

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

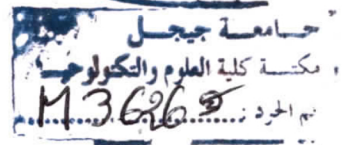
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Seddik Benyahia de Jijel



Faculté des Sciences et de la Technologie

Département d'Automatique



Mémoire

de Projet de Fin d'Etudes pour l'obtention du diplôme de Master en

Automatique et Informatique Industrielle



Thème :

Commande Adaptative avec Observateur d'un Quadrotor

Présenté par :

Draa Sid Ali

Belal Naim

Encadré par :

M^{me} H. Boudjdir

Remerciement

*On remercie tout d'abord Allah, le tout puissant, qui nous a donné le courage,
la force et la patience pour accomplir ce modeste travail.*

Nous exprimons nos profonds remerciements à notre encadreur

M^{me}. Boudjdir Hana pour sa disponibilité et son aide précieuse.

Nous remercions aux membres de jury qui ont accepté

de jurer notre travail.

Enfin nous exprimons notre profonde reconnaissance à tous les enseignants

Qui ont contribué par leur compétence à notre formation.

Merci...



Sid Ali et Naim

Dédicace

Avec un énorme plaisir, un cœur ouvert et une immense joie, que je dédie ce modeste travail à mes très chers, respectueux et magnifiques Parents qui m'ont soutenu tout au long de ma vie...

Ma mère celle qu'a servi de ces plus ambles intentions pour me permettre de goûter la fadeur de ce monde sans lisière, qui a été à mes côtés et ma soutenu durant toute ma vie.

Et mon Père qui à sacrifier toute sa vie afin de me voir devenir ce qui je suis.

Je ne remercierai jamais assez pour tout ce qu'ils sont faits pour moi.

A mon chère frère Housseem. A ma chère sœur Leila

A toute ma famille Draa.

A L. Sami et B. Khalil merci beaucoup les hommes...

A tous mes amies de la promotion 2017.

Sans oublier mes chers pots :

Hicham, Chrif, Hakim, Okba, Amine, Naim, Amar.

Et a tous qui a contribué à la réalisation de ce modeste travail ; de près ou de loin.

Surtout notre encadreur et nos enseignants.

Sid Ali

Dédicace

Avec un énorme plaisir, un cœur ouvert et une immense joie, que je dédie ce modeste travail à mes très chers, respectueux et magnifiques Parents qui m'ont soutenu tout au long de ma vie...

Ma mère celle qu'a servi de ces plus ambles intentions pour me permettre de goûter la fadeur de ce monde sans lisière, qui a été à mes côtés et ma soutenu durant toute ma vie.

Et mon Père qui à sacrifier toute sa vie afin de me voir devenir ce qui je suis.

Je ne remercierai jamais assez pour tout ce qu'ils ont fait pour moi.

A mes chères frères Abderaouf et Amine. A mes chères sœurs Alima et Saïda

A toute ma famille Belal.

A tous mes amies de la promotion 2017.

Sans oublier mes chers pots :

Sid Ali, Hamidou, Tahar, Mehdi, Amine, Khaled, Hamza

Et a tous qui a contribué à la réalisation de ce modeste travail ; de

Près ou de loin.

Surtout notre encadreur et nos enseignants.

NAIM

Année universitaire : 2016 / 2017

Tables des matières

Table des matières

Table des figures.....	I
Liste des tableaux.....	II
Symboles et abréviations.....	III

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre I : Fonctionnement et modélisation du quadrotor

I.1.Introduction.....	4
I.2. Description générale du quadrotor.....	4
I.3. Mouvement du quadrotor.....	5
I.3.1. Mouvement stationnaire.....	5
I.3.2. Mouvement vertical.....	6
I.3.3. Mouvement de roulis.....	6
I.3.4. Mouvement de tangage.....	7
I.3.5. Mouvement de lacet.....	7
I.4. Modélisation dynamique du quadrotor.....	7
I.4.1. Angles d'Euler.....	9
I.4.2. Forces.....	9
I.4.3. Moments.....	10
I.4.4. Modélisation du quadrotor selon Newton-Euler.....	11
I.4.4.1. Mouvement de translation.....	11
I.4.4.2. Mouvement de rotation.....	12
I.4.5. Représentation d'état du système.....	13
I.5. Simulation en boucle ouverte.....	14
1 ^{er} cas : Mouvement stationnaire.....	15
2 ^{ieme} cas : Mouvement vertical.....	15
3 ^{ieme} cas : Mouvement de roulis.....	16

4 ^{ieme} cas : Mouvement de tangage.....	17
5 ^{ieme} cas : Mouvement de lacet.....	17
I.6. Conclusion.....	18

Chapitre II : Commande adaptative appliqué au quadrotor

II.1 Introduction.....	19
II.2 Principe de la commande adaptative.....	19
II.2.1 Commande adaptative directe.....	19
II.2.2 Commande adaptative indirect.....	20
II.3 Concept de la commande adaptative.....	21
II.3.1 Méthode de lyapunov.....	21
II.4 Position de problème.....	21
II.5 synthèse de de la commande adaptative pour quadrotor.....	23
II.5.1 Preuve de stabilité.....	25
II.6 Application de la commande adaptative sur quadrotor.....	25
II.7 Conclusion.....	32

Chapitre III : Commande adaptative basée sur un observateur par mode de glissement

III.1 Introduction.....	33
III.2 Définition.....	33
III.3 Observabilité des systèmes linéaire.....	34
III.4 Observabilité des systèmes non linéaire.....	35
III.5 Principe des observateurs.....	35
III.5.1 Observateur pour des systèmes linéaires.....	36
III.5.1.1 Observateur de luenberger.....	36
III.5.1.2 Filtre de kalman.....	36
III.5.2 Observateur pour des systèmes non linéaires.....	37
III.6 Observateur à grand gain.....	37
III.7 Observateur par mode de glissement.....	38

III.7.1 Conception d'un observateur mode de glissement.....	38
III.7.2 Observateur par mode de glissement pour quadrotor.....	39
III.7.3 Application sur quadrotor.....	40
III.8 Conclusion.....	44

Chapitre IV : Commande adaptative basé sur observateur adaptatif

IV.1 Introduction.....	45
IV.2 Observateur par mode de glissement adaptatif.....	45
IV.2.1 Conception d'un observateur adaptative.....	46
IV.3 Etude de stabilité.....	48
IV.4 Application sur quadrotor.....	53
IV.5 Conclusion.....	59
Conclusion générale.....	60

Liste des figures

Liste des figures

Figure I-1 : Différentes formes du quadrotor.....	4
Figure I-2 : Structure général d'un quadrotor.....	5
Figure I-3 : Mouvement vertical.....	6
Figure I-4 : Mouvement de roulis.....	6
Figure I-5 : Mouvement de tangage	7
Figure I-6 : Mouvement de lacet.....	7
Figure I-7 : Description des repères.....	8
Figure I-8 : Modèle dynamique du quadrotor.....	13
Figure I-9 : Mouvement stationnaire par simulation en BO.....	15
Figure I-10 : Mouvement vertical par simulation en BO.....	16
Figure I-11 : Mouvement de roulis par simulation en BO.....	16
Figure I-12 : Mouvement de tangage par simulation en BO.....	17
Figure I-13 : Mouvement de lacet par simulation en BO.....	17
Figure II-1 : Commande adaptative a modèle de référence.....	20
Figure II-2 : Commande adaptative auto ajustable.....	20
Figure II-3 : Angle de rotations (φ, θ, Ψ) et les erreurs de poursuites (sans variation Paramétriques)	26
Figure II-4 : Mouvement selon (x, y, z) et erreurs de poursuites (sans variation Paramétrique).....	27
Figure II-5 : Signaux de commande (u_1, u_2, u_3, u_4) sans variation paramétrique.....	28
Figure II-6 : Angle de rotations (φ, θ, Ψ) et les erreurs de poursuites (avec variation paramétrique).....	29



Figure II-7 : Mouvement selon (x, y, z) et les erreurs de poursuites (avec variation paramétrique).....	30
Figure II-8 : Signaux de commande (u_1, u_2, u_3, u_4) avec variation paramétrique.....	31
Figure III-1 : Principe d'observateur.....	36
Figure III-2 : Mouvement selon (x, y, z) et les erreurs de poursuites.....	41
Figure III-3 : Mouvement de rotation (φ, θ, Ψ) et les erreurs de poursuites.....	42
Figure III-4 : Signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4	43
Figure IV-1 : Mouvement selon (x, y, z)	54
Figure IV-2 : Vitesses de translations.....	55
Figure IV-3 : Angles de rotations.....	56
Figure IV-4 : Vitesses de rotations.....	57
Figure IV-5 : Signaux de commandes.....	58

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Paramètres du modèle du quadrotor utilisé.....	14
Tableau II.1 : Paramètre de la commande adaptative.....	25
Tableau III-1 : Paramètres d'observateur.....	40
Tableau IV-1 : Paramètres d'observateur adaptative	53

Symboles et Abréviations

Symboles et Abréviation

F	Force de poussée.
T	Matrice de transformation.
R	Matrice de rotation.
u	La commande.
Ω	vitesse de rotation dans le repère fixe.
ξ	Vecteur de position.
φ	Angles de roulis.
θ	Angle de tangage.
ψ	Angle de lacet.
ω	Vitesse de rotation de moteur.
x	Variable d'état.
R_f	Repère fixe.
R_m	Repère mobile.
C	Cosinus.
S	Sinus.
m	La masse du quadrotor.
g	La gravité.
P	le poids du quadrotor.
F_{pi}	Force de poussé.
K_p	Coefficient de portance.
F_{Ti}	Force de trainée.
K_d	Coefficient de de drag (trainée).
M	Moment.
L	Langueur du bras.
M_x	Moment due aux forces de poussé.
M_z	Moment due aux forces de trainée.

J_r	L'inertie des rotors.
V	Fonction de Lyapunov.
e	Erreur de poursuite.
t	Variable de temps.
λ_i	Paramètre de la surface de glissement.
s	Surface de glissement.

Abréviation

UAV	Unmanned Aerial Vehicle.
OMG	Observateur Mode Glissant.
DDL	Degré de Liberté.
MRAC	Model Reference Adaptative Control.
MIT	Massachusetts Institute of Technology.
UMI	Unité de Mesure Inertielle.
MHE	Moving Horizon Estimators.
EKF	Extended Kalman Filter.



Introduction générale

Introduction générale

Le développement de plates- formes robotique volantes connait un essor croissant depuis quelque années grâce aux progrès enregistrés en technologie des capteurs et des actionneurs, et surtout grâce à la possibilité d'embarquer des cartes de commande toujours plus performantes et rapides. Ces robots volants sont connus sous le nom de Drone ou UAV (Unmanned Aerial Vehicle) [1].

Les drones ou UAV (Unmanned Aerial Vehicle) sont des engins volants sans pilote, capable de mener à bien une mission en autonomie ou semi-autonomie. Ces appareils ont notamment l'avantage de moins exposer le personnel aux dangers tout en couvrant une large gamme de mission [2].

De nos jours, grâce aux avancements technologiques et techniques, les drones sont de plus en plus performants dans la réalisation de diverses missions, aussi bien civiles que militaires. Quoi qu'il en soit, la conception d'un système aérien autonome nécessite toujours une certaine expertise dans de nombreux domaines de l'ingénierie. Toutefois, un seul de ces domaines va constituer le fil directeur de ce mémoire, mais cet unique domaine fait intervenir tous les autres :la commande.

Le système de commande (ou bien contrôleur) est un algorithme mathématique qui génère des signaux qui permettent au drone de se déplacer de façon appropriée. La synthèse d'un contrôleur est basée principalement sur la disponibilité du modèle dynamique du véhicule et sur les signaux de mesure issus des capteurs embarqués. Le premier objectif à atteindre par l'implémentation d'un contrôleur est la stabilisation de système afin de pouvoir achever des performances désirées.

Les drones, et plus particulièrement les drones à voilure tournante comme les quadrotors, sont des systèmes fortement non linéaires, sous-actionnés et sensibles aux perturbations aérodynamiques [3]. La commande d'un tel système est une tâche difficile à cause à la présence d'incertitudes dans le modèle dynamique.

Les techniques de commandes sont divisées en deux classes : la première, concerne les techniques linéaires telles que le PID, la commande par retour d'état, LQ (Linéaire

Quadratique),...etc. Ces techniques sont très appréciées car leur conception et leur exécution sont relativement simples. Ce qui fait qu'elles ont été intégrées dans la majorité des véhicules aériens autonomes. De plus, ces techniques sont très intéressantes car elles permettent de déterminer avec précision la stabilité, la performance et la robustesse de la boucle de commande. Cependant, leur domaine de validité est circonscrit autour d'un point de fonctionnement particulier, ce qui constitue leur principale faiblesse. La deuxième classe concerne les techniques non linéaires. Ces techniques utilisent généralement l'expression du modèle dynamique telles que : la commande par mode de glissement, la commande linéarisante, le Backstepping,...etc. Cependant, la connaissance exacte du modèle dynamique est impossible, ce qui conduit à la dégradation des performances.

La commande adaptative est introduite pour maintenir les performances du système dans le cas où il est partiellement ou totalement inconnu. La notion de commande adaptative regroupe un ensemble de techniques utilisant les signaux qui sont disponibles dans le système en boucle fermée afin d'ajuster automatiquement et en temps réel les paramètres (fonctions) inconnus (es) du modèle. Les estimés par le mécanisme d'adaptation sont utilisés par la suite pour calculer les paramètres du contrôleur (schéma indirect) ou parfois directement les paramètres du contrôleur sont ceux identifiés (schéma direct) [4].

La mise en œuvre des lois de commande nécessitent la disponibilité de tous le vecteur d'état à chaque instant. Cependant, pour des raisons technologiques (matériel, réalisabilité, etc.), de fiabilité (panne des éléments de mesure) ou encore économiques (coût des capteurs), dans de nombreuses applications la mesure de tout l'état n'est pas possible. Il est alors nécessaire, de reconstruire les variables d'état non mesurées pour élaborer la commande. De ce fait, l'idée repose sur l'utilisation d'un observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées.

L'objectif principal de ce mémoire de master est de développer une loi de commande adaptative sans et avec observateur pour le véhicule aérien quadrotor.

Le travail effectué dans ce mémoire est divisé en quatre chapitres résumés ci-dessous :

Dans le premier chapitre, une description générale du quadrotor avec son principe de fonctionnement et ces différents modes de vol ont été présentés. Le modèle dynamique a été

détaillé en utilisant le formalisme de Newton-Euler où l'on va voir que ce système est sous actionné. A la fin, une simulation en boucle ouverte a été présentée pour mieux comprendre le comportement dynamique du quadrotor.

Le deuxième chapitre a comme objectif la synthèse d'une loi de commande adaptative pour le quadrotor. Le principe et le concept de cette commande ont été exposés. Le problème de sous actionnement est résolu par l'ajout de deux commandes virtuelles afin de rendre le gain de commande inversible. Ensuite, la stabilité du système bouclé est démontrée par la méthode de Lyapunov. Des simulations ont été effectuées pour montrer les performances de cette loi de commande.

Le troisième chapitre s'articule autour de deux points : le premier point présente quelques concepts généraux sur l'observabilité et les observateurs des systèmes linéaires et non linéaires et le deuxième point aborde la conception d'un observateur par mode de glissement pour quadrotor. La loi de commande utilisée est celle du deuxième chapitre, où, on a remplacé les états inconnus par leur estimés

L'objectif de dernier chapitre est de donner une solution au problème de sensibilité de l'observateur par mode de glissement aux bruits de mesure. Pour cela, un observateur adaptatif a été proposé. La structure de l'observateur adaptatif est basée principalement sur l'observateur par mode de glissement à l'addition d'un mécanisme d'adaptation qui minimise l'effet du bruit de mesure. La méthode directe de Lyapunov est utilisée pour étudier la stabilité du système global. Des simulations ont été effectuées à la présence de bruit de mesure sur le modèle dynamique de quadrotor. Une étude comparative entre les résultats obtenus par l'observateur par mode de glissement et l'observateur adaptative a été effectuée afin de montrer l'avantage de ce dernier.

Chapitre I :

Fonctionnement et

modélisation du

Quadrotor

I.1. Introduction

Les drones ou UAV (Unmanned Aerial Vehicle) sont des engins volants sans pilote, capable d'effectuer des missions en autonomie ou semi-autonomie. Ces engins, ont notamment l'avantage de moins exposer le personnel aux dangers tout en couvrant une large gamme de mission.

Le quadrotor est un engin volant sous actionné composé de six sorties commandées par quatre entrées seulement. Ce qui implique l'existence d'intersection entre les différents éléments de système. De plus, il est sous l'effet de plusieurs phénomènes physiques tels que : les effets aérodynamiques, les effets gyroscopiques, les frottements, la gravité, les moments d'inertie [5]. Ce qui rend la commande du quadrotor une tâche délicate surtout à la présence de incertitudes.

Ce chapitre est consacré à la description de quadrotor, son principe de fonctionnement, et à la présentation de différents modes de vols et la relation entre eux. Le modèle dynamique est présenté en détail avec la représentation d'état du système. Un test en boucle ouverte est effectué à la fin pour mieux comprendre le comportement dynamique du quadrotor ainsi que ses mouvements.

I.2. Description générale du quadrotor

Un quadrotor est un robot mobile aérien à quatre rotors défini dans l'espace par six Degrés De Libertés (6 DDL). Les quatre rotors sont placés aux extrémités d'une croix, et l'électronique de contrôle est placée au centre. Entre autres il existe des quadrotor en forme d'un carré.



(a) Forme carré.



(b) Forme croix.

Figure I.1 : différentes formes du quadrotor.

Les moteurs utilisés pour tourner les hélices sont à courant continu, leur rotation provoque une force verticale dite force de poussée qui permet à l'engin de s'élever. Les hélices de l'appareil sont bipales et identiques, leur taille est plus petite à celle de l'engin.

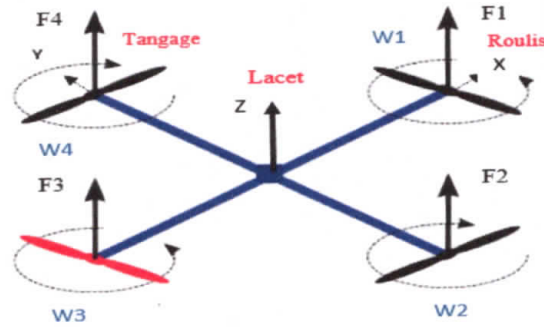


Figure I-2 :Structure général d'un quadrotor.

Le quadrotor à un mode de fonctionnement assez particulier, afin d'éviter qu'il tourne sur lui-même, il est nécessaire que chaque deux rotors placés sur un même axe tournent dans le même sens de direction et les deux autres tournent dans le sens opposé. Autrement dit les rotors latéraux M_2 et M_4 tournent dans le sens horaire alors que les rotors avant et arrière M_1 et M_3 tournent dans le sens anti horaire.

La variation dans la vitesse de rotation des rotors implique le changement dans la force de poussée se qui provoque les différents vols effectués par le quadrotor.

Le quadrotor a six degré de libertés , trois mouvement de rotation et trois mouvement de translation, ces six degrés de libertés doivent etre commandés à l'aide de quatre entrées seulement, donc c'est un système sous actionné (nombre des entrées enferieure au nombre des sorties) ce qui complique sa commande.

I.3. Mouvements du quadrotor

Les mouvements de quadrotor sont réalisés en variant la vitesse de rotation de rotors et par conséquent la variation dans la force de poussée provoquée. Le quadrotor s'incline vers la direction du rotor le plus lent, qui tient compte alors de la translation le long de cet axe [6]. Cinq mouvements caractérisent l'engin quadrotor sont :

- ✓ Mouvement stationnaire,
- ✓ Mouvement vertical,
- ✓ Mouvement de roulis,
- ✓ Mouvement de tangage,
- ✓ Mouvement de lacet.

I.3.1. Mouvement stationnaire

Ce mouvement est obtenu lorsque les normes de la force sustentatrice et celle de la pesanteur sont égales dans l'amplitude et opposées dans la direction dans ce cas le quadrotor reste immobile.

I.3.2. Mouvement vertical

Afin de planer, toute la force de portance devrait seulement être le long de l'axe Z pour cela, la force de portance créée par chaque rotor doit être la même.

Le mouvement ascendant et descendant est obtenu par la variation de la vitesse de rotation des moteurs (par conséquent la poussée produite), si la force de portance est supérieure au poids du quadrotor le mouvement est ascendant, et si la force de portance est inférieure au poids du quadrotor le mouvement est descendant.

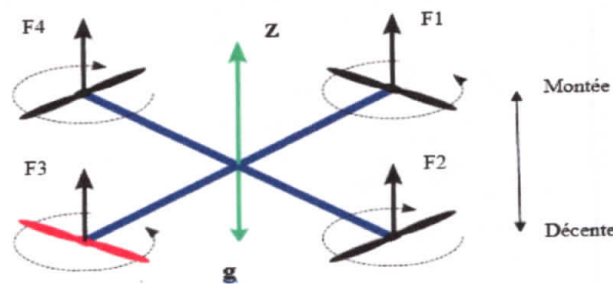


Figure I-3 : Mouvement vertical.

