

# République Algérienne Démocratique Et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohammed Seddik Ben Yahia-Jijel-



Faculté des sciences et de la technologie

Département d'automatique

**Mémoire**

Du projet de fin d'étude en vue de l'obtention du diplôme de master en Automatique

Option : Automatique et traitement de signal

**Thème :**

## **Commande adaptative floue par mode glissant des systèmes chaotiques incertains**

**Réalisé par:**

**Frites Kenza**

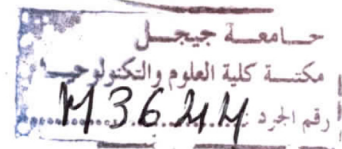
**Samir Farah**

**Encadré par :**

**M<sup>me</sup> MOKADDEM Sana**

---

**Année universitaire 2016/2017**



## *Remerciements*

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce

Modeste travail

Nous remercions de tous cœur notre encadreuse M<sup>me</sup> Sana Mokaddem, pour l'orientation, la confiance, et la patience qui ont constitué un apport considérable sans lequel ce travail n'aurait pas pu être mené au bon port. Qu'elle trouve dans ce travail un hommage vivant à sa haute personnalité.

Notre remerciement s'étend aussi aux membres du jury d'avoir accepté de consacrer une partie de leur temps, afin d'examiner et de juger notre travail.

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à tous les professeurs qui nous ont enseigné et qui par leurs compétences nous ont soutenu dans la poursuite de nos études.

Enfin, on remercie tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail.

## *Dédicaces*

Je dédie ce travail, A mes très chères parents, que milles dédicaces ne puissent exprimer mes sincères sentiments, pour leur patience illimitée, leurs encouragements continus et leur précieuse aide, en témoignage de mon profond amour et respect portés pour vous. A mes chères frères et sœurs *Mina, Mahdi, Aymen, Hamza et Chayma* pour leur grand amour et leur soutien, qu'ils trouvent ici l'expression de ma haute gratitude. A mes très chères amies *Safia et Noura*, toute mon amitié à mon binôme *Farah*. A mes chères amis qui sans leurs encouragements ce travail n'aurais jamais vu le jour.

Sans oublier les professeurs que ce soit du primaire, du moyen, du secondaire ou de l'enseignement supérieur

*Kenga*

# *Dédicaces*

Je dédie ce travail, A la mémoire de mon père qui a souhaité vivre  
longtemps juste pour voir ce que nous allons devenir. À celle qui m'a transmis la vie,  
l'amour, le courage, à toi chère maman toutes mes joies, mon amour et ma  
reconnaissance. À mes très chères sœurs *Sarah* et *Maya*, à mon cher mari, à tous  
mes amis, toute mon amitié à mon binôme *Kenza*. À nos chers professeurs qui ont  
guidé nos pas vers la réussite. Que toute personne m'ayant aidé de près ou de loin,  
trouve ici l'expression de ma reconnaissance

*Farah*



# Sommaire

# Sommaire

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
-----------------------------------	----------

## **Chapitre I: Généralités sur les systèmes chaotiques**

I.1. Introduction.....	4
I.2. Définition d'un système chaotique.....	4
I.3. Caractéristiques de système chaotique.....	5
I.3.1. Non linéarité.....	5
I.3.2. Sensibilité aux conditions initiales SCI.....	5
I.3.3. Imprévisibilité.....	5
I.3.4. Bifurcation.....	5
I.3.5. Attracteur chaotique.....	5
I.4. Exposant de Lyapunov.....	6
I.5. Exemples des systèmes chaotiques.....	7
I.5.1. Système de Lorenz.....	7
I.5.2. Système de Duffing .....	9
I.5.3. Gyroscope.....	9
I.5.3.1. Fonctionnement du gyroscope .....	10
I.5.3.2. Modélisation du gyroscope.....	10
I.6. Problèmes de contrôle des processus chaotiques.....	13
I.6.1. Problèmes de stabilisation.....	14
I.6.2. Problèmes du contrôle d'excitation ou de génération d'oscillation Chaotiques.....	14
I.6.3. Problèmes de synchronisation.....	14
I.7. Conclusion.....	15

## **Chapitre II : Commande par mode glissant**

II.1. Introduction.....	16
-------------------------	----

II.2. Commande par mode de glissant.....	16
II.3. Principe de la commande par mode glissant.....	16
II.4. Notions de base.....	17
II.4.1. Régime glissant.....	17
II.4.1.1. Régime glissant idéal.....	18
II.4.1.2. Régime glissant réel.....	18
II.5. Conception de la commande par mode glissant.....	18
II.5.1. Choix de la surface de glissement.....	19
II.5.2. Condition de convergence.....	19
II.5.3. Détermination de la loi de commande.....	20
II.5.3.1. Commande équivalente.....	20
II.5.3.2. Commande discontinue de commutation.....	21
II.6. Phénomène de réticence (chattering).....	21
II.7. Solutions pour la suppression du phénomène de réticence.....	22
II.7.1. Solution de couche limite.....	23
II.7.2. Solution basée sur un observateur.....	23
II.7.3. Solution par des modes glissants d'ordre supérieur.....	23
II.8. Exemple de simulation.....	24
II.9. Conclusion.....	29

### **Chapitre III : Théorie de la logique floue**

III.1. Introduction.....	30
III.2. Logique floue.....	30
III.3. Notions de la logique floue.....	30
III.3.1. Univers de discours .....	30
III.3.2. Ensembles nets et flous.....	30
III.3.3. Variables linguistiques.....	31
III.3.4. Fonction d'appartenance .....	32
III.4. Caractéristiques d'un ensemble flou.....	34
III.5. Opérateurs de la logique floue.....	35

III.6. Systèmes flous.....	36
III.6.1. Fuzzification.....	36
III.6.2. Base de règles floues.....	37
III.6.3. Moteur d'inférence flou.....	37
III.6.4. Défuzzification.....	38
III.7. Différents types des modèles flous.....	38
III.7.1. Modèle de Mamdani-Zadeh.....	39
III.7.2. Modèle de Takagi-sugeno.....	39
III.8. Approximation par les systèmes flous.....	39
III.9. Conclusion.....	40

**Chapitre IV : Commande adaptative floue par mode glissant des systèmes chaotiques incertains application à la synchronisation**

IV.1. Introduction .....	41
IV.2. Formulation de problème et description du système.....	41
IV.3. Synthèse de la loi de commande par mode glissant.....	42
IV.4. Commande adaptative floue par mode glissant .....	44
IV.4.1. Analyse de stabilité .....	45
IV.5. Exemples de simulation.....	47
IV.5.1. Exemple 1 : Synchronisations de deux gyroscopes identiques.....	47
IV.5.2. Exemple2 : Synchronisation entre le gyroscope et le système de Duffing.....	50
IV.5.3. Exemple 3 : Poursuite d'une trajectoire désiré par un gyroscope.....	53
IV.6. Conclusion.....	55
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>56</b>
<b>Bibliographie</b>	



# Listes des figures

# Listes des figures

## Chapitre I

Figure I.1. Point fixe.....	5
Figure I.2. Cycle limite .....	6
Figure I.3. Attracteur de Lorenz.....	8
Figure I.4. Variation de l'état $x_1(t)$ .....	8
Figure I.5. Variation de l'état $x_2(t)$ .....	8
Figure I.6. Variation de l'état $x_3(t)$ .....	8
Figure I.7. Détermination de l'exposant de Lyapunov par la méthode graphique(I.2) .....	8
Figure I.8. Attracteur de Duffing.....	9
Figure I.9. Variation de l'état $x_1(t)$ .....	9
Figure I.10. Variation de l'état $x_2(t)$ .....	9
Figure I.11. Détermination de l'exposant de Lyapunov par la méthode graphique(I.2) .....	9
Figure I.12. Représentation simplifiée du modèle d'un gyroscope .....	10
Figure I.13. Schéma descriptif du gyroscope.....	11
Figure I.14. Attracteur du gyroscope .....	13
Figure I.15. Variation de l'état $x_1(t)$ . .....	13
Figure I.16. Variation de l'état $x_2(t)$ .....	13
Figure I.17. Détermination de l'exposant de Lyapunov par la méthode graphique(I.2) .....	13

## Chapitre II

Figure II.1. Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase.....	17
Figure II.2. Glissement réel.....	18
Figure II.3. Glissement idéal.....	18
Figure II.4. Grandeur de la commande équivalente $U_{eq}(t)$ .....	21
Figure II.5. Fonction $sign(s)$ .....	21
Figure II.6. Mode de glissement avec réticence.....	22

<b>Figure II.7.</b> Fonction de saturation.....	23
<b>Figure II.8.</b> Fonction $\tanh(\frac{s}{\mu})$ .....	23
<b>Figure II.9.</b> Trajectoire d'état $x_1(t)$ .....	25
<b>Figure II.10.</b> Trajectoire d'état $x_2(t)$ .....	25
<b>Figure II.11.</b> Signal de commande $u(t)$ .....	25
<b>Figure II.12.</b> Erreur de poursuite $e(t)$ .....	26
<b>Figure II.13.</b> Plan de phase.....	26
<b>Figure II.14.</b> Trajectoire d'état $x_1(t)$ .....	27
<b>Figure II.15.</b> Trajectoire d'état $x_2(t)$ .....	27
<b>Figure II.16.</b> Signal de commande $u(t)$ .....	28
<b>Figure II.17.</b> Erreur de poursuite $e(t)$ .....	28
<b>Figure II.18.</b> Plan de phase .....	28

### Chapitre III

<b>Figure III.1.</b> Représentation de la variable linguistique (température).....	32
<b>Figure III.2.</b> Fonction triangulaire.....	33
<b>Figure III.3.</b> Fonction trapézoïde.....	33
<b>Figure III.4.</b> Fonction gaussienne.....	34
<b>Figure III.5.</b> Fonction sigmoïde.....	34
<b>Figure III.6.</b> Opérateur $OU$ .....	35
<b>Figure III.7.</b> Opérateur $ET$ .....	35
<b>Figure III.8.</b> Structure d'un système flou.....	36

### Chapitre IV

<b>Figure IV.1.</b> Fonctions d'appartenances.....	48
<b>Figure IV.2.</b> Signal de sortie de l'état $x_1$ et $y_1$ .....	49
<b>Figure IV.3.</b> Signal de sortie de l'état $x_2$ et $y_2$ .....	49
<b>Figure IV.4.</b> Signal de commande $u(t)$ activée à l'instant ( $t = 20$ ).....	49

<b>Figure IV.5.</b> Signal de l'erreur de synchronisation $e_1(t)$ .....	<b>50</b>
<b>Figure IV.6.</b> Signaux de sortie de l'état $x_1$ et $y_1$ .....	<b>51</b>
<b>Figure IV.7.</b> Signal de sortie de l'état $x_2$ et $y_2$ .....	<b>52</b>
<b>Figure IV.8.</b> Signal de commande $u(t)$ .....	<b>52</b>
<b>Figure IV.9.</b> Signal de l'erreur de synchronisation $e_1(t)$ .....	<b>52</b>
<b>Figure IV.10.</b> Signal de sortie de l'état $x_1(t)$ .....	<b>53</b>
<b>Figure IV.11.</b> Signal de sortie de l'état $x_2(t)$ .....	<b>54</b>
<b>Figure IV.12.</b> Signal de commande $u(t)$ .....	<b>54</b>
<b>Figure IV.13.</b> Signal de l'erreur de position $e(t)$ .....	<b>54</b>
<b>Figure IV.14.</b> Plan de phase.....	<b>55</b>

# **Introduction générale**

## Introduction générale

Après la deuxième guerre mondiale et les progrès technologiques considérables qui ont suivi cette tragédie, l'automatique a connu un véritable essor. L'élaboration de lois de commande de systèmes a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. L'application de certaines de ces méthodes à des procédés réels a montré leur efficacité. Les systèmes à commander devenant de plus en plus complexes, les lois de commande deviennent elles-mêmes complexes et parfois difficiles à mettre en œuvre. En outre, l'obtention d'un modèle précis du procédé devient nécessaire. Les méthodes de modélisation traditionnelles s'avèrent souvent incapables de représenter le comportement global d'un système. [1].

Les systèmes réels sont dans la plus part du temps non linéaires, mal définis, ont des paramètres variables et sont soumis à des perturbations externes et peuvent présenter toutes sortes de comportement étrange. Une partie de ce vaste ensemble est les systèmes chaotiques. La théorie du chaos est bien connue comme une des trois révolutions dans les sciences physiques du vingtième siècle selon le philosophe Daniel Parrochia, En 1963 le météorologue Edward Lorenz expérimentait une méthode lui permettant de prévoir les phénomènes météorologiques, il a donc par pur hasard observé qu'une modification minime des données initiales pouvaient changer de manière considérable ses résultats. Lorenz venait de découvrir le phénomène de sensibilité aux conditions initiales [2]. Les systèmes répondant à cette propriété seront à partir de 1975 dénommés les systèmes chaotiques par Tien-Yien Li et James A Yorke qui ont présenté pour la première fois le terme chaos, ou plus précisément, le chaos déterministe, et qui est largement utilisé depuis, c'est donc au cours des années soixante dix que la théorie du chaos a pris son essor. La modélisation de ces systèmes chaotiques relève très souvent d'une approximation des phénomènes physiques mis en jeu. Or Lorsque la partie commandée du processus est faiblement perturbée, les commandes classiques peuvent s'avérer suffisantes si les exigences en précision et en performances du système ne sont pas trop sévères. Dans le cas contraire, il faut concevoir des algorithmes de commande assurant une robustesse du comportement, du processus vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres et leurs variations.

Dans cet objectif, plusieurs outils sont proposés dans la littérature, dont on cite en particulier la commande à structure variable (CSV). La commande par mode glissant à son tour, fait partie de cette famille, c.à.d. des commandes commutant entre plusieurs lois de commande différentes. Connu par sa robustesse et sa simplicité de mise en œuvre, le mode glissant a été

largement utilisé pour commander une large classe de systèmes non linéaires [3], [4]. Il s'agit de définir une surface dite de glissement en fonction des états du système de façon qu'elle soit attractive. La commande globale synthétisée se compose de deux termes : le premier permet l'approche jusqu'à cette surface et le second le maintien et le glissement le long de celle-ci vers l'origine du plan de phase. La commande globale ainsi construite permet d'assurer en plus des bonnes performances de poursuite, une dynamique rapide et un temps de réponse court. Cependant, cette loi de commande représente quelques inconvénients qui peuvent être résumés en deux points. Le premier réside dans la nécessité d'avoir des informations précises sur l'évolution du système dans l'espace d'état et la borne supérieure des incertitudes et des perturbations. Le second inconvénient est l'utilisation de la fonction *sign* dans la loi de commande pour assurer le passage de la phase d'attractivité à celle du glissement. Ceci donne lieu au phénomène de broutement qui consiste en des variations brusques et rapides du signal de commande, ce qui peut exciter les hautes fréquences du processus et l'endommager.

Comme la commande par mode glissant exige une bonne connaissance des paramètres structuraux du système à commander, la structure la plus adaptée et qui puisse remédier à cet inconvénient, est de faire appel aux systèmes flous [5], [6]. Depuis les travaux de Mamdani (1974), le domaine de contrôle par logique floue est devenu très important, grâce à ses capacités de traiter les informations incertaines. L'algorithme de contrôle par logique floue est constitué d'un ensemble de règles de décisions, il peut être considéré comme un algorithme de contrôle non mathématique contrairement aux algorithmes de contrôles conventionnels.

Certains chercheurs [7] ont essayé de trouver une similitude entre la commande floue non linéaire et la commande par mode glissant et de combiner les deux lois de commande, c'est-à-dire la commande floue pour sa rapidité et sa facilité de mise en œuvre, et le régime glissant pour ses fondements théoriques rassurant du point de vue stabilité et robustesse, c'est dans ce contexte que notre travail est structuré.

Dans le premier chapitre en premier lieu, nous abordons les systèmes chaotiques, leurs propriétés et leurs principaux caractéristiques. En deuxième lieu, sous l'environnement MATLAB, nous réaliserons des simulations de systèmes chaotiques connus en boucle ouverte, tel que le système de Lorenz et l'oscillateur de Duffing, en plus d'une modélisation et simulation d'un Gyroscope chaotique.

Le deuxième chapitre, traite la synthèse de la commande par mode glissant, en plus de quelques notions de base, il présente les deux composants essentielles d'une telle commande : la surface de glissement et la loi de commande forçant le système à l'atteindre en temps fini et à y

demeurer. Ainsi, les causes du phénomène de chattering sont explicitées et les méthodes classiques pour le réduire, sont présentées. Enfin, dans le but de tester la robustesse de la commande par mode glissant, nous simulons une poursuite d'une trajectoire désirée par un gyroscope chaotique.

Le troisième chapitre, va être consacré à l'étude de la logique floue. Les concepts de base de cette logique vont être exposés tels que, les ensembles flous, les fonctions d'appartenance et les opérateurs flous. La structure d'un régulateur flou est détaillée, ainsi que la propriété d'approximation universelle, sur laquelle notre commande, étudiée au chapitre quatre, va se reposer.

Le quatrième chapitre, présente l'étude d'une commande adaptative floue par mode glissant, utilisée pour la synchronisation d'une classe des systèmes chaotiques incertains. La structure de commande adaptative floue est combinée avec la commande par mode glissant afin de synchroniser deux systèmes chaotiques non-identiques. Le théorème de stabilité de Lyapunov est utilisé pour prouver la stabilité asymptotique du système chaotique en boucle fermée. Des exemples de simulation sont introduits afin de valider l'efficacité de cette approche de commande étudiée.

On termine par une conclusion générale, qui résume l'essentiel des résultats exposés dans ce mémoire.





# **Chapitre I**

## **Généralités sur les systèmes chaotiques**

### **I.1. Introduction**

Le chaos se réfère à l'état non ordonné de la matière dans les récits classiques de la cosmogonie il est devenu depuis tout état de désordre ou tout mélange confus.

Le comportement chaotique est à la base de nombreux systèmes naturels tels que la météo et le climat, d'où son application dans de nombreux domaines : physique, biologique ou économique.

A la fin du 19<sup>ém</sup> siècle, Henri Poincaré a découvert le phénomène de sensibilité aux conditions initiales lors de ses recherches sur la mécanique céleste, il fut alors l'un des premiers à entrevoir la théorie du chaos dans un nouveau sens.

La théorie du chaos est une véritable théorie scientifique, elle se repose sur la représentation des solutions des équations différentielles dans l'espace des phases associée ; cette représentation consiste à tracer les solutions sous forme de trajectoire dans l'espace plutôt que l'une des variables en fonction du temps, elle permet de révéler la structure sous-jacente, ce qui conduit à affirmer que la théorie du chaos contribue à « trouver de l'ordre caché sous un désordre apparent ».

Dans ce chapitre nous allons définir les systèmes chaotiques, mettre en évidence leurs principales caractéristiques et simuler quelques exemples de systèmes chaotiques, afin de bien assimiler leurs comportements. Une partie de cette simulation est consacrée à la modélisation d'un système chaotique qui est le gyroscope.

D'autre part, nous ferons une approche globale sur le contrôle des systèmes chaotiques à travers quelques méthodes de contrôle adaptées.

### **I.2. Définition d'un système chaotique**

Un système chaotique est un système qui est étudié à partir d'une équation différentielle comme tout autre système mais dont la représentation dans un espace orthonormé cartésien donne une courbe complètement désordonnée.

Cela est dû au fait que des petits écarts aux conditions initiales sont amplifiés de façon exponentielle au cours du temps (sensibilité aux conditions initiales). Grâce à cette étude nous pouvons accéder à des phénomènes microscopiques (à l'échelle macroscopique). Pour étudier un système chaotique il faut se placer dans l'espace des phases où il apparaît clairement que le mouvement du corps étudié est alors chaotique.

### I.3. Caractéristiques de système chaotique

#### I.3.1. Non linéarité

Un système chaotique est caractérisé par sa non linéarité, d'où son évolution aléatoire et irrégulière. On ne peut en aucun cas dire d'un système linéaire qu'il est chaotique.

#### I.3.2. Sensibilité aux conditions initiales SCI

Cette expression un peu obscure signifie que la moindre différence au départ du phénomène ou la moindre imprécision, même minime, dans la mesure des paramètres initiaux, se trouve amplifiée engendrant au bout d'un certain temps un comportement totalement différent d'un système dont les conditions initiales sont très proches.

#### I.3.3. Imprévisibilité

Comme les conditions initiales ne peuvent être connues que par un degré fini de précision, le comportement d'un système chaotique est imprévisible et ne peut être déterminé à long terme.

#### I.3.4. Bifurcation

Un autre ensemble de concept utile à l'analyse des systèmes dynamiques, est la théorie de la "bifurcation" ce concept renvoie à l'étude des changements de comportement d'un système lorsque les paramètres de ce dernier changent. La bifurcation signifie un changement qualitatif de la dynamique du système, qui résulte du changement d'un des paramètres du système. Par exemple, déshabilitée d'un équilibre stable, apparition ou disparition d'un cycle ou d'un attracteur. La valeur pour laquelle la bifurcation se produit est nommée le point de bifurcation.

#### I.3.5. Attracteur chaotique

Dans l'étude des systèmes dynamiques non chaotiques, un attracteur est un ensemble ou un espace vers lequel un système évolue de façon irréversible en l'absence de perturbations. ces derniers se décomposent en trois types :

- **Le point fixe :**

C'est le plus simple attracteur, car le système évolue vers un état de repos (vers un point).

