

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Mohammed Seddik BENYAHIA - Jijel



Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département d'Automatique  
Filière : Automatique et système

## Mémoire de Master

***Stabilisation d'un robot sous-marin autonome décrit par le modèle flou de Takagi-Sugeno en présence de retard***

Membre de jury

- Président : *BOUDEN toufik*
- Examineur : *OUAAR Mounia*
- Encadreur : *SAIFIA Dounia*

Réalisé par :

- *Boutikar Roqiya*
- *Meglouli Amina*

Année universitaire : 2019 / 2020

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## *Remerciements*

*Au terme de ce travail, je tiens à remercier en premier lieu DIEU pour m'avoir donné la volonté et la patience pour achever ce mémoire.*

*Nous tiens à remercier Dr : D.Saifia notre encadreur pour ses précieux conseils et ses orientations qui ont permis de mener à bien ce travail. Nous tiens également à remercier chaleureusement Dr : M.Nasri qui a été notre compagnon et guide du début à la fin de cette recherche pour l'aide précieuse qu'il nous a apporté.*

*Aussi, nous remercions les membres de jury pour l'honneur qu'ils nous font en acceptant de juger notre travail.*

*A tous nos enseignants à toute personne ayant participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

*Nous tenons à remercier mes camarades de promo et mes amis pour leur soutien indéfectible.*

*Enfin nous remercions profondément nos parents pour leur compréhension, leurs encouragements et leur soutien sans faille.*

## **DEDICACE**

*Je dédie ce modeste travail à nos parents qui m'ont toujours soutenus durant toutes les périodes de vie, que dieu le tout puissant les protégeant et les gardent.*

*A nos frères et sœurs.*

*A mon amour et mon marie qui me soutient tout le temps a chaque moment de ma vie.*

*A toutes les chères et tous ceux qui m'aiment et que j'aime.*

*A tous ce qui ont aidés de loin ou de prés pour la réalisation de ce mémoire.*

# Table des matières

<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>
<b>1 Généralités sur les véhicules sous-marins autonomes</b> .....	
1.1 Introduction.....	4
1.2 Historique des véhicules sous-marin .....	4
1.3 Applications des véhicules sous-marins.....	9
1.3.1 Secteur civil .....	9
1.3.2 Secteur militaire .....	10
1.4 Classification des véhicules sous-marins autonomes .....	11
1.4.1 Les AUVs grands fonds .....	11
1.4.2 Les AUVs côtiers .....	11
1.5 Description du robot sous-marins autonomes .....	12
1.5.1 Compartimentdes capteurs .....	13
1.5.2 Compartiment électronique .....	14
1.5.3 Compartiment de communication .....	16
1.5.4 Compartiment des actionneurs hydrodynamique .....	16
1.6 Choix de l'architecture générale de l'AUV .....	18
1.7 Structure de la navigation d'un véhicule sous-marin .....	20
1.7.1 Système de guidage .....	20
1.7.2 Système de navigation .....	20
1.7.3 Système du contrôle .....	21
1.8 Conclusion .....	21
<b>2 Modélisation du robot sous-marin autonome AUVs</b> .....	
2.1 Introduction.....	22
2.2 Modélisation générales de l'AUVs.....	22
2.2.1 Etude cinématique .....	24
2.2.2 Etude dynamique .....	26
2-3 Modèle réduit de l'AUV (modèle mathématique).....	30
2.3.1 Modèle en cap .....	31
2.3.2 Modèle en immersion .....	32
2.4 Conclusion .....	34

<b>3 Présentation flou de type Takagi-sugeno des systèmes non linéaire à retard</b> .....	
3.1 Introduction .....	36
3.2 Représentation du système à retard .....	36
3.2.1 Exemple de systèmes à retard .....	38
3.3 Modélisation des systèmes à retards.....	39
3.3.1 Systèmes de type retardé .....	39
3.3.2 Systèmes de type neutre .....	40
3.3.3 Systèmes LTI (Linear Time-Invariant) à retards discrets .....	40
3.3.4 Systèmes à retards distribués .....	41
3.4 Modèles de retards .....	41
3.4.1 Retard constant.....	41
3.4.2 Retards variables majorés .....	42
3.4.3 Retards variables bornés .....	42
3.4.4 Retards variables avec contrainte sur la dérivée.....	42
3.4.5 Retards variables continus par morceaux .....	42
3.5 Modèle de véhicule sous-marin avec retard .....	43
3.6 Modèle flou de type Takagi-Sugeno standard.....	45
3.6.1 Obtention des modèles flous de type Takagi-Sugeno .....	46
3.6.2 Méthode du secteur non linéaire.....	47
3.7 Description floue de type Takagi-Sugeno pour le système de véhicule sous-marin avec retard.....	48
3.7.1 Validation du système avec retard.....	52
3.8 Conclusion .....	54
<b>4 Stabilisation quadratiques des modèles flous de Takagi-sugeno à retard</b> .....	
4.1 Introduction.....	55
4.2 Rappels sur les inégalités matricielles linéaires.....	55
4.3 Technique d'analyse et transformation matricielle .....	56
4.3.1 Regroupement des LMIs.....	56
4.4 Rappel sur la stabilité selon Lyapunov .....	57
4.5 Méthode directe de lyapunov quadratique.....	59

4.6 Stabilité quadratique des modèles T-S standard .....	59
4.7 Stabilisation des modèles T-S par retour d'état non linéaire.....	61
4.7.1 Loi de commande PDC .....	61
4.7.2 Condition de stabilité relâchée .....	64
4.8 Stabilisation du robot sous-marin autonome AUV à retard .....	64
4.8.1 Approche par la méthode de Lyapunov-Krasovskii.....	64
4.8.2 Approche $H^\infty$ .....	66
4.8.2.1 Principe de la commande $H^\infty$ .....	67
4.8.2.2 Synthèse $H^\infty$ sur le robot AUV .....	67
4.9 Conclusion .....	71
<b>Conclusion général .....</b>	<b>72</b>

## Abréviations

AUV	Autonom Under water Vehicul
TS	Takagi-Sugeno
DSL	Dopler Speed Log (Journal de vitesse Doppler)
MIT	Massachusetts Institute of Technology
CTD	Conductivity Temperature Depth
Sonar	Sound navigation and ranging (Navigation et télémétrie sonores)
IDE	Integrated Development Environment (Environnements de développement intégré)
PCI	Peripheral Component Inter connect
PWM	Pulse Width Modulation
TTL	Time to Live
NCS	Network Control System (System control du réseau)
SNAME	Society of Naval Architects and Marine Engineers
LTI	Linear Time-Invariant (Système linéaires invariants)
ROV	Remotely Operated Vehicle
LKF	Lyapunov- Krasovskii Fonction (Function de Lyapunov-Krasovskii)
LMI	Linear Matrix Inequalities
VLF	Very Low Frequency (Trés basse fréquence)
HF	High frequency (Haute Frequence)
VHF	Very High Frequency (Tres Haute Frequence)
UHF	Ultra High Frequency (Ultra haute fréquence)
Ddl	Degré de liberté



## Notations

Les notations suivantes sont utilisées dans le présent mémoire :

$R_0$	Repère inertiel global
$X_0$	Axe longitudinal confondu avec le nord géographique
$Y_0$	Axe transversal orienté vers l'est
$Z_0$	Axe normal dirigé vers le bas
$O$	Position initiale de l'AUV
$C$	Centre de flottabilité de l'AUV
$R_v$	Repère lié à l'AUV (repère mobile)
$X_v$	Axe longitudinal orienté de l'arrière vers l'avant de l'engin
$Y_v$	Axe transversal orienté vers tribord
$Z_v$	Axe normal dirigé du haut vers le bas
$\eta_1$	Vecteur de position
$\eta_2$	Vecteur d'orientation
$V_1$	Vecteur des vitesses linéaires
$V_2$	Vecteur des vitesses angulaires
$\zeta_1$	Vecteur de forces
$\zeta_2$	Vecteur de moments
$\psi$	Angle de lacet
$\theta$	Angle de tangage
$\phi$	Angle de roulis
$m$	Masse du véhicule
$I_0$	Matrice d'inertie
$I_{ii}$	Moments d'inertie
$I_{ij}$	Produits d'inertie
$M_{rb}$	Matrice d'inertie du système
$C_{rb}$	Matrice des forces de Coriolis et centrifuges
$\tau_h$	Forces et moments hydrodynamique
$\tau_g$	Vecteur des forces et moments dus à l'action de la gravité et de la flottabilité
$\tau_u$	Vecteur des forces et moments générés par les actionneurs du véhicule
$\tau_p$	Forces et moments résultant des perturbations dus a l'environnement
$u$	Vitesse d'avancement

$v$	Vitesse de glissement et enfin
$r$	Vitesse de lacet
$w$	Vitesse de descente
$p$	Vitesse de roulis
$q$	Vitesse de tangage
$Y$	Vecteur d'état
$x$	Position du véhicule
$z$	Profondeur
$W$	Force de pesanteur
$B_0$	Force de poussée d'Archimède
$V_{ft}$	Volume de fluide déplacé
$g$	Accélération gravitationnelle
$u_p$	Angle de braquage de gouverne.
$z_d$	Profondeur désirée
$z_e$	Erreur de profondeur
$T_s$	Température de l'eau
$F_e$	Flux d'entrée
$T_{vs}$	Température de vapeur
$F_v$	Flux de vapeur
$V_1$	Variable de commande
$\tau$	Retard
$f$	Champ de vecteur

## Table des figures

1.1	Alexandre le Grand dans sa cloche de plongée.....	5
1.2	Premier modèle de sous-marin de Denis Papin.....	5
1.3	Deuxième modèle sous-marin de Denis Papin.....	6
1.4	Tortue de David Bushnell.....	7
1.5	Nautilus de Robert Fulton .....	7
1.6	Sous-marin le Gymnote.....	8
1.7	Narval de Maxime Lauboef.....	8
1.8	AUVs grands fonds "ASTERX".....	11
1.9	AUVs côtiers "ECOMAPPER".....	12
1.10	Mini AUV " NanoSooker ".....	12
1.11	Description du robot sous-marin autonome.....	13
1.12	Architecture matérielle.....	15
1.13	Surfaces mobiles de l'AUV REMUS 6000.....	17
1.14	Propulseur à hélice.....	17
1.15	Propulsion par aile battante.....	18
1.16	Architecture générale de la commande de l'AUV.....	19
1.17	La structure GNC pour un système marin.....	20
2.1	Repères fixes et inertiel, Variables d'état .....	23
2.2	Définition des angles de rotation.....	26
2.3	Diagramme du corps rigide de l'AUV.....	27
2.4	Diagramme en cap du robot sous-marin autonome .....	31
2.5	Diagramme en plongée du robot sous-marin autonome .....	32
3.1	Provenance des retards dans une boucle d'asservissement.....	37
3.2	Grue [Ernuex, 09].....	38
3.3	Échangeur de chaleur de vapeur-eau [Normey-Rico, 07].....	39
3.4	Système physique de véhicule sous-marin [Zhong, 00].....	44
3.5	Comparaison du modèle NL et de l'approche T-S du comportement dynamique du véhicule sous-marin (Position ( $z(t)$ ), vitesse angulaire de tangage ( $q(t)$ ) & l'angle de tangage ( $\theta(t)$ ).....	53

4.1	Représentation du concept de commande PDC.....	61
4.2	Erreur de position de véhicule sous-marin sous perturbation a 3 m.....	70
4.3	Position du véhicule sous-marin sous perturbation a 3 m.....	70
4.4	Vitesse angulaire de tangage du véhicule sous-marin sous perturbation a 3 m.....	70
4.5	Angle de tangage du véhiculesous-marin sous perturbationa 3 m.....	70
4.6	Commande de l'angle de gouvernail du véhicule sous-marin sous perturbation a 3 m.....	70
4.7	Perturbations affectant sur le véhicule sous-marin a 3 m.....	70
4.8	Erreur de position de véhicule sous-marin sous perturbation a 15 m.....	70
4.9	Position du véhicule sous-marin sous perturbation a 15 m.....	70
4.10	Vitesse angulaire detangage du véhicule sous-marin sous perturbation a 15 m.....	71
4.11	Angle de tangage du véhicule sous-marin sous perturbation a 15 m.....	71
4.12	Commande de l'angle de gouvernail du véhicule sous-marins sous perturbation a 15 m.....	71
4.13	Perturbations affectant sur le véhicule sous-marin à 15 m .....	71

## Liste des tableaux

2.1	Formulation de Fossen .....	24
3.1	Paramètres du robot sous-marin autonome AUV.....	52

## **Introduction générale**

Le véhicule sous-marin autonome (AUV), en tant que plate-forme sous-marine sans pilote, possède de nombreuses nouvelles technologies telles que l'énergie électrique, la propulsion, le traitement de l'information, la navigation sous-marine et le contrôle automatique. Il est important pour le système de contrôle de bien fonctionner à tout moment dans un environnement marin complexe. Lorsque l'AUV effectue la recherche ou les tâches militaires, son système de contrôle doit coordonner l'ordinateur de mission et l'ordinateur de commande de mouvement pour terminer la planification de la mission et la planification des mouvements. Une variété de capteurs sont utilisés pour détecter les informations océaniques incertaines non structurées et inconnues en ligne, y compris le journal de vitesse Doppler (DSL), le système sonar, les actionneurs, les hélices, etc [5].

Les véhicules sous-marins autonomes AUVs sont confrontée aujourd'hui à quatre grandes classes de problèmes scientifiques, à savoir: En premier lieu, l'autonomie énergétique, qui reste faible au regard des distances à parcourir. En second lieu, l'autonomie du point de vue décisionnel et c'est là une des préoccupations majeures de plusieurs communautés de chercheurs. Un troisième point concerne le positionnement de l'engin. Enfin, la problématique de la navigation. En ce qui concerne la navigation, nous pouvons distinguer trois aspects: la planification de trajectoires, l'évitement d'obstacles et la commande du véhicule [7].

Nombreux problèmes apparaissent dans le système de contrôle du véhicule sous-marin sans pilote tels que, la non linéarité du système, les retards et les perturbations externes, qui affectent la stabilité du système. Par conséquent, comment contrôler un système aussi complexe et non linéaire est le problème actuel à résoudre.

Dans ce travail, le modèle flou de Takagi-Sugeno (TS) sera utilisé dans la conception d'une loi de commande robuste pour le contrôle de la profondeur du système AUV. En effet, cette représentation permet de fournir une représentation efficace du système non linéaire sous forme d'interpolation entre des modèles linéaires invariants valides dans une zone de fonctionnement. Sa capacité à approcher le comportement dynamique du système réel très complexe par une structure simple basée sur des modèles linéaires a été largement reconnue [33]. Leur structure particulière permet l'extension de certains résultats obtenus dans le cadre des systèmes linaires. C'est la raison pour laquelle de nombreux travaux ont

été basés sur cette représentation dans l'étude de la stabilité et de la stabilisation des systèmes non linéaires [15, 16, 30]. Ainsi des conditions suffisantes de stabilité des modèles T-S basées sur des fonctions quadratiques de Lyapunov ont été proposées [46]. Ces conditions LMI peuvent être mises en œuvre et résolues efficacement par des outils numériques. Les conditions de stabilisation du modèle T-S sont souvent obtenues en se basant sur la loi de commande PDC (Parallel Distributed Compensation). Alors que, L'approche  $H_\infty$  est principalement utilisée dans l'analyse et la conception de lois de commande robustes pour les modèles T-S en présence de perturbation.

Parallèlement au développement des commandes robustes, la prise en compte des retards lors de la conception de lois de commande a suscité l'intérêt de nombreux automaticiens [15-7]. En effet, l'existence du retard devient généralement la source de l'instabilité et de la détérioration des performances des systèmes. Dans ce contexte, l'analyse de la stabilité et de la stabilisation des modèles TS sont abordés par la fonction Lyapunov-Krasovskii et les gains de retour d'état non linéaire sont calculés pour protéger la stabilité au format de l'inégalité de matrice linéaire (LMI) [42].

L'objectif principal de notre travail est la modélisation et la commande robuste du véhicule sous-marin autonome en présence de retards.

**Dans le chapitre 1**, nous allons introduire le sujet des drones sous-marins par un bref historique et un état de l'art des drones. Ce chapitre se conclut par les choix architecture aux du drone de l'étude finalisant ses dimensions et sa géométrie.

**Dans le chapitre 2**, nous procéderons à l'établissement du modèle non linéaire du drone. Ces équations de la cinématique et de la dynamique. Par la suite, un modèle en immersion du système AUV du système. On terminera par une représentation d'état de ce dernier.

**Dans le chapitre 3**, en commençant par une représentation des systèmes non linéaires à retard et ses modélisations. Ensuite, une nouvelle approche de poursuite de trajectoire d'un robot mobile non holonome basée sur l'utilisation d'une classe de modèles poly topiques non linéaires appelés modèles flous continus de type Takagi-Sugeno (T-S) sera développée. Après, la description floue de type Takagi-Sugeno pour le système de véhicule sous-marin avec retard sera exposée. Puis, nous fournissons les résultats de simulation d'une comparaison entre les deux modèles (linéaire et T-S).

**Dans le chapitre 4** a pour objet de présenter la commande robuste de la profondeur de l'AUV à retards. L'analyse de la stabilité et de la stabilisation sera traitée par les modèles flous de type Takagi Sugeno (T-S), l'approche LMI et la candidate de Lyapunov Krasovskii. Au premier lieu, un bref rappel sur la stabilité et la stabilisation modèles T-S, les outils LMI et la deuxième méthode de Lyapunov sera donné. Par la suite, des conditions de stabilisation des modèles T-S via les fonctions Krasovskii seront formulées en termes de LMIs. Finalement, des résultats sur la stabilisation du modèle AUV en présence de retards et de perturbations externes par l'approche  $H_\infty$  sont exposés.



*Chapitre I :*  
*Présentation des*  
*véhicules sous-marins*  
*autonomes AUVs*

## 1.1 Introduction

L'engin sous-marin de type AUV (*Autonom Under water Vehicul*), est un véhicule sous-marin autonome programmable qui se déplace librement avec une grande autonomie dans l'eau. A l'aide de multiples capteurs le robot connaitre sa position et par conséquent pouvoir naviguer vers la cible programmée ou bien un but.

En générale, les AUVs ont une forme de torpille sans lien physique avec la surface c.à.d. sans câble reliant à la terre. Il peut donc, s'effectuer des missions et des opérations sans intervention humaine. L'opérateur prépare la mission avant sur un logiciel et pendant celle-ci les capteurs renvoient les données (position, information diverse demandée, etc.) à un autre logiciel qui les analyse et les mémorise. On trouve l'utilisation des AUV dans différents domaines comme le domaine militaire, industriel, etc.

Les principaux rôles des AUV sont l'inspection, la cartographie ou encore la bathymétrie et de l'arpentage des fonds marin, etc., comme peut être vu dans la recherche et de sauvetage des avions et de l'épave des vols. Dans tous les domaines, la robotique sous-marine permet d'éviter la mise en danger des êtres humains (déminage, pollution, profondeur) et parfois de diminuer les couts d'exploitation par l'automatisation de certaines tâches [1].

## 1.2 Historique des véhicules sous-marins

Le concept du sous-marin remonte à l'Antiquité. La première cloche à plonger appelée aussi «Tonneau d'Alexandre» (figure 1.1) aurait été utilisée par Alexandre le Grand. L'engin était formé d'un grand tonneau de verre ouvert sur le bas. Cette cloche, consistait à descendre verticalement dans l'eau à l'aide d'une corde jusqu'à 20 mètres de profondeur. La légende dit qu'Alexandre le Grand lui-même utilise cette première cloche à plonger pour observer les créatures des mers. La cloche de plongée est l'un des premiers équipements qui a permis à l'homme d'effectuer des explorations sous l'eau [2].



Figure 1.1 : Alexandre le Grand dans sa cloche de plongée

On peut considérer que de là est née l'idée de la plongée, de la fabrication et du développement de sous-marins. Au cours des années qui ont suivi Alexandre le Grand, de nombreux sous-marins ont été fabriqués et développés.

En 1690, à Marbourg en Allemagne, le Français Denis Papin élabore deux modèles de sous-marins. Le premier modèle (figure 1.2) est un parallélépipède de fer très renforcé et hermétique dans lequel le savant compresse de l'air à l'aide d'une pompe. Un baromètre permet de mesurer la pression d'air à l'intérieur. Une fois la pression de l'air est équivalente à celle de l'eau, on peut ouvrir les trous au fond du bateau, pour y puiser ou rejeter un complément d'eau à l'aide d'une grosse seringue. Après un essai fructueux de mise sous pression à terre, cette machine est détruite par accident en tombant d'une grue, juste avant qu'on la mette à l'eau.

