République Algérienne Démocratique et **P**opulaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la **R**echerche Scientifique



UNIVERSITE de JIJEL

Département de Génie Civil et Hydraulique



PROJET DE FIN D'ETUDE

En vue de l'obtention du Diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Civil

Option : Géotechnique



Analyse du comportement non linéaire des sols par les lois

hyperboliques-Application à la convergence des tunnels

Présenté par :

- Bouraoui Yacine

Membre de jury :

- Président : Boudjerda Merouane
- Examinateur :Rapporteur :
- Bouraoui Hichem Belamerabet Abedlouaheb
 - ல Promotion 2018 ல

- Harrouche Hamza

Université de Jijel Université de Jijel Université de Jijel



Remerciement

Nous remercions tout d'abord Dieu, le tout puissant de nous avoir accordé santé, courage et la volonté pour élaborer ce travail.

Ce travail a été réalisé sous la direction de Mr. Belmerabet Abdelouahab, Enseignant à l'Université de jijel, a qui nous examinons notre profonde gratitude pour l'attention portée pour l'élaboration de ce mémoire, ses orientations, ses précieuses contributions, sa disponibilité et pour tous ses efforts.

Nous exprimons notre gratitude à tous les enseignants qui nous ont aidé et enseigné durant notre parcours universitaire.

Nous remercions et exprimons notre reconnaissance aux membres du jury pour l'honneur qu'ils font en acceptant de juger ce modeste travail.

Nous remercions également tous ceux qui nous ont aidé et soutenu de près ou de loin.

Dédicace

Rien n'est aussi beau à offrir que le fruit d'un labeur qu'on dédie du fond du cœur à ceux qu'on aime et qu'on remercie en exprimant la gratitude et la reconnaissance durant toute notre existence.

Je dédie ce modeste travail :

A celle qui a attendu avec patience les fruits de sa bonne éducation, son affection, À ma mère, ma mère, ma mère.

A celui qui m'a indiqué la bonne voie en me rappelant que la volonté fait toujours les grands hommes ... à mon père.

A tous mes frères et à toutes mes sœurs.

A tous mes amis chacun à son nom.

A tous mes enseignants.

A toute la promotion 2018.

A mon collègue Harrouche Hamza et sa famille.

Yacine

Dédicace

Rien n'est aussi beau à offrir que le fruit d'un labeur qu'on dédie du fond du cœur à ceux qu'on aime et qu'on remercie en exprimant la gratitude et la reconnaissance durant toute notre existence.

Je dédie ce modeste travail :

A la mémoire de celle qui nous a quitté, et qui a attendu avec patience les fruits de sa bonne éducation, son affection, À ma mère, ma mère, ma mère qu'elle repose en paix.

A celui qui m'a indiqué la bonne voie en me rappelant que la volonté fait toujours les grands hommes ... à mon père.

A tous mes frères et à toutes mes sœurs.

A tous mes oncles et mes tantes.

A tous mes amis chacun à son nom.

A tous mes enseignants.

A toute la promotion 2018.

A mon collègue Bouraoui Yacine et sa famille.

Hamza

Résumé

La prédiction des tassements en surface étant un élément clé lors de l'exécution des travaux souterrains surtout en milieu urbain, de même pour les mouvements du sol autours des ouvrages souterrains pour une vérification de la stabilité des ouvrages et la prévention des solutions nécessaires au confortement du sol et de l'ouvrage. Dans ce contexte, il est donc nécessaire d'utiliser des lois de comportement adaptées au calcul des ouvrages géotechniques en phase de service. L'influence des non-linéarités de comportement des sols sur le calcul des ouvrages souterrains est analysée à travers un exemple. Un modèle élastique de type hyperbolique auquel est associée une loi élastique non linéaire a été utilisée. Les principaux résultats de son application au calcul d'un tunnel creusé dans un massif de sol marneux homogène à fort niveau de confinement mettent en évidence l'influence de la non-linéarité de la déformation sur la courbe de convergence du terrain.

Abstract

The prediction of surface settlements being a key element during the execution of underground works, especially in urban areas, likewise for the movements of the ground around underground structures for a verification of the stability of the structures and the prevention of the necessary solutions for the reinforcement soil and work. In this context, it is therefore necessary to use behavior laws adapted to the calculation of the geotechnical works in the service phase. The influence of nonlinearities of soil behavior on the calculation of underground structures is analyzed through an example. An elastic model of hyperbolic type with which is associated a nonlinear elastic law was used. The main results of its application to the calculation of a tunnel dug in a homogeneous marly soil mass with a high level of confinement highlight the influence of the non-linearity of the deformation on the convergence curve of the terrain.

ملخص

يعتبر التنبؤ بالمستوطنات السطحية عنصراً أساسياً أثناء تنفيذ الأعمال تحت الأرض، خاصة في المناطق الحضرية، وبالمثل بالنسبة لحركة الأرض حول البنى التحتية للتحقق من استقرار البنى ومنح الحلول الضرورية لتعزيز التربة. في هذا السياق، من الضروري استخدام قوانين السلوك التي تم تكييفها لحساب الأعمال الجيوتقنية في مرحلة الخدمة. يتم تحليل تأثير غير الخطية لسلوك التربة على حساب الهياكل تحت الأرض من خلال مثال على ذلك. تم استخدام نموذج مرن من النوع الزائدي المرتبط بالقانون المرن غير الخطي. النتائج الرئيسية لتطبيقه على حساب نفق محفور في كتلة تربة مارنية متجانسة ذات مستوى عالٍ من الجبس يسلط الضوء على تأثير عدم التشويه للتشوه على منحنى التقارب في التضاريس.

Sommaire

Résumé	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Liste des symboles	
INTRODUCTION GENERALE	1

Chapitre I Recherche bibliographique sur les différentes lois hyperboliques

I.1. INTRODUCTION
I.2. MODELES RHEOLOGIQUES D'ELASTICITE NON LINEAIRE
I.2.1. MODELES HYPERELASTIQUES
I.2.2. MODELES HYPOELASTIQUES
I.2.2.1. Généralités
I.2.2.2. Exemples de modèles hypoélastiques
I.3. MODELES HYPERBOLIQUES
I.3.1. REPRESENTATION DE MODEL HYPERBOLIQUE
I.3.2. Les deferents modeles hyperboliques7
I.3.2.1. Model hyperbolique Duncan et Chang7
I.3.2.2. Le modèle hyperbolique Kulhawy et Duncan
I.3.2.3. Le modèle hyperbolique Duncan et Al 10
I.3.2.4. Modèle hyperbolique de Hardin et Drnevich 10
I.4. MODELES CAM-CLAY ET CAM-CLAY MODIFIE

I.4.1. CONCEPT D'ETAT LIMITE ET D'ETAT CRITIQUE
I.4.1.1. Etat limite en compression isotrope
I.4.1.2. Etat critique en compression triaxiale
I.4.2. MODELISATION DES DEFORMATIONS ELASTIQUES
I.4.3. MODELISATION DES DEFORMATIONS ELASTOPLASTIQUES
I.5. CONCLUSION
Chapitre II : Lois implémentées dans le code calcul aux éléments finis Plaxis
II.1. INTRODUCTION
II.2. LES DIFFERENTS MODELES DE COMPORTEMENT INTEGRE DANS LE CODE PLAXIS
II.2.1. LE MODELE DE MOHR-COULOMB (M.C)
II.2.2. MODELE DE SOL AVEC ECROUISSAGE (HARDENING SOIL MODEL (H.S.M))24
II.2.2.1. Paramétres de HSM
II.2.3. MODELE POUR SOLS MOUS (SOFT SOIL MODEL (S.S.M))
II.2.4. LES PARAMETRES NECESSAIRES AU SSM
II.3. CONCLUSION
Chapitre III : Identification des paramètres de la loi hyperbolique adoptée
III.1. INTRODUCTION
III.2. MODELE HYPERBOLIQUE ET METHODOLOGIE DE LA DETERMINATION DE CES NEUFS
PARAMETRES
III.2.1. LA DETERMINATION DES PARAMETRES PAR LE MODELE DE DUNCAN ET AL, (1980). 34
III.3. IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE MODELE HYPERBOLIQUE PAR LES ESSAIS
TRIAXIAUX
III.3.1. PARTIE EXPERIMENTAL

Sommaire

III.3.1.1. Résultats des essais expérimentaux	
III.3.1.2. Détermination de module E ₅₀ de chaque essai triaxial	
III.3.2. PARTIE NUMERIQUE	
III.3.2.1. Les conditions aux limites et chargements	
III.3.2.2. Génération de maillage	
III.3.2.3. Génération des contraintes initiales	47
III.3.2.4. Calculs	47
III.3.2.4.1. Résultats numériques	
III.4. ETUDE COMPARATIVE	55
III.4.1. INTERPRETATION	57
III.5. Conclusion	58
Chapitre IV : Application aux tunnels-Analyse paramétric	lue
IV.1. INTRODUCTION	59
IV.2. MODELES DE COMPORTEMENT	59
IV.2.1. MODELE DE MOHR-COULOMB (MC)	59
IV.2.2. MODÈLE HARDENING SOIL MODEL (HSM)	59
IV.3. SIMULATION NUMERIQUE	60
IV.3.1. PARAMETRES DES MODELES UTILISES	60
IV.4. RESULTATS DE LA MODELISATION	61
IV.4.1. INTERPRETATIONS DES RESULTATS	
IV.5. ANALYSE PARAMETRIQUE	64
IV.5.1. INFLUENCE DE LA COHESION C	64
IV.5.1.1. Interprétation	65
IV.5.2. INFLUENCE DE L'ANGLE DE FROTTEMENT φ	
IV.5.2.1. Interprétation	

Sommaire

IV.5.3. Influence de module E_{50} 6	57
IV.5.3.1. Interprétation	58
IV.5.4. INFLUENCE DE COEFFICIENT DE POISSON ν	58
IV.5.4.1. Interprétation	59
IV.5.5. Influence de K ₀	59
IV.5.5.1. Interprétation	70
IV.5.6. INFLUENCE DU RAPPORT DE RUPTURE R_F	70
IV.5.6.1. Interprétation	71
IV.6. CONCLUSION	72
CONCLUSION GENERALE	73
Bibliographie	

Liste des figures

Chapitre I

Figure I.1. Représentation de la loi hyperbolique (Kondner, 1963)7
Figure I.2. Représentation de la courbe de cisaillement pour les phases de déchargement-
rechargement du modèle hyperbolique8
Figure I.3. Représentation de la courbe de cisaillement pour les phases de chargement du
modèle hyperbolique
Figure I.4. Illustration des paramètres de la loi de Hardin et Drnevich (Hardin et Drnevich,
1972)
Figure I.5. Évolution du module de cisaillement sécant (d'après Hardin et Drnevich, 1972)
Figure I.6. Etat limite et etat critique dans le plan (ln p, e)
Figure I.7. Représentations du modèle Cam-Clay : (a) dans le plan deviatorique, 17
Figure I.8. Représentations du modèle Cam-Clay modifié : (a) dans le plan deviatorique, 17
Figure I.9. Representation des surfaces de charge dans le plan (p,q)

Chapitre II

Figure II.1. Courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb	22
Figure II.2. Pyramide de Mohr-Coulomb tracée pour c=0	22
Figure II.3. Définition du module à 50 % de la rupture	23
Figure II.4. Représentation du Hardening Soil Model dans le repère contrainte-défor	mation
	25

Liste des figure

Figure II.5. Forme de surface de charge H.S.M	. 26
Figure II.6. Surface de rupture pour le Hardening soil model cas d'un sol non cohérent	. 26
Figure II.7. Définition du module œdométrique tangent	. 28
Figure II.8. Définition de l'angle de dilatance	. 28
Figure II.9. Différentes représentations lors d'un essai œdométrique	. 30
Figure II.10. Surface de rupture pour un soft soil model SSM	32

