

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mohamed Seddik Benyahia Jijel
Faculté de la Technologie



Département de Génie Civil et Hydraulique

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Hydraulique

Option : Hydraulique Urbaine

Présenté par :

RANIA CHERIET

EQUILIBRAGE DES RESEAUX EN CHARGE PAR LA METHODE DE WOOD-CHARLES

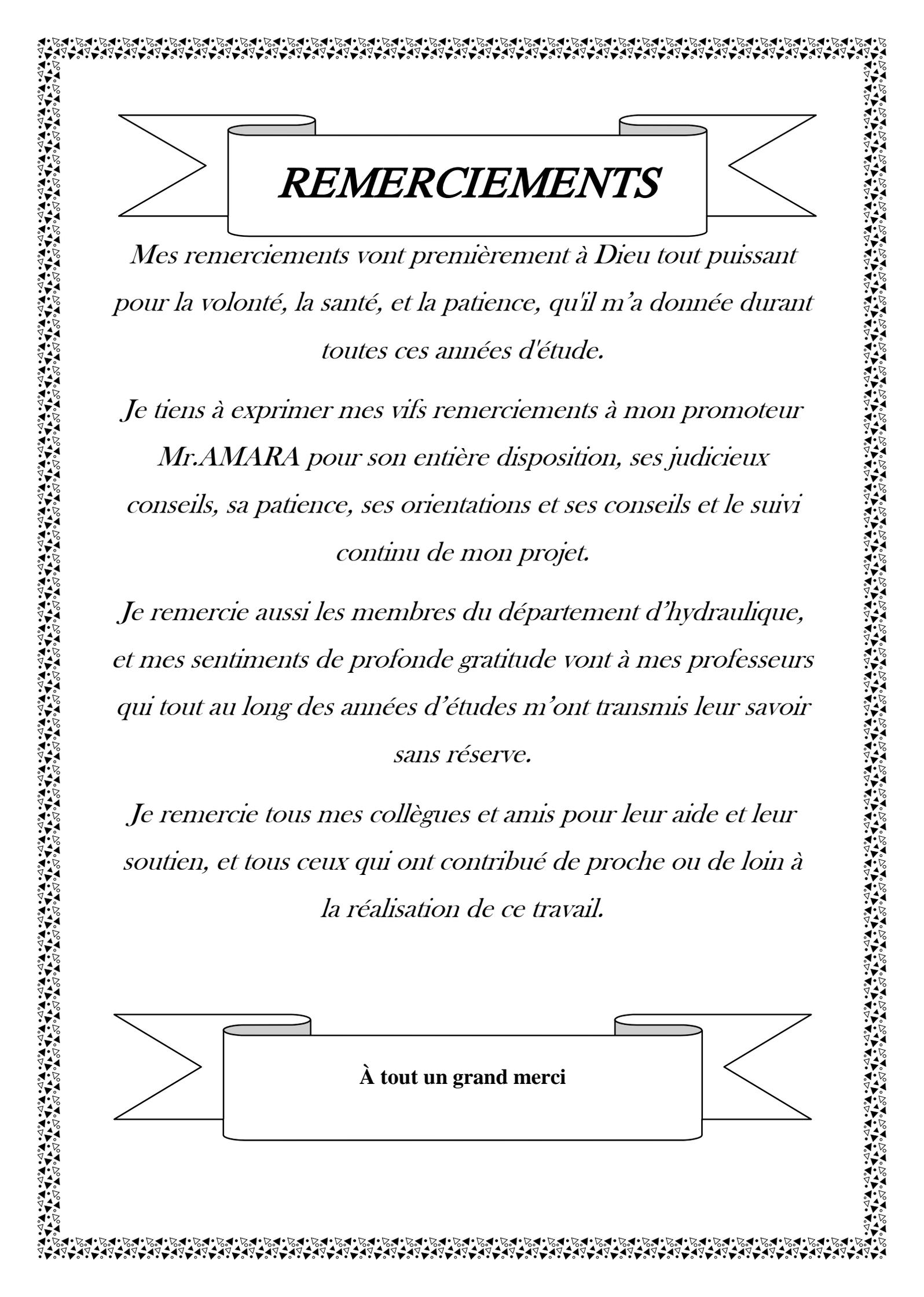
Dirigé par :

- Mr. AMARA Lyes

Soutenu publiquement le / 06 / 2018 devant le jury composé de :

- Président : BELABED Fares
- Examineur : ABDI Ishak

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont premièrement à Dieu tout puissant pour la volonté, la santé, et la patience, qu'il m'a donnée durant toutes ces années d'étude.

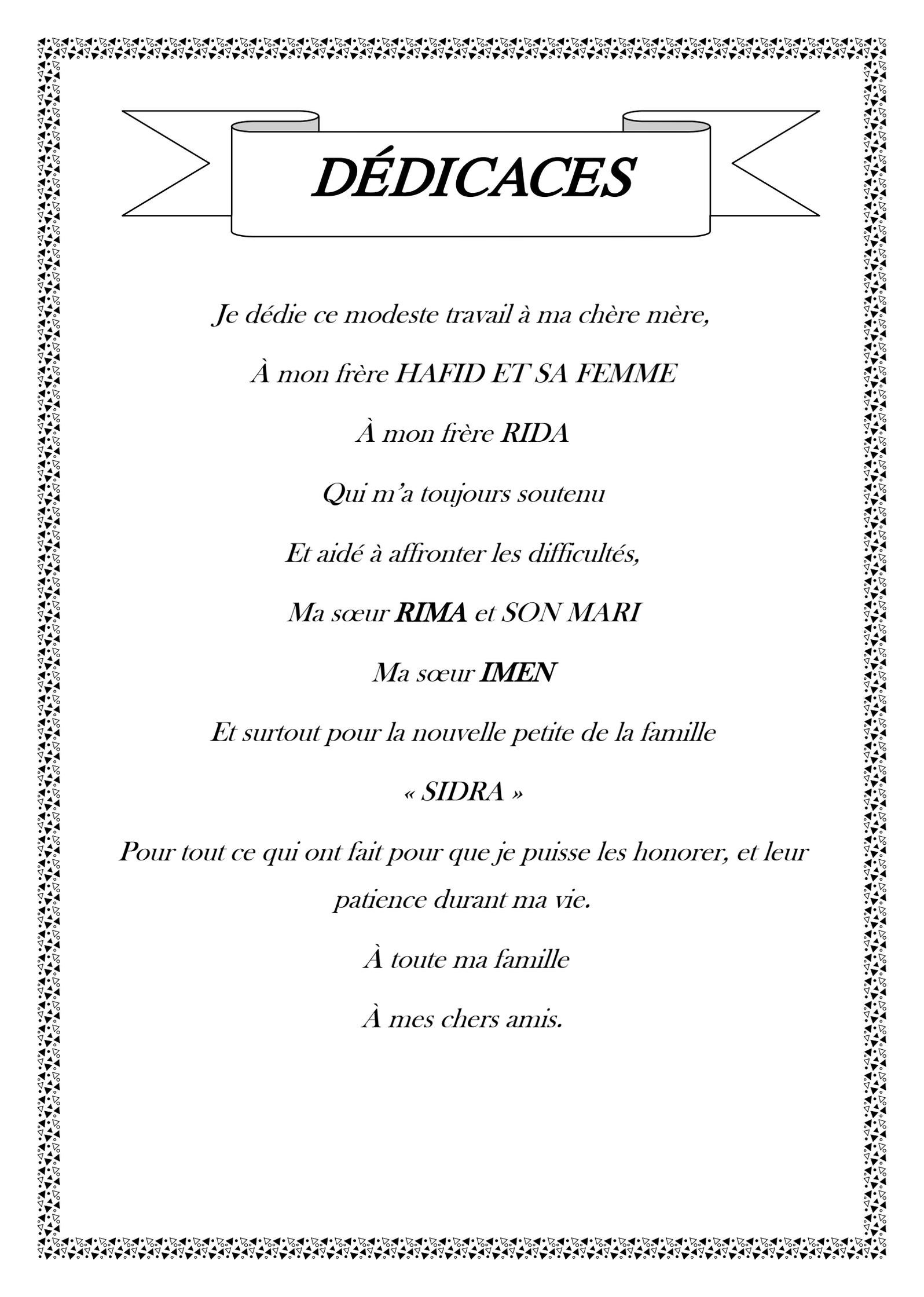
Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mon promoteur Mr.AMARA pour son entière disposition, ses judicieux conseils, sa patience, ses orientations et ses conseils et le suivi continu de mon projet.

Je remercie aussi les membres du département d'hydraulique, et mes sentiments de profonde gratitude vont à mes professeurs qui tout au long des années d'études m'ont transmis leur savoir sans réserve.

Je remercie tous mes collègues et amis pour leur aide et leur soutien, et tous ceux qui ont contribué de proche ou de loin à la réalisation de ce travail.



À tout un grand merci



DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail à ma chère mère,

*À mon frère **HAFID ET SA FEMME***

*À mon frère **RIDA***

Qui m'a toujours soutenu

Et aidé à affronter les difficultés,

*Ma sœur **RIMA** et **SON MARI***

*Ma sœur **IMEN***

Et surtout pour la nouvelle petite de la famille

*« **SIDRA** »*

*Pour tout ce qui ont fait pour que je puisse les honorer, et leur
patience durant ma vie.*

À toute ma famille

À mes chers amis.

Notation :

E_x : Dépense de l'énergie ;

C : Conduite ;

D : Le diamètre de la conduite ;

g : accélération gravitationnelle ;

H : charge hydraulique exprimée en hauteur de liquide ;

H_i, H_j : côtes piézométriques aux nœuds i et j ;

$\mathbf{J}=\nabla F(Q^k)$: La matrice jacobéenne du système à l'itération k ;

K : Coefficient dépendant de la forme de la singularité ;

K : Constante appropriée pour la conversion de l'énergie en Joules ou kilowattheures.

L : Longueur de la conduite ;

P : Périmètre mouillé ;

P : pression en un point du système ;

PRV : (pressure reducing valve) réducteur de pression ;

R : Résistance des conduites ;

Re : Le nombre de Reynolds ;

R_h : Rayon hydraulique ;

V : La vitesse du fluide dans la conduite ;

V : vitesse moyenne de l'écoulement ;

Z : élévation par rapport à une référence commune à tout le système

Q : Le débit ;

S : La surface ;

ρ : La masse volumique du fluide ;

μ : La viscosité dynamique du fluide ;

γ : Poids spécifique.

λ : Coefficient de frottement ;

ε/D : La rugosité relative ;

$[A]$: Est une matrice connue ;

$\{b\}$: Un vecteur connu de dimension $n \times 1$;

$\{x\}$: Le vecteur recherché est de dimension $n \times 1$;

ΔH : La perte de charge ;

ΔH_s : Perte de charge singulière

Δq : Variation de débit ;

$\sum J$: La somme des pertes de charge ;

Sommaire

Sommaire

Introduction générale.....	1
Chapitre I : Généralité et état de l'art	
I. Introduction.....	3
II- Généralité sur les écoulements en charge	3
II.1.Définition	3
II-2-État permanent	3
II-3- État non permanent (stationnaire)	3
II-4-Régime d'écoulement	4
II-4-1-Le nombre de Reynolds	4
II-4-2-Le régime laminaire	4
II-4-3-Le régime turbulent	5
II-5-Les pertes de charge	5
II-5-1-pertes de charge par frottement	6
A)-Cas des conduites de section circulaire	6
B) Cas des conduites de section quelconque	6
C) la détermination de facteur de frottement	7
D) Formule de Colebrook-White	7
E) Diagramme de Moody	8
II-5-2-Les pertes de charge singulières	8
II-6-Résolution graphique des différents problèmes des conduites	10
II-6-1-Conduite issues d'un réservoir	10
II-6-2-Conduite refoulant dans un réservoir	13
III- Les réseau d'eau potable	14

III-1-Eléments des réseaux d'eau potable	14
III-1-1-Captage des eaux	15
III.1.2L'Adduction	15
III-1-3 -Le stockage	15
III-1-4 -La distribution	16
IV-Structure d'un réseau d'alimentation en eau potable (AEP)	17
IV-1-Les conduites	17
IV-2- pompes	17
IV-3-Les vannes	18
IV-4-Les nœuds	18
A) Les nœuds à débit fixe	18
B) Les nœuds à charge fixe	18
V- Classification des réseaux	18
V-1-Les réseaux ramifiés	19
V-2-Les réseaux maillés	19
V-3-Les réseaux étagés	19
V-4-Les réseaux distincts	20
VI- Les contraintes de problèmes des réseaux	20
VI-1-Les contraintes physiques	20
VI-2-Les contraintes hydrauliques	20
A) Bornes de pressions	20
B) Bornes de vitesses	21
VI-3-Contraintes commerciales	21
VI- État de l'art sur calcul des réseaux interconnectés en charge	21

VI -1-Méthode de Hardy Cross	21
VI-1-1- principes	21
VI-1-2-Hypothèses de calcul par la Méthode de Hardy – Cross	21
VI-1-3-Les lois de la méthode de Hardy-Cross	22
VI-1 -4 -Calcul par la méthode de Hardy – Cross	22
VI -2-La méthode par analogie électrique	22
VI -3-Méthode de Newton-Raphson	24
VI-3-1-Méthode des mailles	24
VI-3-2Méthode des nœuds	25
VI-4-Méthode linéarisation de Wood-Charles	25
VII- conclusion	25

Chapitre II : Équation de conservation et méthode de Wood-Charles

I-Introduction	26
II-Les équations de conservation	26
II-1- Approche classique	26
II-1-1- La loi des nœuds	26
II-1-2- La loi des mailles	27
II-2- Approche énergétique	27
III-La méthode de Wood-Charles	30
III-1- Équation des conduites	31
III-1-1- Réseaux avec résistance des conduites connues	31
III-1-2- Réseaux avec résistance des conduites inconnues	33
III-1-3- Réseaux avec pompes	34
III-1-4- Réseaux avec vannes.....	35
IV- Résolution numérique d'un système matriciel	36

IV-1- La méthode de Gauss	36
V-1-1- Étapes de réduction	36
IV-1-2- Résolution par substitution ascendante	41
IV-2- La méthode de Gauss Seidel	42
A) Méthode élémentaire	42
B) Optimisation	42
C) Convergence	43
V-Conclusion	43

Chapitre III : Application aux réseaux maillés

I-Introduction	44
II- Étapes de résolution d'un problème par méthode de Wood-Charles	44
III- Application de la méthode de Wood-Charles	44
III-1- Application 01	44
III- 1-1- Les équations de continuité	46
III- 1-1- Les équations de conservation d'énergie	46
III-2- Application 02	51
III-2-1- Les équation de continuité	52
III-2-2- Les équation de conservation d'énergie	52
IV-Conclusion	55

Chapitre IV : Application de la méthode de Wood-Charles en réseaux interconnecté

I-Introduction	56
II- Étapes de résolution d'un problème par méthode de Wood-Charles	56
III- Application de la méthode de Wood-Charles	56

III-1- Application 01	56
III- 1-1- Les équations de continuité	58
III- 1-2- Les équations de conservation.....	58
III-2- Application	60
III- 1-1- Les équations de continuité	61
III- 1-2- Les équations de conservation.....	61
IV-Conclusion	64

Liste des Tableaux

Liste des tableaux

Liste des tableaux :

Tableau (I.1) : certain coefficient de perte de charge singulière.....	9
Tableau (I.1) : Certaine coefficient de perte de charge singulière.....	10
Tableau (III.1) : tableau des caractéristiques des conduites.....	47
Tableau (III.2) : tableau des nouvelles caractéristiques des conduites.....	47
Tableau (III.3) : les caractéristiques de réseau pour la 1 ^{er} itération.....	48
Tableau (III.4) : les caractéristiques finales de réseau.....	49
Tableau (III.5) : les caractéristiques hydrauliques finales du réseau.....	49
Tableau (III.6) : caractéristique initial de réseau d'application 2.....	51
Tableau (III.7) : tableau illustré les caractéristiques des conduites.....	53
Tableau (III.8) : tableau illustré les nouvelles caractéristiques de réseaux.....	53
Tableau (III.9) : tableau des caractéristiques finales du réseau.....	54
Tableau (IV.1) : caractéristique de base du réseau.....	57
Tableau (IV.2) : les caractéristiques de réseau.....	58
Tableau (IV.3) : les caractéristiques de réseau après la proposition de débit.....	59
Tableau (IV.4) : les caractéristiques finales de réseau.....	59
Tableau (IV.5) : les caractéristiques hydrauliques finales du réseau.....	59
Tableau (IV.6) : caractéristique de base du réseau.....	61
Tableau (IV.7) : les caractéristiques de réseau après la proposition de débit.....	62
Tableau (IV.8) : les caractéristiques de réseau pour la 1 ^{ère} itération.....	63
Tableau (IV.9) : les caractéristiques finales de réseau.....	63
Tableau (IV.10) : les caractéristiques hydrauliques finales du réseau.....	63

Liste des tableaux

Liste des Figures

Liste des figures :

Figure I.1 : schéma de profil de vitesse de chaque régime d'écoulement.....	5
Figure I.2 : le diagramme de Moody.....	8
Figure I. 3.a : La solution graphique d'une seule conduite.....	11
Figure I.3.b : La solution graphique des deux conduites en parallèle.....	11
Figure I.3.c : La solution graphique d'un cas générale.....	12
Figure I.4.a : La solution graphique d'une conduite de refoulement.....	13
Figure I.4.b : La solution graphique de deux conduites de refoulement en parallèle.....	13
Figure I.4.c : La solution graphique d'un cas générale.....	14
Figure I.5 : Les éléments spécifiques d'un réseau d'eau potable.....	14
Figure I.6.a : Réservoir d'eau semi enterré.....	16
Figure I.6.b : Château d'eau (réservoir surélevé).....	16
Figure I.7.a : Réseau ramifié.....	19
Figure I.7.b : Réseaux maillés.....	19
Figure I.7.c : Réseau étagé.....	20
Figure I.8 : schéma représentatif de l'analogie entre le réseau hydraulique et le réseau électrique.....	23
Figure II.1 : la somme algébrique des débits dans un nœud est nulle.....	27
Figure II.2 : schéma d'un réseau comporte 1 maille.....	27
Figure II.3 : Réseau en boucle à nœud unique à deux demandes.....	28
Figure II.4 : schéma illustratif pour l'exemple 1.....	33
Figure II.5 : schéma illustratif pour l'exemple 2.....	34
Figure II.6 : schéma illustratif pour l'exemple 3.....	35
Figure III.1 : schéma du réseau de l'application 1.....	45

Figure III.2 : répartition finale des débits	50
Figure III.3 : schéma illustrative d'application 2.....	51
Figure III.4 : Répartition finale de débits dans le réseau.....	55
Figure IV.1 : schéma du réseau à traiter.....	57
Figure IV.2 : schéma des résultats du réseau ramifié traité.....	60
Figure IV.3 : schéma représentent le réseau à traiter.....	61
Figure IV.4 : schéma des résultats du réseau traité.....	64

Introduction

Générale

Introduction Générale :

Un réseau de distribution de haute qualité est un réseau qui est fiable et assure un approvisionnement continu en eau potable, à une pression appropriée. Des réservoirs équilibrent la pression et permettent de répondre aux pointes de consommation, d'assurer la protection contre les incendies et les autres urgences, sans causer de rétention indue de l'eau. Des conduites principales en boucle empêchent l'eau de stagner et réduisent au minimum les inconvénients pour les clients pendant les réparations. Comme la qualité de l'eau diminue quand le temps de séjour dans le réseau augmente et que la vitesse à laquelle cette qualité diminue dépend en partie des caractéristiques du réseau de distribution, un réseau de grande qualité a le moins possible de conduites en impasse et assure un débit et un renouvellement adéquats de l'eau.

Dans la pratique du calcul des réseaux en charge, le principal but est de déterminer les débits et les pressions dans ledit réseau, mais le problème se posant est que la répartition des débits et charges dans le réseau maillé obéit au principe de l'énergie minimum. Ceci a pour conséquence que la moindre modification du réseau entraîne une redistribution des débits, donc la solution dépend de ce qui se passe dans chaque élément du réseau. L'autre difficulté provient de caractère non linéaire de l'équation reliant le débit à la perte de charge, ce qui complique davantage la solution. Ainsi, depuis longtemps, les hydrauliciens n'ont cessé de rechercher la technique la plus efficace de résolution du système d'équations de conservation. Dans ce contexte, la méthode de linéarisation de Wood-Charles s'est distinguée sur les autres de par sa puissance et simplicité

L'objectif du travail est alors d'appliquer la méthode de Wood-Charles au calcul des réseaux sous pression, maillés ou ramifiés interconnectés pour trouver le régime d'équilibre donnant la répartition des potentiels et débits dans les branches du réseau.

Dans le premier chapitre, on commencera avec des généralités sur les réseaux d'alimentation en eau potable, ou nous présenterons les différents éléments constituant un réseau d'Alimentation en Eau potable (A.E.P), et état de l'art sur le calcul des réseaux en charge maillés et/ou interconnecter, qui définit les méthodes d'équilibrage des réseaux (Hardy-Cross ; Newton-Raphson ; la méthode par l'analogie électrique).

Le deuxième chapitre comporte deux parties principales. Nous allons d'abord décrire les équations de conservation qui subdivisent en sur deux approches distinctes, qui sont l'approche classique, cette approche se basée sur les lois de Kirchhoff (nœuds, mailles) ; et

l'approche énergétique. La deuxième partie de ce chapitre concerne de la méthode de Wood-Charles et les méthodes de résolution numérique d'un système matricielle.

Le troisième chapitre et le quatrième chapitre sont des applications de la méthode de Wood-Charles sur les réseaux maillés et les réseaux interconnectés.

Chapitre

01

Chapitre I

Généralité et état de l'art

I- Introduction :

La résolution des problèmes des adductions et des réseaux hydrauliques qui sont de manière générale sous pression nécessite l'étude des écoulements en charge et les méthodes de résolution adaptée à ce genre de problèmes. Dans ce chapitre on donne un rappel sur les écoulements en charge, les différents composants de réseau d'AEP et on termine par l'état de l'art sur calcul des réseaux interconnectés en charge.

II- Généralité sur les écoulements en charge :

II-1-Définition :

Les écoulements en charge sont des écoulements confinés à l'intérieur d'un contenant, en général une conduite. La pression à l'intérieur de ces écoulements peut être de beaucoup plus élevée que la pression atmosphérique ou encore s'abaisser à des valeurs aussi faibles que la pression de vapeur saturante. Ces écoulements peuvent être en état stationnaire ou non. (Viollet et Chabar, 2003)

II-2-État permanent :

Un écoulement est permanent si, on considérera systématiquement que les diverses variables hydrauliques ne varieront pas dans le temps. Nous analyserons donc des écoulements qui sont bien établis dans le temps et s'il est nécessaire, par exemple, de considérer la conception d'un système hydraulique pour plusieurs débits, on les considérera donc comme des situations indépendantes dans le temps.

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \text{ et } \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.1})$$

II-3- État non permanent (instationnaire) :

Si les conditions d'écoulement, tel que la pression, la vitesse ou le débit en un point donné de la conduite changent en fonction du temps, le régime d'écoulement subsistant dans le système

Est dit non permanent ou instationnaire. Ainsi, l'écoulement sera fonction de quatre variables indépendantes, à savoir (x, y et z) du point examiné et le temps (t).

$$\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial H}{\partial t} \neq 0 \quad (I.2)$$

II-4-Régime d'écoulement :

Les expériences réalisées par *Reynolds* en 1883 lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement ; à savoir :

- ❖ Le régime laminaire. ;
- ❖ Le régime turbulent.

Ces deux régimes se distinguent par leur nombre de *Reynolds*. (Prenes, 2003).

II-4-1-Le nombre de Reynolds :

Comment savoir si un régime est ou sera laminaire ou turbulent ?

La réponse a été apportée par *Reynolds* qui a étudié l'influence des divers paramètres pouvant intervenir sur la présence de l'un ou l'autre des deux régimes :

Il a montré que le régime d'écoulement dépend du rapport :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad (I.3)$$

- La masse volumique ρ du fluide ;
- La vitesse V du fluide dans la conduite ;
- Le diamètre D de la conduite ;
- La viscosité dynamique μ du fluide.

Il s'agit d'un nombre sans dimension, appelé *nombre de Reynolds*. Anis, on distingue :

- ✓ Si $Re \leq 2000$, le régime est laminaire ;
- ✓ Si $Re \geq 4000$, le régime est turbulent ;
- ✓ Si $2000 \leq Re \leq 4000$, le régime est de transition (généralement turbulent).

La signification physique de nombre de Reynolds correspond au rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité. (Radyadour et Zeytounian ; 1994).

II-4-2-Le régime laminaire :

Aux faibles vitesses, l'écoulement est caractérisé par :

- Une distribution de vitesse parabolique ;
- Les couches glissent les unes par rapport aux autres ;
- Les filets de fluide ne se mélangent pas ;
- Les cellules de fluide gardent leur individualité.

Dans ce cas, les forces de frottement visqueux dominant, et imposent un régime laminaire. (viollet, al 2003).

II-4-3-Le régime turbulent :

À partir de certaines valeurs élevées des vitesses, on observe :

- Apparition de tourbillons ;
- Les lignes de courant d'instant successif se coupent ;
- La répartition des vitesses semble aléatoire ;
- Les particules se déplacent dans toutes les directions.

Ce mélange des lignes de courant favorise l'homogénéisation des vitesses et des transferts de quantité de mouvement de matière et de chaleur. (viollet, al 2003).

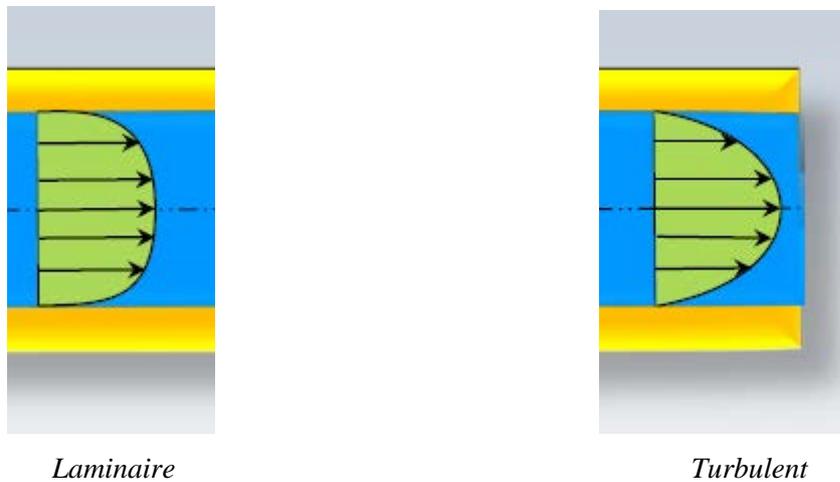


Figure 1.1 : schéma de profil de vitesse de chaque régime d'écoulement (viollet, al 2003)

II-5-Les pertes de charge :

La charge hydraulique fait référence à la quantité d'énergie potentielle, de pression et d'énergie cinétique dans un système hydraulique sous pression. Si on ne considère pas les pertes d'énergie causée par le frottement, la charge disponible en tout point du système doit être constante.