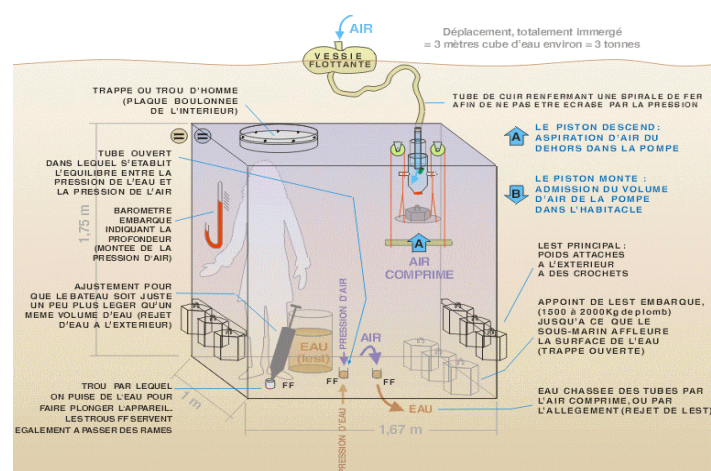
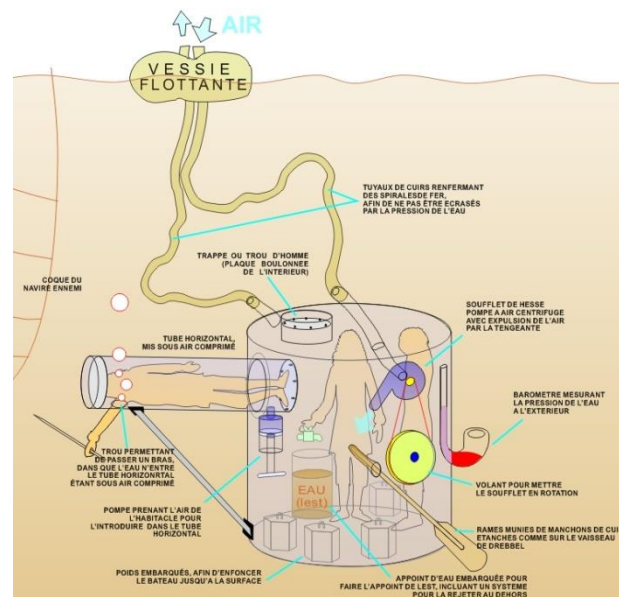


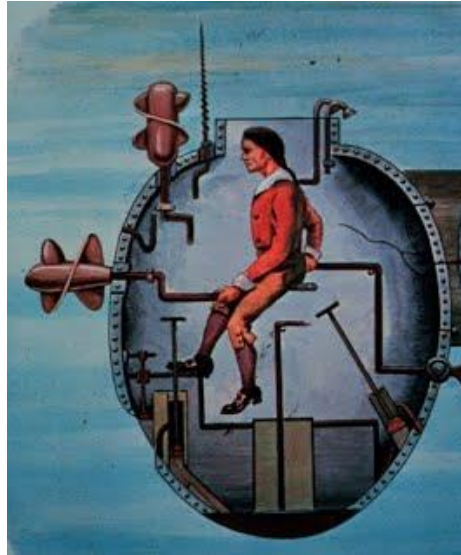
Figure 1.2 : Premier modèle de sous-marin de Denis Papin

Vers 1692, un deuxième modèle de sous-marin (figure 1.3) est construit. Denis Papin rapporte avoir apporté plusieurs améliorations: la coque en forme de tonneau, résiste cette fois naturellement à la pression de l'eau, et ne nécessite donc, plus l'emploi d'air comprimé. L'air y circule à la pression d'air extérieur, grâce à une pompe à air centrifuge, et à deux tuyaux de cuir maintenus à la surface de l'eau par une vessie flottante. Une pompe à eau permet de faire entrer, ou sortir le dernier complément de l'est, pour plonger ou refaire surface. On évalue sa profondeur de plongée grâce à un baromètre qui mesure cette fois la pression de l'eau à l'extérieur. Ce deuxième sous-marin a aussi des prétentions militaires: un homme peut se tenir dans le cylindre horizontal, et sortir un bras au-dehors par le trou, une fois ce deuxième cylindre mis sous air comprimé grâce à la pompe. Avec ce bateau, Papin accompagné d'un acolyte courageux a effectué au moins une plongée fructueuse.



*Figure 1.3 : Deuxième modèle sous-marin de Denis Papin*

En 1775, l'Américain David Bushnell met au point sa tortue construite entièrement en bois (figure 1.4). Pour avancer, le pilote, seul à bord, fait tourner une manivelle actionnant une hélice. Pour plonger, il ouvre des vannes pour remplir les ballasts et pour remonter il en évacue l'eau à l'aide d'une pompe.



*Figure 1.4 : La tortue de David Bushnell*

En 1797, l'ingénieur américain Robert Fulton construit le Nautilus (figure 1.5), en acier recouvert de cuivre. Long de 6,50 m, il est propulsé par une hélice actionnée à la main par les trois membres d'équipage. Il est équipé d'une charge explosive qu'il doit fixer sous les navires ennemis et déclencher à distance. Fulton propose son invention à la France puis à la Grande-Bretagne qui la refusent tour à tour.

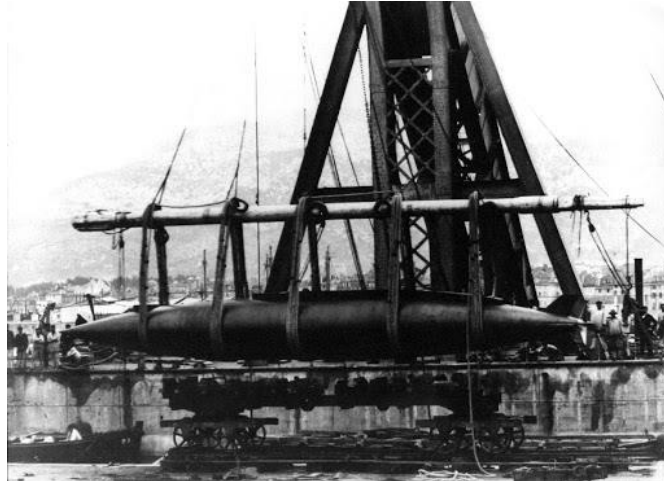


*Figure 1.5 : Le Nautilus de Robert Fulton*

En 1811, le Nautilé sous-marin des frères Coëssin, construit en bois et propulsé par quatre rameurs, est assemblé et testé au Havre. Ses nombreux défauts font abandonner le projet.

## Les premiers “vrai” sous-marins

Le premier sous-marin réellement opérationnel est le Gymnote de 1887(figure 1.6), construit par les Français Henri Dupuy de Lôme et Gustave Zédé. Long de 17m, il est propulsé par un moteur électrique de 50 chevaux, atteint 8 nœuds en surface, 4 en plongée. Il est manœuvré par un équipage de cinq hommes. Il est armé de deux torpilles, et son rayon d'action est de 65 milles.



*Figure 1.6 : Sous-marin le Gymnote*

En 1904, l'ingénieur français Maxime Laubeuf construit le Narval (figure 1.7), équipé d'un périscope et de ballasts externes, il obtient la faveur de la marine de l'époque. C'est le premier sous-marin équipé d'une propulsion mixte: machine à vapeur en surface, moteur électrique en plongée. Tous les modèles ultérieurs suivront cette conception fondamentale, jusqu'aux sous-marins nucléaires.



*Figure 1.7 : Le Narval de Maxime Laubeuf*

De 1914 à 1918, les submersibles fonctionnant grâce à une propulsion Diesel-électrique peuvent être engagés en grand nombre durant la guerre. Une batterie d'accumulateurs alimente un moteur électrique de propulsion. Les batteries sont rechargées par une génératrice entraînée par un moteur diesel, utilisable en surface. En 1944, les Allemands améliorent le schnorchel (invention hollandaise), un tube à air qui permet aux U-Boots d'utiliser leur moteur diesel à faible profondeur d'immersion, évitant ainsi de venir en surface où ils sont très vulnérables.

Le premier AUV a été développé au laboratoire de physique appliquée de l'université de Washington dès 1957 par Stan Murphy, Bob François et plus tard, Terry Ewart. Le "véhicule de recherche sous marine usage spécial", ou SPURV, a été utilisé pour étudier la diffusion, la transmission acoustique et les sillages sous-marin.

D'autres premiers AUV ont été développés au MIT (Massachusetts Institute of Technology) dans les années 1970. L'un d'eux est exposé dans la galerie nautique Hart du MIT. Dans le même temps soviétique (même si cela n'était communément connu que bien plus tard).

Ces véhicules, restant coûteux à l'époque, n'ont connu leur véritable essor qu'à partir des années 2000 et ont été utilisés pour plus d'applications civiles. Ils sont utilisés aussi bien pour la recherche scientifique sous-marine que pour l'implantation et l'entretien d'installations sous-marines ou immergées. Dans la partie suivante, nous présentons les diverses catégories de robots sous-marins en détaillant leurs domaines d'application.

## 1.3 Application des véhicules sous-marins

Les applications des véhicules sous-marins sont potentiellement très vastes. Nous pouvons les conclure dans deux secteurs principaux [3-4]: le secteur civil, et le secteur militaire.

**1.3.1 Secteur civil:** Dans ce domaine, on peut distinguer trois applications principales pour les robots sous-marins : L'industrie, l'environnement et les applications scientifiques.

1. **Dans L'industrie :** L'industrie pétrolière et gazière utilise AUV pour la cartographie des fonds marins avant qu'ils ne commencent la construction d'infrastructures sous-marine, les pipelines et les complétions sous-marines peuvent être installés d'une manière plus rentable et avec un minimum de

perturbations pour l'environnement. Les compagnies de télécommunications sont eux aussi intéressées par les drones sous-marins pour la pose des câbles d'internet sous-marins basé sur les fibres-optiques. Sans oublier l'application de recherche et de l'exploitation des ressources énergétiques.

2. **Dans le domaine scientifique:** Les scientifiques utilisent l'AUV pour étudier les lacs, la mer, et le fond de l'océan. Une variété de capteurs peut être fixés sur l'AUV pour mesurer la concentration de divers éléments ou de composés, l'absorption ou la réflexion de la lumière, et la présence de la vie microscopique, la pollution de l'environnement sous-marin, la recherche des sources d'eau douce sous-marin.
3. **Dans l'environnement :** L'application des lois relatives aux restrictions de pêche ainsi que la protection de l'environnement maritime requiert la détection, l'identification, la poursuite et l'interdiction des bateaux suspects. Ces robots pourraient également contribuer à identifier les pollutions intentionnelles (dégazages). Les véhicules sous-marins équipés de capteurs biochimiques sont capables d'analyser les polluants et peuvent ainsi permettre l'identification des responsables par comparaison chimique des cuves des navires amarrés au port. L'engin peut également prélever des échantillons de glace à différentes profondeurs pour étudier l'historique du climat. Cette application demande au véhicule un positionnement relatif très précis, mais aussi des capacités à rester positionner en un point fixe en présence de perturbations fortes.

**1.3.2 Secteur militaire:** Une mission militaire typique pour un AUV est de cartographier une zone afin de déterminer s'il y a des mines, ou pour surveiller une zone protégée (comme un port) pour les nouveaux objets non identifiés. AUV sont également employées dans la guerre anti-sous-marine, pour aider à la détection des sous-marins habités.

En général, les applications militaires s'expriment dans les tâches suivantes:

- Cartographies détaillées pour l'espionnage.
- Détection et identification des mines sous-marines.
- Détection et identification des navires, des bâtiments marins et des sous-marins.
- Protection des ports militaires et des environnements portuaires
- Ecoute sonar passive (analyse du bruit émis par chaque cible).
- Écoute sonar active (analyse du coefficient de réflexion sonore de chaque cible).
- Inspection des coques de navires et des sous-marins habités.



## 1.4 Classification des véhicules sous-marins autonome

Dépendant de la profondeur d'immersion, les véhicules sous-marins autonomes peuvent être répertoriés en 2 classes. Nous parlerons alors d'AUVs côtiers et d'AUVs grands fonds. La structure, les dimensions et les caractéristiques des AUVs changent selon quelques centaines de mètres de profondeur. Cette "limite" de profondeur va séparer les véhicules grands fonds des véhicules côtiers [5].

### 1.4.1 Les AUVs grands fonds

Ces engins ont en général une grande autonomie énergétique, ils sont conçus pour explorer les profondeurs des océans, un poids et des dimensions importantes qui nécessitent une logistique assez lourde. On prend par exemple l'ASTERX AUV : longueur : 4.5 m, diamètre : 0.95 m, poids : 993 kg, profondeur : 3000 m, vitesse : 5 nœuds, Autonomie : 11h, (figure 1.8) [6].



*Figure 1.8 : AUVs grands fonds "ASTERX"*

### 14.2 Les AUVs côtiers

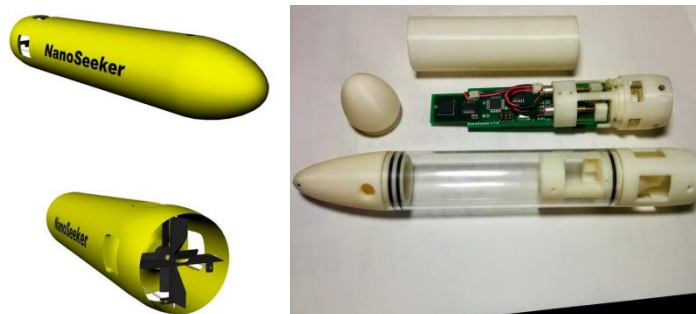
Ces véhicules sont réalisés avec l'objectif de réduire leur dimension, et par conséquent, la logistique nécessaire à leur mise en œuvre. Seule une personne suffit pour mettre le robot à l'eau. Ils sont également modulaires du point de vue capteurs. Ces véhicules, totalement autonomes, sont capables de déterminer leur position absolue et de naviguer vers un objectif spécifié. Ils sont l'outil indispensable pour les missions en eaux peu profondes. On

prend par exemple ECOMAPPER AUV : longueur : 1.52 m, diamètre : 0.14 m, poids : 27.2 kg, profondeur : 200 m, vitesse : 4 nœuds, Autonomie : 8 h, (figure 1.9) [5].



*Figure 1.9 : AUVs côtiers "ECOMAPPER"*

Un autre type d'AUV est le mini véhicule sous-marin autonome "Mini-AUV" sont des véhicules de petite taille. Exemple, les AUVs Nanoseeker (longueur: 0,15 m, diamètre: 0,02 m, poids: 0,3 kg, profondeur: 50 m, vitesse: 3 nœuds, Autonomie; 2 h) qui sont capables d'entrer et de naviguer dans des endroits où l'homme ne peut pas accéder, comme les grottes sous-marines (figure 1.10) [5].



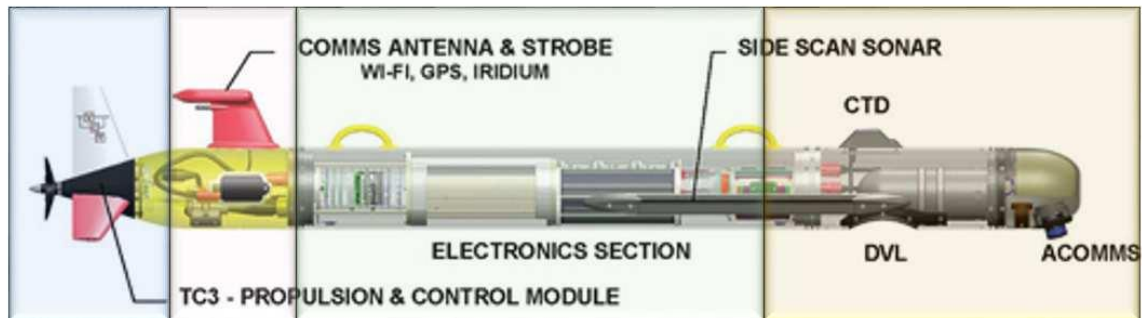
*Figure 1.10 : Le Mini AUV "NanoSooker"*

## 1.5 Description du robot sous-marin autonome

Dans cette partie, nous allons parler sur les caractéristiques des véhicules autonomes sous-marins. Généralement, ils sont de forme torpille qui les permet d'avoir une meilleure immersion dans l'eau, avec un ou deux propulseurs à l'arrière. Ils ont des actionneurs

(surfaces mobiles, propulseurs, etc.) qui vont leur permettre de plonger et de changer de cap. Nous pouvons décomposer le robot en quatre compartiments (figure 1.11) [7] :

- Compartiment de communication,
- Compartiment électronique,
- Compartiment des capteurs,
- Compartiment des actionneurs hydrodynamiques,



*Figure 1.11 : Description du robot sous-marin autonome*

### 1.5.1 Compartiment des capteurs

Le compartiment de capteurs de l'AUV est située majoritairement à l'avant du drone pour que ceux détectent les moindres détails. Ces capteurs sont scientifiquement de haute performance selon les besoins et par la nature de la mission confiée à la mise en œuvre. Nous allons citer maintenant les capteurs les plus importants qui sont utilisés dans les drones sous-marins:

- Un accéléromètre est un capteur qui, fixé à un mobile ou tout autre objet, permet de mesurer l'accélération linéaire de ce dernier. On parle d'accéléromètre même lorsqu'il s'agit en fait de 3 accéléromètres qui calculent les accélérations linéaires selon 3 axes orthogonaux.
- Un gyromètre est un instrument qui mesure une vitesse angulaire. Il est utilisé principalement dans les avions, les bateaux, les sous-marins pour déterminer sa vitesse et sa position.
- Un magnétomètre est un appareil qui sert à mesurer selon les cas l'intensité ou la direction d'un champ magnétique, ou l'aimantation d'un échantillon. Il repose sur un élément sensible au champ magnétique: le capteur de champ magnétique lorsqu'il est

associé à un dispositif électronique, permet d'extraire la mesure du champ magnétique. Il en existe différents types, basés sur des principes physiques différents. Les magnétomètres sont principalement utilisés dans le cadre d'études géologiques et la détection d'anomalies magnétiques ou d'objets ferreux. Ils peuvent ainsi avoir un usage militaire, en permettant la détection de sous-marins par exemple.

– Loch-Doppler : Le loch est un instrument de navigation maritime qui permet d'estimer la vitesse de déplacement d'un navire sur l'eau, soit sa vitesse relative en surface par rapport à la masse d'eau où il évolue. L'effet Doppler ou effet Doppler-Fizeau désigne le décalage de fréquence d'une onde (mécanique, acoustique, électromagnétique ou d'une autre nature) observé entre les mesures à l'émission et à la réception, lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps.

– Une CTD est une sonde mesurant la conductivité, la température et la profondeur (Conductivity Temperature Depth) de l'eau. C'est un instrument utilisé en océanographie physique.

– Un sonar (sound navigation and ranging) est un appareil utilisant les propriétés particulières de la propagation du son dans l'eau pour détecter et situer les objets sous l'eau. Son invention découle des travaux de Paul Langevin et de Constantin Chilowski au cours de la Première Guerre mondiale. Pour plus de précision l'AUV est doté de trois type de sonars pour le suivi de fond et l'évitement d'obstacles (un situé vers l'avant, un regardant à 45° vers le bas et un dernier dirigé vers le bas).

– Un capteur photographique est un composant électronique photosensible servant à convertir un rayonnement électromagnétique (UV, visible ou IR) en un signal électrique analogique. Ce signal est ensuite amplifié, puis numérisé par un convertisseur analogique-numérique et enfin traité pour obtenir une image numérique.

### **1.5.2 Compartiment électronique**

Le compartiment électronique est la partie principale du robot. Il est composé de deux étages. Le premier étage accueille la batterie d'alimentation, tandis que le second est composé de toutes les cartes électronique embarquées telle que les carte interface entre la partie commande et la partie puissance, la carte de commande à base de microprocesseur ou processeur, les cartes des capteurs, les cartes de puissances des moteurs, les cartes de communications, les cartes entrées/sorties et les cartes de conversion analogique/numérique et vice versa. Sans oublier les périphériques de sauvegarde des données

---

(EEPROM, carte mémoire, disque dure, etc.). Cette partie est évidemment étanche (figure 1.12) [7].

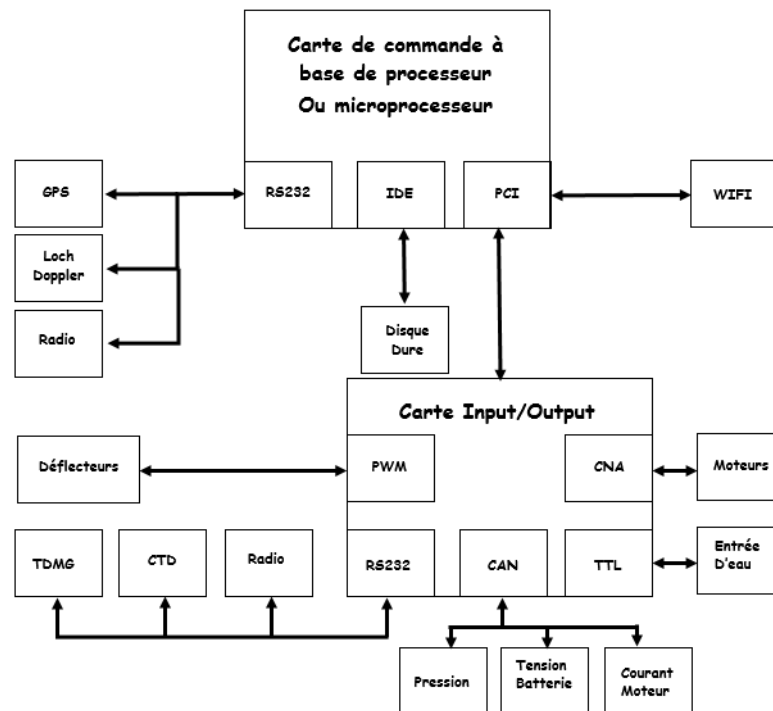


Figure 1.12 : Architecture matérielle

Les différentes connexions utilisées sont :

- RS-232 : bus de communication de type série " port série ".
- IDE (**I**ntegrated **D**evelopment **E**nvironment) : Environnements de développement intégré, est un ensemble d'outils pour augmenter la productivité des programmeurs qui développent des logiciels.
- PCI (**P**eripheral **C**omponent **I**nterconnect): est un standard de bus local (interne) permettant de connecter des cartes d'extension sur la carte mère d'un ordinateur.
- PWM (**P**ulse **W**idth **M**odulation): La modulation de largeur d'impulsions, est une technique couramment utilisée pour synthétiser des signaux continus à l'aide de circuits à fonctionnement tout ou rien, ou plus généralement à états discrets.
- TTL (**T**ime **T**o **L**ive) (" temps de vie " ou " durée de vie "), indique le temps pendant lequel une information doit être conservée, ou le temps pendant lequel une information doit être gardée en cache.
- CNA : Convertisseur numérique analogique et CAN : Convertisseur analogique numérique.

### 1.5.3 Compartiment de communication

La solution la plus simple pour la connexion des drones est de déployer une antenne radio électrique à la surface de l'eau et d'utiliser des techniques de communication traditionnelles car la connexion avec des drones sous l'eau pendant la plongée est très difficile techniquement, elle nécessite la mise en œuvre de techniques et d'équipements spécifiques. Comme les fréquences des ondes électromagnétiques couramment utilisées pour les conceptions ne peuvent pas traverser un conducteur électrique épais, comme l'eau salée par exemple. Le son se propage très bien dans l'eau si bien qu'avec un haut-parleur sous-marin et un hydrophone on peut envisager des communications d'une bonne portée. Ce mode de transmission s'intitule l'acoustique sous-marine (qui concerne aussi bien la détection que la transmission). Un drone sous-marin puisse communiquer et rester en contact avec la surface.

