

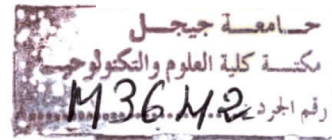
République algérienne démocratique et populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche Scientifique

Université

Mouhamed Seddik Ben Yahia (JIJEL)

Faculté des Sciences et de la technologie



Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de Master 2

En Automatique et Traitement du signal

Thème

Représentation par l'approche multimodèle des systèmes non linéaires

Proposé et dirigé par :

➤ *M^{me}* OUAAR.M

Réalisé par :

BENAYAD SALIM

Année universitaire : 2016/2017

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

Je remercie Dieu, le tout puissant, pour m'avoir donné, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaire, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles, qui se sont hissés au travers de mon chemin, durant toutes mes années d'études.

J'adresse mes sincères remerciements à tous mes enseignants de L'université de Jijel.

Je tiens particulièrement à exprimer toute ma gratitude à M^{me}.OUAAR.M d'avoir bien voulu accepter de diriger ce travail.

J'adresse également mes remerciements aux membres de jury Mr.Boubakkir.A et M^{me} Saifia.D qui m'ont fait l'honneur de juger mon travail.

Enfin, mes remerciements vont à tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin à réussir ce travail.

Mes vives salutations.



DÉDICACE

Je dédie se travail :

A mes chers parents ;

A mes frères ;

A ma grande famille ;

A mes chers amis ;

A tous que j'ai la chance

De rencontrer ;

Et enfin je le dédie à toute la promotion

Master automatique2016/2017

SALIM

Sommaire



Sommaire

Introduction générale

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

CHAPITRE I

L'approche multimodèle

<i>L'approche multimodèle</i>	3
I.1. Introduction.....	3
I.2. Origine de l'approche multimodèle	3
I.3. Représentation multimodèle	4
I.4. Différentes structures multimodèle	5
I.4.1. Structure couplée (Multimodèle de Takagi-Sugeno)	6
I.4.2. Structure découplée	7
I.4.3 Structure hiérarchique	8
I.5. Obtention d'une structure multimodèle	9
I.5.1. Recherche des modèles locaux par identification	10
I.5.2. Recherche des modèles locaux par linéarisation.....	11
I.5.3. Approche des secteurs non linéaires.....	12
I.6. Structure des commandes multimodèles	12
I.6.1. Commutation	13
I.6.2. Interpolation	13
I.7. Conclusion	14

CHAPITRE II

Le modèle flou de Takagi-Sugeno

II.1. Introduction	15
II.2. Concepts et définitions.....	15

Sommaire

II.2.1 Sous ensembles flous	15
II.2.2 Variables linguistiques	15
II.3. différents types de modèles flous.....	16
II.4. Le multimodèle flou de Takagi-Sugeno.....	17
II.4.1. Modèles flous continus (MFC)	17
II.4.2 Modèles flous discrets (MFD)	18
II.5. Conclusion.....	20

CHAPITRE III

Stabilité des modèles Flous de Takagi-Sugeno

III.1. Introduction	22
III.2. Analyse convexe et inégalités linéaires matricielles (LMI).....	22
III.2.1. Analyse convexe	23
III.2.2. Inégalités linéaires matricielles (LMI)	23
III.2.3. Problème LMI	24
III.2.4. Les outils techniques pour la formulation LMI.....	24
III.2.4.1. Lemme de Schur	25
III.3. Stabilité et stabilisation des modèles de type T-S	25
III.3.1. Rappel sur la Stabilité selon Lyapunov	25
III.3.2. Fonctions de Lyapunov	26
III.3.3. Stabilité quadratique des modèles T-S	26
III. 3. 3. 1. Stabilité globale	27
III.3.3.2. Stabilité locale	27
III.4. Stabilisation par retour d'état des modèles T-S.....	28
III.4.1. Lois de commande PDC	29
III.4.2. Lois de commande PDC	29
III.5. Stabilisation quadratique par retour de sortie.....	31
III.5.1. Loi de commande OPDC et formulation LMI	31
III.6. Conclusion.....	33

Sommaire

CHAPITRE IV

Application et résultat de simulation

IV.1. Introduction	34
IV.2. Stabilisation du pendule inversé.....	34
IV.3. Modèle flou du pendule inversé	35
IV.4. Résultats de simulation	36
IV.5. Etude de robustesse	40
IV.5.1. Commande sans perturbation	40
IV.5.2. Commande avec variation paramétrique.....	42
IV.5.3. Commande avec perturbation ajoutée à l'entrée de commande	46
IV.6. Conclusion	48

Conclusion générale

Conclusion générale	50
---------------------------	----

Table des figures

<i>Figure I.1. L'approche multimodèle.</i>	4
<i>Figure I.2. Architecture du multimodèle couplé</i>	6
<i>Figure I.3. Architecture du multimodèle découplé.</i>	7
<i>Figure I.4. Architecture du multimodèle hiérarchique</i>	8
<i>Figure I.5. Structure d'un système multimodèle.</i>	10
<i>Figure I.7 : principe de commutation</i>	13
<i>Figure I.8 : principe de la l'interpolation.</i>	14
<i>Figure II.1 : Architecture du multimodèle Takagi-Sugeno.</i>	18
<i>Figure III.1 Ensemble invariant dans le cas d'un système à trois dimensions.</i>	28
<i>Figure III.2. Représentation de concept PDC.</i>	29
<i>Figure IV.1 Pendule inversé.</i>	34
<i>Figure IV.2 Fonction d'appartenances de deux ensembles flous.</i>	35
<i>Figure IV.3 Variation de l'angle du pendule avec des conditions initiales différentes</i>	37
<i>Figure IV.4 Variation de la vitesse angulaire du pendule avec des conditions initiales différentes...</i>	37
<i>Figure IV.5 Variation de la commande avec des conditions initiales différentes.</i>	38
<i>Figure IV.6 Variation de l'angle du pendule avec des conditions initiales différente.</i>	39
<i>Figure IV.7 Variation de la vitesse angulaire du pendule avec des conditions initiales différentes...</i>	39
<i>Figure IV.8 Variation de la commande avec des conditions initiales différentes.</i>	40
<i>Figure IV.9 La trajectoire de x_1 et x_2 (PDC, sans perturbation).</i>	41
<i>Figure IV.10 L'erreur de poursuite (PDC, sans perturbation).</i>	42
<i>Figure IV.11 La trajectoire de x_1 et x_2 (OPDC, sans perturbation).</i>	42
<i>Figure IV.12 L'erreur de poursuite (OPDC, sans perturbation).</i>	42
<i>Figure IV.13 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique(PDC,$m=4$).</i>	42
<i>Figure IV.14 L'erreur de poursuite (PDC, variation paramétrique,$m=4$).</i>	43
<i>Figure IV.15 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique ($M=4$ kg).</i>	43
<i>Figure IV.16 L'erreur de poursuite (PDC, variation paramétrique,$M=4$ kg).</i>	43
<i>Figure IV.17 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique ($l=0.25m$).</i>	44
<i>Figure IV.18 L'erreur de poursuite (PDC, variation paramétrique, ($l = 0.25$).</i>	44
<i>Figure IV.19 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique(OPDC,$m=4$).</i>	44

Table des figures

<i>Figure IV.20 L'erreur de poursuite (OPDC, variation paramétrique, $m=4$).</i>	<i>45</i>
<i>Figure IV.21 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique ($M=4$ kg).</i>	<i>45</i>
<i>Figure IV.22 L'erreur de poursuite (OPDC, variation paramétrique, $m=4$).</i>	<i>45</i>
<i>Figure IV.23 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique ($l=0.25m$).</i>	<i>46</i>
<i>Figure IV.24 L'erreurs de poursuite (OPDC, variation paramétrique, $l=0.25m$).</i>	<i>46</i>
<i>Figure IV.25 La trajectoire de x_1 et x_2 avec perturbation ajoutée à la commande.</i>	<i>47</i>
<i>Figure IV.26 L'erreur de poursuite (PDC, perturbation ajoutée à la commande).</i>	<i>47</i>
<i>Figure IV.27 La trajectoire de x_1 et x_2 avec perturbation ajoutée à la commande.</i>	<i>48</i>
<i>Figure IV.28 L'erreur de poursuite (OPDC, perturbation ajoutée à la commande).</i>	<i>48</i>



Introduction générale

Introduction générale

Un système est un ensemble d'objets ou de phénomènes liés entre eux et isolés artificiellement du monde extérieur. La modélisation regroupe un ensemble de techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique du système à étudier. La modélisation théorique requiert une connaissance précise des phénomènes intervenant dans le système et une aptitude à les représenter par des équations mathématiques. Les systèmes physiques sont souvent complexes et difficilement exploitables.

Ces dernières années, l'approche multimodèle a attiré l'attention de la communauté des automaticiens et en particulier les problèmes de stabilité ont suscité un intérêt certain. Ce choix est motivé par le désir de résoudre les problèmes d'analyse et de synthèse (de loi de commande et d'estimation d'état) sur des bases numériques. De telles possibilités sont devenues envisageables grâce à l'approche multimodèle et le développement d'outils numériques de résolution efficaces. L'avancée récente des outils informatiques et mathématiques basés sur les programmes d'optimisation convexe permet de résoudre une large classe de problèmes d'analyse et de commande multicritères.

Le mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre concerne à l'approche multimodèle. Nous y présentons quelques principaux termes utilisés dans un contexte de modélisation multimodèle, ainsi que les différentes structures multimodèle, et les méthodes d'obtention d'une structure multimodèle.

Dans le deuxième chapitre, en premier lieu, nous rappelons certaines notions de base sur les modèles T-S et les différentes méthodes pour l'obtention de ces modèles. En deuxième lieu, nous donnons une représentation multimodèle d'un système non linéaire.

Le troisième chapitre consacré à l'étude de la stabilité des multimodèles et des modèles flous de Takagi-Sugeno en utilisant la fonction de Lyapunov. Il présente également quelques notions sur l'analyse convexe et les inégalités matricielles linéaires (LMI), ainsi que la synthèse des lois de commande par retour d'état PDC (Parallel Distributed compensation) et commande par retour de sortie OPDC (Output PDC).

Le dernier chapitre est consacré à l'application des méthodes proposées à la stabilisation du pendule inversé. Une étude de robustesse sera réalisée sur les différents lois de commande développées dans ce chapitre, pour vérifier la robustesse de l'approche proposée face aux variations paramétriques, et aux perturbations ajoutées à l'entrée de commande.

Enfin, on termine ce mémoire par une conclusion générale et les perspectives envisageables à ce travail.

CHAPITRE I

L'approche multimodèle

L'approche multimodèle

I.1. Introduction

La modélisation d'un processus vise à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce processus entre elles et à représenter d'une manière rigoureuse le comportement de ce processus dans un domaine de fonctionnement donné. En fonction des connaissances a priori sur le processus à étudier, on peut envisager différents types de modèles en vue de représenter son comportement. Dans notre travail, on se limitera à l'étude de la modélisation par l'approche multimodèle.

L'idée de l'approche multimodèle est basée sur la décomposition du comportement dynamique du système en un nombre de zones de fonctionnement, chaque zone étant caractérisée par un sous-modèle. En fonction de la zone où le système évolue, la sortie de chaque sous-modèle contribue plus ou moins à l'approximation du comportement global du système non linéaire. La contribution de chaque sous-modèle est définie par une fonction de pondération.

I.2. Origine de l'approche multimodèle

Un modèle devrait représenter le mieux possible le fonctionnement dynamique d'un processus. Les lois dynamiques définissant un tel système doivent être les plus complètes possibles et représenter tous les modes de fonctionnement et toutes les interactions entre les différentes grandeurs. Afin de pallier la complexité de cette tâche, la tendance a été d'utiliser des modèles Linéaires Invariants dans le Temps (LTI). Cette approximation permet ainsi d'étudier un système ayant un comportement non linéaire en le représentant par un seul modèle linéaire. [1]

L'inconvénient d'une telle approche est son aspect uniquement local, le modèle linéaire n'est qu'une description locale du comportement du système. Une approche globale basée sur de multiples modèles LTI (linéaires ou affines) autour de différents points de fonctionnement a été élaborée ces dernières années [2]. L'interpolation de ces modèles locaux à l'aide de fonctions d'activation normalisées permet de modéliser le système global non linéaire. Cette approche, dite multimodèle s'inspire des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S).

En effet, un multimodèle réalise une partition floue de l'espace caractéristique Z dit aussi espace de décision (c'est l'espace caractérisé par l'ensemble des variables caractéristiques (de décision) $z(t)$ qui peuvent être des variables d'état mesurables et/ou la commande).

I.3. Représentation multimodèle

Les processus physiques sont très souvent représentés par des modèles décrits sous la forme d'une représentation d'état sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (I.1)$$

Où (x) représente les variables d'état décrivant l'état interne du système, $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement les grandeurs d'entrée et de sortie du système et f et h représentent les fonctions linéaires et/ou non linéaires.

Un multimodèle se caractérise par les paramètres suivants :

➤ **Espace de fonctionnement**

C'est un espace vectoriel à l'intérieur duquel les variables du système évoluent.

➤ **Zone de fonctionnement**

Les zones de fonctionnements représentent les domaines de validité des modèles locaux, chaque domaine est défini autour d'un point de fonctionnement. Ces domaines peuvent être de validité disjoints ou bien avec recouvrement comme l'indique dans la figure (I.1).

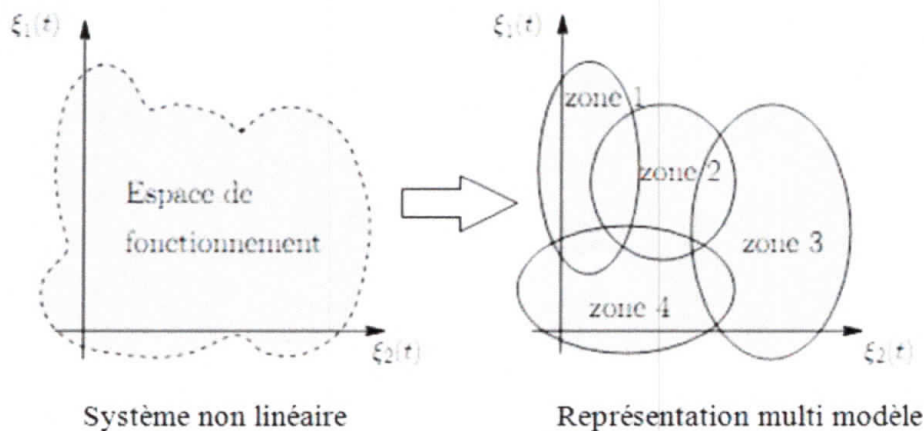


Figure I.1. L'approche multimodèle.



Notons que, dans le cas où le domaine est de validité disjoint, les fonctions d'activation ne peuvent prendre que des valeurs 0 ou 1 et à un instant donné, il n'y a qu'un seul modèle qui est valable et les autres sont nulles. Ce type de partitionnement est fréquent dans le cas des systèmes à configurations multiples ou à plusieurs modes de fonctionnement.

➤ **Sous-modèle**

C'est le modèle qui représente le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement spécifique.

➤ **Variable de prémisses**

Appelée aussi variable de décision $z(t)$, est une variable vectorielle caractéristique du système intervenant dans les fonctions de pondération $\mu(t)$. Cette variable peut englober une ou plusieurs variables internes ou externes du système. Ces variables peuvent être soit accessibles à la mesure comme des variables d'états mesurables ou bien des signaux d'entrée.

➤ **Fonction d'activation**

C'est une fonction qui détermine le degré d'activation du sous modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global. Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions dépendent des variables de décision.

