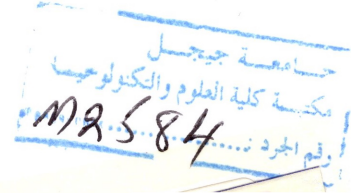


République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et la recherche scientifique

Université Seddik Benyahia de Jijel



Faculté de sciences et de la technologie

Département de l'électrotechnique

Projet Fin d'Etude pour l'Obtention du Diplôme de Master en

Electrotechnique

Option: Machines Electriques



Thème

Modélisation des Machines à Aimants Permanents par la Méthode de Décomposition en Série de Fourier

Encadré par:

M^r. Lyes AOMAR

Réalisé par:

Imad BOUSSETLA

Année universitaire 2015/2016

Introduction générale

Introduction générale

L'évolution de la technologie et des besoins industrielles et domestiques, en plus des contraintes de réduction de la consommation de l'énergie, ont poussé les industrielles à adopter des machines compactes à haut rendement [1]. Parmi ces machines on distingue la machine à aimants permanents occupant la place de leader dans le domaine de fabrication des machines.

Pour la communauté scientifiques ; La modélisation des machines électriques à aimants permanent a fait jusqu'au nous jours la une sur l'ensemble des travaux publiés dans les différents journaux scientifiques [2][3][4], soit par des méthodes numériques qui donnent des résultats précises mais avec un temps de calcul élevés ou par les méthodes analytiques qui on a permis de dépassé le paradoxe du temps mais qui nécessitent des simplifications structurelles et une bonne connaissance préalable sur les condition de passages entre différents milieux de la machine.

Dans le cadre de ce travail, nous proposons une résolution analytique en 2D du modèle magnétodynamique, en cordonnée cylindrique, qui régit le comportement de la structure étudié, par développement en série de Fourier.

Les différentes grandeurs magnétiques (potentiel vecteur magnétique, champs et inductions magnétiques) seront décomposées en série de Fourier jusqu'à un certain rang d'harmoniques, qui assure une bonne précision, ensuite la détermination de ces constante d'intégration sera effectuée grâce à des informations fournées par les conditions de passage.

Notre modélisation analytique va nous permettre ; En premier lieu de calculer le champ électromagnétique sans tenir compte des encoches, qui seront remplacées par des nappes des courants en introduisant des corrections sur l'entrefer. Ensuite comme seconde partie, on va faire la modélisation de la machine en tenant compte de la région des enroulements, là où l'effet des ondulations dues aux encoches apparaitr sur les grandeurs électromagnétiques.

Ce mémoire sera présenté en trois grands chapitres.

Le premier présente les différents types des matériaux à aimants permanents, ainsi que leurs applications dans la construction de divers genres des machines synchrones à aimants.

Introduction générale

Au deuxième chapitre nous présenterons les éléments de base du calcul du champ électromagnétique, en allant des équations de Maxwell aux différentes formulations qui régissent le comportement des dispositifs électromagnétiques. A la fin on cite les différentes méthodes qui nous permettent de résoudre les équations différentielles aux dérivées partielles.

Enfin, Dans le troisième chapitre, nous allons présenter le principe de la méthode de décomposition en série de Fourier, appliquée pour modéliser la machine à aimant dans les deux cas :

Sans tenir compte de la région des enroulements.

En tenant compte de la région des encoches.

L'évolution de l'induction magnétique sera présentée dans les différentes régions constitutives de la machine pour les deux cas précédents.

Notre travail est achevé par une conclusion générale qui résume les résultats de nos investigations et des perspectives pour ce travail.

Chapitre I : Généralités sur les machines synchrones à aimants permanents

I.1. Introduction

Aujourd'hui, grâce de la découverte des aimants permanents performants à haut rendement les machines à aimants occupent une place importante dans les applications industrielles de petite, moyenne et grande puissance, et dans la production de l'énergie électrique.

Le présent chapitre présente les différents types de matériaux à aimants permanents, ainsi que leurs applications dans la construction de divers genre de machines synchrones à aimants.

I.2. Aimants permanents

On appelle aimant permanent les corps qui ont la propriété de conserver une très grande aimantation rémanente. Ils permettent de fournir un flux d'induction dans un circuit magnétique, qui est influé par divers facteurs tels que, la température, les champs démagnétisant, et l'influence de l'action chimique de l'environnement comme la corrosion [5].

I.2.1. Grandes classes de matériaux pour aimants permanents

Les matériaux que l'on utilise pour leurs **propriétés magnétiques** peuvent se classer en deux grandes familles :

- les matériaux magnétiques **durs** qui sont des aimants permanents.
- les matériaux magnétiques **doux** qui ne présentent des propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation extérieure.

Le tableau suivant regroupe les principales propriétés des matériaux durs et celle des matériaux doux.

Les principales propriétés des matériaux	
Durs	Doux
-Forte induction rémanente -Fort champs coercitif -Forte énergie de désaimantation -Forte température de Curie	-Facilité d'aimantation -Forte induction de saturation -Forte perméabilité -Faibles pertes énergétiques (magnétiques, courant de Foucault) -L'excitation coercitif ne dépasse pas 100 A.m^{-1}

Tableau I.1 : Propriétés magnétiques des matériaux durs et doux

En effet, quand un matériau est placé dans un champ électromagnétique extérieur \vec{H} il se crée une induction magnétique \vec{B} propre au matériau qui est due à la polarisation des domaines, petites régions dans lesquelles les dipôles magnétiques s'orientent localement. Lorsque l'on supprime le champ extérieur, il reste une polarisation permanente dans le cas des matériaux magnétiques durs, appelée rémanence, alors qu'il n'y en a pratiquement pas dans les matériaux magnétiques doux.

La courbe $B = f(H)$ relative à chaque type de matériau est appelée **cycle d'hystérésis**. La Figure I.1 montre la forme de ces courbes dans les deux cas évoqués.

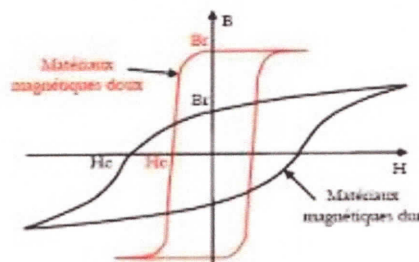


Figure I.1 Cycles d'hystérésis des matériaux doux et durs

I.2.2. Propriétés magnétiques

Les aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par le deuxième quadrant de ce cycle appelé **courbe de désaimantation** d'où on peut tirer les propriétés suivantes (figurI.2):

– **l'induction rémanente B_r** : qui indique les performances potentielles des aimants (plus B_r est important, plus l'aimant est performant).

- le **champ coercitif de l'induction H_{cB}** : qui est le champ démagnétisant annulant l'induction ; plus sa valeur est élevée et plus l'aimant est stable
- le **produit d'énergie volumique BH** : qui définit la valeur énergétique de l'aimant par unité de volume [6]

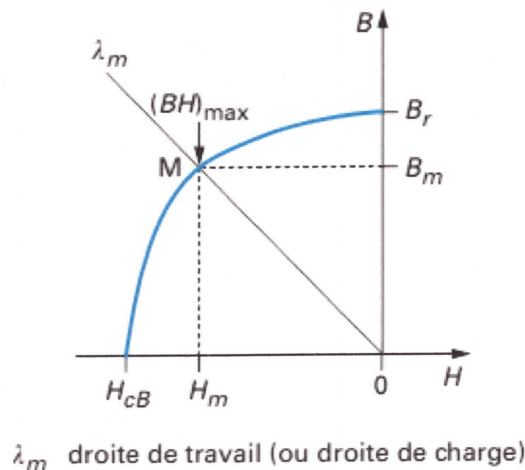


Figure I.2 Courbe de désaimantation d'un matériau pour aimant permanent

I.2.3. Différents types d'aimants permanents utilisés dans les machines

Il existe une grande variété de matériaux, pour aimants permanents, dont les propriétés et les applications sont diverses. Dans le cas des machines électriques, on distingue trois types :

I. 2. 3.1. Les Alnico

Ces matériaux réalisés à partir d'un alliage Aluminium-Nickel-Cobalt. Caractérisés par une induction rémanente élevée et un champ coercitif faible et maximum de puissance B_H faible $(B.H)_{max}$. ce qui rend difficile leur utilisation dans les machines électriques (guitares-électriques, les microphones, les capteurs, les haut-parleurs).

I.2.3.2. Les ferrites

Ces matériaux présentent une induction rémanente faible, avec un champ coercitif élevé (bonne résistance à la désaimantation), leur prix revient relativement faible (noyau magnétique à la place des tôles feuilletées).

I.2.3.3. Les alliages à base d'éléments terres rares

Ils sont, actuellement, les plus performants des aimants permanents utilisés dans la construction des machines synchrones. Cette famille d'alliages comprend :

- Les aimants samarium-cobalt
- Les aimants néodyme-fer-bore

A. Les samarium-cobalt

Ces matériaux présente la caractéristique aimantation meilleur et un champ coercitif H_c beaucoup plus important que les ferrites, leur propriété magnétique sont peu sensible à la variation de la température, mais leur prix de revient est assez élevé, ils sont utilisés dans des applications de haute précision.

B. Les néodyme-fer-bore

Sont apparus dans les années 1980, Les aimants à base de Néodyme (NdFeB) sont moins chers que les aimants à base de Samarium-Cobalt, ils sont caractérisés par, une induction rémanente très importante, un champ coercitif très élevé, un maximum d'énergie (B.H) max important, leur température d'utilisation est limité à 150°C , sensibles à l'oxydation [7].

Le tableau suivant illustre les différentes propriétés des grandes familles d'aimants [8] :

Matériaux	Br en tesla	Hc en kA/m	T ⁰ de curie en C	Remarques diverses
Aciers	0.001à0.02	6à9	750	Anciens aimant
Ferrites	0.2à0.4	200	300	Les moins chers
Alnico	1.2	50	750à850	Se démagnétisent trop facilement
Samarium cobalt	0.5	800	700à800	Prix élevé à cause du cobalt
Néodyme fer bore	1.3	1500	310	Prix hausse (terres rares), sujet à l'oxydation

Tableau I.2 : propriétés des aimants permanents

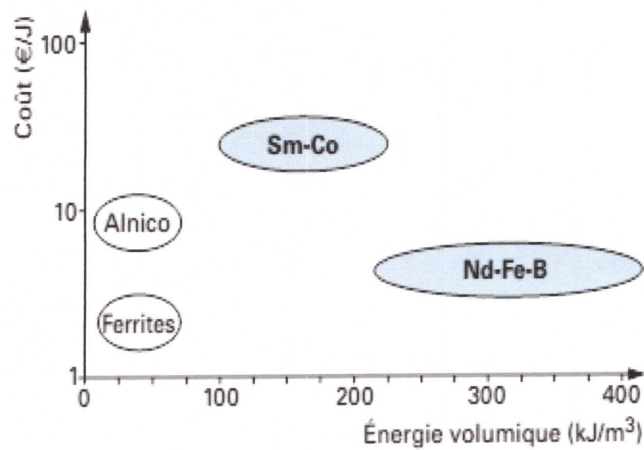


Figure I.3. Coûts des d'aimants en fonction de leurs performances magnétique

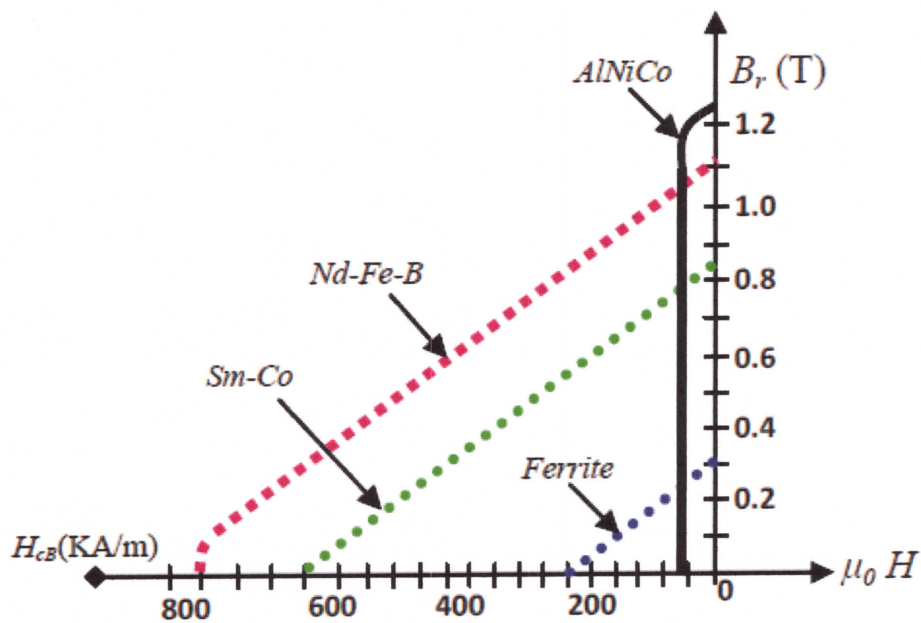


Figure I.4 Courbes de désaimantation des principaux types d'aimant

I. 2. 4. Problème de désaimantation des aimants

Dans une machine à aimants permanents. Que problème important est le risque de désaimantation des aimants soumis à des contraintes extérieures. Ce risque n'est pas négligeable car les aimants permanents sont sensibles à plusieurs phénomènes de natures très diverses tels que les champs magnétiques extérieurs, la variation de température, les chocs et vibrations mécaniques, le vieillissement.

I. 2. 4. 1. Désaimantation thermique

C'est-à-dire un échauffement de l'aimant au-delà de sa température de Curie, suivie d'un refroidissement en champ nul jusqu'à la température ambiante, reste formellement déconseillé.

En général, bien avant la température de Curie, on observe des pertes d'aimantation partielles mais non réversibles : on définit ainsi une température limite d'utilisation (variable entre 80 et 350°C selon les aimants).

I. 2. 4. 2. Champ désaimantant excessif

La charge magnétique produit un effet désaimantant, de même un champ opposé produit par une f.m.m tend à désaimanter l'aimant (réaction d'induit dans une machine électrique). La combinaison des deux ne doit pas conduire, dans les pires conditions, à une désaimantation irréversible.

I. 2. 4. 3. Vieillissement

C'est la variation d'aimantation observée au cours du fonctionnement d'un aimant soumis à une température bien déterminée.