Les ondes radio à très basse fréquence (VLF) «entre 3 et 30 kHz» sont capables de pénétrer l'eau de mer jusqu'à une profondeur de vingt mètres. En conséquence, un sous-marin de plongée peu profonde peut communiquer en utilisant ces fréquences. Dans le cas de la plongée profonde, le drone peut utiliser une bouée avec une antenne qui sera déployée un peu sous la surface.

Une fois que le drone sous-marin atteint la surface peut utiliser les moyens de communication hertzienne classiques. Les drones sous-marins peuvent utiliser les réseaux HF, VHF et UHF en radio téléphonie ou en radio télétype. Lorsqu'ils sont disponibles, ils utiliseront préférentiellement les systèmes de communication par satellite car les communications classiques pourraient trahir leur présence, et même leur position par radiogoniométrie.

Au milieu de tout ce processus et de la multiplicité des méthodes de communication, il y a toujours un retard dans l'échange d'informations entre le robot et la station de communication. On va discuter et détailler concernant ce retard dans les chapitres suivants et comment on peut stabiliser le robot selon ça.

### 1.5.4 Compartiment des actionneurs hydrodynamiques

Le moteur hydrodynamique est un dispositif physique contrôlable qui peut travailler sur l'état de mouvement du véhicule.

Nous pouvons classer les moteurs hydrodynamiques en deux groupes.

Ceux qui agissent par modification des caractéristiques d'un écoulement préalablement existant.

**Surfaces mobiles** : Ils sont appelées aussi gouvernes, pour plus de détails sur ces actionneurs voir [8]. Toute surface en écoulement et en incidence par rapport à un fluide visqueux en mouvement est soumise à une force de portance orthogonale à la surface et une force de trainée parallèle à cette surface. Elles ont une faible consommation d'énergie, mais afin de pouvoir agir, elles ont besoin que le robot soit en mouvement. La figure suivante (figure 1.13) montre les surfaces mobiles.



*Figure 1.13 : Surfaces mobiles de l'AUV REMUS 6000.*

**2. Propulseurs** : Il existe une grande variété de propulseurs, on citera les suivants :

– **Les propulseurs à hélice** : Ils sont versatiles et très utilisés pour le déplacement des véhicules. Ils utilisent des pales fixes sur un arbre en rotation (figure 1.14) [9].



*Figure 1.14 : Propulseur à hélice*

– **Les propulseurs par aile battante** : Ils fonctionnent sur l'un des principes de propulsion les plus anciens au monde, utilisé en particulier par les poissons, une aile est soumise à un mouvement couplé alternatif de translation et de rotation, la figure 1.15 laisse voir ce

principe. Ces systèmes permettent d'obtenir une propulsion plus grande avec moins d'efforts. Quelques références bibliographiques de ces propulseurs sont [10].



*Figure 1.15 – Propulsion par aile battante*

Tous les actionneurs ont leurs propres caractéristiques et ils sont utilisés en fonction du travail particulier à réaliser. Par exemple les ROVs utilisent les propulseurs à hélice afin de réaliser des travaux de placement et de positionnement. Dans ce cas, il n'existe pas le problème énergétique du fait que l'énergie est fournie depuis la surface par un câble. Pour le cas des AUVs, plusieurs configurations sont possibles en fonction de leurs formes et de leurs applications.

## **1.6 Choix de l'architecture générale de l'AUV :**

Avant tout choix architectural, il faudrait fixer un cahier des charges à respecter, sans être exhaustif. Ces contraintes sont les suivantes :

- transportable par deux personnes,
- conception réaliste et facile,
- maintenance simple,
- vitesse de 1 à 8 nœuds, soit environ de 0.5 m/s à 4 m/s,
- autonomie de 5 à 10 heures,
- manœuvrable aux basses et hautes vitesses,

À l'aide des six contraintes, il est possible d'affiner certaines valeurs de notre étude. L'engin devant être transportable par deux personnes, la masse et les dimensions du drone doivent être restreintes. La masse est limitée à 80 kg et la plus grande longueur ne doit pas dépasser 2.5m. La vitesse et l'endurance sont dépendantes de la forme hydrodynamique du



drone et des batteries. La manœuvrabilité à basse vitesse engendre une étude précise des modes de propulsion et d'orientation de l'engin [2].

Comme le montre la figure 1.17, l'AUV peut être commandée soit par un agent de type guidage (pilotage automatique dans le cas général) ou bien encore, si cela est possible, par une commande de type manuel (joystick). Dans le cas autonome, des consignes de pilotage préalablement définies sont fournies au système de commande ainsi que des informations de retour provenant des différents capteurs présents sur l'AUV (figure 1.17). Les traitements de ces données vont générer des sorties de type consignes de poussée permettant d'obtenir les 6 degrés de liberté du véhicule nécessaires à son évolution en trois dimensions. Le système de commande active, en fonction des consignes de pilotage qu'il reçoit, les algorithmes d'asservissement adaptés au besoin et assurant le respect des contraintes imposées par le cahier des charges. Les consignes de poussée sont prises en compte par le répartiteur de poussée afin de définir la commande unitaire associée à chaque propulseur [11].

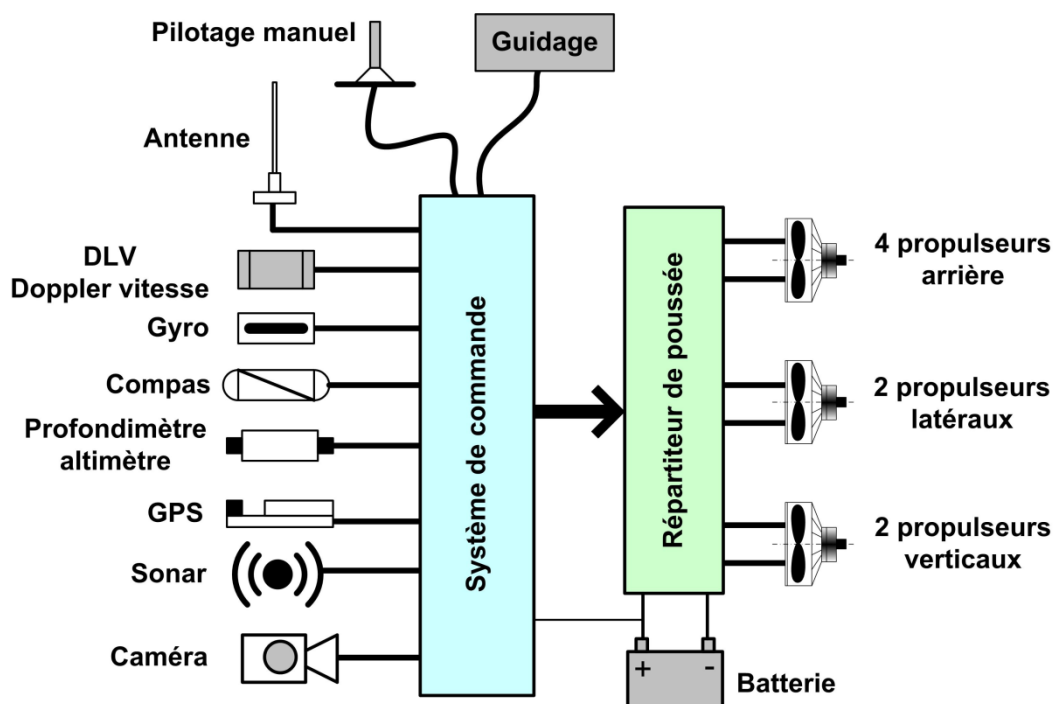


Figure 1.16 – Architecture générale de la commande de l'AUV

Afin de maîtriser le comportement d'un véhicule sous-marin en phase de plongée, on doit être capable de faire varier sa flottabilité. La flottabilité d'un corps en immersion représente la différence entre la poussée d'archimède et l'action de pesanteur. La

flottabilité (notée  $\phi$ ) dépend donc de la masse du corps (notée  $m$ ), de son volume (noté  $V$ ) et de la masse volumique de l'eau (notée  $\rho$ ). On définit donc:  $\phi = \rho V - m$ .

## 1.7 Structure de la navigation d'un véhicule sous-marin

Un système marin tel que le véhicule marin est également construit sur la base de trois blocs indépendants s'appelant en terminologie marine GNC qui sont le système de guidage, le système de navigation et le bloc commande. Les blocs GNC représentent trois systèmes interconnectés :

- Le système de guidage.
- Le système de navigation.
- Le système de contrôle.

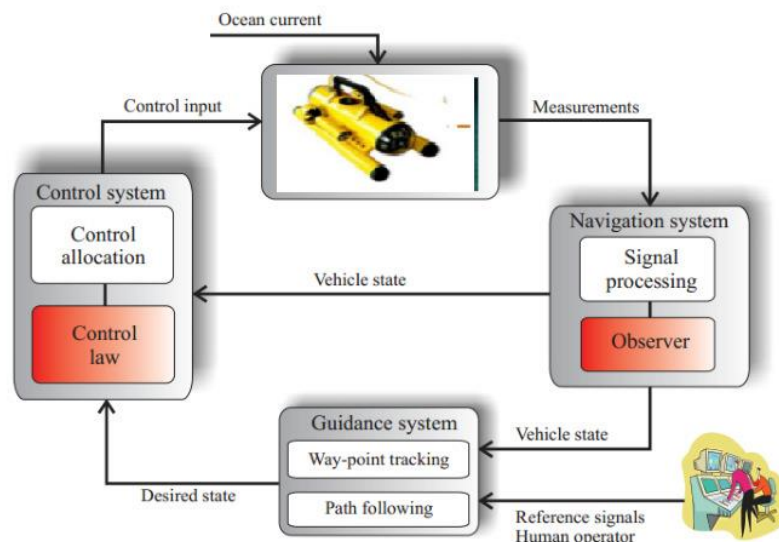


Figure 1.17 – La structure GNC pour un système marin

**1.7.1 Système de guidage :** Ce bloc est pour fournir les informations nécessaires pour la commande du système, à savoir : les signaux de référence, (la position désirée du véhicule, la vitesse et l'accélération). Ces informations sont introduites par un opérateur humain.

**1.7.2 Système de navigation :** Ce bloc est essentiel pour la commande et la navigation du véhicule marin, destiné à estimer la position, l'orientation et la distance effectuée par le véhicule durant la manœuvre. Dans plusieurs cas, le système de navigation est chargé d'estimer les vitesses du véhicule. L'estimateur permettant de reconstruire les états non mesurables du véhicule marin est appelé observateur.

**1.7.3 Système du contrôle :** Ce bloc lui-même est composé de deux sous-blocs, à savoir, la loi de commande et le contrôle de puissance, son rôle est de déterminer la commande en force et en moment nécessaires afin de satisfaire un certain objectif. Le sous-bloc de commande consiste à fournir des forces et des moments généralisés, tandis que le sous-bloc de contrôle d'allocation consiste à distribuer ces forces généralisés aux différents actionneurs d'une façon optimale.

## 1.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné des généralités sur les véhicules sous-marins. Nous avons commencé par un bref historique, ainsi que leurs applications de l'environnement, nous avons parlé aussi de la classification des robots AUV et à la fin nous avons fourni une description des robots AUV.

Après avoir présenté les différentes parties d'un robot sous-marin autonome. Nous avons conclu par le principe de la commande des robots AUV selon l'architecture externe et interne de ce dernier.

***Chapitre II :***  
***Modélisation du robot***  
***sous-marin autonome***  
***AUV***

## 2.1 Introduction :

La modélisation de l'AUV nécessite la mise en place des différentes variables décrivant la position de l'engin dans son espace sous-marin. Les notions telles que le repère local, repère global, centre de masse, centre de flottabilité, etc. seront définies pour faciliter la mise en état de la cinématique et de la dynamique du sous-marin. La première met en exergue la relation entre les forces et les variables généralisées et la seconde se base sur une étude énergétique, par conséquent, nécessite le calcul de l'énergie mécanique du système. L'approche Newtonienne est montrée efficace dans le calcul des forces intermédiaires et celle de Lagrange dans l'identification paramétrique, car, les énergies sont indépendantes des accélérations généralisées. Nous allons faire appel à une description newtonienne pour mieux mettre en avant les différentes forces et moments mises en jeu, ainsi que l'impact de l'architecture sur la représentation du modèle. Les forces et les moments permettant d'établir les mouvements du AUV sont d'origines diverses et variées. Elles seront décrites et détaillées tout au long de ce chapitre. La description de la dynamique d'un corps indéformable, les forces de propulsion, la notion de masses ajoutées et les paramètres hydrodynamiques sera détaillée dans cette partie de ce chapitre, on propose une méthode géométrique pour l'identification des paramètres dynamiques et des masses ajoutées [18].

## 2.2 Modélisation générale de l'AUV

La modélisation nécessite l'étape de définir des référentiels par rapport auxquels on décrira l'évolution de l'engin. Pour établir les équations décrivant le mouvement d'un robot sous-marin dans l'espace euclidien à trois dimensions, on utilise deux repères [7]. Le premier est le repère inertiel global  $R_0 = (O, X_0, Y_0, Z_0)$  de référence. Ce repère global  $R_0$  étant lié à la terre, sera considéré comme Galiléen et il est orienté comme suit (voir figure 2.1)

$X_0$ : Axe longitudinal confondu avec le nord géographique.

$Y_0$ : Axe transversal orienté vers l'est.

$Z_0$ : Axe normal dirigé vers le bas (fond sous-marin),

$O$  sera choisie arbitrairement et pourra être par exemple la position initiale du AUV.

Ensuite un repère local, ayant comme origine C le centre de flottabilité de l'AUV est défini à savoir :

-Le repère lié à l'AUV,  $R_v = (C, X_v, Y_v, Z_v)$ , appelé aussi repère mobile (voir figure 2.1),

$X_v$ : Axe longitudinal orienté de l'arrière vers l'avant de l'engin,

$Y_v$ : Axe transversal orienté vers tribord,

$Z_v$ : Axe normal dirigé du haut vers le bas (fond sous-marin),

Le choix du point d'origine C de ce repère est stratégique. La SNAME [Society of Naval Architects and Marine Engineers] propose une méthode pour choisir son emplacement en fonction des caractéristiques géométriques de l'engin [12-13].

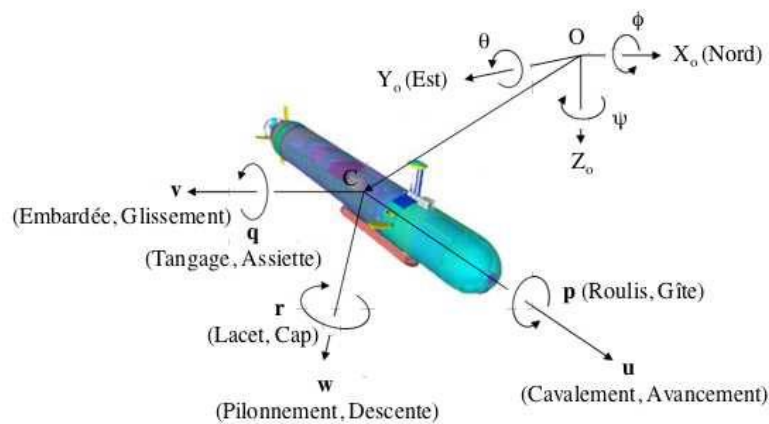


Figure 2.1 – Repères fixes et inertiel, Variables d'état

Pour décrire le comportement du véhicule, on utilisera un vecteur d'état à 12 variables  $\begin{bmatrix} \eta(6) \\ V(6) \end{bmatrix}$  où :  $\eta$  est le vecteur de position

$$\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$$

avec :  $\eta_1 = [x, y, z]^T$  est le vecteur inclus les trois composantes de position.

$\eta_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$  est le vecteur inclus les trois composantes d'orientation.

$V$  : est le vecteur de vitesse

$$V = [u, v, w, p, q, r]^T$$

avec :  $V_1 = [u, v, w]^T$  est le vecteur des vitesses linéaires.

$V_2 = [p, q, r]^T$  est le vecteur des vitesses angulaires.

$V$  est la dérivée première de vecteur  $\eta$  au changement de repère près. Le tableau suivant résume les paramètres du système.

	Position angle	Vitesse linéaire et angulaire	Forces et moments
Coordonnées	North-East Dawn France	Body-France	Body-France
Avance	$x$	$u$	$X$
Dérivé	$y$	$v$	$Y$
Descente	$z$	$w$	$Z$
Roulis	$\phi$	$p$	$K$
Tangage	$\theta$	$q$	$M$
Lacet	$\psi$	$r$	$N$

Tableau 2.1 – Formulation de Fossen.

$\zeta$  est le vecteur force ou :  $\zeta = [X, Y, Z, K, M, N]^T$

avec :  $\zeta_1 = [X, Y, Z]^T$  est le vecteur de forces.

$\zeta_2 = [K, M, N]^T$  est le vecteur de moments.

Donc, on sépare l'analyse en deux parties pour décrire le comportement du système :

\* Cinématique (aspect géométrique du mouvement).

\* Dynamique (effets des forces et des moments sur des mouvements).

### 2.2.1 Étude cinématique:

La cinématique de l'AUV peut s'exprimer de la manière suivante :

$$J_c(\eta_1) = \begin{pmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(\eta_2)0_{3*3} \\ 0_{3*3}T(\eta_2) \end{pmatrix}$$

où :  $T(\eta_2)$  est la transformation des vitesses angulaires.

et  $R(\eta_2)$  est la transformation des vitesses linéaire.

On passe de  $R_0$  à  $R_v$  par trois rotations successives, voir figure 2.3 :

– Rotation  $\psi$  autour de  $O_{z_0}$ , angle de lacet (cap), voir figure 2.3 (a).

- Rotation  $\theta$  autour de  $O_{y_0}$ , angle de tangage (assiette), voir figure 2.3 (b).
- Rotation  $\phi$  autour de  $O_{x_0}$ , angle de roulis (gite), voir figure 2.3 (c).

**a) Transformation des vitesses angulaires**

Les vitesses angulaires dans les différents repères sont liées par la relation [5]:

$$\dot{\eta}_2 = T(\eta_2)V_2$$

$$T(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi t\theta & \cos\phi t\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix}; \theta \neq \frac{\pi}{2} \pm k\pi \quad (2.1)$$

**b) Transformation des vitesses linéaires**

La trajectoire du robot dans le référentiel inertiel lié à la terre est donnée par la relation cinématique suivante:

$$\dot{\eta}_1 = R(\eta_2)V_1$$

où  $R(\eta_2)$  est la matrice de passage de  $R_0$  à  $R_v$ , c'est une matrice de rotation orthogonale, de déterminant unité et ayant pour inverse sa transposée.

D'après les angles d'Euler :

$$R(\eta_2) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

Donc:

$$R(\eta_2) = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\theta & -\sin\psi \cos\phi + \cos\psi \sin\theta \sin\phi & \sin\psi \sin\phi + \cos\psi \cos\phi \sin\theta \\ \sin\psi \cos\theta & \cos\psi \cos\phi + \sin\phi \sin\theta \sin\psi & -\cos\psi \sin\phi + \sin\theta \sin\psi \cos\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta \sin\phi & \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

**Remarque:**

Cette représentation a une singularité pour l'angle de tangage  $\theta = \pm 90^\circ$ . Si le lecteur désire plus de détails concernant l'obtention des matrices de transformation  $R(\eta_2)$  et  $T(\eta_2)$ , il pourra se référer à [12].



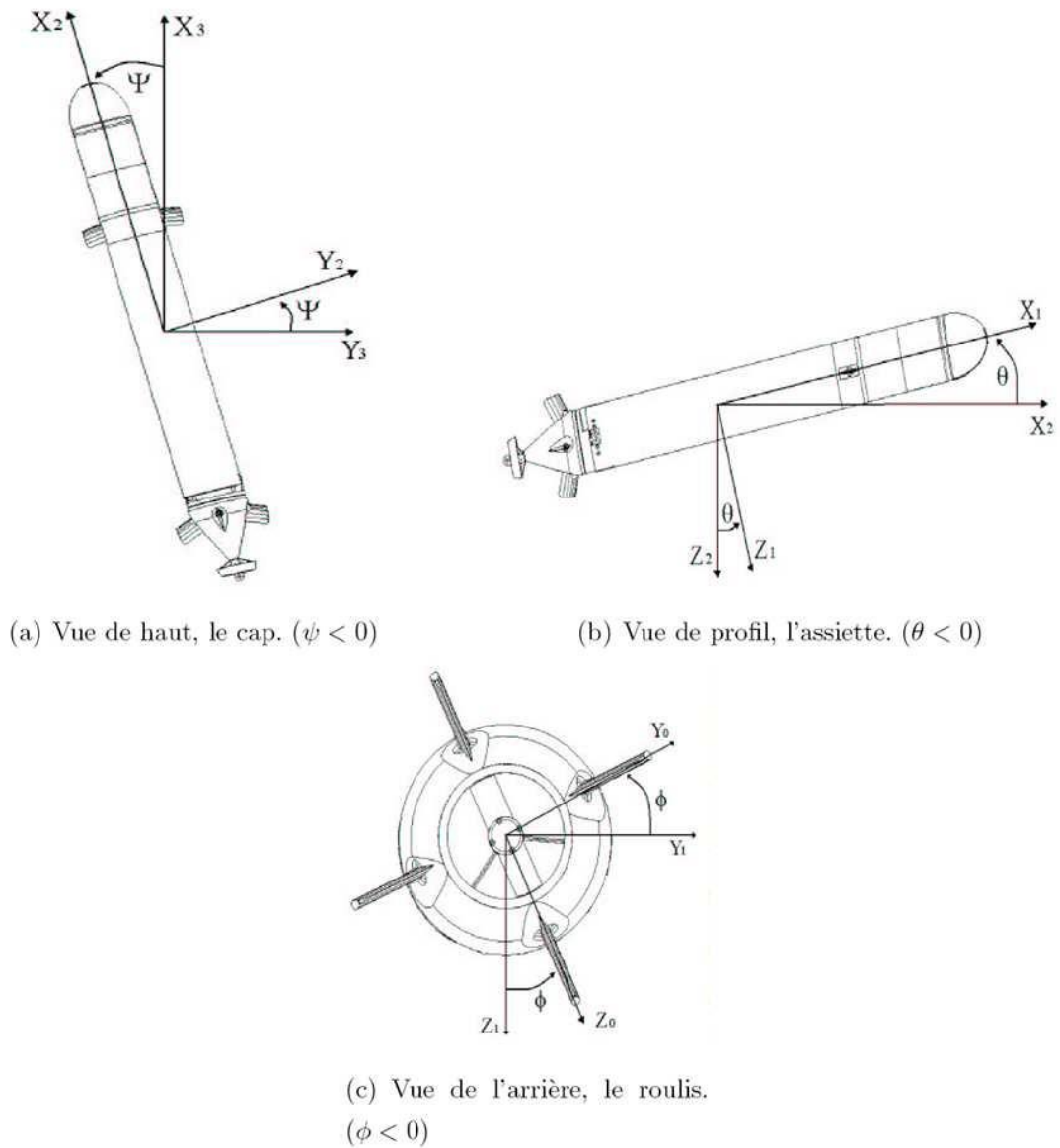


Figure 2.2– Définition des angles de rotation

### 2.2.2 Etude dynamique :

La dynamique d'un véhicule sous-marin consiste dans l'étude des mouvements engendré par les effets de certaines actions de contrôles comme l'orientation de gouvernes, ou extérieur comme l'action de la houle lorsqu'il navigue au voisinage de la surface ou encore les courants marins.