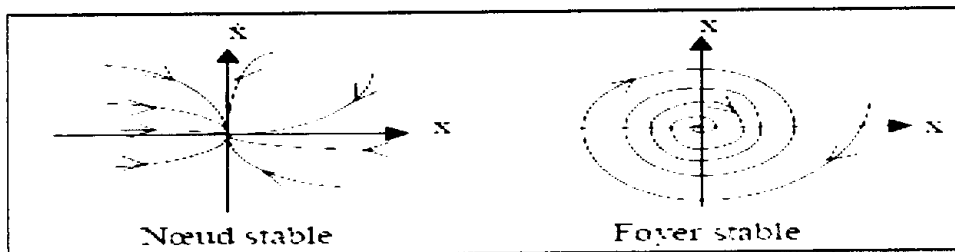


Figure I.1 Point fixe

- **Le cycle limite périodique :**

Il peut arriver que la trajectoire de phase se referme sur elle-même. L'évolution temporelle est alors cyclique, le système présentant des oscillations permanentes. Dans un système physique dissipatif, cela exige la présence d'un terme de forçage dans les équations qui vient composer en moyenne les pertes par dissipation.

- **Le cycle limite pseudopériodique :**

C'est presque un cas particulier du précédent. La trajectoire de phase ne se referme pas sur elle-même, mais s'enroule sur une variété de dimension.

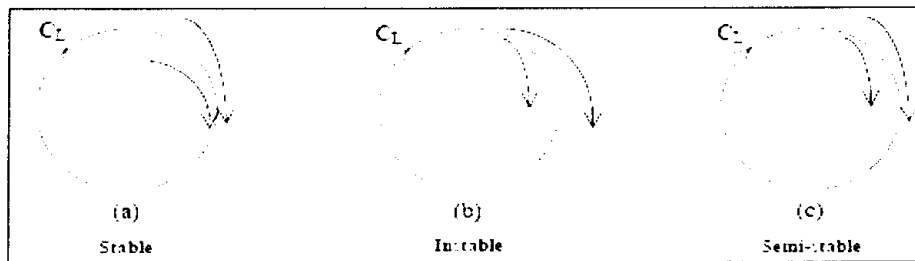


Figure I.2 Cycle limite

Dans le cas d'un système chaotique on parle d'attracteur étrange (attracteur chaotique). Influencée par la SCI, la trajectoire d'un système chaotique ne repasse jamais par un même état, Même si la forme est dite « étrange », elle permet d'étudier des phénomènes apparemment désordonnés qui sont influencés par des contraintes déterministes. L'attracteur étrange sert à « élucider les mécanismes fondamentaux de la turbulence ».

#### I.4. Exposant de Lyapunov

Les exposants de Lyapunov permettent de caractériser le chaos temporelle et plus particulièrement la SCI que peut présenter un attracteur étrange.

Autrement dit, dans ce qui suit nous allons exposer comment calculer le taux de divergence entre l'évolution de trajectoire issues de conditions initiales proches au sein de cet espace borné qui est l'attracteur étrange.

Pour une application unidimensionnelle, considérons un système dynamique discret faisant intervenir une application ' f ' et deux conditions initiales très proches :  $x_0$  et  $x_0 + \varepsilon_0$ .

la première itération conduit à :  $x_1 + \varepsilon_1 = f(x_0) + \left( \frac{df(x_0)}{dx} \right) \varepsilon_0$  d'où l'on déduit :  $\varepsilon_1 = \frac{df(x_0)}{dx} \varepsilon_0$ .

Après « n » itérations, il vient :  $\varepsilon_n = \left( \frac{df^n(x_0)}{dx} \right) \varepsilon_0 = \left( \prod_{i=0}^{n-1} \frac{df(x_i)}{dx} \right) \varepsilon_0$ .

le terme :  $\left(\frac{df^n(x_0)}{dx}\right)$  caractérise la divergence, on définit alors l'exposant de Lyapunov par :

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left| \frac{df^n(x_0)}{dx} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(x_i)| \quad (I.1)$$

Un exposant de Lyapunov indique que la divergence entre deux trajectoires voisines augmente exponentiellement avec le temps. Il s'agit bien là d'une caractéristique d'un attracteur étrange [8].

Un système chaotique est un système dont l'exposant de Lyapunov est strictement positif, dans le cas où le système chaotique présente la particularité de posséder deux exposants positifs de Lyapunov il est donc dit hyper-chaotique.

Une méthode graphique nous permet de calculer l'exposant de Lyapunov, en suivant ces étapes:

- Soit  $x_0$  et  $y_0$  deux conditions initiales très proches, on note "x" et "y" les fonctions du temps, telle que  $x(t)$  et  $y(t)$  représentent respectivement l'état du système à l'instant  $t$ , et telle que :  $x(0) = x_0$  et  $y(0) = y_0$ , où  $D$  est la distance euclidienne définie par :

$$D : R^N * R^N \rightarrow R, (x, y) \rightarrow \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (I.2)$$

S'il existe un instant  $t_l$ , deux constantes réelles  $\alpha$  et  $l$  telle que si :

$$l = [0, t_l], \forall t \in l \quad D(x_{ii}(t) y_{ii}(t)) \rightarrow e^{\lambda t + \alpha}$$

alors :  $\lambda$  est appelé exposant de Lyapunov.

## I.5. Exemples de systèmes chaotiques

Dans cette partie du chapitre nous allons simuler quelques exemples de systèmes chaotiques tels que le gyroscope, où son principe de fonctionnement sera présenté et quelques étapes de modélisation seront décrites.

### I.5.1. Système de Lorenz

Le système de Lorenz est considéré comme le plus célèbre des systèmes chaotique défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\sigma x_1 + \sigma x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 x_2 + \gamma x_1 - x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - \beta x_3 \end{cases} \quad (I.3)$$

Pour des valeurs des paramètres du système :  $\sigma = 10, \gamma = 2, \beta = 8/3$ , pour des conditions initiales très proches  $x_{01} = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]$  et  $x_{02} = [0.1 + 10^{-4} \ 0.1 \ 0.1]$ , les figures suivantes illustrent le comportement chaotique du système (I.2).

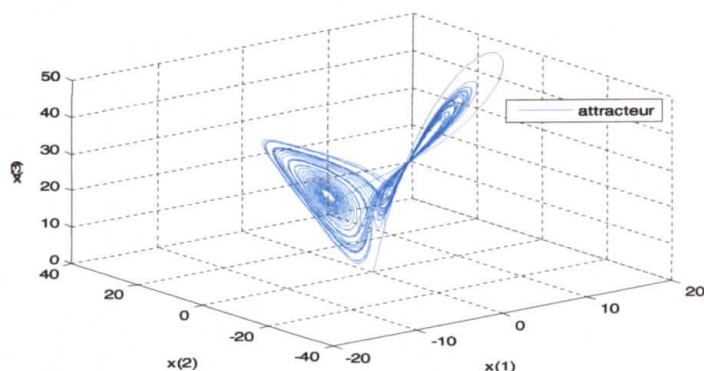


Figure I.3 Attracteur de Lorenz

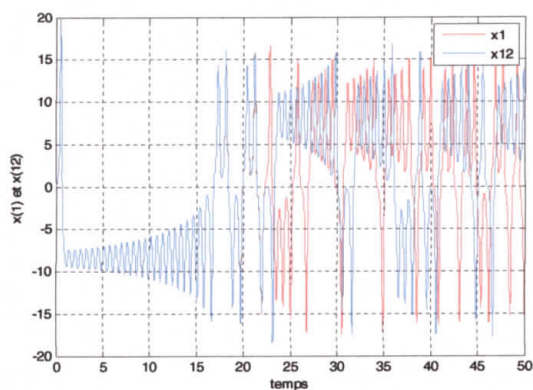


Figure I.4 Variation de l'état  $x_1(t)$

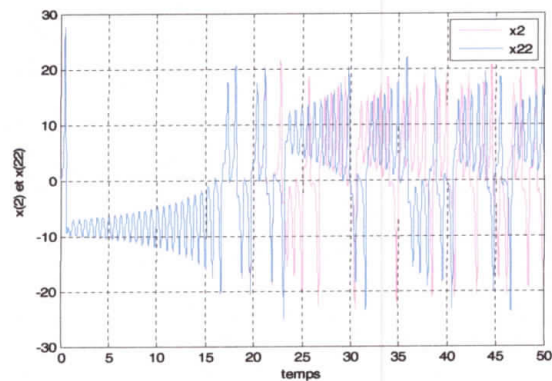


Figure I.5 Variation de l'état  $x_2(t)$

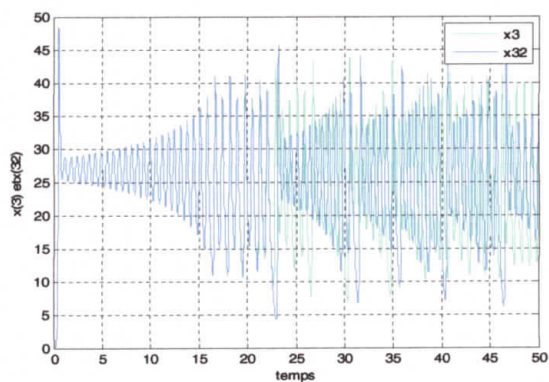


Figure I.6 Variation de l'état  $x_3(t)$

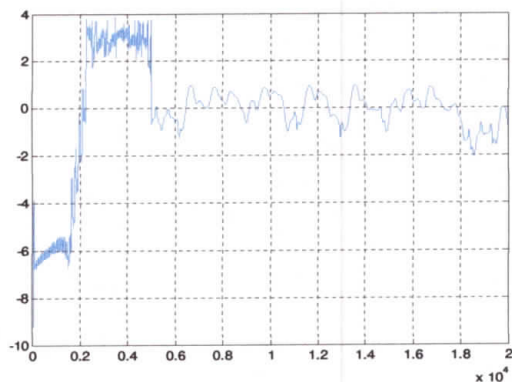


Figure I.7 Détermination de l'exposant de Lyapunov par la méthode graphique(I.2)

**I.5.2. Système de Duffing**

L'oscillateur de Duffing fait partis des systèmes modèles qui permettent d'étudier une dynamique non-linéaire. Il correspond à une équation non linéaire de la forme suivante :

$$\ddot{x} + \sigma \dot{x} + (\beta x^3 \pm \omega_0^2 x) = \lambda \cos(\omega t + \phi) \tag{I.4}$$

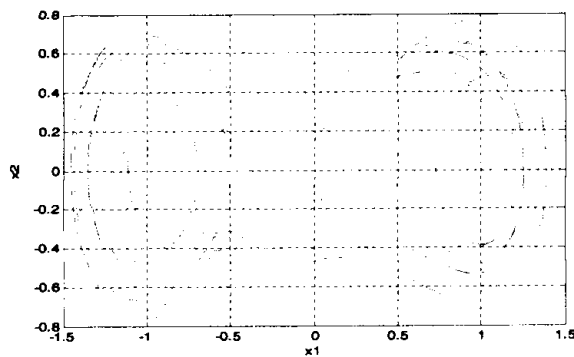
Si on prend,  $\beta = \omega_0 = 1$  et un déphasage initiale  $\phi = 0$  , l'équation devient :

$$\ddot{x} + \sigma \dot{x} + (x^3 - x) = \lambda \cos(\omega t) \tag{I.5}$$

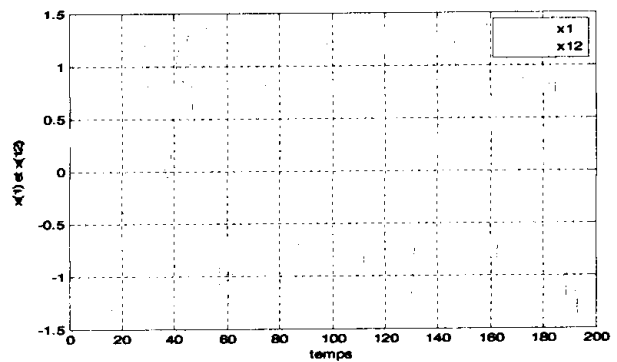
Cette équation peut se mettre sous la forme d'un système de deux équations :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\sigma x_2 + x_1 - x_1^3 + \lambda \cos(\omega t) \end{cases} \tag{I.6}$$

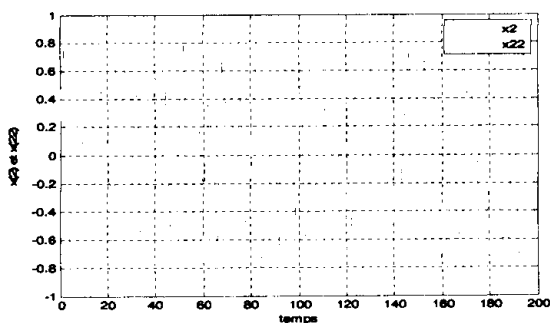
Pour les valeurs des paramètres du système :  $\sigma = 0.25$  ,  $\lambda = 0.3$ . Le système (I.5) présente un comportement chaotique en BO.



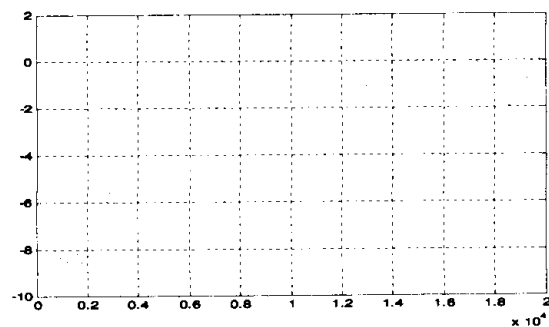
**Figure I.8** Attracteur de Duffing



**Figure I.9** Variation de l'état  $x_1(t)$



**Figure I.10** Variation de l'état  $x_2(t)$



**Figure I.11** Détermination de l'exposant de Lyapunov par la méthode graphique(I.2)

**I.5.3. Gyroscope**

Un gyroscope (du grec " qui regarde la rotation ") est un appareil qui exploite le principe

de la conservation du moment angulaire en physique (effet gyroscopique). Cet instrument donne ainsi la position angulaire sur un, deux ou trois axes par rapport à un référentiel inerte. Il fut inventé par le physicien français Léon Foucault en 1852, à la suite d'une expérience basée sur les mouvements de la Terre, Foucault les met en évidence grâce au pendule. Cependant, il se rend compte que le pendule effectue ses rotations à une vitesse constamment inférieure à celle de la Terre ( $1/\sin(\text{latitude})$ ). Grâce à son partenaire Froment, il réalise qu'en bloquant certaines pièces de son pendule, ce dernier s'aligne sur le méridien et indique le nord : le compas gyroscopique est né. Il est utilisé en remplacement du compas magnétique, inefficace lorsqu'il est trop proche des pôles.

### I.5.3.1. Fonctionnement du gyroscope

L'ensemble du dispositif est une roue qui, si elle est lancée en rotation rapide autour d'un axe fixe, va toujours indiquer la même direction.



**Figure I.12** Représentation simplifiée du modèle d'un gyroscope

Dans le cas où le gyroscope est placé sur une ficelle il préserve son équilibre et ne tombe pas. La question qui se pose est : à quoi ça sert ? Et bien cela sert à de nombreuses choses parfois étonnantes : avec le compas gyroscopique on parvient à guider et à contrôler l'attitude des navires, des avions, des missiles mais aussi des satellites artificiels et du vol vers la lune du programme Apollo, il a aidé à stabiliser des mobylettes mais aussi le télescope spatial Hubble.

L'effet gyroscopique constitue la base de jouets comme la toupie, le yoyo, le boomerang, le gyroscope peut même stocker de l'énergie.

### I.5.3.2. Modélisation et simulation du gyroscope [9]

Dans cette partie nous étudions le comportement chaotique d'un gyroscope symétrique avec amortissement linéaire-plus-cubique, qui est soumis à une excitation harmonique **Figure I.13**. En utilisant d'abord le Lagrangien, puis une méthode modifiée de Routh afin d'éliminer les moments concernant les angles  $\phi$  et  $\psi$ , nous obtiendrons alors une équation différentielle du



2<sup>ème</sup> ordre dépendant uniquement de l'angle  $\theta$ , et dans ce cas nous dirons que le comportement du gyroscope est chaotique par rapport à l'angle  $\theta$ .

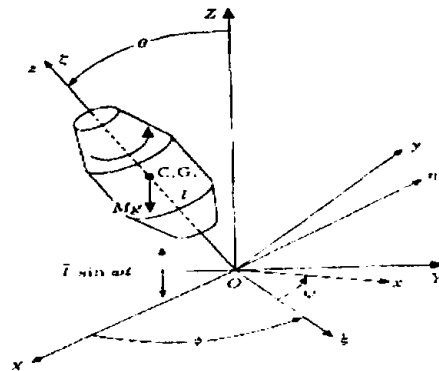


Figure I.13 Schéma descriptif du gyroscope

Les angles :  $\theta$ ,  $\psi$  et  $\phi$  représentent les angles de rotation, de translation et de précession respectivement.

$\omega$  : est la vitesse angulaire de la perturbation d'excitation externe.

Le Lagrangien est défini par :

$$L = E_c - E_p \tag{I.7}$$

avec :  $E_c$  est l'énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2}I_1(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2}I_3(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 \tag{I.8}$$

$E_p$  est l'énergie potentielle :

$$E_p = M_g (l + \bar{l} \sin \alpha) \cos \theta \tag{I.9}$$

donc :

$$L = \frac{1}{2}I_1(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2}I_3(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 - M_g (l + \bar{l} \sin(\alpha)) \cos \theta \tag{I.10}$$

les coordonnées  $\psi$  et  $\phi$  sont cycliques, car ils sont absents du Lagrangien.

La méthode modifiée de Routh consiste à calculer les dérivés partiels de L comme suit :

$$\begin{cases} p_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = I_1 \dot{\phi} \sin^2 \theta + I_3 (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}) \cos \theta = \beta_\phi \\ p_\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = I_3 (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}) = I_3 \omega_z = \beta_\psi \end{cases} \tag{I.11}$$

alors l'équation différentielle devient :

$$R = L - \beta_\phi \dot{\phi} - \beta_\psi \dot{\psi} = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 - \left[ \frac{(\beta_\phi - \beta_\psi \cos \theta)^2}{2 I_1 \sin^2 \theta} + \frac{\beta_\phi^2}{2 I_3} + M_g (l + \bar{l} \sin \omega t) \cos \theta \right] \quad (\text{I.12})$$

L'équation ci-dessus dépend seulement de l'angle  $\theta$ . Selon Gantmacher pour  $\theta = 0$  et  $\beta_\psi = \beta_\phi$ , la force dissipative est également supposée être dans la forme linéaire-plus-cubique, qui est :

$$F = -D_1 \dot{\theta} - D_2 \dot{\theta}^3 \quad (\text{I.13})$$

Quand  $D_1$  et  $D_2$  sont des constantes positives, la seule équation de mouvement décrivant le système peut être obtenue à partir de :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial R}{\partial \theta} = F \quad (\text{I.14})$$

L'équation précédente permet de considérer le système comme un système à degré unique de liberté.

$$\ddot{\theta} + \frac{\beta_\phi^2 (1 - \cos \theta)^2}{I_1^2 \sin^3 \theta} + \frac{D_1}{I_1} \dot{\theta} + \frac{D_2}{I_1} \dot{\theta}^3 - \frac{M_g l}{I_1} \sin \theta = \frac{M_g \bar{l}}{I_1} \sin \omega t \sin \theta \quad (\text{I.15})$$

La représentation d'état du système est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos x_1)^2}{\sin^3 x_1} - c_1 x_2 - c_2 x_2^3 + \beta \sin x_1 + f \sin \omega t \sin x_1 \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

avec :  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$  sont les états du système, et  $\alpha = \frac{\beta_\phi}{l_1}$ ,  $c_1 = \frac{D_1}{l_1}$ ,  $c_2 = \frac{D_2}{l_1}$ ,  $\beta = \frac{m_g l}{l_1}$ ,

$f = \frac{m_g \bar{l}}{l_1}$  sont des paramètres positifs du système.

Pour illustrer le comportement chaotique du gyroscope représenté par l'équation (I.15) des simulations du système en BO à l'aide de l'outil Matlab, sont effectuées pour des conditions initiales très proches [1 -0.5] et [1.001 -0.51], et des valeurs des paramètres :

$\alpha = 10$ ,  $c_1 = 0.5$ ,  $c_2 = 0.05$ ,  $\beta = 1$ ,  $f = 35.5$  et  $\omega = 2$ .

