

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche  
Scientifique

Université Mohammed Seddik BENYAHIA - Jijel



**Mémoire de Fin d'Etudes**

**En vue de l'obtention du diplôme :**

**Master en automatique et systèmes**

**THEME**

**Commande tolérante aux défauts d'une classe des  
systèmes non linéaires avec saturation d'actionneur**

**Encadré par :**

**Mr.Khebbache Hicham**

**Présenté par :**

**Bendjama Imane**

**Tebizi Fella**

**Année universitaire : 2019/2020**

# Remerciements

*Nos remerciements s'adressent, avant tout à **Allah** clément et miséricordieux tout puissant pour la volonté, la patience qu'il nous a donnée à fin de réaliser ce travail, après à notre encadreur **Mr. Hicham Khebbache** pour son soutien, ses conseils, ses encouragements et ses idées qui ont été très appréciées tout au long de ce travail.*

*Enfin, on tient à remercier tous l'ensemble des enseignants qui ont contribué à notre formation avec beaucoup de dévouement et de compétence en n'oubliant jamais les personnes qui ont participés de prés ou de loin à ce modeste travail.*

# *Dédicace*

*Je dédie ce travail :*

*A ma chère mère,*

*A mon cher père,*

*Qui n'ont jamais cessé, de formuler prières à mon égard, de me soutenir et de m'épauler pour que je puisse atteindre mes objectifs.*

*A mes chères sœurs, Amira et Maria*

*Pour ses soutiens moral et leurs conseils précieux tout le long de mes études.*

*A ma chère binôme, Imane Bendjama*

*A ma chère tante Fadila*

*A mes amies d'enfance et du long parcours scolaire et universitaire,*

*Pour leurs aides et supports dans les moments difficiles.*

*A tous ceux qui m'aiment et que j'aime.*

# *Dédicace*

*Je dédie ce travail :*

*A ma chère mère,*

*A mon cher père,*

*Qui n'ont jamais cessé, de formuler prières à mon égard, de me soutenir et de m'épauler pour que je puisse atteindre mes objectifs.*

*A mes chères sœurs, Samar, Nedjla et Nour*

*Et mon cher frère Wassim*

*Pour ses soutiens moral et leurs conseils précieux tout le long de mes études.*

*A ma chère binôme, Fella Tebizi*

*A ma meilleure amie Amina Bouasla*

*A mes amies d'enfance et du long parcours scolaire et universitaire,*

*Pour leurs aides et supports dans les moments difficiles.*

*A tous ceux qui m'aiment et que j'aime.*

## Commande tolérante aux défauts d'une classe des systèmes non linéaires avec saturation d'actionneur

**Résumé:** L'objectif de ce travail est de présenter la synthèse de trois algorithmes de commande tolérante aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires triangulaires en présence d'une saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur. Les approches FTC proposées (FTC Passive) sont basées sur la méthode de commande par surface dynamique (DSC) et appliquées sur deux exemples d'application. Cette stratégie de commande permet d'éviter le problème « d'explosion de complexité ». Afin de traiter le problème de saturation, un système auxiliaire est introduit dans le désigne, et la compensation des défauts d'actionneur (biais et perte d'efficacité) se fait à l'aide d'un terme robuste.

**Mots clés:** non linéaire, commande tolérante aux défauts, commande par surface dynamique, saturation, défauts d'actionneur, robuste, système auxiliaire.

### Fault-tolerant control of a class of non-linear systems with actuator saturation

**Abstract:** The objective of this work is to present the synthesis of three fault tolerant control algorithms for a class of triangular nonlinear systems in the presence of input saturation and actuator faults. The proposed FTC (Passive FTC) approaches are based on the Dynamic Surface Control (DSC) method and applied on two application examples. This control strategy avoids the "explosion of complexity" problem. In order to deal with the saturation problem, an auxiliary system is introduced in the designator, and the compensation for actuator faults (bias and loss of efficiency) is done using a robust term.

**Keywords:** nonlinear, fault tolerant control, dynamic surface control, saturation, actuator faults, robust, auxiliary system.

### التحكم المتسامح مع الخطأ لفئة من الأنظمة غير الخطية مع تشبع المحرك

**الخلاصة:** الهدف من هذا العمل هو تقديم تركيب لثلاث خوارزميات تحكم تحمل الأخطاء لفئة من الأنظمة غير الخطية المثلثية في وجود تشبع في المدخل وأعطال المحرك. تعتمد مناهج FTC المقترحة على طريقة التحكم الديناميكي في السطح (DSC) ويتم تطبيقها على مثالين للتطبيق. تتجنب استراتيجية التحكم هذه مشكلة "انفجار التعقيد". من أجل التعامل مع مشكلة التشبع، يتم إدخال نظام مساعد في التعيين، ويتم التعويض عن أخطاء المشغل (التحيز وفقدان الكفاءة) باستخدام مصطلح قوي.

**الكلمات المفتاحية:** غير خطي، تحكم متسامح مع الخطأ، تحكم ديناميكي بالسطح، تشبع، أعطال في المحرك، نظام قوي، مساعد.

# Table des matières

## Table des figures

Introduction générale..... 1

<b>Chapitre 1 : Généralité sur les systèmes non linéaires et la commande tolérante aux défauts.</b>
---

1.1. Introduction .....	3
1.2. Définitions .....	3
1.2.1. Les systèmes linéaires .....	3
1.2.2. Les systèmes non linéaires .....	3
1.2.3. Equilibre .....	3
1.2.4 Stabilité.....	3
1.3. Stabilité des systèmes non linéaires .....	4
1.3.1. Stabilité selon Lyapunov .....	4
1.3.2. Stabilité local et stabilité globale .....	4
1.3.3. Stabilité simple .....	5
1.3.4. Stabilité asymptotique .....	6
1.3.5. Stabilité exponentielle .....	7
1.4. Méthode d'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires.....	7
1.4.1. Méthode indirecte de Lyapunov .....	7
1.4.2. Méthode directe de Lyapunov .....	7
1.5. Choix de la fonction de Lyapunov .....	8
1.6. Synthèse de la commande par la méthode directe de Lyapunov .....	9
1.7. Commande des systèmes non linéaire.....	9
1.8. La saturation.....	10
1.9. Défauts d'actionneur .....	11
1.10. Commande tolérante aux défauts (FTC) .....	12

1.11. Classification des approches FTC .....	12
1.11.1. Approches FTC passives .....	13
1.11.2. Approches FTC actives .....	13
1.12. Conclusion .....	13

## **Chapitre 2 : Commande tolérante aux défauts via la DSC simple.**

2.1. Introduction .....	14
2.2. Commande par surface dynamique DSC .....	14
2.3. Analyse de la stabilité .....	17
2.4. Commande par surface dynamique avec saturation est défauts d'actionneur .....	18
2.4.1. Formulation de problème .....	18
2.4.2. Systèmes auxiliaire .....	19
2.4.3. Synthèse de contrôleur .....	19
2.4.4. Analyse de la stabilité .....	22
2.5. Exemples d'application .....	24
2.5.1. Exemple 1 : systèmes non linéaire de deuxième ordre .....	24
2.5.2. Exemple 2 : bras manipulateur .....	28
2.5.3. Interprétation des résultats .....	31
2.6. Conclusion.....	32

## **Chapitre 3 : Commande tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres par mode de glissement.**

3.1. Introduction .....	33
3.2. Système auxiliaire .....	33
3.3. Synthèse du contrôleur .....	33
3.4. Analyse de stabilité .....	35
3.5. Exemples d'application .....	37
3.5.1. Exemple1 : systèmes non linéaire de deuxième ordre .....	38

3.5.2. Exemple 2 : bras manipulateur .....	42
3.5.3. Interprétation des résultats .....	46
3.6. Conclusion.....	47

<p><b>Chapitre 4 : Commande tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres non linéaires lisses.</b></p>
---

4.1. Introduction .....	48
4.2. Système auxiliaire .....	48
4.3. Synthèse de contrôleur .....	49
4.4. Analyse de stabilité .....	51
4.5. Exemples d'application .....	54
4.5.1. Exemple 1 : systèmes non linéaire de deuxième ordre .....	54
4.5.2. Exemple 2 : bras manipulateur.....	57
4.5.3. Interprétation des résultats .....	60
4.6. Conclusion.....	60
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>61</b>
<b>Références bibliographique.....</b>	<b>63</b>



# Table des figures

<b>CHAPITRE 1</b>		
Figure (1.1)	Trajectoire d'un système dans le plan de phase	4
Figure (1.2)	Stabilité simple selon Lyapunov	5
Figure (1.3)	Stabilité asymptotique selon Lyapunov	6
Figure (1.4)	Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov	8
Figure (1.5)	La fonction de saturation	11
<b>CHAPITRE 2</b>		
Figure (2.1)	Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur	25
Figure (2.2)	Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur	27
Figure (2.3)	Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur	29
Figure (2.4)	Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur	30
<b>CHAPITRE 3</b>		
Figure (3.1)	Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur	38
Figure (3.2)	Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur	39
Figure (3.3)	Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur.	41
Figure (3.4)	Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.	42
Figure (3.5)	Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.	44
Figure (3.6)	Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.	45
<b>CHAPITRE 4</b>		
Figure (4.1)	Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur.	54
Figure (4.2)	Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur	56
Figure (4.3)	Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.	57
Figure (4.4)	Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.	59

# Introduction générale

## Introduction générale

Avec la complexité des procédés et l'augmentation des éléments technologiques matériels ou logiciels qui sont souvent intégrés aux boucles de contrôle de ces systèmes, la tolérance aux défauts est devenue l'une des préoccupations majeures dans la conception des systèmes automatisés complexes [3,4]. En effet, de nombreuses méthodes et techniques fondées sur des modèles dynamiques ont été développées pour la détection d'anomalies, le traitement de ces anomalies et la prise de décision concernant la reconfiguration des systèmes ou de ses objectifs [5,6]. Ces thématiques sont souvent abordées dans la littérature relevant de la commande tolérante aux défauts (FTC : Fault Tolerant Control) et ont fait l'objet de nombreux travaux de la part de la communauté scientifique [7,8].

L'un des principaux problèmes rencontrés durant la conception d'une boucle de commande est la présence de la saturation. Cette caractéristique est pratiquement inévitable dans les systèmes réels. Elle inclut des contraintes sur l'amplitude de la variable d'entrée. Ces contraintes peuvent être dues à des restrictions volontairement placées sur l'actionneur pour éviter la détérioration du système et/ou des limitations physiques sur les actionneurs eux-mêmes. Pour résoudre le problème de la saturation plusieurs solutions ont été élaborées dans notre cas essayant de concevoir un schéma de compensation à base d'un système auxiliaire [2].

Ainsi que les défauts d'actionneur qui agissent au niveau de la partie opérative et détériorent le signal d'entrée du système. Ils représentent une perte totale (défaillance) ou partielle d'un actionneur agissant sur le système.

Ce mémoire s'intéresse à l'élaboration de quelques lois de commande tolérante aux défauts d'une classe des systèmes non linéaires avec saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur. L'objectif principal ici est d'étudier les performances des approches FTC proposées sur une classe des systèmes non linéaires triangulaire.

La présentation du mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

Le premier chapitre, c'est un chapitre introductif consacré à rappeler quelques propriétés générales des systèmes linéaires et non linéaires, le problème de saturation et les défauts d'actionneur, la commande tolérante aux défauts utilisée pour traiter les problèmes cités et la classification des approches de la commande FTC.

Le deuxième chapitre est consacré à la commande par surface dynamique pour une classe des systèmes non linéaires triangulaires avec saturation à l'entrée et défauts d'actionneur. Pour valider cette approche, deux exemples d'application ont été considérés dans la simulation, le premier est numérique représenté par un système non linéaire de deuxième ordre et le deuxième exemple est pratique (bras manipulateur) représenté par un système non linéaire de troisième ordre. Nous donnons par la suite une représentation des résultats de simulation avec des interprétations pour voir les performances de cette approche de commande.

Dans le troisième chapitre, une loi de commande par surface dynamique avec des filtres par mode de glissement est appliquée pour une classe des systèmes non linéaires triangulaires avec saturation d'entrée et défauts d'actionneur sur les mêmes exemples d'application. Afin de valider les performances de cet algorithme de commande, les résultats de simulation sont fournis avec les interprétations correspondantes.

Le dernier chapitre est dédié à la présentation d'une loi de commande par surface dynamique avec des filtres non linéaires lisses pour la même classe des systèmes non linéaires considérée précédemment. Ainsi, pour voir les caractéristiques de cette méthode FTC, une application est effectuée sur les mêmes exemples de simulation.

Enfin, une conclusion générale sur les résultats obtenus sera donnée à la fin de ce travail.

Généralités sur les systèmes  
non linéaires et  
la commande tolérante aux  
défauts

## 1.1. Introduction

Dans ce chapitre, il est nécessaire de donner des définitions et des rappels sur les termes utilisés et les problèmes traités dans ce travail de mémoire. Cela nous permettra de définir les différents objectifs de cette étude et les méthodes que nous allons utiliser.

## 1.2. Définitions

### 1.2.1. Les systèmes linéaires

On appelle systèmes linéaires les systèmes physiques représentés par des équations différentielles linéaires ordinaires à coefficients constants.

### 1.2.2. Les systèmes non linéaires

Un système non linéaire est un système qui n'est pas linéaire, c'est-à-dire qui n'obéit pas au principe de superposition. Alors, un système non linéaire ne peut pas être décrit par des équations différentielles linéaires ordinaires à coefficients constants.

Cette définition explique la complexité et la diversité des systèmes non linéaires. Il n'y a pas une théorie générale pour ces systèmes, mais plusieurs méthodes adaptées à certaines classes de systèmes non linéaires.

### 1.2.3. Equilibre [9]

Physiquement, un système est en équilibre quand il conserve son état en absence de forces externes. Mathématiquement, cela équivaut à dire que la dérivée  $\dot{x}$  de son état est nul. Pour un système  $\dot{x} = \phi(x)$

L'état d'équilibre  $\mathbf{x}_e$  est la solution de l'équation algébrique  $\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$

### 1.2.4. Stabilité [9]

On dit qu'un système est stable si, déplacé de sa position d'équilibre, il tend à y revenir ; instable, s'il tend à s'en écarter davantage.

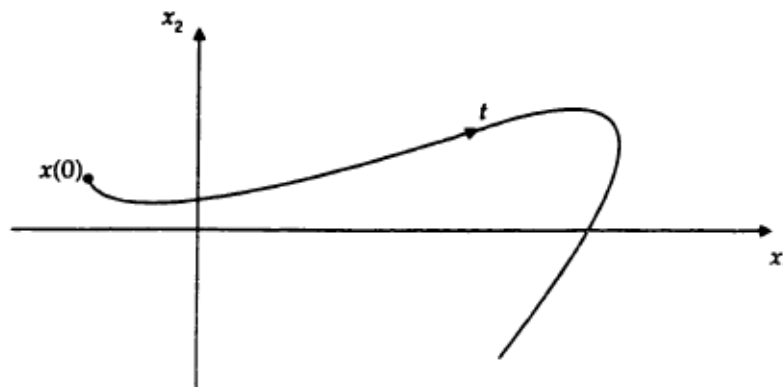


Figure (1.1) : Trajectoire d'un système dans le plan de phase

### 1.3. Stabilités des systèmes non linéaires

#### 1.3.1. Stabilité selon Lyapunov

La méthode de Lyapunov est une des méthodes fondamentales pour la stabilité des systèmes dynamiques. C'est un ensemble des résultats mathématiques basés sur la décroissance de l'énergie totale d'un système donné. Elle est très largement utilisée pour l'étude de stabilité de différentes équations différentielles et consiste à choisir, dans un premier temps, une fonctionnelle candidate de Lyapunov exprimé en fonction de l'état du système étudié et respectant des propriétés et de dérivabilité, puis à transformer la vérification de ces propriétés en un simple problème d'optimisation. A chaque type d'équation différentielle considérée, une fonctionnelle de Lyapunov appropriée doit être définie.

#### 1.3.2. Stabilité locale et stabilité globale [9]

On peut prédire le comportement d'un système linéaire à partir de l'analyse de sa position d'équilibre. Un système dont le point d'équilibre est stable (instable) est stable (instable). Il n'en est plus de même pour un système non linéaire. Etant donné que celui-ci peut avoir plusieurs positions d'équilibre, la stabilité de l'une de ces positions d'équilibre ne suffit pas à elle seule à prédire la stabilité du système. Afin de quantifier l'influence de la stabilité d'un point d'équilibre sur la stabilité du système, de nouvelles définitions de la stabilité sont introduites ; on parle de stabilité locale, stabilité globale et région d'attraction.

## Stabilité locale

La stabilité locale concerne simplement la position d'équilibre considérée, sans rien préjuger sur le domaine de validité de cette stabilité. C'est une condition nécessaire, mais non suffisante à la stabilité du système dans certain domaine  $D$ , contenant cette position d'équilibre.

## Stabilité globale

Lorsque le système est stable pour toutes les valeurs que peuvent prendre les variables du système. La stabilité globale possède un intérêt pratique beaucoup plus considérable que la stabilité locale. Elle ne dépend pas seulement du système, mais aussi des valeurs que peuvent prendre les variables dans le problème considéré. Ainsi, le même système est stable ou instable globalement, suivant le domaine de variables auquel on s'intéresse.

### 1.3.3. Stabilité simple [9,10]

S'il est possible de trouver une fonction  $V(x)$  de signe défini positive dans un domaine  $D$  et dont la dérivée totale  $\dot{V}(x)$  soit semi-définie négative et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre est (simplement) stable dans ce domaine.

Dans le cas d'une stabilité simple, l'asymptoticité de la stabilité (si le système est asymptotiquement stable) peut être prouvée en utilisant le théorème de Barbalat, qui vient compléter le théorème de Lyapunov pour la stabilité simple.

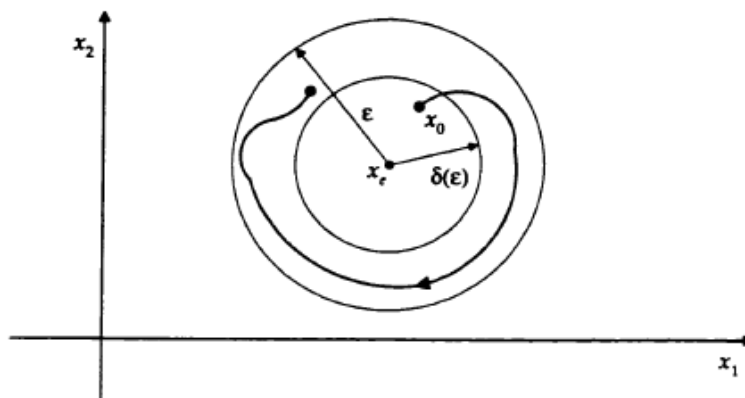


Figure (1.2) : Stabilité simple selon Lyapunov



**Lemme 1[11,12]: (stabilité UUB)**

Pour un système non linéaire, considérons la fonction définie positive suivante :

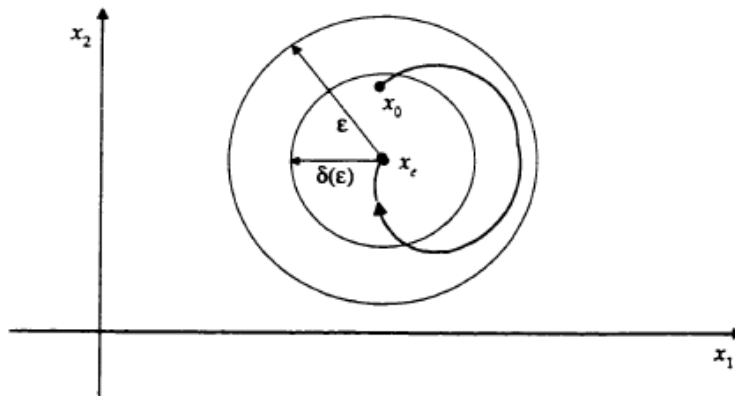
$0 \leq -\dot{V}(t) + C$ , tel que  $\zeta$  et  $C$  sont des constantes qui satisfont  $\zeta > 0$  et  $C \geq 0, \forall t_0$ . Donc, la fonction  $V(t)$  est satisfait l'inégalité suivante :

$$0 \leq V(t) \leq \frac{1}{\zeta} \left[ C - (C - \zeta V(t_0)) e^{-\zeta(t-t_0)} \right]$$

Ce qui implique que  $V(t)$  borné par une quantité  $\left(\frac{C}{\zeta}\right)$  et la vitesse de convergence exponentielle au borne de  $V(t)$  est égale à  $\zeta$ . Ainsi, l'état de système est ultimement uniformément bornée (UUB).

**1.3.4. Stabilité asymptotique [9]**

S'il est possible de trouver une fonction  $V(x)$  de signe défini (avec  $V(0) = 0$ ), dans un domaine  $D$  comprenant la position d'équilibre, et dont la dérivée totale par rapport au temps  $\dot{V}$  soit définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre sera asymptotiquement stable dans ce domaine.



**Figure (1.3) : Stabilité asymptotique selon Lyapunov.**

### 1.3.5. Stabilité exponentielle [13]

Le point d'équilibre  $x_e$  est dit exponentiellement stable, si il existe  $\alpha > 0$  et  $\lambda > 0$ , tel que :

$$\|x(t) - x_e\| \leq \alpha \|x(t_0) - x_e\| e^{-\lambda t},$$

$$\forall t > t_0, \forall x_0 \in B_r, \text{ avec } B_r = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| < r\}.$$

## 1.4. Méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires

L'étude de la stabilité des systèmes non linéaires est très complexe. L'approche de Lyapunov est l'approche la plus utilisée pour étudier ce problème. On distingue deux méthodes de Lyapunov pour l'analyse de la stabilité : la méthode indirecte et la méthode directe. La première concerne la stabilité locale autour d'un point d'équilibre. Par contre la deuxième détermine la stabilité des systèmes en construisant une fonction scalaire des états du système dont on examinera la variation temporelle.

