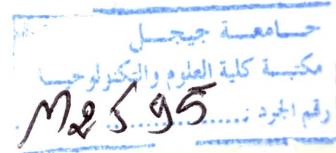


République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et la recherche scientifique

Université de Jijel



Faculté des sciences et de la techno

Département d'électrotechnique

Projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme de Master en Electrotechnique

Option: Machines Electriques

Thème

*Algorithme EM Amélioré: Application
pour la conception optimale
d'un guide d'ondes*

Encadré par:

Dr. Nabil IKHLEF

Réalisé par:

➤ *Hocine FERKHA*

➤ *Seyf-eddine BENCHABILES*

Année universitaire 2015/2016

Remerciements

Tout d'abord nous remercions Allah le tout puissant qui nous a éclairé le bon chemin.

Nous tenons à remercier très vivement Notre encadreur Dr N-Ikhlef qui est un potentiel infini pour les conseils avisés et l'encouragement constant.

Nos vifs remerciements s'adressent à toute la promotion de la 2 ème année Master en électrotechnique.

Enfin Nous associons nos remerciements à toute personne s'étant montré coopérant de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire de fin d'étude.

Ainsi que tous les professeurs qui ont contribué à notre formation.



Dédicace

*Nous dédions ce modeste travail
À nos très chères mères source de tendresse ;
À nos très chers pères, qui nous ont encouragé
Dans les instants délicats ;
À nos chers frères ;
À nos chères sœurs ;
À nos tantes et oncles ;
À toutes nos familles ;
À nos collègues de :
L'électrotechnique
À tous nos amis*



Sommaire

Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre I: CAO des dispositifs électrotechniques : état de l'art.....	3
Introduction.....	3
I.1. Définition et étapes de conception.....	3
I.1.1. Choix de la structure du dispositif.....	4
I.1.2. Dimensionnement de la structure choisie.....	4
I.2. Nécessité de la CAO.....	5
I.3. Outils de la CAO.....	5
I.3.1. Outils d'aide au choix de la structure du dispositif à concevoir.....	6
I.3.2. Outils de dimensionnement de la structure du dispositif à concevoir.....	6
I.3.2.1. Outil de dimensionnement par une approche procédurale.....	6
I.3.2.2. Outils de dimensionnement utilisant des systèmes experts.....	7
I.3.2.3. Outils de dimensionnement à l'aide d'algorithmes d'optimisation.....	8
I.4. Démarche de conception.....	8
I.4.1. Analyse du cahier des charges.....	10
I.4.2. Formulation du problème d'optimisation.....	10
I.4.3. Résolution du problème d'optimisation.....	11
I.4.4. Exploitation et analyse des résultats.....	12
I.5. Formulation mathématique d'un problème d'optimisation.....	12
I.5.1. Optimisation continue sans contraintes.....	13
I.5.2. Optimisation continue avec contraintes.....	14
I.5.3. Optimisation à objectifs multiples.....	15
Conclusion.....	15
Chapitre II: Algorithmes d'optimisation.....	16
Introduction.....	16
II.1. Caractéristiques des algorithmes.....	16
II.1.1. Sensibilité.....	16
II.1.2. Opérateurs de recherche fondamentaux.....	17
II.1.3. Mode de recherche.....	18
II.1.4. Ordre de la méthode d'optimisation.....	18
II.2. Classification des méthodes d'optimisation.....	19

II.2.1. Méthodes d'optimisation déterministes.....	19
II.2.1.1. Méthodes déterministes unidimensionnelles.....	20
II.2.1.2. Méthodes déterministes multidimensionnelles.....	20
II.2.1.3. Méthode du gradient.....	21
II.2.1.4. Méthode du gradient conjugué.....	22
II.2.1.4. Méthode de relaxation de Rosenbrock.....	22
II.2.2. Méthodes d'optimisation stochastiques.....	23
II.2.2.1. Recherche aléatoire (méthode de Monte-Carlo).....	24
II.2.2.2. Méthode du recuit simulé.....	24
II.2.2.3. Méthode de recherche tabou.....	25
II.2.2.4. Algorithmes génétiques.....	25
II.2.2.5. Méthode du mécanisme d'électromagnétisme.....	26
II.2.3. Méthode du mécanisme d'électromagnétisme (EM).....	27
II.2.3.1. Plan général de l'algorithme.....	28
II.2.4. Apprentissage basé sur l'opposition.....	34
II.2.4.1. Numéro opposé.....	34
II.2.4.2. Point opposé.....	34
II.2.4.3. Optimisation basée sur l'opposition.....	34
II.2.4.4. Méthode EM basée sur l'opposition.....	35
Conclusion.....	37
Chapitre III: Calcul du champ électromagnétique.....	38
Introduction.....	38
III.1. Equations de Maxwell.....	38
III.1.1. Relations des milieux.....	39
III.1.2. Conditions de passage entre deux milieux différents.....	40
III.1.3. Hypothèses simplificatrices.....	40
III.2. Formulations électromagnétiques.....	41
III.2.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique.....	42
III.2.2. Formulation en champ magnétique \mathbf{H}	42
III.2.3. Formulation en champ électrique \mathbf{E}	43
III.3. Modes de propagation.....	44
III.3.1. Mode de propagation transverse magnétique (TM).....	45
III.3.2. Mode de propagation transverse électrique (TE).....	46
III.4. Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles.....	47
III.4.1. Méthodes analytiques.....	47

III.4.2. Méthodes semi-analytiques.....	47
III.4.2.1. Méthodes des intégrales de frontières.....	47
III.4.2.2. Méthodes des circuits couplés.....	48
III.4.3. Méthodes numériques.....	48
III.4.3.1. Méthode des différences finis.....	48
III.4.3.2. Méthode des volumes finis.....	48
III.4.3.3. Méthode des éléments finis.....	48
Conclusion.....	53
Chapitre IV: Exploitation des modèles développés sur un guide d'onde dans un réacteur micro- onde PECVD.....	54
Introduction.....	54
IV.1. C'est quoi un guide d'ondes ?.....	54
IV.1.1. Définition.....	54
IV.1.2. Usage.....	55
IV.2. C'est quoi un plasma ?.....	55
IV.2.1. Définition.....	55
IV.2.2. Types des plasmas.....	56
IV.3. Problématique industrielle des réacteurs micro-onde PECVD.....	56
IV.4. Applications dans le cas d'un réacteur micro-onde PECVD.....	57
IV.4.1. Intérêt des applications à réalisées.....	57
IV.4.2. Présentation de l'installation à étudiée.....	57
IV.4.3. Modélisation électromagnétique du guide d'ondes avec plasma.....	59
IV.4.3.1. Calcul du champ électrique.....	59
IV.4.3.2. Calcul de la puissance.....	61
IV.4.4. Application des deux techniques : EM standard et EM améliorée pour l'optimisation du guide d'ondes.....	62
IV.4.4.1. Critères pour classer les méthodes d'optimisations.....	62
IV.4.4.2. Exemples d'application et leurs résultats.....	63
IV.4.4.3. Applications dans le cas du guide d'ondes du réacteur PECVD.....	66
Conclusion.....	75
Conclusion générale.....	76
Références bibliographiques.....	77



Introduction générale

Introduction Générale

La conception des dispositifs électrotechniques est en pleine évolution. En effet, l'intensification de la concurrence économique force les entreprises à accélérer le renouvellement de leurs produits et la mise en œuvre de technologies innovantes.

Les ingénieurs et chercheurs se trouvent confrontés à ce nouveau défi qui consiste à faire face à une complexité croissante dans des délais d'études toujours plus courts.

L'instrumentation scientifique de la démarche de conception est une activité de recherche importante. Son objectif principal est de permettre l'exploration systématique de l'espace des solutions envisageables par l'emploi d'outils et de méthodologies adaptés.

La conception des dispositifs électrotechniques modernes est une tâche difficile dans le sens où la géométrie de celles-ci est complexe et leurs modèles sont non-linéaires à cause des phénomènes électromagnétiques, mécaniques et thermiques qui interagissent et présentent un couplage fort. De plus, les caractéristiques et les performances requises doivent être optimisées, tout en respectant un ensemble de contraintes techniques et/ou économiques exigés par le cahier des charges [1].

L'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs a modifié profondément le travail des ingénieurs et scientifiques. De nouveaux outils dits de conception assistée par ordinateur (CAO) ont fait leur apparition et n'ont cessé de s'améliorer depuis.

La compréhension des phénomènes physiques présents au sein des dispositifs électrotechniques s'est donc accrue mais le changement le plus profitable est la capacité d'anticipation des ingénieurs. Ainsi, la construction des prototypes a été réduite tout comme le temps d'étude.

De nos jours, un outil de CAO optimisée des dispositifs électrotechniques doit tenir compte des contraintes d'un cahier de charges prédéfini, prendre en considération les différents phénomènes électromagnétiques, thermiques... au sein du dispositif à concevoir et optimiser les performances en cherchant une meilleure solution [2].

Afin de réaliser une telle tâche, on a besoin d'une modélisation analytique et/ou numérique des différents phénomènes qui régissent le fonctionnement de dispositif. Un modèle aussi général et précis que possible, pourvu d'un minimum d'hypothèses simplificatrices et ne nécessite pas un temps de traitement excessif, est préférable. D'autre part, un ensemble de techniques d'optimisations sous contraintes peut être employé pour

rechercher la meilleure solution en termes d'une performance à améliorer tout en respectant un ensemble d'exigences (contraintes structurelles, physiques ou économiques...).

Le premier chapitre a pour objet de définir entièrement le problème à résoudre. On présente un état d'art de CAO des dispositifs électrotechniques, une méthodologie de conception applicable au domaine de l'électrotechnique est présentée. Elle s'appuie sur la résolution des problèmes d'optimisation avec ou sans contraintes, mono-objectif ou multi-objectif. Notamment, la formulation d'un problème de conception en un problème d'optimisation est présentée.

Le deuxième chapitre va être consacré à la présentation des différentes méthodes d'optimisation capables de résoudre les problèmes de conception en électrotechnique présentés dans le premier chapitre. Deux grandes classes de méthodes sont présentées: les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les caractéristiques principales de chaque classe, leurs points forts et leurs points faibles sont montrés. Les deux méthodes du mécanisme d'électromagnétisme: standard et améliorée, qui vont faire l'objet de notre étude, vont être présentées en détail.

Dans le troisième chapitre, nous présentons les lois générales de l'électromagnétisme ainsi que le principe des méthodes de résolution pour le calcul du champ électromagnétiques.

Enfin, le quatrième chapitre est dédié à l'implémentation des deux méthodes de mécanisme d'électromagnétisme standard et améliorée. Tout d'abord, on va les appliquer sur des fonctions simples dont les optimums sont connus, afin de tester l'efficacité de ces deux méthodes. Ensuite, une exploitation de ces deux méthodes dans le but d'optimiser la géométrie d'un guide d'ondes d'un réacteur micro-onde PECVD va être réalisée.

Chapitre I
CAO des dispositifs
électrotechniques :
état de l'art

Chapitre I

CAO des dispositifs électrotechniques: Etat de l'art

Introduction

Les outils d'analyses par ordinateur des dispositifs électrotechniques de façon générale ne permettent que de déterminer les performances de ces dispositifs en partant d'une conception initiale ou d'une expérience. Cela implique qu'un problème de dimensionnement qui utilise des outils de CAO doit être traité obligatoirement par un processus itératif. Dans ce contexte, on cherche généralement à établir une méthodologie de conception la plus efficace possible pour les dispositifs électrotechniques de façon générale.

Un outil de CAO est un moyen de simulation permettant la définition de la structure du dispositif à concevoir, son dimensionnement et la détermination de ses performances à partir de ces spécifications géométriques, de construction et des conditions d'utilisation. En partant d'un cahier de charges donné, il permet d'explorer automatiquement l'ensemble des solutions possibles.

Ce chapitre a pour objectif de rendre compte des outils et méthodologies utilisés pour la CAO des dispositifs électrotechniques par des apports théoriques et par la mise en œuvre des méthodologies proposées.

I.1. Définition et étapes de conception

La conception consiste en la définition d'un dispositif ou d'un système (constitué de plusieurs objets) répondant à un critère ou un besoin défini en tant qu'objectif dans le cadre d'un cahier des charges bien déterminé. Celui-ci doit comprendre l'ensemble des exigences à réaliser sous forme de performances, de spécifications ou de contraintes techniques, économiques et d'encombrement, etc...[1][2].

Un processus de conception peut être décomposé en deux étapes élémentaires, à savoir, le choix de la structure à concevoir, ensuite le dimensionnement de la structure choisie.



I.1.1. Choix de la structure du dispositif

La première étape d'une méthodologie de conception, consiste à définir la structure du dispositif qui est apte à satisfaire les exigences définies dans le cahier des charges qui comprend généralement les performances à réaliser et les contraintes à respecter [2-6].

Dans cette étape, il faut faire une collecte des connaissances nécessaires liées aux solutions possibles, existantes ou nouvelles et ensuite choisir la plus adaptée au cahier des charges.

Cette étape exige de la créativité ou de l'expérience. En effet, généralement, on fait appel à l'expérience, au savoir-faire, ou on agit par similitude avec d'autres applications plus ou moins proches et déjà traitées [2].

Pratiquement, une étude sommaire de toutes les solutions possibles doit être faite et un premier choix est déduit, à priori, en fonction d'une vérification plus ou moins satisfaisante du cahier des charges. Le choix définitif du dispositif ne se confirme qu'à la fin de la deuxième étape.

I.1.2. Dimensionnement de la structure choisie

Une fois la structure du dispositif est choisie selon la première étape, il s'agit dans cette deuxième étape de déterminer les paramètres géométriques (et éventuellement physiques et de commande du dispositif) satisfaisant les performances et respectant les contraintes préalablement définies dans le cahier des charges [1][7-10].

Dans cette étape, on utilise des modèles mathématiques préalablement développés, permettant de relier quantitativement les paramètres descriptifs d'un système (paramètres géométriques, physiques et de commande) aux paramètres caractéristiques du dispositif (facteur de puissance, rendement, force de démarrage d'un moteur linéaire à induction par exemple, ...etc.), notamment ceux qui apparaissent dans le cahier des charges. Cependant, dimensionner une structure correspond à l'opération inverse, c'est-à-dire, il est question de déterminer les grandeurs descriptives du dispositif pour satisfaire aux caractéristiques et aux conditions de fonctionnement prédéfinies dans le cahier des charges [1][2][7].

L'existence d'une solution n'est pas toujours garantie, surtout si le cahier des charges est trop contraignant ou irréaliste ou si la structure choisie pour le dispositif n'est pas bien adaptée au cahier des charges [1][2][7]. Dans un cas contraire, plusieurs solutions, voire même une infinité, se présentent, ce qui correspond à un cahier des charges réalisable. Dans

ce cas, il s'agit de tirer ces solutions et trier la meilleure en se basant sur un ou plusieurs critères choisis arbitrairement ou déduits naturellement du cahier des charges.

Donc pour dimensionner un dispositif, il est question de le modéliser, puis de développer ou de disposer d'une méthodologie pour réaliser l'inversion du modèle en question. La plupart des logiciels du génie électrique ne permettent qu'une simulation assistée par ordinateur des différents modèles des dispositifs électriques (DIFIMIDI, FLUX2D, FLUX3D, MAXWELL, ANSYS, SABER, ...etc.). Quelques uns sont dédiés spécialement à un dimensionnement assisté par ordinateur, en offrant ainsi une aide réelle à la CAO optimisée des dispositifs électrotechniques, on cite en particulier ANSOFT, module d'optimisation de MAXWELL, Pro@Design, Toolbox d'optimisation de MATLAB, ...etc.

A la fin de cette deuxième étape, un choix définitif pourra être réalisé à partir des résultats de dimensionnement des différentes structures.

I.2. Nécessité de la CAO

Il est clair dès lors, que concevoir un dispositif de façon générale n'est pas une tâche facile à réaliser. En effet, il est question de manipuler des connaissances concernant les différentes structures du dispositif à concevoir et des modèles mathématiques complexes afin de choisir la meilleure structure et d'élaborer des stratégies de dimensionnement. C'est pourquoi, il est plus que nécessaire de développer des outils d'aide à la conception des dispositifs électrotechniques en particulier, permettant d'automatiser, de plus en plus, les deux étapes de conception présentées précédemment.

L'objectif de ces outils est de gagner du temps, d'optimiser les solutions actuelles et de réduire le coût de production et le nombre de prototypes.

Il est incontestable que les ordinateurs permettent d'augmenter l'efficacité de la conception en manipulant des outils mathématiques et des algorithmes de plus en plus compliqués. Ils permettent aussi de traiter des connaissances de plus en plus diversifiées, qu'on ne peut gérer sans de telles machines, avec de plus en plus de rapidité d'exécution et de plus en plus de capacité de stockage de l'information [1].

I.3. Outils de la CAO

Plusieurs outils de CAO ont été développés pour réaliser les deux étapes de la CAO. On va décrire brièvement, le principe de base de ces outils et énumérer leurs différents types, que

ce soit ceux concernant le choix de la structure à concevoir, ou ceux du dimensionnement de la structure choisie.

I.3.1. Outils d'aide au choix de la structure du dispositif à concevoir

Cette étape est difficile à programmer car, comme on l'a déjà mentionné, il s'agit de faire une collecte de connaissances et d'intégrer l'expérience, le savoir faire et la créativité.

On peut simplifier cette étape, en mettant en place une base de données qui regroupe l'ensemble des solutions qui existent pour des problèmes typiques et leurs caractéristiques respectives [1][2][7]. Une comparaison des performances et des caractéristiques requises par le cahier des charges avec celles de la base de données permet de choisir systématiquement la structure la plus adaptée du dispositif à concevoir.

Des outils performants se basant sur l'intelligence artificielle, tels que les systèmes experts, sont naturellement les plus adaptés à ce type de tâches. En effet, ils servent à imiter le raisonnement d'un expert en la matière, lorsqu'il est confronté au choix d'une structure parmi plusieurs solutions. Ces outils sont généralement des programmes orientés objet qui permettent de prendre cette décision de choix en manipulant une certaine expertise acquise ou préprogrammée à l'avance.

On ne s'intéresse pas dans ce travail à cette étape de conception qui est très délicate et peu développée, car assez souvent, la structure du dispositif est généralement imposée dans le cahier des charges et le travail le plus important est le dimensionnement de la structure. Aussi, faut-il ajouter, que cette étape de conception ne permet pas de trancher définitivement entre plusieurs structures et seul le dimensionnement permet un choix objectif et final.

I.3.2. Outils de dimensionnement de la structure du dispositif à concevoir

Les outils mis en œuvre pour assister le concepteur à dimensionner la structure choisie d'un dispositif peuvent être regroupés en trois familles. Ils partent tous les trois d'un modèle mathématique d'une structure de base préalablement choisie dans la première étape de la CAO d'un dispositif, mais ils utilisent des approches différentes pour dimensionner la structure en 'inversant' le modèle de base.

I.3.2.1. Outil de dimensionnement par une approche procédurale

Cette approche consiste à développer une procédure qui traite les équations dans un ordre logique et ramène ponctuellement le dimensionnement à une suite de problèmes

mathématiques simples ne demandant pas d'algorithmes numériques lourds et compliqués [1][2][7]. Elle part d'un modèle mathématique assez simplifié et, au fur et à mesure, on fait des tests et des boucles pour rectifier des choix non judicieux ou corriger des calculs afin d'améliorer le dimensionnement. Ces procédures, sont suffisamment décrites dans les ouvrages habituels de dimensionnement des dispositifs électrotechniques.

D'autre part, cette approche qui est basée sur une synthèse fine et une grande expérience dans le domaine, ne nécessite pas généralement de point initial, ce qui veut dire qu'elle permet le dimensionnement de la structure sans avoir une idée a priori de l'ordre de grandeur de ses paramètres descriptifs.

Néanmoins, la qualité de la solution trouvée reste loin d'être performante à cause des hypothèses simplificatrices avancées pour établir le modèle et des variables qui ont été fixées empiriquement au début. Autrement dit, même si la solution conçue satisfait le cahier des charges, elle est rarement optimale [1][6][7]. En plus, si le temps mis pour trouver une solution, une fois la procédure programmée, est généralement court. Il reste à signaler que cette approche n'a rien de générique, car chaque dispositif à dimensionner possède sa propre procédure de dimensionnement. Par ailleurs, cette approche aboutit à des structures en se basant sur des modèles analytiques très simplifiés et sur des connaissances empiriques issues de l'expérience. C'est pourquoi une vérification des performances et des caractéristiques obtenues par cette approche, en utilisant des outils de modélisation numérique très puissants, est plus que nécessaire.

1.3.2.2. Outils de dimensionnement utilisant des systèmes experts

Une approche de dimensionnement basée sur des techniques de l'intelligence artificielle est un système expert qui peut reproduire le raisonnement d'un expert en prenant une décision vis-à-vis d'un problème de conception quelconque. Cette discipline, à part, d'aide au dimensionnement des dispositifs, englobe toutes les connaissances et les règles nécessaires à une procédure de conception d'une catégorie de dispositifs bien déterminée. En d'autres termes, cette approche projette une reproduction de la procédure de conception telle qu'elle est pratiquée par un expert en la matière. Cela exige une adaptation du raisonnement aux résultats déjà obtenus et aux situations imprécises ou incertaines. Ce raisonnement de haut niveau et cette prise de décision peuvent être pris en charge par la technique de la logique floue.

Bien que ces logiciels de CAO, basés sur des systèmes experts, soient évolutifs et puissent traiter les deux phases de la conception d'une structure, ils prennent un grand temps pour la mise en œuvre et ils sont en général longs, de par l'utilisation d'un langage symbolique de haut niveau [1][2][3][7].

1.3.2.3. Outils de dimensionnement à l'aide d'algorithmes d'optimisation

Une autre alternative très utilisée comme outil d'aide au dimensionnement des dispositifs électrotechniques est basée sur des algorithmes d'optimisation. En effet, dans le cas où le cahier des charges est réalisable, il existe en général une infinité de solutions à un problème de dimensionnement donné. N'est-il pas intéressant dans ces conditions de rechercher la meilleure conception en optimisant une performance ou une caractéristique du dispositif à dimensionner tels que le rendement, le coût, le facteur de puissance, d'un convertisseur électromécanique par exemple, ...etc. ?

On cherche alors à rendre extrémale, une performance ou une caractéristique du dispositif à dimensionner, appelée la fonction objectif, tout en respectant un ensemble de contraintes techniques et/ou économiques imposées à la structure finale du dispositif.

Le formalisme d'un problème d'optimisation en génie électrique, est composé de la fonction objectif à rendre extrémale (minimale s'il s'agit de pertes, de coût ou de masse,...etc.; maximale s'il s'agit de rendement, de facteur de puissance, de force ou de couple, ...etc.) et d'un ensemble de contraintes (performances limites, contraintes physiques, limites géométriques de l'espace d'exploration, ...etc.) sous forme d'égalités et/ou d'inégalités qui peuvent être linéaires ou non linéaires, implicites ou explicites, à respecter [1][7][11].

Un algorithme d'optimisation part d'une conception initiale (structurelle ou dimensionnée) puis ajuste un ensemble de paramètres, itération après itération, jusqu'à ce que la fonction objectif atteigne son optimum tout en respectant l'ensemble des contraintes imposées par le cahier des charges. Cette approche convient donc parfaitement au problème de l'amélioration d'une structure déjà existante.

1.4. Démarche de conception

La démarche de conception des machines électriques semble simple et séquentielle, à partir d'un cahier des charges clairement exprimé, le concepteur a la tâche de le traduire dans l'un des formalismes mathématiques que nous verrons dans la suite. Ensuite vient sa

résolution au moyen d'un algorithme ou méthode d'optimisation. Pour chaque formulation, il existe une multitude d'algorithmes adaptés. Enfin, l'exploitation et l'analyse des résultats par le concepteur expert permettent de valider la solution optimale obtenue.

En pratique, les choses ne sont pas aussi simples, lors de l'analyse des résultats, il apparaît bien souvent que la solution obtenue ne peut être retenue en raison de causes multiples. La figure (I.1) montre les itérations nécessaires pour obtenir une solution satisfaisante [12].