Cette situation est traduite par l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2g} = H = \text{constante} \quad (\text{I.4})$$

Ou :

P : pression en un point du système [F/L²] ;

Z : élévation par rapport à une référence commune à tout le système [L]

V : vitesse moyenne de l'écoulement [L/T] ;

g : accélération gravitationnelle [L/T²] ;

H : charge hydraulique exprimée en hauteur de liquide [L] ;

γ : Poids spécifique [F/L³].

En général, dans un système hydraulique, les pertes de charge ont deux causes :

1. Les pertes de charge par frottement le long d'une conduite appelées aussi les pertes de charge linéaires.
2. Les pertes de charge locale causées par le frottement dans les objets de géométrie complexe comme des coudes, des robinets, des jonctions ou autres. On appelle aussi ce type de perte de charge perte de charge singulière. (Lagiére, 1996)

II-5-1-pertes de charge par frottement :

Les pertes de charge par frottement sont causées par l'interaction entre le fluide en déplacement et la paroi de la conduite plus ou moins rugueuse. Elles s'expriment suivant les cas ci-après :

A) Cas des conduites de section circulaire :

En utilisant les principes de l'analyse dimensionnelle, on peut écrire une expression générale pour les conduites circulaires :

$$\Delta H = \frac{\lambda L V^2}{D 2g} \quad (\text{I.5})$$

Ou :

λ : Coefficient de frottement [sans dimension] ;

L : Longueur de la conduite [L] ;

D : diamètre intérieur de la conduite [L] ;

V : vitesse moyenne de l'écoulement [L/T] ;

g : accélération gravitationnelle [L/T²] (9,81 m/s²)

Le facteur de frottement dépend du niveau de turbulence de l'écoulement, donc du nombre de Reynolds et de la rugosité relative des parois de la conduite.

La perte de charge par frottement peut aussi s'écrire en fonction du débit puisque :

$$Q = SV \text{ et } S = \frac{\pi D^2}{4} \quad (\text{I.6})$$

On obtient ainsi :

$$\Delta H = \frac{8\lambda L}{\pi^2 g D^5} Q^2 \quad (\text{I.7})$$

Donc on remarque que les pertes de charge forment une fonction quadratique de débit, donc une relation non linéaire. (I. E. Idel'chik, 1966)

B) Cas des conduites de section quelconque :

En se basant sur la définition du rayon hydraulique R_h comme étant le rapport de l'aire de la section d'écoulement S au périmètre mouillé P :

$$R_h = \frac{S}{P} \quad (\text{I.8})$$

Dans le cas d'une conduite circulaire $R_h = \frac{\pi D^2}{4} / \pi D = \frac{D}{4}$, d'où $D=4R_h$. En introduisant D dans l'expression (I.5), on obtient une expression applicable à une conduite de section quelconque :

$$\Delta H = \frac{\lambda L}{4R_h} \frac{V^2}{2g} = \frac{\lambda L}{8gR_h} V^2 \quad (\text{I.5.a})$$

On en déduit en fonction du débit :

$$\Delta H = \frac{\lambda L}{128\pi^2 g R_h^5} Q^2 \quad (\text{I.7.a})$$

Les pertes de charge restent de même formule que la section circulaire, mais en changeant le diamètre avec le rayon hydraulique. (I.E. Idel'cik, 1966)

C) la détermination de facteur de frottement :

En 1932, *Nikuradse* publia ses travaux au cours desquels il étudia l'influence de la rugosité sur le profil des vitesses.

Il réalisa artificiellement différentes rugosités en revêtant la paroi intérieure de ses conduites de grains de sable calibrés par tamisage.

D'après ces résultats on constate que :

❖ Dans le domaine $Re < 2000$:

Le coefficient de perte de charge est donné par la formule de poiseuille $\lambda = \frac{64}{Re}$

❖ Dans le domaine $4000 < Re < 10^5$:

Le coefficient de perte de charge est donné par la relation *Balsius* : $\lambda = 0.316 Re^{-0.25}$ Formule dans laquelle la rugosité n'intervient pas. On parle d'écoulement *turbulent lisse*.

❖ Dans le domaine $Re > 10^5$

Le coefficient de perte de charge est donné par la 1^{re} équation de *karman-Prandtl* :

$$\frac{1}{\lambda} = 2 \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (\text{I.9})$$

❖ Dans le domaine de l'horizontale :

Le coefficient de perte de charge est indépendant du nombre de Reynolds. Son expression est donnée par la 2^{ème} équation de *karman-Prandtl* :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.74 - 2 \log\left(\frac{2\varepsilon}{D}\right) \quad (\text{I.10})$$

Dans ce domaine, on dit que l'écoulement est *turbulent rugueux*. (Graef, 1883)

D) Formule de Colebrook-White :

La formule de Colebrook-white est utilisée pour calculer la partie turbulente du diagramme de Moody. Elle englobe les types du régime turbulent.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \tag{I.11}$$

La transcription graphique de cette équation est donnée par le nomogramme de Moody :

E) Diagramme de Moody :

Le diagramme de Moody permet d'évaluer graphiquement ce facteur de frottement λ en fonction de la vitesse d'écoulement moyen V , du diamètre D et de la rugosité ϵ de la conduite et de la viscosité du fluide ν . Ces quatre variables sont regroupées en nombres adimensionnels :

- La rugosité relative ϵ/D
- Le nombre de Reynolds $Re = \frac{VD}{\nu}$

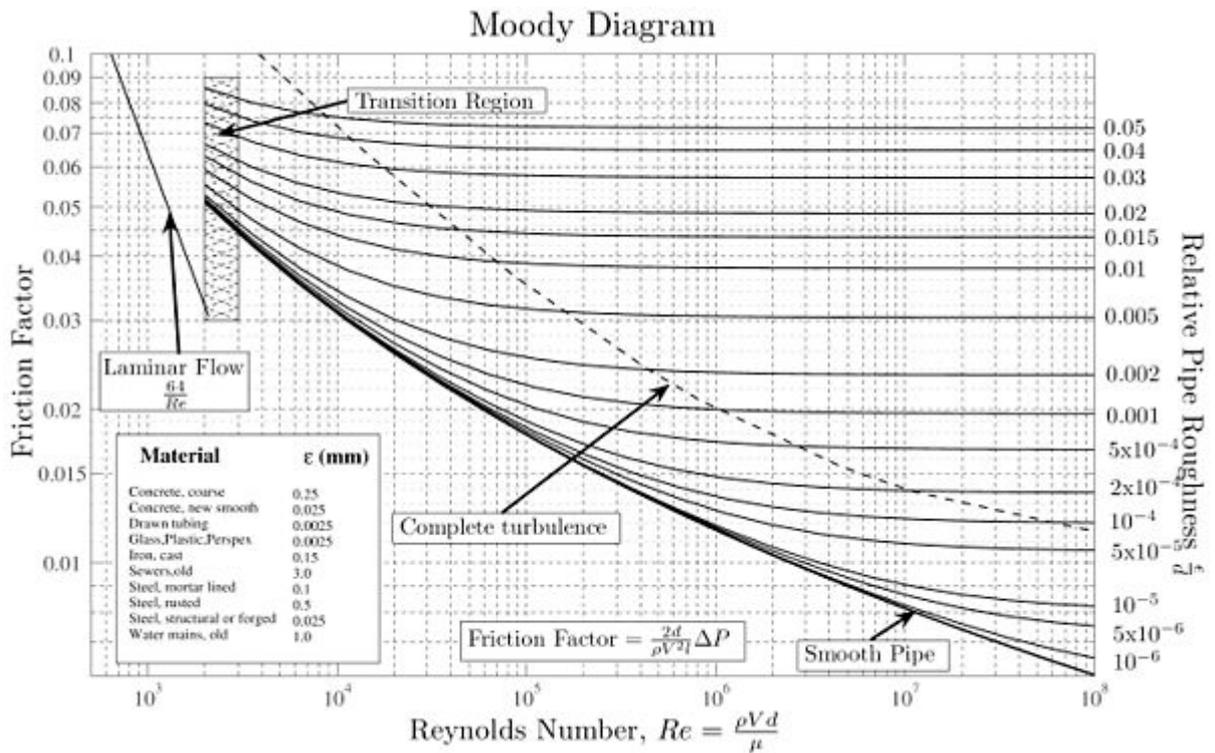


Figure I.2 : le diagramme de Moody. (Graef, 1883)

II-5-2-Les pertes de charge singulières :

La formule générale de calcul des pertes de charge singulières $\Delta H_s = k \frac{1}{2} \frac{V^2}{g}$

K : est un coefficient dépendant de la forme de la singularité ; les valeurs sont données dans les tableaux suivant :

Tableau (I.1) : certains coefficients de perte de charge singulière. (Boussicaude, 1990)

diamètre du tube acier inox, cuivre plastique		8-16mm	18-28mm	30-54mm	>54mm	
Diamètre de tube acier		3/8"-1/2"	3/4"-1"	1 1/4"-2"	>2"	
Type de résistance singulière		symbole				
coude serré à 90°	r/d=1,5		2	1,5	1	0,8
coude normale à 90°	r/d=2,5		1,5	1	0,5	0,4
coude large à 90°	r/d>3,5		1	0,5	0,3	0,3
coude série en U	r/d=1,5		2,5	1,5	1	1
coude normale en U	r/d=2,5		2	1,5	0,8	0,5
coude large en U	r/d>3,5		1,5	0,5	0,4	0,4
Élargissement			1			
Restriction			0,5			
Dérivation avec T équerre			1			
Jonction simple avec T équerre			1			
Dérivation double avec T équerre			3			
Jonction double avec T équerre			3			
Dérivation avec angle incliné (45°-60°)			0,5			
Jonction avec angle(45°-60)			0,5			
Dérivation amorcé			2			
Jonction amorcé			2			

Tableau (I.1) : certains coefficients de perte de charge singulière. (Boussicaude, 1990)

type de résistance singulière	symbole	Diamètre de tube en acier, inox, cuivre			
		8-16 mm Diamètre du tube acier 3/8"-1/2"	18-28mm 3/4"-1"	30-54mm 1 1/4"-2"	>54mm >2"
vane d'arrêt droite		10	8	7	6
vane d'arrêt incliné		5	4	3	3
vanne à opercule à passage réduite		1,2	1	0,8	0,6
vanne à opercule a passage totale		0,2	0,2	0,1	0,1
vanne à shpère à passage réduite		1,6	1	0,6	0,8
vanne à sphère à passage total		0,2	0,2	0,1	0,1
vanne papillon		3,5	2	1,5	1
vanne anti- retour		3	2	1	1
Robinet de radiateur droite		8,5	7	6	—
Robinet de radiateur équerre		4	4	3	—
Té de réglage		1,5	1,5	1	—
Coude de réglage		1	1	0,5	—
vanne quater voies		6		4	
vanne trois voies		10		8	
Passage à traversse un radiateur		3			
Passage à traversse une chaudière		3			

Dans certains cas le calcul analytique que l'on vient de présenter sera difficile, donc on résout les problèmes à l'aide des méthodes graphiques

II-6-Résolution graphique des différents problèmes des conduites :

II-1-Conduite issue d'un réservoir :

1er cas :

Soit la figure (I.3.a) ou le schéma représente une conduite RA issue d'un réservoir R (la conduite se poursuit au-delà de A). En rapportant caractéristique C à la cote initiale correspondant à la cote piézométrique de départ, C représente les variations de la dégradation de l'énergie de l'eau à l'extrémité A en fonction des débits et, pour le passage d'un débit q , la cote piézométrique en A est représentée par la cote de L telle que $ML=J$ et KL mesure la pression au sol si la cote de sol A a été portée à l'échelle du dessin. (Dupont, 1979).

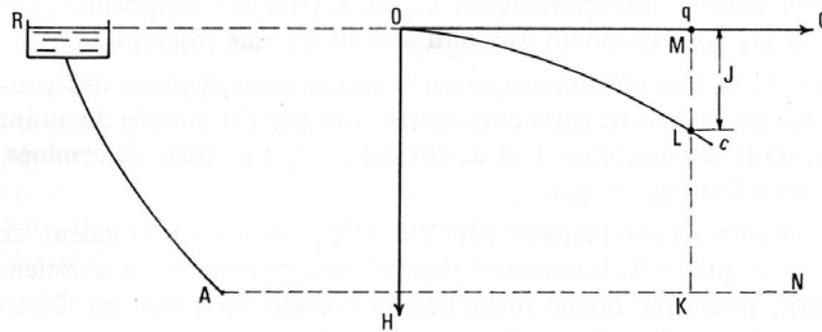


Figure I. 3.a : La solution graphique d'une seule conduite (Dupont, 1979).

2ème cas :

Supposons, maintenant, que A soit le point de concours de plusieurs canalisations issues de réservoirs établis à des altitudes différentes. Ces conduites, aboutissant en un même point, présenteront la disposition dite en parallèle.

Pour simplifier la représentation, nous supposerons deux conduites (figure I.3.b) de longueur et de diamètres différents issues de deux réservoirs d'altitudes différentes.

Comme précédemment, on peut représenter, dans un même système QH, les deux courbes caractéristiques C_1 et C_2 en les rapportant aux origines O_1 et O_2 correspondant aux altitudes de chaque réservoir.

Mais, en A, la cote piézométrique est la même pour chacune des conduites, pour une valeur de cette cote représentée par l'ordonnée du point L, passeront dans les conduites 1 et 2, des débits q_1 et q_2 bien déterminés soit, en A, un débit (q_1+q_2) .

Comme le même raisonnement peut être fait pour une autre valeur de la cote piézométrique en A, la caractéristique résultante en ce point s'obtiendra en faisant, pour une même ordonnée, la somme des abscisses. Nous abstenons ainsi la courbe (C_1+C_2) . (Dupont, 1979).

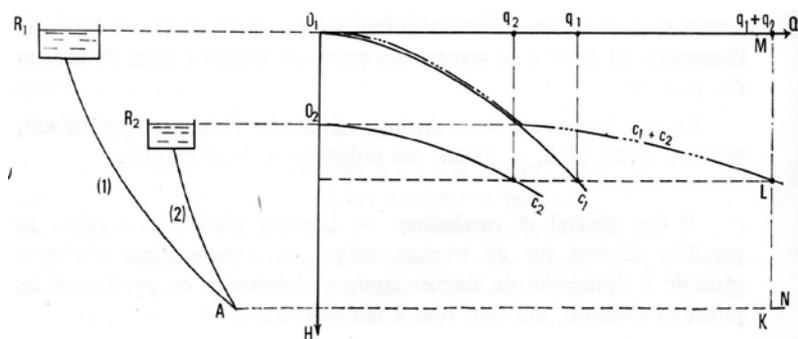


Figure I.3.b : La solution graphique des deux conduites en parallèle. (Dupont, 1979).

3ème cas :

Lorsque plusieurs conduites de longueurs et de diamètres différents se font suite, la perte de charge totale de l'ensemble est égale à la somme des pertes de charge totale de chacun des tronçons.

En conséquence, la caractéristique résultante s'obtiendra en faisant, pour un même débit, la somme des ordonnées correspondantes. (Dupont, 1979).

4émé cas :

Lorsque plusieurs conduites en parallèle débitent sur un tronçon unique, la caractéristique résultante générale à l'extrémité du dernier tronçon s'obtiendra en appliquant les principes ci-dessus, qui sont tout à fait généraux :

- Conduites en parallèle : somme des abscisses.
- Conduites en série : somme des ordonnées.

C'est ainsi que, reprenant l'exemple de la figure (I.2.b) et prolongeant le schéma par la conduite AB de caractéristique C3, il suffit d'ajouter à (C1+C2) la caractéristique de la conduite en série AB par addition des ordonnées. Nous obtenons ainsi (C1+C2+C3).

Ainsi le passage d'un débit Q en B (B ne débouche pas à l'air libre) donne lieu à une cote piézométrique L en ce point extrême B avec un partage des débits q1 et q2 dans 1et 2, ce partage étant donnée par l'horizontale passant par le point d'intersection F de (C1+C2) avec KL prolongé. (Dupont, 1979).

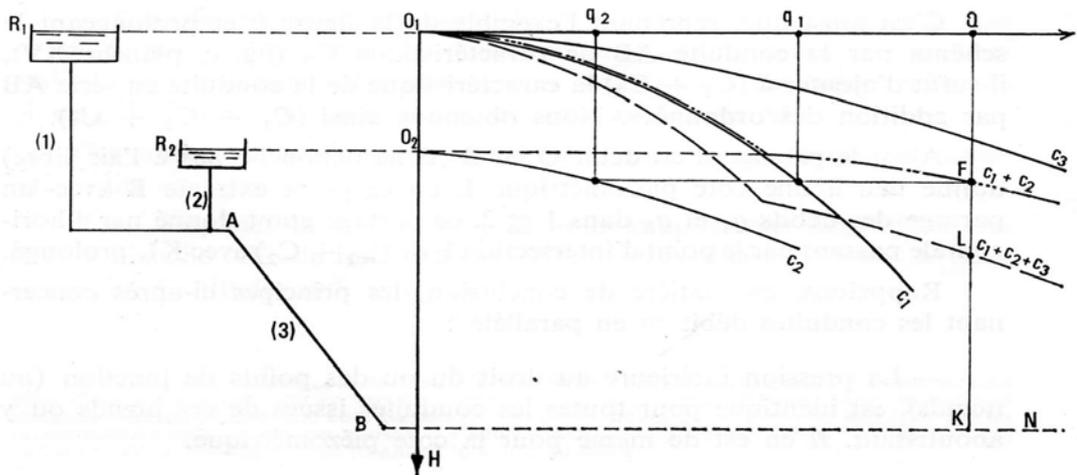


Figure I.3.c : La solution graphique d'un cas générale (Dupont, 1979).

II-6-2 -Conduite refoulant dans un réservoir :

1ère cas : une seule conduite de refoulement :

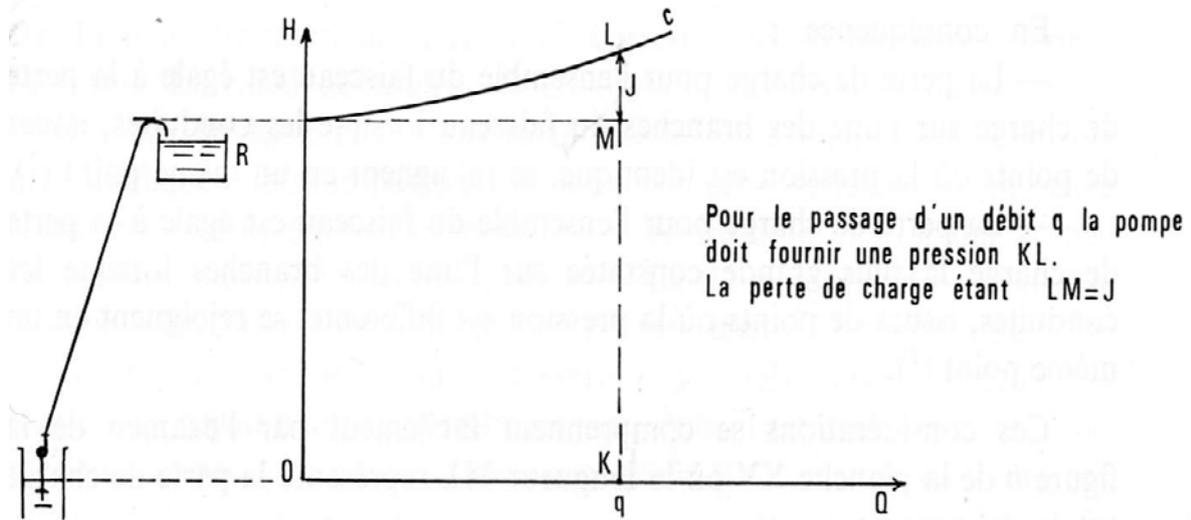


Figure I.4.a : La solution graphique d'une conduite de refoulement (Dupont, 1979).

2ème cas : deux conduites de refoulement en parallèle :

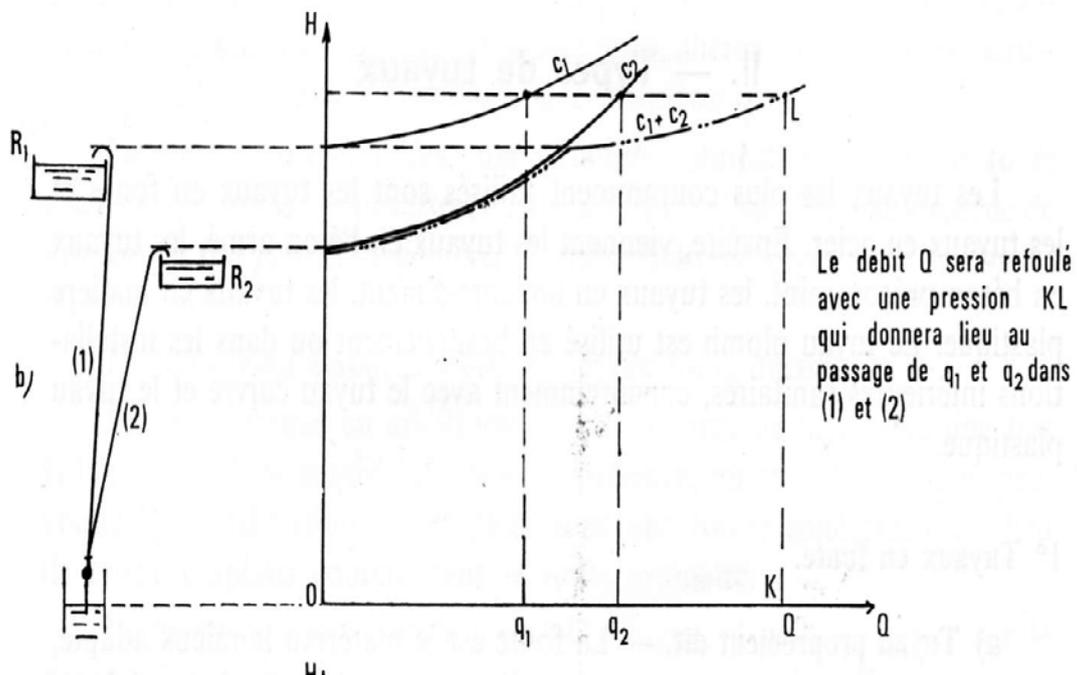


Figure I.4.b : La solution graphique de deux conduites de refoulement en parallèle. (Dupont, 1979).

3ème cas :cas générale :

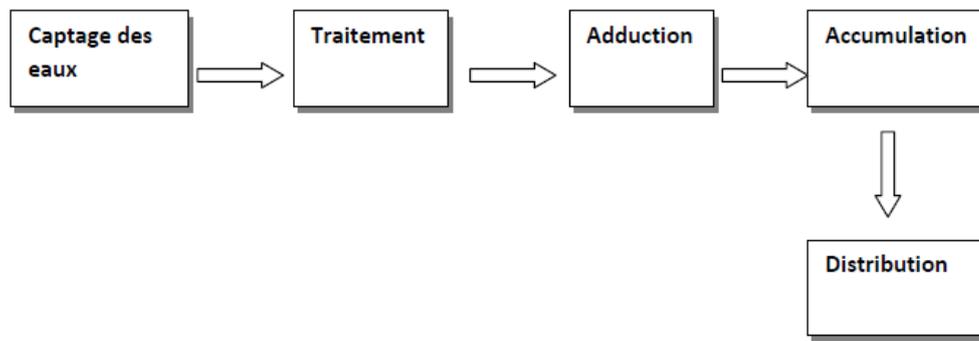


Figure I.5 : Les éléments spécifiques d'un réseau d'eau potable (MERZOUK N ; 2005).

III-1-1-Captage des eaux :

Les captages sont les travaux effectués pour prélever les eaux naturelles en vue de l'alimentation, ils peuvent concerner soit l'eau présente dans le sous-sol, sous forme de nappes aquifères, soit celle qui surgit du sous-sol à la surface par des sources, soit encore celle que l'on trouve à la surface du sol, dans les rivières ou dans des étangs naturels ou artificiels (Bonnin, 1982).

III-1-2- L'Adduction :

L'adduction d'eau regroupe les techniques permettant d'amener l'eau depuis sa source à travers un réseau de conduites ou d'ouvrages d'art (aqueducs) vers les lieux de consommation.

A) Types d'adduction :

Il y a deux types d'adduction :

- ❖ **L'adduction gravitaire** : Où l'écoulement de l'eau à des pressions importantes est causé par la différence des niveaux hydrauliques : l'altitude de la source est supérieure à l'altitude du point de consommation, et se déplace donc grâce à la force de gravité d'où son nom.
- ❖ **L'adduction par refoulement** : Où la pression sur le réseau et l'acheminement de l'eau se fait à l'aide de pompes à l'intérieur de stations de pompage.

III-1-3 -Le stockage :

Les réservoirs doivent maintenir l'eau à l'abri des risques de contaminations, et autant que possible des fortes variations de température. (Benblidia et Thivet, 2010)

Il sert aussi à deux choses :

- Constituer une réserve d'eau disponible même si le pompage est arrêté.
- Séparer le pompage de la distribution.

À partir du réservoir, l'eau s'écoule dans les conduites par son propre poids, donc plus le réservoir sera plus haut, plus l'eau pourra aller loin et vite. Certains réservoirs sont posés sur sol (figure I.6-a) alors que d'autres doivent être surélevés (château d'eau) pour que l'eau ait une pression suffisante pour alimenter les points critiques.

Les châteaux d'eau (figure I.6-b) sont soit en métal (lorsqu'une petite capacité est nécessaire) soit en béton armé (pour des capacités importantes).

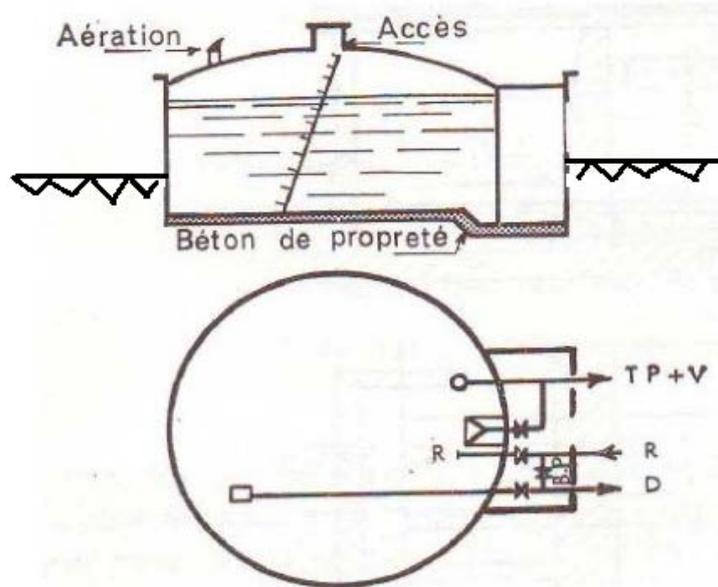


Figure I.6.a : Réservoir d'eau semi-enterré. . (Benblidia et Thivet, 2010)

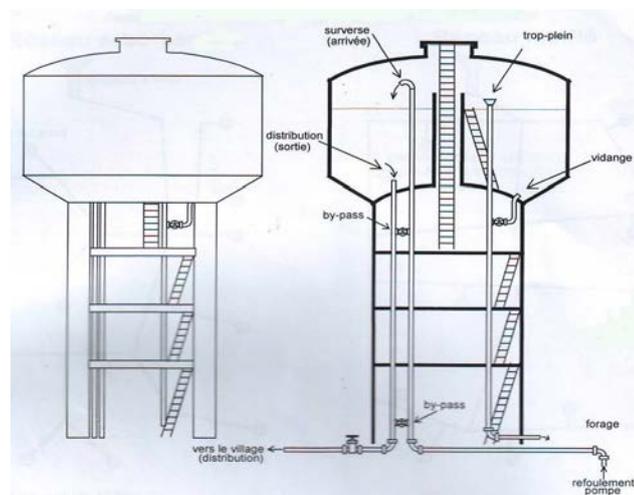


Figure I.6.b : Château d'eau (réservoir surélevé). (Benblidia et Thivet, 2010)

III-1-4 -La distribution :

Elle désigne toute la partie se situant après le réservoir. À partir du ou des réservoirs, l'eau est distribuée dans un réseau de canalisations sur lesquelles les branchements seront piqués en vue de l'alimentation des abonnés. Les canalisations devront en conséquence présenter un diamètre suffisant, de façon à assurer le débit maximal avec une pression au sol compatible avec la hauteur des immeubles (*Dupont, 1979*).