I.3.3. Mouvement de roulis

Ce vol est obtenu s'elle existe une différence dans les vitesses de rotation entre les deux rotors droit (M_2) et gauche (M_4). Cette différence permet d'obtenir une rotation autour l'axe X avec un angle (φ) et par conséquent un mouvement de translation selon l'axe Y. Ce dernier est dans la direction négative (positive) si la rotation est dans le sens positif (négatif), autrement dit la vitesse de rotation ω_4 du M_4 est supérieur (inferieur) à ω_2 du M_2 ce qui donne une force de portance F_4 supérieur (inferieur) à F_2 .

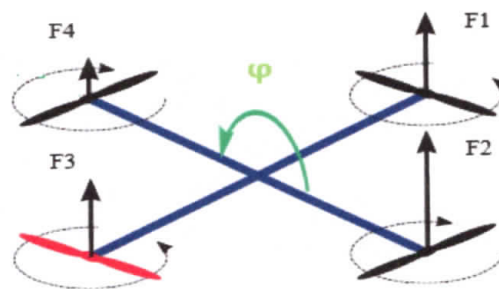


Figure I-4 : Mouvement de roulis.

I.3.4. Mouvement de tangage

Ce vol est obtenu par la différence de vitesse de rotation entre les deux rotors avant (M_1) et arrière (M_3). Cette différence résulte un mouvement de rotation autour l'axe Y avec un angle (θ) et par conséquent un mouvement de translation selon l'axe X . Cette dernière est dans le sens positif (négatif) si la rotation est dans le sens positif (négatif), autrement dit la vitesse de rotation ω_3 du M_3 est supérieur (inférieur) à ω_1 du M_1 ce qui donne une force de portance F_3 supérieur (inférieur) à F_1 .

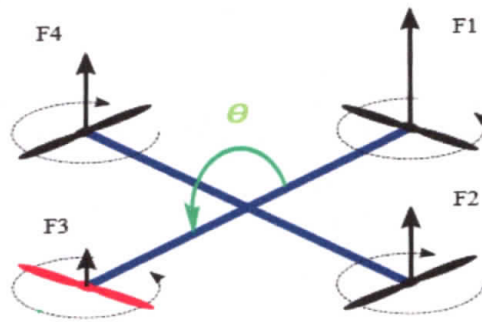


Figure I-5 : Mouvement de tangage.

I.3.5. Mouvement de lacet

Ce vol est obtenu par la création d'une différence de vitesse entre les rotors $\{1,3\}$ et $\{2,4\}$. Ce mouvement n'est pas un résultat direct de la poussée mais de la rotation des rotors. L'augmentation de la force de portance dans une paire de rotor doit être égale à la diminution de l'autre paire pour s'assurer que tout la force de poussée demeure la même pour garder le quadrotor sur la même altitude (selon l'axe Z). La rotation autour l'axe Z est dans le sens positif (négatif) si on augmente (diminue) la vitesse de rotation des moteurs $\{1,3\}$ et on diminue (augmente) celle des moteurs $\{2,4\}$.

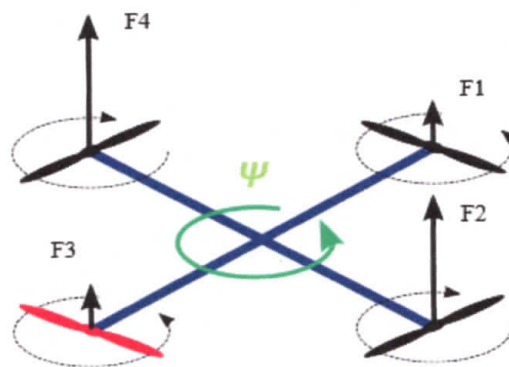


Figure I-6 : Mouvement de lacet.

1.4. Modélisation dynamique du quadrotor

La modélisation des robots volants est une tâche délicate puisque la dynamique du système est fortement non linéaire et pleinement couplée. Cela est causé principalement aux phénomènes

physiques qui agissent sur l'engin. Alors, donner un modèle mathématique au quadrotor nécessite forcément de comprendre ces phénomènes et de comprendre leurs effets sur le fonctionnement de l'appareil.

Avant de commencer la modélisation quelques hypothèses sont prises en considération :

- Le quadrotor est rigide et symétrique, ce qui induit à une matrice d'inertie diagonale.
- Les hélices sont rigides, ce qui induit une négligence d'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Le centre de masse et l'origine coïncident.
- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors.

Pour évaluer le modèle mathématique du quadrotor il faut avoir une connaissance de sa localisation en utilisant deux repères qui sont :

- Repère fixe « R_f »
- Repère mobile « R_m »

Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par une matrice dite matrice de transformation T de dimension $(4*4)$ qui contient l'orientation et la position de repère mobile par rapport au repère fixe.

$$T = \begin{bmatrix} R & \xi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.1)$$

Avec R la matrice de rotation $(3*3)$ et ξ est le vecteur de position :

$$\xi = [x \quad y \quad z]^T \quad (I.2)$$

Les deux repères sont orientés comme il est indiqué sur la figure suivante :

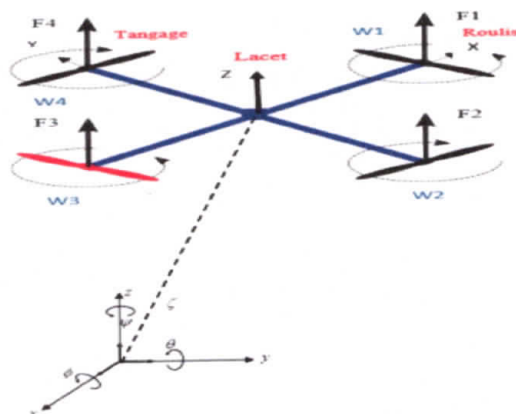


Figure I-7 : Description des repères.

I.4.1. Angles d'Euler

Les angles d'Euler sont utilisés pour déterminer les éléments de la matrice de rotation R . Au début le repère mobile coïncide avec le repère fixe, après le repère mobile fait un mouvement de rotation autour l'axe X avec un angle de roulis (φ), suivi par une rotation autour l'axe Y avec un angle de tangage (θ), suivi par une rotation autour l'axe Z avec un angle de lacet (Ψ). Ce qui résulte la matrice de rotation suivante :

$$R = Rot_z(\Psi) \times Rot_y(\theta) \times Rot_x(\varphi) \quad (1.3)$$

$$R = \begin{bmatrix} C\Psi & -S\Psi & 0 \\ S\Psi & C\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi \\ 0 & S\varphi & C\varphi \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$R = \begin{bmatrix} C\theta C\Psi & S\varphi S\theta C\Psi - C\varphi S\Psi & C\varphi S\theta C\Psi \\ C\theta S\Psi & S\varphi S\theta S\Psi + C\varphi C\Psi & C\varphi S\theta S\Psi - S\varphi C\Psi \\ -S\theta & S\varphi C\theta & C\varphi C\theta \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Avec $C = \cos$ et $S = \sin$

Alors, la matrice de transformation T qui décrit les six mouvements est la suivante :

$$T = \begin{bmatrix} C\theta C\Psi & S\varphi S\theta C\Psi - C\varphi S\Psi & C\varphi S\theta C\Psi & x \\ C\theta S\Psi & S\varphi S\theta S\Psi + C\varphi C\Psi & C\varphi S\theta S\Psi - S\varphi C\Psi & y \\ -S\theta & S\varphi C\theta & C\varphi C\theta & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

I.4.2. Forces

➤ Le poids du quadrotor est donné par :

$$P = mg \quad (1.7)$$

Où : m est la masse totale et g est la gravité.

➤ Les forces de poussée sont des forces provoquées par la rotation de rotors, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carrée de la vitesse de rotation de rotors :

$$F_{pi} = K_p \omega_i^2 \quad \forall i = \overline{1:4} \quad (1.8)$$

Avec : K_p : est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

➤ Les forces de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement elle agisse sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par la relation suivante :

$$F_{Ti}=K_d\omega_i^2 \quad / \forall_i= \overline{1:4} \quad (I.9)$$

Avec : K_d : est le coefficient de traînée (drag) il dépend de la fabrication de l'hélice.

I.4.3. Moments

Il y a plusieurs moments agissants sur le quadrotor, ces moments sont dues aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

➤ Moments due aux forces de poussée

- ✓ Le mouvement de rotation autour l'axe X est dû au moment crée par la différence entre les forces de portance des rotors M_2 et M_4 , ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = L(F_4 - F_2) = LK_p(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (I.10)$$

Avec L : est la longueur du bras horizontal entre le rotor et le centre de gravité du quadrotor.

- ✓ Le mouvement de rotation autour l'axe Y est dû au moment crée par la différence entre les forces de portance des rotors M_1 et M_3 , ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = L(F_3 - F_1) = LK_p(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (I.11)$$

➤ Moments due aux forces de traînée

- ✓ La rotation autour l'axe Z est dû au moment crée par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = F_{T1} - F_{T2} + F_{T3} - F_{T4} = K_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (I.12)$$

➤ Moment dû aux frottements aérodynamiques, il est donné par :

$$M_a = K_{fa}\Omega^2 \quad (I.13)$$

Avec : K_{fa} : est le coefficient des frottements aérodynamiques et Ω : est la vitesse angulaire donnée par :

$$\Omega = [\dot{\varphi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \quad (I.14)$$

➤ Moments due à l'effet gyroscopique

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope [7], appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation (du grec gyro qui signifie rotation et scop observer).

Dans notre cas il y a deux moments gyroscopiques :

- ✓ Moment gyroscopique des hélices : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T \quad (I.15)$$

Avec J_r est l'inertie des rotors.

- ✓ Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrotor sur les axes (X, Y, Z), alors il existe trois moments gyroscopiques donnés par la Relation suivante :

$$M_{gq} = \Omega \wedge J \Omega \quad (I.16)$$

Avec J est l'inertie du système.

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (I.17)$$

I.4.4. Modélisation du quadrotor selon Newton-Euler

Le modèle dynamique du quadrotor peut être vu comme un système où ses évolutions spatiales sont les sorties et la tension de chacun de ses moteurs sont les entrées.

En utilisant la formulation de Newton-Euler, on obtient les deux équations de l'accélération linéaire et l'accélération rotative respectivement écrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} m\ddot{\xi} = RF_p + P \\ J\ddot{\Omega} = M_T - M_{gh} - M_{gq} \end{cases} \quad (I.18)$$

Avec :

- F_p : le vecteur de dimension (3*3) représente les forces de poussées.
- M_T : les moments provoqués par les forces de poussée et de trainée.
- M_{gh} : le moment gyroscopique des hélices.
- M_{gq} : le moment gyroscopique du quadrotor.

I.4.4.1 Mouvement de translation

Dans cette section on va utiliser la première équation dans (I.18), d'où on a :

$$F_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \end{bmatrix}^T \quad (I.19)$$

$$\text{Et: } P=[0 \quad 0 \quad -mg]^T \quad (I.20)$$

Dans ce cas, on aura :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} [K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2] (C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\psi) \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} [K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2] (C\varphi S\theta S\psi - S\varphi C\psi) \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} [K_p \sum_{i=1}^4 \omega_i^2] (C\varphi C\theta) - g \end{cases} \quad (I.21)$$

I.4.4.2 Mouvement de rotation

Dans cette section on va utiliser la deuxième équation dans (I.18), d'où on a :

$$M_{gq} = \Omega \wedge J \Omega = \begin{bmatrix} (I_z - I_y) \dot{\theta} \dot{\psi} \\ (I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\psi} \\ (I_y - I_x) \dot{\phi} \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

$$\text{Et: } M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T = [\Omega_r J_r \dot{\theta} \quad -\Omega_r J_r \dot{\phi} \quad 0]^T \quad (I.23)$$

Avec :

$$\Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4. \quad (I.24)$$

On a :

$$M_T = \begin{bmatrix} LK_p(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ LK_p(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ K_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (I.25)$$

On remplace chaque moment par sa formule dans (I.18), on obtient les trois équations différentielles qui définissent le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{L}{I_x} K_p (\omega_4^2 - \omega_2^2) - \frac{(I_z - I_y)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = \frac{L}{I_y} K_p (\omega_3^2 - \omega_1^2) - \frac{(I_x - I_z)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{J_r \Omega_r}{I_y} \dot{\phi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} K_d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (I.26)$$

En conséquence, le modèle dynamique complet qui régit le quadrotor est le suivant :

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \frac{L}{I_x} u_2 + \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\psi} \dot{\theta} - \frac{J_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = \frac{L}{I_y} u_3 + \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\psi} \dot{\varphi} + \frac{J_r \Omega_r}{I_y} \dot{\varphi} \\ \ddot{\psi} = \frac{L}{I_z} u_4 + \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\varphi} \dot{\theta} \\ \ddot{x} = \frac{1}{m} (C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\varphi S_\psi) u_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (S_\psi S_\theta C_\varphi - S_\varphi C_\psi) u_1 \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (C_\theta C_\varphi) u_1 - g \end{cases} \quad (1.27)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p & K_p & K_p & K_p \\ 0 & -K_p & 0 & K_p \\ -K_p & 0 & K_p & 0 \\ K_d & -K_d & K_d & -K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

Alors, le quadrotor est un système sous actionné composé de six sorties commandées par quatre entrées seulement comme il est illustré sur la figure suivante :

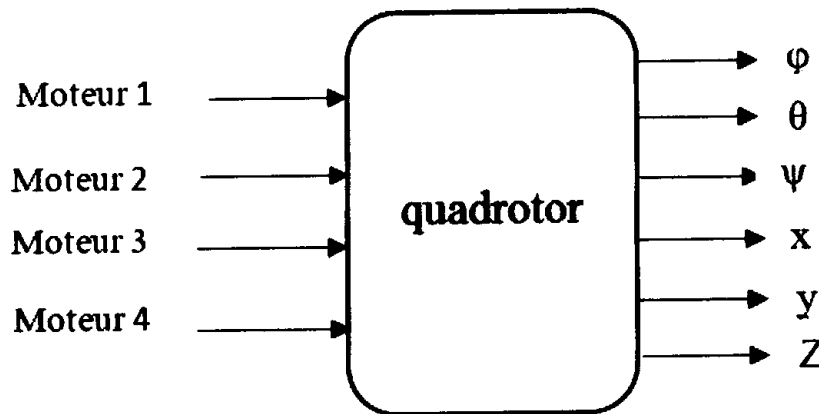


Figure I-8 : Modèle dynamique du quadrotor

I.4.5. Représentation d'état du système

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suite :

$$\begin{aligned} X &= [\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T \\ X &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T \end{aligned} \quad (1.29)$$

On obtient la représentation d'état suivante :

$$\dot{X} = f(X, u) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 - x_4 a_2 \Omega_r + b_1 u_2 \\ x_4 \\ x_2 x_6 a_3 + x_2 a_4 \Omega_r + b_2 u_3 \\ x_6 \\ x_2 x_4 a_5 + b_3 u_4 \\ x_8 \\ (C_{x_5} S_{x_3} C_{x_1} + S_{x_1} S_{x_4}) \frac{1}{m} u_1 \\ x_{10} \\ (S_{x_5} S_{x_3} C_{x_1} - S_{x_1} C_{x_5}) \frac{1}{m} u_1 \\ x_{12} \\ -g + (C_{x_1} C_{x_3}) \frac{1}{m} u_1 \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

Avec :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \\ a_2 = \frac{I_r}{I_x} \\ a_3 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \\ a_4 = \frac{I_r}{I_y} \\ a_5 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = \frac{L}{I_x} \\ b_2 = \frac{L}{I_y} \\ b_3 = \frac{L}{I_z} \end{cases}$$

I.5 Simulation en boucle ouvert :

Dans cette partie une simulation en boucle ouverte est effectuée sur le modèle dynamique d'un quadrotor afin d'illustrer son principe de fonctionnement et ses mouvements.

Les paramètres utilisés dans la simulation sont présentés sur le tableau suivant :

Tableau I.1 : Paramètres du modèle du quadrotor utilisé.

Paramètres		Valeurs
K_p : Coefficient de poussée		3.13×10^{-5} N/rad/s
K_d : Coefficient de trainée		7.5×10^{-7} N/rad/s
L : longueur du bras horizontal		0.232 m
m : masse du quadrotor		1 Kg
g : Gravité		9.81 m/s^2
I_x	La matrice d'inertie	$6.228 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$
I_y		$6.228 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$
I_z		$1.121 \times 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$
J_r : Inertie des rotors		$6.01 \times 10^{-5} \text{ Kg.m}^2$

Pour illustrer le comportement dynamique du système, on prend les cinq cas suivants :

1^{er} cas : Mouvement stationnaire

Pour obtenir ce mouvement, on applique les données suivantes : $\begin{cases} u_1 = 9.81 = mg \\ u_2 = u_3 = u_4 = 0 \end{cases}$

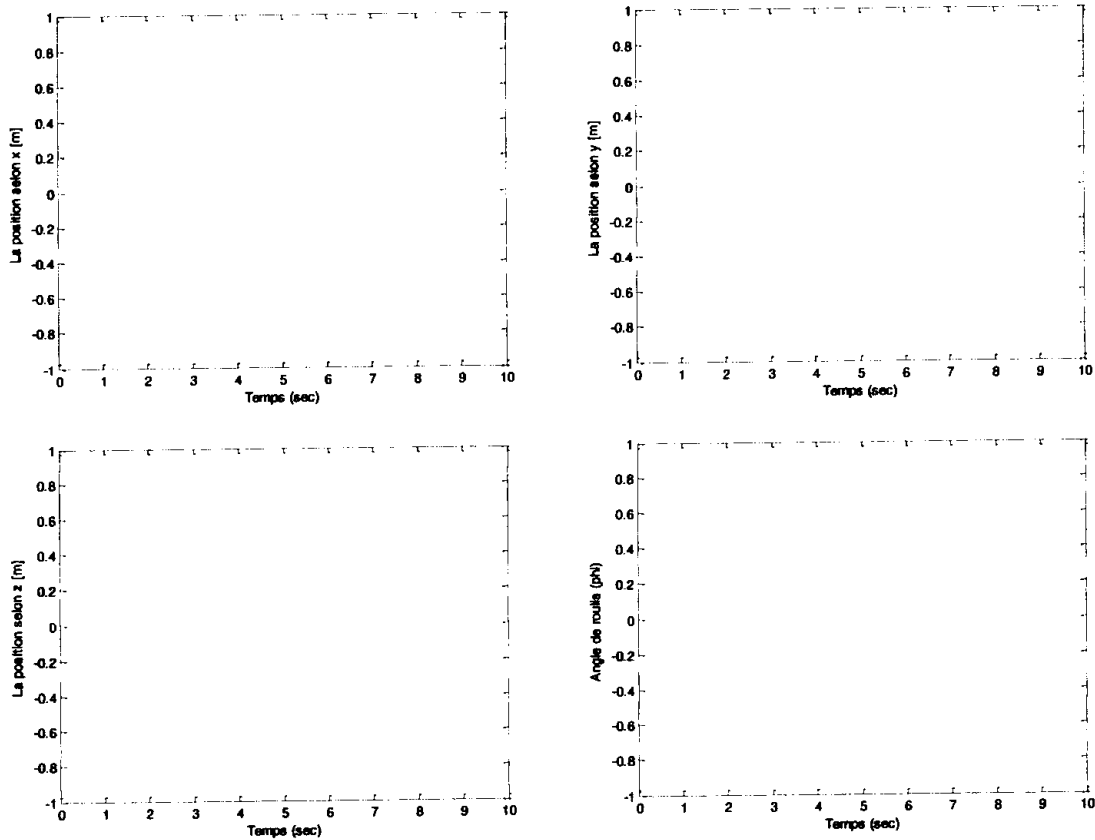


Figure I-9 : Mouvement stationnaire par simulation en BO

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Aucun mouvement selon les axes X, Y
- Un mouvement stationnaire selon l'axe Z car $u_1 = mg$.

2^{ème} cas : Mouvement vertical

Pour obtenir ce mouvement, on applique les données suivantes : $\begin{cases} u_1 = 10 > mg \\ u_2 = u_3 = u_4 = 0 \end{cases}$

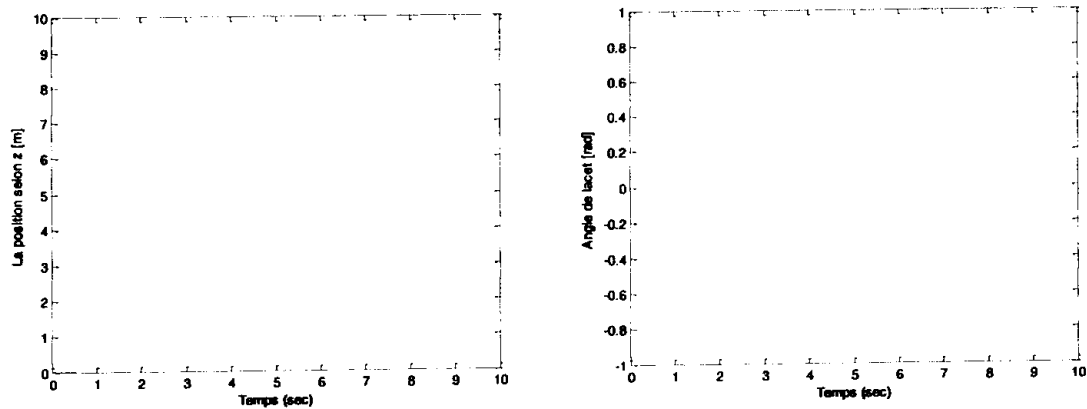


Figure I-10 : Mouvement vertical par simulation en BO

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Il y'a que le mouvement vertical ascendant (selon l'axe Z) due à la commande u_1 Qu'est supérieur aux poids du quadrotor.
- Aucun mouvement de translation et rotation selon (et autour) les axes X et Y car les commandes u_2, u_3 et u_4 sont nulles.