Chapitre III

Figure III.1. Détermination des paramètres c et φ	
Figure III.2. Détermination des paramètres E_i et $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$	
Figure III.3. Détermination des paramètres n et K _h	
Figure III.4. Détermination de K _t	
Figure III.5. Détermination des paramètres m et K _b	
Figure III.6. Résultats expérimenteaux des essais triaxiaux drainés	
Figure III.7. Résultats expérimenteaux des essais triaxiaux drainés	
Figure III.8. Détermination de c et φ	
Figure III.9. Détermination de E_i et $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ pour $\sigma_3 = 6$ MPa	41
Figure III.10. Détermination de K _h et n	
Figure III.11. Détermination de K _i pour $\sigma_3 = 8$ MPa	
Figure III.12. Détermination de K _b et m	44
Figure III.13. détermination de E_{50} pour $\sigma_3 = 6$ MPa	
Figure III.14. Géométrie du model	46
Figure III.15. Maillage du model	
Figure III.16. Condition aux limites hydrauliques	47
Figure III.17. Résultats de simulation des essais triaxiaux drainés (ε_1 , q)	

Liste des figure

Figure III.18. Résultats de simulation des essais triaxiaux drainés (p, q)	
Figure III.19. Détermination de c et φ	50
Figure III.20. détermination de E_i pour $\sigma_3 = 2$ MPa	51
Figure III.21. détermination de n etK _h	51
Figure III.22. détermination de K _i pour $\sigma_3 = 1$ MPa	53
Figure III.23. détermination de m et K _b	54
Figure III.24. Détermination de module E_{ur} pour $\sigma_3 = 8$ MPa	55

Chapitre VI

Figure IV.1. Géométrie et maillage en éléments finis
Figure IV.2. Tassement en surface
Figure IV.3. Déplacements horizontaux à l'axe de tunnel
Figure IV.4. Déplacements horizontaux par rapport à la profondeur de tunnel
Figure IV.5. (a) déplacements horizontaux à la naissance. (b) tassement à la naissance 63
Figure IV.6. (a) Déplacements horizontaux à la clé de tunnel. (b) Tassement à la clé de
tunnel
Figure IV.7. Influence de la cohésion C au déplacement horizontal à l'axe de tunnel 64
Figure IV.8. Influence de la cohésion C au tassement en surface
Figure IV.9. Influence de l'angle de frottement φ au déplacement horizontal a l'axe de
tunnel 66
Figure IV. 10. Influence de l'angle de frottement φ au tassement en surface
Figure IV.11. Influence de module E_{50} au tassement en surface
Figure IV.12. Influence de module E_{50} au déplacements horizontaux à l'axe de tunnel 67
Figure IV.13. Influence de coefficient de poisson v au déplacements horizontaux à l'axe de
tunnel

Liste des figure

Figure IV.14. Influence de coefficient de poisson v au tassement en surface
Figure IV.15. Influence de K ₀ au déplacements horizontaux à l'axe de tunnel
Figure IV.16. Influence de K ₀ au tassement en surface
Figure IV.17. Influence du rapport de rupture R _f au déplacements horizontaux à l'axe de
tunnel71
Figure IV.18. Influence du rapport de rupture R _f au tassement en surface

Liste des tableaux

Chapitre II

Tableau II.1. Valeur	s des paramètres	e compressibilité et de	α gonflement λ et k
----------------------	------------------	-------------------------	------------------------------------

Chapitre III

Tableau III.1. Valeurs des contraintes de confinement 38
Tableau III.2. Valeur de deviateur des contrainte a la rupture pour chaque essai
Tableau III.3. Résultats des calculs pour chaque essai triaxial simulé par le modèle
hyperbolique
Tableau III.4. détermination de R _f
Tableau III.5. Détermination du module de compressibilité volumique initial K _i
Tableau III.6. Valeur de module E50 pour chaque essai 45
Tableau III.7. Paramètres de modèle HSM
Tableau III.8. Valeurs de déviateur de contrainte à la rupture pour chaque essai
Tableau III.9. Résultats des calculs pour chaque essai triaxial simulé par le modèle
hyperbolique
Tableau III.10. détermination de R _f
Tableau III.11. Détermination du module de compressibilité volumique initial K _i
Tableau III.12. valeurs de module E _{ur} pour chaque essai
Tableau III.13. Résultats expérimentaux et numériques des paramètres hyperboliques 55
Tableau III.14. Valeurs des déviateurs à la rupture expérimentaux et numériques
Tableau III.15. Valeurs des déviateurs ultimes expérimentaux et numériques

Chapitre VI

Tableau IV.	L. Paramètres	des modèles	utilisées	(HSM et MC)61
-------------	---------------	-------------	-----------	------------	-----

Liste des symboles

- E : Module d'élasticité du sol (ou module de Young) ;
- E₅₀: Module d'élasticité correspondant à un niveau de 50% du déviateur de rupture ;
- E_{oed} : Module œdométrique ;
- e : Indice des vides ;
- C: Cohésion;
- G : Module de cisaillement ;
- ν : Coefficient de poisson ;
- C_u : Cohésion non drainé ;
- τ : Contrainte de cisaillement ;
- ϕ : Angle de frottement ;
- Ψ : Angle de dilatation
- vur : Coefficient de poisson en charge-décharge
- P' : Contrainte moyenne ;
- q : Contrainte déviatorique ;
- σ_1 : Contrainte totale majeure ;
- σ_3 : Contrainte totale mineure ;
- ϵ_v : Déformation volumique ;
- ϵ_1 : Déformation axiale ;
- K_0^{NC} : Coefficient de pression latérale (sol NC) ;
- λ^* : Indice de compression utilisé dans le modèle S.S.M et S.S.C.M ;
- κ^* : Indice de gonflement utilisé dans le modèle S.S.C.M ;

Liste des symboles

- μ^* : Paramètre de fluage utilisé dans le modèle S.S.C.M ;
- P_a : Pression de référence ;
- E_{*i*} : Module d'Young tangent initial ;
- R_f : Rapport de rupture ;
- γ : Déformation de cisaillement ;
- G_{max} : Module de cisaillement initial ou maximum ;
- τ_{max} : Résistance au cisaillement maximum ;
- G_s : Module de cisaillement sécant ;
- K_i : Module de compressibilité volumique initiale ;
- K_b, K_h, m, n :Sont des paramètres expérimentaux ;
- C_s : Indice de gonflement ;
- C_c : Indice de compressibilité ;



Introduction générale

L'un des principaux objectifs actuels de la recherche en géotechnique est d'améliorer la prévision des mouvements induits dans un massif de sol par les chargements qu'il subit, notamment lors de la construction d'un ouvrage. On cherche également à prévoir les effets potentiels des travaux sur les structures existantes en milieu urbain. Cette problématique constitue un enjeu majeur pour les ouvrages souterrains : la prédiction des tassements provoqués par le creusement d'un tunnel à faible profondeur et des dommages qui peuvent en résulter, fait l'objet d'une abondante littérature. De manière plus générale, les règlements de calcul des ouvrages tendent à imposer de vérifier que les déplacements induits par un projet restent dans des limites acceptables. Ces différents éléments imposent de faire progresser les méthodes de calcul des déplacements.

Le développement des outils numériques de calcul sur ordinateurs et les progrès réalisés dans le domaine de l'informatique ont permis de mettre au point des modèles rhéologiques et des algorithmes de résolution, conduisant à des modélisations qui prennent mieux en compte le comportement observé des terrains. Le modèle élastique de type hyperbolique [Duncan et al. 1980] en est un exemple type. Ce modèle a été développé pour décrire le comportement des sols fins pour lesquels l'état de contraintes dépend de l'état actuel des déformations et du chemin de contraintes suivi, mais le temps n'intervient pas de façon explicite ses paramètres sont complètement identifiables sur des essais usuels de laboratoire et faciles à mettre en œuvre dans les codes de calcul des ouvrages. Le Hardening Soil Model issu des lois hyperboliques introduit au début des années 2000 a été intégré dans de nombreux logiciels éléments finis pour la géotechnique et est progressivement devenu d'usage courant dans les ingénieries pour le calcul de toutes sortes d'ouvrages.

Notre étude est scindée en quatre chapitres :

Le premier est consacré à une étude de recherche bibliographique qui résume le tour d'horizon des différentes lois de comportement non linéaire de type hyperbolique appliquées surtout aux sols fins. Le deuxième chapitre constitue une brève présentation des lois implémentées dans le code calcul aux éléments finis Plaxis.

Quant au troisième chapitre, il traite la méthodologie à suivre pour l'identification des paramètres des lois tenant compte les non linéarités des sols de type hyperbolique notamment les paramètres de la loi de Duncan à partir des essais triaxiaux sur une marne à fort niveau de contrainte de confinement, ces paramètres seront ensuite implémentées dans le code calcul aux éléments finis Plaxis à travers le modèle HSM.

Et enfin le quatrième chapitre qui présente l'apport personnel proprement dit qui constitue la modélisation des lois hyperboliques avec une confrontation des résultats expérimentaux aux résultats numériques et en fin une application des lois hyperboliques au calcul de la convergence d'un tunnel dans un massif marneux homogène suivie d'une étude paramétrique montrant la sensibilité du modèle aux différents paramètres du massif.

Chapitre I

Recherche bibliographique sur les différentes lois hyperboliques

I.1. Introduction

Les études théoriques et expérimentales entreprises dans le domaine de la rhéologie des sols ont pour objectif, d'établir des règles et des lois de comportement pour les sols en vue de calcul des ouvrages. Pour être représentatives, ces lois doivent représenter le mieux possible l'ensemble des aspects de la réponse du sol aux sollicitations qu'on lui impose dans les essais in-situ, comme de laboratoire. Des formulations mathématiques diverses ont pu être établies pour caractériser le comportement des sols, mais leur validation expérimentale n'est pas toujours complète.

Les méthodes classiques de calcul des fondations et des ouvrages en terre admettent, en général, des géométries simplifiées (couche de sol homogène et isotrope, massif semi infini) et considèrent le sol se comporter comme un matériau rigide-plastique (calcul à la rupture), pour les calculs de stabilité, et élastique linéaire, pour les calculs de déformations.

Toutefois, l'expérience montre que le comportement linéaire des sols ne constitue qu'une approximation de leur comportement réversible.

Le développement de moyens d'essais plus performants (nouvelles techniques de mesure et d'asservissement des essais), a permis une meilleure compréhension du comportement mécanique des sols. Parallèlement, le développement des méthodes de calcul numérique sur ordinateur a permis de chercher des solutions beaucoup plus réalistes et générales, fondées sur un certain nombre de modèles rhéologiques et d'algorithmes de résolution des divers aspects du comportement des sols. Dans leur ensemble, ces modèles reposent sur des approches élastiques non-linéaires ou élastoplastiques permettant de décrire assez correctement le comportement des sols. Quant aux algorithmes de résolution, leur fiabilité et leur performance dépendent surtout de la méthode de calcul utilisée et des critères de convergence fixés.

Ce chapitre a pour objet de d'écrire et présenté les bases théoriques nécessaires à l'élaboration des modèles de comportement des sols (lois élastiques linéaires et non linéaires, lois élastoplastiques) et passe en revue quelques modèles de plus en plus d'usage courant dans la pratique de l'ingénieur chargé des études géotechniques (modèles hyperboliques, modèle Cam-Clay).

I.2. Modèles rhéologiques d'élasticité non linéaire

I.2.1. Modèles hyperélastiques

Les modèles hyperélastiques constituent la première catégorie de lois élastiques non linéaires. Un modèle est dit hyperélastique si la dissipation intrinsèque est toujours identiquement nulle. On peut alors montrer que la relation de comportement se met sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W(\varepsilon_{kl})}{\partial \varepsilon_{ij}}$$
[1.1]

Où W est l'énergie libre du matériau.

De la même façon, on peut définir une énergie complémentaire $\Omega(\sigma_{ij})$ qui est seulement fonction du tenseur de contrainte σ_{ij} , telle que :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \Omega(\sigma_{kl})}{\partial \sigma_{ij}}$$
[1.2]

Dans ces conditions, il ne peut y avoir production d'énergie pendant un chargement cyclique fermé. Un modèle hyperélastique est donc caractérisé à partir de la donnée de l'énergie libre $W(\varepsilon_{ij})$ ou de l'énergie complémentaire $\Omega(\sigma_{ij})$.