La distribution de l'eau s'effectue à l'aide des réseaux enterrés constitués de conduites et de canalisations sous pression qui comprennent des :

- conduites et pièces spéciales ;
- appareils de robinetterie : vannes, clapets ;
- appareils de mesure : compteurs, débitmètres ;
- appareils de fontainerie : bouches d'incendie.

IV-Structure d'un réseau d'alimentation en eau potable (AEP) :

La structure du réseau d'AEP dépend de la localisation des abonnés, de leur importance et du niveau de demande à assurer. La structure traduit les dimensions des conduites, la capacité des réservoirs, le nombre de pompes et la puissance fournie. La structure du réseau tient compte d'éléments géographiques tels que : la dispersion des abonnés, la présence d'obstacles naturels, la présence de routes, chemin de fer, jardins, d'autres réseaux enterrés. Tous ces éléments vont permettre au service de l'eau de définir des caractéristiques propres à chaque composant du réseau afin d'assurer son bon fonctionnement. Ces caractéristiques sont détaillées dans ce qui suit :

IV-1-Les conduites :

Les conduites permettent l'acheminement l'eau d'un point à un autre point du réseau. Une conduite est un segment de tuyau ou canalisation délimitée par deux points de consommation d'eau appelés *nœuds*. Chaque conduite est caractérisée par :

- ✓ Un nœud initial et un nœud final.
- ✓ Une longueur donnée L .
- ✓ Un diamètre D .
- ✓ Un coefficient de rugosité ε traduisant l'état interne de la paroi.
- ✓ Un état : ouvert, fermé.

L'écoulement de l'eau s'effectue du nœud disposant de la charge la plus élevée vers le nœud dont la charge est plus faible. La rugosité traduit la résistance de la conduite à l'écoulement de l'eau. Les parois internes des conduites au contact de l'eau créent un phénomène de friction qui

s'accompagne de perte d'énergie due au frottement créant ainsi une perte de charge linéaire. (*Morel et Laborde, 1994*)

IV-2-2-Les pompe :

Une pompe est un appareil électromécanique permettant de fournir de l'énergie au liquide. Le fonctionnement de la pompe est relié généralement à un réservoir. Le démarrage et l'arrêt de la pompe sont fonction du niveau du réservoir ou de plages horaires spécifiques. Une pompe peut être caractérisée soit par une puissance constante (énergie), fournie à l'eau au cours du temps indépendamment du débit et de la hauteur de refoulement, ou par une courbe caractéristique qui décrit la relation entre la hauteur de refoulement et le débit fourni à l'aide d'une fonction $H=f(Q)$ (*Dupont, 1979*).

La pompe devra compenser les dissipations d'énergie dans les conduites tant d'aspiration que de refoulement ; elles sont couramment évaluées en hauteur d'eau exprimée en mètre

IV-2-3-Les Vannes :

Certaines conduites de longueur fictive comportent des vannes qui permettent de limiter la pression ou le débit en des points précis du réseau. Les vannes sont caractérisées par :

- les nœuds d'entrée et de sortie ;
- le diamètre ;
- le diamètre de la consigne de fonctionnement et l'état de la vanne ;
- coefficient de perte de charge singulière.

IV-2-4-Les nœuds :

Les nœuds représentent des points de jonction entre les conduites. Ils correspondent à des points d'entrée ou de sortie d'eau. Il existe deux catégories de nœuds

A) Les nœuds à débit fixe :

Ces nœuds se caractérisent par une cote au sol connue et un débit connu (demande), l'inconnue est la pression au nœud qui doit être calculée. Ils correspondent à des points de consommation dans le réseau. Ces nœuds peuvent décrire la consommation d'un ou de plusieurs abonnés de même type. Nous distinguons entre les abonnés selon le type de consommation : domestique, industrielle, administration. La consommation au nœud exprimé par la demande peut être constante ou variable (*Tarfaya, 2012*).

B) Les nœuds à charge fixe :

Ce sont des nœuds où la charge est fixée ou dont la cote piézométrique de l'eau est connue. Il peut s'agir d'un réservoir dont le niveau d'eau varie en fonction du temps au sol ou sur tour, d'un poteau à incendie ou d'une bache de pompage dont le niveau reste inchangé. Pour ces nœuds

le débit doit être calculé. Selon la nature des abonnés, la demande est décrite par une courbe de consommation (Tarfaya, 2012).

V- Classification des réseaux :

À partir d'un ou plusieurs réservoirs, l'eau est transportée aux abonnés à travers des canalisations reliées entre elles, sous forme d'un ensemble maillé formant un réseau. Les réseaux peuvent être classés comme suit :

A- réseaux ramifiés :

Le réseau ramifié, dans lequel les conduites ne comportent aucune alimentation en retour, présente l'avantage d'être économique, mais il manque de sécurité et de souplesse en cas de rupture : un accident sur la conduite prive d'eau tous les abonnés d'aval (figure I.6.a). (Tarfaya, 2012)

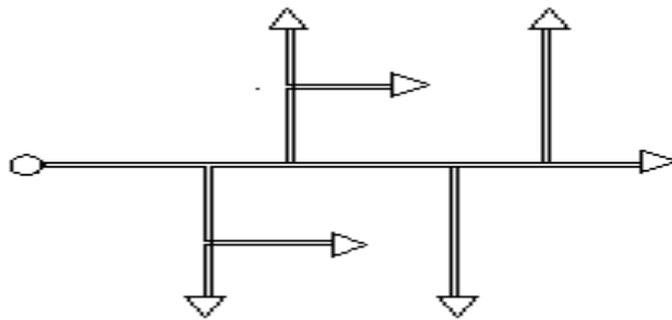


Figure I.7.a : Réseau ramifié (Tarfaya, 2012)

B- Les réseaux maillés :

Le réseau maillé, au contraire, a une alimentation en retour, pour pallier à l'inconvénient signalé ci-dessus. Une simple manœuvre de robinets permet d'isoler le tronçon accidenté et de poursuivre néanmoins l'alimentation des abonnés d'aval. Il est, bien entendu, plus coûteux d'établissement, mais en raison de la sécurité qu'il procure, il doit être toujours préféré au réseau ramifié. Une maille constituée par un circuit est dite *fermée*, si le nombre de points d'eau est égal ou supérieur à 2. Chaque chaîne reliant les points d'eau deux à deux sera considérée comme une maille dite *ouverte* ou *fictive* (figure 4.b) (Tarfaya, 2012)

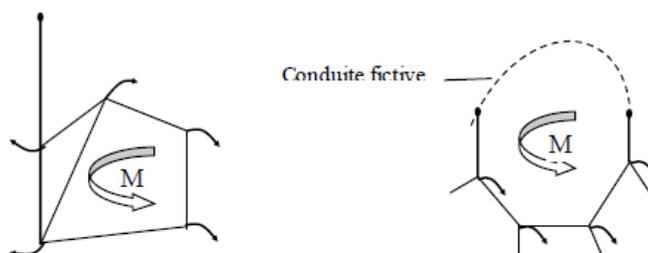


Figure I.7.b : Réseaux maillés. (Tarfaya, 2012)

C- Les réseaux étagés :

Avec le réseau étagé, il est possible de constituer des réseaux indépendants avec une pression limitée aux environs de 40 mètres d'eau (**figure 4.c**). (Tarfaya, 2012)

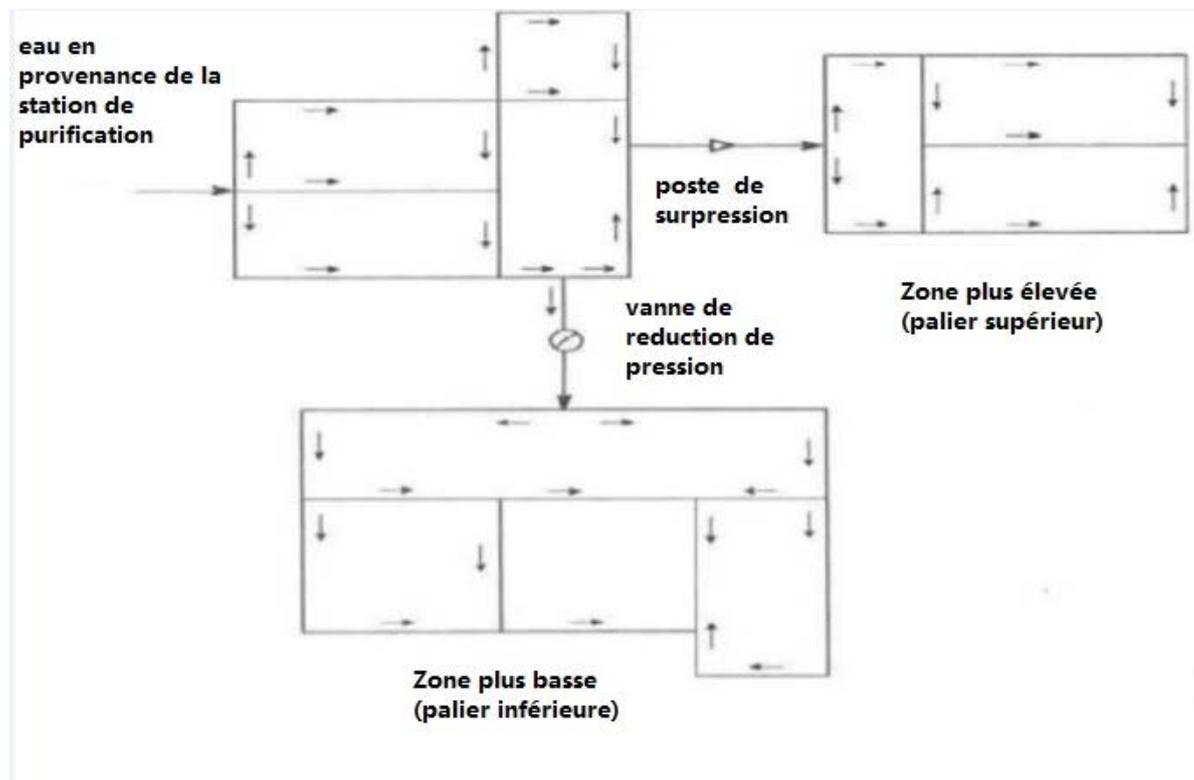


Figure I.7.c : Réseau étagé. (Tarfaya, 2012)

D - Les réseaux distincts :

Les réseaux à alimentation distincte distribuent, l'un, l'eau potable destinée à tous les besoins domestiques, et l'autre, l'eau non potable réservée aux usages industriels et au lavage et arrosage des rues et plantations. Ces réseaux ne se justifient que dans les installations extrêmement importantes. En *Algérie* ce type de réseau n'existe plus. (Tarfaya, 2012)

V- Les contraintes de problèmes des réseaux :

Pour assurer un meilleur fonctionnement d'un réseau, on est contraint à prendre en compte tous les paramètres associés au problème d'optimisation des réseaux. Il est donc indispensable de considérer toutes les contraintes citées ci-dessous.

V-1-Les contraintes physiques :

Le transport de l'eau sous pression dans des canalisations est régi par des lois physiques analogues aux lois de Kirchhoff, et qui traduisent le comportement de l'eau aux nœuds, ainsi que

la distribution d'énergie aux mailles. Donc les contraintes physiques sont résumées dans les trois points suivant :

- *La perte de charge dans une canalisation*
- *Loi de continuité aux nœuds*
- *Loi de conservation d'énergie*

V-2-Les contraintes hydrauliques :

A) Bornes de pressions :

Pour avoir un meilleur service, une charge minimale, en chaque nœud du réseau, est imposée. Au-dessous de cette charge, le réseau est considéré comme défaillant. La valeur de cette pression est fixée de façon à éviter la détérioration de la conduite par dépression, et d'assurer l'alimentation des points les plus défavorables.

Une pression maximale est parfois imposée, afin d'éviter l'éclatement de la conduite par surpression.

B) Bornes de vitesses :

Les débits aux conduites correspondent aux demandes de pointe. C'est pourquoi la vitesse moyenne d'écoulement dans les conduites peut être limitée supérieurement à une valeur V_{max} dans certains brins afin de réduire le risque de détérioration par coups de bélier ou par cavitation. Cette vitesse moyenne est prise parfois limitée inférieurement en période de pointe par une valeur V_{min} afin de réduire le risque de dépôts.

V-3-Contraintes commerciale :

Un tronçon de conduite est caractérisé par sa longueur, son diamètre, sa rugosité et son emplacement dans le réseau. Le prix d'une conduite varie en fonction de la nature du matériau utilisé. Il comprend le coût du matériau, du transport et de l'installation. De par les facteurs économiques du pays considéré et le rapport offre et demande du marché, la gamme commerciale des canalisations destinées à l'alimentation en eau potable, subit, au cours du temps, des changements sur le plan prix et disponibilité. Par conséquent, on doit tenir compte, de la gamme commerciale (D_{com}) disponible sur le marché avec une gamme de prix associé.

VI- État de l'art sur calcul des réseaux interconnectés en charge :

Avant d'entamer le problème d'équilibrage d'un réseau, des travaux de recherches ont été orientés vers la simulation des réseaux de distribution sans tenir compte du coût du projet. Le problème consiste à déterminer sous des contraintes de pressions, de vitesses et les débits dans les Tronçons du réseau ainsi que les pressions aux nœuds. Les Méthodes les plus significatives développées dans ce sens sont celles de Hardy Cross, Newton-Raphson et la méthode de linéarisation des pertes de charge et d'autres méthodes que l'on exposera ci-après brièvement.

VI -1-Méthode de Hardy Cross :

La méthode de Hardy-Cross de calcul par approximations successives a été proposée en 1936 par Hardy-Cross. C'est la méthode la plus utilisée ;

VI-1-1- principes :

- ❖ Principe d'équilibre des nœuds.
- ❖ Principe d'équilibre des pertes de charge (PDC) en chaque maille.

VI-1-2-Hypothèses de calcul par la Méthode de Hardy – Cross :

- ❖ Les consommations d'eau sont concentrées en des points déterminés (nœuds de préférence). S'il y a un service en route, on considèrera le débit total du tronçon à son extrémité.
- ❖ Les points d'injection ou de prélèvement de débit sont connus (pas d'apport ou de fuite inconnus).
- ❖ On se fixe initialement et arbitrairement les diamètres des conduites (par expérience, compte tenu des vitesses admises généralement).

Le résultat du calcul se traduit alors par la connaissance des pressions à chaque nœud et des débits dans chaque branche et ceci pour le choix des diamètres définis initialement. Si ces valeurs de pression et de débit sont incompatibles avec les valeurs à assurer, on corrige les diamètres et on recommence le calcul. Dans le réseau, la somme des entrées est égale à la somme des sorties.

La méthode de Hardy Cross consiste tout d'abord, à se fixer, dans chaque maille, une répartition supposée des débits ainsi qu'un sens supposé d'écoulement, tout en respectant la loi des nœuds. Un diamètre, tout au moins provisoire, des canalisations (avec des vitesses entre 0,6 et 1,2 m/s) peut être choisi et l'on calcule les pertes de charge correspondantes. (Brière, 2012)

VI-1-3-Les lois de la méthode de Hardy-Cross :

- **Loi des nœuds :** À chaque nœud, la somme des débits qui arrivent est égale à la somme des débits qui partent. Ainsi, si on affecte du signe (+) les débits qui arrivent et de signe (-) les débits qui sortent, la somme algébrique des débits sont nuls à chaque nœud.
- **Loi des mailles :** Dans une maille, la somme algébrique des pertes de charge est nulle. On définit pour cela un sens de parcours positif arbitraire (qui n'a aucune relation avec le sens d'écoulement). L'orientation positive est donnée par le sens du déplacement des aiguilles d'une montre. Les pertes de charge sont évidemment, affectées du signe qui aura été choisi pour les débits, puisque les pertes de charge croissent dans le sens de l'écoulement.

VI-1 -4 -Calcul par la méthode de Hardy – Cross :

Pour une maille complexe comportant n tronçons, on peut écrire Δq :

$$\Delta q = -\frac{\sum \Delta H}{2 \sum \left| \frac{\Delta H}{q_i} \right|} \quad (I.12)$$

Rappelons que les débits positifs, par rapport à l'orientation choisie, seront corrigés par Δq affecter de son signe, alors que les débits négatifs seront corrigés par Δq multiplié par (-1).

De manière générale, on peut se contenter pour arrêter le processus itératif des critères suivants.

$$|\Delta q| \leq 0,5 \text{ l/s} \quad \text{et} \quad \left| \sum J \right| \leq 0,2 \text{ m}$$

VI -2-La méthode par analogie électrique (Origine de Hardy-Cross) :

Les analyseurs électriques sont basés sur certaines analogies qui existent entre les réseaux hydrauliques et les réseaux électriques. Ces analogies sont expliquées à l'aide de la figure (I.8). La figure (I.7.a) montre deux sources, six nœuds et deux mailles alors que le réseau électrique analogue est représenté sur la figure (I.7.b).

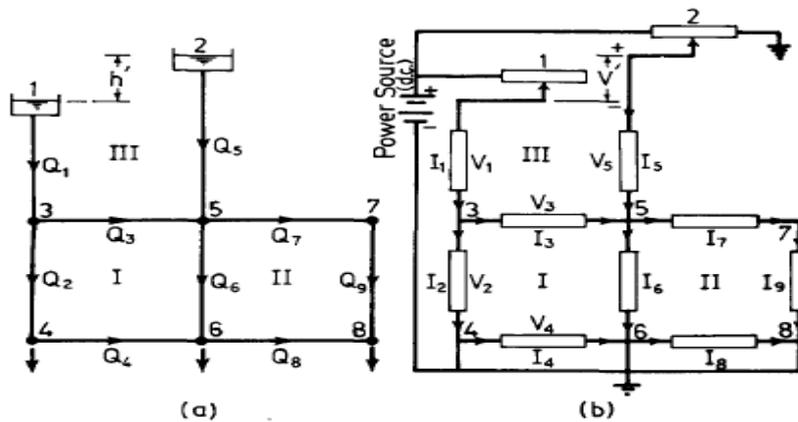


Figure I.8 : schéma représentatif de l'analogie entre le réseau hydraulique et le réseau électrique.

(Bhave, 1991)

Les différentes analogies sont les suivantes :

- 1) La décharge Q à travers la conduite d'un réseau hydraulique correspond au courant qui traverse une résistance d'un réseau électrique. Ainsi, le débit Q1 dans la conduite 1 du réseau hydraulique montré dans la figure (I.7.a) correspond au courant I1 dans la résistance 1 du réseau représenté sur la figure (I.7.b). Le débit Q dans une conduite peut être mesuré en y insérant un débitmètre ; de même, le courant électrique à travers une résistance peut être mesuré en insérant un ampèremètre en série avec la résistance.
- 2) La constante de résistance R d'une conduite correspond à la résistance électrique R d'une résistance.
- 3) La perte de charge ΔH dans une conduite due à sa constante de résistance R correspond à la chute de tension V le long d'une résistance en raison de sa résistance électrique R. ainsi, perte de charge ΔH_1 , dans la conduite 1 correspond à la chute de tension V1, dans

résistance 1. Tout comme la perte de charge dans une canalisation peut être mesurée par un manomètre connecté à ses extrémités, la chute de tension dans une résistance peut être mesurée par un voltmètre connecté à travers ses bornes.

- 4) La somme algébrique des débits nodaux est égale à zéro ce qui correspond à la première loi de Kirchhoff qui est la somme des courants vers une jonction d'un réseau électrique est nul.
- 5) La somme des pertes de charge dans la maille de réseau hydraulique, est correspondre à la deuxième loi de Kirchhoff qui est la somme algébrique de la tension chute autour d'un circuit fermé d'un réseau électrique est nul.

En raison de ces analogies, il est possible d'utiliser des réseaux électriques pour simuler des réseaux hydrauliques. De tels réseaux électriques, appelés analyseur électrique peuvent donc être utilisés pour l'analyse du débit à travers les réseaux de distribution des eaux. Cependant, il existe une différence fondamentale entre le comportement d'un réseau hydraulique et d'un réseau électrique ordinaire. La perte de charge dans une conduite d'un réseau hydraulique est donnée par une relation non linéaire, $\Delta H = RQ^n$ Dans lequel l'exposant n est habituellement égal à 1.85 ou 2. Cependant, dans les réseaux électriques, la chute de tension est donnée par une relation linéaire $V = RI$. (Bhave, 1991)

VI -3-Méthode de Newton-Raphson :

En 1963, Martin et Peters étaient les premiers à utiliser la technique de Newton-Raphson. Plus tard, Shamir et Howard ont montré que, tout en gardant le même nombre d'équations et d'inconnues, il est possible de substituer à une partie de ces dernières des consommations aux nœuds ou des résistances de tronçons. Liu essaie de ne conserver que la diagonale principale de la matrice jacobienne. Donachie insiste sur la possibilité d'ajuster les résistances, pour mieux caler le modèle.

Chandrashekar et Stewart tirent parti du fait que la matrice jacobienne est particulièrement clairsemée et ne calculent pas, explicitement, son inverse. Afin d'éviter également les inversions répétées, Lam et Wolla utilisent un inverse approché, retouché à chaque itération. Lemieux propose une autre modification de l'algorithme de Newton-Raphson, basée sur les propriétés des matrices-bandes symétriques, définies positives. L'arrangement en matrice-bande, dans le but de réduire l'encombrement, est également pratiqué par d'autres auteurs. (Divenot, 1980).

VI-3-1-Méthode des mailles :

La fonction est dans ce cas :

$$F(\mathbf{Q}) = \sum R_{ij} Q_{ij}^2 \quad (\text{I.13})$$

Avec : R_{ij} est la résistance hydraulique de la conduite (ij).

Démarrant d'une répartition initiale des débits, le procédé de Newton Raphson, conduit à la résolution d'un système linéaire à chaque itération déterminant ainsi la correction du débit.

$$\Delta Q^k = J^{-1} F(Q^k) \quad (\text{I.14})$$

$J = \nabla F(Q^k)$: est la matrice jacobéenne du système à l'itération k, dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation de perte de charge par rapport au débit.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction (ΔQ) devient négligeable. (Divenot, 1980).

VI-3-2 Méthode des nœuds :

Le programme mathématique qui en découle consiste à baser sur l'ensemble des tronçons connectés à un nœud (i) la fonction suivante :

$$F(H_i) = \sum Q_{ij} + q_i = \sum R_{ij}^{-1/\alpha} (H_i - H_j)^{1/\alpha} + q_i \quad (\text{I.15})$$

H_i, H_j : côtes piézométriques aux nœuds i et j.

Démarrant d'une répartition initiale des charges aux nœuds, le processus itératif commence. À chaque itération (k) une correction (ΔH^k) sur les charges aux nœuds est apportée.

$$\Delta H^k = J^{-1} f(H^k) \quad (\text{I.16})$$

$J = \nabla F(Q^k)$: est la matrice jacobienne du système à l'itération k, dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation de perte de charge par rapport à la charge.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction (ΔQ) devient négligeable. (Divenot, 1980).

VI-4- Méthode linéarisations de Wood-Charles :

Proposée par Wood et Charles (1972) repris par Lejeune et ses collaborateurs en (1972), la méthode de linéarisation consiste à résoudre, par un processus itératif, un système d'équations linéaires composé des équations de continuité aux nœuds d'une part et des équations de mailles linéarités d'autre part. La linéarisation de la perte de charge par rapport au débit donne un aspect laminaire au régime d'écoulement.

VII- conclusion :

Dans ce chapitre nous avons donné un rappel général sur les écoulements en charge, puis la structure générale de réseau hydraulique, et les importants composants dans un projet d'AEP. Par la suite nous avons exposé par l'état de l'art de calcul des réseaux interconnectés en charge qui représente les différentes méthodes utilisées. Le prochain chapitre portera par conséquent sur la méthode de Wood-Charles laquelle constitue l'objectif de ce travail.

Chapitre

02

Chapitre : 02

Équation de conservation et méthode de Wood-Charles

I-Introduction :

La majorité des méthodes de résolution des problèmes des réseaux maillés se basent sur l'analogie avec les lois de la physique. Donc dans ce chapitre, nous allons à présenter les différentes lois utilisées en hydraulique (loi de Kirchhoff), et la présentation de la méthode de Wood-Charles, et on termine par la résolution numérique d'un système matricielle.

II-Les équations de conservation :

Ces équations de conservation peuvent se présenter suivant deux approches :

II-1- Approche classique :

Cette approche se basé sur les deux lois de Kirchhoff. Gustav Robert Kirchhoff était un physicien. Il établit la loi des mailles (la loi des tensions de Kirchhoff) entre 1845 et 1846 alors qu'il était étudiant à Königsberg. En 1849, il inventa la loi des nœuds (la loi des courants de Kirchhoff).

II-1-1- La loi des nœuds :

La somme algébrique des intensités des courants qui passent par un nœud est nulle. Par convention on pose que les intensités des courants se dirigeant vers le nœud sont positives et que négatives sont les intensités des courants qui s'en éloignent. Sur la figure(II.1) on a représenté le sens (arbitraire) des courants traversant le nœud.

Alors, dans les réseaux hydrauliques la somme algébrique des débits qui passent par un nœud est nulle. La somme des débits qui arrivent à un nœud est égale à celle des débits qui partent du nœud. (Hoang Le-Huy, 2004)

$$\sum Q_{entrant} = \sum Q_{sortant} \quad (II.1)$$

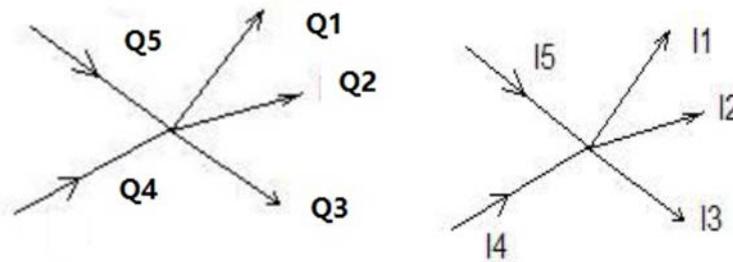


Figure II.1 : la somme algébrique des débits dans un nœud est nulle.