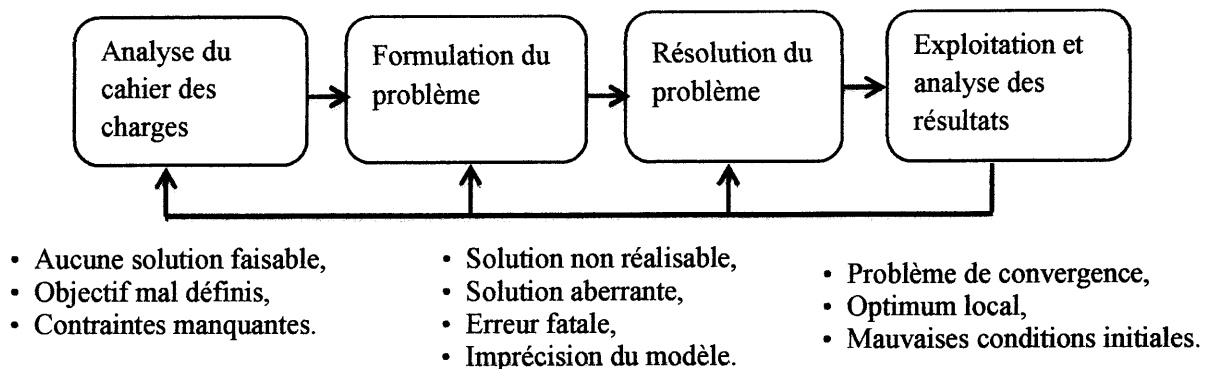


Figure. I.1. Démarche de résolution d'un problème de conception.

La boucle la plus courte consiste en un retour sur la résolution du problème, elle peut être motivée par un problème de convergence de l'algorithme signalé par le fait que les conditions d'optimalités ne sont pas remplies pour la solution trouvée ou par un arrêt de la procédure suite à un temps de calcul excessif. Il est alors possible de modifier les paramètres de réglage de l'algorithme qui en font usage.

La boucle intermédiaire est un retour sur la formulation du problème d'optimisation, ce retour est nécessaire lorsque la résolution du problème conduit à une solution remplissant le critère mathématique d'optimalité. Dans ce cas, la démarche permet au concepteur d'affiner son expérience par une série d'essais/erreurs au cours de laquelle il en apprend davantage sur les limites des modèles utilisés et sur la façon de formuler le problème d'optimisation pour obtenir des solutions pertinentes.

La boucle la plus longue consiste à revenir sur l'analyse du cahier des charges ou sur le cahier des charges lui-même. Il peut se produire que la démarche de conception aboutisse à la conclusion qu'il n'existe pas de solution faisable au cahier des charges exprimé. Dans ce cas, la démarche proposée peut être utilisée de façon itérative: Le concepteur relaxe des

contraintes pour aboutir à une solution faisable en dialoguant avec le client pour arbitrer parmi les choix possibles [12].

I.4.1. Analyse du cahier des charges

Le cahier de charge, définit en amont, exprime les besoins des utilisateurs en termes de fonctions de service et contraintes à satisfaire. Par exemple, il précise le rendement, l'encombrement, la maintenance et la robustesse de la chaîne de traction électrique d'un dispositif électromagnétique.

A l'état initial, il est décidé que l'objet à concevoir doit assurer certaines fonctions dans un environnement donné : les fonctions de service. Il doit également satisfaire certaines exigences qui conditionnent son adoption par l'utilisateur final : les contraintes.

En général, l'objet à concevoir interagit avec son environnement. Un ou plusieurs phénomènes physiques sont nécessaires pour décrire ces interactions et constituent les modèles physiques comportementaux de l'objet.

Pour évaluer les performances de l'objet et vérifier qu'il répond aux exigences imposées, il est nécessaire de définir un ensemble de réponses de contrôle ainsi qu'un ensemble de facteurs sur lesquels il est possible d'agir. Les facteurs et les réponses sont liés à la nature et au comportement de l'objet ainsi qu'aux réactions de l'environnement [13].

I.4.2. Formulation du problème d'optimisation

Cette phase consiste à traduire le problème de conception, décrit par le cahier des charges, en un problème mathématique équivalent. C'est l'étape la plus délicate du processus de conception car, là aussi, la formulation d'un problème n'est jamais unique, en particulier la définition des fonctions caractérisant les performances du système. Elle consiste à définir de façon précise :

- ✓ La fonction objectif.
- ✓ Les paramètres de conception.
- ✓ Les éventuelles contraintes liées à la fabrication ou à l'utilisation du dispositif et donc exprimées dans le cahier des charges.
- ✓ Les contraintes ajoutées par le concepteur.

La fonction objectif est une des réponses de l'objet qui définit l'objectif à atteindre et peut être de deux natures : un coût à minimiser (coût de fabrication, consommation, coût d'exploitation, durée de développement) ou une performance à maximiser (profit, rendement,

facteur de transmission). Son choix conditionne la définition du problème d'optimisation et inclus les moyens qui en permettent le calcul, c'est-à-dire la modélisation retenue pour l'objet.

Dans le cas d'un objectif unique, le choix de cette fonction est évident. Par exemple, dans le cas où le but est de trouver les caractéristiques d'un dispositif produisant des performances dont les valeurs sont spécifiées, la fonction objectif peut prendre comme expression l'écart entre les performances et les spécifications. Cependant, les problèmes d'optimisation doivent souvent satisfaire des objectifs multiples dont certains sont concurrents.

Les paramètres ou variables de conception sont des facteurs contrôlés qui permettent d'influencer les performances. Ils peuvent être de natures diverses : dimensions géométriques, propriétés des matériaux, choix structurels, etc. Ils peuvent être quantitatifs ou qualitatifs, continus ou discrets. Le choix et le nombre des paramètres conditionnent aussi la définition du problème d'optimisation. Il peut être intéressant de faire varier un grand nombre de facteurs afin d'augmenter l'espace de recherche mais le processus d'optimisation sera alors plus long.

Des contraintes peuvent être ajoutées par le concepteur pour avoir, par exemple, une forme géométrique convenable, s'assurer de la validité de la modélisation retenue et de son bon fonctionnement, etc.

La formulation du problème d'optimisation est fondamentale dans le processus de conception parce qu'elle conditionne le succès des étapes suivantes. Elle n'est pas facile à aborder car le choix des variables de conception n'est jamais unique et les moyens de calcul actuels ne peuvent en gérer qu'un nombre limité [13].

1.4.3. Résolution du problème d'optimisation

La recherche de l'optimum d'un problème est réalisée à l'aide de méthodes d'optimisation qui seront présentées par la suite. Certaines de ces méthodes sont dites déterministes car elles conduisent, pour une solution initiale donnée, toujours au même résultat final. Pour trouver l'optimum, elles s'appuient sur une direction de recherche qui peut être fournie par les dérivées de la fonction objectif. Ces méthodes ont la réputation d'être efficaces lorsque la solution initiale est proche de l'optimum recherché. Cette particularité constitue un inconvénient majeur dans le cas d'une fonction objectif possédant plusieurs optimums. Elles peuvent, en effet, converger vers un optimum local.

Les méthodes stochastiques, contrairement à la plupart des méthodes déterministes, ne nécessitent ni point de départ, ni à la connaissance du gradient de la fonction objectif pour

atteindre la solution optimale. Elles s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires qui explorent efficacement l'espace de recherche et convergent vers l'optimum global. Leur nature aléatoire implique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes conduisent à des résultats différents pour une même initialisation du problème d'optimisation.

Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif en comparaison avec les méthodes déterministes exploitant la dérivée de la fonction objectif [13].

I.4.4. Exploitation et analyse des résultats

Une fois le problème résolu, il est impératif d'évaluer la qualité de la solution et en cas d'échec de s'interroger sur les choix adoptés lors des phases précédentes. On attribue souvent l'échec de l'optimisation à la méthode de recherche employée pour la localisation de l'optimum ou à la sensibilité des paramètres de cette méthode alors que le problème est peut être mal formulé.

Un cahier des charges peut être non faisable à cause de contraintes trop sévères ou parce que la fonction objectif n'est pas pertinente. Le choix de la méthode de résolution peut être effectivement erroné et il est nécessaire de s'assurer de l'adéquation entre la méthode de résolution et le modèle retenu. En effet, si le modèle n'est pas continu et différentiable ou si l'expression de la fonction objectif n'est pas explicite, il est imprudent d'utiliser les méthodes déterministes du premier ordre, c'est-à-dire qui utilisent les dérivées premières de la fonction objectif [13].

I.5. Formulation mathématique d'un problème d'optimisation

Tous les problèmes d'optimisation (identification, conception optimale,...) reposent souvent sur l'idée de transformer le problème d'optimisation en un problème de minimisation. Notons, que le problème d'optimisation est toujours fortement lié au travail de modélisation mathématique définissant le procédé global habituellement défini par :

- ✦ Les équations continues reflétant le ou les problème(s) physique(s),
- ✦ Les caractéristiques des matériaux englobant les lois de comportements ainsi que les paramètres intrinsèques,
- ✦ La géométrie globale ainsi que les paramètres procédés.

Un problème d'optimisation de dimension n peut être écrit de façon générale sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Min } f(x) \in R^n & \\ g_i(x) < 0 & i = 1 \dots p \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, q \\ x_{k\min} \leq x_k \leq x_{k\max} & k = 1 \dots n \end{array} \right. \quad (\text{I.1})$$

Où

- ✓ $f(x)$: est le critère à minimiser appelé aussi fonction objectif ou fonction de coût,
- ✓ x : est un vecteur à n variables x_k qui représentent les paramètres du problème à optimiser,
- ✓ $g_i(x)$ et $h_j(x)$: représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité,
- ✓ $x_{k\min}$ et $x_{k\max}$: désignent les contraintes de domaine,
- ✓ R^n : est l'espace de recherche borné par les contraintes de domaine.

Dans le cas d'une fonction à maximiser, la fonction à minimiser correspondante est l'opposé de la fonction à maximiser ou l'inverse.

La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble des paramètres x^* pour lesquels la fonction objectif présente une valeur minimale, en respectant les contraintes d'égalité, d'inégalité et de domaine.

1.5.1. Optimisation continue sans contraintes

Un problème d'optimisation continue sans contraintes peut se formuler par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f(x) \\ x = \{x_1, \dots, x_n\} \\ x_{i\min} \leq x_i \leq x_{i\max} \quad i=1, \dots, n \Leftrightarrow x \in R^n \end{array} \right. \quad (\text{I.2})$$

Les composantes, $(x_i, i = 1, \dots, n)$ du vecteur x sont connues sous le nom de variables ou paramètres de conception. En électrotechnique, celles-ci peuvent être les dimensions géométriques ou les propriétés physiques (densité de courant, induction magnétique, pertes spécifiques, perméabilité...), d'un dispositif.

La fonction $f(x)$ est nommée fonction objectif. Elle peut représenter aussi bien un critère physique (force électromotrice, puissance...), un coût de fabrication tenant compte par

exemple du prix d'une tôle magnétique, d'un aimant, etc., ou le poids de la structure à optimiser. Par défaut, la fonction objectif est à minimiser ce qui correspond à objectif de type coût. Dans le cas de la maximisation d'une performance, la fonction objectif vaudra l'opposé de la performance.

Le problème d'optimisation est dit continu car les variables sont réelles. Les limites technologiques minimale et maximale, respectivement, x_{imin} et x_{imax} , représentent les limites de variation de chaque paramètre. S est appelé espace des solutions ou espace de recherche [13].

1.5.2. Optimisation continue avec contraintes

Généralement, un problème mathématique d'optimisation continue avec contraintes s'écrit de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f(x) \\ x \in R^n \\ \text{sous les contraintes} \\ g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \end{array} \right. \quad (I.3)$$

Les fonctions $g_j(x)$, $j = 1, \dots, m$, sont les contraintes d'inégalités associées à la faisabilité du dispositif et à son adaptation au cahier des charges. Dans notre cas, elles représentent des limites imposées au problème (limitation de l'induction magnétique, limitation de masse totale, limitation des grandeurs géométriques...). Elles peuvent également représenter des relations entre les variables ajoutées par le concepteur pour garantir le bon conditionnement du problème.

L'ensemble des régions de l'espace de recherche où les contraintes de conception sont vérifiées est dénommé espace réalisable ou domaine admissible. Inversement, l'espace irréalisable ou domaine interdit, désigne l'ensemble des zones de l'espace où au moins une des contraintes n'est pas respectée. La solution du problème que nous venons de formuler est obtenue lorsque le minimum de la fonction $f(x)$ est atteint.

Les fonctions $f(x)$ et $g_j(x)$ peuvent être linéaires, non linéaires, continues ou discontinues. De ce fait, une solution optimale du problème sera déduite à partir d'une méthode d'optimisation adéquate comme détaillé en deuxième chapitre.

Il faut cependant préciser qu'en général un problème d'optimisation de structure (de forme) en électrotechnique, ou dans n'importe quelle autre discipline, ne peut être résolu avec suffisamment de cohérence sans une bonne connaissance du dispositif à traiter. En effet, les

méthodes d'optimisation ne sont pas des outils magiques, mais doivent être considérées comme des outils d'aide à la recherche de solutions [13].

I.5.3. Optimisation à objectifs multiples

Parfois, il n'est pas possible d'extraire une fonction objectif unique du cahier des charges mais plusieurs objectifs qu'il faut satisfaire simultanément. L'optimisation à objectifs multiples ou optimisation multi-critère a pour objet la résolution de ce problème à partir des variables de conception. Ces problèmes entrent dans la catégorie des problèmes d'optimisation vectoriels. Leur description est la suivante [13]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } F(x) \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_h(x) \end{bmatrix} \\ x \in R^n \\ \text{sous les contraintes} \\ g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \end{array} \right. \quad (\text{I.4})$$

Où les fonctions $f_h(x)$ désignent les objectifs et $g_j(x)$ les contraintes du problème.

Lorsque ce type de problèmes apparaît, la solution retenue est de le transformer en problème mono-critère de type (I.3) en utilisant les méthodes de Marglin [13][14], Pareto [13][15][16] ou de pondération [13].

Conclusion

Dans ce premier chapitre on a présenté un état de l'art de la conception des dispositifs électrotechniques. On a commencé par une définition de la CAO et la présentation de ses étapes, puis on a cité les différents outils d'aide à la conception tel que les approches procédurales, les méthodes d'intelligence artificiel et les algorithmes d'optimisation.

On a terminé ce chapitre par la présentation de la démarche de la conception en électrotechnique qui est composée de quatre phases qui sont l'analyse du cahier des charges, la formulation du problème d'optimisation, la résolution du problème d'optimisation, et l'exploitation et l'analyse des résultats. On a aussi expliqué comment formuler un problème d'optimisation avec contraintes ou sans contraintes, multi-objectif ou mono-objectif.



Chapitre II
Algorithmes d'optimisation

Chapitre II

Algorithmes d'optimisation

Introduction

Les ingénieurs se heurtent quotidiennement, quel que soit leur secteur d'activité, à des problèmes d'optimisation. Il peut s'agir de minimiser un coût de production, d'améliorer les performances d'un dispositif, d'affiner un modèle de calcul... [17][18].

Depuis quelques années, les recherches dans le domaine de la conception des dispositifs électrotechniques s'orientent vers l'optimisation par le biais de différentes méthodes.

Pour trouver la solution optimale, il est nécessaire de réaliser un compromis entre deux objectifs: l'exploration robuste de l'espace de recherche et l'exploitation des meilleures solutions.

Selon la nature de la solution recherchée, on peut distinguer deux types de problèmes : l'optimisation locale et l'optimisation globale. L'optimisation locale consiste à rechercher la meilleure solution localement, c'est-à-dire dans une région restreinte de l'espace de recherche, par contre l'optimisation globale recherche la meilleure solution sur tout l'espace de recherche.

Dans ce présent chapitre, nous aborderons les méthodes d'optimisation les plus couramment utilisées pour la résolution des problèmes d'optimisation. Celle choisie pour la résolution de notre problème va être présentée plus en détail.

II.1. Caractéristiques des algorithmes

On peut distinguer les algorithmes suivant les caractéristiques ci-dessous [19] :

- ✚ La sensibilité ou la robustesse,
- ✚ Les opérateurs de recherche fondamentaux,
- ✚ Le mode de recherche,
- ✚ L'ordre de la méthode d'optimisation.

II.1.1. Sensibilité

La sensibilité d'une méthode d'optimisation mesure l'influence des conditions initiales ou des paramètres de contrôle de l'algorithme sur l'optimum trouvé. Les conditions initiales sont par exemple le point initial fourni à l'algorithme. Les paramètres de contrôle de l'algorithme sont souvent utilisés pour adapter les méthodes d'optimisation stochastiques au

problème traité. Dans le cas d'un algorithme génétique, les paramètres de contrôle sont le type de codage, le type de croisement, la probabilité de mutation, la probabilité de croisement, la fraction d'élitisme, le nombre d'individus dans une population, etc.

Une méthode est dite robuste si la solution obtenue ne dépend pas ou peu des conditions initiales et des paramètres de contrôle. Dans le cas contraire, la méthode est dite sensible [19].

Une méthode parfaite devrait être totalement insensible aux conditions initiales et aux variables de conception et converger vers l'optimum quelles que soient la fonction objectif et les contraintes [13].

Une méthode d'optimisation peut être caractérisée selon le modèle de la boîte noire illustré dans la figure II.1.

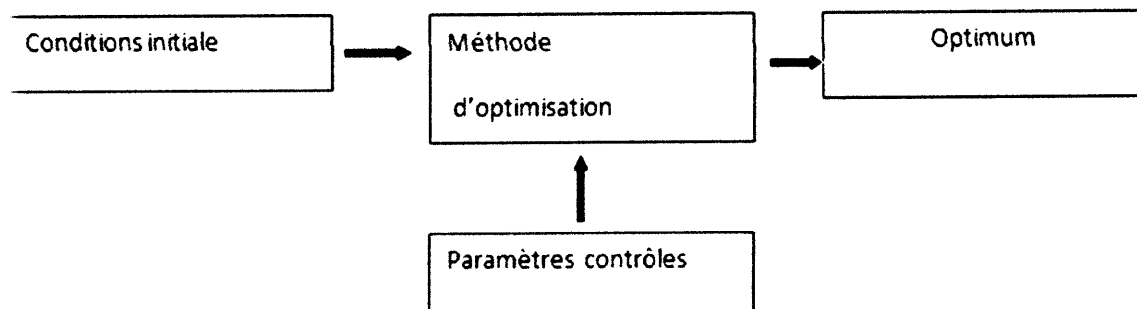


Figure II.1. Modèle de la boîte noire

II.1.2. Opérateurs de recherche fondamentaux

Les opérateurs de recherche fondamentaux sont l'intensification et la diversification.

L'intensification ou exploitation permet une localisation précise de l'optimum. Elle consiste à exploiter les informations issues des meilleures solutions à l'itération courante et éventuellement dans l'historique de la recherche pour trouver une solution améliorante proche des bonnes solutions.

La diversification ou exploration a pour objectif de trouver l'optimum global. Elle permet une bonne exploration de l'espace de recherche en s'intéressant aux zones non explorées dans lesquelles il n'y a pas de bonne solution a priori. Cet opérateur est fortement consommateur de temps de calcul [19].

Tout algorithme d'optimisation doit utiliser ces deux stratégies pour trouver l'optimum global : l'exploration pour la recherche de régions inexplorées de l'espace de recherche, et l'exploitation pour exploiter la connaissance acquise aux points déjà visités et ainsi trouver

des points meilleurs. Ces deux exigences peuvent paraître contradictoires mais un bon algorithme de recherche doit trouver le bon compromis entre les deux. Une recherche purement aléatoire est bonne pour l'exploration mais pas pour l'exploitation alors que la recherche dans le voisinage est une bonne méthode d'exploitation mais pas d'exploration [13].

II.1.3. Mode de recherche

Il existe deux modes de recherche : déterministe et stochastique.

Un mode de recherche déterministe trouvera toujours le même optimum si les conditions initiales et les paramètres de contrôle de l'algorithme sont identiques. Les méthodes d'optimisation utilisant ce mode de recherche possèdent généralement des fondements théoriques solides issus des mathématiques appliquées et ne font appel qu'à des opérateurs d'intensification. La plupart de ces méthodes sont locales mais il existe aussi quelques méthodes globales.

Un mode de recherche stochastique utilise des mécanismes de transition probabilistes qui conduisent à des résultats différents pour des conditions initiales et des paramètres de contrôle identiques. Presque toutes les méthodes basées sur un mode de recherche stochastique sont globales et font appel aux deux opérateurs de recherche fondamentaux : diversification et exploitation [19].

II.1.4. Ordre de la méthode d'optimisation

L'ordre des méthodes d'optimisation désigne le niveau d'information nécessaire à l'algorithme.

Une méthode d'ordre zéro est également appelée méthode directe et ne fait appel qu'à la valeur de la fonction objectif et des contraintes.

Une méthode d'ordre un nécessite en plus le gradient de la fonction objectif et le jacobien des contraintes.

Une méthode d'ordre deux requiert le hessien de la fonction objectif et de chacune des contraintes. Dans la pratique, les méthodes d'ordre deux ne sont pas utilisées parce que le hessien est trop long à calculer ou trop bruité. Les méthodes dites d'ordre supérieur à un sont préférées. Elles utilisent une approximation du hessien qui est mise à jour à chaque itération à partir du gradient avec la formule de Broyden¹ [19][20].

II.2. Classification des méthodes d'optimisation

Les méthodes d'optimisations sont classées, selon le mode de recherche de l'optimum, en deux grands groupes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

II.2.1. Méthodes d'optimisation déterministes

Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème est toujours la même pour un même point initial donné, ne laissant aucune place au hasard.

Ces méthodes nécessitent des hypothèses sur la fonction f à optimiser, telles que la continuité et la dérivabilité en tout point du domaine admissible.

Ce sont en général des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ce sont souvent des méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ, qu'il soit local ou global.

Elles peuvent être classées, selon l'utilisation de l'information des dérivées de la fonction objectif par rapport aux paramètres X_k . Elles sont nommées directes ou d'ordre 0 si elles n'utilisent que l'information de la valeur de la fonction elle-même et dites indirectes ou d'ordre 1, dans le cas où elles nécessitent aussi le calcul du gradient de la fonction [17][21].

Les méthodes d'ordre 0 tel que la méthode de Powell sont en général peu précises et convergent très lentement vers l'optimum. En revanche, elles offrent l'avantage de se passer du calcul du gradient, ce qui peut être intéressant lorsque la fonction n'est pas différentiable ou lorsque le calcul de son gradient représente un coût important.

Les méthodes d'ordre 1 permettent d'accélérer la localisation de l'optimum. Par contre, elles sont applicables uniquement aux problèmes où la fonction est continûment différentiable en tout point de l'intervalle admissible [17][22].

Nous pouvons diviser les méthodes déterministes quelles soient directes ou indirectes en deux groupes : les méthodes analytiques ou de descente comme la méthode de la Plus Grande Pente, le Gradient Conjugué, la méthode de Powell et la méthode de Quasi-Newton et les méthodes géométriques, telles que la méthode du Simplex et la méthode de Rosenbrock.

On peut aussi diviser les méthodes d'optimisation déterministes selon le nombre des paramètres de conception en deux catégories : les méthodes déterministes unidimensionnelles et les méthodes déterministes multidimensionnelles.

II.2.1.1. Méthodes déterministes unidimensionnelles

Les méthodes déterministes unidimensionnelles sont employées pour l'optimisation des problèmes à une seule dimension (un seul paramètre de conception). Leur principe est basé sur la réduction successive de l'intervalle de recherche pour localiser le point optimal.

Ces méthodes sont aussi appelées méthodes de recherche linéaire. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode du Nombre d'Or [23] [24] [25], la méthode de Brent [23] [25] [26], et la méthode de Dichotomie [23] [24]....etc.

La majorité de ces méthodes n'exigent pas que la fonction objectif soit continûment différentiable, mais seulement unidimensionnelle.

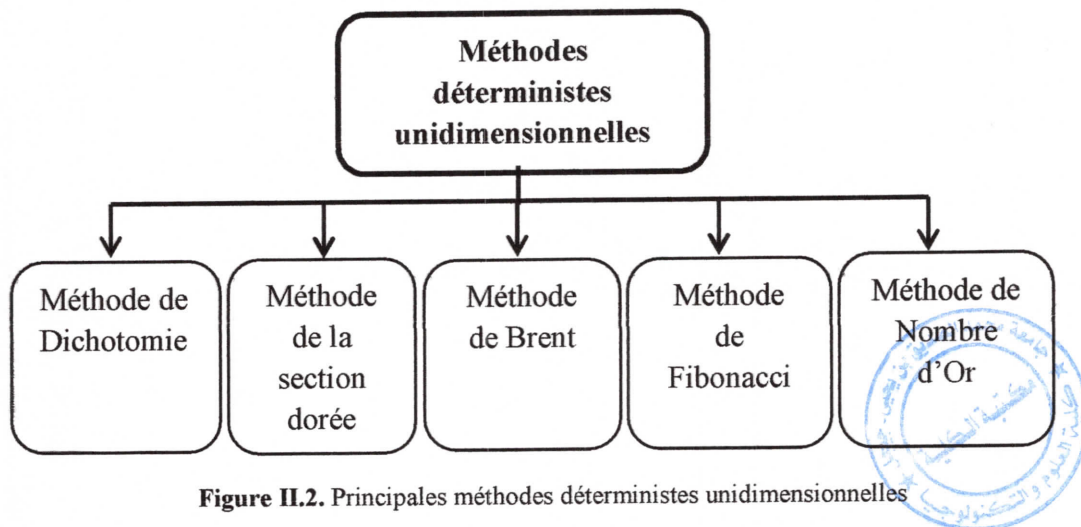


Figure II.2. Principales méthodes déterministes unidimensionnelles

II.2.1.2. Méthodes déterministes multidimensionnelles

Les méthodes déterministes multidimensionnelles sont consacrées à l'optimisation de fonction à un paramètre ou plus. Elles peuvent être classées selon l'information sur la fonction qu'elles utilisent. Elles sont dites d'ordre 0, si elles n'utilisent que la valeur de la fonction. Elles sont dites d'ordre 1, si elles nécessitent en plus le gradient de la fonction.

