

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Mohammed Seddik Benyahia – Jijel

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département d'Automatique

Mémoire de Fin d'Études

Pour l'obtention du diplôme de Master en
Automatique

Spécialité : Automatique et Systèmes

Thème :

Structure de commande par mode de glissement d'un pont
roulant

Réalisé par :

Lefilef Walid

Encadré par :

Dr. Oucief Nabil

Année Universitaire 2019/2020

Remerciement

Je tiens à remercier tout premièrement 'ALLAH' le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années.

*Je tiens à exprimer ensuite mes vifs remerciements à mon promoteur et encadreur **Mr. Oucief Nabil** . Vous avez bien voulu me confier ce travail riche d'intérêt et me guider à chaque étape de sa réalisation, Vous me avez toujours réservé le meilleur accueil malgré vos obligations professionnelles.*

Je saisis cette occasion pour vous exprimer mon profonde gratitude tout en vous témoignant mon respect.

Mes remerciements s'adressent ensuite aux membres de jury ,pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mon travail et d'avoir acceptés de le juger vous me faites l'honneur d'accepter avec une très grande amabilité de siéger parmi notre jury.

En fin je exprime mon remerciements à tous ceux qui ont contribué de prés et de loin à l'élaboration de ce travail.

Dédicaces

je dédie ce travail

A ma très chère mère

Affables, honorables, aimables : vous représentez pour moi le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse, et l'exemple de dévouement.

Vous n'avez pas cessé de mon encourager et de prier pour moi.

Je vous dédie ce travail en témoignage de mon profond amour. Puisse Dieu, le tout puissant, vous préserver et vous accorder santé, longue vie et bonheur.

A mon très chers père

Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour vous. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et pour mon bien être. Ce travail est le fruit des sacrifices que vous avez consentis pour notre éducation et notre formation.

A mes chers sœurs et frères

En témoignage de l'attachement, de l'amour et de l'affection que je porte pour vous. je vous dédie ce travail avec tous mes vœux de bonheur, de santé et de réussite.

A mes chères ami (e)s

En témoignage de l'amitié qui nous uni et des souvenirs de tous les moments que nous avons passé ensemble, je vous dédie ce travail et je vous souhaite une vie pleine de santé et de bonheur.

ملخص :

تهدف هذه الدراسة إلى تطبيق بعض تقنيات التحكم في الوضع الانزلاقي لتقليل تأرجح الحمولة الصافية في الرافعات العلوية. أولاً، من أجل معالجة مشكلة السيطرة المضادة للتأرجح، فإننا نصف المفاهيم الأساسية للتعامل بشكل صحيح مع قضية تأرجح الأحمال المعلقة في الرافعات، وخاصة في الرافعات العلوية. وعلى هذا فقد تم تأسيس نموذج ديناميكي للرافعة العلوية ثنائية الأبعاد. بعد ذلك، يتم عرض تطبيق التحكم بواسطة الوضع المنزلق الأمثل على النوع المحدد. تجمع هذه التقنية بين أوضاع الانزلاق الخطية والتحكم الخطي التريبيعي وتعامل مع عدم الخطية على أنها اضطرابات أو نماذج للشكوك. أما أسلوب التحكم الثاني في منع التأرجح الذي تم تطبيقه في هذه الدراسة فهو عنصر التحكم في وضع الانزلاق الهرمي. وهي طريقة منهجية تتميز بمرونتها في وضع قانون المراقبة. وقد تم تطويره خصيصاً للتحكم في الأنظمة التي تعمل بشكل أقل من الحد.

Résumé :

Le but de ce mémoire est d'appliquer les techniques de la commande par mode de glissement pour réduire les ballants des charges transportées par les ponts roulants. Dans un premier temps, on réunit les notions essentielles pour bien aborder le problème des ballants des charges dans les ponts roulants et les grues en général et on établit le modèle dynamique bidimensionnel d'un pont roulant. Ensuite, on présente l'application de la commande par mode de glissement optimale au modèle établi. Cette approche combine les modes glissants linéaires avec la commande linéaire quadratique et traite les non-linéarités comme des perturbations ou des incertitudes du modèle. La seconde approche qu'on a appliquée est la commande par modes glissants hiérarchiques. C'est une méthode systématique qui se distingue par la souplesse de construction de loi de commande et qui a été développée spécifiquement pour la commande des systèmes sous actionnés.

Abstract:

This study aims to apply some techniques of sliding mode control to minimize the payload sway in overhead cranes. First, in order to address the problem of anti-sway control, we describe the essential concepts to properly handle the issue of suspended loads swing in cranes and especially in overhead cranes. So a dynamical model of a two-dimensional overhead crane is established. Then, we present the application of optimal sliding mode control to the considered model. This technique combines linear sliding modes with quadratic linear control and treats the nonlinearities as disturbances or model uncertainties. The second anti-sway control approach that is considered in this study is the hierarchical sliding mode control. It is a systematic method that is characterized by its flexibility in the construction of the control law. It was developed specifically for under-actuated systems control.

Table des matières

Liste des figures.....	4
Liste des tableaux.....	6
Introduction générale	7
Chapitre 1 Généralités sur les ponts roulants	9
1.1 Introduction	9
1.2 Ponts roulants.....	11
1.2.1 Structure des ponts roulants.....	11
1.2.2 Fonctionnement.....	11
1.3 Balancements de la charge	12
1.3.1 Phénomène de balancement	12
1.3.2 Techniques anti-ballant	13
1.4 Modélisation dynamique bidimensionnel d'un pont roulant.....	15
1.4.1 Hypothèses de modélisation	15
1.4.2 Modèle dynamique.....	16
1.4.3 Linéarisation du modèle	21
1.4.4 Tests en simulation numérique	22
1.5 Conclusion.....	26
Chapitre 2 Commande par mode glissement optimale d'un pont roulant	27
2.1 Introduction	27
2.2 Principe de la commande par mode de glissement.....	28
2.2.1 Concept de la surface de glissement	28
2.2.2 Calcul de la loi de commande.....	30

2.3	Phénomène de broutement (Chattering)	32
2.3.1	Origine du broutement.....	32
2.3.2	Elimination du Phénomène de broutement.....	33
2.4	Condition et lois d'attractivité.....	34
2.4.1	Condition d'attractivité	34
2.4.2	Lois d'attractivité.....	34
2.5	Commande équivalente	35
2.6	Commande par modes glissants optimale.....	36
2.6.1	Classe des systèmes considérés	36
2.6.2	Détermination de la surface de glissement	37
2.6.3	Synthèse de la loi de commande.....	39
2.7	Application de la commande par modes glissants optimale au pont roulant	39
2.8	Résultats de simulation.....	42
2.8.1	Test 1	42
2.8.2	Test 2	44
2.9	Conclusion.....	46
Chapitre 3 Commande par modes glissants hiérarchiques.....		47
3.1	Introduction	47
3.2	Principe de la commande par modes glissants hiérarchiques	47
3.2.1	Construction de la surface de glissement.....	49
3.2.2	Calcul de la loi de commande.....	50
3.3	Application au pont roulant	51
3.3.1	Calcul de la commande	51
3.3.2	Simulation numérique.....	52

3.4 Conclusion.....	56
Conclusion générale.....	57

Liste des figures

Figure 1.1 <i>Ancienne grue romaine [1].</i>	9
Figure 1.2 <i>grue portique d'une capacité de levage de 600 tonnes.</i>	10
Figure 1.3 <i>De gauche à droite, pont roulant ; grue à tour ; grue à flèche.</i>	10
Figure 1.4 <i>Composants d'un pont roulant [3].</i>	11
Figure 1.5 <i>Exemple de profils de vitesse sans et avec fonction anti-ballant en boucle ouverte [5].</i>	14
Figure 1.6 <i>Représentation d'un pont roulant sous forme d'un système double pendule.</i>	16
Figure 1.7 <i>Résultats de simulation en boucle ouverte.</i>	24
Figure 1.8 <i>Résultats de simulation en boucle fermée.</i>	25
Figure 1.9 <i>Signal de commande.</i>	26
Figure 2.1 <i>Surface de glissement dans le plan de phase.</i>	29
Figure 2.2 <i>Fonction sign.</i>	31
Figure 2.3 <i>Phénomène de broutement.</i>	33
Figure 2.4 <i>Fonction sigmoid.</i>	33
Figure 2.5 <i>Fonction saturation.</i>	34
Figure 2.6 <i>Commande équivalente.</i>	36
Figure 2.7 <i>Evolution de l'état du système.</i>	43
Figure 2.8 <i>Evolution de la commande et de la variable de glissement.</i>	44
Figure 2.9 <i>Evolution de l'état du système.</i>	45
Figure 2.10 <i>Evolution de la commande et de la variable de glissement.</i>	46
Figure 3.1 <i>Structure hiérarchique des surfaces de glissement.</i>	49
Figure 3.2 <i>Evolution des variables d'état (test 1).</i>	53

Figure 3.3 <i>Evolution de la commande et de la troisième couche de glissement (test 1).</i>	54
Figure 3.4 <i>Evolution des variables d'état (test 2)</i>	55
Figure 3.5 <i>Evolution de la commande et de la troisième couche de glissement (test 2).</i>	56

Liste des tableaux

Tableau 1.1 <i>Paramètres et grandeurs du modèle</i>	17
Tableau 1.2 <i>Valeurs numériques des paramètres du modèle</i>	22

Introduction générale

Que ce soit dans les dépôts de stockage et les ports du commerce maritime ou dans le secteur industriel et le secteur de la construction, la régularité des opérations de manutention des charges à l'aide d'appareils comme les grues et les ponts roulants est primordiale. Particulièrement dans certains domaines de fabrication, le temps de déplacement de la matière première et des produits finis conditionne le cycle de production et le moindre retard s'avère très coûteux. Il est donc impératif que le temps de manutention soit le plus régulier et le plus court possible [1].

Avec les moyens de manutention lourds (grues, ponts roulants, portiques...), la charge est suspendue par des câbles métalliques à un outil de préhension qui est à son tour suspendu à un support mobile. Ainsi, l'opération de levage du chargement et surtout son déplacement horizontal provoquent des balancements indésirables très difficiles à maîtriser par le conducteur de l'engin. Notamment dans le secteur industriel où les opérations de manutention et d'assemblage se font à l'aide de ponts roulants, les ballants de charges altèrent la productivité et peuvent même provoquer des dommages considérables ou de graves accidents. Par exemple dans la construction navale, la manipulation précise de pièces massives et volumineuses est très fréquente. Si ces pièces subissent des ballants durant leur déplacement, il s'avère très difficile de les déposer aux positions désirées et pire encore ils peuvent s'endommager en entrant en collision avec d'autres pièces. Donc, le maniement sûr de ces pièces peut entraîner des retards dans la réalisation des tâches.

De nos jours, le contrôle des ballants de charges suspendues aux ponts roulants en utilisant des techniques de commande connaît un intérêt croissant dans la communauté des automaticiens. Plusieurs approches ont été appliquées : passivité, logique floue, commande optimale, mais également la commande par mode de glissement qui se distingue par ses propriétés de robustesse et la simplicité de son algorithme.

Le but de ce mémoire est d'explorer les techniques et les outils qu'offre la commande par mode de glissement pour réduire voire éliminer les ballants de charge dans les

ponts roulants. Notre choix s'est porté sur deux techniques : la commande par mode de glissement optimale et la commande par modes glissants hiérarchiques.

Dans le premier chapitre, on réunit, dans une première partie, les notions essentielles pour bien aborder le problème des ballants des charges dans les ponts roulants et les grues en général. Dans une deuxième partie, on présente le modèle dynamique bidimensionnel d'un pont roulant établi selon le formalisme d'Euler-Lagrange.

Le second chapitre est le plus important de ce mémoire. On le commence par présenter les concepts théoriques de base de la commande par modes glissants. Ensuite, on expose l'approche de commande par mode de glissement optimale qui combine les modes glissants linéaires avec la commande linéaire quadratique, ainsi que son application au pont roulant.

Le troisième chapitre aborde l'application de la commande par modes glissants hiérarchiques au contrôle de ballants d'un pont roulant. Cette approche a été développée spécifiquement pour les systèmes sous-actionnés. C'est une méthode systématique qui s'est distinguée par la souplesse de construction de loi de commande, mais ses performances sont à débattre.

Enfin, la conclusion générale fait le bilan des approches étudiées et met en évidence leurs difficultés.

Chapitre 1 Généralités sur les ponts roulants

1.1 Introduction

Une grue est un appareil utilisé pour le levage et le déplacement des charges lourdes d'un point à un autre dans une zone limitée. Elle a été inventée par les Grecs et les romains (voir la figure 1.1) pour aider à la construction des grands édifices. Les premières grues ont été construites en bois et actionnées par la puissance humaine ou animale. Au moyen âge, des grues portuaires ont été introduites pour charger et décharger les navires et même pour aider à leur construction. Certaines ont été construites en tours de pierre pour plus de résistance et de stabilité [2].

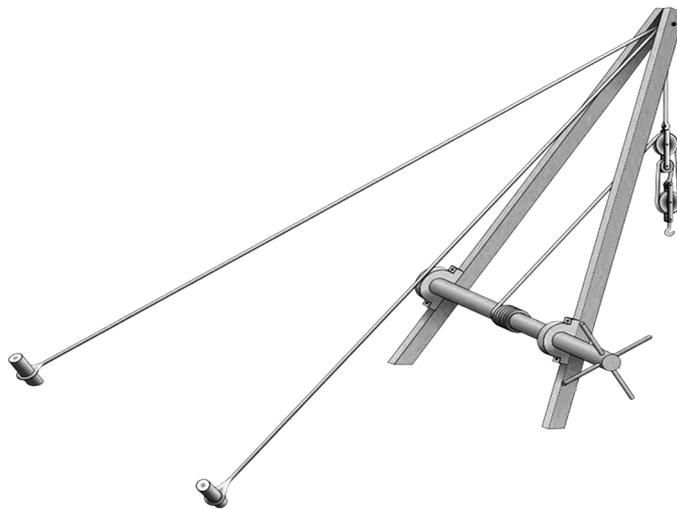


Figure 1.1 *Ancienne grue romaine* [2].

Les grues modernes utilisent des moteurs électriques, des moteurs à combustion interne, ou des systèmes hydrauliques pour fournir une meilleure capacité de levage. Aujourd'hui, des millions de grues servent dans le monde entier dans de nombreux

secteurs différents, tels que les sites de construction, les usines d'industrie lourde, les entrepôts et les ports.



Figure 1.2 *grue portique d'une capacité de levage de 600 tonnes.*

Il existe une grande variété de grues dont chaque type est adapté à une utilisation spécifique. Leurs dimensions varient de petites grues utilisées à l'intérieur des ateliers, aux grues-portiques des chantiers navals. Selon leurs structures et l'espace dans lequel elles opèrent, on peut distinguer trois grandes catégories de grues : les ponts roulants, les grues à tour et les grues à flèche (voir la figure 1.3).



Figure 1.3 *De gauche à droite, pont roulant ; grue à tour ; grue à flèche.*

L'objectif de ce chapitre n'est pas de fournir un état d'art détaillé sur les grues et leur structure mécanique, mais d'exposer seulement les notions et les outils nécessaires pour bien cerner le problème de commande des ponts roulants.