Il peut être utile de signaler que les équations 1.1 et 1.2 peuvent être écrites sous forme matricielle :

 $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$ [1.3]

$$\varepsilon_{ij} = D_{ijkl}\sigma_{kl} \tag{1.4}$$

Les tenseurs du quatrième ordre C_{ijkl} et D_{ijkl} dépendent des états actuels de déformation et de contrainte. Les équations 1.1 et 1.2 donnent par différentiation :

$$d\sigma_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} d\varepsilon_{kl} = H_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$$
[1.5]

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}} \quad d\sigma_{kl} = H'_{ijkl} d\sigma_{kl}$$
[1.6]

Où $d\sigma_{ij}$ et $d\epsilon_{ij}$ sont respectivement les tenseurs incrémentaux des contraintes et des déformations. Les composantes des matrices symétriques C_{ijkl} et D_{ijkl} correspondent finalement aux hessiens [H] et [H'] des fonctions W et Ω , respectivement.

I.2.2. Modèles hypoélastiques

I.2.2.1. Généralités

Les modèles de type hypoélastique constituent la seconde classe de modèles élastiques non linéaires. Ils ne dérivent pas, en général, d'une potentielle thermodynamique et sont plutôt issus de formulations empiriques basées sur l'expérience.

Les modèles hypoélastiques peuvent être utilisés pour décrire les relations incrémentales de comportement élastique non linéaire isotrope. La notion d'hypoélasticité consiste à faire l'hypothèse que l'incrément de contrainte dépend non seulement de l'incrément de déformation, mais également de la contrainte elle-même. L'équation de comportement s'exprime alors sous la forme incrémentale suivante :

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\sigma_{mn})d\varepsilon_{kl}$$
[1.7]

Où C_{ijkl} représente le tenseur de comportement tangent.

Le comportement décrit par l'équation 1.7 est infinitésimalement réversible.

Toutefois, le comportement d'un matériau hypoélastique dépend généralement du chemin de chargement. Bon nombre de modèles basés sur des relations incrémentales ont été établis pour modéliser le comportement non linéaire des sols, des roches et des bétons. Ces modèles ont été développés en se basant sur deux approches hypoélastiques :

- La plus courante consiste à formuler les relations de comportement du modèle élastique linéaire en introduisant une dépendance des modules sécants vis-à-vis des invariants de contrainte ou de déformations,
- La deuxième approche est basée sur une linéarisation par morceau des courbes contraintes-déformations. Ces lois sont dites quasi linéaires (Desai et Siriwardane, 1984). La loi de Hooke est appliquée sur chaque plage de contraintes avec des coefficients tangents K_t et G_t , ou E_t et v_t , différents. D'une manière générale, les coefficients sont exprimés par des fonctions continues de l'état des contraintes. L'expression de ces lois est alors la suivante :

$$d\sigma_{ij} = \frac{E_t}{1+\nu_t} d\varepsilon_{ij} + \frac{\nu_t E_t}{(1+\nu_t)(1-2\nu_t)} d\varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$
[1.8]

$$d\sigma_{ij} = 2G_t d\varepsilon_{ij} + \left(K_t - \frac{2}{3}G_t\right) d\varepsilon_{kk}\delta_{ij}$$
[1.9]

Lee (1974) a recensé une grande quantité des modèles hypoélastiques disponibles dans la littérature.

I.2.2.2. Exemples de modèles hypoélastiques

Pour l'analyse du comportement non linéaire des sols, certains modèles sont mathématiquement fondés sur une représentation de la relation contrainte-déformation à partir d'une courbe hyperbolique ou parabolique. On examine des modèles hyperboliques :

Les modèles de Duncan, construit sur une formulation utilisant le module d'Young tangent E_t et le coefficient de Poisson tangent v_t , et le modèle de Hardin et Drnevich, utilisant le module de cisaillement.

I.3. Modèles hyperboliques

I.3.1. Représentation de model hyperbolique

Pour décrire le comportement non linéaire des sols, Kondner (1963) a proposé une loi hyperbolique de la forme :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}}$$
[1.10]

Dans laquelle σ_1 et σ_3 désignent les contraintes principales respectivement majeure et mineure, la déformation axiale, E_ile module d'Young initial et $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ et la valeur asymptotique de la contrainte deviatorique.



Figure I.1 Représentation de la loi hyperbolique (Kondner, 1963)

I.3.2. Les déférents modèles hyperboliques

I.3.2.1. Model hyperbolique Duncan et Chang

Duncan et Chang (1970) complètent la loi de Kondner en y introduisant le module tangent initial proposé par Janbu (1963) :

$$E_{i} = K_{h} P_{a} \left(\frac{\sigma_{3}}{P_{a}}\right)^{n}$$
[1.11]

Où K_het n désignent des paramètres expérimentaux et P_a est une pression de référence.

Le model de Duncan et Chang (1970) est basé sur une loi d'élasticité non linéaire de type hyperbolique entre le déviateur des contraintes et la déformation axiale et sur un critère de rupture de type Mohr-Coulomb. Il est défini en tout point matériel par un module d'Young Tangent Et pour la phase de chargement (figure I.2)et un module d'Young E_{ur} pour la phase de chargement (figure I.3).



Figure I.3 Représentation de la courbe de cisaillement pour les phases de chargement du modèle hyperbolique





Ces paramètres sont donnés en fonction de l'état de contraintes principales par les expressions suivantes :

$$E_{t} = \left[1 - \frac{R_{f}(1 - \sin\phi)(\sigma_{1} - \sigma_{3})}{2(\cos\phi + \sigma_{3}\sin\phi)}\right]^{2} E_{i}$$
[1.12]

et

$$E_{ur} = K_{ur} P_a \left(\frac{\sigma_3}{Pa}\right)^n$$
[1.13]

Dans lesquelles E_i désigne le module d' Young tangent initial, c et ϕ la cohésion et l'angle de frottement du sol.

$$R_{f} = \frac{(\sigma_{1} - \sigma_{3})_{r}}{(\sigma_{1} - \sigma_{3})_{ult}}$$
[1.14]

Le rapport de rupture compris entre 0.7 et 1, tel que :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_r = \frac{c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$
[1.15]

Et K_{ur} un paramètre expérimental et v le coefficient de poisson supposé constant.

I.3.2.2. Le modèle hyperbolique Kulhawy et Duncan

Une autre version du modèle, prend en compte la variation du coefficient de poisson tangent v_t . Ce paramètre peut être déduit de la relation entre la déformation axiale ε_1 et la déformation radiale ε_3 . De plus, ils ont supposé que le coefficient initial v_i s'exprime en fonction de la contrainte principale mineure σ_3 par la relation suivante :

$$\nu_{i=} G^* - F^* Lg\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)$$
[1.16]

Où F* et G* désignent des paramètres expérimentaux.

Ceci conduit à l'expression suivante :

$$\nu_{t} = \frac{\nu_{i}}{\left[1 - \frac{(\sigma_{1} - \sigma_{3}) d}{E_{t}}\right]^{2}}$$
[1.17]

Dans laquelle Et désigne le module d'Young et d'un paramètre expérimental.

I.3.2.3. Le modèle hyperbolique Duncan et al

Une autre version de modèle (Duncan et al,1980), dans laquelle le module de compressibilité volumique tangent K_t est donné par la relation suivante :

$$K_{t} = K_{b} P_{a} \left(\frac{\sigma_{3}}{P_{a}}\right)^{m}$$
[1.18]

Où K_b et m désignent des paramètres expérimentaux et où le coefficient de poisson tangent v_t s'exprime par la relation suivante :

$$v_{t} = \frac{3Kt - Et}{6Kt}$$
[1.19]

La relation incrémentale contrainte –déformation correspondant à ce modèle est donnée par l'expression matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} = \frac{E_t}{(1+\nu_t)(1-2\nu_t)} \begin{bmatrix} 1-\nu_t & \nu_t & 0 \\ \nu_t & 1-\nu_t & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_t}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{bmatrix}$$
[1.20]

Le mdèle hyperbolique de Duncan et al ,(1980) est caractèrisé par neuf paramètres : φ , c, R_f, n, K_{ur}, K_b, m et P_a.La dètermination de ces paramètres nècessite l' analyse des rèsultas des essais triaxiaux de cisaillement drainè.

I.3.2.4. Modèle hyperbolique de Hardin et Drnevich

Hardin et Drnevich (1972) ont construit leur modèle en mettant l'expression hyperbolique proposée par Kondner (1963) sous la forme d'une relation entre la contrainte de cisaillement τ et la déformation de cisaillement γ :

$$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{\gamma}{\tau_{\max}}}$$
[1.21]

où G_{max} représente le module de cisaillement initial ou maximum et τ_{max} la résistance au cisaillement maximum.

Les auteurs ont introduit la notion de déformation de cisaillement de référence γ_r :

$$\gamma_{\rm r} = \frac{\tau_{\rm max}}{G_{\rm max}}$$
[1.22]

La relation 1.21 montre que le module de cisaillement sécant $G_s=\tau\!/\gamma\,est$ alors égal à :

$$G_{s} = \frac{G_{max}}{1 + \frac{\gamma}{\gamma r}}$$
[1.23]

Hardin et Drnevich (1972) ont proposé une expression similaire, mais plus complexe, pour le module de cisaillement sécant Gs :

$$G_{s} = \frac{G_{max}}{1 + \gamma_{h}}$$
[1.24]

Avec

$$\gamma_{h} = \frac{\gamma}{\gamma_{r}} \left[1 + a \exp\left(-b\frac{\gamma}{\gamma_{r}}\right) \right]$$
[1.25]

où a et b sont des paramètres déduits de résultats d'essais. Le modèle de Hardin et Drnevih est illustré sur la figure I.4 et la figure I.5 montre que l'expression 1.24 traduit une décroissance du module de cisaillement par rapport à la déformation de cisaillement.



Figure I.4 Illustration des paramètres de la loi de Hardin et Drnevich (Hardin et Drnevich, 1972)



Figure I.5 Évolution du module de cisaillement sécant (d'après Hardin et Drnevich, 1972)
I.4. Modèles Cam-Clay et Cam-Clay modifié

Le modèle Cam-Clay (Roscoe et al., 1963) et le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) ont été développés pour décrire le comportement des argiles normalement consolidées ou faiblement surconsolidées. La formulation de ces modèles est décrite cidessous. On explique dans un premier temps le concept d'état limite et d'état critique, puis on donne les relations contraintes-déformations en élasticité et élastoplasticité. La formulation de ces modèles est basée sur les conditions de l'essai triaxial conventionnel.

I.4.1. Concept d'état limite et d'état critique

Les essais de consolidation isotrope et les essais triaxiaux sur des argiles reconstituées en laboratoire permettent d'introduire les concepts d'état limite et d'état critique.

I.4.1.1. Etat limite en compression isotrope

On reporte les résultats d'un essai de compression isotrope dans le plan (ln p, e), où e est l'indice des vides : on obtient des courbes qui peuvent être assimilées à des droites (figure I.6).

On appelle courbe vierge isotrope, la courbe de chargement obtenue au cours de l'essai de compression isotrope. Le long de cette courbe, le sol est normalement consolidé et se trouve à l'état plastique. Elle est généralement représentée par l'équation suivante :

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_{\lambda} - \lambda \ln \mathbf{p} \tag{1.26}$$

La courbe de déchargement-rechargement schématise un cycle de déchargementrechargement. Le sol est surconsolidé et se trouve dans un état élastique non linéaire. L'équation de cette courbe est la suivante :

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_{\kappa} - \kappa \ln \mathbf{p} \tag{1.27}$$

Dans les relations 1.26 et 1.27, λ et κ représentent respectivement les pentes de la courbe vierge isotrope et de la courbe de déchargement-rechargement (κ est aussi appelé coefficient de gonflement), e_{λ} et e_{κ} correspondent à des indices des vides obtenus pour une pression de référence de 1 kPa. λ et κ peuvent être reliés respectivement à l'indice de compression C_c ($\lambda = C_c / \ln 10$) et à l'indice de décompression-recompression C_c ($\kappa = C_s / \ln 10$) déduits d'un essai œdométrique classique.