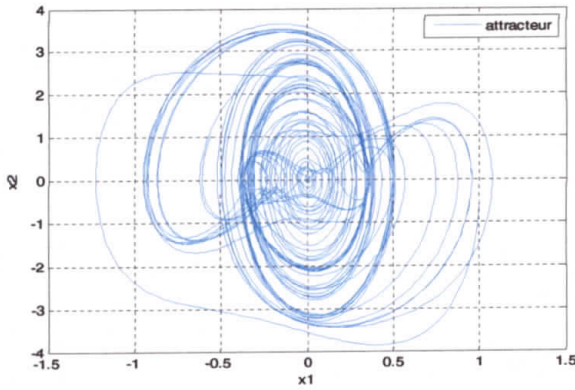


Figure I.14 Attracteur du gyroscope

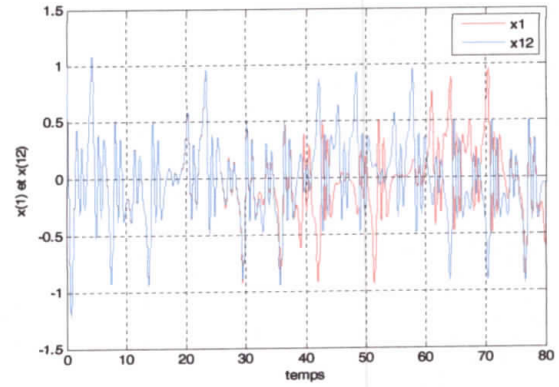


Figure I.15 Variation de l'état  $x_1(t)$

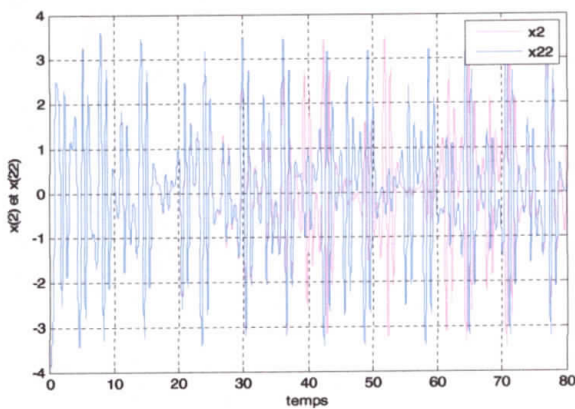


Figure I.16 Variation de l'état  $x_2(t)$

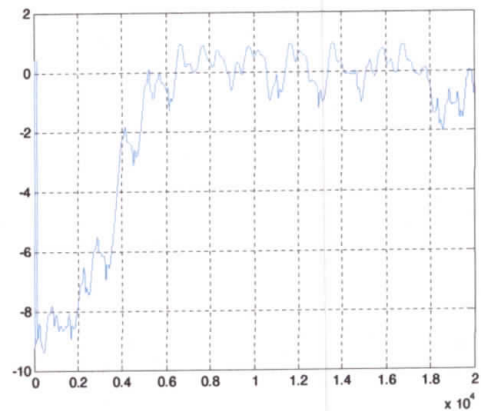


Figure I.117 Détermination de l'exposant de Lyapunov par la méthode graphique(I.2)

### I.6. Problèmes de contrôle des processus chaotiques

Les problèmes du contrôle du chaos attirent l'attention de plusieurs chercheurs et ingénieurs depuis le début de l'année 1990, et plusieurs centaines de publications avaient apparues durant les deux dernières décennies.

La formulation mathématique des problèmes de contrôles des processus chaotiques les plus célèbres sont précédés par la présentation des modèles de base des systèmes chaotiques qui sont souvent utilisés. Les modèles mathématiques les plus connus rencontrés dans la littérature pour le contrôle de chaos sont représentés par des systèmes des équations différentielles ordinaires ou les équations d'état :

$$\dot{x} = F(x, u) \tag{I.17}$$

Par conséquent, il est clair que le comportement dynamique d'un système non linéaire peut être changé en changeant certaines valeurs de ses paramètres, à condition que ces dernières soient accessibles pour l'ajustement. De ce fait, le contrôle du chaos implique l'extraction de mouvements périodiques désirés en dehors des zones chaotiques, par l'application de petites

perturbations judicieusement choisies. La suppression de la dynamique chaotique dans un système dynamique est le seul but pour un problème de contrôle, Dans beaucoup de cas, un modèle de contrôle simple peut être utilisé.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (I.18)$$

La sortie mesurée du système est notée par  $y(t)$ . Elle peut être définie comme une fonction de l'état courant du système. Maintenant, nous procédons à formuler les problèmes de contrôle de processus chaotiques.

### I.6.1. Problèmes de stabilisation

Les problèmes de stabilisation de la solution périodique instable surviennent dans la suppression de bruit ou élimination des harmoniques dans les systèmes de communication, appareils électroniques...etc. Ces problèmes sont distingués pour le fait que le système contrôlé est fortement oscillatoire, c.à.d. les valeurs propres de la matrice du système linéarisé sont proches de l'axe imaginaire, ces vibrations peuvent être régulières ou quasi régulières ou même chaotique.

Afin d'éliminer ce problème nous forçons le système à converger vers son état d'équilibre après une période transitoire.

### I.6.2. Problèmes du contrôle d'excitation ou de génération d'oscillations chaotiques

La deuxième classe inclut les problèmes du contrôle d'excitation ou de génération d'oscillations chaotiques. Ces problèmes sont aussi appelés la chaotisation ou anti contrôle. Ils surviennent où le mouvement chaotique est le comportement désiré du système.

Le processus de contrôle satisfait certains critères de chromisation. Par exemple, étant donnée une fonction objective scalaire  $G(x)$ , et le but de contrôle peut être formulé comme suit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(x(t)) = G^* \text{ ou } \lim_{t \rightarrow \infty} G(x(t)) \geq G^*$$

Notons que :  $G(x)$  fonction objective scalaire.

$G^*$  fonction optimale.

### I.6.3. Problèmes de synchronisation

La synchronisation représente un mécanisme approprié qui permet de reconstruire l'état d'un système choisi sur la base d'un signal préalablement connu. Dans le domaine de la communication, la synchronisation consiste à forcer un système esclave à se synchroniser avec un système maître. Concernant les systèmes dynamiques, pour réaliser une synchronisation, une

commande est conçue afin de rapprocher les trajectoires d'état des deux systèmes jusqu'à ce qu'elles finissent par être confondues.

### **I.7. Conclusion**

Dans ce chapitre nous nous sommes penchés sur la définition des systèmes chaotiques, leurs essentielles caractéristiques, où on a constaté que ces derniers sont non linéaires et sont représentés par des modèles mathématiques bien précis. Tandis que la simulation de quelques exemples de système chaotique à l'aide de l'outil Matlab , nous a permis d'illustrer leur grande sensibilité aux conditions initiales.

# **Chapitre II**

## **Commande par mode glissant**

### II.1. Introduction

La commande non linéaire a connu une expansion ainsi qu'une diversification importante depuis les années 50, due à la manipulation des procédés industriels et des applications robotiques, l'étude du contrôle non linéaire est d'un grand intérêt, puisque la majorité des systèmes réels sont essentiellement non linéaires [11].

Les lois de commande classique donnent de bons résultats dans le cas des systèmes linéaires à paramètres constants. Pour des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, ces lois de commande classique peuvent être insuffisantes, car elles sont non robustes, surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes [5]. Alors, pour commander ces systèmes non linéaires plusieurs méthodes de commande insensibles aux variations de paramètres aux perturbations et aux non linéarités ont été développées, tel que la commande par mode glissant, cette technique de commande est spécialement utilisée pour les systèmes incertains.

Ce chapitre est consacré à la présentation générale de la commande par mode glissant et ses performances associées.

### II.2. Commande par mode de glissant

La commande par mode glissement est un mode de fonctionnement particulier d'un système de réglage à structure variable. Il est caractérisé par une commutation continue et périodique entre deux états et par conséquent, une méthode de réglage non linéaire.

La commande à structure variable a été inspirée par les travaux du mathématicien A.F. Philipov, sur la résolution des équations différentielles à second ordre discontinue, et développée, par de nombreux chercheurs (Emiliano, Utkin, Young, Harashima... etc.) [13] et [14].

### II.3. Principe de la commande par mode glissant

L'objectif de la méthode est, à l'aide d'une commande discontinue, de contraindre et forcer le système à évoluer, au bout d'un temps fini, et se maintenir, sur une surface, dite surface de glissement, ou le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées.

Soit  $s(t, x)$  où  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in R^n$  une fonction suffisamment différentiable, telle que son annulation permette de satisfaire l'objectif de commande.  $S = \{x \in R^n : s(t, x) = 0\}$  représente alors une sous-variété de  $R^n$  de dimension  $(n - 1)$  appelée surface de glissement ou contrainte de commutation.

Le régime du système ainsi commandé est appelé mode glissant, et la dynamique de celui-ci peut être rendue insensible aux variations paramétrique, aux erreurs de modélisation et certaines perturbations externes. La loi de commande par mode glissant est de conception relativement simple, ainsi elle présente des qualités de robustesse vis-à-vis de perturbations.

L'idée directrice de la commande par mode de glissant est donc de :

- Définir une surface de glissement, fonction de l'état du système.
- Générer une loi de commande qui commute d'une expression à une autre suivant que l'on se trouve, d'un côté ou d'un autre, de la surface de glissement dans le but de ramener le système sur cette surface.

Le système sera alors plongé dans l'état d'un système réduit déterminé par la surface de glissement [14].

## II.4. Notions de base

### II. 4.1. Régime glissant

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de deux parties distinctes [15] :

- ❖ **Mode de convergence (MC)** : C'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de commutation  $s(x) = 0$ . Ce mode est caractérisé par une loi de commande et un critère de convergence.
- ❖ **Mode de glissement (MG)** : C'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement, et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par la détermination de la surface de glissement  $s(x) = 0$ .

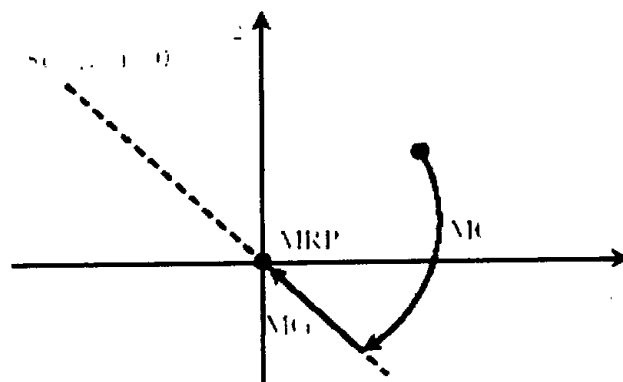


Figure II.1 Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

On distingue deux sortes de régime glissant, idéal et réel :



### II.4.1.1. Régime glissant idéal

En théorie, l'organe de commutation est supposé idéal, insensible au bruit, et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation  $s(x) = 0$ , d'où le régime glissant idéal [13].

Le régime glissant idéal correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, le point représentatif de l'évolution du système glisse parfaitement sur l'hyper surface de commutation "s"

### II.4.1.2. Régime glissant réel

En pratique, l'organe de commutation est réalisé à partir de relais (pour quelques applications tels que les machines électriques) qui présentent des imperfections, comme les retards de commutation [16].

La trajectoire de phase en régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation, donnant naissance à des oscillations indésirables qui diminuent la précision du système, en gardant néanmoins la stabilité.

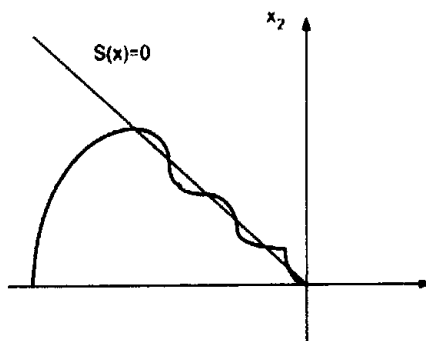


Figure II.2 Glissement réel

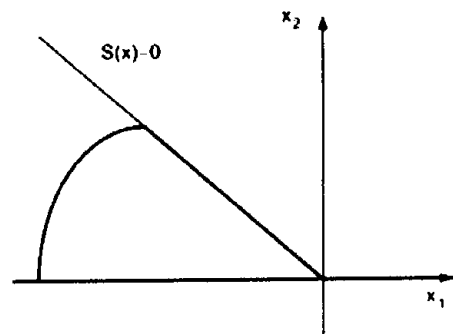


Figure II.3 Glissement idéal

## II.5. Conception de la commande par mode glissant

Soit le système d'ordre "n" décrit par l'équation suivante:

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u + d(t) \quad (\text{II.1})$$

où  $x(t) \in R^n$  : présente le vecteur d'état tel que  $x(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{n-1})^T$

$u(t) \in R^m$  : vecteur de commande.

$d(t) \in R^n$  : vecteur de perturbation.

$f(x, t) \in R^{n \times n}$  et  $g(x, t) \in R^{n \times m}$  sont des fonctions non linéaire du vecteur d'état décrivant le système.

Le but du contrôleur est de trouver une loi de commande telle que (étant donné une trajectoire désirée  $x_d(t)$ ) l'erreur tend vers zéro, malgré la présence des perturbations. L'erreur est définie par :

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (\text{II.2})$$

La mise en œuvre d'une commande par mode glissant passe par trois étapes [5] :

- Le choix de la surface de glissement.
- Conditions d'existence et de convergence.
- Etablissement de la loi de commande.

### II.5.1. Choix de la surface de glissement

Le premier objectif d'une commande par mode glissant est de diriger les états du système commandé vers une surface "s" définie préalablement, et de maintenir ces états du système sur cette surface. Cette dernière est une fonction non linéaire variante dans le temps  $s(x, t)$  appelée fonction de commutation (switching function) dans l'espace d'état  $R^n$ , par l'équation scalaire suivante :

$$s(x, t) = e^{(n-1)} + c_{(n-1)}e^{(n-2)} + \dots + c_2e \quad (\text{II.3})$$

où :  $e = x - x_d$  est l'erreur de la variable  $x$ , " $c_i$ " sont des coefficients choisis tel que le polynôme caractéristique  $\lambda^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} c_i \lambda^i$  soit un polynôme Hurwitz.

En se basant sur les conditions initiales, le problème de poursuite  $x = x_d$  est équivalent à celui de rester sur la surface  $s(t) = 0$ , quel que soit  $t > 0$ . En effet  $s(x) = 0$  représente une équation différentielle linéaire dont la solution unique est  $e = 0$  [16].

Donc le problème de poursuite d'un vecteur  $x_d$  de dimension "n" peut être réduit à celui de maintenir la surface de glissement "s" à zéro.

### II.5.2. Condition de convergence

La condition de convergence permet à la dynamique de système de converger vers la surface de glissement. Nous retenons de la littérature une condition, celle qui correspond au mode de convergence de l'état d'un système [17], [16] et [18] :

#### ❖ Fonction directe de commutation

C'est la première condition de convergence, elle est proposée par Utkin. Elle s'exprime sous la forme suivante :

$$s(x) \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{II.4})$$

Dans cette condition, il faut introduire pour  $s(x)$  et sa dérivée, les valeurs juste à gauche et à droite de la surface de commutation [18].

Pour une convergence en temps fini vers la surface de glissement, la condition de convergence définie précédemment, qui ne garantit qu'une convergence en temps infinie, est remplacée par une condition plus finie, dite condition de  $\eta$ -attractivité, donner par :

$$s\dot{s} \leq -\eta|s| \quad (\text{II.5})$$

où  $\eta$  est une constantes strictement positive.

### II.5.3. Détermination de la loi de commande

Une fois la surface de glissement est déterminée, le prochain pas est de concevoir une loi de commande qui rend la surface de glissement attractive à l'état du système, d'une autre manière, la loi de commande doit être capable de pousser l'état du système vers la surface de glissement.

Si l'état du système reste sur la surface "s", la stabilité asymptotique de glissement assurera la convergence vers zéro de l'erreur.

La loi de commande par mode glissant comprend en général deux termes, la commande équivalente et la commande discontinue de commutation elle est définie comme suit [19] :

$$u(t) = u_{eq} + u_s \quad (\text{II.6})$$

#### II.5.3.1. Commande équivalente

Cette commande  $u_{eq}(t)$  est proposée par filipov [20] et Utkin [21], elle est considérée comme la plus directe et la plus simple. Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissant est décrit par :

$$s(x) = \dot{s}(x) = 0 \quad (\text{II.7})$$

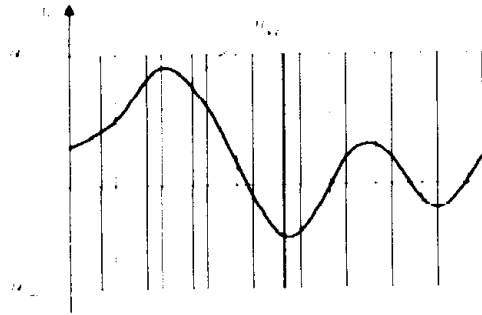
Soit le système (II.1), alors :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial x} [f(x, t) + g(x, t)u_{eq}(t)] = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$u_{eq} = \left( \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} \left( \frac{\partial s}{\partial x} f(x, t) \right) \quad (\text{II.9})$$

Avec la condition d'existence est :  $\left( \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} \neq 0$

Cette commande peut être interprétée autrement, comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs  $u_{max}$  et  $u_{min}$  sur la **Figure II.4 [19]** :



**Figure II.4** Grandeur de la commande équivalente  $u_{eq}(t)$ .

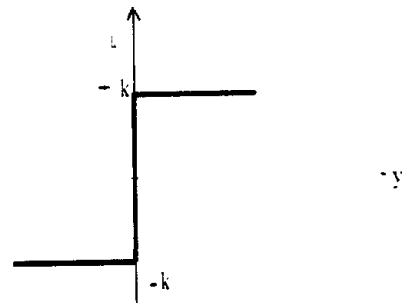
### II.5.3.2. Commande discontinue de commutation

La commande ' $u_s$ ' est déterminée pour garantir l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface et satisfaire les conditions de convergence, en d'autre terme, elle définit le comportement dynamique du système durant le mode de convergence, le terme ' $u_s$ ' est donné par :

$$u_s = -k \operatorname{sign}(s(x)) \quad (\text{II.10})$$

$k$  : est une constante positive qui représente le gain de la commande discontinue et la fonction  $\operatorname{sign}(s)$  est défini par :

$$\operatorname{sign}(s) = \begin{cases} +1, & \text{si } s > 0 \\ -1, & \text{si } s \leq 0 \end{cases}$$



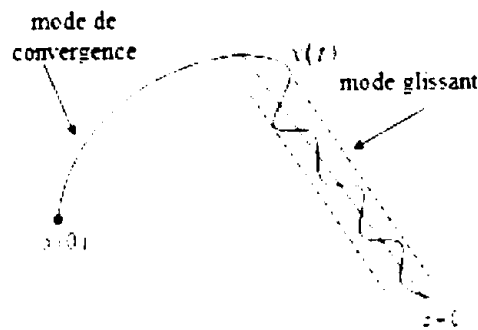
**Figure II.5** Fonction  $\operatorname{sign}(s)$

### II.6. Phénomène de réticence (chattering)

En pratique, la présence de la fonction discontinue  $\operatorname{sign}(s)$  dans la commande ' $u$ ' peut exciter des dynamiques hautes fréquences non modélisées qui entraînent l'apparition de ce qu'on appelle 'Réticence' ou 'broutement', connu en anglais sous le nom de 'chattering', et qui se

caractérisé par des fortes oscillations autour de la surface [22], c'est à dire l'état du système ne peut pas glisser le long de la surface.

Malgré les différents avantages de la commande par modes de glissement, son utilisation est entravée par un inconvénient majeur lié au phénomène de réticence **Figure II.6**. Ce phénomène est une conséquence naturelle du comportement dynamique réel de l'ensemble actionneur système à commander.



**Figure II.6** Mode de glissement avec réticence.

On cite quelques effets indésirables de ce phénomène :

- Peut dégrader les performances, diminution de la précision...etc. [23].
- Pour des fréquences de broutement élevées, dans certains cas, le système n'est plus modélisé correctement et peut devenir instable en boucle fermée [12].
- Le broutement produit une dynamique importante sur les actionneurs, ce qui peut réduire leurs « temps de vie » et d'être la cause de vibrations dangereuses [12].
- produire une grande perte de la qualité des signaux électriques [24].

Ainsi, nous allons chercher par différentes méthodes à limiter ce phénomène. Une approche consiste à remplacer la fonction *sign* par une fonction plus lisse.

### II.7. Solutions pour la suppression du phénomène de réticence

Le phénomène de réticence constitue un inconvénient majeur non négligeable des modes glissants d'ordre un, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il est susceptible d'exciter des modes de hautes fréquences qui n'ont pas été pris en compte lors de la modélisation du système [12]. Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées :

### II.7.1. Solution de couche limite

Cette solution connue aussi par le nom "boundary layer solution", a été proposée par Sastry en 1983 [25] et Slotine en 1984 [26].

Elle consiste à effectuer une approximation continue des discontinuités présentes dans la loi de commande au voisinage de la surface de glissement.

Supposons que la commande discontinue qui provoque le phénomène de réticence s'écrit sous la forme (II.10), la fonction  $sign(s(x))$  est remplacée, par une fonction plus lisse, de type grand gain, uniquement dans un voisinage de la surface  $s(x) = 0$ . Parmi ces fonctions utilisées nous citerons la fonction de saturation:

$$\begin{cases} sat(s) = 1 & \text{si } s > \mu \\ sat(s) = -1 & \text{si } s < -\mu \\ sat(s) = \frac{s}{\mu} & \text{si } -\mu < |s| < \mu \end{cases}$$

$\mu$  : Largeur du seuil de la fonction de saturation.

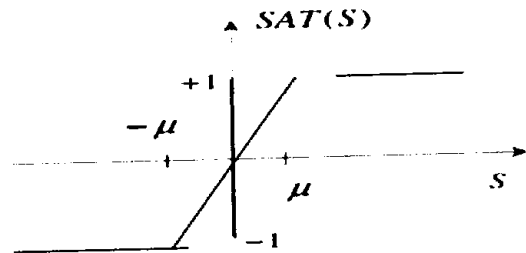


Figure II.7 Fonction de saturation.