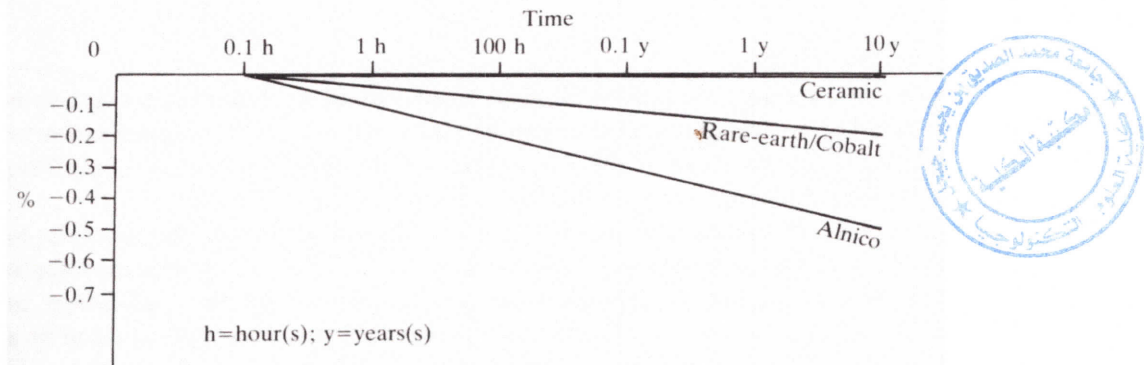


Figure I.5 : vieillissement de quelques aimants à une température de 24°C

La figure I. 5. montre les pertes d'aimantation observées au cours du temps pour différents aimants.

I. 3. Machines électriques à aimants permanents

Selon les principes de fonctionnement, les machines à aimants permanents peuvent être classées en trois types :

- Les machines à courant continu et aimants permanents (MCCAP).
- Les machines à aimants permanents sans balais (MAPSB).
- Les machines synchrones à aimants permanents (MSAP).

La figure (I.6) montre la configuration de ces trois types.

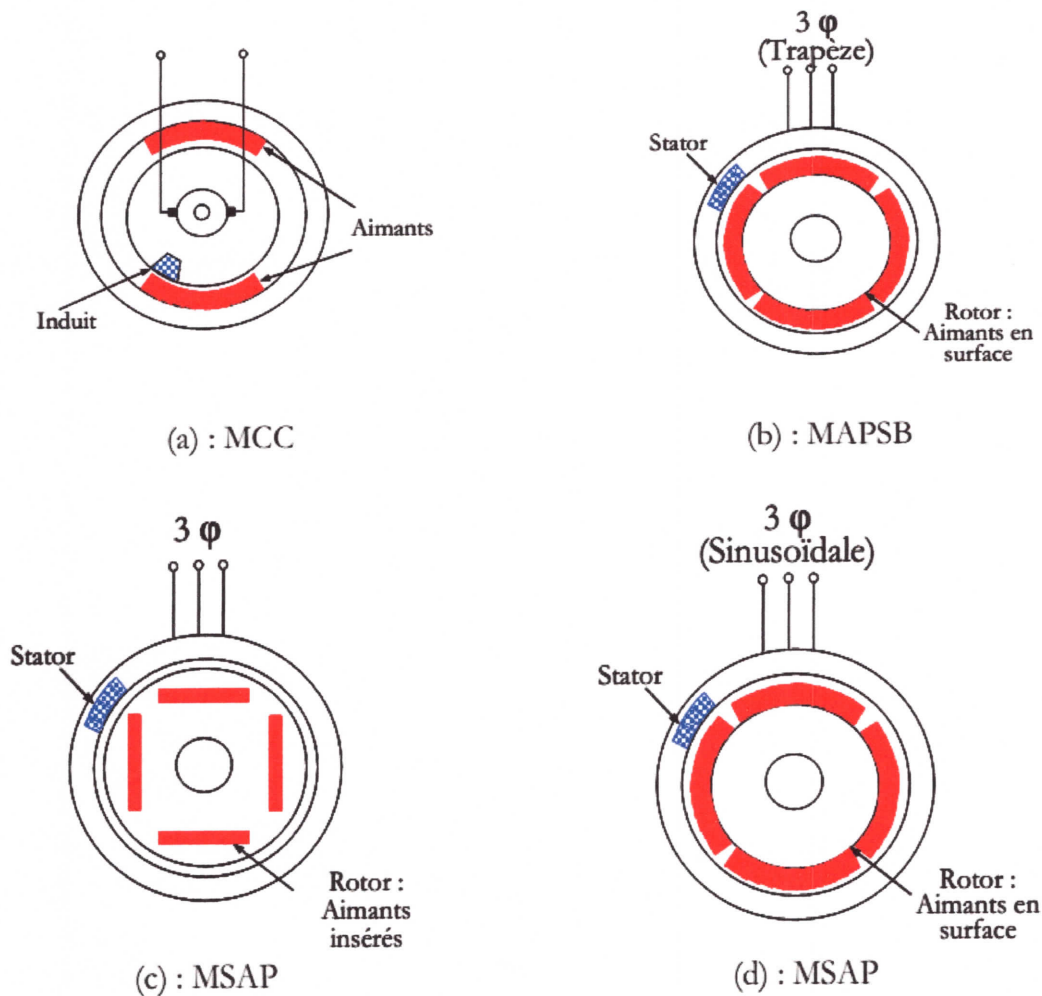


Figure I.6. Structures des machines à aimants permanents

I.3.1. Machines à courant continu et aimants permanents (MCCAP)

Ce sont les machines à courant continu dans lesquelles le champ magnétique, créé par les électroaimants, est remplacé par celui des aimants permanents. En conséquence, les pertes Joules liées aux bobinages de l'excitation sont éliminées, mais le champ de l'excitation n'est plus contrôlable. Ceci limite leur utilisation aux applications de faible puissance.

Le moteur à courant continu à aimant permanent se compose de trois éléments essentiels :

- Une partie fixe, l'inducteur (stator) constitué des aimants permanents qui engendrent un champ magnétique dont le flux traverse le rotor.
- Une partie mobile, l'induit (rotor) comportant une ou plusieurs bobines tournantes dans le champ magnétique créée par l'inducteur.
- Le collecteur associé aux balais, permet de relier les enroulements du rotor à l'extérieur du moteur [9].

I.3.2. Machines à aimants permanents sans balais (MAPSB)

Les progrès dans la technologie des semi-conducteurs ont conduit au développement d'autres types des machines à courant continu où la commutation avec le système balais collecteur est remplacé par la commutation électronique de commande doit assurer la commutation du courant dans les enroulements statorique Ce dispositif peut être, soit intégré au moteur pour les petites puissances, soit extérieur sous la forme d'un convertisseur de puissance (onduleur). Le rôle de l'ensemble capteur plus électronique de commande est d'assurer l'autopilotage du moteur, c'est-à-dire l'orthogonalité du flux magnétique rotorique par rapport au flux statorique.

Dans ces machines, les aimants permanents sont situés sur la partie tournante, vu de l'extérieur, il fonctionne en courant continu le stator est constitué de trois enroulements alimentés par les formes d'onde carrées fournies un convertisseur [10].

I.3.3. Machines synchrones à aimants permanents (MSAP)

Le terme de la machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant.

Une MSAP triphasée est composée de deux parties principales : une partie fixe qui s'appelle stator il est constitué d'un empilage de tôle magnétique qui contient des encoches dans lesquelles sont logés trois enroulements identiques décalés entre eux de $2\pi/3$, et une partie tournante qui s'appelle rotor et qui est composée d'un aimant permanent.

Les bobines (phases) du stator sont reliées à une source triphasée de tensions sinusoïdales. La superposition des trois flux magnétiques crée par les trois bobines du stator produit un flux magnétique sinusoïdal tournant à la fréquence de la source de tension. Ce flux magnétique tournant interagit avec le flux de rotor dans l'entrefer qui sépare le stator du rotor et crée ainsi une force électromagnétique. Cette force se traduit par la rotation du rotor [9].

I.3.4. Différentes structures des machines synchrones à aimant permanents

Les structures des machines synchrones à aimants permanents sont classées suivant la disposition des aimants sur le rotor. Leurs différentes configurations incluent les machines à flux radial et à flux axial.

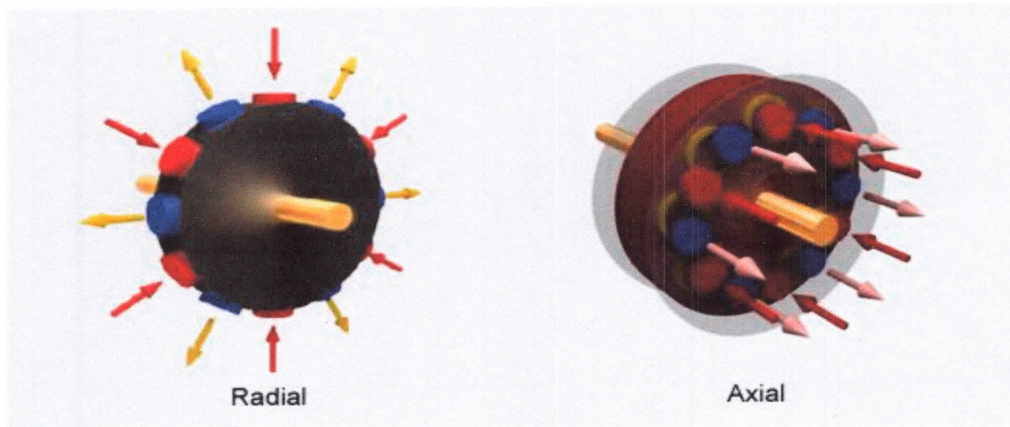


Figure I.7.Schéma de flux radial et flux axial

I.3.4.1. Machines synchrones à aimants permanents à flux axial

Ces machines dites « discoïdales » Elles comportent un ou plusieurs disques fixes bobinés et un ou plusieurs disques mobiles supportant les aimants permanents. Leur principal avantage est l'optimisation de la surface utile de génération du couple, qui se traduit par une puissance volumique importante. Cependant, leur assemblage est très compliqué, à cause des contraintes mécaniques liées aux poussées axiales

Ces machines se caractérisent par un plus grand diamètre et une longueur axiale relativement plus courte.

Le flux provenant des aimants est axial tandis que le courant est dans la direction radiale.

Différentes configurations à flux axial existent: celle à structure simple avec un seul rotor associé à un seul stator et celles à double entrefer avec soit, un seul stator inséré entre deux rotors, ou un seul rotor inséré entre deux stators. L'exploitation de ces machines dans le domaine de traction (vélo électrique et voiture hybride) est très prometteuse [11].

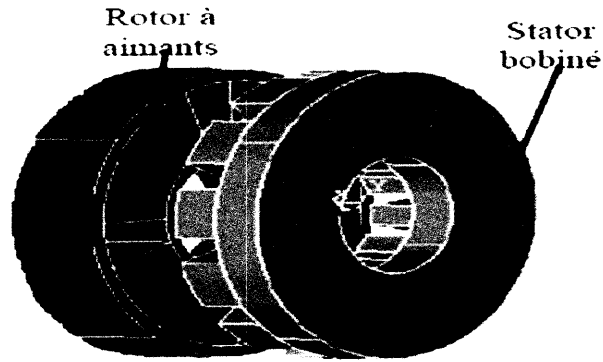


Figure I.8. Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator

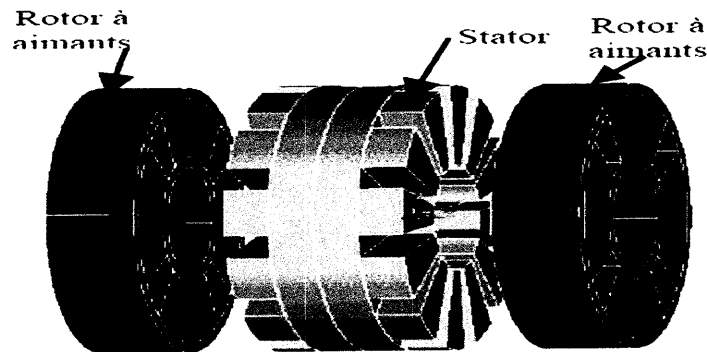


Figure I.9. Structure à flux axial avec double rotor et un stator

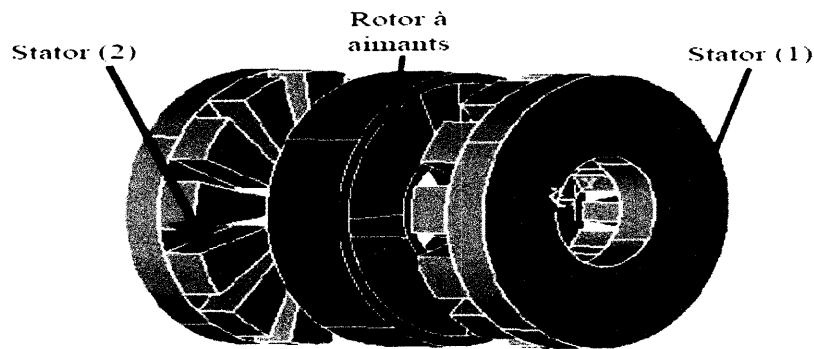


Figure I.10. Structure à aimantation axiale avec double stator et un rotor

I.3.4.2. Machines synchrones à aimants permanent à flux radial :

La machine synchrone à flux radial est la machine à aimant la plus convenable. Son stator est identique à celui d'une machine d'induction classique. Ces structures peuvent se présenter, soit avec un rotor placé à l'intérieur ou à l'extérieur. Les différents types de rotor de MSAP à flux

radial sont munis d'aimants montés soit en surface, soit insérés, enterrés ou à concentration de flux [12].

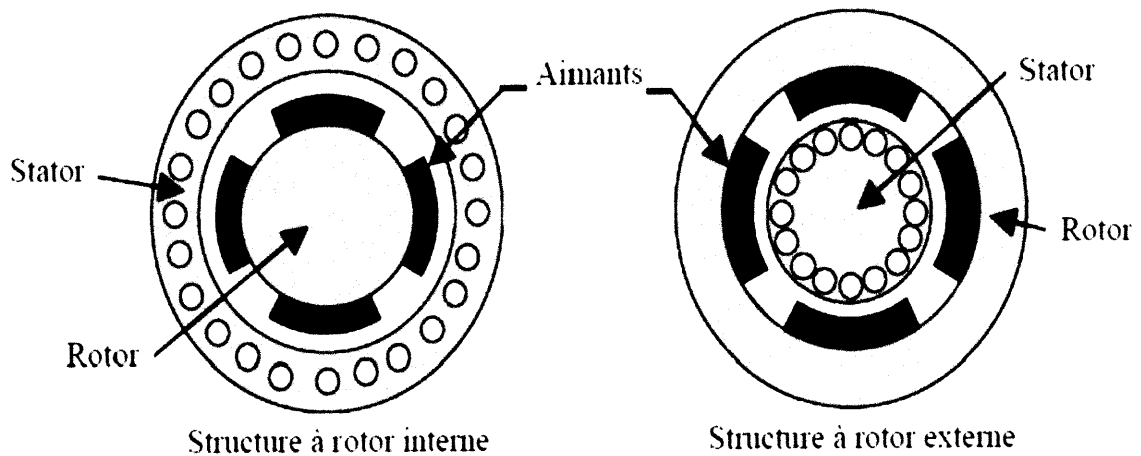


Figure I.11. Rotor interne et externe de MSAP

I.3.5. Positionnement des aimants

Les machines synchrones à aimants permanents peuvent être construites avec plusieurs configurations rotorique. Leurs classifications globales en termes de placement des aimants est les suivantes [7]:

- Aimants en surface (Surface magnet type)
- Aimants insérés (Insetmagnet type)
- Aimants enterrés (Interiormagnet type)
- Aimants à concentration de flux (Burriedmagnet type)

I.3.5.1. Aimants en surface

Pour cette structure les aimants sont placés sur la surface du rotor ils sont aimantés radialement. Elle est la plus simple à construire donc faible coût de fabrication, c'est généralement la plus utilisée. L'inconvénient majeur de ce type est l'exposition des aimants permanents aux champs démagnétisant en plus les aimants sont soumis à des forces centrifuges qui peuvent causer leur détachement du rotor. Pour améliorer la Tenue mécanique et la fixation des aimants et pour protéger les aimants permanents de la désaimantation, ils peuvent être insérés sous une frette amagnétique, généralement en fibre de verre.