### 1.4.1. Première méthode de Lyapunov (méthode indirecte)

Cette méthode est basée sur l'examen de linéarisation du système  $\dot{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$  autour du point d'équilibre  $x_e$  plus précisément, on examine les valeurs propres  $\lambda(\mathbf{A})$  de la matrice jacobéenne évaluée au point d'équilibre  $x_e$ . Selon cette méthode, les propriétés de stabilité du point d'équilibre.

### 1.4.2. Seconde méthode de Lyapunov (méthode directe)

La stabilité au sens de Lyapunov est une traduction mathématique d'une constatation élémentaire : Si l'énergie total d'un système décroît avec le temps, alors ce système qu'il soit (linéaire ou Non stationnaire ou non) tend à se ramener a un état d'équilibre (il est stable).la méthode directe de Lyapunov cherche donc a générer une fonction scalaire de type énergétique qui admet une dérivée temporelle négative.

## Théorème de Lyapunov

La méthode de Lyapunov permet d'analyser la stabilité d'un système linéaire ou non linéaire sans connaître explicitement la solution des équations différentielles qui le dérivent. Le système autonome  $\dot{x} = f(x)$ ,  $x_e = 0$  ce système aura un point d'équilibre  $x_e = 0$  globalement asymptotiquement stable, s'il existe une fonction scalaire  $v(x)$  continue avec une dérivée partielle par rapport au temps  $\dot{v}(x)$  continue ayant les propriétés suivantes :

1.  $V(0) = 0$
2.  $V(x) > 0, \forall x \neq 0$
3.  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) = \infty$  (radialement non bornée)
4.  $\dot{v}(x) < 0, \forall x \neq 0$

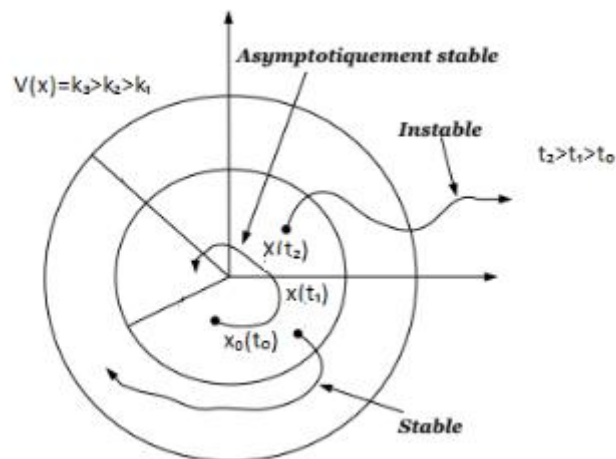


Figure (1.4) : Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov

### 1.5. Choix de la fonction de Lyapunov

Même pour des systèmes simples et en l'absence d'incertitude, le choix de la fonction de Lyapunov, et de la loi de commande, n'est pas toujours facile. Aucune règle générale n'existe à ce jour quant au choix d'une telle fonction. Quand on sait l'influence de ce choix sur le comportement général du système, on comprend l'intérêt qu'a suscité ce problème ces dernières années. Un bon choix de la fonction de Lyapunov permet d'assurer une stabilité dans une large plage de fonctionnement, voire même globale.

## 1.6. Synthèse de la commande par la méthode directe de Lyapunov [14]

Dans les paragraphes précédents, nous avons étudié la stabilité des systèmes ou on a supposé implicitement que la loi de commande a été choisie et notre but était de vérifier la stabilité du système avec cette loi de commande, mais le problème dans cette synthèse est comment trouver cette commande qui stabilisera le système.

Nous allons présenter une méthodologie qui combine entre la recherche de la fonction de Lyapunov et la loi stabilisante. En général, il existe deux concepts pour l'application de la méthode directe de Lyapunov pour la synthèse d'une commande stable :

- ❖ **1 concept** : on suppose que la loi de commande existe et on cherche la fonction de Lyapunov.
- ❖ **2 concept** : cette fois si, on fait un choix sur  $v(x)$ , la fonction de Lyapunov candidat, et on cherche la loi de commande qui rend cette fonction candidate à la fonction de Lyapunov réelle.

Dans la plupart des théorèmes et des lemmes de la stabilité au sens de Lyapunov l'existence de la fonction de Lyapunov était assumée et l'objectif était de déterminer la stabilité de ces systèmes. mais dans la plupart des cas, la recherche de cette fonction est très difficile.

## 1.7. Commande des systèmes non linéaires [9]

Du degré d'importance des non-linéarités présent dans un système, dépend la technique à utiliser pour le commander. Dans certains cas, la présence des non-linéarités rend la tâche plus ardue, étant donné les problèmes théoriques et pratique à résoudre. Mais il existe, néanmoins, certaines méthodes qui donnent des solutions intéressantes.

Si le système à commander présent des faibles non-linéarités, la démarche naturelle pour l'ingénieur est de les ignorer, en les traitants comme des perturbations affectant un modèle linéaire du système. Cette approche, qui peut s'appliquer à une grande classe de système, permet de profiter de l'arsenal de la théorie du contrôle des systèmes linéaires qui font partie de cette classe, l'utilisation de versions modifiées des techniques de contrôle linéaire donne des résultats satisfaisants. Reste à noter que cette méthode n'est pas générale et sa validation doit être faite pour chaque cas.

Malheureusement, dans beaucoup de situations, les non-linéarités ne peuvent être négligées, on parle alors de non-linéarités essentielles. De tels systèmes ne peuvent être

directement traités dans le cadre de la commande linéaire des méthodes mieux adaptées à ce types de problèmes sont à considérer. Deux approches sont distinguées pour aborder ces types de systèmes. La première vise à linéariser le système à commander, afin de profiter des techniques linéaires. Cette linéarisation est réalisée, moyennant des approximations ou des transformations géométriques dans l'espace de phase. L'inconvénient avec ces méthodes réside dans l'annulation, quand cela est possible, de toutes les non-linéarités, même les non nuisibles.

La deuxième approche, quant à elle, se base sur l'idée de concevoir une commande de façon à pouvoir trouver une fonction de commande de Lyapunov (FCL) garantissant certaines performances pour le système en boucle fermée. Trouver une telle FCL, pour un système non linéaire d'ordre élevé, peut s'avérer très difficile. La technique du backstepping permet de réduire cette complexité. Elle consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués, d'ordre décroissant. Le calcul de la FCL s'effectue récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. La dernière étape correspond au système global. L'ordre réduit des systèmes considérés à chaque étape procure une flexibilité dans le design, ce qui permet de résoudre plusieurs problèmes de commande sous moins de contraintes qu'avec la première approche.

## 1.8. La saturation [15]

Tous les systèmes de commande sont soumis, du fait, à des limitations sur les entrées ou sur les actionneurs, sous forme de saturation, qui apparait fréquemment dans la pratique, et qui s'avérée être une source de dégradation des performances.

Tous les actionneurs seaturent à un certain niveau. Lorsqu'un actionneur atteint ces limites, on dit qu'il est saturé.

La saturation est décrite par :

$$sat(u) = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } u \geq u_{\max} \\ u & \text{si } |u| < u_{\max} \\ -u_{\min} & \text{si } u \leq -u_{\min} \end{cases} \quad (1.1)$$

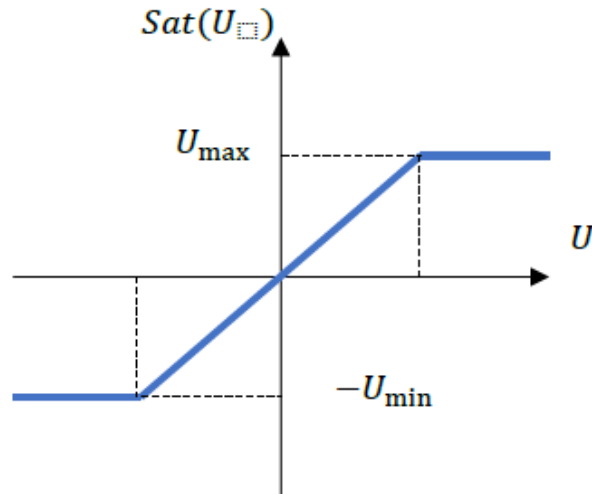


Figure (1.1) : la fonction de saturation

## 1.9. Défauts d'actionneurs [16]

Comme il est connu, couramment pour la procédure de diagnostic comme celle de la commande tolérante aux défauts, on utilise la modélisation pour caractériser le système à surveiller et on cherche toujours à définir un modèle représentant d'avantage son fonctionnement. Toutefois, on doit prendre en compte la modélisation des défauts quand le système est affecté par un défaut. Et par la suite, on a besoin de différencier ces défauts selon leurs natures (additifs ou multiplicatifs). En effet, ils peuvent affecter le procédé, les actionneurs ou bien les capteurs. Nous nous intéressons dans ce travail aux défauts d'actionneurs.

Les actionneurs sont considérés comme la partie opérative qui agit sur le système et transforme les signaux de commande issus du contrôleur en mouvement d'un moteur ou en délivrance par une résistante électrique ou bien en champ magnétique à partir d'un électroaimant etc....

Ainsi les défauts d'actionneurs s'additionneront aux commandes du système et concerneront l'ensemble des problèmes liés aux organes qui agissent sur l'état du procédé. Ils se traduisent donc par une incohérence entre la commande des actionneurs et la réponse en leur sortie. L'actionneur peut être en perte totale ou en perte partielle. Pour le premier cas, cet actionneur est devenu incapable de commander le système comme par exemple une vanne qui reste bloquée dans sa position initiale. Dans le deuxième cas, l'actionneur est caractérisé par

un fonctionnement dégénéré, c'est-à-dire, il fonctionne comme étant en régime nominal mais son action est à peine partielle. Ce phénomène est souvent caractérisé par une perte d'énergie.

### **1.10. Commande tolérante aux défauts (FTC) [17]**

Dans le domaine de la commande des systèmes, la complexité des systèmes est accompagnée d'une demande toujours plus forte de disponibilité et de sécurité. A fin de réussir ces objectifs, il existe des tâches et fonctions consacrées à garantir un correct fonctionnement de tels systèmes. Ces tâches peuvent être la détection, le traitement et le diagnostic, ainsi que la prise de décision concernant la gestion de défauts. Afin d'éviter des catastrophes inhérentes à l'apparition de défauts, la commande tolérante aux défauts est devenue une préoccupation majeure dans la conception. En effet, une loi de commande conventionnelle peut s'avérer très limitée et induire des comportements non désirés du système à commander, voire à l'instabilité de ce dernier, en présence des défauts. La tolérance à ces défauts permet de réduire, voire d'annuler, l'effet de défauts ayant un effet indésirable sur la mission, la sécurité (de l'être humain et le matériel), l'environnement et la rentabilité. La tâche principale qui incombe à la commande tolérante aux défauts est de synthétiser des lois de commande avec une structure permettant de garantir la stabilité et les performances du système, non seulement lorsque tous les composants de la commande sont opérationnels, mais aussi lorsque des capteurs ou/et des actionneurs sont défectueux.

### **1.11. Classification des approches FTC**

L'objectif principal de la commande tolérante aux défauts est de déterminer une stratégie de commande qui permet d'annuler, ou aux moins limiter les effets de défauts sur la stabilité et les performances du système. En présence d'un défaut de faible amplitude, une simple commande robuste peut préserver la stabilité et les performances nominales du système à commander : on parle alors d'accommodation passive du défaut. Par contre, en présence de défauts critiques, un module de diagnostic de défauts est nécessaire afin de mettre en œuvre une stratégie active de commande tolérante aux défauts. Dans ce cas, on distingue l'accommodation, la reconfiguration et la restructuration suivant les performances souhaitées après l'occurrence de défaut.

### **1.11.1. Approches FTC passives**

Dans le cadre de l'approche passive, les régulateurs sont synthétisés de façon à être robuste à un ensemble connu de défauts. L'idée principale est de faire en sorte que le système en boucle fermée soit robuste aux incertitudes et à quelques défauts spécifiques, c.-à-d. que les défauts sont pris en compte dans la conception du système de commande. Cette approche ne nécessite aucun schéma de détection de défauts ni aucune reconfiguration de loi de commande et/ou des paramètres du système, cependant sa capacité de tolérance reste restreinte à quelques défauts.

### **1.11.2. Approches FTC actives**

L'approche active est amenée à réagir aux diverses défaillances du système en reconfigurant les lois de commande tout en préservant la stabilité et les performances de celui-ci. Cette approche permet alors de traiter des défauts imprévus mais elle requiert de synthétiser un schéma de FDI (Fault Detection and Isolation) permettant de fournir de manière aussi précise que possible une information sur les défauts éventuels (l'instant d'apparition, le type et l'amplitude de défaut) ainsi qu'un modèle de défaut du système.

## **1.12. Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons rappelé quelques définitions essentielles, propriétés générales des systèmes non linéaires et linéaires et les problèmes traitées. On s'est intéressé par la suite à l'approche de commande FTC passive. Les méthodes FTC proposés prochainement sont destinées pour une classe des systèmes non linéaires. En effet, dans le chapitre suivant, on va présenter un algorithme de commande par surface dynamique pour une classe des systèmes non linéaires en présence d'une saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur.



Commande tolérante aux  
défauts  
via la DSC simple

## 2.1. Introduction

La commande par surface dynamique (DSC) est l'une des techniques de commande non linéaire qui a été développée avec un large éventail d'application. Cette méthode de commande est une extension de la technique backstepping, où des filtres de premier ordre passe-bas sont utilisés à chaque étape de conception, afin d'éviter le problème « explosion de termes » qui résulte des dérivations successives des lois de commande virtuelles.

Dans ce chapitre nous présentons une étude de l'approche DSC pour une classe des systèmes non linéaire en présence d'une saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur. Les performances de cette approche de commande sont examinées à travers deux exemples d'application.

## 2.2. Commande par surface dynamique (Dynamic Surface Control)

Dans cette partie, on va synthétiser une loi de commande par surface dynamique en utilisant les filtres passe-bas.

Considérons la classe des systèmes non linéaires triangulaire suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + x_2 \\
 \dot{x}_i &= f_i(\bar{X}_i) + x_{i+1}, \quad i = 2, \dots, n-1 \\
 \dot{x}_n &= f_n(\bar{X}_n) + u \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Où :

$f_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  sont des fonctions non linéaires connues tel que  $f_i(0) = 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $\bar{X}_i = [x_1, \dots, x_i]^T$  est le vecteur d'état partiel qui correspond aux  $i$  premières équations dynamiques,  $\bar{X}_n = [x_1, \dots, x_n]^T$  est le vecteur d'état global,  $u$  est l'entrée de commande et  $y$  est la sortie du système.

**Hypothèse 1 [18,19]:** le signal de référence  $y_r$  et ses dérivées  $\dot{y}_r$  et  $\ddot{y}_r$  sont supposées connues, continues et uniformément bornées.

La procédure de la commande par DSC s'effectue en  $n$  étapes :

**Etape 1 :** ( $i = 1$ )

La première surface est défini par :

$$s_1 = x_1 - y_r \quad (2.2)$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\ &= f_1(x_1) + x_2 - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (2.3)$$

La première commande virtuelle se donne comme suit :

$$x_{2c} = -(k_1 s_1 + f_1(x_1) - \dot{y}_r), \quad k_1 > 0 \quad (2.4)$$

Le filtrage de la commande virtuelle  $x_{2c}$  nous donne une nouvelle variable  $x_{2d}$  qui est utilisée afin d'éviter la dérivation de  $x_{2c}$ . Pour ce fait, on emploie un filtre passe-bas de premier ordre avec une constante de temps  $\tau_2 > 0$ .

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = x_{2c}, \quad x_{2d}(0) = x_{2c}(0) \quad (2.5)$$

L'erreur du filtre est exprimée par :

$$E_2 = x_{2d} - x_{2c} \quad (2.6)$$

La deuxième surface est donnée comme suit :

$$s_2 = x_2 - x_{2d} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= s_2 + x_{2d} \\ &= s_2 + (x_{2d} - x_{2c}) + x_{2c} \\ &= s_2 + E_2 + x_{2c} \end{aligned} \quad (2.8)$$

On remplace (2.4) et (2.8) dans (2.3), on obtient :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + s_2 + E_2 \quad (2.9)$$

**Etape i :** ( $i = 2, \dots, n-1$ )

La  $i^{\text{ème}}$  surface se donne par :

$$s_i = x_i - x_{id} \quad (2.10)$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \\ &= f_i(\bar{X}_i) + x_{i+1} - \dot{x}_{id} \end{aligned} \quad (2.11)$$

La  $i^{\text{ème}}$  commande virtuelle est décrit comme suit :

$$x_{(i+1)c} = -\left(k_i s_i + s_{i-1} + f_i(\bar{X}_i) - \dot{x}_{id}\right), \quad k_i > 0 \quad (2.12)$$

Pour éviter la dérivation de la commande virtuelle, on utilise un filtre passe-bas du premier ordre avec une constante de temps  $\tau_2 > 0$ .

$$\tau_{i+1} \dot{x}_{(i+1)d} + x_{(i+1)d} = x_{(i+1)c}, \quad x_{(i+1)d}(0) = x_{(i+1)c}(0) \quad (2.13)$$

L'erreur du filtre est :

$$E_{i+1} = x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c} \quad (2.14)$$

La dérivée correspondante s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{E}_{i+1} &= \dot{x}_{(i+1)d} - \dot{x}_{(i+1)c} \\ &= -\frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} - \dot{x}_{(i+1)c} \end{aligned} \quad (2.15)$$

La  $i^{\text{ème}} + 1$  surface est défini comme suit:

$$s_{i+1} = x_{i+1} - x_{(i+1)d} \quad (2.16)$$

Donc :

$$x_{i+1} = s_{i+1} + E_{i+1} + x_{(i+1)c} \quad (2.17)$$

On remplace (2.12) et (2.17) dans (2.11), on obtient :

$$\dot{s}_i = -k_i s_i - s_{i-1} + s_{i+1} + E_{i+1} \quad (2.18)$$

**Etape n :**

La  $n^{\text{ième}}$  surface est :

$$s_n = x_n - x_{nd} \quad (2.19)$$

La dérivée temporelle est :

$$\begin{aligned} \dot{s}_n &= \dot{x}_n - \dot{x}_{nd} \\ &= f_n(\bar{X}_n) + u - \dot{x}_{nd} \end{aligned} \quad (2.20)$$

La commande virtuelle est :

$$u = -\left(k_n s_n + s_{n-1} + f_n(\bar{X}_n) - \dot{x}_{nd}\right), \quad k_n > 0 \quad (2.21)$$

On remplace (2.21) dans (2.20), on obtient :

$$\dot{s}_n = -k_n s_n - s_{n-1} \quad (2.22)$$

### 2.3. Analyse de stabilité

Considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n E_i^2 \quad (2.23)$$

Dont la dérivée correspondante s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_1 \dot{s}_1 + \sum_{i=2}^{n-1} s_i \dot{s}_i + s_n \dot{s}_n + \sum_{i=2}^n E_i \dot{E}_i \\ &= s_1 (-k_1 s_1 + s_2 + E_2) + \sum_{i=2}^{n-1} s_i (-k_i s_i - s_{i-1} + s_{i+1} + E_{i+1}) \\ &\quad + s_n (-k_n s_n - s_{n-1}) - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \left( \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} + \dot{x}_{(i+1)c} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n -k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} s_i E_{i+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1}^2 - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \dot{x}_{(i+1)c} \end{aligned} \quad (2.24)$$

**Hypothèse 2 [20]:** Les dérivées des commandes virtuelles  $\dot{x}_{(i+1)c}$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  sont supposées bornées par des constantes positives  $M_{i+1}$ ,  $0 \leq \left| \dot{x}_{(i+1)c} \right| \leq M_{i+1}$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ .

D'après l'hypothèse (2) et l'inégalité de Young  $|ab| \leq \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}$ , on obtient :

$$s_i E_{i+1} \leq \frac{1}{2} (s_i^2 + E_{i+1}^2) \quad (2.25)$$

$$\left| E_{i+1} \dot{x}_{(i+1)c} \right| \leq \frac{1}{2} (E_{i+1}^2 + M_{i+1}^2) \quad (2.26)$$

Donc :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\sum_{i=1}^n k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (s_i^2 + E_{(i+1)}^2) - \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{1}{\tau_{i+1}} - \frac{1}{2} \right) E_{(i+1)}^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{M_{(i+1)}^2}{2} \\ &\leq -\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{n-1} (2k_i - 1) s_i^2 + k_n s_n^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{2}{\tau_{i+1}} - 2 \right) E_{(i+1)}^2 \right) + \sum_{i=1}^{n-1} M_{(i+1)}^2 \\ &\leq -\delta V + \eta \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{cases} \delta = \min \left[ (2k_1 - 1), \dots, (2k_{n-1} - 1), 2k_n, \left( \frac{2}{\tau_2} - 2 \right), \dots, \left( \frac{2}{\tau_n} - 2 \right) \right] > 0 \\ \eta = \sum_{i=1}^{n-1} M_{i+1}^2 > 0 \end{cases}$$

Où  $k_i > 1$  et  $\tau_i < 1$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ .

**Théorème 1 :** considérons le système non linéaire (2.1), les filtres passe-bas (2.5) et (2.13), et les lois de commandes (2.4), (2.12) et (2.21). Supposons les hypothèses 1 et 2 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système bouclé sont uniformément ultimement bornées (UUB) et l'erreur de poursuite converge vers un petit voisinage de zéro.