Ainsi que d'autres fonctions telles que :

$$\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{s}{\mu}\right), \quad \tanh\left(\frac{s}{\mu}\right), \quad \text{smooth}(s) \dots \text{etc}$$

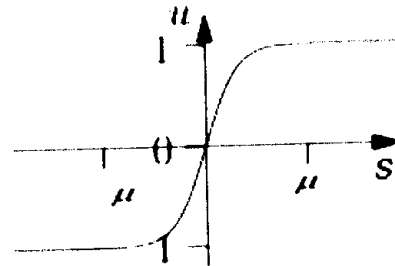


Figure II.8 Fonction  $\tanh(s/\mu)$ .

### II.7.2. Solution basée sur un observateur

Lors de l'application d'une commande discontinue, le placement d'un observateur asymptotique par mode de glissement peut éliminer la réticence due à cette discontinuité de la loi de commande. L'idée proposée par [27] consiste à générer les modes glissants idéaux dans une boucle auxiliaire d'observation, telle que cette boucle d'observateur n'intègre aucune dynamique non modélisée. La boucle principale est poursuivie de la boucle d'observateur. Sous les dynamiques de cet observateur, aucun problème de réticence n'apparaît et le système évolue comme si la commande équivalente continue est appliquée [12].

### II.7.3. Solution par des modes glissants d'ordre supérieur

La technique des modes glissants d'ordre supérieur a été introduite par Levantovsky [28], Emelyanov et Korovin [29], [30], pour pallier au problème, du chattering, Elle permet, en plus

des bonnes propriétés de robustesse, et de simplicité de mise en œuvre des modes glissants classiques, Dans cette approche, le terme discontinu n'apparaît plus directement dans l'expression de la commande synthétisée mais dans une de ses dérivées supérieures ce qui a le mérite de réduire le Chattering [31],[14],[32]. La réduction du phénomène de réticence, tout en conservant les performances du système [33], [34], [32], [35].

### II.8. Exemple de simulation

Pour montrer l'efficacité de la commande par mode glissant, on s'intéresse à l'application de cette commande sur un système chaotique qui est le gyroscope. La grandeur à régler est la position angulaire " $\theta$ ", l'équation dynamique du gyroscope, développée dans le chapitre 1 est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -100 \frac{(1 - \cos(x_1))^2}{\sin^3(x_1)} - 0.5x_2 - 0.05x_2^3 + (1 + 35.5 \sin(\omega t)) \sin x_1 + u(t) + d(t) \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

La sortie du système est :  $y = x_1 = \theta$

$x = [x_1, x_2]^T$  : est l'état du système.

$\omega$  : est la vitesse angulaire de la perturbation d'excitation externe.

$u(t)$  : la commande du système.

$d(t)$  : est donnée par :  $d(t) = 0.2 \cos(\pi t)$

Le problème de poursuite de trajectoire consiste à déterminer une loi de commande  $u(t)$  qui permet d'assurer la convergence de l'état  $x$  du système vers l'état désiré  $x_d = 0.3 \sin(t)$ .

- Choix de la surface de glissement :  $s = \dot{e} + \lambda e$   
avec  $e(t) = x_1(t) - x_d(t)$  et  $\dot{e}(t) = x_2(t) - \dot{x}_d(t)$  sont les erreurs de poursuite
- Calcul de la loi de commande

$$u = \left( 100 \frac{(1 - \cos(x_1))^2}{\sin^3(x_1)} + 0.5x_2 + 0.05x_2^3 - (1 + 35.5 \sin(\omega t)) \sin x_1 \right) + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - k \text{sign}(s)$$

Résultats de simulation pour  $k = 1.5$ ,  $\lambda = 6$  et les états initiaux  $x_1(0) = 1$  et  $x_2(0) = -0.5$

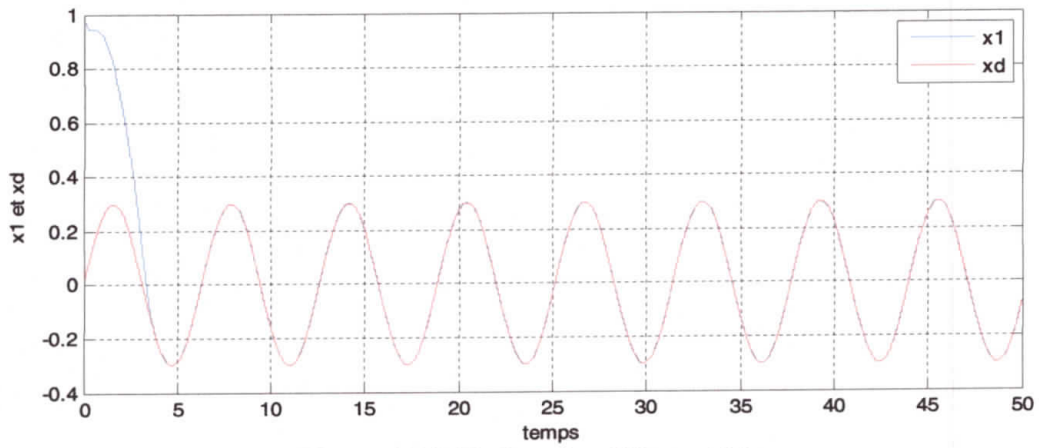


Figure II.9 Trajectoire d'état  $x_1(t)$

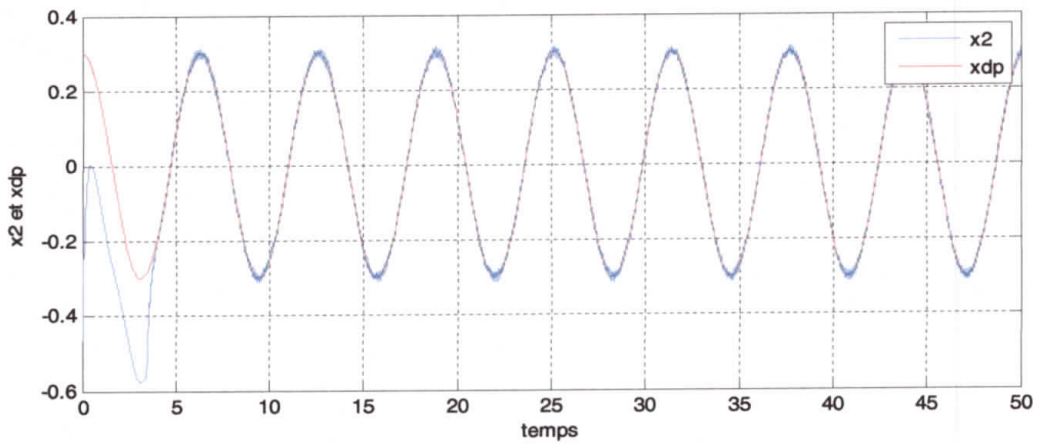


Figure II.10 Trajectoire d'état  $x_2(t)$

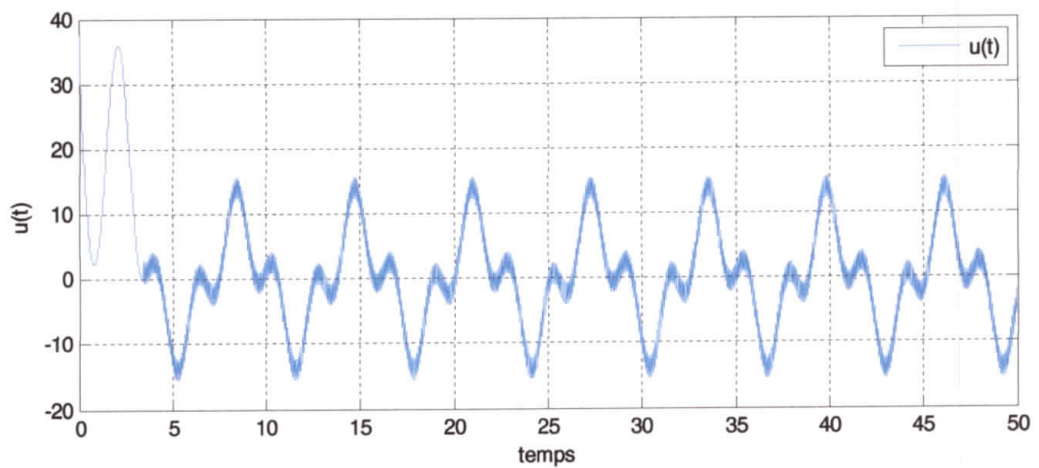


Figure II.11 Signal de commande  $u(t)$



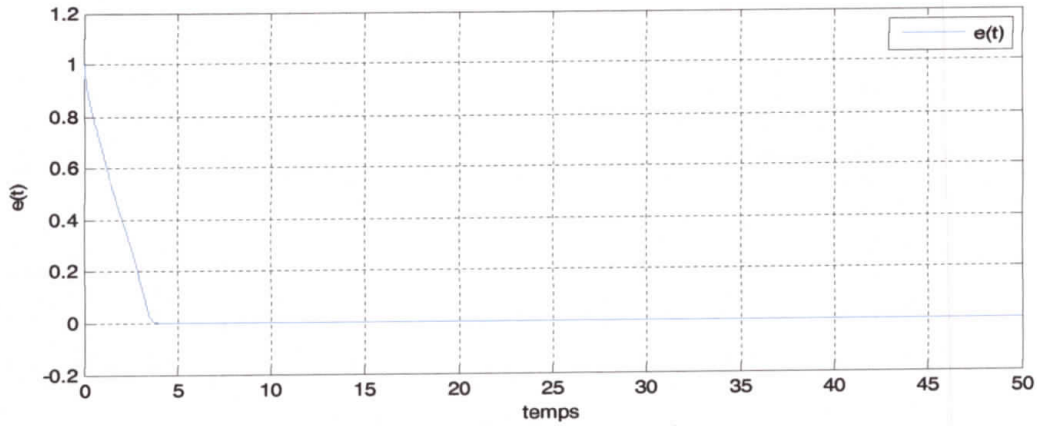


Figure II.12 Erreur de poursuite  $e(t)$

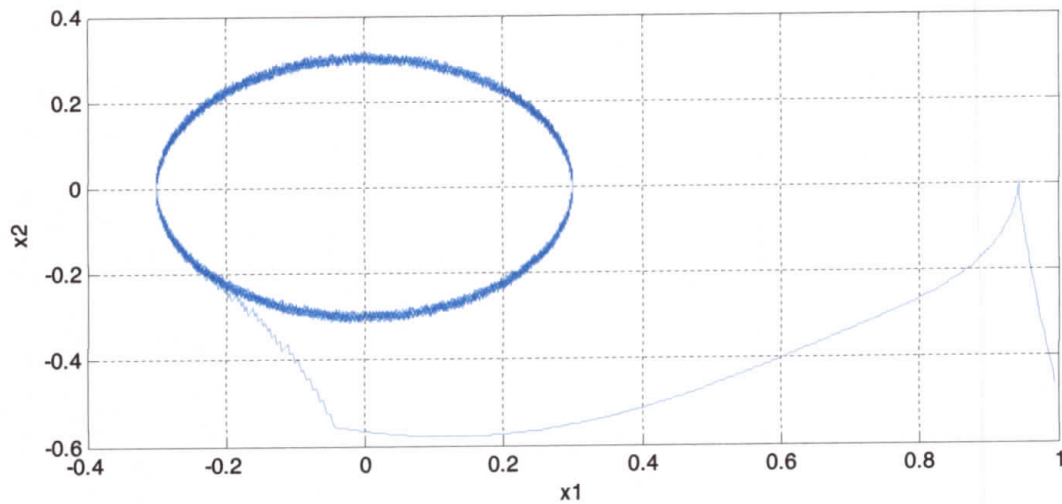


Figure II.13 Plan de phase

### • Interprétation

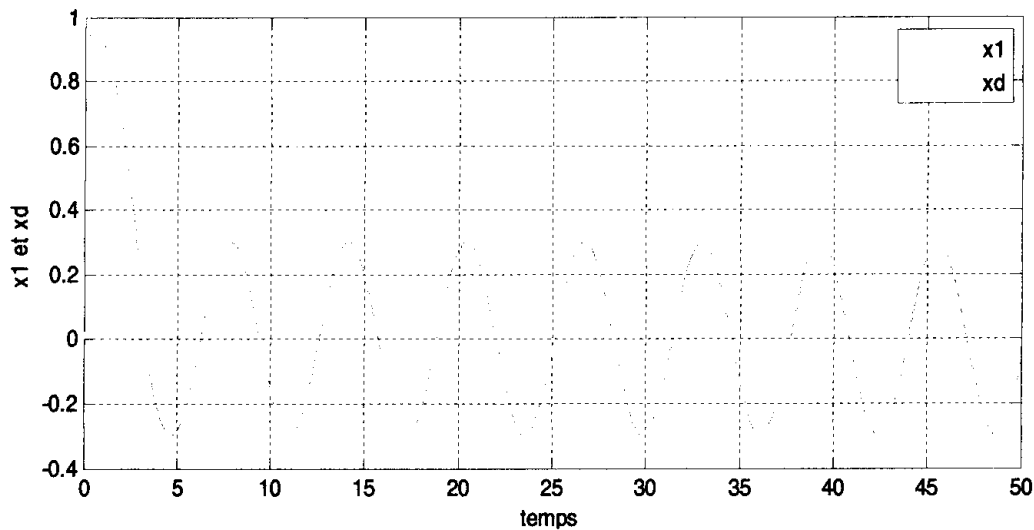
Les **Figures II.9** à **Figure II.13** montrent les bonnes performances de suivi de la trajectoire désirée. Le signal de commande est entaché du chattering (broutement). On peut citer les points suivants :

- ✓ Le signal de l'état  $x_1(t)$  suit le signal de référence  $x_d=0.3 \sin(t)$ .
- ✓ Le signal de l'état  $x_2(t)$  suit le signal  $\dot{x}_d=0.3 \cos(t)$ .
- ✓ L'erreur de poursuite tend vers zéro dans un bref temps.

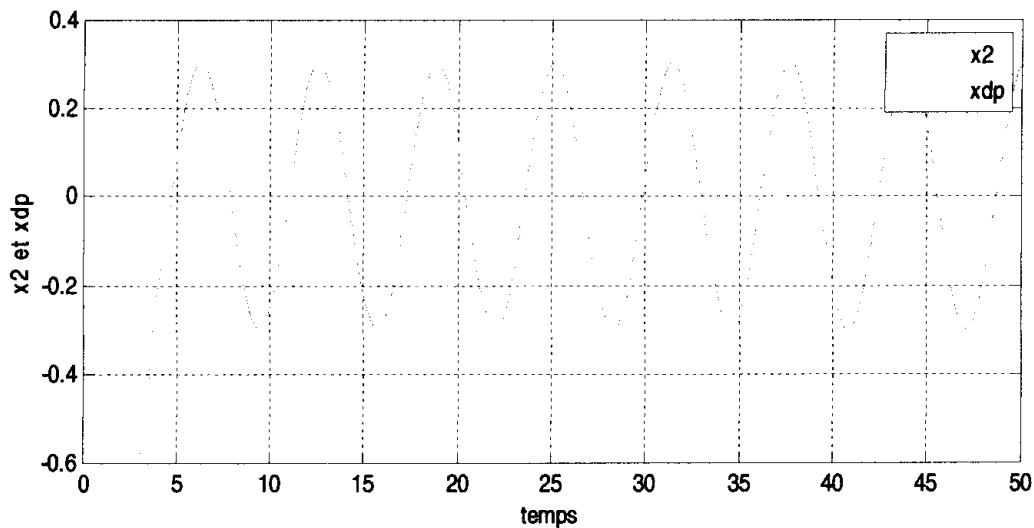
- **Atténuation du broutement (chattering)**

La présence de la fonction  $sign(s)$  dans l'expression de loi de commande (II.10) est la principale cause du phénomène de chattering, pour réduire la fréquence des commutations on remplaçant la fonction  $sign$  par la fonction tangente hyperbolique  $\tanh(s)$ .

Les résultats de simulation sont représentés pour les mêmes conditions initiales par les **Figures II.14 à II.18**:



**Figure II.14** Trajectoire d'état  $x_1(t)$



**Figure II.15** Trajectoire d'état  $x_2(t)$

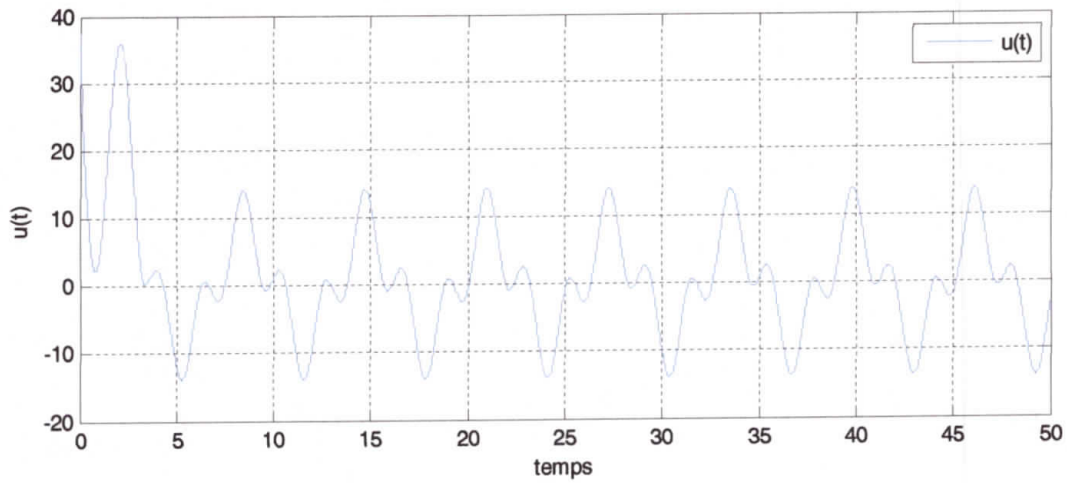


Figure II.16 Signal de commande  $u(t)$

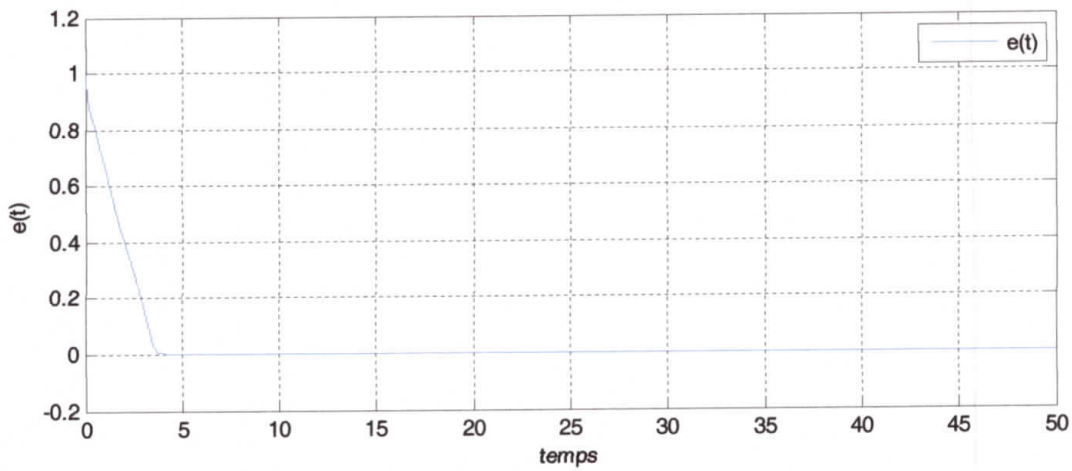


Figure II.17 Erreur de poursuite  $e(t)$

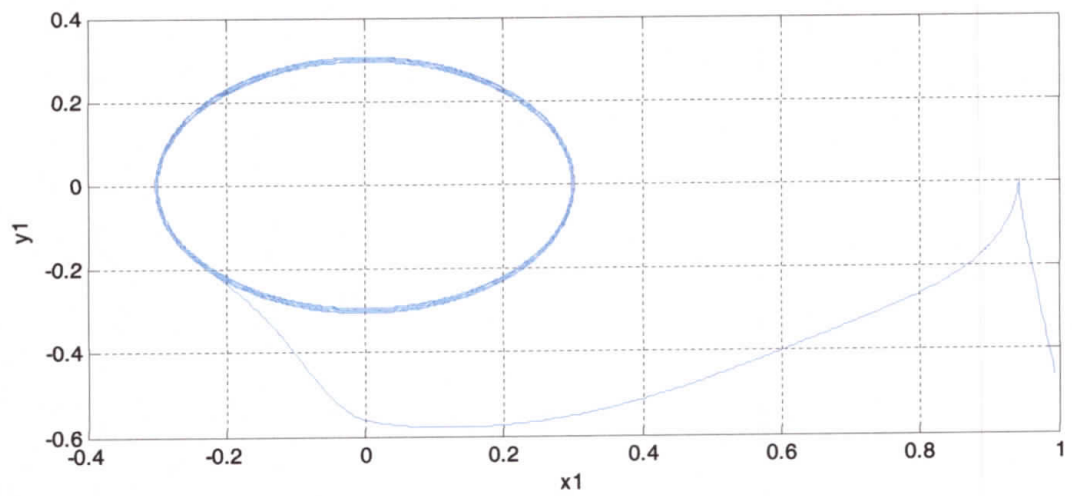


Figure II.18 Plan de phase

**• Interprétation**

En analysant les courbes :

- ✓ Le signal de l'état  $x_1(t)$  suit le signal de référence  $x_d=0.3\sin(t)$ .
- ✓ Le signal de l'état  $x_2(t)$  suit le signal  $\dot{x}_d = 0.3\cos(t)$ .
- ✓ Le signal de commande est borné et devient lisse à cause de l'utilisation de la fonction "tanh" au lieu de la fonction discontinue *sign*.
- ✓ L'erreur de poursuite tend vers zéro.