Les équations générales du mouvement d'un solide indéformable à 6 ddl traduisent les mouvements de translations et de rotation de ce solide. Elles sont basées sur le formalisme de Newton et Lagrange.

- Soit G le centre de gravité du véhicule de coordonnées :

$\vec{CG} = [x_G, y_G, z_G]^T$  dans le repère véhicule, m la masse du véhicule,  $\zeta = [X, Y, Z, K, M, N]^T$  est le vecteur de forces et les moments qui s'appliquent sur le véhicule, respectivement ; c.à.d.  $\zeta_1 = [X, Y, Z]^T$   $\zeta_2 = [K, M, N]^T$ .

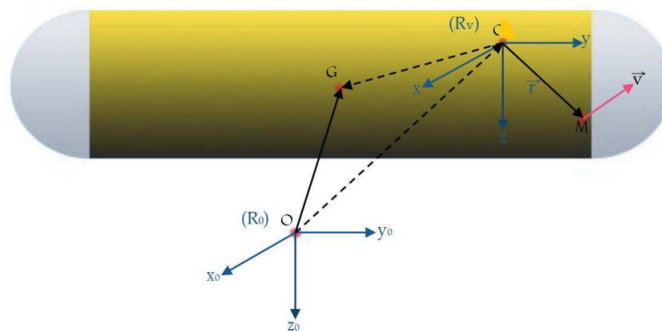


Figure 2.3– Diagramme du corps rigide de l'AUV

On obtient deux séries d'équation [7] et [14]:

**a) Equation des forces :**

La relation fondamentale liant l'accélération et la force en G peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\zeta_1 = [X, Y, Z]^T = \sum F = m * \gamma \tag{2.3}$$

On peut écrire le vecteur  $\vec{OG} = \gamma$  comme suit :

$$\vec{OG} = \vec{OC} + \vec{CG} \tag{2.4}$$

Pour obtenir de la vitesse du centre de gravité on dérive par rapport au temps l'équation (2.4) :

$$\frac{d}{dt} (\vec{OG}) R_0 = \left( \frac{d}{dt} \vec{OC} \right) R_0 + \left( \frac{d}{dt} \vec{CG} \right) R_0 \tag{2.5}$$

ou:

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{CG})R_0 = \left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{CG}\right)R_v + \vec{\Omega}\Lambda(\overrightarrow{CG})R_0 \quad (2.6)$$

Avec  $\vec{\Omega} \triangleq \vec{\Omega}_{R_v/R_0}$  exprime les vitesses de rotation du repère  $R_v(O_1, X, Y, Z)$  par rapport à  $R_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$  et  $\Lambda$  désigne le produit vectoriel. Vu que le corps est indéformable la dérivée du vecteur  $\overrightarrow{CG}$  est nulle[5].

En remplaçant (2.6) dans l'équation (2.5) on a :

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{OG})R_0 = \left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_0 + \vec{\Omega}\Lambda(\overrightarrow{CG})R_0 \quad (2.7)$$

Après la dérivation de cette dernière ainsi que l'utilisation de l'équation (2.6), on obtient :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OG}\right)R_0 = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_0 + \left(\frac{d}{dt}\vec{\Omega}\right)R_0\Lambda(\overrightarrow{CG}) + \vec{\Omega}\Lambda\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{CG}\right)R_0 \quad (2.8)$$

On calcule  $\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_0$  :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_0 = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_v + \vec{\Omega}\Lambda\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_0 \quad (2.9)$$

Le vecteur d'accélération du centre de gravité est donné par :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OG}\right)R_0 = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_v + \vec{\Omega}\Lambda\left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC}\right)R_0 + \vec{\Omega}\Lambda\overrightarrow{CG} + \vec{\Omega}\Lambda(\vec{\Omega}\Lambda\overrightarrow{CG}) \quad (2.10)$$

On met :  $\frac{d}{dt}\overrightarrow{OC} = V_1$  et  $\vec{\Omega} = V_2$  et on remplace l'équation (2.10) dans l'équation (2.3) on trouve :

$$\zeta_1 = m * [\dot{V}_1 + V_2\Lambda V_1 + \dot{V}_2\Lambda\overrightarrow{CG} + V_2\Lambda(\dot{V}_2\Lambda\overrightarrow{CG})] \quad (2.11)$$

avec  $\Lambda$  : désigne produit vectoriel

### b) Equation des moments:

Soit  $I_0$  la matrice d'inertie du véhicule définie par :

$$I_0 = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$I_{ii}$  Étant les moments d'inertie et le  $I_{ij}$  les produits d'inertie

La dynamique en rotation d'un corps rigide s'écrit :

$$\zeta_2 = [K, M, N]^T = \sum M = I * \alpha^2 \quad (2.12)$$

en utilisant l'équation (2.12) et la définition (2.4), on obtient :

$$= I_0 \dot{V}_2 + V_2 \Lambda(I_0 V_2) + m \overline{CG} \Lambda(\dot{V}_1 + (V_2 \Lambda V_1)) \quad (2.13)$$

Si on développe les équations (2.11) et (2.13) on obtient:

$$X = m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})]$$

$$Y = m[\dot{v} - wp + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})]$$

$$Z = m[\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p})]$$

$$K = I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\ + m[yg(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)]$$

$$M = I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp - (\dot{p} + qr)I_{zy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\ + m[zg(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)]$$

$$N = I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} \\ + m[xg(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)]$$

On peut met cet ensemble d'équations sous une forme matricielle et devient :

$$\zeta = M_{rb}\dot{v} + C_{rb}v$$

Ou :  $M_{rb}$  est la matrice d'inertie du système définit positive :

$$M_{rb} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -my_g & mx_g & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Et :  $C_{rb}$  est la matrice des forces de Coriolis et centrifuges, antisymétrique :

$$C_{rb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m(y_g q + z_g r) & -m(x_g q - w) & -m(x_g r + v) \\ 0 & 0 & 0 & -m(y_g p + w) & m(z_g r + x_g p) & -m(y_g r - u) \\ 0 & 0 & 0 & -m(z_g p - v) & -m(z_g q + u) & m(x_g p + y_g q) \\ -m(y_g q + z_g r) & m(y_g p + x_w) & m(x_g p - v) & 0 & -I_{yz} q - I_{xz} p + I_{zz} r & I_{yz} r + I_{xy} p - I_{yy} q \\ m(y_g q - w) & -m(z_g r + x_g p) & m(y_g q + u) & I_{yz} q + I_{xz} p - I_{zz} r & 0 & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_{xx} p \\ m(z_g r + v) & m(y_g r - u) & -m(x_g p + y_g q) & -I_{yz} r - I_{xy} p + I_{yy} q & -I_{xz} r + I_{xy} q - I_{xx} p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

**Remarque :**

\* La quasi-totalité des véhicules sous-marins présentent une symétrie par rapport à leur plan vertical conduisant aux simplifications numériques suivantes:  $I_{xy} = I_{yz} = 0$ .

\* On peut décomposer le vecteur des forces et moments ( $\tau$ ) de la façon suivante :

$$\tau = \tau_h + \tau_g + \tau_u + \tau_p$$

où :

$\tau_h$  : regroupe les forces et moments hydrodynamique.

$\tau_g$  : estle vecteur des forces et moments dus à l’action de la gravité et de la flottabilité.

$\tau_u$  : est le vecteur des forces et moments générés par les actionneurs du véhicule.

$\tau_p$  : regroupe les forces et moments résultant des perturbations dus à l’environnement (courant marin, houle).

Les forces de traînées sont des forces qui s’exercent sur un solide en mouvement relatif par rapport au fluide.

Les forces d’amortissements linéaires sont des forces qui s’exercent sur un solide en mouvement relatif par rapport au fluide, ils sont aussi générés par un transfert d’énergie entre le fluide et le corps immergé, leur point d’application est le centre de flottabilité du corps.

**2.3 Le modèle réduit de l’AUV (modèle mathématique) :**

Pour le modèle réduit d’un robot sous-marin on distingue deux modèles ; le modèle en immersion et le modèle en cap. Dans notre travail, nous étudions le robot sous-marin

autonome AUV en immersion. Donc, on parle un peu sur le modèle en cap et on va détailler seulement le modèle en immersion.

### 2.3.1 Le modèle en cap :

Si nous envisageons uniquement un déplacement du robot dans le plan horizontal atangage nul, nous avons alors seulement besoin de considérer les variables suivantes :

- $(x, y)$  : La position du véhicule,
- $\psi$  : Son angle de lacet,
- $u$  : sa vitesse d'avancement,
- $v$  : Sa vitesse de glissement et enfin,
- $r$  : Sa vitesse de lacet.

Nous supposons nulles les vitesses de descente, roulis et tangage  $(w, p, q)$  et nous ne considérons pas les variables ne faisant pas partie du plan horizontal. Avec ces supposition, les 12 éléments du vecteur d'état du système sont simplifiés aux composantes suivantes :  $u, v, r$  et  $\psi$ .

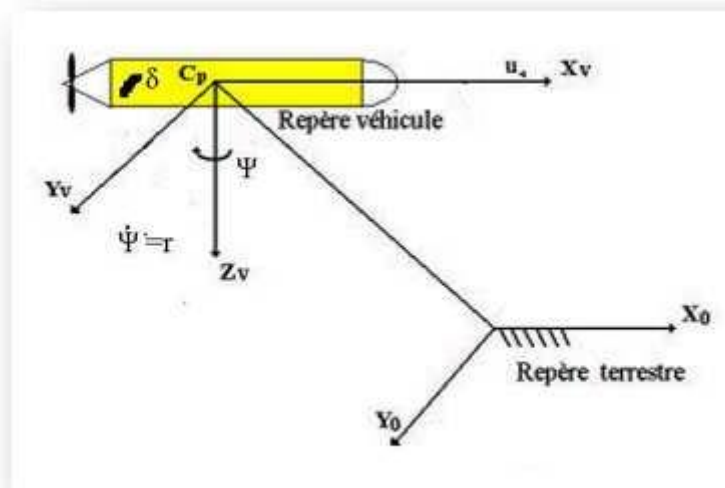


Figure 2.4– Diagramme en cap du robot sous-marin autonome

En considérant que la position  $x$  et  $y$  est découplée du système et que la vitesse linéaire  $v$  (m/s) est constante. Le vecteur d'état devient  $Y = [u, r, \psi]^T$ .

### 2.3.2 Le modèle en immersion :

Nous procédons de la même manière que pour le modèle en cap. Si nous considérons uniquement la dynamique découplée du robot dans le plan de la plongée, nous avons seulement besoin de considérer les variables suivantes [14] :

- $x$  : la position du véhicule.
- $z$  : sa profondeur.
- $\theta$  : son angle de tangage.
- $u$  : sa vitesse d'avancement.
- $w$  : sa vitesse de descente.
- $q$  : sa vitesse de tangage.

Nous supposons nulles les vitesses de glissement, lacet (cap) et roulis ( $u, r, p$ ) et nous négligeons les autres variables ne faisant pas partie du plan de plongée. Avec ces suppositions, les 12 éléments du vecteur d'état du système sont simplifiés aux composantes suivantes :  $u, q, z, \theta$ .

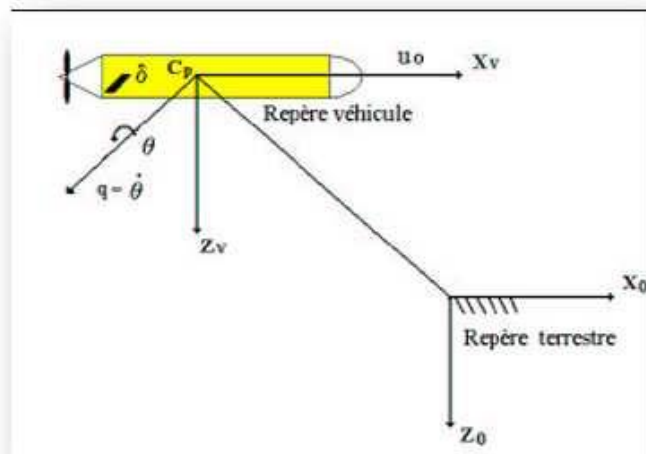


Figure 2.5 – Diagramme en plongée du robot sous-marin autonome

En considérant que, la position  $x$  est découplée du système et que la vitesse linéaire  $u$  ( $m/s$ ) est constante (soit  $\dot{u}=0$ ). Le vecteur d'état  $x = [z, \theta, q]^T$ . Avec cette considération, il d'obtenir un modèle en plongée d'ordre trois donc, le modèle mathématique du système de contrôle de profondeur peut être simplifié dans trois équations comme suite [15]:

### 2.3.2.1 Equation dumouvement :

$$m[\dot{w} - uq - x_G \dot{q} - z_G q^2] = z_q \dot{q} + z_w \dot{w} + z_{uq} uq + z_{uw} uw + (W - B_0) \cos(\theta) + z_{uu} u^2 \delta_p \quad (2.16)$$

### 2.3.2.2 Equation de hauteur :

$$I_{yy} + m[x_G(uq - \dot{w}) + z_G wq] = M_q \dot{q} + M_w \dot{w} + M_{uq} uq + M_{uw} uw - (x_G W - x_f B_0) \cos(\theta) - (z_G W - z_f B_0) \sin(\theta) + M_{uu} u^2 \delta_p \quad (2.17)$$

### 2.3.2.3 Equation de tangage et de profondeur :

$$\begin{cases} \dot{z} = w \cos(\theta) - u \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = q \end{cases} \quad (2.18)$$

avec  $(x_G, y_G, z_G)$  et  $(x_f, y_f, z_f)$  sont respectivement le centre de gravité et le centre de flottabilité et  $I_{yy}, z\{\cdot\}$  et  $M\{\cdot\}$  sont les paramètres constants de l'AUV .

$W$  est la force de pesanteur et on le modélise comme suivant :

$$W = mg \quad (2.19)$$

Où  $m$  est la masse.

$B_0$  est la force de poussée d'Archimède dû à la présence d'un solide immergé dans un fluide et elle donnée par :

$$B_0 = \rho V_{fl} g \quad (2.20)$$

Où  $\rho$  est la densité de fluide.

$V_{fl}$ : Le volume de fluide déplacé, ou volume de solide  $V_{fl} = \frac{\pi}{2} (2r)^2 l$

$r$  : Rayon de solide

$l$ : Longueur de solide

$g$  : L'accélération gravitationnelle

et  $\delta_p$  est l'angle de braquage de gouverne.

En tenant en compte :  $z_e = z_d - zy$

avec :



$z_d$  est la profondeur désirée et  $z_e$  est l'erreur de profondeur.

On obtient :

$$\dot{z}_e = \frac{d(z_d - z)}{dt} = -\dot{z} = -w \cos(\theta) + u \sin(\theta) \quad (2.21)$$

Supposant que :

- $\sin(\theta) = \theta$ ,  $\cos(\theta) = 1$
- $(x_G, y_G, z_G) = (x_f, y_f, z_f) = 0$
- La vitesse d'ascension ou de descente  $w$  a peu d'impact sur le contrôle de la profondeur.

À partir des équations et hypothèses ci-dessus, nous pouvons résumer le modèle mathématique du système de contrôle de la profondeur comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_e = u(t)\theta(t) \\ \dot{\theta}(t) = \theta(t) \\ \dot{q}(t) = a(t)q(t) + b(t)\delta_p(t) \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\text{Avec : } a(t) = \frac{M_{uq}u(t)}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} \text{ et } b(t) = \frac{M_{uu}u^2(t)}{I_{yy} - M_{\dot{q}}}$$

La représentation d'état de véhicule sous-marin autonome est de la forme:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)\delta_p(t) \quad (2.23)$$

Donc, nous pouvons écrire le modèle mathématique du système de contrôle de la profondeur (2.22) sous forme matricielle comme suite :

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & u(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a(t) \end{bmatrix}, B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(t) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

## 2.4 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons détaillé la modélisation de comportement de notre robot sous-marin autonome AUV. La modélisation a été composée en deux parties différentes : la première concernant la modélisation cinématique, qui traite des aspects géométrique du mouvement. La deuxième concernant la modélisation dynamique, qui analyse l'effet des forces et des moments qui génèrent le mouvement. Nous avons donné

par la suite le modèle mathématique en immersion du Robot sous-marin autonome. Nous avons pu constater que ce modèle est non-linéaire, complexe et les paramètres sont couplés entre eux.

***Chapitre III :***  
***Représentation flou***  
***de type T-S des***  
***systemes non linéaire***  
***à retard***

### **3.1 Introduction**

D'un point de vue pragmatique, tous les systèmes physiques comportent des retards, même s'ils peuvent éventuellement être négligés face aux autres dynamiques du système. Et même si l'un d'entre eux ne contient pas de retards intrinsèques, mais bien souvent ces retards apparaissent dans la boucle de commande. L'existence du retard devient généralement la source de l'instabilité et de la détérioration des performances des systèmes. Les systèmes non linéaires à retard sont décrits par des équations différentielles dont l'évolution, dépend non seulement de la valeur courante de leurs variables d'état à l'instant présent, mais aussi d'une partie de leurs valeurs passées (contrairement aux systèmes ordinaires).

Les notions de stabilité et de performance des systèmes à retards se révèlent très complexe à cause d'une part et de la non-linéarité du système et la présence du retards d'autre part. Pour réduire la complexité d'étude, des travaux récents sur la stabilisation des systèmes non linéaires avec retard basés sur modèle de type T-S ont été publiés.

Les modèles Takagi-Sugeno (TS) permettent de représenter de manière précise un système non linéaire par une structure simple en se basant sur des modèles linéaires interpolés entre eux par des fonctions non linéaires positives et bornées. Leur structure particulière permet l'extension de certains résultats obtenus dans le cadre des systèmes linéaires. C'est la raison pour laquelle de nombreux travaux ont été basés sur cette représentation dans l'étude de la stabilité et de la stabilisation des systèmes non linéaires à retard.

Ce chapitre a pour objet de présenter les modèles flous de type Takagi-Sugeno standard [16]. On donne leurs définitions et nous présentons les différentes techniques de les obtenir à partir d'un modèle non linéaire. On conclut le chapitre par la représentation T-S d'un robot sous-marin autonome AUV avec retard.

### **3.2 Représentation du système à retard**

On définit le retard comme étant la durée temporelle entre l'instant d'application d'une action sur le système et l'instant de sa réaction. Cependant, les systèmes à retard (appelés également systèmes avec mémoires ou systèmes héréditaires ou encore à arguments différés), sont des systèmes que nous pouvons les décrire par des équations

différentielles dont leurs évolutions dépendent non seulement de la valeur de l'état  $x(t)$  à l'instant présent  $t$  mais dépendent en plus des valeurs passées (histoires)  $\tau < t$  de l'état  $x(t - \tau)$ , où de la commande  $u(t - \tau)$ , ou  $\tau > 0$ , prises sur un certain horizon [7].

Du point de vue pratique, nous constatons que la majorité des processus physiques engendrent naturellement des retards non négligeables, qui peuvent avoir plusieurs origines. Le retard peut être attribué aux temps de transmission des informations ou aux temps de transferts des matières du processus lui-même. Bien souvent, il apparaît dans la boucle de commande et peut être attribué soit au temps de réaction des capteurs (ou des actionneurs), soit au temps nécessaire pour les calculs des commandes qui sont réalisés par des calculateurs numériques. La figure 3.1 illustre les lieux d'apparition du retard dans la boucle d'asservissement (ou régulation) d'un processus physique.

En effet, dans la modélisation des systèmes dynamiques, les temps de retard peuvent être négligés, mais lorsque leurs tailles deviennent significatives au regard des performances (en boucle ouverte ou en boucle fermée) de ces systèmes, ils doivent être nécessairement pris en considération lors de l'analyse de la stabilité, stabilisation et la commande.

De plus, la commande des systèmes à retard est souvent considérée comme l'un des problèmes les plus difficiles rencontrés en automatique en raison de la difficulté de la représentation des systèmes réels à retard, avec une précision suffisante et un modèle de structure simple. Aussi, la présence du retard a une influence considérable sur le comportement des systèmes, et peut être souvent à l'origine des dégradations de leurs performances (source d'instabilité ou oscillations indésirables). D'où la nécessité de développer la théorie des systèmes à retard et d'étendre l'étude de la commande et de la stabilité aux systèmes à retard.