**Preuve :** En appliquant le Lemme 1 sur (2.27), on obtient :

$$0 \leq V(t) \leq \left( V(0) - \frac{\eta}{\delta} \right) e^{-\delta t} + \frac{\eta}{\delta} \quad (2.28)$$

Sachant que :  $\delta > 0$  et  $\eta > 0$ , donc :

$$0 \leq V(t) \leq V(0) e^{-\delta t} + \frac{\eta}{\delta} \quad (2.29)$$

On conclure que pour  $V(t) \geq \frac{\eta}{\delta}$ , on a  $\dot{V}(t) \leq 0$ . Donc, on applique le théorème de Lyapunov, on peut facilement déduire la bornitude des signaux d'erreur,  $s_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  et  $E_{i+1}$ ,  $i = 2, \dots, n$ . De (2.23) et (2.29), on a :  $\|s_i\| = \|(y - y_d)\| \leq \sqrt{2V(0)} e^{-0.5\delta t} + \sqrt{2\frac{\eta}{\delta}}$ . Ce qui implique que  $\|s_i\| \leq \sqrt{2\frac{\eta}{\delta}}$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ . De plus, on augmente la valeur de  $\delta$  et on diminue la valeur de  $\eta$ , la borne ultime  $\sqrt{2\frac{\eta}{\delta}}$  peut être rendue aussi petite que possible, et par conséquent, l'erreur de poursuite peut être faite arbitrairement proche de zéro.

## 2.4. Commande par surface dynamique avec saturation et défaut d'actionneur

### 2.4.1. Formulation du problème

Reprenant le système (2.1) dont l'entrée de commande  $u$  est subite à une saturation à l'entrée et deux défauts d'actionneur (biais et perte d'efficacité). Ce qui implique que la dernière équation dynamique du système (2.1) devienne :

$$\dot{x}_n = f_n(\bar{X}_n) + \underbrace{\kappa_a \text{sat}(v) + b_a}_u \quad (2.30)$$

Où  $0 < \kappa_a \leq 1$  modélise la perte d'efficacité d'actionneur,  $b_a$  modélise le biais d'actionneur. Ainsi, les termes  $\kappa_a$  et  $b_a$  sont considérés inconnus et bornés. De plus,  $v$  l'entrée de commande à concevoir et  $\text{sat}(v)$  représente le terme de saturation d'actionneurs, qui peut être décrit sous la forme suivante :

$$\text{sat}(v) = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } v \geq u_{\max} \\ v & \text{si } |v| < u_{\max} \\ -u_{\max} & \text{si } v \leq -u_{\max} \end{cases} \quad (2.31)$$

Le réarrangement de (2.1) et (2.30) nous donne :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + x_2 \\ \dot{x}_i &= f_i(\bar{X}_i) + x_{i+1}, \quad i = 2, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(\bar{X}_n) + \text{sat}(v) + D \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Où  $D = (\kappa_a - 1)\text{sat}(v) + b_a$  est un terme incertain qui englobe la saturation avec les deux types de défauts d'actionneur. Ce terme est considéré borné, i.e. il existe une constante positive  $\bar{D}$ , de façon que :  $0 \leq |D| \leq \bar{D}$ .

### 2.4.2. Système auxiliaire [21]

Pour compenser l'effet de la saturation, on utilise le système auxiliaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -k_1 \lambda_1 + \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_i &= -k_i \lambda_i + \lambda_{i+1}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \\ \dot{\lambda}_n &= -k_n \lambda_n + \Delta u \end{aligned} \quad (2.33)$$

Où  $\Delta u = \text{sat}(v) - v$  et  $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T$  désigne le vecteur des signaux auxiliaires.

### 2.4.3. Synthèse du contrôleur

Considérons le système incertain (2.32). On utilise la technique DSC, la procédure de la conception de loi de commande s'effectue en  $n$  étapes.

#### Etape 1 :

La première surface est définie comme suit :

$$s_1 = x_1 - x_{1d} - \lambda_1 \quad (2.34)$$

Sa dérivée temporelle s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} - \dot{\lambda}_1 \\ &= f_1(x_1) + x_2 - \dot{x}_{1d} + k_1 \lambda_1 - \lambda_2 \end{aligned} \quad (2.35)$$

On choisit  $x_{2c}$  comme commande virtuelle. Elle s'exprime comme suit :

$$x_{2c} = -k_1(\lambda_1 + s_1) - f_1(x_1) + \dot{x}_{1d} \quad (2.36)$$

Pour éviter la dérivation de la première commande virtuelle, on introduit une nouvelle variable  $x_{2d}$  obtenu par le filtrage de  $x_{2c}$ . Dans cette section on utilise un filtre passe-bas de premier ordre avec une constant de temps  $\tau > 0$  :

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = x_{2c} \quad (2.37)$$

L'erreur de filtre est écrite comme suit :

$$E_2 = x_{2d} - x_{2c} \quad (2.38)$$

La deuxième surface est définie par :

$$s_2 = x_2 - x_{2d} - \lambda_2 \quad (2.39)$$

Ce qui implique que :

$$\begin{aligned} x_2 &= s_2 + x_{2d} + \lambda_2 \\ &= s_2 + (x_{2d} - x_{2c}) + x_{2c} + \lambda_2 \\ &= s_2 + E_2 + x_{2c} + \lambda_2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

En remplaçant les équations (2.36) et (2.41) dans (2.35) on trouve que :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + s_2 + E_2 \quad (2.41)$$

### Etape i :

La  $i^{\text{ème}}$  surface est définit comme suit :

$$s_i = x_i - x_{id} - \lambda_i \quad (2.42)$$

Sa dérivée temporelle se donne par :



$$\begin{aligned}\dot{s}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} - \dot{\lambda}_i \\ &= f_i(\bar{X}_i) + x_{i+1} - \dot{x}_{id} + k_i \lambda_i - \lambda_{i+1}\end{aligned}\quad (2.43)$$

On choisit la  $i^{\text{ème}}$  commande virtuelle  $x_{(i+1)c}$  comme suit :

$$x_{(i+1)c} = -s_{i-1} - k_i(\lambda_i + s_i) - f_i(\bar{X}_i) + \dot{x}_{id} \quad (2.44)$$

Un filtre du premier ordre avec une constante de temps  $\tau_{i+1} > 0$  est utilisé pour éliminer la dérivation de la commande virtuelle. Il s'exprime par :

$$\tau_{i+1} \dot{x}_{(i+1)d} + x_{(i+1)d} = x_{(i+1)c}, \quad x_{(i+1)d}(0) = x_{(i+1)c}(0) \quad (2.45)$$

L'erreur de ce filtre est :

$$E_{i+1} = x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c} \quad (2.46)$$

Sa dérivée temporelle s'écrit comme suit :

$$\dot{E}_{i+1} = \dot{x}_{(i+1)d} - \dot{x}_{(i+1)c} = -\frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} - \dot{x}_{(i+1)c} \quad (2.47)$$

Considérons la  $i^{\text{ème}} + 1$  surface :

$$s_{i+1} = x_{i+1} - x_{(i+1)d} - \lambda_{i+1} \quad (2.48)$$

Il en résulte que :

$$x_{i+1} = s_{i+1} + E_{i+1} + x_{(i+1)c} + \lambda_{i+1} \quad (2.49)$$

En remplaçant les équations (2.44) et (2.49) dans (2.43), on trouve que :

$$\dot{s}_i = -s_{i-1} - k_i s_i + s_{i+1} + E_{i+1} \quad (2.50)$$

**Etape n :**

La  $n^{\text{ème}}$  surface se donne comme suit :

$$s_n = x_n - x_{nd} - \lambda_n \quad (2.51)$$

La dérivée temporelle de  $s_n$  peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned}
\dot{s}_n &= \dot{x}_n - \dot{x}_{nd} - \dot{\lambda}_n \\
&= f_n(\bar{X}_n) + \text{sat}(v) + D - \dot{x}_{nd} + k_n \lambda_n - (\text{sat}(v) - v) \\
&= f_n(\bar{X}_n) + v + D - \dot{x}_{nd} + k_n \lambda_n
\end{aligned} \tag{2.52}$$

La loi de commande  $v$  est donnée comme suit :

$$v = -s_{n-1} - k_n(\lambda_n + s_n) - f_n(\bar{X}_n) + \dot{x}_{nd} - \gamma \text{sign}(s_n) \tag{2.53}$$

En remplaçant la formule de  $v$  dans (2.52), on obtient :

$$\dot{s}_n = -s_{n-1} - k_n s_n + D - \gamma \text{sign}(s_n) \tag{2.54}$$

#### 2.4.4. Analyse de stabilité

Considérons la fonction de Lyapunov (2.23) :

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n E_i^2$$

Dont la dérivée correspondante peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s_1 \dot{s}_1 + \sum_{i=2}^{n-1} s_i \dot{s}_i + s_n \dot{s}_n + \sum_{i=2}^n E_i \dot{E}_i \\
&= s_1(-k_1 s_1 + s_2 + E_2) + \sum_{i=2}^{n-1} s_i(-s_{i-1} - k_i s_i + s_{i+1} + E_{i+1}) \\
&\quad + s_n(-s_{n-1} - k_n s_n + D - \gamma \text{sign}(s_n)) - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \left( \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} + \dot{x}_{(i+1)c} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n -k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} s_i E_{i+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1}^2 - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \dot{x}_{(i+1)c} + s_n (D - \gamma \text{sign}(s_n))
\end{aligned} \tag{2.55}$$

D'après les inégalités (2.25)-(2.26) et utilisant le fait que :  $k_i > 1$ ,  $\tau_i < 1$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  et  $\gamma \geq \bar{D}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^n k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (s_i^2 + E_{i+1}^2) - \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{1}{\tau_{i+1}} - \frac{1}{2} \right) E_{i+1}^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{M_{i+1}^2}{2} - |s_n| (\gamma - \bar{D}) \\
&\leq -\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{n-1} (2k_i - 1) s_i^2 + k_n s_n^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{2}{\tau_{i+1}} - 2 \right) E_{i+1}^2 \right) + \sum_{i=1}^{n-1} M_{i+1}^2 \\
&\leq -\delta V + \eta
\end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{cases} \delta = \min \left[ (2k_1 - 1), \dots, (2k_{n-1} - 1), 2k_n, \left( \frac{2}{\tau_2} - 2 \right), \dots, \left( \frac{2}{\tau_n} - 2 \right) \right] > 0 \\ \eta = \sum_{i=1}^{n-1} M_{i+1}^2 > 0 \end{cases}$$

**Théorème 2 :** considérons le système non linéaire (2.32), le système auxiliaire (2.33), les filtres passe-bas (2.37) et (2.45), et les lois de commandes (2.36), (2.44) et (2.53). Supposons les hypothèses 1 et 2 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système bouclé sont uniformément ultimement bornées (UUB) et l'erreur de poursuite en régime permanent assure :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - y_d(t)\| \leq \sqrt{\frac{2\eta}{\delta}} + \sqrt{\frac{2}{c_0}} \|\Delta u\| \quad (2.57)$$

**Preuve :** La démonstration de la stabilité UUB du système en boucle fermé est effectuée comme celle du Théorème 1. Donc, on peut déduire facilement

$$\text{que : } \|s_1\|^2 = \|(y - y_d - \lambda_1)\|^2 \leq 2V(0)e^{-\delta t} + \frac{2\eta}{\delta}.$$

Ce qui implique que :

$$\|(y - y_d)\| \leq \sqrt{2V(0)}e^{-0.5\delta t} + \sqrt{\frac{2\eta}{\delta}} + \sqrt{2}\|\lambda_1\| \quad (2.58)$$

Maintenant, on calcule la borne ultime de  $\lambda_1$ . Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \quad (2.59)$$

Sa dérivée temporelle peut s'écrire comme suit :

$$\dot{V}_\lambda = c_1 \lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 - c_2 \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3 + \dots + \lambda_{n-1} \lambda_n - c_n \lambda_n^2 + \lambda_n \Delta u \quad (2.60)$$

En utilisant le fait que :  $|\lambda_i \lambda_{i+1}| \leq \frac{\lambda_i^2}{2} + \frac{\lambda_{i+1}^2}{2}$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  et  $|\lambda_n \Delta u| \leq \frac{\lambda_n^2}{2} + \frac{\Delta u^2}{2}$ , l'équation (2.60) devienne :

$$\dot{V}_\lambda \leq -\sum_{i=1}^n \bar{c}_i \lambda_i^2 + \frac{1}{2} \Delta u^2 \leq -c_0 V_\lambda + \frac{1}{2} \Delta u^2 \quad (2.61)$$

Où  $\bar{c}_1 = c_1 - \frac{1}{2}$ ,  $\bar{c}_i = c_i - 1$ , ( $i = 2, \dots, n$ ),  $c_0 = \min_{1 \leq i \leq n} \bar{c}_i$

En multipliant les deux côtés de (2.61) par  $e^{c_0 t}$  et en intégrant le résultat sur l'intervalle  $[0, t]$ , on trouve

$$0 \leq V_\lambda \leq V_\lambda(0)e^{-c_0 t} + \frac{1}{2c_0} \|\Delta u\|^2 \quad (2.62)$$

En d'autres termes :

$$\|\lambda\|^2 \leq 2V_\lambda(0)e^{-c_0 t} + \frac{1}{c_0} \|\Delta u\|^2 \quad (2.63)$$

D'où

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\lambda\| \leq \frac{1}{\sqrt{c_0}} \|\Delta u\| \quad (2.64)$$

En combinant (2.64) avec (2.58) et utilisant le fait que  $\Delta u$  est borné, on peut facilement démontrer que (2.57) est satisfaite.

**Remarque :** La borne ultime de  $\|y(t) - y_d(t)\|$  dépend des paramètres  $\delta$  et  $\eta$  et de la borne de  $\Delta u$ . Les effets de ce dernier sur les performances du système peuvent être diminués en augmentant le paramètre  $c_0$ . En effet, si  $\Delta u \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ , on a  $\lambda_1 \rightarrow 0$ , ce qui donne

$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - y_d(t)\| \leq \sqrt{\frac{2\eta}{\delta}}$ . De plus, si on augmente la valeur de  $\delta$  et on diminue la valeur de  $\eta$ ,

la borne ultime  $\sqrt{\frac{2\eta}{\delta}}$  peut être rendue aussi petite que possible, et par conséquent, l'erreur de poursuite peut être faite arbitrairement proche de zéro. En d'autres termes, le meilleur suivi est assuré lorsque le système n'a pas de saturation ou le signal de commande n'est pas saturé quand  $t \rightarrow \infty$ .

## 2.5. Exemples d'application :

Pour montrer la validité de l'approche DSC présenté dans ce chapitre, nous effectuons une application de cet algorithme de commande sur deux exemples de simulation.

### 2.5.1. Exemple 1: système non linéaire de deuxième ordre

Dans cet exemple, on considère un système non linéaire triangulaire de deuxième ordre donné par :

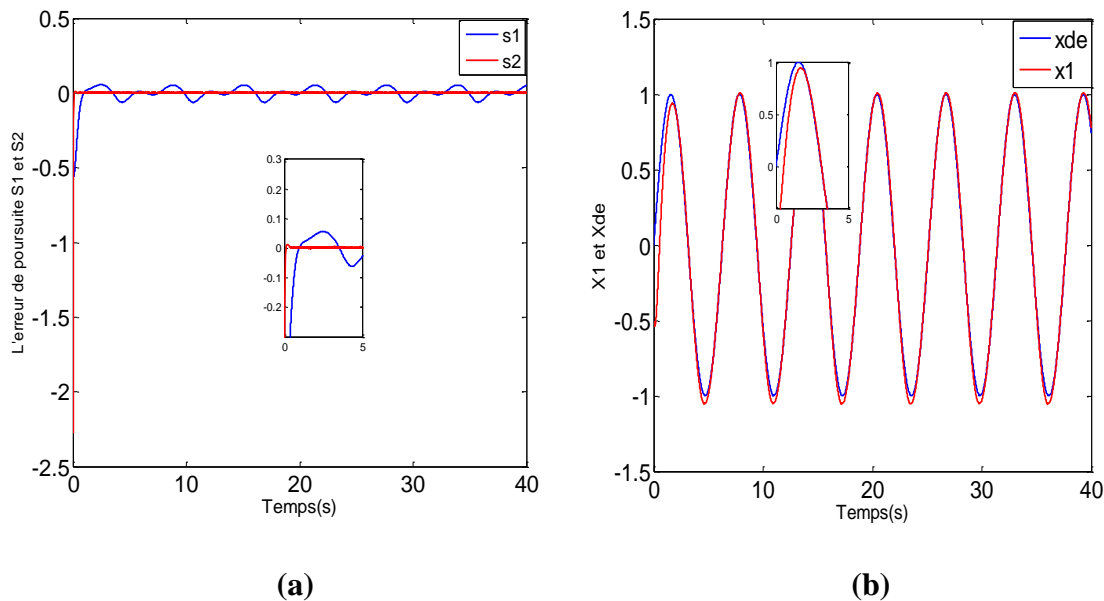
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.65)$$

Avec :  $f_1(x_1, x_2) = -x_1^2 + 0.1\sin(-x_1x_2)\cos(t)$  et  $f_2(x_1, x_2) = x_2 \sin(x_1)$ .

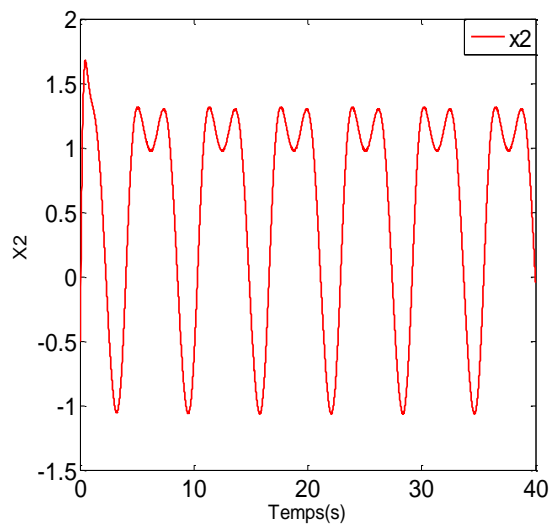
Où  $x_1$ ,  $x_2$  et  $u$  sont respectivement les états et l'entrée de commande du système. Les conditions initiales sont choisies comme suite :  $x(0) = [-0.5, -0.5]^T$ , les paramètres de conception sont :  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 2$  et  $\tau = 0.1$ . L'objectif de la commande est de forcer la sortie à suivre la trajectoire de référence  $y_d = \sin(t)$ . [22]

Les résultats de simulation sont donnés respectivement par :

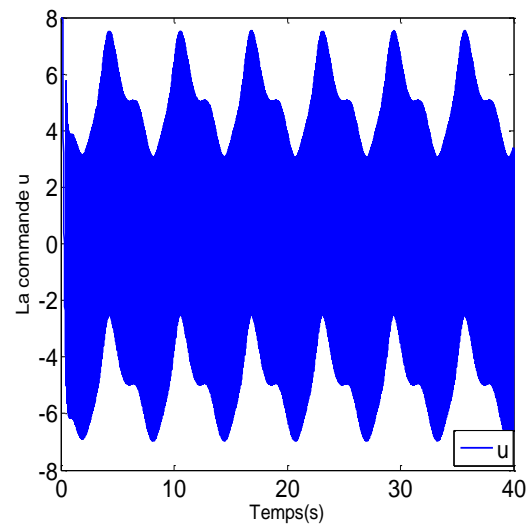
### Test sans défauts



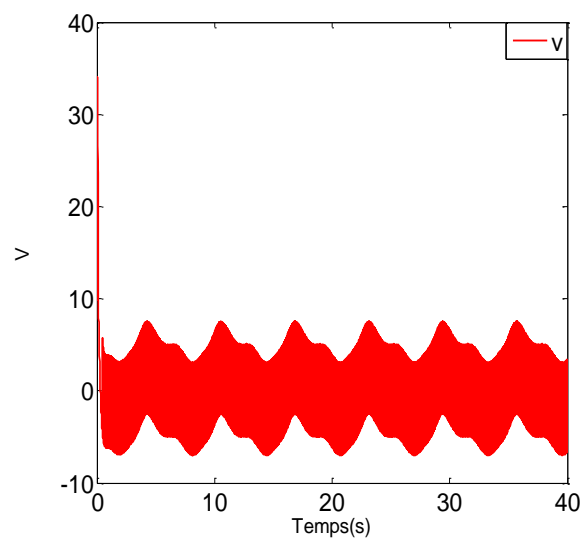
**Figure (2.1):** Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur.



