

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK
BEN YAHIA – JIJEL



FACULTE DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Série :

**Mémoire présenté pour obtenir le diplôme de
Master en physique**

Spécialité : Physique Théorique

**Par
BOUZERAIB Fatiha**

Intitulé

***Phénoménologie et calcul de précision dans
les modèles supersymétrique : Production de
squark au LHC***

Soutenu le : .../10/2020 devant le jury :

Président kh. NOICER
Rapporteur M. S. ZIDI
Examineurs Z. BELGHOBSI

Remerciements

D'abord et avant tout, Nous remercions Allah quel que soit le cas.

Nous tenons à remercier notre superviseur Pr, M.S.zidi pour soutien et effort continu jusqu'à la dernière minute de notre travail dans cette thèse, nous ne sais comment le remercions pour sa grande patience, son esprit critique et sa rigueur. Et nous remercier de la même façon, nos professeurs Pr, Kh. Nouisser et Pr, Z. Belghobsi, et tous ceux qui ont contribué à notre réussite scolaire au cours des années.

Nous remercions également tous les camarades de classe de la Physique théorique, pour les meilleurs moments au cours des dernières années.

En fin, nous tiens à remercier notre famille qui m'a toujours soutenu et encouragé.

Table des matières

1	Introduction Générale	v
2	Modèle standard	vii
2.1	Particule du SM et leurs interactions	vii
2.2	Théories de jauge	vii
2.2.1	Électrodynamique quantique	vii
2.2.2	Chromodynamique quantique	viii
2.2.3	Théories de Yang-Mills	ix
2.2.4	Modèle de Fermi	x
2.3	Modèle standard	x
2.3.1	Modèle de Glashow-Weinberg-Salam	x
2.3.2	Mécanisme de Higgs	xii
2.3.3	Interaction de Yukawa	xv
2.4	Les problèmes du modèle standard	xvi
3	Introduction au MSSM	xvii
3.1	Supersymétrie	xvii
3.1.1	Groupe de Lorentz	xvii
3.1.2	Groupe de Poincaré	xviii
3.1.3	Notation spinorielle à 2 composantes	xx
3.1.4	Algèbre supersymétrique	xxiii
3.1.5	Variables de Grassmann	xxiv
3.2	Exemple d'un modèle supersymétrique simple	xxv
3.3	Extension supersymétrique du modèle standard	xxv
3.3.1	Particules de MSSM	xxvi
3.4	Le lagrangien du MSSM	xxvi
3.5	Les règles de Feynman	xxvii
4	Production d'une paire de squarks bottom en MSSM	xxxii
4.1	Section efficace partonique	xxxii
4.1.1	Calcul des carrés des amplitudes	xxxii
4.1.2	Calculs de la section efficace partonique	xxxv
4.2	Section efficace hadronique	xxxvi
4.3	La section efficace différentielles	xxxix
5	Production d'une paire de squark avec un jet	xliii
5.1	Jets su LHC	xliii
5.2	L'algorithme de jet	xliv
5.2.1	Algorithme de cone:	xliv
5.2.2	Les Algorithmes de recombinaison séquentielle	xliv
5.3	Production d'une paire de squarks b à l'ordre LO	xlv
5.4	Section efficace hadronique	xlvii
6	Conclusion Générale	lv
	Bibliographie	lvii

Introduction Générale

Aujourd'hui, nous savons que le modèle cosmologique actuel qui décrit l'évolution de notre univers est le BigBang qu' est une singularité de l'espace à une température et énergie très élevés, après le BigBang beaucoup de choses ont été créés; l'espace, le temps, l'énergie et la matière. Nous pouvons dire que la théorie de BigBang on contient toutes la physique moderne, commela cosmologie, la thermodynamique,...etc. Cette théorie attire l'attention des physiciens, qu' ils ont posé des questions très intéressantes, parmi ces questions:Quel sont les éléments constitutifs les plus fondamentales de la matière et comment ils interagissent les unes avec les autres ou entre elle?

Beaucoup des théories ont essayé de répondre à ces questions, la physique des particules est la mieux pour répondre à ces questions.

La physique des particules est la branche de la physique qui décrit les particules élémentaires de la matière et leurs propriétés ainsi que leurs interactions, elle est basée sur deux éléments nécessaires; les détecteurs qui sont les particules élémentaires et les collisionneurs comme le LHC, ILC..... etc.Le modèle actuel qu'elle physique des particules se base est le modèle standard, elle vise à expliquer de quoi la matière est faite et comment ses constituants interagissent, Il existe deux catégories des particules élémentaires dans ce modèle et qu'ils sont; les fermions, proposés comme des constituants de la matière de spin demi-entier et les bosons de jauge proposées comme des médiateurs des forces avec spin entier. Les prédictions faites par ce modèle, ont des succès récents, comme la découverte de l'antiparticule de neutrino électronique en 1956, la découverte des bosons Z et W en 1983, la confirmation du mécanisme de Higgs le 4 juillet 2012 dans le collisionneur LHC et pour cette découverte Englert et Peter Higgs ont obtenus le prix de Nobel en 2013.

Malgré les nombreux succès du modèle standard, il existe des questions sans réponses, comme la difficulté d'expliquer la matière noire et l'énergie noire, le problème hiérarchie, les divergences quadratiques de la masse de Higgs, aussi le problème d'unification des forces; bien qu'il existe quatre types des forces et qu'elles sont la force électromagnétique, forte, faible et la force gravitationnelle. Le modèle standard a essayé de l'unifier en une seule théorie ou un seul modèle, cependant il existe un problème avec la gravitation, donc le modèle standard a pu unifier juste les trois autres forces. Ces problèmes conduisent les physiciens à chercher des modèles ou des théories au-delà du modèle standard, comme le modèle de la grande unification GUT, la supersymétrie .

La supersymétrie est une symétrie hypothétique entre les fermions et les bosons, elle associe à chaque fermion un super partenaire de spin entier et à chaque boson un super partenaire de spin demi-entier. Les théories supersymétriques ont eu plusieurs succès depuis leurs inventions dans les années 1970, Parmi ces succès elle a résolu le problème de la hiérarchie et les divergences quadratiques dans la masse de Higgs.

Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude de l'extension supersymétrie minimale du modèle standard(MSSM). Dans le premier chapitre, On donne une introduction sur le modèle standard. Dans le deuxième chapitre,étudie la supersymétrie en générale et le modèle MSSM en particulier. Dans le troisième chapitre, On étudie la production d'une paire de squark au LHC. Dans la quatrième chapitre On étudie la production d'une paire de squark avec un jet.

Modèle standard

Le Modèle standard (SM) est une théorie fondamentale de la physique des particules, elle permet de décrire et d'expliquer tous les phénomènes de la physique des hautes énergie. Elle unifie les deux interactions fondamentales: électromagnétique et faible. Le SM est une théorie de jauge non-abélienne basé sur le groupe de jauge $SUC(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ [1, 2].

2.1 Particule du SM et leurs interactions

Il existe deux types de particules élémentaires en modèle standard, les bosons de jauge et les fermions:

- Les bosons sont des particules de spin entier. Ils obéissent à la statistique de Bose-Einstein. Ils jouent le rôle des médiateurs des interactions. Voici les bosons de jauge du SM: photon γ , les trois bosons faibles W^+ , W^- et Z , les 8 gluons g . Il existe un autre boson qui n'est pas un boson de jauge, c'est le boson de Higgs. Ce dernier est responsable de la génération des masses des bosons de jauge.
- Les fermions sont des particules de spin demi-entier, ils obéissent à la statistique de Fermi-Dirac. Il existe deux variétés de fermions, les 6 quark (u, d, c, s, t, b) et les leptons et leurs neutrinos associés ($e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$). Ces particules constituent la matière ordinaire notamment les fermions de la première génération (u, d et e).

Les bosons de jauge sont les médiateurs des interactions fondamentales, entre les fermions. Chaque interaction fondamentale implique des fermions et des bosons de jauge bien précis:

- L'interaction forte est portée par les gluons, elle est lie quarks entre eux à l'intérieur des hadrons, et également les protons et neutrons dans le noyau.
- L'interaction électromagnétique est véhiculée par le photon, elle lie les électrons au noyau des atomes et permet aux atomes de former des molécules.
- L'interaction faible est portée par les bosons W^\pm et Z , elle est responsable de la radioactivité β , elle permet à un quark u de se transformer en un quark d par échange d'un boson W . Il existe deux type d'interaction faible: interaction à courant chargé via l'échange des bosons W^\pm et interaction à courant neutre via l'échange d'un bosons Z .

2.2 Théories de jauge

2.2.1 Électrodynamique quantique

L'électrodynamique quantique ou QED est une théorie de jauge basée sur le groupe de symétrie abélien $U(1)$. Cette théorie explique l'interaction entre toutes les particules électriquement chargées par l'échange (émission ou absorption) d'un photon. En QED les fermions sont représentés par des spineurs de Dirac à 4 dimensions (ψ), dont la densité lagrangienne est donnée par [6]:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi \quad (2.1)$$

avec

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.2)$$

où le premier terme à droite dans l'éq. (2.1) est le terme cinétique du champ de jauge (qui est le photon dans ce cas) et le deuxième terme dans la même équation est le lagrangien de Dirac.

La densité lagrangienne \mathcal{L} est invariante sous la transformation de jauge globale du groupe $U(1)$: $U = \exp(i\epsilon\alpha)$. Mais cette même densité lagrangienne n'est pas invariante sous la transformation locale du groupe $U(1)$: $U(x) = \exp(i\epsilon\alpha(x))$. On peut facilement montrer que le terme de masse reste invariant, mais le terme cinétique du champ de Dirac et le terme cinétique du champ de jauge ne sont pas invariants à cause de la dérivée ∂_μ . Pour résoudre ce problème nous devons remplacer la dérivée ∂_μ par la dérivée covariante D_μ , alors,

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$$

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\alpha(x)$$

Après la quantification, la densité lagrangienne devient:

$$\mathcal{L}_{QED} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{2\alpha}(\partial^\mu A_\mu^a)^2. \quad (2.3)$$

où $\frac{1}{2\alpha}(\partial^\mu A_\mu^a)^2$ est le terme de fixation de jauge.

Finalement, le vertex décrivant l'interaction entre deux fermions chargés et le photon est le suivant:



2.2.2 Chromodynamique quantique

La chromodynamique quantique ou QCD est une théorie quantique des champs et une théorie de jauge non-abélienne basée sur le groupe $SU(3)$. Elle décrit l'interaction entre les quarks et les gluons à l'intérieur des hadrons. Les quarks et les gluons possèdent une échange de couleur qui leur permet d'interagir fortement [7]. La densité lagrangienne pour un quark libre est:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)q. \quad (2.4)$$

La densité lagrangienne \mathcal{L} est invariante sous la transformation de jauge globale du groupe $SU(3)$

$$U = \exp(-i\theta_a T^a)$$

où θ_a (pour $a = 1, \dots, 8$) sont les paramètres du groupe, T^a sont les générateurs du groupe ($T^a = \frac{\lambda_a}{2}$, λ_a sont les matrices de Gellmann. Les générateurs vérifient:

$$[T^a, T^b] = if_{abc}T^c$$

où f_{abc} sont les constantes de structure).

La densité lagrangienne \mathcal{L} n'est pas invariante sous la transformation de jauge locale $U(x) = \exp(-i\theta(x)T^a)$. Pour la rendre invariante, il faut qu'on remplace la dérivée ∂_μ par la dérivée covariante D_μ , avec

$$D^\mu = \partial_\mu - igT^a A_\mu^a$$

où g est une constante de couplage.

Alors, la densité lagrangienne de Dirac devient:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^\mu D_\mu - m)q \quad (2.5)$$

Notons que pour que \mathcal{L} soit invariant sous la transformation de jauge locale, il faut que les champs A_μ^a se transforment de la manière suivante:

$$A_\mu^{a'} = A_\mu^a + f^{abc} \alpha^b(x) A_\mu^c - \frac{1}{g} (\partial_\mu \alpha^a(x)) \quad (2.6)$$

Nous devons rajouter un terme cinématique pour les champs de jauge pour que la théorie soit complète, alors la densité lagrangienne classique (avant la quantification) de la QCD est :

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{i=1}^{N_f} \bar{\psi}_i (i \not{D} - m) \psi_i \quad (2.7)$$

$$i = u, d, c, s, t, b \quad (2.8)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.9)$$

Après la quantification, la densité lagrangienne s'écrit:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_{FP} + \mathcal{L}_f \quad (2.10)$$

avec

- $\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$ (lagrangien de Jauge).
- $\mathcal{L}_D = \bar{\psi}_i (i \not{D} - m) \psi_i$ (lagrangien de Dirac).
- $\mathcal{L}_f = -(\partial_\mu A_\mu^a) \frac{1}{2\alpha}$ (lagrangien de fixation de Jauge).
- $\mathcal{L}_{FP} = (\partial^\mu \chi^*) D_\mu^{ab} \chi^b$ (lagrangien de Fadeev-Papov (ou lagrangien des ghosts)).

2.2.3 Théories de Yang-Mills

Une théorie de Yang-mills est une théorie de Jauge non-abélienne basée sur le groupe $SU(N)$ (est une généralisation de la QED pour $N > 1$). La densité lagrangienne totale (avant quantification) est donnée par:

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{i=1}^{N_f} \bar{\psi}_i (i \not{D} - m) \psi_i \quad (2.11)$$

$$(2.12)$$

avec

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

et

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.14)$$

la dérivée covariante

$$D^\mu = \partial_\mu - ig T^a A_\mu^a \quad (2.15)$$

où $a = N^2 - 1$.

La densité lagrangienne de cette théorie est invariante sous la transformation de jauge locale (et globale):

$$U(x) = \exp(-i\theta_a(x)T^a) \quad (2.16)$$

avec

$$A_\mu^{a'} = A_\mu^a + f^{abc}\alpha^b(x)A_\mu^c - \frac{1}{g}(\partial_\mu\alpha^a(x)) \quad (2.17)$$

Remarque: On ne peut pas rajouter un terme de masse pour les champs de jauge dans les théories de Yang Mills car il brise l'invariance de jauge. Pour introduire les termes de masse pour les bosons de jauge massifs comme le W et Z , on doit briser spontanément la symétrie à l'aide du mécanisme du Higgs.

2.2.4 Modèle de Fermi

Pour expliquer la désintégration β ($n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$), Fermi a développé sa théorie qui est basée sur l'interaction ponctuelle à 4-points (ou interaction courant-courant). La densité lagrangienne du modèle est donnée par [7]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}G_F(\bar{\psi}_p\gamma^\mu\psi_n\bar{\psi}_e\gamma_\mu\psi_\nu + \bar{\psi}_n\gamma^\mu\psi_p\bar{\psi}_\nu\gamma_\mu\psi_e) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}G_f J_{had}^\mu J_{\mu lep} \end{aligned} \quad (2.18)$$

où J_μ est le courant, G_f est la constante de couplage de Fermi.

La théorie de Fermi n'est pas renormalisable car la constante de couplage a une dimension ($[G_f] = -2$). la section efficace de cette théorie augmente d'une manière très rapide et viole la condition d'unitarité à haut énergie ($\sigma = \frac{G_f^2}{\pi}s$). Donc, cette théorie n'est pas le modèle parfait pour décrire interaction faible.

Plusieurs tentatives pour améliorer cette théorie ont été faites au cours des années mais aucune n'a réussi à résoudre tous les problèmes de ce modèle, On cite par exemple l'introduction d'un boson de jauge massif (W) intermédiaire pour décrire l'interaction faible.

2.3 Modèle standard

Le Modèle de Glashow-Weinberg-Salam (GWS) est une théorie de jauge non-abélienne qui unifie l'interaction électromagnétique et faible. Il est basé sur le groupe de symétrie $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. D'habitude on rajoute l'interaction forte à ce modèle, dans ce cas la théorie est basée sur le groupe $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. On ne peut pas parler d'une vraie unification mais il est possible d'intégrer les trois force dans un même cadre mathématique que l'on appelle le modèle standard.

2.3.1 Modèle de Glashow-Weinberg-Salam

Les leptons de chiralité gauche sont représentés sous forme de doublets du groupe $SU(2)$ et les leptons de chiralité droite sont représentés sous forme de singlets du même groupe [4, 7]:

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L \quad (2.19)$$

et

$$e_R \quad \mu_R \quad \tau_R \quad (2.20)$$

Rappelons qu'un spineur de Dirac s'exprime en fonction de chiralité gauche et droite comme suit:

$$\psi = \psi_R + \psi_L \quad (2.21)$$

avec

$$\psi_R = P_R \psi \quad \psi_L = P_L \psi \quad (2.22)$$

où les projecteurs de chiralité sont définis par: $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$ et $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$.

Le modèle GWS est basé sur les hypothèses suivantes:

- Tous les fermions sont massifs sauf les neutrinos.
- les parties gauches des leptons et les parties droites des anti-leptons sont sensibles à l'interaction faible.

Ainsi, les courants chargés sont donnés par:

$$J_\mu^+ = \frac{1}{2} \bar{L} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_L = \bar{L}_L \gamma_\mu L_L \quad (2.23)$$

$$J_\mu^- = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu (1 - \gamma_5) L_L = \bar{\nu}_{LL} \gamma_\mu L_L \quad (2.24)$$

Ce modèle est invariant sous les transformations des groupes $SU_L(2)$ et $U_Y(1)$. Voici ces transformations sont pour chaque groupe:

$$\begin{aligned} SU_L(2) : \quad & L' = \exp(-i\alpha(x)I_i)L \\ & R' = R \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} U_Y(1) : \quad & L' = \exp\left(\frac{i}{2}Y\beta(x)\right)L \\ & R' = \exp\left(\frac{i}{2}Y\beta(x)\right)R \end{aligned} \quad (2.26)$$

où I (opérateurs isospin) sont les générateurs du groupe $SU_L(2)$, et Y (hypercharge) sont les générateurs du groupe $U_Y(1)$.

La densité lagrangienne du modèle de GWS est donnée par:

$$\mathcal{L}_{GWS} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G \quad (2.27)$$

$$\mathcal{L}_f = \bar{L}i\gamma^\mu(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\sigma}}{2}\vec{W}_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu)L + \bar{R}i\gamma^\mu(\partial_\mu + ig'B_\mu)R \quad (2.28)$$

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.29)$$

où W_μ sont les champs de jauge associés au groupe $SU(2)$, g est la constante de couplage du groupe $SU_L(2)$, B_μ est le champ de jauge associé au groupe $U_Y(1)$, g' est la constante de couplage du groupe $U_Y(1)$. On a aussi

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\varepsilon_{ijk}W_\mu^j W_\nu^k \quad (2.30)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.31)$$

Rappelons que \mathcal{L}_{GWS} est invariant sous la transformation $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ en absence des masses.

2.3.2 Mécanisme de Higgs

Le mécanisme de Higgs est un mécanisme qui permet de briser spontanément de la symétrie (BSS) $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ en son sous groupe $U_Q(1)$. Ce phénomène (brisure spontanée de la symétrie) permet de générer les masses des bosons de jauge.

Considérons la densité lagrangienne de Higgs [5, 7]:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \quad (2.32)$$

avec

$$V(\phi^\dagger \phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad \lambda > 0 \quad (2.33)$$

où ϕ est un champ scalaire complexe. On peut montrer facilement que \mathcal{L} est invariant sous le groupe $U(1)$.

On introduit les nouveaux champs Φ_1 et Φ_2 de la manière suivante:

$$\phi = \frac{\Phi_1 + i\Phi_2}{\sqrt{2}} \quad \phi^\dagger = \frac{\Phi_1 - i\Phi_2}{\sqrt{2}} \quad (2.34)$$

où Φ_1 et Φ_2 sont des champs scalaires réels. Alors, le potentiel de Higgs V devient:

$$V(\phi^\dagger \phi) = V(\Phi_1^2 + \Phi_2^2) \quad (2.35)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi_1 \partial^\mu \Phi_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi_2 \partial^\mu \Phi_2 - V(\Phi_1^2 + \Phi_2^2) \quad (2.36)$$

La transformation $U(1)$ est équivalente à $O(2)$ (rotation), donc \mathcal{L} est invariant sous la transformation suivant:

$$\begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

pour trouver l'état d'énergie la plus basse de l'état fondamentale, il faut calculer ϕ_0 qui est appelé le VeV (valeur moyenne dans le vide), cette dernière correspond à:

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi_1} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial \Phi_2} = 0 \quad (2.38)$$

On distingue deux cas:

- Pour $\mu^2 > 0 \rightarrow \frac{\partial v}{\partial \Phi_1} = \frac{\partial v}{\partial \Phi_2} = 0$ dans ce cas la symétrie existe: phase de Wigner, voir Fig.(2.1).