3^{ieme} cas : Mouvement de roulis

Pour obtenir ce mouvement, on applique les données suivantes :

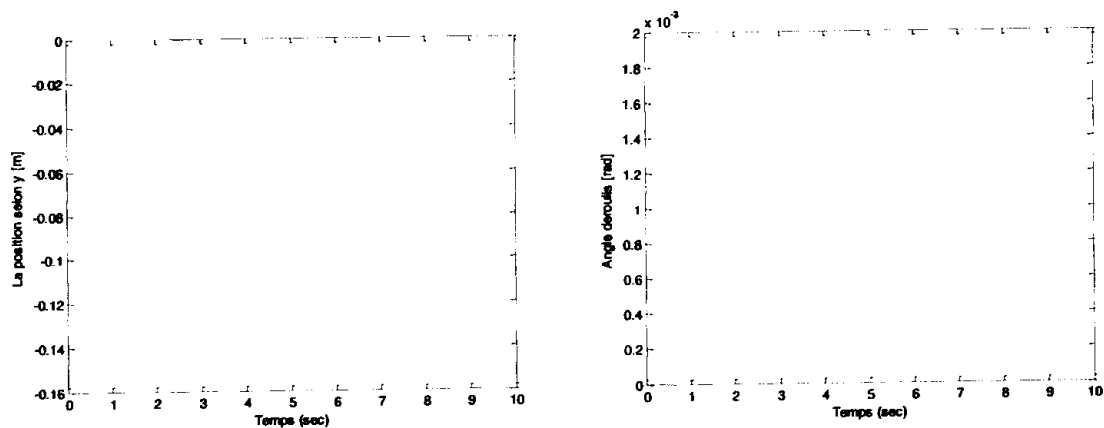
$$\begin{cases} u_1 = mg = 9.81 , \\ u_2 = 10^{-6} \\ u_3 = u_4 = 0 \end{cases}$$


Figure I-11 : Mouvement de roulis par simulation en BO

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Il y'a un mouvement de translation selon l'axe Y (sens négatif) provoqué par le mouvement de rotation autour l'axe X (sens positif) par un angle φ due à la commande non nulle u_2 .

4^{ieme} cas : Mouvement de tangage

Pour obtenir ce mouvement, on applique les données suivantes :
$$\begin{cases} u_1 = mg = 9.81 \\ u_3 = 10^{-6} \\ u_2 = u_4 = 0 \end{cases}$$

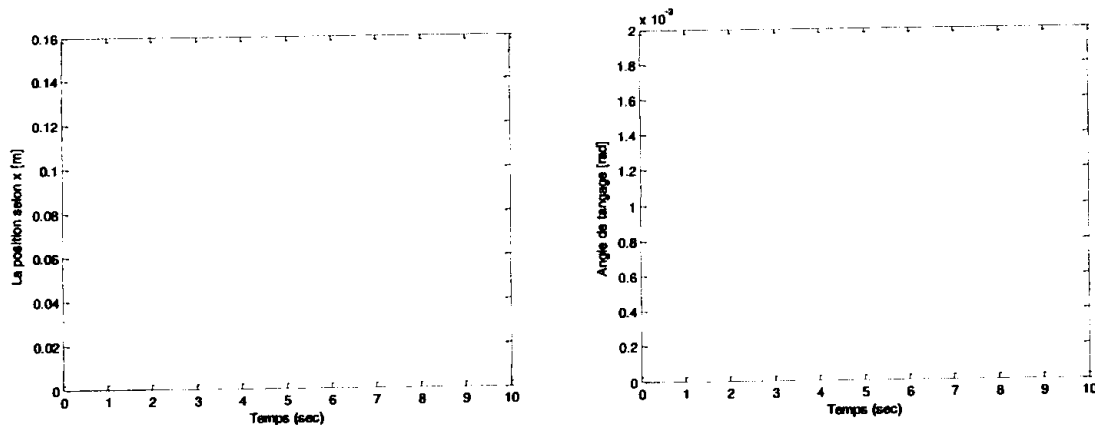


Figure I-12 : Mouvement de tangage par simulation en BO

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Il y'a un mouvement de translation selon l'axe X (sens positif) provoqué par le mouvement de rotation autour l'axe Y (sens positif) par un angle θ due à la commande non nulle u_3 .

5^{ieme} cas : Mouvement de lacet

Pour obtenir ce mouvement, on applique les données suivantes :
$$\begin{cases} u_1 = mg = 9.81 \\ u_4 = 10^{-6} \\ u_2 = u_3 = 0 \end{cases}$$

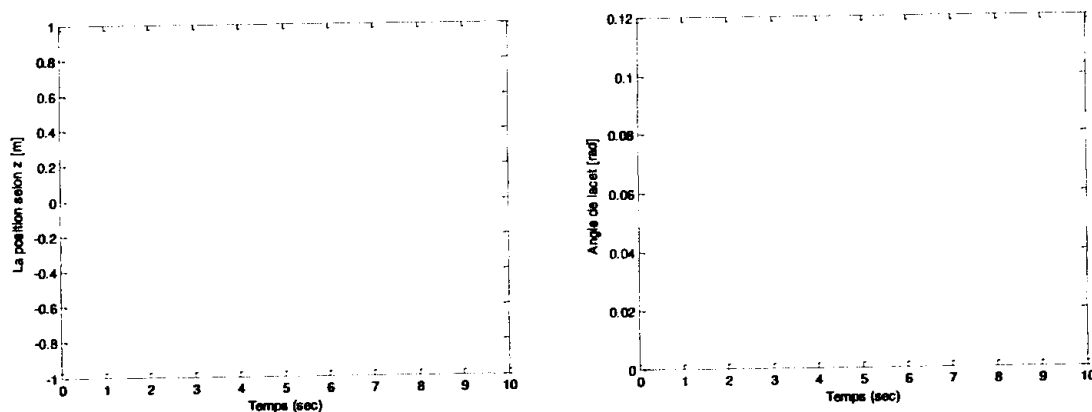


Figure I-13 : Mouvement de lacet par simulation en BO

D'après les résultats obtenus, on remarque :

- Il y'a un mouvement de rotation autour l'axe Z due à la commande non nulle u_4 .

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une description générale du quadrotor, son principe de fonctionnement, les différents mouvements effectués par cet engin à savoir : vol stationnaire, vol vertical, vol de roulis, vol de tangage et vol de lacet. Le modèle dynamique est obtenu par la suite en utilisant le formalisme de Newton-Euler. On a vu que le modèle acquis est non linéaire, interconnecté et sous actionnée. A la fin de ce chapitre, une simulation en boucle ouverte est effectuée afin de mieux comprendre la dynamique et le fonctionnement de l'engin.

Les résultats de simulation montrent que le quadrotor est un système instable ce qui la nécessite un système de commande adéquat pour assurer la stabilité de cet engin volant. Dans le chapitre suivant une loi de commande adaptative est synthétisée afin de réaliser la stabilisation de quadrotor.

Chapitre II :

Commande adaptative appliquée au quadrotor

II.1 Introduction

L'origine de la commande adaptative remonte aux années 1950 dans lesquelles les chercheurs se sont aperçus qu'un contrôleur avec les paramètres fixes n'était pas toujours capable d'assurer les performances désirées, surtout quand les paramètres du système varient avec le temps.

La commande adaptative est une commande qui permet au régulateur de s'adapter de lui-même face aux changements du processus.

Les techniques de commande classique (PID, Backstepping,) exigent la connaissance du modèle exacte. Du fait qu'il est difficile de donner le modèle dynamique exacte d'un processus notamment le quadrotor [8], La commande adaptative présente une solution à ce genre de problèmes.

L'objectif de ce chapitre est la synthèse d'une loi de commande adaptative pour la stabilisation du quadrotor. Le problème de sous actionnisme est résolu par l'implémentation des commandes virtuelles afin de rendre le gain de commande inversible, dont, l'objectif est de commander le déplacement en 3D et le lacet. La stabilité du système en boucle fermé est prouvée par la méthode de Lyapunov. Des simulations ont été réalisées à la fin de ce chapitre pour illustrer les performances de la technique proposée.

II.2 Principe de la commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour ajuster automatiquement les régulateurs afin d'assurer les performances voulues quand les paramètres du système à contrôler sont inconnus et/ou variables avec le temps [9]. Son utilisation requiert la mesure d'un certain indice de performance qui est comparé à l'indice désiré. Suivant l'écart obtenu, le mécanisme d'adaptation ajuste les paramètres afin de maintenir l'indice de performance à la valeur désirée.

Un contrôleur adaptatif n'est autre que la combinaison d'un module d'estimation de certains paramètres inconnus, et d'un contrôleur qui se sert de ces paramètres. Cette combinaison donne lieu à deux approches différentes de conception et de commande : la commande adaptative directe et la commande adaptative indirecte.

II.2.1 Commande adaptative directe

La commande adaptative directe autrement dit à modèle de référence (MRAC : Model Reference Adaptive Control) [10] a été proposée pour la première fois en 1961 se basant sur la minimisation d'un indice de performances, approche connue généralement sous la règle de

conception du MIT (Massachusetts Institute of Technology). La structure en boucle fermée du MRAC est représentée par la figure (II-1) En effet, la différence entre la sortie du procédé et la sortie du modèle de référence est une mesure de la différence entre les performances réelles et les performances désirées. Cette information est ensuite utilisée par le mécanisme d'adaptation (loi d'adaptation) pour ajuster les paramètres du régulateur afin de faire tendre l'erreur vers zéro. Cette technique demande souvent des algorithmes plus rapides et favorise une application en temps réel (cas de robots manipulateurs).

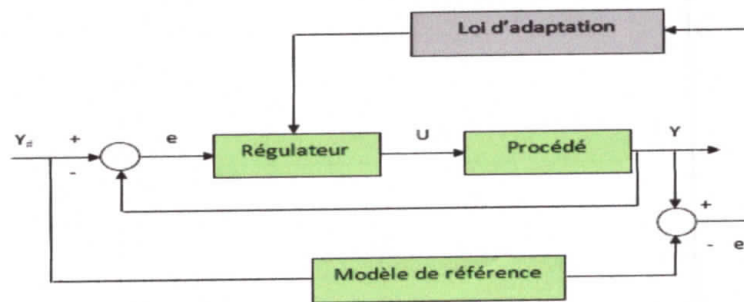


Figure II-1 : Commande adaptative à modèle de référence.

II.2.2 Commande adaptative indirecte

Encore appelée commande adaptative auto ajustable avec identification du modèle, cette stratégie a été proposée par Kalman en 1958.

La commande adaptative indirecte consiste à identifier en temps réel les paramètres du modèle du processus et les utiliser pour le calcul de la loi de commande comme s'ils étaient les vrais paramètres du processus. Toutes les méthodes d'identifications peuvent être combinées pour la synthèse d'une loi de commande adaptative de ce type. Cependant, le choix de cette combinée doit conduire à la stabilité du système de commande adaptative. Pour réaliser cette commande, on distingue trois étapes :

- Estimation des paramètres du modèle du système et prédiction adaptative.
- Synthèse de la loi de commande à l'aide des paramètres estimés et des performances désirées.
- Calcul et application de la commande du système.

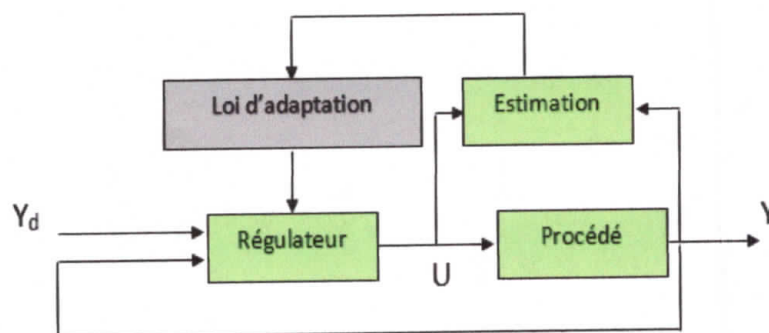


Figure II-2 : Commande adaptative auto ajustable.

II.3 Concept de la commande adaptative

Dans la conception de commande classique (non adaptatif), une structure de régulation (par exemple, placement des pôles) est choisie en premier, et les paramètres du régulateur sont alors calculés sur la base des paramètres connus de l'installation. Dans une commande adaptative, la principale différence est que les paramètres de l'installation sont inconnus, de sorte que les paramètres du régulateur sont à fournir par une loi d'adaptation. En conséquence, la conception de la commande adaptative est plus complexe, compte tenu des besoins supplémentaires de choisir une loi d'adaptation et de prouver la stabilité du système avec adaptation.

La conception d'un contrôleur adaptatif implique généralement les étapes suivantes

- Choisir une loi de commande contenant des paramètres variables.
- Choisir une loi d'adaptation pour ajuster les paramètres.
- Analyser les propriétés de convergence du système de contrôle résultant.



Dans la théorie des systèmes, la stabilité est un élément très important. Celle-ci passe au premier plan dans le cadre des systèmes non linéaires. Des théories classiques comme celle de Lyapunov peuvent être employées pour atteindre ce but.

II.3.1 Méthode de Lyapunov

Le concept de la commande adaptative est basé sur la théorie de Lyapunov. Le but est de construire une loi de commande ramenant le système vers des états désirés. En d'autres termes, on souhaite faire de l'état désiré un état d'équilibre stable en boucle fermée.

La méthode de Lyapunov permet d'étudier la stabilité des systèmes complexes qui sont décrits par des systèmes différentiels. La stabilité d'un système est la capacité de ce dernier à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il en est ponctuellement écarté. Il existe deux méthodes pour démontrer la stabilité du système, directe et indirecte.

Théorème 1 : pour le système $\dot{x} = f(x)$ où $x_e = 0$ est le point d'équilibre, si une fonction de Lyapunov $V(x)$ existe tel que :

- $V(0) = 0$ et $V(x) > 0, \forall x \neq 0$.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} V(x) = \infty$ (C.-à-d., $V(x)$ n'est pas bornée radialement).
- $\dot{V}(0) = 0$ et $\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0$.

Alors le système est globalement asymptotiquement stable. Si $\dot{V}(x) \leq 0$, on peut conclure uniquement que le système est stable.

II.4 Position du problème

Dans cette section, on considère le système non linéaire de type MIMO composé de P sous-systèmes, représenté sous la forme suivante :

$$\sum_i \begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2}, x_{i2} = x_{i3}, \dots, x_{i_{r_i-1}} = x_{i_{r_i}} \\ x_{i_{r_i}} = f_i(X) + g_i(X)u_i \\ \dot{y}_i = x_{i1} \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Où bien :

$$y^{r_i} = f_i(X) + g_i(x)u_i \quad (\text{II.2})$$

Où $[x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1_{r_1}}, \dots, x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{p_{r_p}}]^T \in R^n$, avec $n = \sum_i r_i$ est le vecteur d'état complet. Ce vecteur d'état est supposé mesurable, $u = [u_1, \dots, u_p]^T \in R^P$ est la commande,

$y = [y_1, \dots, y_p]^T$ est le vecteur de sortie, $f_i(x)$ sont des fonctions non linéaires, lisses et inconnues et $g_i(x)$, sont les gains de commande non nuls.

Notre objectif consiste à synthétiser une loi de commande qui assure la bornitude de toutes les variables du système en boucle fermée et garanti la poursuite de la sortie $y(t)$ à la trajectoire désirée $y_d(t)$.

$$y_d(t) = [y_{d1}(t), \dots, y_{dp}(t)]^T \quad (\text{II.3})$$

Pour faciliter la conception de la commande, nous adoptons les suppositions suivantes :

Supposition 1 : la trajectoire désirée $y_{di}(t)$, et ses dérivées sont connues, bornées et continues.

Supposition 2 : les gains $g_i(x)$ sont strictement positifs.

Les erreurs de poursuite sont définies par :

$$\begin{cases} e_1(t) = y_{d1}(t) - y_1(t) \\ \vdots \\ e_p(t) = y_{dp}(t) - y_p(t) \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Les erreurs filtrées correspondantes sont calculées comme suit :

$$\begin{cases} s_1(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_1\right)^{r_1-1} e_1 & \lambda_1 > 0 \\ \vdots \\ s_p(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_p\right)^{r_p-1} e_p & \lambda_p > 0 \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

En effet, $s=0$ représente une équation différentielle linéaire dont la solution unique est $e=0$

A partir de (II.5), pour que $e_i(t) \rightarrow 0$ asymptotiquement il faut que $s_i(t) \rightarrow 0$ [4]. Dans ce cas, notre objectif devient la synthèse d'une loi de commande qui force les erreurs à converger vers zéro.

Les dynamiques des erreurs filtrées sont données par :

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = v_1 - f_1(X) - g_1(X)u_1 \\ \vdots \\ \dot{s}_p = v_p - f_p(X) - g_p(X)u_p \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Avec

$$\begin{cases} v_1 = y_{d1}^{(r_1)} + \beta_{1,r_1} e_1^{(r_1-1)} + \dots + \beta_{1,2} e_1 + \beta_{1,1} \\ \vdots \\ v_p = y_{dp}^{(r_p)} + \beta_{p,r_p} e_p^{(r_p-1)} + \dots + \beta_{p,2} e_p + \beta_{p,1} \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Avec $\beta_{i,j} = \frac{(r_i-1)!}{(r_i-1)!(j-1)!} \lambda_i^{r_i-j}$, $i = 1, \dots, p$ $j = 1, \dots, r_i - 1$.

La forme matricielle est donnée par :

$$\dot{s} = v - f(x) - g(x)u \quad (\text{II.8})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} s(t) = [s_1(t), \dots, s_p(t)]^T \\ v(t) = [v_1(t), \dots, v_p(t)]^T \end{cases}, \quad f(X) = \begin{bmatrix} f_1(X) \\ \vdots \\ f_p(X) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad g(X) = \begin{bmatrix} g_1(X) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & g_p(X) \end{bmatrix}$$

A partir l'équation (II.8), la loi de commande idéale qui garantit l'objectif de la commande est :

$$u^* = g^{-1}(x)(-f(x) + v + Ks) \quad (\text{II.9})$$

Où $k = \text{diag}[k_1, \dots, k_p]$, avec $k_i > 0$

Si on remplace (II.9) dans (II.8), on obtient :

$$\dot{s} = -Ks \quad (\text{II.10})$$

De (II.10), on peut conclure que $s_i(t) \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$, et donc e_i et toutes ses dérivées convergent asymptotiquement vers zéro.

Selon l'analyse ci-dessus, le calcul de la commande idéale (II.9) est possible si la fonction $f(x)$ est connue et si le gain de commande $g(x)$ est inversible.

II.5 Synthèse de la commande adaptative pour quadrotor

Dans cette partie, une commande adaptative est synthétisée pour commander le quadrotor.

Comme on a déjà vu dans le chapitre précédent, le quadrotor est un système non linéaire interconnecté composé de six sous-systèmes de la forme (II.1) mais avec quatre entrées ce qui donne un gain de commande non carré comme suit :

$$g(x) = \begin{pmatrix} (C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\psi)/m & 0 & 0 & 0 \\ (C\varphi S\theta S\psi - S\varphi C\psi)/m & 0 & 0 & 0 \\ C\varphi C\theta/m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L}{I_z} \end{pmatrix} \quad (\text{II.11})$$

La loi de commande idéale dans (II.9) est remplacée par cette loi approximative :

$$U = g^{-1}(x)(-\hat{f}(x) + v + Ks) \quad (\text{II.12})$$

Avec $\hat{f}(x)$ est la fonction estimée de $f(x)$ par un mécanisme d'adaptation

L'utilisation de la dernière loi est toujours impossible car $g(x)$ est non inversible, pour cela deux commandes virtuelles seront utilisées pour éviter ce problème comme suit :

La dynamique de l'erreur filtrée après l'implémentation de commandes virtuelles

$$\dot{s} = v - f(x) - g_N(x)U_N + v_s \quad (\text{II.13})$$

Avec : $g_N = [g(x), g_s]$, $g_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$, $U_N = [u^T, u_s]^T$, $u_s = [u_5 \ u_6]^T$ et

$$v_s = g_s u_s \quad (\text{II.14})$$

Dans ce cas, la loi adaptative qui garantit l'objectif de la commande est donnée par :

$$U_N = g_N^{-1}(v + Ks - \hat{f} + \hat{v}_s) \quad (\text{II.15})$$

Avec \hat{f} et \hat{v}_s sont les estimés de f et v_s respectivement et leur lois d'adaptation sont données par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{f}} = -F_f s \\ \dot{\hat{v}}_s = F_{v_s} s \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Avec : F_f et F_{v_s} sont les gains d'adaptation.