Les fonctions d'activation peuvent être construites soit à partir des fonctions à dérivées discontinues (des fonctions triangulaires ou trapézoïdales), soit à partir des fonctions à dérivées continues (des fonctions gaussiennes). Elles sont choisies de façon à vérifier les propriétés de somme convexe suivantes :

$$\begin{cases} 0 \leq \mu_i(z(t)) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^n \mu_i(z(t)) = 1 \end{cases} \quad (I.2)$$

I.4. Différentes structures multimodèles

On peut énumérer différentes formes de multimodèle selon que l'on fait la segmentation sur l'entrée ou, sur la sortie. et aussi selon la nature du couplage entre les modèles locaux associés aux zones de fonctionnement. Cependant, on peut noter trois structures de multimodèle [3].

1. Structure couplée,
2. Structure découplée,
3. Structure hiérarchisée

I.4.1. Structure couplée (Multimodèle de Takagi-Sugeno)

La structure du multimodèle de Takagi-Sugeno(T-S) ou à état couplés, est certainement la structure la plus couramment utilisée dans le cadre de l'approche multimodèle. Le multimodèle de T-S est connu sous différentes application : réseaux de modèle locaux à mélange de paramètres, multimodèle à modèles locaux couplés ou à état couplé ou encore multimodèle à état unique, etc.

Cette structure est obtenue par interpolation de r modèles locaux linéaires :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x_m(t) + B_i u_m(t) + E_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(C_i x_m(t) + D_i u_m(t) + N_i) \end{cases} \quad (I.3)$$

Où $\mu_i(z(t)), i \in I_r$ sont les fonctions d'activation et $z(t)$ est le vecteur des variables de décision dépendant des variables d'état mesurables et éventuellement de la commande $u(t)$.

De nombreuses techniques de modélisation des systèmes non linéaires partagent la même structure (Figure I.2) Le choix de la structure des sous-modèles et des fonctions de pondération est à l'origine de leurs différences.

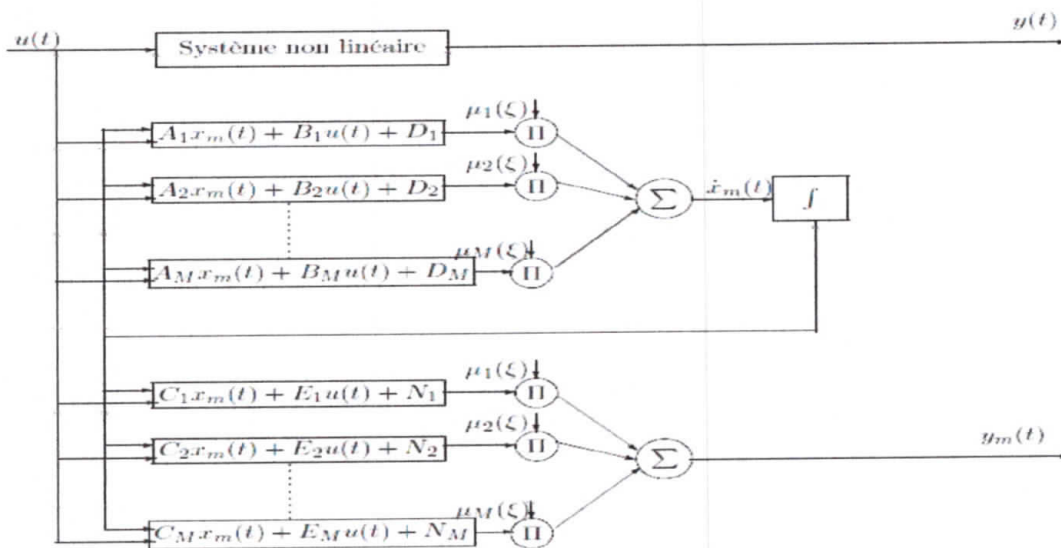


Figure I.2. Architecture du multimodèle couplé.

I.4.2. Structure découplée

Une autre forme de multimodèle, résulte l'agrégation des modèles locaux décrits d'une façon découplée [4]. La différence entre cette structure et celle présentée précédemment réside dans le fait que chaque modèle local est indépendant de tous les autres :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) + E_i \\ y_i(t) = C_i x_{mi}(t) + D_i u(t) + N_i \end{cases} \quad (I.4)$$

Dans cette structure la notion d'état local correspondant à un domaine de fonctionnement apparait beaucoup clairement. Le multimodèle (modèle global) est ainsi donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) + E_i \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (C_i x_i(t) + D_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (I.5)$$

Rappelons que les variables locales $x_i(t)$ n'ont pas forcément un sens physique. Les matrices A_i , B_i et D_i ainsi que les fonctions d'activation $\mu_i(z(t))$ sont calculées de la même façon que précédemment (structure couplée). Cette structure peut être vue comme la connexion parallèle de M modèle affines pondérés par leurs poids respectifs.

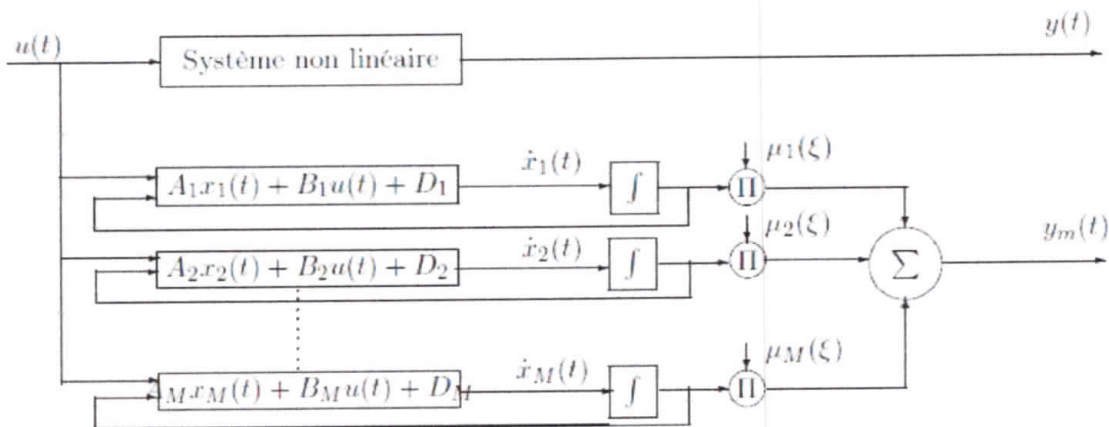


Figure I.3. Architecture du multimodèle découplé.

I.4.3 Structure hiérarchique

Bien que l'approche multimodèle ait connu un grand succès dans beaucoup des domaines (commande, diagnostic, ...), son application est limitée aux systèmes ayant peu de variables (dimension réduite). Le nombre de modèles locaux augmente d'une façon exponentielle avec l'augmentation du nombre de variables. Par exemple, un multimodèle à sortie unique avec n variables et m fonctions d'activation définies pour chaque variable est composé de m^n modèles locaux. Les chercheurs ont étudié ce problème en utilisant différentes approches. Pour surmonter ce problème, ils ont proposé un multimodèle à structure hiérarchique afin de réduire le nombre de modèles locaux. La figure (I.4) montre un exemple typique d'un multimodèle hiérarchique qui comporte n entrées et n^{-1} sorties, dans cette structure, les modèles locaux ont deux entrées chacun, le modèle global est alors composé de n modèles locaux.

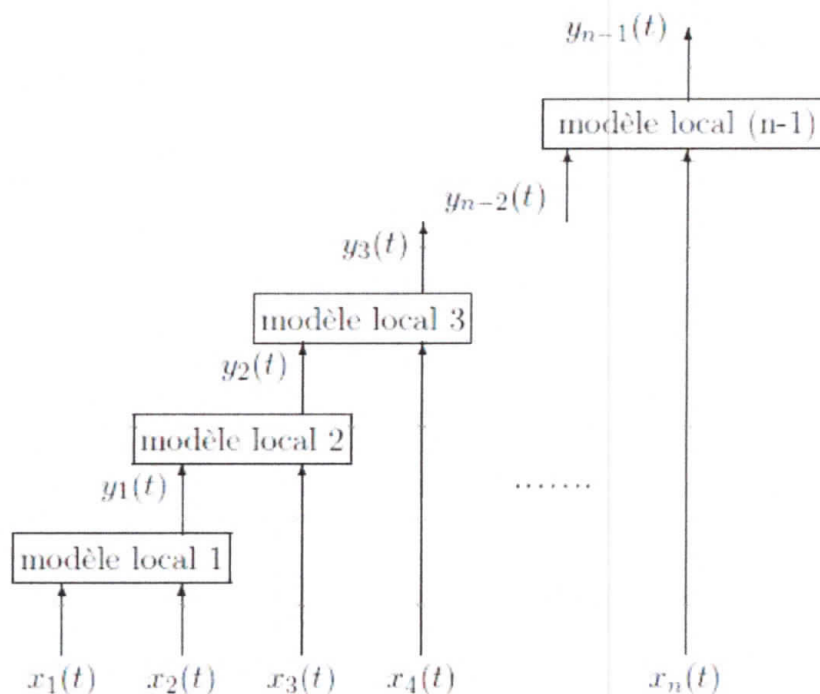


Figure I.4. Architecture du multimodèle hiérarchique.

I.5. Obtention d'une structure multimodèle

Selon l'information disponible sur le système étudié, trois différentes méthodes peuvent être utilisées pour l'obtention d'une base multimodèle. Si l'on ne dispose que des mesures des entrées et des sorties du système on procède par identification en cherchant ou en imposant la structure du multimodèle. Si en revanche, on dispose d'un modèle non linéaire explicite que l'on souhaite simplifier ou rendre plus manipulable on pourra procéder par transformation polytopique convexe ou par linéarisation autour de différents point de fonctionnement.[4]

Considérant un système statique non linéaire (I.6), pour lequel nous cherchons à déterminer une représentation multimodèle permettant de décrire son comportement.

$$y(t) = F(x(t)) \quad (I.6)$$

Supposons qu'on dispose d'un ensemble de M modèles locaux $f_i(x(t))$, lesquels décrivent le comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. Ces modèles peuvent être construits par exemple à partir des connaissances physiques sur le fonctionnement du système dans ces zones. La validité locale de chaque modèle f_i est indiquée par une fonction de validité $w_i(x(t))$ pour $i \in \{1, \dots, N\}$. Le modèle global s'obtient de la manière suivant :

$$y_m(t) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i(x(t)) f_i(x(t))}{\sum_{j=1}^N w_j(x(t))} \quad (I.7)$$

Posons :

$$v_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{j=1}^N w_j(x(t))} \quad (I.8)$$

En combinant les équations (I.7) et (I.8), on obtient l'expression générale d'une structure multimodèle:

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^N v_i(x(t)) f_i(x(t)) \quad (I.9)$$

Pour les systèmes complexes, les approches multimodèles proposent des schémas ayant une structure générale bien déterminée (Figure I.5).

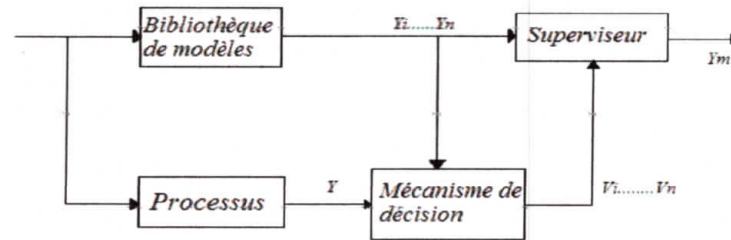


Figure I.5. Structure d'un système multimodèle.

La structure se compose en général d'une bibliothèque de modèles, d'un mécanisme de décision et d'un superviseur.

La bibliothèque se compose de modèles M_i , $i = 1, \dots, n$, qui peuvent être de même ordre ou d'ordre plus faible que la modèle non linéaire, de même structure ou de structures différentes. Chaque modèle, représente le système dans des circonstances bien déterminées. De ce fait, on fait appel au mécanisme de décision là ou on aura le calcul des validités pour chaque modèle. Enfin, le superviseur a pour rôle de fusionner ces informations et choisir la stratégie adéquate (commutation ou fusion).

Chaque modèle ne peut être valide que dans un modèle de fonctionnement particulier du système. Par conséquent, dans le cas idéal, les modèles sont complémentaires, c'est-à-dire que chaque modèle ne représente qu'une zone particulière de l'espace de fonctionnement du système considéré.

I.5.1. Recherche des modèles locaux par identification

Les mesures acquises sur les entrées et les sorties du système permettent l'identification des paramètres des modèle locaux autour des différents points de fonctionnement préalablement définis. Dans ce cas, le problème d'identification du modèle non linéaire se réduit à l'identification des modèles locaux (sous-modèles) LTI (Linear Time Invariant). Notons que, cette méthode est souvent utilisée dans le cas des systèmes dotés une dynamique difficile à décrire à l'aide d'un modèle analytique [5].

Généralement, la forme retenue des modèles T-S est le suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{I.10})$$

I.5.2. Recherche des modèles locaux par linéarisation

Le principe de cette méthode consiste à linéariser le système non linéaire autour d'un ensemble fini de point de fonctionnement judicieusement choisi, conduisant à un nombre défini de modèle LTI. L'obtention d'un représentant T-S dans ce cas, est réalisé par l'interconnexion de ces modèles LTI à l'aide des fonctions d'appartenance non linéaires judicieusement choisies (gaussiennes, triangulaires, trapézoïdales, etc.)[3]

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (I.11)$$

Avec $f(t) \in C^1$. La linéarisation du système (I.11) autour d'un point de fonctionnement arbitraire $(x_i, u_i) \in R^n \times R^m$ est :

$$\dot{x}(t) = A_i(x(t) - x_i) + B_i(u(t) - u_i) + f(x_i, u_i) \quad (I.12)$$

Que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + d_i \quad (I.13)$$

Avec :

C^1 : ensemble des fonctions continûment dérivable.

$$A_i = \left. \frac{\partial f(x,u)}{\partial x} \right|_{x=x_i, u=u_i}, B_i = \left. \frac{\partial f(x,u)}{\partial u} \right|_{x=x_i, u=u_i}, d_i = f(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i \quad (I.14)$$

En supposant que les modèles locaux sont issus d'une linéarisation autour de n points de fonctionnement (x_i, u_i) , la formulation de T-S aboutit à :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (I.15)$$

Dans ce cas, le nombre de modèles locaux (r) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité des systèmes non linéaires et de choix de la structure des fonctions d'activation.

I.5.3. Approche des secteurs non linéaires

Le principe de celle-ci est basé sur une transformation polytopique convexe des termes non linéaires d'un système dynamique. Autrement dit, cette méthode consiste à trouver un secteur tel que : [6]

$$a_1 x \leq f(x(t), u(t)) \leq a_2 x$$

Cette méthode garantit la construction d'un modèle T-S représentant exactement un modèle non linéaire sur un espace compact des variables d'état. Notons que, l'approche par secteur non linéaire permet d'associer une infinité de modèles T-S pour un système non linéaire suivant le découpage de non-linéarités réalisé.

I.6. Structure des commandes multimodèles

L'adoption d'une approche multimodèle pour la modélisation des processus mène naturellement à la conception de commandes multimodèle. La commande globale est déduite à partir des commandes partielles $u_i, i = 1, \dots, n$ relatives respectivement au modèle M_i tout en tenant compte des degrés de pertinence de ces derniers [8]. Ceci se traduit par les considérations de coefficient de pondérations appelées validités. Si l'on dispose du vecteur de validité v_i de chaque modèle de la base, selon l'expression des validités deux techniques sont envisageables à savoir la commutation ou la fusion.

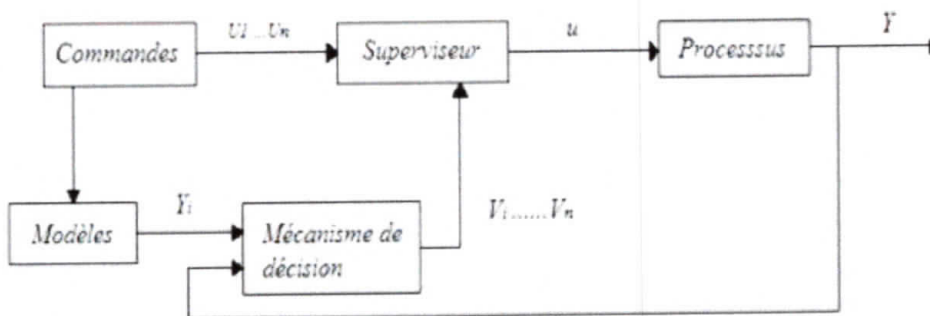


Figure I.6. Structure d'une approche multimodèle.