(c)



(d)

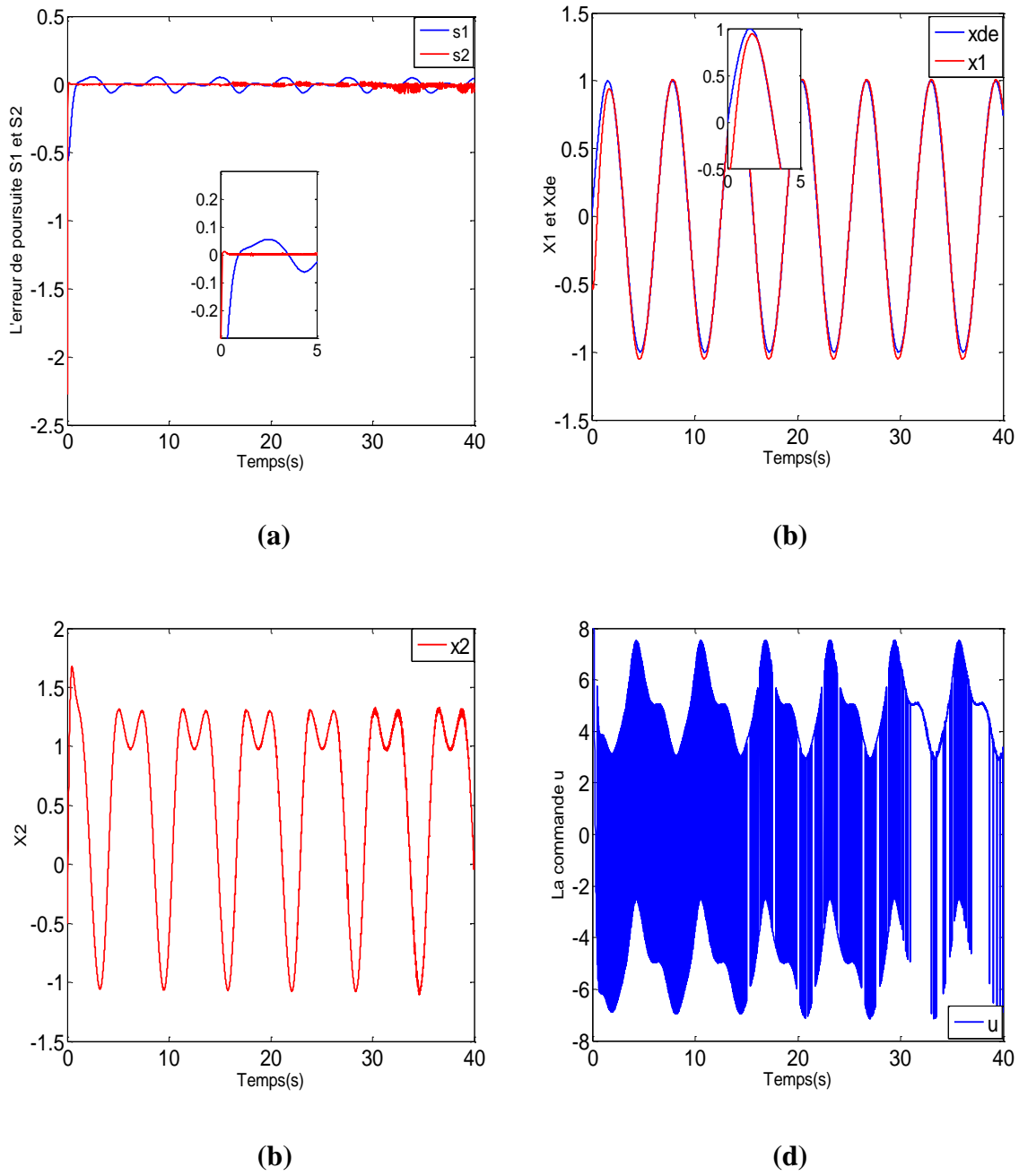


(e)

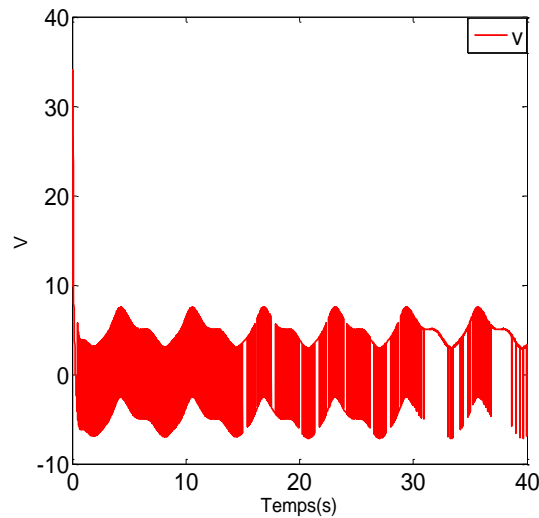
**Figure (2.1) (suite):** Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur.

### Test avec défauts

Dans ce test, on introduit une perte d'efficacité de 80% à partir de l'instant 15s, ainsi qu'un biais de valeur -5 à partir de 30s.



**Figure (2.2):** Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur.



(e)

**Figure (2.2) (suite):** Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur.

### 2.5.2. Exemples 2 : Bras manipulateur

On considère un bras manipulateur avec une liaison comme deuxième exemple d'application, soit  $q$ ,  $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$  respectivement la position angulaire, la vitesse angulaire et l'accélération angulaire,  $I$  est le courant du moteur et  $V$  est le voltage de commande. Le modèle mathématique est donné par les équations dynamiques non linéaires suivantes :

$$\begin{cases} D\ddot{q} + B\dot{q} + N \sin(q) = I \\ M\dot{I} = -HI - K_m\dot{q} + V \end{cases} \quad (2.66)$$

Où les paramètres de ce système sont choisis comme suit :  $D = 1$ ,  $B = 1$ ,  $M = 1$ ,  $H = 5$ ,  $N = 2.2$  et  $K_m = 5$ .

On pose que le vecteur d'état est  $x = [x_1, x_2, x_3]^T$  avec  $x_1 = q$ ,  $x_2 = \dot{q}$ ,  $x_3 = I$ , et  $u = v$ , donc le modèle dynamique peut s'écrire sous la forme triangulaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2.2 \sin(x_1) - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -5x_2 - 0.5x_3 + u \\ y = x_1 \end{cases}$$

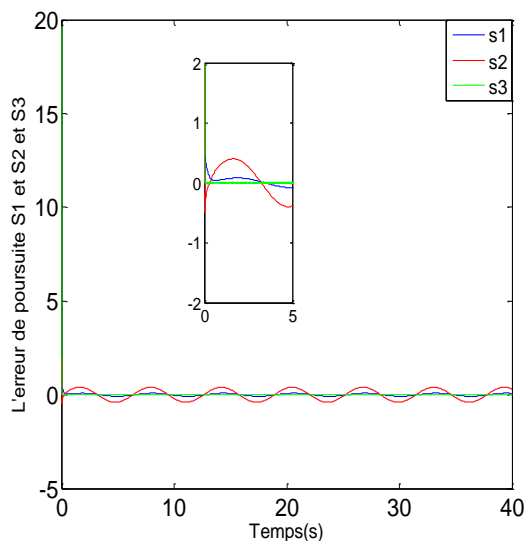


Les paramètres du contrôleur sont :  $k_1 = 5$ ,  $k_2 = 10$ ,  $k_3 = 15$ ,  $\tau_2 = 0.01$  et  $\tau_3 = 0.01$ .

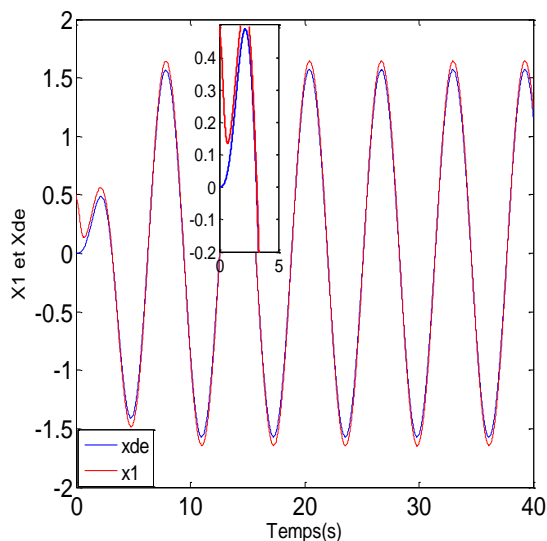
L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système à suivre la trajectoire de référence :

$$y_d = \left(\frac{\pi}{2}\right) \sin(t)(1 - e^{-0.1t^2}). \quad [22]$$

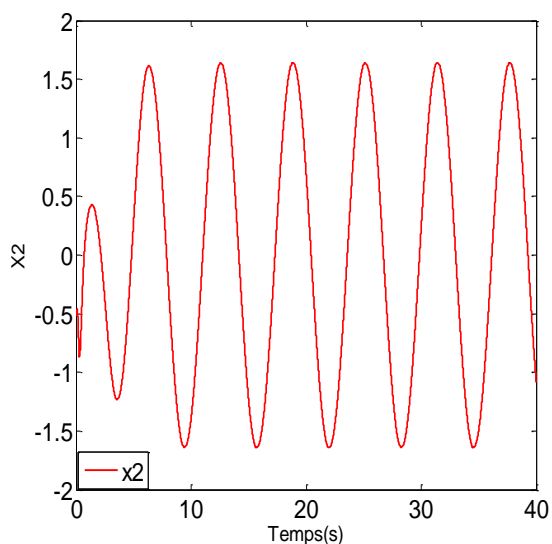
**Test sans défauts**



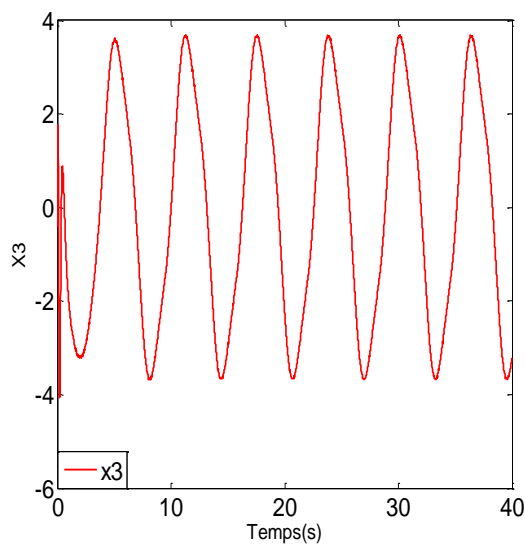
(a)



(b)

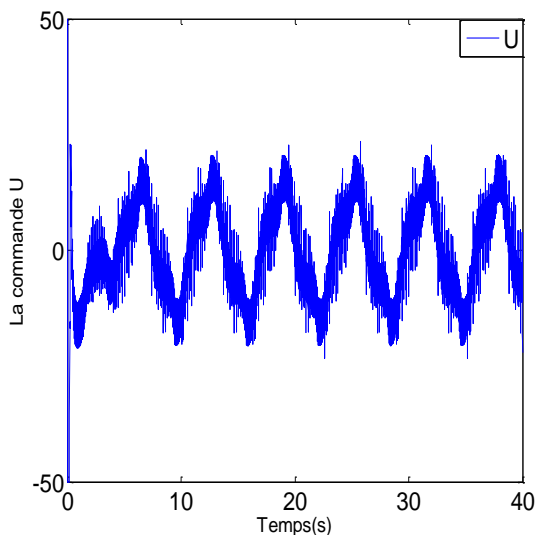


(b)

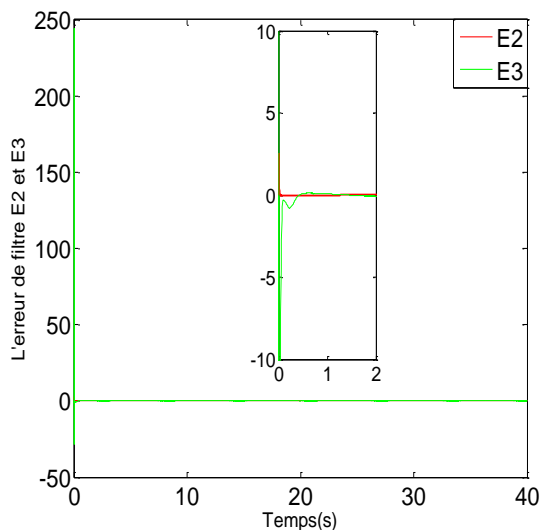


(d)

**Figure (2.3):** Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.



(e)

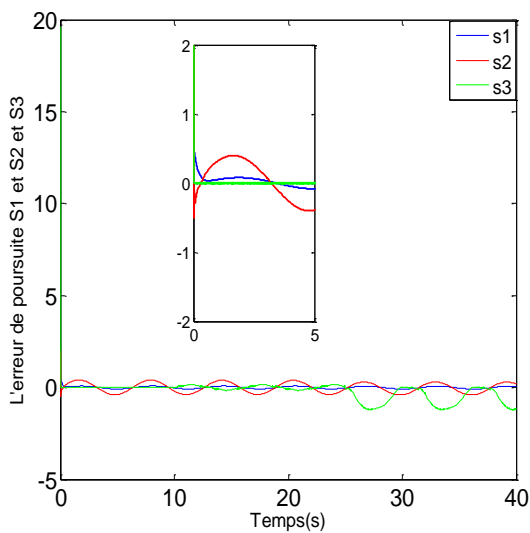


(f)

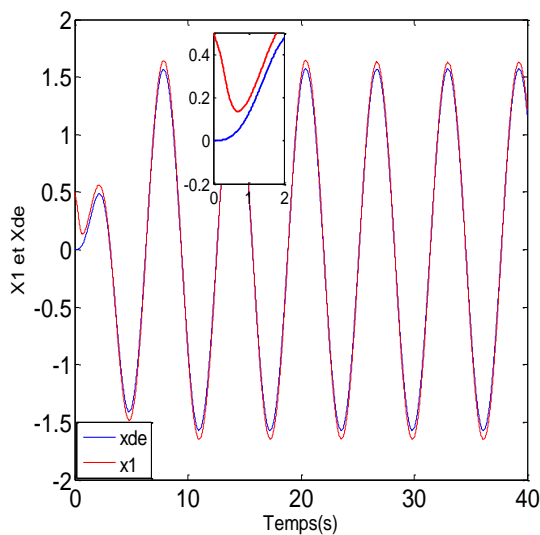
Figure (2.3) (suite): Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.

### Test avec défauts

Dans le cas défaillant, on introduit une perte d'efficacité de 80% à partir de l'instant 15s, ainsi qu'un biais de valeur -5 à partir de 30s.

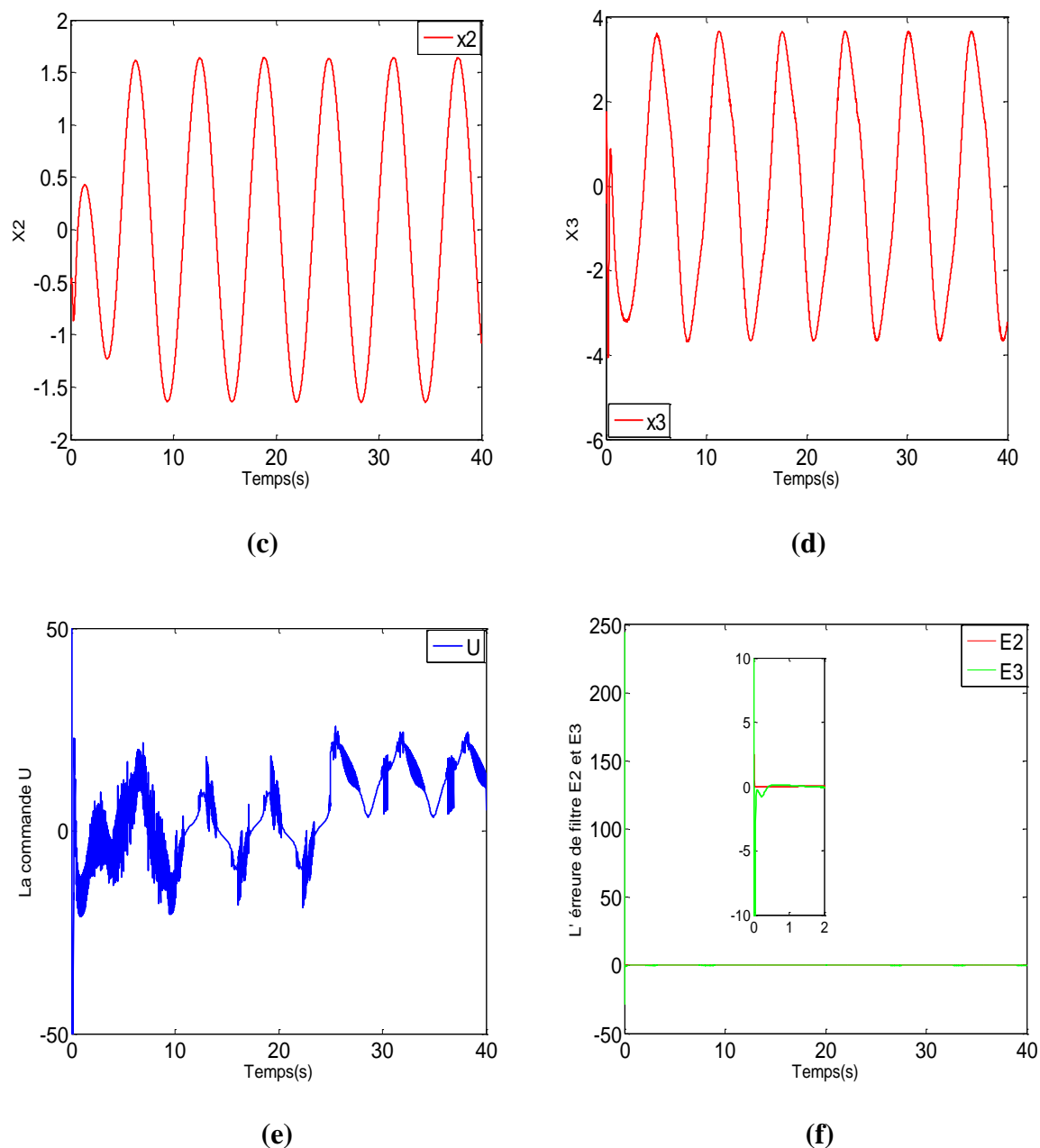


(a)



(b)

Figure (2.4): Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.



**Figure (2.4) (suite):** Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.

### 2.5.3. Interprétation des résultats

Pour les deux exemples d'application :

1. Dans le cas nominal (sans défauts), on remarque que malgré l'existence d'une petite saturation d'actionneur en régime transitoire, ainsi que la présence du broutement causé par l'utilisation de la fonction discontinue « sign », le signal de commande reste borné et la sortie suit bien la trajectoire de référence.

2. Dans le cas défaillant, on conclue que l'approche de commande DSC proposée est capable de compenser à la fois l'effet de saturation, ainsi que celui des défauts d'actionneurs, en assurant au même temps, la stabilité et la poursuite du système en boucle fermée.

## 2.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche de commande par surface dynamique (DSC) pour une classe des systèmes non linéaires incertains en présence d'une saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur. Afin de réduire l'effet de saturation dans l'actionneur, nous avons utilisé un système auxiliaire. Ainsi, la compensation de tous les dysfonctionnements ce fait d'une manière robuste à l'aide d'un terme discontinu « sign ». Les résultats de simulation effectuée sur les deux exemples d'application, ont montrés que l'approche FTC présentée dans ce chapitre est capable de compenser la saturation d'actionneur et de tolérer simultanément à deux types de défauts d'actionneur (biais et perte d'efficacité).

Commande tolérante aux défauts  
via la DSC  
avec des filtres par mode de  
glissement

### 3.1. Introduction

Ce chapitre porte sur la présentation d'une deuxième approche de commande par surface dynamique pour une classe des systèmes non linéaires avec saturation à l'entrée et défauts d'actionneur, où des filtres non linéaires par mode de glissement sont utilisés au lieu des filtres linéaires passe-bas conventionnels. Les performances de cette approche de commande sont examinées par les deux exemples d'application du chapitre précédent.

### 3.2. Système auxiliaire [21]

Dans ce chapitre, la compensation de l'effet de saturation se fait en utilisant le système auxiliaire suivant :

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1 &= -k_1\lambda_1 + \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_i &= -k_i\lambda_i + \lambda_{i+1}, & i = 2, 3, \dots, n-1 \\ \dot{\lambda}_n &= -k_n\lambda_n - \beta \text{sign}(\lambda_n) + \Delta u\end{aligned}\quad (3.1)$$

Où  $\Delta u = \text{sat}(v) - v$  et  $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T$  désigne le vecteur des signaux auxiliaires. On suppose que :  $0 \leq |\Delta u| \leq \beta$ .