Figure I.5 Etat limite et etat critique dans le plan (ln p, e)

Les points A et B sont des points de passage d'un état de comportement élastique à un état de comportement plastique. Ce sont des points d'état limite.

La figure I.6 montre que la quantité e_{κ} évolue au cours du chargement et qu'elle est liée à la limite du domaine d'élasticité actuel. Cette quantité peut donc être utilisée comme paramètre d'écrouissage dans la description de l'essai de compression isotrope (e_{κ} est aussi noté e_p). ex apparaît alors comme l'indice des vides après déchargement, on peut donc le qualifier d'indice des vides irréversible ou plastique.

I.4.1.2. Etat critique en compression triaxiale

Les résultats expérimentaux obtenus sur des argiles reconstituées au cours d'un essai triaxial montrent que, lorsque l'éprouvette atteint le palier d'écoulement plastique, le matériau se trouve dans un état caractérisé par une non variation de volume par rapport à un rapport de contraintes q/p constant, cependant la déformation déviatorique plastique peut augmenter indéfiniment. Cet état est appelé « état critique » et est déterminé par les équations suivantes :

$$q = M p$$
 [1.28]

$$\mathbf{e} = \mathbf{\Gamma} - \lambda \ln \mathbf{p} \tag{1.29}$$

Où M et Γ sont des paramètres de la loi. Pour un essai triaxial de compression, M est défini par :

$$M = \frac{6\sin\phi}{3-\sin\phi}$$
[1.30]

où φ est l'angle de frottement.

L'étude expérimentale montre également que, dans le plan (ln p, e), la courbe d'état critique est parallèle à la courbe vierge isotrope, obtenue au cours d'un essai de compression isotrope (voir figure I.6).

I.4.2. Modélisation des déformations élastiques

Lorsque l'état actuel de contrainte se trouve à l'intérieur de la surface de charge, le comportement est purement élastique et la relation contrainte-déformation élastique peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} d\varepsilon_{v}^{e} \\ d\varepsilon_{d}^{e} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{cases} dp \\ dq \end{cases}$$
 [1.31]

Le module de compression K est déterminé à partir d'un essai triaxial isotrope (cycle de déchargement-rechargement de la figure I.6) ou œdométrique. Compte tenu de :

$$de = \kappa \frac{dp}{p}$$
[1.32]

et de la relation :

$$d\varepsilon_{\rm V}^{\rm e} = \frac{de}{1+e_0}$$
[1.33]

il est facile de voir que :

$$K = \frac{1 + e_0}{\kappa} p$$
 [1.33]

Où e_0 est l'indice des vides initial. Dans ces conditions, le module de compression élastique n'est pas constant.

Pour le choix du module de cisaillement, on trouve deux types de formulations : G peut être constant ou bien exprimé en fonction de K et v ; dans ce dernier cas, G dépend de la contrainte moyenne effective p :

$$G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \frac{(1+e_0)}{\kappa} P$$
[1.34]

Il faut noter que ces relations ont été établies sans tenir compte de la nullité de la dissipation intrinsèque au cours de l'évolution des déformations élastiques.

I.4.3. Modélisation des déformations élastoplastiques

Les modèles Cam-Clay reposent sur les hypothèses que le principe du travail maximal est vérifié et que la règle d'écoulement est associée. Sur la base des données expérimentales en compression isotrope et en compression triaxiale, deux formulations ont ainsi été proposées : le modèle Cam-Clay original (Roscoe et al., 1963), dans lequel le critère est donné par :

$$f = q + M p \ln\left(\frac{P}{P_c}\right) = 0$$
[1.35]

et le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968), avec la surface de charge suivante :

$$f = q^2 + M^2 (p^2 - pp_c) = 0$$
[1.36]

Les surfaces de charge correspondantes sont schématisées sur les figures I.7 et I.8



Figure I.6 Représentations du modèle Cam-Clay : (a) dans le plan deviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales (Lee,1994)



Figure I.7 Représentations du modèle Cam-Clay modifié : (a) dans le plan deviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales (Lee,1994)

La règle d'écoulement associée (f = g) s'écrit :

$$d\varepsilon_v^p = \lambda \ \frac{df}{dp}$$
[1.37]

$$d\varepsilon_d^p = \lambda \ \frac{df}{dp}$$
[1.38]

La condition de cohérence df = 0 si $\lambda > 0$ permet de donner explicitement la forme de la loi d'écrouissage. La loi d'écrouissage pour une surface de charge initiale passant par le point (p_{c0} , 0) dans le plan (p, q) est donnée par la relation :

$$p_{c} = p_{c0} \left(\alpha_{p} \varepsilon_{v}^{p} \right)$$
 evec $\alpha_{p} = \frac{1 + e_{0}}{\lambda - \kappa}$ [1.39]

où p_c représente la pression de préconsolidation et e_0 l'indice des vides initial ; il correspond à la pression de préconsolidation initiale p_{c0} (figure I.9).





Figure I.8 Representation des surfaces de charge dans le plan (p,q)

Pour un essai à l'appareil triaxial, les expressions générales des incréments de déformations élastoplastiques peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} d\varepsilon_{v} \\ d\varepsilon_{d} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa} + \psi H_{p} & H_{p} \\ H_{p} & \frac{1}{3G} + \frac{H_{p}}{\psi} \end{bmatrix} \begin{cases} dp \\ dq \end{cases}$$
 [1.40]

avec, pour le modèle Cam-Clay :

$$H_{p} = \frac{1}{\alpha_{p} PM}$$
[1.41]

et pour le modèle Cam-Clay modifié :

$$H_{p} = \frac{2\eta}{\alpha_{p} P(M^{2} + \eta^{2})}$$
[1.42]

Hp est le paramètre d'écrouissage et η est le rapport de contrainte q/p.

Les lois de comportement Cam-Clay et Cam-Clay modifié comportent alors sept paramètres : e_{λ} , λ , κ , M, e_0 , v et p_{c0} . Le paramètre Γ est donné par la relation :

$$\Gamma = \mathbf{e}_{\lambda} - \lambda + \kappa \tag{1.43}$$

I.5. CONCLUSION

Le comportement des sols, peut être défini par des lois phénoménologiques capables de simuler assez bien correctement leur réponse aux sollicitations qu'on leur impose.

L'établissement d'une loi de comportement, pour un sol donné, est indispensable pour la résolution numérique des problèmes rencontrés dans le calcul des fondations et des ouvrages en terre.

Les modèles développés, aussi divers par leur formulation mathématique que par leur base expérimentale, se distinguent surtout par le nombre et le type de paramètres qui les caractérisent. Les modèles performants sont ceux définis par un nombre restreint de paramètres facilement identifiables en laboratoire sur des essais classiques.

Dans leur ensemble, les modèles présentés dans ce chapitre (les modèles hyperboliques et le modèle Cam-clay) permettent de représenter de façon satisfaisante le comportement des massifs de sols sous sollicitations homogènes.

Chapitre II

Lois implémentées dans le code calcul aux éléments finis Plaxis

II.1. Introduction

Les modèles de comportement de sols sont très nombreux ; depuis le modèle élastique plastique de Mohr-Coulomb jusqu'aux lois de comportement les plus sophistiquées permettant de décrire presque tous les aspects du comportement élasto-visco-plastique des sols. Ces modèles ont été développés dans le but d'être intégrés dans les calculs par éléments finis. La modélisation par éléments finis permet de résoudre le problème aux limites en tenant compte du comportement réel du sol. Deux difficultés majeures ont empêché la réalisation complète de ce schéma : d'une part les lois de comportement qui décrivent bien le comportement, des études spécifiques lourdes sortant du cadre des projets d'ingénierie même complexe. La validation des lois de comportement a fait l'objet, dans les année 80 de plusieurs ateliers pour comparer les réponses des différents modèles sur différents chemins de sollicitation (colloque de Villard de l'an (1984), colloque de Cheveland (1987) ...). La seconde difficulté a été l'intégration de ces lois de comportement dans des codes de calcul par éléments finis, bi ou tridimensionnels. Peu de codes sont opérationnels actuellement, avec des lois sophistiquées. Le coût de ces calculs est généralement important.

La démarche suivie dans le développement du code Plaxis est différente. Un des objectifs de Plaxis est de fournir à l'utilisateur un code d'élément finis, permettant de traiter des problèmes géotechnique réels, dans un délais raisonnable en utilisant des modèles de comportement de sols dont les paramètres puissent être déterminer à partir d'une étude géotechnique normale. En ce sens, Plaxis peut apparaître comme une « règle de calcul »de l'ingénieur géotechnicien. C'est pourquoi les différents modèles de comportement utilisés dans Plaxis sont des modèles qui peuvent apparaître simple, voire simplistes, mais qui sont efficients quand ils sont utilisés dans des cas adaptés.

Pour traiter un problème de soutènement (paroi moulée, palplanche, ... etc.), il est tout à fait adapté de considérer le sol comme élastoplastique et le modèle de Mohr-Coulomb sera bien adapté dans ce cas ; on rejoint ici le calcul des soutènements par les méthodes élastoplastiques de coefficient de raideur. Mais pour traiter d'une construction de remblai sur sols mous, avec chargement par étapes et consolidation, il faut tenir compte de l'écrouissage. Le matériau se consolide et il est plus adapté d'utiliser le Soft Soil Model qui prend en compte cette évolution du matériau. Pour un calcul d'écoulement, il suffit de prendre un matériau élastique, mais on peut avoir à coupler écoulement et déformation ; dans ce cas un modèle élastoplastique peut être justifié.

Les règles d'or dans le domaine de la simulation du comportement d'un ouvrage sont :

- Quel est le comportement principal à modéliser ?

- Utiliser un modèle qui décrive ce comportement.

- Interpréter les résultats, notamment en fonction des paramètres de la modélisation.

En ce sens, la modélisation numérique ne fournit sous une autre forme que les données du problème posé.

II.2. Les Différents modèles de comportement intégré dans le code plaxis

Parmi les modèles de comportements intégrés dans le code de calcul aux éléments finis plaxis le modèle de Mohr-Coulomb ainsi que les deux modèles non linéaire, le modèle de sol avec écrouissage (HSM) et le modèle pour les sols mous (SSM).

II.2.1. Le modèle de Mohr-Coulomb (M.C)

Le comportement de Mohr-Coulomb présente un comportement élastique parfaitement plastique sans écrouissage. Il a une grande utilisation dans la géotechnique vu les résultats obtenus dans les calculs. Dans le plan de Mohr, la droite intrinsèque est représentée par :

 $\tau = \sigma_n \tan \phi + c$

Où σ_n et τ sont respectivement les contraintes normales et de cisaillement, et c et φ respectivement la cohésion et l'angle de frottement du matériau (figure II.1).



Figure II.1 Courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb

Le critère de Coulomb à trois dimensions suppose que la contrainte intermédiaire n'intervient pas. La forme du critère est celle d'une pyramide irrégulière construite autour de la trisectrice.



Figure II.2 Pyramide de Mohr-Coulomb tracée pour c=0

Le modèle demande la détermination de cinq paramètres (figure II.2). Les deux premiers sont E et v (paramètres d'élasticité). Les deux autres sont c et ϕ , respectivement. Ce sont :

Le module de Young

Paramètres classiques de la géotechnique, certes souvent fournis par des essais de laboratoires, mais nécessaires à des calculs de déformation ou de stabilité. Le choix d'un module de déformation est un des problèmes les plus difficiles en géotechnique. Le module de Young varie en fonction de la déformation et en fonction de la contrainte moyenne. Dans le modèle de Mohr-Coulomb, le module de déformation est constant. Ce module nécessite des essais spéciaux. Il est conseillé de prendre un module « moyen », par exemple celui correspondant à un niveau de 50 % du déviateur de rupture (Figure II.3).



Figure II.3 Définition du module à 50 % de la rupture

L'utilisateur doit rester conscient de l'importance du choix du module qu'il prendra en compte. Il n'y a là rien d'étonnant et la même question se retrouve par exemple dans tout calcul classique de fondation, par exemple.