I.6.1. Commutation

La stratégie de commande par commutation consiste à concevoir pour chaque modèle de la bibliothèque une commande u_i . La commande globale sera égale à chaque instant à l'une des commandes en particulier la commande du modèle qui représente mieux le système [8].

Dans ce cas, les validités sont de type binaire. La validité du modèle correspondant vaut 1 et les autres sont nulles.

$$u(t) = u_i(t), v_i(t) = 1 \quad (\text{I.16})$$

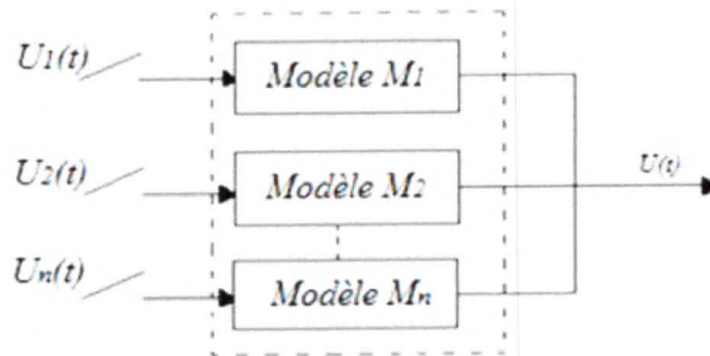


Figure I.7 : principe de commutation

Cette méthode est facile à manipuler puisqu'elle utilise des commandes simples linéaires. Par contre, elle présente aussi quelques défaillances. Le modèle global est représenté chaque instant par un modèle local qui ne peut en aucun cas être identique au système.

De plus, la commutation implique une discontinuité qui agit négativement sur la stabilité du système.

I.6.2. Interpolation

Contrairement à la commutation, le principe de la fusion repose sur la participation des différents modèles locaux à la représentation du système donnant une commande globale lisse égale à la somme des commandes partielles chacune pondérée par la validité correspondante.

$$u(t) = \sum_{i=1}^N v_i(t)u_i(t) \quad (\text{I.17})$$

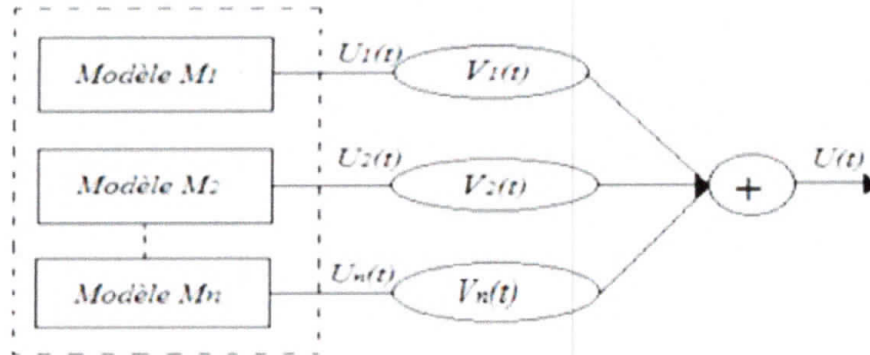


Figure I.8 : principe de l'interpolation.

I.7. Conclusion

La représentation des systèmes complexes par un modèle unique conduit à une complexité croissante de ce dernier, ce problème est d'autant plus marqué pour les systèmes non linéaires. Le principe de remplacer le modèle unique complexe par une base de modèles simples, adopté par l'approche multimodèle, permet d'assurer une bonne représentation des processus tout en évitant les difficultés rencontrées avec les modèles non linéaires lors de la phase d'analyse et de synthèse.

Après la détermination de la base de modèles, on doit choisir le mode adéquat, commutation ou fusion pour les systèmes de commande multimodèle. Contrairement à la commutation, la fusion présente une commande plus lisse, ce qui améliore la stabilité du système [8].

CHAPITRE II

Le modèle flou de Takagi-Sugeno

Le modèle flou de Takagi-Sugeno

II.1. Introduction

L'attitude des automaticiens à l'égard de la commande floue a d'abord été réservée : après avoir pendant des décennies, affirmé la nécessité d'identifier le mieux possible un système pour pouvoir construire une commande ayant des performances satisfaisantes, fallait-il faire confiance à cette méthode nouvelle, qui prétendait remplacer les commandes plus ou moins sophistiquées, basées sur l'identification par des techniques s'appuyant sur le savoir-faire humain plutôt que sur des équations.

Actuellement, cette attitude a évolué. On peut penser que la commande floue va peu à peu prendre place dans la panoplie de l'ingénieur contemporain, sans supplanter les méthodes traditionnelles, et qu'elle constituera un complément précieux dans le cas des systèmes difficilement identifiables dont les paramètres subissent des variations brutales.

Dans ce chapitre nous introduisons d'abord d'une manière très succincte la structure générale ainsi que différents types de modèles flous. Ensuite nous nous focalisons en particulier sur une description du multimodèle flou de type Takagi-Sugeno.

II.2. Concepts et définitions

II.2.1 Sous ensembles flous

Définition II.1: Un sous-ensemble flou A dans un univers du discours X est caractérisé par sa fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui associe à chaque élément x de X une valeur dans l'intervalle des nombres réels $[0, 1]$.

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1] \quad (\text{II.1})$$

Ainsi un sous-ensemble flou A dans X peut être représenté par un ensemble de couples ordonnés :

$$A = \{(x, \mu_A(x)); x \in X, \mu_A(x) \in [0, 1]\} \quad (\text{II.2})$$

II.2.2 Variables linguistiques

Toutes les variables que l'on considère, en physique ou en économie, par exemple, prennent une valeur unique de leur ensemble de définition X dans une situation

donnée. Néanmoins, les conditions d'observations ne permettent pas toujours de connaître parfaitement cette valeur unique. Donc, une variable linguistique sert à modéliser les connaissances imprécises ou vagues sur une variable dont la valeur précise peut être inconnue.

Définition II.2 : Une variable linguistique est un triplet (V, X, Tv) , dans lequel : V est une variable définie sur un ensemble de référence X . L'ensemble $Tv = \{A1, A2, \dots\}$, fini ou infini, contient des sous-ensembles flous normalisés de X , utilisables pour caractériser V . Selon l'utilisation qui doit être faite, le nombre d'éléments de Tv est plus ou moins grand [10].

II.3. différents types de modèles flous

En général les systèmes flous s'appuient sur une représentation de la connaissance sous forme de règles « Si-Alors » qui permettent de représenter les relations entre les variables d'entrée et de sortie dont l'expression générique est de la forme :

Si prémisse Alors conclusion

Dans un premier temps et afin de faciliter l'interprétation, on peut considérer l'antécédent (prémisse) comme une description linguistique qui indique les conditions de validité du phénomène représenté. Pour sa part, le conséquent (conclusion) représente le comportement associé aux conditions de validité décrites par l'antécédent.

Selon la structure particulière de la proposition conséquente, on peut distinguer trois types de modèles flous basés sur des règles [16] :

➤ **Modèle flou linguistique (modèle Mamdani)**

Dans lequel l'antécédent et le conséquent sont tout les deux des propositions floues qui utilisent des variables linguistiques [11].

➤ **Modèle flou Takagi-Sugeno (T-S)**

Dans lequel le conséquent utilise des variables numériques plutôt que des variables linguistiques, sous la forme d'une constante, d'un polynôme ou de manière plus générale d'une fonction ou d'une équation différentielle dépendant des variables associées à la proposition antécédente [12].

II.4. Le multimodèle flou de Takagi-Sugeno

Le modèle flou Takagi-Sugeno (T-S) est décrit par des règles "si-alors" qui représentent des modèles LTI. Ainsi, tout modèle flou T-S d'un système non linéaire est structuré comme une interpolation de systèmes linéaires. Il est prouvé que les modèles flous T-S sont des approximateurs universels.

Les modèles flous T-S sont représentés sous la forme suivante, où MFC et MFD indiquent respectivement, les modèles flous continus et les modèles flous discrets.

II.4.1. Modèles flous continus (MFC)

Règle R^i : ($i=1, 2, \dots, r$), du modèle :

$$\text{Si } \xi_i(t) \text{ est } F_1^i \text{ et } \dots \text{ et } \xi_p(t) \text{ est } F_p^i \text{ alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Où $x \in R^n$ est le vecteur d'état, la notation R^i : ($i=1, 2, \dots, r$) indique la i -ème règle, r est le nombre des règles « si...alors », F_j^i : ($j=1, 2, \dots, r$) sont les fonctions d'appartenance des ensembles flous. $u \in R^m$ Est le vecteur d'entrée, $y \in R^p$ le vecteur de sortie. $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$, $C_i \in R^{p \times n}$, $\xi_1(t), \dots, \xi_p(t)$ Sont les variables des prémisses qui peuvent être des fonctions des variables d'état, des entrées ou une combinaison des deux. A chaque règle R^i est attribué un poids $w_i(\xi(t))$ qui dépend du vecteur $\xi(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_p(t)]$ et du choix de l'opérateur logique. Le connecteur « et » est souvent choisi comme étant le produit, d' où :

$$w_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(\xi_j(t)), i = 1, 2, \dots, r \text{ avec } w_i(\xi(t)) \geq 0, \text{ pour tout } T \quad (\text{II.4})$$

Le modèle global est:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\xi(t))}, y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\xi(t))C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(\xi(t))} \quad (\text{II.5})$$

Qui peuvent être réécrites :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}, y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) C_i x(t) \quad (\text{II.6})$$

La fonction $\mu_i(\xi(t))$ dite d'activation déterminé le degré d'activation du i^{me} modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global. Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions dépendent

généralement du vecteur d'état $x(t)$. Elles peuvent être de forme triangulaire, sigmoïdale ou gaussienne, et satisfont les propriétés suivantes (convexité) :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 \end{cases}$$

II.4.2 Modèles flous discrets (MFD)

De façon tout à fait analogue, les modèles flous T-S discrets sont définis comme suit :

Règle R^i : ($i=1, 2, \dots, r$), du modèle :

$$\text{Si } \xi_i(t) \text{ est } F_1^i \text{ et ... et } \xi_p(t) \text{ est } F_p^i \text{ alors } \begin{cases} x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Ou, de façon plus compacte, avec la même définition des $\mu_i(\xi(t))$:

$$x(t+1) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}, y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) C_i x(t) \quad (\text{II.8})$$

L'intérêt suscité par le multimodèle de Takagi-Sugeno lors de la modélisation, de la commande ou de l'estimation d'état des systèmes non linéaires a largement été démontré depuis une vingtaine d'années [18]. Remarquons toutefois que d'un point de vue structurel tous les sous-modèles de ce multimodèle ont la même dimension, un vecteur d'état unique x étant utilisé. Le multimodèle ainsi obtenu peut être alors sur-paramétré et sa complexité inutilement augmentée. La Figure (II.1) illustre l'architecture détaillé du multimodèle de Takagi-Sugeno.

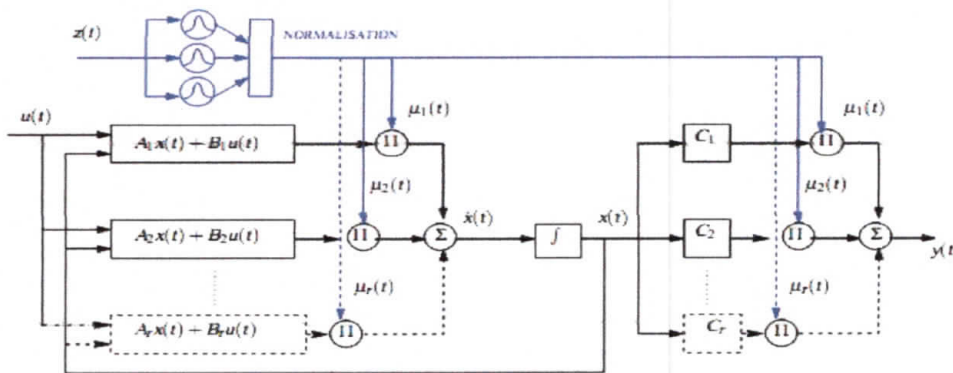


Figure II.1 Architecture du multimodèle Takagi-Sugeno.

Exemple :

On considère le système non-linéaire suivant :

$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \quad (\text{II.9})$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t)$$

On se pose que les états $x_1(t)$ et $x_2(t)$ sont bornés tels que :

$$x_1(t) \in [-1,1] \text{ et } x_2(t) \in [-1,1]$$

On peut réécrire le système(II.9) comme suit :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3 + x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) \quad (\text{II.10})$$

Avec $x(t) = [x_1(t)x_2(t)]^T$, $x_1(t)x_2^2(t)$, $(3 + x_2(t))x_1^2(t)$ sont les termes non linéaires, on définit :

$$z_1(t) \equiv x_1(t)x_2^2(t), z_2(t) \equiv (3 + x_2(t))x_1^2(t)$$

Alors on obtient :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & z_1 \\ z_2 & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

Puis on doit calculer les valeurs minimales et maximales de z_1 et z_2 pour :

$$x_1(t) \in [-1,1] \text{ et } x_2(t) \in [-1,1]$$

$$\max_{x_1(t)x_2(t)} z_1 = 1, \min_{x_1(t)x_2(t)} z_1 = -1$$

$$\max_{x_1(t)x_2(t)} z_2 = 4, \min_{x_1(t)x_2(t)} z_2 = 0$$

Les valeurs minimales et maximales de $z_1(t)$ et $z_2(t)$, peuvent être représentées par :

$$z_1(t) = x_1(t)x_2^2(t) = M_1(z_1(t)).1 + M_2(z_1(t))(-1)$$

$$z_2(t) = (3 + x_2(t))x_1^2(t) = N_1(z_2(t)).4 + N_2(z_2(t)).0$$

Où

$$M_1(z_1(t)) + M_2(z_1(t)) = 1$$

$$N_1(z_1(t)) + N_2(z_1(t)) = 1$$

Par conséquent, les fonctions d'appartenance être définies comme suit :

$$M_1(z_1(t)) = \frac{z_1(t) + 1}{2}, M_2(z_1(t)) = \frac{1 - z_1(t)}{2}$$

$$N_1(z_2(t)) = \frac{z_2(t)}{4}, N_2(z_2(t)) = \frac{4 - z_2(t)}{4}$$

On appelle respectivement ces fonctions d'appartenance :positive , négative, grande et petite .Le système non linéaire (II.10) peut être représenté par le modèle flou suivant

règle 1 :Si est positif et $z_2(t)$ est grand Alors $\dot{x}(t) = A_1x(t)$

règle 2 :Si $z_1(t)$ est positif et $z_2(t)$ est petit Alors $\dot{x}(t) = A_2x(t)$

règle 1 :Si $z_1(t)$ est négatif et $z_2(t)$ est grand Alors $\dot{x}(t) = A_3x(t)$

règle 1 :Si $z_1(t)$ est négatif et $z_2(t)$ est petit Alors $\dot{x}(t) = A_4x(t)$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

On a :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i(z(t))A_i x(t) \quad (II.11)$$

Où

$$h_1(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_1(z_2(t))$$

$$h_2(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_2(z_2(t))$$

$$h_3(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_1(z_2(t))$$

$$h_4(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_2(z_2(t))$$

Ce modèle flou représente exactement le système non linéaire dans la région $[-1,1] \times [-1,1]$

II.5. Conclusion

Le modèle flou T-S classée parmi les techniques de l'intelligence artificielle, la logique floue permet de modéliser puis de remplacer l'expertise de conduite de processus, expertise

en provenance du concepteur ou de l'utilisateur. Ses avantages viennent notamment de ses capacités à :

Formaliser et simuler l'expertise d'un opérateur ou d'un concepteur dans la conduite et le réglage d'un procédé.

