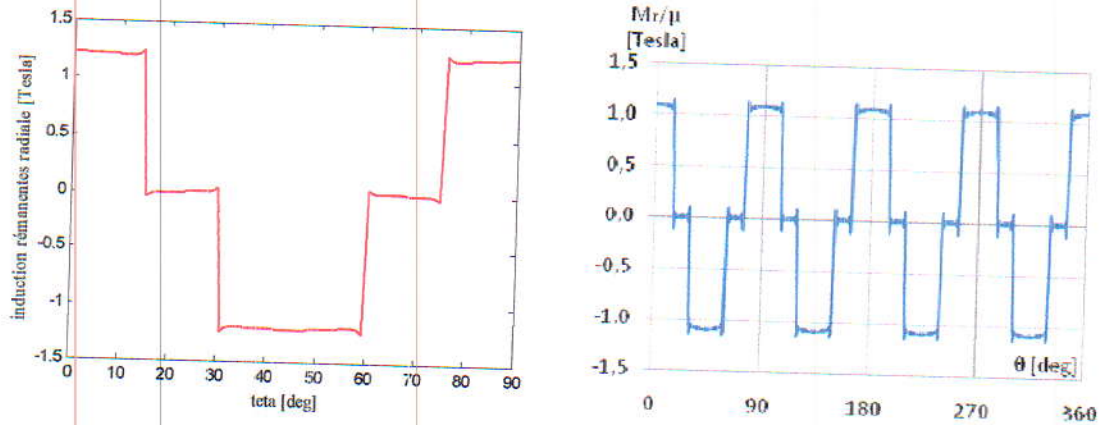
$$M_{\theta n} = \frac{B_r}{\mu_0} \alpha_p (\xi_{1n} - \xi_{2n}) \quad (\text{III. 17})$$

Avec :

$$\xi_{1n} = \frac{\sin[(np+1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}]}{\sin[(np+1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}]} \quad (\text{III. 18})$$

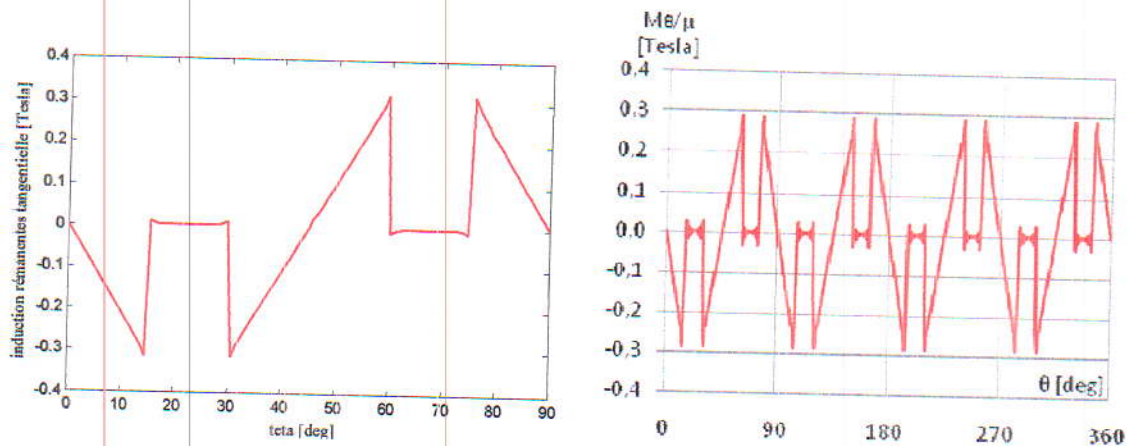
$$\xi_{2n} = \frac{\sin[(np-1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}]}{\sin[(np-1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}]} \quad (\text{III. 19})$$

La variation angulaire du deux composante de l'induction rémanente, radiale et tangentielle, sont illustrées par la figure (III. 6) et figure (III.7). La comparaison de ces deux courbes avec les courbes de la référence montre clairement la justesse et la force de nos développements mathématiques.



a) b) [18]

Figure III. 6 : Comparaison entre l'aimantation radial avec celle de [18]



a) b) [18]

Figure III. 7 : Comparaison entre l'aimantation tangentielle avec celle de [18]

III. 3. 4. Résolution analytique de l'équation aux dérivées partielles

La résolution analytique de l'équation du champ s'effectue en utilisant l'une des méthodes suivantes : [8], [12]

- ❖ Cas des équations linéaires aux dérivées partielles (à coefficients constants) :
 - Méthode de séparation des variables.
 - Méthode de séries exponentielles.
 - Méthodes des composantes longitudinales

- ❖ Cas des équations non linéaires aux dérivées partielles (à coefficients non constants) :
 - Méthode des développements asymptotiques
 - Méthode d'intégration par des séries entières (cas d'EDP mono variable).