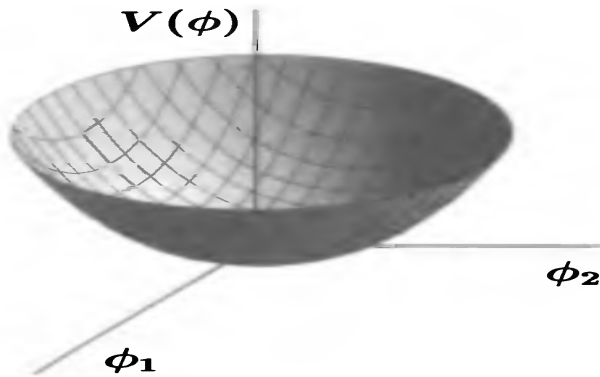


Figure 2.1: la solution symétrique et stable

- pour $\mu^2 < 0$, on a

$$\Phi_1^2 + \Phi_2^2 = \frac{\mu^2}{\lambda} \quad (2.39)$$

$$\|\phi_0\|^2 = \frac{\mu^2}{\lambda} \quad (2.40)$$

ϕ^0 prend plusieurs valeur à l'état fondamental (cercle de rayon ν), donc l'état du vide n'est pas unique (phase de Numbo Goldstone), voir Fig. (2.2).

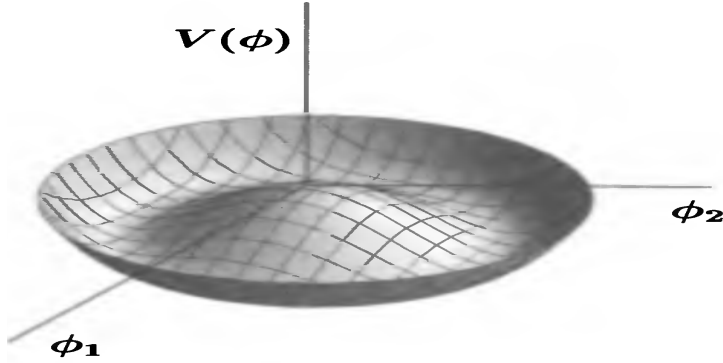


Figure 2.2: Brisure spontanée de la symétrie (BBS)

Après BBS, on obtient un champ scalaire (Φ'_1) massif et un champs scalaire (Φ'_2) de masse nulle (appelé boson de Goldstone).

On fixe l'état fondamental comme suit:

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

où $v = \frac{\mu}{\sqrt{2}}$.

Calculons, maintenant, l'isospin et l'hypercharge de cet éta. On a donc,

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} \phi_0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\exp(-i\alpha I_3) \phi_0 = (1 - i\alpha I_3 + \dots) \phi_0 \neq \phi_0 \quad (2.43)$$

$$Y \phi_0 = \phi_0 \exp(i\beta \frac{Y}{2}) \phi_0 = (1 - i\beta \frac{Y}{2} + \dots) \phi_0 \neq \phi_0 \quad (2.44)$$

On voit que I_3 et Y ne sont pas nulle donc l'isospin et l'hypercharge sont des générateurs brisés. Mais l'opérateur charge électrique n'est pas brisé car:

$$\begin{aligned} Q \phi_0 &= (I_3 + \frac{Y}{2}) \phi_0 \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

On écrit, maintenant, le doublet du Higgs comme suit:

$$\phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} = \exp(i \frac{1}{2v} \sigma_i \xi_i) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

$$\phi' = U(\xi)\phi = \frac{1}{2v}\chi \quad (2.47)$$

$$\exp(-i\sigma_i\xi_i)\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H)\chi \quad (2.48)$$

$$\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

où ξ est le boson de Goldstone, H est le boson de Higgs. On peut écrire la densité lagrangienne de Higgs comme:

$$\mathcal{L}_\phi = (D'_\mu\phi)(D'^\mu\phi) - v(\phi'^+\phi') \quad (2.50)$$

où:

$$\begin{aligned} (D_\mu\phi)' &= (\partial_\mu - ig\vec{\sigma}\vec{A}'_\mu\frac{1}{2} - g'B'_\mu\frac{i}{2})U(\xi) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\partial_\mu - ig\vec{\sigma}\vec{A}'_\mu\frac{1}{2} - g'B'_\mu\frac{i}{2})(v + H)\chi \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\vec{A}'_\mu = U(\xi)\vec{A}_\mu U^{-1}(\xi) - \frac{i}{g}(\partial_\mu U(\xi))U^+(\xi) \quad (2.52)$$

$$B'_\mu = B_\mu \quad (2.53)$$

Le premier terme de \mathcal{L}_ϕ représente le terme de masse, il s'écrit sous la forme:

$$\mathcal{L}_{masse} = \frac{v^2}{2}\chi^+(g\vec{\sigma}\vec{A}'_\mu\frac{1}{2} + \frac{1}{2g'}B'_\mu)(g\frac{1}{2}\vec{\sigma}\vec{A}'_\mu + \frac{1}{2}g'B'_\mu)\chi \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{masse} &= \frac{v^2}{8}(g^2\vec{A}'_\mu \cdot \vec{A}'^\mu + g'^2B'_\mu B'^\mu - 2gg'B'_\mu A'^{\mu 3}) \\ &= \frac{v^2}{8}(g^2(A'_\mu)^1 A'^{1\mu} + g^2(A'_\mu)^2 A'^{2\mu} + (g(A'_\mu)^3 - g'(B'_\mu)^3)^2) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Les champs associés aux bosons de jauge chargés sont donnés par la relation suivantes:

$$(W_\mu)^\pm = \frac{(A'_\mu)^1 \pm i(A'_\mu)^2}{\sqrt{2}} \quad (2.56)$$

Les champs associés aux bosons de jauge neutre:

$$\frac{v^2}{8}((A'_\mu)^3 B'_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (A'_\mu)^3 & B'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

On peut écrire, comme après la diagonalisation:

$$\frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z'_\mu & A'_\mu \end{pmatrix} = \frac{v^2}{8}(g^2 + g'^2)z_\mu z'_\mu + 0A_\mu A'_\mu \quad (2.58)$$

On introduit la transformation:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_w & -\sin\theta_w \\ \sin\theta_w & \cos\theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (A'_\mu)^3 \\ B'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

Alors,

$$Z_\mu = A'^3_\mu \cos\theta_w - B'_\mu \sin\theta_w \quad (2.60)$$

$$A_\mu = A'^3_\mu \sin\theta_w + B'_\mu \cos\theta_w \quad (2.61)$$

où θ_w est l'angle de Weinberg

$$\tan \theta_w = \frac{g'}{g} \quad \cos \theta_w = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \sin \theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2.62)$$

Donc, les masses des bosons de jauge sont données par:

$$\begin{aligned} M_w &= \frac{1}{2} g v \\ &= \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} \cos \theta_w \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$M_\gamma = 0 \quad (2.64)$$

$$M_z = \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} \quad (2.65)$$

Après BSS, le potentiel de Higgs devient:

$$V(\phi^* \phi)' = -\mu^2 \begin{pmatrix} 0 & \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} U^+(\xi) U(\xi) + \lambda \left(\begin{pmatrix} 0 & \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \right)^2 (U^+(\xi) U(\xi))^2 \quad (2.66)$$

$$= -\mu^2 \frac{v^2}{4} + \frac{1}{2} (2\mu^2) H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \quad (2.67)$$

à partir de cette relation on peut déduire la masse des bosons de Higgs:

$$M_H = \sqrt{2\mu^2} \quad (2.68)$$

donc le lagrangien de Higgs devient:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\phi &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{1}{2} M_H^2 H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4 + \frac{g^2}{8} (H^2 + 2Hv) \\ &\times \left(\frac{Z_\mu Z^\mu}{\cos^2 \theta_w} + 2w_\mu^+ w^{-\mu} \right) + M_w^2 w_\mu^+ w^{-\mu} + M_z^2 z_\mu z^\mu \end{aligned} \quad (2.69)$$

2.3.3 Interaction de Yukawa

Pour décrire l'interaction entre les fermions et le Higgs nous devons rajouter un terme appelé le terme de Yukawa. Ce dernier s'écrit:

$$\mathcal{L}_y = -G_e (\bar{L}_i \phi R_i + \bar{R}_i \phi^+ L_i) + h.c \quad (2.70)$$

où G_e est la constante de couplage de Yukawa.

Après la transformation de jauge unitaire, il devient:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_y &= -G_e (\bar{L}'_i \phi R'_i + \bar{R}'_i \phi^+ L'_i) + h.c \\ &= -\frac{G_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}'_L (v + H) e'_R + \bar{e}'_R (v + H) e'_L) + h.c \\ &= -\frac{G_e}{\sqrt{2}} (v \bar{e}' e' + H \bar{e}' e') \end{aligned} \quad (2.71)$$

Le premier terme donne la masse de l'électron ($M_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}} v$) et le deuxième terme décrit l'interaction entre l'électron et le boson de Higgs.

Donc la densité lagrangienne totale de SM est:

$$\mathcal{L}_{MS} = \mathcal{L}_{QCD} + \mathcal{L}_{jauge} + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_y \quad (2.72)$$

avec \mathcal{L}_{QCD} est le lagrangien de la chromodynamique quantique, \mathcal{L}_{jauge} est le lagrangien des bosons de jauge, \mathcal{L}_ϕ est le lagrangien de Higgs et \mathcal{L}_y est le lagrangien de Yukawa.

2.4 Les problèmes du modèle standard

le modèle standard n'est pas parfait, il est plusieurs problèmes [9, 10]:

- La gravité: le MS unifie les 3 interactions fondamentales (faible, forte, électromagnétique) dans une seule théorie mais il n'explique pas la gravité.
- La matière noire: Elle est composée d'une grande partie de l'univers mais le MS n'inclut pas la matière noire.
- La masse des neutrinos: selon le modèle standard ils sont des particules sans masse par contre l'expérience de l'oscillation des neutrinos montre que les neutrinos ont une masse ce qui conduit à des problèmes.
- La symétrie matière-anti-matière: L'univers est principalement constitué de matière et anti-matière en quantité égale, d'après le modèle standard. Mais en réalité la quantité de matière est plus grande que la quantité d'anti-matière.
La violation CP de l'interaction faible.
- Le problème d'hierarchie.
- L'énergie noire: Le MS n'a pas expliqué l'origine de l'énergie noire.

Introduction au MSSM

La supersymétrie (Susy) est une symétrie hypothétique entre les fermions et les bosons. Elle associe à chaque fermion un super partenaire de spin entier et à chaque boson un super partenaire de spin demi-entier (les degrés de liberté bosoniques et fermioniques sont égaux).

La susy élargit le modèle standard en ajoutant des classes de symétries supplémentaires au lagrangien. Ce genre de symétrie prédit l'existence de particules supersymétriques appelées aussi *sparticules*, on cite par exemple les sleptons, squarks, neutralinos et les charginos. Ces particules hypothétiques sont beaucoup plus lourdes que les particules ordinaires.

Dans ce chapitre, on donne une présentation rapide de la supersymétrie et les modèles supersymétriques en se concentrant sur l'extension supersymétrique minimale du modèle standard ou le modèle MSSM.

3.1 Supersymétrie

Les théories supersymétriques ont eu plusieurs succès depuis leurs inventions dans les années 1970. Le plus grand succès de Susy est qu'elle résout le problème de la hiérarchie et les divergences quadratiques dans la masse du Higgs. Les théories supersymétriques font plusieurs prédictions, par exemple, plusieurs modèles prédisent la valeur du sinus de l'angle de Weinberg $\sin^2(\theta_W)$. Elles unifient aussi les trois interactions fondamentales forte, faible et électromagnétique à l'échelle 10^{16} GeV, ... etc. Dans cette section, on présente les ingrédients nécessaires pour construire un modèle supersymétrique comme le groupe de Poincaré, les spineurs à deux composantes, les super-champs, l'algèbre de Grassmann, ... [13]

3.1.1 Groupe de Lorentz

Le groupe de Lorentz est un groupe de symétrie classique dans l'espace-temps qui garde le produit scalaire de deux 4-vecteurs invariants dans tous les référentiels Galiléens, c'est-à-dire $x^\mu y_\mu = x'^\mu y'_\mu$ (où x^μ et y_μ appartiennent au référentiel R et x'^μ et y'_μ appartiennent au référentiel R'). Un 4-vecteur (4-vecteur position) se transforme sous la transformation de Lorentz dans deux référentiel Galiléen de la manière suivante [8, 10, 11]:

$$\begin{aligned} x^\mu &: \longrightarrow x^\mu = \Lambda^\mu_\nu x'^\nu \\ x'_\mu &: \longrightarrow x'_\mu = (\Lambda^{-1})^\nu_\mu x^\nu \end{aligned} \quad (3.1)$$

où Λ est la matrice de Lorentz et $(\Lambda^{-1})^\nu_\mu = \Lambda^\nu_\mu$.

L'ensemble des transformations de Lorentz forme le groupe $SO(1,3)$. On peut exprimer la matrice Λ sous la forme exponentielle suivante:

$$\Lambda = \exp\left(-\frac{i}{2} w^{\rho\sigma} M_{\rho\sigma}\right) \quad (3.2)$$

où $w^{\rho\sigma}$ sont les paramètres du groupe (réels et anti-symétriques), et $M_{\rho\sigma}$ sont les générateurs du groupe. Les $M_{\rho\sigma}$ sont donnés par:

$$M_{\rho\sigma} = x_\rho p_\sigma - x_\sigma p_\rho \quad (3.3)$$

avec $p_\sigma = i\partial_\sigma$.

Pour $w^{\rho\sigma}$ très petit (transformation infinitésimale), on a:

$$\begin{aligned} x^{\mu'} &= \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu} \\ &= \exp(-iw_{\nu}^{\mu} M_{\nu}^{\mu}/2) x^{\nu} \\ &= x^{\nu} - \frac{i}{2} w_{\nu}^{\mu} (ix^{\nu} - ix^{\mu} \delta_{\mu}^{\nu}) \\ &= (\delta_{\nu}^{\mu} + w_{\nu}^{\mu}) x^{\nu} \end{aligned} \quad (3.4)$$

On introduit deux nouveaux paramètres qui s'exprime en fonction de w_{ν}^{μ} comme suit:

$$w^i = \left(\frac{1}{2}\right) \varepsilon^{ijk} w_{jk} \quad \xi^i = w^{0i} \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (3.5)$$

On définit le moment cinétique de la manière suivante:

$$\begin{aligned} J^i &= \frac{1}{2} \varepsilon^{ijk} M_{jk} \\ &= (\vec{x} \wedge \vec{p})^i \end{aligned} \quad (3.6)$$

et l'opérateur boost de Lorentz:

$$K^i = M^{0i} = x^0 p^i - x^i p^0 \quad (3.7)$$

Alors, l'argument de l'exponentielle (3.2) s'exprime en fonction de J^i et K^i comme suit:

$$\frac{1}{2} w^{\rho\sigma} M_{\rho\sigma} = \frac{1}{2} (w^{00} + w^{0i} + w^{jk}) (M_{00} + M_{0i} + M_{jk}) \quad (3.8)$$

$$= \vec{w} \cdot \vec{J} + \vec{\varepsilon} \cdot \vec{k} \quad (3.9)$$

où $\vec{\varepsilon}$ est l'accélération (lié à la vitesse $\vec{\beta}$ avec $\beta_i = \frac{1}{2}(J_i - iK_i)$).

on à

$$x^{\mu'} = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu} \quad (3.10)$$

pour $\mu = 0$

$$\begin{aligned} x^{0'} &= \exp\left(-\frac{1}{2} w^{0\nu} M_{0\nu}\right) x^{\nu} \\ &= x^0 - \beta^i x^i \end{aligned} \quad (3.11)$$

pour $\mu = i$

$$\begin{aligned} x^{i'} &= \exp\left(-\frac{1}{2} W^{i\nu} M_{i\nu}\right) x^{\nu} \\ &= x^i - (\vec{W} \wedge \vec{x})^i - \beta^i x^0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.1.2 Groupe de Poincaré

Le groupe de Poincaré est l'extension du groupe de Lorentz, La transformation associée à ce groupe s'écrit sous la forme [8, 10, 11]:

$$\exp(ia^{\rho} P_{\rho}) \exp(iw^{\rho\sigma} M_{\rho\sigma}/2) \quad (3.13)$$

Rappelons que l'opérateur translation dans l'espace de Minkowski est défini par:

$$\begin{aligned} x^{\sigma'} &= T x^{\sigma} \\ &= \exp(ia^{\rho} P_{\rho}) x^{\sigma} \\ &= x^{\sigma} - a \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\implies x' = x - a \quad (3.15)$$

Un champ Φ sous la transformation T se transforme comme suit:

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= \exp(ia^\rho P_\rho)\Phi(x)\exp(-ia^\rho P_\rho) \\ &= \exp(ia^\rho P_\rho)\exp(-ia^\rho P_\rho)\Phi((1-ia^\rho P_\rho)x) \\ &= \Phi(x+a) \\ &= \Phi(T^{-1}x)\end{aligned}\tag{3.16}$$

On utilise la relation de commutation $[x_\rho, P_\sigma] = -ig_{\rho\sigma}$ pour obtenir tous les commutateurs de l'algèbre de Lie du groupe de Poincaré. On a donc,

$$[P_\mu, P_\nu] = 0\tag{3.17}$$

$$[M_{\mu\nu}, P_\rho] = -i(g_{\mu\rho}P_\nu - g_{\nu\rho}P_\mu)\tag{3.18}$$

$$[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = i(g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho} + g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho} - g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma})\tag{3.19}$$

A l'aide de ces relations, on peut dériver les commutateurs entre les opérateurs J^i et K^i . On a alors,

$$[J^i, J^j] = i\varepsilon^{ijk}J^k\tag{3.20}$$

$$[K^i, J^i] = i\varepsilon^{ijk}K_k\tag{3.21}$$

$$[K^i, K^j] = -i\varepsilon^{ijk}M_{ij}\tag{3.22}$$

où:

$$[J_+^i, J_-^j] = 0\tag{3.23}$$

$$[J_-^i, J_-^j] = i\varepsilon_{ijk}J_-^k\tag{3.24}$$

$$[J_+^i, J_+^j] = i\varepsilon_{ijk}J_+^k\tag{3.25}$$

$$[J_\pm^i, J_\pm^j] = i\varepsilon_{ijk}J_\pm^k\tag{3.26}$$

on a: $J_\pm^i = \frac{1}{2}(J^i \pm iK^i)$

$$\vec{J}_+^2 = j_+(j_+ + 1)\tag{3.27}$$

$$\vec{J}_-^2 = j_-(j_- + 1)\tag{3.28}$$

$$j_\pm = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots\tag{3.29}$$

Il existe plusieurs représentations du groupe de Lorentz, on note chaque représentation par $\Lambda(j_+, j_-)$. Un champ Φ se transforme dans une représentation quelconque comme suit:

$$\Phi'(x) = \Lambda(j_+, j_-)\Phi(\Lambda^{-1}x)\tag{3.30}$$

Voici quelques représentations particulières de Λ

$$\Lambda_{(1/2,0)} = \exp\left(i\vec{w}\cdot\frac{\vec{\sigma}}{2} + \xi\cdot\frac{\vec{\sigma}}{2}\right)\tag{3.31}$$

$$\Lambda_{(0,1/2)} = \Lambda_{(1/2,0)}^{-1+}\tag{3.32}$$

$$\Lambda_{(1/2)^*,0} = \Lambda_{(1/2,0)}^{-1T}\tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}\Lambda_{(0,(1/2)^*)} &= \Lambda_{(1/2,0)}^* \\ &= \Lambda_{(1/2,0)}^{+T}\end{aligned}\tag{3.34}$$

3.1.3 Notation spinorielle à 2 composantes

On définit les spineurs de chiralité gauche et droite comme suit[10]:

$$\psi_L = P_L \psi = \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi \quad (3.35)$$

$$\psi_R = P_R \psi = \frac{1 + \gamma^5}{2} \psi \quad (3.36)$$

Donc, un spineur ψ est vu comme un bispineur (ou spineur à deux composantes) des spineurs de Weyl ψ_L et ψ_R . On écrit alors,