- ✓ Donner une réponse simple pour les procédés dont la modélisation est difficile.

Les modèles flous T-S peuvent être des modèles flous continus ou des modèles flous discrets. La particularité de ce type de modèles est que les ensembles flous sont seulement utilisés dans la partie prémisse des règles. La partie conclusion est décrite par des modèles numériques. Cette particularité rend un modèle flou T-S équivalent à un multimodèle.

CHAPITRE III

Stabilité et stabilisation des modèles flous de type

Takagi-Sugeno

Stabilité et stabilisation des modèles Flous de type Takagi-Sugeno

III.1. Introduction

Depuis plusieurs années de nombreux travaux se sont intéressés à la stabilité et la stabilisation des systèmes non linéaires décrits par des modèles flous de Takagi- Sugeno. L'analyse de stabilité des modèles flous est souvent réalisée par la technique de Lyapunov qui impose des exigences restrictives et donne des conditions de stabilité suffisantes. La stabilité dépend de l'existence d'une matrice commune, symétrique et définie positive, qui garantit la stabilité de tous les modèles locaux. Ces conditions de stabilité peuvent être exprimées en utilisant des inégalités linéaires matricielles (LMI).

L'une des premières idées de stabilisation de ces modèles flous a consisté à utiliser des retours d'état linéaires. Ces derniers ont vite été supplantés par une loi de commande qui permet de prendre en compte les non linéarités des modèles flous et connues sous le nom de PDC (Parallel Distributed Compensation) [9].

Lorsqu'on étudie un processus réel, l'hypothèse de pouvoir connaître son état complet n'est pas toujours réaliste pour des raisons techniques (variables non mesurables ou non accessibles) ou économiques (prix du capteur). Or plusieurs auteurs ont développé des méthodes de contrôle qui n'utilisent que les informations de sortie statique OPDC (Static Output PDC) pour contrôler le système. Ces techniques réduisent la complexité des calculs.

L'objectif de ce chapitre, dans la première partie est de représenter quelque approches permettant l'étude de la stabilité des modèle flous de type Takagi-Sugeno. Nous présentons également l'outil numérique LMI et comment transformer un problème d'optimisation en un problème d'optimisation équivalent sous contraintes LMI. Dans la deuxième partie de type PDC et OPDC.

III.2. Analyse convexe et inégalités linéaires matricielles (LMI)

Les résultats d'analyse et de synthèse dans ce mémoire, se basent essentiellement sous des formulations des problèmes d'optimisations convexes. Celle-ci présentent l'avantage d'avoir un coût de calcul raisonnable et le résultat obtenu correspond à un minimum global unique, ce qui exclu l'existence d'un minimum local de la fonction à optimiser [14].

III.2.1. Analyse convexe

La notion de convexité tient dans ce mémoire une place importante étant donnée les orientations choisies. En effet, les problèmes d'analyse dont il est question sont formulés, lorsque cela est possible, en termes d'optimisation convexe.

La convexité d'un problème d'optimisation a un double avantage :

- Les temps de calcul pour trouver une solution sont raisonnables.
- Il n'existe pas de minimum local de la fonction de coût à optimiser, le résultat obtenu correspond à un minimum global unique.

La convexité est une notion à la fois ensembliste et fonctionnelle. Voici les définitions dans chacun des cas [7].

Définition III.1 (ensemble convexe) :

Soit un ensemble $\varphi \in R^n$, est un ensemble convexe si et seulement si :

$$\forall \lambda \in [0, 1] \subset R, \forall (x_1, x_2) \in E^2, \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 \in E \quad (\text{III.1})$$

Définition III.2 (fonction convexe) :

Soit une fonction convexe $f \subset R^n \rightarrow R$ un ensemble convexe, alors f est convexe si et seulement si :

$$\forall \lambda \in [0, 1] \subset R, \forall (x_1, x_2) \in E^2, f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) \quad (\text{III.2})$$

Un problème d'optimisation convexe s'énonce donc comme suit : $\min_{x \in E} (f(x))$, où E est un ensemble convexe et f est une fonction convexe.

De même, une contrainte $f_i(x) \leq 0$ est dite convexe si la fonction f_i est convexe. Un des avantages de la convexité que toute optimisation d'une fonction convexe définie sur un ensemble convexe peut se traiter localement, car toute solution locale devient globale.

III.2.2. Inégalités linéaires matricielles (LMI)

On appelle inégalité matricielle affine ou linéaire (Linear Matrix Inequality note LMI) le problème suivant: étant données une famille de matrices symétriques F_0 et $F_i, i=1 \dots n$, de $R^{p \times p}$ et un vecteur $x_i = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$, une inégalité matricielle linéaire (LMI) stricte (resp. non strict) en x est de la forme [15] :

$$F(x) = f_0 + x_1 F_1 + \dots + x_n F_n > 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Or } F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i > 0 \quad (\text{III.4})$$

Avec : $x_i = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$ appelé vecteur de décision ou vecteur d'optimisation.

Remarquons que l'ensemble E défini par $E = \{x \in R: F(x) > 0\}$ est convexe, ce qui nous amène à considérer une contrainte LMI comme une contrainte convexe.

III.2.3. Problème LMI

On distingue trois types de problèmes d'optimisation convexe rencontrés sous forme de LMI

- **Problèmes de faisabilité**

Trouver un vecteur x tel que $F(x) < 0$. Ce problème est résolu généralement en cherchant le vecteur x minimisant le scalaire t tel que:

$$-F(x) < t.I \quad (\text{III.5})$$

Si la valeur minimale de t est négative alors le problème est faisable.

- **Problème de valeur propre (EVP : Eigen-Value problème)**

Minimiser la plus grande valeur propre d'une matrice symétrique sous une contrainte de type LMI

minimiser λ

sous les contraintes

$$\begin{cases} \lambda I - A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \end{cases}$$



(III.6)

- **Problème de valeurs propres généralisées (General EVP)**

Minimiser la plus grande valeur propre généralisée d'une paire de matrices par rapport à une contrainte LMI :

minimiser λ

$$\text{sous les contraintes } \begin{cases} \lambda B(x) - A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ C(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

III.2.4. Les outils techniques pour la formulation LMI

Ces outils permettent d'exprimer des problèmes d'analyse ou de commande de système d'optimisation sous contraintes LMI. En effet la mise sous forme LMI d'un problème d'optimisation consiste dans un premier temps à traduire les contraintes par des inégalités

matricielles que l'on tente en suite de rendre affine en fonction des variables d'optimisations [16].

a. Congruence

Si $P(x) > 0$ et X est régulière, Alors : $X^T P(x) X > 0$

b. Lemme de Schur

Le complément de Schur ou le Lemme de Schur est un outil fondamental dans la manipulation des inégalités matricielles, en effet, il permet dans certain cas de mettre sous forme LMI des contraintes non linéaires.

Définition III.3 :

Soient les trois matrices symétriques $(Q, S) \in R^{n \times n} \times R^{n \times m}$ et $R \in R^{n \times m}$ affines par rapport à la variable x . Alors les LMI suivantes sont équivalentes :

$$\begin{aligned} \checkmark \quad & S(x) > 0 \text{ et } Q(x) - R(x)S^{-1}(x)R^T(x) > 0. \\ \checkmark \quad & \begin{bmatrix} Q(x) & R(x) \\ R^T(x) & S(x) \end{bmatrix} > 0. \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

III.3. Stabilité et stabilisation des modèles de type T-S

Ces deux dernières décennies, le problème de la stabilité et de la stabilisation des systèmes non linéaires décrits par les modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S) était le sujet de plusieurs travaux de recherche grâce à leur simplicité et leur capacité d'écrire le comportement non linéaire par une agrégation des modèles locaux linéaires.

Que ce soit pour l'analyse de la stabilité ou pour le calcul des lois de commande stabilisant un modèle T-S, l'approche basée sur la seconde méthode de Lyapunov reste, de loin, la plus utilisée [7]. Le principe de cette dernière est inspiré d'une réalité physique. En effet, si l'énergie d'un système est continûment dissipée, le système va atteindre son point d'équilibre. Un rappel sur la théorie de Lyapunov est donné dans la suite.

III.3.1. Rappel sur la Stabilité selon Lyapunov

Le principe de stabilité selon Lyapunov repose sur le comportement du système dynamique du point de vue de son énergie totale. Si cette énergie, représentée généralement par une fonction scalaire, est continûment dissipée, on parle alors de système dissipatif. Dans ce cas, on peut espérer que le système tende vers un point d'équilibre. En l'occurrence, en étudiant la

variation de cette fonction scalaire, nous pouvons éventuellement conclure sur la stabilité du système étudié [14].

Considérons le système non linéaire autonome (non commandé) suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (\text{III.9})$$

Où $x(t)$ représente l'état du système et la fonction $f(x(t))$ telle que $f(x(t)): R^n \rightarrow R^n$

représente le système dynamique. La fonction f décrit les dynamiques du système et peut être modélisé par les équations algébriques classiques et/ou un modèle flou à base connaissance. Le système (III.9) est dit en équilibre autour de x_0 si son état ne varie pas au cours du temps en l'absence d'influence externe, x_0 est alors appelé point d'équilibre.

Avec $f(x(t)) \in C^1: R^n \rightarrow R^n$. Le système (III.9) est dit en équilibre autour de x_0 si, en l'absence d'influence externe, son état ne varie pas au cours du temps, x_0 est alors point d'équilibre.

III.3.2. Fonctions de Lyapunov

Dans le cas général, il n'existe pas de méthode pour trouver toutes les fonctions candidates de Lyapunov. Dès lors, la théorie de Lyapunov conduit à des conditions suffisantes de stabilité dont le pessimisme dépend de la forme particulière imposée à la fonction $V(x(t))$ et de la structure du système. Ce pendant, il existe des familles de fonctions de Lyapunov souvent utilisées et dont l'adoption dépend de la nature du système à étudier (systèmes linéaires, systèmes continus par morceaux, systèmes à retard, systèmes linéaires incertains,...).

L'étude de la stabilité à l'aide de ce type de fonction a constitué la base de très nombreux travaux jusqu'à maintenant [4]. Dans le cas des systèmes incertains, quand aucune information n'est connue sur la vitesse d'évolution des paramètres incertains, c'est pratiquement la seule méthode possible. Le choix le plus classique consiste à choisir une fonction de Lyapunov sous forme quadratique :

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t). \quad P > 0 \text{ Et symétrique} \quad (\text{III.10})$$

III.3.3. Stabilité quadratique des modèles T-S

L'étude de la stabilité d'un modèle Takagi-Sugeno autonomes (IV.9) permet d'établir si sa dynamique est intrinsèquement stable lorsqu'il n'est soumis à aucune excitation externe ($u = 0$). Dans cette section, afin de permettre au lecteur d'appréhender les résultats proposés

dans la suite de ce manuscrit, on présente les résultats significatifs, à l'origine des nombreux travaux sur la stabilité des modèles Takagi-Sugeno standard. Ceux-ci sont donnés sous forme d'Inégalités Matricielles Linéaires (LMI).

III. 3. 3. 1. Stabilité globale

Considérons le modèle Takagi-Sugeno continu de la forme [14] :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{III.11})$$

avec

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1 \quad (\text{III.12})$$

Le modèle Takagi-Sugeno en boucle ouverte correspondant à (III.11) est

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))A_i x(t) \quad (\text{III.13})$$

Théorème III.1 :

Le modèle Takagi-Sugeno continu autonome (III.9) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice $P = P^T > 0$, telle que la LMI suivante est vérifiée pour $i = 1, \dots, r$:

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad (\text{III.14})$$

Preuve

En considérant la fonction candidate quadratique de Lyapunov

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t) \quad (\text{III.15})$$

Le modèle Takagi-Sugeno standard continu autonome (III.9) est stable si :

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) < 0 \quad (\text{III.16})$$

C'est-à-dire si:

$$\dot{V}(x(t)) = x^T(t) (\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i^T P + P A_i)) x(t) < 0 \quad (\text{III.17})$$

Si la condition suffisante du théorème (III.1) est vérifiée.

III.3.3.2. Stabilité locale

Définition III.4 :

Les fonctions quadratiques de Lyapunov ont une interprétation géométrique très intéressante en termes d'ellipsoïdes invariants [3].

Soit une matrice symétrique définie Q et l'ellipsoïde centré sur zéro défini par :

$$\varepsilon_Q = \{x \in R^p : x^T Q^{-1} x \leq 1\}$$

Si la fonction de Lyapunov $V(x(t)) = x^T(t) Q^{-1} x(t)$ vérifie, pour toute trajectoire $x(t)$, la condition :

$$\frac{dV(x(t))}{dx(t)} < 0 \quad (\text{III.18})$$

Alors toute trajectoire de condition initiale $x(0) \in \varepsilon_Q$ ne s'échappe pas de l'ellipsoïde.

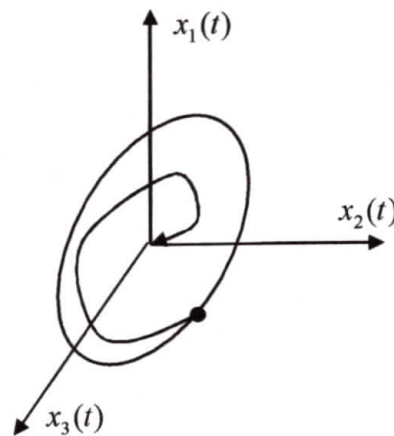


Figure III.1 Ensemble invariant dans le cas d'un système à trois dimensions.

L'ellipsoïde ε_Q représente le domaine d'attraction qu'on peut estimer utilisant la fonction de Lyapunov quadratique et dont il faut maximiser le volume.

III.4. Stabilisation par retour d'état des modèles T-S

Afin d'assurer la stabilité d'un modèle Takagi-Sugeno en boucle fermée, on réalise la synthèse d'une loi de commande adéquate. Plusieurs lois de commande floues ont été proposées dans la littérature. Les plus répandues se basent sur des lois de commande de type compensation parallèle distribuée (PDC, Parallèle Distributed Compensation). Notons, des variantes de ce type de loi de commande ont été également proposées dans la littérature, par

exemple la PDC proportionnelle (PPDC) ou encore la loi de commande de type compensation et division pour modèles flous [5].

III.4.1. Lois de commande PDC

Ce concept utilise une loi de commande linéaire pour chaque sous-modèle. Le résultat est non linéaire en générale. L'idée est de créer un compensateur pour chaque règle de modèle flou. La procédure est la suivante :

- Représentation floue T-S du système à commander.
- Chaque règle de commande est conçue à partir de la règle de modèle flou précédemment défini.
- Un gain de commande par retour d'état constitue la partie conclusion de chaque sous-modèle flou [6].