On remplace l'équation (II.15) dans (II.13) on obtient :

$$\dot{s} = -Ks - \tilde{f} + \tilde{v}_s \quad (\text{II.17})$$

Avec : $\tilde{f} = f - \hat{f}$ et $\tilde{v}_s = v_s - \hat{v}_s$ sont les erreurs d'estimations

II.5.1 Preuve de stabilité

Pour étudier la convergence de l'erreur de poursuite et la stabilité du système en boucle fermé. Nous considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2} t_r (\tilde{f}^T F_f^{-1} \tilde{f}) + \frac{1}{2} t_r (\tilde{v}_s^T F_{v_s}^{-1} \tilde{v}_s) \quad (\text{II.18})$$

La première dérivée de cette fonction par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V} = s^T \dot{s} + t_r (\tilde{f}^T F_f^{-1} \dot{\tilde{f}}) + t_r (\tilde{v}_s^T F_{v_s}^{-1} \dot{\tilde{v}}_s) \quad (\text{II.19})$$

On remplace (II.17) dans (II.19), on obtient :

$$\dot{V} = -s^T K s + t_r (\tilde{f}^T (F_f^{-1} \dot{\tilde{f}} - s)) + t_r (\tilde{v}_s^T (F_{v_s}^{-1} \dot{\tilde{v}}_s + s)) \quad (\text{II.20})$$

Par introduire les lois d'adaptations (II.16) et sachant que $\dot{\tilde{f}} = -\dot{\hat{f}}$ et $\dot{\tilde{v}}_s = -\dot{\hat{v}}_s$

La première dérivée de Lyapunov sera :

$$\dot{V} = -s^T K s \quad (\text{II.21})$$

$\dot{V} \leq 0$ Alors, le système n'est pas globalement asymptotiquement stable.

II.6 Application de la commande adaptative sur quadrotor

Dans cette section, des simulations sont effectuées sur le modèle dynamique de quadrotor sans et avec variation paramétriques afin de montrer l'efficacité de la commande adaptative synthétiser.

Tableau II-1 : Paramètre de la commande adaptative.

Paramètre	X	Y	z	φ	θ	Ψ
λ_i	50	50	10	50	50	10
k_i	50	50	10	50	50	10
F_{f_i}	50	50	10	50	50	10
$F_{v_{s_i}}$	50	50	0	0	0	0

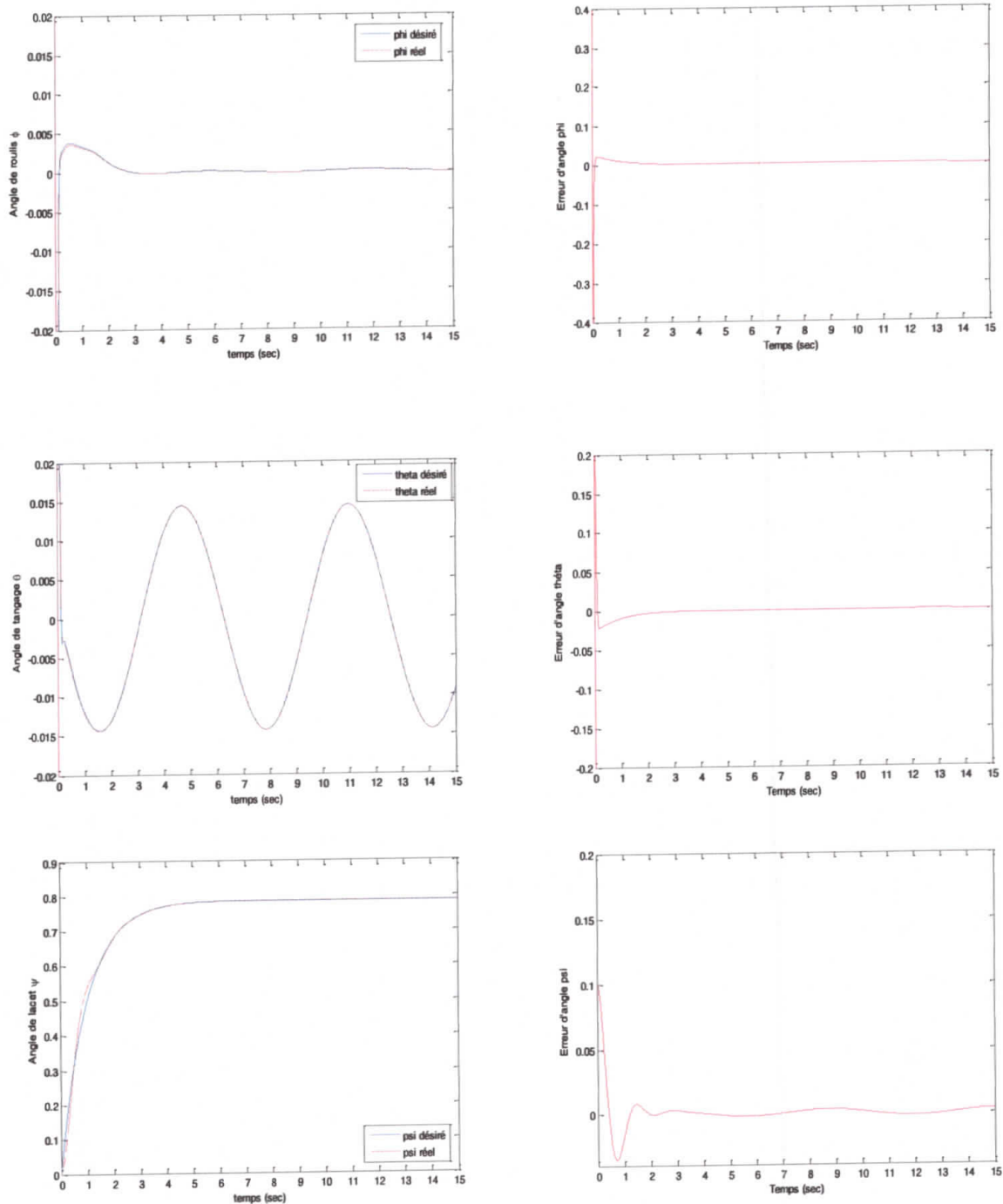


Figure II-3 : Angles de rotation (φ, θ, Ψ) et les erreurs de poursuite (sans variation paramétrique).

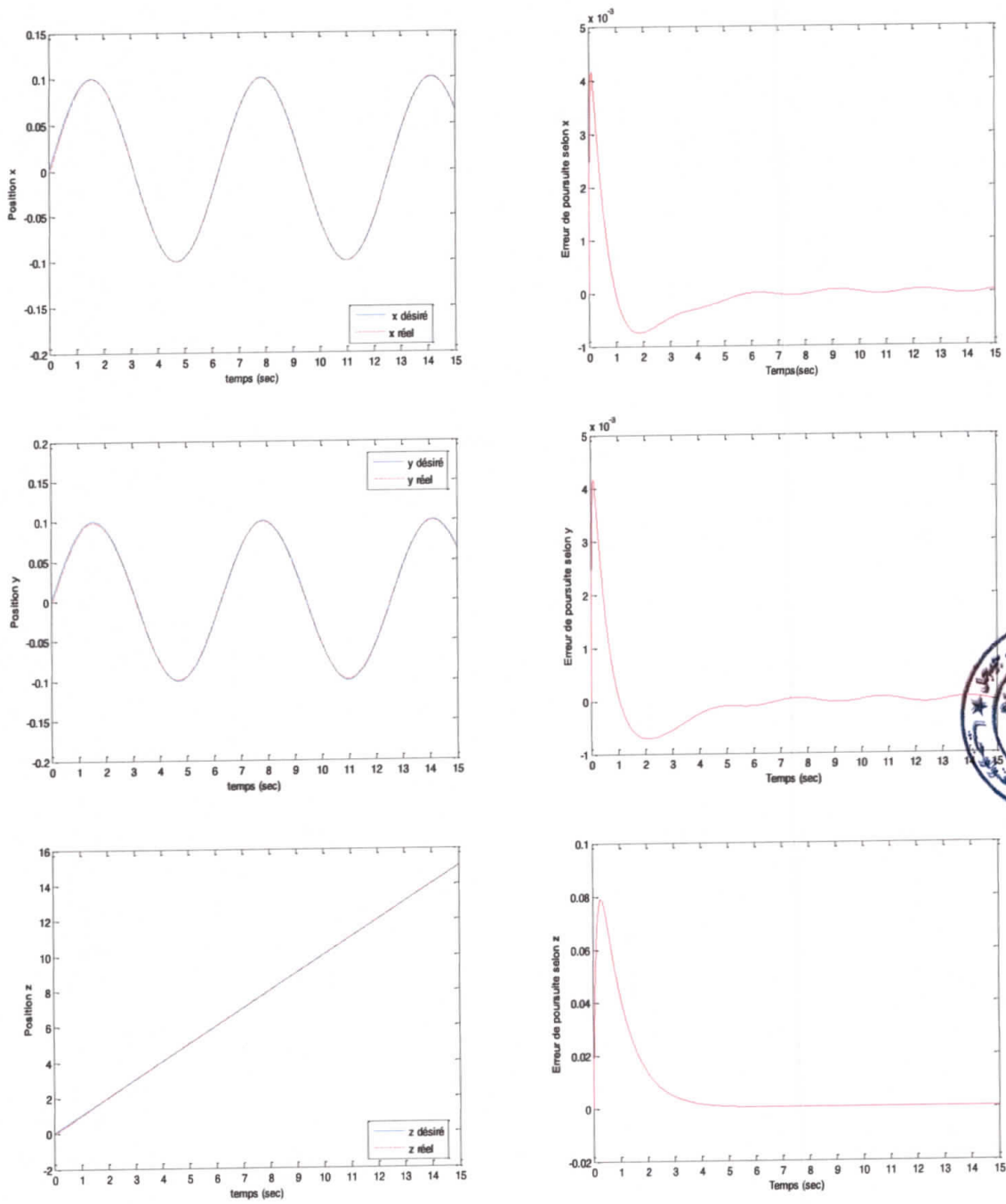


Figure II-4 : Mouvement selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite (sans variation paramétrique)

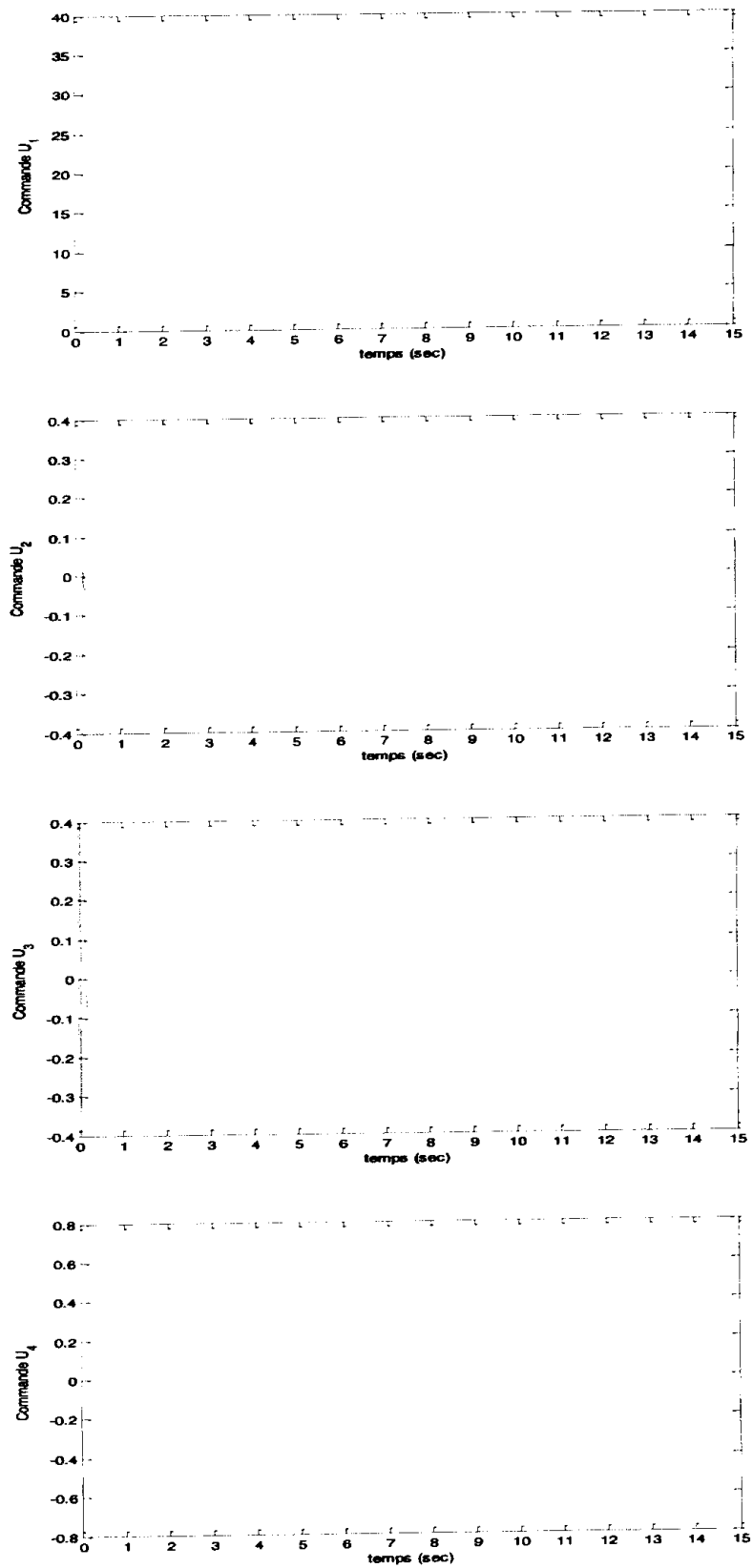


Figure II-5 : Signaux de Commande u_1, u_2, u_3, u_4 (sans variation paramétriques).

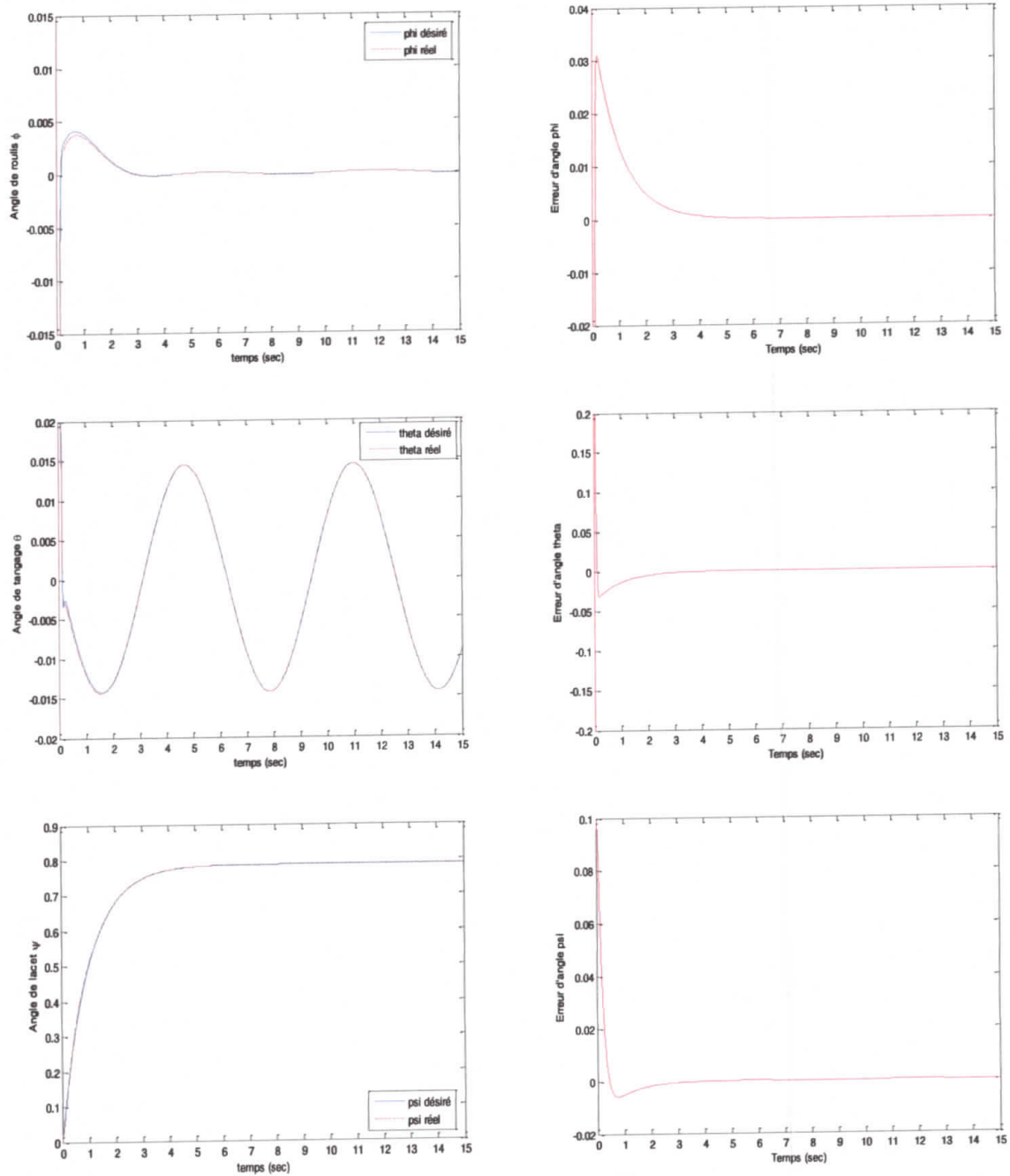


Figure II-6 : Angles de rotation (φ, θ, Ψ) et les erreurs de poursuite
(avec variation paramétrique).

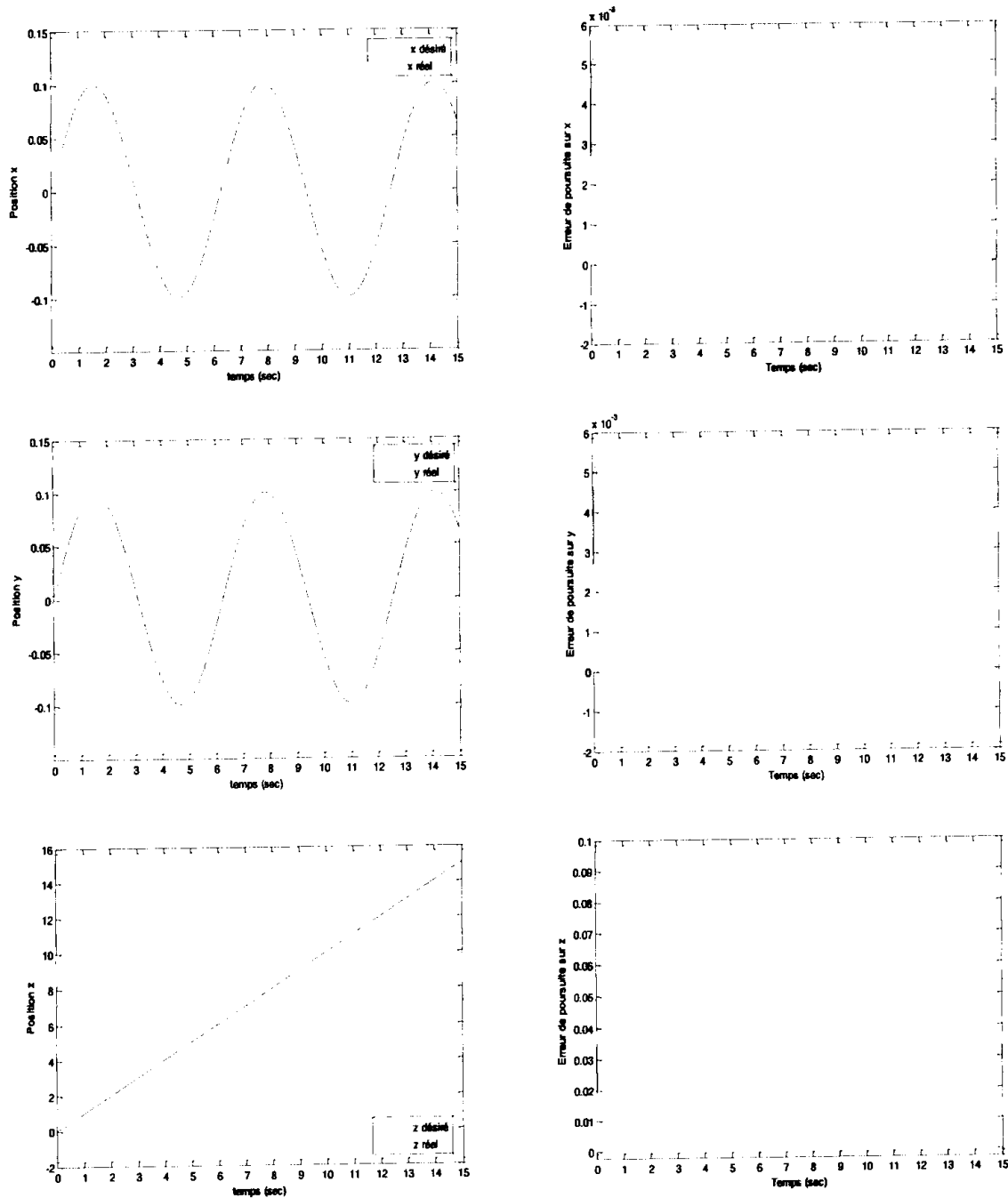


Figure II-7 : Mouvement selon (x, y, z) et les erreurs de poursuite (avec variation paramétrique)