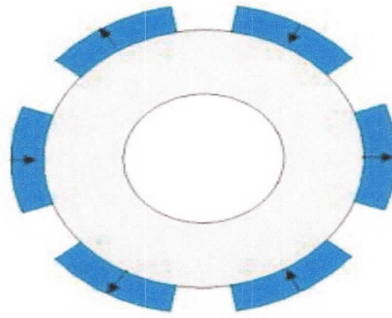


Figure I.12. Aimants permanents montés en surface

I.3.5.2. Aimants insérés

À partir de la structure précédente, on entaille des logements pour insérer les aimants permanents dans le rotor facilité l'assemblage mécanique.

Le fer entre les aimants permanents crée une saillance et donne un couple réluctante en plus du couple des aimants. La valeur de cette saillance dépend de la hauteur des aimants par rapport au fer et à l'ouverture des aimants. Les morceaux de fer entre les aimants diminuent l'entrefer, et augmentent les fuites de flux des aimants [13].

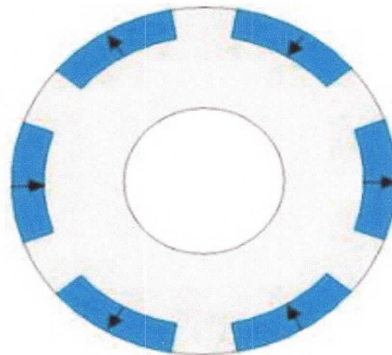


Figure I.13. Aimants permanents insérés

I.3.5.3. Aimants enterrés

Les machines à aimants enterrés sont des machines avec des aimants intégrés dans le rotor et aimantés radialement. Du fait que la surface du pôle magnétique est plus petite que celle du rotor, l'induction dans l'entrefer est plus faible que l'induction dans l'aimant. Les aimants dans cette configuration sont très bien protégés contre les forces centrifuges. Cette configuration du rotor est recommandée pour les applications à grandes vitesses.

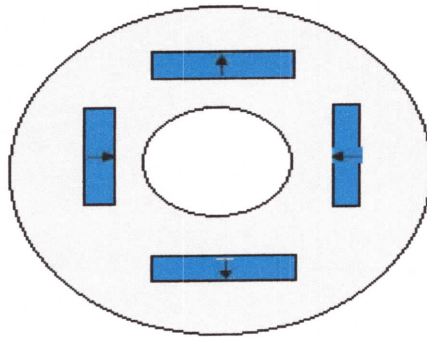


Figure I.14. Aimants permanents enterrés

I.3.5.4. Aimants à concentration de flux

Dans cette configuration, les aimants permanents sont implantés radialement dans le rotor qui est composé de tôles feuilletées. La disposition des aimants conduit à une concentration du flux magnétique créé par les aimants, ce qui permet d'obtenir une induction d'entrefer plus élevée par rapport à l'induction rémanente des aimants permanents [14].

Pour éviter un court-circuit magnétique, il faut utiliser un matériau amagnétique à la base des aimants. Ceci va compliquer la construction de cette structure de la machine qui comporte beaucoup de pièces. Cette structure est intéressante pour des aimants à faible induction rémanente.

Les deux derniers types sont bien protégés contre les contraintes mécaniques, cette robustesse permet d'atteindre de très grandes vitesses pour des puissances importantes, mais leurs géométrie est complexe avec un coût de fabrication élevé [10].

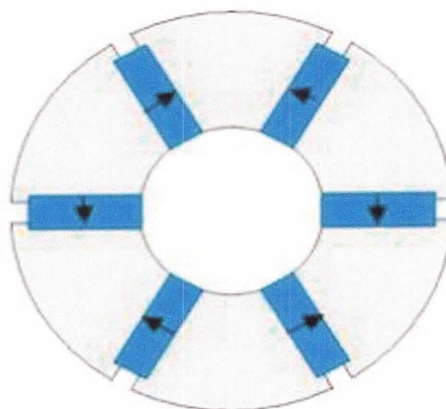


Figure I.15. Aimants permanents à concentration de flux

I. 4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents types des aimants permanents utilisés pour la construction des machines électriques, avec quelques caractéristiques magnétiques et mécaniques, ainsi que leurs applications dans les machines.

Puisque le but principal de notre travail est la modélisation d'une machine synchrone à aimants à base de calcul du champ électromagnétique, nous allons donner des notions générales le sur calcul du champ dans le chapitre suivant.



Chapitre II : Calcul du champ électromagnétique

II.1. Introduction

La modélisation de tous dispositifs électromagnétiques nécessite une parfaite connaissance des outils de modélisation basée sur les équations de Maxwell et les lois constituant les propriétés du matériau.

On achève ce chapitre par une représentation de différentes méthodes de résolution des équations aux dérivés partielles qui régissent le comportement du dispositif étudié.

II.2. Equations de maxwell et lois de comportement des milieux

Les différents domaines physiques susceptibles d'être rencontrés dans un dispositif électromagnétique réel, peuvent être représentés schématiquement comme suit [15] :

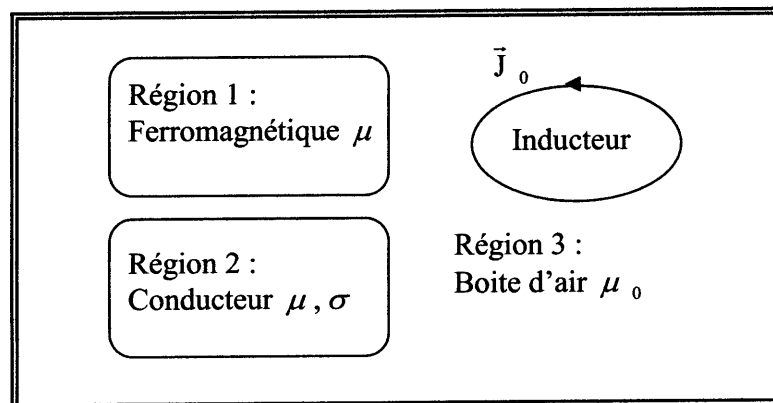


Figure II. 1 : Schéma général d'un dispositif électromagnétique

- Bobines conductrices dans lesquelles circulent des courants électriques.
- Région 1 pour canaliser les lignes du champ magnétique.
- Région 2 dans laquelle circulent les courants induits.
- Une boite d'air englobant toutes les régions précédentes.

II.2.1. Equations de Maxwell

Le comportement des phénomènes électromagnétiques traités dans le domaine de la physique est résumé par l'emploi des équations de Maxwell, appelées aussi équations générales de l'électromagnétisme. Ces équations s'écrivent sous leurs formes différentielles comme suit:

- Equation de Maxwell-Gauss:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II. 1})$$

- Equation de Maxwell-Faraday:

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 2})$$

- Equation de conservation du flux magnétique:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 3})$$

- Equation de Maxwell-Ampère:

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II. 4})$$

\vec{E} : Champ électrique [V/m].

\vec{D} : Vecteur de déplacement [A. S / m²].

\vec{H} : Champ magnétique [A/m].

\vec{B} : Induction magnétique [T]

ρ : Densité de charge volumique [C/m³].

\vec{J} : Densité de courant [A/m²] ; dans le cas générale elle est donnée par :

$$\vec{J} = \vec{J}_C + \vec{J}_D + \vec{J}_M \quad (\text{II. 5})$$

\vec{J}_C : Exprime la densité de courant de conduction électrique induit et inducteur donnée par:

$$\vec{J}_C = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_{ind} \quad (\text{II. 6})$$

\vec{J}_{ex} : Densité de courante source (courants d'excitations)

\vec{J}_{ind} : Densité de courant résultant du phénomène induit

\vec{J}_D : Représente la densité de courant de déplacement dont l'expression est la suivante:

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II. 7})$$

\vec{J}_M : Densité de courant dûe à la présence du milieu magnétique exprimée par

$$\vec{J}_M = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{M} \quad (\text{II. 8})$$

\vec{M} : Vecteur d'aimantation du milieu magnétique.

Les quatre équations (II. 1), (II. 2), (II. 3), et (II. 4) sont des équations différentielles aux dérivées partielles, linéaires et du premier ordre par rapport au temps et aux coordonnées spatiales. Le choix d'un système de coordonnées est dicté par la symétrie inhérente au problème particulier sous considération [16].

On rajoute aux équations précédentes les lois de comportement des milieux ainsi que la loi d'Ohm.

II.2.2. Lois constitutives des milieux

Les cinq champs vectoriels précédents ne sont pas aussi indépendants les uns des autres, leurs liaisons sont fonction du milieu où ils règnent.

a. Relations du milieu :

- Relation magnétique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II. 9})$$

- Relation électrique

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II. 10})$$

b. Loi d'Ohm :

- Au repos

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II. 11})$$

- En mouvement

$$\vec{J} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \quad (\text{II. 12})$$

\vec{B}_r : Induction magnétique rémanente.

\vec{v} : Vitesse du point considéré.

σ , μ et ε : Sont les caractéristiques du milieu considéré et représentent respectivement: les tenseurs de conductivité électrique, de la perméabilité magnétique et de la permittivité électrique.

Dans le cas où les milieux considérés sont linéaires, homogènes et isotropes σ , μ et ε se ramènent à des scalaires.

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

μ_0 : Perméabilité du vide égale à $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [H / m]$.

μ_r : Perméabilité relative.

ε_0 : Permittivité du vide, elle vaut à $10^{-9} / (36 \cdot \pi) [F / m]$.

ε_r : Permittivité relative.

II.3. Conditions de passage entre deux milieux

Jusqu'ici, toutes les relations sources–champ, électrique–magnétique caractérisant un milieu quelconque, ont été définies. Il reste à déterminer les relations entre les grandeurs de deux milieux différents magnétiquement et électriquement (figure I. 2). On intègre les équations de Maxwell entre deux points très voisins de part et d'autre d'une surface séparant ces deux milieux, le résultat nous permet de déduire les constatations suivantes [14] :

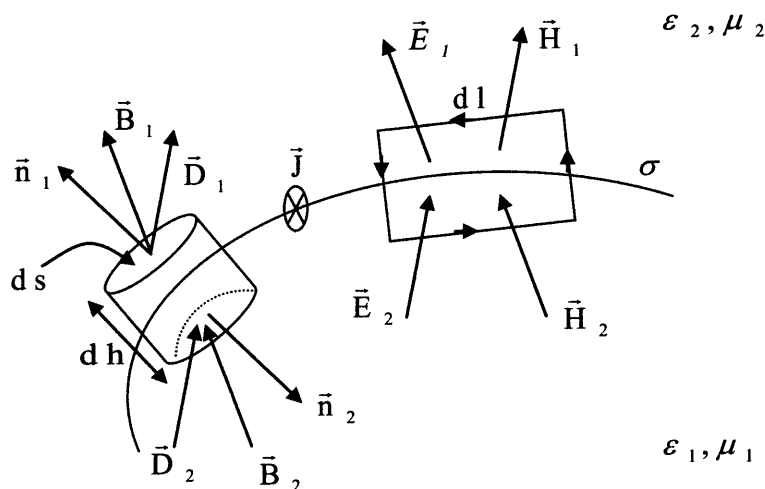


Figure II. 2 : Conditions de passage à l'interface entre deux milieux différents

- pour les grandeurs magnétiques

➤ Conservation de la composante normale de l'induction magnétique \vec{B} .

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 13})$$

➤ Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} due aux courants surfaciques \vec{J}_s .

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{II. 14})$$

- Pour les grandeurs électriques

➤ Conservation de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E}

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 15})$$

➤ Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} due aux charges surfaciques Q_s

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = Q_s \quad (\text{II. 16})$$

\vec{n} : La normale à la surface de séparation entre les milieux.

II.4. Equations de Maxwell simplifiées

Dans le domaine de l'électrotechnique, la fréquence utilisée permet de négliger tout aspect propagatif du champ électromagnétique, c'est ce qu'on appelle l'approximation des états – quasi statiques ou des régimes lentement variables, cette condition s'exprime en termes des dimensions de la structure, qui doivent être beaucoup plus petites que la longueur d'onde [17].

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (\text{I. 17})$$

c et f : sont la célérité de la lumière et la fréquence de travail.

Ainsi pour une fréquence de 1 MHz ; la longueur d'onde est de 300 m dans le vide, ce qui justifie l'emploi de cette approximation dans l'étude des dispositifs de dimensions usuelles. L'utilisation de cette approximation, revient à négliger le courant de déplacement $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ devant le courant de conduction $\sigma \cdot \vec{E}$.

Les caractéristiques des matériaux, permettent à leur tour de négliger les effets capacitifs des conducteurs, cela revient à négliger, dans l'ensemble des équations de Maxwell la charge d'espace dans les conducteurs.

En effet ; En prenant la divergence de l'équation (II. 4) , On trouve la loi de conservation de la charge.

$$\overrightarrow{\text{div}} \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{II. 18})$$

En combinant cette équation avec celle de la loi d'Ohm et l'équation (II.1); On obtient l'équation de la charge d'espace.

$$\rho + \frac{\varepsilon}{\sigma} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II. 19})$$

Dont la solution est :

$$\rho(t) = \rho_0 \cdot \exp\left(\frac{-\sigma}{\varepsilon} \cdot t\right) \quad (\text{II. 20})$$

ρ_0 : Densité de la charge à l'instant $t = 0$.

$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$: représente le temps de relaxation ; Il exprime la vitesse avec laquelle la charge disparaît. Ce temps est extrêmement court pour les conducteurs ($4 \cdot 10^{-4}$ s) pour le cuivre.