### 3.3. Synthèse du contrôleur

Considérons la classe des systèmes non linéaires (2.32). En intégrant des filtres par mode de glissement dans la technique DSC, la conception de la loi de commande s'effectue en  $n$  étapes comme suite :

#### Étape 1 :

La première surface est donnée par :

$$s_1 = x_1 - x_{1d} - \lambda_1 \quad (3.2)$$

La dérivée temporelle correspondante s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{s}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} - \dot{\lambda}_1 \\ &= f_1(x_1) + x_2 - \dot{x}_{1d} + k_1\lambda_1 - \lambda_2\end{aligned}\quad (3.3)$$

Choisissons  $x_{2c}$  comme première commande virtuelle, dont sa formule se donne par :

$$x_{2c} = -k_1(\lambda_1 + s_1) - f_1(x_1) + \dot{x}_{1d} \quad (3.4)$$

Pour éviter la dérivation de la commande virtuelle au-dessus, on introduit une nouvelle variable  $x_{2d}$  obtenu à travers le filtrage de la commande virtuelle  $x_{2c}$ . Dans ce chapitre, on utilise un filtre non linéaire par mode glissant avec une constant de temps  $\tau_2 > 0$  :

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = x_{2c} - \alpha_2 \tau_2 \text{sign}(x_{2d} - x_{2c}) \quad (3.5)$$

L'erreur de filtre correspondante est :

$$E_2 = x_{2d} - x_{2c} \quad (3.6)$$

Définissons la deuxième surface comme suit :

$$s_2 = x_2 - x_{2d} - \lambda_2 \quad (3.7)$$

Ce qui donne :

$$x_2 = s_2 + E_2 + x_{2c} + \lambda_2 \quad (3.8)$$

En remplaçant (3.4) et (3.8) dans (3.2), on trouve :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + s_2 + E_2 \quad (3.9)$$

### Etape i :

La  $i^{\text{ème}}$  surface est définit comme suit :

$$s_i = x_i - x_{id} - \lambda_i \quad (3.10)$$

La dérivée temporelle de (3.10) se donne par :

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} - \dot{\lambda}_i \\ &= f_i(x_i) + x_{i+1} - \dot{x}_{id} + k_i \lambda_i - \lambda_{i+1} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ici, on choisit  $x_{(i+1)c}$  comme  $i^{\text{ème}}$  commande virtuelle, son expression s'écrit comme suit :

$$x_{(i+1)c} = -s_{i-1} - k_i (\lambda_i + s_i) - f_i(x_i) + \dot{x}_{id} \quad (3.12)$$

Un filtre par mode de glissement avec une constante de temps  $\tau_{i+1} > 0$  est utilisé pour éliminer la dérivation de la  $i^{\text{ème}}$  commande virtuelle :

$$\tau_{i+1} \dot{x}_{(i+1)d} + x_{(i+1)d} = x_{(i+1)c} - \alpha_{i+1} \tau_{i+1} \text{sign}(x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c}) \quad x_{(i+1)d}(0) = x_{(i+1)c}(0) \quad (3.13)$$

L'erreur de filtre correspondante est définit par :

$$E_{i+1} = x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c} \quad (3.14)$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{E}_{i+1} = \dot{x}_{(i+1)d} - \dot{x}_{(i+1)c} = -\frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} - \alpha_{i+1} \text{sign}(E_{i+1}) - \dot{x}_{(i+1)c} \quad (3.15)$$

Considérons la  $i^{\text{ème}}+1$  surface  $s_{i+1} = x_{i+1} - x_{(i+1)d} - \lambda_{i+1}$ , il en résulte que :

$$x_{i+1} = s_{i+1} + E_{i+1} + x_{(i+1)c} + \lambda_{i+1} \quad (3.16)$$

En remplaçant les équations (3.12) et (3.16) dans (3.11), on obtient :

$$\dot{s}_i = -s_{i-1} - k_i s_i + s_{i+1} + E_{i+1} \quad (3.17)$$

**Etape n :**

La  $n^{\text{ème}}$  surface est donnée comme suit :

$$s_n = x_n - x_{nd} - \lambda_n \quad (3.18)$$

Sa dérivée temporelle peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{s}_n &= \dot{x}_n - \dot{x}_{nd} - \dot{\lambda}_n \\ &= f_n(\bar{X}_n) + \text{sat}(v) + D + \frac{1}{\tau_n} E_n + \alpha_n \text{sign}(E_n) + k_n \lambda_n + \beta \text{sign}(\lambda_n) - (\text{sat}(v) - v) \\ &= f_n(\bar{X}_n) + v + D + \frac{1}{\tau_n} E_n + \alpha_n \text{sign}(E_n) + k_n \lambda_n + \beta \text{sign}(\lambda_n) \end{aligned} \quad (3.19)$$

La loi de commande  $v$  est choisie comme suit :

$$v = -s_{n-1} - k_n (\lambda_n + s_n) - f_n(\bar{X}_n) - \frac{1}{\tau_n} E_n - \alpha_n \text{sign}(E_n) - \beta \text{sign}(\lambda_n) - \gamma \text{sign}(s_n) \quad (3.20)$$

En remplaçant (3.20) dans (3.19), il en résulte que :

$$\dot{s}_n = -s_{n-1} - k_n s_n + D - \gamma \text{sign}(s_n) \quad (3.21)$$

### 3.4. Analyse de stabilité

Considérons la fonction de Lyapunov (2.23) :

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n E_i^2$$

Sa dérivée temporelle peut s'exprimer par :



$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s_1 \dot{s}_1 + \sum_{i=2}^{n-1} s_i \dot{s}_i + s_n \dot{s}_n + \sum_{i=2}^n E_i \dot{E}_i \\
&= s_1 (-k_1 s_1 + s_2 + E_2) + \sum_{i=2}^{n-1} s_i (-s_{i-1} - k_i s_i + s_{i+1} + E_{i+1}) \\
&\quad + s_n (-s_{n-1} - k_n s_n + D - \gamma \text{sign}(s_n)) - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \left( \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} + \alpha_{i+1} \text{sign}(E_{i+1}) + \dot{x}_{(i+1)c} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n -k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} s_i E_{i+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1}^2 - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} (\alpha_{i+1} \text{sign}(E_{i+1}) + \dot{x}_{(i+1)c}) + s_n (D - \gamma \text{sign}(s_n))
\end{aligned} \tag{3.22}$$

D'après l'hypothèse 2 et les inégalité (2.25) et utilisant le fait que :  $k_i > 1$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ ,

$|E_{i+1} \dot{x}_{(i+1)c}| \leq |E_{i+1}| M_{i+1}$ ,  $\alpha_{i+1} \geq M_{i+1}$  et  $\gamma \geq \bar{D}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^n k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (s_i^2 + E_{i+1}^2) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1}^2 - \sum_{i=1}^{n-1} |E_{i+1}| (\alpha_{i+1} - M_{i+1}) - |s_n| (\gamma - \bar{D}) \\
&\leq -\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{n-1} (2k_i - 1) s_i^2 + k_n s_n^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{2}{\tau_{i+1}} - 1 \right) E_{i+1}^2 \right) \\
&\leq -\delta V
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Avec :  $\delta = \min \left[ (2k_1 - 1), \dots, (2k_{n-1} - 1), 2k_n, \left( \frac{2}{\tau_2} - 1 \right), \dots, \left( \frac{2}{\tau_n} - 1 \right) \right] > 0$ .

**Théorème 2 :** Considérons le système incertain (2.32), le système auxiliaire (3.1), les filtres par mode glissant (3.5), (3.13) et les lois de commandes (3.4), (3.12) et (3.20). Supposons les hypothèses 1 et 2 sont satisfaites. Donc, le système en boucle fermé est globalement exponentiellement stable et l'erreur de poursuite en régime permanent est assurée de satisfaire :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - y_d(t)\| = 0 \tag{3.24}$$

**Preuve :** A partir de (3.23), il est clair que :  $V(t) \leq V(0) e^{-\delta t}$ . Ce qui implique la stabilité exponentielle de tous les signaux du système en boucle fermé. Donc, il en résulte que que :  $\|s_1\|^2 = \|(y - y_d - \lambda_1)\|^2 \leq 2V(0) e^{-\delta t}$ .

D'où

$$\|(y - y_d)\| \leq \sqrt{2V(0)} e^{-0.5\delta t} + \sqrt{2} \|\lambda_1\| \tag{3.25}$$

Dans cette partie, on calcule la borne ultime de  $\lambda_1$ . Considérons la fonction de Lyapunov (2.59) :

$$V_\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$$

La dérivée temporelle correspondante s'écrit :

$$\dot{V}_\lambda = c_1 \lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 - c_2 \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3 + \dots + \lambda_{n-1} \lambda_n - c_n \lambda_n^2 - \beta \lambda_n \text{sign}(\lambda_n) + \lambda_n \Delta u \quad (3.26)$$

En utilisant le fait que :  $|\lambda_i \lambda_{i+1}| \leq \frac{\lambda_i^2}{2} + \frac{\lambda_{i+1}^2}{2}$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  et  $|\lambda_n \Delta u| \leq |\lambda_n| \beta$ , l'équation (3.26) devienne :

$$\dot{V}_\lambda \leq -\sum_{i=1}^n \bar{c}_i \lambda_i^2 \leq -c_0 V_\lambda \quad (3.27)$$

Où  $\bar{c}_1 = c_1 - \frac{1}{2}$ ,  $\bar{c}_i = c_i - 1$ , ( $i = 2, \dots, n-1$ ),  $\bar{c}_n = c_n - \frac{1}{2}$ ,  $c_0 = \min_{1 \leq i \leq n} \bar{c}_i$

En multipliant les deux côtés de (2.61) par  $e^{c_0 t}$  et en intégrant le résultat sur l'intervalle  $[0, t]$ , on trouve

$$0 \leq V_\lambda \leq V_\lambda(0) e^{-c_0 t} \quad (3.28)$$

D'où la convergence exponentielle vers zéro des états auxiliaires  $\lambda_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\lambda\| = 0 \quad (3.29)$$

En combinant (3.29) avec (2.25), on peut facilement prouver que (3.24) est satisfaite.

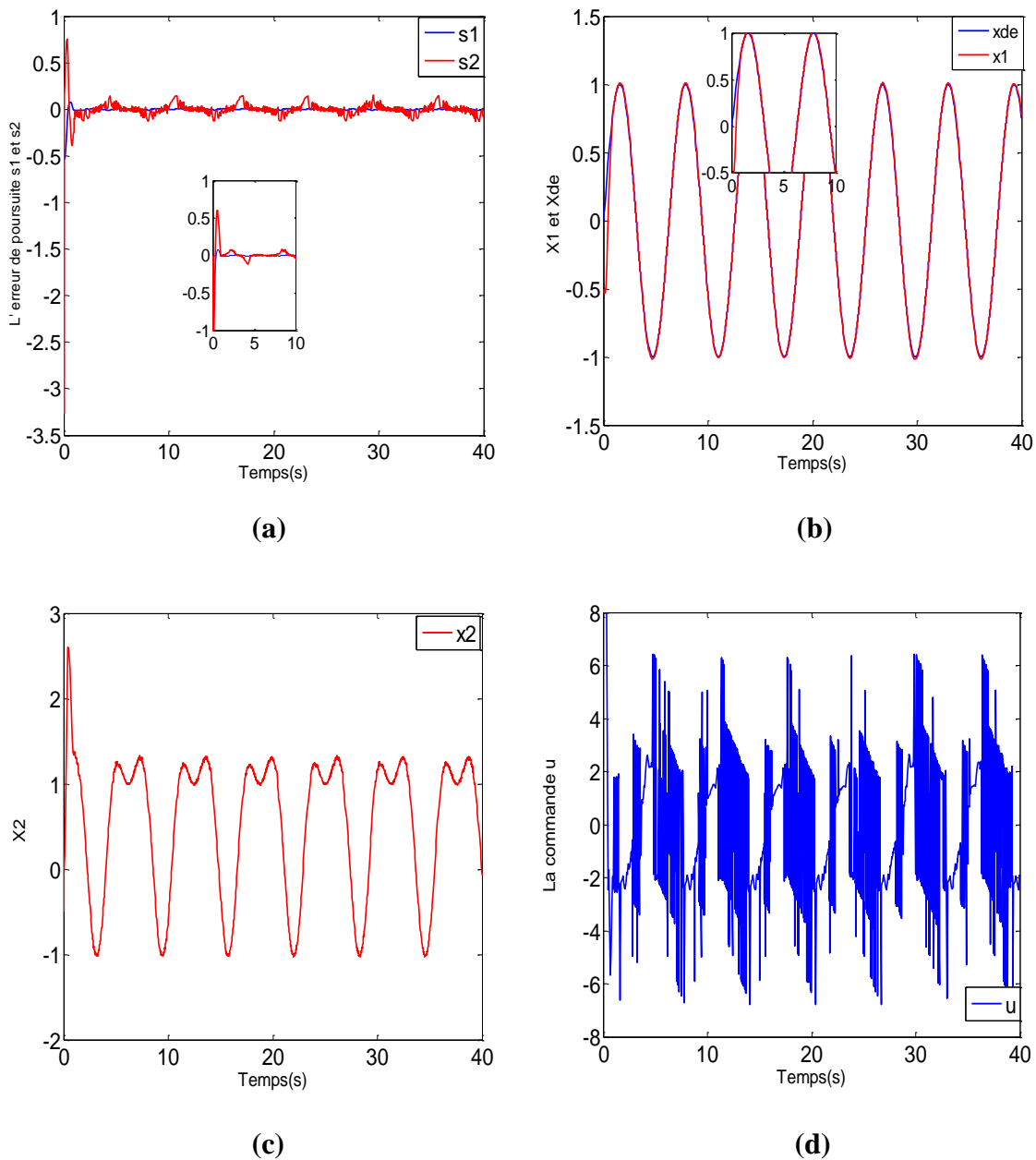
**Remarque :** L'erreur de poursuite  $\|y(t) - y_d(t)\|$  convergence exponentielle vers zéro malgré la présence de saturation dans le signal de commande et les défauts d'actionneur. En d'autres termes, on peut assurer un suivi exponentiel vers zéro même si le système est subit simultanément à une saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur.

### 3.5. Exemples d'application

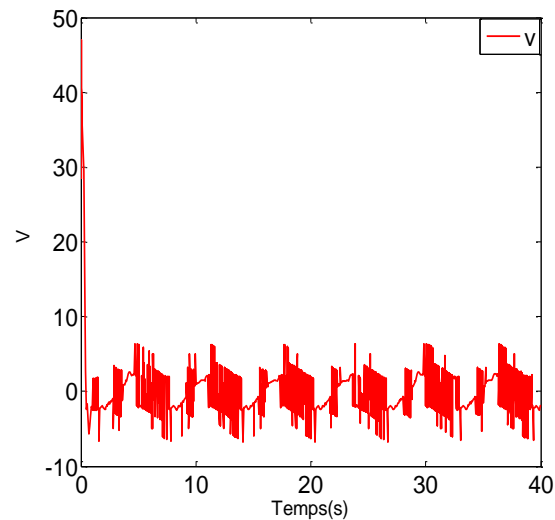
Afin de montrer la validité de l'approche FTC proposée dans ce chapitre, nous effectuons une application de cet algorithme de commande sur les deux exemples de simulation du chapitre précédent.

### 3.5.1. Exemple 1: système non linéaire de deuxième ordre

#### Test sans défauts



**Figure (3.1):** Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur.

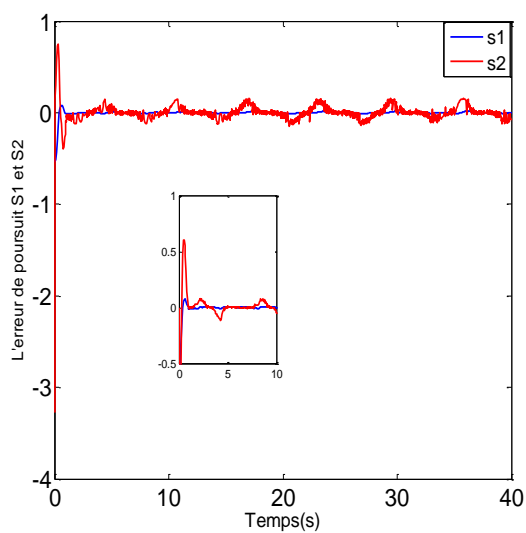


(e)

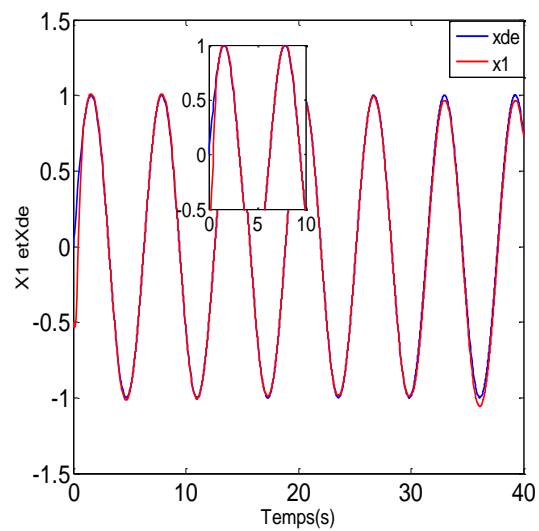
**Figure (3.1) (suite):** Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur.

### Test avec défauts

Dans ce test, on introduit une perte d'efficacité de 80% à partir de l'instant 10s, ainsi qu'un biais de valeur -5 à partir de 30s.

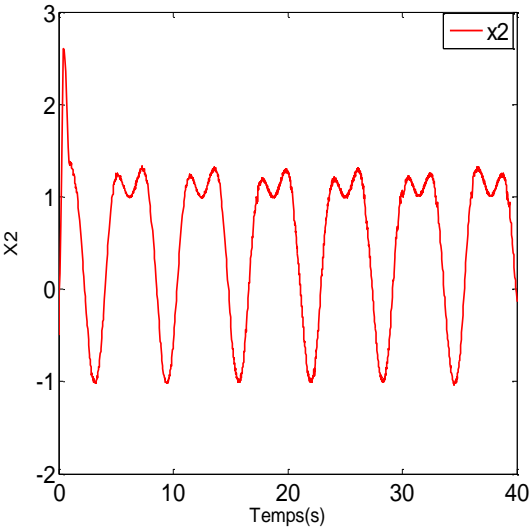


(a)

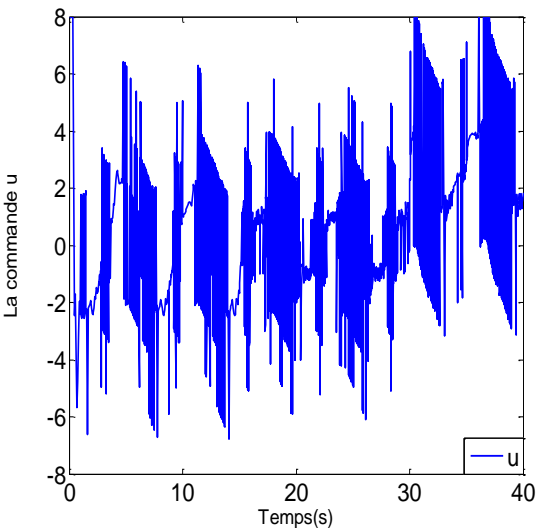


(b)

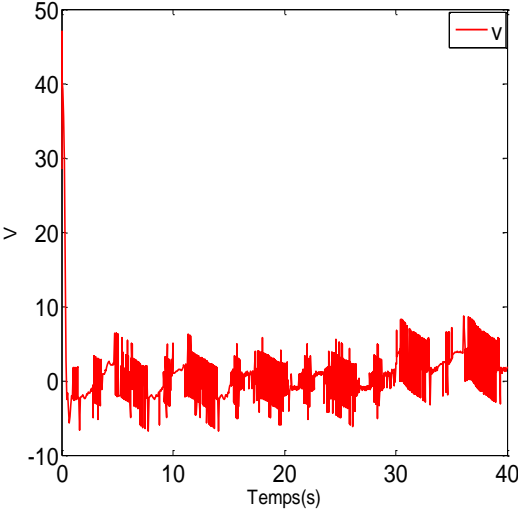
**Figure (3.2):** Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur



(c)



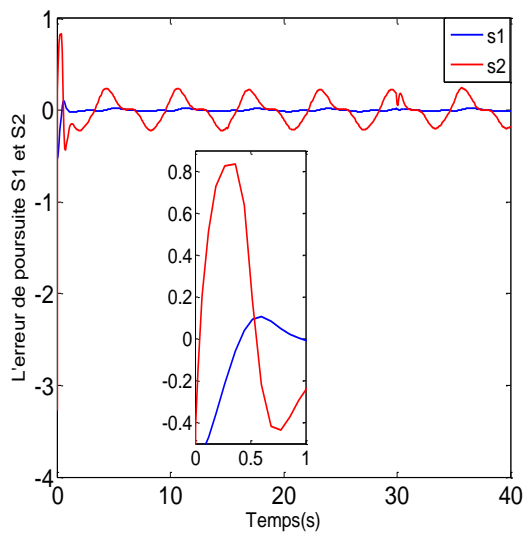
(d)



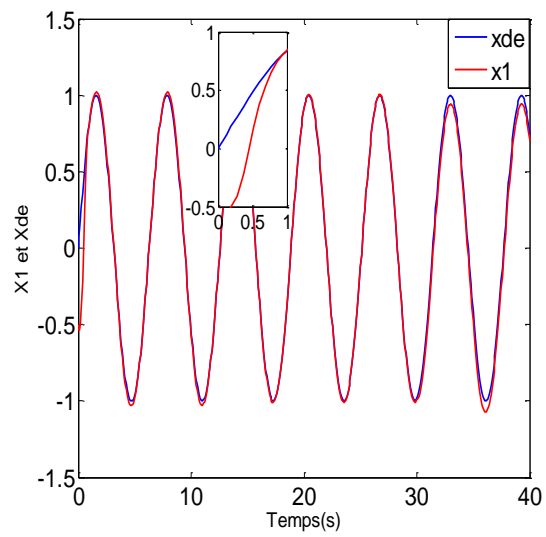
(e)

Figure (3.2) (suite): Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur

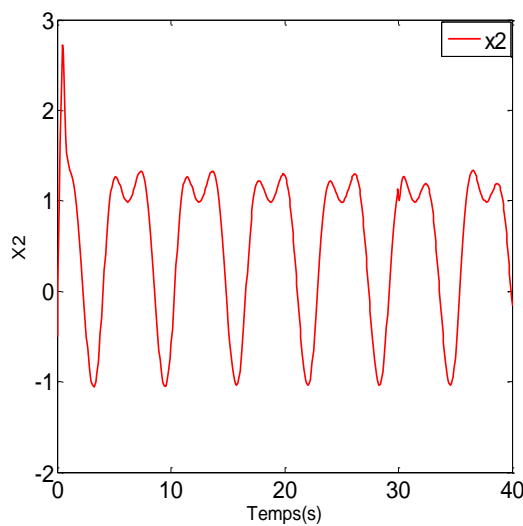
**Test avec défauts en utilisant la fonction lisse « tanh »**



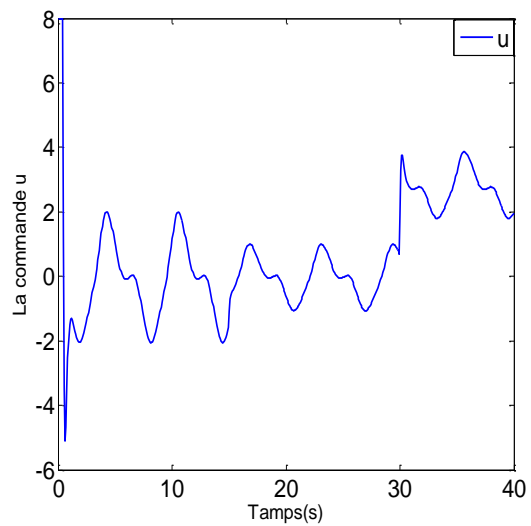
(a)