Le coefficient de poisson

On conseille une valeur de 0.2 à 0.4 pour le coefficient de poisson. Pour des sols incompressibles, le coefficient de poisson s'approche de 0.5 sans que cette valeur soit utilisable.

L'angle de frottement

Plaxis ne prend pas en compte une variation d'angle de frottement avec la contrainte moyenne. L'angle de frottement à introduire est soit l'angle de frottement « de pic » soit l'angle de frottement de palier.

La cohésion

Il peut être utile d'attribuer, même à des matériaux purement frottant, une très faible cohésion (0.2 à 1kpa) pour des questions numériques. Pour les analyses en non drainé avec $\varphi_u = 0$, Plaxis offre l'option de faire varier la cohésion non drainée avec la profondeur :

Ceci correspond à la croissance linéaire de la cohésion en fonction de la profondeur observée dans des profils au scissomètre ou en résistance de pointe de pénétromètre. Cette option est réalisée avec le paramètre C-depth.

L'angle de dilatance

Le dernier paramètre est l'angle de « dilatance » note ψ ; c'est le paramètre le moins courant. Il peut cependant être facilement évalue par la règle (grossière) suivante :

$$\psi = \varphi - 30^{\circ} \qquad \text{pour } \varphi > 30^{\circ} \qquad [2.1]$$

$$\psi = 0 \qquad \text{pour } \varphi < 30^{\circ} \qquad [2.2]$$

- Les cas ou $\psi < 0$ correspond à des sables très lâches.

- La valeur $\psi = 0$ correspond à un matériau élastique parfaitement plastique, ou il n'y a donc pas de dilatance lorsque le matériau atteint la plasticité. C'est souvent le cas pour les argiles ou pour les sables de densité faible ou moyenne sous contraintes assez fortes.

II.2.2. Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model (H.S.M))

Le modèle de sol avec écrouissage (H.S.M) a pour objet d'améliorer le modèle de Mohr-Coulomb sur différents points, il s'agit essentiellement :

- De prendre en compte l'évolution du module de déformation lorsque la contrainte augmente : les courbes œdométriques en contraintes-déformation ne sont pas des droites.

- De prendre en compte l'évolution non linéaire du module de déformation lorsque le cisaillement augmente : le module E_{50} n'est pas réaliste : il y a une courbure des courbes effort-déformation avant d'atteindre la plasticité.

- De tenir compte de la dilatance qui n'est pas indéfinie.

On pourrait dire que ce modèle est un dérivé du modèle hyperbolique de Duncan-Chang car il en reprend et améliorant les formulations hyperboliques des courbes effort-déformation.

Courbes effort-déformation

$$-\mathcal{E}_{1} = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - \frac{q}{q_{a}}}$$
[2.3]

Et avec :

$$q_f = (Ccot\phi - \sigma'_3) \frac{2sin\phi}{1-sin\phi}$$
 et $q_a = \frac{q_f}{R_f}$ [2.4]

Les modules

$$E_{50} = E_{50}^{\text{ref}} \left(\frac{\text{Ccot}\phi - \sigma_{3}}{\text{Ccot}\phi + P_{\text{ref}}} \right) \qquad \text{Avec} \qquad P_{\text{ref}} = 100 \text{ (KPa)}$$
[2.5]

Le paramètre R_f est analogue à celui introduit par Duncan.

Pour la décharge on prend :

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{C \cot \varphi - \sigma_{3}}{C \cot \varphi + P_{ref}} \right)$$
[2.6]

La figure II.5 redonne ces définitions :

deviatoric stress



Figure II.3 Représentation du Hardening Soil Model dans le repère contrainte-déformation

La surface de charge

En fonction du paramètre d'écrouissage, on obtient alors dans le plan (q-p) la forme des surfaces de charge (figure II.6).



Figure II.4 Forme de surface de charge H.S.M





II.2.2.1. Paramétres de HSM

Paramètres de Mohr-Coulomb	
C : Cohésion (effective)	[KN/m ²]
φ : Angle de frottement effectif	[°]
Paramètres avancés	
ψ : Angle de dilatation	[°]
Paramètres de rigidité	
E ^{ref} ₅₀ : Module sécant dans un essai triaxial	[KN/m ²]
E ^{ref} _{oed} : Module sécant dans un essai œdométrique	[KN/m ²]
m : puissance (environ 0.58 pour les sables)	[-]
Paramètres avancés	
E_{ur}^{ref} : module en décharge (par dèfaut $E_{ur}^{ref} = 4 E_{50}^{ref}$)	[KN/m ²]
v_{ur} : Coefficient de poisson en décharge recharge	[-]
(Par défaut $v_{ur} = 0.2$)	
P_{ref} : Contrainte de référence (par défaut $P_{ref}=100$)	[KN/m ²]
$\mathrm{K_0^{NC}}$: $\mathrm{K_0}$ -consolidation (par défaut $\mathrm{K_0^{NC}}$ =1- sin φ)	[-]
R_f : Coefficient a la rupture q/q _a (par défaut $R_f = 0.9$)	[KN/m ²]
$\sigma_{tension}$: Résistance à la traction (par défaut $\sigma_{tension} = 0$)	[KN/m ²]
C _{incrément} : par défaut =0	[KN/m ²]

La définition du module oedométrique tangent est donnée sur la figure (II.7) et celle de la dilatance (éventuellement) sur la figure (II.8).



Figure II.6 Définition du module œdométrique tangent



Figure II.7 Définition de l'angle de dilatance

II.2.3. Modèle pour sols mous (Soft Soil Model (S.S.M))

Ce modèle est un modèle dérivé du modèle de Cam-Clay. Historiquement le modèle de Cam-Clay a été développé à Cambridge dans les années 60 par Roscoe, Schoffield et al.

L'idée de base de ce modèle est de prendre en compte l 'effet d'écrouissage que provoque sur les argiles. Sous l'effet d'une pression moyenne, la teneur en eau diminue et l'argile devient Plus résistante. Il s'agit d'un modèle élasto-plastique avec une surface de charge. Sous la surface de charge, le matériau reste élastique.

Les paramètres de compressibilité

Les deux paramètres C_c et C_s décrivent le comportement œdométrique ou isotrope observé dans des essais de laboratoire : ce seront les deux paramètres de base réglant la position des lignes de consolidation. L'axe des contraintes est tracé en logarithme naturel, ce qui conduit à modifier la définition de C_c et C_s en λ et K dans ce cas, l'axe des ordonnées est l'indice des vides. Il peut être judicieux de remplacer l'indice des vides par la déformation volumique (identique à la déformation axiale dans l'essai œdométrique).

On utilise alors λ^* et K*. Dans ce cas, l'indice des vides variable apparaît dans les expressions du tableau (II.1). Il peut dans la majorité des cas être pris constant, et égal à la valeur initiale. Les relations avec les paramètres du modèle de Cam-Clay sont indiquées dans le tableau (II.1).

Relation avec l'indice des	(1) $\lambda = \lambda / (1+e)$	(2) K*=K/(1+e)
vides.		
Relation avec les	(3) $\lambda^{*=1/C_{p}}$	(4) $K^{*}=(1-v_{ur})/(1-v_{ur}).3/C_{p}$
paramètres « Hollondais »		
Relation avec les l'indices	(5) $\lambda = C_c / 2, 3(1+e)$	(6) K*=1,3(1- ν_{ur})/(1- ν_{ur}). C _s /(1+e)
des compressibilités et de		
gonflement.		

Tableau II.1 Valeurs des paramètres de compressibilité et de gonflement λ	et k
--	------

La figure ci-dessous résume les différentes définitions des paramètres.



Figure II.9 Différentes représentations lors d'un essai œdométrique

➢ La cohésion

Une cohésion effective peut être introduire dans le S.S.M. Elle peut être nulle.

Paramètre de frottement

On rentre directement les valeurs de cohésion et d'angle de frottement.

Paramètre de dilatance

Il est calculé automatiquement à partir de l'angle de dilatance : normalement, dans les sols mous celui-ci est faible et la valeur nulle est proposée par défaut.

Paramètre de contrainte K₀

Le paramètre M est calculé à partir de K_0 par la formule ci-dessous :

$$M = 3 \sqrt{\left[\frac{(1-K_0^{NC})^2}{(1+2K_0^{NC})} + \frac{(1-K_0^{NC})(1-2\nu_{ur})(\lambda^*/k^*-1)}{(1+K_0^{NC})(1-2\nu_{ur})\lambda^*/k^*-(1-K_0^{NC})(1+2\nu_{ur})}\right]}$$
[2.7]

$$M = 3 - 2.8 K_0^{NC}$$
[2.8]

Ceci permet de définir la forme de la surface d'écrouissage dans le plan p-q.

Coefficient de poisson

Dans les modèles de Cam-Clay et dérivés (dont le SSM), le coefficient de poisson est un Paramètre élastique important. Dans une charge-décharge œdométrique, c'est ce paramètre Qui fait que les contraintes horizontales diminuent moins vite que les contraintes verticales. Ce n'est donc pas le coefficient de Poisson qui pourrait être relié à une valeur de K_0 mais une Valeur plus faible, typiquement 0,1 ou 0,2.

$$\frac{\nu_{\rm ur}}{(1-\nu_{\rm ur})} = \frac{\Delta\sigma_{\rm xx}}{\Delta\sigma_{\rm yy}}$$
[2.9]

Dans Plaxis la valeur de v_{ur} est prise de 0,15.

Prise en compte de la surconsolidation

Plaxis calcule la pression de préconsolidation pc à partir des données. Si un matériau est surconsolidé, il est possible de prendre en compte le degré de surconsolidation (OCR) ou le poids des terres de préconsolidation (POP) (Pre Overbuden Pressure).

II.2.4. Les paramètres nécessaires au SSM

 λ^* : Indice de compression

 k^* : Indice de gonflement

C : Cohésion

 φ : Angle de frottement

 Ψ : Angle de dilatance

Les paramètres avancés

 ν_{ur} : Coefficient de poisson en charge décharge

K^{NC}₀: Paramètre de contrainte

M : Paramètre lié à K₀



Figure II.8 Surface de rupture pour un soft soil model SSM

II.3. Conclusion

Ce rapide tour d'horizon des certains modèles utilisés dans PLAXIS montre qu'il s'agit de modèles suffisamment simples pour qu'il soit possible d'en déterminer les paramètres avec une étude géotechnique classique ou avec des corrélations. Il n'y a dans ces modèles aucun paramètre de calage ou sans signification physique comme on en rencontre souvent dans des modèles plus sophistiqués. Souvent la détermination des paramètres nécessite des techniques d'optimisation.

L'utilisateur doit se concentrer sur deux choix : l'un est inhérent à la géotechnique en général, l'autre concerne la simulation numérique.

La détermination des paramètres géotechniques à entrer dans PLAXIS n'est pas différente d'un choix de paramètres de calcul "manuel" pour un calcul de tassement ou de stabilité : à partir d'essais parcellaires, il est indispensable d'arriver à ce que l'on pourrait appeler un modèle géotechnique de terrain. Certains des paramètres sont différents dans leurs expressions, mais toujours reliés à des paramètres géotechniques classiques. Le paramètre le moins "courant" est vraisemblablement l'angle de dilatance.

Le choix du modèle de comportement dépend en fait du problème posé : soutènement,

tassement de remblai, fondation sur sol en pente, tunnel : quel modèle de comportement utiliser pour quel problème géotechnique ? La question n'est pas simple car il n'existe pas de modèle « universel"....

Chapitre III

Identification des paramètres de la loi hyperbolique adoptée

III.1. Introduction

La simulation numérique des essais triaxiaux est une approche rapide et pas couteuse. Elle est fondée sur une méthodologie simple pour la détermination des paramètres mécaniques de la plupart des lois de comportement des sols fins à partir d'une information rhéologique minimal et facilement accessible. Cette méthodologie basée sur une analyse de la représentation incrémentale d'un essai triaxial, consiste à établir l'expression analytique des tangentes données par le modèle de comportement considéré en tout point de la courbe déviateur-déformation axiale et de la courbe déformation volumique-déformation axiale sous réserve d'une bonne validation et d'honnêtes performance, les programmes de simulation numérique des essais triaxiaux peuvent constituer une sorte de préprocesseur des codes de calcul aux éléments finis et facilitent grandement la diffusion et l'utilisation des modèles de comportement plus complexes pour le dimensionnement des ouvrages.