Les méthodes multidimensionnelles peuvent être divisées en deux groupes, d'une part, les méthodes analytiques ou de descente, et d'autre part, les méthodes heuristiques ou géométriques.

Les méthodes analytiques se basent sur la connaissance d'une direction de recherche, souvent donnée par le gradient de la fonction. La plupart de ces méthodes sont d'ordre 1 et exécutent successivement des recherches linéaires en faisant appel à une méthode unidimensionnelle [23] [25]. Les exemples les plus significatifs de méthodes analytiques sont

la méthode de la Plus Grande Pente [23] [24], la méthode du Gradient Conjugué [23] [24] [25] [27], la méthode de Powell [23] [28] et les méthodes Quasi-Newton [23] [24] [25] [27].

La figure II.3 montre les méthodes déterministes multidimensionnelles les plus couramment utilisées, avec leur ordre respectif de résolution.

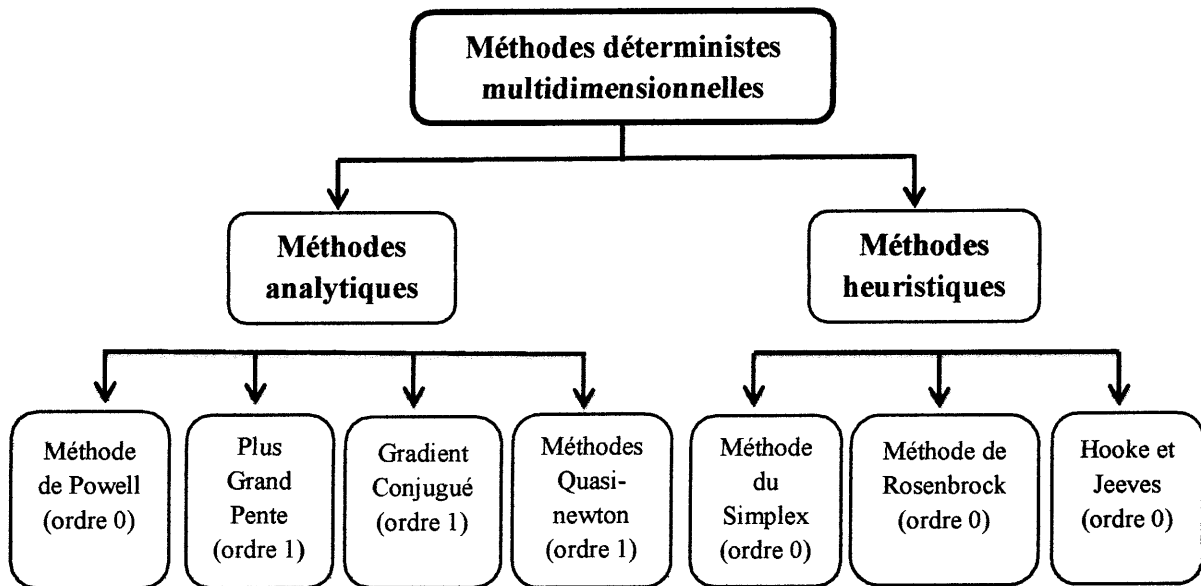


Figure II.3. Principales méthodes déterministes multidimensionnelles

II.2.1.3. Méthode du gradient

La méthode du gradient fait partie d'une grande classe de méthodes numériques appelées méthodes de descente [1] [29-31]. Le principe de base de ces méthodes consiste à minimiser une fonction à plusieurs variables, en se donnant un point de départ arbitraire dit solution initiale. Ensuite, on calcule l'itéré suivant de telle sorte à se rapprocher du minimum de la fonction. On cherche une direction de descente suivant laquelle si on incrémente (ou on décrémente) la solution initiale (avec un pas de descente), la fonction objectif décroît. Le pas de descente peut être fixe ou variable, donnant naissance à une multitude de variantes de la méthode de descente. Une idée naturelle pour trouver une direction de descente est d'incrémenter la solution courante dans le sens inverse du gradient de la fonction. Cette méthode du gradient a pour avantage d'être très facile à mettre en œuvre, mais malheureusement, les conditions de convergence sont assez lourdes et cette méthode est en général assez lente.

On utilise le plus souvent la méthode du gradient à pas constant. Toutefois, on peut faire varier le pas à chaque itération : on obtient alors la méthode du gradient à pas variable ou adaptatif. La méthode du gradient à pas optimal propose un choix de pas qui rend la fonction

objectif minimale le long de la direction de descente choisie. Plusieurs techniques ont été proposées pour accélérer la descente, on cite la méthode de la plus grande pente (steepest descent) et la méthode de recherche de la ligne de descente (search line strategy) associée à la condition de Armijo [1] [29-31]. D'autres méthodes ont été proposées pour rendre la descente plus sûre en limitant le pas de descente dans une région de confiance (trust region method) [1] [30]. Cela garantit la robustesse du processus itératif par rapport à la solution de départ.

II.2.1.4. Méthode du gradient conjugué

La méthode du gradient conjugué appartient aux méthodes de résolution des problèmes de programmation non linéaires de type SQP (cas d'une fonction objectif quadratique). Dans ce cas particulier, cela revient à résoudre un système d'équations linéaires de la forme : $AX = b$. Elle est inspirée de la méthode du gradient. En effet, les directions de descente ne sont plus celles du gradient, mais elles sont orthogonales (ou conjuguées) pour que la convergence soit rapide. Théoriquement, la méthode du gradient conjugué trouve le minimum d'une fonction objectif quadratique, en n itérations au plus où n est l'ordre de la matrice A qui est symétrique et semi définie positive [1] [29-32]. Cette méthode est très stable même pour des matrices mal conditionnées (dans ce cas des méthodes de pré conditionnement de la matrice ont été proposées).

Cet algorithme peut être généralisé pour les fonctions objectifs, non linéaires et non quadratiques. La justification est simple : au voisinage d'un optimum local, une grande variété de fonctions non linéaires peuvent être approximées par une forme quadratique. Mais dans ces conditions, on aura à calculer ou approximer la matrice hessienne à chaque itération.

II.2.1.4. Méthode de relaxation de Rosenbrock

La méthode de relaxation de Rosenbrock permet de ramener un problème de minimisation à plusieurs variables à une résolution successive de n problèmes de minimisation à une seule variable chacun, à chaque itération. Si on cherche à minimiser une fonction objectif à n variables à l'itération $k+1$, on fixe toutes les composantes de l'itéré X_k sauf la première et on minimise la fonction objectif par rapport à cette première composante, en utilisant la méthode de Newton par exemple. On recommence ensuite la même procédure pour minimiser la fonction objectif, par rapport à la deuxième composante et ainsi de suite. On exécute ainsi plusieurs itérations jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit vérifié. L'utilisation de cette méthode n'aboutit pas forcément à l'optimum local [1].

II.2.2. Méthodes d'optimisation stochastiques

Se sont des méthodes où l'approche de l'optimum est entièrement guidée par un processus probabiliste et aléatoire (stochastique). Ces méthodes ont une grande capacité de trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni de point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif avant d'arriver à la solution du problème [17].

Parmi les méthodes stochastiques les plus employées, nous distinguons le Recuit Simulé [23] [33], la Recherche Tabou [23] [34-36] et les méthodes Evolutionnistes. Ces dernières regroupent différents algorithmes basés sur le même principe d'explorer l'espace de recherche en utilisant un ensemble de solutions et pas seulement une solution unique. Comme représentantes des méthodes évolutionnistes, nous avons les Algorithmes Génétiques [23] [35] [37] [38], les Stratégies d'Evolution [23] [39-41], la Programmation Evolutionniste [23] [42] et la Programmation Génétique [23] [43]. Il est bien entendu possible d'utiliser un algorithme stochastique pour localiser l'optimal global et d'enchaîner sur un algorithme déterministe pour affiner la recherche [23] [44].

La plupart des algorithmes stochastiques sont itératifs et leurs processus comportent trois éléments principaux : un mécanisme de perturbation, un critère d'acceptation et un critère d'arrêt [17].

La figure II.4 présente les méthodes stochastiques les plus utilisées.

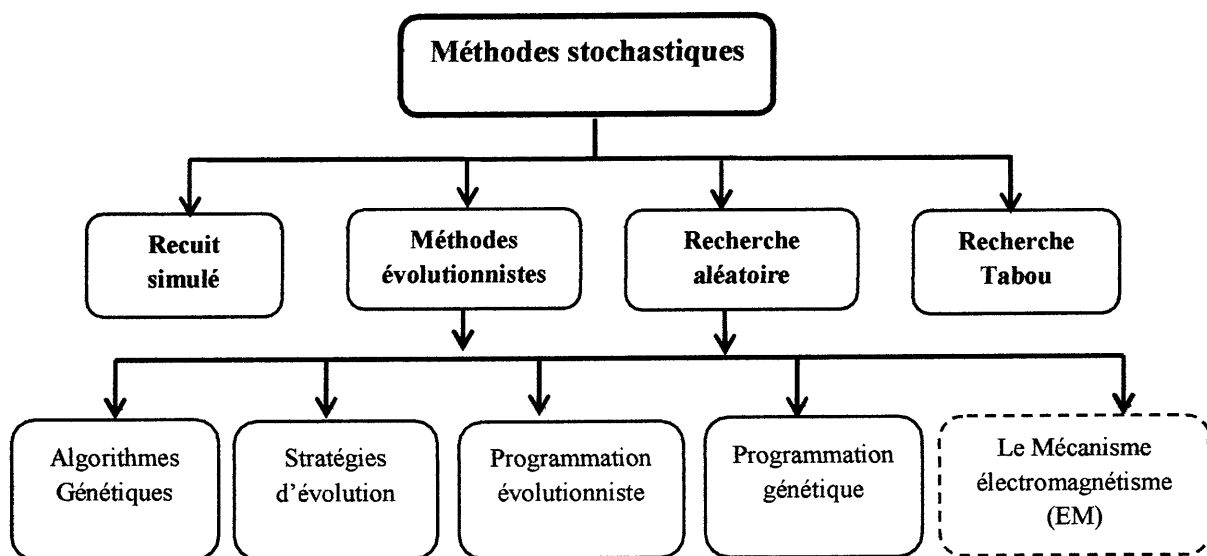


Figure II.4. Principaux méthodes stochastiques

Parmi ces méthodes stochastiques, la méthode du mécanisme électromagnétisme (EM) sera présentée en détail.

II.2.2.1. Recherche aléatoire (méthode de Monte-Carlo)

C'est la plus simple des méthodes stochastiques. Cette méthode consiste à tirer à chaque itération une solution au hasard. La fonction objectif f est évaluée en ce point. La nouvelle valeur est comparée à la précédente. Si elle est meilleure que la précédente, cette valeur est enregistrée, ainsi que la solution correspondante, et le processus continue. Sinon, on repart du point précédent et on recommence le procédé, jusqu'à ce que les conditions d'arrêt soient atteintes [17] [46].

II.2.2.2. Méthode du recuit simulé

Le recuit simulé trouve ses origines dans la thermodynamique. Cette méthode est issue d'un phénomène physique de refroidissement lent d'un corps en fusion, qui le conduit à un état solide, de basse énergie. Il faut abaisser lentement la température, en marquant des paliers suffisamment longs pour que le corps atteigne l'équilibre thermodynamique à chaque palier de température. Pour les matériaux, cette basse énergie se manifeste par l'obtention d'une structure régulière, comme dans les cristaux et l'acier.

L'analogie exploitée par le recuit simulé consiste à considérer une fonction objectif à minimiser comme fonction d'énergie et une solution qui peut être considérée comme un état donné de la matière correspondant à la fonction d'énergie. Le recuit simulé exploite généralement le critère défini par l'algorithme de Metropolis [1] pour l'acceptation d'une solution obtenue par perturbation de la solution courante.

Pour une température donnée et à partir d'une solution courante, on considère une transformation élémentaire qui changerait la solution actuelle en une solution voisine. Si cette perturbation induit une diminution de la valeur de la fonction objectif, elle est acceptée [46] [47]. Dans le cas contraire, la perturbation est acceptée tout de même avec une probabilité bien déterminée. C'est le paramètre de contrôle qui est la température du système, qui influe sur la probabilité d'accepter une solution plus mauvaise (pour cela on utilise la distribution de Boltzmann).

À une température élevée, la probabilité d'acceptation d'un mouvement quelconque tend vers l'unité, c'est-à-dire presque tous les changements sont acceptés. L'algorithme équivaut alors à une marche aléatoire dans l'espace des configurations possibles. Ensuite, cette

température est diminuée lentement au fur et à mesure du déroulement de l'algorithme pour simuler le processus de refroidissement des matériaux. Cette diminution doit être suffisamment lente pour que l'équilibre thermodynamique soit maintenu. L'efficacité du recuit simulé dépend fortement du choix de ses paramètres de contrôle, dont le réglage reste très empirique [1].

II.2.2.3. Méthode de recherche tabou

La méthode de recherche tabou est une technique d'exploration locale combinée avec un certain nombre de règles et de mécanismes permettant à celle-ci de surmonter l'obstacle des optima locaux, tout en évitant de cycler. Dans une première phase, la méthode de recherche tabou part d'une solution quelconque appartenant à l'ensemble de solutions. Ensuite, l'algorithme explore itérativement l'espace de solutions, afin de choisir le meilleur voisin. Ainsi, l'algorithme évalue la fonction objectif en plusieurs points entourant le point initial et retient le voisin qui améliore la valeur de la fonction objectif, ou au pire celui qui la dégrade le moins.

L'originalité de la méthode de recherche tabou, par rapport aux méthodes locales, qui s'arrêtent dès qu'il n'y a plus de voisin permettant d'améliorer la valeur de la fonction objectif, réside dans le fait que l'on retient le meilleur voisin, même si celui-ci est plus mauvais que la solution d'où l'on vient [1] [48]. Ce critère autorisant les dégradations de la fonction objectif évite à l'algorithme d'être piégé dans un minimum local, mais il induit un risque de recherche cyclique. En effet, lorsque l'algorithme a quitté un minimum quelconque par acceptation de la dégradation de la fonction objectif, il peut revenir sur ses pas, à l'itération suivante. Pour régler ce problème, l'algorithme a besoin d'une mémoire pour conserver pendant un moment la trace des dernières meilleures solutions déjà visitées. Ces solutions sont déclarées tabou, d'où le nom de la méthode. Celles-ci sont stockées dans une liste de n solutions, appelée liste tabou et une nouvelle solution n'est acceptée que si elle n'appartient pas à cette liste. Ce critère d'acceptation d'une nouvelle solution évite les chemins de recherche cyclique de l'algorithme, durant la visite d'un nombre de solutions au moins égal à la longueur de la liste tabou et il dirige l'exploration de la méthode vers des régions du domaine de résolution non encore visitées [1] [48].

II.2.2.4. Algorithmes génétiques

Le principe fondamental de ces algorithmes a été exposé par Holland en 1975 [1] [49] [50]. Ils s'inspirent du fonctionnement de l'évolution naturelle, notamment la sélection de

Darwin et la procréation selon les règles de Mendel. La sélection naturelle que Darwin appelle l'élément 'propulseur' de l'évolution, favorise les individus d'une population qui sont les mieux adaptés à un environnement [1] [11] [51]. La sélection est suivie de la procréation, réalisée à l'aide de croisements et de mutations au niveau du patrimoine génétique des individus (ou génotype), constitué d'un ensemble de gènes. Ainsi deux individus 'parents', qui se croisent, transmettent une partie de leur patrimoine génétique à leurs descendants. Le génotype de l'enfant fait que celui-ci est plus au moins bien adapté à l'environnement. S'il est bien adapté, il a une plus grande chance de procréer dans la génération future. Au fur et à mesure des générations, on sélectionne les individus les mieux adaptés et l'augmentation du nombre des individus bien adaptés fait évoluer la population entière.

Dans les algorithmes génétiques, on essaie de simuler le processus d'évolution d'une population, en partant d'une population de n solutions du problème représentées par des individus. Cette population choisie aléatoirement est appelée population parent et le degré d'adaptation d'un individu à l'environnement est exprimé par la valeur de la fonction objectif (dans un problème de maximisation) que l'individu représente. Dans ce cas, un individu est d'autant mieux adapté à son environnement, que la fonction objectif de la solution qu'il représente est plus grande. Au sein de cette population, intervient alors la sélection au hasard d'un ou deux parents, qui produisent une nouvelle solution, à travers les opérateurs génétiques, tels que le croisement et la mutation [1] [11] [49-51]. La nouvelle population, obtenue par le choix de n individus parmi les populations parent et enfant, représente la nouvelle génération. En itérant ce processus, on produit une population de plus en plus riche en individus mieux adaptés.

II.2.2.5. Méthode du mécanisme d'électromagnétisme

Electromagnétisme métaheuristique a été proposée par Birbil et Fang en 2003 [52] [53] pour résoudre les problèmes d'optimisation difficile continus efficacement. Elle a été inspirée d'une analogie du mécanisme attraction-répulsion de la théorie d'électromagnétisme. Elle est une métaheuristique basée sur une population.

Dans cette approche, la charge de chaque point est relative à la valeur de la fonction objective que nous essayons d'optimiser. Cette charge détermine également l'attraction ou la répulsion du point.

D'ailleurs, la force électrostatique entre deux points est directement proportionnelle aux charges de ces points et inversement proportionnelle au carré de la distance entre ces points.

La qualité de solution ou la charge de chaque particule détermine l'effet d'attraction et de répulsion dans la population. Une meilleure solution encourage d'autres particules à converger aux vallées attrayantes tandis qu'une mauvaise solution décourage les autres particules pour se déplacer vers cette région. Ces particules se déplacent avec toute la force et ainsi des solutions diversifiées sont produites.

Dans notre travail, on va utiliser la méthode du mécanisme d'électromagnétisme (EM) améliorée et standard, qui seront présentées en détail par la suite.

II.2.3. Méthode du mécanisme d'électromagnétisme (EM)

Le mécanisme d'électromagnétisme est basé sur l'évolution de la population de solutions pour résoudre des problèmes d'optimisation globale, comme par exemple la minimisation de fonctions non-linéaires $f(x)$.

Chaque solution du problème correspond à un point dans un espace Euclidien. L'algorithme utilise un mécanisme d'attraction - répulsion issu de la théorie de l'électromagnétisme pour déplacer une population de points vers l'optimum. Le mécanisme d'électromagnétisme commence par générer aléatoirement des points dans la région admissible. Ces points sont considérés comme des particules électriques chargées. La charge des points échantillonnés est déterminée par leurs valeurs de la fonction objectif. L'équation (II.1) montre l'expression pour calculer la charge d'un point i :

$$q^i = \exp\left(-n \frac{f(x^i) - f(x^{best})}{\sum_{k=1}^m (f(x^k) - f(x^{best}))}\right), \forall i \quad (II.1)$$

Où :

$f(x^i)$: La valeur de la fonction objectif du point i ,

$f(x^{best})$: La valeur du critère de la meilleure solution trouvée,

$f(x^k)$: La valeur de la fonction objectif du point k ,

n : La dimension de l'espace de solutions considéré,

m : Le nombre de points dans chaque population.

Puis, selon la théorie de l'électromagnétisme, une force est déterminée pour chaque point selon l'équation suivante:

$$F^i = \sum_{j \neq i}^m \begin{cases} (x^j - x^i) \frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2} & \text{si } f(x^j) < f(x^i) \\ (x^i - x^j) \frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2} & \text{si } f(x^j) \geq f(x^i) \end{cases}, \forall i \quad (\text{II.2})$$

A partir de l'équation (II.2), on peut constater qu'entre deux points, le point avec la meilleure valeur de la fonction objectif attire l'autre. Au contraire, le point avec la valeur la plus mauvaise de la fonction objectif repousse l'autre. Après l'évaluation du vecteur de la force totale F^i , le point i est déplacé dans la direction de la force totale selon un pas calculé aléatoirement selon l'expression:

$$x^i = x^i + \lambda \frac{F^i}{\|F^i\|} (RNG) \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{II.3})$$

Où :

λ : est un pas aléatoire qui suit une distribution uniforme entre 0 et 1, RNG est un vecteur qui désigne le mouvement faisable vers la borne inférieure ou supérieure pour la dimension correspondante.

D'une manière générale l'algorithme de la méthode du mécanisme d'électromagnétisme est donné par:

Etape1: Choisir aléatoirement la population des solutions initiales et les évaluer à l'aide de la fonction objectif. Les solutions sont considérées comme des particules électriquement chargées.

Etape2: Calculer la charge des solutions dans la population courante suivant l'équation (II.1).

Etape 3: Evaluer la force totale de chaque solution selon l'équation (II.2).

Etape4: Déplacer les solutions courantes selon l'équation (II.3). Ensuite évaluer les nouvelles solutions.

Etape 5: Tant que la condition d'arrêt n'est pas atteinte, retourner à l'étape 2.

II.2.3.1. Plan général de l'algorithme

Le mécanisme d'électromagnétisme s'effectue en quatre phases :

- ✦ Initialisation de l'algorithme,

- ↓ Recherche locale,
- ↓ Calcul du vecteur de la force total,
- ↓ Mouvement suivant la valeur de la force totale.

Le plan général de l'algorithme de mécanisme d'électromagnétisme peut être donné comme dans Algorithme 1 :

m: nombre de points de l'échantillon
MAXITER: nombre maximal d'itérations
LSITER: nombre maximal d'itérations de la recherche locales
 δ : paramètre de la recherche local, $\delta \in [0, 1]$

ALGORITHM 1. EM (*m*, *MAXITER*, *LSITER*, δ)

```

1: Initialize ()
2: iteration ← 1
3: while iteration < MAXITER do
4: Local (LSITER,  $\delta$ )
5: F ← Calc F ()
6: Move (F)
7: iteration ← iteration + 1
8: end while

```

➤ Initialisation

La procédure d'initialisation génère un nombre de points *m* aléatoirement dans le domaine de faisabilité, où *n* est la dimension du problème. Les coordonnées des points sont distribuées uniformément entre les bornes supérieures et inférieures correspondantes.

La procédure d'initialisation termine par l'identification du point qui a la meilleure valeur de la fonction objectif x^{best} .

Le plan de la procédure d'initialisation est peut être donné comme dans Algorithme 2 :

ALGORITHM 2. Initialize ()

```

1: for  $i = 1$  to  $m$  do
2:   for  $k = 1$  to  $n$  do
3:      $\lambda \leftarrow U(0, 1)$ 
4:      $x_k^i \leftarrow l_k + \lambda (u_k - l_k)$ 
5:   end for
6:   Calculate  $f(x^i)$ 
7: end for
8:  $x^{best} \leftarrow \operatorname{argmin} \{f(x^i), \forall i\}$ 

```

➤ **Recherche locale**

La procédure de recherche local est utilisée pour rassembler l'information locale sur un point x^i , les paramètres, LSITER et δ qui sont utilisés dans cette procédure, représentent le nombre d'itérations et le multiplicateur pour réaliser la recherche locale, respectivement.

La procédure répétition s'effectue comme suit: Premièrement, la longueur du pas faisable maximale est calculée à partir du paramètre δ (Algorithme 3, ligne 2). Deuxièmement, pour un i donné, l'amélioration de x^i est réalisée (Algorithme 3, ligne 5–13). Ensuite, un nombre aléatoire est généré comme une longueur du pas pour améliorer un point x^i . Si le point y observe un meilleur point dans LSITER itérations, le point x^i est remplacé par le point y (Algorithme 3, ligne 14–17). Finalement le meilleur point courant est mis à jour (Algorithme 3, ligne 22).