En récapitulation, les équations de base utilisées sont :

• **Equations de Maxwell simplifiées :**

$$\vec{\text{div}} \vec{E} = 0 \quad (\text{II. 21})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 22})$$

$$\vec{\text{div}} \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 23})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II. 24})$$

$$\vec{J} = \sigma \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) + \vec{J}_{\text{ex}} \quad (\text{II. 25})$$

• **Relations constitutives des milieux :**

➤ **Relation magnétique**

a. Milieu magnétique linéaire.

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \vec{H} \quad (\text{II.26})$$

b. Milieu non magnétique linéaire.

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (\text{II. 27})$$

➤ **Relation électrique**

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{II. 28})$$

• **Equation de conservation de la densité de courant :**

En prenant la divergence de l'équation (II. 24), on trouve que :

$$\vec{\text{div}} \vec{J} = 0 \quad (\text{II. 29})$$

Cette équation permet d'ajouter aux conditions de passage précédentes, la condition de conservation de la composante normale de la densité de courant.

• **Conditions de passages :**

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 30})$$

$$(\vec{J}_2 - \vec{J}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 31})$$

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 32})$$

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 33})$$

\vec{n} : La normale à l'interface séparant les deux milieux.

Ces dernières relations expriment que la composante normale des vecteurs d'induction magnétique et densité de courant sont toujours continues (équations (II. 30) et (II. 31)). Il est de même pour les composantes tangentielles des vecteurs champs magnétiques et champs électriques (équations (II. 32) et (II. 33)).

A partir de ces équations ((II. 21) à (II. 33)), on peut avoir accès au calcul des performances globales et au détail des conditions de fonctionnement de tout systèmes électromagnétiques.

II.5. Modèles électromagnétiques

Pour étudier l'évolution des grandeurs électromagnétiques, on doit résoudre les équations de Maxwell (de l'équation (II. 21) à l'équation (II. 24) associées aux conditions de passage (de l'équation (II. 30) à l'équation (II. 33)). Ces équations sont souvent transformées avant d'être appliquées au problème physique à résoudre, cette transformation consiste en l'emploi de différents potentiels : Vecteur ou Scalaire, Magnétique ou Electrique afin de réduire le nombre d'inconnues et le nombre d'équations à résoudre.

Suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations se découplent alors, donnant naissance à des modèles plus simples, représentés par le tableau (II.1) [18].

II.6. Méthodes de résolution des EDP

Comme nous l'avons déjà montré dans les paragraphes précédents, les phénomènes électromagnétiques se traduisent par des équations différentielles aux dérivées partielles (EDP), dont la solution peut être trouvée par différentes méthodes.

On distingue trois types de méthodes :

- Analytiques
- Semi analytiques
- numériques

La différence entre ces trois types des méthodes est illustrée dans le tableau (II.2)

Modèles	Méthodes	Equations	Variables
Magnétostatiques	Potentiel scalaire magnétique total	$div(\mu \overrightarrow{grad} \phi) = 0$	ϕ
	Potentiel scalaire magnétique réduit	$div(\mu \overrightarrow{grad} \dot{\phi}) = div(\mu \vec{H}_0)$	$\dot{\phi}$
	Potentiel vecteur magnétique	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \cdot \overrightarrow{rot} \vec{A}\right) = \vec{J}$	\vec{A}
Magnétodynamiques	Champ magnétique	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\sigma} \overrightarrow{rot} \vec{H}\right) + \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{0}$	\vec{H}
	Potentiel vecteur magnétique modifié	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A}^*\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}^*}{\partial t} = 0$	\vec{A}^*
	Potentiel vecteur magnétique potentiel scalaire électrique	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{grad} V = \vec{J}_{ex}$ $div(\varepsilon \overrightarrow{grad} V) + div\left(\varepsilon \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = -\rho$	$\vec{A} - V$
	Potentiel vecteur électrique Potentiel scalaire magnétique	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\sigma} \overrightarrow{rot} \vec{T}\right) + \mu \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} - \mu \frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{grad} \Omega) = 0$ $Div \mu \cdot (\vec{T} - \overrightarrow{Grad} \Omega) = 0$	$\vec{T} - \Omega$

Tableau II. 1. : Modèles électromagnétiques

TYPES	Méthodes analytiques	Méthodes semi analytiques	Méthodes numériques
Avantages	Simple et faciles à programmer	Simple est faciles à programmer	Applicables aux géométries complexes
	Résultats exacts et précis	Temps de calcul réduit	
	Temps de calcul et espace mémoire très Réduits		
Inconvénients	Nécessitent un développement délicat	Utilisent des approximations	Utilisent des approximations
	Se limitent à des géométries simples	Nécessitent la discrétisation du domaine d'étude	Nécessitent la discrétisation du Domaine d'étude
		Se limitent à des géométries simples	Difficiles à programmer
	Applicables uniquement aux systèmes linéaires	Applicables uniquement aux systèmes linéaires	Temps de calcul et espace mémoire très importants

Tableau II.2 : Comparaison entre les différents types des méthodes de résolutions des EDP

II.6.1. Méthodes analytiques

La méthode analytique couramment utilisée pour la résolution des EDP de manière analytique, est la méthode de séparation de variables. Le principe de cette dernière consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit des fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable [19].

Soit en coordonnées cartésiennes, l'inconnue $V(x, y, z)$ qui écrit comme suit :

$$V(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \quad (\text{II. 34})$$

Avec :

$V(x, y, z)$: représente la solution de l'EDP de sorte que :

$X(x)$: est une fonction dépendant seulement de la variable x .

$Y(y)$: est une fonction dépendant seulement de la variable y .

$Z(z)$: est une fonction dépendant seulement de la variable z .

La méthode de séparation de variables étant une partie intéressante, elle sera présentée durant le troisième chapitre.

II. 6. 2. Méthodes semi-analytiques

Ces méthodes ne résolvent pas directement l'EDP. Elles font usage de l'expression analytique du potentiel vecteur magnétique donnée par la formule de Biot et Savart. On présente la méthode des circuits électriques couplés et la méthode des intégrales de frontières.

II.6.2.1. Méthode des circuits électriques couplés

Le principe de cette méthode est basé sur la résolution de l'équation de Poisson définissant la liaison entre le champ magnétique \vec{H} et sa source (la densité de courant J) et la combinaison de la solution obtenue avec l'équation de l'induction (équation de Maxwell Faraday équation (I. 2)) où ce même champ est à son tour source de cette densité.

Soit un conducteur composé de N_s spires principales dont chacune d'elles est subdivisée en spires élémentaires. D'où le schéma électrique équivalent (figure II.3)

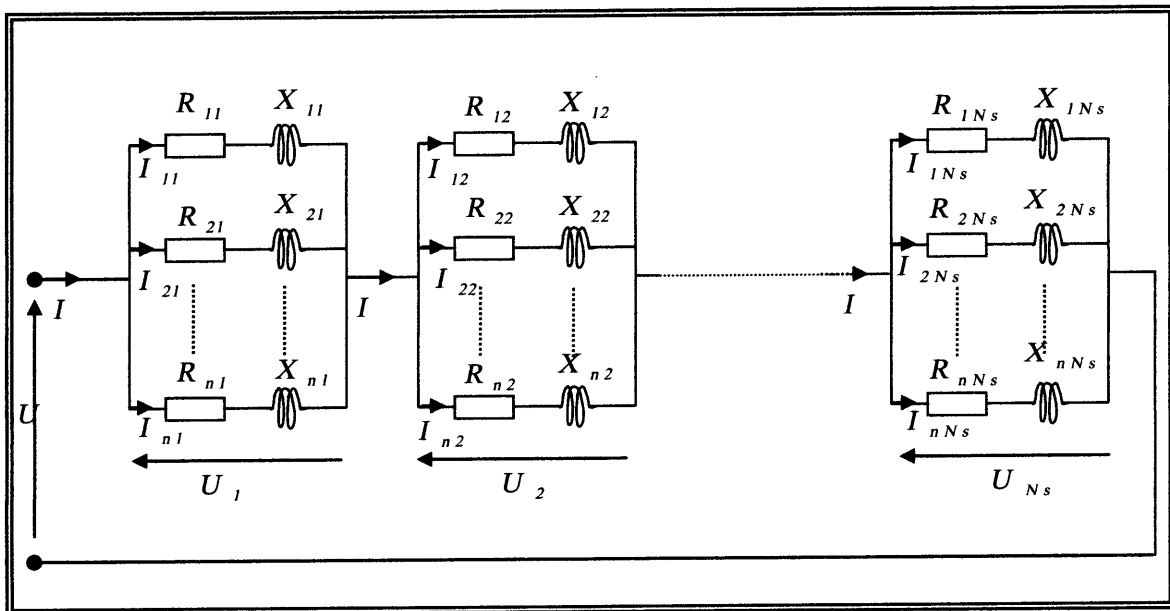


Figure II.3: Schéma électrique équivalent de l'inducteur

On supposera les grandeurs électromagnétiques uniformément réparties à l'intérieur de chacune de spires élémentaires.

La méthode consiste à formuler les équations de Maxwell et la loi d'ohm pour chaque spire élémentaire, de façon à obtenir une équation faisant intervenir les chutes de tension résistives et inductives correspondantes [20].

II.6.2.2. Méthode des intégrales de frontières

La méthode des intégrales de frontières a été d'abord utilisée dans le domaine de la résolution des équations de Maxwell par C. W. Trowbridge et son groupe, puis par Wexler.

Elle permet la détermination des grandeurs inconnues sur les frontières du domaine qui sont maillées à l'aide d'un maillage de type élément fini et les inconnues résultantes sont calculées en construisant un système linéaire.

En fait, la connaissance de la variable inconnue sur les frontières du domaine suffit pour connaître la solution en tout point.

II.6.3. Méthodes numériques

II.6.3.1. Méthodes des différences finies

C'est une méthode basée sur le théorème de Taylor où on remplace l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences finis [21].

Les démarches de cette méthode sont les suivantes :

- Discrétisation du domaine d'étude
- Approximation des dérivées par différences finis
- Résolution du système d'équations

II.6.3.2. Méthodes des éléments finis

Elle utilise une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques [22].

Cette méthode se base principalement sur les quatre démarches suivantes :

- Discrétisation géométrique du domaine d'étude en éléments finis.
- Approximation des dérivées partielles sur chaque élément.
- Assemblage et calcul des matrices élémentaires.
- Résolution de l'équation matricielle après la prise en compte des conditions aux limites.

On cherche donc tout d'abord à exprimer à partir du model local, constitué des équations aux dérivées partielles et des conditions aux limites, une formulation qui porte sur le domaine de résolution. Cette présentation intégrale peut se faire à partir de l'une des deux méthodes de formulation variationnelle (méthode de Ritz) ou la méthode des résidus pondérés (méthode de Galerkin). La première concerne les milieux pour lesquels on peut exprimer l'énergie du système tandis que la seconde procédure est plus générale et ne nécessite pas la connaissance de l'expression de cette énergie.

Soit par exemple l'équation de Poisson suivante :

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \phi_c = 0 \quad (\text{II. 35})$$

Le principe des résidus pondérés consiste à remplacer cette équation aux dérivées partielles par l'intégrale W telle que :

$$W = \int_V \psi(x, y, z) [L[\phi(x, y, z)] - \phi_c(x, y, z)] dV = 0 \quad (\text{II. 36})$$

Où $\psi(x, y, z)$ est une fonction de pondération et L représente l'opérateur différentiel.

Après intégration par partie

$$W = \iint_{(\Omega)} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial U}{\partial y} \right) dx dy - \iint_{(\Omega)} \psi \phi_c d\Omega + \int_{(s)} \psi \frac{\partial U}{\partial \eta} ds = 0 \quad (\text{II. 37})$$

L'approximation de la fonction ϕ est une approximation par sous domaines ϕ^e qui sont appelés éléments. Les fonctions approchées $\phi^e(x, y)$ sur chaque élément sont construites de manière à être continues sur l'élément ϕ^e et satisfait les conditions de continuités entre les différents éléments.

$$\phi^e(x, y) = \sum_j N_j(x, y) \cdot \phi_j \quad (\text{II. 38})$$

N_j : Représente la fonction d'interpolation, qui d'ailleurs peut être choisie en utilisant la méthode de Galerkin qui consiste à mettre la fonction de pondération égale à la fonction d'interpolation.

A partir de l'intégrale W , après discrétisation et approximation de la fonction inconnue sur chaque élément, et après intégration par partie, nous obtenons le système matriciel suivant :

$$W = \sum_{e=1}^{N_e} ([K]^e \cdot [\phi_m]^e - [\phi_c]^e) = 0 \quad (\text{II. 39})$$

II.7. Conclusion

La modélisation des machines n'est complète que si l'on peut déterminer les grandeurs électromagnétiques locales à partir de leurs sources, cela s'effectue grâce aux équations de Maxwell associées avec les relations constituant les milieux considérés.

La résolution des différents modèles qui régissent le dispositif étudié peut se faire par plusieurs méthodes notamment les méthodes analytiques, méthodes semi analytiques, et les méthodes numériques.

Puisque le but principal de notre travail est la modélisation d'un dispositif électromagnétique, nous allons donner des notions générales sur la modélisation dans le chapitre suivant.



Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

III.1.INTROUDUCTION

La modélisation théorique, permettant l'étude des performances de dispositifs, dispense le concepteur d'une expérience longue et coûteuse, dont le temps est un paramètre crucial. Il est de plus important d'un point de vue industriel de réduire les coûts de fabrication.

Dans le présent chapitre, nous allons présenter une méthode analytique qui nous permettra de calculer les grandeurs électromagnétiques, identifiants le comportement de la structure à étudier.

Dans un premier temps, nous allons décrire les différents éléments constitutifs de notre machine synchrone à aimants permanents, ainsi que ses caractéristiques.

Ensuite une modélisation de la machine à aimant sera établit pour les deux cas,

Modélisation de la machine sans tenir compte des encoches :

Modélisation de la machine en tenant compte des encoches :

On achève ce chapitre par la détermination de l'expression d'induction radiale et tangentielle dans les différentes zones constitutives de notre structure, à partir de l'expression du potentiel vecteur magnétique.

III.2. Description de la structure considérée

La machine considérée est à flux radiale. Les conducteurs de phase sont disposés dans des encoches statorique. La figure III.1 représente la structure générale de la machine ainsi que l'encoche considérée. Les notations qui y sont précisées sont reprises dans le tableau III.1.