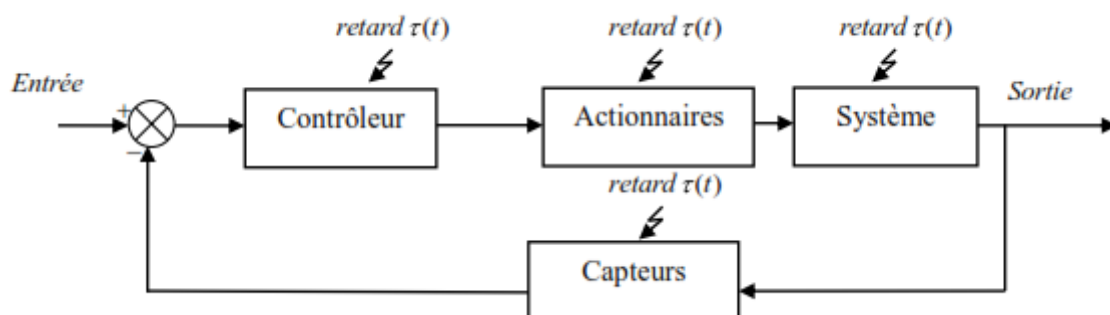


Figure 3.1 \_ Provenance des retards dans une boucle d'asservissement.

### 3.2.1 Exemple de systèmes à retard :

Beaucoup d'installations et dispositifs industriels pratiques possèdent des retards qui ne peuvent pas être ignorés, nous présentons dans cette section des exemples de quelques systèmes physiques de second ordre à retard [17].

**Grue :** [18] Les grues portiques peuvent soulever plusieurs centaines de tonnes et peuvent avoir des envergures de plus de 50 mètres. Pour les applications de chargement et de transfert, il est important que la grue déplace les charges utiles rapidement et facilement.

Si le portique se déplace rapidement, la charge utile peut commencer à balancer, et il est possible que le grutier perde le contrôle. Plusieurs auteurs [Masoud, 03, 05] proposent une commande par retour de sortie retardée qui a pour but de réduire de manière significative le balancement à la fin du mouvement.

Le modèle du pendule de la grue est donné par :

$$\ddot{y}(t) + \varepsilon \dot{y}(t) + \sin(y(t)) = -k \cos(y(t)) [y(t - \tau) - y(t)]$$

Où  $y$  représente l'angle que forme le pendule avec la verticale. L'effet du retard apparaît dans le coefficient d'atténuation représenté au second membre de l'équation.



Figure 3.2 \_ Grue [Ernuex, 09]

**Echangeur :** [19] On considère l'échangeur de chaleur de figure 3.3, le but est de contrôler la température  $T_s$  de l'eau à l'aide de la valve  $V_1$  qui manipule le flux d'entrée ( $F_e$ ). La température de vapeur ( $T_{vs}$ ) et le flux de vapeur ( $F_v$ ) dans l'échangeur sont maintenus à un point de fonctionnement défini par un contrôleur indépendant.

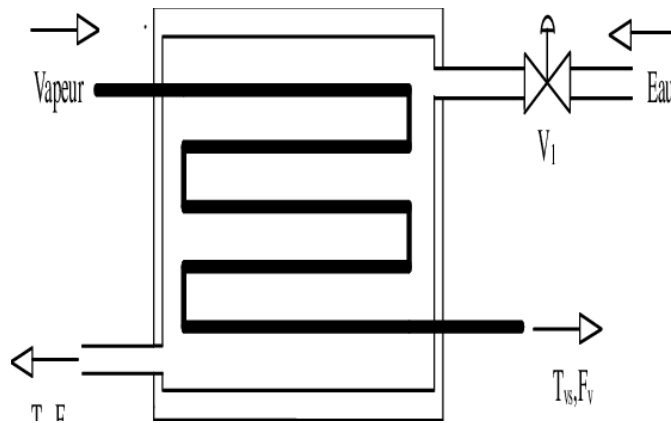


Figure 3.3\_Échangeur de chaleur de vapeur-eau [Normey-Rico, 07]

Dans ce système,  $T_s$  est la sortie de processus,  $V_1$  est la variable de commande alors que  $T_{ve}$  et  $F_v$  sont des perturbations. Le comportement de ce processus autour du point de fonctionnement peut être représenté par :

$$\frac{T_s(s)}{V_1(s)} = \frac{K_e^{-\tau s}}{(1 + T_1 s) + (1 + T_2 s)}$$

où : la température  $T$  est en  $C^\circ$ , l'ouverture de  $V_1$  est en %. Il s'agit ici d'un modèle local, car en fait le retard  $\tau$  est fonction de  $F_e$  elle-même fonction de  $V_1$ .

### 3.3 Modélisation des systèmes à retards:

La modélisation et l'analyse des systèmes à retard variant d'un système à l'autre selon le type de retard, la connaissance du type de retard nous permet de modéliser avec précision les systèmes, pour cela, le retard peut apparaître comme une variable fixe, temporelle, discret ou distribuée. Dans cette section, nous allons présenter les différents types de systèmes à retards rencontrés dans la littérature.

#### 3.3.1 Systèmes de type retardé :

Comme nous l'avons dit, les systèmes retardés sont des systèmes dynamiques régis par des équations différentielles fonctionnelles portant à la fois sur des valeurs présentes et passées du temps. Si nous supposons que la dérivée du vecteur d'état peut être explicitée à chaque instant  $t$ , de tels systèmes sont régis par des équations différentielles de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \\ x_{t_0} = \phi(\theta) \text{ pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \\ u_{t_0} = \psi(\theta) \text{ pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \end{cases} \quad (3.1)$$

Où  $\tau > 0$  et les fonctions  $x_t$  et  $u_t$  sont définies par (notion de Shimanov, [17]) :

$$x_t: \begin{cases} [-\tau, 0] \rightarrow R^n \\ \theta \mapsto x_t(\theta) = x(t + \theta) \end{cases} \quad (3.2)$$

$$u_t: \begin{cases} [-\tau, 0] \rightarrow R^n \\ \theta \mapsto u_t(\theta) = u(t + \theta) \end{cases} \quad (3.3)$$

La fonction  $x_t \in R^n$  représente l'état du système à l'instant  $t$ ,  $u_t$  est l'entrée (commande et perturbation) du système. Les conditions initiales  $\phi$  et  $\psi$  à l'instant  $t_0$  sont des fonctions de  $[t_0 - \tau, t_0]$  vers  $R^n$  et supposées continues par morceaux.

### 3.3.2 Systèmes de type neutre :

Les systèmes neutres sont aussi des systèmes héréditaires. La différence avec le cas des systèmes retardés vient des arguments du champ de vecteur  $f$ , qui cette fois-ci font aussi intervenir la dérivée de l'état  $\dot{x}_t$  et, par conséquent, des dérivées retardées de  $x(t)$ . On les représente alors par des équations différentielles de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), \dot{x}(t), u(t), t) \\ x_{t_0} = \phi(\theta) \text{ pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \\ u_{t_0} = \psi(\theta) \text{ pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \end{cases} \quad (3.4)$$

Le terme  $\dot{x}(t)$  rend l'analyse de ces systèmes plus complexe.

### 3.3.3 Systèmes LTI (Linear Time-Invariant) à retards discrets :

Les retards discrets correspondent au cas où le support de  $x_t$  et  $u_t$  a une mesure nulle et peut se réduire à un nombre fini de points. Dans le cas des systèmes linéaires invariants (en anglais "Linear Time-Invariant", LTI), les équations différentielles à retards discrets sont de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^q D_i \dot{x}(t - \rho_i) + \sum_{j=0}^r (A_j x(t - \tau_j) + B_j u(t - \tau_j)) \\ y(t) = \sum_{j=0}^{qr} C_j x(t - \tau_j) \end{cases} \quad (3.5)$$



Où  $x(t) \in R^n$  représente le vecteur d'état instantané,  $u(t) \in R^m$  est le vecteur des entrées,  $y(t) \in R^q$  est le vecteur des sorties.  $D_i, A_j, B_j$  et  $C_j$  sont des matrices constantes de dimension appropriées,  $\tau_j > 0$  et  $\rho_i > 0$  sont des retards discrets (ou ponctuels), ils peuvent être également représentés sous forme de suites finies ou infinies de fonctions du temps dont les valeurs sont positives et bornées c'est-à-dire  $0 < \tau_i(t) < \tau_{max}$  et  $0 < \rho_i(t) < \rho_{max}$

### 3.3.4 Systèmes à retards distribués

Ils apparaissent dans beaucoup de processus réels tels que le flux de trafic, la croissance des micro-organismes, etc. Dans cette classe des systèmes, les retards sont une forme particulière qui agit de manière distribuée sur tout l'intervalle du temps. Le modèle de systèmes à retards distribués le plus fréquemment étudiés est donné par la formule suivante [20] :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \int_{t-\tau}^t A_d(\theta)x(t + \theta)d\theta \quad (3.6)$$

Où  $x(t) \in R^n$  représente le vecteur d'état,  $A$  est une matrice constante de dimension appropriée,  $\tau > 0$  est un scalaire qui définit la plage temporelle de distribution du retard  $\theta$  et  $A_d(\theta)$  représente la matrice du retard qui s'appelle noyau du retard distribué, et qui varie dans l'intervalle  $[-\tau, 0]$  dans  $R^{n \times n}$

## 3.4 Modèles de retards :

Dans cette section, nous allons présenter les principaux types de retard que l'on rencontre dans la littérature [17].

### 3.4.1 Retard constant

Quand on parle du retard constant, c'est-à-dire: On parle d'équations à retards majorés ou bornés s'il existe un nombre réel  $\tau > 0$  tel que dans les équations (3.1) et (3.4) les fonctionnelles  $x_t$  et  $\dot{x}_t$  sont définies sur l'intervalle  $[-\tau, 0]$ .

Celui-ci est à l'origine de beaucoup de travaux figurant dans la littérature du domaine, voir par exemple [21], [22], [23] et [6]. Il est à signaler également que les conditions de stabilité des systèmes possédant des retards constants (dans leurs modèles mathématiques) sont indépendantes du retard.

**3.4.2 Retards variables majorés :**

Comme la constance du retard est une hypothèse rarement vérifiée dans la réalité (communications internet [24] et modèles de vannes [25], etc.), le cas des retards variables (connus ou inconnus) a fait lui aussi l'objet de nombreuses recherches. On définit les retards majorés pour lesquels il existe un réel connu  $\tau_2 > 0$  tel que [26]:

$$0 \leq \tau(t) \leq \tau_2 \quad (3.7)$$

**3.4.3 Retards variables bornés :**

Une grande partie des résultats existant supposent que les retards varient dans un intervalle  $[0, \tau]$ . Ou les retards apparaissant dans des processus réels sont le plus souvent dus à des phénomènes de transfert d'information ou de matière. Le fait d'autoriser le retard à prendre la valeur 0 revient à supposer qu'à un moment ce transfert se fait de manière instantanée. Dans ce contexte et à condition bien sûr que cela conduise à des critères moins restrictifs, il paraît intéressant de se donner une borne inférieure du retard pour ensuite se donner les moyens de mesurer son impact sur la stabilité du système. On définit alors les retards bornés, les retards  $\tau(t)$  pour lesquels il existe deux réels  $\tau_1$  et  $\tau_2$  tels que :

$$0 \leq \tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2 \quad (3.8)$$

Ce n'est que récemment que des chercheurs ont obtenus des solutions à ce problème [27], [28], [29]. La méthode proposée dans ces articles est identique. Elle consiste à transformer le retard  $t(t)$  en une somme de deux retards. Le premier peut être assimilé à un retard nominal et le second comme étant une perturbation bornée par rapport au retard nominal.

**3.4.4 Retards variables avec contrainte sur la dérivée :** De nombreux résultats nécessitent une condition sur la dérivée de la fonction retard. On suppose alors qu'il existe un réel  $d$  tel que :

$$\dot{\tau} \leq d < 1 \quad (3.9)$$

Si l'on regarde la fonction  $f(t) = t - \tau(t)$ , la condition précédente implique que  $f$  est une fonction strictement croissante. Cela signifie que les informations retardées arrivent dans un ordre chronologique.

**3.4.5 Retards variables continus par morceaux :** Ces retards apparaissent notamment lors de l'échantillonnage d'un signal. Ce cas particulier autorise notamment la dérivée du retard à prendre la valeur 1 : (critique au vu de la contrainte précédente).

$$\dot{\tau}(t) \leq 1 \quad (3.10)$$

Généralement, les contraintes faites sur les retards sont des combinaisons des différents modèles présentés.

### 3.5 Modèle de véhicule sous-marin avec retard

Parmi les différents types de véhicules sous-marins, on trouve les véhicules commandés à distance (Remote lyOperated Vehicle: ROV). Un ROV est connecté au bateau de support par l'intermédiaire d'un câble ombilical, qui fournit l'alimentation d'énergie et une liaison de communication, et par conséquent la portée du fonctionnement est en quelque sorte limitée. Un deuxième type est le véhicule sous-marin autonome, qui comporte une unité d'alimentation à bord et qui est équipé de capacités avancées de contrôle pour effectuer des tâches avec le minimum d'intervention humaine. La communication est assurée par une liaison acoustique. La figure 3.4 présente l'odyssée II Xanthos qui est un AUV équipé de divers capteurs comprenant les sonars, les capteurs de profondeur, les caméras vidéo, les capteurs à inertie, le modem acoustique, l'outil de navigation acoustique, etc. L'odyssée II Xanthos peut opérer dans des profondeurs allant jusqu'à 3 Km.

Les problèmes de commande rencontrés dans ces véhicules incluent la navigation, la planification de tâches et le pilotage automatique de bas niveau. En raison du long câble ou de la distance, il existe un retard non négligeable dans ces systèmes. Pour les AUV, le retard est provoqué par la vitesse sonore finie dans l'eau. Un système physique est montré par la figure 1.2, où un bateau extérieur est entrain de placer un véhicule sous-marin par un long câble de 2 500 m.

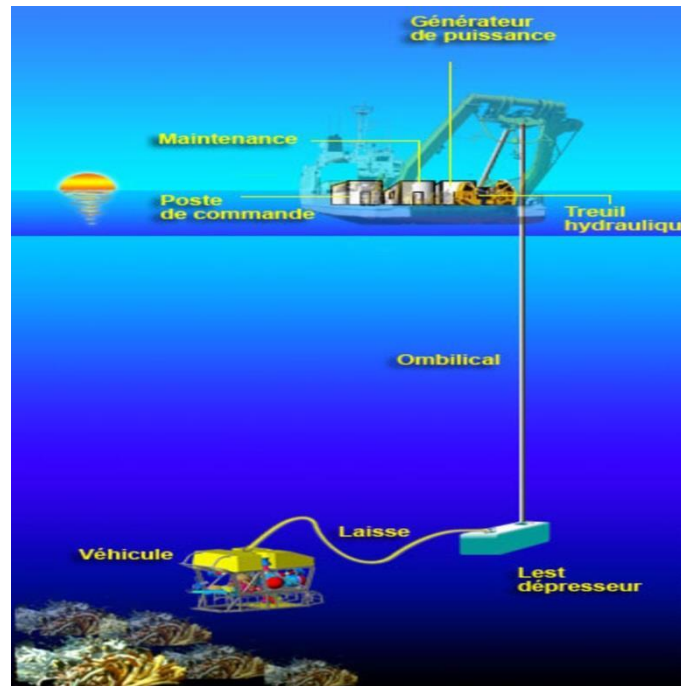


Figure 3.4\_Système physique de véhicule sous-marin [Zhong, 00]

Le model non linéaire d'un véhicule sous-marin est alors décrite sous la forme suivantedans le cas d'un retard simple (c'est-à-dire  $d = 1$ ) sur l'état et sur l'entrée [30]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) + A_d(x(t))x(t - \zeta) + B(x(t))u(t) + B_d(x(t))u(t - \zeta) \\ y(t) &= C(x(t))x(t) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Où : les matrices  $A$ ,  $A_d$ ,  $B$ ,  $B_d$  et  $C$  sont des matrices réelles de dimensions appropriées. La différence avec le système linéaires est que les matrices  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  deviennent des fonctions du temps *et/ou* de l'état et généralement continues (ou continues par morceaux) en leurs arguments.  $x(t - \tau) \in R^n$  représente le vecteur d'état retardé du modèle,  $\tau$  est le retard qui peut être inconnu et vérifie les inégalités

$$0 \leq \tau(t) \leq \tau_{max} \quad (3.12)$$

Avec :

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1[Min,Max]} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1[Min,Max]_1} \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{2[Min,Max]} \end{bmatrix}$$

$$\text{et } A_{d_i} = \begin{bmatrix} 0 & (1 - \beta) V_{1[Min,Max]} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1 - \beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1[Min,Max]} \end{bmatrix}$$

### 3.6 Modèle flou de type Takagi-Sugeno standard

Le modèle flou (TS) proposé par [16], [31] est constitué historiquement par un ensemble de règles floues de la forme « Si ... Alors » dont chaque conclusion représente une relation d'entrées/sorties linéaire.

Le modèle flou est décrit par un ensemble de règles floues de la forme :

$$i^{\text{ème}} \text{ règle } (R^i) : \begin{cases} \text{Si } Z_1(t) \text{ est } F_1^i \text{ et } \dots \text{ et } Z_p(t) \text{ est } F_p^i \\ \text{alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases} \end{cases} \quad (3.13)$$

L'indice  $i$  varie dans  $\{1 \dots r\}$ , où  $r$  est le nombre de règles floues. Les  $Z_1(t), \dots, Z_p(t)$  sont les variables de prémisse (elles dépendent généralement des variables d'état),  $F_j^i: (j = 1 \dots p)$  sont les sous-ensembles flous associés aux variables de prémisse,  $x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in R^m$  est le vecteur des entrées,  $y(t) \in R^i$  est le vecteur de sorties,  $A_i \in R^{m \times n}$  la matrice d'évolution du sous-modèle 'i',  $B_i \in R^{n \times m}$  la matrice de commande du sous-modèle 'i',  $C_i \in R^{i \times n}$  la matrice d'observation du sous-modèle 'i' et  $D_i \in R^{i \times m}$  la matrice d'action direct du sous-modèle 'i'.

À chaque sous-modèle flou est attribué un poids  $W_i(z(t))$  qui dépend du degré d'appartenance de  $Z_j(t)$  aux sous-ensembles flous noté  $F_j^i(z(t))$ . On tient à préciser que le connecteur 'Et' est défini par la fonction 'min' notamment dans le cas de la conception d'un régulateur flou de type Mamdani [32] [33] [34] [35]. Dans notre cas, le connecteur 'Et' est défini par le produit d'où :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i (Z_j(t)), i \in I_r \text{ avec } w_i(z(t)) \geq 0 \quad (3.14)$$

Comme les  $F_j^i(Z_j)$  sont les fonctions d'appartenance de valeur  $[0, 1]$  par construction  $W_i(z) \in [0, 1]$ .

Les fonctions d'appartenances normalisées sont définies comme :

$$h_i(z(t)) = \frac{W_i(z)}{\sum_{i=1}^r W_i(z)}, \quad i \in I_r \quad (3.15)$$

Ces derniers vérifient la propriété de somme convexe, c.à.d:

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \geq 0 \quad (3.16)$$

Par l'utilisation d'une défuzzification barycentrique, le modèle flou résultant de l'agrégation des règles s'écrit sous la forme suivante:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) A_i x(t) + B_i u(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (3.17)$$

Donc, la dynamique du modèle Takagi-Sugeno s'écrit ainsi :

$$\text{TS} = \begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (3.18)$$

Effectivement, si on peut considérer que l'approche historique consistait à utiliser des connaissances a priori sur la commande d'un système pour les intégrer dans un régulateur, dans le cas des modèles flous de T-S on ne retrouve pas cette philosophie. On peut simplement dire, que la représentation sous la forme d'un modèle flou de T-S est une "astuce" permettant une réécriture du modèle non linéaire en "reportant" les non linéarités dans la partie prémisse des règles [36].

### 3.6.1 Obtention des modèles flous de type Takagi-Sugeno

Plusieurs approches, présentes dans la littérature, permettent d'obtenir un multi-modèle TS. Lorsqu'un modèle de connaissance non linéaire du système à commander est disponible, des techniques d'obtentions systématiques des modèles TS peuvent être utilisées.

Les modèles flous de T-S peuvent être obtenus de trois façons:

- Par identification, à partir des signaux d'entrées/sorties on peut identifier les paramètres du modèle local correspondant aux différents points de fonctionnement [37].
- La seconde méthode consiste à linéariser le modèle autour d'un ensemble de points de fonctionnement [38].
- La troisième méthode permettant de passer d'un modèle non linéaire affine en la commande à un modèle flou de T-S. Elle permet d'obtenir un représentant de type T-S d'un modèle non linéaire (Il ne s'agit pas d'une linéarisation autour de points de fonctionnement)[39], [36].

Cette troisième approche qui est utilisée dans la suite de ce mémoire.

### **3.6.2 Méthode du secteur non linéaire**

Cette méthode permettant de passer d'un modèle non linéaire affine en la commande, à un modèle flou de T-S est appelée aussi approche par secteur non linéaire. Le principe de base de cette approche peut être énoncé comme suit :

Pour décrire le comportement dynamique d'un système physique on utilise la représentation d'état suivante [40]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (3.19)$$

Ou :  $t \in \mathbb{R}$  est le temps,  $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$  représente le vecteur d'état du système,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur des entrées de commande,  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur des sorties (mesures ou variable a commande selon le contexte)

Le système précédent peut s'écrire sous la forme quasi-linéaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x(t), t)x(t) + B(x(t), t)u(t) \\ y(t) = C(x(t), t)x(t) + D(x(t), t) u(t) \end{cases} \quad (3.20)$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^q$ ,  $A(x(t)) \in \mathbb{R}^n$ ,  $C(x(t)) \in \mathbb{R}^q$ ,  $B(x(t)) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $D(x(t)) \in \mathbb{R}^{q \times m}$  sont des fonctions bornées.

Nous considérons un modèle non linéaire, affine en la commande, donné par la formule (3.20), le modèle flou (TS) (3.18) du modèle non linéaire (3.20) peut être calculé par l'utilisation du lemme suivant :

**Lemme 3.1** : [Morère, 2001]: Si  $\forall x \in [a, b]$  avec  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ ,  $f(x(t))$ : Rest une fonction bornée sur  $[a, b]$ , alors il existe deux fonctions  $h_1(x)$ ,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et  $h_2(x)$ ,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et deux scalaires  $\alpha$  et  $\beta$  tel que :

$$\begin{cases} \beta \leq f(x(t)) \leq \alpha \\ h_1(x) + h_2(x) = 1, h_1(x) \geq 0, h_2(x) \geq 0 \\ f(x) = h_1(x)\alpha + h_2(x)\beta \end{cases} \quad (3.21)$$

Pour assurer que  $h_1(x)$  et  $h_2(x)$  vérifient la propriété de somme convexe, il suffit de prendre :

$$h_1(x) = \frac{f(x)-\beta}{\alpha-\beta}, h_2(x) = \frac{\alpha-f(x)}{\alpha-\beta} \quad (3.22)$$

$$\alpha = \max_{x \in [a, b]} f(x) \text{ et } \beta = \min_{x \in [a, b]} f(x) \quad (3.23)$$

Notons que le nombre de modèles locaux  $n$  issue de la transformation se trouve par conséquent dépend de nombre des non linéarités des variables d'états.

