

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK
BEN YAHIA - JIJEL**



**FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET
INFORMATIQUE**

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

MÉMOIRE

pour obtenir le diplôme de master

Filière : physique

Spécialité : Physique Théorique

Présenté publiquement par

Rogai Amel

Intitulé

**Le processus de fragmentation des quarks
polarisés transversalement**

Soutenu le : 30/06/2018

Devant le jury :

Dj. Bouaziz	Prof.	Univ. MSBY, Jijel	Président
Z. Belghobsi	Prof.	Univ. MSBY, Jijel	Rapporteur
M. S. Zidi	M.C.B.	Univ. MSBY, Jijel	Examineur

Remerciements

Mes remerciements les plus chaleureux sont destinés en premier lieu à mon encadreur Melle. **Belghobsi Zouina** professeur à l'université de Jijel qui m'a fait l'honneur de diriger ce mémoire. pour sa disponibilité , sa grande patience et ses conseils ainsi que ses remarques précieuses.

Mes sincères remerciements vont également aux membres du jury, le professeur **Bouaziz Djamil** et le **Dr. Zidi Mohamed Sadek** pour l'honneur qu'ils m' ont fait en acceptant d'examiner.

Je tiens également exprimer mes plus vifs remerciements et salutations à mes **Parents**, pour leur soutien moral et de m'avoir conseillée durant mon parcours d'études.

Enfin , je tiens à remercier toute personne ayant participé de près ou de loin à réaliser ce mémoire.

Table des matières

1	Notions de base et La Corde Massive Relativiste	5
1.1	Hadronisation	6
1.1.1	Les Modèles et la simulation de L'hadronization	6
1.1.2	Les fragmentations de quark	7
1.2	Le confinement	7
1.2.1	Description phénoménologique	8
1.3	La Corde Massive Relativiste	9
1.3.1	L'action de cordes Nambu-Goto	9
1.4	Modèle de Corde (ou chaîne) et multiproduction	10
1.4.1	Mouvement classique d'une corde sans interaction	11
1.4.2	Mécanismes classiques d'interaction	14
1.5	Le modèle de fragmentation de la Corde	14
1.5.1	Les variables de la fragmentation	16
2	Modèles de Fragmentation non polarisé	17
2.1	Modèle récursive de Fragmentation	18
2.2	l'image multipériphérique	19
2.3	La fragmentation indépendante	19
2.4	Modèle de Lund	21
2.4.1	La dynamique de la fragmentation de la corde	22
2.5	Modèle de Artru-Menessier	32
2.6	Dynamiques du modèle multipériphérique	33
2.7	La simulation Monte Carlo	36
2.7.1	La recette de PYTHIA	36

2.7.2	La recette de Lyon (Artru-Belghobsi)	37
2.7.3	Les différentes fonctions de splitting sans spin	39
3	Modèle de Fragmentation polarisé	42
3.1	L'effet Collins et le mécanisme 3P_0	42
3.2	Le modèle multipériphérique et la distribution de Splitting polarisée . .	44
3.2.1	Simplification de la distribution de splitting polarisée	47
3.3	La distribution p_T de l'hadron final	50
3.4	Application avec L'amplitude de la corde	51
3.5	L'effet jet-handedness transversal	53
3.6	Le programme de simulation	54
3.6.1	L'algorithme de la simulation	54

Introduction Générale

La théorie bien connue des interactions fortes c'est la chromodynamique quantique (QCD)(en anglais : Quantum ChromoDynamics), explique la dynamique des quarks élémentaires par l'échange de gluons. Etant une théorie de jauge locale non abélienne, la principale caractéristique de la QCD est la liberté asymptotique qui permet de traiter perturbativement les processus hadroniques de haute énergie, ou au moins une partie d'entre eux, par exemple l'annihilation e^+e^- , (DIS) et les collisions de proton-proton (pp) à travers des théorèmes de factorisation. Ces processus sont appelés semi inclusifs (ou single inclusive) car dans l'état final un hadron est détecté; dans ce cas, il apparaît comme un objet non perturbatif, généralement appelé fonction de fragmentation. La figure 1.1 représente une représentation schématique de tels processus. Les collisions à haute énergie produisent ou libèrent des quarks et des gluons, qui à leur tour produisent des jets de hadrons. Cette seconde étape, appelée hadronisation (voir paragraphe ci-dessous), ne peut pas être décrite par un traitement perturbatif de la chromodynamique quantique.

En QCD, le processus de fragmentation est un problème non perturbatif et pour l'étudier, il faut souvent s'appuyer sur des modèles et des simulations numériques. Par exemple, le modèle symétrique de Lund, basé sur le formalisme de la désintégration de la corde relativiste a très bien réussi dans la description des données expérimentales et est implémenté dans des générateurs d'événements comme Pythia. Cependant ce modèle n'inclut pas le spin du quark, 'un degré de liberté non négligeable' en principe qui est aussi à l'origine des effets physiques observés dans des processus comme la diffusion profondément inélastique semi-inclusive (SIDIS), l'annihilation e^+e^- et la diffusion proton-proton. En particulier un quark fragmenté polarisé transversalement génère une assymétrie gauche-droite (left-right :L-R) dans les sections efficaces de ces processus, connu sous le nom l'assymétrie de Collins. Cette assymétrie a été mesurée expérimentalement et s'est révélée non nulle. En outre, même si elle est mesurée avec des nucléons polarisés transversalement, elle contient des informations sur la distribution de la transversalité et, la fonction de Collins, et aussi sur le processus de fragmentation d'un quark polarisé transversalement. Le présent mémoire est basé sur un modèle récent proposé par *X. Artru* qui utilise le formalisme de corde du modèle de Lund symétrique et introduit le spin de quark à travers les règles inspirées du mécanisme 3P_0 . Le modèle a été écrit sous une forme plus adaptée pour une investigation numérique et mis en œuvre

dans un programme de simulation du processus de fragmentation d'un quark polarisé transversalement en hadrons, se limitant aux mésons pseudoscalaires. Les quelques paramètres libres du modèle ont été ajustés pour pouvoir les comparer avec des données expérimentales sur des processus de diffusion non polarisés et obtenir un accord plus au moins très satisfaisant. Nous avons ensuite étudié les prédictions du modèle pour les quarks polarisés transversalement en obtenant un effet Collins. L'asymétrie résultante a été calculée en fonction des variables cinématiques telles que l'énergie fractionnaire hadronique, la rapidité et l'impulsion transverse par rapport à l'axe du jet.

Dans cet esprit, nous devons dire que le modèle est très prometteur et qu'il mérite d'être développé davantage. L'objectif est la mise au point d'un algorithme de simulation Monte-Carlo des réactions à haute énergie en tenant compte du degré de liberté de spin du quark dans le modèle de fragmentation de la corde utilisant les spineurs et matrices de Pauli et de l'intrication quantique.

Le premier chapitre sera consacré aux notions de l'hadronisation, confinement et les notions de base de la corde massive relativiste (Massive Relativistic String : MRS) telles que l'action, les équations du mouvement, l'invariance de reparamétrisation et une brève discussion sur le modèle "Yo-Yo" en dimension $1 + 1$. Le deuxième chapitre présentera la cinématique du MRS du modèle de Lund (sans gluons), sa désintégration stochastique, la fonction du splitting, le mécanisme de coupure (mécanisme de Schwinger) et brièvement la relation entre le modèle de Lund et le modèle de résonance duale et enfin on parlera du modèle de Artru-Menessier ayant été considéré comme une plate forme de comparaison et discussions des différences entre la recette de Pythia et la recette (Artru-Belghobsi) pour la génération du jet récursif non polarisé. Dans le dernier chapitre on va expliquer le modèle avec spin en soulignant les prédictions du modèle : l'effet Collins et l'effet je-handedness et on termine par une Conclusion.

Chapitre 1

Notions de base et La Corde Massive Relativiste

Les propriétés principale de QCD sont le confinement et la liberté asymptotique cette dernière permet un traitement perturbatif des processus hadroniques à haute énergie, ou au moins une partie d'entre eux, à travers le théorème de factorisation. Les processus hadroniques auxquels on fait allusion sont :

- L'annihilation e^+e^- .
- Les diffusions profondément inélastique du lepton-Nucléon (DIS).
- Les collisions (PP).

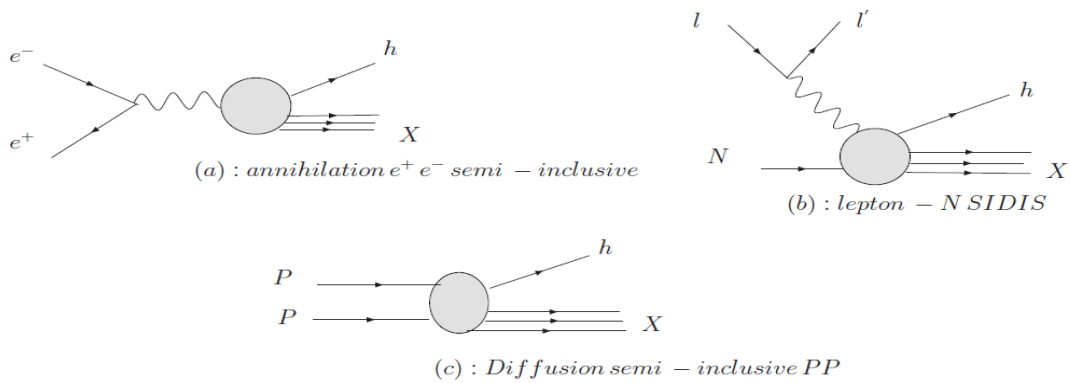


FIGURE 1.1 – Les processus hadroniques : (a) Annihilation semi-inclusive e^-e^+ , (b) Diffusion profondément inélastique semi-inclusive lepton-N (*SIDIS*), (c) Diffusion semi-inclusive *PP*.

On peut remarquer, qu'à chaque processus un hadron h est détecté dans l'état final : hadronisation.

1.1 Hadronisation

L'hadronisation est le processus de formation de hadrons à partir de quarks et de gluons. Cela se produit après des collisions à haute énergie dans un collisionneur tel que (LHC) de particules dans lequel les quarks et les gluons sont créés. En raison de confinement ceux-ci ne peuvent pas exister individuellement (à l'état libre). Dans le Modèle Standard (M.S), ils se combine avec des quarks et les antiquarks créés spontanément à partir du vide pour former des hadrons.

Les processus d'hadronisation en QCD ne sont pas encore compris, mais ils sont modélisés et paramétrés dans un certain nombre d'études phénoménologiques y compris le modèle des cordes de Lund et dans divers schémas d'approximation de QCD à longue-portée [1], [2], [3]. Le *cône serré* (light cone) de particules créé par l'hadronisation d'un seul quark s'appelle un 'jet'. Selon le théorème de factorisation, les sections efficaces relatives correspondantes aux processus(cı-dessus) ont la forme :

$$\begin{aligned} \text{— } \sigma^{e^-e^+ \rightarrow h+X} &= \hat{\sigma} \otimes FF \\ \text{— } \sigma^{lN \rightarrow h+X} &= \hat{\sigma} \otimes PDF \otimes FF \\ \text{— } \sigma^{PP \rightarrow h+X} &= \hat{\sigma} \otimes PDF \otimes PDF \otimes FF \end{aligned}$$

Où les *PDFs* sont les fonctions de distributions partoniques et les *FFs* représentent les fonctions de fragmentations ; ces fonctions de distributions partoniques *PDFs* ainsi que les fonctions de fragmentation *FFs* ne peuvent pas être traitées perturbativement mais elles ont une évolution perturbative selon les équations d'Altarelli-Parisi [4] à l'instar de $\hat{\sigma}$ qui représente la section efficace élémentaire de la diffusion *dure* est calculée perturbativement, \otimes est le produit de convolution.

Parmi les trois processus ci-dessus, le processus d'annihilation e^+e^- est le plus simple pour étudier les notions de **confinements** et **les fragmentations de quark**.

1.1.1 Les Modèles et la simulation de L'hadronization

L'hadronisation peut être explorée en utilisant la simulation Monte Carlo. Après la fin du shower de particules, les partons avec des virtualités restant dans l'ordre de l'échelle de coupure. A partir de ce point, le parton est dans le transfert à faible impulsion, régime à longue distance dans lequel les effets non perturbatifs deviennent importants. Le plus dominant de ces effets est l'hadronisation, qui convertit les partons en hadrons observables. Aucune théorie exacte qui décrit l'hadronisation n'est connue entièrement, mais il existe deux modèles de paramétrisation ayant réussi à la paramétriser. Ces modèles sont utilisés dans des générateurs d'événements qui simulent des événements de la physique des particules ; l'échelle à laquelle les partons sont donnée est fixée par la composante Shower Monte Carlo du générateurs d'événements. Les modèles d'hadronisation commence généralement à une échelle prédéfinie. Cela peut causer des problèmes importants si elle n'est pas correctement installée dans le Shower Monte Carlo. Les choix communs de générateurs d'événements Monte Carlo sont

PYTHIA et HERWING. Chacun d'eux correspond à l'un des deux modèles de paramétrisation.

1.1.2 Les fragmentations de quark

La fragmentation est un processus non perturbatif, traité seulement à partir des fonctions de fragmentation **FFs**. Parmi les **FFs** les plus connues sont les fonctions de fragmentations **FFs** non polarisées notées $D_{1q}^h(z)$ qui représentent la fragmentation d'un quark non polarisé en hadron h non polarisé.

$D_{1q}^h(z)$ est le nombre de hadrons h de q avec une fraction d'impulsion située dans l'intervalle $[z, z + dz]$ où $z = p^+/k^+$ la fraction d'impulsion d'un quark q portée par un hadron h vers la direction + du cône de lumière, k est l'impulsion du quark q , p l'impulsion du hadron h .

La fonction de fragmentation dépendante d'impulsion transverse p_T de l'hadron h est appelée **TMDFF**, si on tient compte la polarisation du quark, cette fonction **TMDFF** est la fonction de fragmentation de Collins notée : $H_{1q}^{\perp h}$ qui corrèle le spin du quark q et l'impulsion transverse de l'hadron p_T , c'est à dire elle décrit la fragmentation d'un quark polarisé transversalement dans un hadron non polarisé à travers le processus : $q^\uparrow \rightarrow h + x$.

Le **TMDFF** de ce processus est

$$\begin{aligned} D_{1q^\uparrow}^h(z, \vec{p}_T^2) &= D_{1q}^h(z, \vec{p}_T^2) + H_{1q}^{\perp h}(z, \vec{p}_T^2) \vec{S}_q(\vec{k} \wedge \vec{p}_T^2) / z m_h \\ &= D_{1q}^h(z, \vec{p}_T^2) [1 + S_T a_p^C(z, \vec{p}_T^2) \sin \varphi_h - \varphi_{s_q}] \end{aligned} \quad (1.1)$$

\vec{S}_q le vecteur de polarisation, φ_h l'angle azimutal de hadron h , φ_{s_q} l'angle azimutal de polarisation du quark fragmenté et l'azimut d'un vecteur est définie dans le plan transversal de la direction du quark fragmenté.

On définit le pouvoir analyseur ou l'assymétrie de Collins comme

$$a_p^C(z, \vec{p}_T^2) = P_T / z m_h (H_{1q}^{\perp h}(z, \vec{p}_T^2) / D_{1q}^h(z, \vec{p}_T^2)) \quad (1.2)$$

1.2 Le confinement

Le confinement est une propriété des particules possédant une charge de couleur : ces particules ne peuvent pas *être* isolées et sont observées uniquement avec d'autres particules de telle sorte que la combinaison formée soit blanche, c'est à dire que sa charge de couleur totale soit nulle. Cette propriété est à l'origine de l'existence des hadrons.

1.2.1 Description phénoménologique

Pour les interactions fortes, le couplage entre particules colorées augmente avec la distance, de façon approximativement linéaire. Ceci est interprété comme la formation d'un tube de flux d'énergie entre les particules : les gluons. L'énergie du tube augmente avec la séparation, jusqu'à être suffisamment grande pour former une paire $q\bar{q}$. Phénoménologiquement, on considère alors que le tube est brisé et que de nouveaux tubes se forment entre les quarks présents. Si un ensemble de quarks globalement blanc (sans couleur) est ainsi formé, il cesse d'interagir avec le reste du système et forme un état lié appelé hadron. Les quarks à l'intérieur des hadrons sont reliés par des tubes de flux entre eux avec le reste du système; les hadrons forment des états asymptotiques qui interagissent faiblement à plus grande distance, comme dans le cas de la force nucléaire. Le processus de rupture des tubes de flux se répète jusqu'à ce que tous les quarks produits soient rassemblés en hadrons. L'ensemble des processus est appelé hadronisation (vu ci-dessus).

A l'heure actuelle, on ne connaît que deux types de hadrons : les mésons où un quark est associé à un antiquark possédant son anti-couleur et les baryons où trois quarks possédant les couleurs rouge, verte et bleue se combinent pour former une particule blanche (cette propriété est à l'origine du terme couleur pour la charge des interactions fortes, puisqu'elle rappelle la synthèse additive des vraies couleurs).

Malgré ces considérations intuitives, il n'existe pas actuellement de preuve formelle que le confinement est un phénomène à fort couplage où les effets non-perturbatifs dominent. La compréhension actuelle de la QCD étant basée sur des approches perturbatives, le confinement est décrit essentiellement par des modèles, tels que des modèles de potentiel effectif, le modèle des tubes de flux de couleurs décrit plus haut, des modèles de cordes. Implémentés dans des programmes informatiques tel que PYTHIA ou HERWIG, ces modèles peuvent être utilisés pour simuler l'hadronisation de manière relativement précise.

Le modèle des cordes des hadrons donne une explication simple du confinement et une interprétation intuitive du modèle de résonance duale. A la limite classique, le modèle possède quelques caractéristiques intéressantes telle que la relation $J \leq \alpha' M^2$ entre la masse et le spin. Indépendamment du modèle de résonance duale, le concept des cordes est maintenant utilisé dans divers domaines de la physique des hadrons :

- Confinement des quarks jets.
- Spectroscopie des quarks lourds.
- Les hadrons exotiques, etc..

Le premier ayant utilisé ce modèle c'est **Menessier . Artru** .