II-1-2- La loi des mailles :

Dans une maille quelconque d'un réseau, la somme algébrique des forces électromotrices (positives) et forces contre-électromotrices (négatives) est égale à la somme algébrique des différences de potentiel aux bornes des résistances. Le sens de parcours du courant dans la maille est choisi d'abord arbitrairement, les différences de potentiel aux bornes des résistances parcourues par un courant circulant dans le sens de parcours choisi sont affectées du signe négatif.

Donc leur analogie dans les réseaux hydrauliques est que la somme des pertes de charge dans les mailles doit être nulle. (Hoang Le-Huy, 2004)

$$\sum J = 0 \tag{II.2}$$

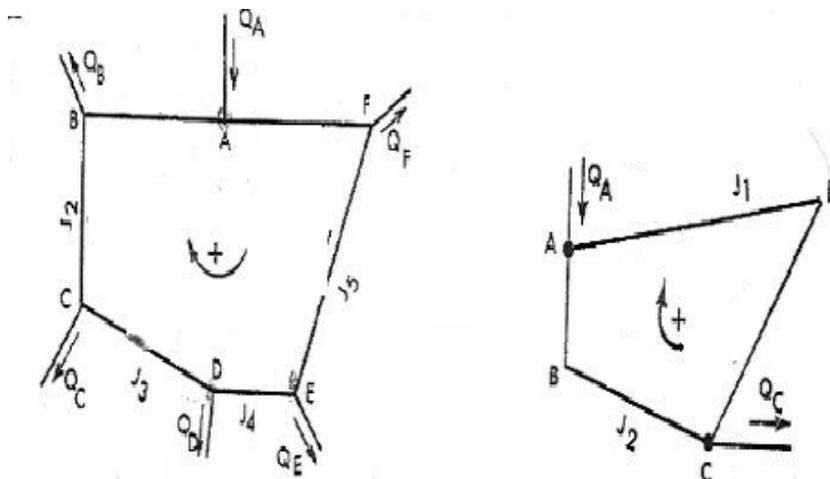


Figure II.2 : schéma d'un réseau comporte 1 maille.

II-2- Approche énergétique :

Selon (Bhave, 1991), Arora a suggéré une approche basée sur le principe de conservation d'énergie. Ce principe stipule : "Les écoulements dans les conduites d'un réseau hydraulique s'ajustent afin que la dépense de l'énergie du système est minimale". Dépense

d'énergie E_x lorsque l'eau s'écoule dans la conduite x à débit de Q_x et subissant une perte de charge h_x est donné par :

$$E_x = KQ_x h_x \quad (II.3)$$

Dans laquelle K : constante appropriée pour la conversion de l'énergie en Joules ou kilowattheures. Par conséquent, la dépense totale de l'énergie du système, SE , dans un réseau hydraulique peut être exprimé comme :

$$SE = \sum_x |KQ_x h_x| \quad (II.4)$$

Le signe du module dans l'équation (II.3) garantit la dépense d'énergie positive, quelle que soit la direction de l'écoulement dans une conduite. Exprimer la perte de charge h_x en fonction de la constante de résistance de la conduite connue R_{ox} et débit Q_x , l'équation (II.4) peut être exprimé comme suit :

$$SE = \sum_x KR_{ox} |Q_x|^{n+1} \quad (II.5)$$

Les débits dans les conduites, c'est-à-dire les valeurs Q_x , doivent être telles qu'elles satisfassent la relation de continuité « La loi des nœuds » à tous les nœuds de demande. Donc, le modèle d'optimisation pour un réseau à source unique peut maintenant être exprimé comme :

Minimiser :
$$SE = \sum_x KR_{ox} |Q_x|^{n+1} \quad (II.6.a)$$

Sujet à :
$$SE = \sum_{\substack{x \\ \text{connecté} \\ \text{à } j}} Q_x + q_{ox} = 0 \text{ pour tous les nœuds de demande } j \quad (II.6.b)$$

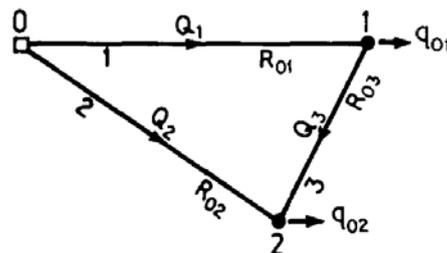


Figure II.3 : Réseau en boucle à nœud unique à deux demandes.

Étant donné K est constant tout au long, il peut être abandonné de l'équation (II.6.a) et l'énergie du système peut être exprimée en perte de charge unités

($m^3 \text{min}^{-1} \cdot m$; $LS^{-1} \cdot m$, etc ...) Par conséquent, le modèle d'optimisation peut s'exprimer :

Minimiser :
$$SE = \sum_x R_{ox} |Q_x|^{n+1} \quad (II.7.a)$$

Sujet à :
$$SE = \sum_{\substack{x \\ \text{connecté} \\ \text{à } j}} Q_x + q_{ox} = 0 \text{ pour tous les nœuds de demande } j \quad (II.7.b)$$

Au lieu de donner une preuve mathématique rigoureuse pour montrer que la solution de ce modèle d'optimisation donne la solution d'analyse de réseau hydraulique, la preuve est démontrée ici à travers un simple réseau hydraulique à trois conduites, à une maille.

Considérons un nœud à une source (étiqueté 0), à deux demandes (libellé 1 et 2) réseau en boucle de la figure (II.5). Les demandes connues au nœud 1 et 2 sont q_{o1} , et q_{o2} , respectivement. Les conduites sont étiquetées 1, 2 et 3 et leur constante de résistance sont connues respectivement R_{o1} , R_{o2} et R_{o3} . Considérons les débits, qui sont les variables de décision, Q_1 Q_2 et Q_3 dans la conduite 1,2, et 3, respectivement dans les directions indiquées sur la figure. Le modèle d'optimisation pour ce réseau est donné par :

$$\text{Minimiser : } SE = R_{o1}|Q_1|^{n+1} + R_{o2}|Q_2|^{n+1} + R_{o3}|Q_3|^{n+1} \quad (\text{II.8.a})$$

$$\text{Sujet à : } \quad Q_1 - Q_3 - q_{o1} = 0 \quad (\text{II.8.b})$$

$$Q_2 + Q_3 - q_{o2} = 0 \quad (\text{II.8.c})$$

En réarrangeant les contraintes des équations (II.8.b) et (II.8.c) de sorte que Q_1 , et Q_2 sont exprimés en termes de Q_3 , nous obtenons :

$$Q_1 = q_{o1} + Q_3 \quad (\text{II.9.a})$$

$$Q_2 = q_{o2} - Q_3 \quad (\text{II.9.b})$$

En insérant les valeurs de Q_1 et Q_2 dans l'équation (II.8.a), le modèle d'optimisation devient maintenant :

$$\text{Minimiser : } SE = R_{o1}|q_{o1} + Q_3|^{n+1} + R_{o2}|q_{o2} - Q_3|^{n+1} + R_{o3}|Q_3|^{n+1} \quad (\text{II.10})$$

Qui est maintenant un modèle d'optimisation sans contrainte avec une seule variable de décision Q_3 . Par conséquent, pour que la dépense d'énergie du système soit minimale :

$$\frac{dSE}{dQ_3} = 0 = (n + 1)[R_{o1}|q_{o1} + Q_3|^n - R_{o2}|q_{o2} - Q_3|^n + R_{o3}|Q_3|^n] \quad (\text{II.11})$$

On peut montrer que $\frac{d^2E}{dQ_3^2}$, l'équation (II.8) est strictement convexe et donc, l'équation (II.9) donne la valeur de Q_3 pour la valeur minimale de SE.

Réintroduisant Q_1 et Q_2 , à partir des équations (II.9.a) et (II.9.b) dans l'équation (II.11) et simplifiant, nous obtenons :

$$R_{o1}|q_{o1} + Q_3|^n - R_{o2}|q_{o2} - Q_3|^n + R_{o3}|Q_3|^n = 0 \quad (\text{II.12})$$

Qui est précisément la relation de perte de charge donnant la somme algébrique des pertes de charge dans les trois conduites formant la maille égale à zéro. Ainsi, quand la dépense d'énergie du système pour une maille est minimale, les débits des conduites sont ajustés de sorte que la relation de perte de charge de la maille soit satisfaite. Comme les relations de

continuité des nœuds sont déjà satisfaites et comme la relation de perte charge dans la maille est également maintenant satisfaite, la solution par l'optimisation du modèle donne la solution du réseau hydraulique.

La preuve peut être étendue à des réseaux à source unique et à plusieurs mailles. En sélectionnant un débit dans une conduite dans chaque maille de base comme variable de décision de base, le modèle d'optimisation peut être refondu à une optimisation sans contrainte, avec le nombre de variables de décision de base égal au nombre de mailles de base. En différenciant partiellement par rapport à chaque variable de décision de base, et en simplifiant, nous obtenons les équations de perte de charge dans les mailles. Ainsi, la solution du modèle d'optimisation ayant les débits des conduites comme les variables de décision donne l'analyse du réseau hydraulique.

La preuve peut également être étendue aux réseaux à sources multiples. Ici aussi le débit d'une conduite est sélectionné comme une variable de décision de base de chaque maille réelle, et l'écoulement source-nœud comme une variable de décision de base de chaque pseudo maille. Le modèle d'optimisation est ensuite refondu sans contrainte, partiellement différenciée et simplifiée pour obtenir les équations de perte de charge dans la maille comme condition nécessaire pour la solution optimale (Bhave ;1991).

III-La méthode de Wood-Charles :

En 1972, Wood et Charles ont conçu un nouvel algorithme. Contrairement ses prédécesseurs, ce dernier n'est plus basé sur les observations faites par Hardy Cross, mais sur une approche plus scientifique. La méthode des analyses simultanées (ou méthode linéaire) s'appuie sur les lois de conservation de l'énergie et de la masse. Cette nouvelle approche permet d'avoir une très bonne efficacité, faisant de cet algorithme l'une des références dans le domaine des réseaux hydrauliques. Cette méthode est d'ailleurs toujours utilisée dans de nombreux logiciels de renommée mondiale, tels que PIPE2000 ou WOODNET. (Divenot, 1980)

Nous avons vu au chapitre précédent qu'au moins certaines équations dans l'analyse d'un réseau de conduite sont non linéaires. Parce qu'il n'y a pas de méthode directe pour leur solution, ces équations sont linéarisées et alors résolues. Naturellement, la solution est approximative, et donc corrigée, et la procédure itérative est poursuivie jusqu' atteinte d'une précision satisfaisante.

La méthode de Newton-Raphson décrite dans le chapitre précédent développe les termes non linéaires en série de Taylor, néglige les résidus après deux termes, et ne considère donc que les termes linéaires. En tant que tel, la méthode de Newton- Raphson linéarise les équations non

linéaires par différenciation partielle. Cette méthode est générale et fonctionne même lorsque les équations non linéaires sont transcendantes contenant des fonctions exponentielles, trigonométriques, hyperboliques, ou termes logarithmiques. La non-linéarité dans les équations du réseau, les variables sont élevées au même exposant de non-unité. Par exemple, les équations non linéaires de Q obtenus à partir de la relation de perte de charge dans la maille contiennent des termes, $R_x Q_x^n$ et les équations de H obtenues à partir de la relation de continuité des débits nodaux. Contient des termes $[(H_i - H_j)/R_{ij}]^{1/n}$. Dans ces deux types de non-linéarité, la valeur de n est la même pour tous les termes 1.852 dans la formule de perte de charge de Hazen-Williams et 2,0 dans les formules Darcy-Weisbach et Manning. Ceci est une fonctionnalité utile et le terme non linéaire peut être facilement linéarisé par fusion une partie du terme non linéaire dans la constante de résistance d'une conduite. Ce principe a d'abord été suggéré et utilisé par McIlroy, Marlow et al, et Muir (Bhave, 1991). Plus tard, Wood et Charles l'ont développé, et il est maintenant largement utilisé dans la pratique. Même si le principe peut être utilisé pour linéariser tous les types d'équations y compris les équations de ΔQ , la méthode est appliquée dans les équations de débit dans les conduites, c'est-à-dire les équations de Q, et les équations de H sont les équations de continuité dans les nœuds. (Bhave(1991))

III-1- Équation des conduites :

Les débits dans les conduites sont pris comme les inconnues de base dans la formulation des équations du Q. L'application de la méthode de la théorie linéaire pour la solution de ces équations est décrite ici pour différentes situations.

III-1-1- Réseaux avec résistance des conduites connues :

Les équations de Q sont formulées pour les réseaux à source unique et à sources multiples avec des résistances des conduites connues. Les équations de Q pour la relation de continuité sont déjà linéaires. Les équations de Q pour la relation de perte de charge des mailles pour la maille réelle, et les pseudo-mailles, le cas échéant, sont non linéaires. Ces équations non linéaires sont linéarisées. Ainsi, les équations de perte de charge en mailles non linéaires sont écrites comme suite :

$$\sum_{x \in C} (R_{ox} | Q_x |^{n-1}) Q_x = 0 \quad (\text{II.13})$$

Dans laquelle :

R_x : constante de résistance connue de la conduite x ;

Q_{xt} : Débit supposé dans la conduite x pour l'itération t ;

Q_x : Le paramètre inconnu. L'équation (II.) exprimée sous la forme linéarisée devient :

$$\sum_{x \in c} {}_t R'_x Q_x = 0 \tag{II.14}$$

Dans laquelle :

${}_t R'_x$: Constante de résistance modifiée de la conduite x, donnée à l'itération t.

$${}_t R'_x = R_{ox} | {}_t Q_x |^{n-1} \tag{II.15}$$

Muir, Wood et Charles, a suggéré le débit, ${}_t Q_x$ Devrait être considérée comme unité pour la première itération. Ainsi, pour la première itération, nous avons :

$${}_1 R'_x = R_{ox} , \tag{II.16}$$

Et l'équation (II.11) dévie :

$$\sum_{x \in c} R_{ox} Q_x = 0 \tag{II.17}$$

La solution simultanée des équations linéaires de continuité des nœuds et les équations de perte de charge en maille linéarités (Équation (II.17)) donneraient le débit dans les conduites à la fin de la première itération, c'est-à-dire, $Q_{x(1)}$; le débit dans la conduite x obtenue après l'itération t est indiqué ici par $Q_{x(t)}$.

Muir a suggéré qu'à partir de la seconde itération :

$$Q_{xt} = | Q_{x(t-1)} \times Q_{x(t-1)} |^{0,5} \quad t = 2,3 \dots \tag{II.18}$$

Selon la procédure proposée par Wood et Charles, les valeurs de Q_x obtenues à partir de la première itération, sont considérées comme des valeurs initiales pour évaluer la deuxième itération ${}_2 R'_x$ Ainsi :

$${}_2 Q_x = Q_{x(1)} \quad x = 1 \dots \dots \dots X \tag{II.19}$$

Si cette procédure de prise des valeurs obtenues de l'itération précédente comme les valeurs supposées pour la prochaine itération est poursuivie plus loin. Ainsi, à partir de la troisième itération, il est observé que les valeurs Q_x Commencent à osciller. Pour éviter les oscillations, Wood et Charles ont proposé que la moyenne des valeurs Q_x Obtenues dans les précédents deux itérations doit être considérée comme la valeur supposée pour l'itération suivante.

$${}_t Q_x = \frac{Q_{x(t-2)} + Q_{x(t-1)}}{2} \quad x = 1 \dots X \tag{II.20}$$

Au lieu de prendre la moyenne des valeurs obtenues dans les deux précédentes itérations, en prenant la moyenne des valeurs supposées et obtenues dans l'itération précédente donnent une convergence rapide. Donc :

$${}_t Q_x = \frac{Q_{x(t-1)} + Q_{x(t-1)}}{2} \quad x = 1 \dots X \quad (II.21)$$

- Exemple illustratif 1 :

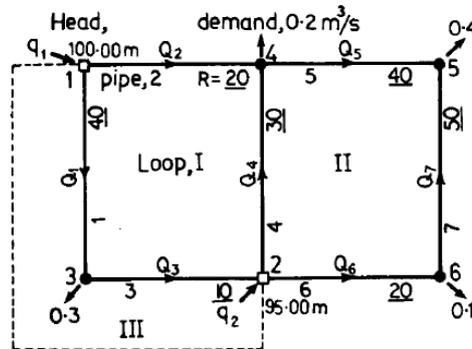


Figure II.4 : schéma illustratif pour l'exemple 1.

Les relations linéaires de continuité pour les nœuds 3 . . . 6 donné, respectivement :

$$Q_1 - Q_3 - 0,3 = 0 \quad (II.22)$$

$$Q_2 + Q_4 - Q_5 - 0,2 = 0 \quad (II.23)$$

$$Q_5 + Q_7 - 0,4 = 0 \quad (II.24)$$

$$Q_6 - Q_7 - 0,1 = 0 \quad (II.25)$$

À partir des deux mailles de base I et II et de la pseudo-maille III, nous avons, respectivement :

$$20Q_2^{1,85} - 30Q_4^{1,85} - 10Q_3^{1,85} - 40Q_1^{1,85} = 0 \quad (II.26)$$

$$40Q_5^{1,85} - 50Q_7^{1,85} - 20Q_6^{1,85} + 30Q_4^{1,85} = 0 \quad (II.27)$$

$$40Q_1^{1,85} + 10Q_3^{1,85} + (95 - 100) = 0 \quad (II.28)$$

III-1-2- Réseaux avec résistance des conduites inconnues :

Nous pouvons formuler soit les équations Q-R, ou les équations de Q pour les réseaux avec des résistances inconnues. Quand les équations Q-R sont formulées et résolues, le nombre d'inconnues est $X + X_{ij}$ Et l'approche est implicite. Lorsque les équations Q sont formulées et résolues, le nombre d'inconnues est X et l'approche est explicite. Dans les équations de perte de charge en maille pour l'approche implicite, les termes indiquant la perte de charge à travers des conduites de résistance connue sont linéarités habituellement pour les débits des conduites, et ceux indiquant une perte de charge à travers des conduites de résistances inconnues sont linéarités.

$${}_t h_x = (R_{ox} \times {}_t Q_x^{n-t}) Q_x \text{ (Linéarisé pour } Q_x \text{ de bases inconnues)} \quad (II.29)$$

$${}_t h_x = ({}_t Q_x^n) R_x \text{ (Linéarisé pour } R_x \text{ de bases inconnues)} \quad (II.30)$$

Il n'est pas nécessaire d'initialiser les résistances inconnues, mais leurs valeurs sont obtenues à la fin de chaque itération. Ainsi, dans l'approche implicite, les résistances inconnues des conduites sont également évaluées avec les débits inconnus à chaque itération.

Lorsqu'une conduite avec une résistance inconnue est interne, il apparaît en plus d'une équation de perte de charge en maille dans les équations Q-R formulées et par conséquent, la résistance inconnue est évaluée implicitement. Cependant, si une conduite avec une résistance inconnue est externe, la résistance inconnue apparaît dans une seule équation, et donc cette équation peut être mise de côté, et la résistance inconnue peut être évaluée à la fin. Dans l'approche explicite, les conduites avec une résistance inconnue sont externalisées et seulement les équations de Q sont formulées et résolues. Les conduites à résistances inconnues sont évaluées à la fin.

III-1-3- Réseaux avec pompes :

La formulation des équations de Q pour les réseaux avec pompes est assez simple. La charge h fournie par la pompe est exprimée en termes du débit la traversant, et aussi, en termes de débit dans la conduite dans laquelle se trouve la pompe.

- Exemple illustratif 2 :

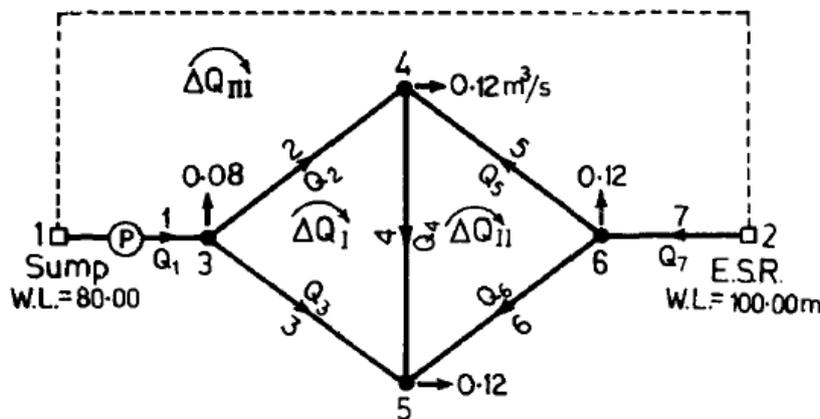


Figure II.5 : schéma illustratif pour l'exemple 2.

Le réseau a sept conduites, les inconnues de base sont $Q_1 \dots Q_7$. À partir de la relation de continuité aux nœuds 3, 4, 5, et 6, nous obtenons, respectivement :

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 - 0,08 = 0 \tag{II.31}$$

$$Q_2 - Q_4 + Q_5 - 0,12 = 0 \tag{II.32}$$

$$Q_3 + Q_4 + Q_6 - 0,12 = 0 \tag{II.33}$$

$$-Q_5 - Q_6 + Q_7 - 0,12 = 0 \tag{II.34}$$

En prenant $\lambda = 0,02$ pour toutes les conduites. Les équations de perte de charge pour les mailles I et III sont, respectivement :

$$2066Q_2^2 + 3265Q_4^2 - 8707Q_3^2 = 0 \quad (II.35)$$

$$-3265Q_4^2 - 775Q_5^2 + 3265Q_6^2 = 0 \quad (II.36)$$

$$157Q_7^2 - 775Q_5^1 - 2066Q_2^2 - 204Q_1^2 + h_p + (80 - 100) = 0 \quad (II.37)$$

La charge délivrée par la pompe h_p , dans l'équation (II.34) peut être exprimée en termes de Q , nous avons :

$$h_p = 12.05 - 38.2(Q_1 - 0.0353)^2 \quad (II.38)$$

En simplifiant, l'équation (II.35) dévie :

$$157Q_7^2 - 775Q_5^1 - 2066Q_2^2 - 242,2Q_1^2 + 2,697Q_1 - 7,998 = 0 \quad (II.39)$$

III-1-4- Réseaux avec vannes :

Les mailles sont sélectionnées de telle sorte que ces vannes sont externalisées. Dans le cas d'un clapet antiretour, le débit qui le traverse est supposé initialement être dans la direction permise, et les équations de Q sont formulées. Cependant, lorsque la direction de l'écoulement s'inverse, le débit dans la conduite contenant le clapet antiretour est rendu nul dans les relations de continuité pour les nœuds d'extrémité de cette conduite et l'équation de perte de charge pour la maille contenant cette conduite est annulée.

Dans le cas d'un PRV (pressure reducing valve) réducteur de pression, on suppose initialement qu'il est en mode opérationnel et est donc remplacé par des nœuds de source et de puits. Une pseudo-maille est introduite et les équations de Q sont formulées et résolues. Pour supposer le débit dans la conduite avec un PRV, une vérification doit être faite pour s'assurer que le PRV est resté en mode opérationnel. Cependant, si, est observé que le PRV est devenu inopérant ou que le sens d'écoulement s'est inversé, la procédure décrite précédemment pour le clapet antiretour est suivie.

- Exemple illustratif 3 :

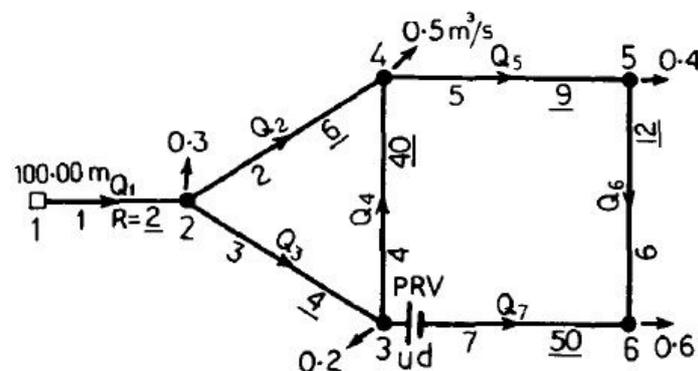


Figure II.6 : schéma illustratif pour l'exemple 3.