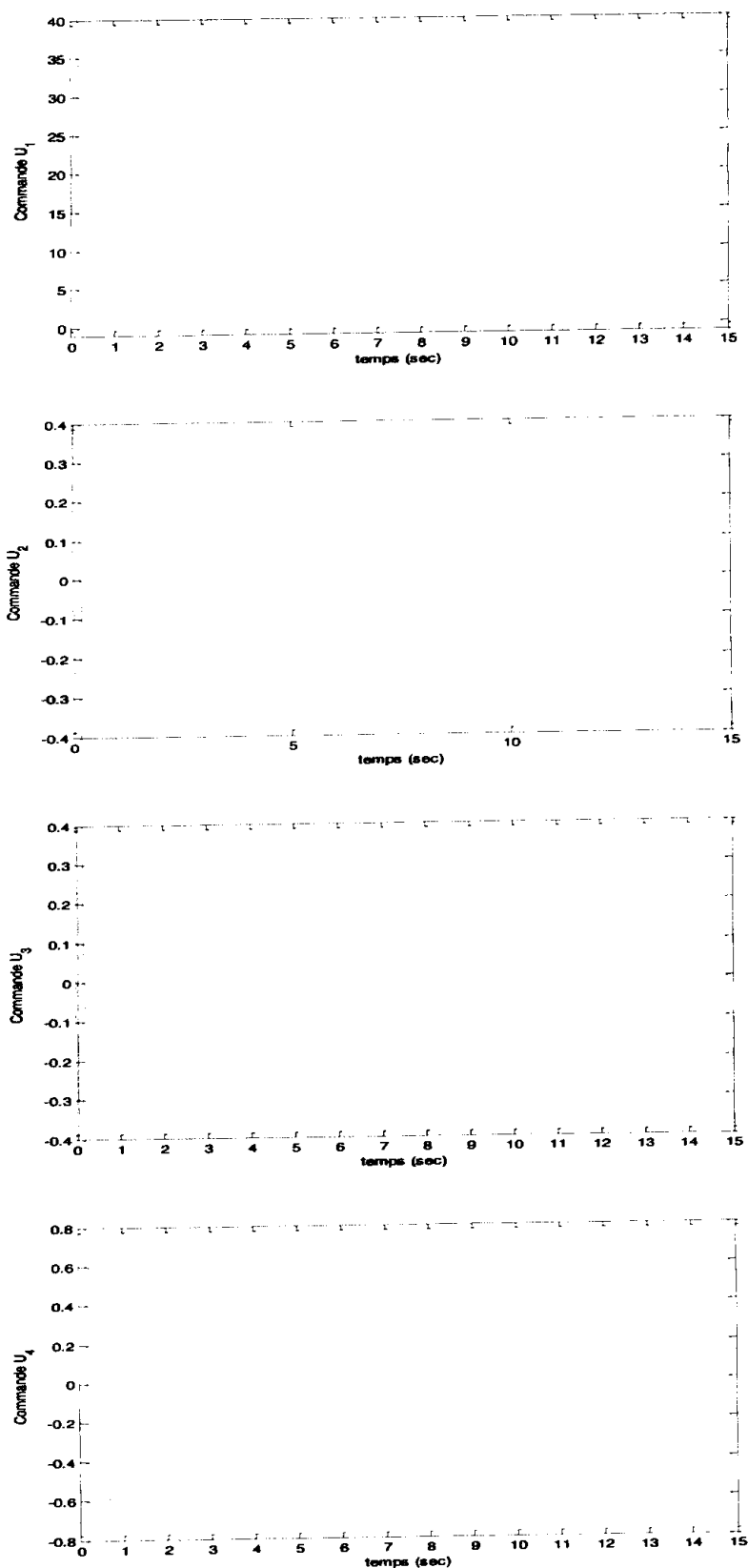


Figure II-8 : Signaux de Commande u_1, u_2, u_3, u_4 (avec variation paramétriques).

Les résultats obtenus montrent l'efficacité de la technique dans les deux cas : sans et avec variation paramétrique. La trajectoire réelle suit la trajectoire désirée dans les deux cas, il est

noté que la variation est réalisée sur le gain de commande qui est supposé connu dans la procédure de synthèse. Ce qui montre l'efficacité de cette technique et sa robustesse.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté brièvement les concepts de la commande adaptative, et nous avons également donné le principe de la commande adaptative directe et indirecte. La procédure de synthèse d'une loi de commande adaptative pour le quadrotor est montrée dans ce chapitre. Le mécanisme d'adaptation est utilisé pour estimer en ligne les termes et les fonctions inconnus. Le problème de sous actionnisme de quadrotor est résolu par l'implémentation de deux commandes virtuelles, dont, l'objectif est de rendre le gain de commande inversible.

La stabilité du système global (quadrotor + commande adaptative) est prouvée par la méthode de Lyapunov. Les résultats de simulation ont montrés l'efficacité de la loi de commande adaptative synthétisée même à la présence de variations paramétriques.

III.1 Introduction

La mise en œuvre d'une loi de commande nécessite souvent la disponibilité de toutes les variables d'états. Cependant, il est généralement impossible vérifier cette condition en pratique pour plusieurs raisons techniques et économiques [6]. Il existe dans la plupart des cas un vrai besoin d'une observation fiable de variables non mesurées, particulièrement, quand elles sont employées pour la synthèse de lois de commande. En effet, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement ; l'élaboration d'une loi de commande ou la détermination d'une défaillance d'un composant d'un système passent souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs de ses états. Pour cela, il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées [1].

La théorie de l'observateur d'état a tout d'abord été introduite par Kalman et Bucy pour les systèmes linéaires dans un environnement stochastique (Filtre de Kalman-Bucy). Puis Luenberger a fait une théorie générale des observateurs pour les systèmes linéaires déterministes. Les observateurs linéaires ont donné lieu à des travaux récents, allant vers une généralisation toujours plus poussée. Pour les systèmes non linéaires, différents types d'observateurs ont été développés, parmi lesquels il est possible de citer les observateurs à grand gain [11], les observateurs à mode glissant [12], les estimateurs à horizon glissant (Moving Horizon Estimators MHE) [13], et bien sûr le filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter(EKF)).

Dans ce chapitre, une description générale d'observateurs linéaires est présentée au début. Le principe d'observateur pour le cas non linéaire est montré par la suite. La conception d'un observateur par mode de glissement est effectuée afin de le pouvoir implémenter pour estimer le vecteur d'état du quadrotor.

Cet observateur est basé sur la théorie des systèmes à structure variable. Ces derniers ont de bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis les incertitudes, les erreurs paramétriques et les perturbations externes [12]. Des simulations ont été effectuées à la fin pour montrer l'efficacité de la technique.

III.2 Définition

Un observateur est un système dynamique que l'on peut appeler capteur informatique, puisqu'il est souvent implanté sur ordinateur afin de reconstituer ou d'estimer en temps réel l'état courant d'un système, en utilisant les mesures disponibles (généralement les informations

entrées sorties). La structure de l'observateur est basée principalement sur la connaissance à priori du modèle mathématique du système à commander, dont, un terme de compensation est implémenté pour attraper l'état inconnu [14].

Le besoin d'information sur l'état interne du système est motivé par le fait qu'elle est une étape importante voire indispensable à plusieurs niveaux [15] :

- La commande du procédé, qui nécessite obligatoirement la connaissance de son état interne.
- La surveillance du procédé, à travers les écarts entre le comportement de l'observateur et celui du procédé.
- La modélisation (identification) du procédé, au moyen de l'estimation des grandeurs constantes qui paramètrent le modèle.

III.3 Observabilité des systèmes linéaire

Avant de passer au cas non linéaire, une description générale des observateurs linéaires est présentée dans cette partie pour mieux illustrer le principe d'un observateur. Considérons le système linéaire suivant [16] :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où : $x \in R^n$ représente le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur d'entrée, $y \in R^p$ dénote le vecteur de sortie et les matrices A , B et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées.

La propriété d'observabilité du système linéaire peut être formalisée de la façon suivante :

Définition 1 : Observabilité [16]

Le système (III.1) est observable si, étant donné l'instant t_0 , il existe un instant t_1 fini tel que la connaissance de $y(t_0, t_1)$ et $u(t_0, t_1)$ permette de déterminer de manière unique l'état

$x(t_0) = x_0$ quelque soit l'entrée du système.

Définition 2 : condition du rang [16]

L'observabilité du système (III.1) est garantie si le rang de la matrice d'observabilité est égal à n . On dit alors que le système est observable.

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \quad (\text{III.2})$$

Une fois l'observabilité du système linéaire (III.1) est garantie par l'application de la condition du *rang*, il est possible de lui construire un observateur.

III.4 Observabilité des systèmes non linéaires

Les processus physiques sont très souvent représentés par des modèles non linéaires décrits sous la forme suivante [17] :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

L'observabilité du système non linéaire (III.3) est caractérisée par le fait qu'à partir de la sortie mesurée, il faut être capable de discerner les différents états initiaux. L'observabilité est donc définie à partir de la notion d'indiscernabilité dont voici la définition.

Définition 3 : Indiscernabilité [17]

Deux états initiaux $x(t_0) = x_1$ et $x(t_0) = x_2$ du système non linéaire (III.3) sont dit indistinguables sur l'intervalle de temps $[t_0, t_1]$ si, pour toute entrée $u(t)$, leurs sorties respectives $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont identiques sur cet intervalle. Autrement dit :

$$\forall x_1, x_2 \in R^n, x_1 \neq x_2 \Rightarrow \exists u \in U, y(x_1, u) = y(x_2, u)$$

Cette notion d'indiscernabilité de deux états initiaux nous permet de donner la définition suivante de l'observabilité :

Définition 4 : Observabilité

Le système (III.3) est dit observable s'il n'existe pas de couple d'état initiaux distincts $\{x_0(t) = x_1, x_0(t) = x_2\}$ indistinguables. Autrement dit :

$$\forall x_1, x_2 \in R^n, x_1 \neq x_2 \Rightarrow \exists u \in U, y(x_1, u) \neq y(x_2, u)$$

III.5 Principe des observateurs

Un observateur est un développement mathématique qui permet de reconstituer les états internes d'un système à partir uniquement des données accessibles, d'entrées et sorties, c'est en quelque sorte un « capteur virtuel » ou « capteur logiciel ». Le but d'un observateur est précisément de fournir une estimation de la valeur courante de l'état inconnu $x(t)$ en fonction des grandeurs connues.

L'observation se fait en deux phases ; la première est une étape d'estimation et la seconde est une étape de correction. L'estimation se fait par le calcul des grandeurs d'état à l'aide de

modèle proche du système, et la correction se fait par l'addition d'un terme de correction qui régit la dynamique et la robustesse de l'observateur [18]

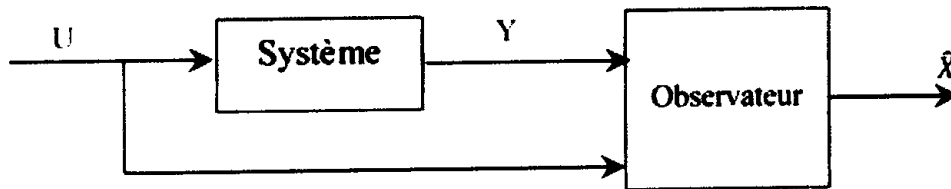


Figure III- 1 : Principe d'observateur.

Avec : \hat{x} : est l'estimé de x , u : est la commande du système, y : est la sortie mesurée du système.

III.5.1 Observateur pour des systèmes linéaires

Une solution simple et optimale au problème d'estimation de vecteur d'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger dans le cadre déterministe, et par Kalman dans le cadre stochastique.

III.5.1.1 Observateur de Luenberger [19]

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. L'observateur de Luenberger propose s'exprime par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

La dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ est donnée par :

$$\dot{e}(t) = A_{obs}e(t) = (A - KC)e(t) \quad (\text{III.5})$$

Dans ce cas le gain d'observateur K est choisi tel que la matrice A_{obs} a des valeurs propres à partie réelle négative.

III.5.1.2 Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman a la même expression dans (III.4), dont, le gain d'observateur est formalisé afin de minimiser la covariance de l'erreur d'estimation $P = E[e(t)e(t)^T]$ comme suit :

$$K = PC^T R^{-1} \quad (\text{III.6})$$

Avec P est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$AP + PA - PC^T R^{-1} CP + LQL^T = 0 \quad (\text{III.7})$$

Avec R et Q sont les covariances des bruits sur la sortie et le vecteur d'état respectivement. Sous certaine condition, on peut montrer que la matrice P tend vers une limite et que le filtre est stable, ce qui permet éventuellement de conserver pour K sa valeur en régime permanent.

III.5.2 Observateur pour des systèmes non linéaires

La synthèse d'un observateur pour les systèmes non linéaires est une tâche délicate. En effet, il n'existe pas une méthode universelle ou systématique pour la synthèse d'observateurs pour ces systèmes. La plupart des approches non linéaires supposent que le modèle est parfaitement connu, hypothèse peu réaliste.

De façon générale, le principe d'observateur pour un système non linéaire de la forme (III.3) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}(t), u(t)) + G(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y} = h(\hat{x}(t)) \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Avec $G(y(t) - \hat{y}(t))$: est le terme de correction.

La partie non linéaire commandée de la dynamique de l'état vérifie en général la condition de Lipschitz par rapport à x c'est -à-dire :

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq K \|x_1 - x_2\|$$

L'erreur d'estimation entre le vecteur d'état $x(t)$ et $\hat{x}(t)$ $\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\|$ converge asymptotiquement vers zéro.

Dans la littérature, plusieurs approches d'observateur ont été proposés qui se diffèrent principalement entre eux dans le terme de correction citons comme titre d'exemple l'observateur à grand gain et l'observateur par mode de glissement qu'on va l'appliquer dans ce chapitre.

III.6 Observateur à grand gain

L'appellation *grand gain* provient de la structure de l'observateur lorsque la fonction non linéaire possède une grande constante *Lipschitz*, la moindre erreur entre l'état réel et l'état estimé va se répercuter. Par conséquent le gain G de l'observateur doit être important pour compenser cette amplification de l'erreur.

Les techniques à grand gain sont très répondues dans la littérature. Il s'agit principalement de technique de vérification qui permet d'établir des conditions suffisantes pour garantir la convergence de l'erreur d'estimation à zéro et d'assurer la stabilité du système.

L'observateur à grand gain possède la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + K(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (\text{III.9})$$

Avec K est le gain d'observation.

III.7 Observateur par mode de glissement

L'observateur à mode glissant est un observateur constituer essentiellement d'une fonction signe dans son terme de correction.

Le principe des observateurs mode glissant consiste à contraindre, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une variété s dite surface de glissement [12].

L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement.

III.7.1 Conception d'un observateur mode de glissement

Dans le cas d'observateur par mode de glissement, la surface de glissement n'est rien que l'erreur d'estimation entre les deux sorties ; réelle et estimée.

La convergence au point d'équilibre est réalisée en deux phases :

Première phase, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures) $S = y - \hat{y}$ sont nulles. Cette étape qui est généralement très dynamique est appelée mode d'atteinte.

Seconde phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est appelé mode de glissement.

L'observateur par mode de glissement candidat pour le système non linéaire (III.3) est défini par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - K \text{sign}(S) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Avec K est le gain d'observation.

On remarque que l'observateur obtenu est une copie du modèle du système plus un terme correcteur qui établit la convergence de \hat{x} vers x .

Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue signe appliquée à l'erreur de sortie où la fonction signe (x) est définie par [16] :

$$\text{sign}(S) = \begin{cases} 1 & \text{si } S > 0 \\ 0 & \text{si } S = 0 \\ -1 & \text{si } S < 0 \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur par mode de glissement doit respecter deux conditions :

- La première condition concerne le mode d'atteinte et garantit l'attractivité de la surface de glissement $S=0$.

La surface de glissement est attractive si la fonction de Lyapunov $V(x) = S^T S$ vérifie la condition : $\dot{V}(x) < 0$ si $S \neq 0$.

- La deuxième condition concerne le mode glissant, durant cette étape, le gain d'observation K agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante : $\begin{cases} \dot{S} = 0 \\ S = 0 \end{cases}$.

III.7.2 Observateur par mode de glissement pour quadrotor

La loi de commande adaptative synthétisée dans le deuxième chapitre (II.15) avec ses lois d'adaptation données par (II.16) dépend essentiellement du vecteur d'état. Cependant, l'utilisation de cette commande est impossible si le vecteur d'état est indisponible pour la mesure.

Dans cette partie, un observateur par mode de glissement est synthétisé pour estimer toutes les variables d'états en utilisant les informations entrées sorties seulement.

On définit le vecteur E_i par :

$$E_i = \begin{bmatrix} e_i \\ \dot{e}_i \end{bmatrix} \quad i = \overline{1:6} \quad (\text{III.12})$$

La dynamique de ce dernier s'exprime par :

$$\dot{E}_i = A_i E_i + B_i \dot{s}_i \quad (\text{III.13})$$

Avec $A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\lambda_i \end{bmatrix}$ et $B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.



Le système (III.13) présente une autre représentation d'état pour le quadrotor, où, le vecteur E_i est inconnu ce qui nécessite l'emploi d'un observateur.

L'observateur par mode de glissement utilisé pour l'estimation du vecteur d'état est donnée par :

$$\dot{\hat{E}}_i = A_i \hat{E}_i + K \text{sign}(e - \hat{e}) \quad (\text{III.14})$$

Où $K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$ est le gain d'observation.

En utilisant les états estimés par cet observateur la loi de commande adaptative utilisée sera :

$$U_N = \hat{g}_N^{-1}(\hat{v} + K\hat{s} - \hat{f} + \hat{v}_s) \quad (\text{III.15})$$

Avec les lois d'adaptation suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{v}}_s &= F_{v_s} \hat{s} \\ \dot{\hat{f}} &= -F_f \hat{s} \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

\hat{s} et \hat{v} sont les estimés de s et v respectivement comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{s} &= [\hat{s}_1 \quad \dots \quad \hat{s}_6]^T, \hat{s}_i = \dot{\hat{e}}_i + \lambda_i \hat{e}_i \\ \hat{v} &= [\hat{v}_1 \quad \dots \quad \hat{v}_6]^T, \hat{v}_i = \ddot{y}_{di} + \lambda_i \dot{\hat{e}}_i \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

III.7.3 Application sur le quadrotor

Pour montrer l'efficacité de la technique présentée, des simulations ont été effectuées sur le modèle dynamique du quadrotor.

Les paramètres des observateurs sont donnés par le tableau ci-dessous, et les paramètres de la commande adaptative sont les mêmes utilisés dans le chapitre précédent.

Tableau III.1 Paramètre d'observateur.