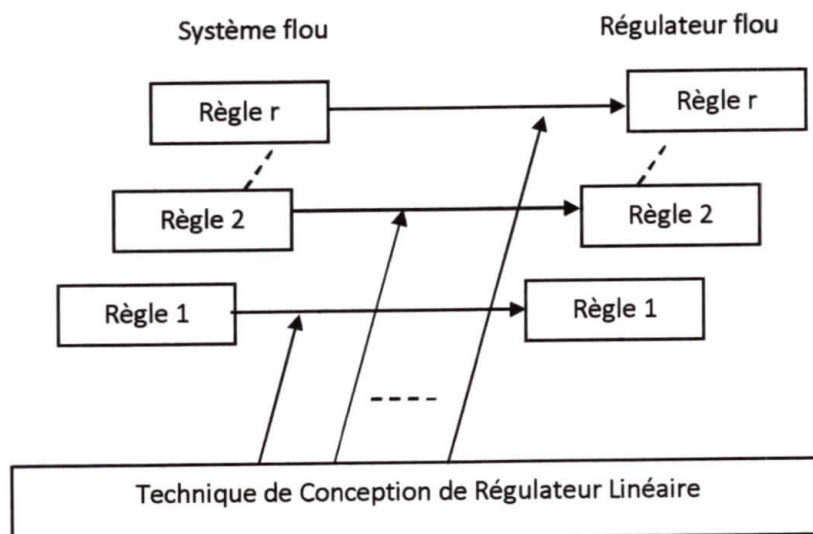


Figure III.2. Représentation de concept PDC

III.4.2. Lois de commande PDC

La loi de commande PDC a l'avantage de considérer les mêmes prémisses que les règles floues contenues dans le modèle T-S à stabiliser. De ce fait, cela revient à considérer que, à chaque modèle local correspond une commande par retour d'état linéaire (voir figure (III.2) que l'on peut interpoler par les mêmes fonctions d'activation $\mu_i(z(t))$ que celles du

modèle T-S [5]. Notons que dans ce cas, lorsque le modèle flou obtenu par découpage est exact, c'est-à-dire par transformation polytopique convexe, alors cette loi de commande est valable sur tout l'espace compact des variables d'état sur lequel a été effectué le découpage. Ainsi, cette loi de commande est donnée par [7] :

$$u(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) F_j x(t) \quad \text{avec} \quad \mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (\text{III.19})$$

Vérifiant toujours la même propriété de somme convexe.

On s'intéresse ici à la stabilisation quadratique des modèles flous T-S, i.e., en utilisant une fonction de Lyapunov de la forme :

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t) \quad (\text{III.20})$$

Avec P est une matrice symétrique définie positive ($P = P^T > 0$). En appliquant la loi de commande (III.19) au modèle (III.11), la boucle fermée prend la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) (A_i + B_i F_j) x(t) \quad (\text{III.21})$$

Les conditions de stabilité du système en boucle fermée reviennent à chercher les gains de commande tels que la dérivée $\dot{V}(x(t))$ soit négative. De façon immédiate la dérivée de la fonction de Lyapunov quadratique (III.20) le long des trajectoires du modèle T-S en boucle fermée (III.21) s'écrit

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) x(t) ((A_i + B_i F_j)^T P + P(A_i + B_i F_j)) x(t) < 0 \quad (\text{III.22})$$

En posant $\gamma_{ij} = ((A_i + B_i F_j)^T P + P(A_i + B_i F_j))$, les conditions suffisantes de base suivantes sont énoncées.

Théorème III.2 :

L'équilibre du modèle flou continu (III.11) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice $P = P^T > 0$ telle que :

$$\begin{cases} \gamma_{ii} < 0 & \forall i \in I_r \\ \gamma_{ij} + \gamma_{ji} < 0 & \forall i < j \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

La détermination des gains $F_i (i = 1, \dots, r)$ de la loi de commande PDC passe alors par la transformation des conditions du théorème III.2 en un problème équivalent prenant la forme d'inégalités matricielles linéaire (LMI) qui peut être résolu par les outils d'optimisation convexe.



On remarque que les variables P et F_i dans les inégalités du théorème III.2 ne sont pas linéaires. En utilisant la propriété de congruence sur le premier terme de (III.23) avec la matrice symétrique de rang plein $Q = P^{-1}$, on obtient :

$$QA_i^T + A_iQ + QF_i^T B_i^T + B_i F_i Q < 0 \quad (\text{III.24})$$

En effectuant le changement de variable bijectif $M_i = F_i Q, i = \{1, \dots, r\}$, le problème (III.24) devient LMI en les variables Q et M_i :

$$QA_i^T + M_i^T B_i^T + A_iQ + B_i M_i < 0 \quad (i = 1, \dots, r) \quad (\text{III.25})$$

De même, la seconde partie des équations (III.23) peut se réécrire :

$$A_iQ + A_i^T Q + A_jQ + QA_j^T + M_j^T B_i^T + B_i M_j + M_i^T B_j^T + B_j M_i \leq 0 \quad (\text{III.26})$$

$$(1 \leq i \leq r, (z(t))h_j(z(t)) \neq 0)$$

Puis : $P = Q^{-1}$ et $F_i = M_i P$

III.5. Stabilisation quadratique par retour de sortie

Cette partie est dédiée à la synthèse de la loi de commande OPDC par la méthode quadratique .les résultats qui y sont issus de [19][20].

III.5.1. Loi de commande OPDC et formulation LMI

C'est une loi de commande OPDC basée sur le retour de sortie qui est généralement non linéaire est appelée différemment une loi de commande SOF. Elle est de la forme :

$$\begin{cases} U(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(z(t)) F_i y(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Le multimodèle continu (I.10) avec le régulateur (III.27), En boucle fermée, dans le cas où $C_i = C, i \in I_n$ peut être représenté comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) (A_i + B_i F_j C) x(t) \quad (\text{III.28})$$

Le théorème suivant traite les conditions suffisantes dans une forme LMI pour assurer la stabilité asymptotique de multimodèle (III.28).

Théorème III.3 [14]

L'équilibre du modèle flou continu décrit par (III.28) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice $P = P^T > 0$ telle que :

$$\mathcal{L}_i^T P + P \mathcal{L}_i \leq 0 \quad (i = 1, \dots, r) \quad (\text{III.29})$$

$$R_{ij}^T P + P R_{ij} \leq 0 \quad (i, j = 1, \dots, r \text{ et } i < j) \quad (\text{III.30})$$

Avec
$$\mathcal{L}_i = A_i + B_i F_i C \quad (\text{III.31})$$

$$R_{ij} = \frac{(A_i + B_i F_j C) + (A_i + B_i F_j C)^T}{2} \quad (\text{III.32})$$

Dans ce qui suit, des conditions suffisantes dans les formes LMI sont donnés pour assurer la stabilité asymptotique de multimodèle(III.28).

Supposons qu'il existe une matrice symétrique $X > 0$, ainsi que des matrices N_i et M qui vérifient :

$$A_i X + X A_i^T + B_i N_i C + C^T N_i^T B_i^T < 0, \forall i \in I_n \quad (\text{III.33})$$

$$(A_i + A_j) X + X (A_i + A_j)^T + (B_i N_j + B_j N_i) C + C^T (B_i N_j + B_j N_i)^T \quad (\text{IV.34})$$

$$\forall (i, j) \in I_n^2, i < j$$

Avec :

$$CX = MC \text{ et } X = P^{-1}$$

$$\text{Et } \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) \neq 0$$

Les LMI (III.33) et (III.34) sont obtenues à partir de (III.31) et (III.32) en utilisant les changements des variables $X = P^{-1} > 0$ et $CX = MC$. Comme C est supposé de plein rang ligne, on déduit qu'il existe une matrice non singulière:

$$M = CX C^T (C C^T)^{-1} \quad (\text{III.35})$$

Et

$$F_i = N_i M^{-1} \quad (\text{III.36})$$

Où

$$F_i = N_i C C^T (C X C^T)^{-1}$$

Théorème III.4 [18] :

Supposons qu'il existe une matrice symétrique $X > 0$, ainsi que des matrices N_i et M qui vérifient le problème d'optimisation suivant :

$$\min \lambda$$

$$\begin{bmatrix} \lambda I & MC - CX \\ (MC - CX)^T & \lambda I \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

$$X > 0 \quad (\text{III.34})$$

$$A_i X + X A_i^T + B_i N_i C + C^T N_i^T B_i^T < 0, \forall i \in I_n \quad (\text{III.35})$$

$$(A_i + A_j)X + X(A_i + A_j)^T + (B_i N_j + B_j N_i)C + C^T(B_i N_j + B_j N_i)^T \quad (\text{III.36})$$

$$\forall (i, j) \in I_n^2, i < j$$

III.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné un aperçu général en considérant les problèmes de la stabilité (analyse) des modèles flous de type T-S. La plupart des travaux font appel, pour vérifier les conditions de stabilité, à la méthode de Lyapunov. La stabilité dépend de l'existence d'une matrice commune, symétrique et définie positive, qui garantit la stabilité des modèles locaux.

Ces conditions de stabilité peuvent être exprimées en utilisant des inégalités linéaires matricielles (LMI), qui peuvent être résolues d'une façon efficace par des algorithmes d'optimisation convexe sous contraintes.

Ensuite, nous avons étudié la stabilisation des modèles T-S par deux lois de commande de type PDC et de type OPDC (synthèse de lois de commande par retour d'état et retour de sortie non linéaire).

CHAPITRE IV

Applications et Résultats de simulation

Applications et résultats de simulation

IV.1. Introduction

Ce chapitre est consacré à la représentation des différents résultats de simulation de l'application de lois de commande sur un système non linéaire qui est le pendule inversé ; à l'aide des principes de la dynamique et des équations de Lagrange, une modélisation du pendule inversé est présentée, on aboutit donc à des équations différentielles non linéaires de mouvement du système chariot pendule.

IV.2. Stabilisation du pendule inversé

Pour illustrer les performances des méthodes de commande proposées dans le chapitre III nous considérons le problème de stabilisation d'un pendule inversé (figure IV.1). Les équations du mouvement du pendule sont [17] :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (\text{IV.1})$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin(x_1) - \frac{a m l x_2^2 \sin(2x_1)}{2} - \mu \cos(x_1) v}{\frac{4l}{3} - a m l \cos^2(x_1)} \quad (\text{IV.2})$$

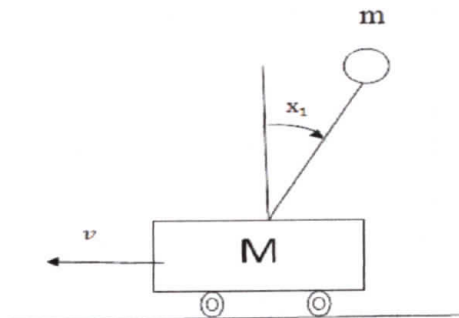


Figure IV.1 Pendule inversé.

Où $x_1(t)$ désigne l'angle du pendule et $x_2(t)$ sa vitesse angulaire, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ est la gravité, m est la masse du pendule, M est la masse du chariot, $2l$ est la longueur du pendule, et v est la force exercée sur le chariot et $a = \frac{1}{m+M}$ et $\mu = 1000$.

Pour la simulation, on prend les valeurs suivante :

$m = 2.0Kg$ $M = 8.0Kg$ et $l = 0.5 m$.

IV.3. Modèle flou du pendule inversé

La dynamique du pendule peut être décrite par le modèle flou T-S suivant :

Règle 1 : Si x_1 proche de 0 alors $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1v$

Règle 2 : Si x_2 proche de $\pm \frac{\pi}{2}$ alors $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2v$

Avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{4l}{3} - aml & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{4}{3} - aml \end{bmatrix}$$

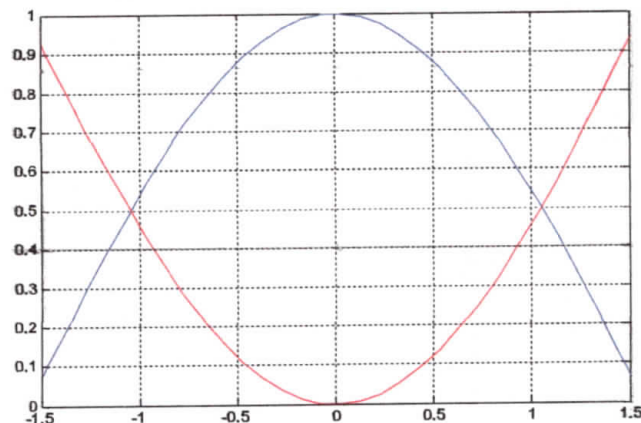
$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \pi(\frac{4l}{3} - aml\beta^2) & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{4}{3} - aml\beta^2 \end{bmatrix}$$

$$\beta = \cos(86^\circ)$$

Les fonctions d'appartenances (pour la règle 1 et la règle 2) sont mises comme suit :

$$\mu_1(z(t)) = \cos(x_1(t)), \mu_2(z(t)) = 1 - \cos(x_1(t))$$

Elles sont illustrées dans la figure(IV.2)



$$\text{— } \mu_1(z(t)) \quad \text{— } \mu_2(z(t))$$

Figure IV.2 Fonction d'appartenances de deux ensembles flous.

IV.4. Résultats de simulation

➤ Commande PDC

Dans cette section, nous présenterons les réponses du système du système (pendule inversé) en boucle fermée. Pour stabiliser le pendule dans son point d'équilibre, on utilise une loi de commande PDC donnée par :

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(z(t)) F_i x(t)$$

La résolution des LMIs (III.25) et (III.26) nous a donné les résultats suivants :

$$M_1 = [3.0221 \quad -3.3039]$$

$$M_2 = [3.0174 \quad -3.3054]$$

$$P = \begin{bmatrix} 23.0388 & -40.3798 \\ -40.3798 & 76.9950 \end{bmatrix} \quad P = P^T > 0$$

Avec $F_i = M_i P$

$$F_1 = [0.6926 \quad 0.3203]$$

$$F_2 = [0.6896 \quad 0.3187]$$

➤ Les valeurs propres

$$\text{eig}(A_1+B_1F_1) = \begin{bmatrix} -1.9216 \\ -54.6032 \end{bmatrix}, \text{eig}(A_2+B_2F_2) = \begin{bmatrix} -2.1628 \\ -2.8420 \end{bmatrix}$$

$$\text{eig}(A_2+B_1F_2) = \begin{bmatrix} -2.1636 \\ -54.3627 \end{bmatrix}, \text{eig}(A_1+B_1F_2) = \begin{bmatrix} -1.9218 \\ -54.3274 \end{bmatrix}$$

$$\text{eig}(A_2+B_1F_1) = \begin{bmatrix} -2.1621 \\ -54.3627 \end{bmatrix}, \text{eig}(A_2+B_2F_1) = \begin{bmatrix} -2.1532 \\ -2.8761 \end{bmatrix}$$

Ces valeurs propres à la partie réelle négative.

Les résultats de simulation sont illustrés sur les figures (IV.3), (IV.4) et (IV.5), qui montrent respectivement l'angle du pendule inversé, sa vitesse angulaire et la commande à des conditions initiales différentes.

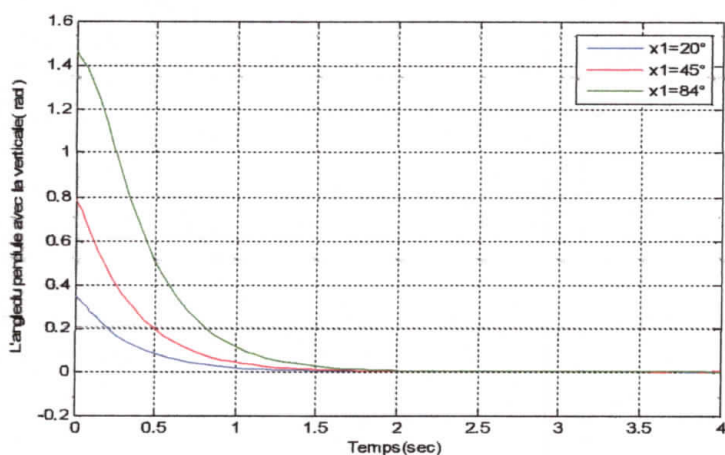


Figure IV.3 Variation de l'angle du pendule avec des conditions initiales différentes

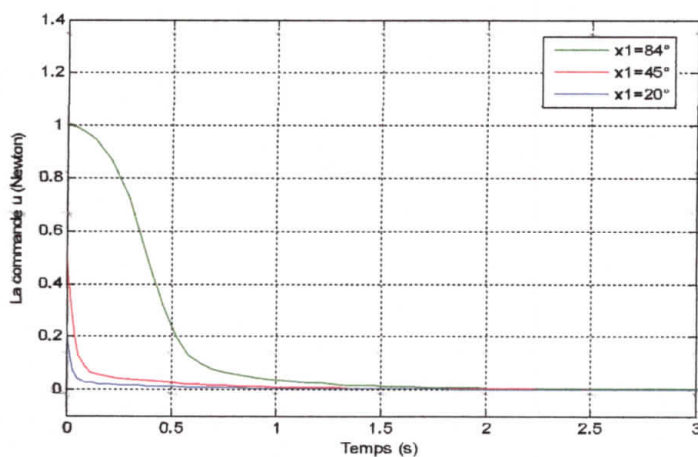


Figure IV.4 Variation de la vitesse angulaire du pendule avec des conditions initiales différentes

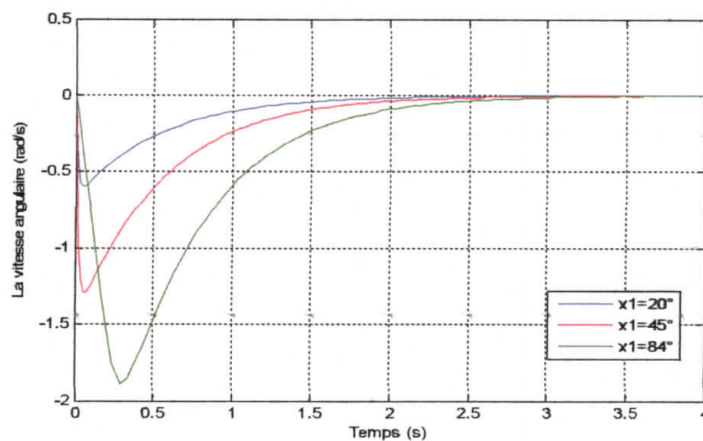


Figure IV.5 Variation de la commande avec des conditions initiales différentes.