1.3 La Corde Massive Relativiste

Dans cette section, nous introduirons brièvement la corde ouverte relativiste classique à partir de son action vue comme une généralisation de l'action de la particule ponctuelle massive relativiste, puis en expliquant les conséquences comme les équations du mouvement et les propriétés d'invariance simple. Notre objectif est d'introduire le mode yo-yo, qui est la base du modèle de fragmentation de Lund et sa généralisation à travers l'inclusion du spin. L'équation du mouvement pour la chaîne relativiste n'admet que des solutions périodiques et des mécanismes d'interaction tels que la coupe, le réarrangement et la fusion doivent être introduits à la main. Nous ne considérerons que le mécanisme de coupe de cordes pour expliquer le processus de désintégration des cordes.

1.3.1 L'action de cordes Nambu-Goto

L'action d'une particule relativiste de masse m s'écrit comme l'intégrale sur la trajectoire des particules tracée dans l'espace-temps, entre un point initial A et le point final B , ou comme le temps écoulé entre A et B

$$\mathcal{S} = -mc \int_A^B d\tau \quad (1.3)$$

où τ est le temps propre. L'action est manifestement un invariant de Lorentz.

Alors que la particule est un point avec une masse donnée se déplaçant sur une trajectoire (partie gauche de la figure 2.1), une corde (ouverte) est un objet unidimensionnel étendu, un morceau de courbe, caractérisé par une tension κ . Le mouvement résultant dans l'espace-temps est une surface bidimensionnelle appelée "World-sheet", montrée dans la figure 2.1 sur la droite. Afin d'étiqueter des points sur la surface, nous avons besoin de deux coordonnées dans l'espace des paramètres ou dans l'espace de base. Les deux paramètres sont habituellement appelés τ et σ : le premier est lié au temps et va de $\tau \in [-\infty, +\infty]$ alors que le second va prendre des valeurs dans un intervalle fermé $\sigma \in [0, \sigma_1]$ pour une corde ouverte, comme dans la figure 2.2. Pour une corde fermée, l'espace des paramètres est un cylindre. Nous indiquons les coordonnées de la corde dans l'espace-temps, comme fonctions de τ et σ , avec $X^\mu(\tau, \sigma)$. Une corde ouverte a deux extrémités définies à $X^\mu(\tau, \sigma_*)$ où $\sigma_* = 0, \sigma_1$.

Localement, la feuille du monde de la corde peut être approchée avec sa variété tangente qui est un espace vectoriel bidimensionnel couvert par un vecteur proche de l'espace et un vecteur temporel. Le premier est nécessaire pour décrire les positions relatives des points le long de la longueur de la corde, par exemple. Plus tard pour définir différentes images de Lorentz instantanées au repos avec un point P sur la corde, comme il est exigé par l'invariance de reparamétrisation : étant donné la corde à $t + \epsilon$, pour chaque point P_0 sur la corde, il devrait être possible de trouver un point P sur la corde à l'instant t qui pourrait atteindre P' avec la vitesse $v_P \leq c$.

Cela garantit que la forme quadratique

$$f(\dot{X}, X') = (\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2 \quad \dot{X}^\mu = \frac{dX^\mu}{d\tau} \quad X' = \frac{dX}{d\sigma} \quad (1.4)$$

est définie positive. Le point entre \dot{X} et X' représente le produit scalaire relativiste.

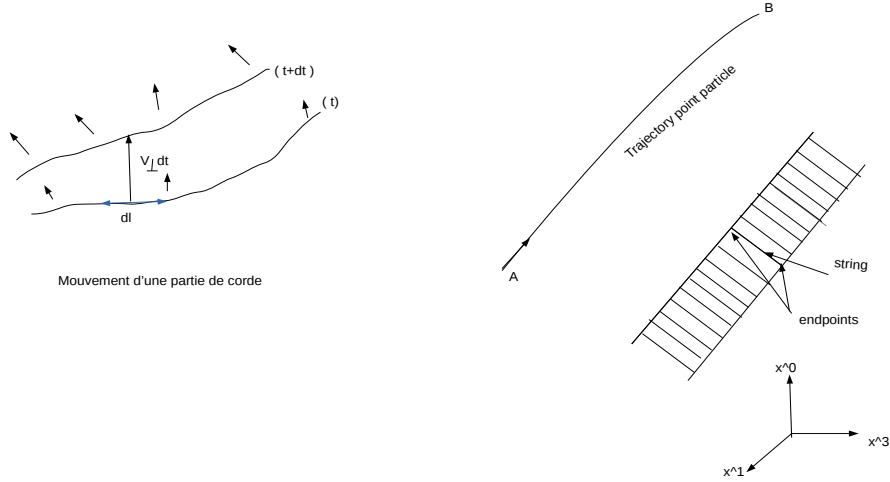


Figure 2.1: Comparison between a point particle trajectory in spacetime (left) and the world-sheet of an open string (the blue area on the right)

1.4 Modèle de Corde (ou chaîne) et multiproduction

Le modèle de corde (ou chaîne) pour les hadrons offre une description classique des collisions à haute énergie qui explique les caractéristiques suivantes : effet des particules, limitation de la fragmentation, plateau de rapidité, croissance logarithmique de la multiplicité, petits mouvements transversaux. Un modèle simplifié à deux dimensions nous permet d'étudier quantitativement ces propriétés ainsi que l'effet de la rupture de masse de $SU(3)$. La pertinence de ce modèle pour les réactions induites par le courant est discutée, et des prédictions sont faites sur $e^+e^- \rightarrow$ hadrons. Le modèle à double résonance a été interprété par Nambu [5] et Susskind [6] en termes de cordes en caoutchouc. L'interprétation naïve a été formulée plus précisément par Goddard, Goldstone, Rebbi et Thorn [7]. Selon ce modèle, les hadrons se comportent comme des morceaux de cordes élastiques obéissant aux équations relativistes du mouvement, les nombres quantiques internes (quarks) sont attachés aux points d'extrémité. Le modèle a une limite classique qui prédit déjà une trajectoire linéaire de Regge. Il est donc intéressant de développer ce modèle classique pour mieux comprendre les phénomènes hadroniques.

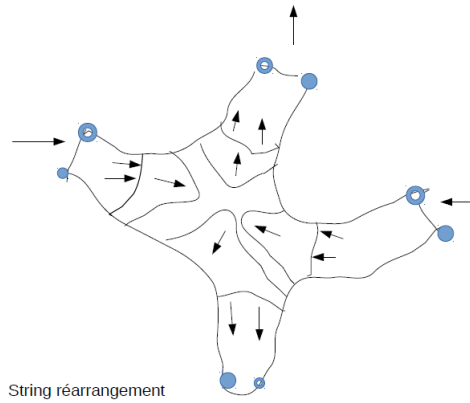


FIGURE 1.2 – Réarrangement de la corde.

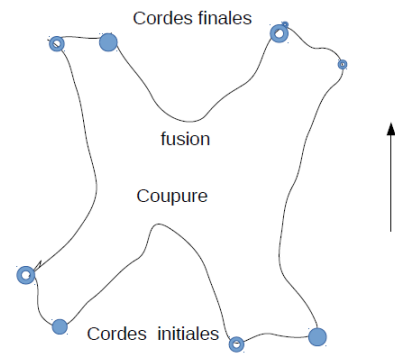


FIGURE 1.3 – Diagramme quark-dualité pour la diffusion méson-méson.

Les collisions à haute énergie, impliquant de grands nombres quantiques, sont de bons candidats pour un traitement classique. Nous essayons de les étudier dans ce modeste mémoire (pas toutes).

L'idée de départ est que lorsque deux cordes entrent en collision, les quatre pièces autour du point de contact peuvent être réarrangées, formant ainsi deux nouvelles cordes très excitées, que nous appelons par la suite fléchettes (ou en anglais : darts), un dard est composé de deux fronts principaux conservant le mouvement original, reliés par une partie quasi-linéaire qui s'étire (au détriment des fronts) suivant la direction du mouvement relatif initial. En même temps, cette partie centrale se désintègre en un grand nombre de pièces (c'est la pionisation).

1.4.1 Mouvement classique d'une corde sans interaction

Dans l'espace-temps à 4 dimensions, l'histoire d'une corde est une surface temporelle bidimensionnelle. Dans le modèle de cordes, l'histoire classique entre deux temps différents est un extrémum de la zone covariante [7]. Mettant $X^\mu(\sigma, \tau)$ être une paramétrisation de la surface, L'aire infinitésimale est :

$$\mathcal{A} = \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} d\sigma d\tau = \mathcal{L} d\sigma d\tau \quad (1.5)$$

où

$$\dot{X} = \frac{\partial X}{\partial \tau}, \quad X' = \frac{\partial X}{\partial \sigma} \quad (1.6)$$

L'équation de mouvement peut être écrite

$$\partial \tau \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^\mu} + \partial \sigma \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X'^\mu} = 0 \quad (1.7)$$

On choisit les points des extrémités comme étant $X^\mu(\sigma_\pm, \tau)$ et avoir les conditions aux limites

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^\mu} \Big|_{\sigma=\sigma_\pm} = 0 \quad (1.8)$$

Rappelons les résultats de [7]. Pour un repère de Lorentz donné, l'énergie est répartie le long de la corde selon la loi :

$$d\mathcal{E} = k ds (1 - v_T^2)^{-1/2} \quad (1.9)$$

et la tension est

$$\mathcal{T} = k(1 - v_T^2)^{1/2} \quad (1.10)$$

où ds est l'élément de longueur, v_T la vitesse transversale et κ une constante fondamentale. Un choix convenable des paramètres est $\tau = X^0 = t$ et $\sigma = u$ où du est proportionnel à la densité d'énergie

$$du = \frac{dE}{k} = ds(1 - v_T^2)^{-1/2} \quad (1.11)$$

Avec un tel choix, le mouvement de la corde est décrit par les équations suivantes :

$$X' \cdot \dot{X} = 0 \quad (1.12)$$

$$X'^2 + \dot{X}^2 = 1 \quad (1.13)$$

$$\ddot{X} = X'' \quad (1.14)$$

L'équation (1.12) signifie que notre choix ne correspond qu'à des mouvements transversaux. Les mouvements longitudinaux ont été éliminés et ne sont donc pas observables. Ceci pourrait être attendu vu la nature purement géométrique de l'action (1.5) vu que la nature de l'action purement géométrique ; toute partie suffisamment petite de l'histoire est invariante sous les transformations longitudinales de Lorentz, de sorte que nous n'ayons pas de cadre privilégié pour mesurer les vitesses longitudinales. Cette propriété

très importante sera appelée l'invariance longitudinale. Cela implique également que les charges et les courants sont localisés aux extrémités ; un quadri-vecteur non nul j^μ servirait à définir localement un cadre privilégié.

On arrive ainsi au Lagrangien de Nambu-Goto :

$$\mathcal{L} = -\kappa \sqrt{(\dot{X}\dot{X}) - \dot{X}^2 \dot{X}^2} \quad (1.15)$$

Où $\dot{X}^\mu = dX^\mu/d\tau$ et $X^\mu = dX^\mu/d\sigma$, κ est la densité d'énergie sur la corde (la tension de la corde). on définit l'action d'une corde relativiste comme :

$$\mathcal{S} = \int_0^\pi d\sigma \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \mathcal{L} \quad (1.16)$$

Donc l'action est :

$$\mathcal{S} = -\kappa \int \sqrt{|(\dot{X}\dot{X}) - \dot{X}^2 \dot{X}^2|} d\tau d\sigma \quad (1.17)$$

La densité lagrangienne (quatre degrés de liberté, deux coordonnées) :

$$\mathcal{L}(X^\mu \dot{X}^\mu X'^\mu) = -\kappa \int \sqrt{|(\dot{X}\dot{X}) - \dot{X}^2 \dot{X}^2|} \quad (1.18)$$

Conduit aux deux impulsions :

$$P_\mu^\tau = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^\mu} = -\kappa \frac{X'_\mu (\dot{X} X') - \dot{X}_\mu X'^2}{\sqrt{|(\dot{X}\dot{X}) - \dot{X}^2 \dot{X}^2|}} \quad (1.19)$$

$$P_\mu^\sigma = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X'^\mu} = -\kappa \frac{\dot{X}_\mu (\dot{X} X') - X'_\mu \dot{X}^2}{\sqrt{|(\dot{X}\dot{X}) - \dot{X}^2 \dot{X}^2|}} \quad (1.20)$$

L'impulsion totale d'une corde est définie par :

$$\mathcal{P}_{corde}^\mu = - \int_C \frac{\partial L}{\partial \dot{X}_\mu} d\sigma + \frac{\partial L}{\partial X'_\mu} d\tau \quad (1.21)$$

Où C est une courbe d'un bout de la corde ($\sigma = 0$) à l'autre ($\sigma = \pi$). Et pour $d\tau = 0$:

$$\mathcal{P}_{corde}^\mu = \int_0^\pi \kappa \dot{X}^\mu d\sigma \quad (1.22)$$

L'énergie et l'impulsion de chaque partie de la corde de longueur dl est :

$$dE_g = \kappa dl, \quad dp_g = 0. \quad (1.23)$$

On utilisant l'indice g parce que la partie est comme un gluon.

1.4.2 Mécanismes classiques d'interaction

Pour interpréter les diagrammes de la dualité comme l'image topologique de l'histoire 1.3. Il y a trois événements de base

- La fusion de deux cordes (annihilation d'une paire de quark-antiquark).
- La coupure (création d'une paire $q\bar{q}$).
- Réarrangement.

Laissant de côté la question de l'origine de ces événements, nous étudierons les lois auxquelles ils doivent obéir d'un point de vue classique.

1.5 Le modèle de fragmentation de la Corde

Le point de départ de modèle de fragmentation est imaginé par Artru et Menessier [8] est le présupposé que le potentiel de confinement des quarks varie linéairement avec la distance interquark. Illustrons ce modèle par la production dos à dos d'une paire $q\bar{q}$ dans un jet. Lorsque les partons primaires q et \bar{q} s'éloignent l'un de l'autre, un tube de flux de couleur se tend entre eux dont les dimensions transverses sont typiquement de la taille d'un hadron. Une description covariante du potentiel confinant est fournie par la dynamique de la corde relativiste non massive sans degré de liberté transverse.

La tension κ de la corde correspond à la densité d'énergie par unité de longueur, qui est une constante de l'ordre de $1\text{GeV}/fm$.

Le système originale contient que $q_0\bar{q}_0$, comme q_0 et \bar{q}_0 continuent a se séparé, l'nergie potentiel de la corde augmente. A certain moments la corde fragmente en deux parties par la création d'une nouvelle paire $q_1\bar{q}_1$. Dans l'espace temps présenté par le point (x_1, t_1) . fig 1.4

Le résultat est un système de deux couleurs-singlet $q_0\bar{q}_1$ et $q_1\bar{q}_0$.

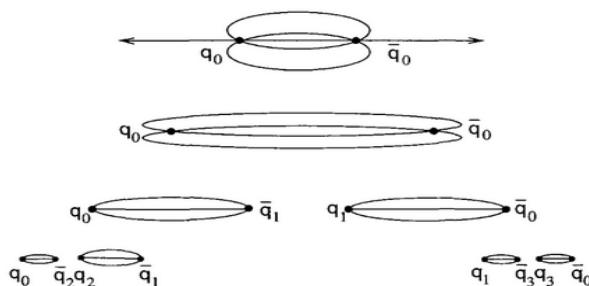


FIGURE 1.4 – La brisure d'une corde de couleur tendue entre un quark et un antiquark

L'énergie de hadron $q_0\bar{q}_1$ est $\kappa(x_2 - x_1)$ et son impulsion $\kappa(t_2 - t_1)$.

pour la création d'un meson de masse m la fragmentation de forme hyperbolique définis

par :

$$(x - x_1)^2 - (t - t_1)^2 = m^2/\kappa^2 \quad (1.24)$$

(t_1, x_1) est le point tunnel de q_1 .

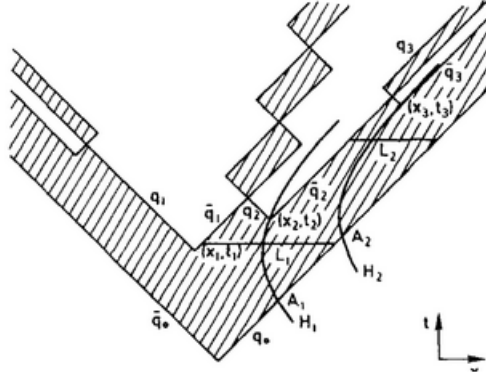


FIGURE 1.5 – Les particules q_0 et \bar{q}_0 déplace avec une grande énergie dans des directions opposés, les paires $q\bar{q}$ créer aux points (x_1, t_1) , (x_2, t_2) , (x_3, t_3) .

Si la corde continue a se brisé pour créer des mésons de masse m . On peut supposer une constante classique de la probabilité P_0 pour une fragmentation par unité de la surface invariante \mathcal{A} balayée par la corde dans l'espace-temps (x, y) de $(1 + 1)$ dimention [9] :

$$\frac{d\mathcal{P}}{d\mathcal{A}} = p_0 e^{-P_0 \mathcal{A}} \quad (1.25)$$

décrivant la probabilité d'une coupure de la corde à un point de la surface \mathcal{A} de l'espace-temps dans le cone de lumière. avec $E = \kappa \Delta x$ et $p = \kappa \Delta t$ la masse d'une corde fragmente est : $m^2 = 2\kappa^2 \mathcal{A}$ et :

$$\frac{d\mathcal{P}}{dm^2} = b e^{-bm^2} \quad (1.26)$$

puisque $\langle \mathcal{A} \rangle = P_0^{-1}$, la moyenne des points de brisures de la corde de façon hyperbolique :

$$\tau^2 = t^2 - x^2 = 4/P_0 \sim 2 \langle m^2 \rangle / \kappa^2 \quad (1.27)$$

la surface dans le cone de lumière peut etre calculé en coordonnées de deux dimensions.

$$\begin{aligned} A &= \left| \left(\frac{\Delta t - \Delta x}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\Delta t + \Delta x}{\sqrt{2}} \right) \right| \\ &= \frac{1}{2} |\Delta t^2 - \Delta x^2| = \frac{1}{2\kappa^2} |P_x^2 - E^2| = \frac{m_T^2}{2\kappa^2} \end{aligned} \quad (1.28)$$

où $m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2}$ est la masse transverse invariante d'une pièce de la corde invariante de la surface dans le cône de lumière.