Paramètres	K_i	λ_i
X	[50,100]	50
Y	[50,100]	50
Z	[10,50]	10
φ	[200,500]	50
θ	[200,500]	50
ψ	[10,50]	10

Remarque : le fonction signe d'observateur (eq (III.14)) est remplacée par la fonction :

$$\tanh(x) = \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$$

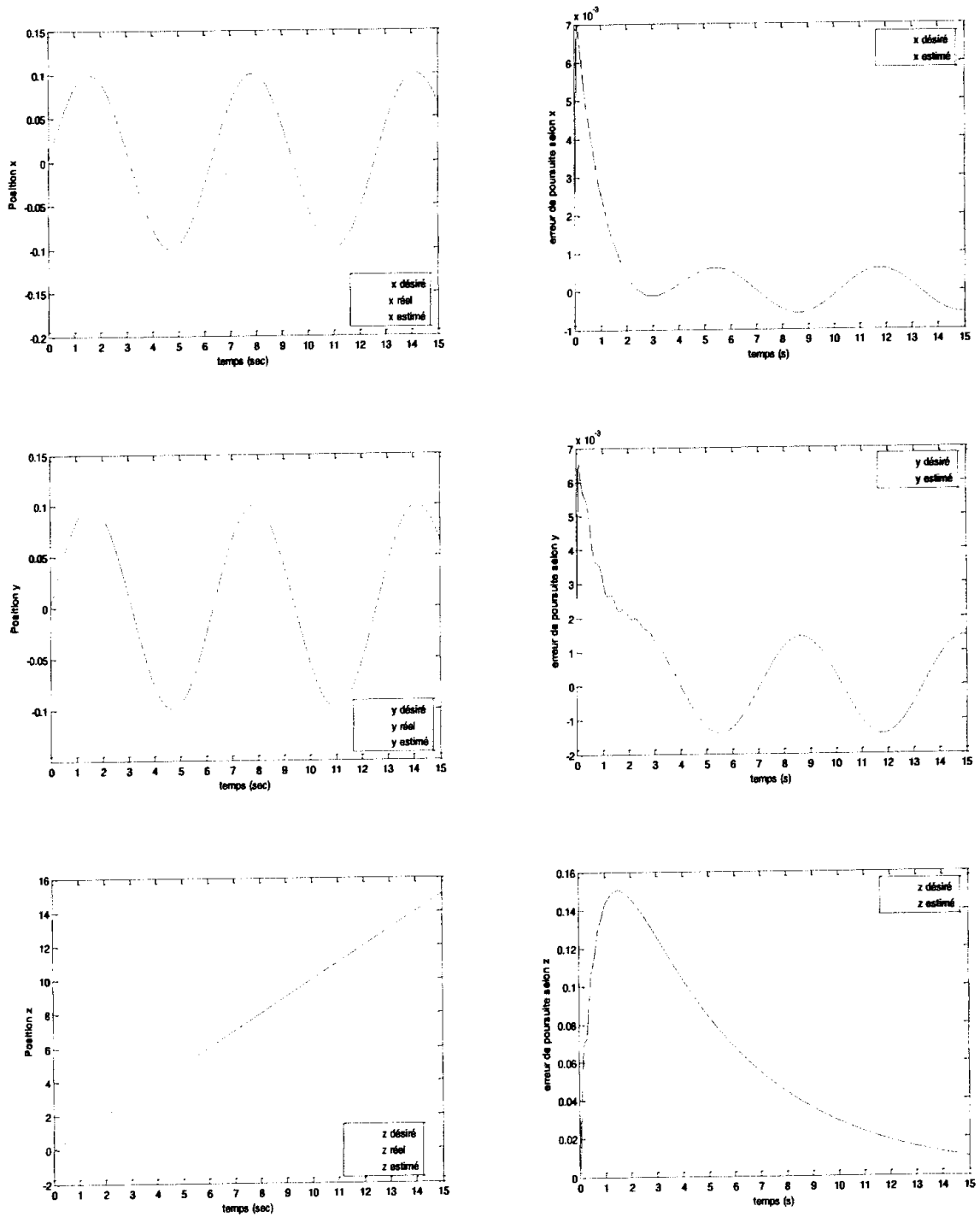


Figure III-2 : Mouvement selon (x, y, z) et les erreurs de poursuites.

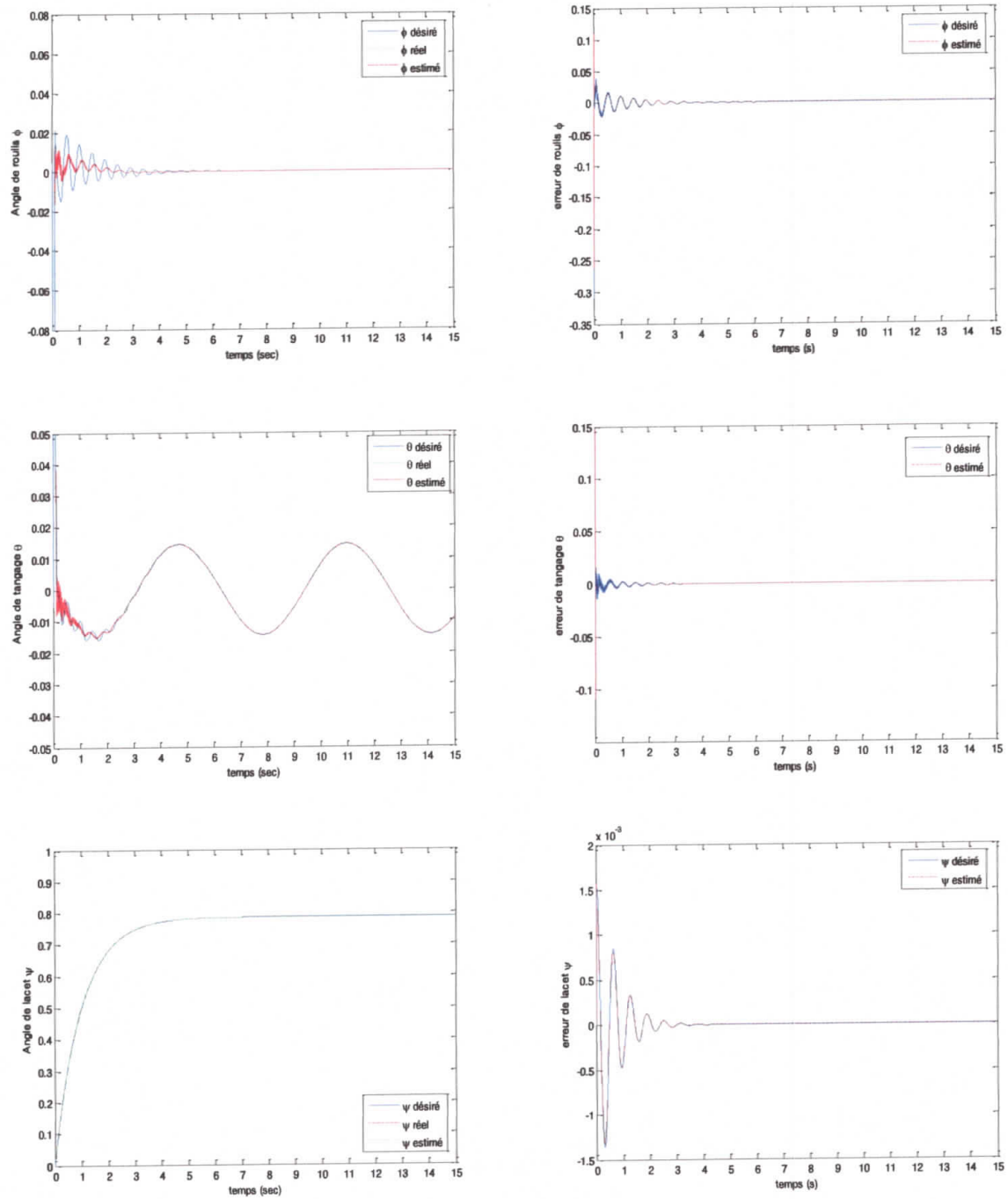


Figure III-3 : Angle de rotation (ϕ, θ, ψ) et les erreurs de poursuites.

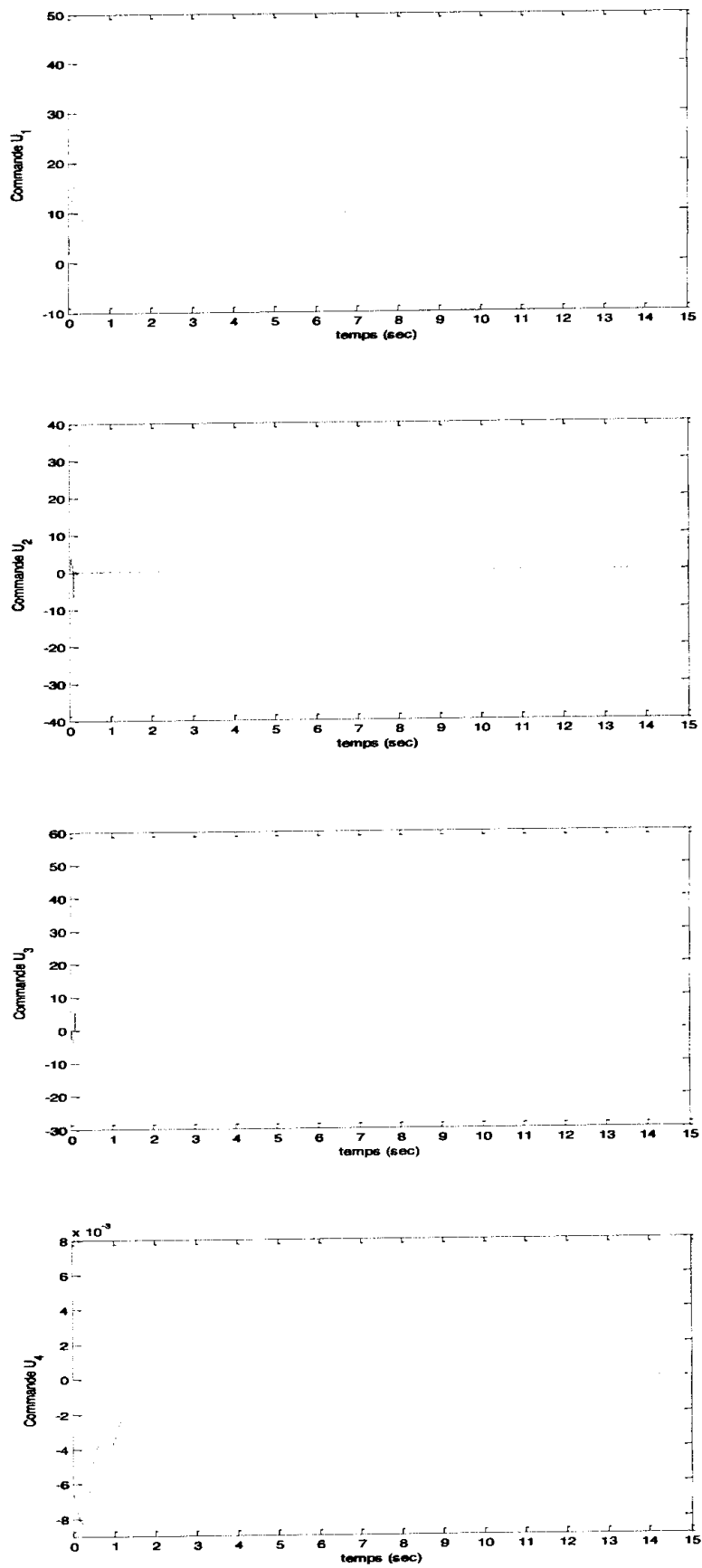


Figure III-4 : signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4 .

Les états estimés convergent vers les états réels ce qui prouve l'efficacité de l'observateur utilisé et par conséquent la bonne poursuite est assurée par la commande adaptative.

III.8 Conclusion

Le problème du non disponibilité de vecteur d'état a été résolu par l'implémentation d'un observateur par mode de glissement. La structure de cet observateur consiste à recopier le modèle du système à commander et additionné un terme de correction qui gantie la convergence vers le système réelle. Le terme de correction est caractérisé essentiellement par la fonction signe. Cette dernière, est connue par ses qualités de robustesse vis-à-vis les incertitudes et les variations paramétriques. Les résultats de simulations effectuées sur le modèle dynamique de quadrotor, ont montrés la convergence des états estimés vers les états réels et comme résultat, les performances désirées de quadrotor ont été atteindre par la loi de commande adaptative implémentée.

Cependant, l'observateur par mode de glissement souffre d'un problème major est la sensibilité aux bruits de mesures. Une solution est dans le chapitre suivant.

Chapitre IV :

Commande adaptative basé sur un observateur par de glissement adaptatif

IV.1 Introduction

Une loi de commande dépend souvent de toutes les mesures essentielles telles que : position, orientation, vitesse, accélération ...etc. Autrement dit, la conception des lois de commande nécessite la disponibilité de toutes les variables d'état à chaque instant. Plusieurs capteurs ont été développés pour les mesures tridimensionnelles tels que : les capteurs ultrasons et l'Unité de Mesure Inertielle (UMI).

Un observateur par mode de glissement est très robuste vis-à-vis les perturbations et les incertitudes. Cependant, la sensibilité aux bruits de mesure est un inconvénient major de cet observateur. Ce phénomène indésirable est causé principalement par la fonction *signe* et la valeur élevée utilisée le gain d'observation. Alors, des solutions ont été proposées telles que : l'implémentation d'un gain d'observation adaptatif, et l'utilisation des fonctions approximatives et lissent à la fonction *signe* à savoir : sigmoïde, saturation, tangent hyperbolique...etc. [6]

L'objectif principal de ce chapitre est de synthétiser un observateur insensible aux bruits de mesure. Cet observateur est basé sur l'observateur par mode de glissement classique mais on a ajouté la notion d'adaptation. La méthode directe de Lyapunov est utilisée pour étudier la stabilité du système global et assurer la bornitude de tous les signaux en boucle fermée. Des simulations ont été réalisées afin de montrer les performances de l'observateur adaptatif par rapport à l'observateur par mode de glissement classique.

IV.2 Observateur par mode de glissement adaptatif

Dans ce chapitre, le bruit de mesure est considéré, alors, le système étudié est donné par :

$$\Sigma_i = \begin{cases} \dot{x}_{i,j} = x_{i,j+1}, \\ \dot{x}_{i,r} = f_i(X) + g_i(X)u_i, \quad i = \overline{1:p}, \quad j = \overline{1:r_i-1} \\ Y_i = x_{i,1} + b_i \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Avec : b_i : présente le bruit de mesure qu'est supposé un bruit blanc gaussien

On a:

$$e_i^{r_i} = \hat{s}_i - \Phi_{0i} E_i \quad (\text{IV.2})$$

$$\Phi_{0i} = [0 \quad v_{i,1} \quad \cdots \quad v_{i,r_i-1}], \quad i = \overline{1:p}$$

La dynamique de vecteur d'état E_i est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{E}}_i = (A_i - B_i \Phi_{o_i}) E_i + B_i \dot{s}_i \\ e_i = C_i E_i \end{cases} \quad (IV.3)$$

L'observateur candidat pour le système d'équation (IV.3), est défini comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{E}}_i = (A_i - B_i \Phi_{o_i}) \hat{E}_i + O_i(\tilde{e}_i) \\ \hat{e}_i = C_i \hat{E}_i \end{cases} \quad (IV.4)$$

Avec : $\hat{E}_i = [\hat{e}_i \dot{\hat{e}}_i \dots \hat{e}_i^{r-1}]^T$ est l'estimé de E_i par l'observateur ci-dessus, le terme \tilde{e}_i représente l'erreur d'observation, elle est définie comme la différence entre l'erreur de poursuite mesurée et celle estimée par l'observateur (IV.4) ($\tilde{e}_i = e_i - \hat{e}_i$) et la fonction $O_i(\tilde{e}_i)$ est le terme de correction utilisé pour compenser les non linéarités et les termes inconnus dans le modèle d'état.

Le choix du terme de correction $O_i(\tilde{e}_i)$ définit le type de l'observateur utilisé, pour un observateur à mode glissant, le terme $O_i(\tilde{e}_i)$ est donné par :

$$O_i(\tilde{e}_i) = \delta_i \Delta_i \text{signe}(\tilde{e}_i) \quad (IV.5)$$

Avec \tilde{e}_i est la surface de glissement, $\delta_i \gg 1$ est le gain d'observation $\vartheta_{i,j} > 0$ ($i = \overline{1:6}, j = \overline{1:r_i}$) sont des paramètres de conception et Δ_i est donné par l'expression suivante :

$$\Delta_i = [\vartheta_{i_1} \vartheta_{i_2} \delta_i \dots \vartheta_{i_{r_i}} \delta_i^{r_i-1}]^T \quad (IV.6)$$

Remarque : Il existe d'autres types des observateurs par mode de glissement, dont, la fonction *signe* dans le terme de correction (équation (IV.5)) est remplacée par d'autres fonctions lisses telles que : *sat*, *tanh*, *sinh*, ... etc.

La robustesse de cet observateur est due à deux facteurs sont le gain d'observation δ_i et la fonction *signe* dans le terme de correction. Cependant ces derniers provoquent un phénomène indésirable qui est : l'amplification des bruits de mesures. Il est à noter que ce phénomène apparaît même si on approxime la fonction *signe* par une fonction lisse.

IV.2.1 Conception d'un observateur adaptative

Dans cette partie, un observateur adaptatif est proposé pour l'estimation du vecteur d'état E_i . L'objectif principal de cet observateur est de minimiser la sensibilité aux bruits de mesure.

En se basant sur l'expression donnée par (IV.4), l'observateur idéal insensible aux bruits de mesure a l'expression suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{E}}_i^* = (A_i - B_i \Phi_{o_i}) \hat{E}_i^* + O_i^*(\tilde{e}_i^*) \\ \hat{e}_i^* = C_i \hat{E}_i^* \end{cases} \quad (IV.7)$$

Avec : \hat{E}_i^* : est l'estimation idéale de E_i par l'observateur ci-dessus, $\tilde{e}_i^* = e_i - \hat{e}_i^*$: est l'erreur d'observation mesurée et $O_i^*(\tilde{e}_i^*)$ est le terme de correction idéal défini par :

$$O_i^*(\tilde{e}_i^*) = \Delta_i F^*(\tilde{e}_i^*) \quad (IV.8)$$

$$\text{Avec :} \quad F^*(\tilde{e}_i^*) = \mu_i T(A_i^T \bar{E}_i^*) \quad (IV.9)$$

Avec : $\bar{E}_i^* = [e_i \hat{e}_i^*]$: est le vecteur d'entrée idéal et $T(\tilde{e}_i^*)$: est la fonction *tanh*

A_i et μ_i sont inconnus ce qui implique que l'implémentation de l'observateur (IV.7) est impossible. Alors ils sont approximés par \hat{A}_i et $\hat{\mu}_i$ en utilisant un mécanisme d'adaptation et l'observateur adaptatif proposé est défini par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{E}}_i = (A_i - B_i \Phi_{o_i}) \hat{E}_i + \Delta_i F(\tilde{e}_i) \\ \hat{e}_i = C_i \hat{E}_i \end{cases} \quad (IV.10)$$

Avec : la fonction $F(\tilde{e}_i)$ est l'approximée adaptative de la fonction $F^*(\tilde{e}_i^*)$

$$F(\tilde{e}_i) = \hat{\mu}_i T(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) \quad (IV.11)$$

Pour la mise en œuvre de l'observateur adaptatif proposé, les lois d'adaptation des estimés $\hat{\mu}_i, \hat{A}_i$ sont données par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mu}}_i = F_{\mu_i} (T(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) \tilde{e}_i + k_{\mu_i} (\bar{\mu}_i - \hat{\mu}_i)) \\ \dot{\hat{A}}_i = F_{A_i} (\bar{E}_i \tilde{e}_i \hat{\mu}_i T(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) + k_{A_i} (\bar{A}_i - \hat{A}_i)) \end{cases} \quad (IV.12)$$

Avec : $F_{\mu_i} > 0$, $F_{A_i} > 0$, $\kappa_{\mu_i} > 0$, et $\kappa_{A_i} > 0$ sont des gains d'adaptation.