**II.9. Conclusion**

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la commande par modes glissants. Une telle commande se compose de deux éléments :

- ✓ Une hyper surface sur laquelle le système doit évoluer.
- ✓ Une loi de commande forçant le système à atteindre cette surface de glissement et y demeurer jusqu'à l'équilibre.

Après la phase de convergence, le système jouit des propriétés suivantes :

- ✓ Sa dynamique est entièrement déterminée par la surface de glissement.
- ✓ Il est insensible aux perturbations extérieures ou aux variations des paramètres du modèle.

La commande classique des systèmes par mode glissant présente, en général, l'inconvénient majeur de Chattering, quelques solutions pour l'éliminer, ou au moins réduire son effet, ont été exposées.

La robustesse et l'efficacité de cette commande est prouvée par un exemple de simulation.

# **Chapitre III**

## **Théorie de la logique floue**

### III. 1. Introduction

Les méthodes conventionnelles de réglage sont basées sur une modélisation adéquate du système à régler et un traitement analytique à l'aide de la fonction de transfert ou d'équation d'état. Malheureusement, celle-ci ne sont pas toujours disponibles.

Ces techniques de commande ont prouvé leur efficacité dans de nombreux problèmes de régulation industrielle. Les méthodes de commande avancées sont plus adaptées aux systèmes non linéaires, c'est dans ce même créneau que les méthodes de modélisation et de commande floue se positionnent.

La commande floue particulièrement intéressante lorsqu'on ne dispose pas de modèle mathématique précis du processus à commandé ou lorsque ce dernier présente de fortes non linéarités ou imprécisions.

### III.2. Logique floue

Par sa nature approximative non quantitative, la logique floue permet de traiter des variables qui ne sont plus numériques avec des valeurs bien définies, mais elle manipule des variables linguistiques qui peuvent être associés a des sous-ensembles flous qui décrivent leur répartition sur un univers de discours.

### III.3. Notions de la logique floue

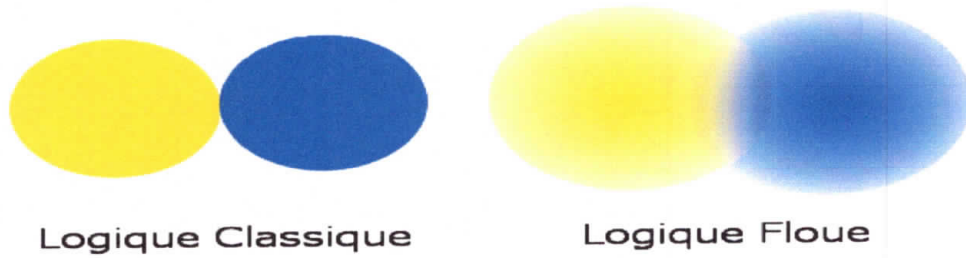
Dans cette partie, nous abordons uniquement les points les plus importants à une bonne compréhension d'un raisonnement flou.

#### III.3.1. Univers de discours

Un univers de discours continu  $X$  est un sous-ensemble qui décrit dans le cas générale le domaine de variation d'une variable linguistique, ou domaine de fonctionnement du processus dans le cas de réglage, comme il est illustré dans la **Figure III.1** dévaluation de la température dont plusieurs sous-ensembles sont décrits par des fonctions d'appartenance trapézoïdales.

#### III.3.2. Ensembles nets et flous

La notion d'ensembles flous permet de traiter les situations intermédiaires. Les valeurs appréciatives et les catégories aux limites male définies, qui sont très souvent rencontrés dans le monde physique c.à.d. ne possède pas de critère d'appartenance bien définis. Les ensembles flous sont une généralisation des ensembles nets, et sont caractérisés par des fonctions d'appartenance.



- Un ensemble net, dit aussi classique ou ordinaire  $A$  de  $X$  est une collection d'éléments de l'univers de discours caractérisé par une fonction d'appartenance  $\mu_A$  qui prend la valeur 0 pour les éléments de  $X$  n'appartenant pas à  $A$  et la valeur "1" pour ceux qui appartiennent à  $A$

$$\mu_A : X \rightarrow \{1,0\} \quad (\text{III.1})$$

- Un ensemble flou  $A$  est défini sur univers de discours  $X$ , par une fonction d'appartenance  $\mu_A(x)$  qui prend ces valeurs dans l'intervalle  $[0, 1]$ .

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1] \quad (\text{III.2})$$



Cette fonction  $\mu_A$  donne le degré d'appartenance de chaque élément  $x \in X$  à  $A$ . En effet, un élément de l'univers de discours peut être entièrement ou partialement membre de l'ensemble  $A$ . Cet ensemble flou peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées.

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X\} \quad (\text{III.3})$$

On adopte à cette notation d'autres représentations si  $X$  est discret ou continu :

$$A = \begin{cases} \sum_{x \in X} \mu_A(x) / x & \text{si } X \text{ est discret} \\ \int_x \mu_A(x) / x & \text{si } X \text{ est continu} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

### III.3.3. Variables linguistiques

C'est une variable dont les valeurs ne sont pas des nombres, mais des mots ou phrases exprimés en langage naturel [36] [37]. La raison pour la quelle on utilise cette représentation, est que le caractère linguistique est moins spécifique que le caractère numérique.

Une variable linguistique est généralement représentée par un triplet  $(x, T(x), U)$  dans lequel :

$x$  : est le nom de la variable linguistique, (vitesse, erreur, position,.....) ;

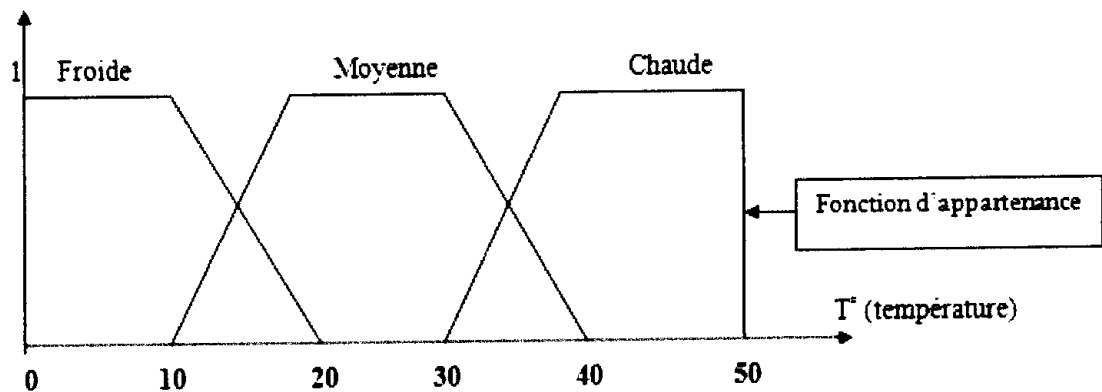
$T(x)$  : est l'ensemble des valeurs linguistiques, qui sont utilisées pour caractériser  $x$  ;

$U$  : est l'univers de discours dont est associée la variable linguistique  $x$  ;

La **Figure III.1** montre un exemple de variable linguistique associée au concept de température, représentée par les sous ensembles flous où les termes linguistiques sont définis par [froide, moyenne, chaude] sur l'univers de discours représenté par les températures comprises dans l'intervalle  $[0^\circ, 50^\circ]$ .

avec :  $T$  (températures) = {froide, moyenne, chaude},  $U = [0 \ 50]$  et température : variable linguistique.

Degré d'appartenance ( $\mu$ )



**Figure III.1** Représentation de la variable linguistique (température)

### III.3.4. Fonction d'appartenance

A fin de permettre un traitement numérique des variables linguistiques dans la prise de décision dans le calculateur, une définition des variables linguistiques à l'aide des fonctions d'appartenance s'impose.

Soit un ensemble  $E$  et un sous-ensemble  $A$  de  $E$  ( $A \subset E$ ), et  $x$  un élément de  $E$  appartenant à  $A$  ( $x \in A$ ). On associe à chaque valeur de la variable linguistique une fonction d'appartenance désignée par  $\mu_A(x)$  (où  $x$  est la variable linguistique et  $\mu$  est compris entre 0 et 1). Une valeur précise de  $\mu_A(x)$  sera désignée par le degré ou le facteur d'appartenance, dans le cas particulier où  $\mu_A$  ne prend que des valeurs égales à 0 ou 1, le sous-ensemble flou  $A$  est un sous-ensemble classique de  $x$ .

Le plus souvent, on utilise pour les fonctions d'appartenance les fonctions suivantes :



- **Fonction triangulaire**

Elle est définie par trois paramètres  $\{a, b, c\}$  qui déterminent les coordonnées des trois sommets.

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (\text{III.5})$$

- **Fonction trapézoïdale**

Elle est définie par quatre paramètres  $\{a, b, c, d\}$ .

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (\text{III.6})$$

- **Fonction gaussienne**

Elle est définie par deux paramètres  $\{\sigma, m\}$ .

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III.7})$$

- **Fonction sigmoïde**

Une fonction sigmoïde est définie par deux paramètres  $\{a, c\}$ .

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))} \quad (\text{III.8})$$

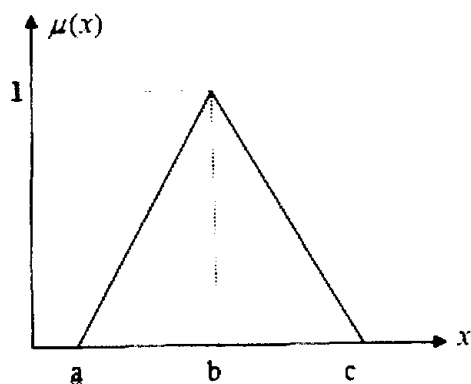


Figure III.2 Fonction triangulaire

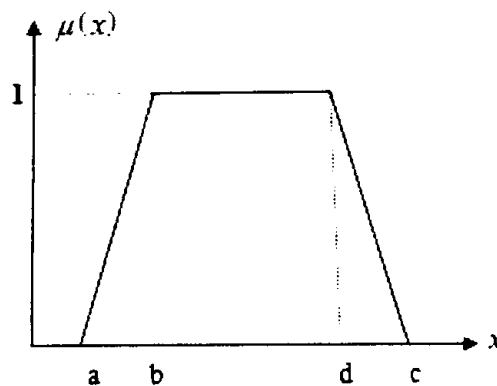


Figure III.3 Fonction trapézoïde

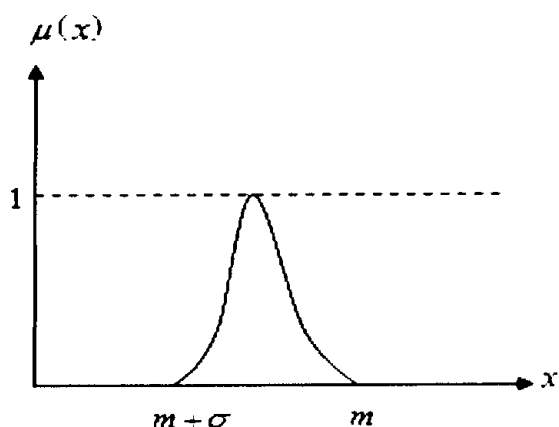


Figure III.4 Fonction gaussienne

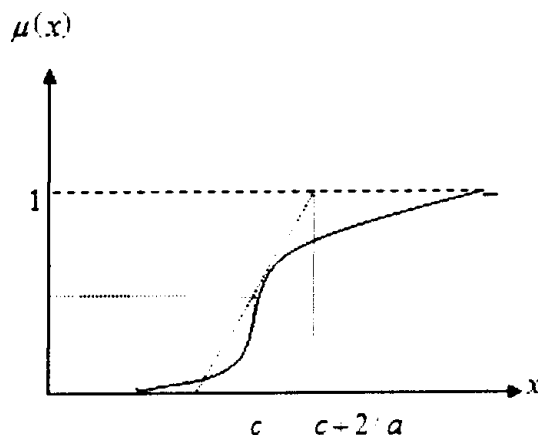


Figure III.5 Fonction sigmoïde

### III.4. Caractéristiques d'un ensemble flou

Les caractéristiques d'un ensemble flou  $A$  de  $U$  les plus utiles pour le décrire sont celles qui montrent, à quel point il diffère d'un ensemble classique de  $U$  [38], [39].

- **Support**

Le support de  $A$  est l'ensemble des éléments de  $U$  qui appartient au moins un peu à  $A$ . Le support  $A$ , noté  $\text{supp}(A)$ , est la partie de  $U$  sur laquelle la fonction d'appartenance de  $A$  n'est pas nulle :

$$\text{supp}(A) = \{x \in U / \mu_A(x) \neq 0\} \quad (\text{III.9})$$

- **Hauteur**

La Hauteur, notée  $h(A)$ , d'un ensemble flou  $A$  de  $U$  est la plus grande valeur prise sa fonction d'appartenance :

$$h(A) = \text{supp}_{x \in U}(A) \mu_A(x) \quad (\text{III.10})$$

- **Noyau**

Le noyau de  $A$ , noté  $\text{noy}(A)$ , est l'ensemble des éléments de  $U$  pour la fonction d'appartenance de  $A$  vaut 1 :

$$\text{noy}(A) = \{x \in U / \mu_A(x) = 1\} \quad (\text{III.11})$$

- **Cardinalité**

La cardinalité d'un ensemble flou  $A$  et  $U$  est définie par

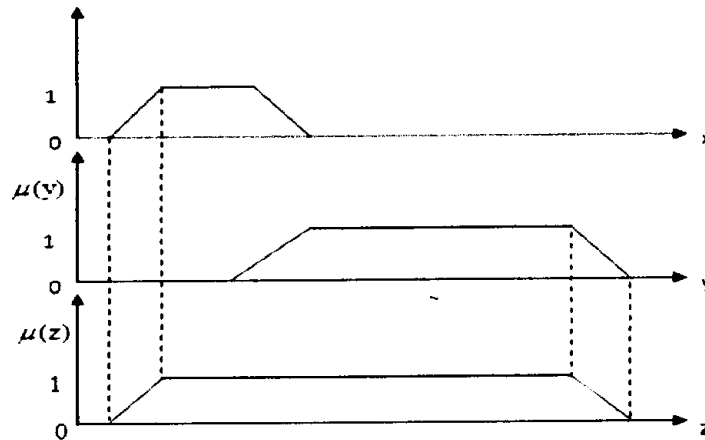
$$|A| = \sum_{x \in U} \mu_A(x) \quad (\text{III.12})$$

**II.5. Opérateurs de la logique floue**

Les principaux opérateurs dans la théorie des ensembles flous sont : l'union, l'intersection, le complément flou et l'inclusion.

- **Union** : l'union de deux sous-ensembles flou  $A$  et  $B$  de  $E$  est un sous-ensemble flou  $A \cup B$  qui est défini par le plus grand sous-ensemble flou qui contient  $A$  et qui contient  $B$ , sa fonction d'appartenance est donnée par :

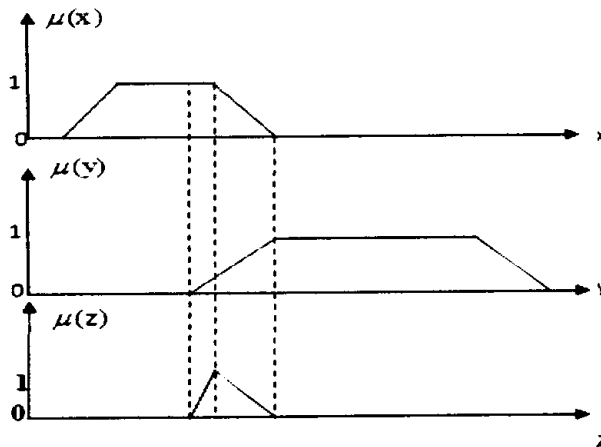
$$U_{A \cup B}(x) = \max[u_A(x), u_B(x)]; \forall x \in E \tag{III.13}$$



**Figure III.6 Opérateur OU**

- **Intersection** : l'intersection de deux sous-ensembles flous  $A$  et  $E$  est un sous-ensemble flou  $A \cap B$  qui est défini par le plus petit sous-ensemble contenu à la fois dans  $A$  et dans  $B$ . sa fonction d'appartenance est donnée par :

$$U_{A \cap B}(x) = \min[u_A(x), u_B(x)]; \forall x \in E \tag{III.14}$$



**Figure III.7 Opérateur ET**

- **Complément flou (négation)** : le complément d'un sous-ensemble flou  $A$  de  $E$  est un ensemble flou noté par  $\bar{A}$  dont la fonction d'appartenance est donnée par :

$$U_{\bar{A}}(x) = 1 - u_A(x), \forall x \in E \tag{III.15}$$

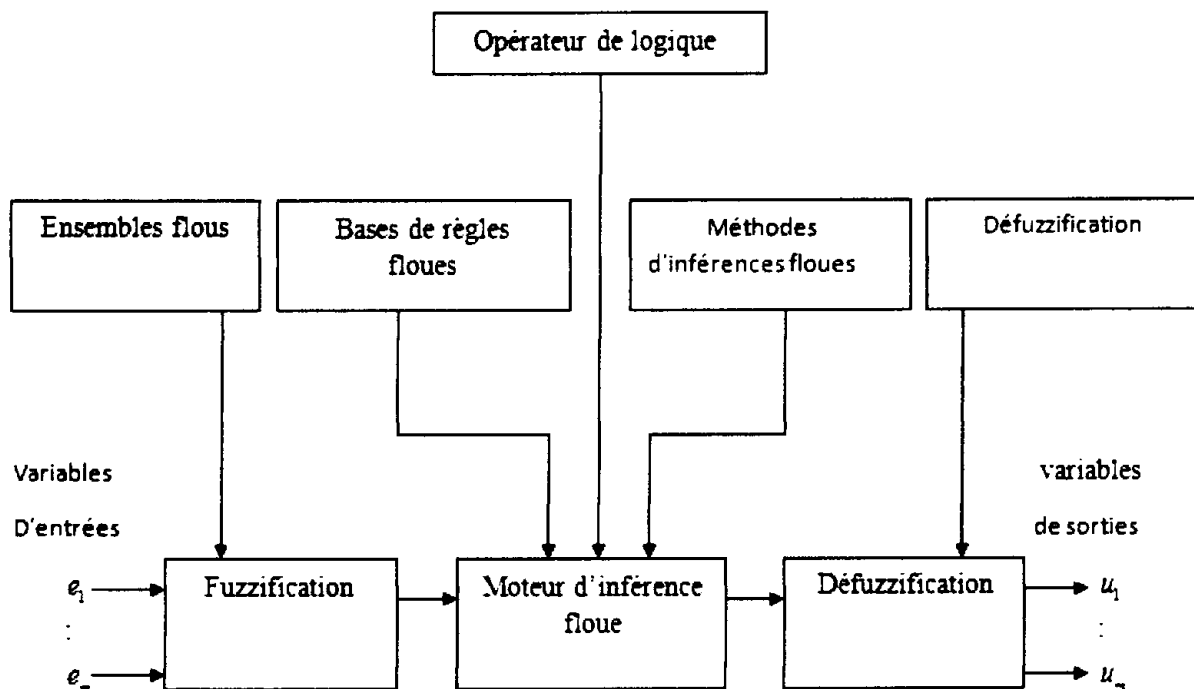
- **Inclusion** : soit les sous-ensembles flous  $Z$  et  $B$  de l'ensemble  $E$ , on dit que  $A$  est inclus dans  $B$  si :  $\forall x \in E : u_A(x) \leq u_B(x)$ . et on notera alors :  $A \subset B$ .

**III.6. Systèmes flous**

Les systèmes flous sont les systèmes qui ont une relation directe avec les concepts flous (ensembles flous, variables linguistiques.....etc.), et la logique floue [38].

Un système flou est un système à base de connaissance particulière dont architecture se compose de quatre modules principaux [41], [36], [42], [43], [44].

La structure conventionnelle d'un système flou est représentée par la figure suivante :



**Figure III.8** Structure d'un système flou

Les définitions des quatre modules principaux sont données ci-dessous :

**III.6.1. Fuzzification**

Il s'agit du passage d'une valeur numérique à une valeur linguistique. Soit  $x$  une variable numérique définie sur l'ensemble  $E$ ,  $A$  est le sous-ensemble flou et ' $a$ ' le degré d'appartenance de  $x$  à  $A$  :

$$u_A(x) = \begin{cases} a > 0; x \text{ vérifie en partie la propriété définie par } A \\ a=1; \text{ il est vrai que "x est } A" \\ a=0; \text{ il est faux que "x est } A" \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

### III.6.2. Base de règles floues

La base de connaissance d'un contrôleur flou comporte la base de données et la base de règles.

- **Base de données :** la fonction de cette base est de fournir l'information nécessaire pour un fonctionnement adéquat du module de fuzzification, ces informations incluent :
  - Les ensembles flou (fonction d'appartenance représentant la signification des valeurs linguistique des valeurs d'entrées et de sorties du processus).
  - Le domaine réel des variables et le domaine normalisé correspondant avec les facteurs d'échelles. dans le cas où les variables sont discrétisées, la base de données contient les informations concernant la discrétisation (quantification)
- **Base de règles :** la base de règle permet de représenter dans une manière structurée la stratégie de contrôle d'un opérateur expérimenté et/ou un ingénieur de contrôle dans la forme d'un ensemble de règles de la forme :

SI (état du processus) ALORS (sortie de commande)



Les paramètres de conception de la base de règle sont donc :

- Le choix des variables d'états et des commandes du processus.
- Le choix de la méthode et des opérateurs de combinaison des variables dans l'antécédente et la conséquence de la règle et la dérivation des règles d'inférence.