### 3.7 Description floue de type Takagi-Sugeno pour le système de véhicule sous-marin avec retard

Le modèle non linéaire avec retard (3.11) comporte deux non-linéarités  $a(t)$  et  $b(t)$ . En appliquant le lemme précédent de [36] pour chacune de ces deux fonctions non linéaires, On obtient quatre règles flous du modèle TS ( $2^{nl} = 2^2 = 4$ , ou  $nl$  le nombre de non linéarité). Supposons que la fonction  $a(t)$  prenne ses valeurs dans l'intervalle  $[2,4]$  lorsque  $u_{min} \leq u(t) \leq u_{max}$  appartient à un sous ensemble  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$ , et  $b(t)$  prenne ses valeurs dans l'intervalle  $[4,16]$  lorsque  $u_{min} \leq u^2(t) \leq u_{max}$  appartient à un sous ensemble  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$ , où  $u(t) = V_1$  et  $u^2(t) = V_2$ . Par application du **Lemme 3.1**, les fonctions d'appartenance des deux non-linéarités sont données par les équations suivantes [15]:



$$\begin{cases} F_{11} = \frac{V_1 - V_{1min}}{V_{1max} - V_{1min}}, & F_{12} = 1 - F_{11} \\ F_{21} = \frac{V_2 - V_{2min}}{V_{2max} - V_{2min}}, & F_{22} = 1 - F_{21} \end{cases} \quad (3.24)$$

Les fonctions d'appartenance peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{cases} \mu_1 = F_{11} * F_{21}, & \mu_2 = F_{11} * F_{22} \\ \mu_3 = F_{12} * F_{21}, & \mu_4 = F_{12} * F_{22} \end{cases} \quad (3.25)$$

Nous adoptons le modèle T-S à retard en état donné par :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (\tilde{A}_i x(t) + \tilde{A}_{d_i} x(t - \tau(t)) + B_i u_p(t) \\ x(t) = \eta(t), \quad t \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad (3.26)$$

Où :  $\tilde{A} = \beta A$  et  $\tilde{A}_d = (1 - \beta)A(t)$ ,  $\beta$  est le coefficient constant du système de contrôle de profondeur,  $\eta(t)$  représente l'état initiale du système,  $x(t - \tau) \in R^n$  représente le vecteur d'état retardé du modèle,  $z(t) \in R^p$  représente le vecteur des variables de prémisses qui peut dépendre du retard d'état,  $\tau$  est le retard qui peut être inconnu et vérifie les inégalités suivantes :

$$0 \leq \tau(t) \leq \tau_{max} \quad (3.27)$$

et  $h_i(z(t))$  sont des fonctions d'activation avec des propriétés de somme convexes, c.à.d :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \text{ avec } h_i(z(t)) > 0 \quad (3.28)$$

D'après (3.3), on peut exprimer le modèle T-S (3.11) comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}_i x(t) + \tilde{A}_{d_i} x(t - \tau) + B_i u_p(t) \\ x(t) = \eta(t), \quad t \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad (3.29)$$

Ceci est le modèle mathématique de contrôle de la profondeur qui est basé sur le modèle de temporisation des systèmes de control du réseau NCS.

avec:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1min} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix}; \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1min} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} 0 & (1-\beta)V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1-\beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix}$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & (1-\beta)V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1-\beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix}$$

$$A_{d3} = \begin{bmatrix} 0 & (1-\beta)V_{1min} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1-\beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix}$$

$$A_{d4} = \begin{bmatrix} 0 & (1-\beta)V_{1min} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1-\beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{2max} \end{bmatrix};$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{2min} \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{2max} \end{bmatrix};$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} V_{2min} \end{bmatrix}$$

Les quatre règles (ou sous-modèles) qui représentent le modèle flou TS du modèle non linéaire (3.23) sont données comme suit :

$R^1$  : Si  $b(t)$  est  $\mu_1$  et  $a(t)$  est  $\mu_3$  Alors :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & (1 - \beta) V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1 - \beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\tau 1} \\ x_{\tau 2} \\ x_{\tau 3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{2max} \end{bmatrix} u \end{aligned}$$

$R^2$  : Si  $b(t)$  est  $\mu_1$  et  $a(t)$  est  $\mu_4$  Alors :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & (1 - \beta) V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1 - \beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\tau 1} \\ x_{\tau 2} \\ x_{\tau 3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{2min} \end{bmatrix} u \end{aligned}$$

$R^3$  : Si  $b(t)$  est  $\mu_2$  et  $a(t)$  est  $\mu_3$  Alors :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & (1 - \beta) V_{1min} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1 - \beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\tau 1} \\ x_{\tau 2} \\ x_{\tau 3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{2max} \end{bmatrix} u \end{aligned}$$

$R^4$  : Si  $b(t)$  est  $\mu_2$  et  $a(t)$  est  $\mu_4$  Alors :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \beta V_{1max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & (1 - \beta) V_{1min} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (1 - \beta) \frac{M_{uq}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{1min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\tau 1} \\ x_{\tau 2} \\ x_{\tau 3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_{uu}}{I_{yy} - M_{\dot{q}}} V_{2min} \end{bmatrix} u \end{aligned}$$

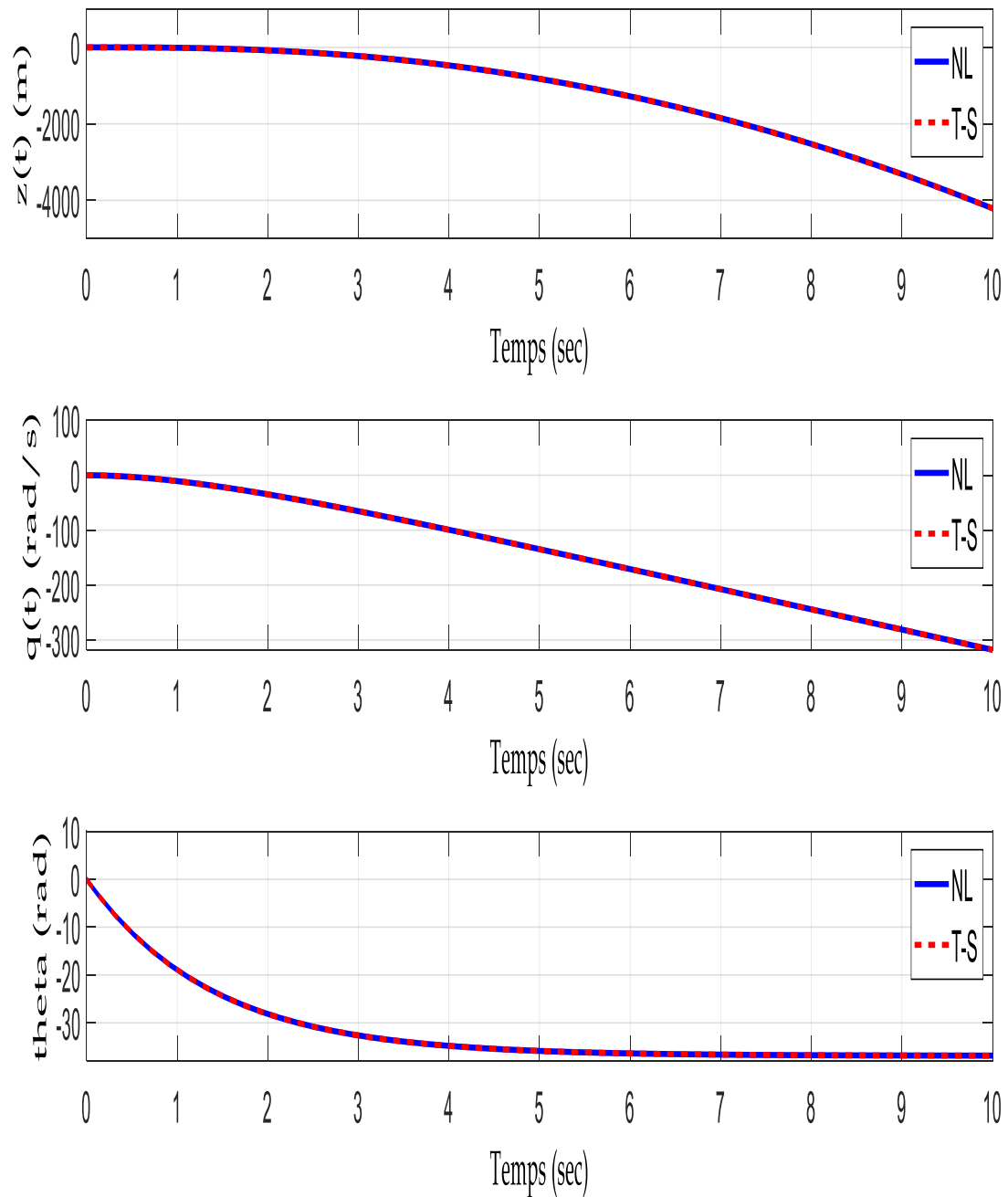
Les valeurs des paramètres constants du véhicule sous-marin autonome AUV sont déclarées dans le tableau suivant [41] :

*Tableau 3.1\_Paramètres du robot sous-marin autonome AUV.*

Paramètre	Valeur
$M_{uq}$	-2.00
$M_{uu}$	-6.15
$M_{qp}$	-4.88
$I_{yy}$	3.45
$B$	1

#### 3.7.1 Validation du système avec retard

Les figures suivantes représentent les réponses du système non linéaire et sa description en termes de modèle T-S.



*Figure 3.5- Comparaison du modèle NL et de l'approche T-S du comportement dynamique du véhicule sous-marin (Position ( $z(t)$ ), vitesse angulaire de tangage ( $q(t)$ ) & l'angle de tangage ( $\theta(t)$ )).*

Nous remarquons que les deux comportements non linéaires et modèle T S sont identiques. Les résultats obtenus montrent l'efficacité des modèles T-S à approximer les fonctions non linéaires.

### **3.8 Conclusion**

L'approche floue est une méthode efficace dans la modélisation des systèmes. Il a été démontré que les modèles flous peuvent être utilisés avec succès dans la conception de contrôleurs.

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les outils et les principes fondamentaux que nous allons utiliser dans ce mémoire à savoir les modèles flous de T-S standard. Nous avons présenté également la méthode d'obtention d'un modèle flou de type T-S à partir d'un modèle mathématique non linéaire. Par la suite, nous avons fourni la représentation T-S d'un robot sous-marin autonome AUV avec retard. En fin, nous avons donné des résultats de simulation des réponses du système non linéaire et sa description en termes de modèle T-S.

D'après nos résultats obtenus dans ce chapitre, on peut conclure que, le principal intérêt de cette méthode est que le modèle flou TS obtenu représente exactement le modèle non linéaire dans le sous-ensemble de l'espace d'état. Dans le chapitre suivant, on va aborder la stabilisation du robot sous-marin AUV par contrôleur PDC basé sur cette représentation.

***Chapitre IV :***  
***Stabilisation***  
***quadratique des***  
***modèles flous de***  
***Takagi-Sugeno à***  
***retard***

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré la capacité des modèles T-S à d'écrire le comportement non linéaire des systèmes AUV avec retards par une agrégation des modèles locaux linéaires. Dans ce chapitre, cette représentation nous a permis d'établir les conditions de stabilisation robustes du système de contrôle de la profondeur en présence de retards. En utilisant la candidate de Lyapunov-Krasovskii (LKF) et la loi de commande PDC (Parallel Distributed Compensation). Finalement les conditions de stabilisation sont dérivées et formulées en termes de problèmes d'optimisation LMIs (Linear Matrix Inequalities).

## 4.2 Rappels sur les inégalités matricielles linéaires

L'approche d'inégalités matricielles, en particulier l'approche LMI sont de plus en plus utilisées en automatique. Parmi les raisons de son succès, on peut citer :

- L'existence de méthodes de résolution numérique efficaces (coût polynomial)
- La possibilité de reformuler de nombreux problèmes d'analyse : (stabilité, certaines performances, etc.) en termes de LMI.
- La capacité de traiter des problèmes des systèmes incertains en termes de commande robuste.

Dans cette partie, différents lemmes de l'approche LMI sont présentés. Ils permettent de manipuler les inégalités matricielles afin de les rendre linéaires en les inconnues quand cela est possible [42].

Une inégalité matricielle linéaire (LMI) a la forme :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (4.1)$$

Avec  $x \in R^m$  est le vecteur des valeurs inconnues (le vecteur des variables de décision) et  $F_i = F_i^T \in R^{n \times n}$  les données ( $F_i$  les matrices sont symétriques), le symbole inégalité signifie  $F(x)$  est définie positive.

### Remarque 4.1:

1. L'ensemble  $E$  défini par  $E = \{x \in R : F(x) > 0\}$  est convexe, ce qui nous amène à considérer une contrainte LMI comme une contrainte convexe.



2. On peut avoir une égalité matricielle linéaire non stricte dénotée par le symbole " $\succeq$ ".
3. L'expression  $F(x) < 0$  est un cas spécial de (1), qui peut être réécrit comme  $-F(x) > 0$ .

### 4.3 Technique d'analyse et transformation matricielle

Certains types d'inégalités matricielles non linéaires peuvent être convertis en LMIs. Les résultats ci-dessous en présentent quelques-unes parmi les plus utilisées :

**Lemme 4.1 (Compliment de Schur) [47] :** Soient deux matrices symétrique  $P(x) \in R^{m \times m}$  et  $Q(x) \in R^{n \times n}$  et soit une matrice  $X(x) \in R^{m \times n}$ . Alors les inégalités suivantes sont équivalentes :

$$\begin{bmatrix} Q(x) & X^T(x) \\ X(x) & R(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (4.2)$$

$$\begin{cases} Q > 0 \text{ et} \\ P - XQ^{-1}X^T > 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} P > 0 \text{ et} \\ Q - X^T P^{-1}X > 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

**Lemme 4.2 [47] (Congruence) :** Soient deux matrices carrées  $P$  et  $Q$  de même dimension. On suppose que la matrice  $Q$  est inversible, Si la matrice  $P$  est définie positive alors, la matrice  $QPQ^T$  l'est aussi.

**Lemme 4.3 [43] (contrainte quadratique convexes) :** la contrainte matricielle sur la norme  $\|Z(x)\| < 1$  ou  $Z(x) \in R^{p \times q}$ , dépendant affinement de  $x$ , peut être représentée par

$$\begin{bmatrix} I_p & Z(x) \\ Z^T(x) & I_q \end{bmatrix} > 0 \quad (4.5)$$

En effet  $\|Z(x)\| < 1$  est équivalent à  $I - ZZ^T > 0$ .

#### 4.3.1 Regroupement des LMIs :

Les LMIs multiples  $F_1(x) > 0, F_2(x) > 0, \dots, F_p(x) > 0$  peuvent être exprimées comme une simple LMI comme suite :

$$F(x) = \begin{bmatrix} F_1(x) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_2(x) & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & F_p(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (4.6)$$

On remarque que la LMI (4.6) est symétrique  $\forall x$ , de plus l'ensemble des valeurs propres de  $F(x)$  est simplement l'union des valeurs propres de  $F_1(x), F_2(x), \dots, F_p(x)$ , et n'importe quel  $x$  satisfait  $F(x) > 0$  également le système LMI (4.1) est vice-versa. En conclusion, les contraintes LMI multiple peuvent toujours être converties en une LMI simple.

#### 4.4 Rappel sur la stabilité selon Lyapunov

L'analyse de la stabilité et la synthèse de lois de commande d'un modèle T-S sont principalement basées sur la méthode directe de Lyapunov, dont nous rappelons en quelques lignes le principe [16].

Soit un système non linéaire autonome décrit par

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (4.7)$$

Où  $x(t) \in R^{n_x}$  est le vecteur d'état du système et la fonction  $f(x, t)$  telle que  $f(x, t): R^n \rightarrow R^n$  est le système dynamique. La fonction  $f$  décrit les dynamiques du système et peut être modélisée par des équations algébriques classiques et/ou un modèle flou à base de connaissance.

Sans perte de généralité, nous supposons que ce système admet  $x_0 = 0$  comme point d'équilibre. La seconde méthode de Lyapunov repose sur la notion fondamentale de fonction dite de Lyapunov. Ces fonctions doivent posséder certaines propriétés afin de garantir la propriété de stabilité de la solution nulle du système :

**Définition 1.** Une fonction  $V: R^{n_x} \times R \rightarrow R$  est dite :

- *définie positive* : s'il existe une fonction  $\alpha: R_+ \rightarrow R_+$  continue, strictement croissante telle que  $\alpha(0) = 0$  et

$$V(x, t) \geq \alpha(\|x\|) \forall x, \forall t$$

$$V(0, t) = 0 \quad \forall t$$

- *semi-définie positive* : si elle vérifie les deux conditions précédentes avec la fonction  $\alpha = 0$ .
- *définie-négative* : s'il existe une fonction  $\beta: R_+ \rightarrow R_+$  continue, strictement croissante telle que  $\beta(0) = 0$  et  $V(x, t) \leq \beta(\|x\|)$  pour tout  $(x, t)$ .

S'il est possible de démontrer qu'une telle fonction décroît strictement le long de toute trajectoire du système non réduit au point d'équilibre, alors la stabilité est assurée. C'est l'idée sur laquelle repose le théorème de Lyapunov énoncé ci-dessous.

**Théorème 4.1** : S'il existe une fonction  $V: R^{n_x} \times R \rightarrow R$  continuellement différentiable, définie positive, décroissante et telle que la dérivée temporelle de  $V(x, t)$  le long des trajectoires de (4.7) est définie négative alors le point d'équilibre  $x_0 = 0$  du système (4.7) est asymptotiquement stable.

**Définition 2.** Une fonction continue  $\alpha(r): [0, a) \rightarrow [0, \infty)$  est dite de classe  $k$  si elle est strictement croissante et  $\alpha(0) = 0$ . Si  $a = \infty$  et  $\lim_{r \rightarrow \infty} \alpha(r) = \infty$ , la fonction est dite de classe  $k_\infty$ .

**Théorème 4.2** : Soit une fonction scalaire  $V(x, t) \in R$  telle que :

$$\alpha_1(x(t)) \leq V(x(t)) \leq \alpha_2(x(t)) \quad (4.8)$$

$\forall (\|x\|) < d$  où  $\alpha_1(\cdot)$  et  $\alpha_2(\cdot)$  sont des fonctions de classe  $k$  définies sur  $[0, d)$ ,  $d \in R^{+*}$ .

- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq 0, \forall \|x\| < d$  alors le point d'équilibre ( $x_0 = 0$ ) de (3.11) est localement stable. Il est globalement stable si de plus  $d = \infty$  et les fonctions  $\alpha_1(\cdot)$  et  $\alpha_2(\cdot)$  sont de classe  $k_\infty$ .

- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq -\alpha_0(\|x\|), \forall \|x\| < d$  avec  $\alpha_0(\cdot)$  fonction de classe  $k$  définie sur  $[0, d)$ , alors le point d'équilibre de (3.11) est localement asymptotiquement stable.
- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq -\alpha_0(\|x\|), \forall x (d = \infty)$  avec  $\alpha_0(\cdot)$  et les fonctions  $\alpha_1(\cdot)$  et  $\alpha_2(\cdot)$  sont de classe  $k$ , alors le point d'équilibre de (4.7) est globalement asymptotiquement stable.
- Si  $\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq -\alpha_0(\|x\|), \forall x (d = \infty)$  et les fonctions  $\alpha_0(\cdot), \alpha_1(\cdot)$  et  $\alpha_2(\cdot)$  sont de classe  $k_\infty$ , de la forme:  $\alpha_1(\|x\|) = a \|x\|^p, \alpha_2(\|x\|) = b \|x\|^p, \alpha_0(\|x\|) = c \|x\|^p$ , telles que  $a, b, c \geq 0, p \geq 1$  alors le point d'équilibre de (4.7) est globalement asymptotiquement exponentiellement stable.

### 4.5 Méthode directe de Lyapunov quadratique

La célèbre équation de Lyapunov est  $A^T P + P A = -Q$  avec  $Q$  symétrique définie positive, fut la première égalité matricielle linéaire utilisée pour l'analyse de la stabilité de systèmes dynamiques. Cette équation pouvait être résolue analytiquement.

Dans ce travail analyse de la stabilité et de la stabilisation des modèles T-S repose sur l'utilisation de fonctions de Lyapunov quadratiques de type :

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t) > 0 \quad (4.9)$$

avec  $P \in R^{n \times n}$  symétrique définie positive et  $P = P^T$ .

### 4.6 Stabilité quadratique des modèles T-S standard

Cette section est dédiée à la présentation des conditions élémentaires garantissant la stabilité des systèmes autonomes multi-modèles T-S en se basant sur la théorie de Lyapunov.

La dynamique du modèle T-S globale est alors obtenue en utilisant la somme pondérée d'après (3.17):

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (4.10)$$

avec

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \geq 0 \quad (4.11)$$

Les modèles flous de T-S sont composés d'un ensemble de modèles linéaires interconnectés par des fonctions non linéaires vérifiant la propriété de somme convexe. Ils peuvent s'écrire en boucle ouverte sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i x(t) \quad (4.12)$$

D'après la dérivée de Lyapunov quadratique de (4.9) le long des trajectoires du système (4.12) est donnée par :

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) < 0 \quad (4.13)$$

$$= x^T(t) \left( \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i^T P + P A_i) \right) x(t) < 0 \quad (4.14)$$

L'inégalité (4.14) est vérifiée,  $\forall x(t) \neq 0$  si :

$$\left( \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i^T P + P A_i) \right) < 0 \quad (4.15)$$

**Théorème 4.3 :** [16]. La solution nulle du modèle Takagi-Sugeno standard autonome (4.12) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice  $P = P^T > 0$ , telle que les contraintes LMIs suivantes soient vérifiées pour tout  $i = 1, \dots, r$ :

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad (4.16)$$

Ce théorème ne donne que des conditions suffisantes : seul le fait que les fonctions d'appartenance  $h_i(\cdot)$  soient positives et de somme l'unité a été prise en compte.