Le vecteur d'état $\tilde{E}_i = E_i - \hat{E}_i$ est défini comme étant le vecteur des erreurs d'observation, sa dynamique est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{E}}_i = (A_i - B_i \Phi_{0i}) \tilde{E}_i + B_i \dot{s}_i - \Delta_i F(\tilde{e}_i) \\ \tilde{e}_i = C_i \tilde{E}_i \end{cases} \quad (IV.13)$$

Avec : $\tilde{\mu}_i = \mu_i - \hat{\mu}_i, \tilde{A}_i = A_i - \hat{A}_i$ sont les erreurs d'approximation,

IV.3 Etude de stabilité

Dans cette partie, la stabilité du système global (contrôleur adaptatif / observateur adaptatif) est étudiée par la méthode directe de Lyapunov est utilisée. Pour cela, on utilise :

i). Soit $Q_i = Q_i^T > 0$ la solution algébrique unique de l'équation de Lyapunov définie par l'équation ci-dessous :

$$Q_i + A_i^T Q_i + Q_i A_i = C_i^T C_i \quad (IV.14)$$

Avec A_i et C_i sont définies par :

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{r_i \times r_i}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{r_i \times 1}, C_i^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{r_i \times 1}. \quad (IV.15)$$

Et les éléments de la matrice Q_i sont donnés par :

$$Q_i(l, k) = (-1)^{l+k} \frac{(l+k-2)!}{(l-1)!(k-1)!} \quad (IV.16)$$

ii). Nous définissons le nouveau vecteur d'état Z_i , dont :

$$Z_i = \Delta_{di}^{-1} \tilde{E}_i \quad (IV.17)$$



Avec :

$$\Delta_{di} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta_i^{r_i-1} \end{bmatrix} \quad (IV.18)$$

Cependant, ce changement de variables implique les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \|Z_i\| \leq \|\tilde{E}_i\|, & \|\tilde{E}_i\| \leq \delta_i^{r_i-1} \|Z_i\| \\ \tilde{e}_i = C_i \tilde{E}_i = C_i \Delta_{di} Z_i = C_i Z_i = z_i \\ \Delta_{di}^{-1} A_i \Delta_{di} = \delta_i A_i, & \Delta_{di}^{-1} \Delta_i = \bar{g}_i \end{cases} \quad (IV.19)$$

Tel que :

$$\bar{g}_i = [g_{i,1} \quad g_{i,2} \quad \dots \quad g_{i,r_i}]^T \in \mathfrak{R}^{r_i} \quad (IV.20)$$

Le vecteur \bar{g}_i doit vérifier la relation suivante :

$$\bar{g}_i = Q_i^{-1} C_i^T \quad (IV.21)$$

En utilisant, ce nouveau vecteur d'état, le système d'équation (IV.13) peut prendre la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{Z}_i = (\delta_i A_i - \Delta_{di}^{-1} B_i \Phi_{0i} \Delta_{di}) Z_i + \Delta_{di}^{-1} B_i \hat{s}_i - Q_i^{-1} C_i^T F(\tilde{e}_i) \\ z_i = C_i Z_i \end{cases} \quad (IV.22)$$

iii). Après l'implémentation des (II.15) et (III.15) dans (II.13) on aura :

$$\dot{\hat{s}}_i = -k_i \hat{s}_i + k_i \tilde{s}_i + \tilde{v}_i + \tilde{v}_{si} - \tilde{f}_i \quad (IV.23)$$

On a :

$$\tilde{s}_i = s_i - \hat{s}_i = \Phi_i \tilde{E}_i = \Phi_i \Delta_{di} Z_i \quad (IV.24)$$

Avec $\Phi_i = [v_{i,1} \quad \dots \quad v_{i,r_i-1} \quad 1]$ $i = \overline{1:p}$

iv). $\forall \bar{x} = [x_1 \quad \dots \quad x_{r_i}] \in \mathfrak{R}^{r_i}$, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\bar{x}^T \left(C_i^T F(x_i) - \frac{\delta_i}{2} C_i^T C_i \bar{x} \right) \geq 0 \quad (IV.25)$$

Pour étudier la stabilité de système, on considère la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$L = L_1 + L_2 \quad (IV.26)$$

Avec :

$$L_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \left(Z_i^T Q_i Z_i + F_{\mu_i}^{-1} \tilde{\mu}_i^2 + \tilde{A}_i^T F_{A_i}^{-1} \tilde{A}_i \right) \quad (IV.27)$$

Et :

$$L_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \left(g_i^{-1} s_i^2 + F_f \tilde{f}_i^2 + \tilde{v}_{si}^T F_{vs}^{-1} \tilde{v}_{si} \right) \quad (IV.28)$$

La première dérivée de L_1 par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{L}_1 = \sum_{i=1}^p \left(\frac{1}{2} Z_i^T Q_i \dot{Z}_i + \frac{1}{2} \dot{Z}_i^T Q_i Z_i + F_{\mu_i}^{-1} \tilde{\mu}_i \dot{\tilde{\mu}}_i + \tilde{A}_i^T F_{A_i}^{-1} \dot{\tilde{A}}_i \right) \quad (IV.29)$$

En utilisant l'équation définie par (IV.22) et les lois d'adaptation de l'observateur adaptatif données par (IV.12), l'expression dans (IV.29) devient :

$$\dot{L}_1 = \sum_{i=1}^p \left(\begin{array}{l} -Z_i^T Q_i \left(\frac{\delta_i}{2} I + \Delta_{di}^{-1} B_i \Phi_{0i} \Delta_{di} \right) Z_i - Z_i^T \left(C_i^T F^* (\tilde{e}_i) - \frac{\delta_i}{2} C_i^T C_i Z_i \right) \\ + Z_i^T C_i^T \tilde{F}(\tilde{e}_i) + Z_i^T Q_i \Delta_{di}^{-1} B_i \dot{s}_i - \tilde{\mu}_i T'(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) \tilde{e}_i - \tilde{A}_i^T \bar{E}_i \tilde{e}_i \tilde{\mu}_i T'(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) \\ - \kappa_{\mu_i} \tilde{\mu}_i (\bar{\mu}_i - \hat{\mu}_i) - \tilde{A}_i^T \kappa_{A_i} (\bar{A}_i - \hat{A}_i) \end{array} \right) \quad (IV.30)$$

Le développement limité de premier ordre de la fonction $T(A_i^T \bar{E}_i)$ est donnée par :

$$T(A_i^T \bar{E}_i) = T(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) + T'(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) \tilde{A}_i^T \bar{E}_i + O(\tilde{A}_i^T \bar{E}_i)^2 \quad (IV.31)$$

Alors ;

$$\tilde{F}(\tilde{e}_i) = F^*(\tilde{e}_i^*) - F(\tilde{e}_i) = \tilde{\mu}_i T'(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) + \hat{\mu}_i T'(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) \tilde{A}_i^T \bar{E}_i + w_{i,o} \quad (IV.32)$$

Avec :

$$w_{i,o} = \mu_i^T \left\{ T(A_i^T \bar{E}_i^*) - T(A_i^T \bar{E}_i) \right\} + \mu_i O(\tilde{A}_i^T \bar{E}_i)^2 + \tilde{\mu}_i^T T'(\hat{A}_i^T \bar{E}_i) \tilde{A}_i^T \bar{E}_i \quad (IV.33)$$

Hypothèse. $\|A_i\| \leq A_{i,m}$, $|\mu_i| \leq \mu_{i,m}$, $\|w_{i,o}\| \leq \bar{w}_{i,o}$, avec $A_{i,m}$, $\mu_{i,m}$ et $\bar{w}_{i,o}$ sont les constantes positives inconnues.

Par l'implémentation des équations (IV.23), (IV.25), (IV.32), la condition dans l'équation (IV.30) et par l'utilisation d'hypothèse suivante :

dans l'équation (IV.31) on aura :

$$\dot{L}_1 = \sum_{i=1}^p \|Z_i\| \left(\begin{array}{l} -Z_i^T Q_i \left(\frac{\delta_i}{2} I + \Delta_{di}^{-1} B_i \Phi_{1i} \Delta_{di} \right) Z_i + \|Q_i \Delta_{di}^{-1} B_i\| \|\tilde{v}_{si}\| \|Z_i\| \\ + \|Q_i \Delta_{di}^{-1} B_i\| \|\tilde{f}_i\| \|Z_i\| + \|Q_i \Delta_{di}^{-1} B_i k_i\| |s_i| \|Z_i\| + \bar{w}_{i,o} \|Z_i\| \\ + \kappa_\mu \left(\bar{\mu}_i |\tilde{\mu}_i| + \mu_{i,m} |\tilde{\mu}_i| - |\tilde{\mu}_i|^2 \right) + \kappa_A \left(\bar{A}_i \|\tilde{A}_i\| + A_{i,m} \|\tilde{A}_i\| - \|\tilde{A}_i\|^2 \right) \end{array} \right) \quad (IV.31)$$

Avec : $(\Phi_{1,i} = \Phi_{0i} - k_i \Phi_i - \Phi_{0i} \Phi_i)$

Par l'utilisation de l'ensemble des inégalités suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \|Q_i \Delta_{di}^{-1} B_i k_i\| \leq \frac{k_i}{\delta_i^{r_i-1}} \|Q_i\|, \quad \|Q_i \Delta_{di}^{-1} B_i\| \leq \frac{\|Q_i\|}{\delta_i^{r_i-1}}, \quad \|Q_i \Delta_{di}^{-1} B_i \Phi_{0i} \Delta_{di}\| \leq \|Q_i\| \|\Phi_{0i}\| \\ -\frac{1}{2} |\tilde{\mu}_i|^2 + \bar{\mu}_i |\tilde{\mu}_i| \leq \frac{\bar{\mu}_i^2}{2}, \quad -\frac{1}{2} |\tilde{\mu}_i|^2 + \mu_{i,m} |\tilde{\mu}_i| \leq \frac{\mu_{i,m}^2}{2}, \quad -\frac{1}{2} \|\tilde{A}_i\|^2 + \bar{A}_i \|\tilde{A}_i\| \leq \frac{\bar{A}_i^2}{2}, \\ -\frac{1}{2} \|\tilde{A}_i\|^2 A_{i,m} \|\tilde{A}_i\| \leq \frac{A_{i,m}^2}{2}. \end{array} \right. \quad (IV.34)$$

dans (IV.33), on obtient :

$$\dot{L}_1 = \sum_{i=1}^p \|Z_i\| \left(\begin{array}{l} -\left(\frac{\delta_i}{2} \|Q_i\|_{\min} - \|\Phi_{1i}\| \|Q_i\| \right) \|Z_i\|^2 + \frac{\|Q_i\|}{\delta_i^{r_i-1}} \|\tilde{v}_{si}\| \|Z_i\| + \frac{\|Q_i\|}{\delta_i^{r_i-1}} \|\tilde{f}_i\| \|Z_i\| + \frac{k_i \|Q_i\|}{\delta_i^{r_i-1}} |s_i| \|Z_i\| \\ + \bar{w}_{i,o} \|Z_i\| + \frac{\kappa_\mu (\bar{\mu}_i^2 + \mu_{i,m}^2)}{2} + \frac{\kappa_A (\bar{A}_i^2 + A_{i,m}^2)}{2} \end{array} \right) \quad (IV.35)$$

Avec $\|\cdot\|_{\min}$ est la norme minimale et $\|\cdot\|$ est la norme maximale d'une matrice donnée.

Les mêmes étapes pour le deuxième terme de la fonction de Lyapunov, dont, sa première dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$L_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \left(g_i^{-1} s_i \dot{s}_i + F_f \tilde{f}_i \dot{\tilde{f}}_i + \tilde{v}_{si}^T F_{vs}^{-1} \dot{\tilde{v}}_{si} \right) \quad (IV.36)$$

En utilisant les lois de commandes et les lois d'adaptation dans le deuxième chapitre, l'expression de l'erreur filtrée dans (IV.24), et le fait que :

$$\dot{L}_2 \leq \sum_{i=1}^p \left(-k_i s_i^2 + k_i \delta_i^{r_i-1} \|\Phi_i\| |s_i| \|Z_i\| \right) \quad (IV.37)$$

Alors, \dot{L} est :

$$\dot{L} \leq \sum_{i=1}^p \left(\begin{aligned} & -k_i s_i^2 - \left(\frac{\delta_i}{2} \|Q_i\|_{\min} - c_{1,i} \right) \|Z_i\|^2 + \frac{\|Q_i\|}{\delta_i^{r_i-1}} \|\tilde{v}_{s_i}\| \|Z_i\| + \frac{\|Q_i\|}{\delta_i^{r_i-1}} \|\tilde{f}_i\| \|Z_i\| \\ & + k_i c_{2,i} |s_i| \|Z_i\| + \bar{w}_{i,o} \|Z_i\| + c_{3,i} \end{aligned} \right) \quad (\text{IV.38})$$

Avec :

$$\begin{cases} c_{1,1} = \|\Phi_{1i}\| \|Q_i\|, c_{1,2} = \frac{\|Q_i\|}{\delta_i^{r_i-1}} + \delta_i^{r_i-1} \|\Phi_i\|, \\ c_{1,3} = \frac{\kappa_{\mu_i}}{2} (\bar{\mu}_i^2 + \mu_{i,m}^2) + \frac{\kappa_{A_i}}{2} (\bar{A}_i^2 + A_{i,m}^2) \end{cases} \quad (\text{IV.39})$$

En remplaçant les inégalités suivantes dans (IV.38) :

$$\begin{cases} 2\|Z_i\| |s_i| \leq \frac{\|Z_i\|^2}{\alpha_{i,1}} + \alpha_{i,1} |s_i|^2, 2\|\tilde{v}_{s_i}\| \|Z_i\| \leq \frac{\|Z_i\|^2}{\alpha_{i,2}} + \alpha_{i,2} \|\tilde{v}_{s_i}\|^2, \\ 2\|\tilde{f}_i\| \|Z_i\| \leq \frac{\|Z_i\|^2}{\alpha_{i,3}} + \alpha_{i,3} \|\tilde{f}_i\|^2, 2\bar{w}_{i,o} \|Z_i\| \leq \frac{\|Z_i\|^2}{\alpha_{i,4}} + \alpha_{i,4} \bar{w}_{i,o}^2 \end{cases} \quad (\text{IV.40})$$

avec α_{ij} est une constante positive choisie suffisamment petite, nous obtenons :

$$\dot{L} \leq \sum_{i=1}^p \left(-k_i (1 - \beta_{1,i}) s_i^2 - \delta_i^{r_i-1} \left(\frac{\|Q_i\|_{\min}}{2\delta_i^{2r_i-1}} - \beta_{2,i} \right) \|\tilde{E}_i\|^2 + \beta_{3,i} \right) \quad (\text{IV.41})$$

Avec :

$$\begin{cases} \beta_{1,i} = \frac{c_{2,i}}{2} \alpha_{i,1} \\ \beta_{2,i} = c_{1,i} + k_i c_{2,i} \frac{1}{2\alpha_{i,1}} + \frac{1}{2\alpha_{i,4}} + \frac{\|Q_i\|}{2\delta_i^{r_i-1}} \left(\frac{1}{\alpha_{i,2}} + \frac{1}{\alpha_{i,3}} \right) \\ \beta_{3,i} = \frac{\|Q_i\|}{2\delta_i^{r_i-1}} \alpha_{i,2} \|\tilde{v}_{s_i}\|^2 + \frac{\|Q_i\|}{2\delta_i^{r_i-1}} \alpha_{i,3} \|\tilde{f}_i\|^2 + \frac{1}{2} \alpha_{i,4} \bar{w}_{i,o}^2 + c_{3,i} \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

nous pouvons conclure que $\dot{L} < 0$ est négatif, si les signaux s_i, \tilde{E}_i , sont en dehors des ensembles compacts $\Omega_{s_i}, \Omega_{\tilde{E}_i}$, donnés par :

$$\begin{cases} \Omega_{s_i} = \left\{ s_i / \|s_i\| \leq \sqrt{\frac{\beta_{3,i}}{k_i(1-\beta_{1,i})}} \right\}, \\ \Omega_{\tilde{E}_i} = \left\{ \tilde{E}_i / \|\tilde{E}_i\| \leq \sqrt{\frac{2\beta_{3,i}\delta_i^{2r_i-1}}{\|Q_i\|_{\min} - 2\delta_i^{2r_i-1}}} \right\} \end{cases}, \quad (\text{IV.43})$$

Selon le théorème standard de Lyapunov, nous concluons que s_i, \tilde{E}_i , sont bornés et convergent aux ensembles compacts $\Omega_{s_i}, \Omega_{\tilde{E}_i}$,. De plus, le rayon de ces ensembles peut être rendu arbitrairement petit si k_i, δ_i, κ_i sont choisis suffisamment grands.

IV.4 Application sur quadrotor

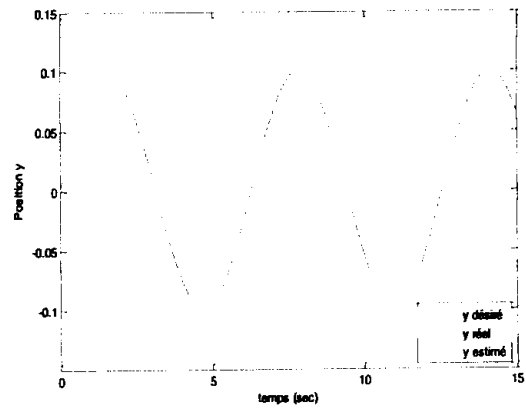
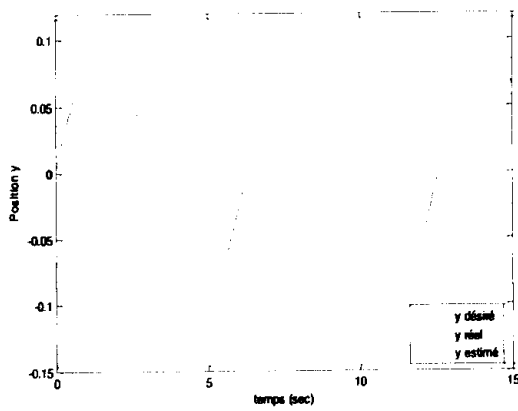
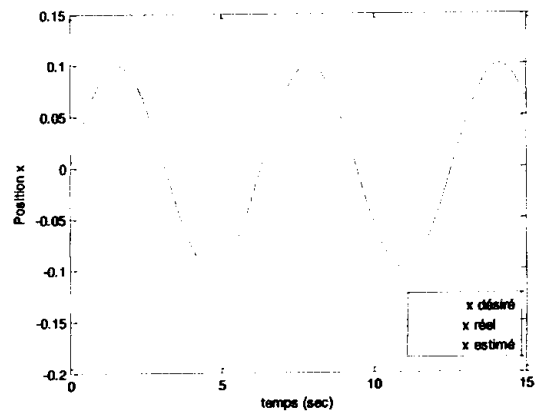
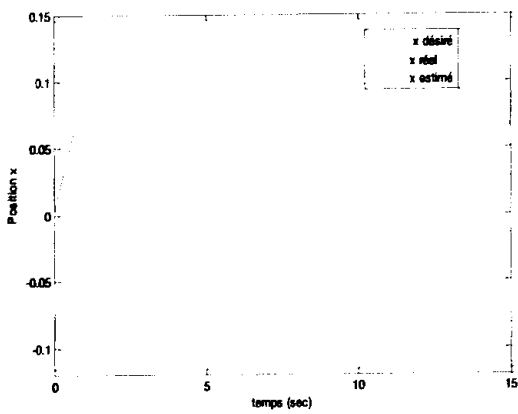
Des simulations ont été effectuées sur le modèle dynamique du quadrotor afin de monter l'efficacité de cet observateur.

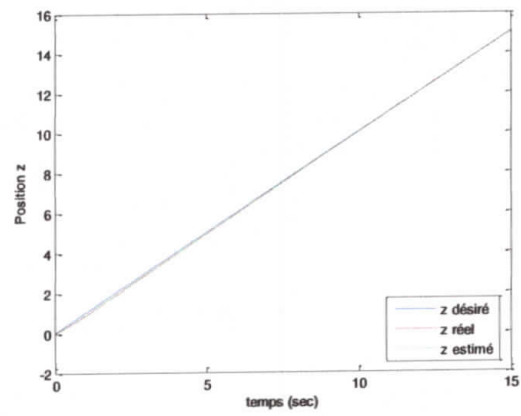
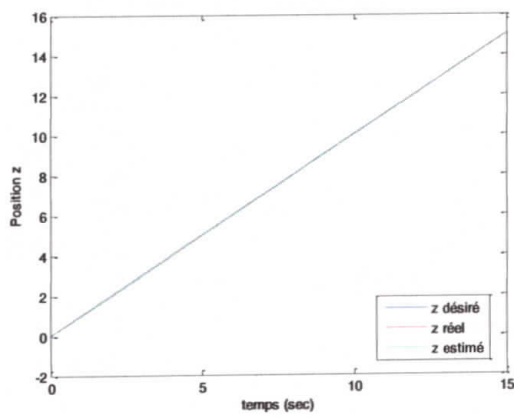
Tableau IV.1 Paramètres d'observateur adaptative

Paramètres	\bar{A}
x	[0.3, -1]
y	[0.3, -1]
z	[0.5, -1]
φ	[0.2,-1]
θ	[0.2,-1]
ψ	[0.3, -1]
Paramètres	$\bar{\mu}$
x	20
y	20
z	50
φ	20
θ	20
ψ	25

Une étude comparative est effectuée entre les résultats obtenus par l'utilisation d'un observateur par mode de glissement et l'observateur adaptative.

Un bruit blanc gaussien est ajouté aux mouvements de rotation.

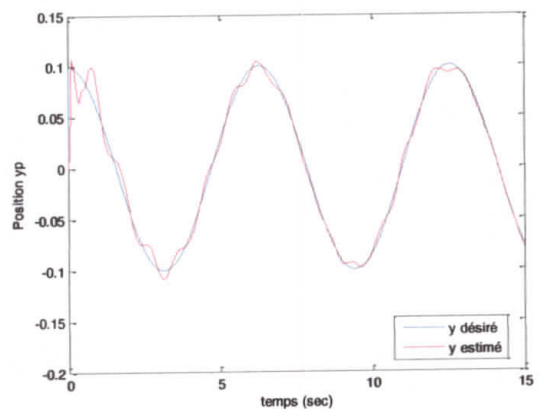
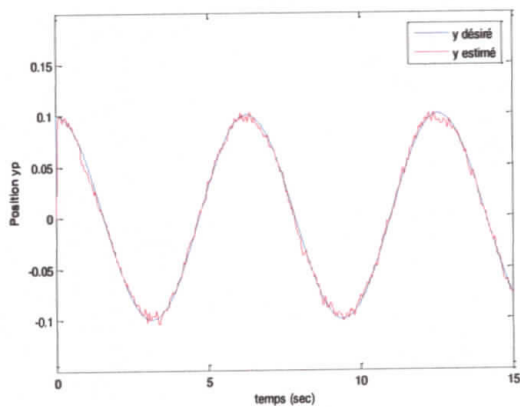
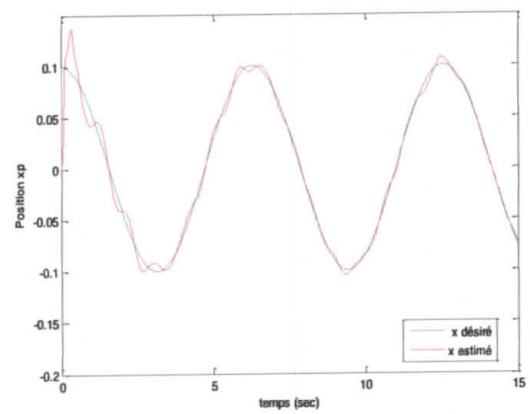
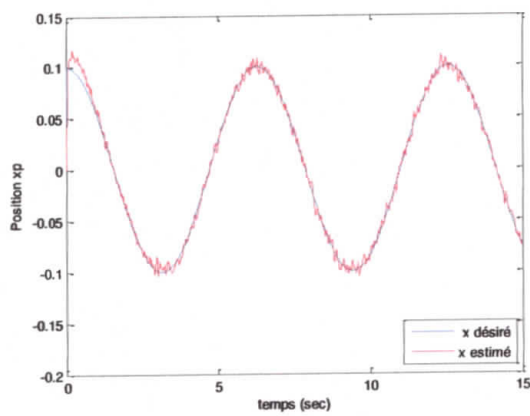


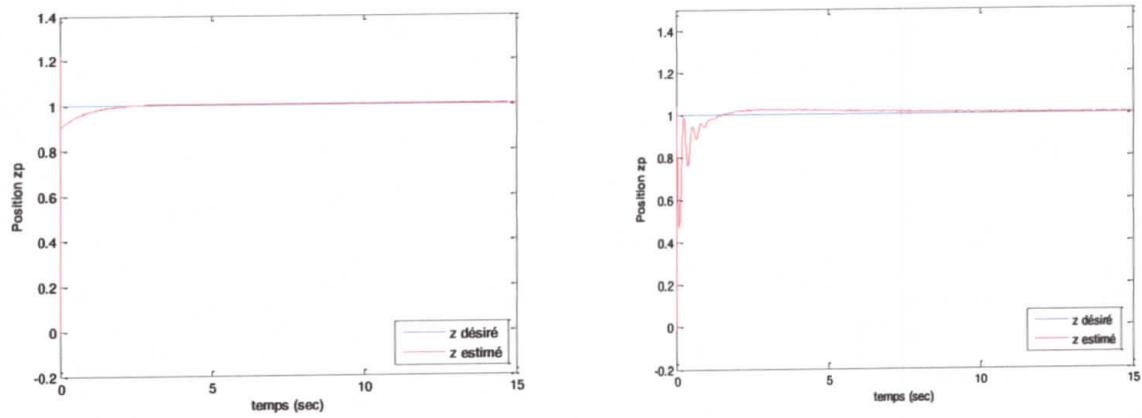


(1^{ère} colonne : OMG, 2^{ème} colonne : OMG Adaptative)

Figure IV-1 : Mouvement selon (x, y, z).