Dans ce réseau, en supposant que le PRV est en mode opérationnel, le PRV est remplacé par des nœuds sources et une pseudo-boucle est formée. Donc, les équations de Q pour les nœuds 2 . . . 6 et la maille I et II sont, respectivement :

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 - 0,3 = 0 \quad (\text{II.40})$$

$$Q_3 - Q_4 - Q_7 - 0,2 = 0 \quad (\text{II.41})$$

$$Q_2 + Q_4 - Q_5 - 0,5 = 0 \quad (\text{II.42})$$

$$Q_5 - Q_6 - 0,4 = 0 \quad (\text{II.43})$$

$$Q_6 + Q_7 - 0,6 = 0 \quad (\text{II.44})$$

$$6Q_2^2 + 40Q_4^2 - 4Q_3^2 = 0 \quad (\text{II.45})$$

$$2Q_1^2 + 6Q_2^2 + 9Q_5^2 - 12Q_6^2 - 50Q_7^2 + (80 - 100) = 0 \quad (\text{II.46})$$

Lorsque le PRV devient inopérant pour un autre réglage de pression l'équation (II.44) est remplacée par :

$$40Q_4^2 + 9Q_5^2 + 12Q_6^2 - 105.06Q_7^2 = 0 \quad (\text{II.47})$$

IV- Résolution numérique d'un système matriciel :

Les problèmes qui se ramènent à la résolution d'un système linéaire sont nombreux. On peut y aboutir par interpolation, par des problèmes d'optimisation, par la résolution d'équations différentielles ou aux dérivées partielles. Parmi les méthodes de résolution des systèmes matriciels, on distingue :

IV-1- La méthode de Gauss :

Un système de m équations à n inconnues $x_1; x_2; \dots \dots x_n$ s'écrit sous forme matricielle :

$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (\text{II.48})$$

Où :

[A]: Est une matrice connu ;

{b}: Un vecteur connu de dimension $n \times 1$;

{x}: Le vecteur recherché est de dimension $n \times 1$.

$$[A, b] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & a_{1,m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & a_{2,m} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & a_{n,m1} \end{bmatrix} = [A] \quad (\text{II.49})$$

V-1-1- Étapes de réduction :

Pour faciliter la compréhension du processus de fonctionnement de la méthode au cours de la réduction ou triangularisation du système d'équations, on prend un système de la méthode de quatre équations à quatre inconnues. La matrice augmentée est donc de dimension 4×5. Le processus de réduction se fait selon les étapes suivantes :

a) Étapes 1 (pivot a_{11}) :

Le principe de réduction à l'étape 1 (notée par l'indice supérieur (1)) consiste à annuler les termes en dessous du terme de pivot a_{11} (supposé non nul et le plus grand des termes de cette colonne) de la première colonne. L'opération de réduction est répétée pour chaque ligne. À cette étape on aura trois phases réduction.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{34} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ \text{Système initiale} & & & & \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & a_{24}^{(1)} & a_{25}^{(1)} \\ 0 & a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} & a_{34}^{(1)} & a_{35}^{(1)} \\ 0 & a_{42}^{(1)} & a_{43}^{(1)} & a_{44}^{(1)} & a_{45}^{(1)} \\ \text{Système réduit à l'étape 1} & & & & \end{array} \right]$$

- **Réduction1** : (ligne 2). La réduction consiste à annuler le terme a_{21} De la ligne 2. Sachant que la solution $\{x\}$ est inchangée quand on ajoute à la deuxième ligne un multiple de la première ligne, on peut choisir ce facteur multiplicatif de telle façon que le terme $a_{21}^{(1)}$ À cette étape soit nulle. On a alors :

$$a_{21}^{(1)} = a_{21} + Fact_2^{(1)} a_{11} \tag{II.50}$$

Où :

$$Fact_2^{(1)} = -\frac{a_{21}}{a_{11}} \tag{II.51}$$

Est le facteur de réduction des termes a_{2j} De la deuxième ligne à cette étape. Les termes de la deuxième ligne deviennent :

$$a_{22}^{(1)} = a_{22} + Fact_2^{(1)} a_{12} \tag{II.52}$$

$$a_{23}^{(1)} = a_{23} + Fact_2^{(1)} a_{13} ; \text{ect} \tag{II.53}$$

D'où :

$$a_{22}^{(1)} = 0 \text{ (Réduction du terme } a_{21})$$

$$Fact_2^1 = -\frac{a_{21}}{a_{11}} \text{ (Facteur de réduction de la ligne 2)}$$

$$a_{2j}^{(1)} = a_{2j} + Fact_2^{(1)} a_{1j} \quad j = 2, m$$

- **Réduction 2** (ligne 3) : On ajoute la première ligne, que l'on multiplie par le facteur

$Fact_3^{(0)} = -\frac{a_{31}}{a_{11}}$, à la troisième ligne pour obtenir la nouvelle troisième ligne à l'étape (1). Les termes de la troisième ligne deviennent :

$$a_{31}^{(1)} = a_{31} + Fact_3^{(1)} a_{11} = 0,$$

$$a_{32}^{(1)} = a_{32} + Fact_3^{(1)} a_{12} \tag{II.54}$$

$$a_{33}^{(1)} = a_{33} + Fact_3^{(1)} a_{13}$$

D'où :

$$Fact_3^{(0)} = -\frac{a_{31}}{a_{11}}$$

$$a_{31}^{(1)} = 0 \tag{II.55}$$

$$a_{3j}^{(1)} = a_{3j} + Fact_3^{(1)} a_{1j} \quad j = 2, m$$

- **Réduction 3** (ligne 4) : On ajoute la première ligne, que l'on multiplie par le facteur

$Fact_4^{(1)} = -\frac{a_{41}}{a_{11}}$, à la quatrième ligne pour obtenir la nouvelle quatrième ligne à l'étape(1). Les termes de la quatrième ligne deviennent :

$$a_{41}^{(1)} = a_{41} + Fact_4^{(1)} a_{11} = 0;$$

$$a_{42}^{(1)} = a_{42} + Fact_4^{(1)} a_{12}; \tag{II.56}$$

$$a_{43}^{(1)} = a_{43} + Fact_4^{(1)} a_{13}, \text{ etc ...}$$

D'où :

$$Fact_4^{(1)} = -\frac{a_{41}}{a_{11}}$$

$$a_{41}^{(1)} = 0 \tag{II.57}$$

$$a_{4j}^{(1)} = a_{4j} + Fact_4^{(1)} a_{1j} \quad j = 1, m$$

Soit en général l'étape (1) s'écrit pour les différentes lignes i :

$$Fact_i^{(1)} = -\frac{a_{i1}^{(0)}}{a_{11}^{(0)}} \quad i = 2; n$$

$$a_{i1}^{(1)} = 0 \quad i = 2; n \tag{II.58}$$

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} + Fact_i^{(1)} a_{1j} \quad i = 2, n \quad j = 2, m$$

b) Etape2 (pivot $a_{22}^{(1)}$):

Le principe de réduction à l'étape 2 consiste à annuler les termes en dessous du terme pivot $a_{22}^{(1)}$ de la colonne 2

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & : & a_{15} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & a_{24}^{(1)} & : & a_{25}^{(1)} \\ 0 & a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} & a_{34}^{(1)} & : & a_{35}^{(1)} \\ 0 & a_{42}^{(1)} & a_{43}^{(1)} & a_{44}^{(1)} & : & a_{45}^{(1)} \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & : & a_{15} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & a_{24}^{(1)} & : & a_{25}^{(1)} \\ 0 & 0 & a_{33}^{(2)} & a_{34}^{(2)} & : & a_{35}^{(2)} \\ 0 & 0 & a_{43}^{(2)} & a_{44}^{(2)} & : & a_{45}^{(2)} \end{array} \right]$$

[Système réduit à l'étape1] [Système réduit de l'étape2]

- **Réduction1** (ligne3) : On ajoute la deuxième ligne de l'étape (1), que l'on multiplie par le facteur $Fact_3^{(2)} = -\frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$, à la troisième ligne pour obtenir la nouvelle troisième ligne à l'étape (2) dont les termes sont alors :

$$\begin{aligned} a_{32}^{(2)} &= a_{32}^{(1)} + Fact_3^{(2)} a_{22}^{(1)} = 0; \\ a_{33}^{(2)} &= a_{33}^{(1)} + Fact_3^{(2)} a_{23}^{(1)} \\ a_{34}^{(2)} &= a_{34}^{(1)} + Fact_3^{(2)} a_{24}^{(1)}, etc \end{aligned} \tag{II.59}$$

D'où :

$$\begin{aligned} Fact_3^{(2)} &= -\frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}, \\ a_{32}^{(2)} &= 0 \end{aligned} \tag{II.60}$$

$$a_{3j}^{(3)} = a_{3j}^{(1)} + Fact_3^{(2)} a_{2j} \quad j = 3, m$$

- **Réduction 2** (ligne4) : à l'étape (2), le facteur de réduction de la ligne 4 s'écrit :

$$\begin{aligned}
 Fact_4^{(2)} &= -\frac{a_{42}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}, \\
 a_{42}^{(2)} &= 0 \\
 a_{43}^{(2)} &= a_{43}^{(1)} + Fact_4^{(2)} a_{23}^{(1)}, \\
 a_{44}^{(2)} &= a_{44}^{(1)} + Fact_4^{(2)} a_{24}^{(1)},
 \end{aligned} \tag{II.61}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
 Fact_4^{(2)} &= -\frac{a_{42}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}, \\
 a_{42}^{(2)} &= 0 \\
 a_{4j}^{(2)} &= a_{4j}^{(1)} + Fact_4^{(2)} a_{2j} \quad j = 3, m
 \end{aligned} \tag{II.62}$$

Pour les différentes lignes i :

$$\begin{aligned}
 Fact_i^{(2)} &= -\frac{a_{i2}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} \quad i = 3; n \\
 a_{i2}^{(2)} &= 0 \quad i = 3; n \\
 a_{ij}^{(2)} &= a_{ij}^{(1)} + Fact_i^{(2)} a_{2j} \quad i = 3, n \quad j = 3, m
 \end{aligned} \tag{II.63}$$

c) Étape 3 (pivot $a_{33}^{(2)}$) :

Le principe de réduction à l'étape 3 consiste à annuler le terme $a_{43}^{(2)}$:

$$\left[\begin{array}{cccc|c}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & : & a_{15} \\
 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & a_{24}^{(1)} & : & a_{25}^{(1)} \\
 0 & 0 & a_{33}^{(2)} & a_{34}^{(2)} & : & a_{35}^{(2)} \\
 0 & 0 & a_{43}^{(2)} & a_{44}^{(2)} & : & a_{45}^{(2)}
 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & : & a_{15} \\
 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & a_{24}^{(1)} & : & a_{25}^{(1)} \\
 0 & 0 & a_{33}^{(2)} & a_{34}^{(2)} & : & a_{35}^{(2)} \\
 0 & 0 & 0 & a_{44}^{(3)} & : & a_{45}^{(3)}
 \end{array} \right]$$

[Système réduite de l'étape2] [Système réduite de l'étape3]

- **Réduction1** (ligne4) : À l'étape (3), pour la ligne 4, le facteur de réduction s'écrit :

$Fact_4^{(3)} = -\frac{a_{43}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}$. Le processus de réduction des termes de la ligne 4 est le suivant :

$$\begin{aligned}
 a_{43}^{(3)} &= a_{43}^{(2)} + Fact_4^{(3)} a_{33}^{(2)} = 0; \\
 a_{44}^{(3)} &= a_{44}^{(2)} + Fact_4^{(3)} a_{34}^{(2)}
 \end{aligned} \tag{II.64}$$

$$a_{45}^{(3)} = a_{45}^{(2)} + Fact_4^{(3)} a_{35}^{(2)}$$

D'où la réduction de la ligne 4 à l'étape (3) :

$$Fact_4^{(2)} = -\frac{a_{43}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}$$

$$a_{43}^{(3)} = 0 \quad (II.65)$$

$$a_{4j}^{(2)} = a_{4j}^{(2)} + Fact_4^{(2)} a_{3j}^{(2)} \quad j = 4, m$$

IV-1-2- Résolution par substitution ascendante :

À l'issue de l'étape de réduction précédente, on obtient le système triangulaire de n équations à n inconnues de la forme :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{15} \\ a_{25} \\ a_{35} \\ a_{45} \end{pmatrix} \quad (II.66)$$

La résolution de la dernière équation donne :

$$x_4 = \frac{a_{45}}{a_{44}} \quad (II.67)$$

La substitution de la valeur de x_4 , permet de calculer x_3

$$x_3 = \frac{1}{a_{33}} (a_{35} - a_{34} x_4) \quad (II.68)$$

La substitution de la valeur de x_3 , permet de calculer x_2

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}} (a_{25} - a_{23} x_3 - a_{24} x_4) \quad (II.69)$$

Introduisant l'indice k de sommation x_2 s'écrit :

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}} (a_{25} - \sum_{k=2}^3 (a_{2,k+1} x_{k+1})) \quad (II.70)$$

De même x_1 s'écrit :

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}} (a_{15} - a_{12} x_2 - a_{13} x_3 - a_{14} x_4) \quad (II.71)$$

IV-2- La méthode de Gauss Seidel :

La méthode de Gauss Seidel est une méthode de résolution de systèmes d'équations linéaires $AX = b$, où $A = (a_{ij})$ est une matrice carrée $n \times n$ de réels (i l'indice de ligne et j l'indice de colonne) et x et b sont des vecteurs de R^n (n entier strictement positif). C'est une méthode itérative : elle consiste à construire une suite de vecteurs (x_k) ;

$$x^k = \begin{pmatrix} x_1^k \\ \vdots \\ x_n^k \end{pmatrix}$$

Qui, sous certaines hypothèses, converge vers la solution exacte. Elle permet de traiter des matrices beaucoup plus volumineuses parce qu'elle est plus stable numériquement : elle donne des résultats beaucoup plus précis pour les systèmes linéaires dont les coefficients sont inexacts. On montre sur l'exemple d'un système de trois équations à trois inconnues comment la méthode de Gauss Seidel permet de calculer X^{k+1} à partir de X^k . Supposons que X^{k+1} soit proche de la solution d'un système $AX = b$. Alors

$$\begin{cases} \{a_{11}x_1^k + a_{12}x_2^k + a_{13}x_3^k \simeq b_1 \\ \{a_{21}x_1^k + a_{22}x_2^k + a_{23}x_3^k \simeq b_2 \\ \{a_{31}x_1^k + a_{32}x_2^k + a_{33}x_3^k \simeq b_3 \end{cases} \quad (\text{II.72})$$

A) Méthode élémentaire : Elle consiste à prendre pour X^{k+1} le vecteur défini par :

$$\begin{cases} x_1^{k+1} = (b_1 - a_{12}x_2^k - a_{13}x_3^k)/a_{11} \\ x_2^{k+1} = (b_2 - a_{21}x_1^k - a_{23}x_3^k)/a_{22} \\ x_3^{k+1} = (b_3 - a_{31}x_1^k - a_{32}x_2^k)/a_{33} \end{cases} \quad (\text{II.73})$$

Pour une matrice $n \times n$ la formule s'énonce (on suppose bien sûr $a_{ii} \neq 0$) :

$$x_i^{k+1} = \frac{b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij}x_j^k}{a_{ii}} \quad (\text{II.74})$$

B) Optimisation : Elle consiste à réutiliser les coordonnées de x^{k+1} à la place de celles (moins précises) de x^k dès qu'on les a calculées. Cela donne la formule de Gauss Seidel :

$$\begin{cases} x_1^{k+1} = (b_1 - a_{12}x_2^k - a_{13}x_3^k)/a_{11} \\ x_2^{k+1} = (b_2 - a_{21}x_1^k - a_{23}x_3^k)/a_{22} \\ x_3^{k+1} = (b_3 - a_{31}x_1^k - a_{32}x_2^k)/a_{33} \end{cases} \quad (\text{II.75})$$

Pour une matrice $n \times n$ la formule s'énonce (on suppose bien sûr $a_{ii} \neq 0$) :

$$x_i^{k+1} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^k}{a_{ii}} \quad (\text{II.76})$$

- La méthode optimisée : Bien que la formule de Gauss Seidel soit plus compliquée à lire que la formule de la méthode élémentaire, elle conduit à des calculs plus simples. En particulier, on peut programmer la méthode en une seule fonction et au moyen d'un seul

vecteur x . En pratique, on arrête les calculs dès que X^k et X^{k+1} sont *proches* c'est-à-dire dès que :

$$\max_{i=1} |x_i^k - x_i^{k-1}| < \varepsilon \quad (\text{II.77})$$

Où : $\varepsilon < 0$ est un réel fixé à l'avance.

C) Convergence :

Une matrice A est dite à *diagonale strictement dominante* si pour tout i on a :

$$|a_{ii}| > \sum_{j \neq i} |a_{ij}| \quad (\text{II.78})$$

On peut démontrer que si A est à diagonale strictement dominante alors le système admet une unique solution \bar{x} et que, quelle que soit la solution approchée X^0 , l'itération de Gauss Seidel converge vers \bar{x} .

V-Conclusion :

Dans le chapitre précédent nous avons parlé sur certaine méthode d'équilibrage des réseaux hydraulique, alors que dans ce chapitre nous avons détaillé la méthode de Wood-Charles qui est la méthode de base de notre travail, et aussi les approches utilisant dans la résolution des réseaux maillés, et en fini par les méthodes numériques les plus utilisées dans la résolution des systèmes matriciels. Le prochain chapitre sera dédié à l'application de cette méthode pour la résolution des problèmes des réseaux maillés.

Chapitre

03

Chapitre : 03

Application aux réseaux maillés

I-Introduction :

Dans la pratique le calcul des réseaux maillés, représente un grand problème à résoudre, alors qu'il y a plusieurs méthodes pour calculer et équilibrer les réseaux maillés. Nous utilisons comme nous avons vu dans le chapitre précédent la méthode de Wood-Charles, avec application de cette méthode sur des réseaux maillés simples.

II- Étapes de résolution d'un problème par méthode de Wood-Charles :

Pour la résolution d'un problème par la méthode de Wood-Charles il faut :

- Écrire la loi de continuités dans les nœuds (loi des nœuds $\sum Q_i = 0$).
- Écrire la loi de conservation d'énergie dans les mailles (loi des mailles $\sum J = 0$)
- La construction de système matricielle à résoudre.
- La résolution du système.

III- Application de la méthode de Wood-Charles :

III-1- Application 01 :

Pour appliquer la méthode de Wood-Charles détaillée dans le chapitre précédent, nous considérons le système hydraulique en charge de la figure (III.1) représente un réseau maillé composé de trois boucles. Ledit réseau est alimenté au point A à raison d'un débit de 122 l/s. Les débits soutirés sont supposés concentrés aux nœuds et dont les valeurs sont reportées sur la figure (III.1).

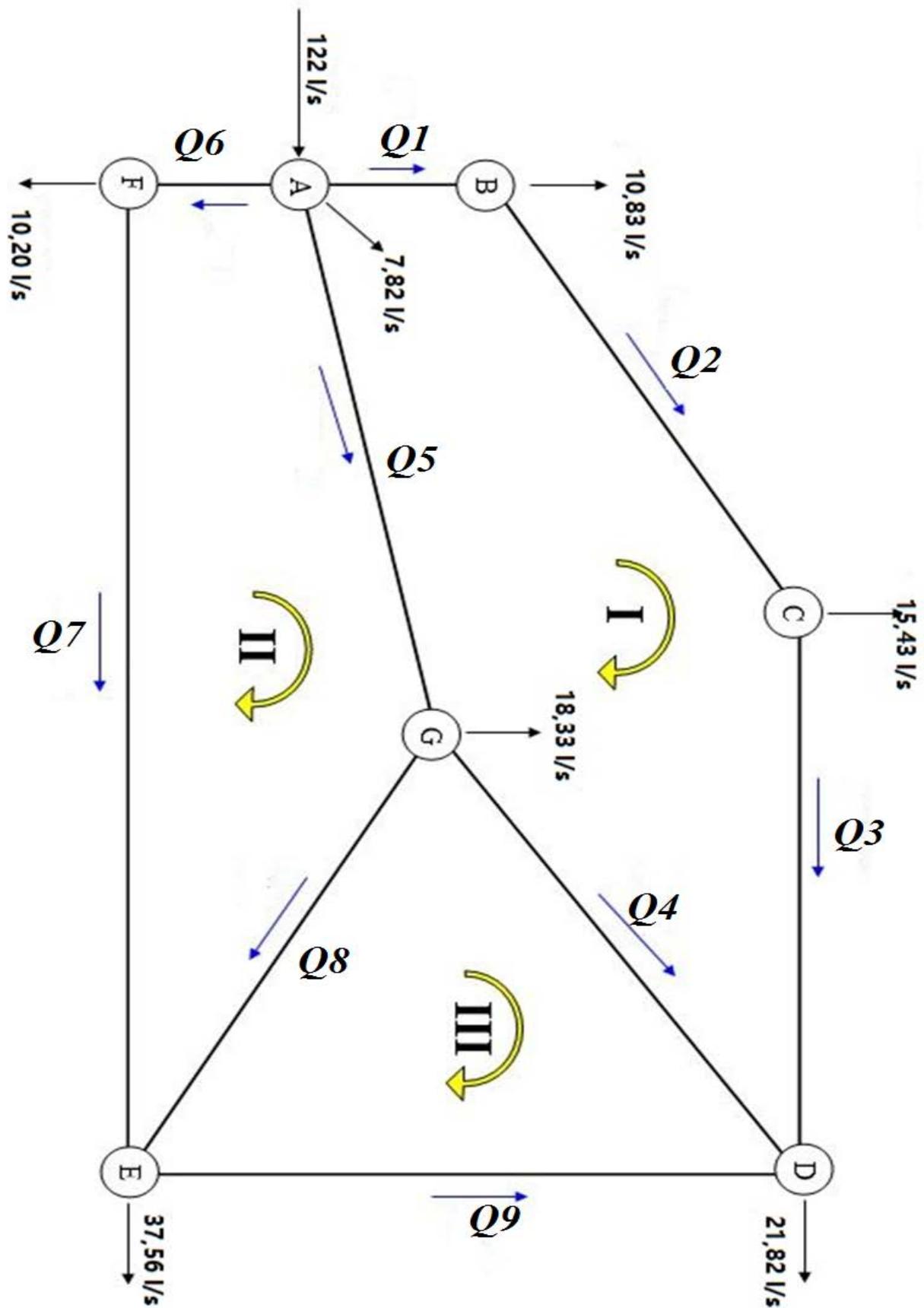


Figure III.1 : schéma du réseau de l'application 1.

- Donné du réseau :

Tronçon	Longueur (m)	D (mm)
A-B	125	200
B-C	440	150
C-D	470	80
D-E	570	60
E-F	815	200
F-A	150	250
A-G	465	350
G-D	475	250
G-E	435	100

Coefficient de Hazen-Williams CHW=120

- Nous avons à trouver la répartition correcte des débits dans le réseau.

III- 1-1- Les équations de continuité :

- ❖ D'après la loi des nœuds, on a :

$$\sum Q_i = 0 \quad (\text{III.1})$$

$$Q_1 + Q_5 + Q_6 + 7,82 = 122 \quad (\text{III.2})$$

$$Q_1 - Q_2 = 10,83 \quad (\text{III.3})$$

$$Q_2 - Q_3 = 15,43 \quad (\text{III.4})$$

$$Q_6 - Q_7 = 10,20 \quad (\text{III.5})$$

$$Q_7 + Q_8 - Q_9 = 37,56 \quad (\text{III.6})$$

$$Q_3 + Q_4 + Q_9 = 21,82 \quad (\text{III.7})$$

On simplifie l'équation (III.2), elle devient :

$$Q_1 + Q_5 + Q_6 = 114,18 \quad (\text{III.8})$$

III- 1-1- Les équations de conservation d'énergie :

- ❖ D'après la loi des mailles on a la somme des pertes de charge doit être nulle :

$$\sum J = 0 = \sum \left(\frac{3,592}{CHW}\right)^{1,852} \frac{L_i}{D_i^{4,871}} Q_i^{1,852} \tag{III.9}$$

$$R_1 Q_1^{1,852} + R_2 Q_2^{1,852} + R_3 Q_3^{1,852} - R_4 Q_4^{1,852} - R_5 Q_5^{1,852} = 0 \tag{III.10}$$

$$R_5 Q_5^{1,852} + R_8 Q_8^{1,852} - R_6 Q_6^{1,852} - R_7 Q_7^{1,852} = 0 \tag{III.11}$$

$$R_4 Q_4^{1,852} - R_9 Q_9^{1,852} - R_8 Q_8^{1,852} = 0 \tag{III.12}$$

Avec :

$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9$: Les résistances des conduites respectivement.

$$R_i = \left(\frac{3,592}{CHW}\right)^{1,852} \frac{L_i}{D_i^{4,871}} ; avec: i = 1 \dots \dots \dots 9. \tag{III.13}$$

Tableau (III.1) : tableau des caractéristiques des conduites.

Tronçon	Longueur (m)	D (mm)	R
A-B	125	200	478,0046439
B-C	440	150	6832,055181
C-D	470	80	155950,1307
D-E	570	60	767961,2853
E-F	815	200	3116,590278
F-A	150	250	193,448198
A-G	465	350	116,4492567
G-D	475	250	612,5859604
G-E	435	100	48677,52278

Si on simplifie les équations (III.10), (III.11), (III.12) :

$$\sum R_i Q_i Q_i^{0,852} = 0 avec i = 1 \dots \dots \dots 9 \tag{III.14}$$

En notant $R_i Q_i$ par R'_i donc l'équation (III.14) dévie :

$$\sum R'_i Q_i^{0,852} = 0 \tag{III.15}$$

On propose $Q_i = 3l/s$, donc le tableau (III.1) devient :

Tableau (III.2) : tableau des caractéristiques équivalentes des conduites.

Tronçon	Longueur (m)	D (mm)	R	R'	Q (m ³ /s)
A-B	125	0,2	478,05716	3,3883412	0,003
B-C	440	0,15	6832,8057	48,429098	0,003
C-D	470	0,08	155967,26	1105,4542	0,003
D-E	570	0,06	768045,65	5443,702	0,003
E-F	815	0,2	3116,9327	22,091984	0,003
F-A	150	0,25	193,46945	1,3712597	0,003
A-G	465	0,35	116,46205	0,8254518	0,003
G-D	475	0,25	612,65326	4,3423223	0,003
G-E	435	0,1	48682,87	345,05115	0,003

Donc le système matriciel équivalent de ce réseau est :

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 3,38 & 48,42 & 1105,45 & -4,34 & -0,852 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0,852 & -1,37 & -22,09 & 345,05 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 4,34 & 0 & 0 & 0 & -345,05 & -5443,702
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 Q_1 \\
 Q_2 \\
 Q_3 \\
 Q_4 \\
 Q_5 \\
 Q_6 \\
 Q_7 \\
 Q_8 \\
 Q_9
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 114,18 \\
 10,83 \\
 15,43 \\
 10,3 \\
 37,56 \\
 21,82 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \tag{III.16}$$

Pour l'itération 1 de résolution du problème, on a :

Tableau (III.3) : les caractéristiques de réseau pour la 1^{re} itération

Tronçon	Longueur (m)	Q _{tr} (m ³ /s)	Q (l/s)	D (mm)	R	R'
A-B	125	0,003	3	200	478,0046439	3,387968977
B-C	440	0,003	3	150	6832,055181	48,42377851

<i>C-D</i>	470	0,003	3	80	155950,1307	1105,332786
<i>D-E</i>	570	0,003	3	60	767961,2853	5443,104044
<i>E-F</i>	815	0,003	3	200	3116,590278	22,08955773
<i>F-A</i>	150	0,003	3	250	193,448198	1,371109051
<i>A-G</i>	465	0,003	3	350	116,4492567	0,825361163
<i>G-D</i>	475	0,003	3	250	612,5859604	4,341845327
<i>G-E</i>	435	0,003	3	100	48677,52278	345,0132528

Après 7 itérations on a :

Tableau (III.4) : les caractéristiques finales de réseau.

<i>Tronçon</i>	<i>Longueur (m)</i>	<i>Q_{tr} (L/S)</i>	<i>Q (m³/s)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>R</i>	<i>R'</i>
<i>A-B</i>	125	24,193	0,024193	200	478,00464	20,028
<i>B-C</i>	440	13,363	0,013363	150	6832,0552	172,59
<i>C-D</i>	470	-2,066	-0,002066	80	155950,13	802,63
<i>D-E</i>	570	-1,388	-0,001388	60	767961,29	2815,44
<i>E-F</i>	815	29,464	0,029464	200	3116,5903	164,46
<i>F-A</i>	150	39,664	0,039664	250	193,4482	12,35
<i>A-G</i>	465	50,322	0,050322	350	116,44926	9,11
<i>G-D</i>	475	25,275	0,025275	250	612,58596	26,64
<i>G-E</i>	435	6,707	0,006707	100	48677,523	683,21

Donc les caractéristiques hydrauliques finales de réseau sont :

Tableau (III.5) : les caractéristiques hydrauliques finales du réseau.