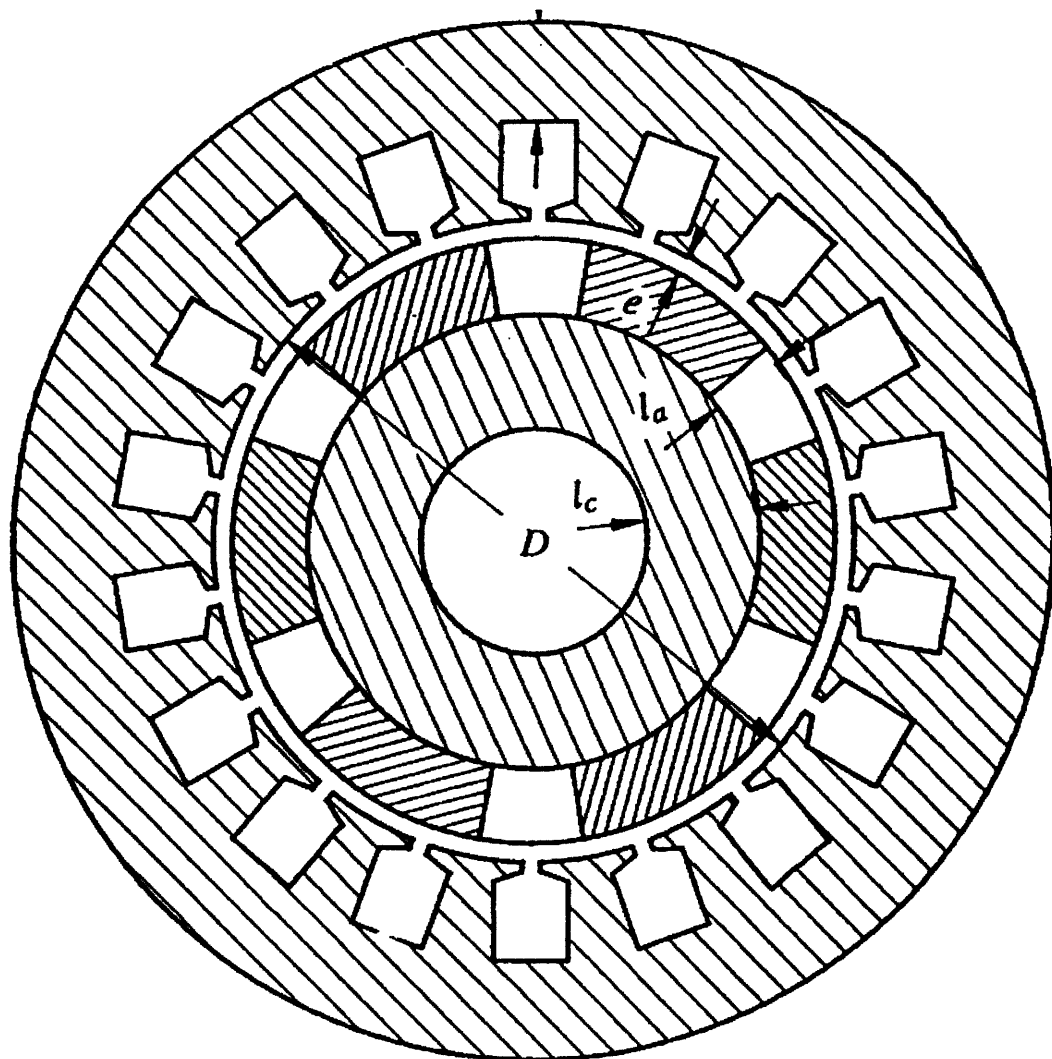


Figure III. 1 : Schéma structurel d'une machine synchrone à aimants permanents en surface

III.2.1.Hypothèses simplificatrices

Pour obtenir une solution analytique de champ, les hypothèses suivantes doivent être vérifiées :

- le problème peut être décrit par un modèle en 2-D
- les matières sont linéaires
- les matériaux sont homogènes
- les termes sources sont invariants dans la direction normale à l'intérieur une région
- Les éventuelles pertes par courant de Foucault au rotor sont négligeables
- L'effet de denture négligeable
- les perméabilités du stator et du rotor sont supposées infinies, on négligera donc les effets de la saturation des matériaux magnétiques
- Dans le volume d'aimant, la perméabilité est supposée constante et égale la perméabilité de l'air

III.2.2.Modélisation de la structure

La méthode de modélisation considérée a été largement exploitée pour l'étude des machines à aimants permanents sans encoches qui fera l'objet de notre première partie d'application ensuite on va la généraliser pour modéliser la machine en tenant compte des encoches. Cette méthode est également intéressante dans un objectif de dimensionnement car elle fait intervenir directement les grandeurs dimensionnement de la structure.

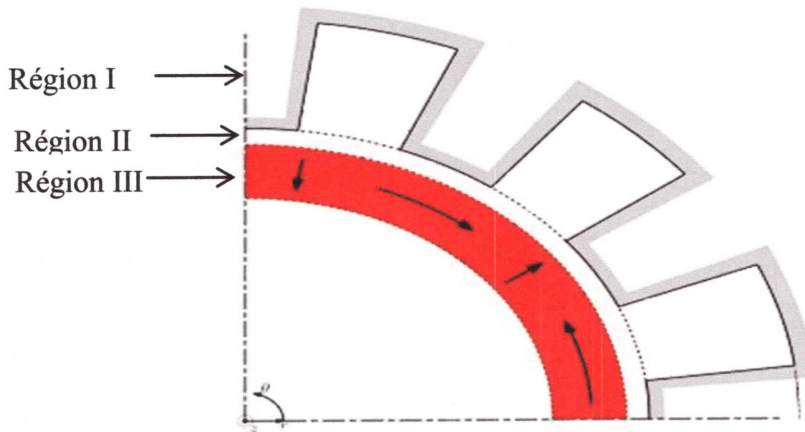
Elle est fondée sur la résolution **analytique** de l'équation du champ magnétique dans les différentes zones constitutives de la machine.

III.2.3.Principe de la modélisation

Le calcul analytique, en deux dimensions, que nous présentons ici s'applique aux structures électromagnétiques susceptibles d'être subdivisées en un certain nombre de zones concentriques, d'épaisseur et de perméabilité constantes, dans lesquelles sont disposés les matériaux magnétiques et où interviennent les sources du champ, aimants ou courants.

III.2.4. Modèle géométrique de la machine

Dans un système de coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) dont l'axe (\overline{oz}) est confondu avec l'axe de la machine, et à partir des hypothèses simplificatrices précédentes, La géométrie de la structure considérée et l'ensemble des variables définissant ses dimensions et caractéristiques sont respectivement sur la figure III.3 et le tableau III.1.



La figure III.2:Modèle géométrique de la machine

Variable	Dénomination	Quantité
L	Diamètre de la machine	$400.10^3(\text{mm})$
D	Diamètre d'alésage	$164.10^3(\text{mm})$
E	Entrefer mécanique	$3.10^{-3}(\text{mm})$
Lc	Epaisseur de la culasse	$12.10^{-3}(\text{mm})$
La	Epaisseur d'aimant	$10.10^{-3}(\text{mm})$
Pen	Profondeur d'encoche	10.10^{-3}
N_e	Nombre d'encoche/pole/phase	3
Ke1	Coefficient de remplissage	0.4667
m	Nombre de phase	3
B_r	L'induction rémanente	0.8(t)
P	Nombre de pair de pole	2
I	Densité de courant	(A)

Tableau III.1 : variables de dimensionnement considérée.

III.2.5. Mise en équations

Les lois constitutives des milieux considérés sont données, par les relations suivantes :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (III.1)$$

Où \vec{H} et \vec{B} désignent le champ et l'induction magnétique.

Les aimants magnétiquement rigides, actuellement employés dans les machines électriques, possèdent une caractéristique de désaimantation linéaire dans la zone normale d'utilisation.

Ils peuvent donc être représentés par l'équation :

$$\vec{B} = \mu_p \vec{H} + \vec{B}_r \quad (III.2)$$

où \vec{B}_r désigne l'induction rémanente qui est égale à l'aimantation à champ nul et que nous appellerons, pour simplifier dans ce qui suit, « aimantation ».

A partir de ces relations caractérisant les matériaux, on peut modéliser la structure en utilisant les équations de la magnétodynamique, en régime quasi-stationnaire :

$$\vec{J} = \overrightarrow{rot} \vec{H} \quad (III.3)$$

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (III.4)$$

Où

\vec{J} : Densité volumique de courant

\vec{A} : Potentiel vecteur.

La forme générale de l'équation à résoudre est donc :

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \overrightarrow{rot} \left(\frac{\vec{B}_r}{\mu} \right) + \vec{J} \quad (III.5)$$

À partir de nos hypothèses simplificatrices, l'équation qui régit le modèle magnétodynamique dans chacune des 3 régions est donnée par :

$$\text{Région 1 : } \overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu_p} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \overrightarrow{rot} \left(\frac{\vec{B}_r}{\mu_p} \right) \quad (III.6)$$

$$\text{Région 2 : } \overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \vec{0} \quad (III.7)$$

$$\text{Région 3 : } \overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = -\mu_0 \vec{J} \quad (III.8)$$

Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} n'a plus qu'une seule composante non nulle A_z située dans la direction ($o z$). Dans ces conditions, l'équation vectorielle ci-dessus se réduit à la seule équation scalaire :

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_{r\rho}}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_{r\theta}) - \mu J \quad (\text{III.9})$$

$B_{r\rho}$: Composante radiale de l'induction rémanente.

$B_{r\theta}$: Composante tangentielle de l'induction rémanente.

Le principe du calcul analytique considéré ainsi à chercher l'expression du potentiel vecteur satisfaisant dans chaque zones du domaine d'étude, le second membre de l'équation se réduisant alors aux termes correspondant au type de source en présence.

$$\text{Région 1 : } \frac{\partial^2 A_z^{(1)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(1)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(1)}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_{r\rho}}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_{r\theta}) \quad (\text{III.10})$$

$$\text{Région 2 : } \frac{\partial^2 A_z^{(2)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(2)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(2)}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{III.11})$$

$$\text{Région 3 : } \frac{\partial^2 A_z^{(31)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(3)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z^{(3)}}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J \quad (\text{III.12})$$

$$\vec{B}_r = B_{r\rho} \vec{\rho} + B_{r\theta} \vec{\theta} \quad (\text{III.13})$$

Dans notre cas $B_{r\theta} = 0$, car on a supposé que nos blocs sont aimantés radialement.

III.3.Modélisation des termes sources

Compte tenu de la périodicité de répartition des sources sur le pourtour de la machine, les termes correspondants peuvent s'exprimer sous forme de séries de Fourier, sur la variable θ .

III.3.1. Termes sources dûs aux aimants

La figure (III. 3) illustre la structure d'un pôle rotorique de notre machine et la représentation de l'induction rémanente, dans un référentiel lié au rotor.

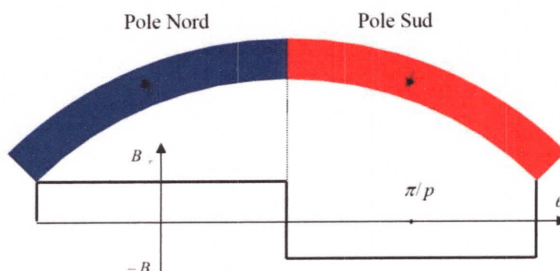


Figure III. 3 : induction rémanente dans le rotor

En coordonnées cylindriques l'induction rémanente en un point quelconque peut s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} B_{r\rho}(\theta_r) = B_r \\ B_{r\theta}(\theta_r) = 0 \end{cases} \quad \text{(III. 14)}$$

En vertu de l'origine choisie au référentiel rotorique, la fonction $B_{r\rho}(\theta_r)$ est paire. De plus elle est alternée (antipériodicité entre deux pôles voisins) sa décomposition ne fait donc pas intervenir les termes d'ordre pair.

Dans un référentiel fixe lié au stator de la machine, dont l'angle entre la première phase, prise comme origine au stator, et l'axe origine du rotor, est nul. La relation entre les coordonnées statorique θ et rotorique θ_r est donnée :

$$\theta = \theta_r + \Omega t \quad \text{(III. 15)}$$

Ω : Vitesse de rotation mécanique du rotor par rapport au stator.

La décomposition de la fonction $B_{r\rho}(\theta_r)$ en série de Fourier (sous sa forme complexe) dans ce référentiel statorique :

$$B_{r\rho}(\theta) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_{rn} e^{jn p \theta} \right) \quad \text{(III. 16)}$$

Avec :

$$B_{rn} = 2 B_r \left(\frac{\sin \left(n \frac{\pi}{2} \right)}{n \frac{\pi}{2}} \right) e^{-jn\Omega t} \quad \text{(III. 17)}$$

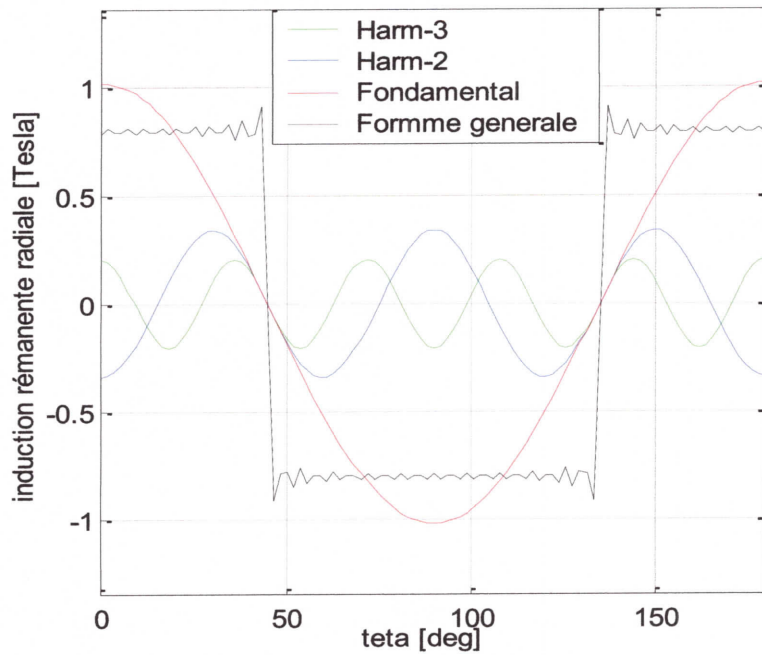


Figure III. 4 : répartition des harmoniques de l'induction rémanente

III.3.2. Termes sources dûs aux courants

On considère que la machine mise en œuvre :

- Un enroulement concentré à pas total (diamétral τ_c).
- L'induit a un nombre entier N_e d'encoche/pole/phase, dans lesquelles sont disposées les Q phases identiques (dans notre machine $N_e = 1$).
- Chaque encoche ne contenir que des conducteurs d'une même phase en une seule couche.

Sur la figure (III. 5) sont représentés les conducteurs de la première phase, d'un tel induit.