Concernant le problème à traiter, la méthode de séparation des variables se trouve plus adaptée à notre modèle géométrique et aux caractéristiques de notre machine.

III. 3. 4. 1. Méthode de séparation des variables

La méthode de séparation des variables parfois appelée la méthode de Fourier, est basée sur le fait que la fonction inconnue dans l'EDP (le potentiel vecteur magnétique dans le cas de notre étude), peut être décomposée en un produit de fonctions. Telle que montre la relation suivante :

$$\Theta(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \quad (\text{III. 20})$$

Pour la résolution de l'EDP par la méthode de séparation des variables, nous devons suivre les étapes suivantes :

- ❖ Séparer les variables.
- ❖ Donner l'expression de la solution (de chaque variable séparée), satisfaisant certaines conditions aux limites.
- ❖ Combiner ces solutions pour satisfaire les conditions aux limites résultantes de notre domaine d'étude.

III. 3. 4. 2. Méthode de séparation des variables en coordonnées cylindriques (expression du potentiel vecteur magnétique)

Le potentiel vecteur magnétique a une seule composante suivant l'axe (oz), il dépend seulement des deux variables spatiales ρ et θ , et de la variable temporelle t .

$$A_z(\rho, \theta, t) = A_z(\rho, t) \cdot A_z(\theta) \quad (\text{III. 21})$$

On peut montrer facilement que l'expression de $A_z(\rho, \theta, t)$ est la suivante :

$$A_z(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_z(\rho, t) e^{jn_p \theta} \right) \quad (\text{III. 22})$$

En introduisant la relation (III. 22) dans les relations (III. 2) a (III. 6) on obtient l'expression générale du potentiel vecteur magnétique dans chacune des cinq régions du domaine d'étude est :

Région 1 : $A_1(r, \theta) = \text{real} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} ((C_{1n} \cdot J_{np}) e^{jn_p \theta}) \right] \quad (\text{III.23})$

Région 2 : $A_2(r, \theta) = \text{real} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} ((C_{2n} \cdot r^{np} + D_{2n} \cdot r^{-np}) e^{jn_p \theta}) \right] \quad (\text{III. 24})$

Région 3 : $A_3(r, \theta) = \text{real} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} ((C_{3n} \cdot np + D_{3n} \cdot r^{-np} + \frac{\mu_0 \overline{M}}{np-1}) e^{jn_p \theta}) \right] \quad (\text{III. 25})$

Région 4 : $A_4(r, \theta) = \text{real} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} ((C_{4n} \cdot r^{np} + D_{4n} \cdot r^{-np}) e^{jn_p \theta}) \right] \quad (\text{III. 26})$

Région 5 : $A_5(r, \theta) = \text{real} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} ((D_{5n} \cdot r^{-np}) e^{jn_p \theta}) \right] \quad (\text{III. 27})$

Les Huit constantes d'intégration $C_{1n}, C_{2n}, D_{2n}, C_{3n}, D_{3n}, C_{4n}, D_{4n}$ et D_{5n} sont obtenues en appliquant les conditions de passage entre deux régions différentes.

Avec :

J_{np} : fonction de Bessel

Ces dernières expriment :

- ❖ La continuité de la composante normale de l'induction (conservation du flux).
- ❖ La continuité de la composante tangentielle du champ magnétique (théorème d'Ampère).