1.2 Ponts roulants

1.2.1 Structure des ponts roulants

Les ponts roulants sont des appareils robustes et polyvalents qui opèrent dans un espace cartésien. Ils se déplacent sur des chemins de roulement parallèles, leur outil de préhension (crochet ou autre accessoire de levage) est suspendu par l'intermédiaire de câbles à un mécanisme de levage (treuil ou palan) capable de se déplacer sur un pont perpendiculaire aux chemins de roulement de l'appareil [3]. La structure des ponts roulants leur permet d'accéder à tout point dans un volume parallélépipédique de l'espace dans lequel ils sont installés.

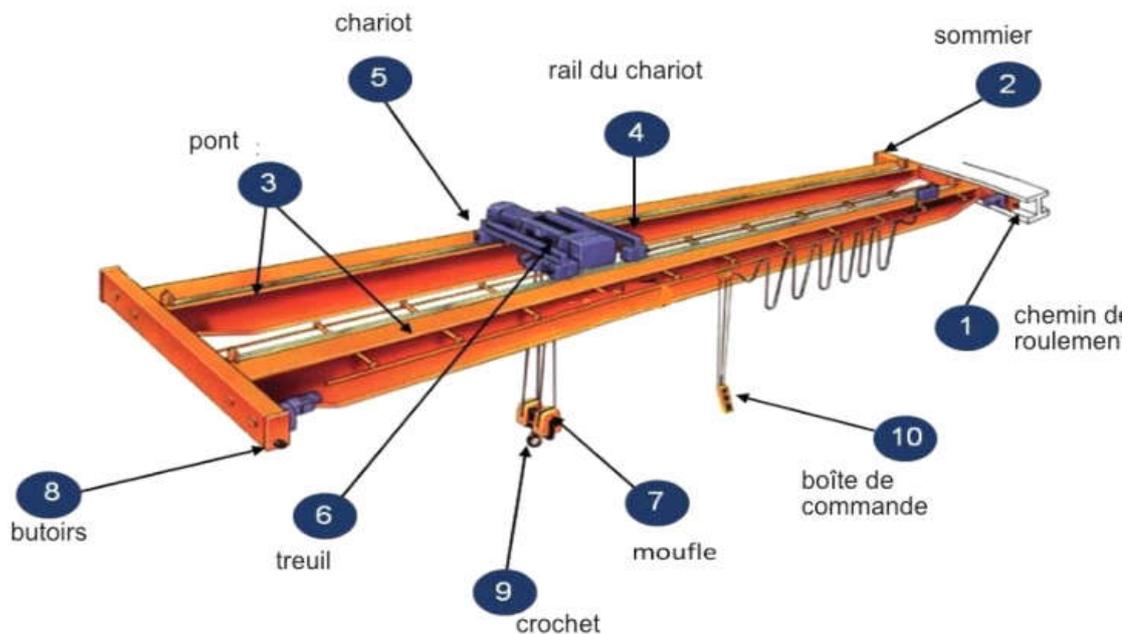


Figure 1.4 Composants d'un pont roulant [4].

1.2.2 Fonctionnement

Un pont roulant, quel que soit son type doit déplacer des charges d'un point à un autre en temps minimal en exerçant trois mouvements possibles [3, 5]:

- le levage, c'est-à-dire le déplacement du mécanisme d'accrochage des charges selon l'axe vertical par actionnement du treuil;

- le mouvement de direction dû au déplacement du chariot selon l'axe transversal;
- la translation due au mouvement du pont selon l'axe du chemin des roulements.

Ces trois mouvements sont assurés par trois moteurs électriques couplés à des réducteurs pour fournir de forts couples, et pour accroître la sécurité et l'efficacité de ces appareils, ils sont également équipés de systèmes de freinage.

Le pilotage de cet appareil doit se faire par un opérateur qualifié (pontier, conducteur de ponts roulants) par une télécommande ou depuis une cabine de conduite fixée au pont pour une meilleure visibilité dans les gros ponts roulants. Les ponts roulants automatisés sont commandés par des automates programmables industrielles et supervisés à distance via des caméras depuis la salle de contrôle [5].

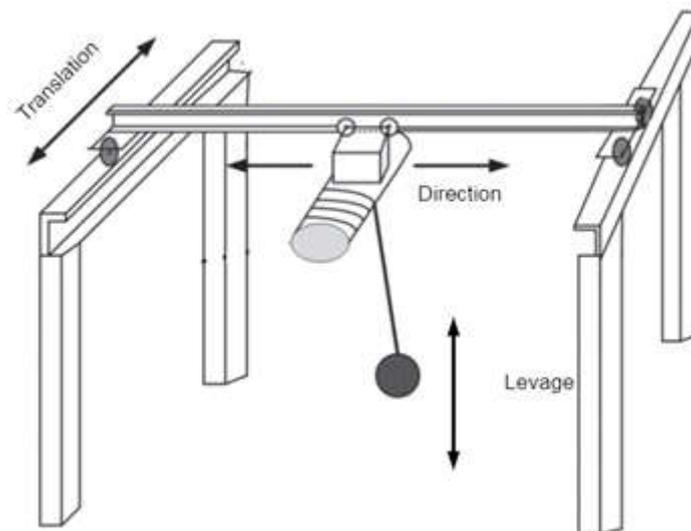


Figure 5 *Mouvements d'un pont roulant.*

1.3 Balancements de la charge

1.3.1 Phénomène de balancement

Une caractéristique commune à toutes les grues et les ponts roulants est que la charge transportée est suspendue à l'extrémité du câble de levage, ce qui entraîne son balancement. De telles oscillations peuvent être néfastes pour les composants

mécaniques du système, augmentent considérablement le temps d'exécution des tâches et diminuent la sécurité et la précision de positionnement des charges.

Les balancements de la charge peuvent provenir de différentes sources comme les accélérations et les décélérations du chariot et du pont, centre de gravité de la charge n'est pas initialement aligné avec le câble, angle initial entre le câble et la verticale non nulle ainsi que de différentes perturbations imprévisibles [3].

1.3.2 Techniques anti-ballant

Jusqu'à ce jour, la méthode la plus utilisée pour réduire l'amplitude des balancements induits par les mouvements de direction et de translation est de former des opérateurs qualifiés capables de réduire ces oscillations en contrôlant manuellement les vitesses du chariot et du pont. Cependant dans certaines circonstances cette solution demeure insuffisante, c'est pourquoi des techniques anti-ballant ont été mises en place ou sont encore en cours de développement.

D'une manière générale, les principaux avantages de l'utilisation d'un système anti-ballant sont les suivants :

- Améliorer la productivité en permettant au pontier de se concentrer seulement sur le déplacement des charges plutôt que sur le contrôle manuel des vitesses du chariot et/ou du pont pour réduire les balancements.
- Diminuer l'usure mécanique et le stress du pont roulant causés par les ballants.
- Réduire le risque d'accidents causés par les balancements non contrôlés.
- Réduire le risque d'endommagement de la charge.

1.3.2.1 Anti-ballant passif

Pour empêcher la charge de branler, on l'attache par des câbles supplémentaires. La mise en œuvre de cette technique requiert des modifications mécaniques dans le système et l'installation des câbles augmente le temps d'exécution des tâches.

1.3.2.2 Anti-ballant actif en boucle ouverte

Cette technique opère sans mesurer les balancements, cependant elle requiert les vitesses et les accélérations du chariot et du pont ainsi que la longueur du câble et la position du centre de gravité de la charge [1]. Son principe est basé sur le fait que la période des oscillations d'un pendule ne dépend pas de sa masse, mais seulement de sa longueur et de la pesanteur. Les contrôleurs anti-ballant en boucle ouverte génèrent des vitesses de sorte que leurs profils d'accélération s'adaptent en temps réel à la position estimée de la charge pour éliminer ses ballants. Par ailleurs, cette technique repose sur la supposition que le balancement initial est nul et que les perturbations externes ne sont pas significatives [6].

Cette solution est devenue populaire ces dernières années, car elle est économique et ne nécessite aucune modification dans l'installation.

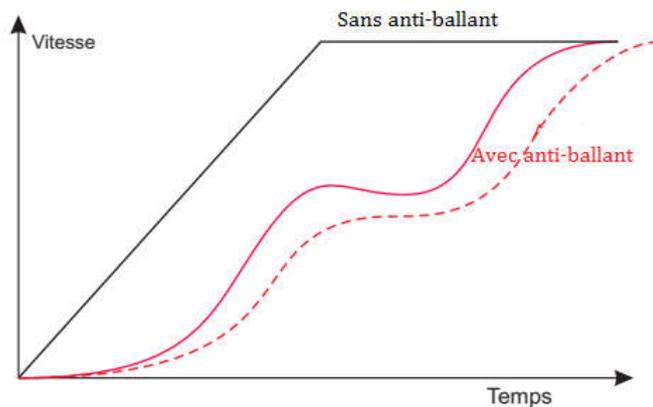


Figure 1.5 Exemple de profils de vitesse sans et avec fonction anti-ballant en boucle ouverte [1].

1.3.2.3 Anti-ballant actif en boucle fermée

C'est un contrôle en boucle fermée qui vise à trouver une loi de commande qui conduit le chariot et/ou le pont vers la position souhaitée sans provoquer des oscillations de la charge, en présence de diverses incertitudes et perturbations externes. Il entre dans le cadre de commande des systèmes sous-actionnés qui est un sujet de recherche très actif en raison de ses diverses applications. Dans ce contexte, plusieurs approches de

commande ont été appliquées avec plus ou moins de succès. Cependant, beaucoup de ces travaux n'ont pas dépassé le stade de l'étude théorique.

L'implémentation de la commande anti-ballant nécessite la connaissance en temps réel des angles et des vitesses angulaires des balancements. Cela peut se faire à l'aide de gyromètres installés dans l'outil de préhension ou des inclinomètres installés sur le treuil ainsi que par des systèmes de traitement d'image connectés à des caméras [3, 7].

1.4 Modélisation dynamique bidimensionnel d'un pont roulant

La première étape dans la mise en œuvre d'une commande d'un système dynamique quelconque est de représenter son comportement dynamique par un modèle quantitatif (équations différentielles) ou qualitatif (réseaux de neurones artificiels, logique floue...). Le sujet de cette section est la mise en équation d'un modèle bidimensionnel d'un pont roulant, c'est-à-dire le modèle mathématique des mouvements de direction du chariot et les balancements de la charge dans le plan vertical qui passe par l'axe transversal. On note que le même modèle peut être également adopté pour décrire les mouvements du pont et les balancements de la charge dans le plan vertical passant par l'axe longitudinal.

1.4.1 Hypothèses de modélisation

En partant des travaux sur la commande anti-ballant des ponts roulants [2, 4, 6, 8], on constate que le comportement dynamique de ces systèmes peut être assimilé à celui d'un pendule ou d'un double pendule attaché à un chariot. Le mouvement de levage n'est pas considéré dans la modélisation, car théoriquement il ne provoque pas les ballants de la charge.

Le schéma dans la figure (6) donne une représentation simplifier dans le plan vertical qui passe par l'axe transversal d'un pont roulant en mouvement de direction. Les hypothèses suivantes sont posées pour des raisons simplificatrices.

- Le câble est rigide et sa masse est négligeable.

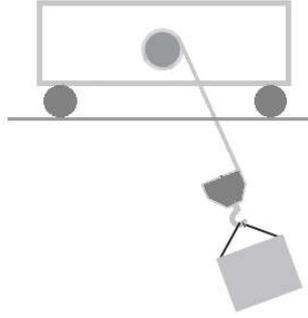


Figure 6 *Mouvement de direction du pont roulant.*

- La charge et l'outil de préhension sont des masses ponctuelles.
- Les forces de frottement sont négligeables.
- Le rayon du tambour du treuil est négligeable par rapport à la longueur du câble.

1.4.2 Modèle dynamique

Dans cette partie, on reprend les mêmes étapes employées dans [2, 8] pour la modélisation du pont roulant.

En considérant les hypothèses imposées dans la sous-section précédente, le mouvement de direction d'un pont roulant peut être assimilé à celui d'un système double pendule comme le montre la figure ci-dessous.

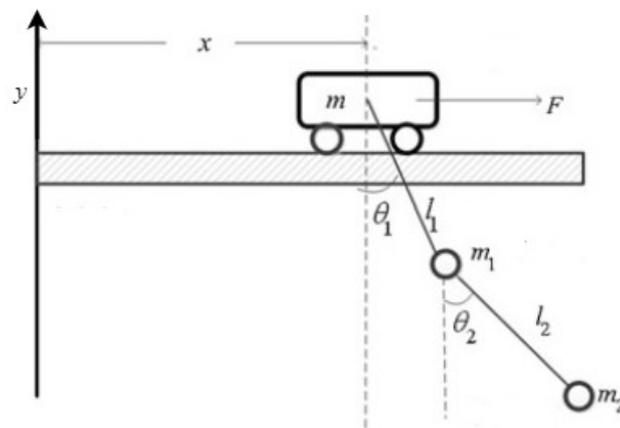


Figure 1.6 *Représentation d'un pont roulant sous forme d'un système double pendule.*

Paramètres et grandeurs	Description
m	Masse du chariot.
m_1	Masse de l'outil de préhension.
m_2	Masse de la charge.
l_1	Longueur du câble entre le chariot et l'outil de préhension.
l_2	Distance entre le centre de gravité de l'outil de préhension et celui de la charge.
x	Position du chariot.
θ_1	Angle entre le câble de l'outil de préhension et la verticale.
θ_2	Angle entre l'axe qui passe par les centres de gravité de la charge et l'outil de préhension et la verticale.
F	Force appliquée au chariot.

Tableau 1.1 Paramètres et grandeurs du modèle.

Afin d'établir le modèle dynamique du pont roulant, on utilise le formalisme d'Euler-Lagrange [9]. À cet égard, on commence d'abord par calculer les énergies cinétique et potentielle du pont roulant.

D'après la représentation du système donnée par la figure (6), son énergie cinétique, s'écrit

$$K = \frac{1}{2} m_0 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 (v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + \frac{1}{2} m_2 (v_{2x}^2 + v_{2y}^2) \quad (1.1)$$

où v_{1x} , v_{1y} , v_{2x} et v_{2y} sont respectivement les vitesses de l'outil de préhension et de la charge selon les axes x et y . Ces vitesses peuvent être formulées par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} v_{1x} &= \dot{x} + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 & v_{1y} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\ v_{2x} &= \dot{x} + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 & v_{2y} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Puisque l'énergie potentielle du chariot est maintenue inchangée, l'énergie potentielle du système comporte seulement les énergies potentielles de l'outil de préhension et de la charge. Elle est donnée par

$$P = m_1 g l_1 (1 - \cos \theta_1) + m_2 g [l_1 (1 - \cos \theta_1) + l_2 (1 - \cos \theta_2)] \quad (1.3)$$

où g désigne l'accélération gravitationnelle.

Le lagrangien L est défini comme la différence entre l'énergie cinétique et potentielle :

$$\begin{aligned} L &= K - P \\ &= \frac{1}{2} m_0 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 (v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + \frac{1}{2} m_2 (v_{2x}^2 + v_{2y}^2) \\ &\quad - m_1 g l_1 (1 - \cos \theta_1) - m_2 g [l_1 (1 - \cos \theta_1) + l_2 (1 - \cos \theta_2)] \end{aligned} \quad (1.4)$$

L'équation générale du mouvement du système, dites d'Euler-Lagrange, est donnée par

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = T_i \quad (1.5)$$

où q_i ($i = 1, 2, 3$) sont les coordonnées généralisées, c'est-à-dire x, θ_1 et θ_2 , et T_i est la force externe appliquée au système.