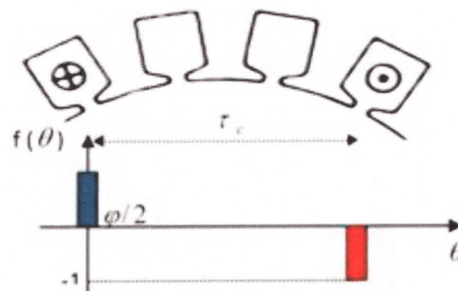


Figure III. 5 : répartition spatiale des conducteurs d'une phase

Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

La densité linéique du courant de la première phase est donnée en fonction de la densité linéique de conducteurs de la première phase, et du courant qui la parcourt, comme suit :

$$J_1(\theta, t) = C_1(\theta) I_1(t) \quad (\text{III. 18})$$

$$C_1(\theta) = f_1(\theta) \frac{N_{CE}}{R_c \varphi} \quad (\text{III.19})$$

φ : Angle d'ouverture d'encoche.

$$R_c = \frac{D}{2}.$$

De la figure (III. 5), on constate que la fonction $f_1(\theta)$:

$$f_1(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{Pour } \theta \in [-\varphi/2, \varphi/2] \\ -1 & \text{Pour } \theta \in [\tau_c - \varphi/2, \tau_c + \varphi/2] \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

En vertu de l'origine choisie au référentiel statorique (l'axe de la première phase) la fonction $f_1(\theta)$ est paire. De plus elle est alternée (antipériodicité entre aller et retour) sa décomposition ne fait donc pas intervenir les termes d'ordre pair.

La décomposition de la fonction $f_1(\theta)$ en séries de Fourier (sous sa forme complexe) est :

$$f_1(\theta) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{\infty} f_{1n} e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III. 21})$$

$$f_{1n} = \frac{4}{\pi n} \sin \left(\frac{n \varphi}{2} \right) \quad (\text{III. 22})$$

La densité linéique de conducteurs de la première phase est donnée par :

$$C_1(\theta) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{\infty} C_{1n} e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III. 23})$$

$$C_{1n} = \frac{2 \cdot N_{CE}}{\pi R_c} \left(\frac{\sin(n(\varphi/2))}{n(\varphi/2)} \right) \quad (\text{III. 24})$$

Pour déterminer la densité linéique des conducteurs de la $q^{\text{ième}}$ phase, à partir de la densité linéique des conducteurs de la première phase, il suffit de faire une rotation angulaire telle que :

$$C_q(\theta) = C_1 \left(\theta - \left[(q-1) \frac{2\pi}{3} \right] \right) \quad (\text{III. 25})$$

Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

Nous alimentons cette machine par un courant triphasé équilibré. Les trois densités du courant équivalent aux trois courants d'alimentation de la machine peuvent s'écrire de la manière suivante :

Phase 1:

$$J_1(\theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{\infty} J_{1n} e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III. 26})$$

$$J_{1n} = \frac{2 \cdot N_{CE}}{\pi R_c} I_1(t) \left(\frac{\sin(n(\varphi/2))}{n(\varphi/2)} \right) \quad (\text{III. 27})$$

Phase 2:

$$J_2(\theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III. 28})$$

$$J_{2n} = \frac{2 \cdot N_{CE}}{\pi R_c} I_2(t) \left(\frac{\sin(n(\varphi/2))}{n(\varphi/2)} \right) e^{-jn \left(\frac{2\pi}{3} \right)} \quad (\text{III. 29})$$

Phase 3:

$$J_3(\theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{\infty} J_{3n} e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III. 30})$$

$$J_{3n} = \frac{2 \cdot N_{CE}}{\pi R_c} I_3(t) \left(\frac{\sin(n(\varphi/2))}{n(\varphi/2)} \right) e^{-jn \left(\frac{4\pi}{3} \right)} \quad (\text{III. 31})$$

Calculons maintenant la densité du courant résultante de ces trois densités du courant :

$$J_{eq}(\theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{\infty} J_{eqn} e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III.32})$$

$$J_{eqn} = \frac{2 \cdot N_{CE}}{\pi R_c} \left(\frac{\sin(n(\varphi/2))}{n(\varphi/2)} \right) \left(I_1(t) + I_2(t) e^{-jn \left(\frac{2\pi}{3} \right)} + I_3(t) e^{-jn \left(\frac{4\pi}{3} \right)} \right) \quad (\text{III. 33})$$

La figure (III.6) illustre la répartition spatiale de la densité du courant linéique équivalente, de notre machine synchrone:

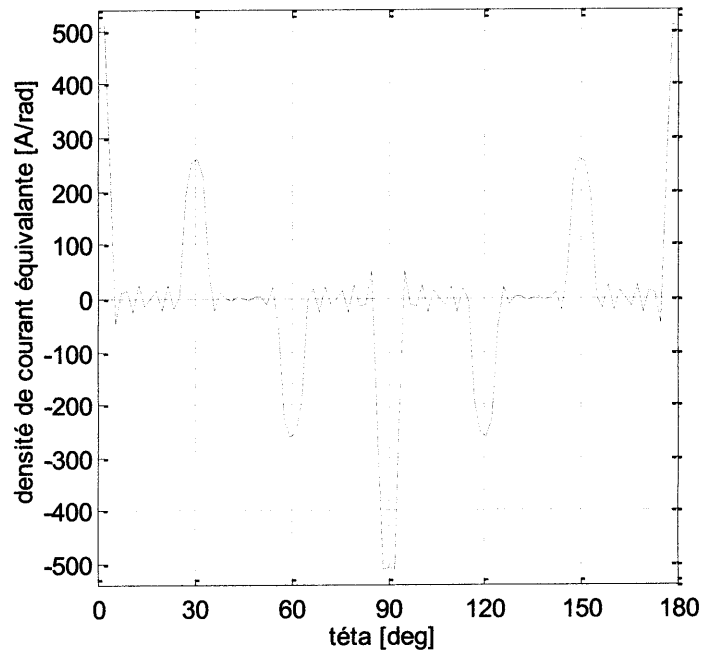


Figure III. 6 : répartition spatiale de la densité de courant équivalente

III.3.3.Expression du potentiel vecteur magnétique

Le potentiel vecteur magnétique a une seule composante suivant l'axe (oz), il dépend seulement des deux variables spatiales ρ et θ , et de la variable temporelle t .

$$A_z(\rho, \theta, t) = A_z(\rho, t) \cdot A_z(\theta) \quad (\text{III. 34})$$

On peut montrer facilement que l'expression de $A_z(\rho, \theta, t)$ est la suivante :

$$A_z(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_z(\rho, t) e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III. 35})$$

En introduisant la relation (III. 35) dans les relations (III. 10), (III. 11) et (III. 12) on obtient :

$$\text{Région 1 : } \frac{\partial^2 A_z^{(1)}(\rho, t)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, t)}{\partial \rho} - \frac{n^2 p^2}{\rho^2} A_z^{(1)}(\rho, t) = \frac{1}{\rho} j n p B_{r,n} \quad (\text{III. 36})$$

$$\text{Région 2 : } \frac{\partial^2 A_z^{(2)}(\rho, t)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, t)}{\partial \rho} - \frac{n^2 p^2}{\rho^2} A_z^{(2)}(\rho, t) = 0 \quad (\text{III. 37})$$

$$\text{Région 3 : } \frac{\partial^2 A_z^{(3)}(\rho, t)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^{(3)}(\rho, t)}{\partial \rho} - \frac{n^2 p^2}{\rho^2} A_z^{(3)}(\rho, t) = -\mu_0 J \quad (\text{III. 38})$$

Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

L'expression générale du potentiel vecteur magnétique dans chacune régions du domaine d'étude est calculée dans les deux parties suivantes :

Partie .A. Modélisations de la machine sans tenir compte des encoches

Dans cette partie le nombre de région d'étude sera réduit en deux régions et les encoches seront remplacées par des nappes de courant comme le montre la figure (III.7) :

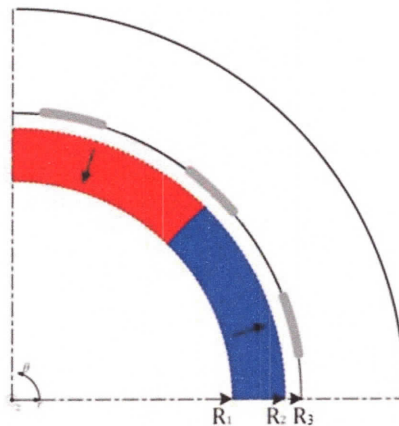


Figure III.7 Modèle géométrie

Notre domaine d'étude se limitera à deux régions :

Région 1 : La couronne aimantée ; $R_1 \leq \rho \leq R_2$

Région 2 : l'entrefer; $R_2 \leq \rho \leq R_3$

III.A.1. Entrefer corrigé

L'induit encoché est remplacé par un induit lisse en introduisant à la place de l'entrefer réel e , un entrefer corrigé e_c , tel que :

$$e_c = k_c e \quad (\text{III. 39})$$

k_c : Coefficient d'entrefer ou coefficient de Carter, il tient compte de l'influence de la denture sur l'induction dans l'entrefer.

$$k_c = \frac{p_d}{p_d - \frac{4}{\pi} \left(\frac{b_e}{2e} - \arctg \left(\frac{b_e}{2e} \right) - \log \left(\sqrt{1 + \left(\frac{b_e}{e} \right)^2} \right) \right)}$$

$$\approx \frac{p_d}{p_d - \frac{b_e^2}{5e + b_e}}$$
(III. 40)

p_d : Pas dentaire.

b_e : Longueur de l'ouverture de l'encoche sur l'entrefer.

III.A.2. Densité de courant équivalente à une encoche

Chaque encoche peut être remplacée par une densité de courant équivalente, placée au droit de l'isthme d'encoche. L'intérêt de ce processus est de ramener des sources extérieures à des sources localisées.

Afin pour pouvoir faire cette transformation, nous devons supposer La perméabilité du fer très grande ($\mu_r \rightarrow \infty$).

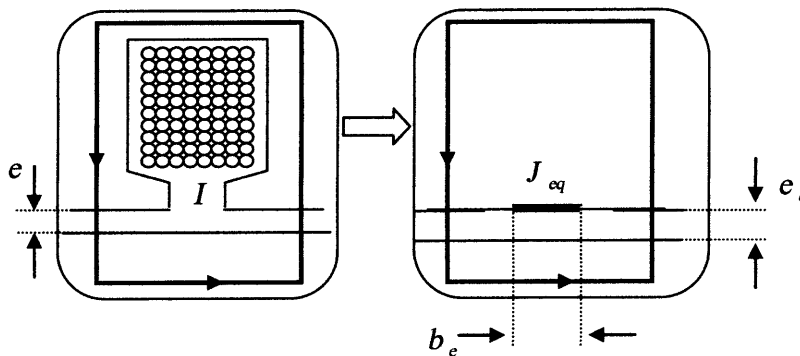


Figure III. 8 : Définition de la densité de courant superficielle équivalente à une encoche

Donc la densité de courant équivalente est :

$$J_{eq} = \frac{I}{b_e}$$
(III. 41)

III.A.3.Expression du potentiel vecteur magnétique ou (Résolution des équations du champ)

Région 1 :

La solution de l'équation (III.36), est la somme de deux solutions : homogène et particulière.

$$A_z^{(1)}(\rho, t) = C_n(t) \rho^{np} + D_n(t) \rho^{-np} + G_n(\rho, t) \quad (\text{III. 42})$$

La fonction $G_n(\rho, t)$ (solution particulière), qui traduit la présence de source du champ (les aimants) dans la région 1, peut être déterminée comme suit :

$$\rho^2 \overline{G_n}(\rho, t) + \rho \overline{G_n}(\rho, t) - n^2 p^2 G_n(\rho, t) = (j n p B_{r_n}) \rho \quad (\text{III. 43})$$

On trouve son expression [22] :

$$G_n(\rho, t) = \frac{j n p B_{r_n}}{1 - (n p)^2} \rho, \text{ si } n p \neq 1 \quad (\text{III. 44})$$

Région 2 :

$$A_z^{(2)}(\rho, t) = E_n(t) \rho^{np} + F_n(t) \rho^{-np} \quad (\text{III.45})$$

L'expression générale du potentiel vecteur magnétique dans chacune des deux régions du domaine d'étude est :

Région 1 :

$$A_z^{(1)}(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (C_n(t) \rho^{np} + D_n(t) \rho^{-np} + G_n(\rho, t)) e^{j n p \theta} \right) \quad (\text{III.46})$$

Région 2 :

$$A_z^{(2)}(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (E_n(t) \rho^{np} + F_n(t) \rho^{-np}) e^{j n p \theta} \right) \quad (\text{III.47})$$

Les quatre constantes d'intégration C_n, D_n, E_n et F_n sont obtenues en appliquant les conditions de passage entre deux régions différentes.

Ces dernières expriment :

➤ à l'interface entre la culasse rotorique et la couche d'aimants ($r = R_1$), annulation du champ tangentiel (hypothèse de perméabilité infinie).

➤ à l'interface entre la couche d'aimants et l'entrefer mécanique ($r = R_2$), conservation du champ tangentiel et de l'induction radiale.

➤ à l'interface entre l'entrefer mécanique et la culasse statorique ($r = R_3$), annulation du champ tangentiel (hypothèse de perméabilité infinie).

$$A \ r = R_1 \quad \text{on à :} \quad \left. \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_1} = 0 \quad (\text{III.48})$$

$$A \ r = R_2 \quad \text{on à :} \quad \begin{cases} \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_2} = \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_2} \\ \left. \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_2} = \frac{\mu_p}{\mu_0} \left. \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_2} \end{cases} \quad (\text{III.49})$$

$$A \ r = R_3 \quad \text{on à :} \quad \left. \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_3} - \mu_0 J_{eq}(\theta, t) = 0 \quad (\text{III.50})$$

En remplaçant dans ces dernières équations le potentiel vecteur par ses expressions correspondantes, on obtient le système d'équation de quatre équations à quatre inconnues suivant :

$$\begin{bmatrix} npR_1^{np-1} & -npR_1^{-np-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & npR_3^{np-1} & -npR_3^{-np-1} \\ R_2^{np} & R_2^{-np} & -R_2^{np} & -R_2^{-np} \\ npR_2^{np-1} & -npR_2^{-np-1} & -\frac{\mu_p}{\mu_0} npR_2^{np-1} & \frac{\mu_p}{\mu_0} npR_2^{-np-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \\ E_n \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{G}_n(R_1) \\ \mu_0 J_n(t) \\ -G_n(R_2) \\ -\bar{G}_n(R_2) \end{bmatrix} \quad (\text{III.51})$$

L'approche de modélisation analytique donne lieu à la génération de systèmes d'équations linéaires (III. 51) qui doivent être résolus pour l'obtention du potentiel vecteur magnétique dans les différentes régions du domaine d'étude.

Ce système est de la forme :

$$\text{mat } X = \text{ter}$$

Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

Où

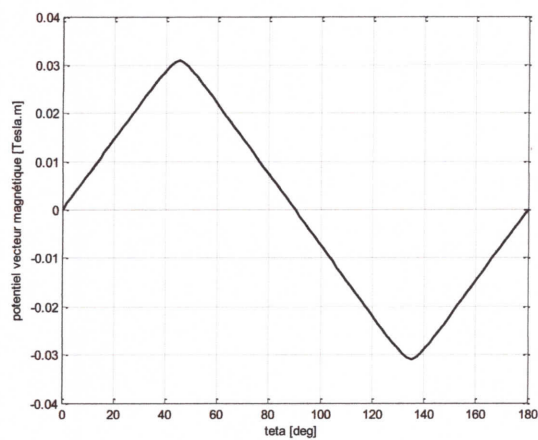
[mat] : est la matrice topologique dont les éléments dépendent de la géométrie de l'espace d'étude.