Les figures montrent que la commande assure la convergence de l'angle et de la vitesse angulaire vers zéro ce qui nous permettons de dire que la loi de commande PDC arrive à stabiliser le pendule inversé.

➤ Commande OPDC

Dans cette section, nous présenterons les réponses du système (pendule inversé) en boucle fermée. Pour stabiliser le pendule dans son point d'équilibre, on utilise une loi de commande OPDC donnée par :

$$U(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(z(t)) F_i C x(t)$$

La résolution des LMIs (IV.12) dans le théorème (IV.1) nous a donné les résultats suivants :

$$Q = \begin{bmatrix} 433.9972 & -386.2660 \\ -386.2660 & 433.9972 \end{bmatrix} > 0, P = P^T > 0$$

$$\text{Avec } F_i = N_i M^{-1} \text{ et } C = [1 \ 1]$$

$$F_1 * C = [1.2507 \ 1.2507]$$

$$F_2 * C = [1.2507 \ 1.2507]$$

$$\text{Avec } \lambda = 2.3297 * 10^{-14}$$

Les valeurs propres obtenues sont :

$$\text{eig}(A_1 + B_1 F_1) = \begin{bmatrix} -9.3040 \\ 432.1052 \end{bmatrix}, \text{eig}(A_2 + B_2 F_2) = \begin{bmatrix} -2.9420 \\ -36.3325 \end{bmatrix}$$

$$\text{eig}(A_2 + B_1 F_2) = \begin{bmatrix} -2.8486 \\ 438.5606 \end{bmatrix}, \text{eig}(A_1 + B_1 F_2) = \begin{bmatrix} -9.3040 \\ 432.1052 \end{bmatrix}$$

$$\text{eig}(A_2 + B_1 F_1) = \begin{bmatrix} -2.1621 \\ -54.3627 \end{bmatrix}, \text{eig}(A_2 + B_2 F_1) = \begin{bmatrix} -2.9420 \\ -36.3325 \end{bmatrix}$$

Ces valeurs propres sont à partie réelle négative.

Les résultats de simulations illustrés sur les figures(IV.1),(IV.2)et(IV.3),montrent respectivement l'angle du pendule inversé, sa vitesse angulaire et la commande à des conditions initiales différentes.

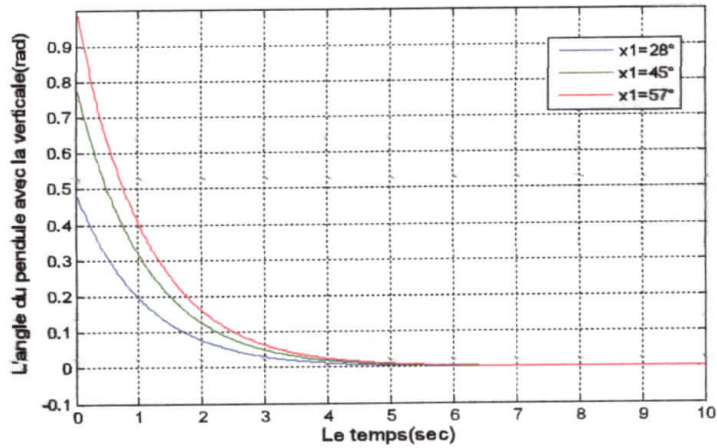


Figure IV.6 Variation de l'angle du pendule avec des conditions initiales différente.

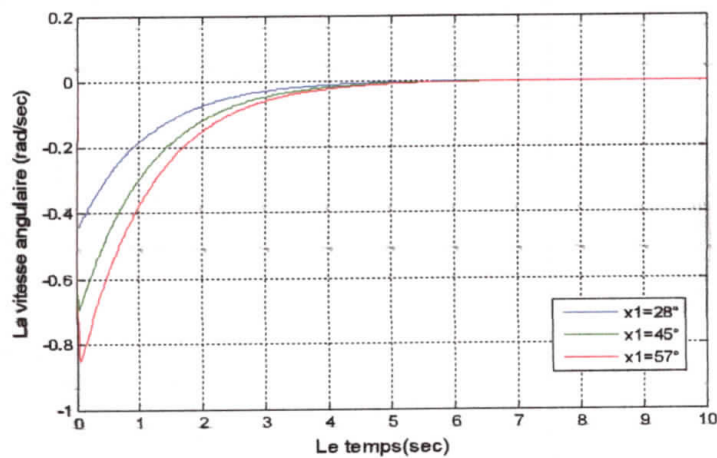


Figure IV.7 Variation de la vitesse angulaire du pendule avec des conditions initiales différentes.

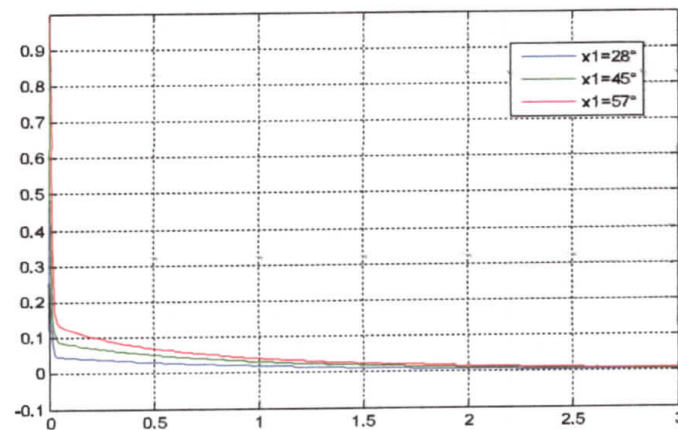


Figure IV.8 Variation de la commande avec des conditions initiales différentes.

D'après les figures, on remarque que les réponses du système (l'angle et la vitesse angulaire) tendent vers son point d'équilibre. Ce résultat nous permet de dire que la loi de commande OPDC arrive à stabiliser le pendule inversé.

IV.4 Etude de robustesse

En général, pour analyser la robustesse d'un système incertain, on est amené à introduire les termes incertains dans la dynamique du système et en suite étudier la stabilité et la convergence du système en présence de ces incertitudes. Trois catégories d'incertitudes peuvent être considérées. La première catégorie regroupe les bruits de mesures. La deuxième catégorie regroupe les incertitudes dues à la variation des paramètres du système par rapport aux paramètres nominaux. La troisième catégorie regroupe les perturbations extérieures qui peuvent affecter le système. Dans ce qui suit une étude de robustesse est réalisée sur les lois de commande développées précédemment, pour vérifier la robustesse de l'approche proposée face aux variations paramétrique et aux perturbations ajoutées à l'entrée de commande

IV.4.1. Commande sans perturbation

Dans ce test, une trajectoire sinusoïdale est testée pour visualiser la qualité de poursuite des commandes PDC, OPDC.

➤ **Commande PDC**

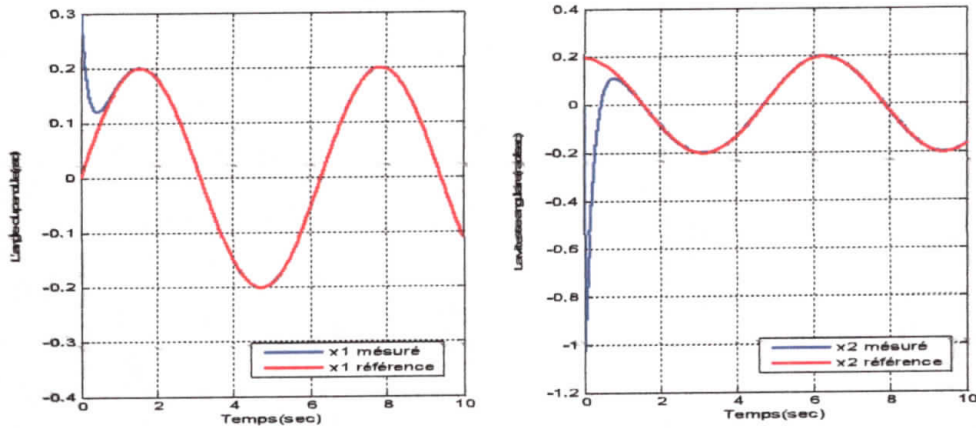


Figure IV.9 La trajectoire de x_1 et x_2 (PDC, sans perturbation).

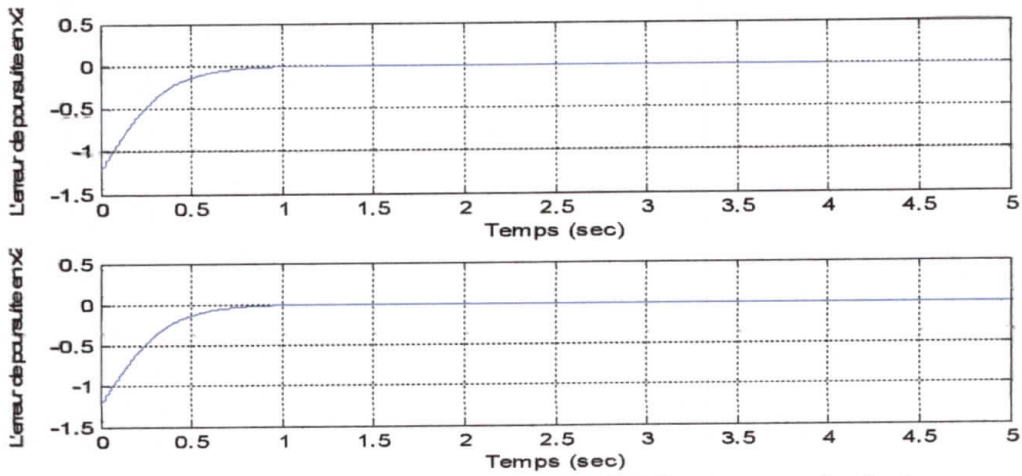


Figure IV.10 L'erreur de poursuite (PDC, sans perturbation).

➤ **Commande OPDC**

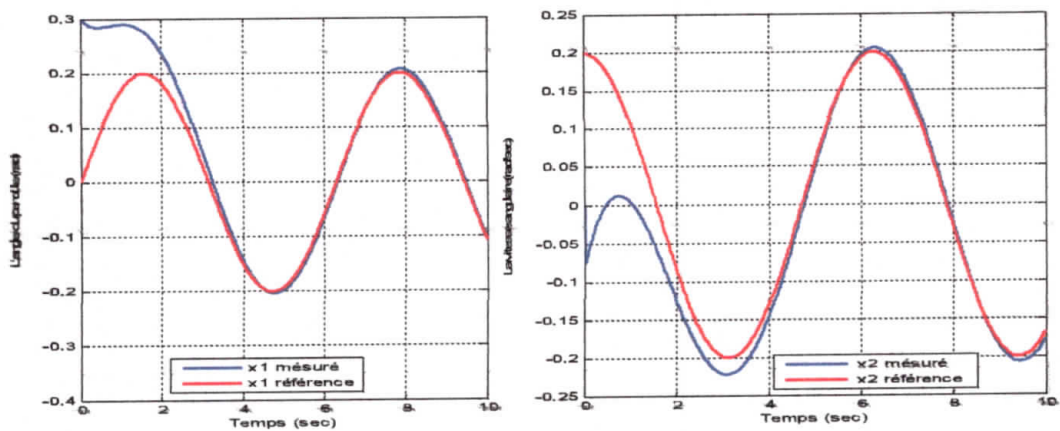


Figure IV.11 La trajectoire de x_1 et x_2 (OPDC, sans perturbation).

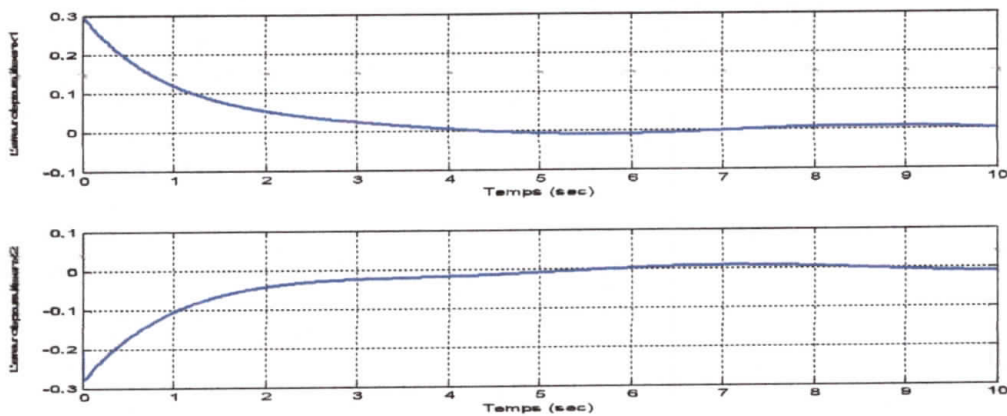


Figure IV.12 L'erreur de poursuite (OPDC, sans perturbation).

III.4.2. Commande avec variation paramétrique

Certains paramètres dans le système peuvent être incertains dans certains cas ; dans d'autres cas, ces paramètres peuvent changer avec le temps. Pour le système du pendule inversé, c'est le cas des paramètres de la masse (chariot M et le pendule m) et la longueur du pendule l

Pour vérifier la robustesse du contrôleur face aux variations paramétriques, on effectue une variation de 50% des paramètres (m, M, l) :

Les résultats de simulation sont illustrés sur les figures montrent respectivement l'angle du pendule inversé, sa vitesse angulaire et la commande pour les conditions initiales différents.

➤ Commande PDC

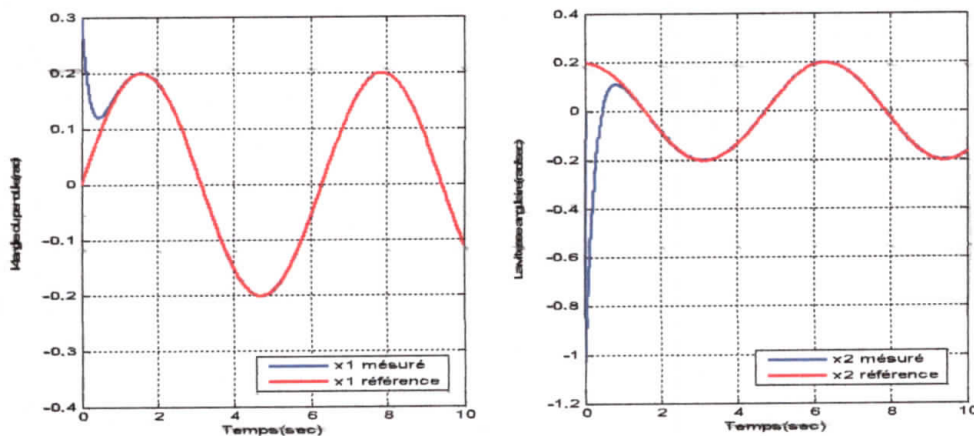


Figure IV.13 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique (PDC, $m=4$ kg).