Le plan de la procédure de recherche locale peut être donné comme dans Algorithme 3 :

ALGORITHM 3. Local (LSITER, δ)

```

1: counter  $\leftarrow 1$ 
2: Length  $\leftarrow \delta (\max_k \{u_k - l_k\})$ 
3: for  $i = 1$  to  $m$  do
4:   for  $k = 1$  to  $n$  do
5:      $\lambda_1 \leftarrow U(0, 1)$ 
6:   while counter < LSITER do

```



```

7:  $y \leftarrow x^i$ 
8:  $\lambda_2 \leftarrow U(0, 1)$ 
9: if  $\lambda_1 > 0.5$  then
10:  $\lambda_k \leftarrow \lambda_k + \lambda_2$  (Length)
11: else
12:  $y_k \leftarrow y_k - \lambda_2$  (Length)
13: end if
14: if  $f(y) < f(x^i)$  then
15:  $x^i \leftarrow y$ 
16: counter  $\leftarrow$  LSITER - 1
17: end if
18: counter  $\leftarrow$  counter + 1
19: end while
20: end for
21: end for
22:  $x^{best} \leftarrow \operatorname{argmin} \{f(x^i), \forall i\}$ 

```

➤ **Calcul de vecteur de force**

Le plan de la procédure de calcul du vecteur de force peut être donné comme dans
 Algorithme 4 :

```

ALGORITHM 4. CalcF ()
1: for  $i = 1$  to  $m$  do
2:  $q_i \leftarrow \exp\left(-n \frac{f(x^i) - f(x^{best})}{\sum_{k=1}^m (f(x^k) - f(x^{best}))}\right)$ 
3:  $F^i \leftarrow 0$ 
4: end for
5: for  $i = 1$  to  $m$  do
6: for  $j = 1$  to  $m$  do
7: if  $f(x^j) < f(x^i)$  then
8:  $F_i \leftarrow F_i + (x^j - x^i) \frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2} \{\text{Attraction}\}$ 

```

```

9: else
10:  $F_i \leftarrow F_i - (x^j - x^i) \frac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2} \{\text{Repulsion}\}$ 
11: end if
12: end for
13: end for

```

➤ **Calcul de vecteur de déplacement**

Le plan de la procédure de calcul du vecteur de déplacement peut être donné comme dans
 Algorithme 5 :

```

ALGORITHM 5. Move (F)
1: for  $i = 1$  to  $m$  do
2: if  $i \sim \text{best}$  then
3:  $\lambda \leftarrow U(0, 1)$ 
4:  $F^i \leftarrow F^i / |F^i|$ 
5: for  $k = 1$  to  $n$  do
6: if  $F_k^i > 0$  then
7:  $x_k^i \leftarrow x_k^i + \lambda F_k^i (u_k - x_k^i)$ 
8: else
9:  $x_k^i \leftarrow x_k^i + \lambda F_k^i (x_k^i - l_k)$ 
10: end if
11: end for
12: end if
13: end for

```

La procédure générale de convergence de l'algorithme du mécanisme d'électromagnétisme vers le minimum global d'une fonction objectif est montrée dans l'organigramme suivant :

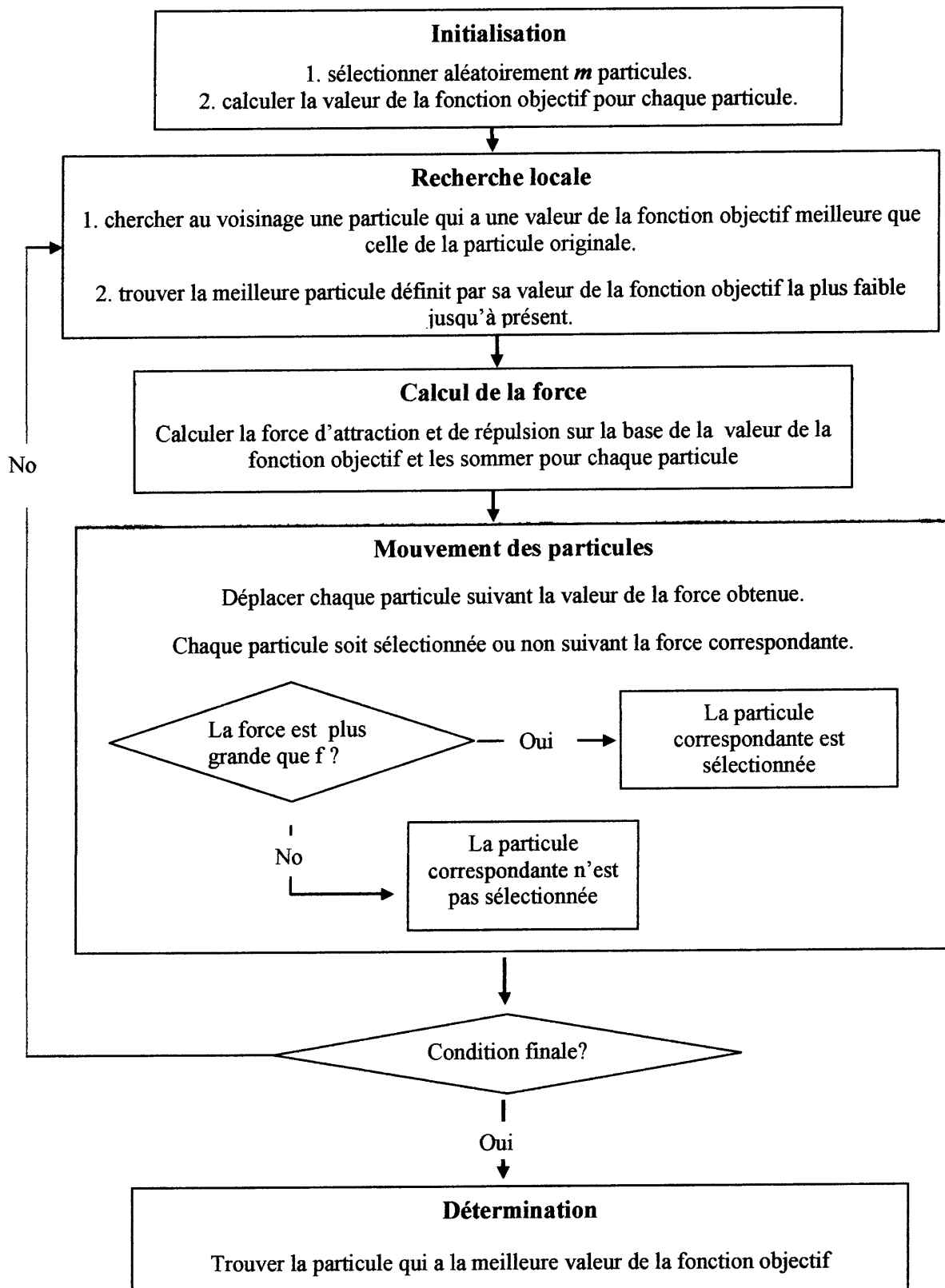


Figure II.5. Procédure de convergence du mécanisme d'électromagnétisme

II.2.4. Apprentissage basé sur l'opposition

L'apprentissage basé sur l'opposition [54] [55] est un nouveau concept dans l'intelligence de calcul qui a été utilisée pour améliorer efficacement plusieurs algorithmes de calcul souples [54] [56] [57].

L'approche évalue simultanément une solution x et sa solution opposée \bar{x} pour un problème donné, en fournissant une chance renouvelée de trouver une solution candidate se trouvant plus proche de l'optimum global [54] [58].

II.2.4.1. Numéro opposé

Soit $x \in [l, u]$ est un nombre réel, où l et u sont les plus bas et les plus élevés valeurs respectivement. L'opposé de x est défini par l'expression suivante :

$$\bar{x} = u + l - x \quad (\text{II.4})$$

II.2.4.2. Point opposé

De même, la définition du nombre opposé est généralisée à des dimensions supérieures comme suit: Soit $X = (x_1, x_2 \dots x_n)$ est un point dans un espace à n dimensions, où $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}$ et $x_i \in [l_i, u_i], i \in 1, 2, \dots, n$. Le point opposé $\bar{X} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ est défini par :

$$\bar{x}_i = u_i + l_i - x_i \quad (\text{II.5})$$

II.2.4.3. Optimisation basée sur l'opposition

En appliquant la définition d'un point opposé, l'optimisation basée sur l'opposition, peut être définie comme suit: Soit x un point dans un espace à n dimensions (à savoir une solution candidate). Supposons $f(x)$ est la fonction objectif qui évalue la qualité de cette solution candidate. Selon la définition du point opposé, \bar{x} est l'opposé de x . Si $f(\bar{x})$ est meilleure que $f(x)$, alors x est remplacé par \bar{x} , sinon le point courant x est maintenu.

II.2.4.4. Méthode du mécanisme d'électromagnétisme basée sur l'opposition

Les organigrammes ci-dessous présentent la méthode du mécanisme d'électromagnétisme standard ainsi que la méthode du mécanisme d'électromagnétisme avec l'application de la stratégie OBL (Opposition Based Learning).

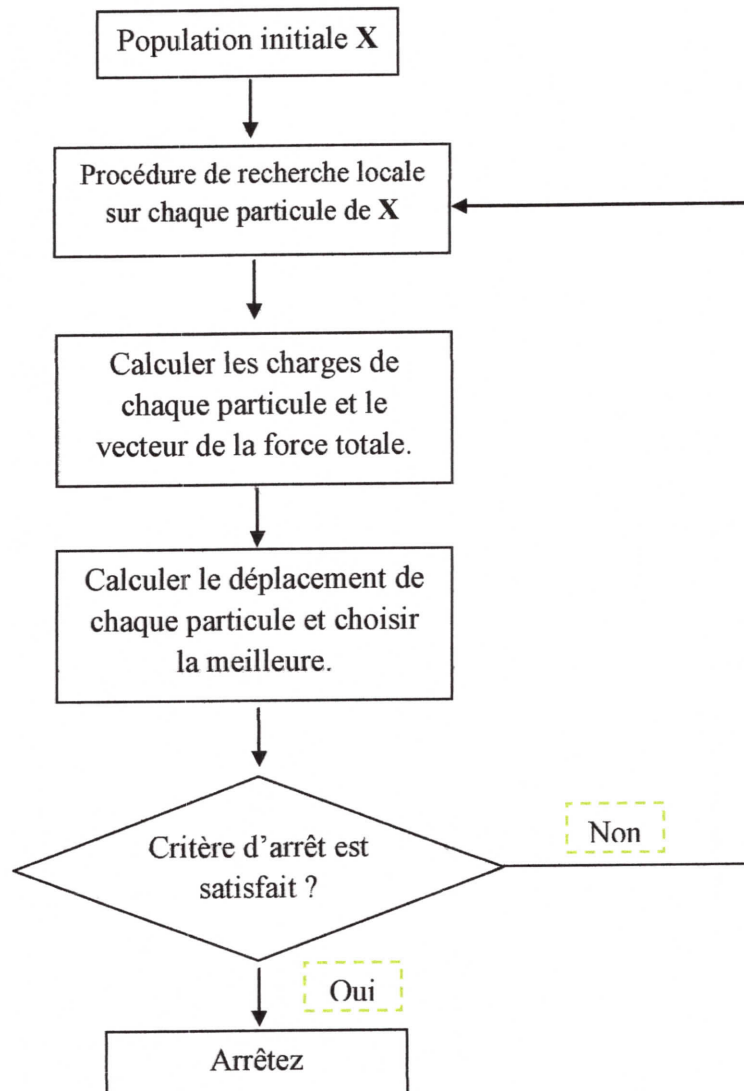


Figure II.6. Algorithme du mécanisme d'électromagnétisme standard

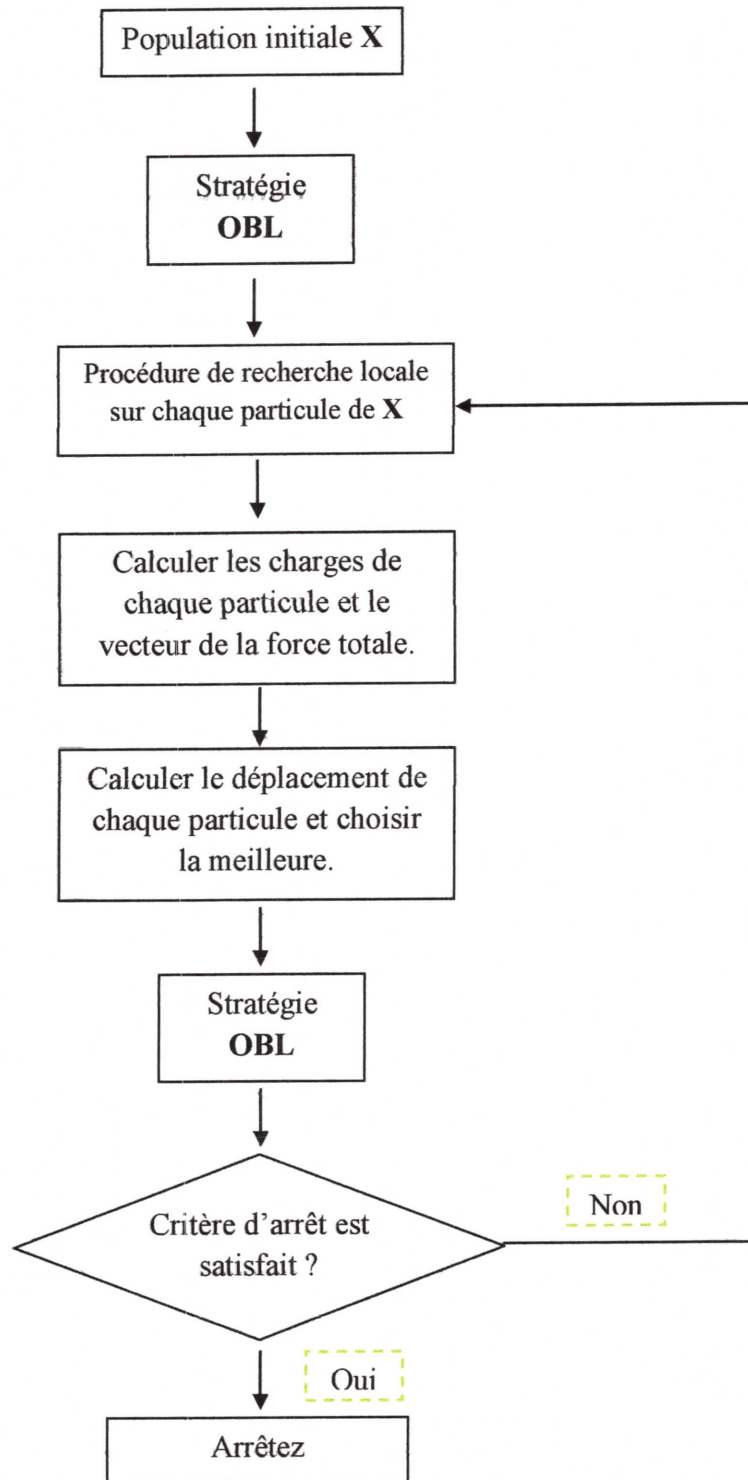


Figure II.7. Algorithme du mécanisme d'électromagnétisme amélioré par la stratégie OBL


Conclusion

Dans ce chapitre, un état de l'art des méthodes d'optimisation mathématiques a été dressé. Ces méthodes peuvent être réunies en deux différents groupes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

Les méthodes déterministes peuvent trouver le minimum global de la fonction sous certaines hypothèses comme la convexité et la différentiabilité. En d'autres termes, si la fonction objectif remplit ces hypothèses dans une région locale contenant le minimum désiré et si la configuration initiale est quelque part à l'intérieur de cette région, les méthodes déterministes convergentes très rapidement vers ce minimum. Cependant, résolvant des problèmes pratiques où aucune de ces hypothèses ne peut être rendue, les méthodes déterministes convergent souvent vers un des minimums locaux de la fonction objectif. Vu que ces hypothèses ne sont à priori pas répandues dans le domaine de l'électrotechnique dans lequel généralement très peu de connaissances sur le comportement de la fonction objectif sont disponibles, il semble recommandé de commencer le processus d'optimisation avec des méthodes stochastiques.

Malgré le nombre important d'évaluations, les algorithmes stochastiques présentent le grand avantage par rapport aux méthodes déterministes, d'avoir la capacité de trouver l'optimum global.

Dans notre travail, on va utiliser une méthode d'optimisation stochastique qui est celle du mécanisme d'électromagnétisme (EM), ainsi, on va améliorer cette méthode et comparer les résultats obtenus sans amélioration et avec amélioration. On va comparer aussi, ces résultats avec les résultats obtenus par d'autres méthodes.



Chapitre III
Calcul du champ
électromagnétique

Chapitre III

Calcul du champ électromagnétique

Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les bases de la modélisation en électrotechnique. La première partie rappelle les équations de Maxwell, les différentes relations constitutives des milieux ainsi que les différents modèles rencontrés dans la pratique: la magnétostatique et la magnétodynamique. La deuxième partie consiste en l'étude et le développement de modèles mathématiques et numériques destinés à déterminer la répartition du champ électrique et magnétique dans les dispositifs à plasma micro-onde.

III.1. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont l'expression la plus générale des lois de l'électromagnétisme classique et peuvent, à ce titre, être considérées comme les postulats de base de cette théorie. Elles ont été établies par J. C. Maxwell au siècle dernier (1876).

Le couplage entre les phénomènes électriques et magnétiques, qui apparaît dans les équations de Maxwell, permet d'expliquer la propagation des ondes électromagnétiques. Cependant, dans le cas des régimes lentement variables, la propagation peut être négligée. Dans ce contexte, nous nous proposons de préciser la validité de l'approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS), laquelle est capitale dans l'étude des circuits électriques en régime lentement variable [59]. Ces équations sont décrites par un ensemble de quatre équations qu'à basse fréquence peuvent s'écrire :

- Equation de Maxwell-Ampère:

$$\overrightarrow{Rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$

- Equation de Maxwell-Faraday:

$$\overrightarrow{Rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

- Equation de la conservation du flux magnétique:

$$Div \vec{B} = 0 \quad (\text{III.3})$$

- Equation de Maxwell-Gauss:

$$Div \vec{D} = \rho \quad (\text{III.4})$$

Où :

\vec{H} : Champ magnétique [$A.m^{-1}$]

\vec{E} : Champ électrique [$V.m^{-1}$]

\vec{B} : Induction magnétique [T]

\vec{D} : Induction électrique [$C.m^{-2}$]

\vec{j} : Densité de courant de conduction [$A.m^{-2}$]

ρ : Densité de charge électrique [$C.m^{-3}$]

Dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires et dans les matériaux conducteurs, les courants de déplacement et la charge d'espace sont négligés. Dans ce cas les équations (III.1) et (III.4) deviennent:

$$\overrightarrow{Rot} \vec{H} = \vec{j} \quad (III.5)$$

$$Div \vec{D} = 0 \quad (III.6)$$

III.1.1. Relations des milieux

Les champs vectorielles ne sont pas indépendants les uns des autres, leur liaison est une fonction de milieu où ils règnent. Ainsi pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, caractérisé au point de vue électromagnétique par une conductivité électrique, une permittivité électrique, et une perméabilité magnétique. On ajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu. Elles sont les suivantes:

- Loi d'Ohm:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (III.7)$$

- Relation magnétique:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (III.8)$$

- Relation diélectrique:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (III.9)$$

Où:

ε : Permittivité électrique [F/m]

σ : Conductivité électrique [S/m]

μ : Perméabilité magnétique [H/m]

\vec{B}_r : Induction rémanente de l'aimant permanent [T].

III.1.2. Conditions de passage entre deux milieux différents

Chaque deux milieu magnétique de propriétés physiques différentes ont leurs conditions de passage d'un milieu à l'autre, ces conditions sont traduites par les équations suivantes:

- ❖ La conservation de la composante tangentielle du vecteur champ électrique:

$$(\vec{E}_2 \wedge \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{III.10})$$

- ❖ La discontinuité de la composante normale de l'induction magnétique:

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{III.11})$$

- ❖ La conservation de la composante tangentielle du vecteur champ magnétique:

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{III.12})$$

Où \vec{J}_s est la densité du courant surfacique.

- ❖ La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique:

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{III.13})$$

Où ρ_s est la densité de charge électrique surfacique à l'interface et \vec{n} le vecteur normal à la surface.

III.1.3. Hypothèses simplificatrices

En pratique, il est généralement usuel de simplifier les équations de Maxwell précédentes on se basant sur les conditions de travail. La plus importante simplification est celle de négliger la densité du courant de déplacement ($\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$) dans le matériau conducteur, parce que sa densité est très faible par rapport à celle de conduction. Les fréquences usuelles en électrotechnique permettent de négliger tout aspect propagatif du champ électromagnétique. Donc la loi d'Ampère s'écrit comme suit :

$$\overline{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{III.14})$$

Avec:

$$\vec{J} = \vec{J}_{ext} + \overline{\text{Ind}} \quad (\text{III.15})$$

A partir des équations de Maxwell précédentes, on peut définir une nouvelle loi dite la loi de conservation de la densité de courant.

On a: $\overline{\text{Rot}}\vec{H} = \vec{J}_{ind} + \vec{J}_{ext}$; $\text{Div}(\overline{\text{Rot}}\vec{H}) = 0$ et $\text{Div}\vec{D} = \rho$ avec \vec{J}_{ext} et \vec{J}_{ind} représentent respectivement, le courant d'excitation et le courant induit.

Donc:

$$\text{Div}\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} \quad (\text{III.16})$$

Une notre simplification consiste à négliger la charge d'espace dans les matériaux conducteurs ($\rho = 0$). L'équation de conservation de la densité de courant (III.16) s'écrit comme suit:

$$\text{Div}\vec{J} = 0 \quad (\text{III.17})$$

III.2. Formulations électromagnétiques

La magnétodynamique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques et électriques en régime dynamique, en négligeant toutefois les courants de déplacement $\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)$, c'est-à-dire sous l'hypothèse de l'électrotechnique. Les champs électromagnétiques sont alors variables, soit par variation de courants d'excitation, soit par mouvement d'une partie de la géométrie. La figure (III.1) montre un problème de courants induits: il s'agit de calculer, sous le courant d'excitation \vec{J}_{ext} variable dans le temps, la distribution du champ magnétique \vec{H} (ou \vec{B}) en tout point du domaine d'étude Ω et de la densité de courant \vec{J} dans le domaine conducteur C pour tout temps supérieur au temps initial [60].

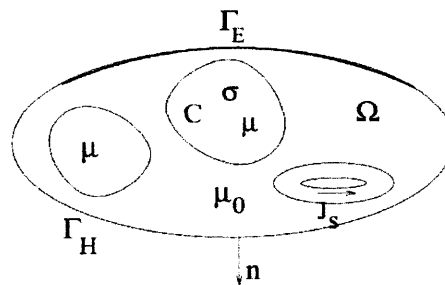


Figure III.1. Problème de courants induits

III.2.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique

Pour résoudre les équations de Maxwell dans un domaine, et calculer les variables électromagnétiques souhaités, plusieurs formulations ont été développées. Dans le cas des problèmes bidimensionnels. On trouve principalement la formulation en \vec{A} qui est la plus classique et la plus utilisée en électromagnétisme. Elle présente l'avantage, par rapport aux autres formulations, de pouvoir être couplé facilement avec les équations de circuit [61]. Elle

présente, l'avantage d'avoir en 2D une seule composante ce qui ramène à réduire considérablement le temps de calcul et les tailles des matrices à résoudre [62-64].

La formulation en \vec{A} est obtenue par la combinaison du système d'équations de Maxwell cité précédemment. La variable d'état \vec{A} est exprimée en fonction de l'induction magnétique \vec{B} par la relation suivante:

$$\text{Div}\vec{B} = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{Rot}}\vec{A} \quad (\text{III.19})$$

En remplaçant \vec{B} dans l'équation (III.8), on obtient:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{Rot}}\vec{A} \quad (\text{III.20})$$

$$\vec{H} = \nu \cdot \overrightarrow{\text{Rot}}\vec{A} \quad (\text{III.21})$$

Où ν est la reluctivité magnétique ($\nu = \frac{1}{\mu}$).

On a :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\vec{H} = \vec{j} \quad (\text{III.22})$$

En remplaçant \vec{H} dans l'équation (III.22) on obtient:

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\nu \cdot \overrightarrow{\text{Rot}}\vec{A}) = \vec{j} \quad (\text{III.23})$$

Pour assurer l'unicité de la solution, la contrainte supplémentaire de la jauge de Coulomb est naturellement vérifiée en 2D:

$$\text{Div}\vec{A} = 0 \quad (\text{III.24})$$

L'équation (III.23) est appelée équation de diffusion électromagnétique en \vec{A} .