(b)

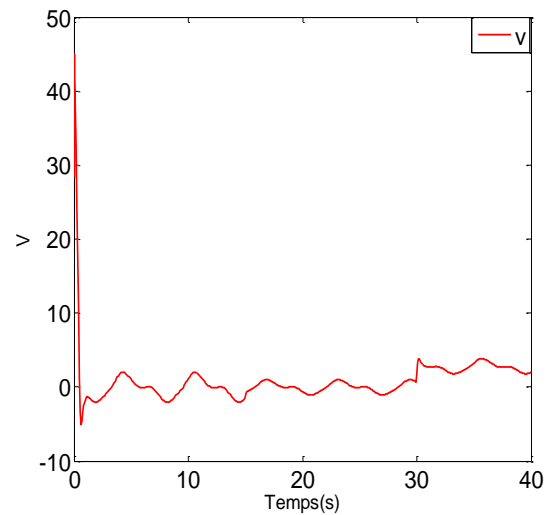


(c)



(d)

**Figure (3.3):** Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur.

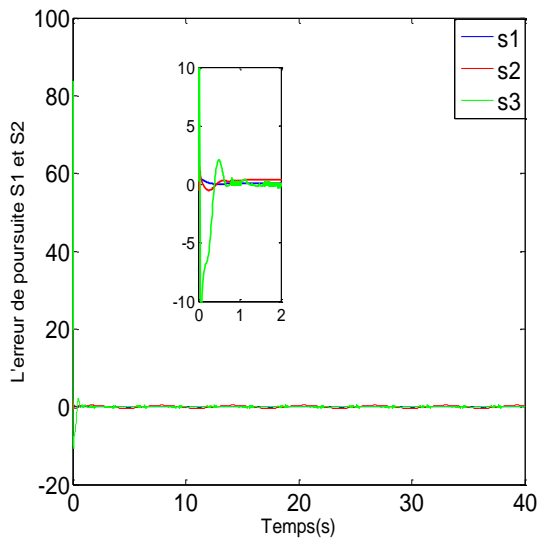


(e)

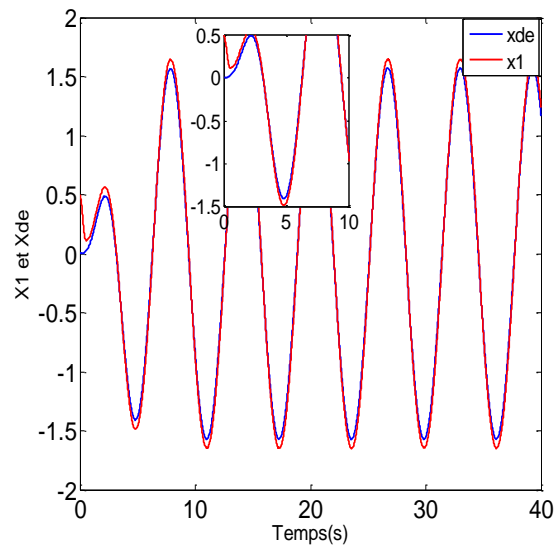
**Figure (3.3) (suite):** Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur.

### 3.5.2. Exemple 2 : bras manipulateur

#### Test sans défauts

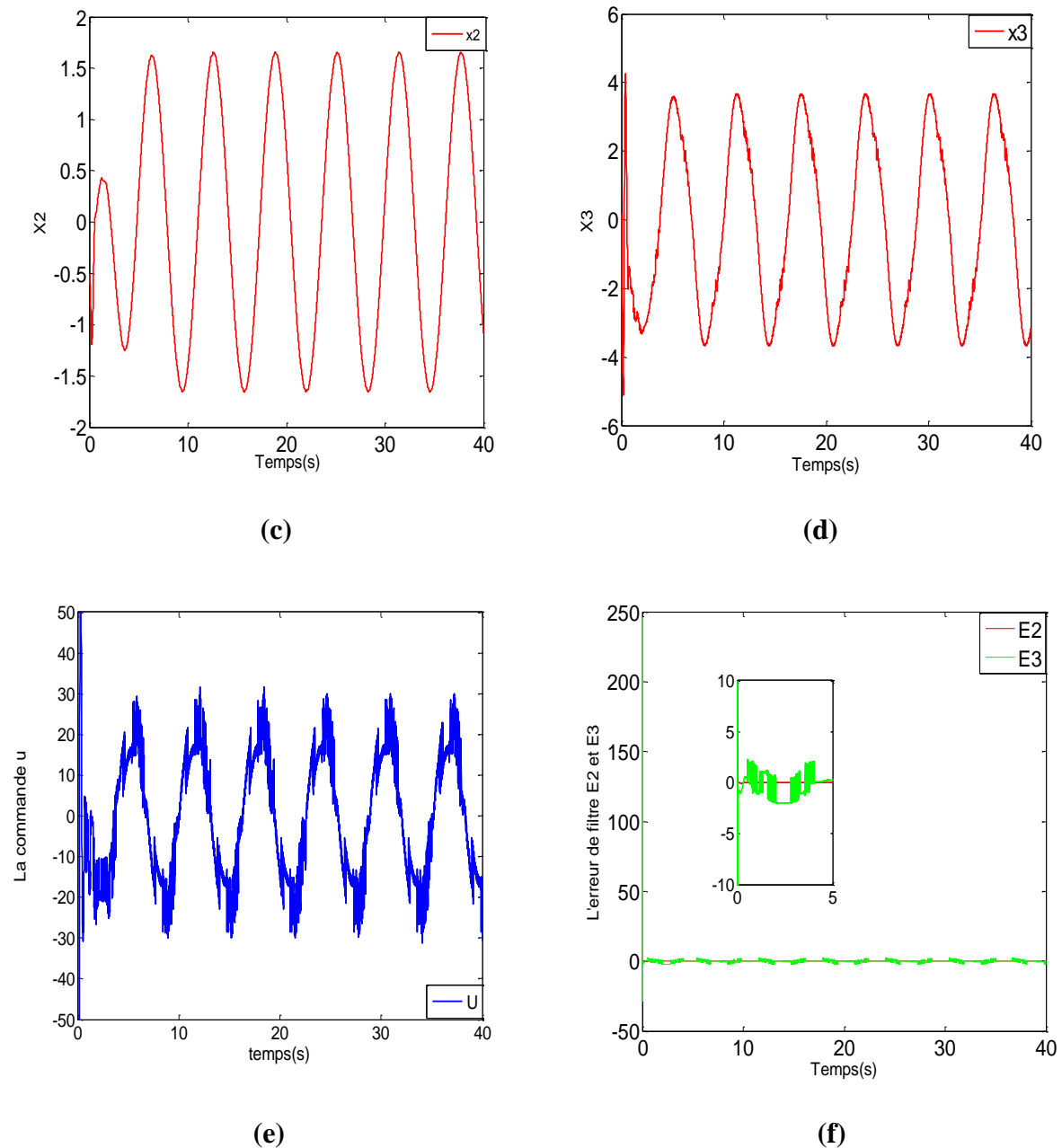


(a)



(b)

**Figure (3.4):** Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.

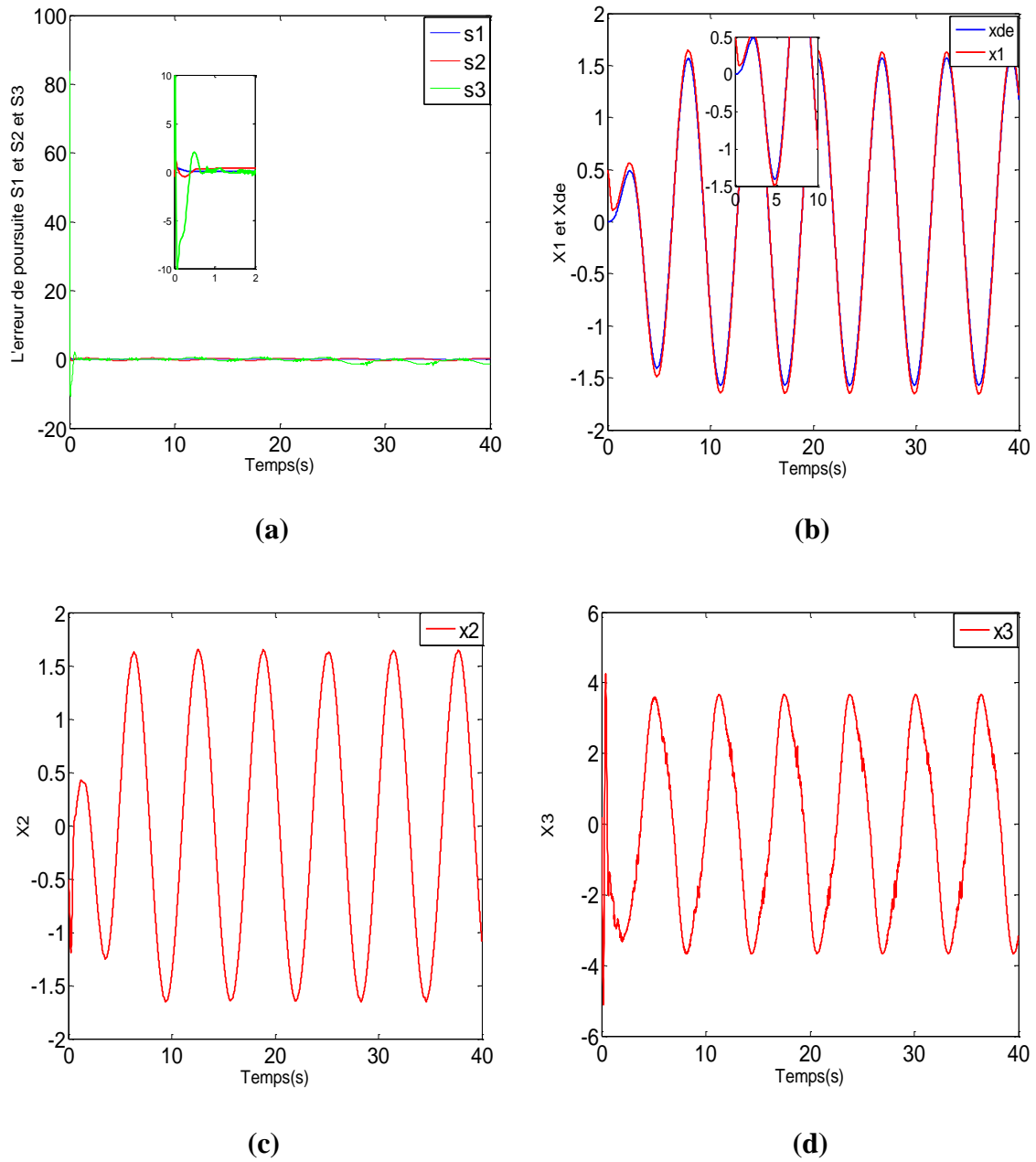


**Figure (3.4) (suite):** Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.

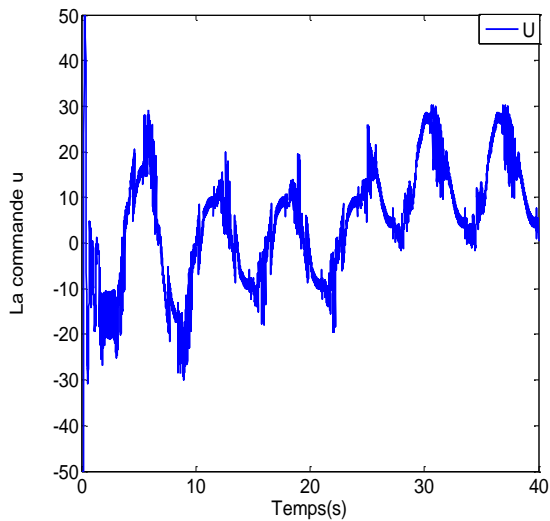
### Test avec défauts

Dans ce test, on introduit une perte d'efficacité de 80% à partir de l'instant 10s, ainsi qu'un biais de valeur -5 à partir de 25s.

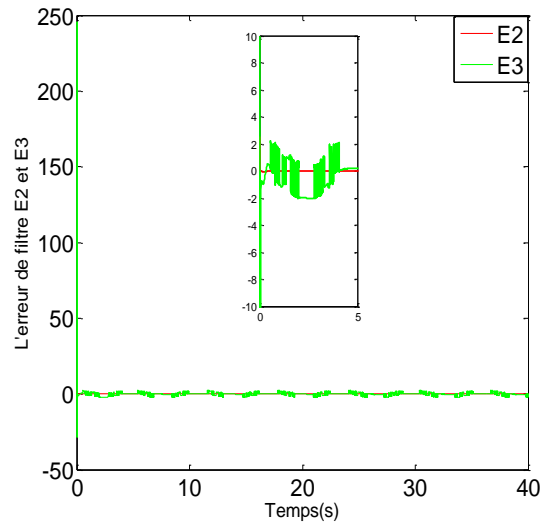




**Figure (3.5):** Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.



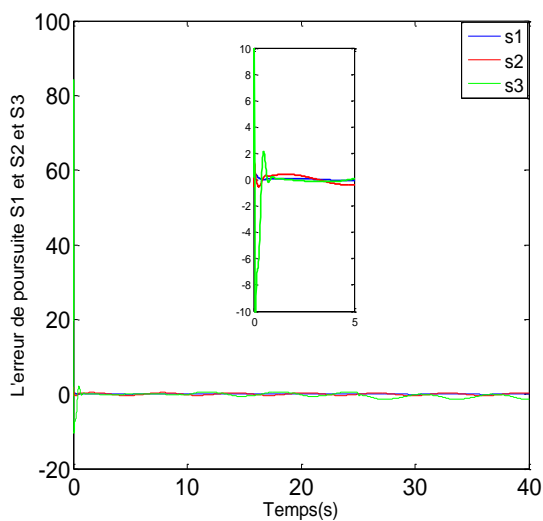
(e)



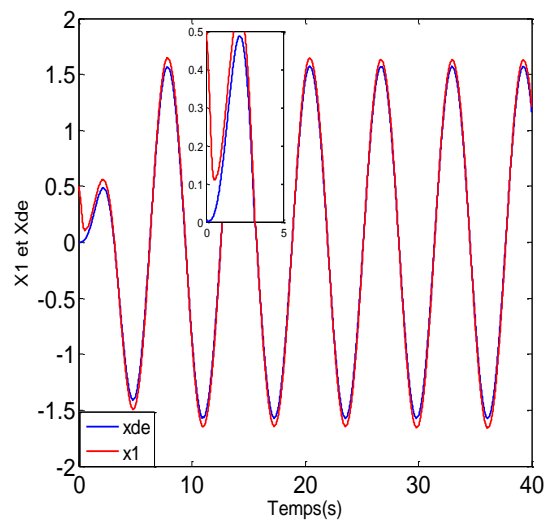
(f)

Figure (3.5) (suite): Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.

Test avec défauts en utilisant la fonction lisse « tanh »

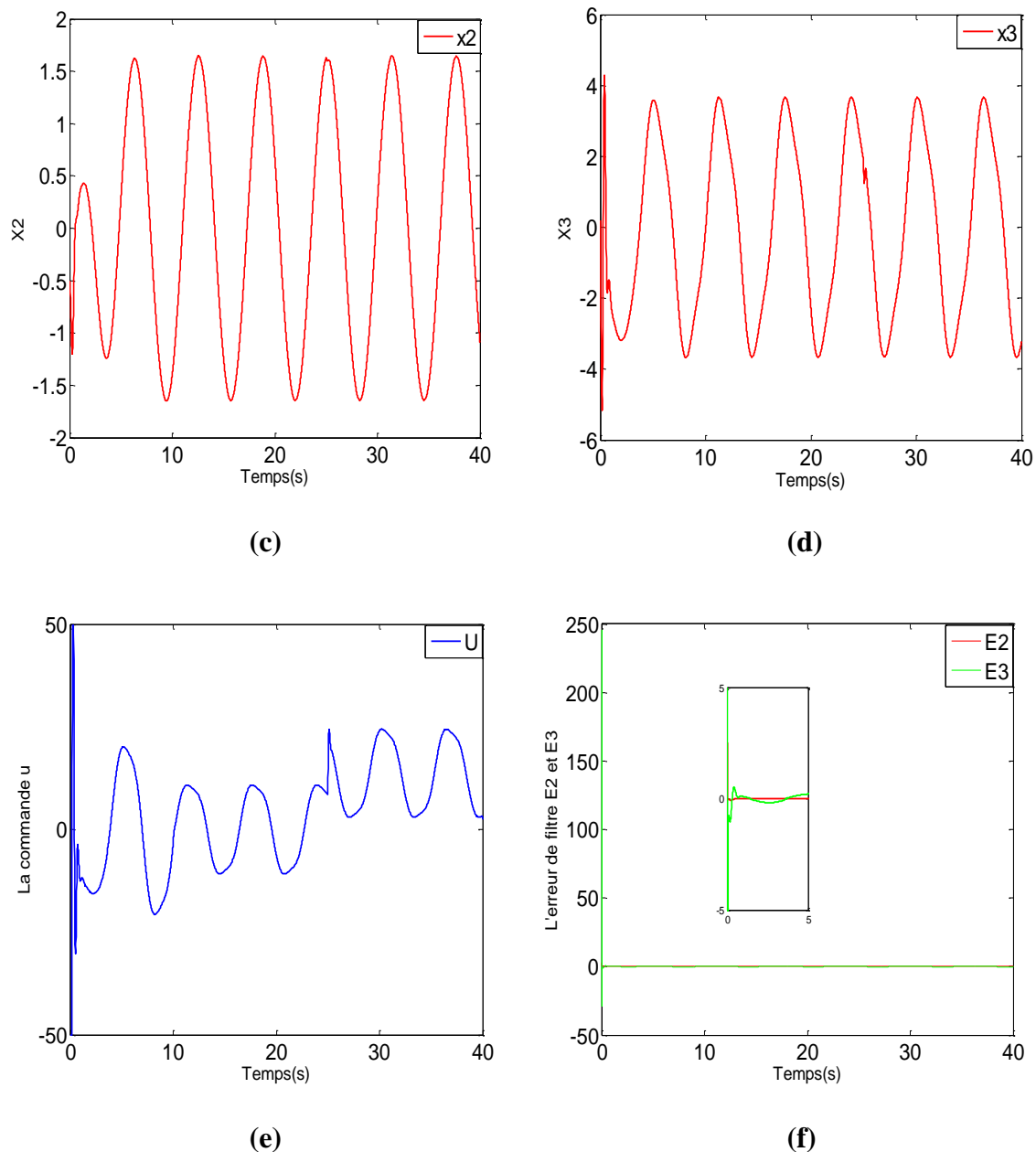


(a)



(b)

Figure (3.6): Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.



**Figure (3.6) (suite):** Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.

### 3.5.3. Interprétation des résultats

Pour les deux exemples d'application :

1. On remarque que l'approche de commande DSC présentée est capable de compenser d'une manière robuste et efficace l'effet de saturation et des défauts d'actionneur, tout en assurant la stabilité et la poursuite du système en boucle fermée. Cependant, les réponses obtenues souffrent du phénomène de broutement.

2. L'utilisation de la fonction tangente hyperbolique au lieu de la fonction signe résout le problème de broutement et donne des réponses lisses.

### 3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, pour faire face à la saturation dans l'entrée de commande, ainsi qu'aux défauts d'actionneur, nous avons présenté une autre approche de commande par surface dynamique. Afin de maintenir la stabilité exponentielle globale du système en boucle fermée, tout en évitant le problème "d'explosion de complexité", qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception, des filtres par mode glissant ont été incorporés. D'après les résultats de simulation obtenus, on peut conclure que l'approche FTC proposée dans ce chapitre est capable de compenser à la fois, la saturation et les défauts d'actionneur malgré l'apparition du phénomène de broutement causé par l'utilisation du terme discontinu « sign ». Afin de remédier ce problème, une approximation continue « tanh » de la fonction de signe a été utilisée. Cette fonction permet notamment d'obtenir des réponses lisses et plus acceptables physiquement. Cependant, elle n'assure qu'une stabilité UUB du système bouclé (i.e. on perd la stabilité exponentielle). Dans le prochain chapitre on essaye de développer une autre approche FTC qui traite le problème de broutement et qui permet de garantir une convergence asymptotique vers zéro des erreurs de poursuite.

**Commande tolérante aux défauts  
via la DSC  
avec des filtres non linéaires lisses**

## 4.1. Introduction

Ce chapitre est dédié au développement d'un troisième algorithme de commande par surface dynamique pour une classe des systèmes non linéaires avec saturation à l'entrée et défauts d'actionneur. Afin d'éviter le problème de broutement rencontré au chapitre précédent, un terme lisse est utilisé dans le système auxiliaire, dans les filtres introduits à chaque étape de conception et dans la loi de commande actuelle. Les performances de cette technique de commande sont examinées par les exemples d'application déjà vus.

## 4.2. Système auxiliaire [21]

Dans ce chapitre, la compensation de l'effet de saturation se fait en utilisant le système auxiliaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -k_1 \lambda_1 + \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_i &= -k_i \lambda_i + \lambda_{i+1}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \\ \dot{\lambda}_n &= -k_n \lambda_n - \beta \frac{\lambda_n}{|\lambda_n| + \varepsilon(t)} + \Delta u \end{aligned} \quad (4.1)$$

Où  $\varepsilon(t)$  est une fonction positive, continue et bornée, qui satisfait :  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \varepsilon(\tau) d\tau \leq \rho < +\infty$ , où  $\rho$  est une constante positive.