Le but de ce chapitre est de déterminer les paramètres de la loi hyperbolique adoptée (Duncan et al) à partir de simulation des essais triaxiaux drainés et de faire une comparaison entre les résultats des paramètres expérimentaux et numériques.

III.2. Modèle hyperbolique et méthodologie de la détermination de ces neufs paramètres

Pour décrire le comportement non linéaire des sols, Kondner (1963) a proposé une loi hyperbolique de la forme :

$$(\sigma_{1-}\sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{a+b\varepsilon_1}$$
[3.1]

La détermination de a et b :

Lorsque ε_1 tend vers zéro (domaine des petites perturbations), on aura

$$(\sigma_{1-}\sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{a}$$
[3.2]

De la relation de Hooke :

$$\sigma = E\epsilon$$
 [3.3]

On obtient la relation suivante :

Chapitre III

$$a = \frac{1}{E_i}$$
[3.4]

Lorsque \mathcal{E}_1 est grand (domaine des grandes déformations) Le déviateur des contraintes $(\sigma_{1-}\sigma_3)$ tend vers $(\sigma_{1-}\sigma_3)_{ult}$.

De la relation
$$(\sigma_{1-}\sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{a+b\varepsilon_1}$$
 on écrit :

$$(\sigma_{1-}\sigma_{3}) = \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{1} \left[\frac{a}{\varepsilon_{1}} + b\right]}$$
[3.5]

On déduit :

t: $(\sigma_{1-}\sigma_3)_{ult} = \frac{1}{b}$

$$b = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}$$
[3.6]

Donc la relation [3.1] devient :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}}$$
[3.7]

Dans laquelle σ_1 et σ_3 désignent les contraintes principales respectivement majeure et mineure, ε_1 la déformation axiale, E_i le module d'Young initial et ($\sigma_{1-}\sigma_3$)_{ult} la valeur asymptotique de la contrainte déviatorique.

III.2.1.La détermination des paramètres par le modèle de Duncan et al, (1980)

Le modèle hyperbolique de Duncan et al, (1980) est caractérisé par neuf paramètres : $c, \phi, R_f, K_h, n, K_{ur}, K_b, m$ et P_a . La détermination de ces paramètres nécessite l'analyse des résultats d'essais triaxiaux de cisaillement drainés. Ils se déterminent comme expliqué ci- après.

a) Paramètres c et ϕ

La cohésion c et l'angle de frottement φ peuvent être déterminés graphiquement par les cercles de Mohr ou dans le plan $[(\sigma_1 - \sigma_3)/2, (\sigma_1 + \sigma_3)/2]$. Dans ce cas la corrélation des points finaux représentant l'état de la rupture donne une droite de pente θ et de d'ordonnée à l'origine α , d'où :



Figure III.1 Détermination des paramètres c et φ

b) paramètres k_hk_{ur} et n

La détermination de ces paramètres se fait en deux étapes : la première consiste à déterminer la valeur du module d'Young initial E_i pour chaque essai de cisaillement, par transformation de l'hyperbole en une droite (figure III.2) de pente $1/(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ et d'ordonnée à l'origine $1/E_i$, puis l'on déduit dans le plan $(lg\frac{\sigma_3}{P_a}, lg\frac{E_i}{P_a})$ les valeurs des paramètres K_h et n (figure III.3) .la droite obtenue présente une pente égale à n et une ordonnée à l'origine α . On déduit ensuite K_h .la valeur de K_{ur} est de même ordre de grandeur que celle de K_h .



Figure III.2 Détermination des paramètres E_i et $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$





c) paramètres K_bet m

Comme le montre les figures III.4 et III.5, les deux paramètres K_b et m peuvent êtres déterminés en suivant la même démarche pour la détermination de k_h et n.



Figure III.4 Détermination de K_t



Figure III.5 Détermination des paramètres m et K_b

III.3. Identification des paramètres de modèle hyperbolique par les essais triaxiaux

III.3.1. Partie expérimentale

Les essais triaxiaux drainés sont réalisés sur une marne grise, les contraintes de confinements pour chaque essai sont données dans le tableau (III.1).

Essai N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
σ ₃ (MPa)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

 Tableau III.1 Valeurs des contraintes de confinement



III.3.1.1. Résultats des essais expérimentaux

Figure III.6 Résultats expérimenteaux des essais triaxiaux drainés



Figure III.7 Résultats expérimenteaux des essais triaxiaux drainés

Essai N°	σ3	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rup}$
1	1	5.073
2	2	6.731
3	3	8.297
4	4	9.854
5	5	11.299
6	6	12.732
7	7	14.150
8	8	15.535
9	9	16.884
10	10	18.196

Tableau III.2 Valeur de deviateur des contrainte a la rupture pour chaque essai

a) Détermination de c et $\boldsymbol{\phi}$

Le critère de rupture de Mohr-coulomb représenté sur la figure III.7, est une droite de pente θ et d'ordonnée à l'origine α . Les paramètres de cisaillement déduits sont :

$$\phi = \arcsin(\tan \theta) = 25^{\circ}$$
, $\phi < 30^{\circ}$ Donc $\Psi = 0$



 $C = \alpha / \cos \phi = 1.1 \text{ MPa}$

Figure III.8 Détermination de c et ϕ

b) Détermination de K_h , K_{ur} et n

Ils ont été déterminés en deux étapes. On a d'abord cherché les valeurs du module d'Young initial E_i et le déviateur ultime $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ pour chaque essai triaxial de cisaillement (tableau III.1) par transformation de la courbe de cisaillement comme indiqué sur le diagramme de la figure III.8 pour l'essai n°6. On a ensuite reporté les valeurs de E_i sur le diagramme de la figure III.9 et l'on déterminé l'ordonnée à l'origine K_h et la pente n de la droite moyenne. On a déduit $K_h = K_{ur} = 1548.81$ et n = 0.25.

Essai N°	σ_3 (MPa)	E _i (MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ (MPa)
1	1	285.71	6.58
2	2	340	8.97
3	3	378	11.06
4	4	405	11.62
5	5	429	14.94
6	6	446.99	15.79
7	7	465.11	19.65
8	8	476.19	22.44
9	9	500	24.64
10	10	512.82	27.82

 Tableau III.3 Résultats des calculs pour chaque essai triaxial simulé par le modèle hyperbolique



Figure III.9 Détermination de E_i et $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ pour $\sigma_3 = 6$ MPa



Figure III.10 Détermination de K_h et n

c) Paramètre R_f

Le tableau III.4 donne les valeurs de R_f pour chaque essai triaxial de cisaillement ; le déviateur à la rupture $(\sigma_1 - \sigma_3)_{rup}$ étant calculé par le critère de rupture de Mohr-Coulomb. La valeur moyenne est $R_f = 0.73$.

Essai N°	$\sigma_3 (MPa)$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} (MPa)$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rup} (MPa)$	R _f
1	1	6.58	5,073	0.772
2	2	8.97	6,731	0,765
3	3	11.06	8,297	0,751
4	4	11.62	9,854	0,736
5	5	14.94	11,299	0,756
6	6	15.79	12,732	0,806
7	7	19.65	14,15	0,720
8	8	22.44	15,535	0,692
9	9	24.64	16,884	0,685
10	10	27.82	18,196	0,654

Tableau III.4 détermination de R_f

d) Détermination de K_b et m

Ils ont été déterminés en deux étapes. On a d'abord cherché les valeurs du module de compressibilité volumique initial K_i pour chaque essai triaxial de cisaillement simulé par le modèle de Duncan et al. (1980) (tableau III.5), comme indiqué sur la figure III.11 pour l'essai n° 8. On a ensuite reporté les valeurs de K_i sur la figure III.12 et l'on a déterminé l'ordonnée à l'origine K_b et la pente m de la droite moyenne. On en a déduit $K_b = 412.1$ et m = 0,44.

Essai N°	σ ₃ (MPa)	Ki
1	1	115.66
2	2	146.43
3	3	169.51
4	4	202.81
5	5	238.84
6	6	267.28
7	7	274.47
8	8	285.67
9	9	353.80
10	10	455.77

Tableau III.5 Détermination du module de compressibilité volumique initial *K_i*



Figure III.11 Détermination de K_i pour $\sigma_3 = 8$ MPa



Figure III.12 Détermination de K_b et m
III.3.1.2. Détermination de module E_{50} de chaque essai triaxial

Le tableau (III.6) présenté les valeurs de module E_{50} pour chaque essai calculer a partir de la courbe de déformation axial ε_1 en fonction de déviateur de contraint ($\sigma_1 - \sigma_3$) comme montré sur la figure (III.13) de l'essai n°6.

Essai N°	σ_3 (MPa)	E ₅₀ (MPa)
1	1	166.7
2	2	197.9
3	3	230
4	4	246.3
5	5	256.8
6	6	276.7
7	7	278.5
8	8	297.6
9	9	303.8
10	10	311.6

Tableau III.6 Valeur de module E_{50} pour chaque essai



Figure III.13 Détermination de E_{50} pour σ_3 = 6 MPa

III.3.2. Partie numérique

Pour la simulation numérique des essais triaxiaux drainés on a utilisé le code élément fini Plaxis. Le projet est symétrique et sera modélisé par un modèle axisymétrique en 2D.

III.3.2.1. Les conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites et le chargement sont représentés dans la figure (III.14).



Figure III.14 Géométrie du model

III.3.2.2. Génération de maillage



Figure III.15 Maillage du model

III.3.2.3. Génération des contraintes initiales

Les conditions aux limites hydrauliques sont montrées dans la figure (III.16)



Figure III.16 Condition aux limites hydrauliques

III.3.2.4. Calculs

Pour les calculs nous avons utilisé comme modèle de comportement le modèle hyperbolique HSM (Hardening Soil Model).

Les paramètres de HSM sont donnés dans le tableau (III.7)

Essai N°	$\sigma_3(MPa)$	E ₅₀ (MP a)	R _f	C (MPa)	φ (°)	Ψ (°)	ν
1	1	166.7	0.7	1.1	25	0	0.3
2	2	197.9	0.7	1.1	25	0	0.3
3	3	230	0.7	1.1	25	0	0.3
4	4	246.3	0.7	1.1	25	0	0.3
5	5	256.8	0.7	1.1	25	0	0.3
6	6	276.7	0.7	1.1	25	0	0.3
7	7	278.5	0.7	1.1	25	0	0.3
8	8	297.6	0.7	1.1	25	0	0.3
9	9	303.8	0.7	1.1	25	0	0.3
10	10	311.6	0.7	1.1	25	0	0.3

Tableau III.7 Paramètres de modèle HSM

III.3.2.4.1. Résultats numériques

Les résultats de la simulation numérique sont présentés dans les figures (III.17) et (III.18), ainsi que les valeurs de déviateur à la rupture $(\sigma_1 - \sigma_3)_{rup}$ pour chaque essai présentés dans le tableau (III.8).



Figure III.17 Résultats de simulation des essais triaxiaux drainés (ε_1 , q)





Essai N°	σ_3 (MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rup}(MPa)$
1	1	4.923
2	2	6.833
3	3	7.840
4	4	9.346
5	5	10.720
6	6	12.290
7	7	13.640
8	8	15.090
9	9	16.640
10	10	18.120

Tableau III.8 Valeurs de déviateur de contrainte à la rupture pour chaque essai

a) Détermination de c et ϕ

Les deux paramètres sont déterminés comme montré dans la figure (III.19).

$$\label{eq:phi} \begin{split} \phi &= \arcsin\left(tag \; \theta \right) = 25^\circ \quad , \quad \phi < 30^\circ \; Donc \; \Psi = 0 \\ C &= \alpha / cos \; \phi = 1.1 \; MPa \end{split}$$



Figure III.19 Détermination de c et φ

b) Détermination de K_{h} , K_{ur} et \boldsymbol{n}

Tableau III.9 Résultats des calculs pour chaque essai triaxial simulé par le modèle

 hyperbolique.