III.2.2. Formulation en champ magnétique \vec{H}

En absence d'aimants permanents on a:

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (\text{III.25})$$

Les définitions locales s'expriment comme suit:

$$\text{Div}\vec{H} = \rho_m \quad (\text{III.26})$$

$$\text{Rot}\vec{H} = 0 \quad (\text{III.27})$$

Les définitions intégrales sont données par:

$$\int_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = Q_m \quad (\text{III.28})$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (\text{III.29})$$

Le calcul du champ s'effectue comme suit:

Intégrale directe:

$$\vec{H} = \int_v \frac{\rho_m}{4\pi r^3} \frac{\vec{r}}{r^3} dv \quad (\text{III.30})$$

Théorème de Gauss :

$$\Phi = \int_s \vec{H}_d \cdot \vec{ds} = \int_v \rho_m \cdot dv \quad (\text{III.31})$$

Equation de poisson :

$$\Delta v_{m=\nabla^2 v_m} = -\rho_m \quad (\text{III.32})$$

III.2.3. Formulation en champ électrique \vec{E}

Pour définir le champ électrique en un point de l'espace, on y place une petite charge d'essai positive q et on regarde la force de Coulomb \vec{F} qui s'exerce sur elle, due à la présence des charges électriques environnantes qui créent le champ électrique. Le champ électrique en ce point est défini comme la force par unité de charge :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad q > 0 \quad (\text{III.33})$$

Avec :

\vec{E} : le champ électrique.

\vec{F} : la force.

q : la charge.

A une distance r d'une charge ponctuelle Q , le champ électrique est donné par la loi de Coulomb :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K \frac{Q}{r^2} \quad (\text{III.34})$$

Pour calculer le champ électrique \vec{E} , en un point P , dû à une distribution de charge uniformément répartie dans une certaine région de l'espace (voir figure III.2), on divise l'espace en petits morceaux contenant chacun une charge Δq , distants de r du point P .

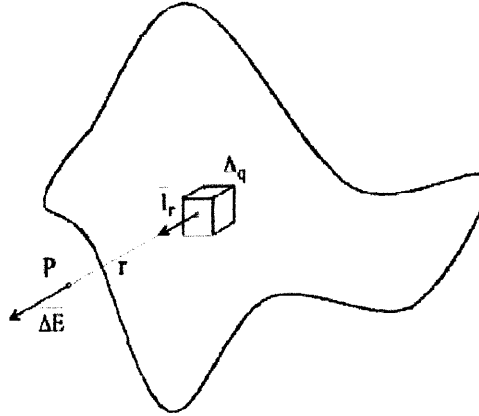


Figure III.2. Distribution de charge dans une région de l'espace

La charge Δq , a été choisie suffisamment petite pour pouvoir être considérée comme ponctuelle. Dès lors le champ électrique en P dû à Δq , $\overline{\Delta E}$ est donné par la loi de Coulomb :

$$\overline{\Delta E} = \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r} \quad (\text{III.35})$$

\vec{r} est un vecteur unitaire dirigé de Δq vers P.

On applique le principe de superposition en sommant les champs électriques $\overline{\Delta E}$ dus à toutes les charges Δq contenues dans l'espace considéré :

$$\vec{E} = \Sigma \overline{\Delta E} \quad (\text{III.36})$$

Ce qui donne en notation différentielle, pour une charge infinitésimale dq :

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r} \quad (\text{III.37})$$

Et pour le champ total :

$$\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r} \quad (\text{III.38})$$

III.3. Modes de propagation

III.3.1. Mode de propagation transverse électromagnétique (TEM)

C'est une onde transversale électromagnétique. Elle est caractérisée par $E_z = H_z = 0$.

A partir de ces équations :

$$\vec{H}_x = \frac{j}{\kappa_c^2} \left(\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (\text{III.39})$$

$$\vec{H}_y = \frac{-j}{\kappa_c^2} \left(\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (\text{III.40})$$

$$\vec{E}_x = \frac{-j}{K_c^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (\text{III.41})$$

$$\vec{E}_y = \frac{j}{K_c^2} \left(-\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (\text{III.42})$$

Où :

$$K_c^2 = K^2 - \beta^2 \quad (\text{III.43})$$

K_c est le nombre d'onde de coupure.

$$K = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{III.44})$$

K est le nombre d'onde du matériau du guide d'onde.

On obtient que tous les champs transversaux sont nuls, au moins que $K_c^2 = 0$, ce qui donne un résultat indéterminé. On solutionne les équations de Maxwell pour obtenir [65]:

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = K \quad (\text{III.45})$$

Ce qui veut dire que $K_c = 0$ pour les ondes TEM.

L'impédance de l'onde TEM est donnée par :

$$Z_{TEM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega \mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta \quad (\text{III.46})$$

III.3.2. Mode de propagation transverse magnétique (TM)

Dans le cas d'un guide de mode TM, le champ magnétique n'existe pas dans la direction de propagation de l'onde ($H_z=0$).

A partir de la résolution des équations de Maxwell, l'équation de mode TM s'écrit comme suit [4] :

$$\frac{\partial^2 H_y^2}{\partial x^2} (n^2 K^2 - \beta^2) H_y = 0 \quad (\text{III.47})$$

La résolution de l'équation d'onde montre que le champ a une répartition transverse oscillatoire dans le film mince est évanescence ailleurs [4]:

$$E_y(x) = A \exp(x \sqrt{\beta^2 - n^2 K^2}), x \leq 0 \quad (\text{III.48})$$

$$E_y(x) = B \cos(x \sqrt{K^2 n_g^2 - \beta^2}), 0 \leq x \leq h \quad (\text{III.49})$$

$$E_y(x) = C \exp(-(x-h) \sqrt{\beta^2 - K^2 n_s^2}), x \geq h \quad (\text{III.50})$$

A partir de ces équations, il est possible de retrouver l'équations de dispersion de mode TM [66] :

$$d \sqrt{K^2 n_g^2 - \beta_{TM}^2} - \arctan \left[\frac{n_g^2}{n_c^2} \sqrt{\frac{\beta_{TE}^2 - K^2 n_c^2}{K^2 n_g^2 - \beta_{TE}^2}} \right] - \arctan \left[\frac{n_g^2}{n_s^2} \sqrt{\frac{\beta_{TE}^2 - K^2 n_c^2}{K^2 n_g^2 - \beta_{TE}^2}} \right] = \pi m \quad (III.51)$$

L'impédance de l'onde TM est :

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\beta \eta}{K} \quad (III.52)$$

III.3.3. Mode de propagation transverse électrique (TE)

La même chose pour le guide de mode TM, le champ électrique n'existe pas dans la direction de propagation de l'onde ($E_z=0$), le champ magnétique existe dans la direction de propagation de l'onde (H_z).

L'équation de mode TE s'écrit comme suit [66]:

$$\frac{\partial^2 E_y^2}{\partial x^2} + (n^2 K^2 - \beta^2) E_y = 0 \quad (III.53)$$

L'équations de dispersion de mode TE [4] :

$$d \sqrt{K^2 n_g^2 - \beta_{TE}^2} - \arctan \left[\sqrt{\frac{\beta_{TE}^2 - K^2 n_c^2}{K^2 n_g^2 - \beta_{TE}^2}} \right] - \arctan \left[\sqrt{\frac{\beta_{TE}^2 - K^2 n_c^2}{K^2 n_g^2 - \beta_{TE}^2}} \right] = \pi m \quad (III.54)$$

Où : d est l'épaisseur de la couche guidante et n_g son indice de réfraction, β_{TE} et β_{TM} sont les constantes de propagation des ondes TE et TM respectivement, k est le nombre d'ondes, $k=2\pi/\lambda$ (λ : longueur d'onde), n_c et n_s sont les indices de réfraction du superstrat ou couverture du substrat et m est le numéro du mode.

Ces équations peuvent être résolues par différentes méthodes analytiques ou numériques ou bien directement par des simulateurs appropriés. Les formules (III.47) et (III.53) montrent que la constante de propagation ne peut prendre que des valeurs décrites parce que m est un entier. A une valeur de m correspond une seule valeur effective de β_m , donc un seul mode TE. Tout se passe comme si l'indice de la couche guidante vu par le mode est: $n_{\text{eff}} = \beta_m/k_0$ que l'on appelle l'indice effectif.

Pour chaque valeur de m , il existe une valeur minimale de d , appelée épaisseur de coupure qui est notée d_c^m [67]. L'impédance de l'onde TE est donné à partir de l'équation ci-dessous:

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{K \eta}{\beta} \quad (III.55)$$

Les modes TM et TE possèdent une fréquence de coupure f_c : c'est une fréquence au dessous de laquelle ces modes ne peuvent pas se propager dans le guide. Une onde se propage seulement lorsque β est réel, ce qui se produit seulement lorsque $k' > k_c$. Cette fréquence s'exprime comme suit [68]:

$$f_c = \frac{c}{2\pi d \sqrt{\epsilon_r}} \quad (\text{III.56})$$

Où :

X_{mn} : $n^{\text{ième}}$ zéros de Bessel du mode TM_{mn} (noté X'_{mn} pour les modes TE_{mn}).

$\epsilon_r = 1$ (permittivité du vide) ; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$.

III.4. Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles

Le choix d'une méthode de résolution est intimement lié à la géométrie du domaine de résolution et au degré de complexité du problème. Il s'agit de choisir celle qui permet de résoudre le plus facilement possible le problème ; car il n'existe pas une méthode universelle qui pourrait systématiquement résoudre tous les problèmes posés en électromagnétisme.

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP). Elles sont analytiques, numériques ou mixtes (semi analytique).

III.4.1. Méthodes analytiques

C'est les premières méthodes utilisées, elles consistent à résoudre l'équation différentielle analytiquement avec la technique de séparation des variables. Elle est d'emploi restreint à des géométries simples dans une approche monodimensionnelle ou quelquefois dans des problèmes bidimensionnels et tridimensionnels.

III.4.2. Méthodes semi-analytiques

Pour les méthodes semi-analytiques, on distingue la méthode des intégrales de frontières et la méthode des circuits couplés. Elles sont d'une mise en œuvre relativement simple et sont exploitées dans les problèmes de milieux linéaires [65] [66].

III.4.2.1 Méthodes des intégrales de frontières

Elle consiste à discrétiser la frontière du domaine en utilisant le théorème de Green. Elle est limitée à la résolution des systèmes linéaires.

La limitation de la discrétisation aux frontières du domaine nous donne l'avantage de réduire la place mémoire, surtout pour les systèmes tridimensionnels où l'air occupe une

grande partie du domaine. Cependant, elle a l'inconvénient de conduire à des systèmes qui possèdent des matrices pleins.

III.4.2.2. Méthodes des circuits couplés

La méthode des circuits couplés (MCC) permet de fournir la solution d'une équation aux dérivées partielles par une expression intégrale déduite de la loi de Biot et Savart. Dans ce cas, on associe à la solution, une subdivision de l'inducteur en spires élémentaires.

En appliquant les lois de Kirchoff à ces circuits élémentaires, on aboutit à un système algébrique, dont la solution conduit à la distribution des densités de courants.

III.4.3. Méthodes numériques

III.4.3.1. Méthode des différences finies

La méthode des différences finies (MDF) est une méthode qui résout directement l'équation différentielle. Elle consiste à remplacer le milieu continu dans lequel l'équation est applicable, par un réseau de points auxquels s'applique l'équation discrétisée.

III.4.3.2. Méthode des volumes finis

Le domaine est divisé en un nombre finis d'élément de volume entourant un point p , l'équation est intégrée sur chaque élément. Dans cette méthode contrairement à la méthode des différences finies, la variation linéaire de l'inconnu peut être remplacé par un sous domaine en fonction de la grandeur.

III.4.3.3. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis (MEF) est bien adaptée la résolution d'équation aux dérivées partielles sur des domaines de géométrie complexe, linéaire et non linéaire. On cherche tout d'abord, à exprimer à partir du modèle local, constitué des équations aux dérivées et des conditions aux limites, une formulation intégrale qui porte sur le domaine de résolution.

Cette présentation intégrale peut se faire à partir de l'une des méthodes, la formulation variationnelle ou la méthode des résidus pondérés. La première concerne les milieux pour lesquelles on peut exprimer l'énergie du système, tandis que la seconde procédure est plus générale et ne nécessite pas la connaissance de l'expression de cette énergie [65].

a. Principe de la méthode des éléments finis

Le principe de la MEF repose sur le concept simple de représentation du comportement physique d'un milieu continu à l'aide d'un modèle mathématique. Ce modèle est obtenu en découpant le domaine d'étude en sous domaines (éléments finis) plus simples (élément de forme linéique, triangulaire, tétraédrique, etc...)

La MEF consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues à l'intérieur de chaque élément fini pour transformer les équations aux dérivées partielles associées à des conditions aux limites en un système d'équations algébriques.

Pour analyser un problème par la MEF, nous sommes appelés à comprendre le problème physique étudié et connaître intuitivement la nature de la solution cherchée,

b. Discrétisation en éléments finis

La discrétisation consiste à diviser la région totale en sous domaines, appelés éléments finis. La figure III.3 présente quelques éléments typiques pour des problèmes bidimensionnels [68].

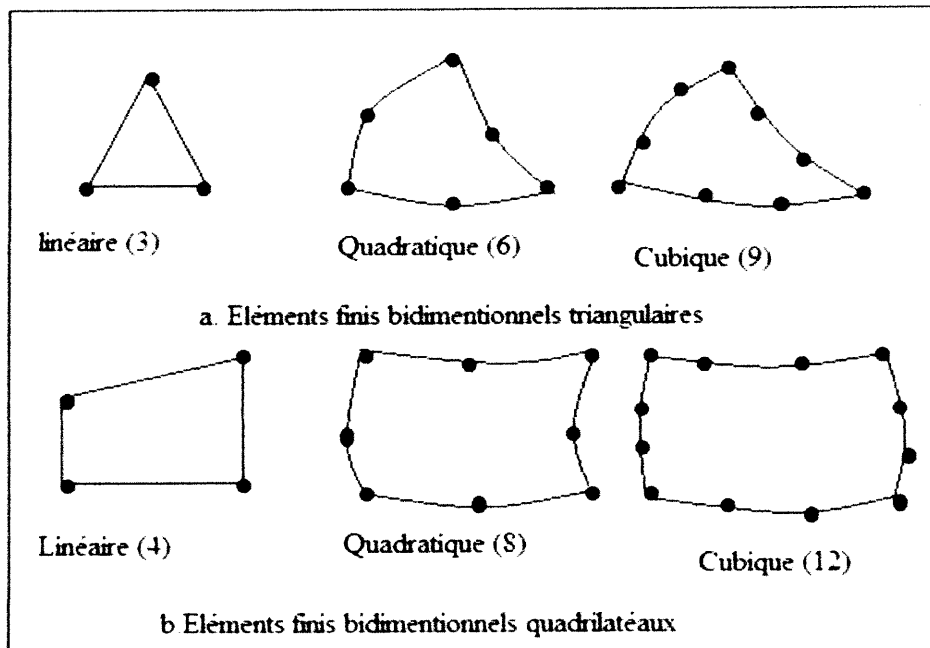


Figure III.3. Types d'éléments finis bidimensionnels

Chaque élément fini est constitué d'un ensemble des nœuds et des arrêtes. La variable inconnue est approximée sur chaque élément fini à l'aide d'une interpolation polynomiale .

c. Approximation et construction des fonctions d'interpolation

Considérant un domaine d'étude (Ω), dans lequel le problème physique considéré est gouverné par une équation différentielle donnée par [68]:

$$L(U) = F \quad (\text{III.57})$$

Avec:

L est un opérateur différentiel,

U est la variable inconnue,

F est le terme source.

Aux frontières (Γ) du domaine sont associées des conditions aux limites données par l'équation suivantes [32]:

$$L(A) = G \frac{\partial A}{\partial n} + H(A) \quad (\text{III.58})$$

Avec:

G et H sont des fonctions connues sur les frontières (Γ).

Deux cas sont distingués :

- Si la fonction G est nulle, on aura une condition de type Dirichlet imposant la valeur de la variable sur les frontières (Γ),
- Si la fonction H est nulle, on aura une condition de type Neumann imposant la valeur de dérivée normale de la variable par rapport à la frontière (Γ).

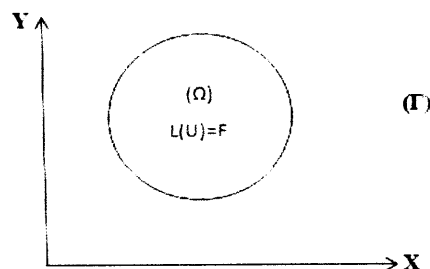


Figure III.4. Domaine d'étude (Ω)

Après la discrétisation du domaine d'étude (Ω) en éléments finis (figure III.4), la variable inconnue (U) est approchée sur chaque élément fini par la combinaison linéaire suivante :

$$U_i^e(X, Y) = \sum_{i=1}^n \alpha(x, y) U_i \quad (\text{III.59})$$

Avec:

U_i^e : est la valeur de la variable U au nœud i de l'élément e.

n : est le nombre des nœuds de l'élément e.

Les α_i sont les fonctions d'interpolation.

Afin d'avoir la convergence de la solution, l'approximation nodale doit satisfaire les propriétés, ci-dessous [68]:

- ✓ La fonction approchée $U(X, Y)$ coïncide avec la fonction exacte $U_{ex}(X, Y)$ en tous les nœuds d'interpolation de l'élément, de coordonnées (x_i, y_i) :

$$U_{ex}(X, Y) = U_{ex}(x_i, y_i) = U_i \quad (\text{III.60})$$

D'où la fonction d'interpolation α doit vérifier:

$$\alpha_i(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } j = i \\ 0 & \text{si } j \neq i \end{cases} \quad (\text{III.61})$$

Où i et j sont les numéros des nœuds de l'élément fini considéré.

- ✓ Si la fonction approchée $U(x)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre s , sont continues sur l'élément e , les fonctions $\alpha_i(X)$ et leurs dérivées jusqu'à l'ordre s , doivent être continues sur le même élément e .
- ✓ La variable approchée doit être continue sur une frontière commune à deux éléments.

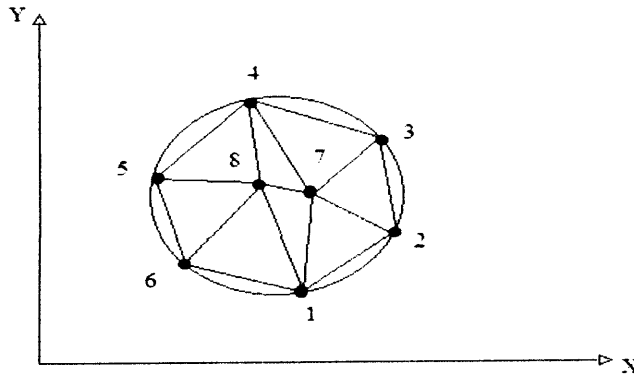


Figure III.5 : Discrétisation de domaine (Ω) par éléments finis

La forme d'approximation la plus connue pour $U^e(x, y)$ est de type polynomiale. Elle s'écrit pour un élément triangulaire comme suit:

$$U_{ex}(X, Y) = a + bX + cY \quad (\text{III.62})$$

Les constantes a , b et c sont à déterminer.

d. Types d'éléments finis

Il existe différents types d'éléments finis:

- Élément linéique (1D),
- Élément surfacique (2D),
- Élément volumique (3D).

Pour les structures en (2D) les éléments de maillage sont souvent des triangles mais ils peuvent être aussi en d'autre forme. Les formes possible, dans le cas bidimensionnel, sont les suivantes:

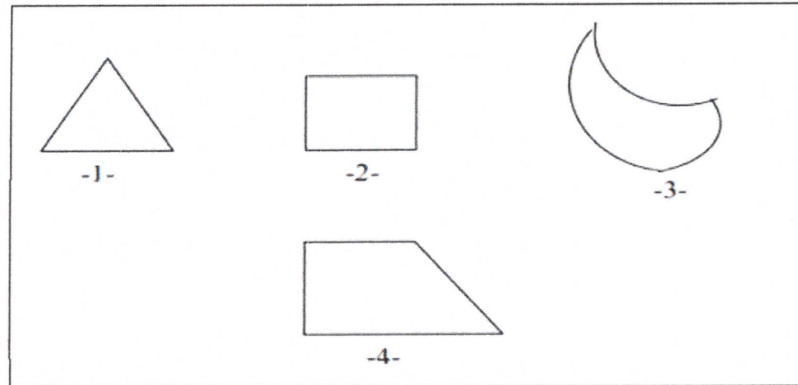


Figure III.6. Formes possibles des éléments finis en (2D)

e. Formulation intégrale des équations aux dérivées partielles

La formulation intégrale des équations différentielles, peut être obtenue par l'utilisation de l'une des méthodes citée précédemment, à savoir la méthode des résidus pondérés et la méthode variationnelle.

❖ Méthode variationnelle

Elle consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement l'énergie du système à résoudre.

Pour la mise en œuvre de la méthode, il faut suivre les étapes suivantes:

- Le maillage (discrétisation du domaine),
- Choix de la fonction d'interpolation,
- Choix de la fonctionnelle,
- La minimisation: c'est-à-dire mettre le système sous la forme $[K].[U]=[B]$,
- Résolution du système algébrique,
- Exploitation des résultats.

❖ Méthode des résidus pondérés

C'est la méthode projective où on cherche généralement à projeter l'équation locale sur des fonctions de base d'un espace de fonction de pondération, et on essaye de minimiser le résidu par l'approximation de la fonction de l'inconnue dont l'expression est [68]:

$$\int_{\Omega} \Phi(x, y) d\Omega = 0 \quad (\text{III.63})$$

Avec :



$$R = L(U) - F \quad (\text{III.64})$$

R: résidus de l'approximation.

Φ : fonction de pondération.

Les valeurs de U qui permettent d'annuler l'intégrale sont les solutions du système algébrique obtenu.

Conclusion

A l'aide des équations de Maxwell, nous avons établi les formulations en potentiel vecteur magnétique, en champ magnétique et en champ électrique. Puis, nous avons présenté les différentes méthodes utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles: analytiques, semi-analytiques et numériques. Une attention particulière a été donnée à la méthode des éléments finis afin de comprendre les étapes à suivre lors de son utilisation. Ces étapes permettent de calculer le champ électromagnétique qui permet à son tour, d'avoir accès aux performances de tout dispositif électromagnétique (couple, puissances, impédance,...).



Chapitre VI

Exploitation des modèles développés sur un guide d'ondes dans un réacteur micro-onde PECVD

Chapitre IV

Exploitation des modèles développés sur un guide d'ondes dans un réacteur micro-onde PECVD

Introduction

Dans ce dernier chapitre, nous allons traiter un problème de conception optimale. Les deux méthodes d'optimisations: mécanisme d'électromagnétisme standard (EM standard) et mécanisme d'électromagnétisme amélioré (EM améliorée) vont être appliquées et exploitées. Ceci sous environnements Matlab et Comsol. La méthode des éléments finis, va être adoptée comme une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles décrivant les phénomènes électromagnétiques.

Nous appliquons les méthodes d'optimisation proposées précédemment sur un guide d'ondes qui se trouve dans un réacteur micro-onde PECVD (Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition) [70]. On va chercher les meilleures dimensions géométriques qui vont nous permettre de maximiser la puissance absorbée par le plasma.

IV.1. C'est quoi un guide d'ondes?

IV.1.1. Définition

Un guide d'ondes est un système physique qui sert à guider les ondes électromagnétiques ou les ondes acoustiques, pour les maintenir confinées dans un milieu particulier, sur une certaine distance.

Le guide d'ondes est une forme particulière de la ligne de transmission utilisée pour les applications micro-ondes. Il s'agit de tubes métalliques fait de matériaux de haute qualité (cuivre et laiton - partiellement argenté ou même plaqué or). Dans la technologie récente, ces guides sont composés de cuivre plaqué électriquement d'une mince couche de fibres de carbone [72].

Un guide d'ondes peut avoir une section transversale rectangulaire, circulaire ou elliptique, la section rectangulaire étant la plus couramment utilisée pour les connexions relativement courtes.

Les guides d'onde ont plusieurs avantages par rapport à la transmission par fils et lignes coaxiales. Le principal avantage est la minimisation de la perte lors de la transmission. Les champs électriques et magnétiques, qui sont utilisés pour le transport de l'énergie, sont égaux

à zéro dans les surfaces métalliques. Par conséquent, ces champs sont confinés à l'espace interne du guide ce qui minimise les pertes. Ils sont de plus complètement blindés ce qui entraîne une bonne immunité des très faibles signaux transmis aux interférences externes.

Les guides d'ondes présentent des avantages théoriques considérables par rapport aux lignes coaxiales, mais en pratique ces avantages ne sont utilisés efficacement qu'à des fréquences supérieures à 1 GHz. Généralement les fréquences microonde appartiennent au domaine [100MHz- 100GHz] [71].

IV.1.2. Usage

Les guides d'ondes sont utilisés dans [72]:

- ✓ Les transmetteurs de haute puissance,
- ✓ Les équipements radars,
- ✓ Les fours micro-ondes,
- ✓ Les bloc-convertisseurs à faible bruit des antennes de réception des signaux de télévision.