'la loi de la surface' utilisé pour déduire la distribution de la masse transverse :

$$\frac{dP}{dm_T^2} = \frac{dP}{d\mathcal{A}} \frac{d\mathcal{A}}{dm_T^2} = P_0 e^{-P_0 A} \frac{A}{2\kappa^2} = b e^{-bm_T^2}, \quad b = \frac{P_0}{2\kappa^2} \quad (1.29)$$

Les résultats est valide seulement si les quarks est sans masse.

1.5.1 Les variables de la fragmentation

En l'absence d'une théorie globale de la fragmentation, on utilise une paramétrisation, appelée fonction de fragmentation, qui caractérise la fraction d'impulsion ou d'énergie emportée par les hadrons finals, relativement à l'énergie des quarks et des gluons. La variable la plus naturelle serait le rapport $E_{hadrons}/E_{quarks}$ mais cette variable n'est pas covariante. Une variable invariante de Lorentz est :

$$z = \frac{(E + p_{||})_{hadron}}{(E + p_{||})_{quark}} \quad (1.30)$$

où E est l'énergie et où $p_{||}$ est la composante de l'impulsion dans la direction du quark initial.

Chapitre 2

Modèles de Fragmentation non polarisé

Les principaux modèles de fragmentation de la cordes basés sur le formalisme Yo-Yo (qui sera discuté ci-dessous) sont le modèle de Artru-Menessier (pour les quarks légers) et le modèle de Bowler conçu pour les quarks lourds et qui sont développés par le groupe de Lund [10]. Les deux modèles n'introduisent pas le degré de liberté de spin du quark et la quantité la plus importante ayant été calculée c'est *la fonction de splitting* décrivant l'énergie élémentaire partagé dans le processus de splitting $q \rightarrow h + q'$ où q et q' désignant des quarks tandis que h est un hadron de saveurs $q\bar{q}'$.

Le modèle de Artru-Menessier commence par l'hypothèse qu'il existe d'une probabilité notée par la constante \mathcal{P} par unité de l'espace et par unité de temps pour avoir un point de brisure du word-sheet de la corde. Cependant, la désintégration de la corde Yo-Yo hautement énergétique, le processus de fragmentation est traité comme une désintégration radioactive. Les résultats du modèle de Artru-Menessier est sans pouvoir de suppression et le spectre hadronique est continu. D'autre part, le modèle de Lund, parmi une description invariante du Lorentz du processus de fragmentation de la corde de Artru - Mennessier : la symétriegauche-droite de la distribution hadronique, on donnant une interprétation détaillé sur les coupures de la corde, représentant la fonction de splitting symétrique de Lund, le modèle de Lund est utilisé dans les programmes de simulation Monte Carlo comme PYTHIA et JETSET. On va discuter aussi la différence entre la recette de simulation de PYTHIA qui réalise le modèle de Lund symétrique et la recette de *X.Artru and Z. Belghobsi*.

2.1 Modèle réursive de Fragmentation

Le modèle proposé par : **Feynman . Field . Peterson** :

$$\begin{aligned} q_1 &\rightarrow h_1 + q_2 \\ q_2 &\rightarrow h_2 + q_3 \\ q_r &\rightarrow h_r + q_{r+1}.. \end{aligned} \quad (2.1)$$

la répétition réursive :

$$q \rightarrow h(q\bar{q}) + \acute{q} \quad (2.2)$$

q, \acute{q} les quarks, h représente le méson $q\bar{q}$, r c'est le rang de h .

k, \acute{k} et p les 4-impulsions de q, \acute{q} et h respectivement.

La relation de conservation d'impulsion : $k = p + \acute{k}$.

L'éq est définie par une fonction de splitting $F_{h,q}(p, k, z)$ qui donne la probabilité de produire un hadron h avec une impulsion $p = k - \acute{k}$ et une fraction d'impulsion longitudinal $z = p^+/k^+$ (les coordonnées de cone de lumière donnés par : $p^\mp = p^0 \mp p^3$) k et \acute{k} sont les impulsions de q et \acute{q} respectivement. Dans le modèle de fragmentation on suppose que le 4 impulsion initial des quarks parents $k_1 = k_A$ et $k_{\bar{B}} = -k_B$ dans la couche de masse. Le referentiel du centre de masse de $q_A\bar{q}_B$ orient l'axe z l'axe de jet le long de k_A .

La fonction de distribution de splitting donnée :

$$dz d^2 p_T f_{h,q}(p, k, z) \quad (2.3)$$

Où f dépendante des saveurs de quarks $q = u, d, s$ et des hadrons. Normalisé par la condition :

$$\sum_h \int_0^1 dz \int d^2 p_T f_{h,q}(p, k, z) = 1 \quad (2.4)$$

Les deux figures ci-dessus représentant les modèles réursifs : modèle de fragmentation de corde et le modèle multiphérique. (on peut représenter le modèle classique de fragmentation de la corde par un modèle quatique 'le modèle multiphérique').

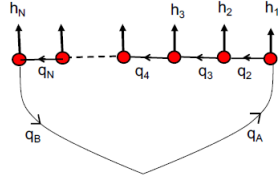


FIGURE 2.1 – Modèle multiphérique

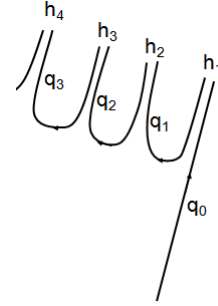
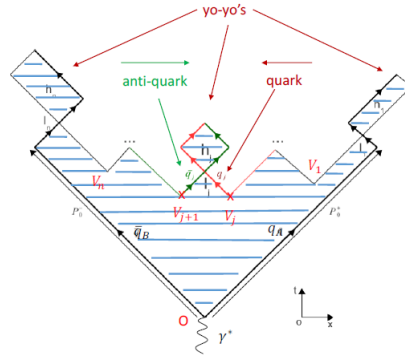


FIGURE 2.2 – Modèle de fragmentation de la corde

2.2 l'image multiphérique

Le diagramme des quarks représente la hadronisation à haute énergie d'une paire $q\bar{q}$ on peut le voir comme un diagramme multiphérique.



2.3 La fragmentation indépendante

Le modèle introduit par **Field et Feynmann** [11], la fragmentation est récursive : un quark primaire q ayant une certaine énergie et une certaine impulsion se combine à un antiquark \bar{q}_1 d'une paire $(q_1\bar{q}_1)$ pour former un méson $M_1(q\bar{q}_1)$ Fig 2.3. Le quark q_1 restant peut se combiner alors à un antiquark \bar{q}_2 d'une paire $(q_2\bar{q}_2)$ pour former un méson $M_2(q_1\bar{q}_2)$, et ainsi de suite. Le partage de l'énergie et de l'impulsion est décrit par une fonction de probabilité $f(z)$ où z est la fraction emportée par le hadron et $(1 - z)$ la fraction emportée par le jet restant. Le processus se poursuit jusqu'à ce qu'il n'y ait plus suffisamment d'énergie disponible pour créer un méson.

La particule $M(q\bar{q}_1)$ prend une fraction z_1 de l'énergie impulsion. En general pour un jet porte une energie connue deplace vers la direction + on donne la relation :

$$z_1 = z_1^+ = P_{hadrons}^+ / P_{total}^+ \quad (2.5)$$

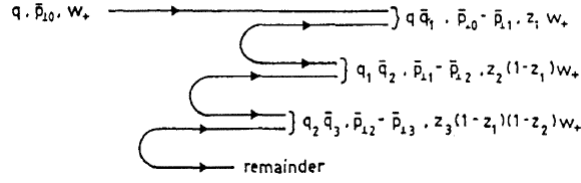


FIGURE 2.3 – Le processus itératif de la fragmentation indépendante.

La conservation de l'énergie impulsion implique que le quark restant porte une fraction $(1 - z)$, tant que la particule $q_1\bar{q}_2$ prend la fraction $z_2 = (1 - z_1) * z'_2$ avec $0 < z'_2 < 1$, et la particule $q_2\bar{q}_3$ la fraction $z_3 = (1 - z_1 - z_2) * z'_3 = (1 - z'_1)(1 - z'_2)z'_3$ etc..

Les fonctions de fragmentations du quark $D_q^h(z)$, où $D_q^h(z)dz$ la probabilité de trouver un hadron h en quark jet q, porte une fraction entre l'intervalle $[z, z + dz]$ de l'énergie impulsion W . Pour un quark et un hadron quelconque, on peut écrire :

$$D(z) = f(z) + \iint dz' \delta(z - z'z'') f(1 - z') D(z'') = f(z) + \int_z^1 dz' / z' f(1 - z') D(z/z') \quad (2.6)$$

La fonction d'échelle $f(z)$ représente la probabilité de trouver un hadron contient le quark original q_0 en z (proprement la probabilité est $f(z)dz$ pour un intervalle dz). Avec la condition de normalisation donnée :

$$\int_0^1 f(z) dz = 1 \quad (2.7)$$

Le terme $f(1 - z')$ donne la probabilité de jet restant avec une energie $z'W$.

Le terme $D(z'' = z/z')$ donne la probabilité que ce jet restant produit une particule avec energie $z'' * z'W = zW$.

Pour le cas simple :

$$f(z) = (1 + c)(1 - z)^c \quad (2.8)$$

Cette fonction de fragmentation donne $(1 + c)$ particules par unité de rapidité dans le ref central (si $dz/z = dy$ et $z = 0$).

Quand on prend en compte la production de différent saveurs L'équation devient :

$$D_q^h(z) = f_q^h(z) + \int_z^1 \frac{dz'}{z'} \sum_{q'} f_q^{q\bar{q}}(1 - z') D_{q'}^h\left(\frac{z}{z'}\right) \quad (2.9)$$

Si la probabilité de trouver différents hadrons avec le même quark, il faut considérer la fonction $f_q^{q\bar{q}}$ comme une somme de différents $q\bar{q}'$ dans tous les cas, les fonctions sont normalisés par la relation :

$$\sum_{q'} \int_0^1 f_q^{q\bar{q}}(z) dz = 1 \quad (2.10)$$

Un certain nombre de paramétrisations ont été proposées pour $f(z)$; la plus générale est celle de Field et Feymann :

$$f(z) = 1 - a + 3a(1 - z)^2 \quad (2.11)$$

Où a est un paramètre libre choisi égal à 0.77 pour les hadrons. Dans ce modèle, les taux respectifs des saveurs de quarks dans la fragmentation sont : $u : d : s : c : b = 1 : 1 : 0.33 : 0 : 0$.

Pour les saveurs légères, on utilise la paramétrisation de Field et Feynmann (2.104), mais pour les saveurs lourds, on utilise la fonction de fragmentation proportionnel à la fonction de Peterson [12] :

$$f(z) \propto \left[z(1 - z - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon_\varphi}{1 - z})^2 \right]^{-1} \quad (2.12)$$

Un inconvénient majeur de ce modèle est que l'énergie et l'impulsion ne sont pas conservées simultanément dans un jet donné. Il est donc nécessaire de réintroduire à la main la conservation de la quadri-impulsion à la fin de la fragmentation.

2.4 Modèle de Lund

Les premiers ayant utilisé ce modèle Mennessier et Artru en 1974, après le modèle est développé par le groupe de lund en 1980. Le modèle s'inspire du schéma de Schwinger correspondant à un confinement linéaire des partons (à grandes distances) comme prédit par la QCD.

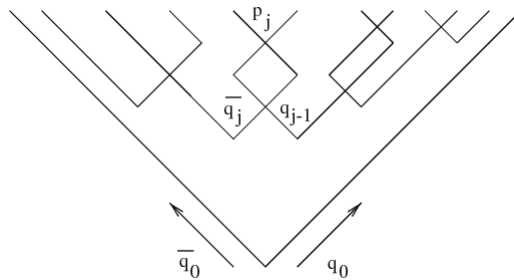


FIGURE 2.4 – Modèle de Lund de la fragmentation de la corde.

Par construction, le modèle de Lund permet une description invariante de Lorentz

du processus de fragmentation, et par conséquent, les distributions hadroniques considérées dans le référentiel lié au quark q_0 ou à \bar{q}_0 sont équivalentes. Cette symétrie "gauche-droite" contraint la forme mathématique de la fonction de fragmentation qui s'écrit :

$$f(z) \propto z^{-1} z^{a_\alpha} \left(\frac{1-z}{z} \right)^{\alpha\beta} e^{(-bm_T^2/z)} \quad (2.13)$$

Elle représente la probabilité qu'une saveur α d'un quark se combine avec une saveur β d'un antiquark pour produire un méson de masse transverse $m_T = \sqrt{m_h^2 + p_T^2}$ et une fraction de l'énergie z . Pour simplifier, en pratique, il arrive que l'on prenne le même coefficient a_α pour tous les quarks légers et la fonction de fragmentation (2.13) devient :

$$f(z) \propto z^{-1} (1-z)^\alpha e^{(-bm_T^2/z)} \quad (2.14)$$

La fraction moyenne d'énergie est approximativement égale à :

$$\langle z \rangle = 1 - \frac{1+a}{bm_T^2} \quad (2.15)$$

2.4.1 La dynamique de la fragmentation de la corde

A chaque rupture de la corde, une nouvelle paire $q\bar{q}$ est créée à un vertex $V_j = (x_{j+}, x_{j-})$ (on utilise les coordonnées du cône de lumière) le processus de brisure de la corde se poursuit jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un hadron sur la couche de masse, chaque hadron correspond à un morceau de corde ayant à un bout un quark et à l'autre bout un antiquark, à savoir, le quark q_{j-1} avec l'antiquark \bar{q}_j et ainsi de suite pour créer un hadron avec une impulsion p_j . On définit l'impulsion de la $j^{\text{ième}}$ particule par : $p_j = \kappa(x_{j-1} - x_{j+1}, x_j - x_{j-1})$, pour le cas de la corde, où κ est la tension de la corde ; pour le cas multipriphérique fig 2.5, on définit les vecteurs $q_j = (x_{j+}, x_{j-})$ on obtient $p_j = q_{j-1} - q_j$.

La distribution d'impulsion longitudinale

La force du champ entre la paire $q\bar{q}$ est supposée constante et confinée dans un tube de flux d'énergie. L'équation de mouvement de chaque paire $q\bar{q}$ en action avec la force constante [13] :

$$F = \frac{dP}{dt} = -\kappa \quad (2.16)$$

Où κ est la constante de corde. La solution de l'équation est :

$$P(t) = p_0 - \kappa t = \kappa(t - t_0) \quad (2.17)$$

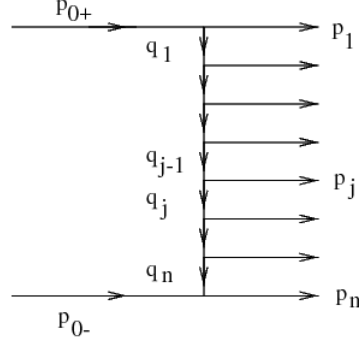


FIGURE 2.5 – Modèle multipériphérique.

Pour $E^2 = p^2 + m^2 \rightarrow EdE = pdp$ on obtient :

$$\frac{p}{E} = \frac{dE}{dp} \quad (2.18)$$

On à aussi :

$$p = \gamma m v = \gamma m \frac{dx}{dt} = E \frac{dx}{dt} \quad (2.19)$$

L'équation (2.18) et (2.19) nous donne :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{dE}{dp} \frac{dp}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{dp}{dt} = -\kappa \quad (2.20)$$

La solution nous donne :

$$E = \kappa(x_0 - x) \quad (2.21)$$

En combinant les deux equations (2.17) et (2.18) et $m = 0$, l'équation relativiste d'état est :

$$m^2 = E^2 - p^2 = \kappa[(x_0 - x)^2 - (t_0 - t)^2] = 0 \quad (2.22)$$

Si $x_0 = t_0 = 0$ l'équation de mouvement devient : $|x| = t$.

Le déplacement de la particule est limité a $x = 0$ si l'énergie cinétique est maximal, tel que :

$$\kappa x_{max} = W \quad (2.23)$$

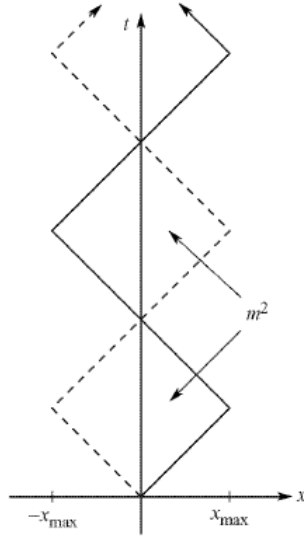


FIGURE 2.6 – Le mouvement yoyo d’une paire $q\bar{q}$ confinée par un potentiel linéaire.

Le chemin de la particule est illustré dans la figure 2.6. La masse au carré de méson est proportionnelle à l’aire de la région rectangulaire définie par les trajectoires de la paire $q\bar{q}$.

La période τ du mouvement yoyo est :

$$\tau = \frac{2E_0}{\kappa} \quad (2.24)$$

Où E_0 est l’énergie cinétique maximale de chaque quark. Dans le boost de Lorentz, la période est transformée comme :

$$\hat{\tau} = \tau \cosh(y) \quad (2.25)$$

La rupture de la corde produite le long de la courbe avec un temps propre constant, tel que le processus est un invariant de Lorentz.

Le modèle de Lund suppose que la production des mésons suit par des rangs, et la production de $n^{\text{ième}}$ rang de méson dépend de l’existence de rang $n - 1$, $n - 2$, ... , 1 méson.

Le vertex V est le point de la coupure et l’emplacement $\kappa(x_+, x_-)$ où la paire $q\bar{q}$ est produite.

La coupure de corde est représentée dans la figure 2.7.

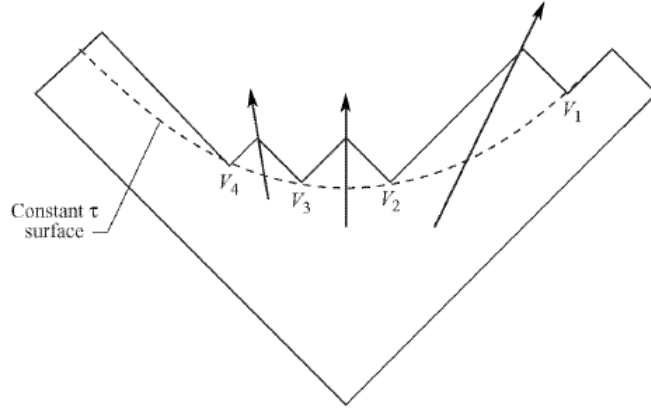


FIGURE 2.7 – Les coupures de la paire le long de la surface par la constante du temps propre τ , les fleches représentent les vitesses de produire des mésons , les points signifiés les vertex V_1 à V_n .