Essai N°	σ_3 (MPa)	E _i (MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} (MPa)$
1	1	256.41	5.933
2	2	312.50	8.383
3	3	322.58	10.840
4	4	369.56	13.400
5	5	384.61	15.670
6	6	400.00	18.380
7	7	416.66	20.587
8	8	437.50	23.034
9	9	473.68	25.690
10	10	520.00	28.180

Après les mêmes étapes de la partie expérimental on obtient la valeur de K_h = 1984.89 et de n = 0.23.



Figure III.20 Détermination de E_i pour $\sigma_3 = 2$ MPa



Figure III.21 Détermination de n et K_h

c) Paramètre \boldsymbol{R}_{f}

La valeur moyenne de $R_{\rm f}=0.7$

Essai N°	σ_3 (MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}(MPa)$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rup}(MPa)$	R _f
1	1	5.933	4.923	0.702
2	2	8.383	6.833	0.685
3	3	10.840	7.840	0.678
4	4	13.400	9.346	0.676
5	5	15.670	10.720	0.672
6	6	18.380	12.290	0.672
7	7	20.587	13.640	0.673
8	8	23.034	15.090	0.668
9	9	25.690	16.640	0.670
10	10	28.180	18.120	0.670

Tableau III.10 détermination de R_f

d) Paramètres K_b et m

Le tableau (III.11) présente les valeurs du module de compressibilité initial K_i pour chaque essai, un exemple type de calcul montré dans la figure (III.22) pour σ_3 = 1 MPa.

On obtient la valeur de $K_b = 421.7$ et de m = 0.45.

Essai N°	σ_3 (MPa)	K _i
1	1	109.78
2	2	165.66
3	3	178.78
4	4	206.94
5	5	246.69
6	6	273.88
7	7	298.01
8	8	314.19
9	9	413.05
10	10	485.93

Tableau III.11 Détermination du module de compressibilité volumique initial K_i



Figure III.22 Détermination de K_i pour $\sigma_3 = 1$ MPa



Figure III.23 détermination de m et *K*_b

e) Calcul de E_{ur}

Pour le calcul de module E_{ur} on a fait un déchargement-rechargement (comme montré dans l'exemple type de l'essai n°8 (figure III.24) au cours de l'essai, les résultats obtenus pour chaque essai sont donnée dans le tableau (III.12.) suivant :

Essai N°	σ ₃ (MPa)	E _{ur} (MPa)
1	1	448
2	2	524
3	3	679.6
4	4	721
5	5	815
6	6	936
7	7	959
8	8	1006
9	9	1044
10	10	1118

Tableau III.12 valeurs de module E_{ur} pour chaque essai



Figure III.24 Détermination de module E_{ur} pour $\sigma_3 = 8$ MPa

III.4. Etude comparative

Les résultats des paramètres hyperboliques pour le modèle de Duncan et al obtenu dans les deux parties de calcul (expérimental et numérique) sont données dans le tableau (III.13).

Paramètres hyperboliques	Expérimentaux	Numériques
C (MPa)	1.1	1.1
φ (°)	25	25
R _f	0.73	0.7
n	0.25	0.23
K _h	1548.81	1584.89
K _b	412.10	421.70
K _{ur}	1548.81	1584.89
m	0.44	0.45
P _a (MPa)	0.1	0.1

Tableau III.13 Résultats expérimentaux et numériques des paramètres hyperboliques

Les tableaux (III.14) et (III.15) représentés les résultats obtenir dans les deux phases de calcul (expérimental et numérique) pour le déviateur à la rupture et le déviateur ultime.

Essai	σ3	Expérimental	Numérique
\mathbf{N}°	(MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rep} (MPa)$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rep} (MPa)$
1	1	5,073	4.923
2	2	6,731	6.833
3	3	8,297	7.840
4	4	9,854	9.346
5	5	11,299	10.720
6	6	12,732	12.290
7	7	14,15	13.640
8	8	15,535	15.090
9	9	16,884	16.640
10	10	18,196	18.120

Tableau III.14 Valeurs des déviateurs à la rupture expérimentaux et numériques

Essai	σ3	Expérimental	Numérique
N°	(MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} (MPa)$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} (MPa)$
1	1	6.58	5.933
2	2	8.97	8.383
3	3	11.06	10.840
4	4	11.62	13.400
5	5	14.94	15.670
6	6	15.79	18.380
7	7	19.65	20.587
8	8	22.44	23.034
9	9	24.64	25.690
10	10	27.82	28.180

Tableau III.15 Valeurs des déviateurs ultimes expérimentaux et numériques

III.4.1. Interprétation

D'après les résultats obtenus, on constate que la simulation numérique que nous avons faite, a donné des résultats comparables aux résultats expérimentaux.

Les courbes (q, ε_1) et (q, p) sont comparables, du point de vue qualitatif (allure de la courbe), et quantitatif ($\sigma_1 - \sigma_3$).

Les valeurs des déviateurs à la rupture $(\sigma_1 - \sigma_3)_{rup}$ sont importantes et tend vers les valeurs ultimes $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$.

On note que la résistance au cisaillement de la marne gris étudié est importante et augmente avec la contrainte de confinement σ_3 .

Les résultats des paramètres hyperboliques du modèle de Duncan et al obtenu à la partie expérimentale donne des valeurs proches et comparables au résultats numériques.

III.5. Conclusion

La simulation numérique effectuée a permis de valider le modèle hyperbolique retenu à partir des données expérimentales des essais triaxiaux drainés sur la marne grise. Cette simulation a été réalisée à l'aide du code PLAXIS de calcul par éléments finis. Pour le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) appelé modèle HSM, les résultats des calculs sont globalement satisfaisants, et concordent assez bien avec ceux obtenus expérimentalement.

Le modèle hyperbolique conduit à une bonne représentation de l'ensemble des essais triaxiaux.

Chapitre IV

Application aux tunnels-Analyse paramétrique

IV.1. Introduction

Le calcul des ouvrages a longtemps été abordé du point de vue de la stabilité. Toutefois, la prise en compte des déformations avant la rupture s'avère de plus en plus nécessaire dans l'étude des projets d'ouvrages souterrains. Le développement des outils numériques de calcul sur ordinateurs et les progrès réalisés dans le domaine de l'informatique ont permis de mettre au point des modèles rhéologiques et des algorithmes de résolution, conduisant à des modélisations qui prennent mieux en compte le comportement observé des terrains.

Le modèle élastique de type hyperbolique [Duncan et al., 1980] est un exemple type. Ce modèle est été développé pour décrire le comportement des sols pour lesquels l'état de contraintes dépend de l'état actuel des déformations et du chemin de contraintes suivi, mais le temps n'intervient pas de façon explicite. Leur paramètre sont complètement identifiables sur des essais usuels de laboratoire et faciles à mettre en œuvre dans les codes de calcul des ouvrages.

Ce chapitre a pour objet de comparer les résultats fournis par le modèle hyperbolique HSM et le modèle de Mohr-Coulomb (MC) pour des calculs de convergence des tunnels, et faire une analyse paramétrique sur les déférents paramètres de modèle hyperbolique.

IV.2. Modèles de comportement

Les lois de comportement utilisées dans les modélisations sont brièvement décrites :

IV.2.1. Modèle de Mohr-Coulomb (MC)

Pour la modélisation de l'élasticité linéaire parfaitement plastique, on utilise le modèle de Mohr-Coulomb avec ses cinq paramètres : les paramètres élastiques, E (module d'Young) et v (module de Poisson), et les paramètres plastiques φ (angle de frottement interne), c (cohésion), et Ψ (angle de dilatance).

IV.2.2. Modèle Hardening Soil Model (HSM)

Le modèle HSM, dérivé du modèle hyperbolique de Duncan-Chang (1970) car il en reprend, en les améliorant, les formulations hyperboliques et est adapté à tous les types de sols.

Les paramètres d'entrée sont :

- les paramètres de résistance φ , c, et Ψ .

- la rigidité du sol est définie par les paramètres E_{50}^{ref} caractérisant le cisaillement, E_{oed}^{ref} qui contrôle le comportement volumique et le module E_{ur}^{ref} de déchargement-rechargement, avec un paramètre m de type Janbu (1963) qui contrôle la dépendance contrainte/rigidité selon une fonction de puissance.

Les paramètres de ses deux modèles sont déterminés à partir des divers essais en laboratoire et in situ.

IV.3. Simulation numérique

La simulation numérique du creusement d'un tunnel peu profond a été effectuée à l'aide du code de calcul en éléments finis Plaxis2D, un modèle en déformations axisymétriques a été créé. L'étendue du maillage (figure IV.1) est de 100 m de longueur et le tunnel est situé à H = 53,75 m du substratum (profondeur supposée constante). Le tunnel est circulaire et son diamètre est de D = 7,7 m. La hauteur de couverture pour le calcul de référence est de 2D.



Figure IV.1 Géométrie et maillage en éléments finis

IV.3.1. Paramètres des modèles utilisés

Les paramètres des modèles de comportement utilisées dans la simulation de tunnel sont donnés dans le tableau (IV.1)

Modèle	HSM	MC
C (KN/m ²)	1100	1100
φ (°)	25	25
Ψ(°)	0	0
ν (-)	0.3	0.3
E (KN/m ²)	-	17.75*10 ⁴
$E_{50}^{ref} (KN/m^2)$	25.68*10 ⁴	-
$E_{oed}^{ref} (KN/m^2)$	25.68*10 ⁴	-
E_{ur}^{ref} (KN/m ²)	77.04*10 ⁴	-
m (-)	0.5	-
R _f	0.7	-
K ₀	0.577	0.577

Tableau IV.1 Paramètres des modèles utilisées (HSM et MC)

IV.4. Résultats de la modélisation

Les cuvettes de tassement ainsi que les déplacements horizontaux à l'axe de tunnel et par rapport à sa profondeur résultante des simulations numériques sont présentés sur les figures (IV.2), (IV.3), (IV.4).



Figure IV.2 Tassement en surface



Figure IV.3 Déplacements horizontaux à l'axe de tunnel



Figure IV.4 Déplacements horizontaux par rapport à la profondeur de tunnel



Figure IV.6 (a) Déplacements horizontaux à la clé de tunnel. (b) Tassement à la clé de tunnel



Figure IV.5 (a) déplacements horizontaux à la naissance. (b) tassement à la naissance

IV.4.1. Interprétations des résultats

Pour le tassement en surface (FigureIV.2) le HSM donne un tassement de 41% plus grand que celui de Mohr-Coulomb.

En ce qui concerne les déplacements horizontaux à l'axe du tunnel (figure IV.3) le modèle MC nous a donné un déplacement de 38% plus grand que celui donné par le HSM.

Les déplacements horizontaux par rapport à la profondeur du tunnel (figure IV.4) le modèle de MC fournit un déplacement 32% plus grand que celui prédit par le HSM.

Le modèle de MC (figure IV.3 et figure IV.4) donne des déplacements supérieurs à celles qui fournit par le modèle HSM, sauf le tassement en surface (figure IV.2) à cause des perturbations de creusement.

Les figures (IV.5 et IV.6) le modèle MC donne toujours des déplacements plus grands que le modèle HSM.

La coupe en clé (figures IV.5 (a) et IV.5 (b)) du tunnel montre que les valeurs de tassement sont plus importes que les déplacements horizontaux à cette zone, contrairement à ceux de la naissance.

IV.5. Analyse paramétrique

IV.5.1. Influence de la cohésion C

Nous avons réalisé numériquement, avec le modèle hyperbolique Hardening Soil Model (HSM) des simulations sur tunnel en axisymétrie, durant ces simulations on garde les mêmes paramètres de la simulation de référence, sauf la cohésion C. Nous avons fait le calcul pour chacun des valeurs suivantes de C : 0.7 0.9 1.3 1.5 (MPa).