### III .6.3. Moteur d'inférence flou

Le moteur d'inférence flou utilise la base de règles floues pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers les ensembles flous dans l'espace de sortie en se basant sur les opérations de la logique floue.

Dans le mécanisme d'inférence on distingue deux types d'opérateurs, de conjonction *ET* qui lie les différentes variables de la règle, et l'opérateur de disjonction *OU* qui lie l'ensemble de règles. Ces deux opérateurs peuvent être réalisés par différentes manières, en effet l'opérateur *ET* peut être réalisé par le produit algébrique ou l'intersection floue (*min*), et l'opérateur *OU* par la somme algébrique ou l'union floue (*max*). Ces différentes réalisations introduisent plusieurs mécanismes d'inférences :

- Mécanisme d'inférence Max-Min (méthode de sugeno)
- Mécanisme d'inférence Max-Prod (méthode de Tsukamoto)
- Mécanisme d'inférence Somm-Prod (méthode de mamdani)

#### III.6.4. Défuzzification

Le rôle de la défuzzification est de transformer la partie floue issue de l'inférence en une grandeur numérique. Malheureusement, il n'y a pas une procédure systématique pour choisir la stratégie de défuzzification. Comme on s'intéresse à l'application de la logique floue en commande, un critère de choix d'une méthode de défuzzification est la simplicité du calcul. Plusieurs méthodes de défuzzification sont rencontrées dans la littérature, le choix dépend de l'utilisateur. En pratique, on utilise surtout les deux méthodes suivantes [41], [36], [37], [42] :

- **Méthode du centre de gravité (COG) :**

La méthode de détermination du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante  $\mu_{RES}(x^*)$  est la méthode la plus utilisée pour la défuzzification. Son principe consiste à calculer l'abscisse  $x^*$ , ce dernier peut être déterminé à l'aide de la relation générale :

$$x^* = \frac{\int_{-1}^1 x \mu_{RES}(x) dx}{\int_{-1}^1 \mu_{RES} dx} \quad (\text{III.17})$$

Cette valeur est considérée comme résultat de défuzzification.

- **Méthode de maximum**

Cette stratégie génère une commande qui examine le sous-ensemble flou  $A$  issu de l'inférence et choisi comme sortie la valeur  $x$  pour laquelle  $\mu_{RES}(x)$  est un maximum.

Cependant, ce défuzzificateur présente un certain inconvénient lorsqu'il existe plusieurs valeurs pour lesquelles la fonction d'appartenance est un maximum.

#### III.7. Différents types des modèles flous

La modélisation floue est déduite d'un raisonnement élaboré des états de processus et d'une liste des règles décrivent la manière selon laquelle le modèle doit fonctionner pour réaliser les performances désirées. Plusieurs modèles de raisonnement ont été développés, les plus courants sont :

- le modèle de Mamdani-Zadeh
- le modèle de Takagi-sugeno

### III.7.1. Modèle de Mamdani-Zadeh

Ces modèles sont historiquement les premiers à avoir été proposés et sont assez simple à mettre en œuvre. Ces modèles permettent une description linguistique du système sous forme règles floues. Les prémisses et les conclusions des règles sont des propositions linguistiques floues [45]. L'avantage majeur de ces modèles est que les prémisses et les conclusions des règles sont de nature entièrement linguistique. Ceci les rend facilement compréhensibles, et donne une interprétation sémantique claire au modèle. En revanche, un grand nombre de règles est souvent nécessaire pour approcher le comportement global d'un système. Par conséquent, le nombre de paramètres à identifier est élevé [46]. Ce nombre exige une base d'informations importante et complète pour déterminer tous les paramètres.

### III.7.2. Modèle de Takagi-sugeno

Les modèles linguistiques ne permettent pas d'intégrer directement des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure physique du système, par exemple, les équations de conservation d'énergie ou du bilan de masses ne peuvent pas être prises en compte directement. Takagi et Sugeno et ses collaborateurs [47] ont proposé une autre classe de modèles qui permet de représenter ce type d'informations. Les modèles de cette classe sont appelés Modèles de Takagi-Sugeno (T-S). Pour un système MISO à  $r$  entrées et une sortie, un modèle de (T-S) est constitué d'une base de règles de la forme:

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1^{i_1} \text{ et } x_2 \text{ est } A_2^{i_2} \text{ et...et } x_r \text{ est } A_r^{i_r} \text{ Alors } y = f_i(x_1, x_2, \dots, x_r) \quad (\text{III.18})$$

où  $x_1, x_2, \dots, x_r$  sont les variables numériques d'entrée du modèle flou et  $f_i$  est une fonction numérique de  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r$  dans  $Y$ .

Dans ces modèles, les conclusions des règles sont des valeurs numériques calculées à partir des entrées par la formation du produit [47]. La valeur finale de la sortie résultante de l'ensemble des règles est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions.

### III.8. Approximation par les systèmes flous

Le choix de la méthode de fuzzification, la stratégie d'inférence et de la méthode de défuzzification permet d'établir différentes classes de systèmes flous, qui nous permet d'avoir une formule mathématique qui décrit le chemin de l'entrée  $x$  jusqu'à la sortie  $y = f(x)$

La classe des systèmes flous, utilisant la fuzzification par singleton, le produit d'inférence et la défuzzification par le centre de gravité, peut se mettre sous la forme suivante [48] :

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^m y^j \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad (\text{III.19})$$

où :  $\mu_{A_i^j}$  est une fonction d'appartenance de la variable d'entrée, et  $y^j$  est un point dans  $R$ , représente les ensembles de sortie.

Si les fonctions d'appartenance  $\mu_{A_i^j}$  sont fixes, et que les paramètres  $y^j$  sont considérés comme des paramètres ajustables, donc on peut réécrire (III.13) sous la forme suivante :

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (\text{III.20})$$

où :  $\theta = [y^1 \dots y^m]^T$  est un vecteur de paramètres, et  $\xi(x) = [\xi^1(x), \dots, \xi^m(x)]^T$  est un vecteur de fonctions de base.

avec :

$$\xi^j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad (\text{III.21})$$

il est montré que les systèmes flous de cette classe sont des approximateurs universels [49], capables d'approximer toutes fonctions réelle continue sur un ensemble compact  $U$  avec une précision arbitraire donnée. Donc, on peut utiliser ces systèmes comme étant des blocs de base pour la construction des contrôleurs adaptatifs flous.

### III.9. Conclusion

Ce chapitre a été entièrement consacré aux rappels théoriques sur les principes fondamentaux de la logique floue et les systèmes flous et sur leurs utilités dans la commande des systèmes. Nous avons aussi montré que les systèmes flous ont la propriété d'approximation universelle. En fait, ils peuvent approcher n'importe quelle fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact.



# **Chapitre IV**

**Commande adaptative floue par mode glissant  
des systèmes chaotiques incertains application à  
la synchronisation**

### IV.1. Introduction

La plupart des systèmes rencontrés sont modélisables mathématiquement. Cependant, il existe de nombreux processus dans le monde réel possédant des mécanismes physiques complexes difficilement modélisables avec des paramètres incertains. L'obtention d'un modèle pour de tels systèmes devient alors une opération difficile à réaliser. Une des solutions consiste à utiliser la théorie de la logique floue proposée et développée par le professeur Lotfi A. Zadeh.

Dans ce chapitre, la première partie est dédiée à l'étude de la synthèse d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant pour une classe de systèmes chaotiques incertains. Les systèmes flous sont utilisés pour estimer en ligne la dynamique du système et la loi de commande par mode glissant est synthétisée en se basant sur cette estimation. Les lois d'adaptation et l'analyse de stabilité basant sur la commande adaptative floue par mode glissant sont assurées, en utilisant la méthode de Lyapunov.

Afin de tester les performances de la commande étudiée précédemment, la deuxième partie du chapitre est consacrée à la simulation de quelques exemples. D'abord on effectue une synchronisation entre deux gyroscopes chaotiques, une deuxième synchronisation entre un gyroscope chaotique et l'oscillateur de Duffing, enfin une poursuite d'une trajectoire désirée par un gyroscope.

### IV.2. Formulation de problème et description du système

Considérons les deux systèmes chaotiques d'ordre  $n$  de la forme :

- Le système maître

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} & , 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n = g(x, t) & , x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathfrak{R}^n \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

- Le système esclave

$$\begin{cases} \dot{y}_i = y_{i+1} & , 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{y}_n = f(y, t) + d(t) + u(t) & , y = [y_1, y_2, \dots, y_n] \in \mathfrak{R}^n \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

où  $x$  et  $y$  sont des vecteurs d'états du système (IV.1) et du système (IV.2) respectivement,  $g(x, t)$  et  $f(y, t)$  sont des fonctions non linéaires inconnues mais bornées,  $u(t)$  est l'entrée de commande du système esclave et  $d(t)$  est une perturbation externe bornée du système (IV.2).

En général, on suppose que les incertitudes et la perturbation sont bornées comme suit :

$$\begin{cases} |g(x, t)| \leq G \\ |f(y, t)| \leq F \\ |d(t)| \leq D \end{cases}$$

avec  $G, F, D$  sont des constantes connues.

L'objectif de la commande est de concevoir un contrôleur  $u(t)$  inclus dans le système (IV.2) dans le but de synchroniser les deux systèmes (IV.1) et (IV.2) en présence des perturbations externes, d'incertitude et pour des conditions initiales différentes, tel que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - x(t)\| = 0 \quad (\text{IV.3})$$

où  $\|y(t) - x(t)\|$  représente la norme Euclidienne des vecteurs.

### IV.3. Synthèse de la loi de commande par mode glissant

Connu par sa robustesse et sa simplicité de mise en œuvre, le mode glissant est une commande appliquée avec succès dans le domaine de la synchronisation des systèmes chaotiques. Afin de concevoir cette commande, on définit l'erreur de synchronisation entre le système maître et le système esclave comme suit :

$$\begin{aligned} e_i &= y_i - x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n & (\text{IV.4}) \\ \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = e_3 \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = e_n \\ \dot{e}_n = f(y, t) - g(x, t) + d(t) + u(t) \end{cases} \\ e &= [e_1, \dot{e}_1, \dots, e_1^{(n-1)}] \end{aligned}$$

La surface de glissement est donnée par :

$$\begin{aligned} s(e, t) &= ce \\ s(e, t) &= c_1 e + c_2 \dot{e}_1 + \dots + c_{n-1} e_1^{(n-2)} + e_1^{(n-1)} \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

où  $C = [c_1, c_2, \dots, c_{(n-1)}, 1]$ , est un vecteur de paramètres pour lequel le polynôme caractéristique  $h(r) = \sum_{i=1}^n c_i r^{(i-1)}$ ,  $c_n = 1$  est Hurwitz.

Le problème de synchronisation peut être vu comme, ramener le vecteur d'erreur des états à la surface de glissement  $s(e, t) = 0$  pour tous  $t \geq 0$ .

Le processus de contrôle par mode glissant peut être exécuté en deux phases, la phase de convergence pour  $s(e, t) \neq 0$  et la phase de glissement pour  $s(e, t) = 0$ .

Correspondent aux deux phases, deux lois de commande peuvent être dérivées séparément :

❖ Dans la phase de glissement, nous avons  $s = 0$  et  $\dot{s} = 0$  et afin de forcé la dynamique du système a resté sur la surface de glissement, la commande équivalente  $u_{eq}$  est obtenue comme suit :

Si les fonctions  $f(y, t)$  et  $g(x, t)$  sont connue et la perturbation  $d(t) = 0$ , la dérivée de la surface par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_1 \dot{e}_1 + c_2 \ddot{e}_1 + \dots + c_{n-1} e_1^{(n-1)} + e_1^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_1^{(i)} + e_1^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_1^{(i)} + f(y, t) - g(x, t) + u = 0 \end{aligned} \quad (IV.6)$$

alors, la commande équivalente est donnée par :

$$u_{eq} = - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_1^{(i)} - f(y, t) + g(x, t) \quad (IV.7)$$

❖ Dans la phase de convergence, où  $s \neq 0$ , et a fin de satisfaire la condition de  $\eta$ -attractivité :

$$s(e, t) \dot{s}(e, t) \leq -\eta |s|, \quad \eta > 0$$

le terme de commande  $u_s$  est :

$$u_s = -k \operatorname{sign}(s) \quad (IV.8)$$

où  $k > \eta > 0$

alors la loi de commande résultante est donnée par :

$$\begin{aligned} u &= u_{eq} + u_s \\ &= - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_1^{(i)} - f(y, t) + g(x, t) - k \operatorname{sign}(s) \end{aligned} \quad (IV.9)$$

Pour obtenir la commande par mode glissant (IV.9), les fonctions  $g(x, t)$ , et  $f(y, t)$  du système maitre et du système esclave respectivement doivent être connues préalablement. Cependant, ces dernières sont inconnues et  $d(t) \neq 0$ , alors il est impossible de calculer la commande (IV.9). a fin de surmonter se problème, des systèmes flous adaptatifs vont être utilisé pour approximer les fonctions  $g(x, t)$ , et  $f(y, t)$ .

**IV.4. Commande adaptative floue par mode glissant**

Dans cette partie, notre tâche est d'approximer les fonctions non linéaires inconnues  $f(y, t)$  et  $g(x, t)$ , en utilisant les systèmes flous qui sont des approximateurs universels. En se basant sur l'analyse de stabilité par l'approche de Lyapunov des lois d'adaptation sont obtenues pour ajuster le vecteur de paramètre des ensembles de sortie des systèmes flous. Ces lois d'adaptation aident à l'atténuation de l'erreur de synchronisation et les perturbations externes.

- Nous remplaçons  $f(y, t)$  et  $g(x, t)$  par les systèmes flous  $\hat{f}(y|\theta_f)$  et  $\hat{g}(x|\theta_g)$  respectivement, similairement au (III.13) et (III.14), les fonctions estimées sont données par :

$$\begin{cases} \hat{f}(y|\theta_f) = \theta_f^T \xi(y) \\ \hat{g}(x|\theta_g) = \theta_g^T \xi(x) \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

où  $\xi(x)$  c'est un vecteur de fonction floue de base,  $\theta_g^T$  et  $\theta_f^T$  sont des vecteurs de paramètres ajustables.

Cependant, la loi de commande (IV.9) devient :

$$u = -\sum_{i=1}^{n-1} k_i e_i' - \hat{f}(y|\theta_f) + \hat{g}(x|\theta_g) - k \text{ sign}(s) \quad (\text{IV.11})$$

- Afin de calculer les lois adaptatives des vecteurs  $\theta_f$  et  $\theta_g$ , premièrement, nous définissons le vecteur de paramètre optimal  $\theta_f^*$  et  $\theta_g^*$  comme :

$$\begin{cases} \theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left[ \sup_{x \in \Omega_x} |\hat{f}(y|\theta_f) - f(y, t)| \right] \\ \theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left[ \sup_{x \in \Omega_x} |\hat{g}(x|\theta_g) - g(x, t)| \right] \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

où  $\Omega_f, \Omega_g$  sont des ensembles de contrainte adéquat à  $\theta_f$  et  $\theta_g$  respectivement, et sont défini

comme suit :  $\Omega_f = \{\theta_f : |\theta_f| \leq M_f\}$  et  $\Omega_g = \{\theta_g : |\theta_g| \leq M_g\}$

où  $M_f, M_g$  sont des constantes positives.

- Les approximations optimales  $\hat{f}(y|\theta_f^*)$  et  $\hat{g}(x|\theta_g^*)$  sont données par :

$$\begin{cases} \hat{f}(y|\theta_f^*) = \theta_f^{*T} \xi(y) \\ \hat{g}(x|\theta_g^*) = \theta_g^{*T} \xi(x) \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

- La dérivée temporelle de la surface de glissement est obtenue par :

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i e_i' + f(y, t) - g(x, t) + u + d(t) \\
&= \sum_{i=1}^{n-1} k_i e_i' + f(y, t) - g(x, t) + d(t) - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e_i' - \hat{f}(y | \theta_f) + \hat{g}(x | \theta_g) - k \text{sign}(s) \\
&= f(y, t) - g(x, t) - \hat{f}(y | \theta_f) + \hat{g}(x | \theta_g) - k \text{sign}(s) + d(t) \\
&= f(y, t) - g(x, t) - \hat{f}(y | \theta_f) + \hat{g}(x | \theta_g) - k \text{sign}(s) + \hat{f}(y | \theta_f^*) - \hat{f}(y | \theta_f) \\
&\quad + \hat{g}(x | \theta_g^*) - \hat{g}(x | \theta_g) + d(t)
\end{aligned} \tag{IV.14}$$

- L'erreur d'approximation minimale est définie par :

$$\begin{aligned}
w &= (f(y, t) - \hat{f}(y | \theta_f^*)) - (g(x, t) - \hat{g}(x | \theta_g^*)) \\
|w| &\leq |f(y, t) - \hat{f}(y | \theta_f^*)| + |g(x, t) - \hat{g}(x | \theta_g^*)| \\
&\leq \|\theta_f^{*T}\| \|\xi(y)\| + |f(y, t)| + \|\theta_g^{*T}\| \|\xi(x)\| + |g(x, t)| \\
&\leq M_f + F + M_g + G
\end{aligned} \tag{IV.15}$$

donc :

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= -\hat{f}(y | \theta_f) + \hat{g}(x | \theta_g) - k \text{sign}(s) + \hat{f}(y | \theta_f^*) - \hat{g}(x | \theta_g^*) + w + d(t) \\
&= w + d(t) - k \text{sign}(s) - \xi(y)^T (\theta_f - \theta_f^*) + \xi(x)^T (\theta_g - \theta_g^*)
\end{aligned} \tag{IV.16}$$

On pose  $\tilde{\theta}_f = \theta_f - \theta_f^*$  et  $\tilde{\theta}_g = \theta_g - \theta_g^*$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= w + d(t) - k \text{sign}(s) - \xi(y)^T (\theta_f - \theta_f^*) + \xi(x)^T (\theta_g - \theta_g^*) \\
&= w + d(t) - k \text{sign}(s) - \xi(y)^T \tilde{\theta}_f + \xi(x)^T \tilde{\theta}_g
\end{aligned} \tag{IV.17}$$

#### IV.4.1 Analyse de stabilité

Afin d'analyser la stabilité du système en boucle fermée, on choisit la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2r_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2r_g} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g \tag{IV.18}$$

En dérivant  $V$  par rapport au temps on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s\dot{s} + \frac{1}{r_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f + \frac{1}{r_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\tilde{\theta}}_g \\
&= s(w + d(t) - k \text{sign}(s) - \xi(y)^T \tilde{\theta}_f + \xi(x)^T \tilde{\theta}_g) + \frac{1}{r_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f + \frac{1}{r_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\tilde{\theta}}_g \\
&= s(w + d(t) - k \text{sign}(s)) - s \xi(y)^T \tilde{\theta}_f + s \xi(x)^T \tilde{\theta}_g + \frac{1}{r_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f + \frac{1}{r_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\tilde{\theta}}_g
\end{aligned}$$

$$= s (w + d(t) - k \operatorname{sign}(s)) + \tilde{\theta}_f^T \left[ \frac{1}{r_f} \dot{\tilde{\theta}}_f - s \xi(y) \right] + \tilde{\theta}_g^T \left[ s \xi(x) + \frac{1}{r_g} \dot{\tilde{\theta}}_g \right] \quad (\text{IV.19})$$

Pour que  $\dot{V} \leq 0$ , les lois d'adaptation sont choisies de manière à se que :

$$\left[ \frac{1}{r_f} \dot{\tilde{\theta}}_f - s \xi(y) \right] = 0 \quad \text{Et} \quad \left[ s \xi(x) + \frac{1}{r_g} \dot{\tilde{\theta}}_g \right] = 0$$

donc :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}}_f = r_f s \xi_f \\ \dot{\tilde{\theta}}_g = -r_g s \xi_g \end{cases} \quad (\text{IV.20})$$

où  $r_f, r_g$  sont des paramètres d'adaptation.

alors :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(w - k \operatorname{sign}(s) + d) \\ &= sw + s(d - k) \operatorname{sign}(s) \\ \dot{V} &\leq sw + s(D - k) \operatorname{sign}(s) \\ &\leq sw + (D - k)|s| \\ &\leq -(k - D)|s| + sw \end{aligned}$$

et on sélectionnant  $k - D = \eta > 0$  ( $k > D$ ) on a :

$$\dot{V} \leq -\eta|s| + sw \quad (\text{IV.21})$$

D'après le théorème d'approximation universelle, le terme "sw" est très petit (si ce n'est pas zéro) pour des systèmes flous adaptatifs. Donc nous avons

$$\dot{V} < 0. \quad (\text{IV.22})$$

Pour compléter la preuve de stabilité et établir une convergence asymptotique de l'erreur de synchronisation, nous devrions prouver que  $s \rightarrow 0$  si  $t \rightarrow \infty$ .

Supposons que  $|s| \leq \eta_s$ , alors l'équation (IV.22) devient :

$$\dot{V} \leq |s||w| - \eta|s| \leq \eta_s|w| - \eta|s| \quad (\text{IV.23})$$

En intégrant les deux côtés de l'équation (IV.23), on a :

$$\int_0^t |s| dt \leq \frac{1}{\eta} (|V(0)| + |V(t)|) + \frac{\eta_s}{\eta} \int_0^t |w| d\tau \quad (\text{IV.24})$$

Alors on a  $s \in L_1$ .