<i>Tronçon</i>	<i>Longueur (m)</i>	<i>Q_{tr} (L/S)</i>	<i>Q (m³/s)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>R</i>	<i>R'</i>	<i>J</i>
<i>A-B</i>	125	24,193	0,024193	200	478,00464	20,028	0,4845374
<i>B-C</i>	440	13,363	0,013363	150	6832,0552	172,59	2,3063202
<i>C-D</i>	470	-2,066	-0,002066	80	155950,13	802,63	-1,658234
<i>D-E</i>	570	-1,388	-0,001388	60	767961,29	2815,44	-3,907831
<i>E-F</i>	815	29,464	0,029464	200	3116,5903	164,46	4,8456494
<i>F-A</i>	150	39,664	0,039664	250	193,4482	12,35	0,4898504
<i>A-G</i>	465	50,322	0,050322	350	116,44926	9,11	0,4584334
<i>G-D</i>	475	25,275	0,025275	250	612,58596	26,64	0,673326
<i>G-E</i>	435	6,707	0,006707	100	48677,523	683,21	4,5822895

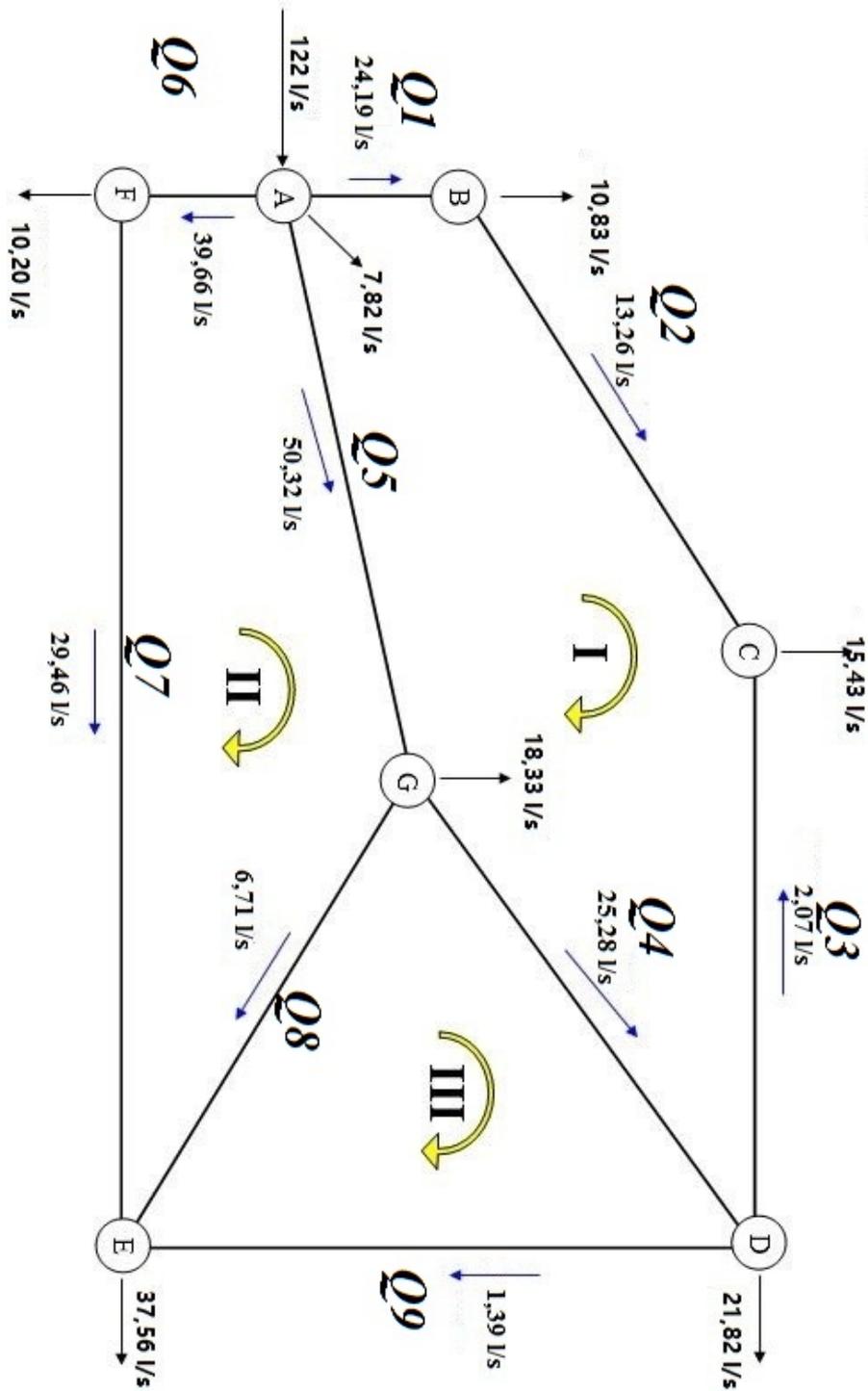


Figure III.2 : répartition finale des débits

Il est à constater que malgré une répartition fautive des débits initiaux ne satisfaisant pas l'équation de continuité, la convergence a été rapidement obtenue après 07 itérations seulement. Ceci a montré bien la puissance et la supériorité de la méthode comparativement aux autres.

III-2- Application 02 :

Le système étudié figure (III.3) est un réseau maillé formé de trois boucles. Ce système est alimenté au niveau du nœud A. avec un débit de 200 l/s. Les débits les nœaux sont indiqués sur la figure (III.3).

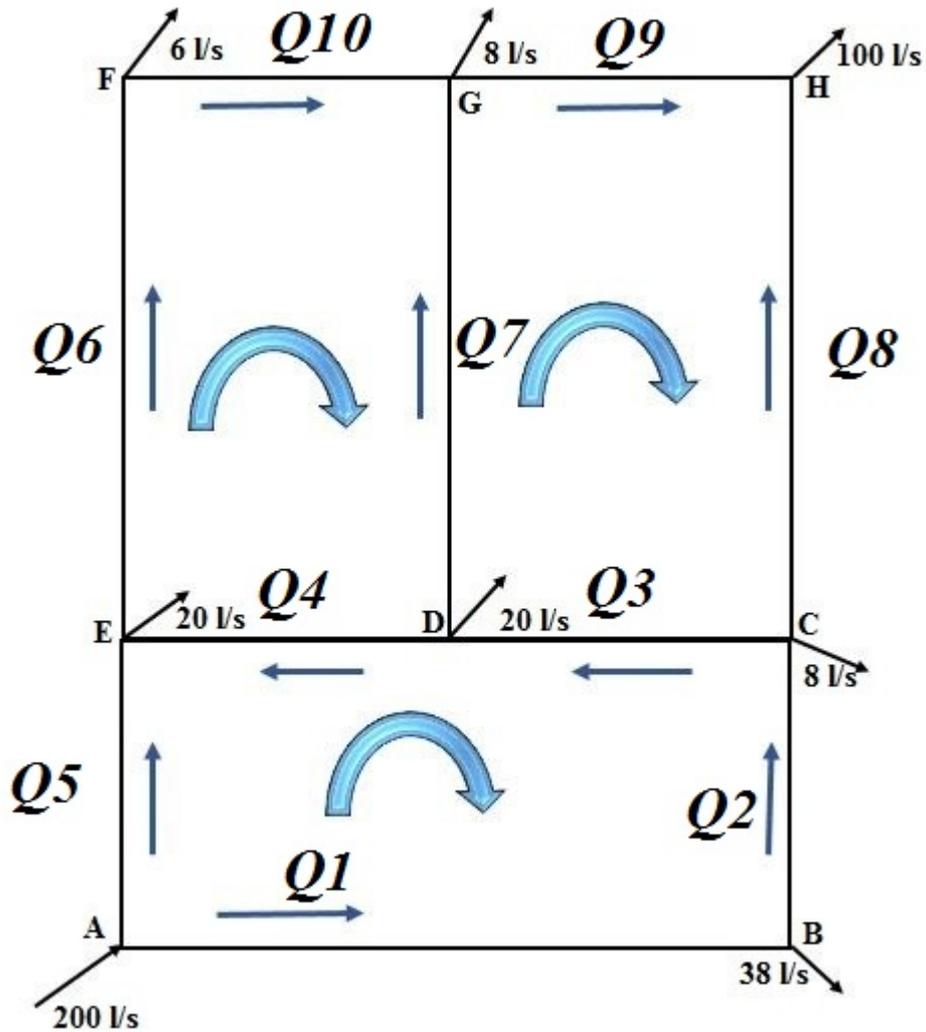


Figure III.3 : schéma illustratif de l'application 2.

Dont les caractéristiques de réseau sont définies comme suit :

Tableau (III.6) : caractéristique du réseau de l'application 2.

Tronçon	Longueur (m)	D (mm)
A-B	300	255
B-C	150	255
C-D	150	150
D-E	150	150
E-F	300	205
F-G	150	205

<i>G-H</i>	<i>150</i>	<i>205</i>
<i>H-C</i>	<i>300</i>	<i>205</i>
<i>G-D</i>	<i>300</i>	<i>150</i>
<i>A-E</i>	<i>150</i>	<i>255</i>

Pour équilibrer ce réseau, il faut respectivement écrire ces équations de continuité et d'énergie

III-2-1- Les équation de continuité :

D'après la loi des nœuds, on a :

$$Q_1 + Q_5 = 200 \tag{III.17}$$

$$Q_1 - Q_2 = 38 \tag{III.18}$$

$$Q_2 - Q_3 - Q_8 = 8 \tag{III.19}$$

$$Q_5 - Q_4 - Q_6 = 20 \tag{III.20}$$

$$Q_6 - Q_{10} = 6 \tag{III.22}$$

$$Q_7 - Q_9 + Q_{10} = 8 \tag{III.21}$$

$$Q_9 + Q_8 = 100 \tag{III.23}$$

III-2-2- Les équations de conservation d'énergie :

❖ D'après la loi des mailles on a la somme des pertes de charge doit être nulle :

$$\sum J = 0 = \sum \left(\frac{3,592}{CHW} \right)^{1,852} \frac{L_i}{D_i^{4,871}} Q_i^{1,852} \tag{III.9}$$

$$-R_1 Q_1^{1,852} - R_2 Q_2^{1,852} - R_3 Q_3^{1,852} + R_4 Q_4^{1,852} + R_5 Q_5^{1,852} = 0 \tag{III.24}$$

$$R_3 Q_3^{1,852} + R_7 Q_7^{1,852} + R_9 Q_9^{1,852} - R_8 Q_8^{1,852} = 0 \tag{III.25}$$

$$-R_4 Q_4^{1,852} + R_6 Q_6^{1,852} + R_{10} Q_{10}^{1,852} - R_7 Q_7^{1,852} = 0 \tag{III.26}$$

Avec :

$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}$: La résistance des conduites respectivement.

$$R_i = \left(\frac{3,592}{CHW} \right)^{1,852} \frac{L_i}{D_i^{4,871}} \tag{III.13}$$

Tableau (III.7) : tableau des caractéristiques des conduites.

Tronçon	Longueur (m)	D (mm)	R	CHW
A-B	300	255	351,320302	120
B-C	150	255	175,660151	120
C-D	150	150	2329,10972	120
D-E	150	150	2329,10972	120
E-F	300	205	1017,20248	120
F-G	150	205	508,601239	120
G-H	150	205	508,601239	120
H-C	300	205	1017,20248	120
G-D	300	150	4658,21944	120
A-E	150	255	175,660151	120

Si on écrivait les équations (III.24) (III.25) (III.26) de la manière suivant on obtient :

$$\sum R_i Q_i Q_i^{0,852} = 0 \tag{III.14}$$

On désignant $R_i Q_i$ par R'_i donc l'équation de l'énergie dévie :

$$\sum R'_i Q_i^{0,852} = 0 \tag{III.15}$$

On propose un débit initial dans les conduites de 1 (l/s).

Tableau (III.8) : tableau illustré les nouvelles caractéristiques du réseau.

Tronçon	Longueur (m)	D (mm)	R	CHW	Q (m ³ /s)	R'
A-B	300	255	351,320302	120	0,001	0,97656971
B-C	150	255	175,660151	120	0,001	0,48828485
C-D	150	150	2329,10972	120	0,001	6,47425719
D-E	150	150	2329,10972	120	0,001	6,47425719
E-F	300	205	1017,20248	120	0,001	2,82753122
F-G	150	205	508,601239	120	0,001	1,41376561
G-H	150	205	508,601239	120	0,001	1,41376561
H-C	300	205	1017,20248	120	0,001	2,82753122
G-D	300	150	4658,21944	120	0,001	12,9485144
A-E	150	255	175,660151	120	0,001	0,48828485

Alors, le système matriciel qui accompagne ces caractéristiques est :

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 -0,976 & -0,48 & -6,47 & 6,47 & 0,488 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 6,47 & 0 & 0 & 0 & 12,94 & 1,41 & -2,82 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -6,47 & 0 & 2,82 & -12,94 & 0 & 0 & 1,41
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 Q_1 \\
 Q_2 \\
 Q_3 \\
 Q_4 \\
 Q_5 \\
 Q_6 \\
 Q_7 \\
 Q_8 \\
 Q_9 \\
 Q_{10}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 200 \\
 38 \\
 8 \\
 20 \\
 8 \\
 6 \\
 100 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

Après 5 itérations les caractéristiques du réseau deviennent :

Tableau (III.9) : tableau des caractéristiques finales du réseau.

Tronçon	Longueur (m)	D (mm)	R	CHW	Q (m ³ /s)	J	V
A-B	300	255	351,32	120	0,1018	0,0994148	1,994333
B-C	150	255	175,66	120	0,0632	0,0308596	1,238132
C-D	150	150	2329,11	120	0,0115	0,074454	0,651097
D-E	150	150	2329,11	120	0,0335	0,2168876	1,896674
E-F	300	205	1017,2	120	0,0474	0,134025	1,436815
F-G	150	205	508,601	120	0,0412	0,0582471	1,248877
G-H	150	205	508,601	120	0,05403	0,0763858	1,637788
H-C	300	205	1017,2	120	0,0464	0,1311974	1,406503
G-D	300	150	4658,22	120	0,02101	0,2720483	1,189526
A-E	150	255	175,66	120	0,0997	0,048682	1,953193

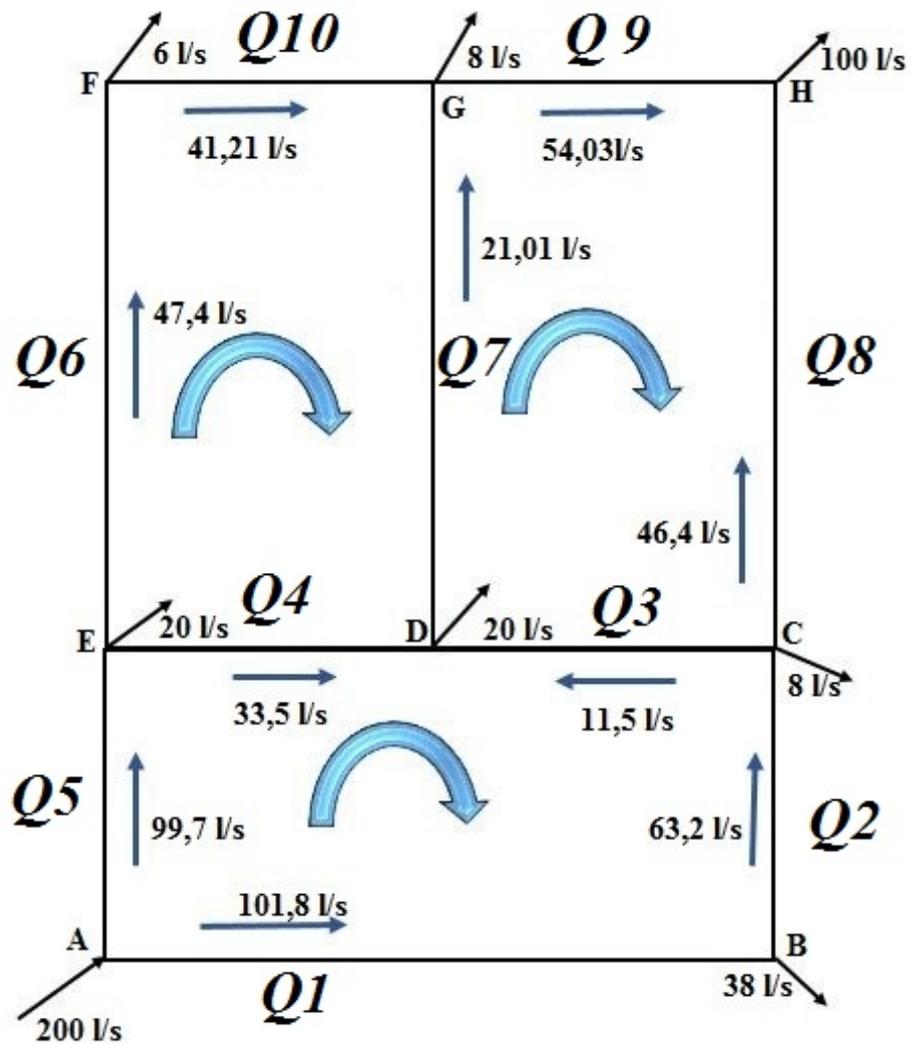


Figure (III.4) : Répartition finale de débits dans le réseau.

Il est intéressant de montrer que malgré une répartition fautive. La méthode de Wood-Charles nous permet d’obtenir une répartition finale des débits après 5 itérations et sans faire une répartition arbitraire telle que la méthode de Hardy-Cross, ce qui démontre la supériorité de cette méthode pour le calcul des réseaux maillés.

IV-Conclusion :

L’équilibrage des réseaux prend une grande importance dans l’étude des réseaux maillés, pour résoudre ce problème il existe plusieurs méthodes. Ces méthodes sont plus ou moins difficiles, alors nous avons appliqué dans ce chapitre la méthode de Wood-Charles. Le prochain chapitre traite les problèmes des réseaux ou interconnectés.

Chapitre

04

Chapitre 04

Application de la méthode de Wood-Charles en réseaux interconnectés

I-Introduction :

Dans le chapitre précédent, nous avons vu comment équilibrer un réseau maillé avec la méthode de Wood-Charles. La majorité des applications de cette méthode sont sur les réseaux maillés, mais dans ce chapitre nous allons appliquer cette méthode aux réseaux interconnectés.

II- Étapes de résolution d'un problème par méthode de Wood-Charles :

Pour la résolution d'un problème par la méthode de Wood-Charles il faut :

- Écrire la loi de continuités dans les nœuds (loi des nœuds $\sum Q_i = 0$).
- Écrire la loi de conservation d'énergie dans les pseudo-mailles (loi des mailles $\sum J = \Delta Z$)
- La construction de système matricielle à résoudre.
- La résolution de système.

III- Application de la méthode de Wood-Charles :

III-1- Application 01 :

Pour appliquer la méthode de Wood-Charles ; soit un réseau de conduites interconnectées à un réservoir de dessert A à un ensemble de réservoirs (figure IV.1). Les caractéristiques des conduites sont reportées dans le tableau IV.1

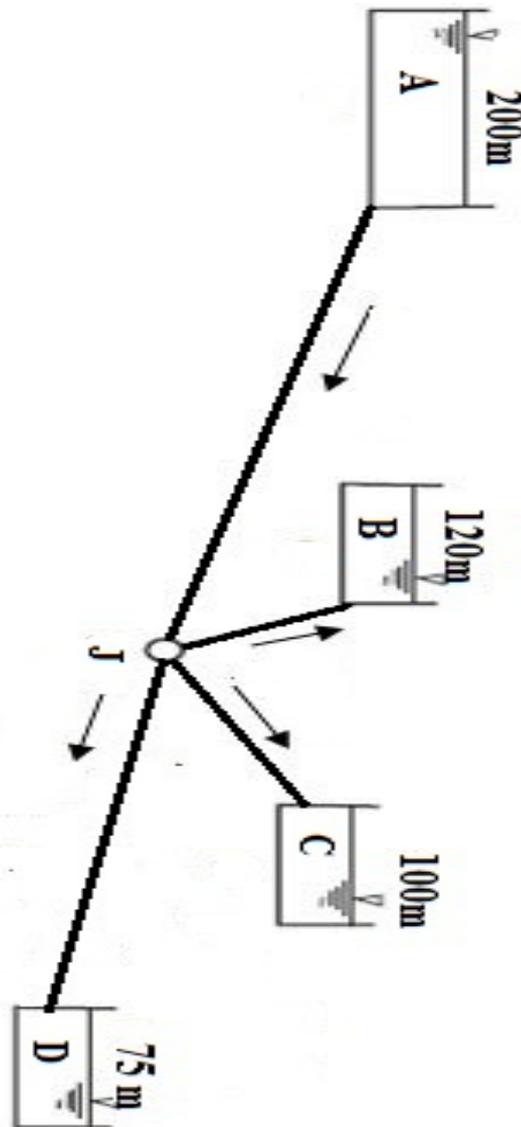


Figure IV.1 : schéma du réseau à traiter.

Les données de base pour traiter le problème d'équilibrage de ce réseau sont résumées sur le tableau suivant :

Tableau (IV.1) : caractéristiques de base du réseau.

<i>conduite</i>	<i>longueur (m)</i>	<i>Diamètre (mm)</i>
<i>AJ</i>	<i>1000</i>	<i>450</i>
<i>JB</i>	<i>2000</i>	<i>350</i>
<i>CJ</i>	<i>3000</i>	<i>350</i>
<i>DJ</i>	<i>3000</i>	<i>259</i>

Coefficient de Hazen-Williams CHW=150

Nous voulons alors déterminer les débits passant par chacune des conduites. Dans ce cas nous avons proposé des conduites fictives avec des résistances infinies.

III- 1-1- Les équations de continuité :

Les équations de continuité de ce réseau se résume dans l'équation suivante :

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4 = 0 \quad (IV.1)$$

III- 1-2- Les équations de conservation :

Les équations de conservation sont :

$$R_1 Q_1^{1,852} + R_2 Q_2^{1,852} + 120 - 200 = 0 \quad (IV.2)$$

$$R_3 Q_3^{1,852} - R_2 Q_2^{1,852} + 100 - 120 = 0 \quad (IV.3)$$

$$R_4 Q_4^{1,852} - R_3 Q_3^{1,852} + 75 - 100 = 0 \quad (IV.4)$$

Avec :

R_1, R_2, R_3, R_4 : Les résistances des conduites respectivement.

Tableau (IV.2) : les caractéristiques de réseau

<i>conduite</i>	<i>longueur (m)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>R</i>
<i>AJ</i>	<i>10000</i>	<i>450</i>	<i>487,0389709</i>
<i>JB</i>	<i>2000</i>	<i>350</i>	<i>331,3114303</i>
<i>CJ</i>	<i>3000</i>	<i>300</i>	<i>1052,993016</i>
<i>DJ</i>	<i>3000</i>	<i>250</i>	<i>2559,277274</i>

Si on simplifie les équations (IV.2), (IV.3), (IV.4) on obtient :

$$R_1 Q_1^{1,852} + R_2 Q_2^{1,852} = 80 \quad (IV.5)$$

$$R_3 Q_3^{1,852} - R_2 Q_2^{1,852} = 20 \quad (IV.6)$$

$$R_4 Q_4^{1,852} - R_3 Q_3^{1,852} = 25 \quad (IV.7)$$

Si on fait un changement de notation dans les équations (IV.5), (IV.6), (IV.7) :

Avec :

$$\sum R_i Q_i Q_i^{0,852} = \Delta Z \quad (IV.8)$$

Chapitre 04 : Application de la méthode de Wood-Charles aux réseaux interconnectés

On changeant $R_i Q_i$ par R'_i donc l'équation (IV.8) s'écrit comme suite :

$$\sum R'_i Q_i^{0,852} = \Delta Z \quad (IV.9)$$

Si on propose un débit initial de 100l/s dans les conduites donc le tableau (IV.2) devient :

Tableau (IV.3) : les caractéristiques du réseau après la proposition de débit.

conduite	longueur (m)	D (mm)	R	Q (m ³ /s)	R'
AJ	10000	450	487,0389709	0,1	68,4799939
JB	2000	350	331,3114303	0,1	46,5839616
CJ	3000	300	1052,993016	0,1	148,055
DJ	3000	250	2559,277274	0,1	359,846547

Donc le système matriciel équivalent de ce réseau est :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 68,47 & 46,58 & 0 & 0 \\ 0 & -46,58 & 1052,99 & 0 \\ 0 & 0 & 1052,99 & 359,84 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q1 \\ Q2 \\ Q3 \\ Q4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 80 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix} \quad (IV.10)$$

Après 5 itérations les résultats finaux deviennent :

Tableau (IV.4) : les caractéristiques finales de réseau.

longueur (m)	D (mm)	cote (m)	R	Q (m ³ /s)	R'
10000	450	A= 200m	487,0389709	0,340707	66,3030382
2000	350	B=120m	331,3114303	0,12545	7,08931203
3000	300	C=100m	1052,993016	0,1	14,8055822
3000	250	D=75m	2559,277274	0,11525	46,8032865

Donc les caractéristiques hydrauliques finales de réseau sont :

Tableau (IV.5) : les caractéristiques hydrauliques finales du réseau.

conduite	longueur (m)	D (mm)	cote (m)	R	Q (m ³ /s)	R'	V
AJ	1000	450	A= 200m	487,03897	0,340707	66,3030382	2,1433168
JB	2000	350	B=120m	331,31143	0,12545	7,08931203	1,3045626
CJ	3000	350	C=100m	1052,993	0,1	14,8055822	1,0399064
DJ	3000	259	D=75m	2559,2773	0,11525	46,8032865	2,188627

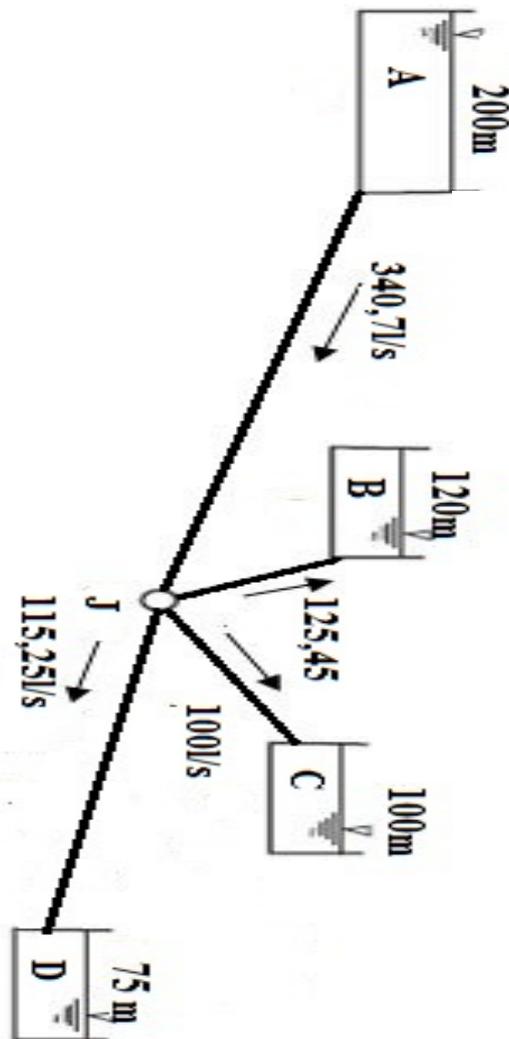


Figure IV.2 : schéma des résultats du réseau ramifié traité.

Suivant les résultats précédents nous pouvons conclure que la méthode de Wood-Charles peut être utilisée pour traiter les problèmes des réseaux interconnectés. Les résultats obtenus dans cette application sont vérifiés par la méthode de Hardy-Croos et le logiciel EPANET. Donc la méthode de Wood-Charles est valable pour les réseaux interconnectés.