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

On introduit, maintenant, une nouvelle notation. On note le spineur gauche par ξ et le droit par $\bar{\eta}$. On écrit donc,

$$\psi_L = \xi \quad (3.38)$$

$$\psi_R = \bar{\eta} \quad (3.39)$$

$$\psi_L^c = \xi^c \quad (3.40)$$

$$\psi_R^c = \bar{\eta}^c \quad (3.41)$$

En terme des composantes, on a:

$$\psi_{L\alpha} = \xi_\alpha \quad \psi_{R\alpha} = \bar{\eta}^{\dot{\alpha}} \quad \alpha = 1, 2 \quad (3.42)$$

Les spineurs η et $\bar{\eta}$ se transforment dans les représentation $(\frac{1}{2}, 0)$ et $(0, \frac{1}{2})$, respectivement.

$$\xi_\alpha \longrightarrow M_\alpha^\beta \xi_\beta \quad (3.43)$$

$$\bar{\eta}^{\dot{\alpha}} = (M^{-1+})_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}} \bar{\eta}^{\dot{\beta}} \quad (3.44)$$

$$M_\alpha^\beta \equiv (\Lambda_{(1/2,0)})_{\alpha\beta} \quad (3.45)$$

$$(M^{-1+})_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}} \equiv \left(\frac{1}{2}\Lambda^{-1+}\right)_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \quad (3.46)$$

on à:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{\alpha\beta} &= -\varepsilon_{\alpha\beta} \\ &= -\varepsilon^{\beta\alpha} \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\alpha, \beta = 1, 2 \quad (3.48)$$

pour: $\alpha = 1$

$\beta = 2$ on à:

$$\varepsilon^{12} = -\varepsilon_{12} = 1$$

de meme pour $\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$

$$\varepsilon^{\alpha\gamma} \varepsilon_{\gamma\beta} = -\varepsilon^{\alpha\gamma} \varepsilon_{\beta\gamma} = \delta_\beta^\alpha \quad (3.49)$$

$$\xi^\alpha = \varepsilon_\alpha^\beta \xi_\beta \quad (3.50)$$

$$\bar{\eta}_{\dot{\alpha}} = \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\eta}^{\dot{\beta}} \quad (3.51)$$

pour : $((\frac{1}{2})^*, 0)$ et $(0, (\frac{1}{2})^*)$ on à:

$$\xi^\alpha \longrightarrow \xi^\beta (M^{-1})_\beta^\alpha \quad (3.52)$$

$$\bar{\eta}_{\dot{\alpha}} \longrightarrow \bar{\eta}_{\dot{\beta}} (M^+)_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} \quad (3.53)$$

On peut montrer que

$$[\xi_1, \xi_2] = 0 \quad (3.54)$$

$$[\bar{\eta}_1, \bar{\eta}_2] = 0 \quad (3.55)$$

$$(3.56)$$

donc $\xi_1, \xi_2, \bar{\eta}_1$ et $\bar{\eta}_2$ sont des scalaires de Lorentz. Les conjugués hermitiens sont:

$$\bar{\xi}_{\dot{\alpha}} = (\xi_{\alpha})^+ \quad (3.57)$$

$$\eta^{\alpha} = (\bar{\eta}^{\dot{\alpha}})^+(\eta\xi)^+ \quad (3.58)$$

Le terme de masse $\bar{\psi}\psi$ s'écrit en fonction de ξ et η comme suit:

$$\bar{\psi}\psi = \psi_L^+\psi_R + \psi_R^+\psi_L = \bar{\xi}\bar{\eta} + \eta\xi \quad (3.59)$$

Pour 2 spineur de Dirac ψ_1 et ψ_2 on a:

$$\bar{\psi}_{1L}\psi_{2R} = \bar{\xi}_1\bar{\eta}_2 \quad (3.60)$$

$$\bar{\psi}_{1R}\psi_{2L} = \eta_1\xi_2 \quad (3.61)$$

La forme vectoriel bi-linéaire est:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}\bar{\sigma}^{\mu}\xi &= \bar{\eta}_{\dot{\alpha}}(\bar{\sigma}^{\mu})^{\dot{\alpha}\beta}\xi_{\beta} \\ &= (\bar{\xi}\bar{\sigma}^{\mu}\eta)^+ \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \xi\sigma^{\mu}\bar{\eta} &= \xi^{\alpha}\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\eta}^{\dot{\beta}} \\ &= (\eta\sigma^{\mu}\bar{\xi})^+ \end{aligned} \quad (3.63)$$

ξ et $\bar{\eta}$ sont des spineurs arbitraires et,

$$(\bar{\sigma}^{\mu})^{\dot{\alpha}\beta} = \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\delta}}\varepsilon^{\beta\gamma}\sigma^{\mu}_{\gamma\dot{\delta}} \quad (3.64)$$

$$\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\beta}} = \varepsilon_{\alpha\gamma}\varepsilon_{\dot{\beta}\dot{\delta}}\bar{\sigma}^{\dot{\delta}\gamma} \quad (3.65)$$

$$\bar{\eta}\bar{\sigma}^{\mu}\xi = -\xi\sigma^{\mu}\bar{\eta} \quad (3.66)$$

Alors, la forme bi-linéaire se transforme comme un 4-vecteur de Lorentz:

$$\bar{\eta}\bar{\sigma}^{\mu}\xi \longrightarrow \bar{\eta}M^+\bar{\sigma}^{\mu}M\xi \quad (3.67)$$

avec

$$M^+\bar{\sigma}^{\mu}M = \lambda_{\nu}^{\mu}\bar{\sigma}^{\nu} \quad (3.68)$$

On peut écrire le courant de la QED, en fonction de ξ et η , sous la forme:

$$\bar{\psi}_{1L}\gamma^{\mu}\psi_{2L} = \bar{\Psi}_{1L}^+\bar{\sigma}^{\mu}\Psi_{2L} = \bar{\xi}_1\bar{\sigma}^{\mu}\xi_2 \quad (3.69)$$

$$\bar{\psi}^{1R}\gamma^{\mu}\psi_{1R} = \bar{\Psi}_{1R}\sigma^{\mu}\Phi^{2R} = \eta_1\sigma^{\mu}\bar{\eta}^2 = -\bar{\eta}_2\bar{\sigma}^{\mu}\eta_1 \quad (3.70)$$

La densité lagrangienne de la QED en fonction de ces spineurs s'écrit:

$$\mathcal{L} = \bar{\xi}\bar{\sigma}^{\mu}(i\partial_{\mu} + eA_{\mu})\xi + \eta\sigma^{\mu}(i\partial_{\mu} + eA_{\mu})\bar{\eta} - m(\bar{\xi}\bar{\eta} + \eta\xi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (3.71)$$

On peut écrire le terme $\eta\sigma^{\mu}(i\partial_{\mu} + eA_{\mu})\bar{\eta}$ sous la forme $\bar{\eta}\bar{\sigma}^{\mu}(i\partial_{\mu} - eA_{\mu})\eta$.

On réécrit le terme de courant sous la forme:

$$\bar{\psi}_{1L}\sigma^{\mu\nu}\psi_{2R} = \quad = 2\eta_1 S^{\mu\nu}\xi_2 \quad (3.72)$$

avec

$$S^{\mu\nu} = \frac{i}{4}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu - \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu) \quad (3.73)$$

$$\bar{S}^{\mu\nu} = \frac{i}{4}(\bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu - \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu) \quad (3.74)$$

$$S^{0i} = -\bar{S}^{-0i} = -i \frac{\sigma^i}{2} \quad (3.75)$$

$$S^{ij} = \bar{S}^{ij} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \sigma^k \quad (3.76)$$

$$(3.77)$$

Transformation de ψ sous les opérations C (conjugaison de charge), P (parité) et T (réflexion dans l'espace):

$$\psi = (\xi \bar{\eta}) \longrightarrow C \longrightarrow \psi^C = (\eta \bar{\xi}) \quad (3.78)$$

$$\psi^c = (\eta \bar{\xi}) \longrightarrow P \longrightarrow \psi^C = -(\bar{\xi} \eta) \quad (3.79)$$

$$\psi = (\xi \bar{\eta}) \longrightarrow P \longrightarrow (\bar{\eta} \xi) \quad (3.80)$$

$$\psi = (\xi_\alpha \bar{\eta}^\beta) \longrightarrow T \longrightarrow i(\xi^\alpha - \bar{\eta}_\beta) \quad (3.81)$$

$$\psi = (\xi \bar{\eta}) \longrightarrow cp \longrightarrow (\bar{\xi} \eta) \quad (3.82)$$

$$\psi = (\xi \bar{\eta}) \longrightarrow cPT \longrightarrow i(-\bar{\xi}_\alpha \eta^\beta) \quad (3.83)$$

On voit que:

$$P \xi^\alpha P^{-1} = -\bar{\eta}_\alpha \quad (3.84)$$

$$P \xi_\alpha P^{-1} = \bar{\eta}^{\dot{\alpha}} \quad (3.85)$$

$$\xi^C = \eta \quad (3.86)$$

$$\eta^c = \xi \quad (3.87)$$

$$(3.88)$$

Donc on peut écrire,

$$P \bar{\psi}_{1L} \psi_{2R} P^{-1} = \bar{\psi}_{1R} \psi_{2L} \quad (3.89)$$

$$\longleftrightarrow$$

$$P \bar{\xi}_1 \bar{\eta}_2 P^{-1} = \eta_1 \xi_2 \quad (3.90)$$

$$P \bar{\psi}_{1L} \gamma^\mu \psi_{2L} P^{-1} = \bar{\psi}_{1R} \gamma_\mu \psi_{2R} \quad (3.91)$$

$$\longleftrightarrow$$

$$P \bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^\mu \xi_2 P^{-1} = \eta_1 \sigma_\mu \bar{\eta}_2 C \bar{\psi}_{1L} \psi_{2R} C^{-1} = \bar{\psi}_{1L}^C \bar{\psi}_{2R}^c \quad (3.93)$$

$$= \bar{\psi}_{2L} \psi_{1R} \quad (3.94)$$

$$\longleftrightarrow$$

$$C \bar{\xi}_1 \bar{\eta}_2 C^{-1} = \bar{\eta}_1 \bar{\xi}_2 \quad (3.96)$$

$$= \bar{\xi}_2 \bar{\eta}_1 c \bar{\psi}_{1L} \gamma^\mu \psi_{2L} C^{-1}$$

$$= \bar{\psi}_{1-L}^c \gamma^\mu \psi_{2L}^c = -\bar{\psi}_{2R} \gamma^\mu \psi_{1R} \quad (3.97)$$

$$\longleftrightarrow$$

$$C \bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^\mu \xi_2 C^{-1} = \bar{\eta}_1 \bar{\sigma}^\mu \eta_2 \quad (3.99)$$

$$= -\eta_2 \sigma^\mu \bar{\eta}_1 \quad (3.100)$$

On a les relations suivantes:

$$\psi_{aL}^{c+}\psi_{bR}^c = \psi_{bR}^+\psi_{aR} \quad (3.101)$$

$$\psi_{aL}^{c+}\bar{\sigma}^\mu\psi_{bL}^c = -\psi_{bL}^+\sigma^\mu\psi_{aR}(\psi_{aL}^+\bar{\sigma}^\mu\psi_{bL}) \quad (3.102)$$

$$(\psi_{cL}\bar{\sigma}_\mu\psi_{dL}) = 2(\psi_{bR}^{c+}\psi_{dL})(\psi_{cL}^+\psi_{aR}^c)(\psi_{aR}^+\sigma^\mu\psi_{bR}) \quad (3.103)$$

$$(\psi_{cL}^+\bar{\sigma}_\mu\psi_{dL}) = -2(\psi_{aR}^+\psi_{dL})(\psi_{cL}^+\psi_{bR}) \quad (3.104)$$

Les 2 dernières relations deviennent:

$$(\bar{\xi}_1\bar{\sigma}^\mu\xi_2)(\bar{\xi}_3\bar{\sigma}_\mu\xi_4) = (\bar{\xi}_1\bar{\sigma}^\mu\xi_4)(\bar{\xi}_3\bar{\sigma}_\mu\xi_2) \quad (3.105)$$

$$= 2(\xi_2\xi_4)(\bar{\xi}_3\bar{\xi}_1)(\eta_1\sigma^\mu\bar{\eta}_2)(\bar{\xi}_3\bar{\sigma}_\mu\xi_4) \quad (3.106)$$

$$= -2(\eta_1\xi_4)(\bar{\xi}_3\bar{\eta}_2) \quad (3.107)$$

Donc on peut écrire les fermions et le potentiel de Majorana comme:

$$\psi_M = \begin{pmatrix} \psi_{L\alpha} \\ \psi_{R\beta}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \bar{\xi}^{\dot{\beta}} \end{pmatrix} \quad (3.108)$$

$$v_m = \left(\begin{pmatrix} \xi \\ \bar{\xi} \end{pmatrix} \right)^T \quad (3.109)$$

La densité lagrangienne pour une particule libre est :

$$\mathcal{L} = \bar{\xi}i\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\xi - \frac{m_T}{2}(\bar{\xi}\bar{\xi} + \xi\xi) \quad (3.110)$$

3.1.4 Algèbre supersymétrique

Les tenseurs anti-symétrique $\sigma^{\mu\nu}$ sont des produits des matrices de Pauli, ils sont des générateur de groupe $SL(2, C)$. Un spineur Q_α se transforme sous le groupe $SL(2, c)$ comme suit[10]:

$$\begin{aligned} Q'_\alpha &= \exp\left(-\frac{i}{2}w_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\right)_\alpha^\beta Q_\beta \\ &= \left(1 - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\right)_\alpha^\beta Q_\beta \\ &= Q_\alpha - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta \end{aligned} \quad (3.111)$$

Le spineur Q_α se transforme sous le groupe de Lorentz comme suit:

$$\begin{aligned} Q'_\alpha &= U^+Q_\alpha U \\ &= \exp\left(\frac{i}{2}w_{\mu\nu}M^{\mu\nu}\right)Q_\alpha\exp\left(-\frac{i}{2}w_{\mu\nu}M^{\mu\nu}\right) \\ &= Q_\alpha + \frac{i}{2}w_{\mu\nu}M^{\mu\nu}Q_\alpha - \frac{i}{2}Q_\alpha w_{\mu\nu}M^{\mu\nu} + 0(w^2) \\ &= Q_\alpha - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(Q_\alpha M^{\mu\nu} - M^{\mu\nu}Q_\alpha) \end{aligned} \quad (3.112)$$

D'après les équations (5.3) et (5.4), on déduit:

$$(Q_\alpha M_{\mu\nu} - M_{\mu\nu}Q_\alpha) = (\sigma_{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta \quad (3.113)$$

$$[Q_\alpha, M_{\mu\nu}] = (\sigma_{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta \quad (3.114)$$

de même on trouve:

$$[\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, M_{\mu\nu}] = (\bar{\sigma}^{\mu\nu})^{\dot{\alpha}}_{\dot{\beta}} \bar{Q}^{\dot{\beta}} \quad (3.115)$$

On utilise le fait que $M^{\mu\nu} = x_\mu P_\nu - x_\nu P_\mu$, on montre que:

$$[Q_\alpha, P^\mu] = c(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}} \quad (3.116)$$

$$[\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, P^\mu] = c^*(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\alpha}\beta}Q_\beta \quad (3.117)$$

Pour déterminer les valeur de c et c^* , on emploie l'identité de Jacobi sur P^μ et Q_β . On a donc,

$$[P^\mu, [P^\nu, Q_\alpha]] + [P^\nu, [Q_\alpha, P^\mu]] + [Q_\alpha, [P^\mu, P^\nu]] = 0 \quad (3.118)$$

$$-c(\sigma^\nu)_{\alpha\dot{\alpha}}[P^\mu\bar{Q}^{\dot{\alpha}}] + c(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}[P^\nu, \bar{Q}^{\dot{\alpha}}] = 0 \quad (3.119)$$

$$|c|^2(\sigma^\nu)^{\alpha\dot{\alpha}}(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\alpha}\beta}Q_\beta - |c|^2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}(\bar{\sigma}^\nu)^{\dot{\alpha}\beta}Q_\beta = 0 \quad (3.120)$$

$$|c|^2(\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu - \sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_{\alpha\dot{\alpha}}^{\beta}Q_\beta = 0 \quad (3.121)$$

$$\implies |c|^2 = 0 \quad (3.122)$$

$$\implies c = 0 \quad (3.123)$$

$$\implies [Q_\alpha, P^\mu] = [\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, P^\mu] = 0 \quad (3.124)$$

$$Q'_\alpha = Q_\alpha - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(\sigma^{\mu\nu})_{\alpha}^{\beta}Q_\beta \quad (3.125)$$

$$Q'_\beta = Q_\beta - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(\sigma^{\mu\nu})_{\beta}^{\alpha}Q_\alpha \quad (3.126)$$

$$\implies \quad (3.127)$$

$$Q'_\alpha Q'_\beta = Q_\alpha Q_\beta - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(\sigma^{\mu\nu})_{\beta}^{\alpha}Q_\alpha^2 - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(\sigma^{\mu\nu})_{\alpha}^{\beta}Q_\beta^2 \quad (3.128)$$

$$Q'_\alpha = Q_\alpha - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(Q_\alpha M^{\mu\nu} - M^{\mu\nu}Q_\alpha) \quad (3.129)$$

$$Q'_\beta = Q_\beta - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}(Q_\beta M^{\mu\nu} - M^{\mu\nu}Q_\beta) \quad (3.130)$$

$$\implies \quad (3.131)$$

$$Q'_\alpha Q'_\beta = Q_\alpha Q_\beta - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}M^{\mu\nu}\{Q_\alpha, Q_\beta\} - \frac{i}{2}w_{\mu\nu}\{Q_\beta, Q_\alpha\}M^{\mu\nu} \quad (3.132)$$

$$3.128 = 3.132$$

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = 0 \quad (3.133)$$

de même pour

$$\{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 \quad (3.134)$$

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = t(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}}P_\mu$$

$$t = 2$$

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}}P_\mu \quad (3.135)$$

3.1.5 Variables de Grassmann

En supersymétrie, on élargit la notion de l'espace temps en *superspace* en le renforçant par deux variables de Grassmann θ_α ($\alpha = 1, 2$) et leurs complexes conjugués $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} = (\theta_\alpha)^+$. Les variables de Grassmann vérifient les relations suivantes:[10]

$$\theta_\alpha\theta_\beta\theta_\gamma = 0 \quad (3.136)$$

$$\theta_\alpha\theta_\alpha = 0 \quad (3.137)$$

$$\theta^2 = \theta^\alpha\theta_\alpha = -2\theta_1\theta_2 \quad (3.138)$$

$$\bar{\theta}^2 = \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = 2\bar{\theta}^{\dot{1}}\bar{\theta}^{\dot{2}} \quad (3.139)$$

Les variables de Grassmann sont intégrée comme:

$$\int d\theta_\alpha = 0 \quad (3.140)$$

$$\int d\theta_\alpha \theta_\beta = \delta_{\alpha\beta} \quad (3.141)$$

$$\int d\theta_\alpha \bar{\theta}_{\dot{\beta}} = 0 \quad (3.142)$$

$$\begin{aligned} \int d\theta_\alpha \theta^2 &= \int d\theta_\alpha (\theta^\alpha \theta_\beta) \\ &= \int d\theta_\alpha (\varepsilon^{\beta\gamma} \theta_\gamma \theta_\beta) \\ &= \varepsilon^{\beta\gamma} \delta_{\alpha\gamma} \theta_\beta + \varepsilon^{\beta\gamma} \theta_\gamma \delta_{\alpha\beta} \\ &= \varepsilon^{\beta\alpha} \theta_\beta + \varepsilon_{\alpha\gamma} \theta_\gamma \\ &= 2\theta^\alpha \end{aligned} \quad (3.143)$$

$$d^2\theta = -\frac{1}{4} d\theta^\alpha d\theta_\alpha \quad (3.144)$$

$$d^2\bar{\theta} = -\frac{1}{4} d\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} d^4 = d^2\bar{\theta} d^2\theta \quad (3.145)$$

$$\int d^2\theta \theta^2 = \int d^2\bar{\theta} \bar{\theta}^2 \quad (3.146)$$

$$\int d^4\theta^2 \bar{\theta}^2 = 1 \quad (3.147)$$

3.2 Exemple d'un modèle supersymétrique simple

Dans cette section, on donne la version supersymétrique de la théorie scalaire. La densité lagrangienne s'écrit:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^+ (\partial^\mu \phi) + i\bar{\xi} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \xi + F^+ F \quad (3.148)$$

Le premier terme représente lagrangien de Klein-Gordon pour un champ scalaire complexe (sans masse), et le deuxième terme représente lagrangien de Dirac pour le champ de chiralité gauche ξ (sans masse), F n'est pas physique

Chaque champs se transforme de la manière suivante:

$$\phi' = \phi + \delta\phi \quad (3.149)$$

$$\xi' = \xi + \delta\xi \quad (3.150)$$

$$F' = F + \delta F \quad (3.151)$$

Pour que la transformation soit de type supersymétrique, il faut que ϕ se transforme en ξ et vice versa et que l'action reste invariante. Le choix suivant vérifie ces conditions:

$$\delta\phi = \sqrt{2}\varepsilon\xi \quad (3.152)$$

$$\delta\xi = \sqrt{2}\varepsilon F - i\sqrt{2}\sigma^\mu \bar{\varepsilon} \partial_\mu \phi \quad (3.153)$$

$$\delta F = -i\sqrt{2}\bar{\varepsilon} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \xi \quad (3.154)$$

3.3 Extension supersymétrique du modèle standard

Dans cette section, on considère l'extension supersymétrique minimale du modèle standard (ou MSSM). Cette extension est appelée minimale car elle élargit le spectre des particules par un nombre de particules supersymétrique petit par rapport aux autres extensions supersymétriques.