[Ter] : est le vecteur source, dont les éléments dépendent de la répartition spatiale et des propriétés physiques des sources de champ magnétique (aimantation et densité de courant).

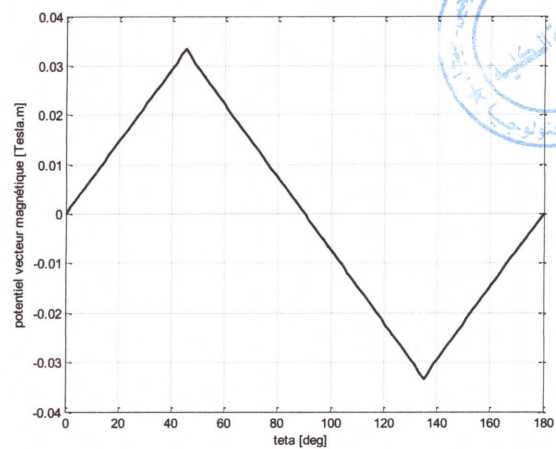
[X] : est le vecteur des inconnus qui correspondent aux coefficients du potentiel vecteur magnétique dans les différentes régions de la machine.

La structure électromagnétique est parfaitement décrite par la connaissance du potentiel vecteur magnétique, puisque toutes les autres grandeurs électromagnétiques caractéristiques de la machine peuvent s'en déduire.

La répartition spatiale du potentiel vecteur magnétique créée dans les différents points de la machine considérée, sont représentées par les figures suivantes :



a)



b)

Figure III. 9 répartitions spatiales du potentiel vecteur magnétique

a) dans la couronne aimantée

b) dans l'entrefer

III.A.4. Expression d'induction magnétique

Les composantes radiale et tangentielle de l'induction magnétique sont données, à partir de la connaissance du potentiel vecteur par :

$$\begin{cases} B_r(\rho, \theta, t) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \\ B_\theta(\rho, \theta, t) = -\frac{\partial A_z(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \end{cases} \quad (\text{III.52})$$

En remplaçant le potentiel vecteur par son expression dans chacune des deux régions, on obtient les expressions de :

Induction magnétique radiale

Région 1 :

$$B_\rho^{(1)}(\rho, \theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} j n p \left(C_n(t) \rho^{np-1} + D_n(t) \rho^{-np-1} + \frac{G_n(\rho, t)}{\rho} \right) e^{j n p \theta} \right) \quad (\text{III.53})$$

Région 2 :

$$B_\rho^{(2)}(\rho, \theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} j n p \left(E_n(t) \rho^{np-1} + F_n(t) \rho^{-np-1} \right) e^{j n p \theta} \right) \quad (\text{III.54})$$

Induction magnétique tangentielle

Région 1 :

$$B_\theta^{(1)}(\rho, \theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} n p \left(-C_n(t) \rho^{np-1} + D_n(t) \rho^{-np-1} \right) - \bar{G}_n(\rho, t) \right) e^{j n p \theta} \quad (\text{III.55})$$

Région 2 :

$$B_\theta^{(2)}(\rho, \theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} n p \left(-E_n(t) \rho^{np-1} + F_n(t) \rho^{-np-1} \right) e^{j n p \theta} \right) \quad (\text{III.56})$$

La répartition spatiale de l'induction créée dans les différents points de la machine considérée, sont représentées par les figures suivantes :

Au milieu des aimants

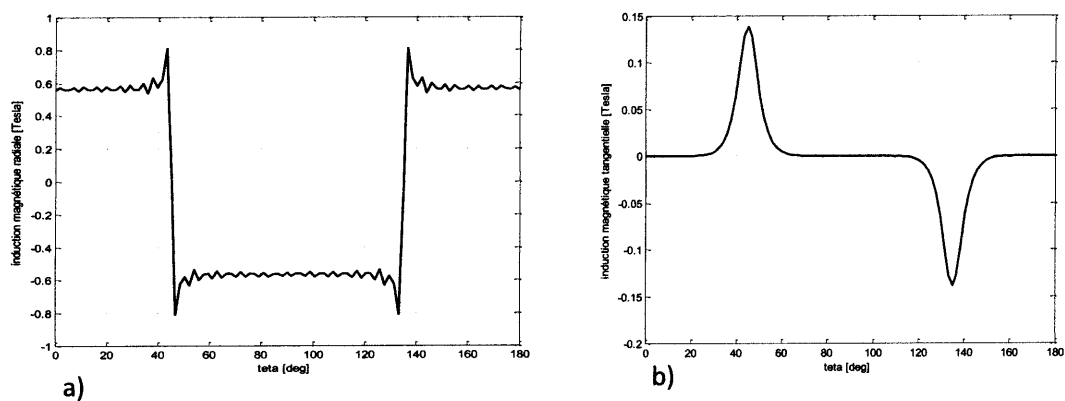


Figure III.10 : répartitions spatiales dans la couronne aimantée
a) de l'induction magnétique radiale
b) de l'induction magnétique tangentielle

Au milieu d'entrefer

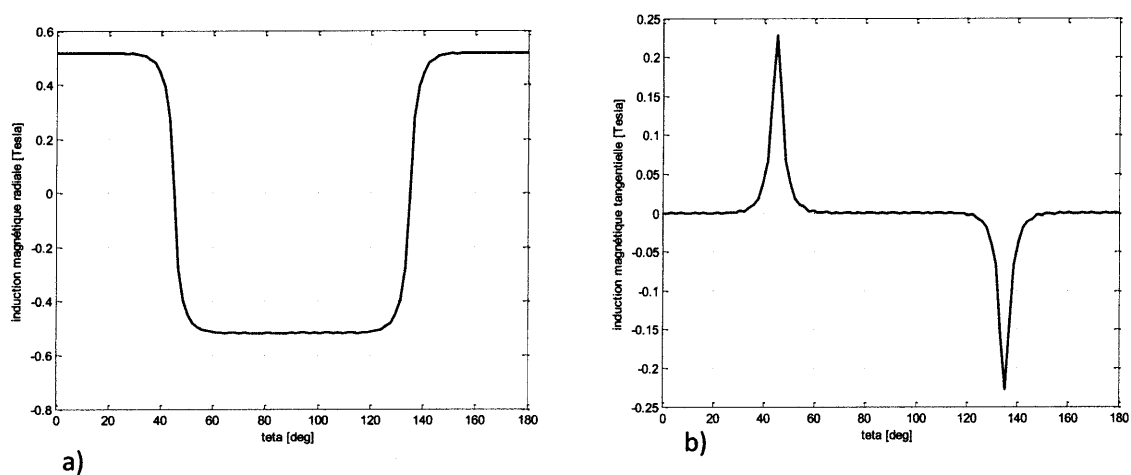


Figure III.11 : répartitions spatiales dans l'entrefer
a) de l'induction magnétique radiale
b) de l'induction magnétique tangentielle

Partie .B. Modélisations de la machine en tenir compte des encoches

Dans cette partie, le nombre de région d'étude sera trois régions où les encoches seront prises en compte comme le montre la figure (III.12) :

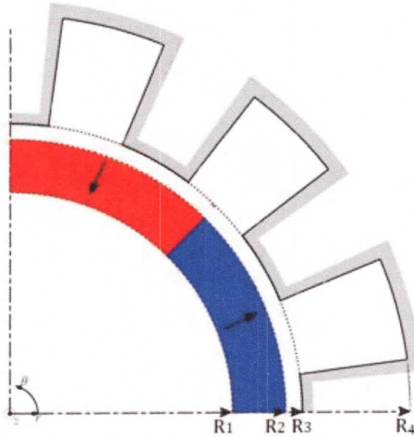


Figure. III.12 Modèle géométrique

Notre domaine d'étude se limitera à trois régions :

Région 1 : La couronne aimantée ; $R_1 \leq \rho \leq R_2$

Région 2 : l'entrefer; $R_2 \leq \rho \leq R_3$

Région 3 : encoche; $R_3 \leq \rho \leq R_4$

III.B.1. Expression du potentiel vecteur magnétique ou (Résolution des équations du champ)

La solution de l'équation (III.36) (III.37) dans la région I et II est donnée comme la partie A, donc l'expression du potentiel vecteur magnétique dans les deux régions est :

Région 1 :

$$A_z^{(1)}(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n}(t) \rho^{np} + D_{1n}(t) \rho^{-np} + G_{1n}(\rho, t)) e^{jn p \theta} \right) \quad \text{(III.57)}$$

Région 2 :

$$A_z^{(2)}(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (E_{1n}(t) \rho^{np} + F_{1n}(t) \rho^{-np}) e^{jn p \theta} \right) \quad \text{(III.58)}$$

Région 3 :

La solution de l'équation (III.38), est la somme de deux solutions : homogène et particulière.

$$A_z^{(3)}(\rho, t) = Q_{1n}(t)\rho^{np} + S_{1n}(t)\rho^{-np} + k_{1n}(\rho, t) \quad (\text{III.59})$$

La fonction $k_n(\rho, t)$ (solution particulière), qui traduit la présence de source du champ (les courants) dans la région 3, peut être déterminée comme suit :

$$k_{1n}(\rho, t) = \frac{\mu_0 J}{1 - (np)^2} \rho^2; \text{ si } np \neq 1 \quad (\text{III.60})$$

L'expression générale du potentiel vecteur magnétique dans chacune des trois régions du domaine d'étude est :

Région 1 :

$$A_z^{(1)}(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n}(t)\rho^{np} + D_{1n}(t)\rho^{-np} + G_{1n}(\rho, t)) e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III.61})$$

Région 2 :

$$A_z^{(2)}(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (E_{1n}(t)\rho^{np} + F_{1n}(t)\rho^{-np}) e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III.62})$$

Région 3 :

$$A_z^{(3)}(\rho, \theta, t) = \text{real} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (Q_{1n}(t)\rho^{np} + S_{1n}(t)\rho^{-np} + k_{1n}(\rho, t)) e^{jn p \theta} \right) \quad (\text{III.63})$$

Les six constantes d'intégration $C_{1n}, D_{1n}, E_{1n}, F_{1n}, Q_{1n}$ et S_{1n} sont obtenues en appliquant les conditions de passage entre deux régions différentes.

Ces dernières expriment :

- à l'interface entre la culasse rotorique et la couche d'aimants ($r = R1$), annulation du champ tangentiel (hypothèse de perméabilité infinie).
- à l'interface entre la couche d'aimants et l'entrefer mécanique ($r = R2$), conservation du champ tangentiel et de l'induction radiale.

Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

➤ à l'interface entre l'entrefer mécanique et la culasse statorique ($r = R_3$), annulation du champ tangentiel (hypothèse de perméabilité infinie).

$$\text{A } r = R_1 \text{ on à : } \left. \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_1} = 0 \quad (\text{III.64})$$

$$\text{A } r = R_2 \text{ on à : } \begin{cases} \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_2} = \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_2} \\ \left. \frac{\partial A_z^{(1)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_2} = \frac{\mu_p}{\mu_0} \left. \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_2} \end{cases} \quad (\text{III.65})$$

$$\text{A } r = R_3 \text{ on à : } \begin{cases} \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_2} = \left. \frac{1}{r} \frac{\partial A_z^{(3)}(\rho, \theta, t)}{\partial \theta} \right|_{r=R_3} \\ \left. \frac{\partial A_z^{(2)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_2} = J_{eq} - \frac{1}{\mu_0} \left. \frac{\partial A_z^{(3)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_3} \end{cases} \quad (\text{III.66})$$

$$\text{A } r = R_4 \text{ on à : } \left. \frac{\partial A_z^{(3)}(\rho, \theta, t)}{\partial \rho} \right|_{r=R_4} - \mu_0 J_{eq} = 0 \quad (\text{III.67})$$

En remplaçant dans ces dernières équations le potentiel vecteur par ses expressions correspondantes, on obtient le système d'équation de six équations à six inconnues suivant :

$$\begin{bmatrix} npR_1^{np-1} & -npR_1^{-np-1} & \frac{1}{\mu_p} npR_2^{-np-1} & 0 & 0 & 0 \\ R_2^{np} & R_2^{-np} & -R_2^{np} & -R_2^{-np} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\mu_p} npR_2^{np-1} & \frac{1}{\mu_p} npR_2^{-np-1} & \frac{-1}{\mu_0} npR_2^{np-1} & \frac{1}{\mu_0} npR_2^{-np-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3^{np} & R_3^{-np} & -R_3^{np} & -R_3^{-np} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\mu_0} npR_3^{np-1} & \frac{1}{\mu_0} npR_3^{-np-1} & \frac{1}{\mu_0} npR_3^{np-1} & \frac{-1}{\mu_0} npR_3^{-np-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & npR_4^{np-1} & npR_4^{-np-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{1n} \\ D_{1n} \\ E_{1n} \\ F_{1n} \\ Q_{1n} \\ S_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{G}_n(R_1, t) - B_{r\theta}(\theta) \\ G_n(R_2, t) \\ \frac{-1}{\mu_p} \dot{G}(R_2, t) - B_{r\theta}(\theta) \\ k_n(R_3, t) \\ \frac{-1}{\mu_c} \dot{k}(R_3, t) + J_c \\ -\dot{k}(R_4, t) + \mu_c * J_c \end{bmatrix} \quad (III.68)$$

La répartition spatiale du potentiel vecteur magnétique crée dans les différents points de la machine considérée, sont représentées par les figures suivantes :

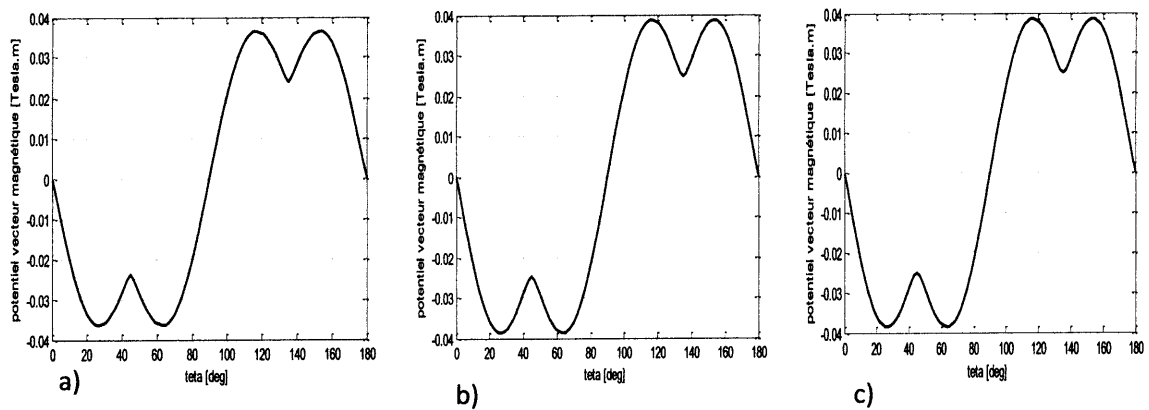


Figure III.13 : Répartitions spatiales du potentiel vecteur magnétique dans
 a) la couronne aimantée b) l'entrefer c) les encoches