Avant d'entamer la conception du système de commande le lemme suivant est présenté comme suit :

**Lemme 2 :** Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $z \in \mathbb{R}$ ,  $\mu > 0$  et  $\varepsilon > 0$ , si  $0 \leq |x| \leq \mu$ , l'inégalité suivante est toujours satisfaite :

$$z \left( x - \mu \frac{z}{|z| + \varepsilon} \right) \leq \mu \varepsilon \quad (4.2)$$

**Preuve :** On a :

$$\begin{aligned}
 z \left( x - \mu \frac{z}{|z| + \varepsilon} \right) &= zx - \mu \frac{z^2}{|z| + \varepsilon} \\
 &\leq |zx| - \underbrace{\mu \frac{z^2}{|z| + \varepsilon}}_{>0} \\
 &\leq \mu \left( |z| - \frac{z^2}{|z| + \varepsilon} \right) \\
 &\leq \mu \varepsilon \frac{|z|}{|z| + \varepsilon} \\
 &\leq \mu \varepsilon
 \end{aligned}$$

### 4.3. Synthèse du contrôleur

Considérons la classe des systèmes non linéaires (2.32). En incorporant des filtres non linéaires lisses dans la technique DSC, la conception de la loi de commande s'effectue en  $n$  étapes comme suite :

#### Etape 1 :

La première surface est définie comme suit :

$$s_1 = x_1 - x_{1d} - \lambda_1 \quad (4.3)$$

Sa dérivée temporelle est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} - \dot{\lambda}_1 \\
 &= f_1(x_1) + x_2 - \dot{x}_{1d} + k_1 \lambda_1 - \lambda_2
 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Choisissons  $x_{2c}$  comme première commande virtuelle. Elle se donne comme suit :

$$x_{2c} = -k_1(\lambda_1 + s_1) - f_1(x_1) + \dot{x}_{1d} \quad (4.5)$$

Dans ce chapitre, on utilise un filtre non linéaire lisse avec une constante de temps  $\tau_2 > 0$  :

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = x_{2c} - \alpha_2 \tau_2 \frac{(x_{2d} - x_{2c})}{|x_{2d} - x_{2c}| + \varepsilon(t)} \quad (4.6)$$

L'erreur du premier filtre s'écrit :

$$E_2 = x_{2d} - x_{2c} \quad (4.7)$$

La deuxième surface est donnée par :

$$s_2 = x_2 - x_{2d} - \lambda_2 \quad (4.8)$$

D'où :

$$x_2 = s_2 + E_2 + x_{2c} + \lambda_2 \quad (4.9)$$

En utilisant (3.4) et (3.8), il en résulte que :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 + s_2 + E_2 \quad (4.10)$$

**Etape i :**

Définissons la  $i^{ème}$  surface comme suit :

$$s_i = x_i - x_{id} - \lambda_i \quad (4.11)$$

La dérivée temporelle de (3.10) se donne par :

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} - \dot{\lambda}_i \\ &= f_i(x_i) + x_{i+1} - \dot{x}_{id} + k_i \lambda_i - \lambda_{i+1} \end{aligned} \quad (4.12)$$

La  $i^{ème}$  commande virtuelle  $x_{(i+1)c}$  peut s'écrire comme suit :

$$x_{(i+1)c} = -s_{i-1} - k_i(\lambda_i + s_i) - f_i(x_i) + \dot{x}_{id} \quad (4.13)$$

Un filtre non linéaire lisse avec une constante de temps  $\tau_{i+1} > 0$  est utilisé afin d'éliminer la dérivation de  $x_{(i+1)c}$  :

$$\tau_{i+1} \dot{x}_{(i+1)d} + x_{(i+1)d} = x_{(i+1)c} - \alpha_{i+1} \tau_{i+1} \frac{(x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c})}{|x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c}| + \varepsilon(t)} \quad x_{(i+1)d}(0) = x_{(i+1)c}(0) \quad (4.14)$$

L'erreur du  $i^{ème}$  filtre se donne par :

$$E_{i+1} = x_{(i+1)d} - x_{(i+1)c} \quad (4.15)$$

La dérivée temporelle correspondante est décrite comme suit :

$$\dot{E}_{i+1} = \dot{x}_{(i+1)d} - \dot{x}_{(i+1)c} = -\frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} - \alpha_{i+1} \frac{E_{i+1}}{|E_{i+1}| + \varepsilon(t)} - \dot{x}_{(i+1)c} \quad (4.16)$$

Soit la  $i^{ème}+1$  surface  $s_{i+1} = x_{i+1} - x_{(i+1)d} - \lambda_{i+1}$ , d'où :



$$x_{i+1} = s_{i+1} + E_{i+1} + x_{(i+1)c} + \lambda_{i+1} \quad (4.17)$$

En tenant compte de (3.12) et (3.16), l'équation (3.11) devienne :

$$\dot{s}_i = -s_{i-1} - k_i s_i + s_{i+1} + E_{i+1} \quad (4.18)$$

**Etape n :**

La  $n^{ième}$  surface est définie par :

$$s_n = x_n - x_{nd} - \lambda_n \quad (4.19)$$

La dérivée temporelle correspondant est reformulée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{s}_n &= \dot{x}_n - \dot{x}_{nd} - \dot{\lambda}_n \\ &= f_n(\bar{X}_n) + \text{sat}(v) + D + \frac{1}{\tau_n} E_n + \alpha_n \frac{E_n}{|E_n| + \varepsilon(t)} + k_n \lambda_n + \beta \frac{\lambda_n}{|\lambda_n| + \varepsilon(t)} - (\text{sat}(v) - v) \quad (4.20) \\ &= f_n(\bar{X}_n) + v + D + \frac{1}{\tau_n} E_n + \alpha_n \frac{E_n}{|E_n| + \varepsilon(t)} + k_n \lambda_n + \beta \frac{\lambda_n}{|\lambda_n| + \varepsilon(t)} \end{aligned}$$

La loi de commande  $v$  est choisie comme suit :

$$v = -s_{n-1} - k_n (\lambda_n + s_n) - f_n(\bar{X}_n) - \frac{1}{\tau_n} E_n - \alpha_n \frac{E_n}{|E_n| + \varepsilon(t)} - \beta \frac{\lambda_n}{|\lambda_n| + \varepsilon(t)} - \gamma \frac{s_n}{|s_n| + \varepsilon(t)} \quad (4.21)$$

Par conséquent :

$$\dot{s}_n = -s_{n-1} - k_n s_n + D - \gamma \frac{s_n}{|s_n| + \varepsilon(t)} \quad (4.22)$$

#### 4.4. Analyse de stabilité

Considérons la fonction de Lyapunov (2.23) :

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n E_i^2$$

La dérivée correspondante s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= s_1 \dot{s}_1 + \sum_{i=2}^{n-1} s_i \dot{s}_i + s_n \dot{s}_n + \sum_{i=2}^n E_i \dot{E}_i \\
 &= s_1 (-k_1 s_1 + s_2 + E_2) + \sum_{i=2}^{n-1} s_i (-s_{i-1} - k_i s_i + s_{i+1} + E_{i+1}) \\
 &\quad + s_n \left( -s_{n-1} - k_n s_n + D - \gamma \frac{s_n}{|s_n| + \varepsilon(t)} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \left( \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1} + \alpha_{i+1} \frac{E_{i+1}}{|E_{i+1}| + \varepsilon(t)} + \dot{x}_{(i+1)c} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n -k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} s_i E_{i+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1}^2 + \sum_{i=1}^{n-1} E_{i+1} \left( -\dot{x}_{(i+1)c} - \alpha_{i+1} \frac{E_{i+1}}{|E_{i+1}| + \varepsilon(t)} \right) + s_n \left( D - \gamma \frac{s_n}{|s_n| + \varepsilon(t)} \right)
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

D'après l'hypothèse 2, le lemme 2, l'inégalité (2.25), et le fait que :  $\alpha_{i+1} \geq M_{i+1}$  et  $\gamma \geq \bar{D}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^n k_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (s_i^2 + E_{i+1}^2) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_{i+1}} E_{i+1}^2 + \left( \gamma + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{i+1} \right) \varepsilon \\
 &\leq -\sum_{i=1}^n \bar{k}_i s_i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} \phi_{i+1} E_{i+1}^2 + \bar{\gamma} \varepsilon
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Où  $\bar{k}_i = \left( k_i - \frac{1}{2} \right)$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ ,  $\bar{k}_n = k_n$ ,  $\phi_{i+1} = \left( \frac{1}{\tau_{i+1}} - \frac{1}{2} \right)$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  et  $\bar{\gamma} = \left( \gamma + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{i+1} \right) > 0$ .

**Théorème 2 :** considérons le système incertain (2.32), le système auxiliaire (4.1), les filtres non linéaires lisses (4.6), (4.14) et les lois de commandes (4.5), (4.13) et (4.21). Supposons les hypothèses 1 et 2 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite converge asymptotiquement vers zéro, i.e. :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - y_d(t)\| = 0 \tag{4.25}$$

**Preuve :** Posons :  $\bar{k}_i > 0$ ,  $\phi_{i+1} > 0$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ . Donc, en intégrant les deux côtés de (4.24) sur l'intervalle  $[0, t]$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
 V(t) &\leq V(0) - \int_0^t \underbrace{\left( \sum_{i=1}^n \bar{k}_i s_i^2(\kappa) + \sum_{i=1}^{n-1} \phi_{i+1} E_{i+1}^2(\kappa) \right)}_{\geq 0} d\kappa + \bar{\gamma} \int_0^t \varepsilon(\kappa) d\kappa \\
 &\leq V(0) + \bar{\gamma} \rho < \infty
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Ce qui implique que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. De plus, à partir de (4.26), il est facile de voir que :

$$\int_0^t \sum_{i=1}^n \bar{k}_i s_i^2(\kappa) d\kappa \leq V(0) + \bar{\gamma}\rho < \infty \quad (4.27)$$

En appliquant le lemme de Barbalat [23] sur (4.27), il en résulte que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|s_1\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - y_d(t) - \lambda_1\| = 0 \quad (4.28)$$

Maintenant, afin de calculer la borne ultime de  $\lambda_1$ , on considère la fonction de Lyapunov (2.59) :

$$V_\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$$

La dérivée temporelle correspondante peut s'écrire comme suit :

$$\dot{V}_\lambda = c_1 \lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 - c_2 \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3 + \dots + \lambda_{n-1} \lambda_n - c_n \lambda_n^2 + \lambda_n \left( \Delta u - \beta \frac{\lambda_n}{|\lambda_n| + \varepsilon(t)} \right) \quad (4.29)$$

En utilisant le lemme 2 et le fait que :  $|\lambda_i \lambda_{i+1}| \leq \frac{\lambda_i^2}{2} + \frac{\lambda_{i+1}^2}{2}$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  et  $0 \leq |\Delta u| \leq \beta$ , il en résulte que :

$$\dot{V}_\lambda \leq -\sum_{i=1}^n \bar{c}_i \lambda_i^2 + \beta \varepsilon \quad (4.30)$$

Où  $\bar{c}_1 = c_1 - \frac{1}{2}$ ,  $\bar{c}_i = c_i - 1$ , ( $i = 2, \dots, n-1$ ),  $\bar{c}_n = c_n - \frac{1}{2}$ .

En intégrant les deux côtés de (4.30) sur l'intervalle  $[0, t]$ , on trouve :

$$\begin{aligned} V_\lambda &\leq V_\lambda(0) - \int_0^t \sum_{i=1}^n \bar{c}_i \lambda_i^2(\kappa) d\kappa + \beta \int_0^t \varepsilon(\kappa) d\kappa \\ &\leq V_\lambda(0) + \beta \rho \leq \infty \end{aligned} \quad (4.31)$$

D'où :

$$\int_0^t \sum_{i=1}^n \bar{c}_i \lambda_i^2(\kappa) d\kappa \leq V_\lambda(0) + \beta \rho \leq \infty \quad (4.32)$$

De même, en appliquant le lemme de Barbalat [23] sur (4.32), on obtient :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\lambda_1\| = 0 \quad (4.33)$$

A partir des résultats (4.28) avec (4.33), on peut facilement aboutir à (3.25).

**Remarque 1 :** Il est important de noter que la fonction intégrale  $\varepsilon(t)$  définie dans le système auxiliaire (4.1), dans les filtres non linéaires (4.6) et (4.14), et dans la loi de commande actuelle (4.21) joue un rôle crucial dans l'analyse de stabilité du système en boucle fermé.

Quelques exemples pour  $\varepsilon(t)$  sont :  $\sigma e^{-\nu t}$ ,  $\frac{1}{t^\chi + 1}$ , où  $\sigma > 0$ ,  $\nu > 0$  et  $\chi \geq 1$  sont des constantes quelconques.

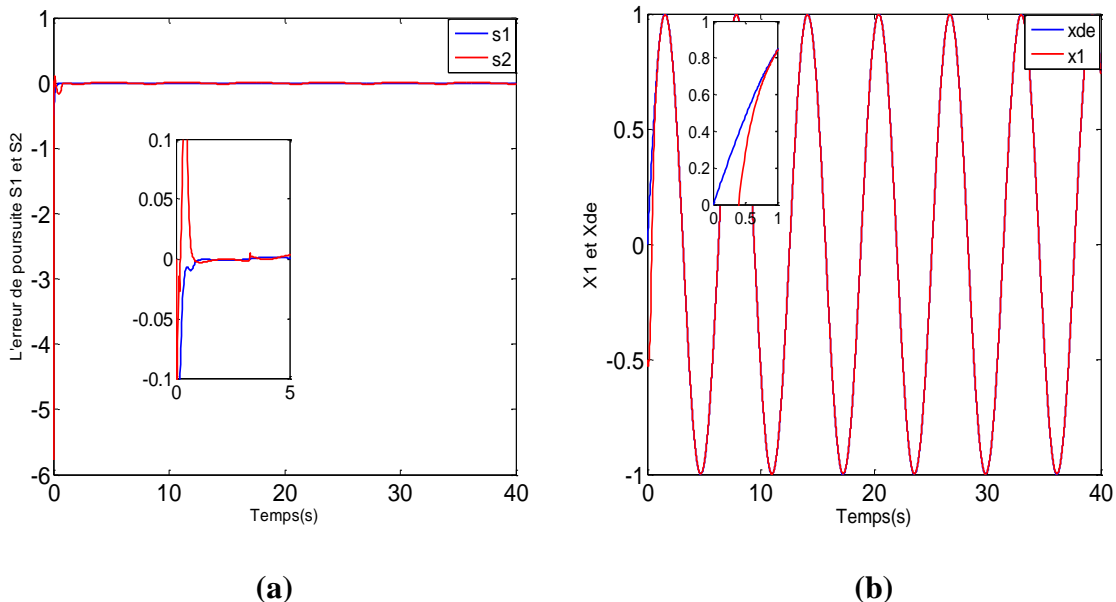
**Remarque 2 :** Dans ce chapitre, l'erreur de poursuite  $\|y(t) - y_d(t)\|$  converge asymptotiquement vers zéro même si le système est subit, à la fois, à une saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur.

### 4.5. Exemples d'application

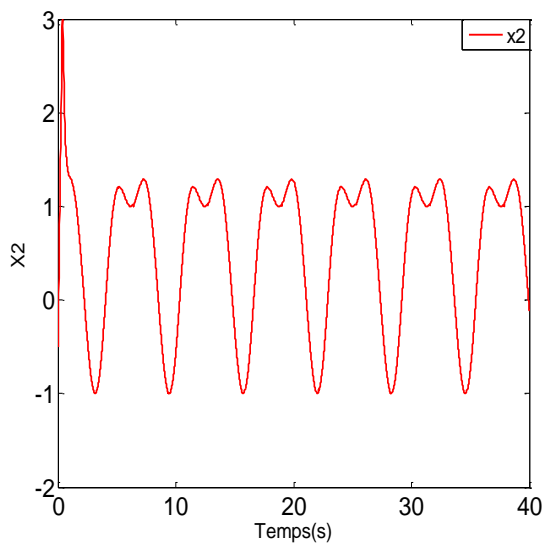
Afin de voir l'efficacité de la technique de commande présentée dans ce chapitre, nous considérons les deux exemples de simulation des chapitres précédents.

#### 4.5.1. Exemple 1 : système non linéaire de deuxième ordre

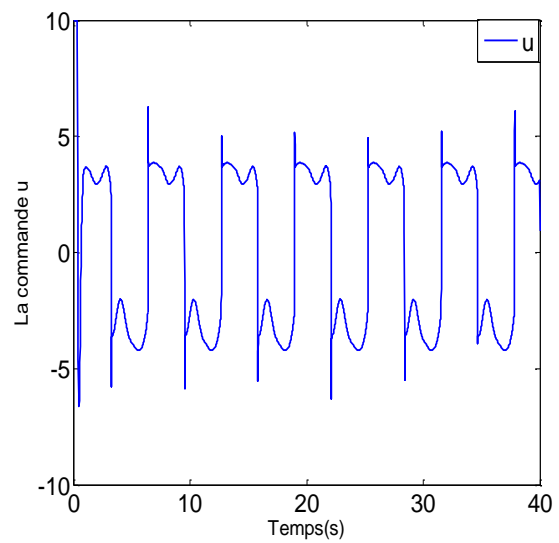
##### Test sans défauts



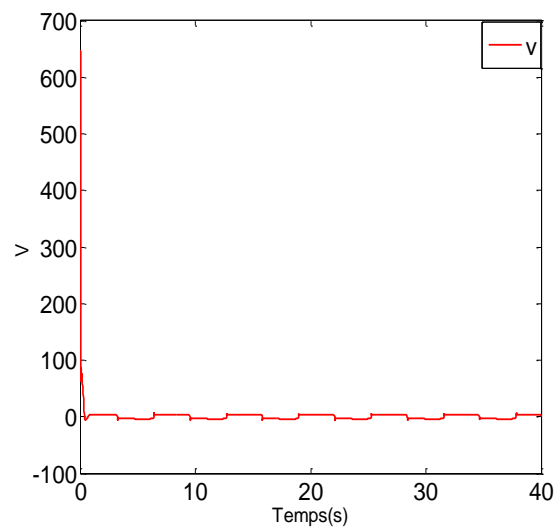
**Figure (4.1):** Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur.



(c)



(d)



(e)

**Figure (4.1) (suite):** Evolution de système du deuxième ordre sans défauts d'actionneur.

### Test avec défauts

Dans ce test, on introduit une perte d'efficacité de 80% à partir de l'instant 10s, ainsi qu'un biais de valeur -5 à partir de 30s.