$p_{\pm 0}$ et $p_{\pm j}$ l'impulsion de quark parent et $j^{ième}$ de $n^{ième}$ quark produit le long de x_{\pm} du cone de lumière respectivement. est telle que :

$$p_{\pm 0} = \sum_{j=1}^n p_{\pm j} \quad (2.26)$$

La fraction d'impulsion à V_j définie comme :

$$z_{\pm j} = \frac{p_{\pm j}}{p_{\pm 0}} \quad (2.27)$$

Pour simplifier les notations, z_j égale z_{+j} . L'intervalle invariante est :

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 = dt^2(1 - v^2) \quad (2.28)$$

Donne :

$$ds = dt\sqrt{1 - v^2} = \frac{dt}{\gamma} = d\tau \quad (2.29)$$

Où τ est le temps propre, le temps propre :

$$x_+x_- = (t - x)(t + x) = t^2 - x^2 = \tau^2 \quad (2.30)$$

On peut utiliser comme variable dynamique :

$$\Gamma = \kappa^2 x_+x_- \quad (2.31)$$

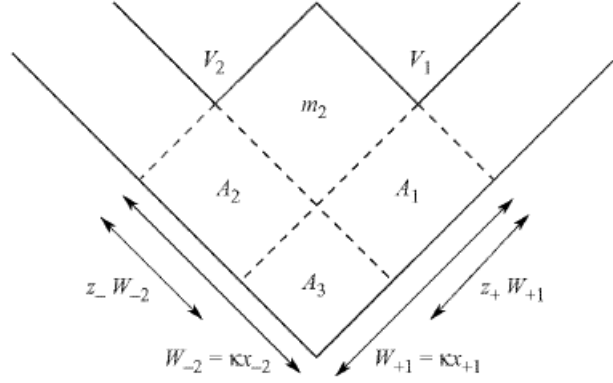


FIGURE 2.8 – La géométrie de la cinématique de deux vertex voisins V_1 et V_2 , les points de positions de l'espace temps qui représente aussi l'énergie portée par la corde. Le quark déplace le long de la direction positive du cone de lumière et l'antiquark déplace le long de la direction négative du cone de lumière, l'antiquark de V_1 combine avec le quark de V_2 pour produire un méson m , W_{+1} est l'énergie de V_1 le long de x_+ , $z_+ W_{+1}$ est la fraction de l'énergie utilisé pour créer un quark de V_2 .

Γ est proportionnel au temps propre carré τ^2 , et invariant de Lorentz proprement dit la cinématique des coordonnées de cone de la lumière.

$W_{\pm 1}$ et $W_{\pm 2}$ l'énergie cinétique le long de x_{\pm} de vertex 1 et 2, respectivement.

On peut facilement prouver géométriquement par le calcul des surfaces rectangulaires $\Gamma_1 = A_1 + A_3$, $\Gamma_2 = A_2 + A_3$ et m^2 représentés dans la figure 2.8 :

$$\Gamma_1 = (1 - z_-)W_{-2}W_{+1} \quad (2.32)$$

$$\Gamma_2 = (1 - z_+)W_{-2}W_{+1} \quad (2.33)$$

$$m^2 = z_- z_+ W_{-2}W_{+1} \quad (2.34)$$

Où m est la masse d'un méson. A partir des équations (2.32), (2.33), (2.34) on a :

$$\Gamma_1 = \frac{m^2(1 - z_-)}{z_+ z_-} \quad (2.35)$$

$$\Gamma_2 = \frac{m^2(1 - z_+)}{z_+ z_-}$$

Les équations différentielles sont :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Gamma_1}{\partial z_-} &= -\frac{m^2}{z_+ z_-^2} \\ \frac{\partial \Gamma_2}{\partial z_+} &= -\frac{m^2}{z_+^2 z_-}\end{aligned}\quad (2.36)$$

$\mathcal{H}(\Gamma_1)$: la probabilité de la distribution telle que $\mathcal{H}(\Gamma_1)d\Gamma_1 dy_1$ est la probabilité d'une paire $q\bar{q}$ produite dans la position v_1 dans l'espace temps.

Le symbole V_n représente l'événement de coupure pour la création du $n^{\text{ième}}$ paire $q\bar{q}$ le long de la surface de τ constant. $f(z_+)dz_+$ la probabilité de transition pour obtenir V_2 à partir de V_1 . La probabilité de transition de V_2 vers V_1 est : $\mathcal{H}(\Gamma_1)d\Gamma_1 dy_1 f(z_+)dz_+$, de mme pour la probabilité de transition de V_1 vers V_2 est : $\mathcal{H}(\Gamma_1)d\Gamma_2 dy_2 f(z_-)dz_-$.

il est raisonnable de supposer que les deux probabilités de transition sont égales.

Telle que :

$$\mathcal{H}(\Gamma_1)d\Gamma_1 dy_1 f(z_+)dz_+ = \mathcal{H}(\Gamma_1)d\Gamma_2 dy_2 f(z_-)dz_- \quad (2.37)$$

$$(2.38)$$

Le jacobien J est dans l'équation ci-dessous

$$d\Gamma_1 dz_+ = J d\Gamma_2 dz_- \quad (2.39)$$

est donné

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Gamma_1}{\partial z_+} & \frac{\partial \Gamma_1}{\partial z_-} \\ \frac{\partial \Gamma_2}{\partial z_+} & \frac{\partial \Gamma_2}{\partial z_-} \end{vmatrix} = \frac{z_+}{z_-} \quad (2.40)$$

On peut simplifier les calculs par l'utilisation des équations (2.37) et $\partial \Gamma_1 / \partial \Gamma_2 = \partial z_+ / \partial z_- = 0$. L'équation (2.39) devient :

$$d\Gamma_1 \frac{dz_+}{z_+} = d\Gamma_2 \frac{dz_-}{z_-} \quad (2.41)$$

Tant que, la rapidité est additive ($y_2 = y_1 + \Delta y$) :

$$dy_1 = dy_2 \quad (2.42)$$

Avec l'équation (2.41) et (2.42), l'équation (2.38) est simplifié comme :

$$\mathcal{H}(\Gamma_1)z_+ f(z_+) = \mathcal{H}(\Gamma_2)z_- f(z_-) \quad (2.43)$$

Les deux nouvelles difinitions pour simplifier la solution de l'équation :

$$h(\Gamma) = \log \mathcal{H}(\Gamma) \quad (2.44)$$

$$g(z) = \log(zf(z)) \quad (2.45)$$

La nouvelle définition de l'équation transformé (2.43) comme :

$$h(\Gamma_1) + g(z_+) = h(\Gamma_2) + g(z_-) \quad (2.46)$$

La notice est :

$$\frac{\partial^2 g(z_+)}{\partial z_+ \partial z_-} = \frac{\partial^2 g(z_-)}{\partial z_+ \partial z_-} = 0 \quad (2.47)$$

L'équation différentielle (2.46) de z_+ à z_- respectivement, élimine les termes avec $\frac{\partial^2 g(z_+)}{\partial z_+ \partial z_-}$ par l'utilisation de l'équation (2.47) et annule les facteurs de $\partial\Gamma/\partial z$ en les deux cotés de l'équation pour obtenir :

$$\frac{\partial h(\Gamma_1)}{\partial \Gamma_1} + \Gamma_1 \frac{\partial^2 h(\Gamma_1)}{\partial \Gamma_1^2} = \frac{\partial h(\Gamma_2)}{\partial \Gamma_2} + \Gamma_2 \frac{\partial^2 h(\Gamma_2)}{\partial \Gamma_2^2} \quad (2.48)$$

Equivalente de :

$$\frac{d}{d\Gamma} (\Gamma \frac{dh}{d\Gamma}) = -b \quad (2.49)$$

Où b est une constante. la solution est :

$$h(\Gamma) = -b\Gamma + a \ln \Gamma + \ln C \quad (2.50)$$

Où C est la constante d'integration. la distribution donnée :

$$\mathcal{H}(\Gamma) = e^{h(\Gamma)} = C\Gamma^a e^{-b\Gamma} \quad (2.51)$$

En remplaçant les deux equations de (2.36) dans l'equation (2.46) qui donne :

$$\begin{aligned} g_{12}(z_+) + \frac{bm^2}{z_+} + a_1 \ln \frac{m^2}{z_+} - a_2 \ln \frac{1-z_+}{z_+} + \ln C_1 \\ = g_{21}(z_-) + \frac{bm^2}{z_-} + a_2 \ln \frac{m^2}{z_-} - a_1 \ln \frac{1-z_-}{z_-} + \ln C_2 \end{aligned} \quad (2.52)$$

Où $g_{12}(z_+)$ est $g(z_+)$ de V_1 changé en V_2 et $g_{21}(z_-)$ est $g(z_-)$ de V_2 changé en V_1 .

Si $a = a_1 = a_2$, la probabilité de distribution de la transition est :

$$f(z_j) = N \frac{1}{z_j} (1-z_j)^a e^{\frac{bm^2}{z_j}} \quad (2.53)$$

Où N est la constante d'integration.

La probabilité de transition pour V_α à V_β est :

$$f_{\alpha\beta}(z_j) = N_{\alpha\beta} \frac{1}{z_j} z_j^{a\alpha} \left(\frac{1-z_j}{z_j} \right)^{\alpha\beta} e^{\frac{bm^2}{z_j}} \quad (2.54)$$

Où $N_{\alpha\beta}$ est la constante d'intégration spécifique de vertex V_α et V_β .

Pour un méson avec une masse transverse, la distribution de l'équation (2.54) devient :

$$f_{\alpha\beta}(z_j) = N_{\alpha\beta} \frac{1}{z_j} z_j^{a\alpha} \left(\frac{1-z_j}{z_j} \right)^{\alpha\beta} e^{-\frac{bm^2}{z_j}} \quad (2.55)$$

z_{j0} le j^{em} rang de fraction d'impulsion respectivement de p_{0+} tel que :

$$z_{01} = z_1 \quad (2.56)$$

$$z_{02} = z_2(1 - z_1) \quad (2.57)$$

La probabilité de deux evenements dependant est le produit de deux evenements individuel. L'existence du rang 2 de hadron dependant de rang 1 de hadron dans le modèle de Lund on met la probabilité de leurs existence commun par le produit de deux probabilités individuel de V_1 et V_2 .

Avec les equations (2.54) et (2.57) la distribution de rang 1 et rang 2 de hadrons est :

$$\begin{aligned} f(z_1)dz_1 f(z_2)dz_2 &= f(z_{01})dz_{01} f\left(\frac{z_{02}}{1-z_{01}}\right) \frac{dz_{02}}{1-z_{01}} \\ &= \frac{Ndz_{01}}{z_{01}} \frac{Ndz_{02}}{z_{02}} (1-z_{01})^a \left(1 - \frac{z_{02}}{1-z_{01}}\right)^a e^{-\frac{bm^2}{z_1} - \frac{bm^2}{z_2}} \\ &= \frac{Ndz_{01}}{z_{01}} \frac{Ndz_{02}}{z_{02}} (1-z_{01}-z_{02})^a e^{-b(A_1+A_2)} \end{aligned} \quad (2.58)$$

L'identité geometrique $A_j = bm^2/z_j$.

On généralise le produit de deux vertex en n vertex ; la probabilité differentielle pour la production de n particules est simplement comme suite :

$$dP(1, \dots, n) = (1-z)^a \prod_{j=1}^n \frac{Ndz_{0j}}{z_{0j}} e^{-bA_j} \quad (2.59)$$

Où $z = \sum_{j=1}^n z_{0j}$; $p_{0j} = z_{0j}p_{+0}$ et $d^2p = dp_+ dp_-$,et on utilise l'identité :

$$\int dC dB \delta(BC - D) = \frac{dB}{B} \quad (2.60)$$

Pour obtenir :

$$\frac{dz_{01}}{z_{01}} \frac{dz_{02}}{z_{02}} = d^2p_{01} d^2p_{02} \delta^+(p_{01}^2 - m^2) \delta^+(p_{02}^2 - m^2) \quad (2.61)$$

à partir des equations précédentes (2.59), (2.61) en peut ecrire :

$$dP(p_{01}, \dots, p_{0n}) = (1-z)^a \prod_{j=1}^n N d^2p_{0j} \delta^+(p_{0j}^2 - m^2) e^{-bA_j} \quad (2.62)$$

Où $u_j = p_{0+j}/W_{n+}$. On utilise la méthode :

$$\begin{aligned}
& \delta\left(1 - \sum_{j=1}^n \frac{z_{0j}}{z}\right) \delta\left(s - \sum_{j=1}^n \frac{m^2}{u_j}\right) \\
&= \delta\left(W_{n+} - W_{n+} \sum_{j=1}^n u_j\right) \delta\left(W_{n-} - \sum_{j=1}^n \frac{m^2}{u_j W_{n+}}\right) \\
&= \delta\left(W_{n+} - \sum_{j=1}^n p_{0j+}\right) \delta\left(W_{n-} - \sum_{j=1}^n p_{0j-}\right) \\
&= \delta^2\left(p_{rest} - \sum_{j=1}^n p_{0j}\right)
\end{aligned} \tag{2.67}$$

Où $p_{rest} = (W_{n+}, W_{n-})$ pour réorganiser l'équation (2.67) comme :

$$\begin{aligned}
dP(z, s, p_{01}, \dots, p_{0n}) &= ds \frac{dz}{z} (1-z)^a e^{-b\Gamma} \delta\left(p_{rest} - \sum_{j=1}^n p_{0j}\right) \\
&\times \prod_{j=1}^n N d^2 p_{0j} \delta^+(p_{0j}^2 - m^2) e^{-bA_{rest}}
\end{aligned} \tag{2.68}$$

Avec la définition :

$$A_{total} = \sum_{j=1}^n A_j = \Gamma + A_{rest} \tag{2.69}$$

A_{total} invariant de Lorentz et appelé " Area Law ". En peut séparer l'équation (2.69) en deux parties : partie interne, partie externe.

$$dP_{ext} = ds \frac{dz}{z} (1-z)^a e^{-b\Gamma} \tag{2.70}$$

$$dP_{int} = \prod_{j=1}^n N d^2 p_{0j} \delta^+(p_{0j}^2 - m^2) \delta\left(p_{rest} - \sum_{j=1}^n p_{0j}\right) \times e^{-bA_{rest}} \tag{2.71}$$

La partie extérieure contient les variables cinématique s , z et Γ .

La partie interne contient les variables dynamique p_{0j} . Les résultats de base du modèle de Lund est la loi du surface normalisé représentées par les deux equations (2.70) et (2.71). Les symboles Γ et A_{rest} des variable cinématique invariante de Lorentz. la variable Γ définie la surface de temps propre constant le long des coupures de la corde. Les résultats traditionnel du modèle de Lund dans les deux equations est utilisé dans les programme de simulation de Monte Carlo comme JETSET et PYTHIA pour calculer

la section efficace. La section efficace différentiel de la mécanique quantique ressemble à l'équation (2.71) :

$$d\sigma = d\Omega(s; p_{01}, \dots, p_{0n}) |\mathcal{M}| \quad (2.72)$$

Et :

$$d\sigma = \frac{2\pi^4}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \delta^4(p_1 + p_2 - \sum_{i=3}^{n+2} p_i) \prod_{i=3}^{n+2} \frac{d^3 p_i}{2\pi^3 2E_i} |\mathcal{M}|^2 \quad (2.73)$$

Par analogie :

$$|\mathcal{M}|^2 = e^{-bA_{rest}} \quad (2.74)$$

Les brisures de la corde le long de la surface a un temps propre constant Γ est définie par la distribution de l'équation (2.51). pour $d\mathcal{H}/d\Gamma = 0$, on peut définir facilement le maximum de $\mathcal{H}(\Gamma)$ comme :

$$\Gamma_{max} = \frac{a}{b} \quad (2.75)$$

Le temps propre est :

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{\int_0^1 \Gamma \mathcal{H}(\Gamma) d\Gamma}{\int_0^1 \mathcal{H}(\Gamma) d\Gamma} = \frac{a+1}{b} \quad (2.76)$$

a et b des constants.

2.5 Modèle de Artru-Menessier

Bowler [14] a modifié le calcul de la surface dans le cône de lumière du modèle original de la corde de *Artru et Mennessier* pour prouver l'inclusion de la masse des quarks au bout de la corde par la fonction de lund symétrique modifiée par un facteur additionnel $z^{-bm_Q^2}$ ou m_Q est la masse transverse du quark lourd

$$f(z) \propto N \frac{1}{z^{1+bm_Q^2}} (1-z)^a e^{\frac{bm_T}{z}} \quad (2.77)$$

la masse transverse d'un quark lourd est approximativement égale à la masse transverse de l'hadron $m_Q \approx m_T$. La fonction de fragmentation devient

$$f(z) \propto N \frac{1}{z^{1+bm_T^2}} (1-z)^a e^{\frac{bm_T}{z}} \quad (2.78)$$

les modifications de base du modèle de Bowler par rapport à l'image originale du modèle Artru-Mennessier est le remplacement des lignes droites de l'espace-temps (particules sans masse) par des hyperboles (particules massives).

2.6 Dynamiques du modèle multipriphérique

Chaque splitting conserve la quadri-impulsion : $k_n = p_n + k_{n+1}$. Ces relations sont montées sur la figure 2.10. Un ingrédient de base du modèle multipriphérique est le cutoff dans les virtualités du quark $-k^2$. Il implique :

- Un cutoff en $|k^+k^-| \equiv (k^0 + k^z)|k^0 - k^z|$ qui assure l'ordre approximatif des hadrons h_1, h_2, \dots, h_N en rapidité et l'effet de la particule leading (plus rapide ou la fragmentation favorite).
- Un cutoff en \mathbf{k}_T conduisant à la compensation local du moment transverse (Local Compensation of Transverse Momenta (LCTM)) [15]. Ceci conduit à un cutoff sur le \mathbf{P}_T des hadrons ^{1 2}

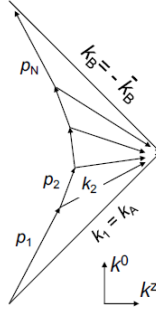


FIGURE 2.10 – Diagramme du moment.

L'échelle d'approximation

On peut représenter le même état final d'une hadronisation en plusieurs diagrammes multipriphériques avec plusieurs permutations. Dans l'échelle d'approximation les interférences entre les diagrammes sont négligées, le plus souvent un diagramme seulement est important.