De l'équation (IV.21), on peut dire que "s" est bornée, et chaque terme de l'équation (IV.19) est également borné, alors  $s, \dot{s} \in L_\infty$ . Par l'utilisation du lemme de Barbalat [24], nous concluons que  $s \rightarrow 0$  si  $t \rightarrow \infty$ , et le système est asymptotique stable :  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|e(t)\| = 0$ .

#### IV.5. Exemples de simulation

Dans cette partie nous essayerons à travers trois exemples de simulation, de valider les bonnes performances de la commande étudiée. On effectuera deux synchronisations, la première est effectuée entre deux systèmes chaotiques identiques (gyroscopes) et la deuxième entre un gyroscope chaotique et le système de Duffing. Pour le dernier exemple, on traite le problème de poursuite d'une trajectoire désiré par un gyroscope chaotique.

Pour réduire le phénomène de réticence dû à la fonction discontinue  $sign(s)$ , on remplace cette dernière par la fonction tangente hyperbolique  $tanh(s)$  dans la commande (IV.22), pour les trois exemples de simulation.

##### IV.5.1. Exemple 1 : Synchronisations de deux gyroscopes identiques

Dans ce qui suit une synchronisation est réalisée sur deux systèmes chaotiques identiques (gyroscope). Notre but est de construire une commande introduite dans le système esclave l'incitant à suivre le comportement du système maître en temps réel, de même les fonctions  $f(y, t)$  et  $g(x, t)$  sont approximées à l'aide des systèmes flous adaptative appropriés.

- Système maître :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(x_1))^2}{\sin^3(x_1)} - c_1 x_2 - c_2 x_2^3 + (\beta + f \sin(\omega t)) \sin(x_1) \end{cases} \quad (IV.25)$$

- Système esclave :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(y_1))^2}{\sin^3(y_1)} - c_1 y_2 - c_2 y_2^3 + (\beta + f \sin(\omega t)) \sin(y_1) + d(t) + u(t) \end{cases} \quad (IV.26)$$

avec :  $g(x) = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(x_1))^2}{\sin^3(x_1)} - c_1 x_2 - c_2 x_2^3 + (\beta + f \sin(\omega t)) \sin(x_1)$



$$f(y) = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(y_1))^2}{\sin^3(y_1)} - c_1 y_2 - c_2 y_2^3 + (\beta + f \sin(\omega t)) \sin(y_1)$$

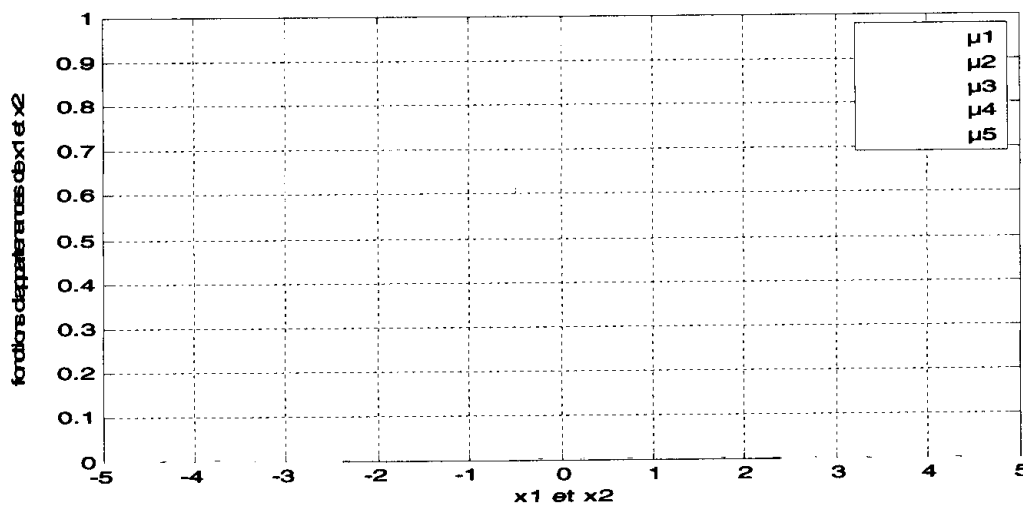
Dans cet exemple de simulation on prend : les conditions initiales  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = -0.5$ ,  $y_1(0) = 1.6$ ,  $y_2(0) = 0.8$ , les paramètres du gyroscope  $\omega = 2$ ,  $c_1 = 0.5$ ,  $c_2 = 0.05$ ,  $\alpha^2 = 100$ ,  $f = 35.5$ , les paramètres de conception de la commande (IV.11)  $k = 10$  et  $\lambda = 6$ , et les constantes de vitesses d'adaptation sont :  $r_g = 10$ ,  $r_f = 20$ , Nous supposons que la perturbation externe est un signal sinusoïdal tel que  $d(t) = 0.2 \cos(\pi t)$ .

- Les erreurs de synchronisation sont  $e_1 = y_1 - x_1$  et  $e_2 = y_2 - x_2$
- La surface de glissement est  $s = e_2 + \lambda e_1$
- Les variables d'entrée des systèmes flous  $\hat{f}(y|\theta_f)$  et  $\hat{g}(x|\theta_g)$  sont  $y = [y_1, y_2]$  et  $x = [x_1, x_2]$  respectivement, pour chaque entrée  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $i = 1, 2$ , on définit cinq ensemble flous représentés sur la **Figure IV.1**.

$$\mu_1(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i + 2)^2}{2}\right) \quad \mu_2(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i + 1)^2}{2}\right) \quad \mu_3(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i)^2}{2}\right)$$

$$\mu_4(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i - 1)^2}{2}\right) \quad \mu_5(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i - 2)^2}{2}\right) \quad \text{avec } i = 1, 2$$

Le vecteur de paramètres initial des ensembles conséquents des règles floues est choisit par  $\theta_f(0) = 0.5 I_{2 \times 25}$  et  $\theta_g(0) = 0.5 I_{2 \times 25}$ . Donc, 25 règles floues sont obtenues pour approximer chacune des fonctions inconnues  $f(y, t)$  et  $g(x, t)$  décrivant la dynamique du gyroscope.



**Figure IV.1** Fonctions d'appartenances

• Résultat de simulation

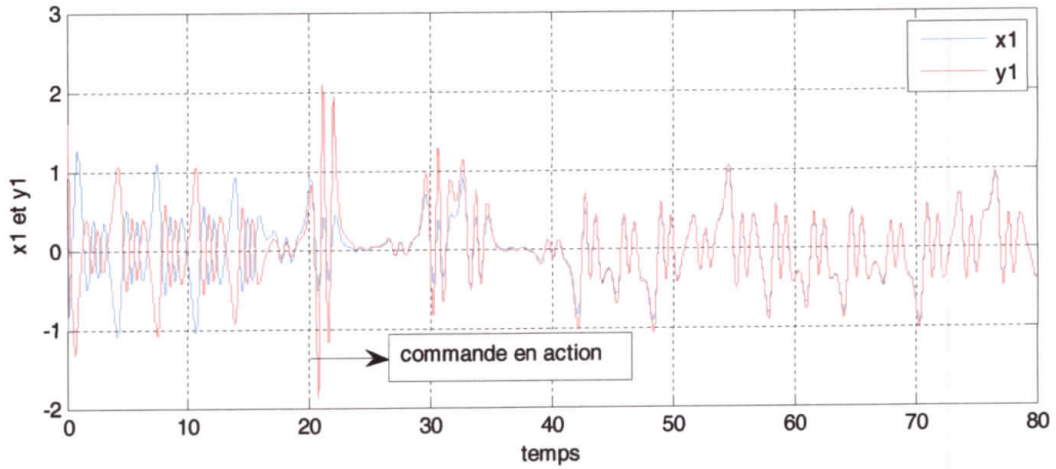


Figure IV.2 Signal de sortie de l'état  $x(1)$  et  $y(1)$

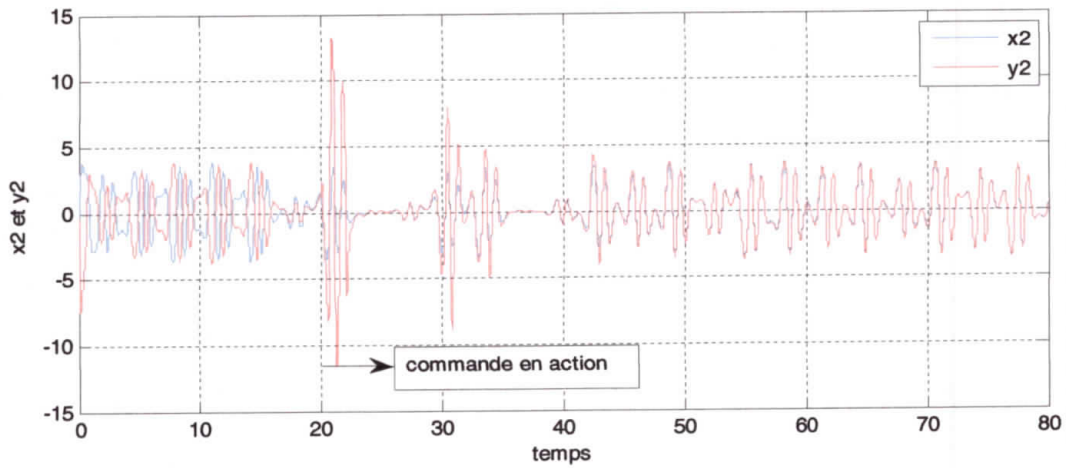


Figure IV.3 Signal de sortie de l'état  $x(2)$  et  $y(2)$

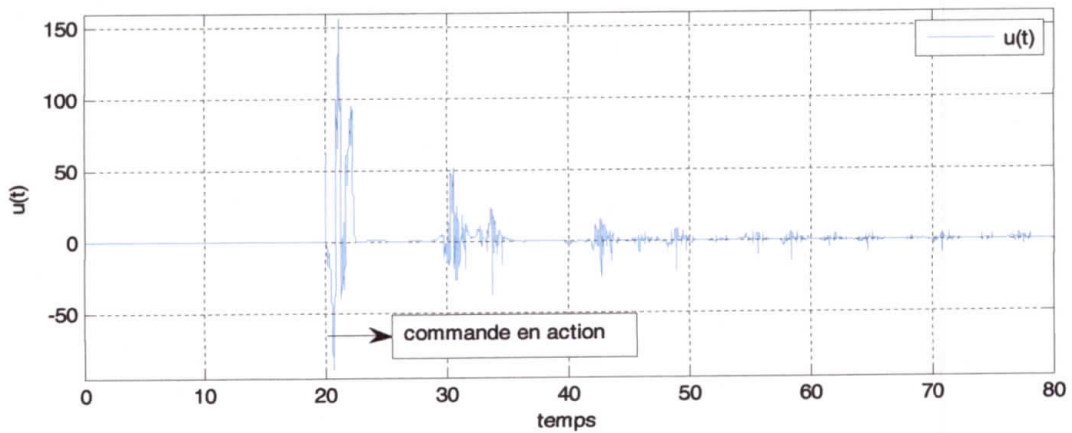


Figure IV.4 Signal de la commande  $u(t)$  activée à l'instant ( $t = 20$ )

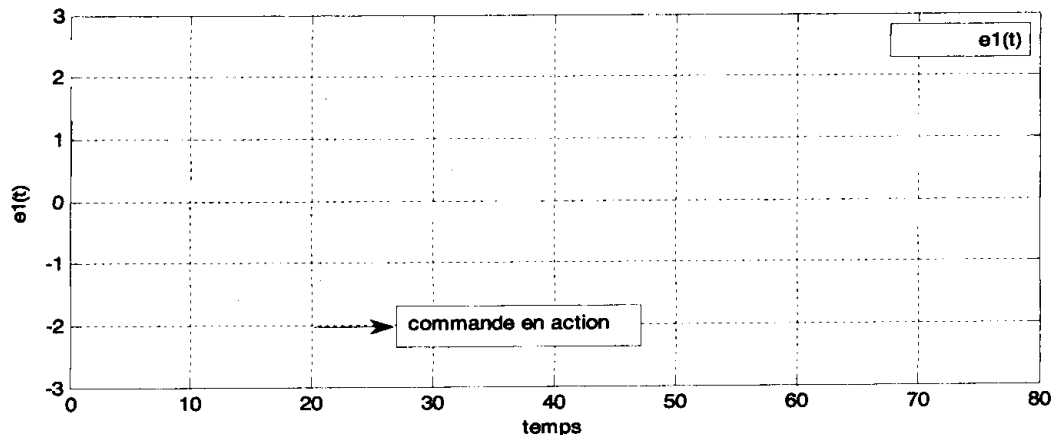


Figure IV.5 Signal de l'erreur de synchronisation  $e_1(t)$

- **Interprétation**

Les résultats de simulation aperçus dans les Figures IV.2 et IV.3, confirment que les deux systèmes maitres et esclave achèvent leur synchronisation juste après l'activation de la commande ( $t=20s$ ). La Figure IV.5 montre que l'erreur de synchronisation tend vers zéro juste après l'activation de la commande illustrée dans la Figure IV.4

#### IV.5.2. Exemple 2 : Synchronisation entre le gyroscope et le système de Duffing

De la même manière que l'exemple précédent, une synchronisation est réalisée entre deux systèmes chaotiques différents l'un est un gyroscope et l'autre étant un oscillateur de Duffing. Notre but est toujours de construire une commande introduite dans le système esclave qui est le gyroscope pour suivre le système maitre qui est l'oscillateur de Duffing en temps réel. Les fonctions  $g(x,t)$  et  $f(y,t)$  ci-dessous sont approximées par les systèmes flous décrit précédemment.

Les modèles mathématiques de ces deux systèmes sont définis comme suit :

- Système maitre :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -0.25 x_2 + x_1 - x_1^3 + 0.3 \cos(t) \end{cases} \quad (IV.27)$$

- Système esclave :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(y_1))^2}{\sin^3(y_1)} - c_1 y_2 - c_2 y_2^3 + (\beta + f \sin(\alpha t)) \sin(y_1) + u(t) + d(t) \end{cases} \quad (IV.28)$$

avec:  $g(x) = -0.25 x_2 + x_1 - x_1^3 + 0.3 \cos(t)$

$$f(y) = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(y_1))^2}{\sin^3(y_1)} - c_1 y_2 - c_2 y_2^3 + (\beta + f \sin(\omega t)) \sin(y_1)$$

où les états initiaux du système (IV.27) et du système (IV.28) sont respectivement choisis comme suit :  $x_1(0) = 1, x_2(0) = -1, y_1(0) = 1, y_2(0) = 1$ , les paramètres de synthèse sont choisis par :  $\lambda = 15$  et  $k = 20$  et les constantes de vitesses d'adaptation sont :  $r_g = 100, r_f = 200$ .

- La surface de glissement est choisie par:  $s = e_2 + \lambda e_1$

avec  $e_1 = y_1 - x_1, e_2 = y_2 - x_2$  sont les erreurs de synchronisation.

- La commande (IV.9) est donnée par :

$$u = \hat{g}(x/\theta_g) - \hat{f}(y/\theta_f) - \lambda e_2 - k \tanh\left(\frac{s}{0.1}\right)$$

- Les approximations  $\hat{g}(x/\theta_g)$  et  $\hat{f}(y/\theta_f)$  sont obtenue par les mêmes systèmes flous définies dans l'exemple précédent

Pour tester la robustesse de notre commande, on introduit des perturbations de la forme :

$$d(t) = 0.2 \cos(\pi t)$$

#### • Résultats de simulation

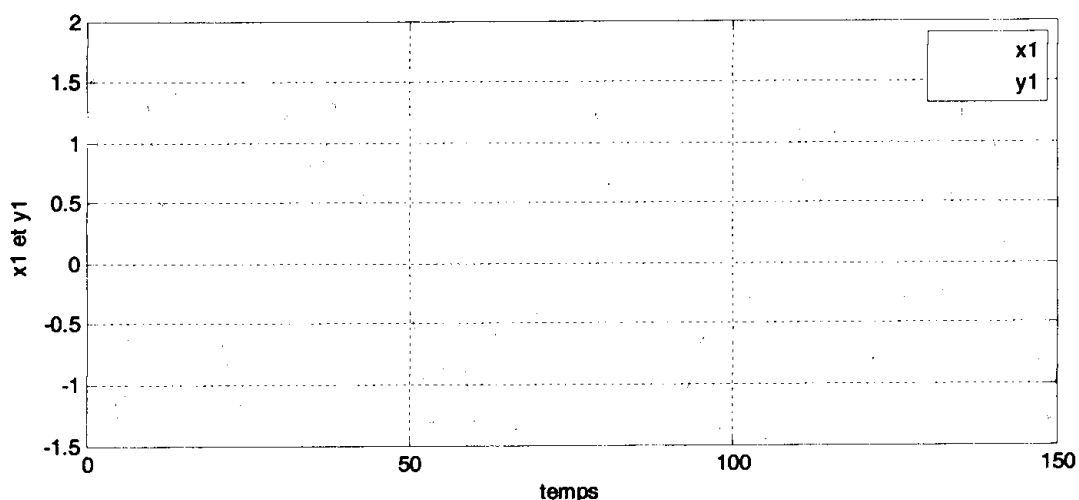


Figure IV.6 Signal de sortie de l'état  $x(1)$  et  $y(1)$

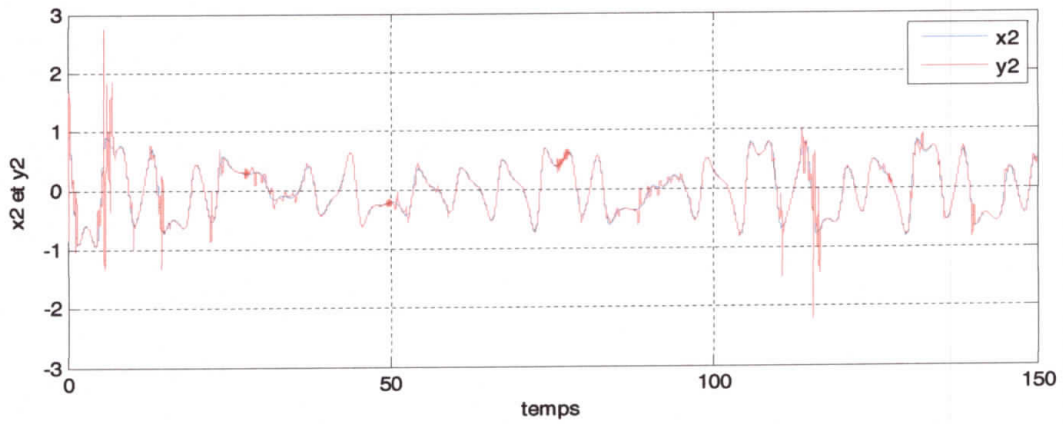


Figure IV.7 Signal de sortie de l'état  $x(2)$  et  $y(2)$

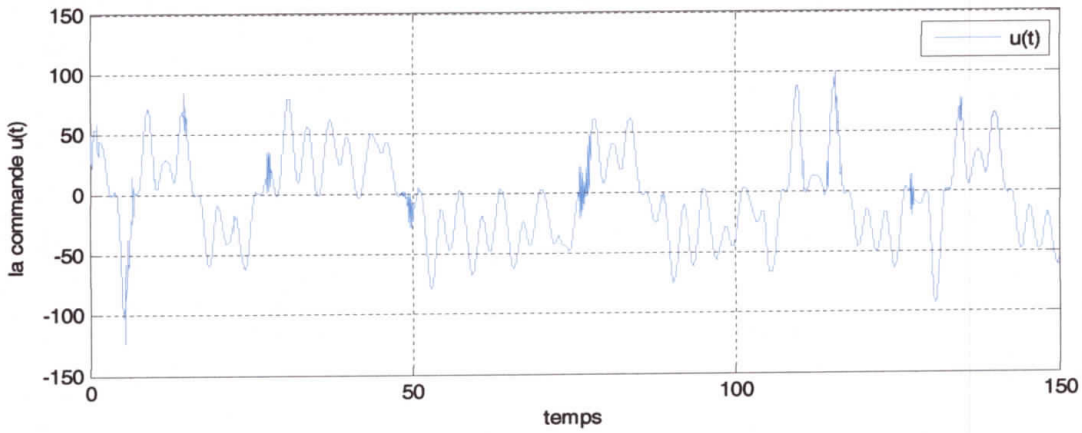


Figure IV.8 Signal de commande  $u(t)$

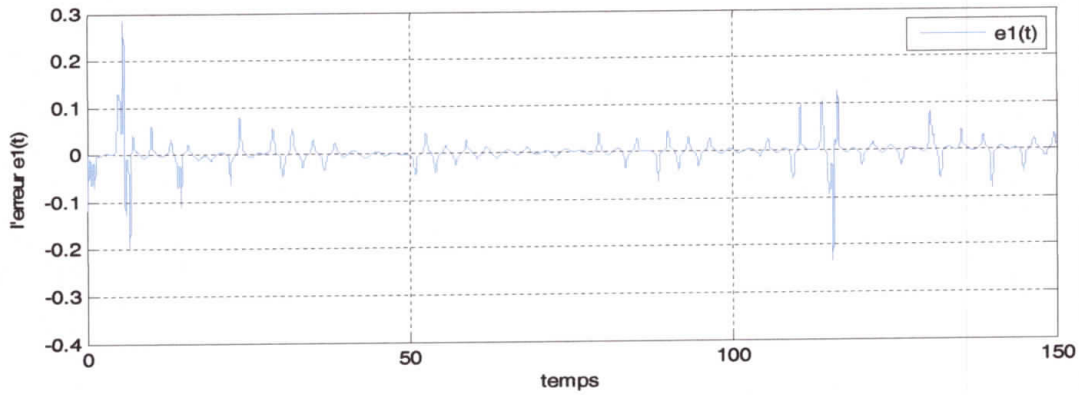


Figure IV.9 Signal de l'erreur de synchronisation  $e_1(t)$

• **Interprétation**

D'après les résultats de simulation montrés dans les **Figures IV.6** et **IV.7**, on remarque que les trajectoires d'états du système esclave convergent vers les trajectoires du système maître dans

un temps très court, malgré des conditions initiales différentes, avec une erreur de synchronisation faibles **Figure IV.9**, et un signal de commande borné **Figure IV.8**.