L'évaluation des termes de (1.5) par rapport à x donne les équations suivantes :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (m_0 + m_1 + m_2) \dot{x} + (m_1 + m_2) l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + m_2 l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) &= (m_0 + m_1 + m_2) \ddot{x} + (m_1 + m_2) l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ &\quad - (m_1 + m_2) l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (1.8)$$

Ainsi l'équation d'Euler-Lagrange par rapport à la coordonnée généralisée x a la forme

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = (m_0 + m_1 + m_2)\ddot{x} + (m_1 + m_2)l_1\ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - (m_1 + m_2)l_1\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + m_2l_2\ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 = F \quad (1.9)$$

où F est la force appliquée au chariot.

Le calcul des termes de (1.5) par rapport à θ_1 donne les expressions suivantes :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -(m_1 + m_2)l_1\dot{x}\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - (m_1 + m_2)gl_1 \sin \theta_1 \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = (m_1 + m_2)(l_1\dot{x} \cos \theta_1 + l_1^2\dot{\theta}_1) + m_2l_1l_2\dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (1.11)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1}\right) = (m_1 + m_2)(l_1\ddot{x} \cos \theta_1 - l_1\dot{x}\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_1^2\ddot{\theta}_1 + m_2l_1l_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2)) \quad (1.12)$$

Puisque aucune force externe n'est appliquée l'outil de préhension, compte tenu de (1.10) et (1.12), l'équation d'Euler Lagrange par rapport à la coordonnée généralisée θ_1 a la forme

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = (m_1 + m_2)l_1\ddot{x} \cos \theta_1 + (m_1 + m_2)l_1^2\ddot{\theta}_1 + m_2l_1l_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (m_1 + m_2)gl_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (1.13)$$

On évalue maintenant (1.5) par rapport à θ_2 . On a

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -m_2l_1\dot{x}\dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - m_2gl_2 \sin \theta_2 \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = m_2l_1\dot{x} \cos \theta_1 + m_2l_2^2\dot{\theta}_2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (1.15)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2}\right) = m_2l_2\ddot{x} \cos \theta_2 - m_2l_2\dot{x} \cos \theta_2 + m_2l_2^2\ddot{\theta}_2 + m_2l_1l_2\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - m_2l_1l_2\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (1.16)$$

Comme aucune force externe n'est appliquée à la charge, en tenant compte de (1.14) et (1.16), l'équation d'Euler Lagrange par rapport à θ_2 se donne par

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} &= m_2 l_2 \ddot{x} \cos \theta_2 + m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ &\quad - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2 g l_2 \sin \theta_2 = 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

À partir des équations (1.9), (1.13) et (1.17), le modèle dynamique du pont roulant se donne par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} (m_0 + m_1 + m_2) \ddot{x} + (m_1 + m_2) l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 \\ \quad - (m_1 + m_2) l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 = F \\ (m_1 + m_2) l_1 \ddot{x} \cos \theta_1 + (m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ \quad + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (m_1 + m_2) g l_1 \sin \theta_1 = 0 \\ m_2 l_2 \ddot{x} \cos \theta_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ \quad + m_2 g l_2 \sin \theta_2 = 0 \end{aligned} \quad (1.18)$$

Ce système d'équations peut être structurer sous la forme de matricielle suivante :

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (1.19)$$

Avec $q = [x, \theta_1, \theta_2]^T$ est le vecteur des trois coordonnées généralisées, $\tau = [F, 0, 0]^T$ est le vecteur de la force généralisée, $M(q)$ est une matrice carrée dite d'inertie, $C(q, \dot{q}) \dot{q}$ est le vecteur des couples de Coriolis et des couples centrifuges, et $G(q)$ est le vecteur des couples de gravité. Les expressions de $M(q)$, $C(q, \dot{q})$ et $G(q)$ sont données par

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 + m_2 & (m_1 + m_2) l_1 \cos \theta_1 & m_2 l_2 \cos \theta_2 \\ (m_1 + m_2) l_1 \cos \theta_1 & (m_1 + m_2) l_1^2 & m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ m_2 l_2 \cos \theta_2 & m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -(m_1 + m_2) l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 & -m_2 l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ 0 & -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

$$G(q) = [0 \quad (m_1 + m_2) g l_1 \sin \theta_1 \quad m_2 g l_2 \sin \theta_2]^T \quad (1.22)$$

En définissant $x_1 = x$, $x_3 = \theta_1$ et $x_5 = \theta_2$, on peut mettre le système (1.19) sous la forme d'état suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= f_1(x) + b_1(x)u \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= f_2(x) + b_2(x)u \\
 \dot{x}_5 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= f_3(x) + b_3(x)u
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

Avec $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$, $x_2 = \dot{x}$, $x_4 = \dot{\theta}_1$, $x_6 = \dot{\theta}_2$, $u = F$ et

$$[f_1(x) \quad f_2(x) \quad f_3(x)]^T = -M^{-1}(q)(C(q, \dot{q}) + G(q)) \tag{1.24}$$

$$[b_1(x) \quad b_2(x) \quad b_3(x)]^T = M^{-1}(q)\tau \tag{1.25}$$

Le système (1.23) est composé de 3 sous-systèmes ayant la même entrée u et couplés entre eux par les termes non linéaires $f_i(x)$ et $b_i(x)$ ($i = 1, 2, 3$). Ainsi, en considérant comme sorties les trois variables $x_1 = x$, $x_3 = \theta_1$ et $x_5 = \theta_2$, il est évident que ce système est sous-actionné.

1.4.3 Linéarisation du modèle

On peut facilement vérifier que $\theta_1 = \theta_2 = 0$ est un point d'équilibre pour le système (1.19). Sa linéarisation autour de ce point donne

$$\tilde{M}\ddot{q} + \tilde{G}q = \tau \tag{1.26}$$

où

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 + m_2 & (m_1 + m_2)l_1 & m_2l_2 \\ (m_1 + m_2)l_1 & (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2l_1l_2 \\ m_2l_2 & m_2l_1l_2 & m_2l_2^2 \end{bmatrix} \tag{1.27}$$

$$\tilde{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (m_1 + m_2)gl_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2gl_2 \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

En prenant le même vecteur d'état x que dans (1.23), le système (1.26) peut être mis sous l'équation d'état linéaire

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.29)$$

$$\text{avec } u = F \text{ et } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{g(m_1 + m_2)}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g(m_0 + m_1)(m_1 + m_2)}{l_1 m_0 m_1} & 0 & -\frac{g m_2}{l_1 m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{g(m_1 + m_2)}{l_2 m_1} & 0 & \frac{g(m_1 + m_2)}{l_2 m_1} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_0} \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{m_1 l_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

1.4.4 Tests en simulation numérique

Afin de bien appréhender le comportement du système, on a effectué deux tests en simulation. Les valeurs des paramètres utilisés sont données par le tableau ci-dessous.

Paramètre	Valeur
m	0.5 kg
m_1	0.25 kg
m_2	0.5 kg
l_1	0.5 m
l_2	0.5 m
g	9.81 m/s ²

Tableau 1.2 Valeurs numériques des paramètres du modèle.

1.4.4.1 Test en boucle ouverte

Pour montrer l'effet des balancements initiaux non nuls sur le comportement du système, on a effectué un test en boucle ouverte avec une entrée de commande nulle et les conditions initiales $x^T = [0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]$.

Les résultats de ce test sont représentés dans la figure (1.7). On voit que les oscillations entretenues autour de l'origine effectuées par les deux charges affectent de même le chariot.

1.4.4.2 Test en boucle fermée

Dans ce test, on applique la commande $u = -f_1(x)/b_1(x)(2x_1 + 3x_2)$ qui linéarise et stabilise asymptotiquement le premier sous-système dans (1.23) en lui imposant les pôles -1 et -2. Les conditions initiales utilisées sont $x^T = [1.8 \ 1.8 \ 0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]$.

Des figures (1.8) et (1.9), on remarque que le chariot tend asymptotiquement vers l'origine, tandis que les ballants des deux charges persistent. Après que la position du chariot atteint l'origine, on voit que le signal de commande continu à présenter aspect oscillant pour compenser les ballants des charges et maintenir le chariot dans sa position à l'origine.

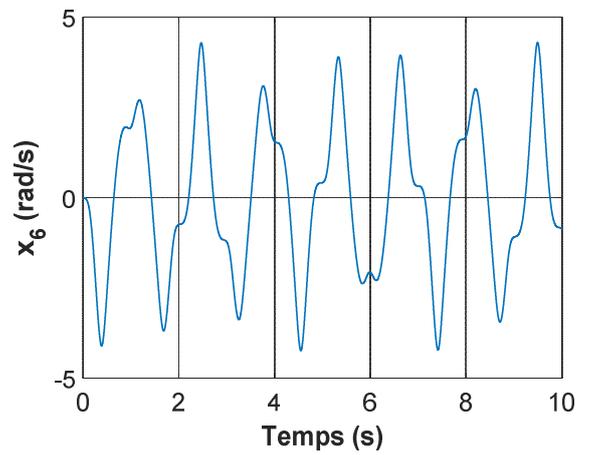
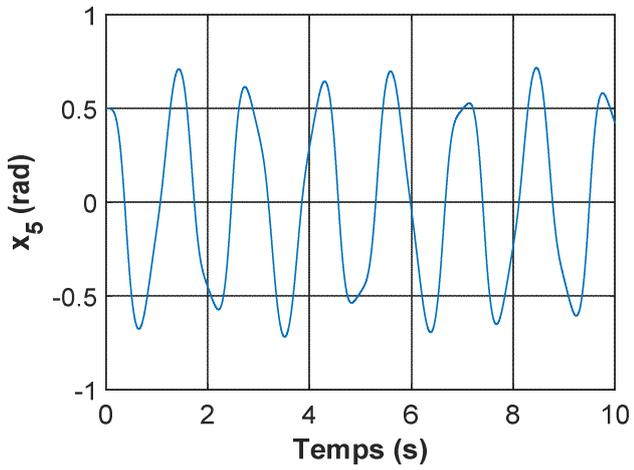
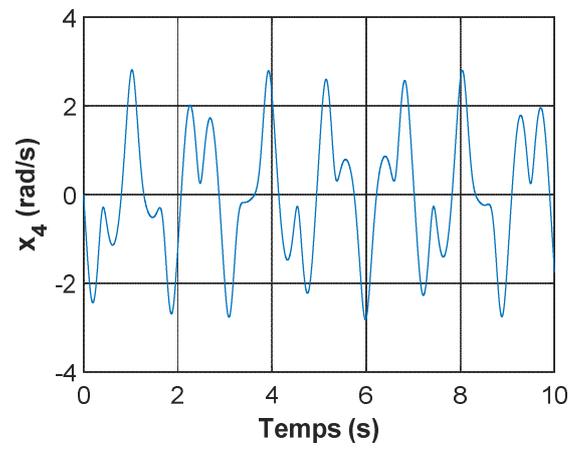
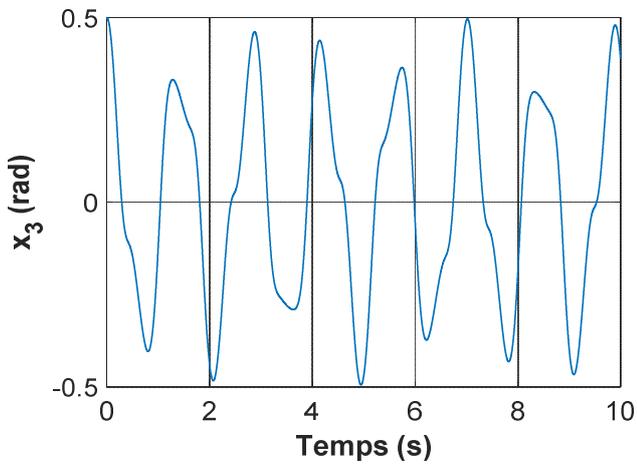
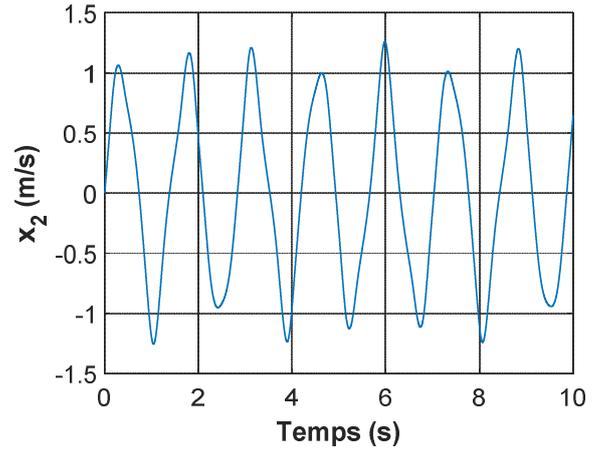
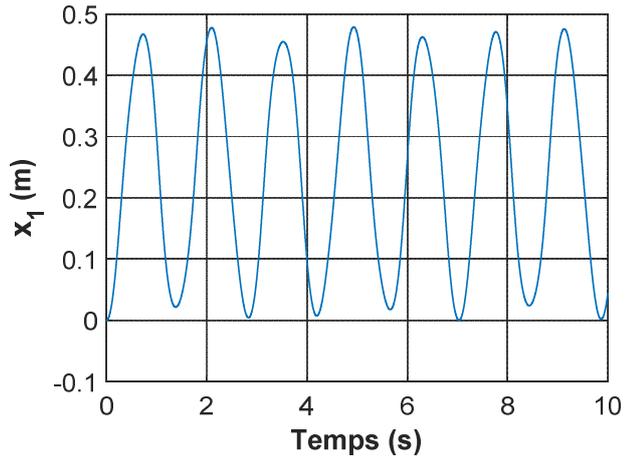


Figure 1.7 Résultats de simulation en boucle ouverte.