Les dynamiques du modèle de la corde

La hadronisation dans la fig 2.11 est considérée comme une désintégration en cascade de la corde massive (la surface hachurée entre q_A et \bar{q}_B) nommée **dart** dans le modèle (1 + 1) dimensions de quarks sans masses (l'image dans l'espace temps). Les points de coupures de la corde $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N$, qui terminent par les points tournant Q_1 et Q_{N+1} à chaque point une paire $q\bar{q}$ est créée.

1. L'inverse n'est pas vraie : le cutoff sur \mathbf{P}_T seul, utilisé dans certains modèles, ne conduit pas à un cutoff en \mathbf{k}_T .

2. La fonction de splitting symétrique de Lund renforce le cutoff en \mathbf{P}_T par le facteur $\exp(-b(m_h^2 + P_T^2)/Z)$.

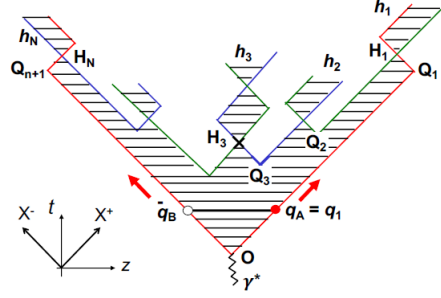


FIGURE 2.11 – La fragmentation de la corde dans l'espace-temps.

Le quark q_r et \bar{q}_{r+1} croise a un point H_r pour former un yoyo h_r qui représente un hadron stable ou la résonance.

Si la coordonnée de plan nulle : $x^- = t - z$ est utilisé comme une variable du temps, les points d'émission de hadron $H_1, H_2, H_3..H_N$ sont classés a partir de leurs rang l'eq (2.2), c'est le cas particulier des quarks dans le modèle multipériphérique. Donc on peut traiter la désintégration de la corde comme une fragmentation des quarks récursive, dans l'image de la corde la conservation du 4-impulsion $k_r = p_r + k_{r+1}$ applique que l'impulsion canonique du quark donné par :

$$k_r^{can} = (k_r^z, k_r^0) = \kappa \bar{O} \bar{Q}_r \quad (2.79)$$

a n'importe quel point q de r^{em} trajectoire du quark on'a :

$$k_r^{can} = k_r^{mec} + k_r^{corde} \quad (2.80)$$

Où k_r^{mec} donné par : $k_r^{mec} = \kappa q \bar{Q}_r$ est l'impulsion mecanique du quark, k_r^{corde} est l'impulsion de droite à gauche de la corde a travers Oq et jeu le role de 2-potentiel linéaire est donné par : $k_r^{corde} = \kappa q \bar{Q}$.

A partir de l'eq (2.79) on peut ecrire :

$$\begin{aligned} t(Q_n) - t(O) &= K_n^z / \kappa \\ z(Q_n) - z(O) &= K_n^0 / \kappa \end{aligned} \quad (2.81)$$

Où $\kappa = 1Gev/fm$ est la tension de la corde.

Le modèle récursif est définie uniquement par double densité des quarks récursifs dans l'espace d'impulsion dans le modèle yoyo de (1 + 1)D donné par :

$$\frac{dN_{q\bar{q}}}{d^2\hat{k}d^2k} = (2b_L)^2 e^{-b_L|k^+ \hat{k}^-|} \quad (2.82)$$

Où $b_L = \mathcal{P}/2\kappa^2$ et $k \equiv k^{can}$ on note $k^+ > 0$ et $k^- < 0$ pour tous les quarks sauf que $k_A^- = k_B^+ = 0$ le facteur exponentielle représente la probabilité de pas de coupure de la

corde dans le cone de lumière de H pour une corde couper a un point Q . (la fig 2.11)
Ce facteur implique la suppression du grand $(OQ)^2 \equiv -k^+ \hat{k}^-$. On obtient la densité d'un seul quark :

$$\frac{dN_{q\hat{q}}}{d^2k} = (2b_L)e^{-b_L|k^+\hat{k}^-|} \quad (2.83)$$

La fonction de splitting est :

$$\frac{dN_{q \rightarrow h+\hat{q}}}{d^2k} = \left(\frac{dN_{q\hat{q}}}{d^2\hat{k}d^2k} \right) \left(\frac{dN_{q\hat{q}}}{d^2k} \right)^{-1} \quad (2.84)$$

$$= 2b_L e^{-b_L m_h^2/z} \quad (2.85)$$

Classiquement, les fragmentations de la corde créés seulement des quarks sans masse et sans impulsion transverse. Les quarks avec une masse et une impulsion transverse sont créés par l'effet tunnel analogue de mécanisme de shwinger de la création de la paire e^-e^+ dans un grand champs électrique qui prouvé le cutoff k_T :

$$e^{-\pi(m_q^2+k_T^2)/\kappa} \quad (2.86)$$

Le groupe de Lund [16] trouve que pour satisfaire les hypothèses suivantes :

- La symétrie sous réversibilité de la corde des quarks. ³
- L'invariance du boost de $F_{hq}(k, p)$ le long de \hat{z} , les rotations de l'axe z , la réflexion miroir pour chaque plan contenant l'axe z (équivalent à la parité).
- L'indépendance de $F_{hq}(k, p)$ en k^- afin de fixer k^+ et \mathbf{k}_T .

La fonction de splitting comme :

$$f_{hq}(k, p) = z^{-1} e^{-b_L \epsilon^2/z} \times (z^{-1} - 1)^{a_q(\hat{k}_T^2)} (z/\epsilon^2)^{a_q(k_T^2)} \times w_{\hat{q}hq}(\hat{k}_T^2, p_T^2, k_T^2)/u_q(k_T^2) \quad (2.87)$$

C'est la fonction symétrique de Lund LSSF (Lund symmetric splitting function).

$\epsilon = (p^+ p^-)^{1/2} = (m_h^2 + p_T^2)^{1/2}$ est l'énergie transverse de l'hadron. w est symétrique sous : $(q, k_T^2) \equiv (q', k_T^2)$ ensemble avec $h \rightarrow \bar{h}$, $u_q(k_T^2)$ est fixé par l'éq (2.4). Les paramètres du modèle : les fonctions $a_q(k_T^2)$ et $w_{qhq'}(k_T^2, p_T^2, k_T^2)$.

Le comportement de LSSF à $z \rightarrow 1$ ressemble à celle du modèle multipériphérique quantique QMPM (quantum multiperipheral model) avec " reggeized " quarks. Le modèle de Lund symétrique peut être représenté sous forme multipériphérique, LSSF devient :

$$f_{h,q}(p, k) = (\hat{k}^+/p^+)^{a_q} e^{-b_L|\hat{k}^-k^+|} \times |k^-/p^-|^{a_q} w_{\hat{q}hq}(\hat{k}_T^2, p_T^2, k_T^2) \quad (2.88)$$

On prend $a_q(k_T^2) =$ paramètre constant comme dans PYTHIA. On les compare aux corrélations du moment transverse entre hadrons successifs.

3. appelée la symétrie left-right dans Phys. Rep.**97 (1983) 31. ça vient en fait de la symétrie de la conjugaison de charge**

2.7 La simulation Monte Carlo

Dans le modèle récursive de hadronisation, les deux distributions nécessaires pour généraliser la dynamique de la production finale des hadrons : la probabilité de p_T et la fonction de distribution de hadron h et $f(z)$ qui décrit le degré de liberté longitudinal, on utilise ensemble pour fixer le 4-impulsion de hadron h dans le vertex $q \rightarrow h(q\bar{q}) + \bar{q}$. On va discuter la différence entre la recette de simulation de PYTHIA qui réalise le modèle de Lund symétrique et la recette de X.Artru and Z. Belghobsi.

Dans PYTHIA, le quark q et l'antiquark \bar{q} sont pas corrélés, et la corrélation est obligatoire pour la discussion mais dans PYTHIA la fragmentation de la corde en entier est considéré.

On fait la simulation de fragmentation d'un quark initial et pour les hadrons final On inclue seulement des pions.

2.7.1 La recette de PYTHIA

Généralement on utilise le code PYTHIA de la simulation Monte Carlo. Car on peut pas calculer explicitement $w_{qhq}(\hat{k}_T^2, p_T^2, k_T^2)$.

La fonction $u_q(k_T^2)$ de (2.87) est normalisé par :

$$\int d^2\hat{k}_T u(\hat{k}_T^2) = 1 \quad (2.89)$$

On néglige le grand k_T :

$$u(\hat{k}_T^2) = (b_T/\pi) e^{-b_T \hat{k}_T^2} \quad (2.90)$$

On tire \hat{k}_T après on tire z , tel que $\langle \vec{\hat{k}}_T \cdot \vec{k}_T \rangle = 0$ (aucun corrélation).

Le splitting $q \rightarrow h + \bar{q}$ est généralisé en deux étapes :

- La subroutine PYPT, tire \hat{k}_T de la distribution $u(\hat{k}_T^2) d^2\hat{k}_T$.
- La subroutine PYZDIS, tire z de la distribution :

$$N^{-1}(\epsilon^2) z^{-1} dz (1-z)^a e^{-b_L \epsilon^2/z} \quad (2.91)$$

Où $N^{-1}(\epsilon^2)$ est le facteur de normalisation donné par :

$$N(\epsilon^2) = \int z^{-1} dz (1-z)^a e^{-b_L \epsilon^2/z} \quad (2.92)$$

La fonction de splitting de PYTHIA est :

$$f_{hq}(k, p) = N^{-1}(\epsilon^2) u(\hat{k}_T^2) \times z^{-1} (1-z)^a e^{-b_L \epsilon^2/z} \quad (2.93)$$

Correspondant à :

$$w(\hat{k}_T^2, p_T^2, k_T^2) = u(k_T^2) u(\hat{k}_T^2) \epsilon^{2a} / N(\epsilon^2) \quad (2.94)$$

2.7.2 La recette de Lyon (Artru-Belghobsi)

La présence du facteur $N^{-1}(\epsilon^2)$ dans la fonction $w(\acute{k}_T^2, p_T^2, k_T^2)$ n'est pas physique de raison de exclue la corrélation (k_T, \acute{k}_T) [17].

On considère une autre fonction :

$$w(\acute{k}_T^2, p_T^2, k_T^2) = \epsilon^{2a} e^{-b_T(k_T^2 + \acute{k}_T^2) + cb_L \epsilon^2} \quad (2.95)$$

Où c un nouveau paramètre , on prend $c \in [0, 1]$.

La fonction de splitting est donc :

$$f_{h,q}(k, p) = \frac{1}{zM(k_T^2)} e^{-b_T \acute{k}_T^2} (1-z)^a e^{-b_L \epsilon^2 (z^{-1} - c)} \quad (2.96)$$

$1/M$ est le facteur de normalisation tel que :

$$M(k_T^2) = \int d^2 k'_T e^{-b_T \acute{k}_T^2} \times N(\epsilon^2) e^{cb_L \epsilon^2} \quad (2.97)$$

Avec $M(k_T^2) e^{-b_T k_T^2} = u(k_T^2)$ de l'éq (2.87). Le tirage de Monte Carlo de z et de k'_T de l'éq (2.96) se fait en deux étapes :

— Le tirage de z de la distribution intégrée de k'_T :

$$\frac{\pi dz (1-z)^a e^{-b_z m_h^2 - \frac{k_T^2}{b_T^{-1} + b_z^{-1}}}}{z(b_T + b_z)} \quad (2.98)$$

avec $b_z \equiv b_L(z^{-1} - c)$.

— On fixe la distribution de z après on fait le tirage de \acute{k}_T :

$$\frac{b_T + b_z}{\pi} e^{-[b_T + b_z](k'_T - \frac{k_T}{1 + b_T/b_z})^2} \quad (2.99)$$

Qui traduit une gaussienne, le z fixé tel que :

$$\langle \acute{k}_T \rangle = \frac{k_T}{1 + b_T/b_z} \equiv \lambda(z) k_T \quad (2.100)$$

Avec $\lambda(z) \in [0, 1]$, $\lambda(0) = 1$ et $d\lambda/dz < 0$.

On a l'éq.(22) de [18] :

$$u(k_T^2) = \int z^{-1} dz (1-z)^a e^{-b_L \epsilon^2 / z} e^{cb_L \epsilon^2} d^2 k'_T [g^+\{q', h, q\} g\{q', h, q\}] \quad (2.101)$$

Où $|g\{q', h, q\}|^2 = e^{-b_T \acute{k}_T^2 - b_T k_T^2}$, $u(k_T^2)$ devient

$$u(k_T^2) = e^{-b_T k_T^2} \int d^2 k'_T e^{-b_T \acute{k}_T^2} \times \int z^{-1} dz (1-z)^a e^{-b_L \epsilon^2 / z} e^{cb_L \epsilon^2} \quad (2.102)$$

avec $\epsilon = (p^+p^-)^{1/2} = (m_h^2 + p_T^2)^{1/2}$ et $b_z \equiv b_L(z^{-1} - c)$ et $a = 0$.
l'équation (2.102) est

$$u(k_T^2) = e^{-b_T k_T^2} \int d^2 \mathbf{k}'_T e^{-b_T k_T'^2} \times \int z^{-1} dz e^{(-b_L/z + c b_L)(m_h^2 + p_T^2)} \quad (2.103)$$

Donc

$$u(k_T^2) = e^{-b_T k_T^2} \int z^{-1} dz e^{(-b_z m_h^2)} \int d^2 \mathbf{k}'_T e^{(-b_T k_T'^2 - b_z p_T^2)} \quad (2.104)$$

Où $k'_T = k_T - p_T$.

La seconde intégrale de l'éq (2.104) est produit de convolution de $e^{-b_T k_T'^2}$ par $e^{-b_z p_T^2}$ son intégrand peut s'écrire

$$\begin{aligned} e^{-b_T k_T'^2 - b_z p_T^2} &= e^{-b_T k_T'^2 - b_z (k_T - k'_T)^2} \\ &= e^{-b_T k_T'^2 - b_z (k_T^2 + k_T'^2 - 2k'_T \cdot k_T)} \\ &= e^{-(b_T + b_z)(k_T'^2 + \frac{b_z k_T^2}{(b_T + b_z)})} \\ &= e^{-(b_T + b_z)(k'_T - \frac{k_T}{1 + b_T/b_z})^2 - \frac{k_T^2}{1/b_T + 1/b_z}} \end{aligned} \quad (2.105)$$

L'eq (2.104) devient :

$$\begin{aligned} u(k_T^2) &= e^{-b_T k_T^2} \int z^{-1} dz e^{(-b_z m_h^2)} \int d^2 \mathbf{k}'_T e^{-(b_T + b_z)(k'_T - \frac{k_T}{1 + b_T/b_z})^2 - \frac{k_T^2}{1/b_T + 1/b_z}} \\ &= e^{-b_T k_T^2} \int z^{-1} dz e^{-b_z m_h^2 - \frac{k_T^2}{1/b_T + 1/b_z}} \int d^2 \mathbf{k}'_T e^{-(b_T + b_z)(k'_T - \frac{k_T}{1 + b_T/b_z})^2} \end{aligned} \quad (2.106)$$

L'intégrale en k'_T du seconde facteur de l'eq (2.106) de la forme :

On a l'intégrale gaussienne

$$\begin{aligned} \int d^2 x e^{-\alpha x^2} (x^2)^n &= \int_0^\infty d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\theta e^{-\alpha \rho^2} \rho^{2n} \\ &= \pi \int_0^\infty du e^{-\alpha u} u^n \\ &= \frac{\pi}{\alpha^{n+1}} \Gamma(n+1) \\ &= \frac{\pi}{\alpha^{n+1}} n! \end{aligned} \quad (2.107)$$

On utilisant l'eq (2.107), l'intégrale devient

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= \int d^2 k'_T e^{-\alpha(k'_T - \beta k_T)^2} \\ &= \frac{\pi}{\alpha} \end{aligned} \quad (2.108)$$

Donc l'intégrale en k'_T du seconde facteur de l'éq (2.106) vaut $\pi/(b_T + b_Z)$. il vient

$$u(k_T^2) = \pi e^{-b_T k_T^2} \int \frac{dz}{z(b_T + b_Z)} e^{-b_Z m_h^2 - \frac{k_T^2}{1/b_T + 1/b_Z}} \quad (2.109)$$

Pour faire la simulation, on adaptant la distribution de splitting dans l'éq.(24) de [18] au cas sans spin.

$$F_{q',h,q}(Z, k_T) dZ = \frac{dZ}{Z} (1-Z)^a d^2 k'_T e^{-b_Z(m_h^2 + p_T^2)} \sum_{s_h} \text{tr}[t\{q', h, q\} \rho\{q\} t^+ \{q', h, q\}] \quad (2.110)$$

avec $t\{q', h, q\} = g\{q', h, q\} u(k_T^2)^{-1/2}$ et $\rho\{q\} = 1$, donc

$$F_{q',h,q}(Z, k_T) dZ = \frac{dZ}{Z} (1-Z)^a \int d^2 k'_T e^{-b_Z(m_h^2 + p_T^2)} |g\{q', h, q\}|^2 / u(k_T^2) \quad (2.111)$$

Où $|g\{q', h, q\}|^2 = e^{-b_T k_T^2 - b_T k_T^2}$. On ré-arrange les exponentielles selon l'éq (2.105), puis on enlève les facteurs qui n'ont pas d'importance. Il reste la distribution

$$\frac{dZ}{Z} (1-Z)^a e^{-b_Z m_h^2 - \frac{k_T^2}{1/b_T + 1/b_Z}} \int d^2 k'_T e^{-(b_T + b_Z)(k'_T - \frac{k_T}{1 + b_T/b_Z})^2} \quad (2.112)$$

On peut d'abord intégrer en k'_T et tirer Z en premier selon

$$\frac{\pi dz (1-z)^a}{z(b_T + b_Z)} e^{-b_Z m_h^2 - \frac{k_T^2}{b_T^{-1} + b_Z^{-1}}} \quad (2.113)$$

puis k'_T selon la gaussienne décalée

$$\frac{b_T + b_Z}{\pi} e^{-[b_T + b_Z](k'_T - \frac{k_T}{1 + b_T/b_Z})^2} \quad (2.114)$$

Pour ce dernier tirage la recette standard est de tirer 2 nombres hazard h et $h' \in [0, 1]$ puis d'écrire :

$$k'_T = \frac{k_T}{1 + b_T/b_Z} \quad (2.115)$$

2.7.3 Les différentes fonctions de splitting sans spin

La distribution de splitting pour $q \rightarrow h + q'$:

$$d(\text{proba}) = dz d^2 k'_T f(z, k_T, k'_T), \quad z \equiv p^+ / k^+ \quad (2.116)$$

$$f = Cz^{-e^{-(m^2+p_T^2)}/z}} g(k_T, k'_T) \times [z/(m^2 + p_T^2)]^{a(k_T^2)} (1/z - 1)^{a(k_T^2)} \quad (2.117)$$

Où $p_T = k_T - k'_T$ g est symétrique en k_T et k'_T , C est une constante de normalisation et $a(k_T^2) > -1$. Par la suite on prendra $a(k_T^2) = a = \text{constante}$. Pour la fonction g nous choisissons :

$$g(k_T, k'_T) = (m^2 + p_T^2)^{-a} e^{-b_T(k_T^2 - k'^2_T) + c b_L(m^2 + p_T^2)} \quad (2.118)$$

D'où

$$f = C(k_T^2) e^{(-b_T k_T^2)} z^{-1} e^{-(m^2 + p_T^2)/(1/z - c)} (1 - z)^a \quad (2.119)$$

Avec : $C(k_T^2) = C e^{-b_T k_T^2}$.

le choix des paramètres :

Unité de masse : le $fm^{-1} = 200Mev$ $b_T = 1fm^2 = 25Gev^{-2}$, $b_L = 0.25fm^2$, $m = m_\pi = 0.7fm^{-1} = 0.14Gev$; $a = 1$, $c = 0$ ou 1 . On utilise maple pour faire les plotes de $f(z, k_T, k'_T)$ en fonction de z et k_x pour $k_y = k'_y$ et 3 valeurs de k_x : $k_x = 0, 1, 2fm^{-1}$.