3.3.1 Particules de MSSM

il y à 3 générations du quarks et leptons qui sont[12] :

$$Q = \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}, U^c, D^c \quad (3.155)$$

$$L = \begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}, N^c, E^c \quad (3.156)$$

$$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix} \quad (3.157)$$

$$H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix} \quad (3.158)$$

- Les neutralinos
- Les charginos: il y a deux charginos qui sont fermions et sont chargées électriquement,il sont généralement étiqués $C_{\pm 1}, C_{\pm 2}$,le chargino le plus lourd peut se dégrader à un autre plus léger(désintégration z_0),et les deux peuvent se désintégrer par un W_{\pm} à neutralino
- Squarks sont les superpartenaires scalaires des quarks ,ils peuvent etre produit par des interactions fortes et sont donc faciles à produire hadronique,ils se désintègrent à quarks ,neutralinos ou charginos,il y a deux générations des squarks doivent etre la meme masse donc ne sont pas donnés des noms distincts ,les superpartenaires du quark haut et en bas peuvent etre séparés des squarks plus légers et sont appelés "arret" et "sbottom"
- Gluino: sont des Majorana partenaires fermions du gluon ,ils sont leurs et très forts,ils peuvent produit de manière signification LHC, les gluino se désintègrent soit un quark et anti-squark ou un anti-quark et squark avec un probabilité égale
- Lepton: sont les partenaires scalaires des leptons du modèle standard ,ils sont se trouve habituellement dans les désintégrations d'un charginos et neutralinos si elles sont assez légers pour etre un produit de désintégration

3.4 Le lagrangienne du MSSM

lagrangien du MSSM soft est donné par

$$\mathcal{L}_{soft}^{MSSM} = \mathcal{L}_{SMT}^{MSSM} + \mathcal{L}_{GMT}^{MSSM} + \mathcal{L}_{int}^{MSSM} \quad (3.159)$$

où \mathcal{L}_{SMT}^{MSSM} est le terme du masse scalaire donné par :

$$\mathcal{L}_{SMT}^{MSSM} = - \sum_{i,j=1}^3 ((M_L^2)_{ij} \bar{L}_i^+ \bar{L}_j + (M_l^2)_{ij} \bar{l}_i^{+c} \tilde{l}_j^c + (M_Q^2)_{ij} \tilde{Q}_i^+ \tilde{Q}_j + (M_u^2)_{ij} \tilde{u}_i^{+c} \tilde{Q}_j^c + (M_d^2)_{ij} \tilde{d}_i^{+c} \tilde{d}_j^c + M_1^2 H_1^+ H_1 + M_2^2 H_2^+ H_2) \quad (3.160)$$

où $M_L^2, M_l^2, M_Q^2, M_U^2$ sont des matrices $3 * 3$ réels et hermitiennes

\mathcal{L}_{GMT}^{MSSM} est le terme de masse de jaugeino où:

$$\mathcal{L}_{GMT}^{MSSM} = -\frac{1}{2}(M_3 \sum_{a=1}^3 \lambda_G^a \lambda_G^a + M \sum_{i=1}^3 \lambda^i \lambda^i + M^{prime} \lambda \lambda) \quad (3.161)$$

où M_3, M, M^{prime} sont des matrices $3 * 3$ complexes et hermitiennes

\mathcal{L}_{int}^{MSSM} est le terme d'interaction:

$$\mathcal{L}_{int}^{MSSM} = -M_{12}(H_1 H_2) + \sum_{i,j,k=1}^3 (A_{ij}^E f_{ij}^l (H_1 \tilde{L}_i) \tilde{l}_j^c + A_{ij}^D f_{ij}^d (H_1 \tilde{Q}_i) \tilde{d}_j^c + A_{ij}^u f_{ij}^u (H_2 \tilde{u}_i) \tilde{u}_j^c) + \hbar \quad (3.162)$$

on peut écrire lagrangienne de susy sous la forme:

$$\mathcal{L}_{susy} = \mathcal{L}_{susy}^{chiral} + \mathcal{L}_{susy}^{chiral} \quad (3.163)$$

où:

$$\mathcal{L}_{susy}^{chiral} = \mathcal{L}_{leptons} + \mathcal{L}_{quark} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{sup} \quad (3.164)$$

et:

$$\mathcal{L}_{leptons} = \int d^4\theta \sum_{i=1}^3 (K(\hat{L}_i \exp(2g\hat{v}) + g^{prime}(\frac{-1}{2})\hat{v}^{prime}, \hat{l}_i) + K(\hat{L}_i^c \exp(g^{prime}\hat{v}^{prime}), \hat{L}_i^c)) \quad (3.165)$$

$$\mathcal{L}_{quark} = \int d^4\theta \sum_{i=1}^3 (K(\hat{Q}_i \exp(2g_s\hat{v}_c + 2g\hat{v} + g^{prime}(\frac{1}{6})\hat{v}^{prime}), \hat{Q}_i) + K(\hat{u}_i^c \exp(g^{prime}\hat{v}^{prime}(\frac{-1}{2}) + 2g_s\hat{v}_c), \hat{u}_i^c) + \dots) \quad (3.166)$$

et

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \int d^4(K(\hat{H}_1 \exp(g^{prime}\hat{v}^{prime}(\frac{-1}{2}) + 2g\hat{v}), \hat{H}_1)) + K(\hat{H}_2 \exp(g^{prime}\hat{v}^{prime}(\frac{1}{2}) + 2g\hat{v}), \hat{H}_1)) \quad (3.167)$$

$$\mathcal{L}_{sup} = \int d^2\theta W + \int d^2\bar{\theta} \bar{W} \quad (3.168)$$

et

$$\mathcal{L}_{susy}^{chiral} = \frac{1}{4} \left(\int d^4\theta \left(\sum_{a=1}^8 W_s^{a\alpha} W_{s\alpha}^a + \sum_{i=1}^3 W^{i\alpha} W_\alpha^i + w^{\alpha'} W'_\alpha \right) \right) + hc \quad (3.169)$$

donc lagrangien total de MSSM est donné par:

$$\mathcal{L}^{MSSM} = \mathcal{L}_{susy} + \mathcal{L}_{soft}^{MSSM} \quad (3.170)$$

3.5 Les règles de Feynman

Les propagateur Les vertex

$$\begin{aligned}
 \text{---} \overset{a}{\leftarrow} \text{---} \overset{k}{\rightarrow} \text{---} \overset{b}{\rightarrow} &= \frac{i \delta^{ab}}{k^2 + i\epsilon} \\
 \text{---} \overset{a}{\leftarrow} \text{---} \overset{k}{\rightarrow} \text{---} \overset{b}{\rightarrow} &= \frac{-i \delta^{ab}}{k^2 + i\epsilon} \left(g^{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2 - i\epsilon} \right) \\
 \text{---} \overset{p}{\rightarrow} &= \frac{i}{\gamma^\mu p^\mu - m + i\epsilon}
 \end{aligned}$$

Figure 3.1: Les propagateurs

$$\begin{aligned}
 \text{---} \overset{\mu}{\leftarrow} \text{---} \overset{\nu}{\rightarrow} Z^{0\nu} & \quad \frac{ie g_3}{s_W c_W} \left(-Z_D^i Z_D^{j*} + \frac{2}{3} \delta^{ij} s_W^2 \right) Y_{\alpha\beta}^a g^{\mu\nu} \\
 \text{---} \overset{i}{\leftarrow} \text{---} \overset{\alpha}{\rightarrow} D_{i\alpha}^- & \\
 \text{---} \overset{j}{\leftarrow} \text{---} \overset{\beta}{\rightarrow} U_{j\beta}^+ & \\
 \text{---} \overset{\mu}{\leftarrow} \text{---} \overset{\nu}{\rightarrow} W^\nu & \quad \frac{ie g_3 \sqrt{2}}{s_W} Z_D^i Z_U^{j*} K^{JI*} Y_{\alpha\beta}^a g^{\mu\nu} \\
 \text{---} \overset{i}{\leftarrow} \text{---} \overset{\alpha}{\rightarrow} D_{i\alpha}^- & \\
 \text{---} \overset{\mu}{\leftarrow} \text{---} \overset{\nu}{\rightarrow} g^{b\nu} & \quad -i g_s^2 [f_{abc} f_{cde} (g^{\mu\lambda} g^{\rho\rho} - g^{\mu\rho} g^{\rho\lambda}) + f_{ade} f_{bce} (g^{\mu\nu} \\
 & \quad + f_{ace} f_{bde} (g^{\mu\rho} g^{\lambda\nu} - g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho})] \\
 \text{---} \overset{k}{\leftarrow} \text{---} \overset{\gamma}{\rightarrow} U_{k\gamma}^- & \\
 \text{---} \overset{i}{\leftarrow} \text{---} \overset{\beta}{\rightarrow} U_{j\beta}^- & \quad -i \left\{ \left[\frac{g_3^2}{6} (3X_U^i X_U^{kj} - X_U^{ij} X_U^{kl}) + \frac{e^2}{4s_W^2} R_U^{ij} R_U^{kl} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{e^2}{36c_W^2} Y_U^{ij} Y_U^{kl} + V_U^{ijkl} + V_U^{klij} \right] \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} \right. \\
 & \quad \left. + \left[\frac{g_3^2}{6} (3X_U^i X_U^{kl} - X_U^i X_U^{kj}) + \frac{e^2}{4s_W^2} R_U^i R_U^{kj} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{e^2}{36c_W^2} Y_U^i Y_U^{kj} + V_U^{iklj} + V_U^{klij} \right] \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma} \right\} \\
 \text{---} \overset{i}{\leftarrow} \text{---} \overset{\alpha}{\rightarrow} D_{i\alpha}^- & \\
 \text{---} \overset{k}{\leftarrow} \text{---} \overset{\gamma}{\rightarrow} D_{k\gamma}^- & \\
 \text{---} \overset{i}{\leftarrow} \text{---} \overset{\beta}{\rightarrow} D_{j\beta}^- & \quad -i \left\{ \left[\frac{g_3^2}{6} (3X_D^i X_D^{kj} - X_D^{ij} X_D^{kl}) + \frac{e^2}{4s_W^2} R_D^{ij} R_D^{kl} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{e^2}{36c_W^2} Y_D^{ij} Y_D^{kl} + V_D^{ijkl} + V_D^{klij} \right] \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} \right. \\
 & \quad \left. + \left[\frac{g_3^2}{6} (3X_D^i X_D^{kl} - X_D^i X_D^{kj}) + \frac{e^2}{4s_W^2} R_D^i R_D^{kj} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{e^2}{36c_W^2} Y_D^i Y_D^{kj} + V_D^{iklj} + V_D^{klij} \right] \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma} \right\} \\
 \text{---} \overset{i}{\leftarrow} \text{---} \overset{\alpha}{\rightarrow} D_{i\alpha}^- &
 \end{aligned}$$

Figure 3.2: Les vertexs

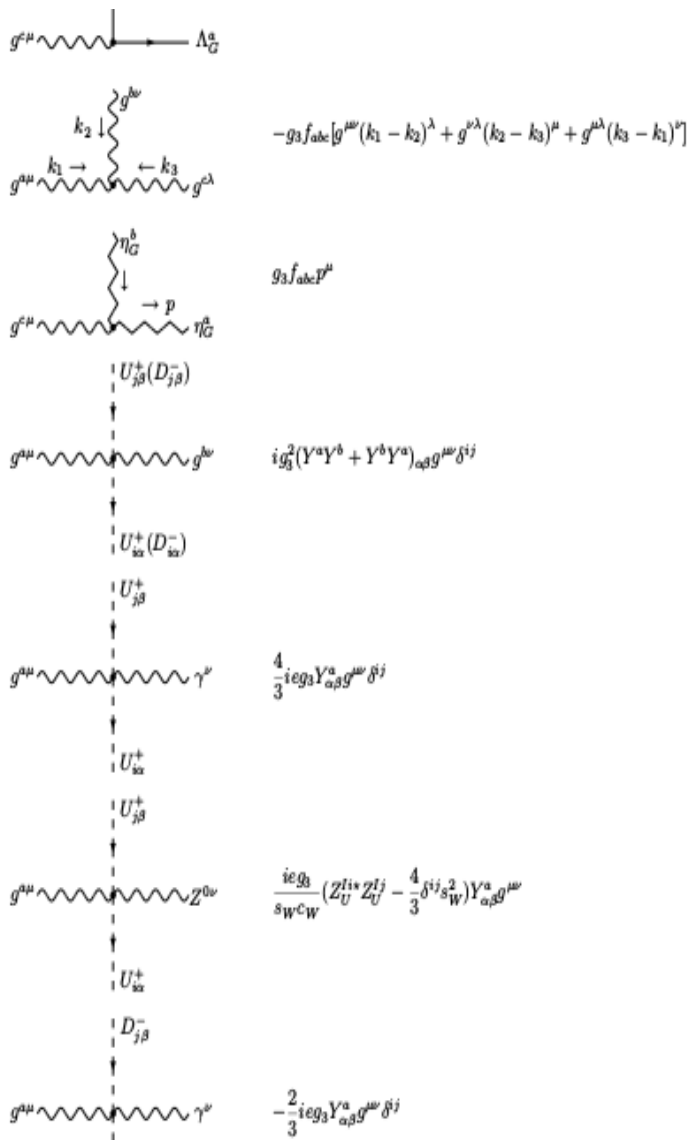


Figure 3.3: Les Les vertexs

Production d'une paire de squarks bottom en MSSM

Dans ce chapitre, on étudie la production d'une paire de squark de type bottom dans le grand collisionneur hadronique LHC. On calcule analytiquement la section efficace partonique en employant le package `hip`. On calcule numériquement la section efficace hadronique et les distributions différentielles à l'aide des programmes `MadGraph` et `MadAnalysis`.

4.1 Section efficace partonique

Dans cette section, on calcule analytiquement les amplitudes de diffusions et les sections efficaces partoniques associés aux sous processus suivants:

$$q + \bar{q} \longrightarrow \tilde{b}_1 + \bar{\tilde{b}}_1 \quad (4.1)$$

$$g + g \longrightarrow \tilde{b}_1 + \bar{\tilde{b}}_1 \quad (4.2)$$

Quelques diagrammes de Feynman décrivant ces processus sont représentés dans les figures (4.1) et (4.2).

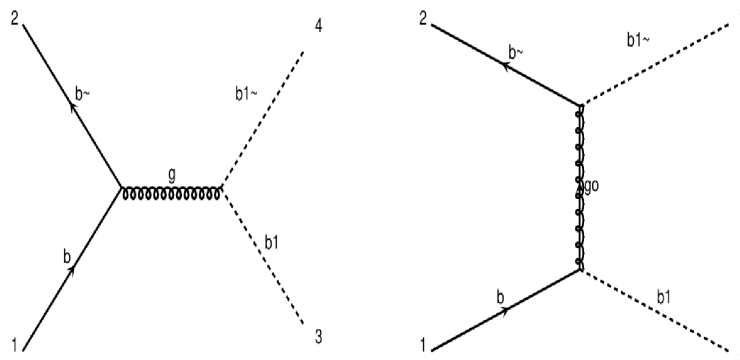
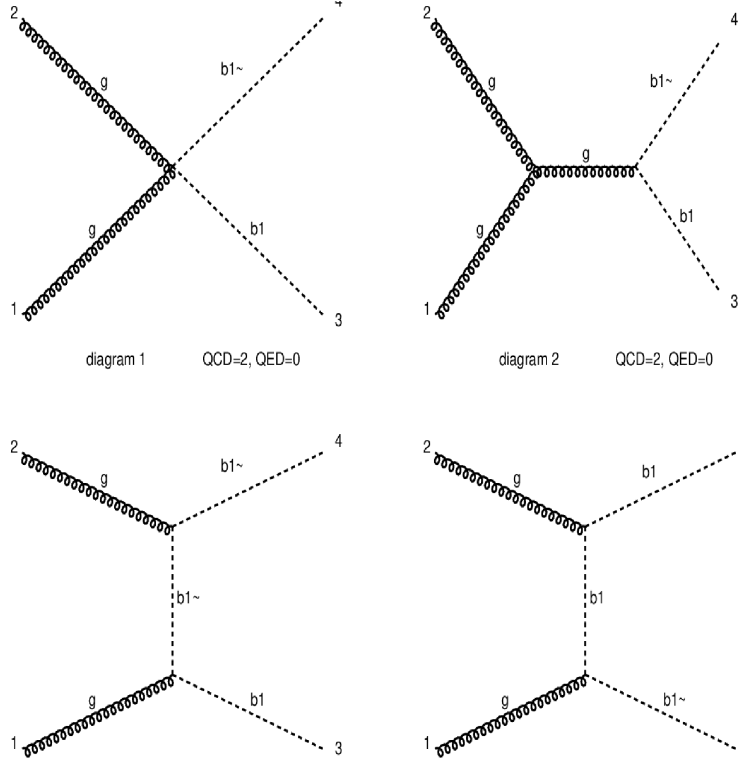


Figure 4.1: Sous-processus $q\bar{q} \rightarrow \tilde{b}_1\bar{\tilde{b}}_1$

La section efficace est une mesure de la probabilité d'un processus de diffusion. Par analogie avec les processus classiques, elle correspond à la surface perpendiculaire au flux des projectiles qui décrit la zone d'interaction autour de la cible. Si l'interaction entre les particules est plus importante, la zone d'interaction (la section efficace) augmente et vice versa. L'unité de section efficace utilisée au niveau subatomique est le barn, où $1\text{barn} = 10^{-24}\text{cm}^2 = 10^{-28}\text{m}^2$ (dans système d'unités naturelles), $1\text{barn} = 2568\text{GeV}^{-2}$. A haute énergie, on utilise souvent le picobarn ($\text{pb} = 10^{-40}\text{m}^2$) et le fermtobarn ($\text{fb} = 10^{-43}\text{m}^2$). La forme générale de la section efficace partonique est:

$$\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \int \frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \cdots \frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 + \dots + p_n - p_1 - p_2) \overline{\sum} |M|^2 \quad (4.3)$$

où p_3, \dots, p_n sont les quadri-impulsions des particules de l'état finale, $\overline{\sum} |M|^2$ est le carré de l'amplitude sommée et moyennée sur les spins et les couleurs et la fonction $\delta^4(p_3 + p_4 + \dots + p_n - p_1 - p_2)$ est introduite pour assurer la conservation de l'énergie impulsion.