La preuve de la stabilité a été faite, non pas pour un modèle donné, mais pour tous les systèmes pouvant s'écrire sous la forme (4.12) avec les matrices  $A_i$  spécifiées.

## 4.7 Stabilisation des modèles T-S par retour d'état non linéaire

Dans le contexte des modèles T-S, la loi de commande PDC (Parallel Distributed Compensation), est souvent utilisée pour la stabilisation de tels modèles [44]. Celle-ci correspond à un retour d'état non linéaire qui utilise les mêmes fonctions d'activation que le modèle T-S.

### 4.7.1 Loi de commande PDC

L'avantage majeur de cette loi de commande est de respecter la même structure de découpage des non linéarités que celle utilisée pour l'obtention du modèle T-S. Dans le cas où le modèle T-S est obtenu par découpage exact, cette loi de commande est donc valable quel que soit le point du sous espace compact de l'espace d'état.

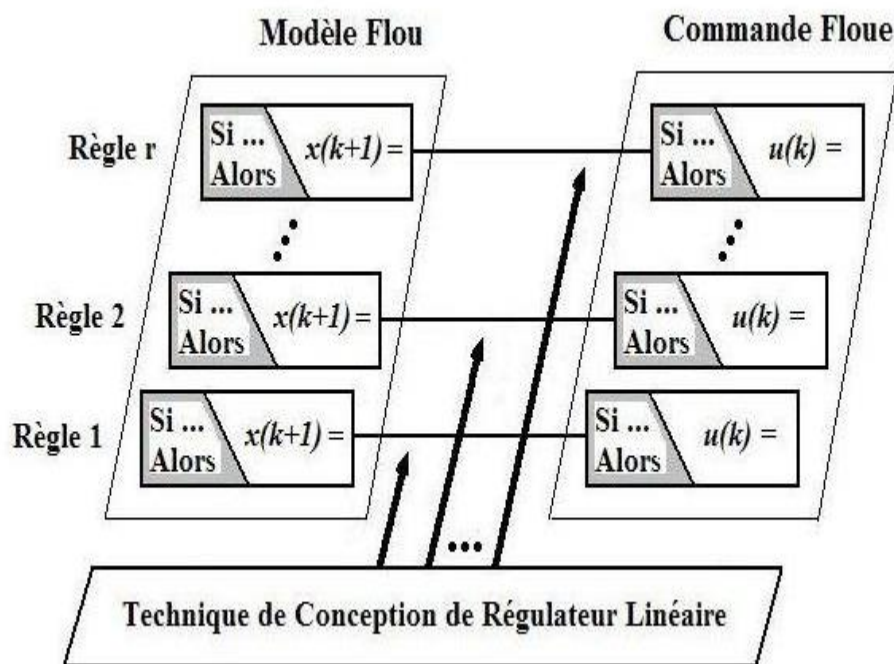


Figure 4.1- Représentation du concept de commande PDC.

Cette loi de commande aussi partage les mêmes fonctions d'appartenance que le modèle T-S est défini comme suit :

Soit le modèle TS standard suivant en boucle fermée d'après (4.10):

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (4.17)$$

## Chapitre 4. Stabilisation quadratique des modèles flous de Takagi-Sugeno à retard

Les règles du contrôleur PDC peuvent être écrites sous la forme :

Si

$$z_1 \text{ est } F_1^i \text{ et } \dots \text{ et } z_p \text{ est } F_p^i \text{ alors } u(t) = K_i x(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4.18)$$

La loi de commande PDC est obtenue par interpolation des lois de commande linéaires locales et de la forme

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i x(t) \quad (4.19)$$

où :  $K_j$  :  $i = 1, \dots, r$  est le gain de retour local relatif au  $i^{\text{ème}}$  modèle, avec les mêmes  $h_i(z(t))$  que ceux du modèle flou, c.à.d.  $K_i \in R^{n_u \times n_x}$  sont les matrices des gains de retour d'état décrit à déterminer.

En combinant (4.19) et (4.10), la dynamique en boucle fermée peut être écrite par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i + B_i K_j) x(t) \quad (4.20)$$

La synthèse de la loi de commande (4.19) consiste donc à trouver les matrices de gain  $K_j$  qui assureront la stabilité du système en boucle fermée (4.20). Pour se faire, de manière similaire à l'étude de stabilité présentée dans la section précédente, on considère une fonction candidate de Lyapunov quadratique (4.9). Le système (4.10) est donc stabilisé par la loi de commande PDC (4.19) s'il existe les matrices  $P = P^T > 0$  et  $K_j$  vérifiant,  $\forall x(t) \neq 0$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) < 0 \\ &= x^T(t) \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i^T P + P A_i + K_j^T B_i^T P + P B_i K_j) \right) x(t) < 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

L'inégalité (4.21) est vérifiée,  $\forall x(t) \neq 0$  si :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i^T P + P A_i + K_j^T B_i^T P + P B_i K_j) < 0 \quad (4.22)$$

Notons que, l'inégalité (4.22) ne peut conduire en l'état à des conditions LMI du fait des termes bilinéaires  $K_j^T B_i^T P$  et  $P B_i K_j$ . Afin de remédier à ce problème, (Wang & al., 1996) propose de réaliser les changements de variables bijectifs  $X = P^{-1}$  et  $K_j = N_j X$ . Ensuite, en multipliant l'inégalité (4.22) à gauche et à droite par  $X$ , on aboutit aux conditions LMIs présentées dans le théorème suivant.

**Théorème 4.4 :** (Wang & al., 1996). Le multi modèle T-S est asymptotiquement stable via la loi de commande PDC (4.19), s'il existe les matrices  $X = X^T > 0$  et  $N_j$ , telles que les LMI suivantes sont vérifiées :

$$G^{ii} < 0, \text{ pour } i = 1, \dots, r \quad (4.23)$$

$$G^{ij} + G^{ji} < 0, \text{ pour } i, j = 1, \dots, r \text{ et } i < j \quad (4.24)$$

Dans ce cas, les gains de la loi de commande (4.19) sont obtenus par  $K_j = N_j X$ .

### 4.7.2 Condition de stabilité relâchée :

Pour obtenir les conditions on cherche une solution à un problème d'optimisation en considérant que, pour qu'une somme soit négative, chacun des termes de cette somme doivent être négatifs alors que pour la somme entière cette condition n'est pas nécessaire. Donc il est possible de chercher des solutions aux conditions  $UV(x(t)) < 0$  qui autoriseraient certains termes de la somme à être positifs. Dans ce cas, on obtient des conditions de stabilité dites « relâchées ». Parmi les résultats de relaxation utilisant une fonction de Lyapunov quadratique, nous pouvons citer des conditions de relaxations très pertinentes dans le théorème suivant [45]:

**Théorème 4.5 :** Le modèle flou continu (4.11) est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC (4.19), s'il existe une matrice définie positive  $P = P^T > 0$  et une matrice semi définie positive  $Q = Q^T > 0$ , vérifiant les inégalités suivantes:

$$G_{ii}^T P G_{ii} + (s - 1)Q < 0 \quad (4.25)$$

$$\forall i = 1, \dots, r$$

$$\left( \frac{(G_{ij} + G_{ji})}{2} \right) P + P \left( \frac{(G_{ij} + G_{ji})}{2} \right) - Q \leq 0 \quad (4.26)$$

$$i < j \leq r$$



Où  $S$  est le nombre de règles qui peuvent être actives simultanément.

### Remarque 4.2 :

Le problème fondamental qui se pose lors de la synthèse de type PDC est celui du conservatisme des conditions sur les gains de retour.

Notons que, afin de réduire le conservatisme des conditions LMI, les termes dominants et croisés des sommes (4.22) ont été séparés pour obtenir les conditions (4.23) et (4.24). Cette notion de conservatisme s'avère cruciale dans les problèmes d'optimisation et de synthèse de lois de commande à base de LMI.

## 4.8 Stabilisation du robot sous-marin autonome AUV à retard

Dans le cas des systèmes non linéaires à retards, beaucoup d'attention a été portée à l'étude de la stabilité et de la stabilisation des modèles T-S à retard, nos conditions généralisées garantissent une stabilité à une classe plus large des systèmes chose que ne trouve pas dans les autres conditions de la littérature. L'idée d'obtenir de telles conditions généralisées est le choix approprié de la fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii qui nous donnent de nouvelles conditions de stabilisation (moins conservatives) que les autres conditions de la littérature. Les conditions obtenues seront robustes et présentées en termes des LMIs [42].

Dans le cas des systèmes non linéaires à retards, la littérature est beaucoup moins abondante. La théorie de Lyapunov-Krasovskii ou Lyapunov-Razumikhin est principalement utilisée. La difficulté majeure (comme dans le cas non retardé) réside dans la construction des fonctions de Lyapunov. Dans cette section nous allons utiliser la théorie de Lyapunov-Krasovskii pour l'étude de la stabilisation avec perturbation via le critère de performance  $H_\infty$ .

### 4.8.1 Approche par la méthode de Lyapunov-Krasovskii

Soit le système non-linéaire décrit par le modèle T-S du robot sous-marin autonome AUV (3.4) (chapitre 03) et la loi de commande PDC (4.19).

Le système en boucle fermée peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = [A_i + B_i K_j]x(t) + A_i^d x(t - \tau(t)) \quad (4.27)$$

La candidate de Lyapunov-Krasovskii utilisée pour étudier la stabilité du modèle non linéaire à retards est de la forme suivante :

$$V(t) = x^T P x + \int_{t-\tau}^t x^T(s) Q x(s) ds \quad (4.28)$$

où:  $P = P^T > 0$  ,  $Q = Q^T > 0$  sont des matrices symétriques définies positives à déterminer appelées ‘matrices de Lyapunov’. Ainsi garantissant que  $V(x)$  est définie positive.

On peut l’écrire aussi sous la forme suivante :

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t)$$

$$\text{où : } V_1(t) = x^T P x$$

$$\text{et } V_2(t) = \int_{t-\tau}^t x^T(s) Q x(s) ds$$

Donc, la dérivée de LKF est comme suite :

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) \quad (4.29)$$

On pose :

$$\bullet \quad x_\tau = x(t - \tau) \text{ et } \tau = \tau(t) \quad (4.30)$$

$$\bullet \quad \dot{V}_1(t) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \quad (4.31)$$

En utilisant  $\dot{x}$  par (4.27) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= [(A_i + B_i K)^T x + A_{d_i} x(t - \tau)]^T P x + x^T P [(A_i + B_i K)^T x + A_{d_i} x(t - \tau)] \\ &= x^T (A_i + B_i K) P x + x_\tau^T P A_{d_i}^T x + x^T P (A_i + B_i K)^T x + x^T P A_{d_i} x_\tau \\ &= x^T [(A_i + B_i K) + (A_i + B_i K)^T] P x + x_\tau^T P A_{d_i}^T x + x^T P A_{d_i} x_\tau \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\bullet \quad \dot{V}_2(t) = 2x^t(t) Q x(t) - (1 - \dot{\tau}(t)) x^T(t - \tau(t)) Q x(t - \tau(t)) \quad (4.33)$$

On trouve :

$$\dot{V}_2(t) = 2x^T Q x - (1 - \dot{\tau}) x_\tau^T Q x_\tau \quad (4.34)$$

Donc :

$$\dot{V} = x^T [(A_i + B_i K)^T P + P(A_i + B_i K) + Q]x + x_\tau^T P A_{d_i}^T x + x^T P A_{d_i} x_\tau - x_\tau^T Q x_\tau + x_\tau^T \zeta Q x_\tau \quad (4.35)$$

Nous pouvons écrire cette longue équation sur une forme matricielle comme suivante :

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} x \\ x_\tau \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} [(A_i + B_i K)^T P + P(A_i + B_i K) + Q] & P A_{d_i} \\ P A_{d_i}^T & -(1 - \dot{\tau})Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_\tau \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Le système est stable si :

$$\begin{bmatrix} [(A_i + B_i K)^T P + P(A_i + B_i K) + Q] & P A_{d_i} \\ P A_{d_i}^T & -(1 - \dot{\tau})Q \end{bmatrix} < 0 \quad (4.37)$$

On applique le complément de Schur et en multipliant la matrice à gauche et à droite par  $\{P^{-1}, P^{-1}\}$  et supposant  $X = P^{-1}$ ,  $R = P^{-1} Q P^{-1}$  et  $N_j = K_j P$

où  $X = X^{-1} > 0$ ,  $R = R_i^T > 0$

L'inégalité matricielle (4.37) peut être écrite comme suit :

$$M = \begin{bmatrix} A_i X + X A_i^T + B_i N_j + N_j^T B_i^T + R & A_i^d X \\ \tau & \\ A_i^d X & -(1 - \dot{\tau})R \end{bmatrix} < 0 \quad (4.38)$$

### 4.8.2 Approche $H_\infty$

La synthèse  $H_\infty$  été initiée par Zames au début des années 80 et développée [33], en particulier par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis. L'approche  $H_\infty$  consiste à réaliser une loi de commande qui optimise les performances du système en boucle fermée dans le cas le plus favorable. En générale, on désire que la norme  $H_\infty$  de la fonction de transfert entre l'entrée de perturbation et la sortie soit inférieure à une valeur prédéfinie. Donc, la synthèse  $H_\infty$  est un problème d'atténuation de perturbations, il consiste à minimiser l'effet d'une perturbation  $w(t)$  sur le comportement du système.

### 4.8.2.1 Principe de la commande $H_\infty$

La commande  $H_\infty$  apporte une solution (si elle existe) au problème de contrôle avec un certain nombre de contraintes [46]. Elle permet de prendre en compte des spécifications données par le cahier de charge qui peut contenir quatre classes de spécifications[46-47].

**-Suivi de trajectoires de référence (consignes) :** *il s'agit d'étudier l'influence du signal de référence  $r(t)$  sur le signal d'erreur  $\varepsilon(t)$ .*

**-Rejet/ atténuation de signaux de perturbation :** *il s'agit d'étudier l'influence du signal de perturbation  $w(t)$  sur le signal d'erreur  $\varepsilon(t)$ .*

**-Atténuation des bruits de mesure :** *il s'agit d'étudier l'influence des signaux de bruit  $\sigma(t)$  sur le signal de commande  $u(t)$  et sur le signal de sortie  $y(t)$ .*

**-Commande modérée :** *il s'agit d'étudier l'influence des signaux de référence  $r(t)$  et du signal de perturbation  $w(t)$  sur le signal de commande  $u(t)$ .*

### 4.8.2.2 Synthèse $H_\infty$ sur le robot AUV

Considérons le système AUV à retard défini par l'équation (3.11) (voir chapitre précédents):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + A_{d_i} x(t - \zeta) + B_i u(t) + B_w w(t)) \\ y(t) = Cx(t) \\ \Psi(t) = C_1 x(t) \end{cases} \quad (4.39)$$

Ou  $x(t) \in R^n$  est la variable étudiée,  $u(t) \in R^m$  la commande,  $y(t) \in R^p$  la sortie et  $w \in \mathcal{L}[0, \infty[$  est les perturbations et  $\Psi(t)$  est la grandeur à contrôler.

**Definition 3 :** (van der Schaft, 1992). Soit le système (4.39) possède un gain  $\mathcal{L}$  inférieur ou égale à  $\gamma$  si la sortie  $y(t)$  du système (4.39) partant de la condition initiale  $x(0) = 0$  vérifie

$$\int_0^T \psi^T(t) \psi(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^T w^T(t) w(t) dt \quad (4.40)$$

Pour tout  $T > 0$  et tout signal  $w$  à énergie bornée sur  $[0, T]$ .

Pour étudier cette propriété, il est possible ici encore d'utiliser la seconde méthode de Lyapunov en remplaçant la condition sur la dérivée de la fonction de Lyapunov par l'inégalité

$$\dot{V}(x) \leq \gamma^2 w^T w - \psi^T \psi$$

L'objectif est de construire un contrôleur  $H_\infty$  de (4.1) pour le modèle (4.39) est satisfait sous une condition initiale nulle.

Le problème de commande  $H_\infty$  de ce système peut se formuler ainsi : trouver une loi de commande  $u(t)$  telle que

- Quand les perturbations sont nulles le système en boucle fermée soit asymptotiquement stable (comme on a déjà vu selon Lyapunov-krasovskii) ;
- Quand les conditions initiales sont nulle, on ait  $\|y(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$  ou  $\gamma$  est une constante positive donnée.

En utilisant la même démarche que pour le théorème (4.4), on peut démontrer le résultat suivant.

**Théorème 4.6:** (Tanaka and Wang, 2004). Soit  $\gamma \geq 0$ . S'il existe une matrice  $X > 0$  et des matrice  $M_j$ , pour  $j \in \{1, 2, \dots, r\}$  telle que les contraintes (4.23) et (4.24) soient vérifiées avec les matrices  $M_{ij}$  définis par

$$M_{ij} \triangleq \begin{bmatrix} A_i X + X A_i^T + B_i N_j + N_j^T B_i^T + R_i & * & * & * \\ X A_i^d & - (1-\dot{\tau}) R & * & * \\ B_w^T & 0 & -\gamma^2 I & * \\ C_1 X & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Alors pour la loi PDC (4.19) avec les gains de retour d'état  $K_j = N_j X$ , le système (4.39) a un gain  $\mathcal{L}$  inférieur ou égal à  $\gamma$  vis-à-vis de l'entrée de perturbation  $w$ . De plus lorsque  $w$  est nul, le point d'équilibre  $x = 0$  est asymptotiquement stable.

**Démonstration :**

Le critère  $H_\infty$  est défini comme suit :

$$\dot{V}(t) + \psi^T(t)\psi(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0$$

Et comme  $\psi(t) = C_1 x(t)$ ,

Donc :

$$M = \begin{bmatrix} \bar{X} \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PA_i + A_i^T P + PB_i K_j + K_j^T B_i^T P + Q & * & * & * \\ A_i^d P & -(1-\dot{\tau})Q & * & * \\ B_w^T P & 0 & -\gamma^2 I & * \\ C_1 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ w \end{bmatrix} < 0$$

Avec  $\bar{X} = \begin{bmatrix} x \\ x_\tau \end{bmatrix}$

Multipliant gauche et droite par  $X = P^{-1}$  on aura :

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_i X + X A_i^T + B_i N_j + N_j^T B_i^T + R & * & * & * \\ X A_i^d & -(1-\dot{\tau})R & * & * \\ B_w^T & 0 & -\gamma^2 I & * \\ C_1 X & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ w \end{bmatrix} < 0$$

Avec  $X = P^{-1}$ ,  $R = P^{-1} Q P^{-1}$  et  $N_j = K_j P$

$$\begin{bmatrix} A_i X + X A_i^T + B_i N_j + N_j^T B_i^T + R & * & * & * \\ X A_i^d & -(1-\dot{\tau})R & * & * \\ B_w^T & 0 & -\gamma^2 I & * \\ C_1 X & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0$$

**• Résultats de simulation**

Les résultats de simulation sont obtenus, en utilisant les paramètres montrés dans le chapitre 3 (tableau 3.1).