### IV.5.3. Exemple 3 : Poursuite d'une trajectoire désiré par un gyroscope

Considérons le même système chaotique gyroscope définie dans les exemples précédent :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x, t) + d(t) + u(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{IV.29})$$

$$\text{avec } f(x, t) = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(x_1))^2}{\sin^3(x_1)} - c_1 x_2 - c_2 x_2^3 + (\beta + f \sin(\omega t)) \sin(x_1)$$

$x = [x_1 \ x_2]^T = [x \ \dot{x}]^T$  est le vecteur d'états et  $d(t)$  est la perturbation externe égale à  $0.2 \cos(\pi t)$ .

On définit cinq ensembles flous Gaussiennes :  $\mu(x_i, t) = \exp\left(-\frac{(x_i - m)^2}{2\sigma^2}\right)$  avec  $j = 1, \dots, 5$   $i = 1, 2$

,  $\sigma = 0.5$  et  $m = [-2, -1, 0, 1, 2]$ , afin d'approximer la fonction  $f(x, t)$

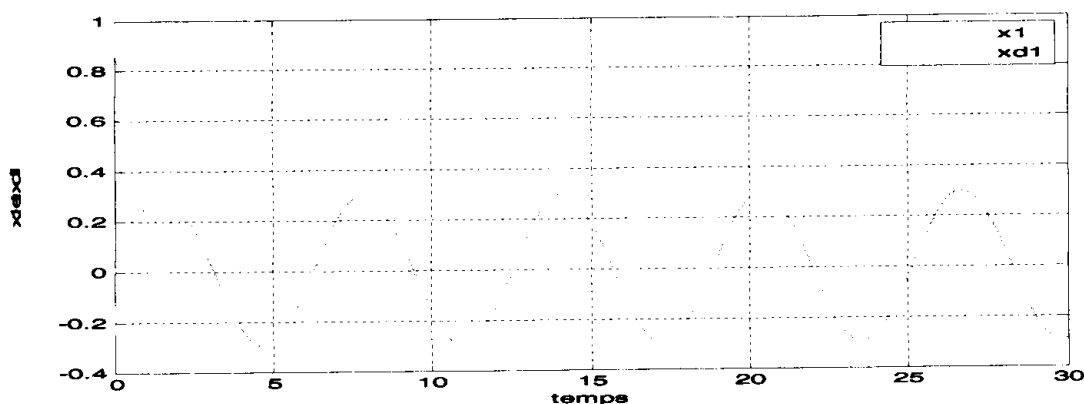
- L'erreur de poursuite et sa dérivée sont définies comme suit :  $e(t) = x_1 - x_d$ ,  $\dot{e}(t) = x_2 - \dot{x}_d$
- La surface de glissement est  $s = \dot{e} + \lambda e$
- Pour le cas de la poursuite la commande (IV.11) devient :

$$u = -\hat{f}(x|\theta_f) + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - k \tanh(s/0.1)$$

L'objectif de notre commande est de forcé la sortie du système  $y = x_1(t)$  du système à suivre le signal de référence  $x_d(t) = 0.3 \sin(t)$  pour avoir :  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$

Les conditions initiales :  $x(0) = [1 \ -0.5]^T$  et  $k = 20$ ,  $\lambda = 6$ , le paramètre de vitesses d'adaptation est  $r_f = 100$ .

#### • Résultats de simulation



**Figure IV.10** Signal de sortie de l'état  $x(1)$

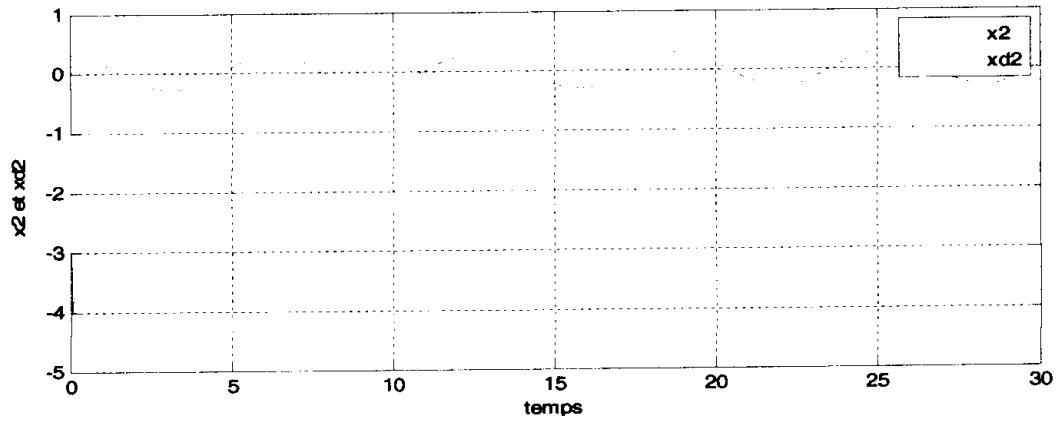


Figure IV.11 Signal de sortie de l'état  $x(2)$

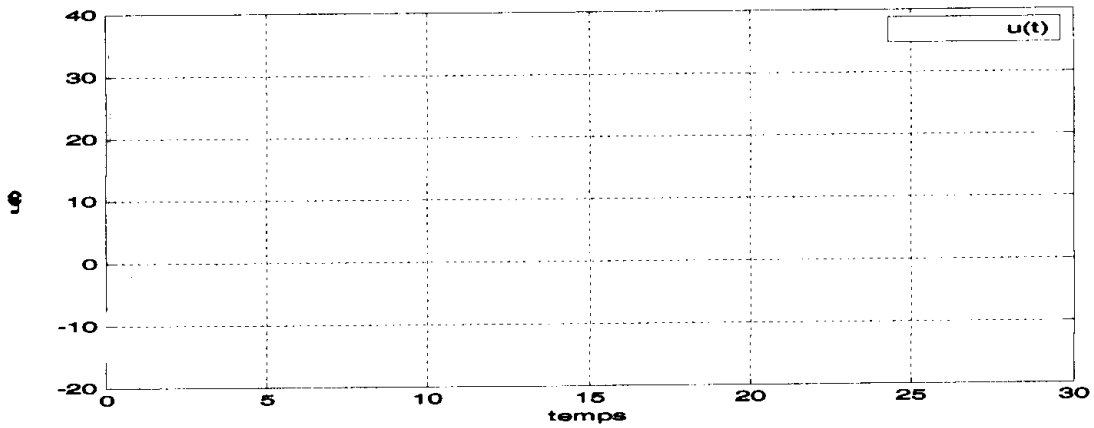


Figure IV.12 Signal de commande  $u(t)$

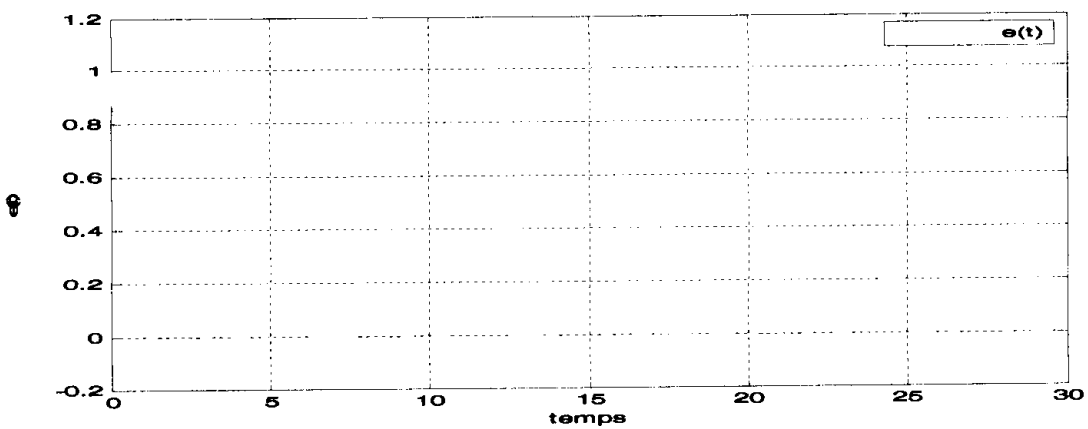
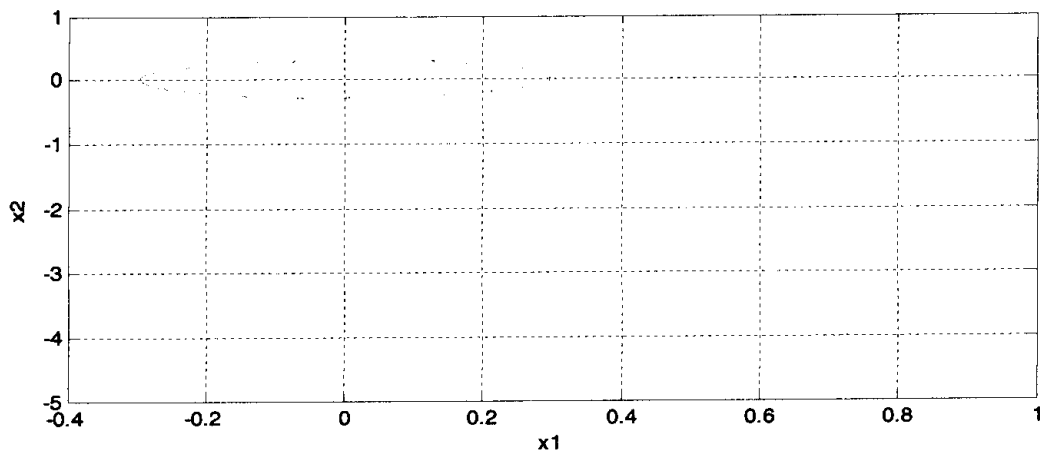


Figure IV.13 Signal de l'erreur de position  $e(t)$

**Figure IV.14** Plan de phase

- **Interprétation**

D'après les figures **Figure IV.10** à **Figure IV.14**, on remarque les bonnes performances de poursuite réalisée par le gyroscope avec une commande lisse malgré la présence des perturbations externes.

#### **IV.6. Conclusion**

Une approche de commande adaptative floue par mode glissant pour la synchronisation d'une classe de systèmes chaotiques incertains a été étudiée dans ce chapitre. Le principe de cette approche est l'utilisation des systèmes flous adaptatifs pour l'approximation de la dynamique inconnue des systèmes chaotique. Les lois d'adaptation des systèmes flous sont obtenues en utilisant la méthode de Lyapunov. En se basant sur cette approximation une commande par mode glissant est élaborée. L'analyse de stabilité du système en boucle fermée est assurée par l'approche de Lyapunov.

L'efficacité de cette approche est montrée par les bonnes performances de synchronisation et de poursuite, illustrées dans les résultats des trois exemples de simulation.



# **Conclusion générale**

### Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons présenté une commande adaptative floue par mode glissant pour la synchronisation d'une classe de systèmes chaotiques incertains en présence de perturbations externes. Les systèmes flous sont introduits pour approximer la partie incertain non linéaire des systèmes par un modèle flou de Takagi-Sugeno. La conclusion de ces systèmes flous est adaptée en ligne par des lois d'adaptations issues du théorème de stabilité de Lyapunov. La commande par mode glissant est combinée avec celle par logique floue afin d'assurer la robustesse et les bonnes performances de synchronisation entre des systèmes chaotiques identiques et non-identiques.

Dans le premier chapitre, une étude théorique est portée sur les systèmes chaotiques, mettant en évidence leurs propriétés et principaux caractéristiques. On outre des exemples de systèmes chaotiques (Lorenz, Duffing, Gyroscope) son simulés afin de monter leurs comportement chaotique (SCI, attracteur chaotique,...).

Dans le second chapitre, la commande par mode glissant est détaillée, cette technique qui est caractérisée par sa simplicité de mise en œuvre et sa robustesse vis-à-vis les perturbations et les incertitudes, souffre au même temps du problème de réticence qui apparait au niveau de la commande. Afin de le surmonter, quelques solutions sont proposées. Les résultats de simulation effectuée sur un système chaotique (gyroscope), montrent l'efficacité de la commande de réaliser une poursuite de trajectoire avec des bonnes performances, ainsi sa robustesse.

Dans le troisième chapitre, on a vu un aperçu sur les systèmes flous tels que les définitions des ensembles flous, les opérations floues. Les étapes de réalisation d'une commande par la logique floue sont détaillées afin de les utilisées ultérieurement dans la conception des structures de commande proposée.

Dans le dernier chapitre, une commande adaptative floue par mode glissant est développée étape par étape, dans le but de l'appliquée à une synchronisation entre deux gyroscopes chaotiques, un gyroscope chaotique et l'oscillateur de Duffing, et une poursuite d'une trajectoire désirée par le gyroscope. Dans ces exemple de simulation la logique floue est appliquée afin d'approximer les parties inconnues des modèles tant dit que la commande par

mode glissant assure la robustesse. Les résultats de simulations obtenus montrent l'efficacité de cette technique et sa robustesse vis -à-vis les perturbations et les incertitudes du modèle.

# **Bibliographie**

## Bibliographie

- [1] Fizi Soufiane, "Commande adaptative floue des systèmes non linéaires de convergence en temps fini", UFAS1 (ALGERIE), thèse de magistère, 2013.
- [2] Edward N.Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow, Journal of the Atmospheric Sciences", vol. 20, no. 2, pp. 130-141. Journal,1963.
- [3] S.V.Emelyanov, "S.K. and A.Levant.Higher-order sliding mode in control systems.Differential Equations," 29(11) :1627 1647, 1993.
- [4] S.V. Emilyonov, "Sliding mode control systems", Nauka, Moscow,1967.
- [5] J.M. Mendel; "Fuzzy systems :Fuzzy logic controller", part II ; IEEE trans.Lee,"F Systems., man, cyber".vol.20,no ;2 ;PP ;404-435, Mar /Apr 1990.
- [6] L.A.Zadeh "Fuzzy Sets", inform. Control, Vol.8, pp 338-353,1965
- [7] B.Yoo et W.Ham. "Adaptative fuzzy sliding mode control of nonlinear systems, IEEE Transaction of fuzzy systems". Vol 6 . no ;2, pp 315-321,1998.
- [8] Daniel Parrochia, "Les Grandes Révolutions scientifiques du XXe siècle", Paris, Presses Universitaires de France, 1997.
- [9] Edward N.Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow, Journal of the Atmospheric Sciences", vol. 20, no. 2, pp. 130-141. Journal,1963.
- [10] Li T.Y., Jorke J.A. "Period three implies chaos, American Mathematical Monthly", 82, pp. 481-485,1975.
- [11] Mme kebbati ymene, "Commande en Mode Glissant avec Observateur Robuste Associée à un Estimateur pour le Diagnostic du Moteur Asynchrone",mémoire de magistère Automatique page 78 année 2013.
- [12] Abderazzek Hadjer, "Contribution à la commande robuste des systèmes non linéaires", mémoire de magistère option Automatique université Ferhat abbas-setif-1 UFAS1 (ALGERIE) 2014.
- [13] T. von Raumer,"Commande adaptative non linéaire de la machine asynchrone", thèse de doctorat-INP, Grenoble, 1994.
- [14] T. Karim, "Commande par mode de glissement d'un convertisseur de puissance en

présence des perturbations”, Mémoire de magistère, option commande des systèmes électrique, université de Jijel, 2012.

- [15] W.Gao, J, J, J. C. hung, “ Variable structure control system “ IEEE Trans. Indust. Applic vol.40, N° .1, pp45-55, 1993
- [16] G. Bartolini, L. Fridman, A. pissano, E. Ussi, “Modern sliding mode control Theory” Edition springer, berlin, 2008.
- [17] A. Zibra, “Commande par mode de glissement d’une machine asynchrone”, Mémoire d’ingénieur, université de Jijel, 2005
- [18] J.Chatlain,”Machines Electriques, traité d’électricité, volume x. “presse polytechnique romandes, 1989
- [19] Safia. GRAIDIA,” Commande adaptative floue type-2 par mode glissant des systèmes chaotiques“, Filière Génie électrique, Spécialité Automatique, mémoire de Master 2012
- [20] A.G.Filipov,”Application of the the theory of differential équations with discontinuous right-hands sides to non-linear problems in automatic control”, in proc. Ist IFAC congress, p923-927,1960
- [21] V.I Utkin, “Variable structure Systems with sliding modes”, IEEE transaction on automatique control, vol. AC-22, pp. 212-222, Apr.1977.
- [22] S.Nourddine et L.Ammar,”Commande par mode de glissement dynamique d’une machine asynchrone”, option électromécanique, master en Electronique, 2016
- [23] A. G. Bondarev, S. A. Bondarev, N. E. Kosteleva and V. I. Utkin. “Sliding modes in systems with asymptotic state observers. Automation and remote control”, 46(6):49-64. 1985
- [24] V. I. Utkin. “Sliding modes in control optimisation”. Springer-Verlag, 1992
- [25] L. Laval. “Modélisation et commande en force d’un actionneur Hydraulique Confronté à un environnement incertain”. PhD Thesis, Université de ParisVI, Laboratoire de robotique de Paris, France, 199
- [26] J.J. Slotine and S.S. Sastry. “Tracking control of nonlinear system using sliding surface, with application to robotic manipulators”.Int. Jour. of Cont., 38:465.492.1983.

- [27] J.J.E. Slotine. "Sliding controller design for nonlinear systems". Int. Jour. of Cont., 40(2) : 421.434, 1984
- [28] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and L.V. Levantovsky. "Drift algorithm in control of uncertain processes. Problems of Control and Information Theory" 15(6):425.438, 1986
- [29] S. V. Emelyanov, S.K. Korovin, and A. Levant. "Higher-order sliding modes in control systems. Differential Equation", 29(11):1627-1647, 1993
- [30] M. Djemai, J.P. Barbot, and T. Boukhobza. . "Some comments on higher order sliding modes". Proc. of the Euro. Cont. Conf. Karlsruhe, Germany, 1999
- [31] L. Fridman and A. Levant. "Sliding modes of higher order as a natural phenomenon in control theory". In Garofalo, F. Glielmo, L. (Eds.) Robust Control via Variable Structure and Lyapunov Techniques, Lecture Notes in Control and Information Sciences 217, Springer Verlag, p : 107-133, 1996
- [32] Slotine, J.-J. E., & Li, W. "Applied Nonlinear Control". London: Prentice-Hall, Inc.1991
- [33] Fridman and A. Levant. "Higher-Order Sliding Mode in Sliding mode control in Engineering", Editeurs : W. Perruquetti and J.P. Barbot. Marcel Dekker 2002
- [34] L. Fridman and A. Levant. "Higher-Order Sliding Mode in Sliding mode control in Engineering", Editeurs : W. Perruquetti and J.P. Barbot. Marcel Dekker 2002
- [35] H. Bühler, "Réglage par mode de glissement", traité d'électricité, 1ère édition, presses, 1991
- [36] R.M.Tong "A retrospective view of fuzzy control systems", fuzzy sets and systems, vol.14, pp 199-210,1984.
- [37] J. S.R. Jang and C.T.Sun, "Neuro-Fuzzy Modeling and control", proc IEEE.vol.83, no.3, pp 378-406, Mar.1995.
- [38] C.C. Lee, "Fuzzy logic in control systems :fuzzy logic controller -part2", IEEE Trans. Syst Man, Cybern.vol 20, no.2,pp404-435.Mar/apr 1990.
- [39] L.X. Wang, "Adaptive fuzzy system and control :design and stability analysis, Englewood cliffs, NJ , prentice Hall, 1994
- [40] E.H.Mamdani, "Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic

- synthesis" IEEE Trans. Computers, Vol.26,no.12, pp. 1182-1191.Dec.1997.
- [41] J.M. Mendel."Fuzzy système for enginneering :A tutorial,"proc IEEE.vol.83, no.3,pp.347-377
- [42] J.Godjevac,"Neuro-fuzzy conteollers, Desing and application, lausanne, presses polytechnique".
- [43] H. Buhler, "Le réglage par logique floue. Persses polytechniques Romrandes".
- [44] Mamdani, E.H., "Application of Fuzzy Algorithms for Simple Dynamic Plant", Proc. of IEE Control and Sience, Vol. 121, N°12, pp. 1585-1588, 1974.
- [45] Babuska, R., Verbruggen , H.B., "A new identification method for linguistic fuzzy models", In Proc. of Fuzzy IEEE'95, Yokohama, Japan, pp. 905-912, 1995.
- [46] Takagi, T. and Sugeno, M., "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 15, N° 1, pp. 116-132, 1985
- [47] L.X. Wang and J.N.Mendel, "Back-propagation fuzzy systems as nonléniere Dynamic systeme identifier, "Iroc. IEEE int. Conf . on fuzzy système, pp.1409-1418,Sandiago,CA, 1992.
- [48] L.X.Wang, "Adaptative fuzzy systems and control ; Desing and stability Analysis. Prentice- Hall", Englewood Clifs, NJ, 1994