Figure 4.2: Sous-processus $gg \rightarrow \tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$

4.1.1 Calcul des carrés des amplitudes

4.1.1.1 Sous processus $q\bar{q} \rightarrow \tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$

On note les amplitudes associés au diagrammes de la Fig. (4.1) M_1 et M_2 , respectivement. Alors,

$$\begin{aligned} M_1 &= \bar{v}_j(p_2)(-ig_s \gamma^\mu T_{ji}^a)u_i(p_1) \left(\frac{ig_{\mu\nu} \delta^{ab}}{(p_1 + p_2)^2} (-ig_s T_{kl}^b (p_3^\nu - p_4^\nu)) \right) 1_k 1_l \\ &= \frac{-ig_s^2}{(p_1 + p_2)^2} T_{ji}^a T_{ki}^a \bar{v}_j(p_2) \gamma^\mu u_i(p_1) (p_{3\mu} - p_{4\mu}) 1_k 1_l \end{aligned} \quad (4.4)$$

Son complexe conjugué est

$$\bar{M}_1 = \frac{ig_s^2}{(p_1 + p_2)^2} T_{i'j'}^{a'} T_{l'k'}^{a'} \bar{u}_{i'}(p_1) \gamma^{\mu'} v_{j'}(p_2) (p_{3\mu'} - p_{4\mu'}) 1_{k'} 1_{l'} \quad (4.5)$$

Le carré sommé et moyenné sur les spins et les couleurs est:

$$\sum |M_1|^2 = \frac{g_s^4}{4N^2(p_1 + p_2)^2} \text{tr}[T^a T^{a'}] \text{tr}[T^a T^{a'}] \text{tr}[p_2 \gamma^\mu p_1 \gamma^{\mu'}] (p_{3\mu} p_{3\mu'} - p_{3\mu} p_{4\mu'} - p_{4\mu} p_{3\mu'} + p_{4\mu} p_{4\mu'}) \quad (4.6)$$

$$\text{tr}[T^a T^{a'}] \text{tr}[T^a T^{a'}] = \frac{\delta^{aa'} \delta^{aa'}}{4} = \frac{N^2 - 1}{4} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \text{tr}[p_2 \gamma^\mu p_1 \gamma^{\mu'}] &= p_{2\alpha} p_{1\beta} \text{tr}[\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^{\mu'}] \\ &= 4[p_2^\mu p_1^\mu - g^{\mu\mu'} p_1 \cdot p_2] \end{aligned} \quad (4.8)$$

On utilise les variables de Mandelstam,

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 2m_{\tilde{b}_1}^2 + 2p_3 \cdot p_4 \quad (4.9)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_1 \cdot p_3 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_2 \cdot p_4 \quad (4.10)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_1 \cdot p_4 = m_{\tilde{b}_1}^2 - 2p_2 \cdot p_3 \quad (4.11)$$

et la constante

$$C_F = \frac{N^2 - 1}{2N} \quad (4.12)$$

Finalement, le carré de l'amplitude s'écrit:

$$\sum |M_1^2| = \frac{g_s^4 c_f}{4Ns^2} (s^2 - (t-u)^2 - 4sm_{sq}^2) \quad (4.13)$$

4.1.1.2 Sous processus $gg \rightarrow \tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$

On note les amplitudes associées aux diagrammes de Feynman de la Fig. (4.1) M_3 , M_4 , M_5 et M_6 . L'amplitude M_3 s'écrit:

$$\begin{aligned} M_3 &= \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (ig_s g^{\mu\nu} (T^a T^b + T^b T^a)_{ij}) \\ &= ig_s \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} \end{aligned} \quad (4.14)$$

son complexe conjugué

$$\bar{M}_3 = -ig_s \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) 1_{i'} 1_{j'} (T^{a'} T^{b'} + T^{b'} T^{a'})_{j'i'} \quad (4.15)$$

Le carré de l'amplitude s'écrit:

$$\begin{aligned} \sum |M_3|^2 &= \left(\frac{g_s^2}{4(N^2 - 1)} \right) g_{\mu\mu'} g^{\mu\mu'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} (T^{b'} T^{a'} + T^{a'} T^{b'})_{j'i'} \\ &= \left(\frac{g_s^2}{(N^2 - 1)^2} \right) (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} (T^b T^a + T^a T^b)_{ji} \\ &= \frac{-g_s^2}{N(N^2 - 1)^2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Où on a utilisé:

$$\text{tr}[T^a T^b T^a T^b] = \frac{\delta^{ab} \delta^{ab}}{4N} = \frac{-(N^2 - 1)^2}{4N} \quad (4.17)$$

$$1_i 1_{i'} = \delta_{ii'} \quad (4.18)$$

L'amplitude M_4 s'écrit:

$$\begin{aligned} M_4 &= -\varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) g_s f_{abc} (g^{\mu\nu} (p_1 - p_2)^\lambda + g^{\nu\lambda} (p_2 - p)^\mu + g^{\mu\lambda} (p - p_1)^\nu) \left(\frac{-ig_{\lambda\rho} \delta^{cd}}{(p_1 + p_2)^2} \right) (-ig_s (p_3 - p_4)_\rho T_{ij}^c) 1_i 1_j \\ &= \left(\frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2} \right) \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) f_{abc} (g^{\mu\nu} (p_1 - p_2)^\lambda - g^{\nu\lambda} p_1^\mu + g^{\mu\lambda} p_2^\nu) (p_3 - p_4)^\lambda T_{ij}^c 1_i 1_j \end{aligned} \quad (4.19)$$

son complexe conjugué est:

$$\bar{M}_4 = \frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) f_{a'b'c'} (g^{\mu'\nu'} (p_1 - p_2)^{\lambda'} - g^{\nu'\lambda'} p_1^{\mu'} + g^{\mu'\lambda'} p_2^{\nu'}) (p_3 - p_4)^{\lambda'} T_{j'i'}^{c'} 1_{i'} 1_{j'} \quad (4.20)$$

Le carré d'amplitude M_4 sommé sur spin et couleur est:

$$\begin{aligned} \sum |M_4|^2 &= \left(\frac{g_s^4}{4(N^2 - 1)^2 (p_1 + p_2)^4} \right) g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} \delta_{cc'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} f_{abc} f_{a'b'c'} (g^{\mu\nu} (p_1 - p_2)^\lambda - g^{\nu\lambda} p_1^\mu \\ &\quad + g^{\mu\lambda} p_2^\nu) (g^{\mu'\nu'} (p_1 - p_2)^{\lambda'} - g^{\nu'\lambda'} p_1^{\mu'} + g^{\mu'\lambda'} p_2^{\nu'}) (p_3 - p_4)^\lambda T_{ij}^c 1_i 1_j (p_3 - p_4)^{\lambda'} T_{i'j'}^{c'} 1_{i'} 1_{j'} \\ &= \frac{5g_s^4 N}{32s^2} (t-u)^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

car:

$$f_{acd}d_{bcd} = 0 \quad (4.22)$$

$$f_{acd}f_{bcd} = N\delta_{ab} \quad (4.23)$$

Pour le diagramme 5, l'amplitude M_5 est donnée par:

$$\begin{aligned} M_5 &= \varepsilon_\mu^a(p_1)1_i \left(\frac{i}{(p_1 - p_3)^2} \right) (-ig_s(p - p_3)_\mu T_{ik}^a) (-ig_s(p - p_4)_\nu T_{kj}^b) \varepsilon_\nu^b(p_2)1_j \\ &= \frac{-ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{ik}^a T_{kj}^b 1_i 1_j \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{4\nu} - 2p_{3\mu} p_{2\nu} + 4p_{3\mu} p_{4\nu}) \end{aligned} \quad (4.24)$$

son complexe conjugué est:

$$\bar{M}_5 = \frac{ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \quad (4.25)$$

Le carré d'amplitude M_5 sommé sur spin et couleur est:

$$\begin{aligned} \sum |M_5|^2 &= \frac{g_s^4}{4(N^2 - 1)^2 (p_1 - p_3)^4} T_{ik}^a T_{kj}^b T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} \delta_{kk'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{4\nu} \\ &\quad - 2p_{3\mu} p_{2\nu} + 4p_{3\mu} p_{4\nu}) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \\ &= \left(\frac{g_s^4}{4N(N^2 - 1)^2 t^2} \right) (-m_{sq}^4 - t^2 - 2m_{sq}^2 t) \end{aligned} \quad (4.26)$$

L'amplitude M_6 s'écrit:

$$\begin{aligned} M_6 &= \varepsilon_\mu^a(p_1)1_i \left(\frac{i}{(p_1 - p_4)^2} \right) (-ig_s(p - p_4)_\mu T_{ik}^a) (-ig_s(p - p_3)_\nu T_{kj}^b) \varepsilon_\nu^b(p_2)1_j \\ &= \frac{-ig_s^2}{(p_1 - p_4)^2} T_{ik}^a T_{kj}^b 1_i 1_j \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{3\nu} - 2p_{4\mu} p_{2\nu} + 4p_{4\mu} p_{3\nu}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

son complexe conjugué

$$\bar{M}_6 = \frac{ig_s^2}{(p_1 - p_4)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{3\nu'} - 2p_{4\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{4\mu'} p_{3\nu'}) \quad (4.28)$$

Le carré d'amplitude M_6 sommé sur spin et couleur est:

$$\begin{aligned} \sum |M_6|^2 &= \frac{g_s^4}{4(N^2 - 1)^2 (p_1 - p_4)^4} T_{ik}^a T_{kj}^b T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} \delta_{ii'} \delta_{jj'} \delta_{kk'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{3\nu} \\ &\quad - 2p_{4\mu} p_{2\nu} + 4p_{4\mu} p_{3\nu}) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{3\nu'} - 2p_{4\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{4\mu'} p_{3\nu'}) \\ &= \left(\frac{g_s^4}{4N(N^2 - 1)^2 u^2} \right) (-m_{sq}^4 - u^2 - 2m_{sq}^2 u) \end{aligned} \quad (4.29)$$

On calcule, maintenant, les termes d'interférence. On rappelle que le carré de l'amplitude totale s'écrit

$$\begin{aligned} \overline{\sum} |M_3 + M_4 + M_5 + M_6|^2 &= \overline{\sum} |M_3|^2 + \overline{\sum} |M_4|^2 + \overline{\sum} |M_5|^2 + \overline{\sum} |M_6|^2 \\ &\quad + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_3 \bar{M}_4 \right) + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_3 \bar{M}_5 \right) + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_3 \bar{M}_6 \right) \\ &\quad + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_4 \bar{M}_5 \right) + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_4 \bar{M}_6 \right) \\ &\quad + 2\text{Re} \left(\overline{\sum} M_5 \bar{M}_6 \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_3 \bar{M}_4}\right) &= 2ig_s \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} \left(\frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2}\right) \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) f_{a'b'c'} \\
&\quad \times ((g^{\mu'\nu'}(p_1 - p_2)^{\lambda'} - g^{\nu'\lambda'} p_1^{\mu'} + g^{\mu'\lambda'} p_2^{\nu'}) (p_3 - p_4)^{\lambda'} T_{j'i'}^{c'} 1_{i'} 1_{j'}) \\
&= 3g_s^3 f_{abc} (d^{abc} + f^{abc}) \frac{u-t}{s} \\
&= 3g_s^3 N(N^2 - 1) \frac{u-t}{s} \tag{4.31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_3 \bar{M}_5}\right) &= 2ig_s \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) 1_i 1_j (T^a T^b + T^b T^a)_{ij} \left(\frac{ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2)\right) \\
&\quad \times (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \\
&= \left(\frac{-2g_s^2}{(p_1 - p_3)^2}\right) (2tr[T^a T^b + T^b T^a]) g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} \\
&\quad - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'}) \\
&= \left(\frac{g_s^2(N^2 - 1)}{Nt}\right) \left(\frac{5}{2}s - 6m_{sq}^2 + 2u\right) \tag{4.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_4 \bar{M}_5}\right) &= 2\frac{g_s^2}{(p_1 + p_2)^2} \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) f_{abc} (g^{\mu\nu}(p_1 - p_2)^\lambda - g^{\nu\lambda} p_1^\mu + g^{\mu\lambda} p_2^\nu) (p_3 - p_4)^\lambda T_{ij}^c 1_i 1_j \\
&\quad \times \left(\frac{ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{4\nu'} - 2p_{3\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{3\mu'} p_{4\nu'})\right) \\
&= \frac{g_s^4}{2su} f_{abc} (d^{abc} + f^{abc}) \left(-8m_{sq}^4 - \frac{5st}{2} - 2t^2 + \frac{su}{2} + tu + u^2 m_{sq}^2 (2s + 7t + u)\right) \\
&= \frac{g_s^4}{2su} N(N^2 - 1) \left(-8m_{sq}^4 - \frac{5st}{2} - 2t^2 + \frac{su}{2} + tu + u^2 m_{sq}^2 (2s + 7t + u)\right) \tag{4.33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\text{Re}\left(\overline{\sum M_5 \bar{M}_6}\right) &= \left(\frac{-ig_s^2}{(p_1 - p_3)^2} T_{ik}^a T_{kj}^b 1_i 1_j \varepsilon_\mu^a(p_1) \varepsilon_\nu^b(p_2) (p_{1\mu} p_{2\nu} - 2p_{1\mu} p_{4\nu} - 2p_{3\mu} p_{2\nu} + 4p_{3\mu} p_{4\nu})\right) \\
&\quad \times \left(\frac{ig_s^2}{(p_1 - p_4)^2} T_{k'i'}^{a'} T_{j'k'}^{b'} 1_{i'} 1_{j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(p_2) (p_{1\mu'} p_{2\nu'} - 2p_{1\mu'} p_{3\nu'} - 2p_{4\mu'} p_{2\nu'} + 4p_{4\mu'} p_{3\nu'})\right) \\
&= 2g_s^4 (m_{sq}^2 + u)^2 \tag{4.34}
\end{aligned}$$

4.1.2 Calcul des de la section efficace partonique

L'expression de la section efficace est:

$$\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1 m_2}} \left(\int \prod^{N_f} d^3 P_i \frac{1}{\prod^{N_F} (2\pi)^3 2E_i} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_3 + p_4 - p_2 - p_1) \sum |M|^2 \right) \tag{4.35}$$

Dans notre cas, les processus sont de type $2 \rightarrow 2$, dans le référentiel centre de masse (CM), les 4-impulsions des particules initiales s'écrivent:

$$\vec{p}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p_{z1} \end{pmatrix} \quad \vec{p}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_{z1} \end{pmatrix} \tag{4.36}$$

où $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ et $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$.

On utilise la relation de la conservation de l'énergie-impulsion, on montre que

$$E_1 = E_2 = \sqrt{s}/2. \quad (4.37)$$

Les variables de MandelStam t et u s'écrivent en fonction de s et θ ,

$$t = (1 - \cos \theta) \frac{s}{4} \quad u = (1 + \cos \theta) \frac{s}{4} \quad (4.38)$$

Donc l'expression de la section efficace devient:

$$\sigma = \frac{1}{32\pi \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1 m_2}} \int d \cos \theta d|\vec{p}_3| \delta(E_3 + E_4 - E_1 - E_2) \delta^{(3)}(\vec{p}_3 + \vec{p}_3 - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \sum |M|^2 \quad (4.39)$$

pour $\vec{p}_4 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3$

$$\sigma = \frac{1}{32\pi \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1 m_2}} \int d \cos \theta d|\vec{p}_3| \delta(\sqrt{s} - 2|\vec{p}_3|) \sum |M|^2 \quad (4.40)$$

Pour linéariser l'argument de la fonction δ , on utilise la relation:

$$\begin{aligned} \delta(g(x)) &= \sum \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|} \\ g(\vec{p}_3) &= \sqrt{s} - 2|\vec{p}_3| \implies |\vec{p}_3| \\ &= \frac{\sqrt{s}}{2} \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$g' = 2 \quad (4.42)$$

$$\delta(\sqrt{s} - 2|\vec{p}_3|) = \frac{\delta(|\vec{p}_3| - \frac{\sqrt{s}}{2})}{2} \quad (4.43)$$

La section efficace différentielles (sur $\cos(\theta)$) s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \cos} &= \frac{\sum |M|^2}{64\pi \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2}} \\ &= \frac{\sum |M|^2}{64\pi s} \end{aligned} \quad (4.44)$$

4.2 Section efficace hadronique

Dans les collisions hadronique, la section efficace hadronique est très importante car elle donne la probabilité de produire des particules dans ces collision. Elle dépend de la section efficace partonique et les fonctions de distribution partonique, elle s'écrit sous la forme:

$$\sigma^{had} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \hat{\sigma}_{ij} \quad (4.45)$$

où $\hat{\sigma}$ est la section efficace partonique, elle décrit l'interaction entre les partons à langue portée; $f_i(x_1)$ et $f_j(x_2)$ sont les fonctions de distribution partonique, elles contient les informations sur la distribution des partons à l'intérieur du proton et décrivent la physique à langue portée.

Dans cette section, on étudie la variation de la section efficace hadronique en fonction de la masse des squarks bottom et en fonction de l'échelle de factorisation. On produit aussi les distributions différentielles sur l'impulsion transverse des squarks $p_T(\tilde{b}_1)$ et $p_T(\tilde{\bar{b}}_1)$ et la masse invariante $M(\tilde{b}_1 \tilde{\bar{b}}_1)$.

On utilise **MadGraph** pour produire ces quantités (et **MadAnalysis** pour les tracer). Pour générer le code qui calcule la section efficace hadronique par **MadGraph**, on suit les étapes suivantes:

- Lancer MadGraph: `./bin/mg5-aMC`
- Importer le modèle MSSM: `Import model MSSMatNLO-UFO`
- Générer le processus $pp > b_1 b_1$: `generate pp > b_1 b_1`
- Créer les amplitudes et le code qui calcule la section efficace: `output pp-sqsqbar`
- Pour changer les paramètres externes comme la masse, l'énergie, l'échelle, on utilise la commande `Set` comme `set ebeam` pour l'énergie (ou on échange la directement dans le fichier `card/run-card.dat` et `card/parap-card.dat`)
- Les résultats sont stockés dans `Events`

On suppose que les échelles de renormalisation et de factorisation égales à la masse du squark ($\mu_F = \mu_R = m_{sq}$). Voici quelques valeurs de la section efficace hadronique pour une énergie du centre de masse ($\sqrt{s} = 14$) TeV et pour différentes valeurs de la masse du squark.