III-2- Application 02 :

Soit un réseau de conduite interconnectée à un réservoir de dessert A à un ensemble de réservoirs (figure IV.3). Il se compose de six conduites et deux nœuds, avec les caractéristiques des conduites qui sont reportées dans le tableau IV.6

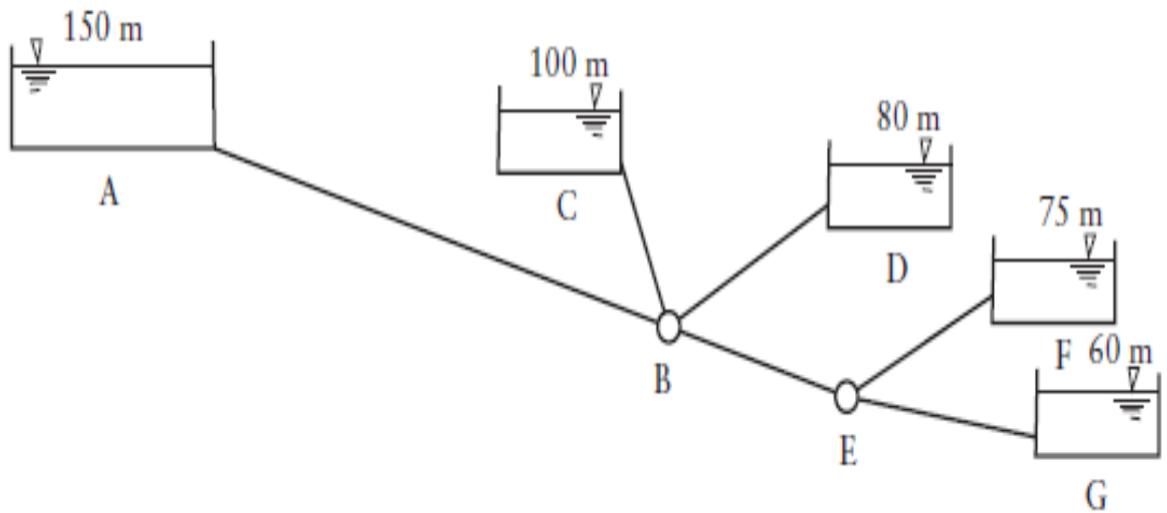


Figure IV.3 : schéma représentant le réseau à traiter.

Les données de base pour traiter le problème d'équilibrage de ce réseau sont résumées sur le tableau suivant :

Tableau (IV.6) : caractéristique de base du réseau.

<i>conduite</i>	<i>longueur (m)</i>	<i>D (mm)</i>
<i>AB</i>	<i>10000</i>	<i>450</i>
<i>BC</i>	<i>3000</i>	<i>250</i>
<i>BD</i>	<i>4000</i>	<i>250</i>
<i>BE</i>	<i>6000</i>	<i>350</i>
<i>EF</i>	<i>3000</i>	<i>250</i>
<i>EG</i>	<i>3000</i>	<i>200</i>

III- 2-1- Les équations de continuité :

Les équations de continuité de ce réseau se résument à l'équation suivante :

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4 = 0 \quad (\text{IV.11})$$

$$Q_4 - Q_5 - Q_6 = 0 \quad (\text{IV.12})$$

III- 2-2- Les équations de conservation d'énergie :

Les équations de conservation sont :

$$R_1 Q_1^{1,852} + R_2 Q_2^{1,852} + 100 - 150 = 0 \quad (\text{IV.13})$$

$$R_3 Q_3^{1,852} - R_2 Q_2^{1,852} + 80 - 100 = 0 \quad (IV.14)$$

$$R_4 Q_4^{1,852} - R_3 Q_3^{1,852} + R_5 Q_5^{1,852} + 75 - 80 = 0 \quad (IV.15)$$

$$R_6 Q_6^{1,852} - R_5 Q_5^{1,852} + 60 - 75 = 0 \quad (IV.16)$$

Avec :

$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$: Les résistances des conduites respectivement.

Si on simplifie les équations (IV.12), (IV.13), (IV.14), (IV.15) :

$$R_1 Q_1^{1,852} + R_2 Q_2^{1,852} = 50 \quad (IV.17)$$

$$R_3 Q_3^{1,852} - R_2 Q_2^{1,852} = 20 \quad (IV.18)$$

$$R_4 Q_4^{1,852} - R_3 Q_3^{1,852} + R_5 Q_5^{1,852} = 5 \quad (IV.19)$$

$$R_6 Q_6^{1,852} - R_5 Q_5^{1,852} = 15 \quad (IV.20)$$

Les équations (IV.17), (IV.18), (IV.19), (IV.20) sont reformulées de la façon suivante :

Avec :

$$\sum R_i Q_i Q_i^{0,852} = \Delta Z \quad (IV.8)$$

Si on notant $R_i Q_i$ par R'_i donc l'équation (IV.8) se formulere da la façon suivant :

$$\sum R'_i Q_i^{0,852} = \Delta Z \quad (IV.9)$$

Si on propose un débit initial de 100l/s dans les conduites donc le tableau (IV.6) devient :

Tableau (IV.7) : les caractéristiques de réseau après la proposition de débit

<i>conduite</i>	<i>longueur (m)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>cote (m)</i>	<i>R</i>	<i>Q (m³/s)</i>	<i>R'</i>
AB	10000	450	A= 150m	487,03897	0,1	68,4799939
BC	3000	250	C=100m	2559,2773	0,1	359,846547
BD	4000	250	D=80m	3412,3697	0,1	479,795397
BE	6000	350	F=75m	993,93429	0,1	139,751885
EF	3000	250	G=60m	2559,2773	0,1	359,846547
EG	3000	200	-	7588,676	0,1	1067,00392

Donc le système matriciel équivalent de ce réseau est :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 48,70 & 255,92 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -255,92 & 341,23 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -341,23 & 99,39 & 255,92 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -255,92 & 758,86 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q1 \\ Q2 \\ Q3 \\ Q4 \\ Q5 \\ Q6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \\ 20 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Tableau (IV.8) : les caractéristiques de réseau pour la 1^{ère} itération

<i>conduite</i>	<i>longueur (m)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>cote (m)</i>	<i>R</i>	<i>Q (m³/s)</i>	<i>R'</i>
AB	10000	450	A= 150m	487,03897	0,1	68,4799939
BC	3000	250	C=100m	2559,2773	0,1	359,846547
BD	4000	250	D=80m	3412,3697	0,1	479,795397
BE	6000	350	F=75m	993,93429	0,1	139,751885
EF	3000	250	G=60m	2559,2773	0,1	359,846547
EG	3000	200	-	7588,676	0,1	1067,00392

Après 4 itérations les caractéristiques du réseau deviennent :

Tableau (IV.9) : les caractéristiques finales du réseau

<i>conduite</i>	<i>longueur (m)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>cote (m)</i>	<i>R</i>	<i>Q (m³/s)</i>	<i>R'</i>
AB	10000	450	A= 150m	487,03897	0,2639	41,3113573
BC	3000	250	C=100m	2559,2773	0,0456	8,40466154
BD	4000	250	D=80m	3412,3697	0,14265	92,6333576
BE	6000	350	F=75m	993,93429	0,07565	8,33511923
EF	3000	250	G=60m	2559,2773	0,0353	148,19085
EG	3000	200	-	7588,676	0,04035	492,430233

Dont les caractéristiques hydrauliques finales sont :

Tableau (IV.10) : les caractéristiques hydrauliques finales du réseau.

<i>conduite</i>	<i>longueur (m)</i>	<i>D (mm)</i>	<i>cote (m)</i>	<i>R</i>	<i>Q (m³/s)</i>	<i>R'</i>	<i>V (m/s)</i>
AB	10000	450	A= 150m	487,03897	0,2639	41,3113573	1,66013997
BC	3000	250	C=100m	2559,2773	0,0456	8,40466154	0,92942675
BD	4000	250	D=80m	3412,3697	0,14265	92,6333576	2,90751592
BE	6000	350	F=75m	993,93429	0,07565	8,33511923	0,7866892
EF	3000	250	G=60m	2559,2773	0,0353	148,19085	0,71949045
EG	3000	200	-	7588,676	0,04035	492,430233	1,28503185

Les résultats sont résumés sur la figure suivant :

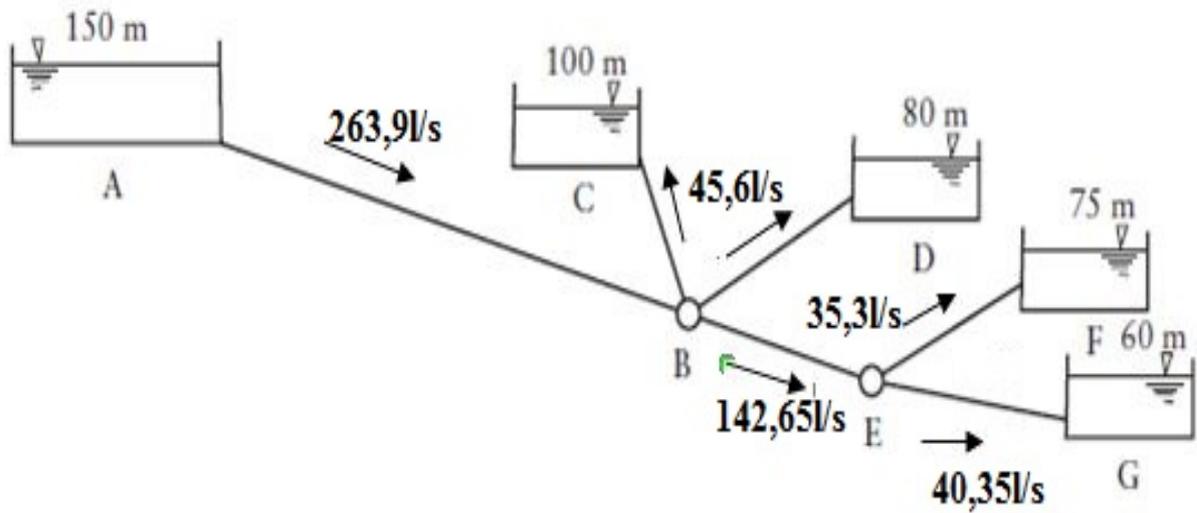


Figure IV.4 : schéma des résultats du réseau traité.

Nous remarquons que peu importe le nombre réservoir et nœuds interconnectés, la méthode de Wood-Charles reste applicable robuste et nous donne de bons résultats.

IV-Conclusion :

Les problèmes des réseaux ramifié ou interconnectées sont plus ou moins importants par rapport aux problèmes des réseaux maillés. Alors que certains de ces problèmes sont résoudre de la même façon que les problèmes des réseaux maillés. Comme il a été dans ce chapitre la méthode de Wood-Charles, est applicable dans les réseaux mailles comme pour les réseaux interconnectés.

Conclusion

Générale

Conclusion générale :

Ce travail traité l'utilisation de la méthode de Wood-Charles pour l'équilibré des réseaux maillés ainsi que les réseaux interconnectes, selon la démarche décrite dans les chapitres (III et IV). Avec une procédure itérative jusqu'à l'équilibrage des mailles ou les pseudo-mailles avec le respect les lois de Kirchhoff. À travers cette étude, on a présenté le calcul des réseaux de distribution.

Au terme de notre étude on peut conclure que l'équilibrage d'un réseau d'alimentation d'eau potable peut se réaliser avec plusieurs méthodes, mais la méthode de Wood-Charles présente la méthode la plus puissance et la plus facile. Cette méthode résoudre les problèmes des réseaux par la résolution des systèmes matricielle.

À la fine de ce travaille on conclut que la méthode de Wood-Charles n'est pas limitée aux réseaux maillés, mais aussi elle s'existe sur les réseaux ramifié interconnecter, avec la supposition des conduites fictives avec une résistance infini. Donc en général on peut dit que l'équilibrage des réseaux c'est une étape importante pour réaliser un réseau avec une bonne qualité et un bon service.

Référence

Bibliographique

Référence Bibliographique :

- BENBLIDIA, Mohammed et THIVET, Gaëlle. Gestion des ressources en eau : les limites d'une politique de l'offre. C. : Méditerranéennes, Éd.) *Les Notes d'analyse du CIHEAM*, 2010, vol. 58, p. 1-15.
- BHAVE, Pramod R. Analysis of flow in water distribution networks. In: *Analysis of flow in water distribution networks*. Technomic Publishing, 1991.
- BONNIN, Jacques. *Aide-mémoire d'hydraulique urbaine*. Eyrolles, 1982.
- BOUSSICAUD, André. Le calcul des pertes de charge : dans les conduites domestiques et industrielles applicables à tous les fluides. 1990.
- BRIÈRE, François G. *Distribution et collecte des eaux*. Presses inter Polytechnique, 2012.
- DIVENOT, André. Une nouvelle méthode de calcul des réseaux maillés. *La houille blanche*, 1980, no 6, p. 365-375.
- DUPONT, André. *Hydraulique urbaine, tome II : ouvrage de transport : élévation et distribution des eaux*. Éditions Eyrolles, 1960.
- GRAEFF, Michel Ignace Auguste. *Traité d'hydraulique : précédé d'une introduction sur les principes généraux de la mécanique--*. Imprimerie nationale, 1883.
- IDE'CHIK, I. E. Handbook of Hydraulic resistance: coefficients of local resistance and of friction. *The Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem*, 1966, vol. 96, no 98, p. 136-138.
- LAGIÈRE, Michel. *Physique industrielle des fluides : notions fondamentales et applications numériques*. Éditions Technip, 1996.
- LE-HUY, Hoang et LÊ, Huy Hoàng. *Circuits électriques*. Presses Université Laval, 2004.
- MERZOUK, N. Méthodologie de détection et de localisation des fuites dans un réseau d'eau potable dans les petites et moyennes collectivités. *Proposition de deux modèles de localisation. Génie Civil, d'Atrois, P*, 2005, vol. 180.
- Miloud, Tahar Abbes : *Méthodes numériques* : Office des publications universitaires 2001.
- MOREL, Michel A. *Exercices de mécanique des fluides*. Eyrolles, 1994.

Référence Bibliographique

- PERNÈS, Pierre. *Mécanique des milieux continus déformables : application à la mécanique des liquides parfaits et des liquides newtoniens*. Éditions Quae, 2003.
- TARFAYA, CHAFAI. *Approche méthodologique pour le diagnostic des réseaux d'eau*. 2012 .Mémoire de Magistère. Université de Batna 2.
- VIOLLET, Pierre-Louis, CHABARD, Jean-Paul, et ESPOSITO, Pascal. *Mécanique des fluides appliquée : écoulements incompressibles dans les circuits, canaux et rivières, autour des structures et dans l'environnement*. Presses des Ponts, 2003.
- ZEYTOUNIAN, Radyadour Kh. *Modélisation asymptotique en mécanique des fluides newtoniens*. Springer Science & Business Media, 1994.

Annexe

ANNEXE :

ANNEXE 01 :

Pour l'application 1

Comme était prévu dans le chapitre 3 le réseau traité est un réseau maillé de trios boucle donc la vérification par la méthode de Hardy-Cross. Dont la répartition initiale comme suite :

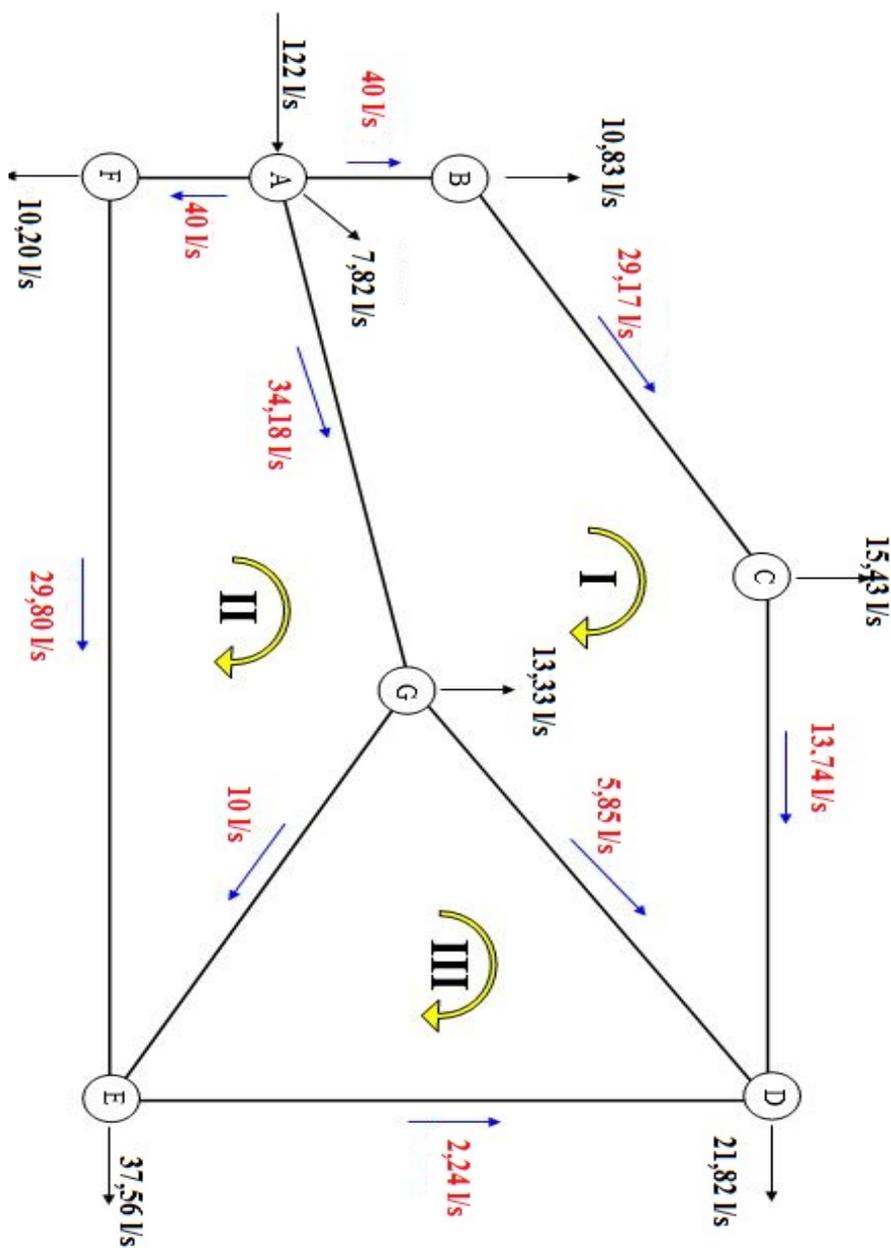


Figure 1 : répartition initiale des débits.

D'après la répartition initiale on fait une succession d'itération pour obtenir la réparation Correcte :

Itération 1 :

maille	conduite	L(m)	D(m)	q(l/s)	v(m/s)	Re	λ	ΔH	$\Delta H/q$	Δq	Q(l/s) correction
La maille "I "	1	125	0,2	38,06	1,211487	21442,6	0,0379024	1,772087	0,05		31,61
	2	440	0,15	27,23	1,540903	20454,6	0,0418777	14,866048	0,55		20,78
	3	470	0,08	11,8	2,347535	166197,2	0,0530753	87,584240	7,42		5,35
	4	475	0,25	-9,86	0,200866	44439,44	0,0351923	-0,137504	0,01		-16,31
	5	465	0,35	-38,06	0,395588	122527,2	0,0316316	-0,335191	0,01		-44,51
							Σ	103,750	8,038	-6,45398	
maille	conduite	L(m)	D(m)	q(l/s)	v(m/s)	Re	λ	ΔH	$\Delta H/q$	Δq	Q(l/s) correction
La maille "II "	5	465	0,35	44,51	0,462628	143291,8	0,0316318	0,458430073	0,010299485		42,31
	6	150	0,25	-38,06	0,775352	171538	0,0351958	-0,647054681	0,017000911		-40,26
	7	815	0,2	-27,86	0,886811	156957,8	0,0379019	-6,19087982	0,22221392		-30,06
	8	345	0,1	9,86	1,255414	111098,6	0,048634	13,47825615	1,366963098		7,66
							Σ	7,099	1,616	-2,195747	
maille	conduite	L(m)	D(m)	q(l/s)	v(m/s)	Re	λ	ΔH	$\Delta H/q$	Δq	Q(l/s) correction
La maille "III "	4	475	0,25	16,31	0,332265	73509,87	0,0351941	0,368342824	0,022583864		17,47
	8	345	0,1	-7,66	0,975301	86309,87	0,048633	-3,536726777	0,461713679		-6,50
	9	570	0,06	0,16	0,056588	3004,695	0,0596366	0,13221349	0,826334312		1,32
							Σ	-3,036	1,311	1,158285	

Après 08 itérations :

maille	conduite	L(m)	D(m)	q(l/s)	v(m/s)	Re	λ	ΔH	$\Delta H/q$	Δq	Q(l/s) correction										
												1	125	0,2	24,13211	0,768149	135955,5	0,037902	0,712410	0,029521	24,13
												2	440	0,15	13,30211	0,752745	99921,94	0,041876	3,547527	0,266689	13,30
												3	470	0,08	-2,12789	0,423331	29970,33	0,053065	-2,847589	1,338220	-2,13
												4	475	0,25	-24,3127	0,495295	109578,5	0,035195	-0,836111	0,034390	-24,31
5	465	0,35	-49,91	0,518754	160676	0,031632	-0,576414	0,011549	-49,91												
							Σ	0,000	1,680	0,00005											
maille	conduite	L(m)	D(m)	q(l/s)	v(m/s)	Re	λ	ΔH	$\Delta H/q$	Δq	Q(l/s) correction										
												5	465	0,35	49,90993	0,518753	160675,9	0,031632	0,57641315	0,011549067	49,91
												6	150	0,25	-40,1364	0,817652	180896,5	0,035196	-0,71958371	0,017928452	-40,14
												7	815	0,2	-29,9364	0,952906	168655,8	0,037902	-7,14810421	0,238776264	-29,94
												8	345	0,1	7,251518	0,923292	81707,25	0,048633	7,29000205	1,005307044	7,25
							Σ	-0,001	1,274	0,000500											
maille	conduite	L(m)	D(m)	q(l/s)	v(m/s)	Re	λ	ΔH	$\Delta H/q$	Δq	Q(l/s) correction										
												4	475	0,25	24,31267	0,495294	109578,3	0,035195	0,81850536	0,033665789	24,31
												8	345	0,1	-7,25202	0,923356	81712,88	0,048633	-3,17000294	0,437120139	-7,25
												9	570	0,06	0,674196	0,238448	12660,96	0,059727	2,35106043	3,487205382	0,67
							Σ	0,000	3,958	0,000055											

Les résultats finals du réseau sont indiqués sur le schéma suivant :

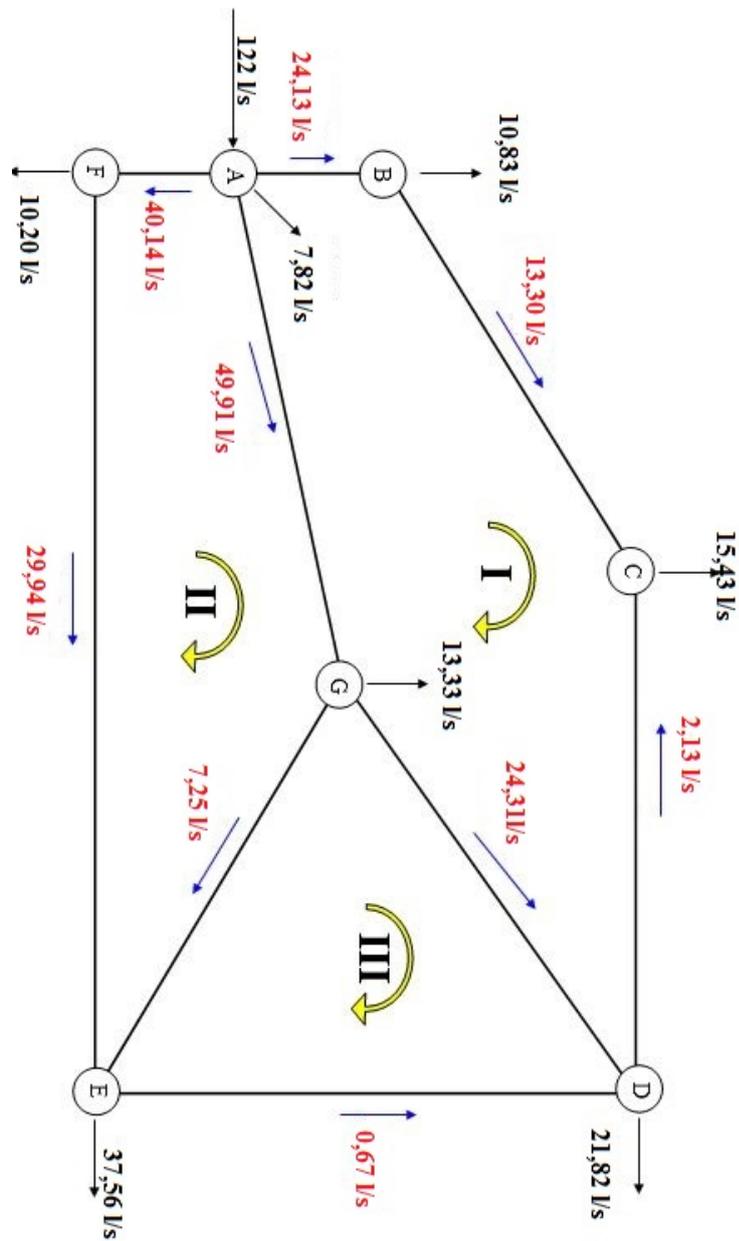


Figure 2 : répartition finales des débits.