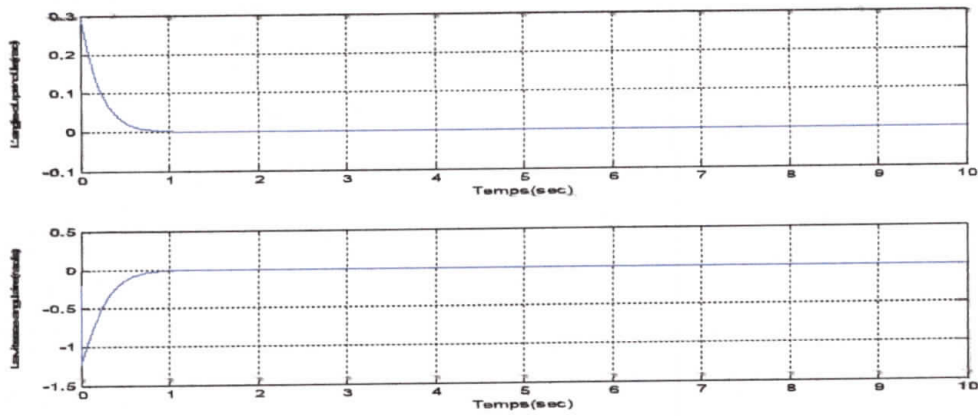


Figure IV.14 L'erreur de poursuite (PDC, variation paramétrique, $m=4\text{kg}$).

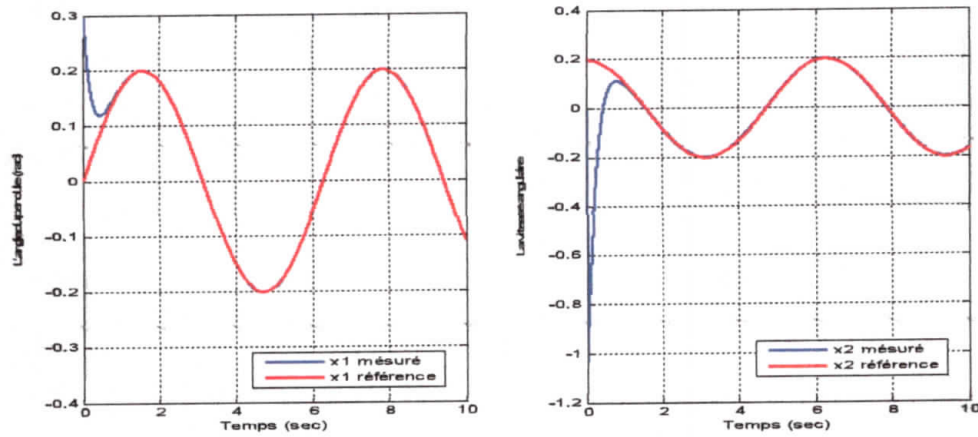


Figure IV.15 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique (PDC, $M=4\text{ kg}$).

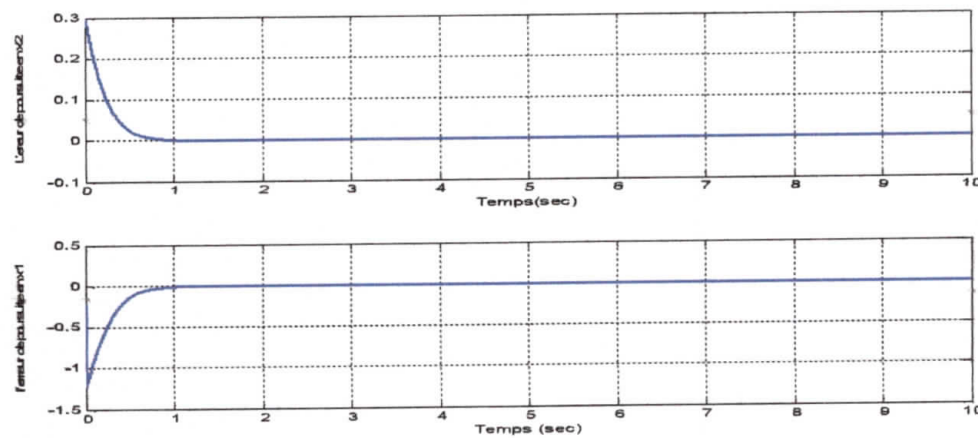


Figure IV.16 L'erreur de poursuite (PDC, variation paramétrique, $M=4\text{kg}$).

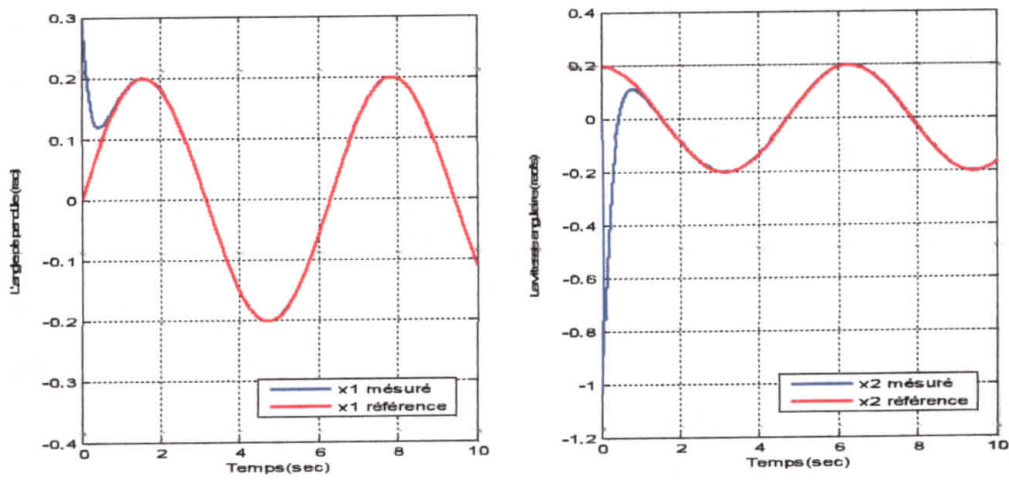


Figure IV.17 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique (PDC, $l=0.25m$).

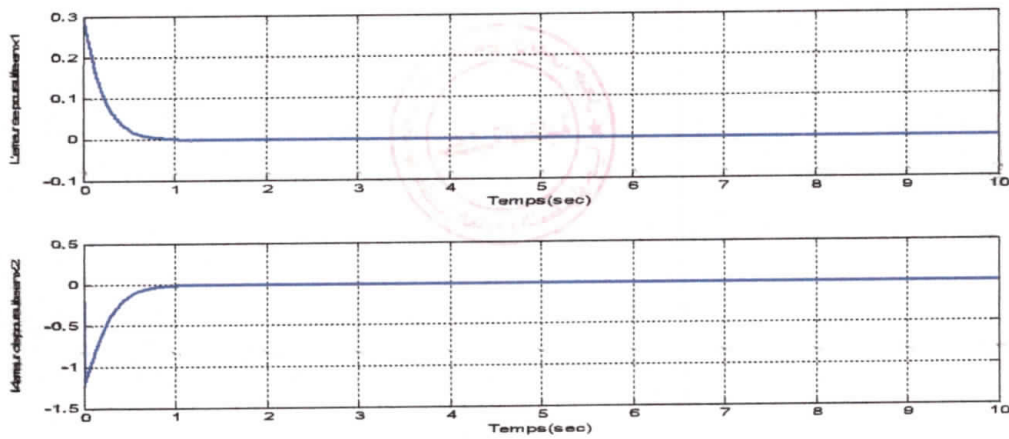


Figure IV.18 L'erreur de poursuite (PDC, variation paramétrique, ($l = 0.25$)).

➤ **Commande OPDC**

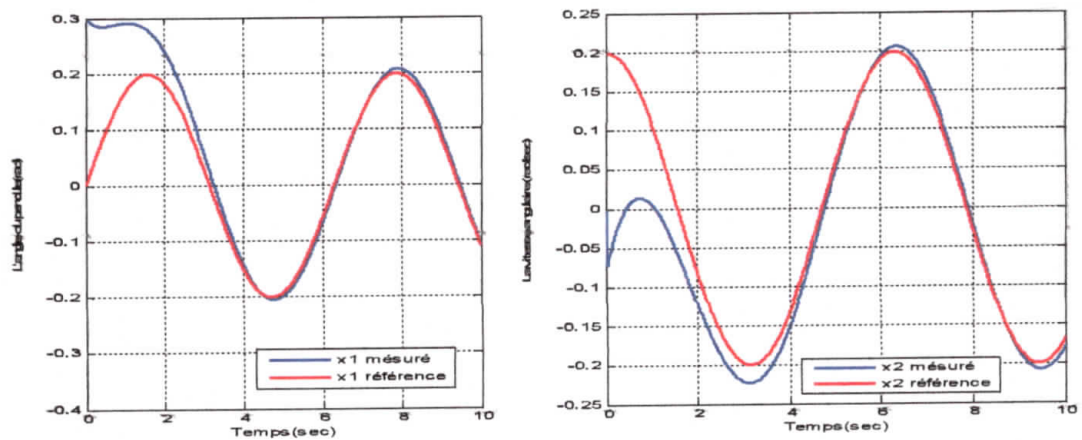


Figure IV.19 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique (OPDC, $m=4$ kg).

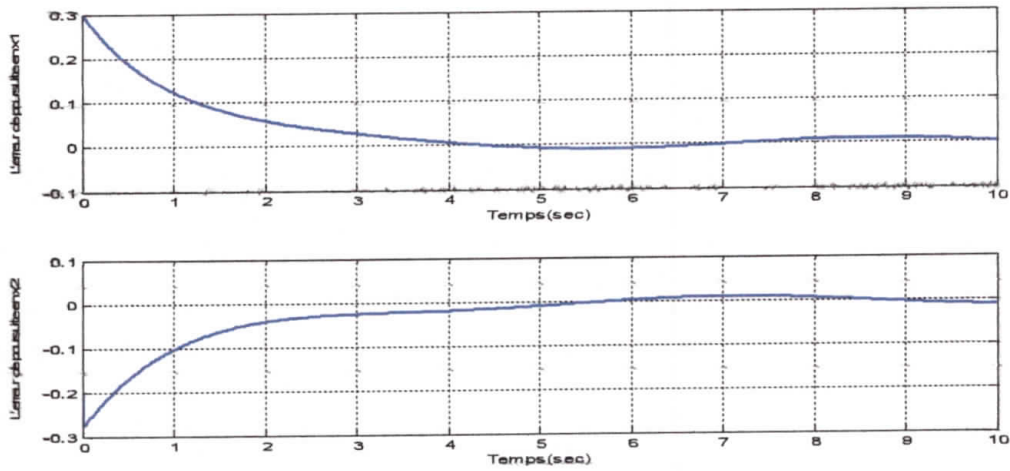


Figure IV.20 L'erreur de poursuite (OPDC, variation paramétrique, $m=4$).

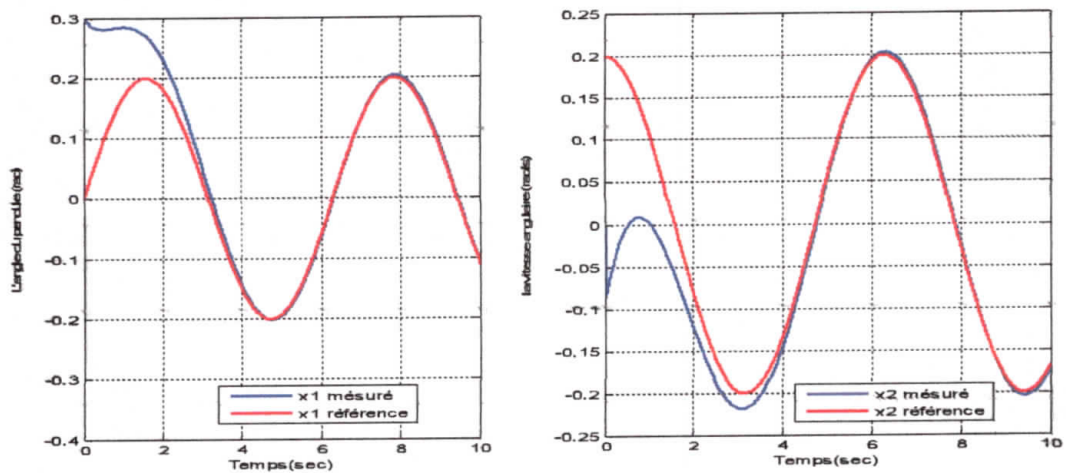


Figure IV.21 La trajectoire de x_1 et x_2 avec variation paramétrique (OPDC, $M=4$ kg).

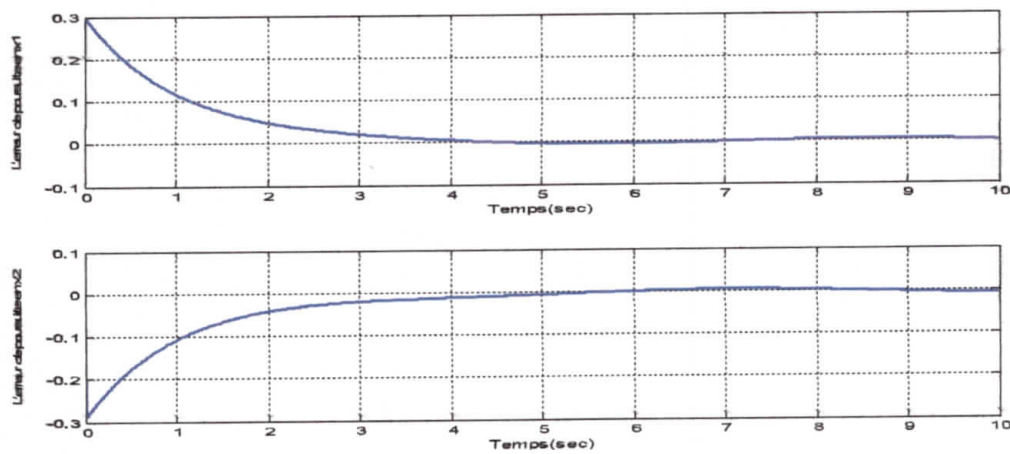


Figure IV.22 L'erreur de poursuite (OPDC, variation paramétrique, $M=4$).

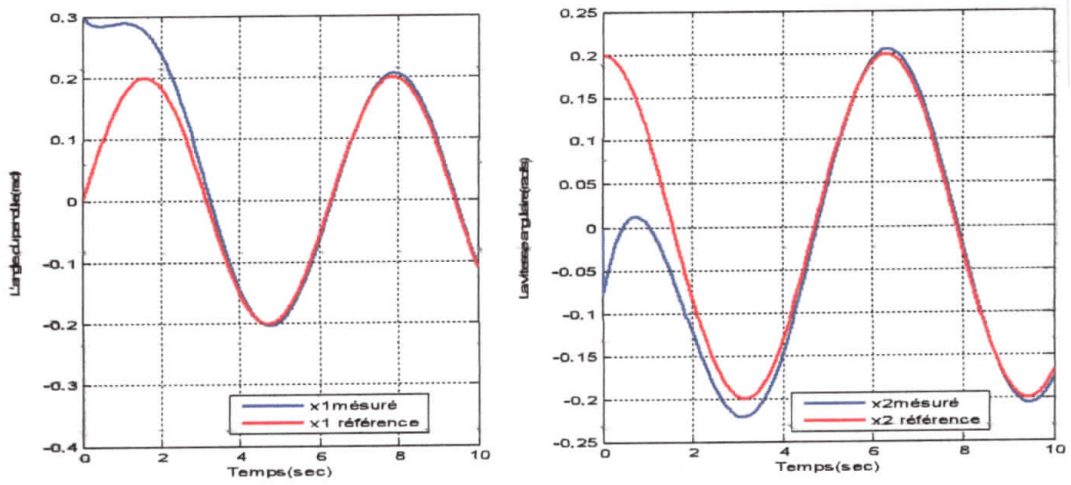


Figure IV.23 La trajectoire de x1 et x2 avec variation paramétrique (OPDC, $l=0.25m$).