$\sigma(pb)$	$M_{b_1} GeV$
$54,77 \pm 0,13$	200
$0,4954 \pm 0,00092$	500
$0,006527 \pm 1,2 \cdot 10^{-5}$	1000
$0,0002802 \pm 6,6 \cdot 10^{-7}$	1500
$5,24 \cdot 10^{-5} \pm 1,2 \cdot 10^{-7}$	1800
$1,797 \cdot 10^{-5} \pm 3,9 \cdot 10^{-8}$	2000
$1,335 \cdot 10^{-6} \pm 3,4 \cdot 10^{-9}$	2500
$2,912 \cdot 10^{-7} \pm 7,4 \cdot 10^{-10}$	2800
$1,068 \cdot 10^{-7} \pm 2,9 \cdot 10^{-10}$	3000

La section efficace varie aussi en fonction de l'énergie. Par exemple, pour $m_{sq} = 500$ GeV, la section efficace hadronique de la production d'une paire de squark prend les valeurs suivantes pour $\sqrt{s} = 13, 8, 7$ TeV:

$\sigma(pb)$	$\sqrt{s} TeV$
54,77	14
46,11	13
13,45	8
9,279	7

La section efficace dépend aussi de l'échelle de factorisation. Pour $m_{sq} = 200$ GeV, $\sqrt{s} = 14$ TeV et pour $\mu_F \in [200, 3000]$ GeV, elle prend les valeurs suivantes:

$\sigma(pb)$	$\mu_f GeV$
$0,7668 \pm 0,0014$	200
$0,4959 \pm 0,0009$	500
$0,366 \pm 0,00076$	1000
$0,3109 \pm 0,00062$	1500
$0,2888 \pm 0,00047$	1800
$0,2769 \pm 0,00051$	2000
$0,254 \pm 0,00049$	2500
$0,2439 \pm 0,00066$	2800
$0,2377 \pm 0,00044$	3000

On utilise le programme Origine pour tracer les résultats:

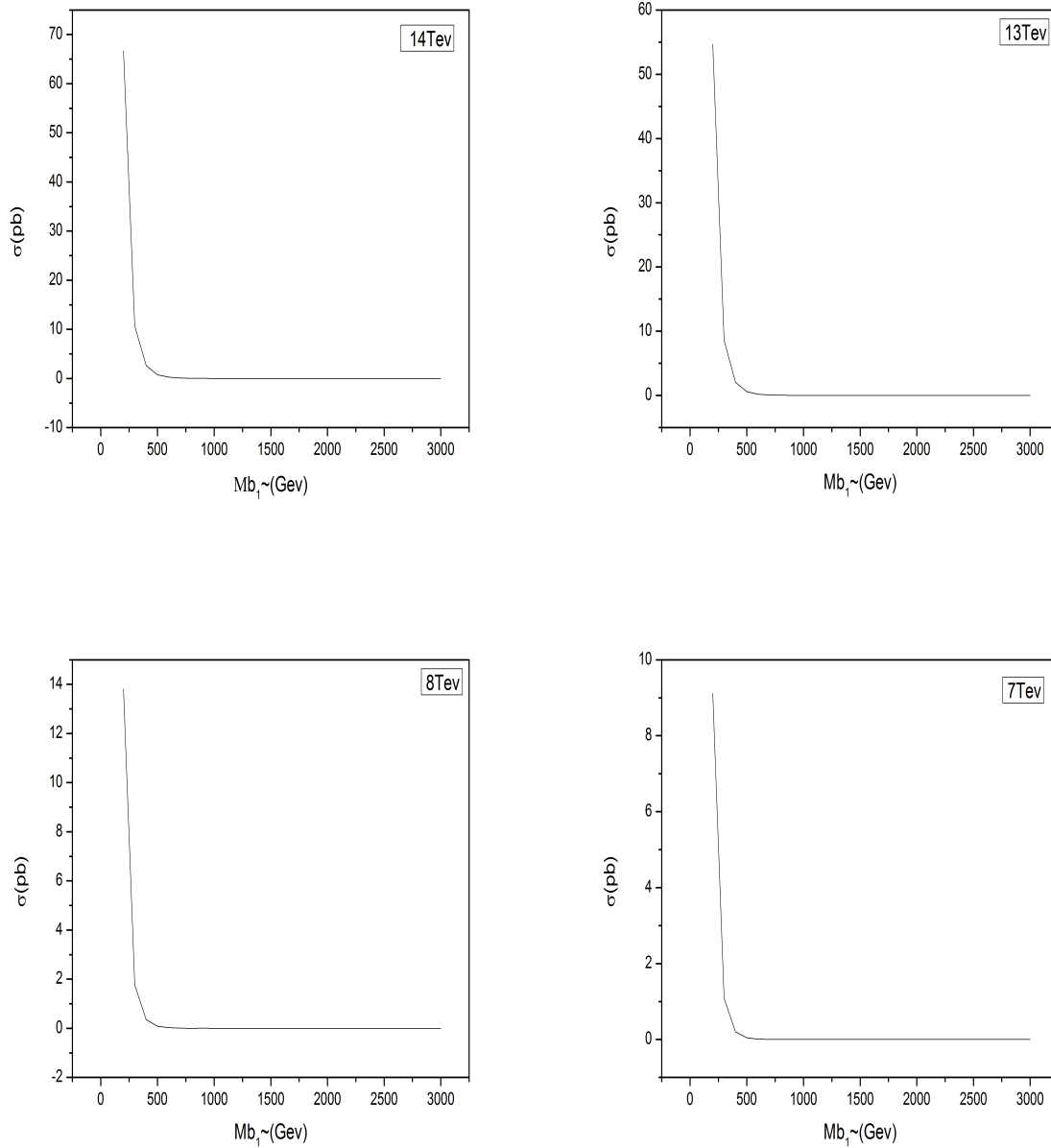


Figure 4.3: Variation de section efficace en fonction de la masse de sbottom pour $\sqrt{s} = 14, 13, 8, 7$ TeV

Les figures (5.3) représentent la Variation de section efficace en fonction de la masse. On voit que la section efficace diminue lorsque la masse augmente, elle s'annule pour des masses très grandes.

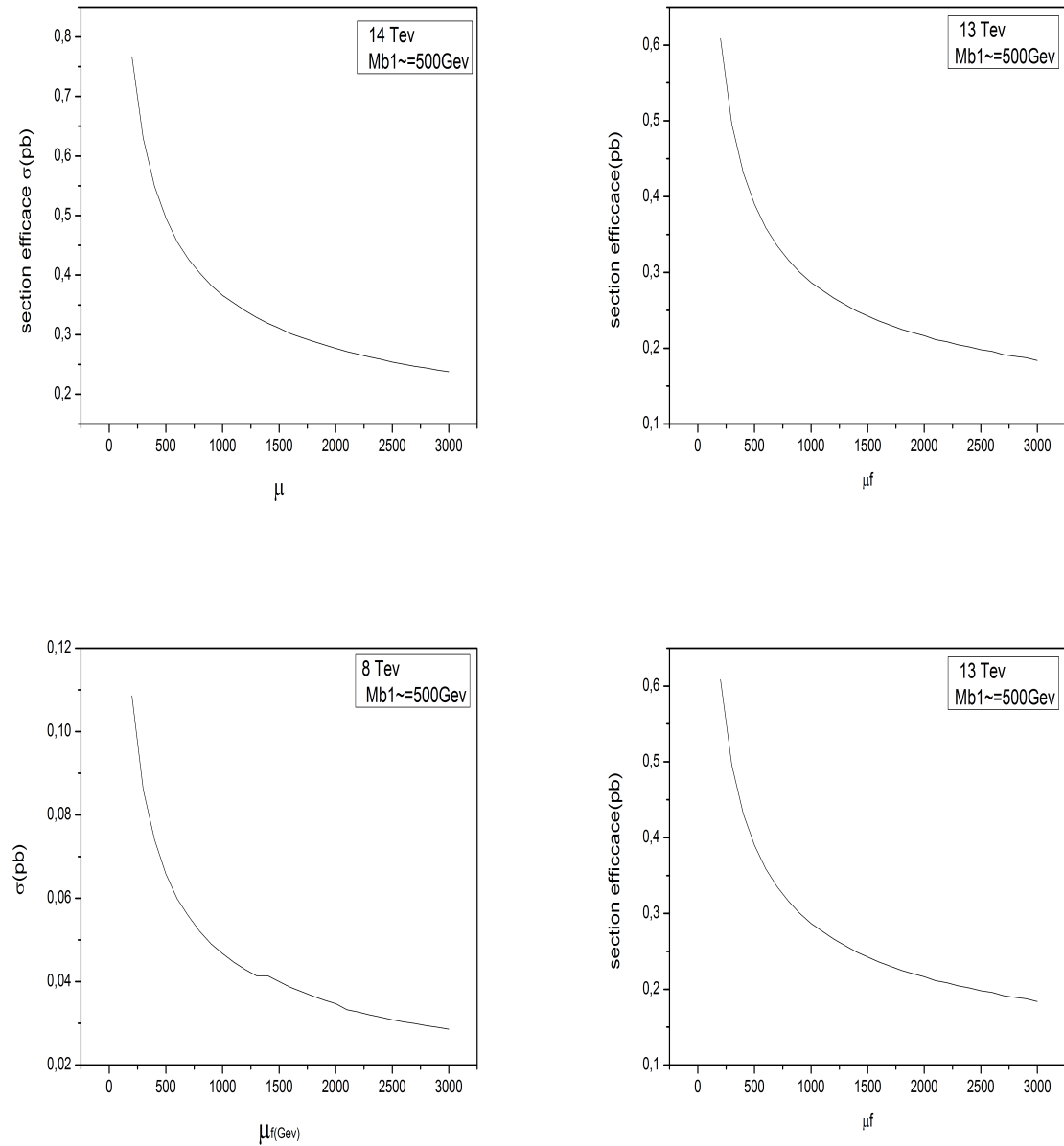


Figure 4.4: Variation de section efficace en fonction d'échelle μ_F pour une masse fixée $m_{sq} = 500 \text{ GeV}$

Les figures (5.4) représentent la Variation de la section efficace en fonction de l'échelle. On voit que la section efficace diminue lorsque l'échelle augmente, elle devient presque stable pour des échelles très grandes.

4.3 La section efficace différentielles

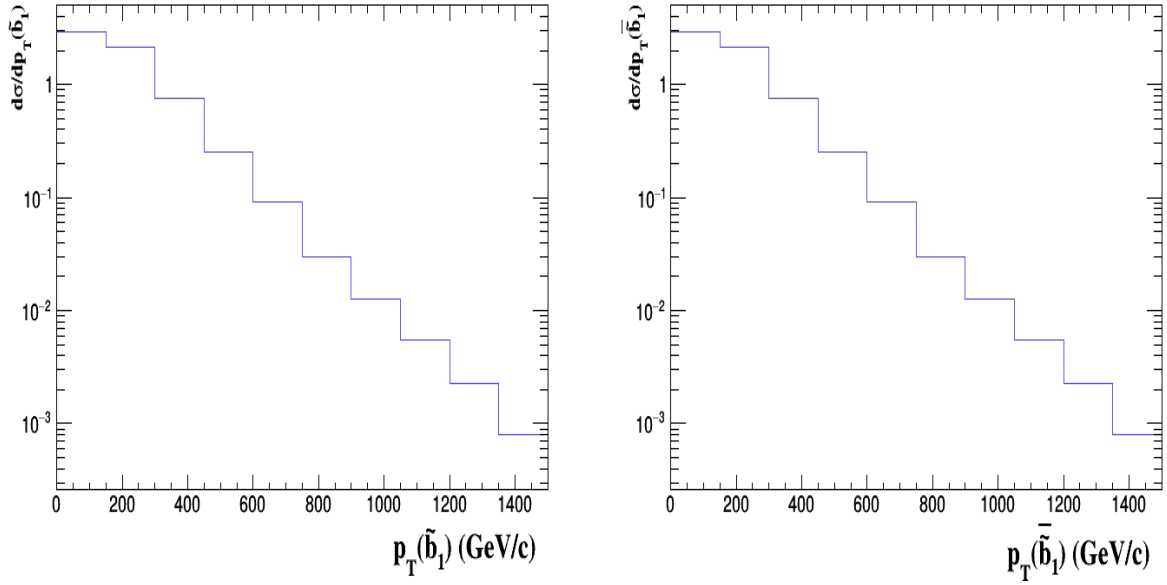


Figure 4.5: Sections efficaces différentielles en fonction de $P_T(\tilde{b}_1)$ et $P_T(\bar{\tilde{b}}_1)$ pour $m_{b_1} = 300$ GeV.

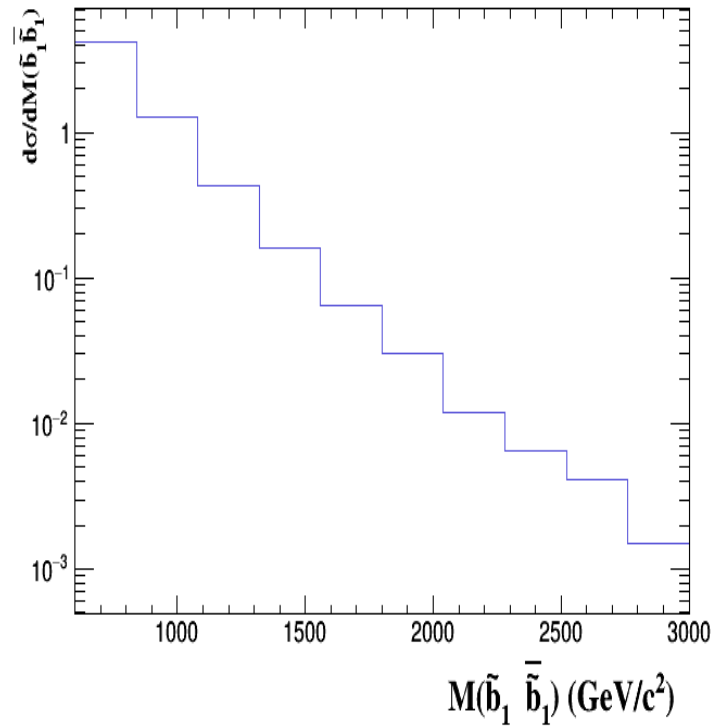


Figure 4.6: Section efficace différentielle en $M_T(b_1\bar{b}_1)$ pour $m_{b_1} = 300$ GeV.

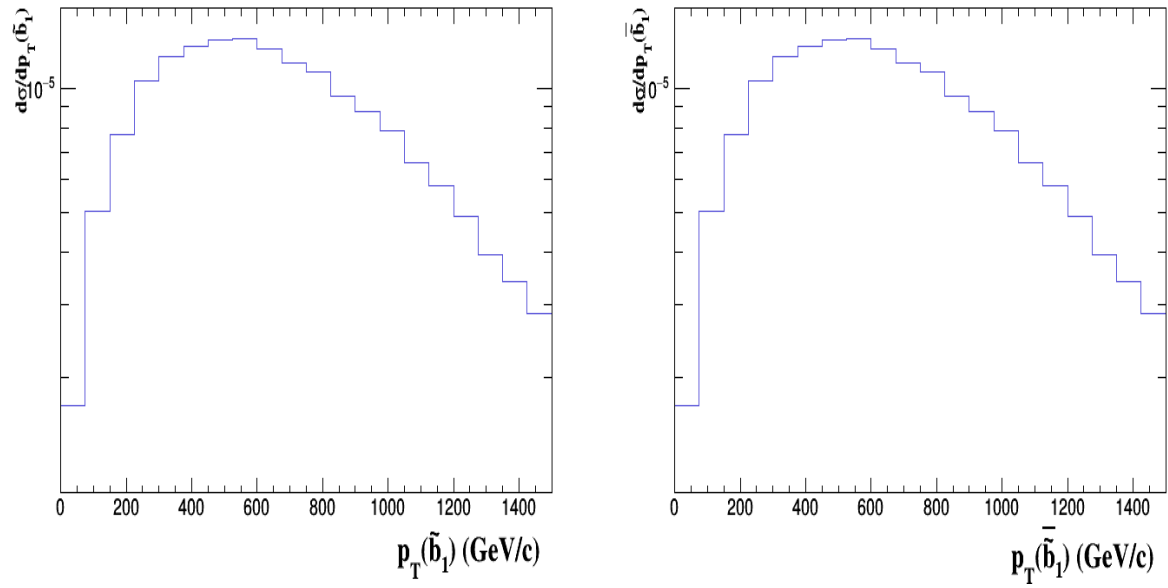


Figure 4.7: Sections efficaces différentielles en fonction de $P_T(\tilde{b}_1)$ et $P_T(\tilde{b}_1)$ pour $m_{b_1} = 1500$ GeV.

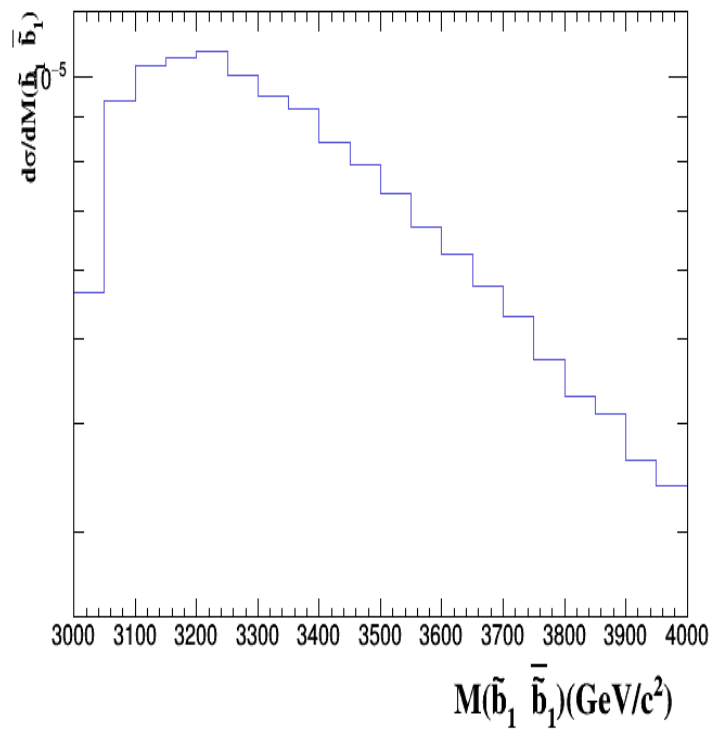


Figure 4.8: Section efficace différentielle en $M_T(b_1 \bar{b}_1)$ pour $m_{b_1} = 1500$ GeV.

Production d'une paire de squark avec un jet

Dans ce chapitre, on étudie la production d'une paire de squarks avec un jet au LHC,

$$pp \longrightarrow \tilde{b}_1 + \bar{\tilde{b}}_1 + j \quad (5.1)$$

5.1 Jets su LHC

Dans les expériences de collision hadroniques, lorsque deux hadrons entrent en collision, toutes les particules produites sont vu comme un jet d'énergie, elle se combinent en hadrons formant des jets, qui sont ensuite détectés expérimentalement[14]. Un jet donc peut être considéré comme un parton dur, mou ou colinéaire. On utilise les jets à la fois pour tester la validité de la chromodynamique quantique à haut énergie, et pour identifier la structure partonique dur de désintégrations des particules massives comme W^\pm, Z^0 .

Variables cinématiques

- L'impulsion transverse P_T est défini par:

$$P_T = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad (5.2)$$

P_x^2, P_y^2 sont des composants orthogonale de la quantité du mouvement.

- La masse transverse M_T est une quantité invariant sous transformation de Lorentz, elle est donnée par:

$$M_T = \sqrt{m^2 + P_T^2} \quad (5.3)$$

m est la masse invariante

- La rapidité $y = \frac{1}{2} \lg \frac{E+p_z}{E-p_z}$
- Psoudo-rapacité $\eta = -\lg \tan \frac{\theta}{2}$
- La masse de jet $M_j = \sqrt{(P_3 + \sum_{i \in \text{jet}} K_i)^2}$
où $0 < \phi < 2\pi$ et

$$K = K_T(\cosh \eta_i, \cos \phi, \sin \phi, \sinh \eta_i) \quad (5.4)$$

$$P_3 = P_T(\cosh \eta, 0, 0, \sinh \eta) \quad (5.5)$$

- L'impulsion de parton $P^\mu = (\sqrt{m^2 + P_T^2} \cosh \eta, P_T \cos \phi, P_T \sin \phi, \sqrt{m^2 + P_T^2} \sinh \eta)$

- La masse invariante jet-jet $M^{jj} = 2P_T \cosh(y^*)$
où $y^* = y_3 - y_{boot}$
- $\Delta R = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta \phi)^2}$
- $x_T = \frac{2P_T}{\sqrt{s}}$
- L'énergie transverse E_T

5.2 L'algorithme de jet

Un algorithme de jet est un ensemble entièrement spécifié de règles pour projeter des informations à partir d'un grand nombre d'objets de hadrons comme sur un petit nombre d'objets parton, il est travailler à tous les niveaux d'énergie afin de permettre des comparaisons juste et directes entre les donnée et la théorie.

Il existe deux classe principales de'algorithme de jet qui sont algorithmes de cone et algorithmes de recombinaison séquentielle[18]

5.2.1 Algorithme de cone:

on prend une particule initiale de graine i, habituellement le plus dur, et on résume les moment de toutes les particules j, l'intérieur d'un cone de rayon R envirn i en angle azimutal ϕ et Pseudo-rapacité η , Donc toutes les particules j avec $\Delta R_{ij}^2 = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2 < R$, et utiliser leur pour déterminer les propriétés du cone:

$$P^c = (E^c, p^c) \quad (5.6)$$

$$\bar{y}^c = \frac{1}{2} \ln \frac{E^c + p_x^c}{E^c - p_x^c} \quad (5.7)$$

$$\bar{\phi}^c = \tan^{-1} \left(\frac{p_y^c}{p_x^c} \right) \quad (5.8)$$

Si $y^c = \bar{y}^c$ et $\phi^c = \bar{\phi}^c$, le cone identfie comme "stable" care la somme des impulsions de toutes les particules à l'intérieur de points de cone est dans la meme direction, si le cone n'est pas stable, l'étape de classification est répétée en utilisant le nouveau centroide, ce processus est répété jusqu'à ce que tous les cones intérativement identifiés sont stable

5.2.2 Les Algorithme de recombinaison séquentielle

On peut etre considéré le développement d'un jet commr une conséquence derépétition $1 \rightarrow 2$ de branchement de quarks et de gluons au sein de QCD, li est défini la paire de particules à combiner à chaque étapr et la façon de déterminer quand la fin du processus à été atteint, à chaque étape, les particules de combiner les meilleurs sont ceux qui sont en quelque sorte "le plus proche" à l'autre; une métrique pour déterminer la distence entre chaque paire de particule doit donc etre définie

$$d_{ij}^2 = \min(P_{T,i}^{2p}, P_{T,j}^{2p}) \frac{\Delta R_{ij}^2}{R^2} \quad (5.9)$$

$$d_{iB} = P_{T,i}^{2p} \quad (5.10)$$

d_{ij}^2 représente la distance entre les particules i et j , d_{iB} la distance entre la particule i et les reste du faisceau

Les différents types d'algorithmes de recombinaison peuvent être distingués par la valeur de p qu'ils utilisent

1. Si ceci est de l'ensemble d_{ij} objet alors i et j sont combinés.
2. Si elle est de l'ensemble d_{iB} , alors i est identifié comme un jet et retiré de la liste des objets;
3. Ce processus est réévalué de manière jusqu'à ce qu'il n'y ait pas d'objets laissés.