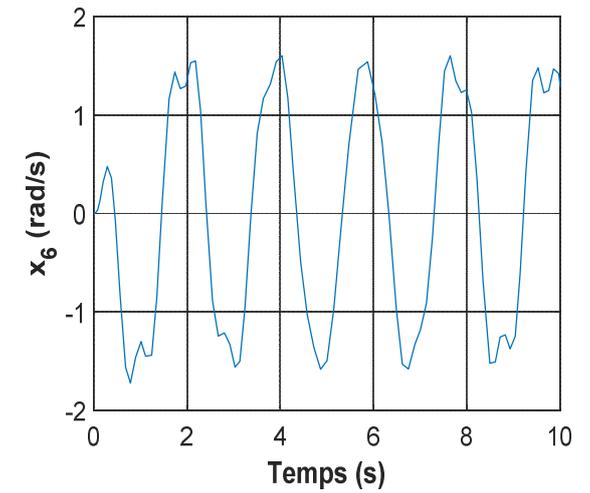
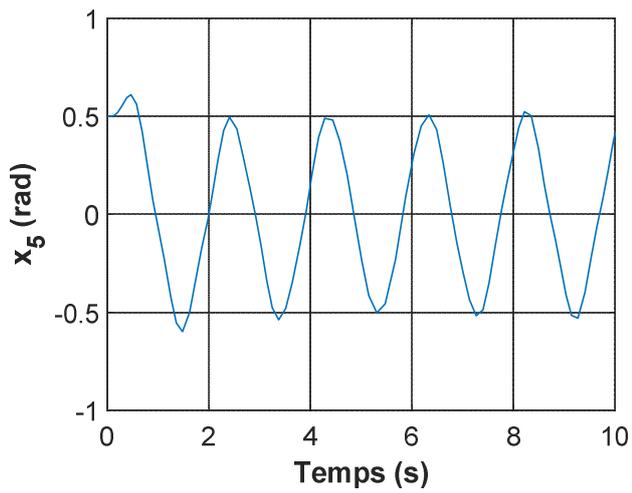
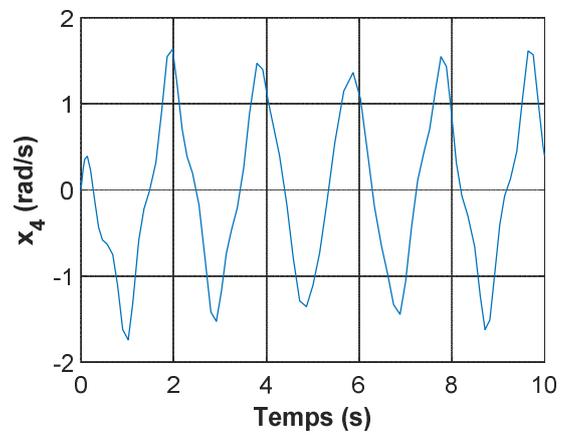
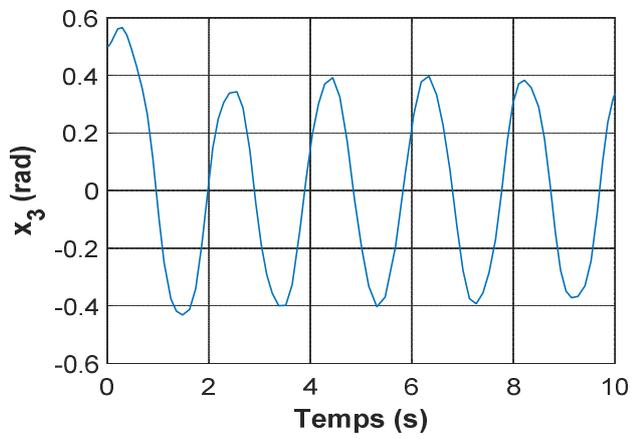
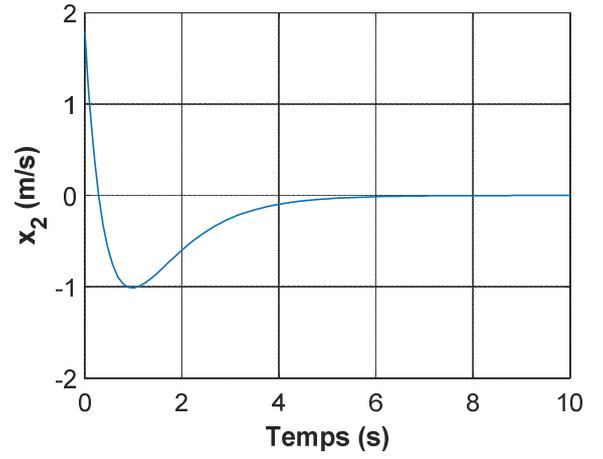
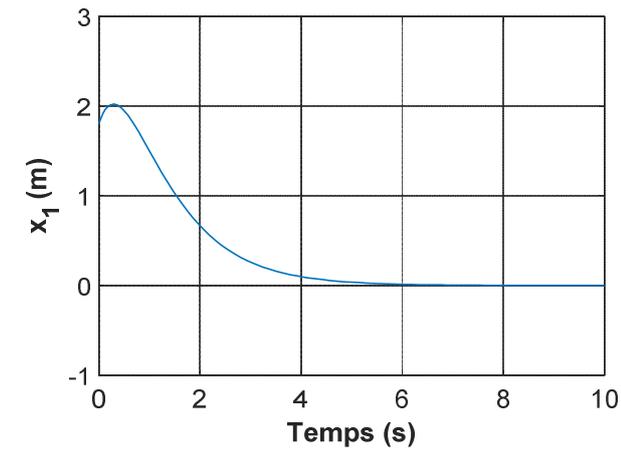


Figure 1.8 Résultats de simulation en boucle fermée.

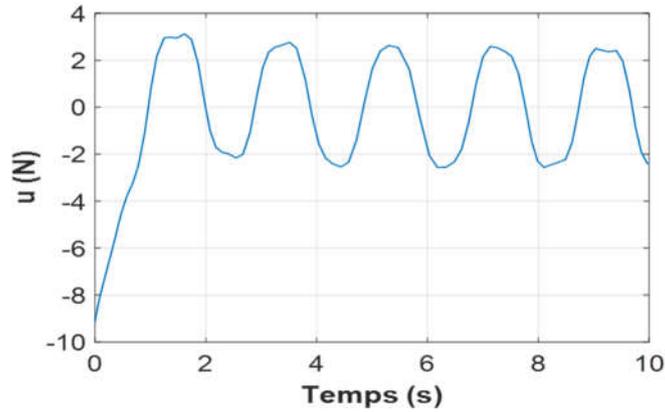


Figure 1.9 *Signal de commande.*

1.5 Conclusion

Ce premier chapitre est voué à offrir, dans une première partie, les notions essentielles pour bien aborder le problème des ballants des charges dans les ponts roulants et les grues en général. Dans une deuxième partie, on a présenté le modèle dynamique bidimensionnel d'un pont roulant établi selon le formalisme d'Euler-Lagrange. Ce modèle assimile un pont roulant à un double pendule dont l'entrée est la force appliquée au chariot et les sorties sont la position du chariot et les angles entre les câbles qui maintiennent les charges et la verticale.

Enfin pour bien saisir le comportement du système, on a effectué deux tests en simulation en boucle ouverte et en boucle fermée.

Chapitre 2 Commande par mode de glissement optimale d'un pont roulant

2.1 Introduction

On a vu dans le chapitre précédent que l'objectif derrière la commande d'un pont roulant est de réduire les balancements de la charge et de l'outil de préhension surtout dans la phase finale de l'opération de déplacement avant de déposer le chargement. D'après son modèle dynamique, la difficulté principale dans la commande de ce type de systèmes provient du fait qu'il est sous-actionné. D'autres complications peuvent découler des perturbations externes et des dynamiques non modélisées (masse de la charge inconnue, charge n'est pas ponctuelle et possède un moment d'inertie...etc.).

De par ses propriétés de robustesse, la commande par mode de glissement semble être très appropriée aux ponts roulants, surtout que la structure générale de leur modèle dynamique se présente sous forme d'un ensemble de sous-systèmes du second ordre couplés entre eux seulement par des variables d'état dans les termes non linéaires. Cependant, la nature sous-actionnée du pont roulant impose d'explorer d'abord des variantes de la commande par mode de glissement que l'on peut adapter à ce type de systèmes.

Dans ce chapitre, on associe la commande par mode de glissement des systèmes linéaires à la commande linéaire quadratique pour minimiser les ballants de la charge. On commence par décrire d'une manière non exhaustive les concepts de base de la commande par modes glissants, puis on présente la commande par mode de glissement optimale, son application au pont roulant et sa validation en simulation.

2.2 Principe de la commande par mode de glissement

Pour exposer le principe de la commande par modes glissants, on considère le système non linéaire du second ordre suivant qui a la même forme que les sous-systèmes du modèle dynamique du pont roulant:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t) + b(x_1, x_2, t)u \end{cases} \quad (2.1)$$

où $[x_1 \ x_2]^T$ est l'état de système et u est le signal de commande. Le terme $f(x_1, x_2, t)$ est supposé être inconnu et représente les incertitudes du modèle, on présume qu'il est borné c.-à-d. :

$$|f(x_1, x_2, t)| \leq l \quad (2.2)$$

où $l > 0$ est une constante connue. $b(x_1, x_2, t)$ est une fonction connue non nulle.

Le problème que l'on considère ici est la recherche d'une loi de commande en boucle fermée $u = u(x_1, x_2)$ qui conduit le système (2.1) asymptotiquement vers l'origine indépendamment du terme $f(x_1, x_2, t)$.

2.2.1 Concept de la surface de glissement

Le concept de la surface de glissement est basé sur une dynamique désirée que le système doit suivre. Pour le système (2.1), on considère la dynamique du système du premier ordre suivant:

$$\dot{x}_1 + cx_1 = 0 \quad (2.3)$$

où c est un nombre réel positif. Étant donné que $\dot{x}_1 = x_2$ (selon (2.1)), la solution de l'équation (2.3) et sa dérivé sont

$$\begin{cases} x_1 = x_1(0)e^{-ct} \\ x_2 = \dot{x}_1 = -cx_1(0)e^{-ct} \end{cases} \quad (2.4)$$

Par conséquent, si on parvient à trouver une loi de commande u qui force la variable d'état x_1 à suivre la dynamique (2.3), l'état du système (2.1) converge asymptotiquement vers l'origine en suivant les trajectoires dans (2.4) et cela indépendamment des incertitudes $f(x_1, x_2, t)$.

Pour systématiser la procédure de recherche de la loi de commande, on définit la variété

$$\begin{aligned} s &= \dot{x}_1 + cx_1 \\ &= x_2 + cx_1, \quad c > 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

où x_1 et x_2 sont les variables d'état du système (2.1). Il est clair que si $s = 0$, alors le système (2.1) suit les trajectoires désirées (2.4). Le problème de recherche d'une loi de commande qui contraint l'état de (2.1) à suivre les trajectoires (2.4) se réduit donc à la recherche d'une loi de commande qui mène s à zéro en temps fini.

La variété s est appelée *variable de glissement* [10] et la droite dans le plan de phase $s = 0$ ($x_2 = -cx_1$) est appelée *surface de glissement* ou *surface de commutation* [11].

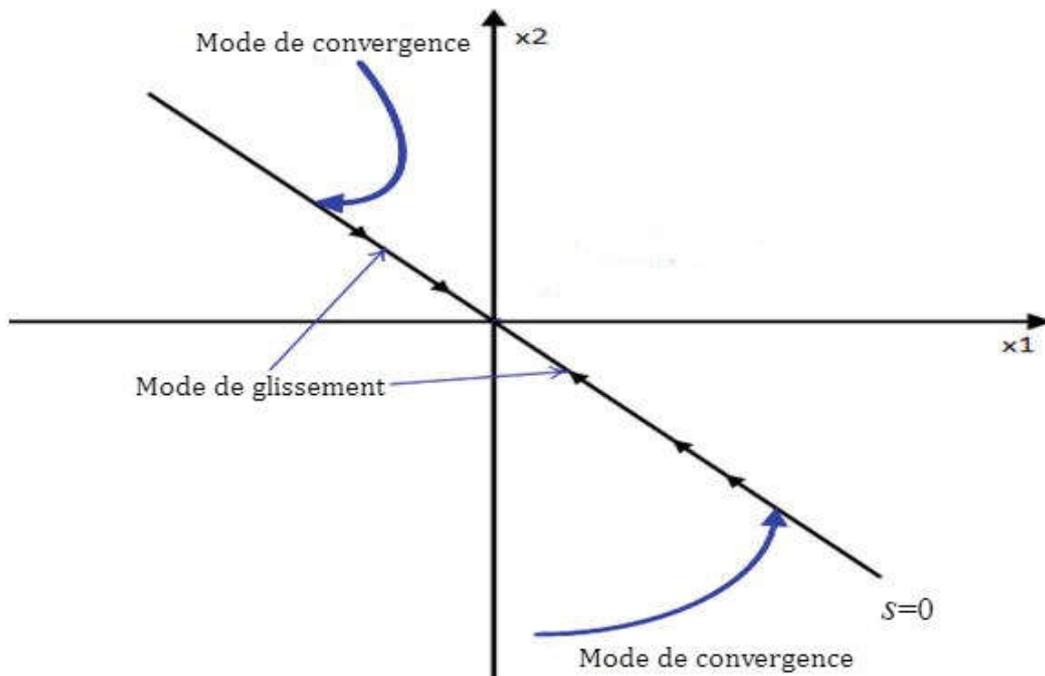


Figure 2.1 Surface de glissement dans le plan de phase.

2.2.2 Calcul de la loi de commande

La loi de commande par mode de glissement doit assurer la convergence de l'état du système vers la surface de glissement (mode de convergence) en temps fini et le garder sur elle (mode de glissement). Avant de montrer une procédure de calcul de cette loi de commande, on présente un théorème qui fournit des conditions suffisantes pour la convergence en temps fini.

Théorème 1 [12]

Soit un système continu $\dot{z} = \phi(z, t)$, tel que $\phi(0, t) = 0$ et $z \in \mathbb{R}^n$. S'il existe une fonction $v(z, t)$ définie positive et différentiable et les nombres réels $c_1 > 0$ et $0 < c_2 < 1$ telle que $\dot{v}(z, t) \leq -c_1 v^{c_2}(z, t)$, alors $v(z, t)$ converge à zéro en un temps fini $t_r \leq \frac{1}{c_1(1-c_2)} v^{1-c_2}(z(t_0), t_0)$ quel que soit l'état initial $z(t_0)$.

On reprend maintenant le système (2.1) et la variable de glissement (2.5) et on considère la fonction de Lyapunov candidate

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (2.6)$$

Sa dérivée suivant les trajectoires de (2.1) est

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} \\ &= s(\dot{x}_2 + cx_1) \\ &= s(f(x_1, x_2, t) + b(x_1, x_2, t)u + cx_2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

La commande par modes de glissements à appliquer au système pour que \dot{V} soit définie négative est

$$u = -\frac{1}{b(x_1, x_2, t)}(cx_2 + \rho \text{sign}(s)) \quad (2.8)$$

où $\rho > 0$ et la fonction sign est définie par

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s > 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \\ 0 & \text{si } s = 0 \end{cases}$$

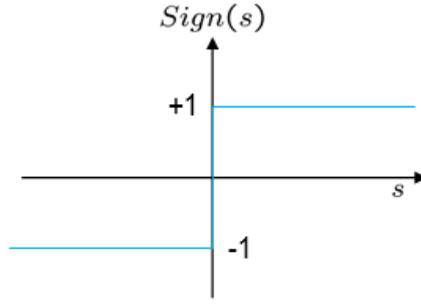


Figure 2.2 *Fonction sign.*

En remplaçant u par son expression (2.8) dans (2.9) on obtient

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s (f(x_1, x_2, t) - \rho \text{sign}(s)) \\ &= sf(x_1, x_1, t) - s\rho \text{sign}(s)\end{aligned}\quad (2.9)$$

Compte tenu de (2.2) et du fait que $s \times \text{sign}(s) = |s|$, (2.9) vérifie

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq |sf(x_1, x_1, t)| - |s|\rho \\ &\leq |s||f(x_1, x_1, t)| - |s|\rho \\ &\leq |s|l - |s|\rho = -|s|(\rho - l)\end{aligned}\quad (2.10)$$

Donc, \dot{V} est définie négative si l'on choisit $\rho > l$ et par conséquent la commande (2.8) amène la variable de glissement s vers zéro ou en d'autres termes u conduit l'état du système vers la surface de glissement quelque soient les conditions initiales. Pour analyser la vitesse de convergence de s vers l'origine, on réduit (2.10) à la forme suivante:

$$\dot{V} \leq -\frac{\alpha}{\sqrt{2}}|s| \quad (2.11)$$

où $\alpha = \sqrt{2}(\rho - l)$. De (2.6) on peut réécrire (2.11) sous la forme

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

Ainsi, en appliquant le théorème 1, on déduit que V convergent vers 0 en un temps fini

$$\begin{aligned}t_r &\leq \frac{2}{\alpha} V^{\frac{1}{2}}(0) \\ &= \frac{1}{\rho - l} (x_2(0) + cx_1(0))\end{aligned}\quad (2.13)$$

Ce résultat permet de conclure que pour $t \geq t_r$, l'état du système suit la dynamique désirée $s = x_2 + cx_1 = 0$ et par conséquent il converge asymptotiquement vers l'origine en suivant les trajectoires (2.4).