L'intervalle de variations : $0 \leq z \leq 1$, $-3 < k_x < +3$.

On fait les plotes de :

$$f = C(k_x^2) e^{-b_T k_x^2} z^{-1} e^{-b_L(m^2 + (k_x - k'_x)^2)/(1/z - c)} \quad (2.120)$$

En fonction de z et k_x .

Pour l'instant, on s'occupe pas de la normalisation et on remplace $C(k_x^2)$ par 1.

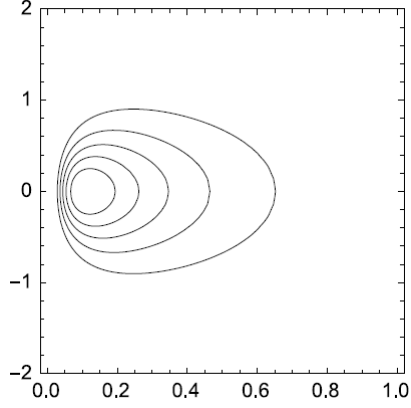


FIGURE 2.12 – Plot de la fonction de splitting de l'éq.(2.96) dans le plan (z, k'_x) pour $k'_y = k_y = 0$, $k_x = 0$, $c = 1$, $a = 1$, $b_T = 1 fm^2$, $b_L = 0.25 fm^2$, $m_h = m_\pi = 0.7 fm^{-1}$.

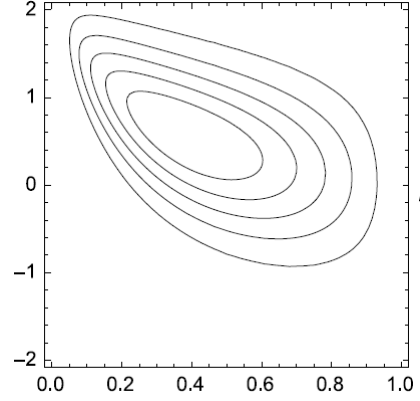


FIGURE 2.13 – Plot de la fonction de splitting de l'éq.(2.96) dans le plan (z, k'_x) pour $k'_y = k_y = 0$, $k_x = 2 fm^{-1}$, $c = 1$, $a = 1$, $b_T = 1 fm^2$, $b_L = 0.25 fm^2$, $m_h = m_\pi = 0.7 fm^{-1}$.

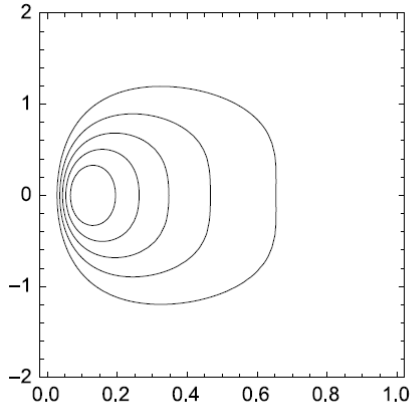


FIGURE 2.14 – Plot de la fonction de splitting de l'éq.(2.93) dans le plan (z, k'_x) pour $k'_y = k_y = 0$, $k_x = 0$, $a = 1$, $b_T = 1 fm^2$, $b_L = 0.25 fm^2$, $m_h = m_\pi = 0.7 fm^{-1}$.

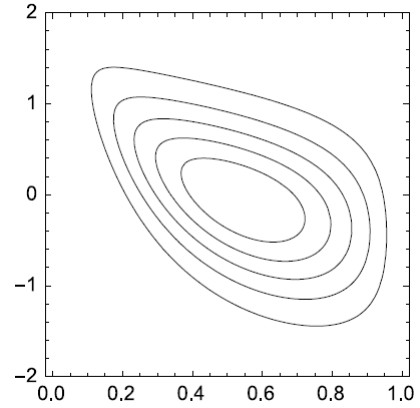


FIGURE 2.15 – Plot de la fonction de splitting de l'éq.(2.93) dans le plan (z, k'_x) pour $k'_y = k_y = 0$, $k_x = 2 fm^{-1}$, $a = 1$, $b_T = 1 fm^2$, $b_L = 0.25 fm^2$, $m_h = m_\pi = 0.7 fm^{-1}$.

Chapitre 3

Modèle de Fragmentation polarisé

Les modèles actuels de jets ne tiennent pas compte du degré de liberté de spin du quark. Or, un quark polarisé engendre un jet ayant des asymétries azimutales (effets Collins et jet-handedness). Après une brève introduction à la polarimétrie des quarks, nous présenterons un modèle ultra-simplifié, inspiré du modèle multipériphérique ainsi que du modèle des cordes, où l'information portée par le spin du quark est prise en compte tout au long de la cascade de fragmentation. Nous en tirerons les principales propriétés concernant un "polarimètre à quarks" basé sur les effets Collins et jet-handedness.

3.1 L'effet Collins et le mécanisme 3P_0

Dans cette section on va traiter la polarisation d'un quark selon l'image de fragmentation de la corde représentée par le modèle de Lund, la fragmentation est décrite par une désintégration de la corde relativiste classique dans $(1+1)D$ (la surface hachuré entre un quark initial et un antiquark dans la figure 2.11), le quark et l'antiquark à une masse et une impulsion transverse K_{rT} et $-K_{rT}$ respectivement et zéro impulsion longitudinale la création des paires $q_r\bar{q}_r$ se fait par l'effet tunnel à certaine distance :

$$d_r = r_{q_r} - r_{\bar{q}_r} = -2z(m_{q_r}^2 + k_{rT}^2)^{1/2}/\kappa \quad (3.1)$$

la corde entre q_r et \bar{q}_r est "mangée" par les paire, l'impulsion transverse est conservée localement connue sous le nom (Local composition of transverse impulsion) (LCTM). Le moment angulaire entre q et \bar{q} est donnée par

$$L_r = d_r \times k_{rT} \quad (3.2)$$

Où $k_{T,r}$ est l'impulsion transverse de la paire $q\bar{q}$ le processus est représenté dans la fig 3.1 Afin de conserver le moment angulaire total : $\mathbf{J} = \mathbf{L} \oplus \mathbf{S}$ où \mathbf{S} désigne l'opérateur de spin, on doit exiger que la paire quark-antiquark soit créée avec un spin total unité,

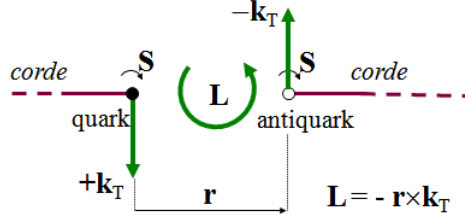


FIGURE 3.1 – illustration d'événement de coupure de la corde le long de l'axe \vec{z} dans le modèle de Lund.

ainsi l'état du triplet (l'état ${}^3P_0 = 0^{++}$ opposé à \mathbf{L}).

- Les quarks et les antiquarks sont produits avec un moment angulaire orbital relatif $L = 1$ (l'état P).
- Le spin total : $S = 1$ $S_q = S_{\bar{q}}$ donc $(2S + 1 = 3)$.
- Moment angulaire total : $J = L + S = 0$ puisque $\langle L \rangle = -\langle S \rangle \rightarrow (0)$.

On considère une corde se briser le long de l'axe z , le quark q_0 est polarisé transversalement le long de la direction x , en supposant que les hadrons sont des mésons pseudoscalaires, la création de la paire $q_1\bar{q}_1$ de la première brisure que l'on suppose qu'elle existe dans l'état 3P_0 pour former un méson pseudoscalaire sans spin, tant que le quark \bar{q}_1 est polarisé le long de la direction $-y$, l'hypothèse de 3P_0 assure que q_1 soit polarisé le long de la direction $-y$ de telle sorte que le moment orbital angulaire L_1 soit dans la direction y , finalement q_0 et \bar{q}_1 forment un méson pseudoscalaire h_1 avec une impulsion transverse $p_{1T} = k_{1T}$ le long de l'axe x , c'est le premier rank de hadron. donc la création des paires aux points de coupure Q_n dans l'état 3P_0 avec zéro impulsion produit une corrélation entre l'antiquark polarisé \mathbf{S} et le moment transverse $k_{nT} = \langle \mathbf{k}_n \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{S}}_n) \rangle$ est positive. Le mécanisme produit un **effet Collins** alterné pour différents ranks de mésons.

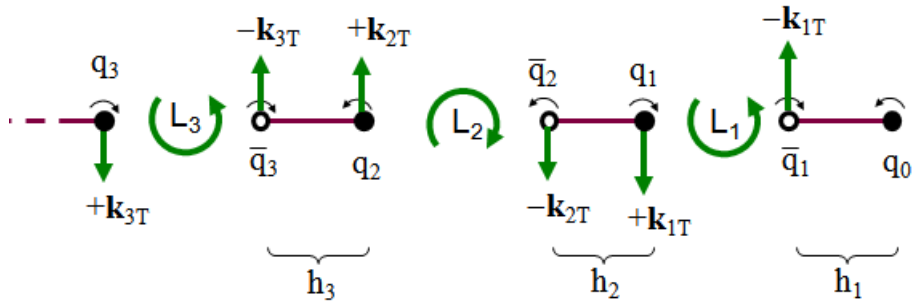


FIGURE 3.2 – La coupure de la corde avec le mécanisme 3P_0 .

3.2 Le modèle multipériphérique et la distribution de Splitting polarisée

La section efficace totale de hadronisation :

$$\sigma(\bar{q}_B, q_A) = \sum_N \sum_{h_1..h_N} \int \frac{d^3p_1 \dots d^3p_N}{p_1 \dots p_N} \sigma^4(p_1 + p_2 \dots + p_N - q_A - \bar{q}_B) \quad (3.3)$$

$$|\bar{v}(\bar{q}_B, S_B) M(q_A \bar{q}_B \rightarrow h_1 h_2 \dots h_N) u(q_A, S_A)|^2$$

L'amplitude multipériphérique :

$$\langle \bar{k}_B, S_B | M(q_A \bar{q}_B \rightarrow h_1 h_2 \dots h_N) | k_A, S_A \rangle = \langle \bar{k}_B, S_B | \gamma(q_B, h_N, q_{N-1}) D(q_{N-1}) \dots$$

$$D(q_2) \gamma(q_2, h_2, q_1) D(q_1) \gamma(q_1, h_1, q_A) D(q_A) | k_A, S_A \rangle \quad (3.4)$$

$q = (q, k)$ où q est la saveur, pour un hadron $h = (h, p, s_h)$ et $|s_h\rangle$ l'état de spin, $|k_A, S_A\rangle$ le spineur de Dirac de la polarisation $S(S_T, S_L)$. Le propagateur du quark : $D(q) = D(q, k^2)(m_q + \gamma k)$ et $\gamma(q_1, h_1, q_A) = \gamma_{q', h, q}(k', k)$ la fonction du vertex $q \rightarrow h + q'$ (matrice 4×4 dans l'espace des spineurs), pour un méson pseudoscalaire $\gamma_{\bar{q}h q}(k, \bar{k}) = G_{\bar{q}h q}(k, \bar{k}) \gamma_5$. Le modèle est covariant localement dans chaque vertex et propagateur. Artru [19] propose un modèle multipériphérique simple, en remplaçant les spineurs de Pauli par les spineurs de polarisation transversale et longitudinale de Dirac. (plutôt l'inverse Dirac par pauli)

L'amplitude M doit être invariante par :

- (a) : Rotation autour de l'axe \hat{z} .
- (b) : Transformation de Lorentz le long de \hat{z} .
- (c) : Reflexion de chaque plan contenant \hat{z} .
- (d) : La symétrie 'gauche-droite'.

Pour réaliser toutes les invariances précédentes ; on utilise :

Les spineurs de Pauli : $u(k_A, S_A) \rightarrow \chi(S_A)$, $\bar{v}(k_B, S_B) \rightarrow -\chi(-S_B) \sigma_z$.

Le vertex : $\gamma_{\bar{q}h q}(k, \bar{k}) = G_{\bar{q}h q}(k, \bar{k}) \gamma_5 = \gamma_5$.

Le couplage pseudo-scalaire : $\gamma_5 \rightarrow \sigma_z$.

Le propagateur de pole : $(k^2 - m_q^2)^{-1} \rightarrow D_q(k) = g_q(k^+ k^-) e^{(-b_T k_T^2)/2}$.

$(m_q + \gamma k) \rightarrow (\mu_q(k^+ k^-, k_T^2) + \sigma_z \sigma k_T)$.

L'amplitude devient :

$$|\bar{v}(\bar{q}_B, S_B) M(q_A \bar{q}_B \rightarrow h_1 h_2 \dots h_N) u(q_A, S_A)| \quad (3.5)$$

$$= -\chi^+(-S_B) \sigma_z \prod_{i=1}^N g_{q_i}(k_i^+ k_i^-) (\mu_{q_i} + \sigma_z \sigma k_{iT}) \sigma_z e^{(b_T k_{iT}^2)/2} \chi(S_A)$$

L'inclusion de spin dans $g\{q', q, h\}$ (ci-dessous). Le processus de désintégration de la corde peut être créé dans le modèle multipériphérique par un opérateur de translation :

$$T_r = D(q_{n+1}) \gamma(q_{n+1}, h_1, q_n) \quad (3.6)$$

M devient :

$$\begin{aligned}
M(q_A + q_B \rightarrow h_1 \dots h_N) &= T_N \dots T_2 T_1 \\
&= M_{N-n} T_n \dots T_2 T_1 \\
&= M_{N-1} M_N \\
&= M_N
\end{aligned} \tag{3.7}$$

On définit :

$$\begin{aligned}
A_{N..1} &= \chi(-S_{\bar{B}}) \sigma_z M_N \chi(S_A) \\
&= \chi(-S_{\bar{B}}) \sigma_z M_{N-n} \chi(S_A)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Donc l'amplitude carrée est :

$$\begin{aligned}
A_{N..1} A_{N..1}^+ &= \chi(-S_{\bar{B}}) \sigma_z M_{N-n} M_N \chi(S_A) \otimes \chi^+(-S_{\bar{B}}) \sigma_z M_{N-n}^+ M_N^+ \chi^+(S_A) \\
&= \text{tr}[\sigma_z M_{N-n} M_n \rho(S_A) M_n^+ M_{N-n}^+ \sigma_z \rho(S_{\bar{B}})]
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Et la section efficace totale devient :

$$\begin{aligned}
\sigma\{q_A + \bar{q}_B\} &= \sum \int d\{h_1\} \dots d\{h_N\} (2\pi)^4 \sigma^4(k_A + k_B - \sum_i p_i) \\
&\quad \text{tr}[\sigma_z M_{N-n} M_n \rho(S_A) M_n^+ M_{N-n}^+ \sigma_z \rho(S_{\bar{B}})] \\
&= \sum \int d\{h_1\} \dots d\{h_N\} (2\pi)^4 \sigma^4(k_A + k_B - \sum_i p_i) \\
&\quad \text{tr}[\sigma_z M_N \rho(S_A) M_N^+ \sigma_z \rho(S_{\bar{B}})]
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Où

$$\begin{aligned}
\int d\{h\} &\equiv \sum_h \sum_{s_h} \int \frac{dp_z}{(2\pi)^3 2E} d^2 p_T \\
&\equiv \sum_h \sum_{s_h} \int \frac{dZ}{2Z} \frac{d^2 p_T}{(2\pi)^3}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Avec Z les fractions de l'impulsion du h . L'état final des hadrons est on-shell et explicitement considéré dans le produit de la section efficace $\prod_{i=1}^n 2\pi \sigma(p_i^2 - m_{h_i}^2)$.

La section efficace de n hadrons :

$$\mathcal{H}\{q + \bar{q}_B\} = \frac{d\sigma\{q_A + \bar{q}_B\}}{d\{h_1\} \dots d\{h_N\}} = \text{Tr}[\mathcal{R}\{q_n\} \rho(S_n)] \tag{3.12}$$

On définit la matrice densité polarisé d'un quark q_n non normalisé :

$$\rho(S_n) = M_n \rho(S_A) M_n^+ \tag{3.13}$$

On néglige le spin de l'antiquark initial si (k^+k^-) est très grand. Dans ce cas $S_{\bar{B}} = 0$ et $\rho(S_{\bar{B}}) = 1/2$.