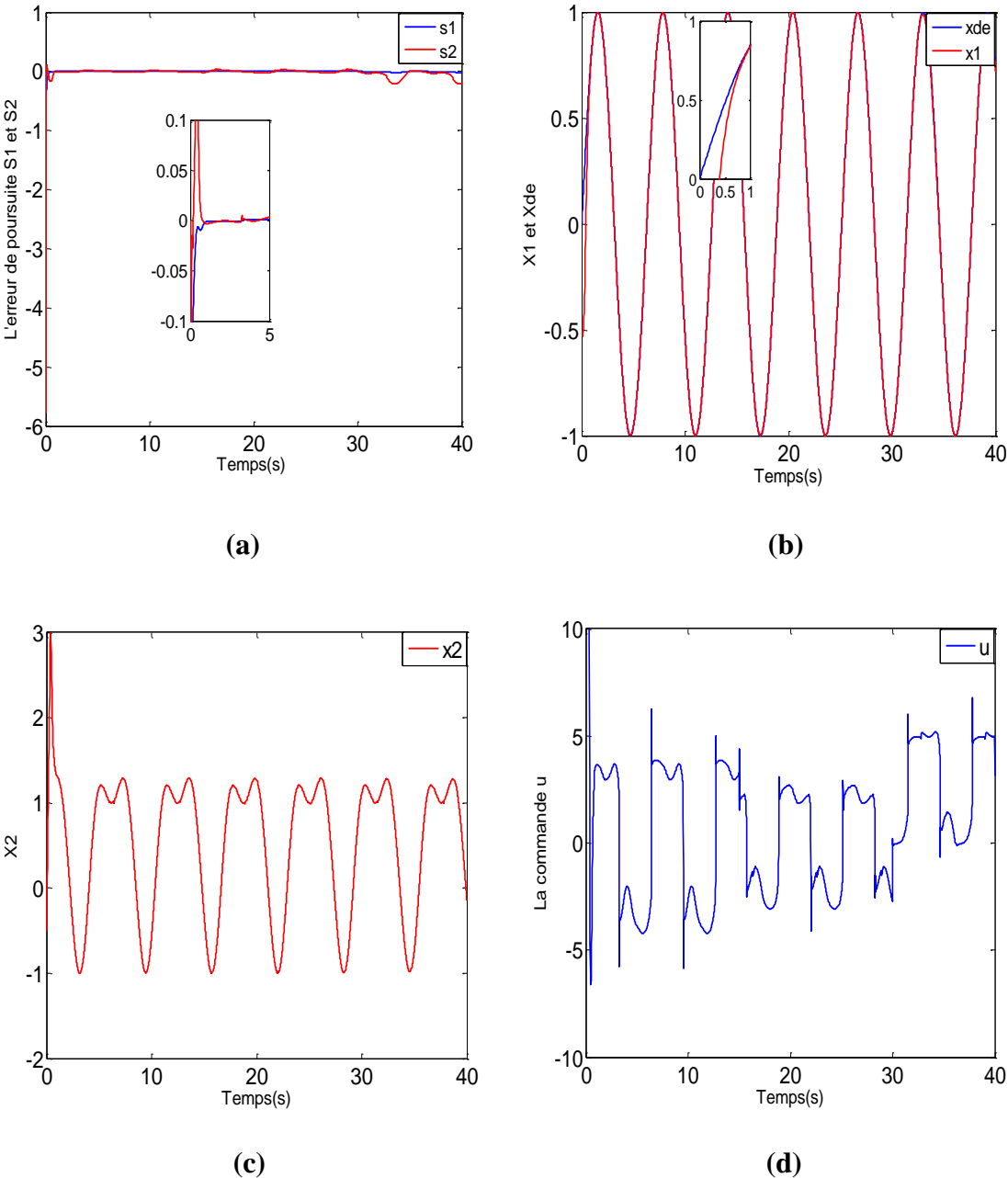
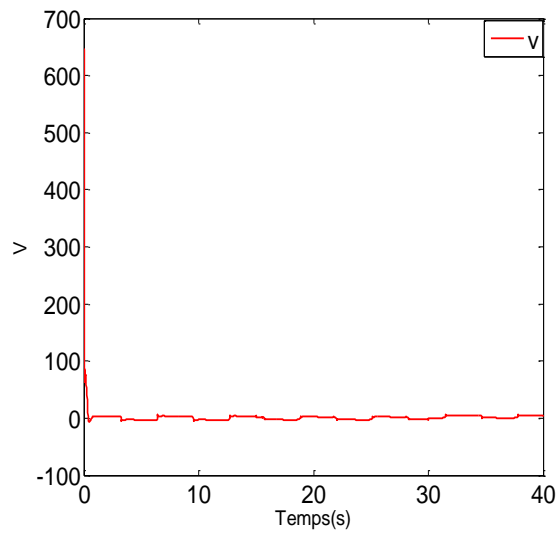


Figure (4.2): Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur

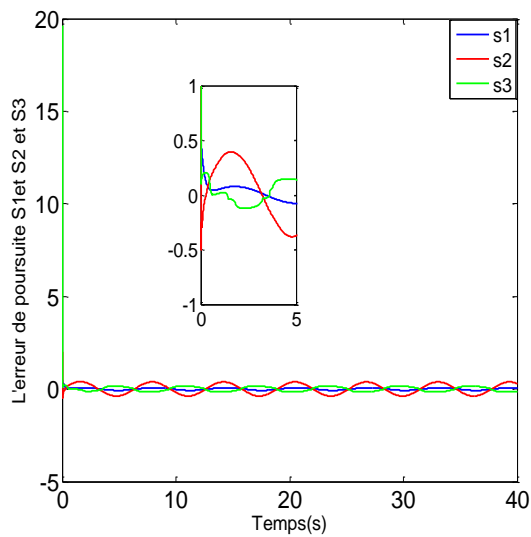


(e)

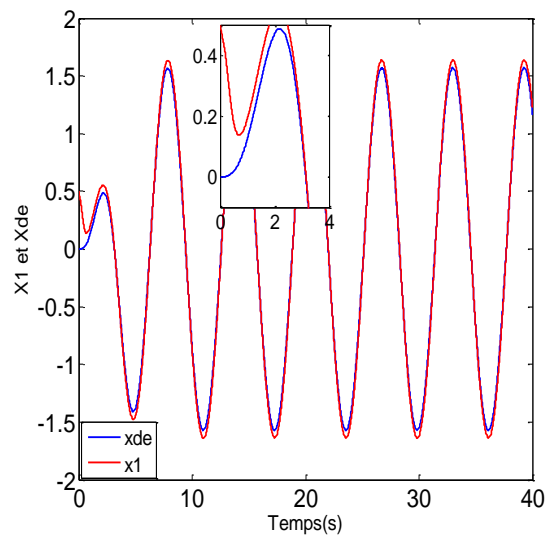
Figure (4.2) (suite): Evolution de système du deuxième ordre avec défauts d'actionneur

### 4.5.2. Exemples 2 : bras manipulateur

#### Test sans défauts

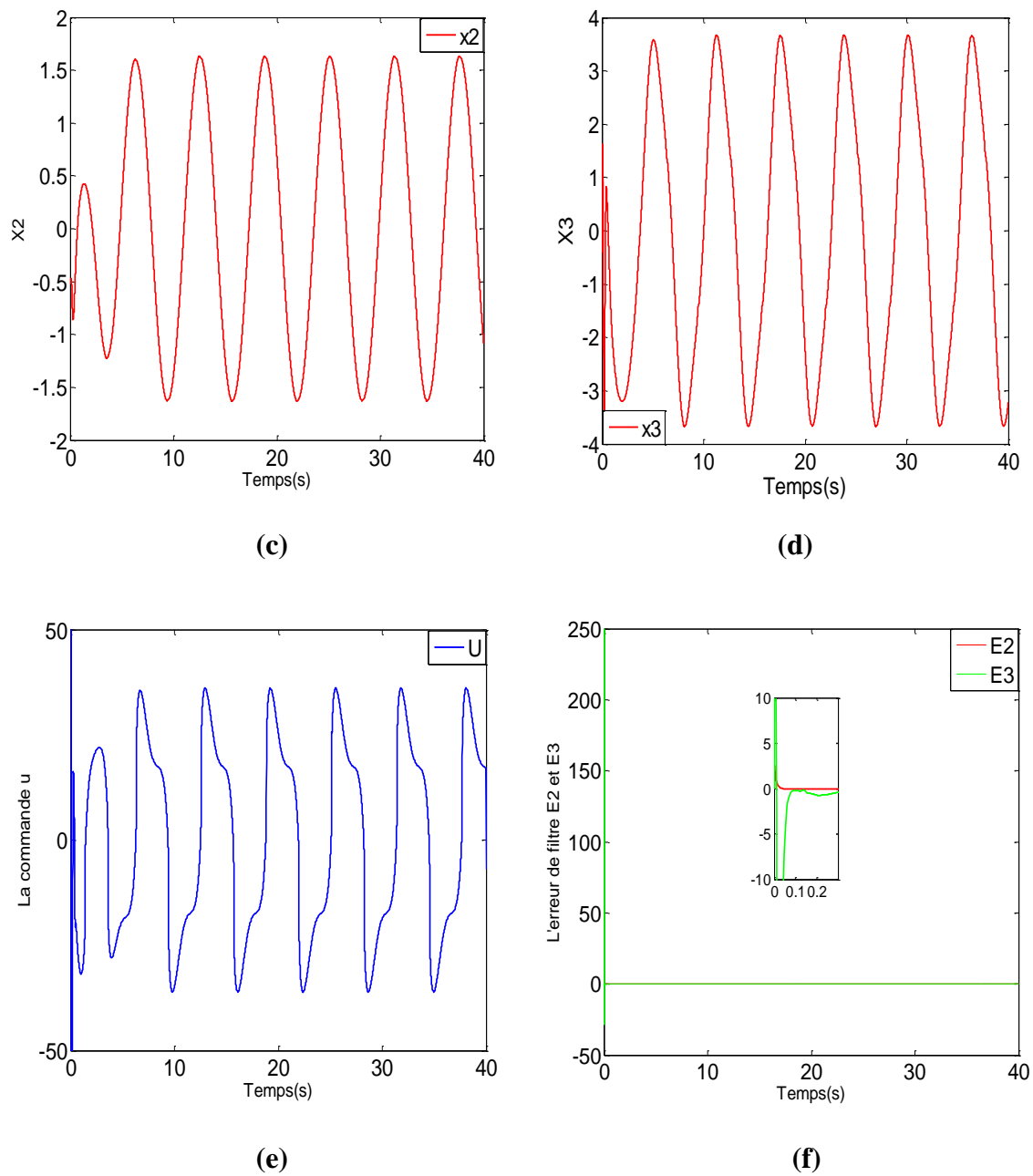


(a)



(b)

Figure (4.3): Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.



**Figure (4.3) (suite):** Evolution de système du troisième ordre sans défauts d'actionneur.

### Test avec défauts

Dans ce test, on introduit une perte d'efficacité de 80% à partir de l'instant 10s, ainsi qu'un biais de valeur -5 à partir de 25s.



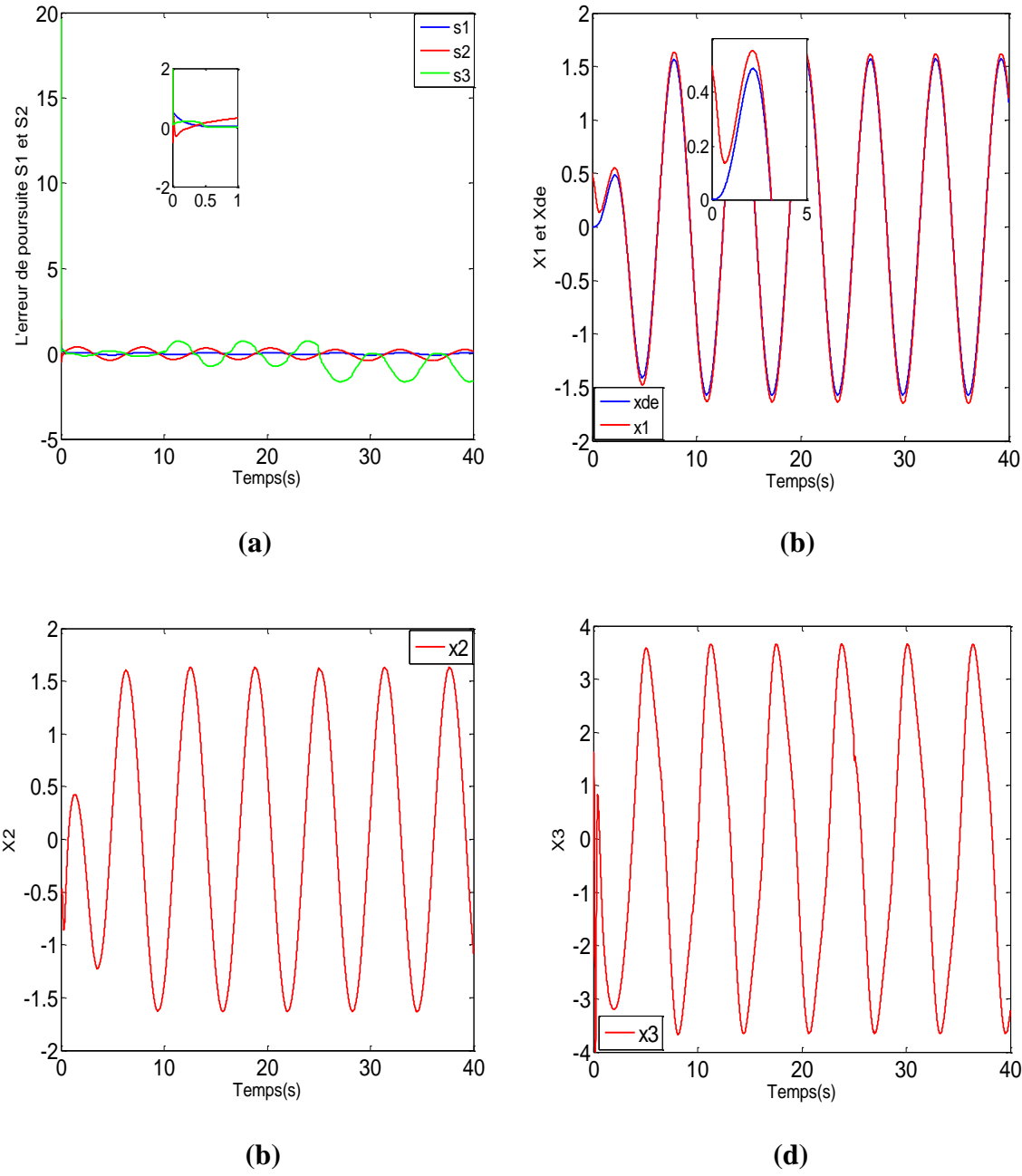
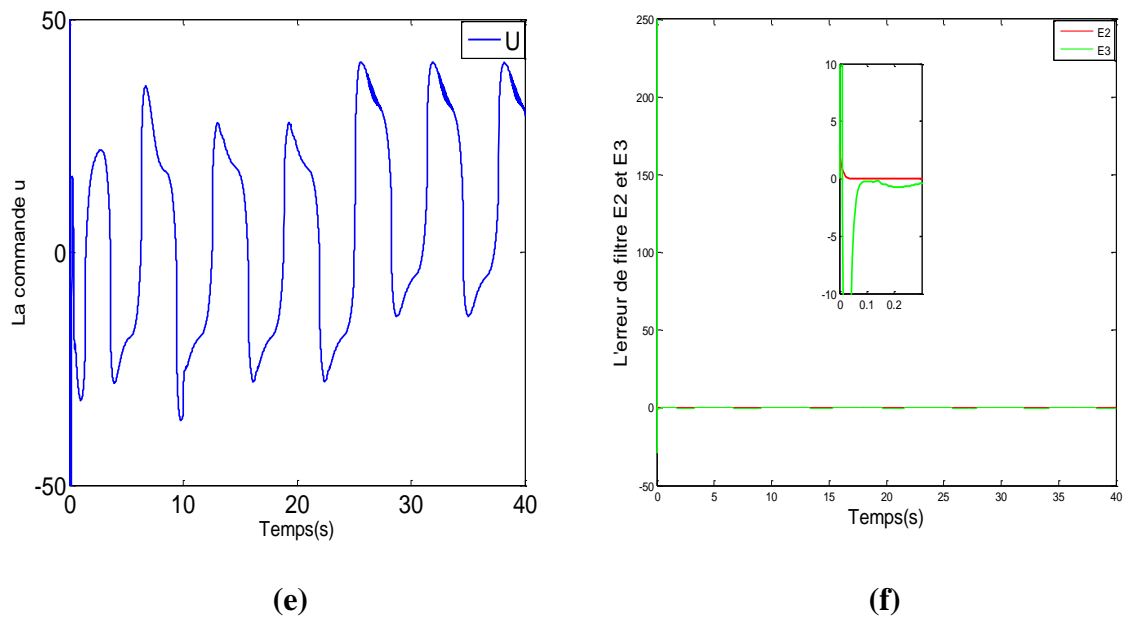


Figure (4.4): Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.



**Figure (4.4) (suite):** Evolution de système du troisième ordre avec défauts d'actionneur.

### 4.5.3. Interprétation des résultats

Pour les deux exemples d'application, il est clair que l'approche FTC présentée dans ce chapitre est capable de faire face à la saturation et aux défauts d'actionneur. En effet, elle garantit la stabilité du système bouclé et permet d'avoir des résultats lisses sans provoquer le phénomène de broutement.

### 4.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une troisième approche FTC basée sur la commande par surface dynamique, où des filtres non linéaires lisses ont été incorporés à chaque étape de conception, permettant d'éviter à la fois, le problème "d'explosion de complexité" et le problème de broutement causé par l'utilisation du terme discontinu «sign », tout en assurant une convergence asymptotique vers zéro des erreurs de poursuite. A partir des résultats de simulation, on conclue que l'algorithme FTC proposé dans ce chapitre est capable de traiter, simultanément, la saturation et les défauts d'actionneur, et permet au même temps d'éviter phénomène de broutement, en donnant des réponses lisses et acceptables technologiquement.

# Conclusion générale

### Conclusion générale

Le travail effectué dans ce mémoire concerne la synthèse de trois algorithmes de commande tolérante aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires triangulaires en présence d'une saturation à l'entrée et des défauts d'actionneur. Les approches FTC proposées dans ce travail sont basées sur la méthode de commande par surface dynamique (DSC). Cette stratégie de commande permet notamment d'éviter le problème « d'explosion de complexité » qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception dans la technique backstepping. Afin de traiter le problème de saturation, un système auxiliaire est introduit dans le désigne. Ainsi, la compensation des défauts d'actionneur se fait à l'aide d'un terme robuste. Ce mémoire est résumé dans quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous avons donné un rappel général sur les systèmes non linéaires, où les problèmes de saturation et des défauts d'actionneur sont posés, ainsi que les outils qui ont servis le long de ce travail.

Dans le deuxième chapitre, on a présenté un algorithme de commande par surface dynamique (DSC) pour une classe des systèmes non linéaires triangulaires en présence de saturation et des défauts d'actionneur, où des filtres de premier ordre passe-bas sont utilisés à chaque étape de conception. Cette technique de commande permet de garantir seulement une stabilité UUB du système en boucle fermée.

Au troisième chapitre, on a synthétisé une loi de commande par DSC via des filtres par mode de glissement pour la même classe des systèmes considérée précédemment. En effet, la fonction « sign » est utilisée, à la fois, dans le système auxiliaire, dans les filtres et dans la loi de commande actuelle. Dans ce cas, une stabilité exponentielle du système bouclé est assurée. Cependant, le système de commande résultant souffre du problème de broutement causé par le terme discontinu utilisé.

En traitant le même problème FTC, une troisième stratégie de commande par DSC a été proposée dans le dernier chapitre, où des filtres non linéaires lisses sont introduits à chaque étape de désigne. Cette approche FTC permet également d'éviter le problème de broutement causé par le terme « sign » et d'avoir une convergence asymptotique vers zéro des erreurs de poursuite.

Les résultats obtenus dans les simulations montrent que tous les algorithmes FTC présentés dans ce mémoire sont capables de compenser la saturation, de traiter efficacement deux types de défauts d'actionneur (biais et perte d'efficacité) et de maintenir la stabilité du système en boucle fermée.

# Références bibliographiques

- [1] M.S. Achbi. « Commande tolérante aux défauts en utilisant les Réseaux de Neurones Artificiels et les systèmes d'Inférence Flou ». Mémoire de Magister. Université de Mohamed Khider –Biskra. 2012.
- [2] A. Benmiçia, O. Houas. « Commande par backstepping adaptative d'un système de suspension active avec saturation à l'entrée ». Mémoire de master .Université de Jijel. (2019).
- [3] Astron. K, Albertos. P, Blanke. M, Isidori. A, Isidori. A, Schaufelberger. W and Sanz. R.: « Control of Complex Systems », Springer-Verlag London, 2000.
- [4] Blanke. M, Kinnaert. M, Lunze. J and Staroswiecki. M. : « Diagnoses and fault-tolerant control », Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [5] Kanev. S: « Robust fault Tolerant control » PHD Thesis-University of Twente-Netherland, 2004.
- [6] Napolitano. M.R, Molinaro. G, Innocenti. M, Seanor. B and Martinelli. D. : « A complete hardware package for a fault-tolerant control system using on-line learning neural networks » In proceedings of the American Control conference, San Diego, CA, pp. 2615-2619, 1999.
- [7] Jérôme. C.: « Analyse et synthèse d'une architecture coopérative pour la commande tolérante aux défauts », thèse de doctorat, laboratoire de l'intégration du matériau au système université bordeaux I, 2007.
- [8] Zhang and Jiang : « Bibliographical review on reconfigurable fault tolerant control system », in proceedings of the 5<sup>th</sup> symposium on fault detection, supervision and safety for technical processes (SAFEPROCESS2003) Washington D.C., USA, pp. 265-276, 2003.
- [9] Benaskeur. A : « Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires ». Thèse de Doctorat. Québec : Université de Laval, Février. (2000).
- [10] Mokhtari. M : « Commande adaptative des systèmes non linéaires par l'approche backstepping neuronale ». Thèse de Doctorat. Batna : Université Hadj LAKHDAR. (2015).
- [11] Qu. Zhihua, Darren M. Dawson, S. Y. Lim, et John F. Dorsey, « A New Class of Robust Control Laws for Tracking of Robots », The International Journal of Robotics Research, Vol. 13, No. 4, pp. 355-363, 1994.
- [12] Jun. Wu, Jian. Huang, Yonji. Wang, et Kexin. Xing « Nonlinear Disturbance Observer Based Dynamic Surface Control for Trajectory Tracking of Pneumatic Muscle System », IEEE Transactions on Control Systems Technology Vol. 22, No. 2, pp. 440-455, 2014.
- [13] Zibra Aicha : « Commande adaptative floue des systèmes non linéaires avec saturation des commandes ». Mémoire de Magister .Bejaia : Université Abderrahmane MIRA, 2009.

- [14] Soukkou, Y. « Commande adaptative par backstepping d'une classe des systèmes non linéaires incertains ». Mémoire de Magister. Université de Jijel. 2014.
- [15] Bent Mohamed Ould Sidi Lamine, M., Chebbahe, N. « Commande anti-Widdup des systèmes saturés ». Mémoire de Master, Université de Jijel. 2013.
- [16] F. Sallem : « Détection et isolation de défauts actionneurs basées sur un modèle de l'organe de commande ». Thèse de Doctorat : Université Toulouse 3. 2013.
- [17] H. Khebbache : « Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires ». Mémoire de Magister. Université de Sétif. 2012.
- [18] P.P. Yip, and J.K. Hedrick. « Adaptive dynamic surface control: a simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems ». Int J Control. vol.71, NO.5, pp. 959-979, 1998.
- [19] D. Swaroop, J.K. Hedrick, P.P. Yip and J.C. Gerdes: « Dynamic surface control for a classe of nonlinear systems ». IEEE Trans Autom Control.Vol.45, No.10, pp. 1893-1899, 2000.
- [20] H. Khebbache, M.Tadjine et S. Labiod: « Adaptive sensor-fault tolerant control for a classe of MIMO uncertain nonlinear filtré-based dynamic surface control ». Journal of the Franklin Institute.VOL.353, NO.6, pp.1313-1338, 2016.
- [21] J. Zhou, et C. Wen: « Adaptive backstepping control of uncertain systeme: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-Variations ». Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [22] Zhang. H, Cui. Y and Wang. Y: « Hybrid fuzzy adaptive fault tolerant control for a class of uncertain nonlinear systems with unmeasured states ». IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 25(5), 1041-1050. 2016.
- [23] Slotine J.E. and Li W.: « Appl Nonlinear Control ». Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.