Remarque 1

La loi de commande par modes glissants (2.8) est constituée de deux termes un premier terme continu et un deuxième terme discontinu. Ce deuxième terme a double avantage : d'un côté il assure la convergence de l'état vers la surface de glissement et de l'autre il compense l'effet du terme incertain $f(x_1, x_1, t)$. Quant au terme continu, il maintient l'état sur la surface de glissement.

2.3 Phénomène de broutement (Chattering)

2.3.1 Origine du broutement

En mode de glissement idéal, le terme discontinu $sign(s)$ dans la commande (2.8) sera nul (puisque $s = 0$) ou selon une autre interprétation il commute entre +1 et -1 avec une fréquence infinie. Cependant, en pratique, tous les actionneurs ont une constante de temps finie et donc ne peuvent implémenter parfaitement la fonction $sign$. Cela engendre des commutations indésirables dans le signal u avec une fréquence finie, ce qui provoque un mouvement de zigzag de la variable s autour de l'origine. Ce phénomène est appelé *broutement* ou *Chattering*.

De ce fait, l'application de la loi de commande par mode de glissement (2.8) n'est pas souhaitable pour la plupart des systèmes physiques à cause des dommages que peut provoquer le phénomène de broutement.

À l'instar de la pratique, la fonction $sign(s)$ engendre le broutement même en simulation. En effet, quand la variable de glissement s'approche de l'origine elle commence à commuter entre des valeurs positives et négatives, car $sign(s)$ ne s'annulera jamais en simulation à cause de la nature discontinue de cette dernière. L'amplitude des broutements dans ce cas dépend du pas d'intégration.

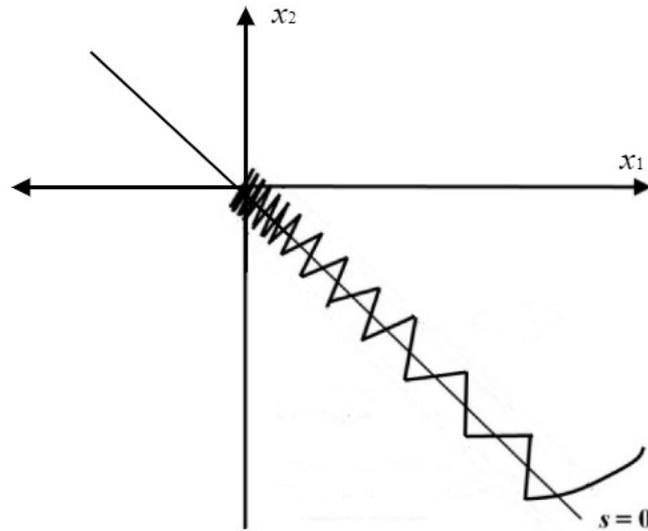


Figure 2.3 *Phénomène de broutement.*

2.3.2 Elimination du Phénomène de broutement

Le broutement constitue l'inconvénient majeur de la commande par mode glissement, car il peut endommager les actionneurs et exciter des dynamiques non modélisées, ce qui peut conduire à l'instabilité du système. Pour réduire ou éliminer ce phénomène indésirable, plusieurs solutions ont été proposées. La plus intuitive est d'approximer le terme $sign$ par une fonction continue. Par exemple on peut utiliser la fonction *sigmoïde*.

$$sign(s) \approx \frac{s}{|s| + \varepsilon}$$

où ε est un scalaire positif de valeur proche de 0.

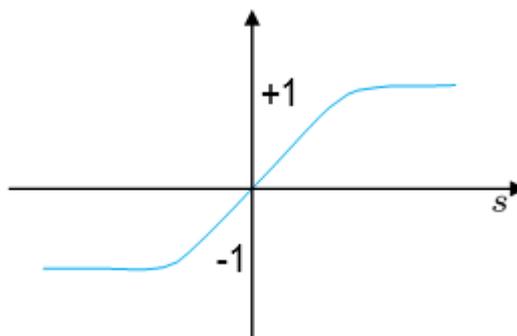


Figure 2.4 *Fonction sigmoïde.*

On peut également approximer le *sign* en se servant des fonctions sigmoïde et SAT (saturation).

$$sat(s) = \begin{cases} -1 & \text{si } s < -\varepsilon \\ \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } |s| < \varepsilon \\ 1 & \text{si } s > \varepsilon \end{cases}$$

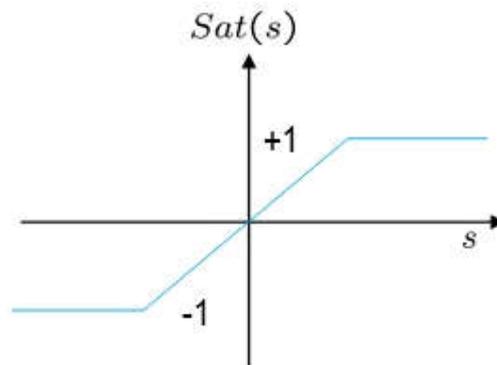


Figure 2.5 Fonction saturation.

2.4 Condition et lois d'attractivité

2.4.1 Condition d'attractivité

Pour garantir que les variables d'état atteignent la surface de glissement et y restent, il suffit de choisir la commande u de qui assure que

$$s\dot{s} < 0 \tag{2.14}$$

Cette condition, qui garantit que la dérivée de la fonction de Lyapunov (2.6) soit définie négative, a été utilisée par Emelyanov comme condition suffisante pour l'existence d'un régime glissant. Elle indique que l'état du système sera toujours attiré vers la surface de glissement quels que soient les conditions initiales, d'où son nom condition d'attractivité.

2.4.2 Lois d'attractivité

La majorité des lois de commande par modes glissants assurent que la dérivée de la variable de glissement ou en d'autre terme la *loi d'attractivité* soit de la forme générale suivante [13]:

$$\dot{s} = -g_1(s)\rho \text{sign}(s) - g_2(s) \quad (2.15)$$

où $g_1(0) = g_2(0) = 0$ et $sg_2(0) > 0$ pour $s \neq 0$. Ces fonctions doivent être choisies en prenant en considération la vitesse de convergence de s vers l'origine et le niveau de chattering. Dans la suite, on cite les trois lois d'attractivités les plus populaires dans la littérature [13].

2.4.2.1 Loi d'attractivité avec un taux de convergence constant

$$\dot{s} = -\rho \text{sign}(s), \quad \rho > 0 \quad (2.16)$$

Dans cette loi, seulement la valeur de ρ impose le taux de convergence de s vers 0. Pour de faibles valeurs de ρ , le temps de convergence sera trop long, et par contre il diminue en augmentant ρ , mais cela accentue le phénomène de chattering.

2.4.2.2 Loi d'attractivité avec un taux de convergence exponentiel

$$\dot{s} = -\rho \text{sign}(s) - ks, \quad \rho > 0, k > 0 \quad (2.17)$$

L'ajout du terme $-ks$ permet de forcer la fonction s à converger vers 0 plus rapidement lorsque s est loin de l'origine sans accentuer le niveau de chattering.

2.4.2.3 Loi d'attractivité avec un taux de convergence en puissance

$$\dot{s} = -k |s|^\beta \text{sign}(s), \quad k > 0, 0 < \beta < 1 \quad (2.18)$$

Cette loi permet d'augmenter la vitesse de convergence lorsque s est loin de l'origine. Cependant, cette vitesse diminue au fur et à mesure que s s'approche de 0.

2.5 Commande équivalente

Supposons que les variables d'état du système (2.1) atteignent la surface de glissement à $t = t_r$, ce qui implique que $s = \dot{s} = 0$ pour $t \geq t_r$. On a donc:

$$\dot{s} = cx_2 + f(x_1, x_2, t) + b(x_1, x_2, t)u = 0 \quad (2.19)$$

La commande u qui maintient cette égalité vérifiée est

$$u_{eq} = \frac{-1}{b(x_1, x_2, t)} (cx_2 + f(x_1, x_2, t)) \quad (2.20)$$

Une fois l'état atteint la surface de glissement, la commande (2.20) permet de le maintenir sur la surface. Elle est appelée *commande équivalente*.

La commande équivalente ne peut pas être appliquée réellement au système, car elle contient le terme $f(x_1, x_2, t)$ qui est inconnu. Cependant, elle peut être estimée en remplaçant le terme inconnu dans (2.20) par une approximation de la valeur moyenne des commutations provoquées par la fonction *sign*. Elle peut être estimée en utilisant la formule suivante:

$$\begin{aligned} \tau \dot{z} &= -z + \text{sign}(s) \\ \hat{u}_{eq} &= \frac{-1}{b(x_1, x_2, t)} (cx_2 + \rho z) \end{aligned} \quad (2.21)$$

tel que τ est la constante de temps du filtre que l'on choisit très petite pour une meilleure approximation.

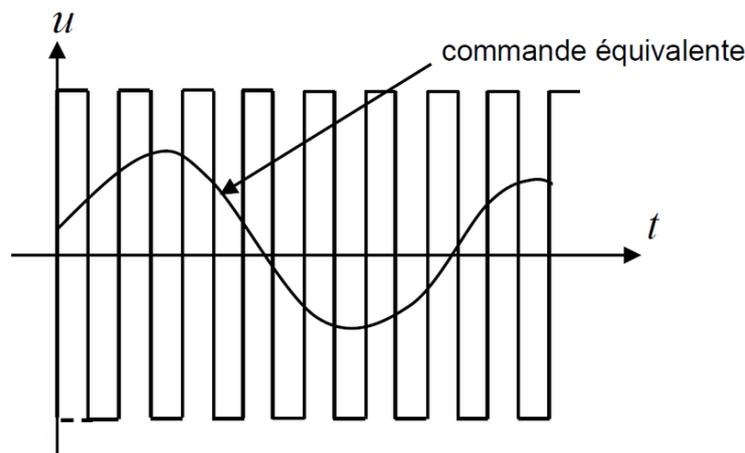


Figure 2.6 *Commande équivalente.*

2.6 Commande par modes glissants optimale

2.6.1 Classe des systèmes considérés

On considère le système dynamique général décrit par l'équation d'état suivante:

$$\dot{x} = Ax + B(u + f(x, t)) \quad (2.22)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ sont respectivement l'état et le vecteur d'entrée du système. Le terme $f(x, t) \in \mathbb{R}^m$ représente les non-linéarités ainsi que les incertitudes du modèle et les perturbations externes. On présume qu'il vérifie l'inégalité suivante :

$$|f(x, t)| \leq l \quad (2.23)$$

On suppose que l'état x est mesuré et que la paire (A, B) est complètement commandable.

Il est important de noter que le terme $f(x, t)$ a les mêmes directions que l'entrée du système. On dit qu'il vérifie la condition de recouvrement (*matching condition*).

2.6.2 Détermination de la surface de glissement

Vu que l'entrée du système (2.22) est un vecteur d'ordre m , on doit définir le même nombre de surfaces de glissement, c'est-à-dire une surface pour chaque entrée scalaire. On introduit la variable de glissement vectorielle suivante :

$$S = Rx \quad (2.24)$$

avec $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et $S \in \mathbb{R}^{m \times 1}$. L'objectif est déterminer la matrice R de sorte qu'une fois l'état du système atteint l'hypersurface de glissement $S = Rx = 0$, il suit une dynamique qui minimise un critère quadratique qu'on va définir dans la suite de cette section.

Pour simplifier la procédure de détermination de la matrice R , il est judicieux de mettre le système sous forme d'état particulière.

On décompose la matrice B comme suit:

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

où $B_1 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times m}$ et $B_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ est inversible. Il est à noter que l'on peut toujours réarranger les variables d'état de sorte que B_2 soit inversible.

On définit une nouvelle base $z = T^{-1}x$, tel que

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} I_{(n-m)} & -B_1 B_2^{-1} \\ 0_{m \times (n-m)} & B_2^{-1} \end{bmatrix}$$

Dans ces nouvelles coordonnées, la structure du système (2.22) s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= A_{11}z_1 + A_{12}z_2 \\ \dot{z}_2 &= A_{21}z_1 + A_{22}z_2 + u + f(x, t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

où $z_1 \in \mathbb{R}^{(n-m)}$, $z_2 \in \mathbb{R}^m$, $T = \begin{bmatrix} I_{(n-m)} & B_1 \\ 0_{m \times (n-m)} & B_2 \end{bmatrix}$, $T^{-1}AT = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$, $T^{-1}B = \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ I_m \end{bmatrix}$.

Ainsi, la variable de glissement S s'écrit

$$\begin{aligned} S &= Rx = RTz \\ &= R_1 z_1 + R_2 z_2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

avec $RT = [R_1 \ R_2]$, $R_1 \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$, $R_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Donc, de (2.26), une fois le régime glissant est atteint ($S = 0$), on a

$$z_2 = R_2^{-1} R_1 z_1 \quad (2.27)$$

En remplaçant (2.27) dans la première équation de (2.25) on obtient

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= A_{11}z_1 - A_{12}R_2^{-1}R_1 z_1 \\ &= (A_{11} - A_{12}R_2^{-1}R_1)z_1 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Il est évident de (2.28) que la matrice $R_2^{-1}R_1$ peut déterminer la dynamique de z_1 en régime glissant. Pour faciliter son calcul, on met $R_2 = I_m$, et donc (2.28) devient

$$\dot{z}_1 = (A_{11} - A_{12}R_1)z_1$$

Maintenant, on peut facilement remarquer que la matrice $(A_{11} - A_{12}R_1)$ a la même forme que la matrice fondamentale d'un système linéaire avec retour d'état $(A - BK)$ et par conséquent, R_1 peut être calculée par placement de pôle ou en utilisant l'algorithme de calcul de la commande linéaire quadratique pour minimiser le critère suivant :

$$J = \int_0^{\infty} (z_1^T \tilde{Q} z_1 + u^T R u) dt \quad (2.29)$$

où $\tilde{Q} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ est une matrice définie positive et $P \in \mathbb{R}^{m \times m}$ est une matrice semi-définie positive.

2.6.3 Synthèse de la loi de commande

On reprend le système (2.22) (dans sa base originale) et on choisit la fonction de Lyapunov suivante:

$$V = \frac{1}{2} S^T S \quad (2.30)$$

Sa dérivée est

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T \dot{S} \\ &= S^T R (Ax + B(u + f(x, t))) \end{aligned} \quad (2.31)$$

En choisissant la commande par mode de glissement

$$u = -(RB)^{-1} (RAx + \rho \frac{S}{\|S\|}) \quad (2.32)$$

la dérivée de la fonction de Lyapunov devient

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T \left(-\rho \frac{S}{\|S\|} + f(x, t) \right) \\ &= -\rho \frac{\|S\|^2}{\|S\|} + S^T f(x, t) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Compte tenu de (2.23), la dérivée de la fonction de Lyapunov vérifie

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\rho \|S\| + \|S\| l \\ &= -\|S\| (\rho - l) \end{aligned} \quad (2.34)$$

En considérant (2.30), l'inégalité (2.34) peut s'écrire sous la forme

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{\frac{1}{2}}$$

Avec $\alpha = \sqrt{2}(\rho - l)$. D'où, selon le théorème 1, la convergence en temps finie de S vers 0.