Cette type d'algorithme garantit que tous les jets seront séparés par une distance d'au moins R sur plan $y - \phi$

- L'algorithme combridge/Aachen est l'algorithme le plus simple de recombinaison, il regroupe la hiérarchie qui ne dépend que de l'angle
- L'algorithme de K_T forme des clusters de paires de particule à faible P_T , En combinant des particules de cette manière
- L'algorithme anti- k_t forme des clusters de paire de particule à haute- P_T

5.3 Production d'une paire de squarks b à l'ordre LO

Les deux sous-processus sont:

$$q\bar{q} \longrightarrow b_1 + \bar{b}_1 + j \quad (5.11)$$

$$gg \longrightarrow b_1 + \bar{b}_1 + j \quad (5.12)$$

Voici quelque exemple de diagrammes de Feynman décrivant ces processus:

Calcul de d'amplitude et la section efficace partonique

L'amplitude du diagramme 4 de $gg > b_1 b_1 j$

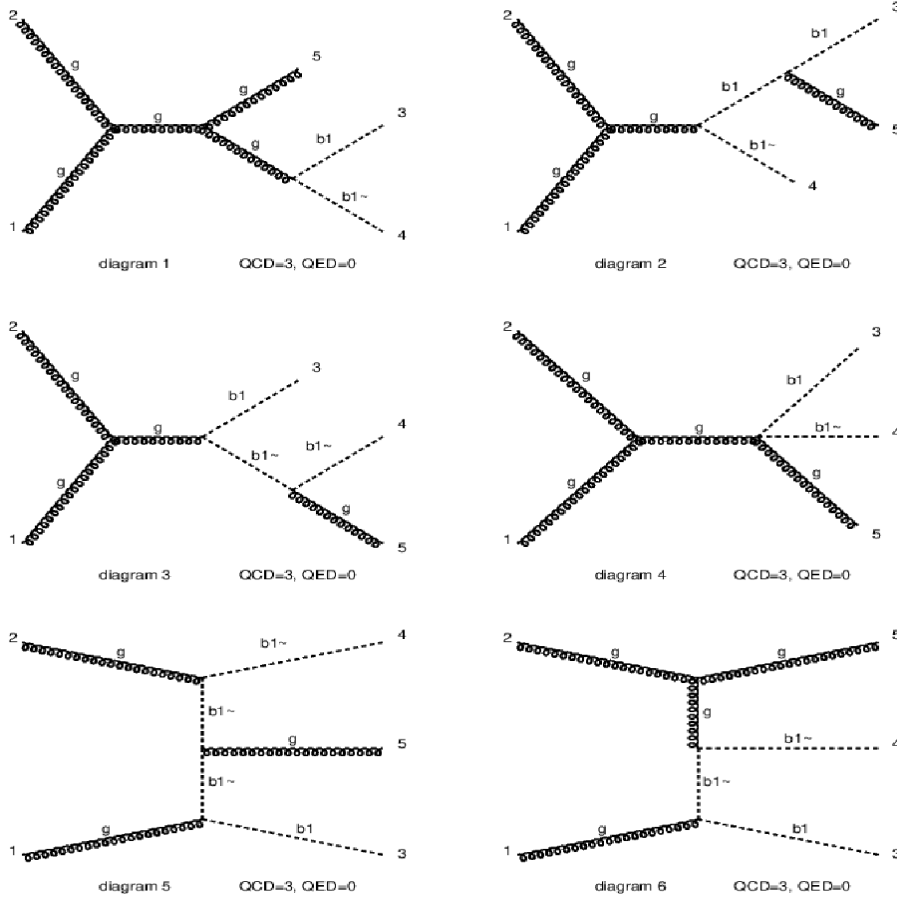
$$M = \varepsilon_\mu^a(P_1) (-g_s f_{abc} (g^{\mu\nu} (P_1 - P_2)^\sigma + g^{\nu\sigma} (P_2 - P_1)^\mu + g^{\mu\sigma} (P - P_1)^\nu)) \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_\nu^b(P_2) \frac{i g_{\sigma\lambda} \delta^{cd}}{(P_1 + P_2)^2} (i g_s^2 (T^d T^e + T^e T^d)_{ij} g^{\sigma\rho}) \varepsilon_\rho^e(P_3) 1_i 1_j \\ & = \frac{g_s^3}{(P_1 + P_2)^2} (T^d T^e + T^e T^d)_{ij} \varepsilon_\mu^a(P_1) \varepsilon_\nu^b(P_2) \varepsilon_\rho^e(P_3) 1_i 1_j \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\times f_{abc} (g^{\mu\nu} P_1^\sigma - g^{\mu\nu} P_2^\sigma - g^{\nu\sigma} P_2^\mu + g^{\mu\sigma} P_2^\nu) \quad (5.15)$$

$$\bar{M} = \frac{g_s^3}{(P_1 + P_2)^2} (T^{d'} T^{e'} + T^{e'} T^{d'})_{i'j'} \varepsilon_{\mu'}^{a'}(P_1) \varepsilon_{\nu'}^{b'}(P_2) \varepsilon_{\rho'}^{e'}(P_3) 1_{i'} 1_{j'} \quad (5.16)$$

$$\times f_{a'b'c'} (g^{\mu'\nu'} P_1^{\sigma'} - g^{\mu'\nu'} P_2^{\sigma'} - g^{\nu'\sigma'} P_2^{\mu'} + g^{\mu'\sigma'} P_2^{\nu'}) \quad (5.17)$$

Figure 5.1: Sous-processus $gg > b_1 b_1 j$

Le carré d'amplitude sommé sur spin et couleur est:

$$\sum |M|^2 = \frac{3g_s^6}{2s(N^2 - 1)} \quad (5.18)$$

L'amplitude du diagramme 2 de $qq > b_1 b_1 j$

$$M = \bar{v}_j(p_2)(-ig_s\gamma^5 T_{ji}^a)u_i(p_2)\left(\frac{ig_{\mu\nu}\delta^{ab}}{(p_1 + p_2)^2}\right)(-ig_s T_{kl}^b(p_3 - p_4)^\nu) \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} & 1_k 1_l (-ig_s T_{kn}^c(p_3 - p)^\sigma) \varepsilon_{\lambda}^d(p_5) 1_n \\ &= \frac{-g_s^3}{(p_1 + p_2)^2} T_{ji}^a T_{kl}^b T_{kn}^c \bar{v}_j(p_2) \gamma^5 u_i(p_2) \end{aligned} \quad (5.20)$$

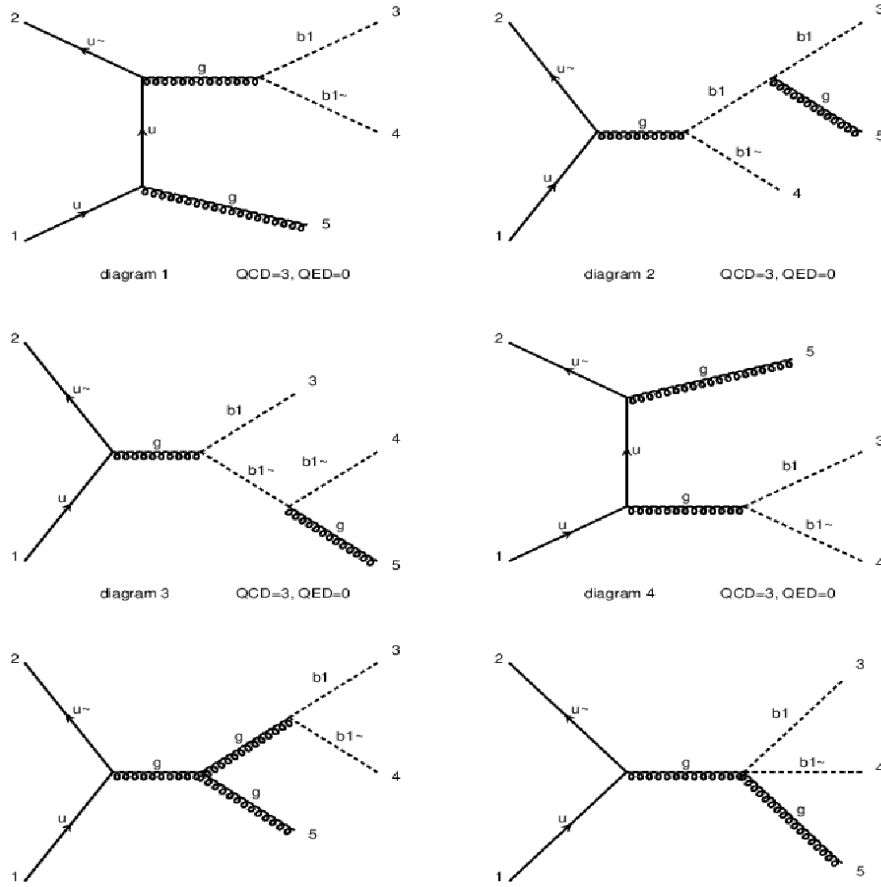
$$(p_3 - p_4)^\nu (p_3 - p)^\sigma \varepsilon_{\lambda}^d 1_n 1_k 1_l \quad (5.21)$$

$$\bar{M} = \frac{-g_s^3}{(p_1 + p_2)^2} T_{j'i'}^{a'} T_{k'l'}^{b'} T_{k'n'}^{c'} \bar{v}_{j'}(p_2) \gamma^5 u_i(p_2) \quad (5.22)$$

$$(p_3 - p_4)^{\nu'} (p_3 - p)^{\sigma'} \varepsilon_{\lambda'}^{d'} 1_{n'} 1_{k'} 1_{l'} \quad (5.23)$$

Le carré de cette impulsion est:

$$\sum |M|^2 = \frac{g_s^6}{8N^2 s^2} \left(tu - m_{sq}^2 s - s - \frac{t^2 + u^2}{2} \right) \quad (5.24)$$

Figure 5.2: Sous-processus $q\bar{q} \rightarrow \tilde{b}_1 \tilde{b}_1^* j$.

l'amplitude du diagramme 6 de $qq > b_1 b_1 j$

$$M = \bar{v}_j(p_2) (-ig_s \gamma^5 T_{ji}^a) u_i(p_2) \left(\frac{ig_{\mu\nu} \delta^{ab}}{(p_1 + p_2)^2} \right) \quad (5.25)$$

$$\varepsilon_{\sigma}^c(p_5) (ig_s g_{\mu\nu} (T^b T^c + T^c T^b)_{kl}) \quad (5.26)$$

$$\bar{M} = \bar{u}_{i'}(p_2) (-ig_s \gamma^5 T_{j'i'}^{a'}) v_{j'}(p_2) \left(\frac{ig_{\mu'\nu'} \delta^{a'b'}}{(p_1 + p_2)^2} \right) \quad (5.27)$$

$$\varepsilon_{\sigma'}^{c'}(p_5) (ig_s g_{\mu'\nu'} (T^{b'} T^{c'} + T^{c'} T^{b'})_{k'l'}) \quad (5.28)$$

Le carré de cette impulsion

$$\sum |M|^2 = \frac{-g_s^4 (N^2 - 1)^2}{N^2 s} \quad (5.29)$$

5.4 Section efficace hadronique

Dans cette section, on calcule la section efficace hadronique pour une énergie fixé ($\sqrt{s} = 14$ TeV) en fonction de la masse du squark où on pose à chaque fois $\mu_f = m_{sq}$. On utilise MadGraph pour la calculer numériquement.

$\sigma(pb)$	$M_{b1} Gev$
$66,68 \pm 0,24$	200
$0,773 \pm 0,0024$	500
$0,01037 \pm 3,3 \cdot 10^{-5}$	1000
$0,0004395 \pm 1,5 \cdot 10^{-6}$	1500
$7,988 \cdot 10^{-5} \pm 2,3 \cdot 10^{-7}$	1800
$2,67 \cdot 10^{-5} \pm 9,5 \cdot 10^{-8}$	2000
$1,851 \cdot 10^{-6} \pm 5,5 \cdot 10^{-9}$	2500
$3,809 \cdot 10^{-7} \pm 1,1 \cdot 10^{-9}$	2800
$1,33 \cdot 10^{-7} \pm 4,2 \cdot 10^{-10}$	3000

Variation de la section efficace totale en fonction de M_{b1} pour $\sqrt{s} = 14$ TeV et $\mu_F = m_{b1}$
 Pour $\mu_F = m_{sq} = 200 GeV$ et pour $\sqrt{s} = 13, 8, 7$ TeV, on trouve:

$\sigma(pb)$	$\sqrt{s} Tev$
66,68	14
54,67	13
13,81	8
9,123	7

Variation de la section efficace en fonction de l'échelle

$\sigma(pb)$	$\mu_f Gev$
$1,532 \pm 0,0056$	200
$0,8616 \pm 0,0029$	500
$0,5796 \pm 0,0017$	1000
$0,4676 \pm 0,0016$	1500
$0,4262 \pm 0,0013$	1800
$0,404 \pm 0,0013$	2000
$0,3591 \pm 0,0011$	2500
$0,3409 \pm 0,0011$	2800
$0,3299 \pm 0,00096$	3000

Variation de la section efficace en fonction d'échelle pour $\sqrt{s} = 14 Tev$ et $m_{sq} = 200 Gev$

Les figures (5.3) représentent la Variation de section efficace en fonction de la masse, on voit que la section efficace diminue lorsque la masse augmente, elle s'annule pour des grandes valeurs de la masse.

Les figures (5.4) représentent la variation de section efficace en fonction d'échelle, on voit que la section efficace diminue lorsque l'échelle augmente, elle devient presque stable pour des grandes valeurs de l'échelle.

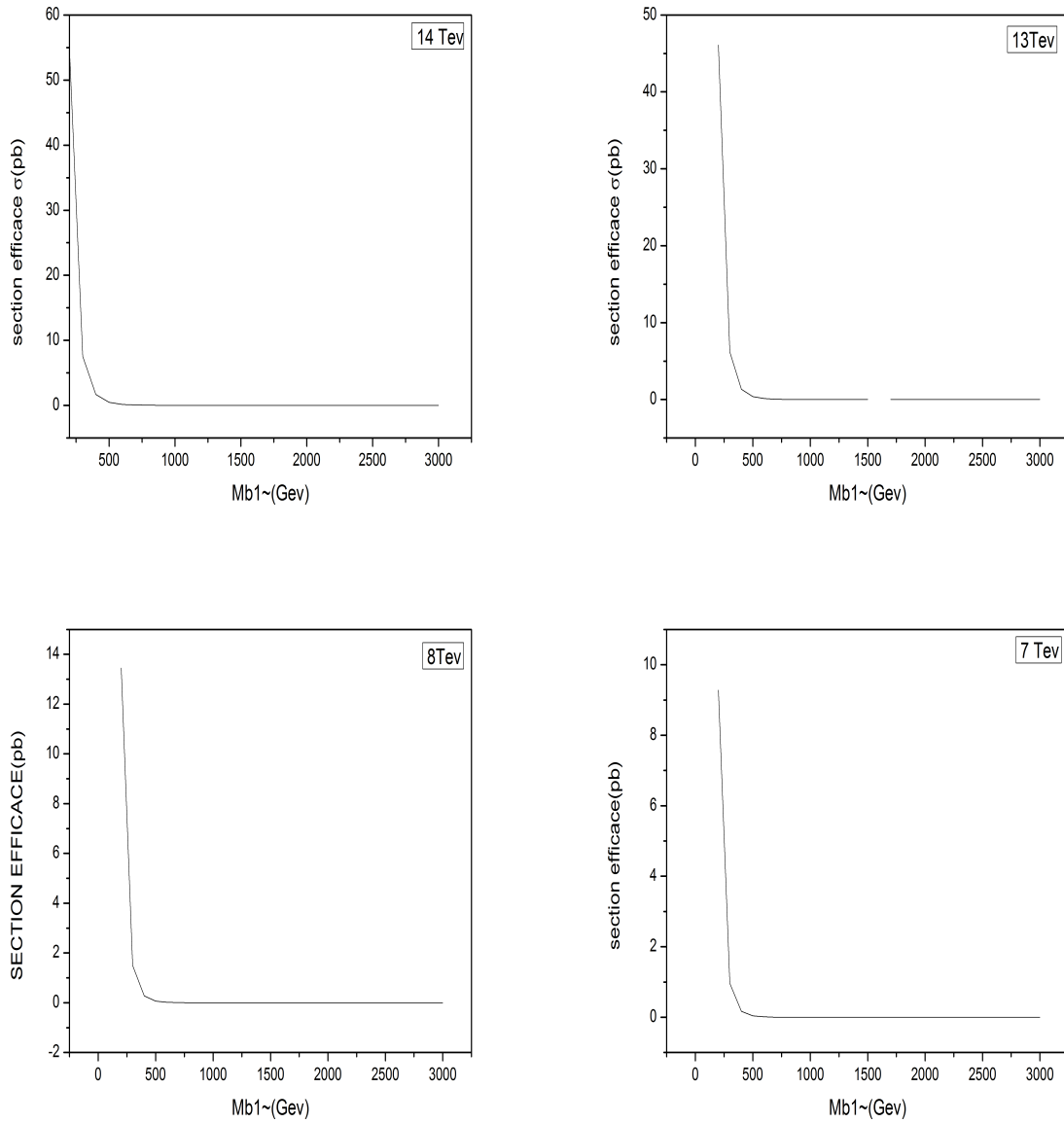
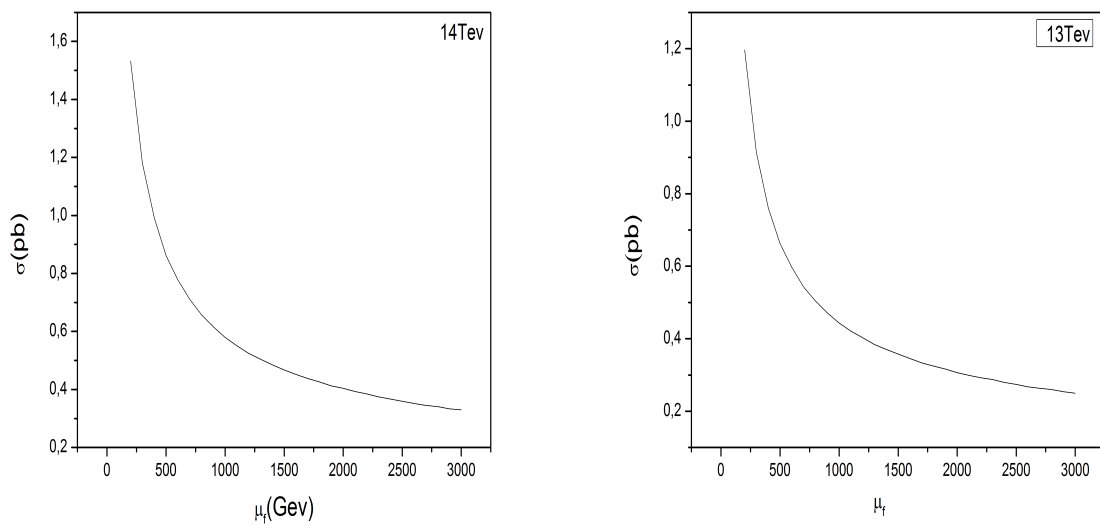


Figure 5.3: Variation de section efficace en fonction de la masse de sbottom pour $pp > b_1 b_1 j$