La poursuite en translation est bonne pour les deux cas.

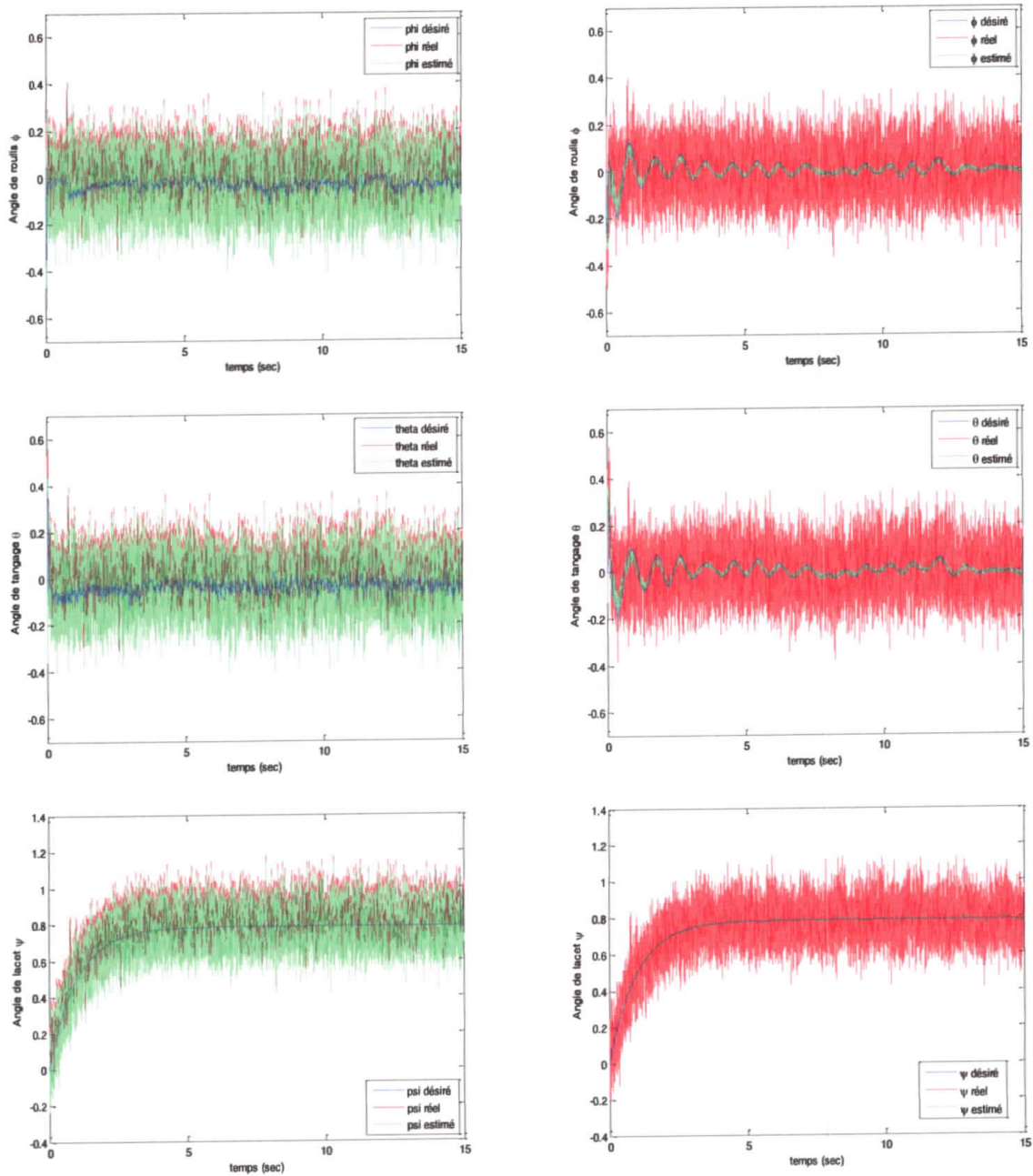




(1^{ère} colonne : OMG, 2^{ème} colonne : OMG Adaptative)

Figure IV-2 : vitesses de translations.

Les signaux estimés de la vitesse de translation par l'observateur adaptatif sont plus lissés que ceux estimés par l'observateur à mode de glissement.



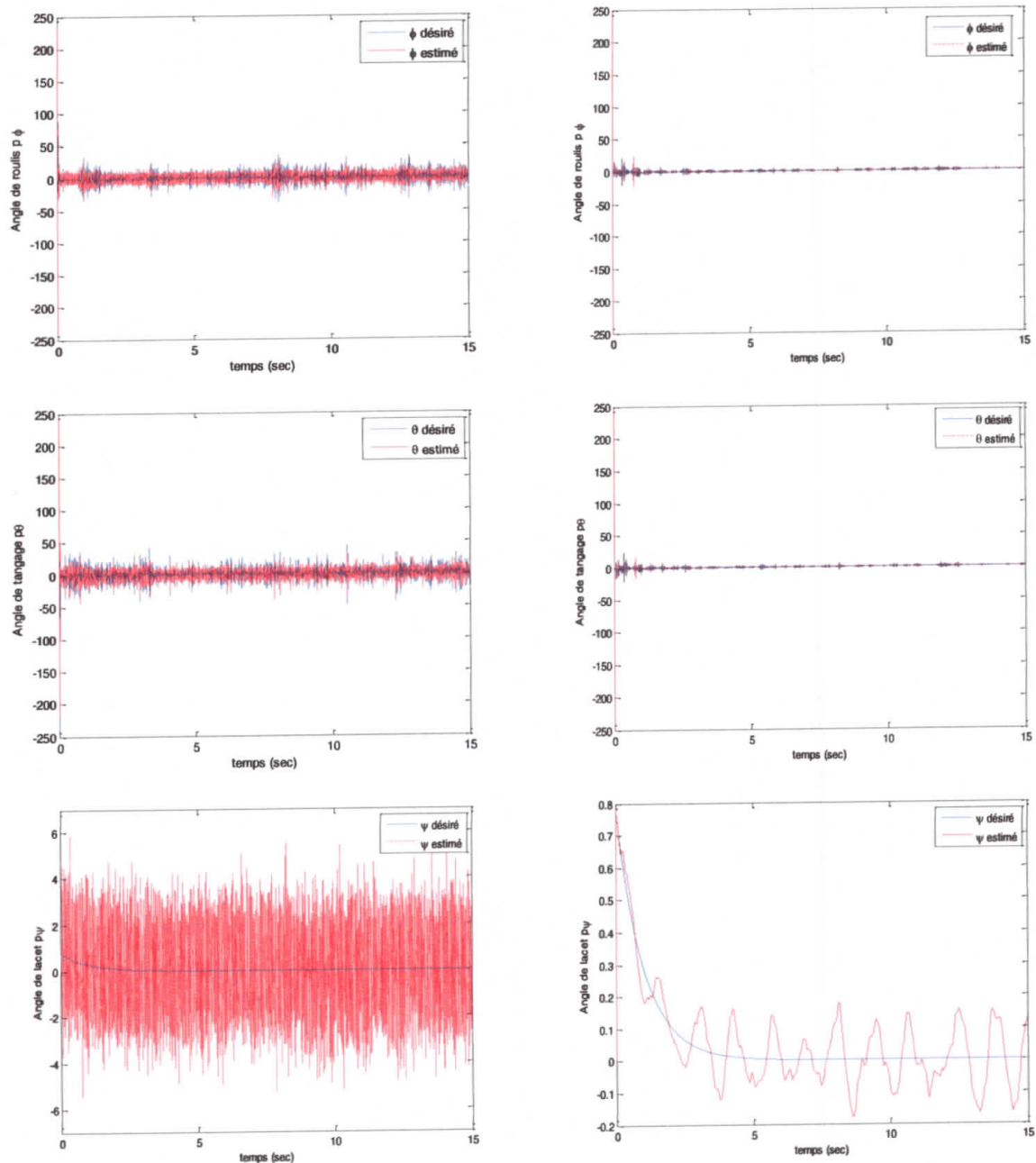
(1^{ère} colonne : OMG, 2^{ème} colonne : OMG Adaptative)

Figure IV-3 : Angles de rotation (φ , θ , Ψ).

Le mouvement de rotation présente clairement l'avantage de l'observateur adaptatif par rapport à l'observateur classique.

Les signaux estimés par l'observateur adaptatif sont la moyenne des signaux réels et les signaux estimés par l'observateur à mode de glissement.

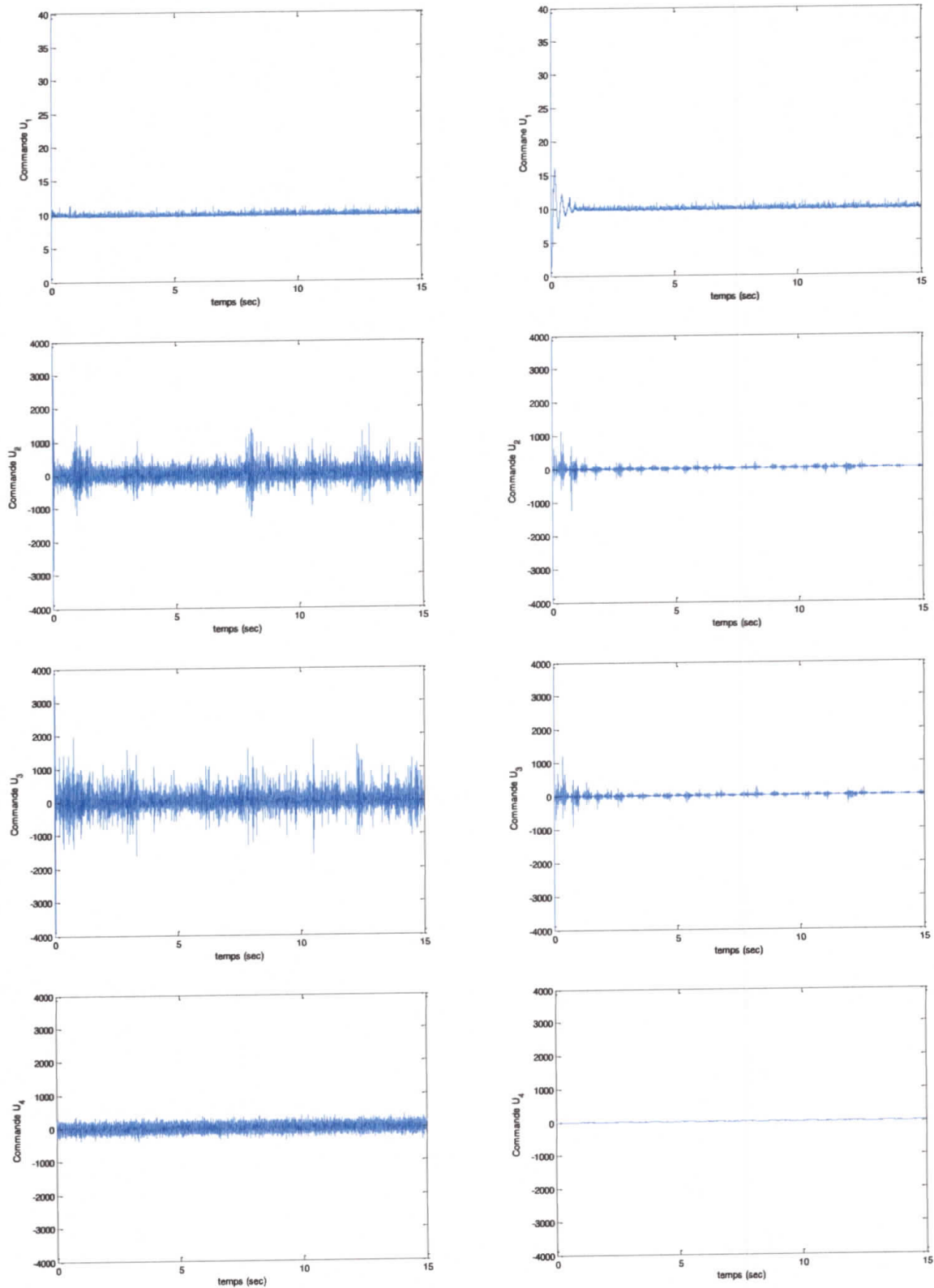
Même les trajectoires désirées en roulis et en tangage sont plus bruitées avec l'observateur classique.



(1^{ère} colonne : OMG, 2^{ème} colonne : OMG Adaptative)

Figure IV-4 : vitesses de rotations.

La figure ci-dessus, montre l'efficacité de l'observateur adaptatif, d'où, l'amplitude des signaux estimés par ce dernier sont 10 fois plus petites que ceux estimés par l'observateur à mode de glissement (20 fois plus petite pour la vitesse de rotation du lacet).



(1^{ère} colonne : OMG, 2^{ème} colonne : OMG Adaptative)

Figure IV-5 : Signaux de commandes.

L'utilisation de l'observateur utilisé a permis d'obtenir des signaux de commande plus lisses et nettoyés par rapport aux signaux obtenus par l'utilisation de l'observateur par mode de glissement. On peut dire que les commandes dans la deuxième colonne sont les moyennes des commandes de la première colonne.

IV.5 Conclusion

La conception d'un observateur adaptative insensible aux bruits de mesure est l'objectif principal de ce chapitre.

L'observateur adaptative est basé sur la structure de l'observateur par mode de glissement classique à l'addition de termes adaptatifs afin d'éviter le problème de sensibilité aux bruits.

Une étude de stabilité du système globale est effectuée par la méthode directe de Lyapunov. Une étude comparative entre les deux observateurs (adaptatif et classique) par les résultats de simulation réalisés sur le modèle dynamique d'un quadrotor à la présence d'un bruit blanc gaussien.

Les résultats ont montré l'efficacité de l'observateur adaptatif comparant à l'observateur par mode de glissement, dont, les signaux fournis sont plus lisses et plus nettoyés de plus l'amplitude de signaux de commande est inférieure aux signaux obtenus par l'observateur par mode de glissement.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif de ce projet de fin d'étude, est la conception d'une loi de commande adaptative basé sur l'implémentation d'un observateur d'état pour commander l'engin volant, quadrotor.

Le quadrotor est classé dans la catégorie des systèmes volants non linéaires les plus complexes à commander, multi variable, interconnecté, sous actionnée et instable. Le problème traité consiste à garantir en premier lieu la stabilité et les performances en boucle fermée de cet engin.

Dans la première partie, une description générale du quadrotor a été effectuée à l'addition de son principe de fonctionnement et ces différents mouvements. On a vu que le quadrotor est un système sous-actionné composé de six sorties commandées par quatre entrées seulement. Le modèle dynamique obtenu est non linéaire interconnecté. La simulation en boucle ouverte a montré les mouvements possibles du quadrotor ainsi sa nature instable dû à la complexité du système, la tâche de sa commande présente un défi à surmonté.

En dépit des progrès de la théorie de la stabilité pendant plus d'un demi-siècle, notre connaissance de la stabilité des systèmes non linéaires est, en général, très limitée. Cela rend la stabilité des systèmes non linéaires difficile à préserver, pour cela nous avons synthétisé une loi de commande dans la deuxième partie de notre étude. La commande adaptative synthétisée dans notre travail garantie les performances du système bouclé a la présence et a l'absence des variations paramétrique. La stabilité est prouvée par la méthode directe de Lyapunov de plus cette loi résout le problème de la nature sous actionnée du quadrotor par l'intermédiaire de commande virtuelles. La simulation en boucle fermée nous a donné des bons résultats.

La même loi a été utilisée dans la troisième partie de ce mémoire mais cette fois en se basant sur l'implémentation d'un observateur par mode de glissement pour estimer le vecteur d'états complet. Les résultats de simulation dans cette partie montrent des bonnes performances.

Dans la dernière partie, un observateur adaptatif est synthétisé afin de donner une solution au problème de l'amplification de bruits de mesure causée par l'observateur par mode de glissement. Une étude de stabilité a été effectuée pour montrer la robustesse de tous les signaux

en boucle fermée. L'étude comparative entre les résultats des deux observateurs a prouvé l'efficacité de l'observateur adaptatif ; où le signal estimé présente la moyenne du signal réel.

Comme perspectives on cite :

- Le développement de lois de commande adaptative basées sur les approximateurs intelligents.
- La synthèse de d'autres observateurs.
- La proposition de d'autres solutions pour résoudre le problème de sous actionnisme de quadrotor.

Références bibliographiques

Bibliographie

- [1] M. Larbi. **Synthèse des observateurs pour un drone hélicoptère**. Thèse de doctorat. Université d'Oran, 2015.
- [2] P. Cazin. **La révolution des drones**. Académie nationale de l'air et de l'espace, P87.N°.25,2004
- [3] Adrian Drouot. **Stratégies de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile miniature**. Thèse Doctorat. Université de Lorraine, 2013
- [4] J.J. E Slotine & W. Li. **Applied nonlinear control**. Prentice Hall, 1991.
- [5] H. Khabbache. **Tolérance aux défauts via la méthode Backstepping des systèmes non linéaires, application : système UAV de type quadrirotor**. Mémoire de magistère. Université de Sétif, 2012.
- [6] H. Boudjdir. **Commande adaptative par les approches hybrides universels des systèmes non linéaires**. Thèse de Doctorat, 2015.
- [7] François Veysset. **Modélisation et identification de comportement de l'avion en vol turbulent par modèle à retards**. Thèse Doctorat. Université des sciences et Technologies de Lille.
- [8] R. Abadou. **Commande adaptative des quadrotors**. PFE. Université de Jijel, 2013.
- [9] K. Bentakouka & I. Talhi. **Commande adaptative floue des quadrotor**. PFE. Université de Jijel, 2010.
- [10] W. Afer & H. Frikha. **Méthodes de la commande adaptative appliquées à un robot volant**. PFE. Université de Jijel, 2015.
- [11] J. P. Gauthier, H. Hammouri & S. Othman. **A simple observer for nonlinear systems-application to bio-reactors**. IEEE transaction on Automatic Control.
- [12] J.J.E. Slotine, J.K. Hedrick, and E.A. Misawa. **Nonlinear state estimation using sliding observers**. 25th IEEE Conf. Pages 332.339. Greece. 1986.
- [13] Michalska, H. & Mayne, D. Q. **Moving-horizon observers and observer-based control**. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995.

- [14] M. C. Sosse Alaoui. **Commande et Observateur par Modes glissants d'un système de pompage et d'un bras manipulateur.** Thèse de doctorat. Université Maroc, 2009.
- [15] Tian Yang. **Une contribution à l'observation et à l'estimation des systèmes linéaires.** Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Lille, 2010.
- [16] H. Bouchareb. **Observateur non linéaire mode glissant.** Mémoire de magistère. Université de Sétif 2013.
- [17] A.J. Fossad and D. Normand-Cyrot .**Nonlinear Systems.** Masson.Paris,1993.
- [18] T. Boumegoura. **Recherche de signature électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d'observateurs en vue du diagnostic.** Thèse Doctorat. Université de Lyon, 2001.
- [19] DG. Luenberger. **An introduction to observers.** IEEE Transaction. automatic control,1971.