La vérification par EPANET :

Pour assurer une bonne validité des résultats on fait une simulation de réseau par le logiciel EPANET alors que les résultats obtenu sont presque égale aux résultats par les résultats obtenu par la méthode de Hardy-Cross et celle de Wood-Charles sont illustrer comme suite :

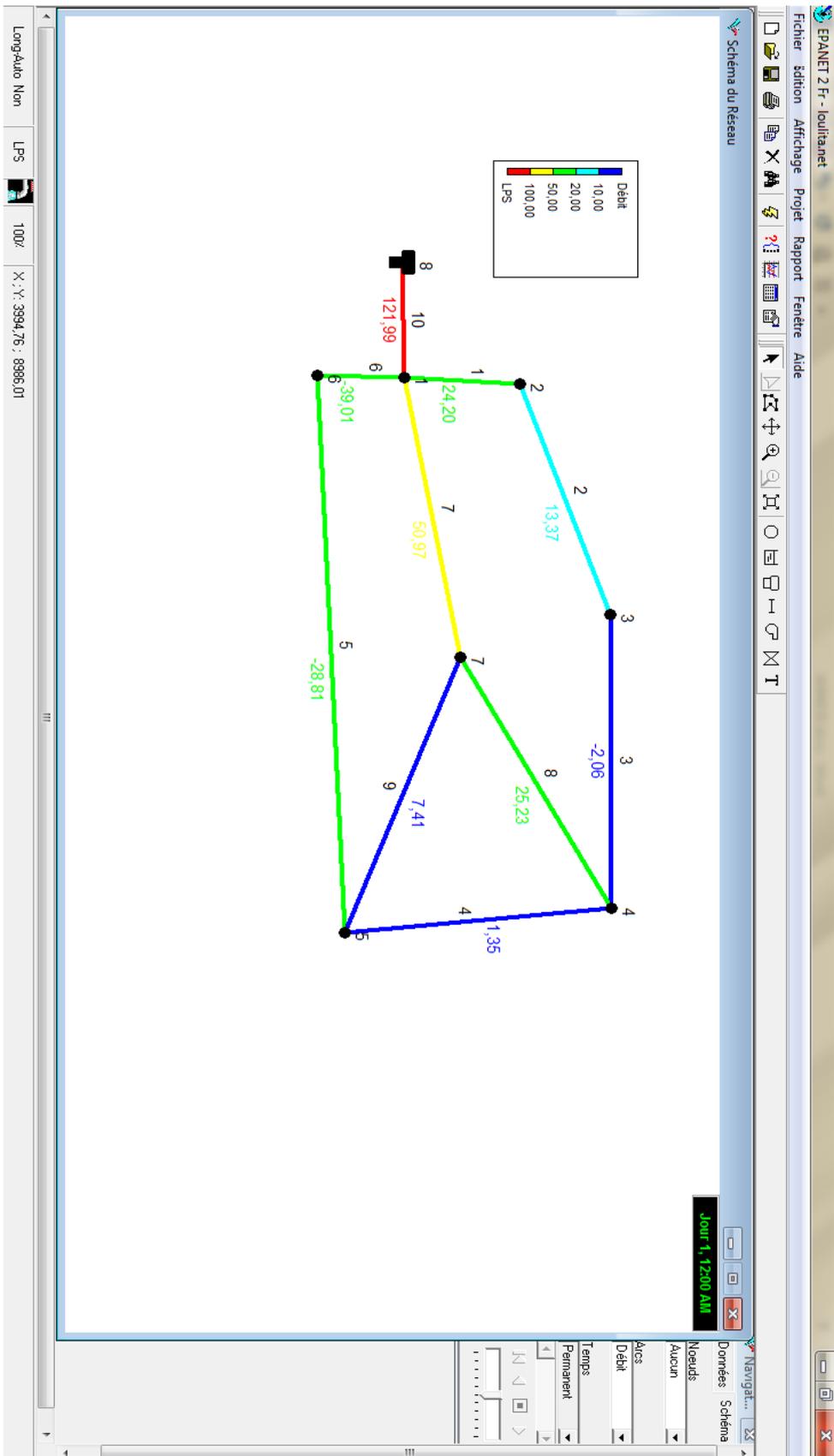


Figure 3 : les résultats de simulation obtenue par EPANET.

Et les caractéristiques du réseau sont :

<i>des Arcs du Réseau tat^s</i>					
	<i>Longueur</i>	<i>Diamètre</i>	<i>Débit</i>	<i>Vitesse</i>	<i>Pert.Charge Unit.</i>
<i>ID Arc</i>	<i>m</i>	<i>mm</i>	<i>LPS</i>	<i>m/s</i>	<i>m/km</i>
<i>Tuyau 1</i>	125	200	24,2	0,77	3,88
<i>Tuyau 2</i>	440	150	13,37	0,76	5,25
<i>Tuyau 3</i>	470	80	-2,06	0,41	3,52
<i>Tuyau 4</i>	570	60	1,35	0,48	6,49
<i>Tuyau 5</i>	815	200	-28,81	0,92	5,36
<i>Tuyau 6</i>	150	250	-39,01	0,79	3,17
<i>Tuyau 7</i>	465	350	50,97	0,53	1,01
<i>Tuyau 8</i>	475	250	25,23	0,51	1,41
<i>Tuyau 9</i>	345	100	7,41	0,94	12,68
<i>Tuyau 10</i>	200	500	121,99	0,62	0,89

ANNEXE 02 :

Pour l'application 2 :

À l'aide de la méthode de Hardy-Cross on a calculer les débits circulant dans chacune des conduites du réseau suivant :

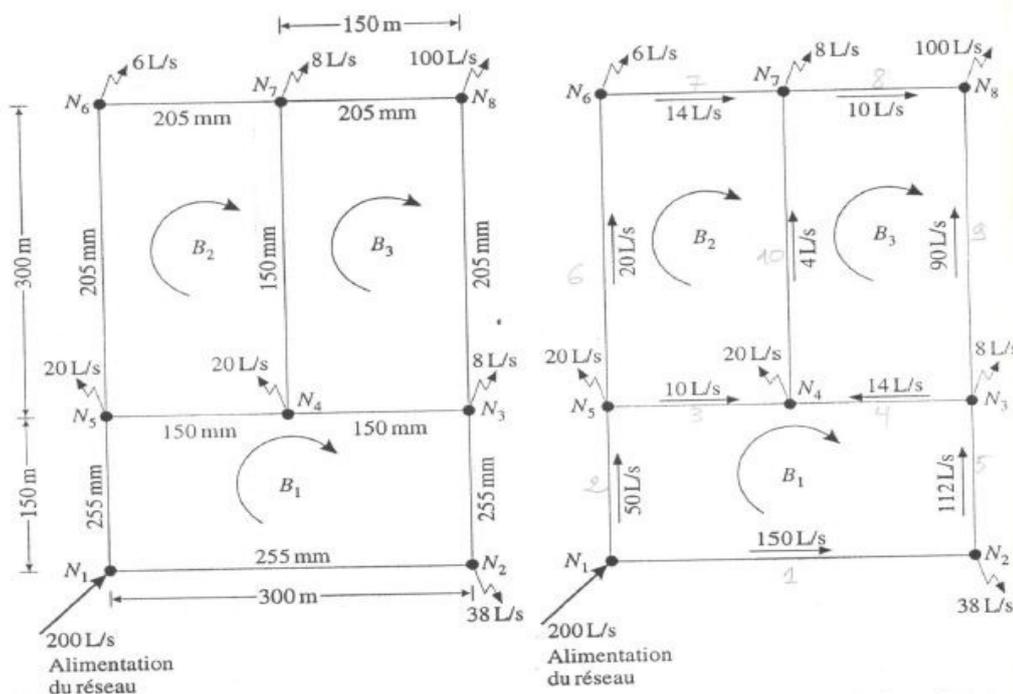


Figure 4 : les données de base et la répartition initiale des débits.

Alors que la première itération et déterminer comme suit :

conduite	D réel (mm)	CHW	L (m)	R	Q_i (MBS)	(HL) $_i$ (m)	(HL) $_i$ Q_i	$-\Sigma(HL)_i$	$m^*(HL)_i Q_i; m=1,852$	ΔQ	$Q_i + \Delta Q$
A-B	255	120	300	351,36	-0,15	-10,468	69,787	13,229	403,974	0,033	0,117
B-C	255	120	150	175,68	-0,122	-3,047	27,205				0,079
C-D	150	120	150	2329,37	0,014	-0,859	61,357				0,019
D-E	150	120	150	2329,37	0,01	0,461	46,1	13,229	403,974	0,033	0,043
A-E	255	120	150	175,68	0,05	0,684	13,68				0,083
							$\Sigma = 218,129$				
E-F	205	120	300	1017,31	0,02	0,726	36,3	5,985	404,773	0,015	0,035
F-G	205	120	150	508,66	0,014	0,188	13,429				0,029
G-D	205	120	300	1017,31	-0,004	-0,037	9,25				0,011
D-E	150	120	150	2329,37	-0,043	-6,862	159,56	5,985	404,773	0,015	0,028
							$\Sigma = 218,56$				
D-G	205	120	300	1017,31	-0,24	-0,24	21,818	13,419	448,653	0,03	0,019
G-H	205	120	150	508,66	0,0101	0,0101	10,1				0,04
H-C	205	120	300	1017,31	0,09	-11,768	130,756				-0,06
C-D	150	120	150	2329,37	-0,019	-1,512	79,579	13,419	448,653	0,03	0,014
							$\Sigma = 203,985$				

Alors que la solution de ce problème ce converge après 4 itération :

Maille	conduite	D réel (mm)	CHW	L (m)	R	Q_i (M3/S)	(HL) $_i$ (m)	(HL) $_i/Q_i$	$-\Sigma(HL)_i$	$m^*(HL)_i/Q_i$; $m=1,852$	ΔQ	Q_{i+1}/Q_i
Maille I	A-B	255	120	300	351,36	-0,104	-10,468	51,087	1,283	508,139	0,003	0,101
	B-C	255	120	150	175,68	-0,066	-3,047	17,333				0,063
	C-D	150	120	150	2329,37	-0,014	-0,859	61,357				0,011
	D-E	150	120	150	2329,37	0,031	0,461	120,742				0,014
	A-E	255	120	150	175,68	0,096	0,684	23,854				0,099
$\Sigma = 247,373$												
Maille II	E-F	205	120	300	1017,31	0,045	0,726	72,444	0,949	514,087	0,002	0,047
	F-G	205	120	150	508,66	0,039	0,188	32,077				0,041
	G-D	205	120	300	1017,31	-0,024	-0,037	42,417				0,022
	D-E	150	120	150	2329,37	-0,034	-6,862	130,647				0,032
	$\Sigma = 277,585$											
Maille III	D-G	205	120	300	1017,31	0,022	-0,24	39,364	-0,732	377,78	-0,002	0,02
	G-H	205	120	150	508,66	0,056	0,0101	43,417				0,054
	H-C	205	120	300	1017,31	-0,044	-11,768	71,068				0,046
	C-D	150	120	150	2329,37	0,011	-1,512	49,910				0,009
$\Sigma = 203,985$												

La vérification par EPANET :

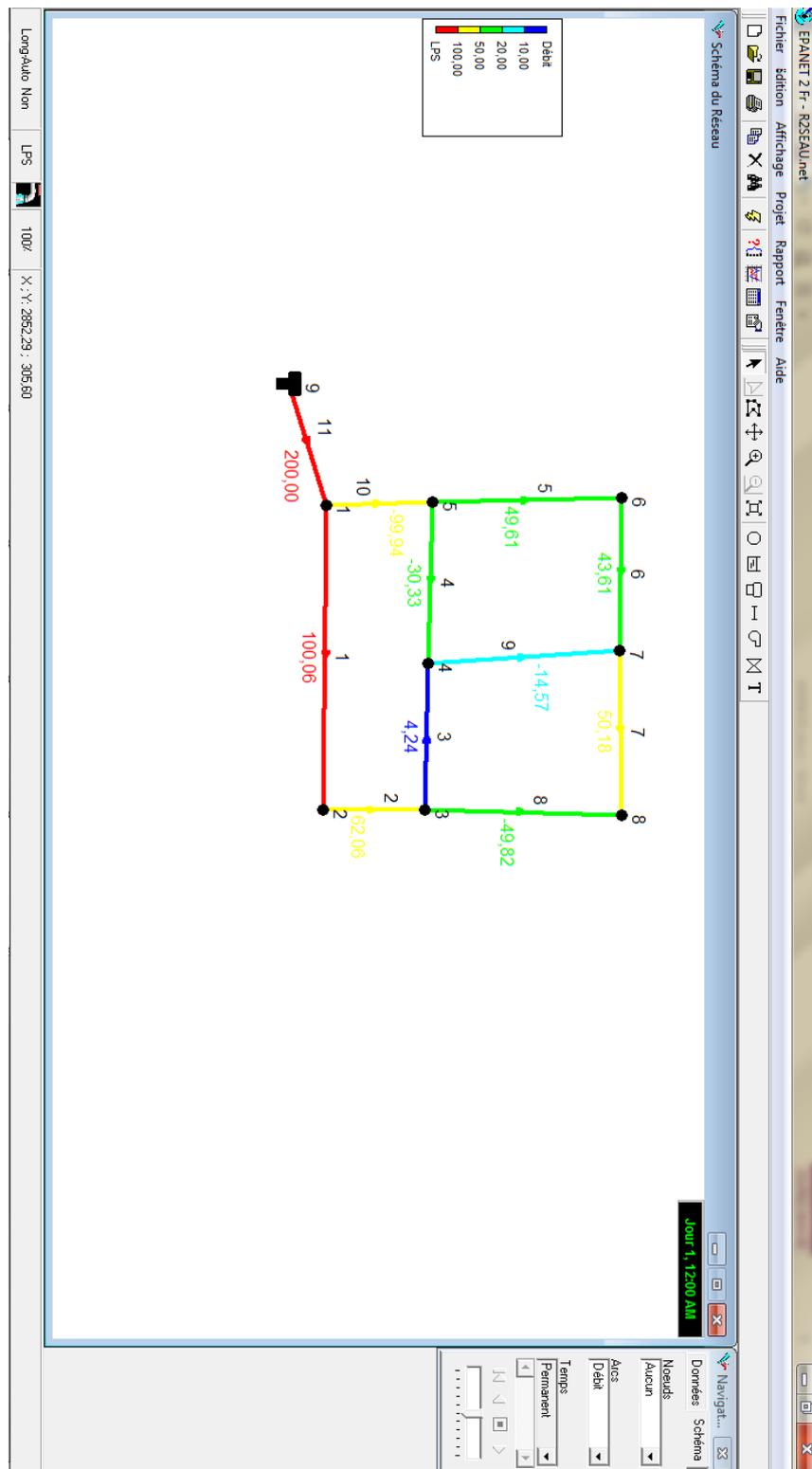


Figure 5 : les résultats de simulation de l'application2

ANNEXE

	<i>Longueur</i>	<i>Diamètre</i>	<i>Rugosité</i>	<i>Débit</i>	<i>Vitesse</i>	<i>Pert.Charge</i>
<i>ID Arc</i>	<i>m</i>	<i>mm</i>		<i>LPS</i>	<i>m/s</i>	<i>m/km</i>
<i>Tuyau 1</i>	<i>300</i>	<i>255</i>	<i>120</i>	<i>100,06</i>	<i>1,96</i>	<i>16,47</i>
<i>Tuyau 2</i>	<i>150</i>	<i>255</i>	<i>120</i>	<i>62,06</i>	<i>1,22</i>	<i>6,8</i>
<i>Tuyau 3</i>	<i>150</i>	<i>150</i>	<i>120</i>	<i>4,24</i>	<i>0,24</i>	<i>0,63</i>
<i>Tuyau 4</i>	<i>150</i>	<i>150</i>	<i>120</i>	<i>-30,33</i>	<i>1,72</i>	<i>23,93</i>
<i>Tuyau 5</i>	<i>300</i>	<i>205</i>	<i>120</i>	<i>49,61</i>	<i>1,5</i>	<i>13</i>
<i>Tuyau 6</i>	<i>150</i>	<i>205</i>	<i>120</i>	<i>43,61</i>	<i>1,32</i>	<i>10,24</i>
<i>Tuyau 7</i>	<i>150</i>	<i>205</i>	<i>120</i>	<i>50,18</i>	<i>1,52</i>	<i>13,28</i>
<i>Tuyau 8</i>	<i>300</i>	<i>205</i>	<i>120</i>	<i>-49,82</i>	<i>1,51</i>	<i>13,11</i>
<i>Tuyau 9</i>	<i>300</i>	<i>150</i>	<i>120</i>	<i>-14,57</i>	<i>0,82</i>	<i>6,15</i>
<i>Tuyau 10</i>	<i>150</i>	<i>255</i>	<i>120</i>	<i>-99,94</i>	<i>1,96</i>	<i>16,43</i>
<i>Tuyau 11</i>	<i>100</i>	<i>600</i>	<i>120</i>	<i>200</i>	<i>0,71</i>	<i>0,92</i>

ANNEXE 03 :

Pour l'application 3 :

On fait une simulation par EPANET dont les résultats obtenu sont :

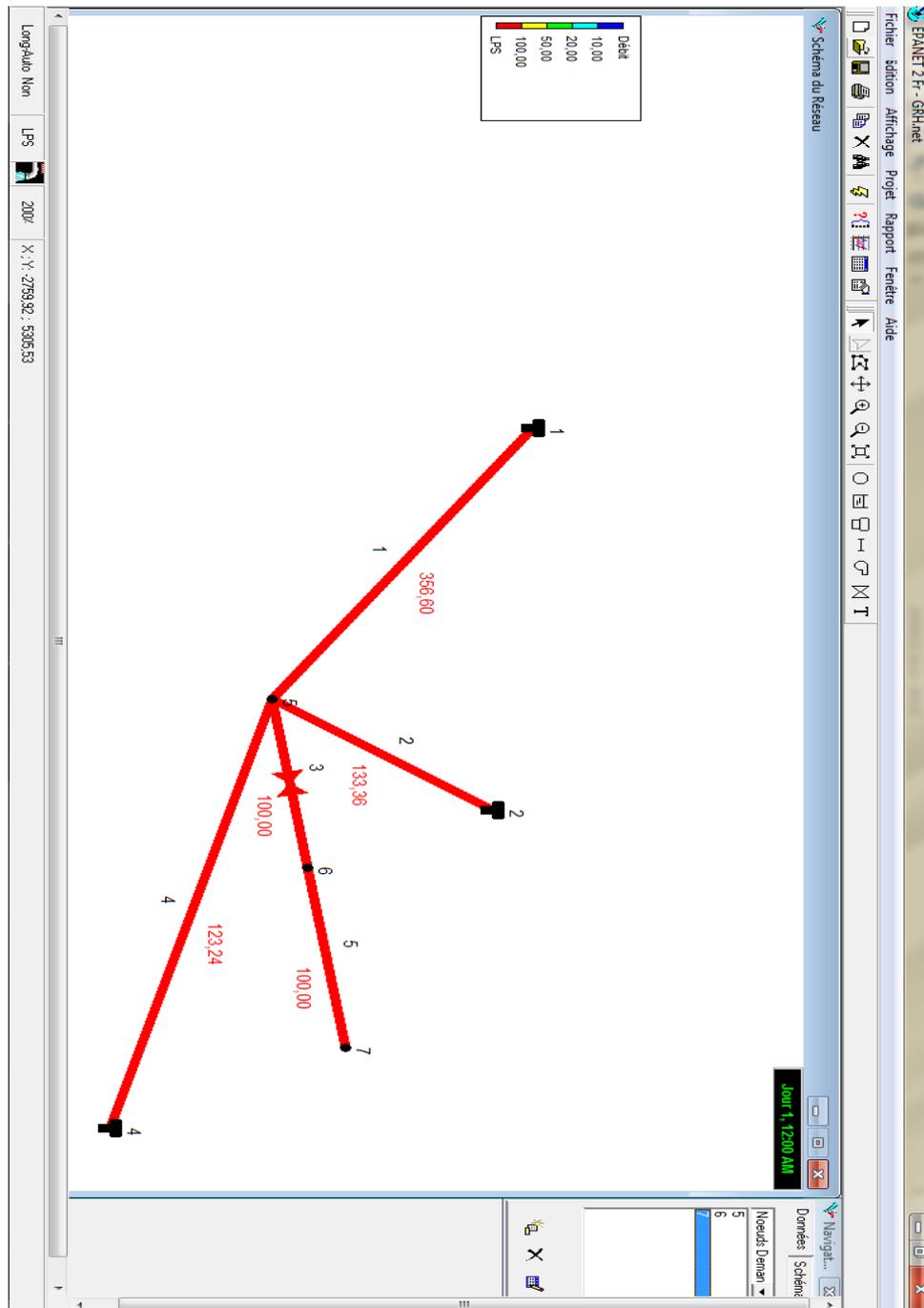


Figure 6 : les résultats de simulation de l'application3.

	Longueur	Diamètre	Rugosité	Débit	Vitesse	Pert.Charge Unit.
ID Arc	m	mm		LPS	m/s	m/km
Tuyau 1	10000	450	150	356,6	2,24	7,21
Tuyau 2	2000	350	150	133,36	1,39	3,97
Tuyau 4	3000	250	150	123,24	2,51	17,64
Tuyau 5	3000	300	150	100	1,41	4,93
Vanne 3	Sans Valeur	300	Sans Valeur	100	1,41	0

ANNEXE 04 :

Pour l'application 4 :

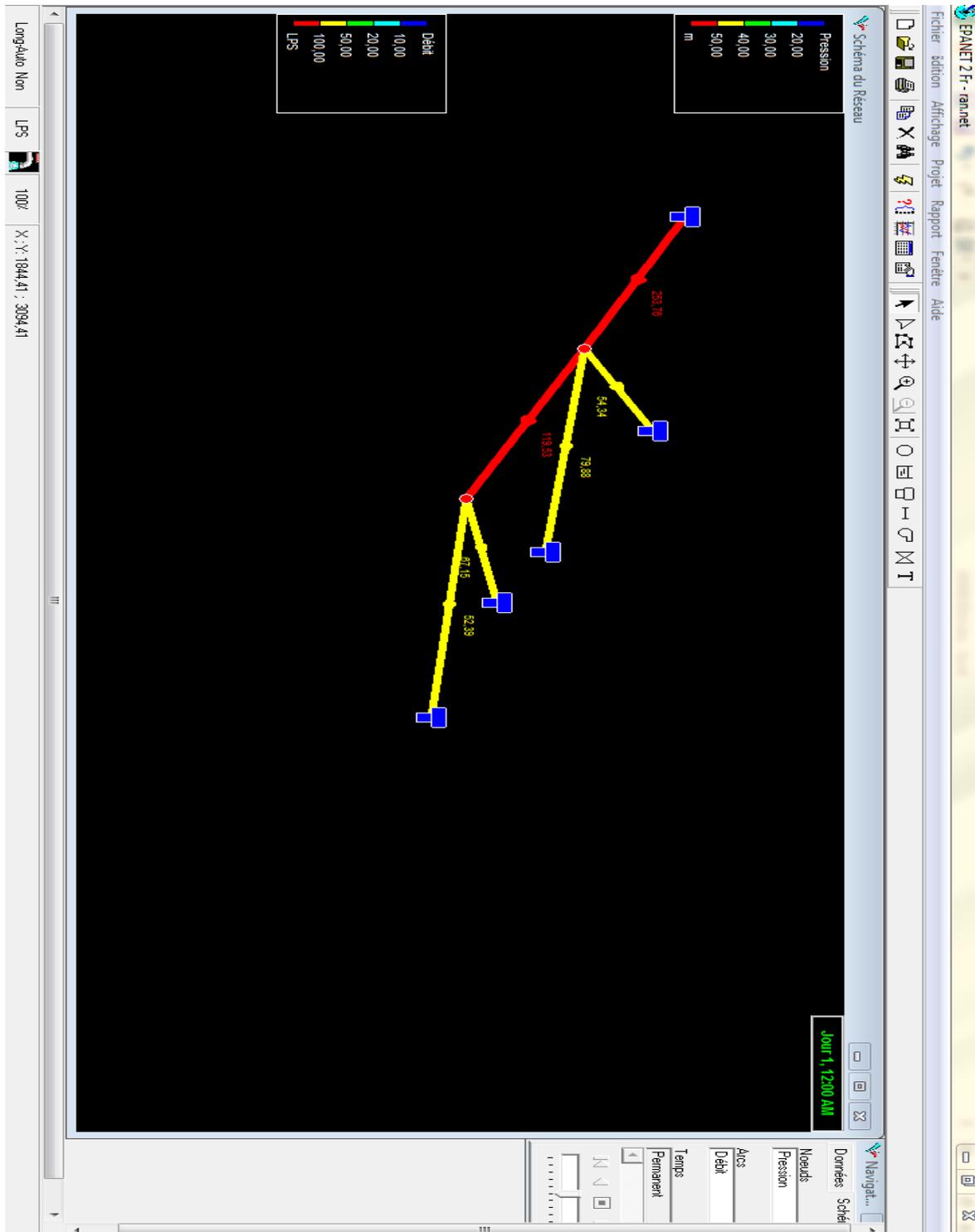


Figure 7 : les résultats de simulation de l'application 4.

ANNEXE

<i>Etat des Arcs du Réseau</i>	<i>Longueur</i>	<i>Diamètre</i>	<i>Rugosité</i>	<i>Débit</i>	<i>Vitesse</i>	<i>Pert. Charge Unit.</i>
<i>ID Arc</i>	<i>m</i>	<i>mm</i>		<i>lPS</i>	<i>m/s</i>	<i>m/km</i>
<i>Tuyau 1</i>	10000	450	150	253,76	1,6	3,84
<i>Tuyau 2</i>	3000	250	150	54,34	1,11	3,87
<i>Tuyau 3</i>	6000	350	150	119,53	1,24	3,24
<i>Tuyau 4</i>	4000	250	150	79,88	1,63	7,9
<i>Tuyau 5</i>	3000	250	150	67,15	1,37	5,73
<i>Tuyau 6</i>	3000	200	150	52,39	1,67	10,73

وَقُلْ لِيُحْيِيكُمْ
بِأَنْبِيَاءِ كُنْتُمْ
مِنَ الْغَافِلِينَ

Résumé :

Le problème qui se pose dans un réseau de distribution est la répartition des débits et des charges alors que les moindres modifications de réseau font un déséquilibre, dont les hydrauliciens depuis longtemps ont essayé d'améliorer les méthodes d'équilibrage des réseaux. Ces méthodes rencontrent des difficultés de non-linéarité des équations reliant le débit et les pertes de charge, dans ce contexte le présent travail consistait à appliquer des plus puissantes méthodes (Wood-Charles) pour le calcul du régime stationnaire dans les réseaux maillés et interconnectés. Cette méthode basée sur les lois de la physique et résoudre les problèmes de convergence pas la résolution d'un système matricielle, avec un nombre des itérations plus ou moins par rapport aux autres méthodes.

Mots clé : débit, réseaux, équilibrage, réseau maillé, réseau interconnecté, Wood-Charles.

Abstract:

The problem that arises in a distribution network is the distribution of flows and loads while the slightest network changes unbalance, which hydraulicians for a long time have tried to improve the methods of balancing networks. These methods have difficulties of non-linearity of the equations connecting the flow rate and the losses of load, in this context the work consisted of applying more powerful methods (Wood-Charles) for the computation of the stationary regime in the meshed and interconnected networks. This method based on the laws of physics and solving convergence problems not the resolution of a matrix system, with a number of iterations more or less compared to other methods.

Key Word: networks, balancing, looped network, interconnected network, W-CH flows

ملخص:

المشكلة التي تنشأ في شبكة التوزيع هي توزيع التدفقات والأحمال في حين أن أدنى تغيير في الشبكة غير متوازن ، والتي حاول المهندسون لفترة طويلة تحسين أساليب موازنة الشبكات. تحتوي هذه الطرق على صعوبات غير خطية للمعادلات التي تربط معدل التدفق وفقد الحمل ، وفي هذا السياق كان العمل يتألف من تطبيق أساليب أكثر قوة (Wood-Charles) لحساب النظام الثابت في الشبكات المتشابكة والمترابطة . تعتمد هذه الطريقة على قوانين الفيزياء وحل مشاكل التقارب وليس حل نظام المصفوفة، مع عدد من التكرارات أكثر أو أقل مقارنة بالطرق الأخرى

الكلمات المفتاحية: التدفق، الشبكات، الموازنة، الشبكة المتداخلة، الشبكة المترابطة، وود-شارلز