Les paramètres de commande avec perturbation obtenus par la résolution des problèmes LMI (4.41) sont comme suite:

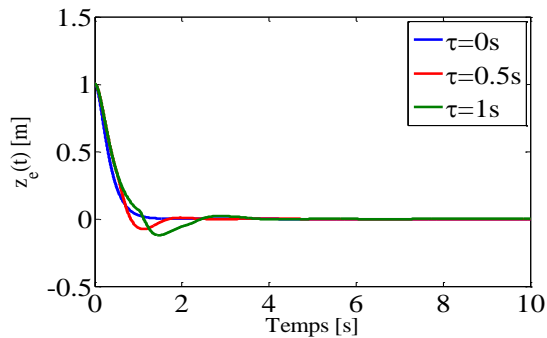
$$K1 = 1.e + 004 * [2.0432 \quad 1.4696 \quad 0.1232]$$

$$K2 = 1.e + 004 * [2.0432 \quad 1.4696 \quad 0.1232]$$

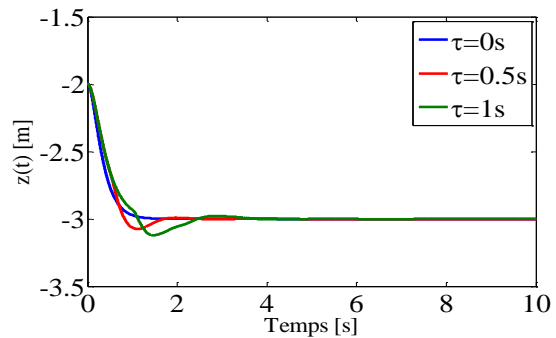
$$K3 = 1.e + 004 * [2.0432 \quad 1.4696 \quad 0.1232]$$

$$K4 = 1.e + 004 * [2.0432 \quad 1.4696 \quad 0.1232]$$

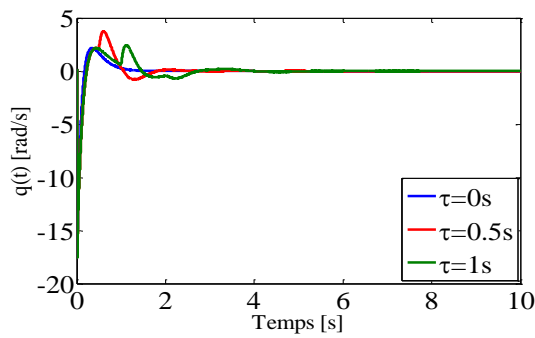
En trois mètre de profondeur :



**Figure 4.2-** Erreur de position du véhicule sous-marin

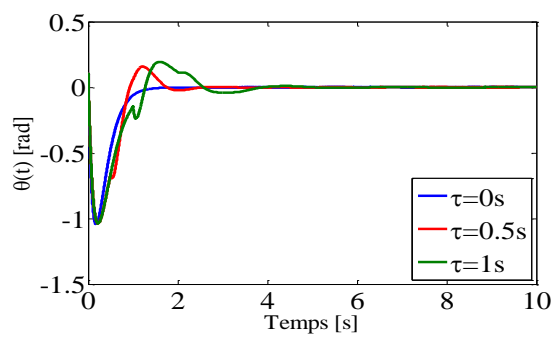


**Figure 4.3-** Position du véhicule sous-marin



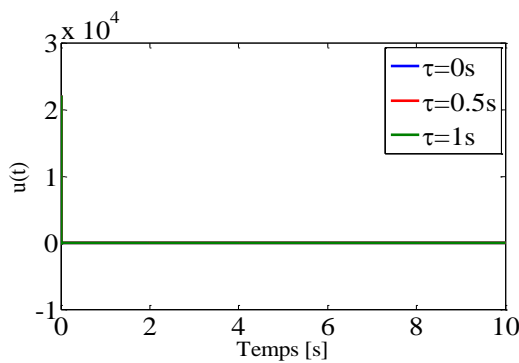
**Figure 4.4-** Vitesse angulaire de tangage du véhicule

sous-marin



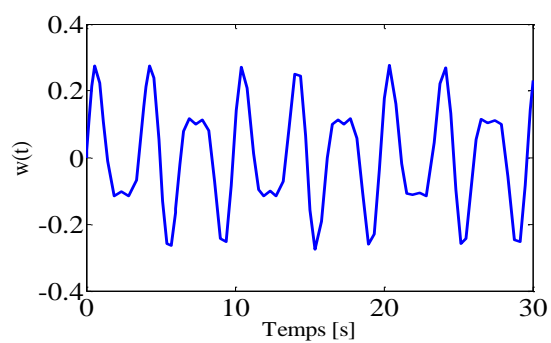
**Figure 4.5-** Angle de tangage du véhicule

sous-marin



**Figure 4.6-** Commande de l'angle de gouvernail

du véhicule sous-marins



**Figure 4.7-** Perturbations affectant sur

le véhicule sous-marin

En quinze mètre de profondeur :

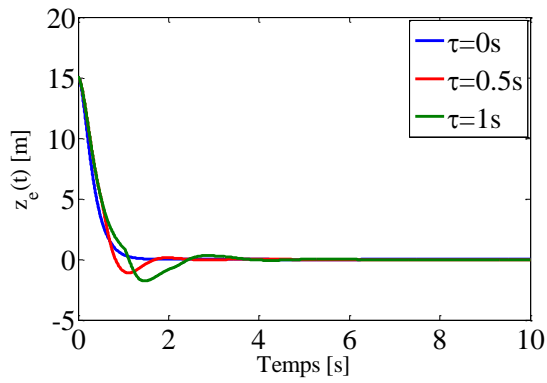


Figure 4.8- Erreur de position du véhicule sous-marin

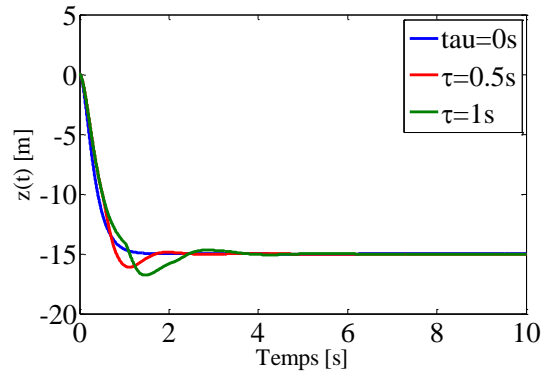


Figure 4.9- Position du véhicule sous-marin

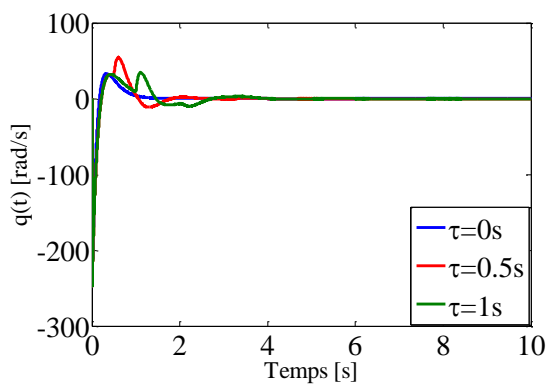


Figure 4.10 - Vitesse angulaire de tangage du véhicule

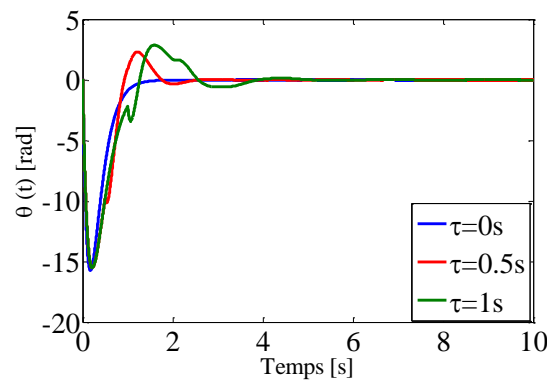


Figure 4.11- Angle de tangage du véhicule

sous-marin

sous-marin

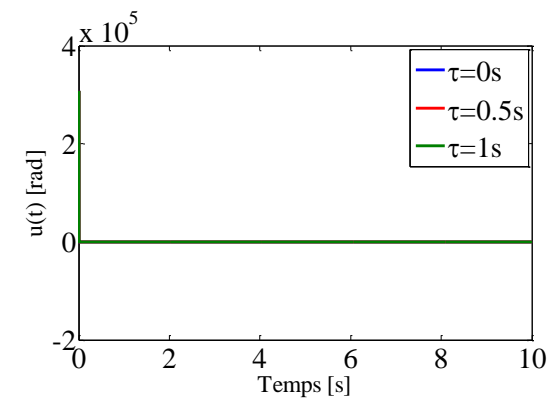


Figure 4.12- Commande de l'angle de gouvernail

du véhicule sous-marins

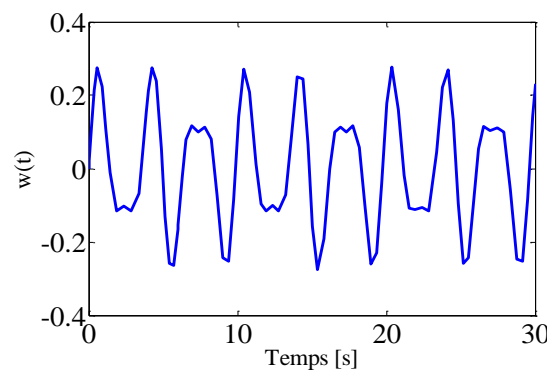


Figure 4.13- Perturbations affectant sur

le véhicule sous-marin



Les figures 4.7 à 4.12 montrent que l'approche proposée garantit la stabilisation en profondeur du système AUV et assure le rejet de perturbation en présence de retard quel que soit la profondeur.

### **4.9 Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté les conditions de stabilisation LMIs pour de contrôle de la profondeur du système AUV en présence de retards. (Parallel Distributed Compensation), les conditions de stabilisation sont dérivées En utilisant la candidate de Lyapunov- Krasovskii (LKF) et la loi de commande PDC. Par la suite, ces conditions sont formulées en termes de problèmes d'optimisation LMIs (Linear Matrix Inequalities). Les résultats de simulation montrent que l'approche proposée garantit la stabilisation en profondeur du système AUV en présence de retard et de perturbation.

## **Conclusion générale et perspective**

Le robot sous-marin autonome est l'un des drones sous-marin les plus populaires, car il a été le sujet de recherche de plusieurs équipes et laboratoires ces dernières années. L'étude de ce drone sous-marin se situe dans le domaine du contrôle par ce que le sous-marin est un système complexe non linéaire, multi variable et présente une dynamique fortement couplée.

Plus précisément, on s'est intéressé à l'étude du problème de stabilisation d'un robot sous-marin (AUV). Les incertitudes paramétriques et les perturbations sont les principales difficultés dans le contrôle des systèmes sous-marin.

Dans ce mémoire, nous avons proposé une synthèse de la modélisation d'un robot sous-marin autonome. Puis, nous avons détaillé les modèles non linéaires dans le plan horizontal et vertical du robot. A partir de cette modélisation, nous avons décrit les lois de commande pour le contrôle de la profondeur d'un robot sous-marin autonome.

Les méthodologies traitées dans ce mémoire sont basées essentiellement sur l'approche multimodèles, elles sont consacrées au développement des conditions de stabilisation pour les systèmes non linéaires décrits par les modèles flous de Takagi-Sugeno. Leur établissement fait appel à la fonction de Lyapunov quadratique et le critère  $H_\infty$ . L'étude que nous avons menée est organisée en deux parties: Dans la première partie, nous avons donné le modèle non linéaire d'un robot sous-marin et sa description multimodèles. La deuxième partie traite l'analyse de la stabilité et de la stabilisation des du système AUV décrit par le modèle TS où les résultats obtenus sont très satisfaisants.

Les résultats obtenus dans ce mémoire nous permettent de conclure :

- L'intérêt des modèles de Takagi-Sugeno dans l'analyse et la synthèse de la stabilisation des systèmes non linéaires.
- L'avantage de l'approche LMI dans la conception de lois de commande des systèmes non linéaires décrits par les modèles flous de T-S.
  - L'efficacité des approches proposées telles que : la fonction de Lyapunov et le critère  $H_\infty$  dans le développement des conditions de stabilisation des systèmes non linéaires sous forme LMI.
  - De nombreuses perspectives relatives au contrôle du système AUV sont envisagées. Nous pouvons citer à titre d'exemple :

- La conception de lois de commande robustes pour d'autres sous modèles du système AUV et prise en considération le couplage entre eux.
- l'extension des résultats obtenus au cas de présence des incertitudes paramétriques.
- La prise en considération de la présence de contraintes sur la boucle de retour.

## Liste des références

- [1] P. Van-rie. "Les sous-marins Autonomes". Rapport disponible sur le site : [https://homepages.laas.fr/echanthe/doc/TIPE\\_sousmarins\\_autonomes.pdf](https://homepages.laas.fr/echanthe/doc/TIPE_sousmarins_autonomes.pdf), 2006.
- [2] N. Boëly. "Modélisation non linéaire et contrôle linéaire par retour entrée-sortie linéarisant d'un drone sous-marin quadri hélices à pousser vectorielle". Thèse de doctorat-École de technologie supérieure université du Québec, 2010.
- [3] D. w. French. " Analysis of unmanned undersea vehicle (UUV) architectures and an assessment of UUV integration into undersea applications." Master of Science in systems engineering-university of Rhode Island, 1987, 2010.
- [4] W. Remmas. "Modélisation et commande du robot sous-marin bio-inspiré U-CAT". La thèse de master- École Nationale Polytechnique de Constantine Département EEA, 2017.
- [5] A. Khadhraoui. "Modélisation et simulation interactive pour la navigation d'un robot sous-marin de type ROV observer". Automatique / robotique. Thèse de doctorat-Université paris Saclay. Français.nnt: 2015sacle014. tel-01412994, 2015.
- [6] Y. Xia, M. Fu, and P. Shi. "Analysis and synthesis of dynamical systems with time-delays", vol. 387. Springer science & business media, 2009.
- [7] A. Hattab. "Modélisation et commande robuste d'un robot sous-marin autonome". Thèse de doctorat en sciences-Université des sciences et de la technologie d'Oran Mohammed boudiaf, 2016.
- [8] S. a. Santos. "Contribution à la conception des sous-marins autonomes : architecture des actionneurs, architecture des capteurs d'altitude, et commande références capteur". Thèse de l'école nationale supérieure des mines de paris, 1995.
- [9] Wu Nai-long, Liugui-jie, Xumeng, Li si-le. "Arrangement and simulation study on AUV thruster". Periodical of Ocean University of china, 2012.
- [10] A. Naddi, A. Mazlan. "A fully actuate detail propulsion system for a biomimetic autonomous underwater vehicle".Thesis of aerospace sciences, school of engineering, university of Glasgow, 2015.
- [11] S21, "Concours central". Supélec. 2011.
- [12] T. Fossen. "Nonlinear modeling and control of underwater vehicles. phd thesis". dr. Ining. Thesis of Norwegian institute of technology, 1994.

- [13] Sname. "Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid". Technical report no. i-5, technical and research bulletin, the society of naval architects and marine engineers, New York, 1994.
- [14] "Contribution à la coordination de flottille de véhicules sous-marins autonomes". Rapport disponible sur le site : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00195079>.
- [15] M. Nasri. " $H_\infty$  fuzzy static output feedback control for electrical power steering subject to actuator saturation via fuzzy Lyapunov functions". Transaction of institute of measurement and control, vol 41 (12) pp-3340-3351, 2019.
- [16] Takagi, et Sugeno. "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control". iee transactions on system man and cybernetics, vol.15, n°.1, pp 116-132, 1985.
- [17] Alexandre seuret. "Commande et observation des systèmes à retards variables": théorie et applications. Automatique / robotique. Thèse de doctorat-école centrale de Lille; université des sciences et technologie de Lille Lillei, 2006.
- [18] T. Erneux. "Applied delay differential equations". Document disponible sur le site : <https://www.springer.com/gp/book/9780387743714>, 2009.
- [19] Normey-rico. "PID control dead time processes". Document disponible sur le site : <https://www.springer.com/gp/book/9781846288289>, 2007.
- [20] J. Anthonis, A. Seuret, J.-p. Richard, and H. Ramon. "Design of a pressure control system with dead band and time delay", iee trans. control syst. technology to appear, 2006.
- [21] B. Chen, X. Liu, and S. Tong, "New delay-dependent stabilization conditions of T-S fuzzy systems with constant delay", fuzzy sets syst., vol. 158, no. 20, pp. 2209–2224, 2007.
- [22] C. Lin, G. Wang, T.-h. Lee, and Y. He, "LMI approach to analysis and control of takagi-sugeno fuzzy systems with time delay", vol. 351. Springer. 2007.
- [23] C. Peng, D. Yue, T.-c. Yang, and E.-g. Tian, "Delay-dependent approach for robust stability and stabilization of ts fuzzy systems with constant delay and uncertainties", iee trans. Fuzzy syst., vol. 17, no. 5, pp. 1143–1156, 2009.

- [24] I. Lopez, J.-l. Piovesan, C.-t. Abdallah, D. Lee, O.-m. Palafox, M. Spong, and R. Sandoval, "Practical issues in networked control systems", acc'06, June, 2006, pp. 4202 – 4207.
- [25] K. Astrom and b. "Witten mark, adaptive control", prentice hal publisher, 1989.
- [26] J.Hale, "Theory of functional differential equations", springer-verlag, 1997.
- [27] Qing-Long Han, "Stability of linear functional differential equations : a new Lyapunov technique proceedings of mathematical theory of networks and systems", 2004.
- [28] E. Fridman and U. Shaked, "Stability and guaranteed cost control of uncertain discrete delay systems", international journal of control 45, no. 12, 2406–2411. 2000.
- [29] X. Jiang and Q.-l. Han, "H $\infty$  control for linear systems with interval time-varying delay", automatic, 2099–2106.2005
- [30] K. Gu, V.-l. Kharitonov, and J. Chen, "Stability of time-delay systems", birkhauser, 2003.
- [31] M. Sugeno et G. kang, "Structure identification of fuzzy model, fuzzy sets and systems", vol.28, pp 15-33, 1988.
- [32] M. Bouchon. "La logique floue et ses applications". Addison Wesley. Paris, 1995.
- [33] Bouchon-meunier. "Logique floue: exercices corrigés et exemples d'applications. Addison Wesley". Paris, 1998.
- [34] M. Mokhtari, et M. Marie, "Applications de matlab 5 et simulink 2. springer-verlag". france, 1998.
- [35] L. Gagône, "Eléments de logique floue". Hermès édition. Paris, 1997.
- [36] Morère, "Mise en œuvre de la loi de commande pour les modèles flous de type takagi-sugeno", thèse de doctorat, université de valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2001.
- [37] Gassok, "Identification des systèmes dynamiques non linéaires: approche multi modèle" , thèse de doctorat, l'institut national polytechnique de lorraine, Nancy, 2000.

- [38] K. Tanaka, O. hua, O. Wangh, "Fuzzy control systems design and analysis a linear matrix inequality", John Wiley and sons, New York, 2001.
- [39] M.-g Thierry, L. Vermeiren, "Control laws for takagi-sugeno fuzzy models", Elsevier, fuzzy sets and systems 120 95 -108, 2001.
- [40] H. Khalil, "Nonlinear systems".Prentice hall, 2002.
- [41] X. Zhang, Y. Xiao, G. Zhang, X. Sun, and X. Zhao, "Delay-independent stabilization of depth control for unmanned underwater vehicle", in 2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (pp.2494-2499), 7-10, Harbin, China, 2016.
- [42] F. Bourahala, "Relâchement des conditions de stabilité des systèmes flous de Takagi-Sugeno : approche LMI", thèse de doctorat-université Ferhat-Abbas-Setif, 2008.
- [43] Safta de Hillerin. "Commande robuste de systèmes non linéaires incertains". Automatique / Robotique. Supélec. Français. tel-00642160v1, 2011.
- [44] T. Bouarar, "Contribution à la synthèse de lois de commande pour les descripteurs de type Takagi-Sugeno incertains et perturbés". Automatique / robotique. Thèse de doctorat-Université de Reims - Champagne Ardenne. français.tel-00652004, 2009.
- [45] "Stabilité et stabilisation des modèles flous de Takagi-Sugeno". Rapport disponible sur le site : <http://thesis.univ-biskra.dz/2407/4/Chapitre%202.pdf>.
- [46] G. Scorletti, V. Fromion, "Introduction à la commande multi variable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle  $H_\infty$ ", cours au32 du master recherche, université de Caen/basse Normandie, France, 2007.
- [47] C. Gauthier, " Commande multi variable de la pression d'injection dans un moteur Diesel Common Rail ", thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.

## Résumé

Les modèles Takagi-Sugeno (TS), bien qu'initialement introduits dans le contexte de la méthodologie floue, se présentent aujourd'hui sous une forme analytique. En effet, ils s'écrivent comme une somme convexe de sous-systèmes linéaires pondérés par des fonctions non linéaires. Cette écriture exacte rend possible l'utilisation des outils classiques de l'Automatique pour l'étude de la stabilité et la stabilisation des modèles TS : la majeure partie des critères existants découle de l'utilisation de fonctions de Lyapunov quadratiques. Ce mémoire propose, dans un premier temps, d'établir des critères de stabilité et stabilisation quadratiques en utilisant le plus finement possible notre connaissance des fonctions de pondérations. Ces fonctions sont construites comme sommes convexes non linéaires de fonctions de Lyapunov quadratiques. Dans un second temps, nous exploitons les différentes techniques de commande des modèles TS pour la stabilisation de robot sous marin AUV à retard.

En outre, en étendant la formulation TS à une classe de systèmes non linéaires à retard, nous obtenons des méthodes systématiques de synthèse de contrôleurs. Tout au long de ce mémoire, dans le but d'obtenir des résultats facilement exploitables numériquement, une importance particulière est donnée à la formulation LMI (Inégalités Matricielles Linéaires) des critères développés.

Enfin, à la lumière des présents travaux, de nombreuses perspectives pour de futures recherches sont proposées.

**Mots Clés:** Modèles Takagi-Sugeno, systèmes non linéaires, synthèse Lyapunov, stabilité quadratique, système non linéaire à retards, LMI.

## Abstract

Even if Takagi-Sugeno's (TS) models were first introduced in the context of fuzzy methodology, they are now presented in an analytic formulation. They are indeed written as a convex sum of linear subsystems with non linear weighting functions. This formulation allows us to use the classical tools of automatic control for the stability analysis and the stabilization of TS models: most of the usual criteria found in the literature are based on the use of quadratic Liapunov functions. In a first part, this thesis proposes quadratic stability and stabilization criteria involving our precise Knowledge of the weighting functions. In a second part, different control techniques of TS models are used



for the stabilization of the AUV underwater robot. Moreover, having extended the TS writing to non linear time delay systems, we derive systematic methods for the controller synthesis. Along this thesis, the LMI (Linear Matrix Inequalities) formulation of the proposed criteria is emphasized for an easy computation of the results.

At last, based on the studies of this thesis, a lot of trades are proposed for future research.

**Keywords:** Takagi-Sugeno's models, nonlinear systems, Lyapunov design, quadratic stability regular form, sliding mode, non linear time-delay systems, LMI.

## المخلص

نماذج تاكاجي سوجينو (T-S)، على الرغم من تقديمها في البداية في سياق منهجية غامضة، يتم تقديمها الآن في شكل تحليلي. في الواقع، تم كتابتها كمجموع محدب للأنظمة الفرعية الخطية الموزونة بوظائف غير خطية. هذه الكتابة الدقيقة تجعل من الممكن استخدام الأدوات الكلاسيكية للأتمتة لدراسة استقرار واستقرار نماذج (T-S): معظم المعايير الحالية مستمدة من استخدام وظائف ليابونوف التربيعية. تقترح هذه الأطروحة، كخطوة أولى، إنشاء الاستقرار التربيعي ومعايير التثبيت باستخدام معرفتنا بوظائف الترجيح بأكبر قدر ممكن من الدقة. يتم إنشاء هذه الوظائف كمجموعات محدبة غير خطية لوظائف ليابونوف التربيعية. في الخطوة الثانية، نستخدم تقنيات التحكم المختلفة لنماذج (T-S) لتثبيت روبوت الغواصة تحت الماء المستقل المتأخر.

علاوة على ذلك، من خلال توسيع صيغة (T-S) إلى فئة من أنظمة التأخير غير الخطية، نحصل على طرق منهجية لتوليف وحدة التحكم. خلال هذه الأطروحة، وبهدف الحصول على نتائج يمكن استغلالها بسهولة عددًا، يتم إعطاء أهمية خاصة لصياغة المعايير المطورة LMI (عدم المساواة في المصفوفة). أخيرًا، في ضوء العمل الحالي، تم اقتراح العديد من وجهات النظر للبحوث المستقبلية.

**الكلمات المفتاحية:** نماذج تاكاجي سوجينو (T-S)، الأنظمة اللاخطية، تركيب ليابونوف، الاستقرار التربيعي، نظام التأخير اللاخطي LMI.