A $r = R_{1,5}$ on à : $\left. \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_{1,5}} = 0 \quad (\text{III.28})$

$$A \text{ } r = R_{2,3,4} \text{ on à : } \begin{cases} \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_{2,3,4}} = \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_{2,3,4}} \\ \left. \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_{2,3,4}} = \left. \frac{\mu_p}{\mu_0} \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_{2,3,4}} \end{cases} \quad (\text{III. 29})$$

En remplaçant dans ces dernières équations le potentiel vecteur par ses expressions correspondantes, on obtient le système d'équation de huit équations à huit inconnues suivant :

$$[A][X] = [B]$$

Avec

$$A = \begin{bmatrix} J_p (J^{3/2} k R_1) & -R_1^p & -R_1^{-p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\mu_1} J_p (J^{3/2} k R_2) & -\frac{1}{\mu_2} n p R_1^{p-1} & \frac{1}{\mu_2} n p R_1^{-p-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2^p & R_2^{-p} & -R_2^p & -R_2^{-p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_2} n p R_2^{p-1} & -\frac{1}{\mu_2} n p R_2^{-p-1} & -\frac{1}{\mu_3} R_2^{p-1} & \frac{1}{\mu_3} n p R_2^{-p-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_3^p & R_3^{-p} & -R_3^p & -R_3^{-p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\mu_3} n p R_3^{p-1} & -\frac{1}{\mu_3} n p R_3^{-p-1} & -\frac{1}{\mu_4} n p R_3^{p-1} & \frac{1}{\mu_4} n p R_3^{-p-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_4^p & R_4^{-p} & -R_4^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu_4} n p R_4^{p-1} & -\frac{1}{\mu_4} n p R_4^{-p-1} & \frac{1}{\mu_4} n p R_4^{-p-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} C_{1n} \\ C_{2n} \\ D_{2n} \\ C_{3n} \\ D_{3n} \\ C_{4n} \\ D_{4n} \\ D_{5n} \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\mu_0 M_n R_2}{(np)^2 - 1} \\ \frac{\mu_0 M_n}{(np)^2 - 1} \\ -\frac{\mu_0 M_n R_3}{(np)^2 - 1} \\ \frac{-\mu_0 M_n R_3}{(np)^2 - 1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La structure électromagnétique est parfaitement décrite par la connaissance du potentiel vecteur magnétique, puisque toutes les autres grandeurs électromagnétiques caractéristiques de la machine peuvent s'en déduire.

A partir des relations de l'électromagnétisme, on peut trouver les expressions des différentes grandeurs qui identifient le comportement de notre machine.

III. 3. 5. Courant de Foucault

A partir des relations de l'électromagnétisme, on peut trouver l'expressions de la densité de courant induite dans le domaine complexe est [6]:

$$J_1 = -j \frac{K^2}{\mu_1} A_1$$

Ainsi la densité de courant de Foucault dans la billette est:

$$J_1 = \text{Im} (J_1 e^{jnp\theta})$$

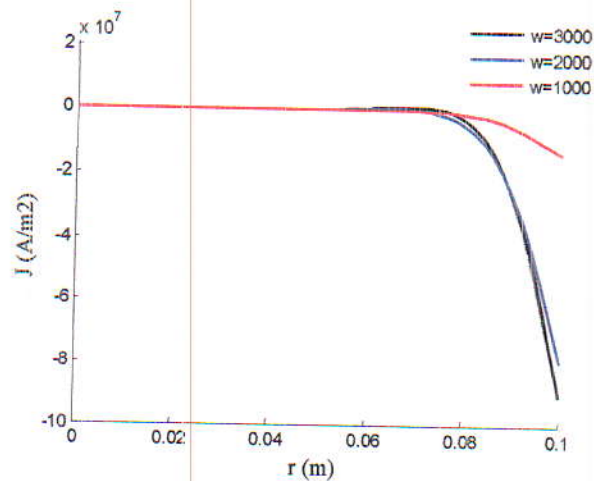


Figure III. 7 : Distribution de la densité du courant induit dans la bielle
Selon la direction radiale pour différentes vitesses de rotation

Conclusion

Dans ce chapitre, une modélisation par calcul analytique du champ en deux dimensions, d'un chauffage par induction à aimant permanents a été développée. Cette méthode conduit à la détermination précise des différentes grandeurs électromagnétiques qui peuvent être utilisées pour faire l'optimisation, calcul thermique,... etc.

Conclusion Générale



Conclusion générale

Dans le cadre de la modélisation de chauffage par induction à aimant, l'approche analytique à base de calcul du champ par la méthode de décomposition en séries de Fourier, nous a permis de donner l'expression du potentiel vecteur magnétique, dans chaque région constitutive de la structure étudiée, et de calculer la densité du courant électrique induit dans la billette en aluminium.