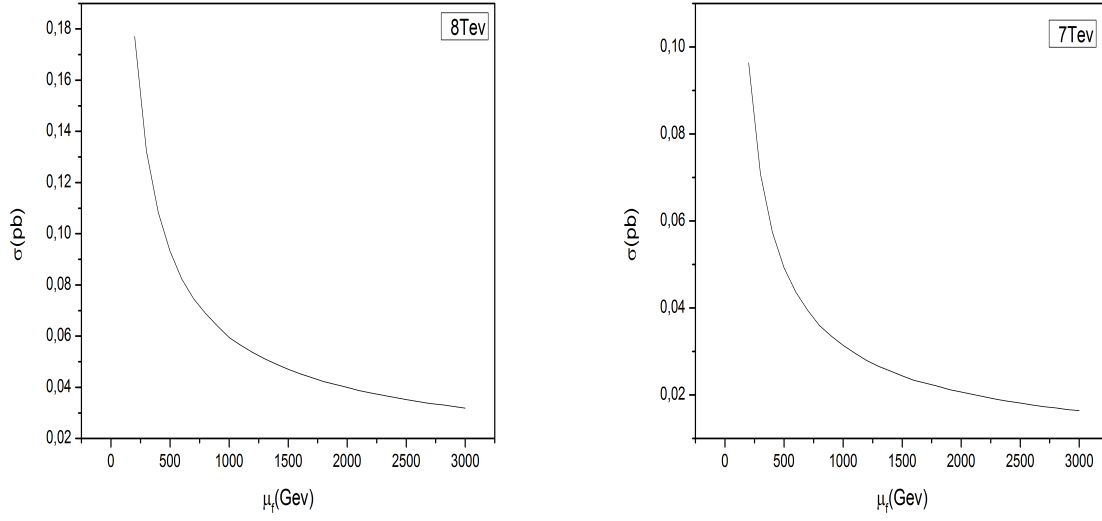


Figure 5.4: Variation de section efficace en fonction d'échelle μ_f pour une masse fixée $m_{sq} = 500\text{GeV}$ pour $pp > b_1 b_1 j$

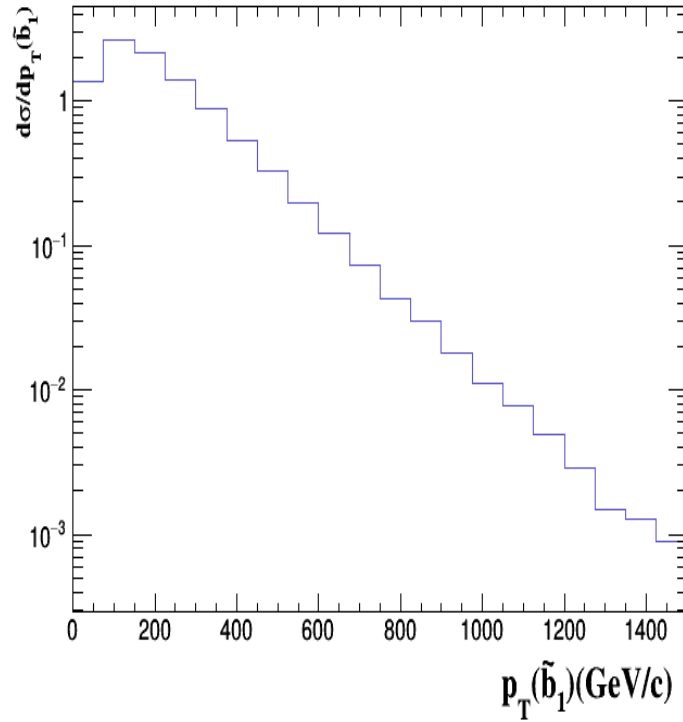


Figure 5.5: Variation de section efficace différentielle en $P_T(b_1)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

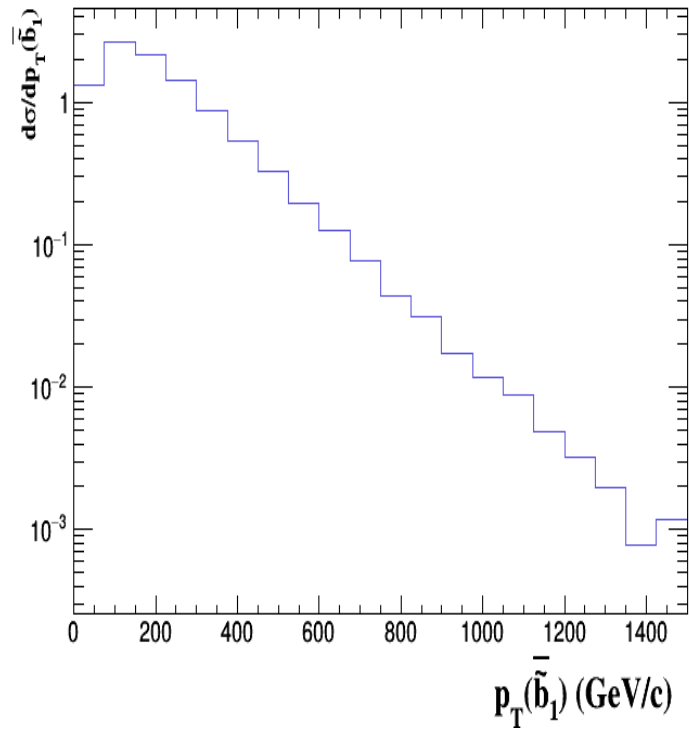


Figure 5.6: Variation de section efficace différentielle en $P_T(\tilde{b}_1)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

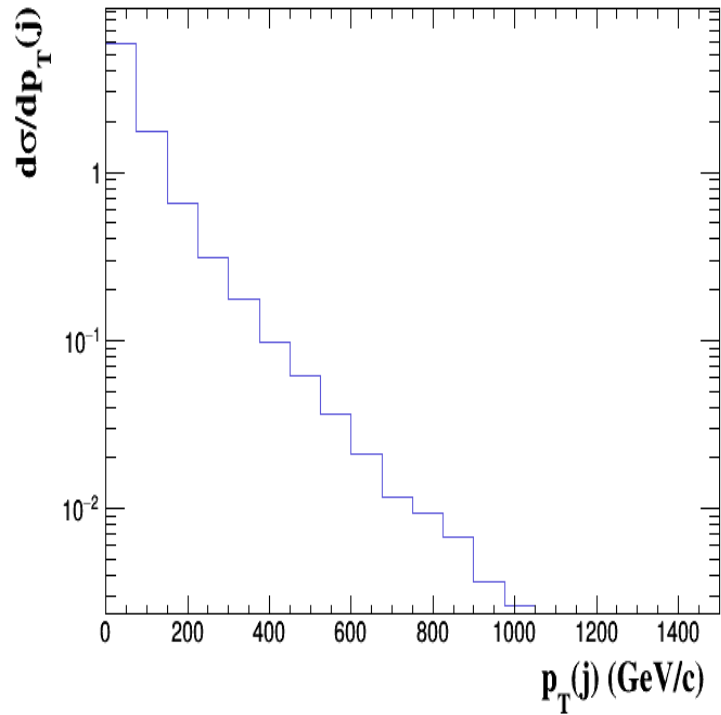


Figure 5.7: Variation de section efficace différentielle en $P_T(j)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

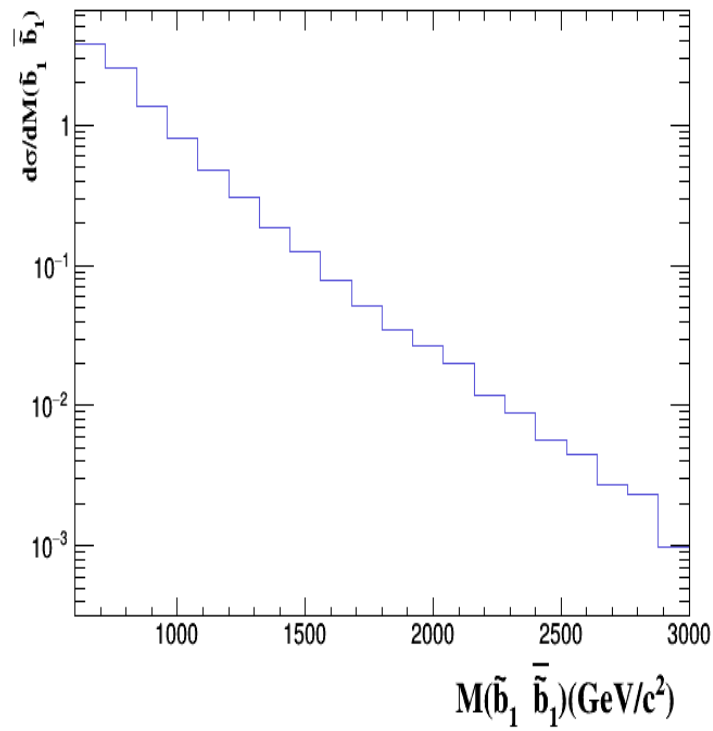


Figure 5.8: Variation de section efficace différentielle en $M_T(b_1 \bar{b}_1)$ pour $m_{sq} = 300\text{GeV}$

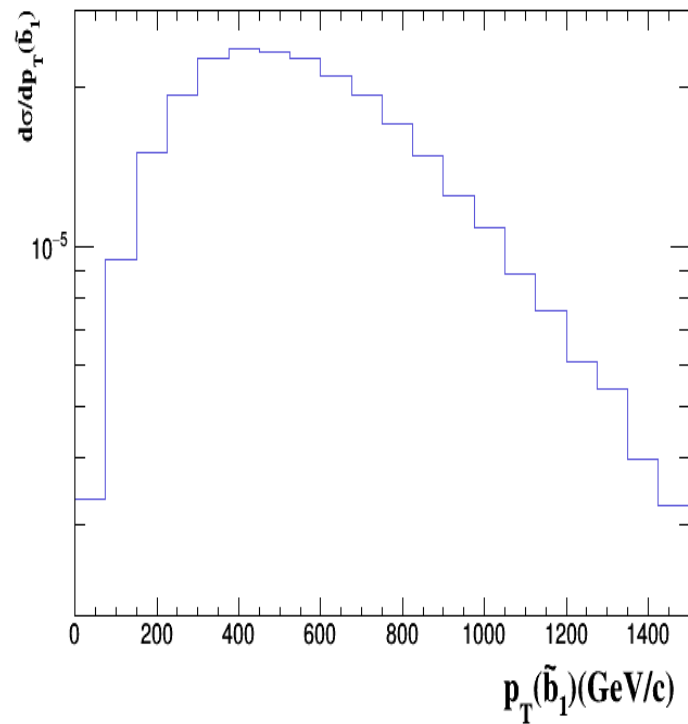


Figure 5.9: Variation de section efficace différentielle en $P_T(b_1)$ pour $m_{sq} = 1500\text{GeV}$

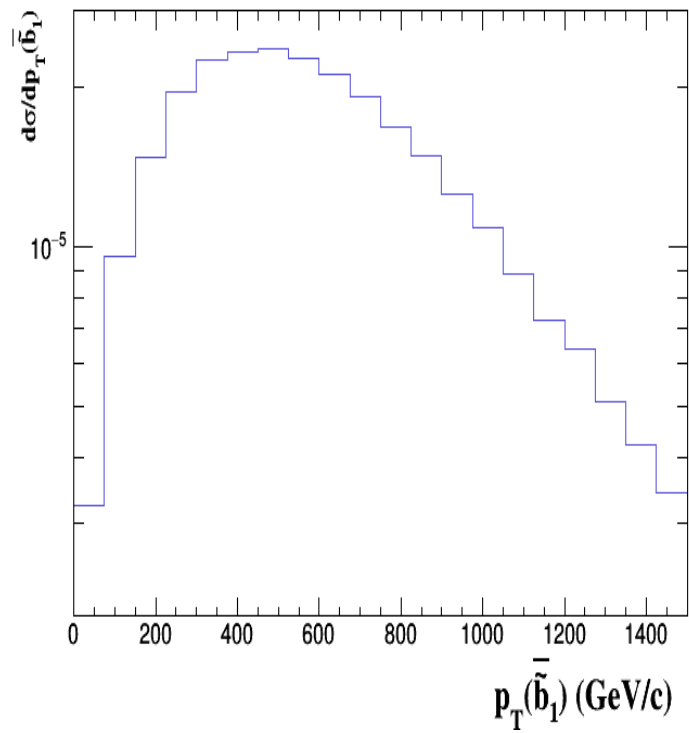


Figure 5.10: Variation de section efficace différentielle en $P_T(\tilde{b}_1)$ pour $m_{sq} = 1500\text{GeV}$

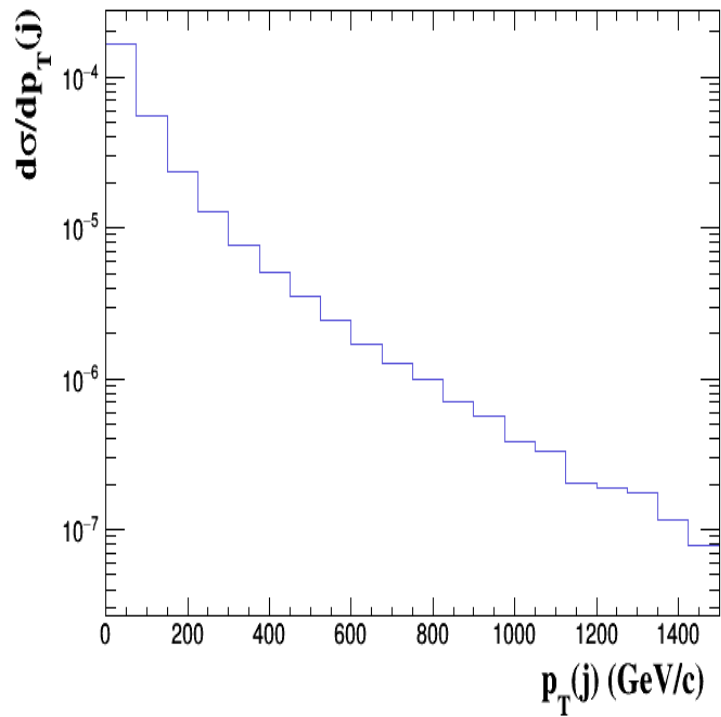


Figure 5.11: Variation de section efficace différentielle en $P_T(j)$ pour $m_{sq} = 1500\text{GeV}$

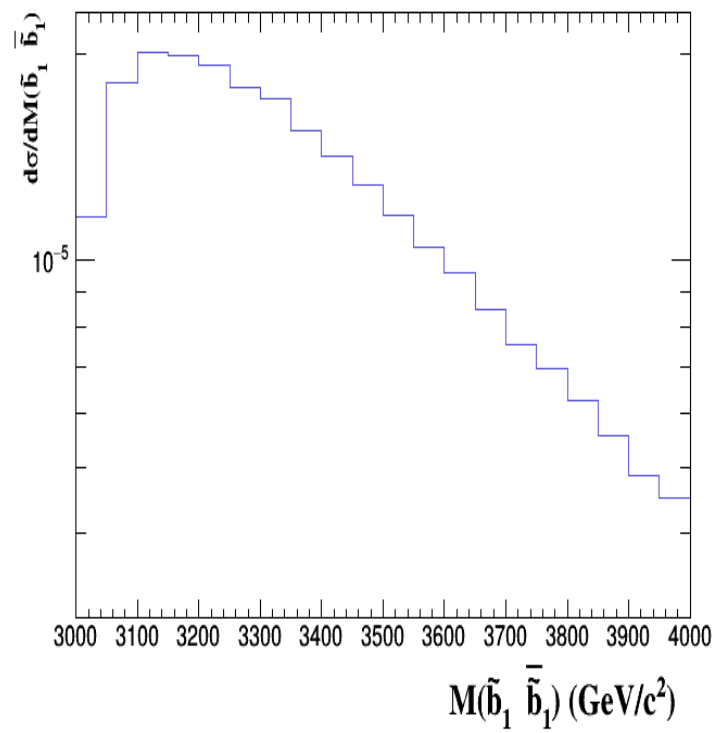


Figure 5.12: Variation de section efficace différentielle en $M_T(b_1 \bar{b}_1)$ pour $m_{sq} = 1500 \text{ GeV}$

Conclusion Générale

Dans ce travail, j'ai étudié la production d'une paire de squarks avec et sans jet dans le modèle standard supersymétrique minimal MSSM, dans le grand collisionneur hadronique LHC. J'ai étudié la variation de la section efficace hadronique en fonction des masses des squarks et l'échelle de factorisation, et les section efficace différentielles en fonction de la masse invariante des squarks, l'impulsion transverse des squarks, l'impulsion transverse des jets. Pour produire ces résultats, j'ai utilisé le programme du calcul automatique `MadGraph`. Pour tracer les section efficaces hadronique et les distributions différentielles, j'ai utilisé `MadAnalysis` et `Origin`.

Bibliographie

- [1] Nicolas Bernal, Théorie et phénoménologie du MSSM avec des scalaires lourds. Physique des hautes énergies-Expérience [hep-ex]. Université Pierre et Marie Curie. Paris VI, 2008, France.
- [2] François Lemay. Photoproduction et désintégration du quark Top dans le modèle standard et le modèle supersymétrique minimal. Sep 1995, Université du Québec.
- [3] Vincent Bizouard. Les particules du MS: calcul de précision dans un modèle Supersymétrique non minimal, Université Grenoble Alpes, 2015. France.
- [4] Marleau, L. (2000), introduction à la physique des particules.
- [5] Jean Iliopoulos, Relativité et interaction fondamentale, le modèle standard une théorie géométrique des interactions fondamentales, Laboratoire de physique théorique, CNRS/Ecole Normale Supérieure.
- [6] T. Muta, Fondation of quantum chromodynamics, Hiroshima University.
- [7] T. Morii Kobe University, Japan C. S. Lim Kobe University, Japan S. N. Mukherjee Banaras Hindu University, India, The Physics of the Standard Model and Beyond World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 5 Toh Tuck Link, Singapore 596224.
- [8] F. Quavedo, Cambridge lectures on supersymmetry and extra dimensions, 8 nov 2010. arxiv:1011.1491v1 [hep-th].
- [9] Michel Raush de Trautenberg, Supersymétrie-le MSSM: Une introduction. 26 mars 2008.
- [10] Paul Langacker. The standard model and Beyond.
- [11] Introduction à la supersymétrie. Rémi Pasquier Romain Defranoux. 2019.
- [12] S. Frixione, B. Fuks, V. Hirschi, K. Mawatari, H. Sheng Shoo, M. P. A. Suder and M. Zaro Automated Simulations beyond the standard model. supersymmetry. 2019.
- [13] M. C. Rodriguez, The minimal supersymétrique standard model (MSSM) and general singlet extension of the MSSM (GSEMSSM) short review. arxiv: 1911.13043v1 [hep-ph] 29 nov 2019.
- [14] Stephen. P. Martin, A supersymmetry primer. Department of Physics, Northern Illinois University, DeKalb IL 60115. arxiv. hep/9709356v7 jan 2016.
- [15] Janusz Rosiek, Complete set of Feynman rules for the MSSM erratum. Warsaw university. Poland. arxiv. hep-ph/9511250v3 23 sep 2002.
- [16] W. Beenekker, R. Hopker, M. Spira and M. Zerwas, Squark and gluino production at hadron colliders. arxiv. hep/9610490v1 25 oct 1996.
- [17] Simone Marzani, Gregory Soyez and Michel Spannowsky, Looking inside jets: an introduction to jet substructure and boosted-object phenomenology. arxiv. /1901.10342v3 [hep-ph] 17 Feb 2020.
- [18] R. K. Ellis, W. J. String, QCD and collider physics Fermi National Acceleration Laboratory

الملخص

يعد النموذج القياسي من أنجح النظريات في فيزياء الجسيمات، إذ لاقى الإستحسان من قبل الكثير من الفيزيائيين، ورغم النجاحات التي حققها إلا أنه لم يستطع الإجابة على كل التساؤلات المطروحة، لذا ذهب الكثير من العلماء للبحث في نظريات اخرى لمعالجة المشاكل، كنظرية التناظر الفائق، ونحن بدورنا سنقوم بمعالجة بعض المشاكل المطروحة في هذا العمل باستخدام هذه النظرية.

Résumé

Le modèle standard est considéré comme l'une des théories les plus efficaces en physique des particules. Malgré les succès qu'il a obtenus, il n'a pas pu répondre à toutes les questions posées. De nombreux scientifiques ont recherché d'autres théories ou extension pour traiter les problèmes de ce modèles, comme la théorie de la supersymétrie. Nous étudions dans ce mémioire l'extension supersymétrique minimale de SM.

Abstract

The standard model is considered as one of the most effective theories in particle physics. It was well received by many physicists, and despite its successes, it could not answer all the open questions. In this work, we study the minimal supersymmetric extension of the SM.