Dans cette étude, on va s'intéresser aux guides d'ondes destinées à transmettre des décharges micro-ondes grand diamètre (2.45 GHz) et à basse pression, créée et entretenue par des ondes de surface en présence du plasma.

IV.2. C'est quoi un plasma?

IV.2.1. Définition

Un plasma est un gaz de particules ionisées où les atomes sont dissociés en ions et électrons. Les particules composant le plasma sont donc électriquement chargés, et par conséquent susceptibles d'interagir entre elles par interaction électromagnétique. Il s'agit là d'une différence fondamentale entre un plasma et un gaz au sens usuel, lequel est constitué de particules électriquement neutres [73].

Une proportion importante de la matière dans l'univers est à l'état de plasma (par exemple la matière des étoiles, des nébuleuses, etc.). Pour qu'un plasma dure, il faut que sa température soit supérieure à l'énergie d'ionisation des atomes le constituant. Cette dernière étant de l'ordre de quelques eV (électron Volt), la température d'un plasma est généralement supérieure à une dizaine de milliers de Kelvin (en vertu de la correspondance: $1\text{eV} = 11600$ Kelvin).

Aussi, dans notre environnement quotidien, nous avons peu d'occasions de croiser un plasma (tout au plus celui des lampes au néon ou celui d'un écran plat à plasma).

IV.2.2. Types des plasmas

On distingue les plasmas froids et les plasmas chauds [73].

Les plasmas froids ont des températures inférieures à quelques eV (c'est-à-dire à quelques dizaines de milliers de Kelvins). Ce sont donc des plasmas partiellement, voire faiblement ionisés. Des exemples de tels plasmas sont l'ionosphère, les décharges lumineuses (celles d'un tube au néon, d'une lampe à mercure, ...). Dans ces plasmas, la densité de molécules neutres est donc en général très supérieure à la densité des espèces chargées (ions et électrons).

Les plasmas chauds ont des températures supérieures à plusieurs dizaines d'eV (plusieurs centaines de milliers de Kelvins). Dans certains plasmas, on atteint facilement des températures de l'ordre du keV, voire du MeV. Des exemples de plasmas chauds sont les plasmas stellaires (soleil, étoiles, etc), les plasmas artificiels utilisés pour la fusion thermonucléaire (plasmas des Tokamaks, plasmas obtenus par irradiation de cibles par faisceaux lasers intenses, etc). Dans ce cas, il n'y a quasiment plus de molécules neutres.

Dans notre étude, on ne va s'intéresser qu'à la puissance absorbée par un plasma chaud, dans une installation à réacteur micro-onde PECVD.

IV.3. Problématique industrielle des réacteurs micro-onde PECVD

Le procédé de traitement par plasma microonde est largement utilisé par les industries dans de nombreux domaines (microélectronique, photovoltaïque, spatial, automobile, alimentaire ...). La conception de nouveaux réacteurs et de nouveaux procédés nécessitent le plus souvent une étude fondamentale du plasma, notamment ceux excités par onde de surface et se développe comme en témoignent de nombreuses études appliquées.

Un des intérêts majeurs de ce type de décharge est l'absence d'électrodes internes, source de pollution dans nombreux autres types de plasma [71].

La modélisation, la conception et l'optimisation de nouveaux réacteurs et de nouveaux procédés nécessitent le plus souvent une étude fondamentale du plasma qui passe par la mise en œuvre de modèles mathématiques des équations aux dérivées partielles modélisant le fonctionnement de ces systèmes. Ces modèles sont résolus par plusieurs méthodes de type analytique, semi analytique et numérique.

IV.4. Applications dans le cas d'un réacteurs micro-onde PECVD

IV.4.1. Intérêt des applications à réalisées

L'intérêt des applications qu'on va effectuer c'est de trouver les caractéristiques optimales du guide d'onde dans le réacteur, donnant un niveau maximal de la puissance absorbée par le plasma. Ceci en utilisant deux méthodes d'optimisation: la méthode mécanisme d'électromagnétisme standard et la méthode mécanisme d'électromagnétisme améliorée, qui ont été présentées précédemment dans le deuxième chapitre.

IV.4.2. Présentation de l'installation à étudiée

Les réacteurs micro-ondes connaissent un intérêt croissant dans le domaine du traitement de surface et du dépôt de couches minces.

La figure VI.1 montre un réacteur PECVD développé par l'équipe ' Décharge et Ondes' du Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas (LPGP, Université de Paris-Sud, France) qui est dédié au dépôt de couches minces [70].

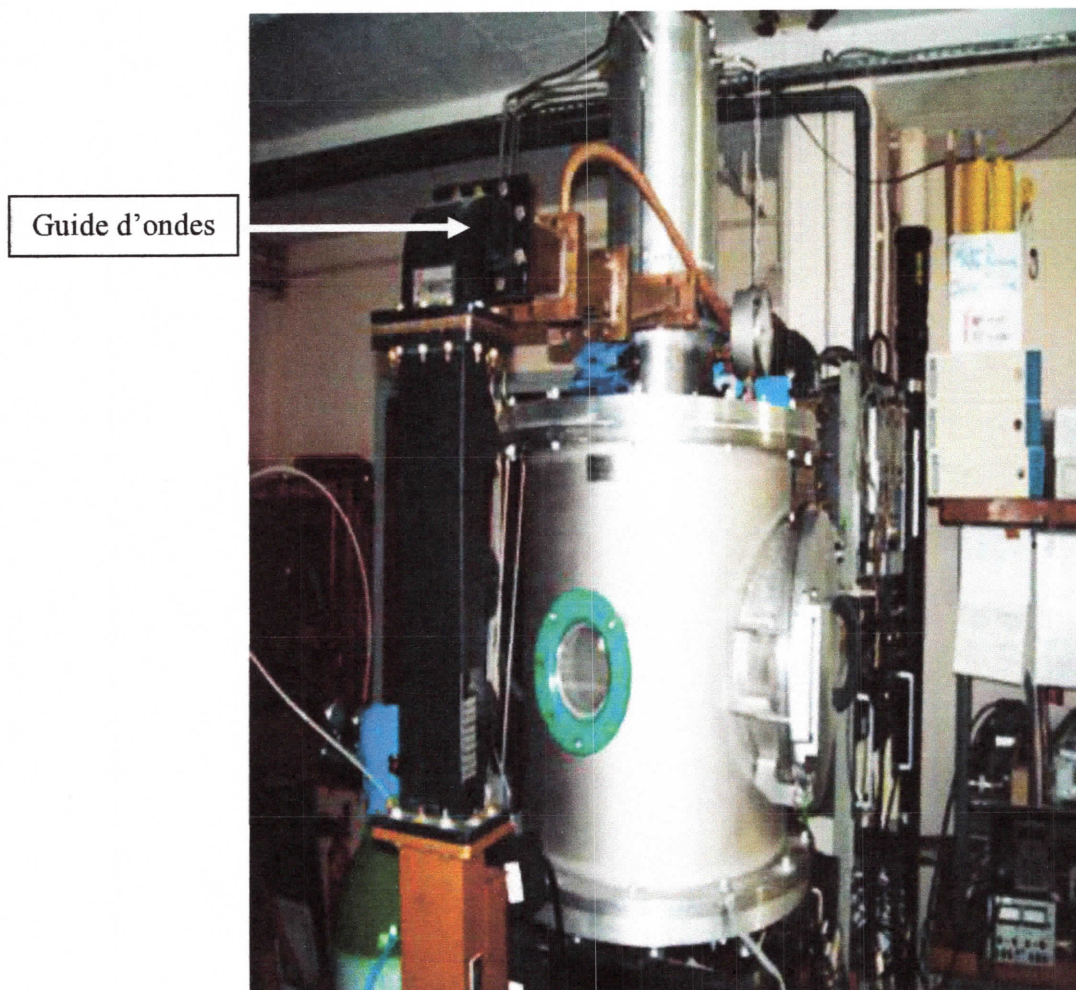
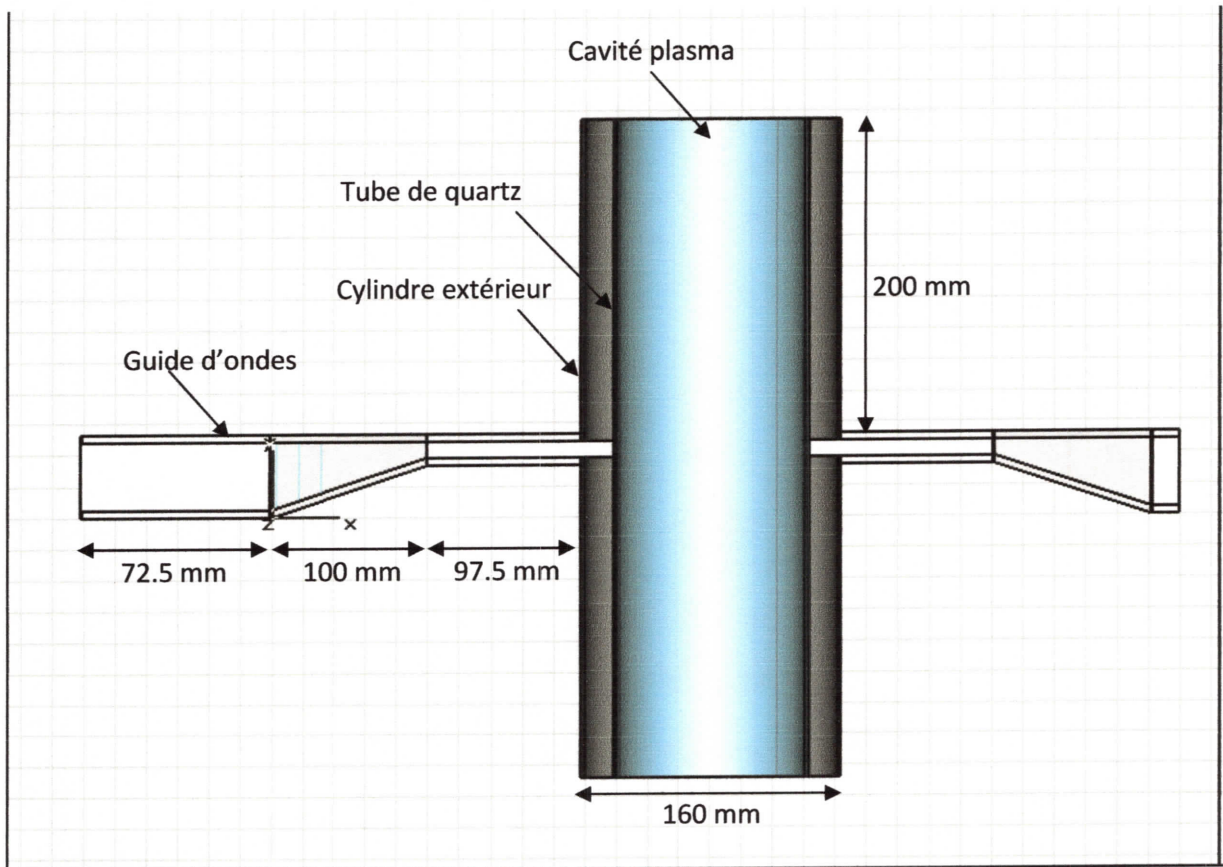
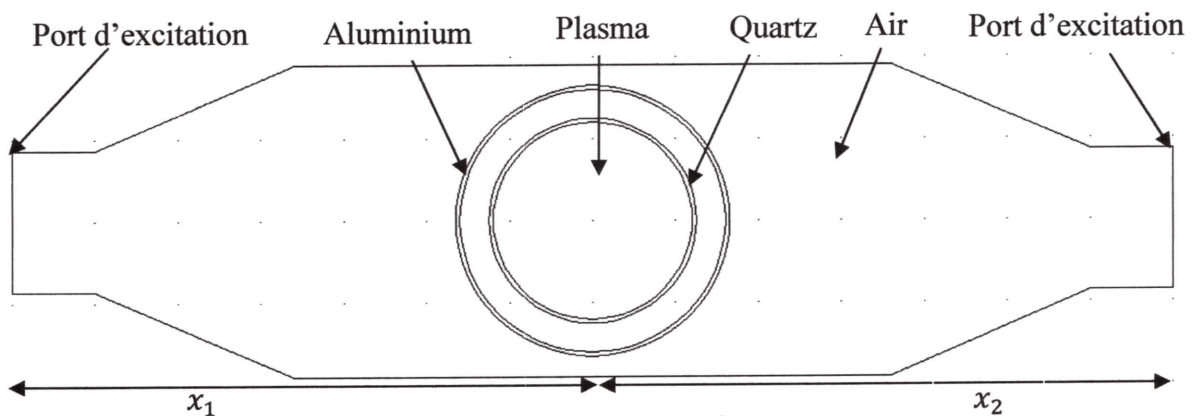


Figure IV.1. Photo du réacteur PECVD conçu au laboratoire (LPGP) - France

La géométrie du guide d'ondes ainsi que ses différentes parties sont présentées dans la figure IV.2.



a) Coupe verticale



b) Coupe horizontale

Figure IV.2. Géométrie du guide d'ondes avec plasma

Dans un premier temps on va prendre:

- ✚ $x_1 = -0.35$ m,
- ✚ $x_2 = 0.35$ m,
- ✚ Fréquence $f = 2.45$ GHz
- ✚ La conductivité dans le tube de quartz est imposée directement par Comsol.

IV.4.3. Modélisation électromagnétique du guide d'onde avec plasma

Nous proposons, dans cette étude, une technique numérique qui est la méthode des éléments finis sous environnement Comsol multi-physiques. Ceci dans le but de donner une évaluation sur la distribution du champ électrique ainsi que sur celle de la puissance transmise dans une décharge microonde grand diamètre.

Comsol est un outil de conception et de modélisation dont l'avantage principal est de ne pas être dédié à un domaine d'application particulier. Il rassemble un ensemble d'outils et une bibliothèque de modèles prédéfinis permettant la simulation de tout processus physique pouvant être décrit par des EDP [74]. De plus, ce logiciel peut être couplé avec le logiciel Matlab. Pour tout les raisons cités, notre choix s'est porté sur ce logiciel.

Ce logiciel permet de traiter des problèmes électromagnétiques, mécaniques, thermiques, etc. Il contient un module électromagnétisme dont on a utilisé dans ce travail.

Pour faire une bonne modélisation avec Comsol multi-physiques, il faut suivre les étapes de simulation présentées ci-dessous:

a. Choix du type de formulation

b. Pré-processeur

- Création de la structure géométrique du modèle,
- Choix des types d'éléments à utiliser,
- Affectation des propriétés électriques et magnétiques des matériaux constituant chaque entité géométrique,
- Maillage de la géométrie.

c. Solution

- Introduction des conditions aux limites et application des sources électromagnétiques (courants, tensions, ...),
- Résolution du problème.

d. Post-processeur

- Analyse et visualisation des résultats,
- Création et enregistrement des fichiers de résultats.

IV.4.3.1. Calcul du champ électrique

La mise en œuvre d'un outil éléments finis nécessite tout d'abord de choisir la formulation à utiliser. Dans le cas du guide d'ondes, nous avons choisi la formulation en

champ électrique TE. Cette dernière permet de décrire complètement le phénomène électromagnétique du système physique à modéliser. Elle s'exprime en fonction d'un champ électrique E . L'équation de propagation s'écrit:

$$\frac{\partial^2 E_y^2}{\partial x^2} + (n^2 K^2 - \beta^2)E_y = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

E_y : champ électrique,

K : nombre d'ondes ($K=2\pi/\lambda$),

λ : longueur d'onde,

β : constante de propagation des ondes TE.

Parmi les modules du logiciel Comsol multiphysique, nous avons choisi le **module RF > Ondes dans le Plan > Ondes TE > propagation harmonique**.

Les figures ci-dessous représentent respectivement le maillage éléments finis ainsi que la distribution du champ électrique dans le dispositif étudié. On a adopté, dans cette étude, un maillage triangulaire du premier ordre.

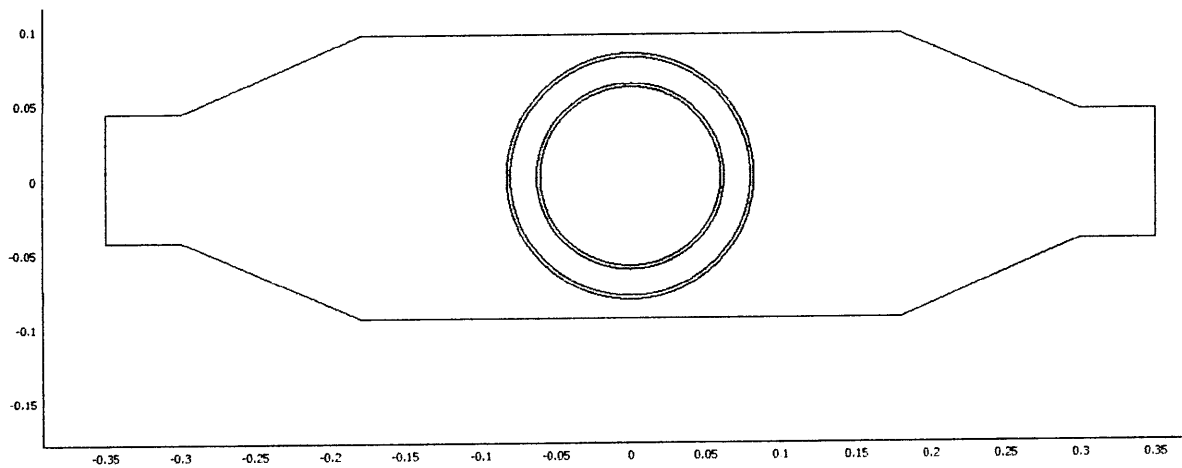


Figure IV.3. Maillage éléments finis de la configuration initiale du dispositif

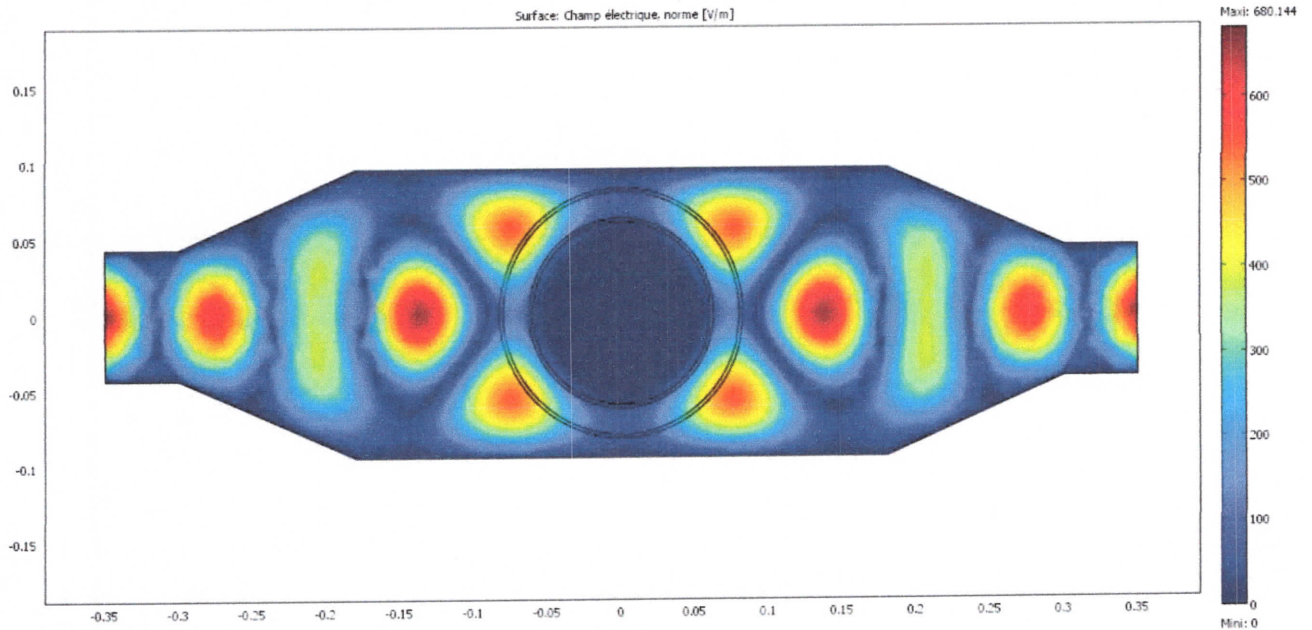


Figure IV.4. Distribution du champ électrique dans le dispositif

On remarque une distribution plus importante du champ électrique dans le guide d'ondes. Néanmoins, Ce champ pénètre dans le tube en quartz entourant la cavité plasma. Ceci va engendrer une puissance électrique qui va faire chauffer le plasma.

IV.4.3.2. Calcul de la puissance

Après détermination de la distribution du champ électrique dans l'installation guide d'ondes - plasma, on peut déterminer la distribution de la puissance absorbée par le plasma.

Un calcul de la puissance moyenne transmise au plasma pour cette configuration initiale nous donne une valeur de 1.95 W/m.

La figure IV.5 montre la distribution de la densité de la puissance moyenne dans le plasma. On remarque une densité plus importante au niveau de la paroi intérieure de la cavité plasma, là où le champ électrique est plus important. Ceci traduit l'effet de peau, résultant des hautes fréquences.

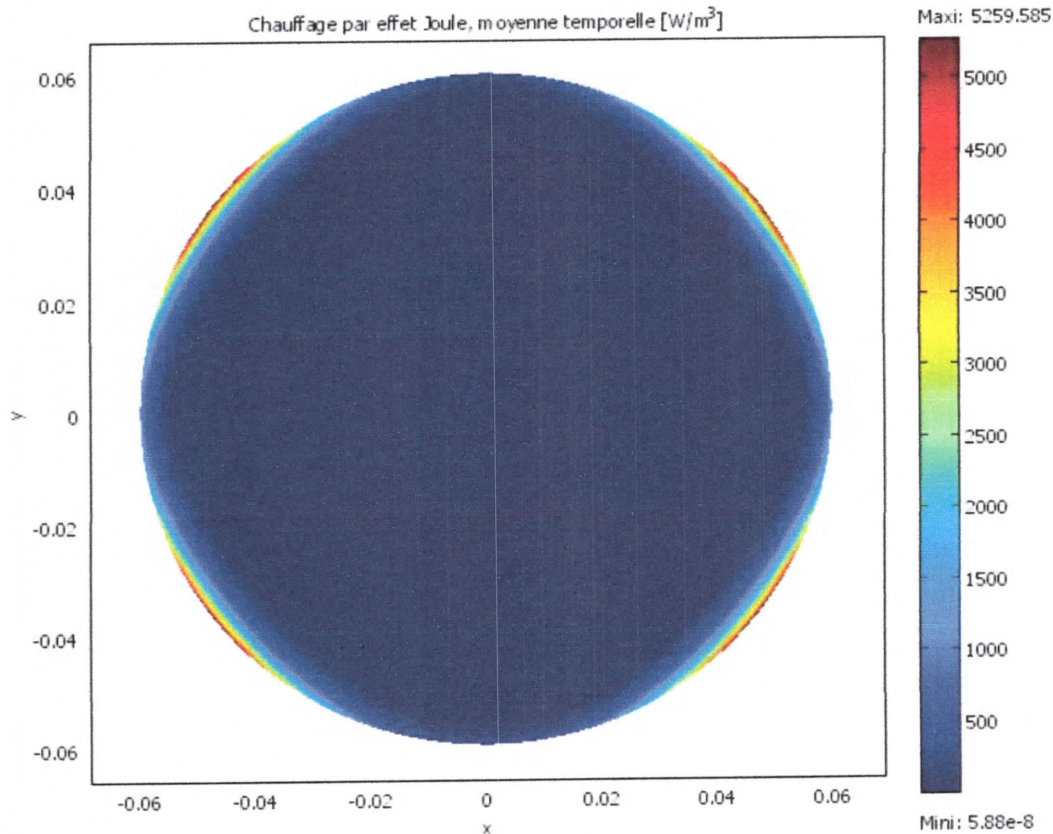


Figure IV.5. Distribution de la densité de la puissance moyenne dans le plasma pour la configuration initiale du dispositif

IV.4.4. Application des deux techniques: EM standard et EM améliorée pour l'optimisation du guide d'onde

IV.4.4.1. Critères pour classer les méthodes d'optimisations

Les critères retenus pour classer les méthodes d'optimisations sont:

- Le nombre d'évaluations de la fonction objectif pour atteindre l'optimum,
- La valeur de la fonction objectif à l'optimum,
- La distance entre l'optimum trouvé et l'optimum global lorsque ce dernier est connu,
- Le temps de calcul.

Pour les méthodes stochastiques, il est nécessaire de procéder à plusieurs exécutions des algorithmes car les résultats ne sont jamais les mêmes de part les procédures aléatoires utilisées.