2.7 Application de la commande par modes glissants optimale au pont roulant

On considère le modèle linéaire du pont roulant (1.29) :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{g(m_1+m_2)}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g(m_0+m_1)(m_1+m_2)}{l_1 m_0 m_1} & 0 & -\frac{g m_2}{l_1 m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} & 0 & \frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_0} \\ 0 \\ -\frac{1}{m_1 l_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (u + f(x, u, t))$$

(2.35)

Avant d'écrire le système sous la forme (2.25), on l'écrit sous la forme (2.36) en réarrangeant les variables d'états pour rendre B_2 inversible.

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} & 0 & -\frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{g(m_0+m_1)(m_1+m_2)}{l_1 m m_1} & 0 & \frac{g m_2}{l_1 m_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g(m_1+m_2)}{m} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{l_1 m} \\ 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} (u + f(x, u, t))$$

(2.36)

$$\text{tel que } \tilde{x} = T_1 x \text{ et } T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

On peut mettre maintenant facilement le système (2.36) sous la forme (2.25) :

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 & \frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} & 0 & -\frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{l_1 m} \\ 0 & 0 & \frac{g(m_1+m_2)}{l_1 m} - \frac{g(m+m_1)(m_1+m_2)}{l_1 m m_1} & 0 & \frac{g m_2}{l_1 m_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g(m_1+m_2) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} (u + f(x, u, t))$$

$$\text{où } z = T\tilde{x} = TT_\Gamma x \text{ et } T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{l_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{pmatrix}.$$

Donc, le système (2.28) aura la forme

$$\dot{z}_1 = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} & 0 & -\frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g(m_1+m_2)}{l_1 m} - \frac{g(m+m_1)(m_1+m_2)}{l_1 m m_1} & 0 & \frac{g m_2}{l_1 m_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{g(m_1+m_2)}{l_2 m_1} \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{g m_2}{l_1 m_1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & - \begin{pmatrix} \frac{1}{m} \\ 0 \\ \frac{1}{l_1 m} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} R_2^{-1} R_1 \end{pmatrix} z_1$$

En mettant $R_2 = 1$, on peut calculer la valeur de R_1 qui minimise le critère (2.29) pour le système ci-dessus. La matrice de pondération Q de ce critère doit être choisie de façon à minimiser les ballants du système. Cependant, le critère à minimiser est défini en fonction de z_1 et non pas en fonction de l'état de la base originale. Pour pallier cette difficulté, il faut revoir en détail la relation l'état x et l'état z .

2.8 Résultats de simulation

La validation en simulation de l'application de la commande par mode de glissement optimale au modèle du pont roulant a été effectuée en utilisant un pas d'intégration $t=0.001s$, les conditions initiales $[2 \ 2 \ 1 \ -1 \ 0.2 \ -0.9]^T$ et les matrices de pondération du critère J :

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, P = 1.$$

Les valeurs des paramètres du système sont données dans le tableau 1.2 et $\rho = 2$.

2.8.1 Test 1

Ce premier test a été effectué en utilisant les valeurs nominales de tous les paramètres du système.

De la figure (2.7) on remarque que les ballants de la charge ne persistent que juste dans les quatre premières secondes. La figure (2.8) montre l'évolution de la commande et la variable de glissement. On constate que la variable de glissement atteint l'origine en moins de 2s.

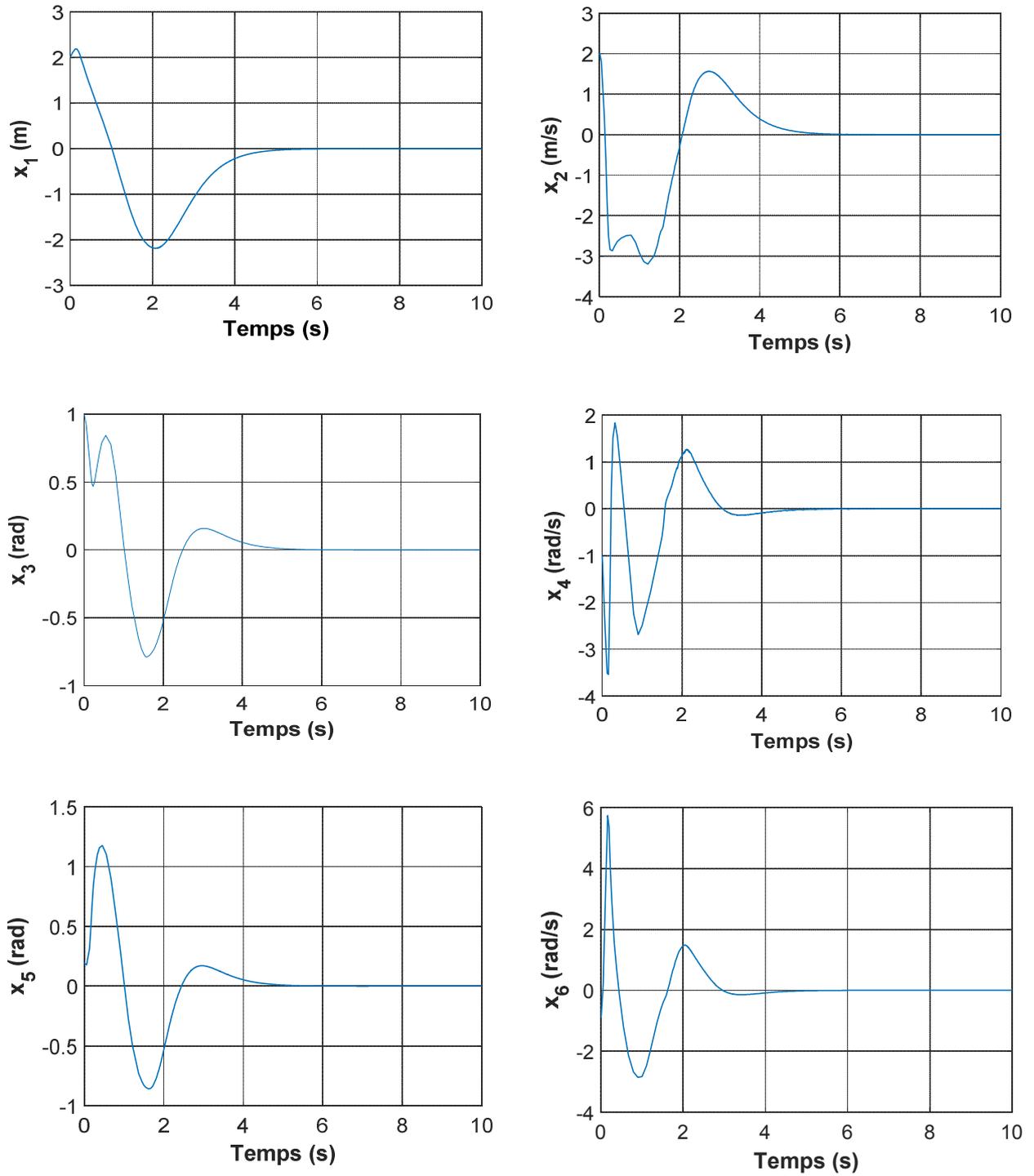


Figure 2.7 Evolution de l'état du système.

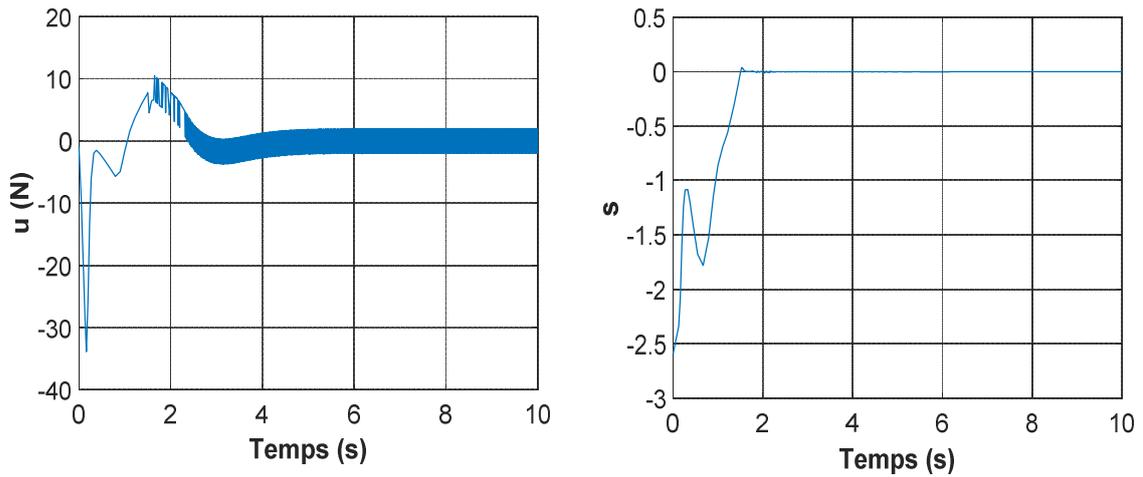


Figure 2.8 *Evolution de la commande et de la variable de glissement.*

2.8.2 Test 2

Ce test est effectué avec la variation de la masse de la charge et la longueur du câble qui la relie à l'outil de préhension. On met $l_2 = 1$ et $m_2 = 1$.

Les figures (2.9) et (2.10) montre que les variations paramétriques effectuées n'ont aucune influence sur les performances de la commande. Les ballants des charges se stabilisent dans les premières quatre secondes et la variable de glissement tend vers l'origine en moins de deux secondes.

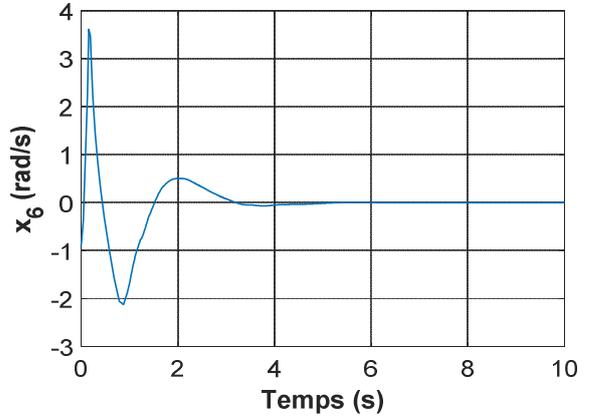
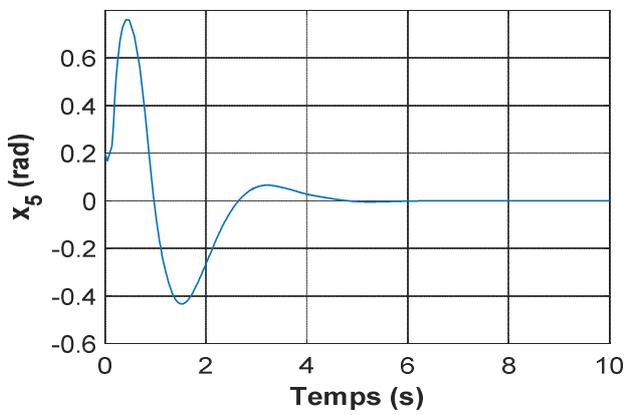
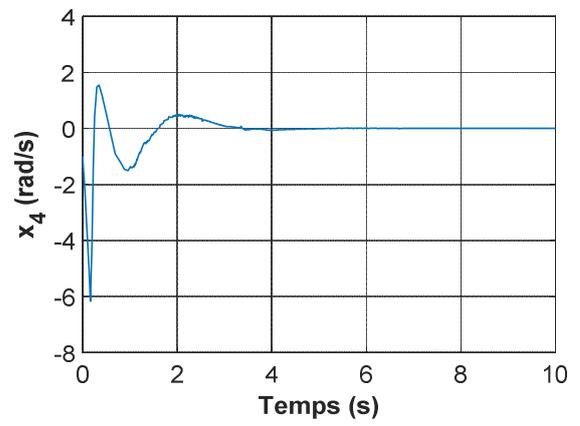
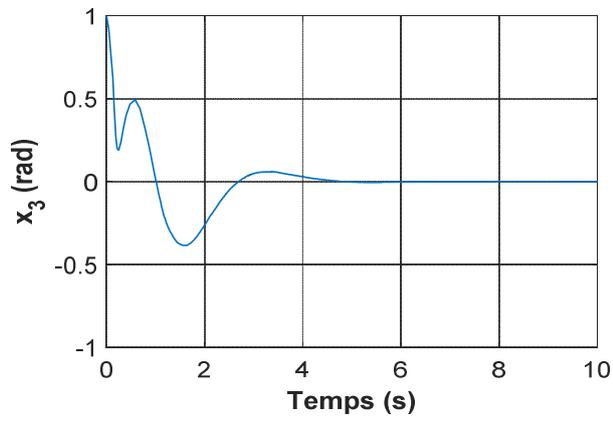
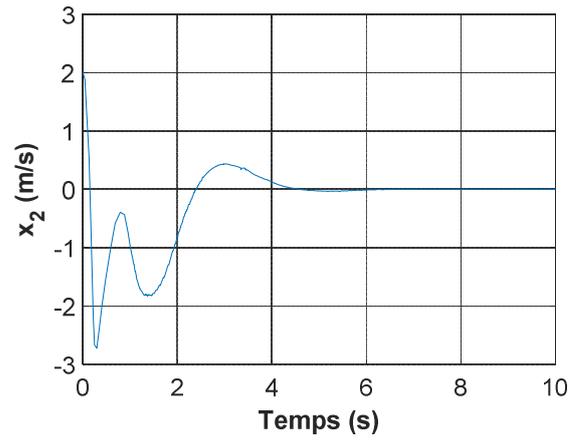
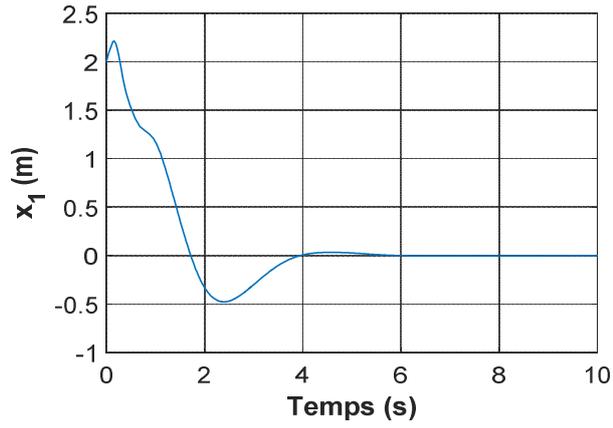


Figure 2.9 Evolution de l'état du système.