Figure IV.8 Influence de la cohésion C au tassement en surface

IV.5.1.1. Interprétation

L'étude paramétrique montre qu'une augmentation ou diminution de la valeur de la cohésion C n'influe pas sur les déplacements horizontaux à l'axe du tunnel (figure IV,7), en ce qui concerne le tassement en surface (Figure IV.8) on observe une légère différence car la cohésion est plus élevée est donne une grande résistance au massif.

IV.5.2. Influence de l'angle de frottement ϕ

pour mettre en évidence l'influence de l'angle de frottement φ sur les résultats de simulation, on a procédé de la même façon, en faisant varier les valeurs de l'angle de frottement par rapport au simulation de référence en optant pour les valeurs de φ : 20° 23° 27° et 30°.



Figure IV.9 Influence de l'angle de frottement φ au déplacement horizontal a l'axe de tunnel



Figure IV. 9 Influence de l'angle de frottement φ au tassement en surface

IV.5.2.1. Interprétation

Les résultats de la simulation (figure IV.9 et IV.10) montrent que l'angle de frottement a une influence très significative sur les déplacements autours du tunnel. Et comme prévu le tassement et les déplacements horizontaux diminuent lorsque l'angle de frottement augmente de plus la zone d'influence est tés importante, de l'ordre de 60m.

IV.5.3. Influence de module E₅₀

Pour l'étude de sensibilité des résultats de la simulation de tunnel au module E_{50} , on a adopté les valeurs suivantes E_{50} : 150 250 300 350 (MPa).



Figure IV.11 Influence de module E_{50} au déplacements horizontaux à l'axe de tunnel



Figure IV.10 Influence de module E_{50} au tassement en surface

IV.5.3.1. Interprétation

D'après les résultats de la simulation présentés dans les figures (VI.11 et VI.12) on constate que l'augmentation de la valeur de E_{50} entraine une diminution des déplacements de même de tassement donc une augmentation de la rigidité et de résistance du massif, mais la zone d'influence est faible surtout pour les déplacements horizontaux.

IV.5.4. Influence de coefficient de poisson v



Figure IV.12 Influence de coefficient de poisson v au déplacements horizontaux à l'axe de tunnel



Figure IV.13 Influence de coefficient de poisson ν au tassement en surface

IV.5.4.1. Interprétation

Les figures (IV.13 et IV.14) montrent que le coefficient de poisson ν influe légèrement au déplacement horizontale de mêmes que le tassement, on constate que l'augmentation de ν entraine une légère diminution des déplacements horizontaux à l'axe de même que de tassements en surface.

IV.5.5. Influence de K₀

Pour l'étude de sensibilité des résultats de simulation de tunnel au K_0 , on adopté les valeurs suivantes K_0 : 0.3 0.4 0.6 et 0.7



Figure IV.14 Influence de K_0 au déplacements horizontaux à l'axe de tunnel



Figure IV.15 Influence de K_0 au tassement en surface

IV.5.5.1. Interprétation

Comme prévu à l'avance les résultats de l'analyse paramétrique figure (IV.15 et IV.16) montrent que l'augmentation de la valeur de K_0 entraine une diminution des déplacements horizontaux à l'axe de même que le tassement en surface donc une augmentation de la résistance.

IV.5.6. Influence du rapport de rupture R_f

pour l'étude de la sensibilité des résultats de simulation au rapport de rupture R_f , on a adopté les valeurs suivantes R_f : 0.6 0.8 et 0.9



Figure IV.17 Influence du rapport de rupture R_f au déplacements horizontaux à l'axe de tunnel



Figure IV.16 Influence du rapport de rupture R_f au tassement en surface

IV.5.6.1. Interprétation

Les résultats de l'analyse paramétrique montrent que le rapport de rupture R_f n'a pas une influence significative sur le déplacement horizontale à l'axe du tunnel (figure IV.17), mais il y a une légère influence sur le tassement en surface (figure IV.18) ce qui est évident car les deux déviateurs de contraintes ultimes et à la rupture augmentent ou diminuent de la même façon alors le rapport reste pratiquement constant.

IV.6. Conclusion

L'analyse paramétrique menée dans ce chapitre a permis de mettre en évidence l'influence du choix de la loi de comportement sur la simulation d'un ouvrage souterrain dans une marne grise à fort niveaux de confinement. Cette étude paramétrique montre que l'utilisation d'un modèle de comportement adapté au problème du creusement d'un ouvrage souterrain (qui comprend la non linéarité et la rigidité en très petites déformations) améliore sensiblement la prédiction des déplacements autour de l'ouvrage. Cette étude nous a montré que les paramètres les plus influents sur les tassements en surface ou à la clé et les déplacements horizontaux à l'axe du tunnel ainsi que l'étendue de la zone d'influence sont essentiellement le module E_{50} , l'angle de frottement du sol et le coefficient de poussée des terres au repos.

Conclusion générale

1

Conclusion générale

L'utilisation des éléments finis pour la justification des ouvrages a montré que les modèles classiques (élasticité linéaire combinée avec une loi d'écoulement plastique avec ou sans écrouissage) sont adaptés aux vérifications de résistance vis-à-vis de la rupture, mais donnent des estimations peu réalistes des déplacements autour des ouvrages. Le modèle élastique linéaire - parfaitement plastique présente l'inconvénient de fixer un module de Young E constant indépendant de la déformation ε et de la contrainte moyenne p' et d'avoir le même module en chargement et déchargement alors que les essais triaxiaux drainés comportant un cycle de chargement - déchargement montrent lors du premier chargement une élasticité non linéaire ; lors du déchargement une élasticité linéaire avec un module de déchargement E_{ur} nettement plus élevé que le module tangent de premier chargement E_i; et d'autre part si on réalise plusieurs essais triaxiaux avec des contraintes de confinement σ_3 croissantes on constate une augmentation du module E_i avec cette contrainte de confinement σ_3 . Une solution consiste à adopter des modèles dont la partie élastique n'est pas linéaire. Des dveloppements ont conduit à implanter dans Plaxis un modèle hyperbolique de type elastoplastique dit HSM, dans le cadre de la plasticité avec écrouissage en cisaillement pour modéliser les déformations irréversibles en chargement déviatorique. De plus, il prend en compte l'écrouissage en compression pour modéliser les déformations plastiques irréversibles dans les chargements œdométriques et isotropes. L'approche expérimentale utilisée, qui est fondée sur la simple exploitation des résultats d'essais triaxiaux classiques, a permis de déterminer aisément, à travers l'exemple d'une marne à fort niveau de confinement, tous les paramètres caractéristiques de ce modèle. Les résultats obtenus montrent clairement l'influence du modèle sur les courbes de tassement en surface, sur les déplacements à la clé et à la naissance ainsi qu'en fonction de la profondeur pour une section circulaire de tunnel prise comme cas d'étude.

La simulation numérique des essais triaxiaux drainés nous a donné des résultats très concordants avec les résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres du modèle hyperbolique qu'on a ensuite implémenté dans le modèle HSM de Plaxis.

Le tassement en surface pour le modèle HSM est plus important que celui issu du modèle Mohr-Coulomb soit 41% ce qui montre l'importance de la prise en compte de la variation du module de cisaillement.

En ce qui concerne le déplacement horizontal au niveau du centre de tunnel, Mohr-Coulomb donne des déplacements plus élevés que ceux du modèle HSM soit 38% de plus, il en est de même pour les déplacements en fonction de la profondeur ceci s'explique par l'augmentation de la rigidité en fonction de la profondeur, de plus pour les lois hyperboliques le module de rigidité augmente avec la contrainte de confinement σ_3 .

L'étude paramétrique nous montré que les paramètres les plus influents sur le mouvement du sol induit par le creusement de la section du tunnel sont essentiellement le module de Young, l'angle de frottement et le coefficient de poussée des terres K_{0} .

Finalement on recommande de pousser encore plus loin cette étude en introduisant un autre modèle notamment le modèle Cam Clay pour prouver encore l'importance de la prise en compte de la non linéarité du comportement des sols.


Références bibliographiques

[1] Brinkgereve R.B.J. et Vermeer P.A. : « PLAXIS Version 8, manuel de référence »,

DELFT University of Technology & PLAXIS BV, Pays-Bas, 2003.

[2] DUNCAN J.M., CHANG C.Y. (1970). Non linear analysis of stress and strain in soils.

Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E, Vol 96, N° SM5, pp. 1629-1653.

[3] HARDIN B.O., DRNEVICH V.P. (1972). Shear modulus and damping in soils: Design equations and curves. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division A.S.C.E., Vol 98, N° SM4, pp. 241-242.

[4] LADJAL S. (2004), modélisation des non linéarités de comportement des sols fins sous sollicitations homogènes application à la simulation des résultats d'essais triaxiaux classiques (Mémoire magister université Mohamed Boudiaf de M'sila.)

[5] Mohammed AL HUSEIN (23 octobre 2001) « Etude du comportement différé des sols et ouvrages géotechniques », pour obtenir le titre de DOCTEUR de L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER – GRENOBLE I.

[6] SOPHIE COQUILLAY (2005) « Prise en compte de la non linéarité du comportement des sols soumis à de petites déformations pour le calcul des ouvrages géotechniques », Thèse Présentée pour l'obtention du grade de Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Laboratoire d'accueil : Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 58 Boulevard Lefebvre, 75732 Paris Cedex 15.

[7] Yousef HEJAZI, Daniel DIAS, Richard KASTNER, impact des modèles de comportement sur la modélisation des ouvrages souterrains, INSA de Lyon LGCIE Site coulomb 3, 69621, Villeurbanne, France.

Résumé

La prédiction des tassements en surface étant un élément clé lors de l'exécution des travaux souterrains surtout en milieu urbain, de même pour les mouvements du sol autours des ouvrages souterrains pour une vérification de la stabilité des ouvrages et la prévention des solutions nécessaires au confortement du sol et de l'ouvrage. Dans ce contexte, il est donc nécessaire d'utiliser des lois de comportement adaptées au calcul des ouvrages géotechniques en phase de service. L'influence des non-linéarités de comportement des sols sur le calcul des ouvrages souterrains est analysée à travers un exemple. Un modèle élastique de type hyperbolique auquel est associée une loi élastique non linéaire a été utilisée. Les principaux résultats de son application au calcul d'un tunnel creusé dans un massif de sol marneux homogène à fort niveau de confinement mettent en évidence l'influence de la non-linéarité de la déformation sur la courbe de convergence du terrain.

Abstract

The prediction of surface settlements being a key element during the execution of underground works, especially in urban areas, likewise for the movements of the ground around underground structures for a verification of the stability of the structures and the prevention of the necessary solutions for the reinforcement soil and work. In this context, it is therefore necessary to use behavior laws adapted to the calculation of the geotechnical works in the service phase. The influence of nonlinearities of soil behavior on the calculation of underground structures is analyzed through an example. An elastic model of hyperbolic type with which is associated a nonlinear elastic law was used. The main results of its application to the calculation of a tunnel dug in a homogeneous marly soil mass with a high level of confinement highlight the influence of the non-linearity of the deformation on the convergence curve of the terrain.

ملخص

يعتبر التنبؤ بالمستوطنات السطحية عنصراً أساسياً أثناء تنفيذ الأعمال تحت الأرض، خاصة في المناطق الحضرية، وبالمثل بالنسبة لحركة الأرض حول البنى التحتية للتحقق من استقرار البنى ومنح الحلول الضرورية لتعزيز التربة. في هذا السياق، من الضروري استخدام قوانين السلوك التي تم تكييفها لحساب الأعمال الجيوتقنية في مرحلة الخدمة. يتم تحليل تأثير غير الخطية لسلوك التربة على حساب الهياكل تحت الأرض من خلال مثال على ذلك. تم استخدام نموذج مرن من النوع الزائدي المرتبط بالقانون المرن غير الخطي. النتائج الرئيسية لتطبيقه على حساب نفق محفور في كتلة تربة مارنية متجانسة ذات مستوى عالٍ من الجبس يسلط الضوء على تأثير عدم التشويه للتشوه على منحنى التقارب في التضاريس.