Des codes de calcul ont été développés, sous environnement MATLAB, et appliqués sur différents exemples. Il s'agit des deux méthodes du mécanisme d'électromagnétisme: standard et améliorée.

IV.4.4.2. Exemples d'application et leurs résultats

Dans le but de tester la pertinence et l'efficacité des méthodes d'optimisation indiquées précédemment, nous les avons utilisés pour déterminer les optimums de quelques fonctions mathématiques dont leurs optimums sont déjà connus. Nous présentons ci-dessous, les résultats obtenus comparés avec ceux obtenus par d'autres méthodes (algorithmes génétiques (AG), le recuit simulé et le gradient) [17].

➤ 1^{er} Exemple

$$F(x, y) = (x - 1)^2 + 10(x - y)^2$$

$$-1 \leq x \leq 1; -0.5 \leq y \leq 1.5;$$

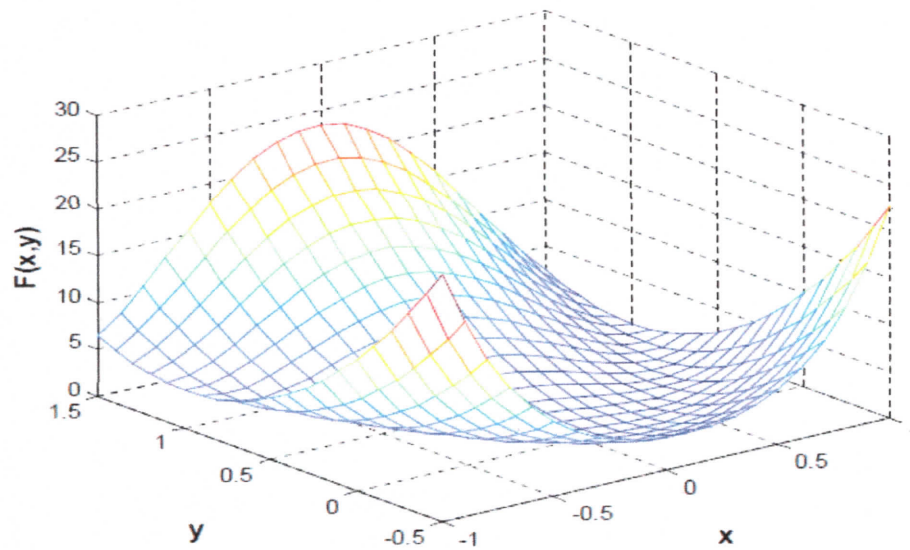


Figure IV.6. Allure de la 1^{ère} fonction

Le tableau IV.1 présente l'optimum de la 1^{ère} fonction, obtenu par les différentes méthodes utilisées ainsi que son optimum exact.

Tableau. IV.1. Résultats de la 1^{ère} fonction

Optimum	Recuit simulé	AG	Gradient	EM standard	EM améliorée	Solution exacte
x_{opt}	0.999	1.021	1.004	1.0007	0.9996	1
y_{opt}	1.012	1.028	1.010	1.0021	0.9988	1
f_{obj}	0.0020	0.0026	0.0020	5.8133e-006	2.3426e-006	0

➤ *2^{ème} Exemple*

$$F(x, y) = 0.01*((x + 0.5)^4 - 30*x^2 - 20*x + (y + 0.5)^4 - 30*y^2 - 20*y)$$

$$-7 \leq x \leq 6 ; -7 \leq y \leq 6 ;$$

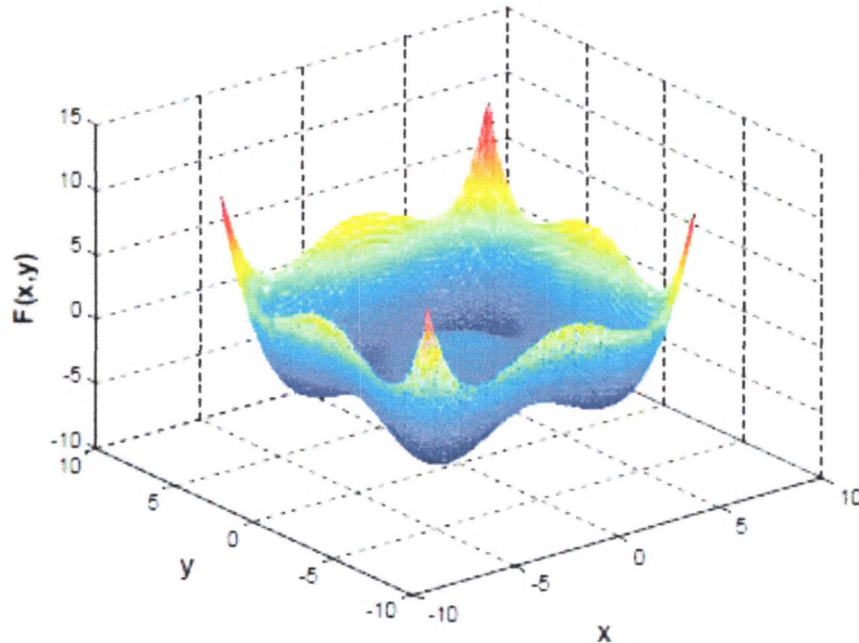


Figure IV.7. Allure de la 2^{ème} fonction

Le tableau IV.2 regroupe les optimums de la 2^{ème} fonction. Ces optimums correspondent à ceux obtenus par les différentes méthodes utilisées ainsi que l'optimum exact de la fonction.

Tableau IV.2. Résultats de la 2^{ème} fonction

Optimum	Recuit simulé	AG	Gradient	EM standard	EM améliorée	solution exacte
x_{opt}	-4.452	-4.450	-4.448	-4.4510	-4.4545	-4.4537
y_{opt}	-4.453	-4.628	-4.448	-4.4446	-4.4629	-4.4537
f_{obj}	-5.232	-5.212	-5.2327	-5.2327	-5.2327	-5.2327

➤ *3^{ème} Exemple : Minimum de la fonction de Rastrigin*

$$F(x, y) = 20 + x^2 + y^2 - 10 (\cos 2\pi x + \cos 2\pi y)$$

$$-5 \leq x \leq +5 ; -5 \leq y \leq +5 ;$$

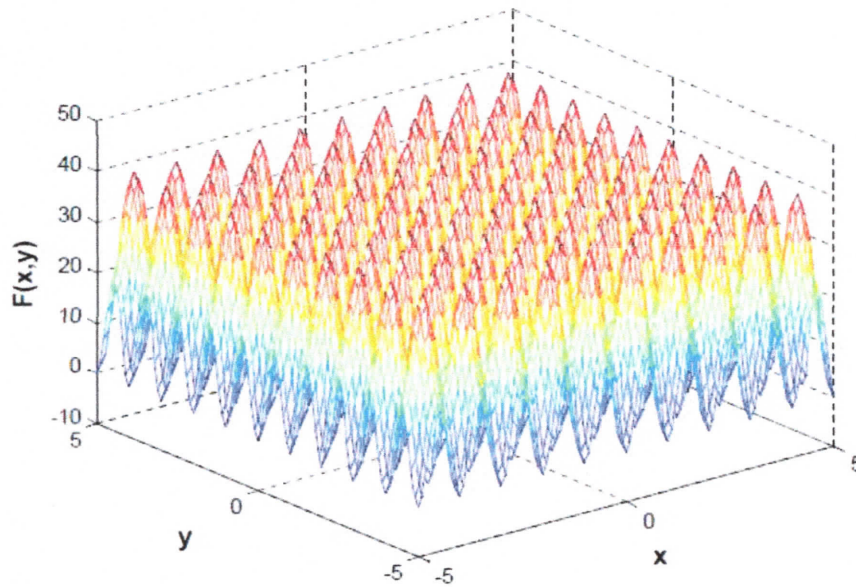


Figure IV.8. Allure de la 3^{ème} fonction

Les optimums de la fonction de Rastrigin obtenus par les différentes méthodes ainsi que l'optimum exacte sont résumés dans le tableau IV.3.

Tableau IV.3. Optimums obtenus de la fonction de Rastrigin

Optimum	Recuit simulé	AG	Gradient	EM standard	EM améliorée	Solution exacte
x_{opt}	0.01053	-0.00504	0.000060	-0.0007	-0.0002	0
y_{opt}	-0.01085	0.00165	-0.0099	0.0019	-0.0004	0
f_{obj}	0.04533	0.00558	0.0009	8.1032e-004	5.1801e-005	0

Selon les valeurs de la fonction objectif, on note bien que la méthode du mécanisme électromagnétisme EM améliorée est plus précise que la méthode du mécanisme électromagnétisme EM de base (standard). Même en la comparant avec les autres méthodes, on trouve qu'elle est la mieux classée.

Dans une étude plus large et plus intéressante, ces deux techniques (EM standard et EM améliorée) vont être appliquées dans le but de déterminer une structure optimale du guide d'ondes utilisé dans le réacteur à plasma présenté précédemment. Dans ce cas, l'objectif est de maximiser la puissance transmise au plasma.

IV.4.4.3. Applications dans le cas du guide d'ondes du réacteur PECVD

Dans le but de trouver une conception optimale du guide d'ondes donnant une puissance maximale, une procédure basée sur un couplage entre les deux logiciels Matlab et Comsol multi-physiques a été proposé. La figure ci-dessous regroupe les blocs ainsi que les étapes de cette procédure.

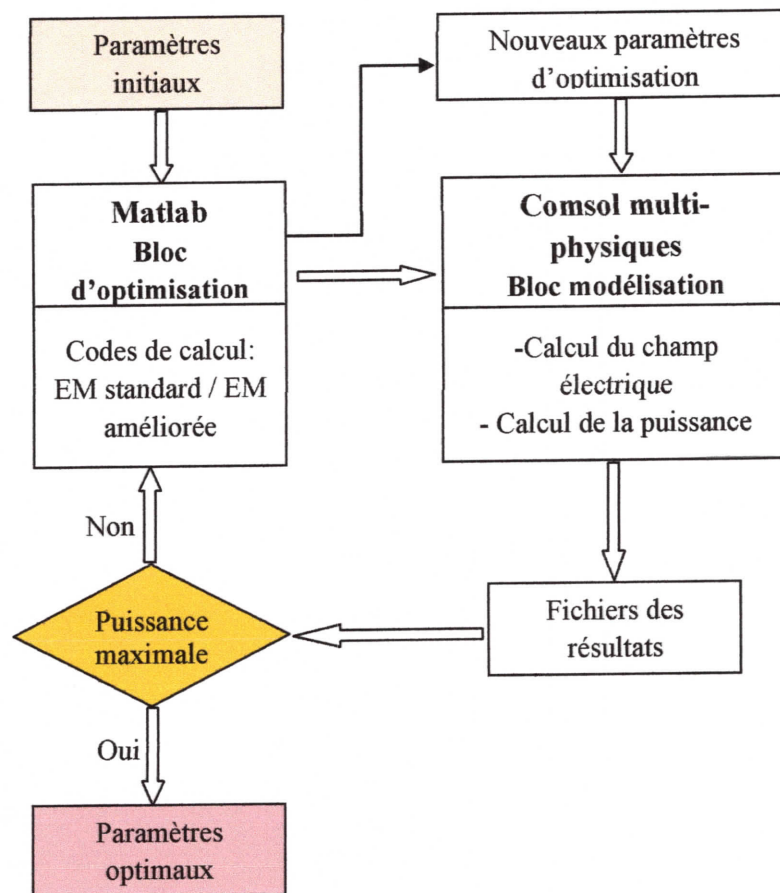


Figure IV.9. Architecture de la procédure proposée dans le but d'optimiser le guide d'ondes

On va commencer avec les dimensions initiales, présentées précédemment, du guide. Ces dimensions nous donnent une certaine valeur de la puissance qui est égale à 1.95W/m.

On va considérer comme paramètres de conception, les paramètres x_1 et x_2 mentionnés sur la figure IV.2.

Pour déterminer les paramètres optimaux de conception, en utilisant les deux techniques EM Standard et Améliorée, on doit formuler le problème d'optimisation. Donc, on doit déterminer la fonction objectif ainsi que les intervalles de variation des paramètres de conception.

A. Formulation du problème d'optimisation

Dans ce problème, on va chercher la valeur maximale de la puissance P_m , donc notre problème est de type « maximiser une performance ».

Le problème d'optimisation peut être décrit alors comme la minimisation de l'inverse de la fonction objectif qui s'écrit sous la forme:

$$f(x) = \text{Max } P_m(x) \quad (\text{IV.3})$$

Dans notre cas, les principales contraintes du domaine imposées par le constructeur, sont les bornes inférieures et supérieures du paramètres x_i .

$$-0.42 \text{ m} < x_1 < -0.30 ; \quad 0.30 < x_2 < 0.42 \quad (\text{IV.4})$$

B. Résultats obtenus par la méthode EM standard

Après application de la méthode du mécanisme d'électromagnétisme standard dans le cas du dispositif présenté précédemment on a pu obtenir les paramètres optimaux recherchés.

Les valeurs obtenues des paramètres optimaux, de la puissance ainsi que la taille de la population correspondante sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

Tableau IV.4. Résultats numériques obtenus par EM standard

EM	Taille de la population	Paramètres optimaux (m)	Puissance (W/m)	Temps de calcul (heurs)
standard	m=20	$x_1 = -0.3306$	$P_m = 2.0261$	20
		$x_2 = 0.3308$		

A partir de ce tableau, on peut constater que pour un temps de calcul important on a pu obtenir les valeurs optimales, des paramètres de conception du guide d'ondes, donnant une puissance de $P_m = 2.0261 \text{ W/m}$.

On remarque bien que la valeur de la puissance a augmenté. Les variations des valeurs des paramètres de conception ainsi que la valeur de la puissance en fonction du nombre des itérations sont présentées dans les figures ci-dessous.

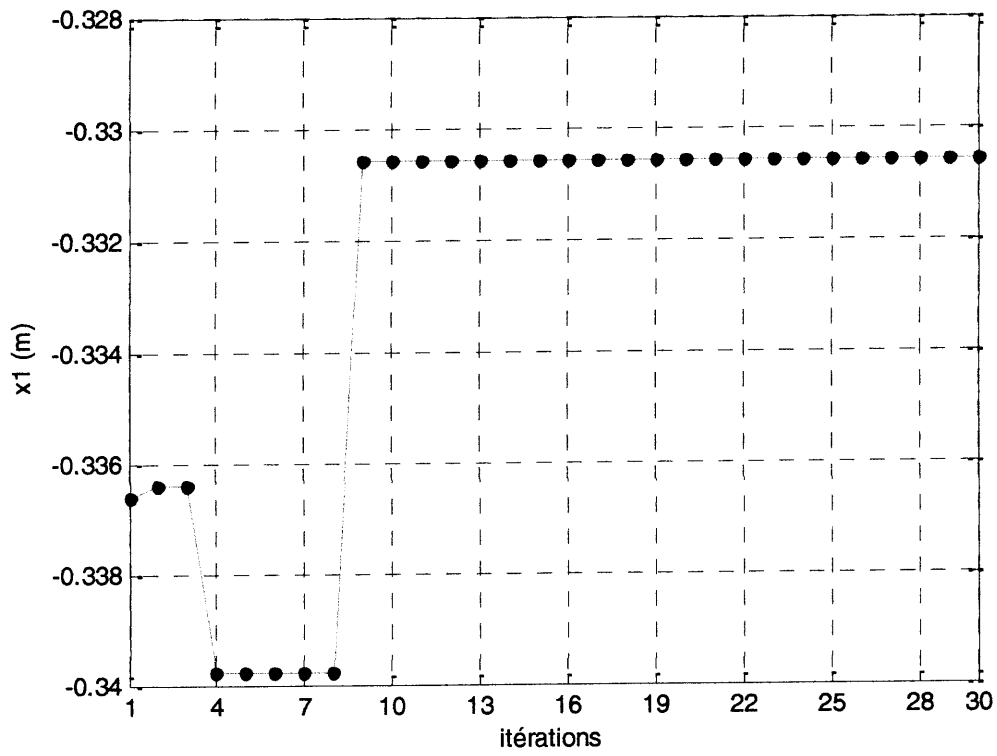


Figure IV.10. Variation de x_1 en fonction du nombre des itérations

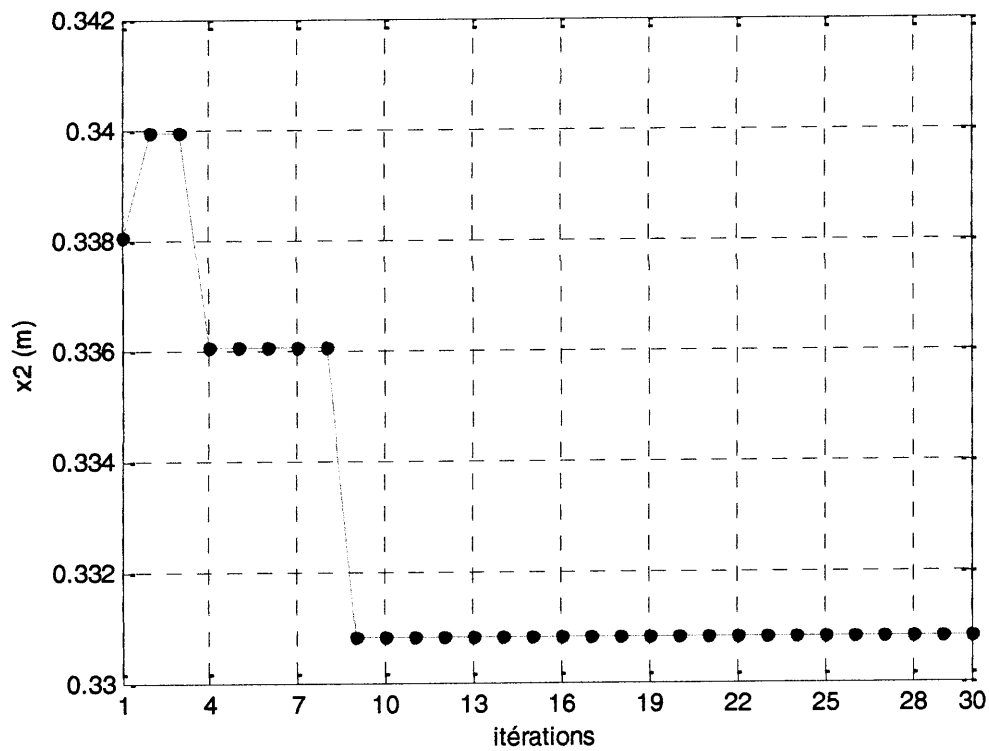


Figure IV.11. Variation de x_2 en fonction du nombre des itérations

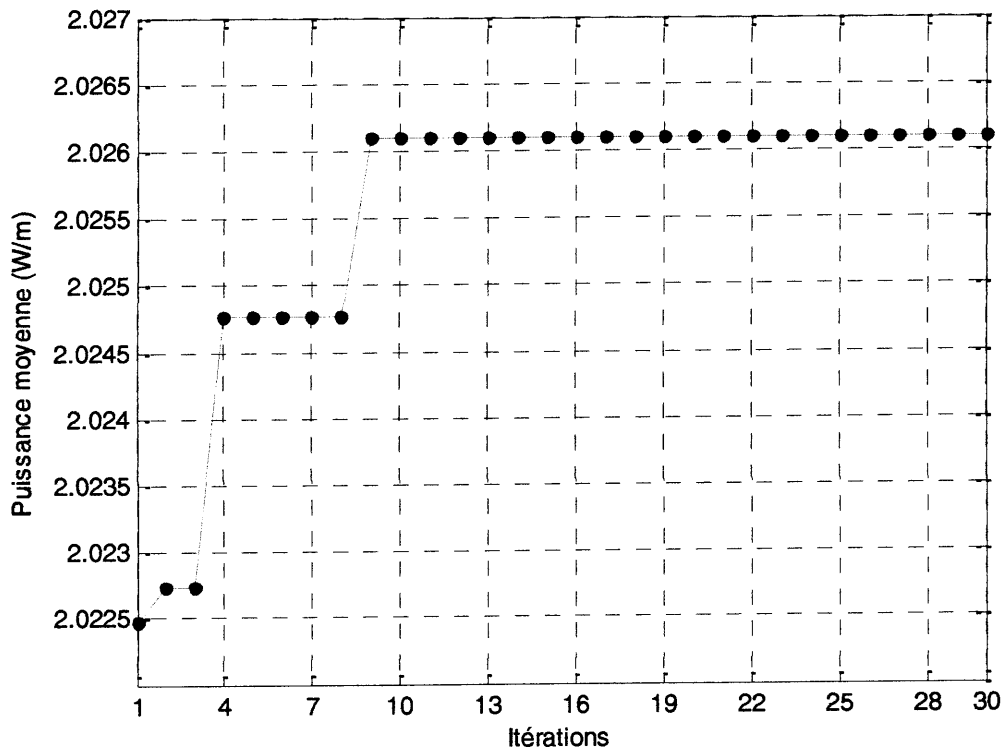


Figure IV.12. Variation de la puissance moyenne on fonction du nombre des itérations

Les figures ci-dessous représentent respectivement, le maillage éléments finis de la nouvelle configuration optimale du dispositif, la nouvelle distribution du champ électrique ainsi que la nouvelle distribution de la densité de la puissance moyenne absorbée par le plasma, obtenues par la méthode EM améliorée.