La matrice de la section efficace qui satisfait l'équation de l'intégrale récursive :

$$\mathcal{R} = \int d\{h\} T^+\{q', h, q\} \mathcal{R}\{q'\} T\{q', h, q\} \quad (3.14)$$

On suppose maintenant que le comportement à grand $(k(q) + k(\bar{q}_B))^2$ est :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}\{q_n\} &= |m_X^2|^{\alpha_R} \beta_q(q_T^2) [1 + A_q(q_T^2) \sigma z \times \frac{\mathbf{q}_T}{q_T}] \\ &\equiv |m_X^2|^{\alpha_R} \beta\{q\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Où $\beta_q(q_T^2)$ $\gamma_q \equiv \beta_q A_q$ les fonctions résiduelle, $\beta_q > 0$ $A_q(0) = 0$. La matrice $\beta_q(q_T^2)$ est semi positive telle que $\beta_q > 0$ et $|A_q| \leq 1$. $m_X^2 = k_B^+ k^-$ est le carré de l'énergie du centre de masse de système $q + \bar{q}_B$ et α_R est l'interception régulière, la relation entre le paramètre de Lund et α_R est :

$$\alpha\{q\} = \alpha_R - 2Re\alpha\{q\} \quad (3.16)$$

Donc

$$\alpha_R = \alpha\{q\} + 2Re\alpha\{q\} \quad (3.17)$$

avec $\alpha\{q\}$ est :

$$\alpha\{q\} = \frac{m_q^2}{2} (b - \frac{i}{\kappa}) \quad (3.18)$$

Où $m_q^2 = |k^+k^-|$, $b = P/2\kappa^2$ la fragilité de la corde et $\kappa_c = \kappa - iP/2$ l'action complexe de la corde. Si le quark à une masse et une impulsion transverse $m_{qn}^2 \rightarrow m_n^2 + k_{nT}^2$ l'éq (3.18) devient :

$$\alpha\{q_n\} = \frac{m_n^2 + k_{nT}^2}{2} (b - i/\kappa) \quad (3.19)$$

A partir des éqs (3.14), (3.15), la matrice $\beta\{q\}$ devient :

$$\beta\{q\} = \int d\{h\} |\frac{k'^+}{k^+}|^{\alpha_R} T^+\{q', h, q\} \beta\{q'\} T\{q', h, q\} \quad (3.20)$$

La section efficace de l'hadronisation du processus $q + \bar{q}_B \rightarrow X$, peut être :

$$\mathcal{H}\{q + \bar{q}_B\} = \int d\{h\} |k_{\bar{B}}^- k'^+|^{\alpha_R} Tr[\rho(q) T^+\{q', h, q\} \beta\{q'\} T\{q', h, q\}] \quad (3.21)$$

L'éq (3.21) est proportionnelle à la probabilité différentielle de généré un hadron h , On peut écrire :

$$\frac{d\mathcal{H}}{\mathcal{H}} = \frac{1}{Tr[\beta\{q\} \rho\{q\}]} \frac{dZ}{Z} d^2p_T (1 - Z)^{\alpha_R} Tr[\beta\{q'\} T \rho\{q\} T^+] \quad (3.22)$$

3.2.1 Simplification de la distribution de splitting polarisée

On peut noter les deux procédures de renormalisation qui laissent les propriétés physique [20, 21] comme de l'état final de la distribution multiparticule ne changent pas, dans le tableau (ci-dessous).

transformation(a)	transformation(b)
$ k, S \rangle_{nv} = k, S \rangle_{pr}$	$ k, S \rangle_{nv} = \Lambda^{-1}\{q\} k, S \rangle_{pr}$
$\rho_{nv}(q) = \rho_{pr}(q)$	$\rho_{nv}(q) = \Lambda^{-1}\{q\}\rho_{pr}(q)\Lambda^{+(-1)}\{q\}$
$D_{nv}\{q\} = k^-k^+ ^\lambda D_{pr}\{q\}$	$D_{nv}\{q\} = \Lambda\{q\}D_{pr}\{q\}\Lambda\{q\}$
$\gamma_{nv}\{q', h, q\} = k'^+k^- \gamma_{pr}\{q', h, q\}$	$\gamma_{nv}\{q', h, q\} = \Lambda^{-1}\{q'\}\gamma_{pr}\{q', h, q\}\Lambda^{-1}\{q\}$

TABLE 3.1 – Les transformations qui laissent les propriétés physique de diagramme multiphérique covariant inchangés

Où $\Lambda\{q\}$ une matrice dans l'espace des spins et λ variable réel pour $k_T = 0$ et $\Lambda(q, k_T) = 1$

On utilisant la transformation (a) dans Table 3.1, le propagateur-vertex devient :

$$\begin{aligned}
 T_{nv}\{q', h, q\} &= \gamma_{nv}\{q', h, q\}D_{nv}\{q\} \\
 &= |k'^+k^-|^\lambda |k^-k^+|^\lambda \gamma_{pr}\{q', h, q\}D_{pr}\{q\} \\
 &= \left[\frac{k^+}{k'^+}\right]^\lambda T_{pr}\{q', h, q\}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Donc l'élément de matrice dans l'éq (3.4) est :

$$A_{nv} = \left[\frac{k_A^+}{k_B^+}\right] A_{pr} \tag{3.24}$$

Quand l'impulsion de q_A et q_B est fixée, la distribution multiparticule n'est pas changée .

On utilisant la transformation (b) dans Table 3.1, le nouveau opérateur T devient :

$$\begin{aligned}
 T_{nv}\{q', h, q\} &= \gamma_{nv}\{q', h, q\}D_{nv}\{q\} \\
 &= \Lambda^{-1}\{q'\}T_{pr}\{q', h, q\}\Lambda\{q\}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Alors

$$(\mathcal{M}_N)_{nv} = \Lambda^{-1}\{q_B\}(M_N)_{pr}\Lambda\{q_A\} \tag{3.26}$$

La section efficace est :

$$\begin{aligned}
\sigma\{q_A + \bar{q}_B\}_{nv} &= \int \prod_{i=1}^n d\{h_i\} (2\pi)^4 \sigma^4(k_A + \bar{k}_B - \sum_i p_i) & (3.27) \\
& tr[\rho(q_A) M_N^+ \rho(\bar{q}_B) M_N]_{nv} \\
&= \int \prod_{i=1}^n d\{h_i\} (2\pi)^4 \sigma^4(k_A + \bar{k}_B - \sum_i p_i) \\
& tr[\Lambda^{-1}\{q_A\} (\rho(q_A) M_N^+ \rho(\bar{q}_B) M_N)_{pr} \Lambda\{q_A\}] \\
&= \int \prod_{i=1}^n d\{h_i\} (2\pi)^4 \sigma^4(k_A + \bar{k}_B - \sum_i p_i) \\
& tr[\rho(q_A) M_N^+ \rho(\bar{q}_B) M_N]_{pr} \\
&= \sigma\{q_A + \bar{q}_B\}_{pr}
\end{aligned}$$

Donc les deux transformations (a) et (b) laissent les propriétés physique de l'hadronisation invariante. On peut utiliser les deux types de transformations pour résoudre l'équation intégrale de la matrice β .

Pour la Transformation (a), l'éq (3.20) devient :

$$\beta_{nv}\{q\} = \int d\{h\} \left[\frac{k'^+}{k^+}\right]^{\alpha_R+2\lambda} T_{nv}^+\{q', h, q\} \beta_{nv}\{q'\} T_{nv}\{q', h, q\} \quad (3.28)$$

La nouvelle interception est décalée par 2λ , On peut choisir λ comme :

$$\lambda = -\frac{\alpha_R}{2} \rightarrow \alpha_{R(nv)} \equiv 0 \quad (3.29)$$

Le résultat de l'intégral de l'éq (3.28) est :

$$\beta_{nv}\{q\} = \int d\{h\} T_{nv}^+\{q', h, q\} \beta_{nv}\{q'\} T_{nv}\{q', h, q\} \quad (3.30)$$

Donc

$$\mathcal{R}_{nv}\{q\} \equiv \beta_{nv}\{q\} \quad (3.31)$$

Pour la transformation (b), On utilisant l'éq (3.30).

La matrice β transforme comme :

$$\beta_{nv}\{q\} = \Lambda^+\{q\} \beta_{pr}\{q\} \Lambda\{q\} \quad (3.32)$$

L'éq (3.30) devient :

$$\Lambda^+\{q\}\beta_{pr}\{q\}\Lambda\{q\} = \int d\{h\}T_{nv}^+\Lambda^+\{q'\}\beta_{pr}\{q'\}\Lambda\{q'\}T_{nv} \quad (3.33)$$

Pour résoudre l'équation intégrale (3.30), il faut choisir ce paramètre :

$$\Lambda\{q\} = \eta\{q\}\beta_{pr}^{-1/2} \quad (3.34)$$

$\eta\{q\}$ une matrice unitaire commute avec $\beta\{q\}$ et $\beta\{q\}$ semi-positive.

La matrice β devient :

$$\beta_{nv}\{q\} \equiv I \quad (3.35)$$

Donc le résultat est

$$\begin{aligned} I &= \int d\{h\}T^+\{q', h, q\}T\{q', h, q\} \\ &= \int d\{h\}D^+\{q\}\gamma^+\{q', h, q\}D\{q\}\gamma\{q', h, q\} \\ &= D^+\{q\}[\int d\{h\}\gamma^+\{q', h, q\}\gamma\{q', h, q\}]D\{q\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

On peut définir La matrice \mathcal{U} comme :

$$\mathcal{U} = \int d\{h\}\gamma^+\{q', h, q\}\gamma\{q', h, q\} \quad (3.37)$$

Donc

$$I = D^+\{q\}\mathcal{U}\{q\}D\{q\} \quad (3.38)$$

La solution de l'éq (3.38) est

$$D\{q\} = \epsilon\{q\}\mathcal{U}\{q\}^{-1/2} \quad (3.39)$$

Où ϵ matrice unitaire commute avec \mathcal{U} , \mathcal{U} hermitien et positive.

Si le vertex renormalisé $\gamma\{q', h, q\}$ est fixé, On peut calculer le propagateur, utilisant la relation $D\{q\} = \mathcal{U}^{-1/2}\{q\}$.

3.3 La distribution p_T de l'hadron final

On peut traiter le modèle multiphérique dans l'espace de p_T à partir de l'éq (3.5) on prend en compte les premiers n mésons créés comme :

$$A = \prod_{i=n}^1 g_{q_i}(k_i^+ k_i^-) (\mu_{q_i} + \sigma_z \cdot \sigma \cdot k_{iT}) \sigma_z e^{(b_T k_{iT}^2)/2} \quad (3.40)$$

L'amplitude au carré :

$$\begin{aligned} AA^+ &= Tr \left[\prod_{i=n}^1 g_{q_i}(k_i^+ k_i^-) (\mu_{q_i} + \sigma_z \cdot \sigma \cdot k_{iT}) \sigma_z e^{(b_T k_{iT}^2)/2} \rho(q_0) \right. \\ &\quad \left. \prod_{j=n}^1 g_{q_j}^+(k_j^+ k_j^-) (\mu_{q_j} + \sigma_z \cdot \sigma \cdot k_{jT}) \sigma_z e^{(b_T k_{jT}^2)/2} \right] \\ &= \prod_{i=1}^n e^{-b_T \sum_{i=1}^n k_{iT}^2} |g_{q_i}(k_i^+ k_i^-)|^2 Tr \left[\prod_{i=n}^n M_i \rho(q_0) \prod_{j=1}^n M_j^+ \right] \\ &= \prod_{i=1}^n e^{-b_T \sum_{i=1}^n k_{iT}^2} |g_{q_i}(k_i^+ k_i^-)|^2 Tr [M_{12\dots n} \rho(q_0) M_{12\dots n}] \end{aligned} \quad (3.41)$$

Où :

$$M_{12\dots n} = M_n M_{n-1} \dots M_1 \quad M_i = (\mu + \sigma_z \cdot \sigma \cdot k_{iT}) \sigma_z \quad (3.42)$$

La distribution d'impulsion transverse des mésons $h_1 h_2 h_3 \dots h_n$:

$$I(p_{1T}, \dots, p_{nT}) \propto e^{b_T \sum_{i=1}^n k_{iT}^2} tr \left[M_{12\dots n} \frac{1 + \sigma \cdot S_A}{2} M_{12\dots n} \right] \quad (3.43)$$

Pour un seul rank de méson et $p = k_{1T}$ le spectre d'impulsion transverse est :

$$I(P_{1T}) \propto e^{b_T k_{1T}^2} Tr \left[(\mu + i\sigma_z \times k_{1T}) \sigma_z \frac{1 + \sigma \cdot S_A}{2} \sigma_z (\mu^* - i\sigma_z \times k_{1T}) \right] \quad (3.44)$$

On utilise les relations de commutation des matrices de pauli :

$$[\sigma^i, \sigma^j] = 2i\epsilon^{ijk} \sigma^k \quad \{\sigma^i, \sigma^j\} = 2\sigma^{ij} 1 \quad (3.45)$$

L'équation devient :

$$I(p_{1T}) \propto e^{-b_T P_{1T}^2} [|\mu|^2 + p_{1T}^2 - 2Im(\mu) S_A z \times p_{1T}] \quad (3.46)$$

Tant que le pouvoir analyseur du premier rank du méson est :

$$A_T = \frac{2Im(\mu) |P_{1T}|}{|\mu|^2 + P_{1T}^2} \in [-1, 1] \quad (3.47)$$

Où $Im(\mu) > 0$.

3.4 Application avec L'amplitude de la corde

On considère que les quarks et les mésons sans spins, d'après l'approche de Feynman de La corde classique, l'amplitude de l'hadronisation :

$$\begin{aligned}
M(q_A \bar{q}_B \rightarrow h_1 h_2 \dots h_N) &= e^{(-iK_c + 2iK)A} \times (q_a^+ p_1^-)^{\alpha(q_A)} \times (-p_1^+ p_2^- - i0)^{\alpha(q_1)} \dots \\
&\quad (-p_{N-1}^+ p_N^- - i0)^{\alpha(q_{N-1})} \times (\bar{q}_B^+ p_1^-)^{\alpha(q_B)} \dots \\
&\quad \times g(q_B, h_N, q_{N-1}) \dots g(q_2, h_2, q_1) \times g(q_1, h_1, q_0) \quad (3.48)
\end{aligned}$$

L'amplitude a la forme :

$$\begin{aligned}
M(q_A \bar{q}_B \rightarrow h_1 h_2 \dots h_N) &= e^{(i \times (\text{l'action de la corde}))} \times (\text{les propagateurs de quark}) \\
&\quad \times (\text{les matrices de vertex}) \quad (3.49)
\end{aligned}$$

On peut l'exprimer sous forme multipériodique avec le propagateur et le vertex :

$$D(q) = (k^- k^+ - i0)^{\alpha(q)} e^{(i-b/\kappa)k^- k^+ / 2} d(q) \quad (3.50)$$

$$\gamma(\acute{q}, h, q) = (p^+ / k'^+)^{\alpha(\acute{q})} e^{(i-b/\kappa)\acute{k}^- k^+ / 2} (-p^- / k^-)^{\alpha(q)} g(\acute{q}, h, q) \quad (3.51)$$

$d(q) = d(f, k_T)$ et $g(\acute{q}, h, q) = g_{f h_f}(\acute{k}_T, k_T)$ sont des matrices de spin et $\alpha(q) = \alpha(f, k_T^2)$. Dans l'approximation de l'échelle, on peut éliminer les phases des facteurs exponentielle et de $(k^- k^+ - i0)^{\alpha(q)}$ cela ne change pas la probabilité, après la renormalisation.

L'expression de propagateur est

$$D\{q\} = [k^+ k^- - i0]^{-\alpha\{q\}/2} e^{(b-i/\kappa)k'^- k^+ / 2} d\{q\} \quad (3.52)$$

Et le vertex comme

$$\gamma(\acute{q}, h, q) = (p^+ / k'^+)^{-\alpha(\acute{q})/2} e^{(b-i/\kappa)\acute{k}^- k^+ / 2} (-p^- / k^-)^{-\alpha(q)/2} g(\acute{q}, h, q) \quad (3.53)$$

Avec le nouveau $g\{\acute{q}, h, q\}$ et $\alpha\{q\} = \alpha_R - 2\Re\alpha\{q\} = -2\alpha\{q\}$.

La matrice $g\{\acute{q}, h, q\}$ est

$$g\{\acute{q}, h, q\} = \bar{g}\{\acute{q}, h, q\} (\mu_f + \sigma_z \sigma \cdot \acute{k}_T) \Gamma(\mu_f + \sigma_z \sigma \cdot k_T) \quad (3.54)$$

Où $\bar{g}\{\acute{q}, h, q\}$ est la fonction d'impulsion transverse symétrique du quark q et \acute{q} .

Pour $\alpha\{q'\} = \text{constante} \equiv \alpha$, on a :

$$\bar{g}\{q', h, q\} = e^{-b_T k_T'^2 / 2} e^{-b_T k_T^2 / 2} (m_h^2 + p_T^2)^{\alpha/2} \quad (3.55)$$

avec k_T et k_T' symétrique et $p_T = k_T - k_T'$.

Pour un méson pseudoscalaire $\Gamma = \sigma_z$, la partie complexe de μ_f avec $Im\mu_f > 0$ reproduit l'effets de la corde + $3P_0$ mécanisme, donc l'éq (3.54) devient

$$g\{\acute{q}, h, q\} = e^{-b_T k_T'^2 / 2} e^{-b_T k_T^2 / 2} (m_h^2 + p_T^2)^{\alpha/2} (\mu_f + \sigma_z \sigma \cdot \acute{k}_T) \sigma_z (\mu_f + \sigma_z \sigma \cdot k_T) \quad (3.56)$$

On peut calculer la matrice $\mathcal{U}\{q\}$, utilisant l'éq (3.37) comme

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}\{q\} &= \int d\{h\} [k^+/p^+]^{-\alpha\{q'\}} e^{bk^-k^+} [-k^-/p^-]^{\alpha\{q\}} g^+\{q', h, q\} g\{q', h, q\} \\
&= [-k^+k^-]^{\alpha\{q\}} e^{bk^+k^-} \int d\{h\} \left[\frac{1-Z}{Z}\right]^{\alpha\{q\}} e^{-bm_{hT}^2/Z} [Z/m_{hT}^2]^{\alpha\{q\}} g^+ g \\
&= \xi(\alpha\{q\}, -k^+k^-) \int d\{h\} \left[\frac{1-Z}{Z}\right]^{\alpha\{q'\}} \xi(-\alpha\{q\}, m_{hT}^2) g^+ g \\
&= \xi(a(q), -k^+k^-) u\{q\}
\end{aligned} \tag{3.57}$$

Où

$$\xi(a, x) \equiv x^a e^{-bx} \tag{3.58}$$

Et

$$u\{q\} = \int d\{h\} \left[\frac{1-Z}{Z}\right]^{\alpha\{q'\}} \xi(-\alpha\{q\}, m_{hT}^2) g^+ g \tag{3.59}$$

A partir de l'éq (3.38), on trouve la matrice $d\{q\}$ tel que

$$\begin{aligned}
I &= D^+\{q\} \mathcal{U}\{q\} D\{q\} \\
&= (k^+k^- - i0)^{-\alpha\{q\}} e^{-bk^+k^-} d^+\{q\} d\{q\} \xi(\alpha\{q\}, -k^+k^-) u\{q\} \\
&= e^{-\alpha\{q\} \log|k^+k^-|} e^{i\pi\alpha\{q\}} e^{i\pi\alpha\{q\}} (k^+k^-)^{\alpha\{q\}} d^+\{q\} u\{q\} d\{q\} \\
&= d^+\{q\} u\{q\} d\{q\}
\end{aligned} \tag{3.60}$$

Donc la solution de l'éq (3.60) est :

$$d\{q\} = \epsilon\{q\} u^{-1/2}\{q\} \tag{3.61}$$

ϵ une matrice unitaire commute avec $u\{q\}$.