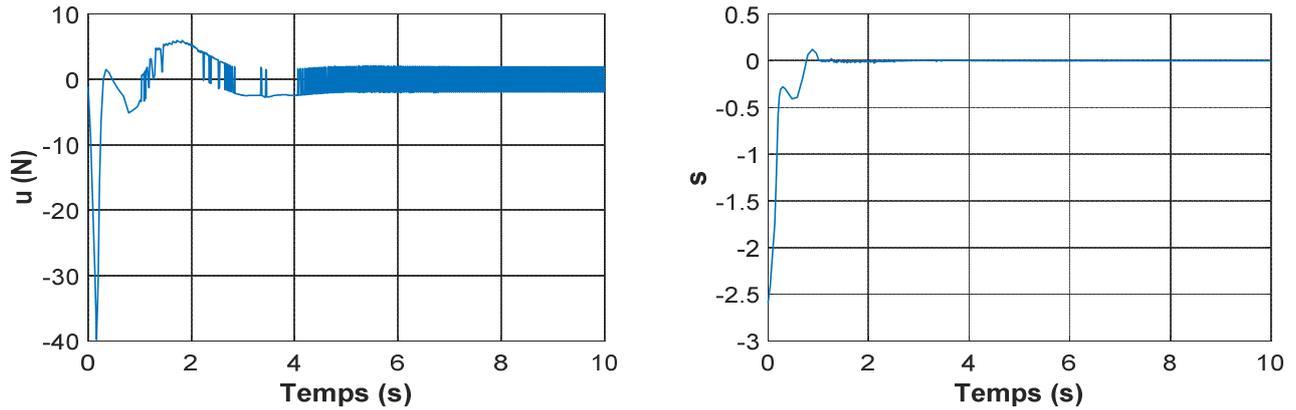


Figure 2.10 *Evolution de la commande et de la variable de glissement.*

2.9 Conclusion

Dans ce chapitre, on a appliqué la commande par mode de glissement optimale à la réduction des ballants des charges du pont roulant. La difficulté principale dans la commande de ce système réside dans le fait qu'il sous actionné.

En premier lieu, on a commencé par présenter les concepts théoriques de base de la commande par modes glissants. Ensuite, on a exposé l'approche de commande par mode de glissement optimale qui est une méthode systématique basée sur le modèle linéaire du système. Elle traite les non-linéarités comme des incertitudes ou un bruit d'état. Ainsi, son applicabilité aux systèmes non linéaires exige que les non-linéarités aient les mêmes directions que commande, c'est-à-dire elles doivent vérifier la célèbre condition de recouvrement.

La validation en simulation de la commande par mode de glissement optimale au pont roulant pour éliminer les ballants a confirmé son efficacité et sa robustesse.

Chapitre 3 Commande par modes glissants hiérarchiques

3.1 Introduction

Malgré le nombre important des approches de commande développées dans le cadre de la commande par mode de glissement, très peu de solutions sont applicables aux systèmes sous-actionnés [8]. Cette difficulté provient du fait que la commande doit accomplir deux tâches : stabiliser la partie non actionnée en sa position d'équilibre instable, et la partie actionnée en une position finale désirée partant de conditions initiales proches ou lointaines du point d'équilibre. Réaliser ces deux objectifs par une seule commande constitue un défi sérieux même avec les commandes non linéaires les plus établies.

La commande par modes glissants hiérarchiques a été développée spécifiquement pour les systèmes sous-actionnés [14]. C'est une méthode systématique qui s'est distinguée par la souplesse de construction de la loi de commande et sa robustesse vis-à-vis aux perturbations et aux incertitudes du modèle.

Dans ce chapitre, on présente l'algorithme de la commande par modes glissants hiérarchiques tel qu'il a été proposé dans [14] et son application au pont roulant.

3.2 Principe de la commande par modes glissants hiérarchiques

Dans cette approche, un système sous-actionné est divisé en plusieurs sous-systèmes en fonction de sa structure physique et la surface de glissement de chaque sous-système est définie. La surface de glissement du premier sous-système est choisie comme étant la première couche de glissement. Cette couche est utilisée ensuite avec

la surface de glissement d'un autre sous-système, pour construire la seconde couche de glissement. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que les surfaces de glissement de tous les sous-systèmes soient incluses. Enfin, l'utilisation du théorème de stabilité de Lyapunov permet de déterminer facilement une loi de commande qui stabilise le système global.

On considère la représentation d'état de la classe de systèmes sous-actionné avec n sous-systèmes:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(X) + b_1(X)u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \vdots \\ \dot{x}_{2n-1} = x_{2n} \\ \dot{x}_{2n} = f_n(X) + b_n(X)u \end{cases} \quad (3.1)$$

où $X = [x_1, x_2, \dots, x_{2n}]^T$ est le vecteur d'état, u est l'unique entrée scalaire du système et $f_i(x)$ et $b_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) sont des fonctions non linéaires.

Le système (3.1) est constitué de n sous-systèmes. Le $i^{\text{ème}}$ sous-système comprend les variables d'état x_{2i-1} et x_{2i} et son expression d'état est donnée par

$$\begin{cases} \dot{x}_{2i-1} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = f_i + b_i u \end{cases} \quad (3.2)$$

On définit sa surface de glissement

$$s_i = c_i x_{2i-1} + x_{2i} \quad (3.3)$$

où c_i est une constante positive. La dérivée de s_i est

$$\dot{s}_i = c_i x_{2i-1} + \dot{x}_{2i} = c_i x_{2i} + f_i + b_i u \quad (3.4)$$

Donc, la commande équivalente du $i^{\text{ème}}$ sous-système se donne par

$$u_{eqi} = -(c_i x_{2i} + f_i) / b_i \quad (3.5)$$

3.2.1 Construction de la surface de glissement

La procédure commence par la surface de glissement s_1 du premier sous-système qui est choisie comme étant la première couche de glissement notée S_1 . Elle est utilisée à son tour avec s_2 , la surface de glissement du deuxième sous-système, pour construire la deuxième couche de glissement S_2 . D'une manière générale, la $i^{\text{ème}}$ couche de glissement est définie par :

$$S_i = \lambda_{i-1}S_{i-1} + s_i \quad (3.6)$$

où $\lambda_{i-1} (i=1,2,\dots,n)$ est une constante telle que $\lambda_0 = S_0 = 0$.

Ce processus se poursuit jusqu'à ce que les surfaces de glissement de tous les sous-systèmes soient incluses. La structure hiérarchique des surfaces de glissement est représentée par la figure (3.1).

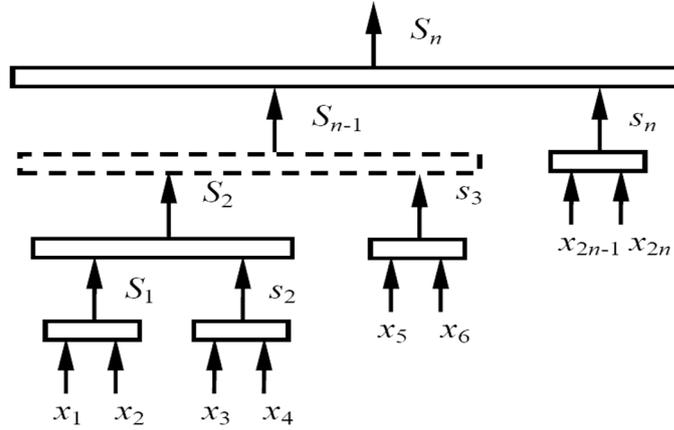


Figure 3.1 *Structure hiérarchique des surfaces de glissement.*

L'équation (3.6) peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} S_i &= \lambda_{i-1}(\lambda_{i-2}S_{i-2} + s_{i-1}) + s_i \\ &= \lambda_{i-1}(\lambda_{i-2}(\lambda_{i-3}(\dots\lambda_2(\lambda_1S_1 + s_2) + \dots) + s_{i-2}) + s_{i-1}) + s_i \end{aligned} \quad (3.7)$$

qui peut être réduite à

$$S_i = \sum_{r=1}^i \left(\prod_{j=1}^i a_j \right) s_r \quad (3.8)$$

où $a_j = \lambda_j (j=1,2,\dots,i-1)$ et $a_i = 1$.

3.2.2 Calcul de la loi de commande

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_i(t) = S_i^2 / 2 \quad (3.9)$$

Sa dérivée est donnée par

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i = S_i (\lambda_{i-1} \dot{S}_{i-1} + \dot{s}_i) \quad (3.10)$$

De (3.8), \dot{V}_i peut être réécrite sous la forme

$$\dot{V}_i = S_i \left[\sum_{r=1}^i \left(\prod_{j=1}^i a_j \right) \dot{s}_r \right] \quad (3.11)$$

Donc, de (3.3) et (3.4) on obtient

$$\dot{V}_i = S_i \left\{ \sum_{r=1}^i \left(\prod_{j=1}^i a_j \right) \cdot (c_r x_{2r} + f_r + b_r u_i) \right\} \quad (3.12)$$

La figure (3.1) montre que la $i^{\text{ème}}$ couche de glissement comprend l'ensemble des informations des $i-1$ couches de glissement inférieures. De même, loi de commande de la $i^{\text{ème}}$ couche de glissement devrait inclure des informations sur les lois de commande des $i-1$ couches inférieures. Donc, en admettant que la loi de commande de S_i se donne par

$$u_i = u_{i-1} + u_{eqi} + u_{swi} \quad (3.13)$$

ou encore

$$u_i = \sum_{j=1}^i u_{eqj} + \sum_{j=1}^i u_{swj} \quad (3.14)$$

où $u_{swi} = (i=1, 2, \dots, n)$ est la commande discontinue de la $i^{\text{ème}}$ couche de glissement, de (3.14), l'égalité (3.12) prend la forme

$$\dot{V}_i = S_i \left\{ \sum_{r=1}^i \left[\left(\prod_{j=1}^i a_j \right) b_r \left(\sum_{l=1}^{r-1} u_{eql} + \sum_{l=1}^r u_{swl} \right) \right] \right\} \quad (3.15)$$

Qui peut être réécrite

$$\dot{V}_i = S_i \left\{ \sum_{r=1}^i \left[\sum_{\substack{l=1 \\ r \neq i}}^i \left(\prod_{j=r}^i a_j \right) b_r \right] + u_{eqi} + \sum_{l=1}^i \left[\sum_{r=1}^i \left(\prod_{j=r}^i a_j \right) b_r \right] u_{swi} \right\} \quad (3.16)$$

Maintenant en posant

$$\dot{S}_i = -k_i S_i - \eta_i \operatorname{sgn} S_i \quad (3.17)$$

où k_i et η_i sont des constantes positives, la loi de commande discontinue de la $i^{\text{ème}}$ couche de glissement peut être écrite sous la forme

$$u_{swi} = -\sum_{l=1}^{i-1} u_{swl} - \frac{\sum_{r=1}^i \left[\sum_{\substack{l=1 \\ r \neq l}}^i \left(\prod_{j=r}^i a_j \right) b_r \right] u_{egl}}{\sum_{r=1}^i \left(\prod_{j=r}^i a_j \right) b_r} - \frac{kS_i + \eta_i \operatorname{sgn} S_i}{\sum_{r=1}^i \left(\prod_{j=r}^i a_j \right) b_r} \quad (3.18)$$

La loi de commande de la dernière couche de glissement se donne par

$$\begin{aligned} u_n &= \sum_{l=1}^{n-1} u_{swl} + u_{swn} + \sum_{l=1}^n u_{egl} \\ &= \frac{\sum_{r=1}^n \left(\prod_{j=r}^n a_j \right) b_r u_{egr}}{\sum_{r=1}^n \left(\prod_{j=r}^n a_j \right) b_r} - \frac{kS_n + \eta_n \operatorname{sgn} S_n}{\sum_{r=1}^n \left(\prod_{j=r}^n a_j \right) b_r} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Dans (3.19), seule la commande discontinue de la dernière couche est mise en œuvre. Les commandes discontinues des $n-1$ couches inférieures ont été fusionnées. Donc, en régime glissant si un état d'un sous-système quelconque s'écarte de sa propre surface de glissement, la commande discontinue de la dernière couche le poussera à la regagner.

3.3 Application au pont roulant

3.3.1 Calcul de la commande

On reprend le modèle (2.23) du pont roulant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(x) + b_1(x)u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(x) + b_2(x)u \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= f_3(x) + b_3(x)u \end{aligned} \quad (3.20)$$

Les surfaces de glissement sont choisies de la sorte :

$$s_1 = c_1(x_1 - x_{1d}) + x_2 \quad (3.21)$$

$$s_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (3.22)$$

$$s_3 = c_3 x_5 + x_6 \quad (3.23)$$

Les couches de glissement sont

$$\begin{aligned} S_1 &= s_1 \\ S_2 &= \lambda_1 S_1 + s_2 \\ S_3 &= \lambda_2 S_2 + s_3 \end{aligned} \quad (3.24)$$

L'application de la formule (3.19) au système (3.20) donne :

$$u = \frac{-1}{\lambda_1 \lambda_2 b_1(x) + \lambda_2 b_2(x) + b_3(x)} \left(\lambda_1 \lambda_2 (c_1 (x_2 - \dot{x}_{1d}) + f_1(x)) + \lambda_2 (c_2 x_4 + f_2(x)) \right. \\ \left. + c_3 x_6 + f_3(x) + k S_3 + \eta \text{sign}(S_3) \right) \quad (3.25)$$

3.3.2 Simulation numérique

Les simulations ont été réalisées sur le modèle non linéaire (2.23) avec les paramètres du tableau 1.2. L'algorithme de résolution des équations différentielles utilisé est celui de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas de simulation de 0.001 s.

Dans les deux tests réalisés, on a utilisé les valeurs suivantes des paramètres du contrôleur : $\lambda_1 = 10, \lambda_2 = 15, c_1 = 4.5, c_2 = 1.5, c_3 = 0.5$ et les conditions initiales $x(0) = [0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]^T$. On fixe comme référence pour le chariot la position 1m

3.3.2.1 Test 1

Ce test est réalisé avec les valeurs nominales de tous les paramètres du système (voir le tableau 1.2).

La figure (3.2) montre l'évolution du vecteur d'état du système. On remarque que la position du chariot parvient à atteindre sa référence au bout de 2 secondes, mais elle présente de faibles oscillations amorties autour de sa position de référence. Concernant, les balancements de la charge et de l'outil de préhension, on voit qu'ils sont amortis, mais leurs amplitudes sont trop importantes par rapport aux conditions initiales prises. La figure (3.3) montre que la troisième couche de glissement est

stabilisée en un temps fini $t_r \leq 2.5$ s, pourtant, cela n'a pas engendré une diminution acceptable des ballants.