La recherche bibliographique traduit en premier chapitre, où nous sommes concentrés sur le principe fondamental du chauffage par induction puis fait le point sur le chauffage par induction avec ses diverses applications industrielles, les propriétés ainsi que nous a permis de connaître les différents types des aimants et leurs applications dans l'industrie des dispositifs, avec quelques caractéristiques physiques des aimants ainsi que les problèmes de désaimantation des aimants.

La modélisation de chauffage à aimant n'est complète que si on peut déterminer les grandeurs électromagnétiques locales à partir de leurs sources, cela s'effectue grâce aux équations de Maxwell associées avec les relations constituant les milieux considérés que nous donnent les différentes formulations représentées au deuxième chapitre.

Au troisième chapitre, en connaissant les termes source d'alimentation de notre chauffage l'expression du potentiel vecteur magnétique est donnée dans toutes les régions de notre domaine d'étude. À partir des lois fondamentales de l'électrotechnique, on a calculé la densité de courant dans la billette à chauffer.

Ces courants induits calculés représentent le terme source du calcul thermique qui fera l'objectif des futurs travaux. Là où on peut faire un couplage entre le calcul des champs magnétiques et un calcul de température.

*Références
Bibliographiques*

- [1] **Nourddine ben Sdira** « contribution a l'étude du couplage électromagnétique -thermique dans une charge a symétrie axiale » Magister université de Batna 2012-2013.
- [2] **M. Boujema** « distribution des champs électromagnétique et thermique dans un four a induction » thèse doctorat université d'Oran Algérie.
- [3] **Valerie labbé** « Modélisation numérique du chauffage par induction : approche éléments finis et calcul parallèle » Doctorat Ecole des mines de paris 2010.
- [4] **G. Develey** « Chauffage par induction électromagnétique : technologie » Techniques de l'Ingénieur, 17/09/2008.
- [5] **Pavel KARBAN, František MACH, Ivo DOLEŽEL** « Hard-Coupled Model of Induction Heating of Cylindrical Nonmagnetic Billets Rotating in System of Permanent Magnets », University of West Bohemia in Plzeň, Czech Republic Grant project P102/10/2016.
- [6] **Mohamed Ali.B**, « Modèle semi-analytique et numérique des machines synchrones à aimants permanents pour le diagnostic des défauts », Mémoire de master, université de Jijel.
- [7] **Jaouad azzouzi**, « Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimant permanents à flux axial », Electric power .université du havre, 2007.france.
- [8] **J.Ahmed farooq**, « Etude et détection de la désaimantation et des court-circuit dans les machines synchrones à aimants permanents », thèse de doctorat, UTBM 2008.
- [9] **M.Bardadi bendaha**, « Identification des paramètre d'une machines synchrone à aimant permanents en vue d'une intégration dans des simulation en temps réel », Mémoire de Magister, université d'Oran, Algérie ,2015.
- [10] **M .N.O.Sadiku**, « Numerical technics in électromagnetics », CRC Press, 1992
- [12] **M. Hecquet, P. Brochet**, « modélisation d'un alternateur automobile par une réseau de perméances couplé a des circuits électriques », Journal de physique III , pp.1099-1116,1996.
- [13] **H. Mohellibi**, « Modèle analytico-numérique de calcul de courant de foucault dans dispositifs axisymétrique », thèse de Magister, Univ Tizi-Ouzou, 9 avril 1996.
- [14] **B. L. J.Gysen, K.J.J.H.Paulides, and E.A.Lomonova**, "General Formulation of the electromagnetic Field distribution in machines and devices using fourier analysis " ,IEEE trasactions on magnetics, vol.46.No.1, januray :2010.
- [15] **M. Hecquet, P. Brochet**, « Modélisation d'un alternateur automobile par une réseau de perméances couplé à des circuit électrique », Journal physique III, pp. 1099-1116,1996.
- [16] **H. Mohellibi**, « Modèle analytico-numérique de calcul de courants de foucault dans des dispositifs axisymétriques », thèse de Magister, univesité de tizi-ouzou, 1996.



[17] B. L. J Gysen , K. J. Meesen , J.J.H P aulides ,and EA.Lomonova , « General Formulation of the electromagnetic Field Distribution in Machine and Devices Using Fourier Analysis » IEEE transactions on magnetics , vol.46.NO.January :2010.

[18] F. Dughiero, M. Forzan, S.Lupi, F. Nicoletti, M.Zerbetto « a New High Efficiency Technology for the Induction Heating of non Magnetic Billets » University of Padua Torino Italy ,2010.