La forme explicite de $T\{q', h, q\} = \gamma\{q', h, q\} D\{q\}$ comme

$$T\{q', h, q\} = \left(\frac{1-Z}{Z}\right)^{\alpha\{q'\}/2} (Z/m_{hT}^2)^{\alpha\{q\}} e^{(i/k-b)m_{hT}^2/2z} e^{i\pi\alpha\{q\}} g\{q', h, q\} d\{q\} \tag{3.62}$$

Finalement, on peut écrire la recette de Monte Carlo pour la simulation d'un quark polarisé comme

On calcule la matrice $u\{q\}$ où :

$$u\{q\} = \sum_{h, s_h} \int d^2_{\text{PT}} \frac{dz}{z} \left(\frac{1-Z}{Z}\right)^{\alpha(\hat{q})} (Z/m_{hT}^2)^{\alpha\{q\}} e^{bm_{hT}^2/Z} g^+\{\hat{q}, h, q\} g\{\hat{q}, h, q\} \tag{3.63}$$

On fait La généralisation des distributions des impulsions des hadrons :

$$dP = d^2p_T \frac{dZ}{Z} \left(\frac{1-Z}{Z}\right)^{\alpha\{q'\}} (Z/m_{hT}^2)^{\alpha\{q\}} e^{bm_{hT}^2/Z} \sum_{s_h} Tr[g\{q', h, q\} \rho_{int}\{q\} g^+\{q', h, q\}] \quad (3.64)$$

Avec

$$\rho_{int} = \frac{u^{(-1/2)}\{q\} \rho\{q\} u^{+(-1/2)}\{q\}}{tr[u^{(-1/2)}\{q\} \rho\{q\} u^{+(-1/2)}\{q\}]} \quad (3.65)$$

On calcule la polarisation du quark par :

$$\rho(q') = \sum_{s_h} [T\{q', h, q\} \rho\{q\} T\{q', h, q\}] / Tr[idem] \quad (3.66)$$

3.5 L'effet jet-handedness transversal

Le concept du jet-handedness [22] a été introduit comme étant une mesure de la polarisation des partons (hadrons) pour un processus d'interaction forte, la conservation de la parité demande au moins 3 particules dans un état final ou d'une paire de particules et un jet soit mesuré afin de construire une corrélation du moment final dans la fragmentation (ou désintégration) avec la polarisation initiale. A savoir, à partir du moment de trois particules on peut construire un pseudovecteur $x_\mu \propto \varepsilon_{\mu\rho\gamma\sigma} k_1^\gamma k_2^\sigma k_3^\rho$ où ($k = k_1 + k_2 + k_3 + ..$) qui donne quand il est contracté avec la polarisation initiale du pseudovecteur une composante scalaire dans le processus fort. ainsi, mesurant le jet-handedness-L'assymétrie pour un nombre relatif N d'évènements par rapport à certaine projection \vec{n} à une direction \vec{i} dans le repère au repos du triplet peut donner une information sur la polarisation initiale P_i dans cette direction (au moins pour spin 1/2 et 1).

$$H_i = \frac{N(n_i > 0) - N(n_i < 0)}{N(n_i > 0) + N(n_i < 0)} = \alpha_i P_i \quad (3.67)$$

Pour que le pouvoir analyseur α_i soit grand suffisamment. La direction \vec{i} pouvait être choisie comme longitudinal (L) par rapport au moment \vec{k} du triplet et comme transversaux (T_1 ou T_2) perpendiculaire à \vec{k} . En fait, une idée similaire au jet-handedness a été proposée plus avant dans des travaux [23] et son application aux certaines désintégrations des quarks lourds une autre technique a été aussi étudiée. L'étude dans la publication de Efremov pour mesurer le jet-handedness transversal dans les processus hadronique diffractifs été précisée sur la production des triplets de pions [24].

$$\pi^- + A \rightarrow (\pi^- \pi^+ \pi^-) + A \quad (3.68)$$

Une assymétrie appréciable par rapport au plan de production du triplet(handedness transversal H_{T1} a été observée ici, on voudrait parler de plus d'investigation exponentielles de ce phénomène. Il fait intervenir une nouvelle information sur la dépendance du handedness transversal sur les variables :

- Le nombre atomique de la cible.
- L'impulsion transversal du triplet de pion.
- La variable de Feynman X_F du leading π^- (de π^- principale).
- La masse invariante du triplet.
- La masse invariante des paires neutres $\pi^+\pi^-$ la statistique a été augmentée et de façon considérable.

3.6 Le programme de simulation

Dans la section précédente, nous avons discuté de la recette à mettre en oeuvre dans un code de simulation pour l'étude des processus de fragmentation des quarks polarisés. Il a été obtenu à partir du modèle de fragmentation des cordes décrit dans (chapitre 2 et 3) et basé sur la distribution de division polarisé. La polarisation est incluse en tant que matrice de densité de spin et propagée récursivement dans le processus de fragmentation. La recette formulée à la fin du chapitre précédent est le coeur du programme de simulation. Cependant d'autres détails concernant par exemple la génération de saveurs dans la simulation récursive de la chaine de désintégration du quark, le traitement d'un moment transverse primordial, le cas échéant, et d'autres problèmes doivent être pris en compte et seront discutés.

3.6.1 L'algorithme de simulation

Tous les étapes de la simulation sont collectés dans la subroutine principale POLFRAG (fig 3.3), comme :

1- **Les conditions initial sont :**

- (a)- Le 4-impulsion du quark initial q .
- (b)- La matrice densité de polarisation $\rho\{q\}$.

2- **Faire les calculs préliminaire :** le programme produit les tableaux des valeurs des fonctions $u_0(k_T^2)$ et $u_1(k_T^2)$ dans l'intervalle $[k_{T(min)}^2, k_{T(max)}^2]$ avec $k_{T(min)}^2 = 0$ et $k_{T(max)}^2$ est fixé.

- F_0 et F_1 deux fonctions auxiliaire.
- IF_0 et IF_1 deux fonctions fortran qui calculent u_0 et u_1 .
- La tabulation est interprétée par la subroutine INTERU.

3-Tirer les hadrons saveurs :

- Les nouveaux paires de quark $q'q'$ générés par la subroutine FLVGEN.
- Les hadrons $h(q\bar{q}')$ générés par la subroutine HDRGEN.

4- **Faire les calculs intermediaire** : On peut trouver les valeurs actuelles d'impulsion transverse k_T^2 du quark fragmenté et calculer la matrice $u^{-1/2}(k_T)$ par les étapes suivantes :

- Détermine les valeurs actuelles des fonctions $u_0(k_T^2)$ et $u_1(k_T^2)$, utilisant la subroutine INTERU et adoptant l'interpolation linéaire.
- Calcule les valeurs propres λ_{\pm} de la matrice $u(k_T^2)$ où : $\lambda_{\pm} = u_0(k_T^2) \pm u_1(k_T^2)$.
- Calcule les quantités $d_0(k_T^2)$ et $d_1(k_T^2)$ où :
 $d_0(k_T^2) = (\lambda_+^{-1/2} + \lambda_-^{-1/2})/2$ $d_1(k_T^2) = (\lambda_+^{-1/2} - \lambda_-^{-1/2})/2$
- Fait La construction des matrices σ et $d(k_T^2) \equiv u^{-1/2}$ où :
 $\tilde{\sigma} = \sigma \cdot \tilde{n}(k) = \sigma_y \frac{k_x}{|k_T|} - \sigma_x \frac{k_y}{|k_T|}$ et $d(k_T^2) = d_0(k_T^2) + d_1(k_T^2)\tilde{\sigma}$
- Calcule la matrice densité de polarisation intermediaire $\rho_{int} = \frac{d^+(k_T^2)\rho(q)d(k_T^2)}{\text{tr}[d^+(k_T^2)\rho(q)d(k_T^2)]}$ et les vecteurs de polarisation $S_{int} = (S_{int}^x, S_{int}^y, S_{int}^z)$.

5-Tirer la variable longitudinal de splitting Z :

- Les valeurs de probabilité de la fonction distribution de Z donnée par la fonction POLF.
- Le maximum est déterminé par la subroutine MYPOLGSS.
- la subroutine POLZDIS complète le tirage de Z .

6-**Tirer l'impulsion transverse p_T d'un hadron** : pour faire le tirage de l'impulsion transverse d'un hadron $p_T = (p_x, p_y)$, il faut générer p_x et p_y .

- La subroutine POLPT2DIS fait le tirage de P_T .

7-Calculer le 4-impulsion final de h et le rangé avec le saveur.

8- **Déterminer le 4-impulsion du q'** : on utilisant la conservation énergie-impulsion dans le splitting $q \rightarrow h + q'$ et la matrice densité de polarisation.

9-Calculer la matrice densité de polarisation de q' .

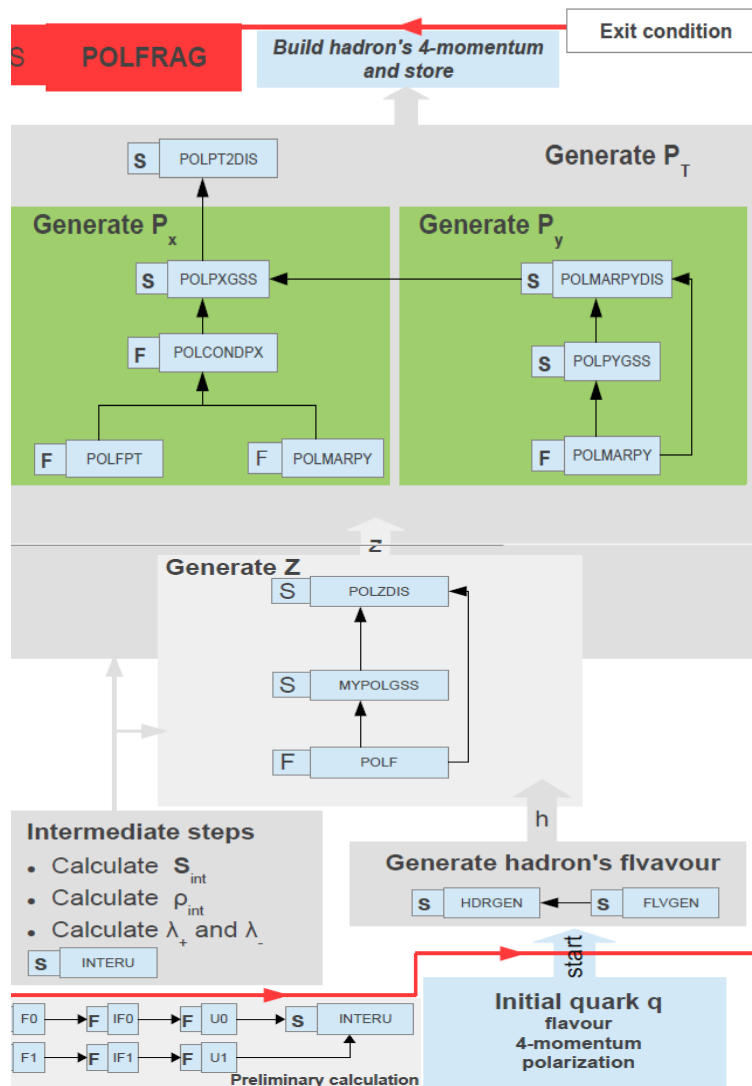


FIGURE 3.3 – L'algorithme de la génération de jet

Conclusions

Le présent mémoire s'est focalisé sur le processus de fragmentation d'un quark transversalement polarisé, un sujet particulièrement pertinent pour effectuer la polarimétrie des quarks et accéder ainsi à la fonction de distribution des partons transverses, nécessaire pour spécifier complètement la structure du nucléon dans le cas colinéaire. Etant dans la région non perturbative de QCD pour étudier le processus de fragmentation, on adopte des modèles comme le modèle spectateur ou les modèles de multiproduction. Le travail présenté ici est basé sur un modèle de multiproduction, de type *Feynman-Field avec la distribution de séparation obtenue dans un formalisme de fragmentation de cordes*. Nous avons consacré une grande partie du mémoire à l'introduction du formalisme de la fragmentation des cordes, à partir de la description de la corde relativiste vibrante qui nous a permis d'introduire le modèle yo-yo (Chapitre 2). un modèle symétrique de Lund qui décrit bien le processus de fragmentation d'un quark non polarisé et qui est utilisé dans des programmes de simulation comme JETSET et Pythia ayant été présenté au chapitre 3. A la fin du chapitre 3, nous avons discuté de la La recette de Lyon (Artru-Belghobsi) qui prend en compte de manière simple les corrélations dynamiques entre quarks dans le processus de fragmentation absent dans Pythia. on a montré comment introduire le spin des quarks dans le modèle de fragmentation des cordes à partir du modèle multipériphérique simple proposé par X. Artru basé sur le mécanisme 3P_0 . puis en écrivant l'élément de matrice générale pour la désintégration de la corde. De là, il a été possible d'extraire la distribution de *splitting* polarisée et de donner une nouvelle recette pour la simulation d'une fragmentation de quark polarisé transversalement. Pour implémenter cette nouvelle recette dans un programme de simulation [25], on a écrit sous une forme plus simple et plus appropriée en effectuant les calculs analytiques, lorsque cela était possible. Cette recette finale a été le point de départ de la construction de notre programme de simulation. Il était nécessaire d'écrire de nouvelles routines compliquées qui utilisent des techniques pour la génération de nombres aléatoires avec une distribution stochastique en raison de la structure compliquée de la distribution de *splitting*. Chaque routine a été testée avant d'être reliée à toutes les autres produisant le code final. La description du programme a été donnée ci-dessus (sous forme d'un organigramme). Une fois notre code terminé, on a commencé à explorer l'espace des paramètres du modèle. Les cinq paramètres libres du modèle ont été fixés on a voulu comparer les résultats issus de la simulation avec des données expérimentales mais malheureuse-

ment, peu de données disponibles à l'heure actuelle pour arriver à le faire, cela pourrait se faire un jour.

Néanmoins, on peut comparer les résultats sur la fragmentation non polarisée avec les distributions du moment transverse des hadrons produits dans SIDIS de nucléations non polarisées. et avec des fonctions de fragmentation non polarisées et tabléées.

Bibliographie

- [1] Yu. L.Dokshitez, V.A.Khoze, A. H. Mueller and S.I. Thoyan , Basics of Perturbative QCD Editions Frontieres (1991).
- [2] A.Basselto, M.Ciafaloni , G.Marchesini and A.H Mueller , Nucl. Phys. . **207B** (1982) 189.
- [3] A. H .Mueller,, Phys. Tett. **104B** (1981) 161.
- [4] G. Altarelli, G. Parisi, Nucl. Phys. **B126** (1977) 298.
- [5] Y, Nambu, talk presented at the American Physical Society Meeting in Chicago,January 1970, [EFI 70-07].
- [6] L, Susskind , Phys, Rev **D1** (1970) 1182 ..
- [7] P, Goddard, J, Goldstone, C, Rebbi and C, Thorn, Nucl.Phys **B56** (1973) 109.
- [8] X. Artru et G. Menessier , Nucl. Phys. **B70** (1974) 93 .
- [9] K. G. Wilson, Phys. Rev. **D10**(1974) 2445.
- [10] X. Artru, Menessier , Nucl. Phys. **B 70** (1974) 93-115.
- [11] R. D. Field et R. P. Feynmann , Nucl. Phys. **B136** (1978) 1.
- [12] C. Peterson, D. Schlatter, I. Schmitt, P.M. Zerwas , Phys. Rev. **D27** (1983) 105.
- [13] Andersson,Bo the Lund Model combredge Univ.press (1998).
- [14] M.G. Bowler , Z. Phys. **C 11** (1981) 169.
- [15] A. Krzywicki and B. Petersson , Phys. Rev. **D6**, (1972) 924.
- [16] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman and T. Sjöstrand, Phys. Rep., **97** (1983) 31.
- [17] X. Artru, Z. Belghobsi and E. Redouane-Salah, arXiv :1607.07106v1.
- [18] X. Artru Z. Belghobsi , Proc. of XV Advanced Research Workshop on High Energy Spin Physics. (2011)
- [19] X. Artru, Proc. of XIII Advanced Research Workshop on High Energy Spin Physics, arXiv :1001.1061 (2009) 33.
- [20] X. Artru and Z. Belghobsi , Proc. of XV Advanced Research Workshop on High Energy Spin Physics (2013) p.33.
- [21] X. Artru , Private communications .
- [22] Efremov A, Mankiewicz L, Törnqvist N ,Phys. Lett.v.**B284** (1992)p.394.

- [23] Efremov A.V., Potashnikova I.K., Tkatchev L.G. ,Proc. Ranc. de Moriond, Meribel, (1994); 11th. Int. Symp. on High Energy Spin Physics, Bloomington 1994; Proc. of 27th Int. Conf. on High Energy Physics, Glasgow 1994, (IOP. London. 1995)p.875; Efremov A.V., Potashnikova I.K., Tkatchev L.G., Proc. of Int. EPS. Conf. on High Energy Brussels, 1995; Proc. of 12th. Int. Symp. on high Energy Spin Physics, Amesterdam 1996.
- [24] Bellini G et al. ,Nucl. Phys.v.**B199** (1982)p.433; Phys. Rev. Lett.v.**48** (1982)p.1697.
- [25] X. Artru et Z. Belghobsi ,Phys. Rev.**D97** (2016).