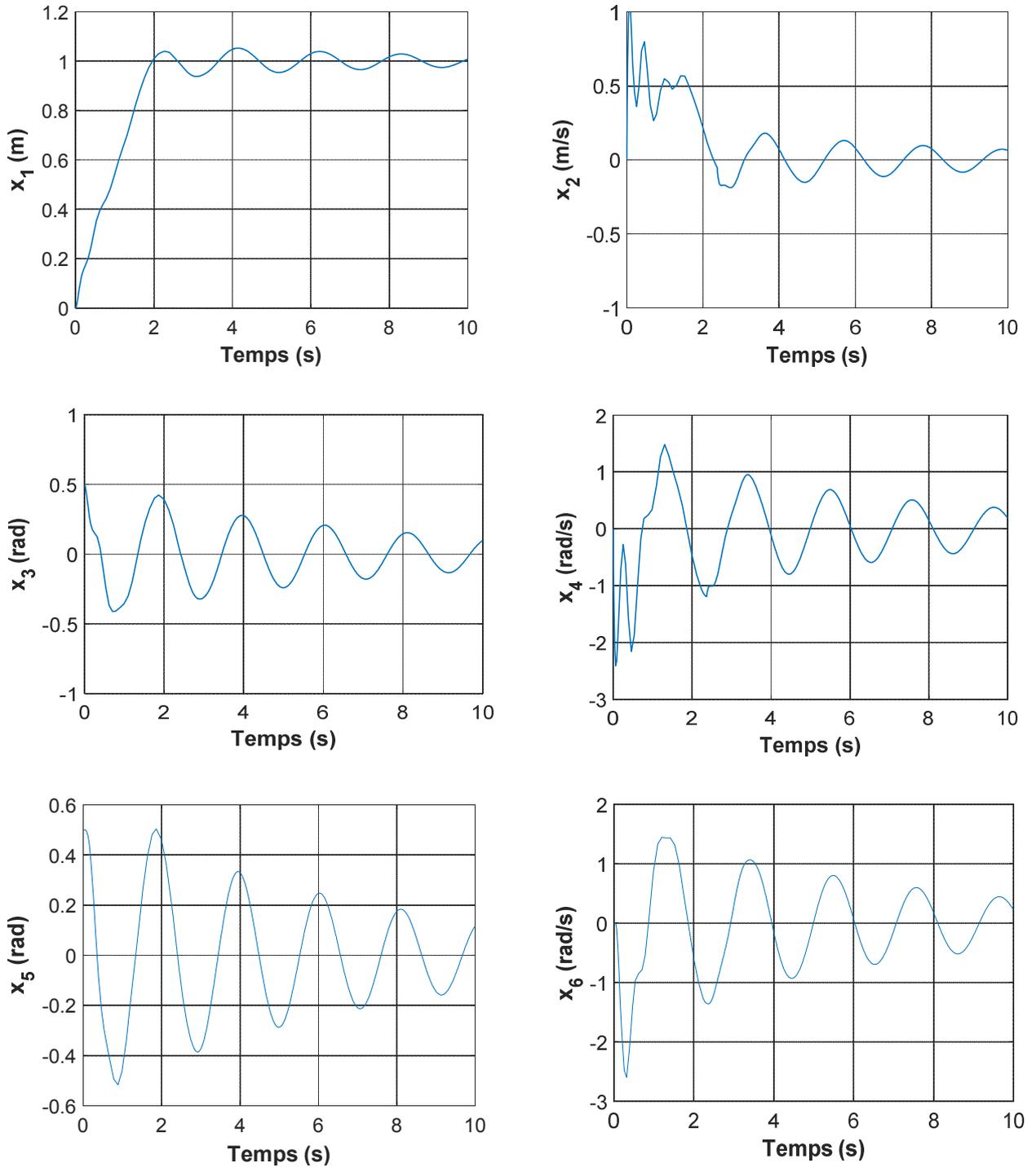


Figure 3.2 Evolution des variables d'état (test 1).

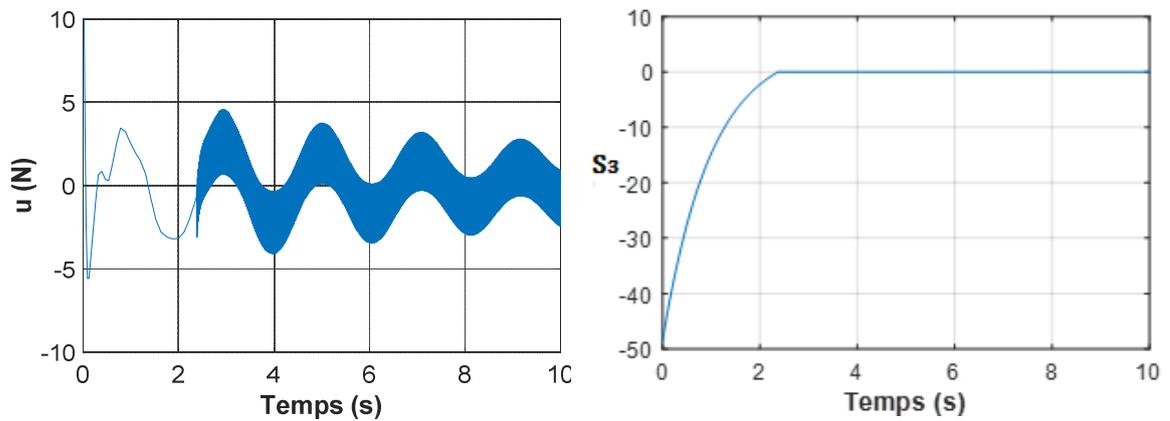


Figure 3.3 Evolution de la commande et de la troisième couche de glissement (test 1).

3.3.2.2 Test 2

Dans ce test on met $m_2 = 1$ kg et $l_2 = 1$ m.

Les courbes dans la figure (3.4) montrent que la commande ne parvient pas à stabiliser les ballants rapidement. On constate aussi que la variation de la longueur du câble qui relie la charge à l'outil de préhension a modifié la fréquence des ballants de la charge. Quant à la dernière couche de glissement, on remarque de la figure (3.5) qu'elle a gardé presque le même temps de convergence que dans le premier test.

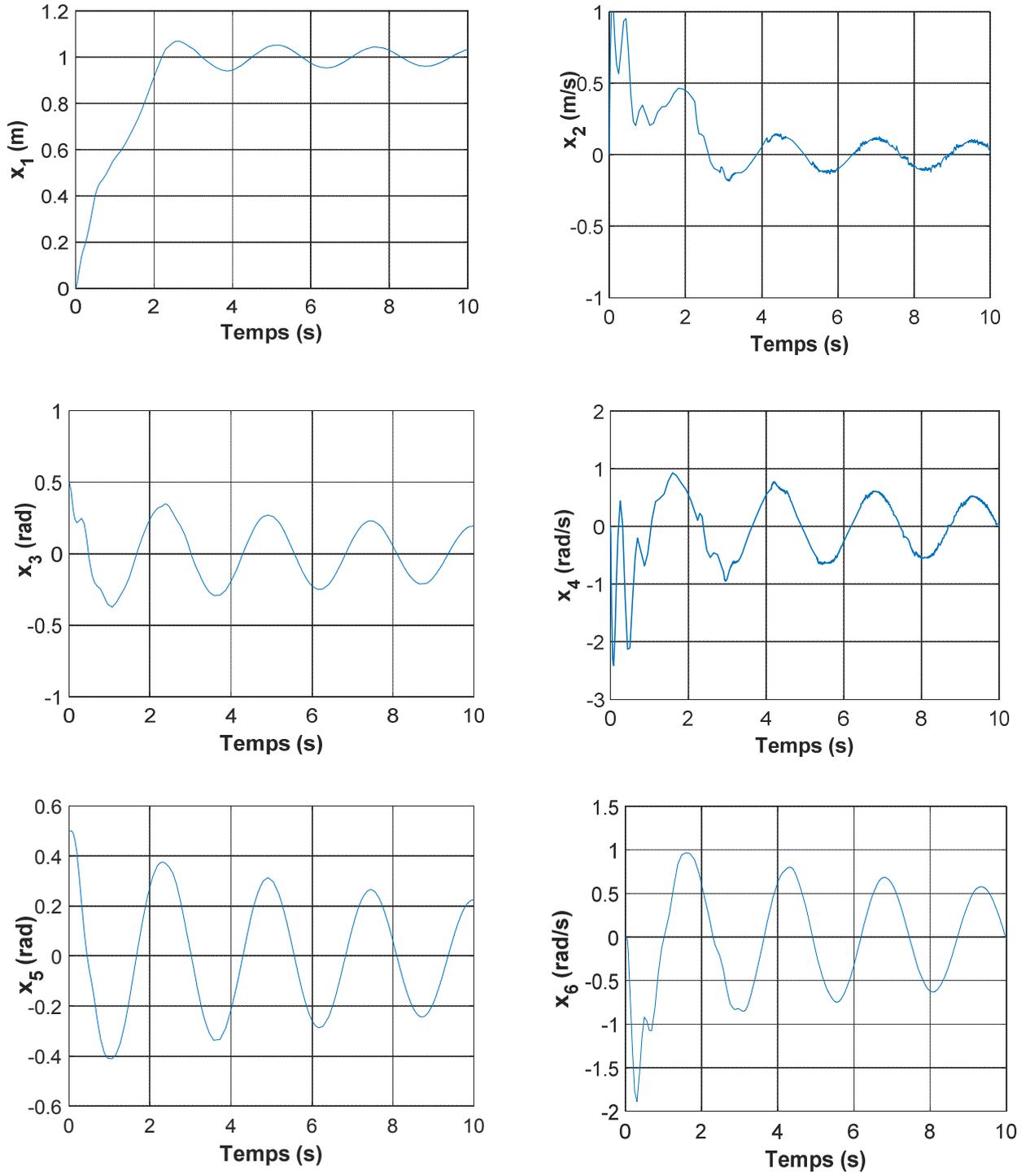


Figure 3.4 Evolution des variables d'état (test 2).

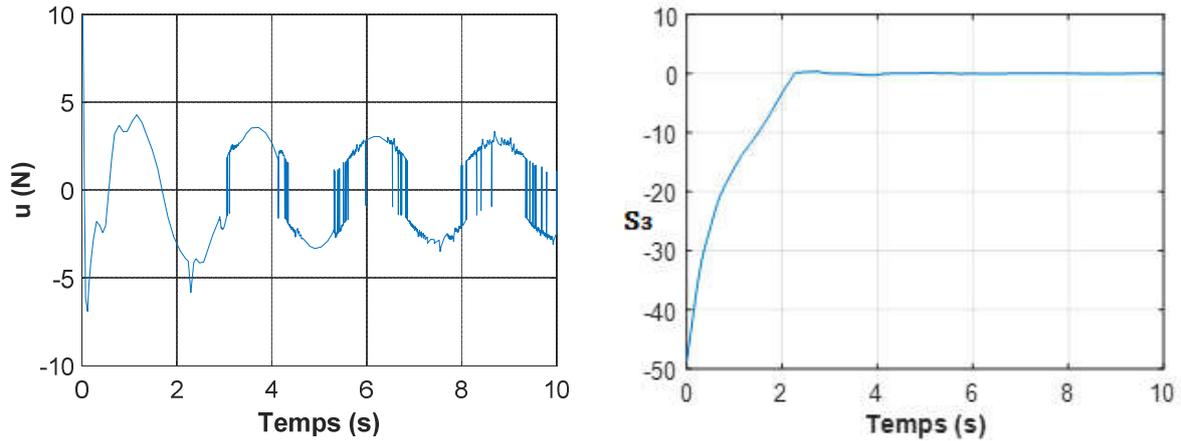


Figure 3.5 Evolution de la commande et de la troisième couche de glissement (test 2).

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a appliqué et validé en simulation la commande par modes glissants hiérarchiques à la stabilisation des ballants de charge dans un pont roulant.

À partir des résultats en simulation, on a constaté que l'inconvénient des modes glissants hiérarchiques est que la commande qui force la couche de glissement finale à s'annuler en un temps fini est parfois incapable d'annuler les surfaces de glissement des sous-systèmes. Cela est dû au fait que les surfaces de glissement prennent des signes opposés et s'annulent mutuellement.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, on a étudié l'application de structures de commandes par mode de glissement à la réduction voire l'élimination des ballants de la charge et de l'outil de préhension dans les ponts roulants. Pour cela, on s'est servi de la commande par mode glissement optimale et la commande par modes glissants hiérarchiques.

Dans le premier chapitre, on a donné dans un premier temps une description non exhaustive des grues et des ponts roulants, puis on a fourni quelques notions essentielles pour bien aborder le problème des ballants de charges dans ces systèmes. Dans une deuxième partie, on a présenté les étapes de modélisation dynamique bidimensionnelle d'un pont roulant selon le formalisme d'Euler-Lagrange. Ce modèle assimile un pont roulant à un double pendule.

Dans le deuxième chapitre, après avoir présenté la commande par modes glissants et ses concepts, on a introduit la commande par mode de glissement optimale et son application au pont roulant. Cette approche est applicable seulement aux systèmes linéaires ou ayant une structure linéaire plus des non-linéarités dans les directions des entrées. À l'issue de l'étude en simulation, on a constaté les performances de cette commande qui a pu stabiliser les ballants même avec des conditions initiales contraignantes. Les inconvénients de cette loi de commande sont : son exigence de transformer le système en une certaine forme canonique et que le critère à optimiser est exprimé dans la nouvelle base, ce qui fait que dans certains cas il est difficile de choisir les matrices de pondération du critère pour avoir l'effet d'optimisation désirable sur les variables d'état de la base originale.

Dans le troisième chapitre, on a tenté d'appliquer la commande par modes glissants hiérarchiques à la réduction des ballants de la charge du pont roulant. Après l'étude en simulation, on a constaté que la limite de cette approche réside dans le fait que la convergence de la couche de glissement n'entraîne pas forcément la convergence des surfaces de glissement des sous-systèmes. Le domaine d'attraction de cette commande dépend directement des paramètres des couches et les surfaces de glissement. Malheureusement, l'analyse du couplage entre les sous-systèmes non linéaires est très difficile ce qui empêche une analyse rigoureuse des domaines d'attractivités.

Enfin à titre de perspective de ce travail, on peut suggérer pour des travaux ultérieurs, l'utilisation des concepts de l'énergie potentielle et l'investigation de la commande par mode de glissement à apprentissage dans l'élimination des ballants.

Bibliographie

- [1] J. Piriou, Anti-Sway: contrôle du ballant de la charge, Cahier technique, Schneider, 2010.
- [2] D. Qian, Anti-sway Control for Cranes: Design and Implementation Using MATLAB, Walter de Gruyter , 2017.
- [3] B. Oussama, «Commande par mode glissant du second ordre d'un portique à trois dimensions,» Mémoire de Magister, Université Abbas Ferhat, 2014.
- [4] Y. Bouakkaz, «Conception et réalisation d'un pont roulant à commande automatisée,» Mémoire de fin d'étude. Université Mouloud Mammeri, 2016.
- [5] «wikipedia.org.» [En ligne]. Available: https://fr.wikipedia.org/wiki/Pont_roulant. [Accès le 22 09 2020].
- [6] J. Pirotte et N. Gillieaux-Vetcour, «Contrôle du ballant lors du déplacement d'une charge suspendue à un pont roulant,» *Revue scientifique des ISILF*, n° %121, pp. 79-97, 2007.
- [7] Y.-S. Kim, K.-S. Hong et S.-K. Sul, «Anti-sway control of container cranes: inclinometer, observer, and state feedback,» *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 2, n° %14, pp. 435-449, 2004.
- [8] D. a. J. Y. Qian, Hierarchical sliding mode control for under-actuated cranes, Springer, 2016.
- [9] G. Bastin et V. Wertz, Modélisation et analyse des systemes dynamiques, lectures notes, Louvain School of Engineering, 2013.
- [10] Y. Shtessel, C. Edwards et L. Fridman, Sliding mode control and observation, Springer New York, 2014.
- [11] A. Boubakir, F. Boudjema et C. Boubakir, «Loi de commande par mode de glissement avec une surface de glissement non linéaire appliquée au système hydraulique à réservoirs couplés,» chez *4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP*, 03-04 novembre 2007.

- [12] V. Adetola et M. Guay, «Finite-time parameter estimation in adaptive control of nonlinear systems,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, n° 13, pp. 807-811, 2008.
- [13] M. T. Do, «Sliding mode learning control and its applications,» Phd thesis, Swinburne University of Technology, Melbourne, Australia, 2014.
- [14] D. J. Y. a. D. Z. Qian, «Hierarchical sliding mode control for a class of SIMO under-actuated systems,» *Control and Cybernetics*, 2008.