III.B.2. Expression Induction magnétique

Les composantes radiale et tangentielle de l'induction magnétique sont données, à partir de la connaissance du potentiel vecteur par l'équation (III.51):

Dans la région I et région II l'induction tangentielle et radiale c'est la même. Dans la région III est donnée de la forme:

Induction magnétique radiale

$$B_{\rho}^{(3)}(\rho, \theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} j n p \left(Q_{1n}(t) \rho^{np-1} + S_{1n}(t) \rho^{-np-1} + \frac{k_{1n}(\rho, t)}{\rho} \right) e^{j n p \theta} \right) \quad (\text{III.69})$$

Induction magnétique tangentielle

$$B_{\theta}^{(3)}(\rho, \theta, t) = \text{reel} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} n p \left(-Q_{1n}(t) \rho^{np-1} + S_{1n}(t) \rho^{-np-1} \right) - \bar{k}_{1n}(\rho, t) \right) e^{j n p \theta} \quad (\text{III.70})$$

Répartitions spatiales de l'induction magnétique tangentielle créent dans les différents points de la machine considérée, sont représentées par les figures suivantes :

Au milieu de la couronne aimantée

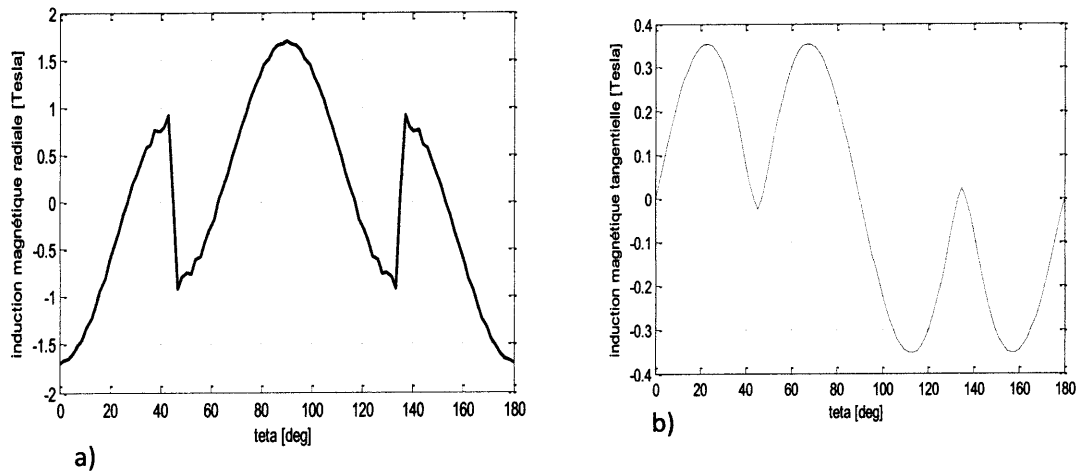


Figure.III.14 : répartition spatiale dans la couronne aimantée
 a) de l'induction magnétique radiale
 b) de l'induction magnétique et tangentielle

Au milieu d'entrefer

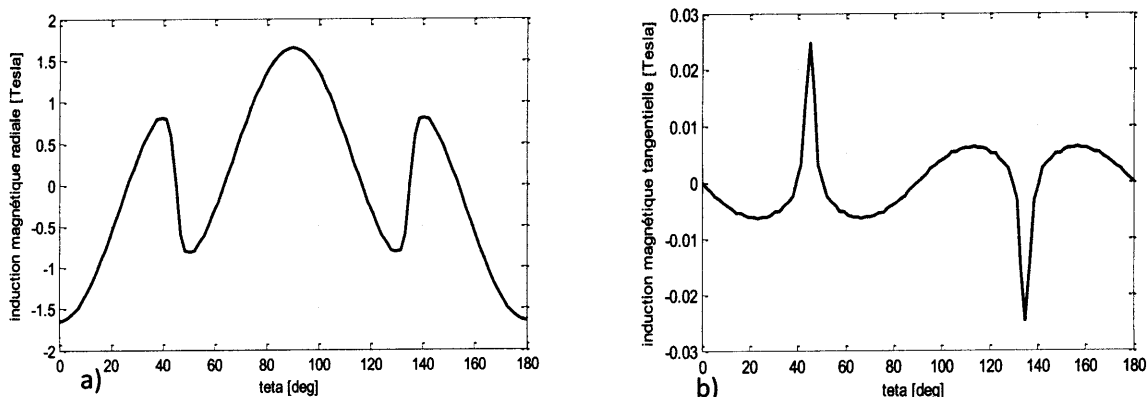


Figure.III.15 : répartition spatiale dans l'entrefer
a) de l'induction magnétique radiale
b) de l'induction magnétique et tangentielle

Au milieu d'encoche :

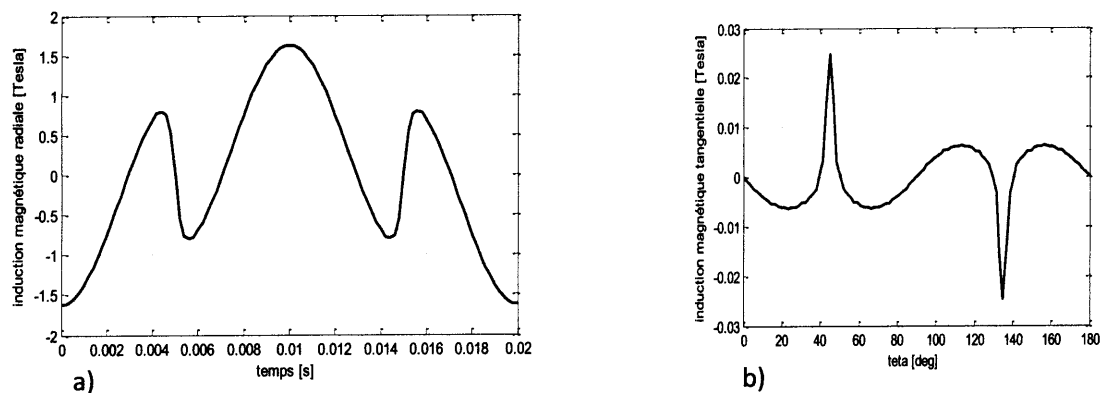


Figure.III.16 : répartition spatiale dans les encoches
a) de l'induction magnétique radiale
b) de l'induction magnétique et tangentielle

À partir de nos résultats de simulation le premier constat, considéré aussi un gain de cette modélisation analytique, est le temps de calcul réduit par rapport aux résultats fournis par l'application de la modélisation par MEF.

Ce temps est :

Pour la modélisation de la machine sans tenir compte des encoches est :

Pour celle en tenant compte des encoches est :

La modélisation de la machine en tenant compte des encoche nous a permis de voir des ondulations aux niveaux de l'induction radial, représentée par les figures III. 14. a, III.15. a et

Chapitre III : Etude analytique de la machine synchrone à aimants permanents

III.16. a, dont le profile ressemble à celle fournit lors de la modélisation des termes source dûs aux courants, représentée par la figure III. 6.

Comme est déjà indiqué, lors de la modélisation des termes sources dus aux aimants là où on supposé que la machine à induction radiale, nos résultats confirment que l'induction tangentielle est faible devant l'induction radiale dans toutes les zones de la machines pour les deux cas d'étude.

III.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une modélisation par calcul analytique du champ en deux dimensions, d'une machine synchrone à aimant permanents a été développée. Cette méthode conduit à la détermination précise des différentes grandeurs électromagnétiques en fonction des dimensions et caractéristiques de notre machine.

L'application de cette méthode nécessite une simplification de la structure de l'induit, par l'introduction d'une transformation des encoches statorique, qui ne permet pas en particulier de prendre en compte la géométrie de l'encochage dans le calcul analytique du champ.

Conclusion Générale

Dans le cadre des réseaux de modélisation des machines électriques, la modélisation analytique, à base de calcul du champ, par la décomposition en série de Fourier, nous a permis de calculer l'induction magnétique dans les différentes régions constitutives de la machine à aimants pour les deux cas :

Sans tenir compte des encoches : là où ces dernières sont remplacées par des nappes de courants en introduisant une correction sur l'entrefer par le coefficient de Carter.

En tenant compte de la région des encoches : dans ce cas l'augmentation du nombre de régions augmenter le nombre des constantes d'intégration, dans le but de voir l'effet des ondulations dues aux encoches sur le comportement de la machine.

La recherche bibliographique, traduit en premier chapitre, nous a permis de connaître les différents types des aimants et leurs applications dans l'industrie des machines électriques, avec quelques caractéristiques physiques des aimants ainsi que le problème de désaimantation des aimants.

La modélisation des machines n'est complète que si on peut déterminer les grandeurs électromagnétiques locales à partir de leurs sources, cela s'effectue grâce aux équations de Maxwell associées avec les relations constituant les milieux considérés qui nous donnent les différentes formulations représentées au deuxième chapitre.

Au troisième chapitre, le calcul de l'induction magnétique radiale et tangentielle a été effectué dans les différentes zones constitutives de notre machine pour les deux cas en absence ou présence des encoches.

Le gain vis-à-vis le temps de calcul était remarquable ainsi que l'effet des ondulations des encoches sur le comportement de la machine à aimants permanents.

Conclusion Générale

Comme perspective à ce travail, on peut :

Voire l'effet des encoches sur les ondulations du couple électromagnétique engendré par la machine.

Voire l'influence de l'enroulement choisit ainsi que celle de la nature de l'alimentation, telle que celle rectangulaire sur les grandeurs électromagnétiques.

Faire le dimensionnement de la machine, on optimisant les ondulations du couple provoquées par les encoches.

Référence Bibliographie

- [1] **Sergi Gomez Palleja**, « Méthodes de résolution du modèle analytique magnétique des machines synchrones », Thèse de Doctorat, France. Juillet 2014.
- [2] **A. Rahideh. T. Korakianitis**, « Analytical magnetic field distribution of slotless brushless permanent magnet motors – Part I. Armature reaction field, inductance and rotor eddy current loss calculations », Thèse de Doctorat, Saint Louis University, Saint Louis, MO 63013, USA.
- [3] **Thierry Lubin, Smail Mezani, Abderrezak Rezzoug**, « 2D Analytical Calculation of Magnetic Field and electromagnetic Torque for Surface-Inset Permanent Magnet Motors », journal scientifique University Henri Poincaré, Nancy, France.
- [4] **Abou dramane kone**, « contribution à la conception des actionneurs électriques par formulation en termes d'optimisation », Thèse de Doctorat, polytechnique de Toulouse ; 1993.
- [5] **Mohamed Ali. B.**, « modèle semi-analytique et numérique des machines synchrones à aimants permanents pour le diagnostic des défauts », Mémoire de Master, Univ Jijel 2015.
- [6] **Hicham Allag**, "Modèles et calcul des systèmes des suspensions magnétique passive développements et calculs analytiques en 2D et 3D des interactions entre aimant permanents " Thèse de Doctorat, Univ de Constantine 2010.
- [7] **Jaouad azzouzi**, « Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimants permanents à flux axial », Electric power .université du haver .2007.france.
- [8] **C. Delforge-Delmotte, B. Lemaire-Semail**, "Modélisation d'une machine asynchrone par réseaux de perméances en vue de sa commande", Journal de Physique III, pp.1785-1809, 1996.
- [9] **J. Ahmed Farooq**, "Etude et Détection de la Désaimantation et des Court-circuit dans les Machines Synchrones à Aimants Permanents ", Thèse de Doctorat, UTBM 2008.
- [10] Site <http://fr.wikipedia.org/wiki/Moteur-sans-balais>
- [11] **M.Bardadi Bendaha**, "Identification des paramètres d'une machine synchrone à aimant permanent en vue d'une intégration dans des simulateurs en temps réel ", Mémoire de Magister, Univ d'Oran, 2015.
- [12] **R.Saou**. "Modélisation et optimisation de machine lente à aimante permanent : Machines à double saillances et à inversion de flux", Thèse de Doctorat d'état, ENP d'Alger, 2008.
- [13] **L.Eric Radaorzandry**, " Conception et optimisation des machines synchrones avec des modèles analytiques en tenant compte de la saturation magnétique ", Thèse de Doctorat, Univ de LAVAL, Québec, 2007.
-

Référence Bibliographie

- [14] **W.Zhenwei**, « Conception optimal d'un entrainement électrique pour la chaine de traction d'un véhicule hybride électrique » , Thèse de Doctorat, Univ de Franche-Comté, 2012.
- [15] **C. Guerin**, « Détermination des pertes par courant de foucault dans les cuves de transformateurs », thèse doctorat d'état, Grenoble, 29 septembre, 1994.
- [16] **B.Maouch**, « étude et développement semi-analytique de l'équation de diffusion électromagnétique avec terme de déplacement dans le cas de dispositifs axisymétrique excités encourant ou en tension », thèse de magister en électrotechnique, Univ Bejaia ,1996.
- [17] **Y.Cheriguen**, « Etude et modélisation bidimensionnelle des phénomènes liés au formage magnétique», Thèse magister en électrotechnique, Univ Jijel, 2001.
- [18] **G.C de la morinaise**, « contribution à la modélisation des phénomènes magnétodynamiques en trios dimension », thèse doctorat, l'institut national polytechnique de Grenoble, 26 février 1994.
- [19] **M.N.O.Sadiku**, « Numerical technics in életromagnetics », CRC Press, 1992.
- [20] **X.Brunotte**, « modélisation de l'infini et prise en compte de régions magnétiques Mince-application à la modélisation des alimentations de navires », thèse doctorat, l'institut national polytechnique de Grenoble, 9 avril 1996.
- [20] **M. Hecquet**, P. Brochet, "Modélisation d'un alternateur automobile par un réseau de perméances couplé à des circuits électriques", Journal de physique III, pp. 1099-1116, 1996.
- [21] **H.Mohellibi**, « Modèle analytico-numérique de calcul de courants de foucault dans des dispositifs axisymétriques », thèse de magister, Univ Tizi-Ouzou, 9 avril 1996.
- [22] **B. L. J. Gysen, K. J. Meessen, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova**, "General Formulation of the Electromagnetic Field Distribution in Machines and Devices Using Fourier Analysis", IEEE transactions on magnetics, vol. 46. No. 1, Januray : 2010.
-