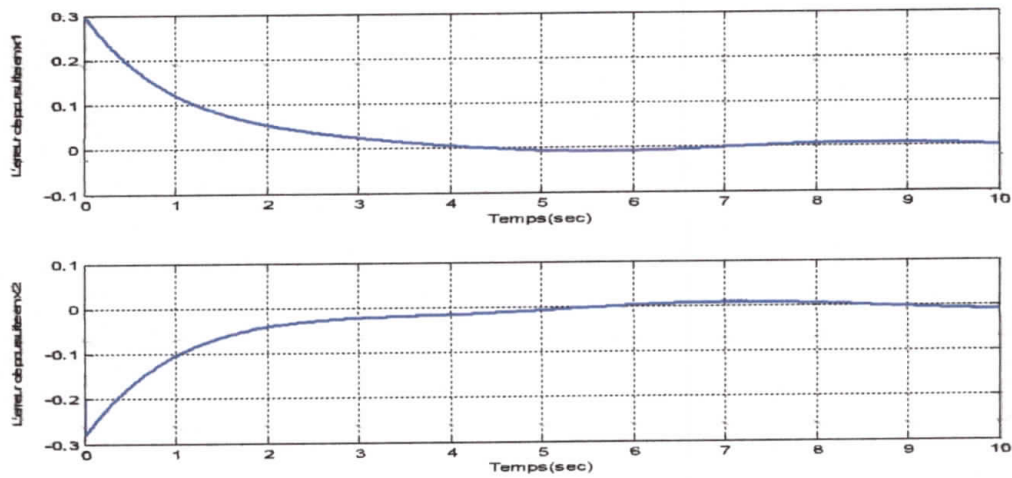


Figure IV.24 L'erreurs de poursuite (OPDC, variation paramétrique, $l=0.25m$).

IV.4.3. Commande avec perturbation ajoutée à l'entrée de commande

Dans ce test la commande sera sujette à une entrée de perturbation qui sera ajoutée au vecteur de commande. La perturbation est ajoutée à l'entrée de commande à l'instante 3 jusqu' à 4 secondes.

➤ **Commande PDC :**

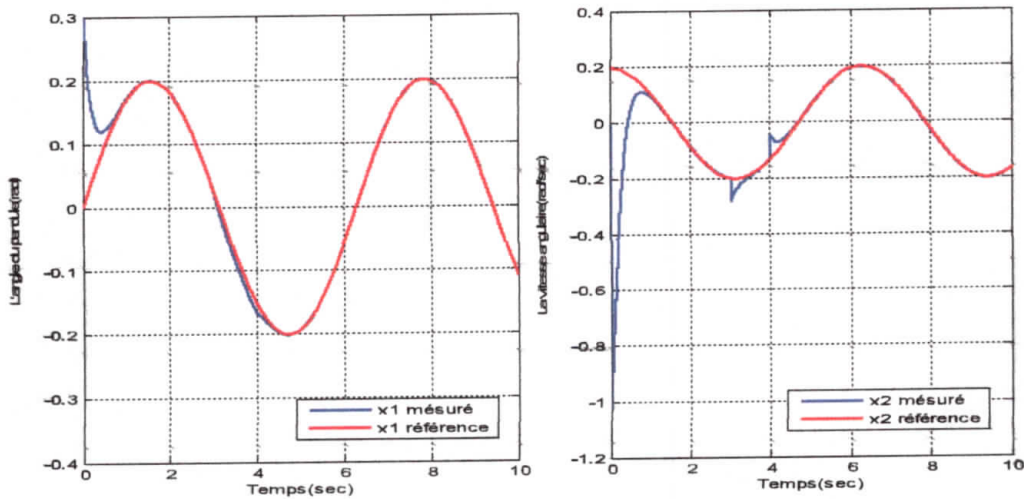


Figure IV.25 La trajectoire de x_1 et x_2 avec perturbation ajoutée à la commande.

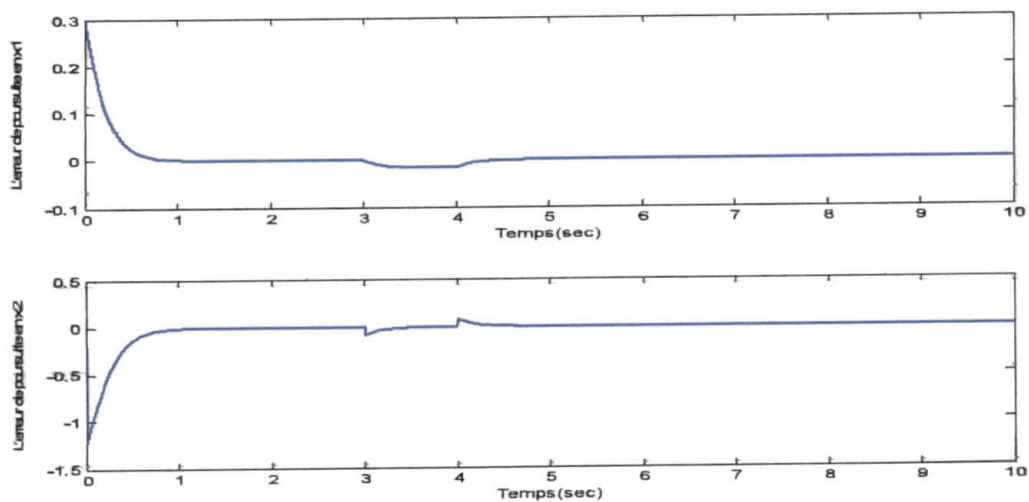


Figure IV.26 L'erreur de poursuite (PDC, perturbation ajoutée à la commande).

➤ **Commande OPDC**

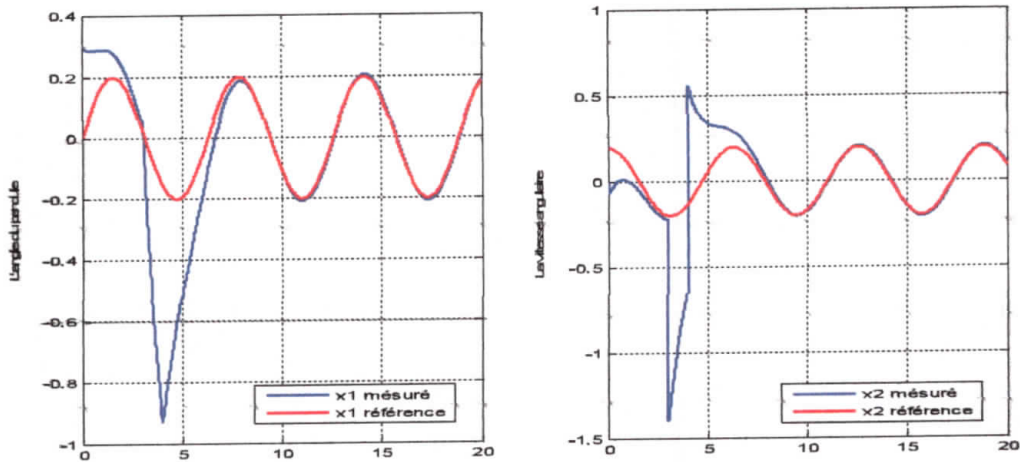


Figure IV.27 La trajectoire de x_1 et x_2 avec perturbation ajoutée à la commande

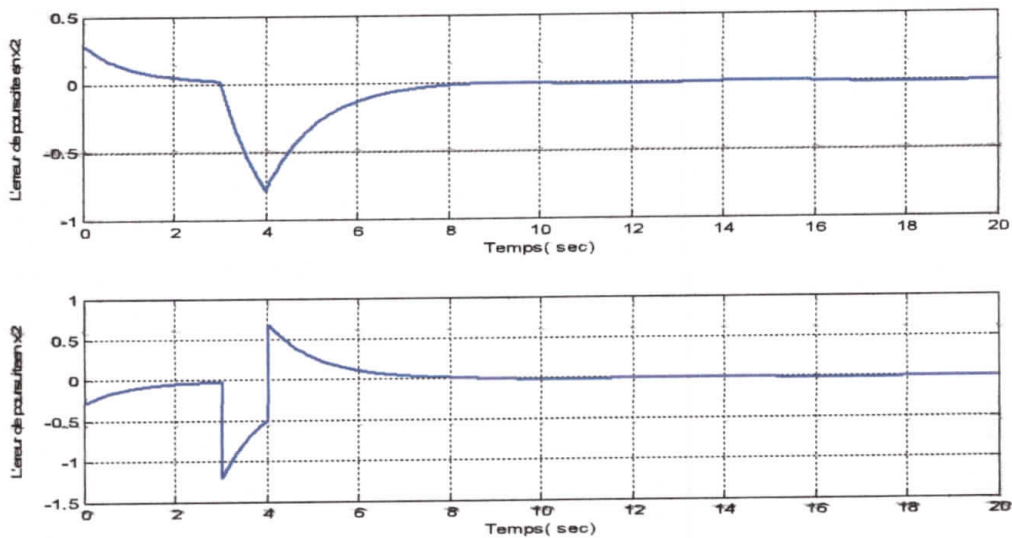


Figure IV.28 Les erreurs de poursuite (OPDC, perturbation ajoutée à la commande).

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre les résultats de simulation, liés à l'application de différentes approches de commande du pendule inversé a été abordé.

Un modèle du pendule inversé a été considéré. Pour ce dernier deux commandes floues ont été appliquées. La première concernant la stabilisation avec la commande PDC et la deuxième concernant la stabilisation avec la commande OPDC.

Les résultats de tests de robustesses sur les différentes commandes développées pour le système du pendule inversé confirment que ces commandes synthétisées par l'approche multimodèle sont robustes vis-à-vis aux variations paramétriques et aux perturbations ajoutées à l'entrées de commande et que la commande PDC est la plus robuste



Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif de notre travail est de commander un pendule inversé via des modèles flous de type Takagi-Sugeno. Nous avons commencé à présenter l'approche multimodèle et les différentes structures. Dans le contexte de la modélisation, l'approche multimodèle a été choisie pour les nombreux avantages qu'elle apporte au niveau de l'analyse de stabilité. Cette structure a fait l'objet de nombreuses études dans différents domaines comme l'identification, la commande ou l'estimation d'état.

Nous nous intéressons également au modèle flou de Takagi Sugeno qui peuvent être continu ou discrète et à la stabilité de ce type des modèles flous en utilisant une fonction quadratique de Lyapunov qui nous conduit à des conditions de stabilité sous forme LMI. L'utilisation d'une telle fonction de Lyapunov nous permet d'assurer la stabilité globale du système.

Dans le cadre de la commande du pendule inversé, nous avons présenté la synthèse de deux techniques de commande pour la stabilisation du pendule inversé, la commande par retour d'état (PDC), d'une part, et la commande par retour de sortie d'autre part (OPDC). Elles sont des commandes simples et faciles à mettre en œuvre. Elles sont basées sur un modèle linéaire tiré à partir d'un modèle non linéaire. Les résultats de simulations effectuées sur le pendule inversé nous permettent de valider les commandes synthétisées et la robustesse vis-à-vis des perturbations en entrées, et des variations paramétriques. L'ensemble des perspectives que nous estimons abordables seront représentées et qui peuvent apporter des améliorations par rapport à notre travail.

- L'implémentation de ces lois de commandes pour la stabilisation du pendule inversé.
- La synthèse des multi-observateurs pour la commande des systèmes non linéaires représentées par les multimodèles.



BIBLIOGRAPHIE

Bibliographique

- [1] YACEF Fouad. Réseaux des modèle locaux pour la commande d'un UAV de type quadrotor. These de Magistere de l'ecole militaire polytechnique 2011
- [2] R.Murray-smith and T.A. Jhonsen.model approaches to modelling and control Taylor&Francis,London,1997
- [3] M. Chadli. Stabilité et commande de synthèse d'écrits par des multimodèles, thèse de doctorat, institut national polytechnique de Lorraine, décembre 2002.
- [4] Abdelkader AKHENAK . Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic , thèse de doctorat , l'Institut National Polytechnique de Lorraine 2004.
- [5] T. Bouarar. Contribution à la synthèse de lois de command par les descripteurs de type T-S incertains et perturbés, thèse de doctorat, université de Reims.08 décembre 2009.
- [6] Y. Morère. Mise en œuvre de lois de command pour les modèles flous de type T-S thèse de doctorat, université de valenciennes, 4 janvier 2001.
- [7] D. Khlar. Modélisation et commande d'un moteur thermique à allumage Commandé, thèse de doctorat, université de Tizi-Ouzou, 04 mai 2007.
- [8] Ahmed RHIF, Commande par approche à mode glissant multimodèle, Master en automatique et traitement de signal. Ecole nationale d'ingénieurs de Tunis. Octobre 2008
- [9] OUNNAS, Djamel *Commande d'une machine synchrone à aimants permanents via des modèles flous de Takagi-Sugeno*.Masters thesis, Université Mohamed Khider - Biskra.
- [10] Djaaboub Salim, Logique floue et SMA :Aide à la décision floue dans les systèmes multi-agents.Thèse de Magister Universtaire Mentouri de Constantine.2009
- [11] ZADAH ,Loutline of a new appr.och to the analysis of complex systems and decision processes, IEEE Trans.on systems,man,and Cybernetics,vol1,pp28-44,1973
- [12] TAKAGI ,M ,KANG GT.Structure identification of Fuzzy model,Fuzzy sets and systems,vol28,pp-33,1988
- [13] V-H GRISALES PALACIO,Modélisation Et Commande floues De type Takagi-Ssugeno Appliquées A un bioprocédé de Traitement Des Eaux Usées.These de Doctorat Université Paul Sabatier_Toulouse.fevrier 2007.

Bibliographique

- [14] Badr Mansouri. Contribution à la synthèse de loi de commande en poursuite de trajectoire pour les systèmes flous de type Takagi-Sugeno incertains. Thèse de Doctorat. Université de Riems. 9 Décembre 2005.
- [15] Chekroum Soufian. Commande neuro-floue sans capteur de vitesse d'une machine asynchrone triphasée. Thèse de Magister. Université d'Oran. 25 Octobre 2009.
- [16] ZIANI SALIM, Contrôle multi objectif Via la paramétrisation de Youla et l'Optimisation LMI. Thèse de Magister Université Mentouri, constantine. Novembre 2006.
- [17] Y. Y. Cao, Robust Stability Analysis and Fuzzy-Scheduling Control for nonlinear Systems Subject to Actuator Saturation, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 11, pp. 57-67, 2003.
- [18] Dounia Saifia, Mohammed Chadli*, Salim Labiod, and Thierry Marie Guerra. Robust H_∞ Static Output Feedback Stabilization of T-S Fuzzy Systems. International Journal of Control, Automation, and Systems .
- [19] Chadli M, Maqiu D, Ragot J. LMI formulation for output feedback stabilisation in multiple model approach. Inproc. of the IEEE 41th CDC, Las Vegas, Nevada 2002.
- [20] Chadli M, Maqiu D, Ragot J. Sur la stabilité des modèles de Takagi-sugeno : Approche quadratique. Journal Européen du système automatisé (JESA) Soumis, 2002.