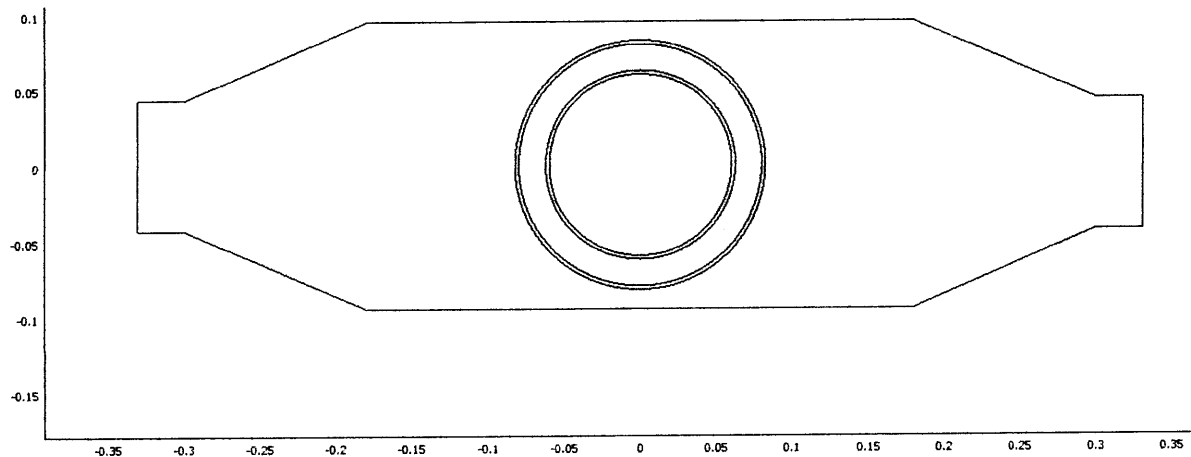


Figure IV.13. Maillage éléments finis de la nouvelle configuration du dispositif, obtenue par la méthode EM standard

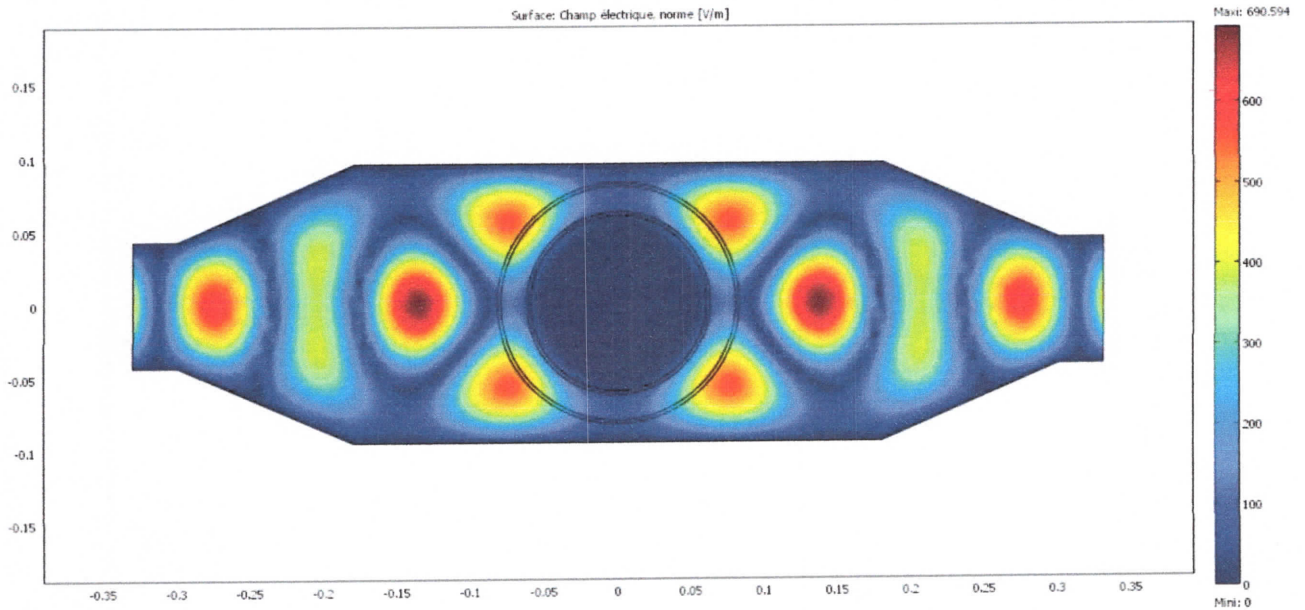


Figure IV.14. Nouvelle distribution du champ électrique dans la nouvelle configuration du dispositif, obtenue par la méthode EM standard

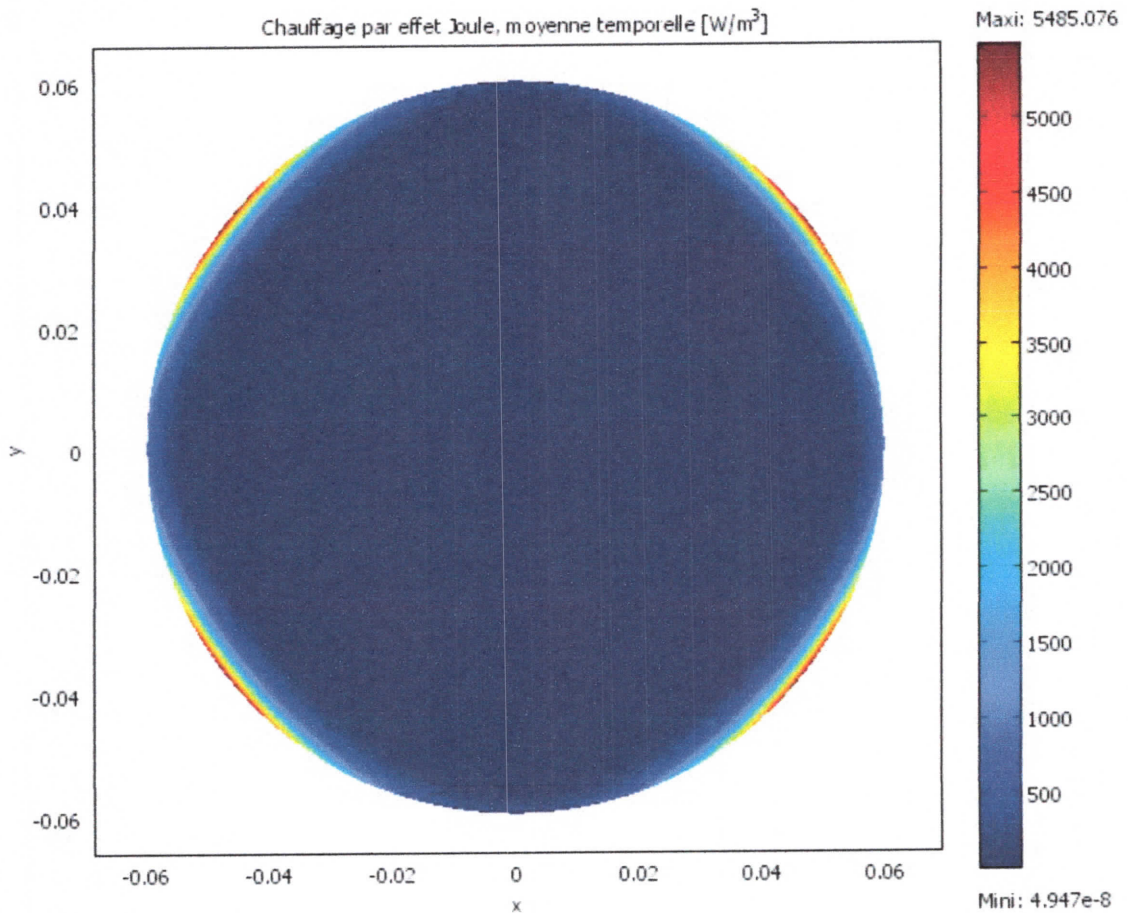


Figure IV.15. Distribution de la densité de puissance moyenne dans le plasma pour la nouvelle configuration du dispositif, obtenue par la méthode EM standard

En faisant une comparaison entre les figures IV.5 et IV.15, correspondantes respectivement à la distribution de la densité de puissance moyenne dans le plasma pour l'ancienne et la nouvelle configuration, on peut constater une augmentation de la puissance pour la nouvelle configuration. Si on considère la valeur maximale, on a une puissance de 5259.585 W/m^3 pour la configuration initiale et une puissance de 5485.076 W/m^3 pour la nouvelle configuration.

C. Résultats obtenus par la méthode EM améliorée

Après application de la méthode du mécanisme d'électromagnétisme standard précédemment, maintenant on va appliquer la méthode améliorée pour essayer de trouver une configuration plus optimale donnant une valeur plus importante de la puissance.

Les valeurs obtenues des paramètres optimaux, de la puissance ainsi que la taille de la population correspondante sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

Tableau IV.5. Résultat numériques obtenus par EM améliorée

EM	Taille de la population	Paramètres optimaux (m)	Puissance (W/m)	Temps de calcul (heurs)
améliorée	m=20	$x_1 = -0.3345$	$P_m = 2.0268$	6
		$x_2 = 0.3389$		

A partir de ce tableau, on peut constater que pour moins du temps de calcul, par rapport à la méthode standard, on a pu obtenir les valeurs optimales, des paramètres de conception du guide d'ondes, donnant une puissance plus importante qui est égale à $P_m = 2.0268 \text{ W/m}$.

On peut mieux constater cette augmentation, par rapport à la méthode standard, dans la distribution de la densité de la puissance dans le plasma (figure IV.21).

Les variations des valeurs des paramètres de conception ainsi que la valeur de la puissance en fonction du nombre des itérations sont présentées dans les figures ci-dessous.

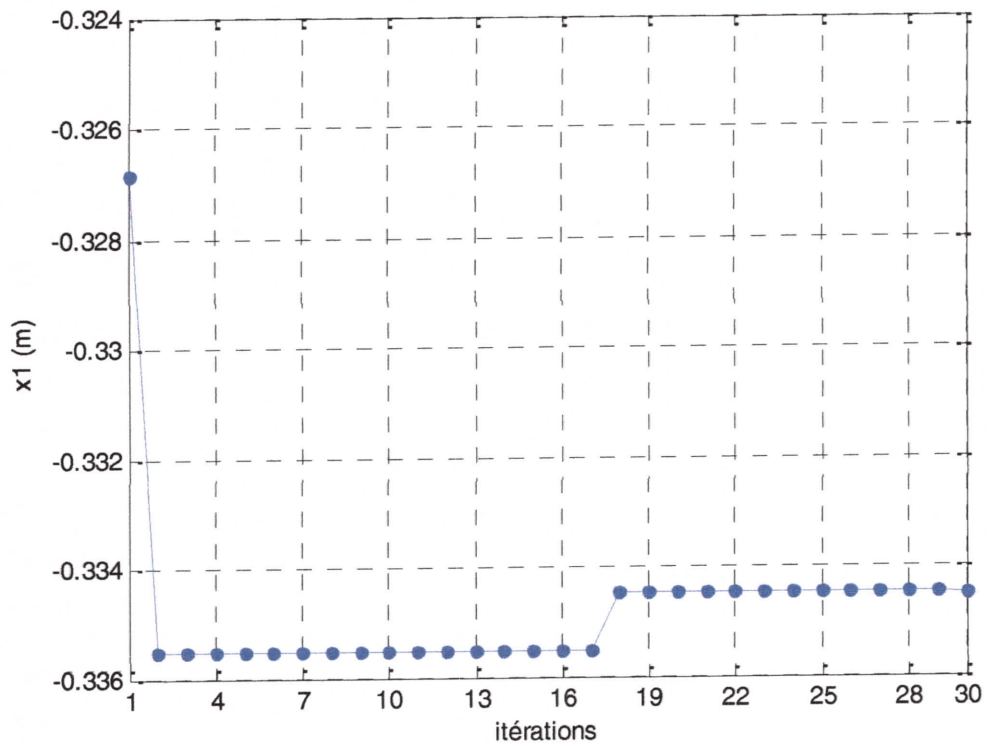


Figure IV.16. Variation de x_1 en fonction du nombre des itérations

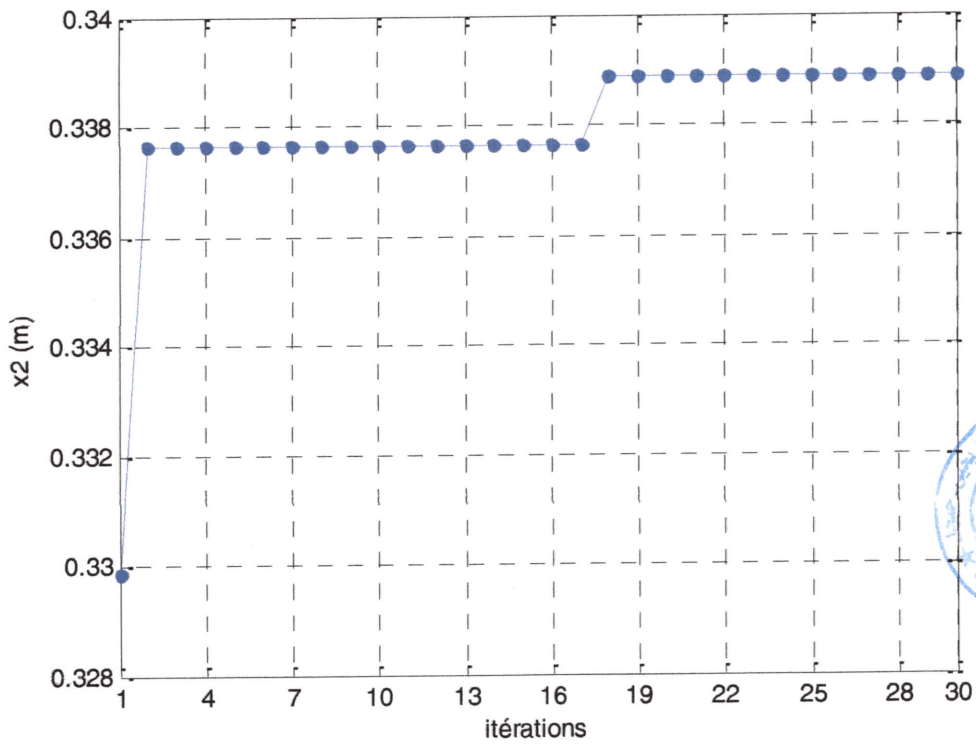


Figure IV.17. Variation de x_2 en fonction du nombre des itérations



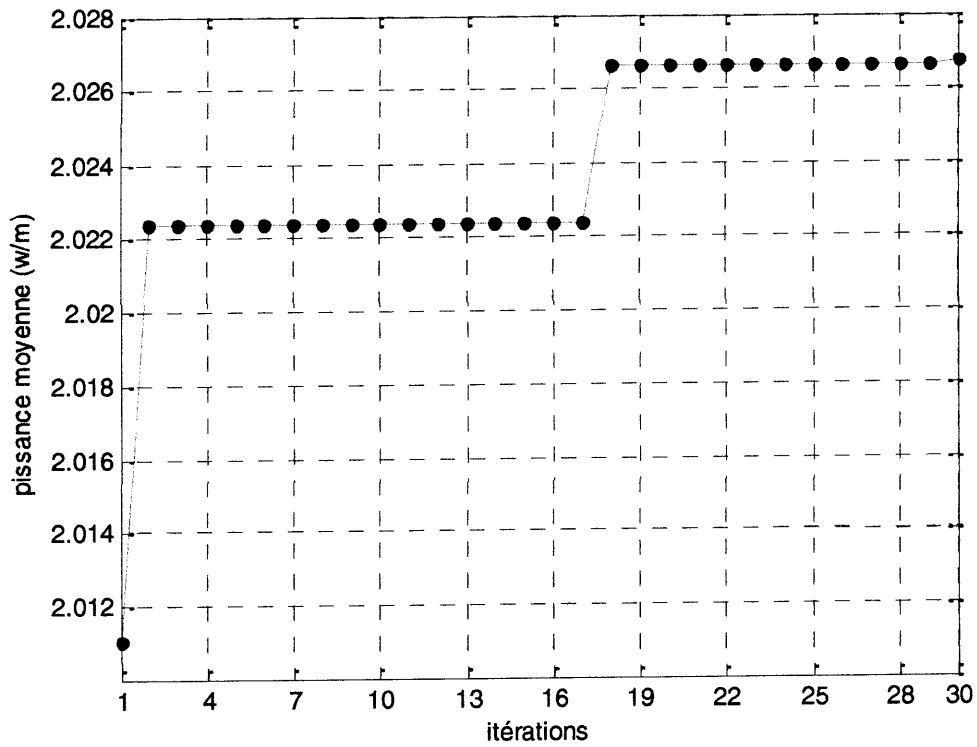


Figure IV.18. Variation de la puissance moyenne en fonction du nombre des itérations

Les figures ci-dessous représentent respectivement, le maillage éléments finis de la nouvelle configuration optimale du dispositif, la nouvelle distribution du champ électrique ainsi que la nouvelle distribution de la densité de la puissance moyenne absorbée par le plasma, obtenues par la méthode EM améliorée.

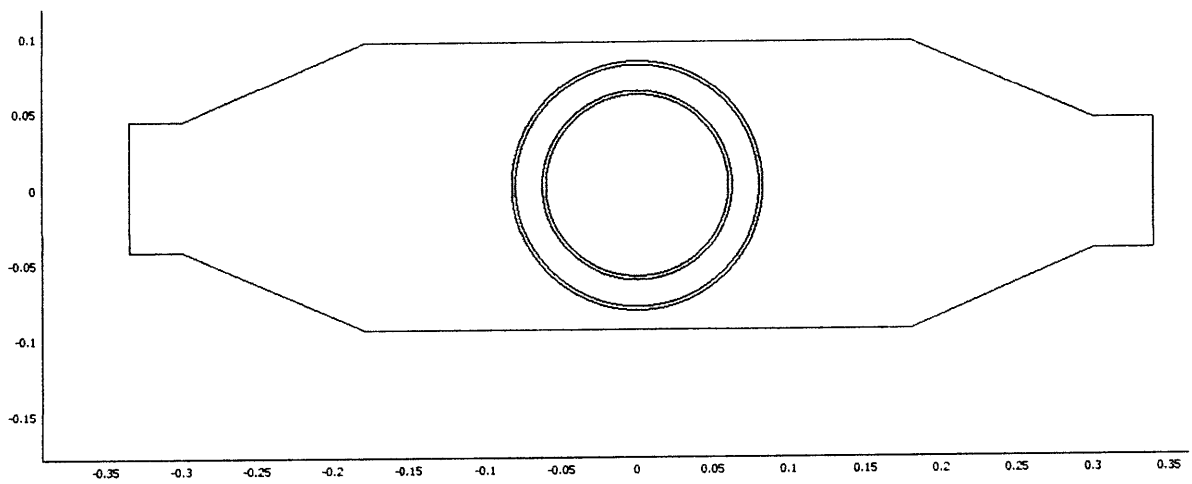


Figure IV.19. Maillage éléments finis de la nouvelle configuration du dispositif, obtenue par la méthode EM améliorée

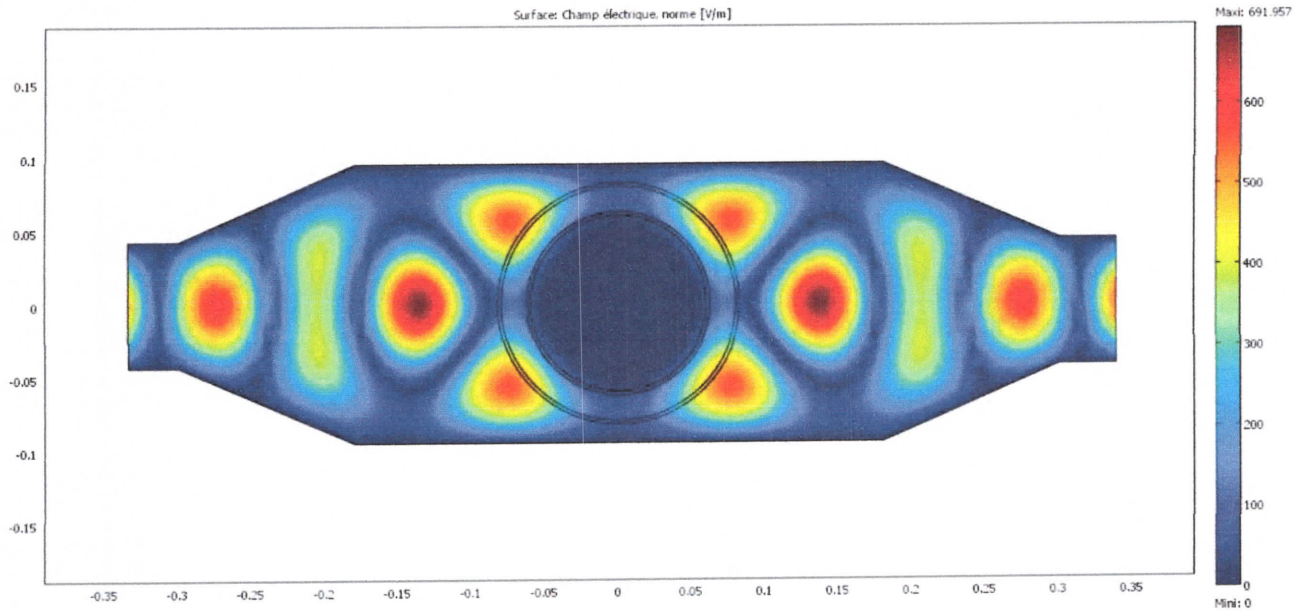


Figure IV.20. Distribution du champ électrique dans la nouvelle configuration de dispositif, obtenue par la méthode EM améliorée

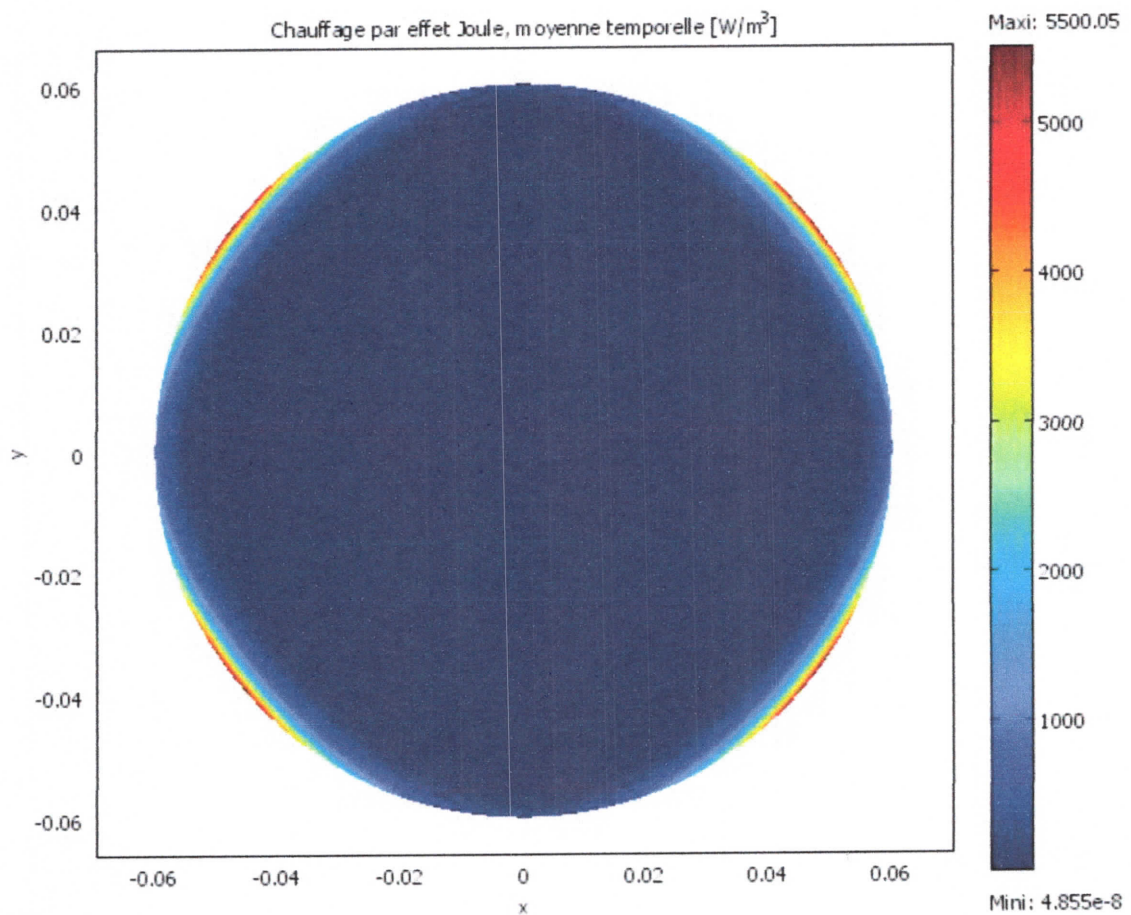


Figure IV.21. Distribution de la densité de puissance moyenne dans le plasma pour la nouvelle configuration du dispositif, obtenue par la méthode EM améliorée

Faisant une comparaison entre les figures IV.15 et IV.21, correspondantes à la distribution de la densité de la puissance dans le plasma, pour la configuration obtenue par la méthode EM standard et pour celle obtenue par la méthode EM améliorée, respectivement. Dans ce cas, on peut constater une augmentation plus significative de la puissance pour la nouvelle configuration obtenue par la méthode EM améliorée.

Si on considère la valeur maximale, on a une puissance de **5259.585 W/m³** pour la configuration initiale, une puissance de **5485.076 W/m³** pour la nouvelle configuration obtenue par la méthode EM standard et une puissance de **5500.05 W/m³** pour celle obtenue par la méthode EM améliorée.

Après comparaison entre les résultats obtenus par les deux méthodes de mécanisme d'électromagnétisme standard et améliorée, on peut conclure que cette dernière est plus rapide et donne le meilleur optimum global (la meilleure valeur de la fonction objectif donnant une puissance plus importante dans le plasma).

Conclusion

Dans ce chapitre, les deux méthodes: EM standard et EM améliorée, ont été appliquées pour l'optimisation d'un guide d'ondes du réacteur PECVD. La procédure que nous avons adoptée consiste à associer ces méthodes d'optimisation à une analyse du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis. Ceci a été effectué par un couplage des deux logiciels Matlab et Comsol.

Ce chapitre illustre le comportement du mécanisme d'électromagnétisme standard et améliorée, tout au long de ce travail, pour la résolution des problèmes de conception en électrotechnique.

Le choix de la méthode d'optimisation la plus performante dépend du problème traité et des résultats attendus. Les méthodes stochastiques ont une bonne probabilité de trouver l'optimum global, mais elles sont peu précises dans leur localisation. De plus, elles nécessitent un temps de calcul important.



Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif de ce travail était de proposer une méthodologie de résolution des problèmes de conception dans le domaine de l'électrotechnique et plus précisément dans le domaine de l'optimisation de forme des guides d'ondes des réacteurs micro-onde PECVD. Les développements se sont concentrés sur la mise au point de stratégies d'optimisation basées sur l'utilisation des méthodes stochastiques.

Ce travail nous a permis de constater que l'optimisation de dispositifs électrotechniques analysés par des outils de simulation numérique demande un traitement spécial, car les difficultés liées aux caractéristiques du dispositif, aux contraintes de l'outil de simulation et surtout aux besoins de l'utilisateur sont souvent nombreuses.

Parmi ces difficultés, nous avons vu que la diversité des problèmes traités, l'échange des données entre l'outil de simulation et l'outil d'optimisation, les erreurs de la méthode de simulation dues aux petits intervalles de discrétisation de l'espace, la recherche d'une solution globale et surtout le temps de calcul onéreux pour atteindre une solution se présentent comme les plus expressives.

Dans ce travail, nous avons essayé de proposer des solutions à ces difficultés dans le but d'implanter un outil d'optimisation robuste et capable de traiter les problèmes d'optimisation en électrotechnique.

Une recherche bibliographique sur les différentes méthodes d'optimisation stochastique a été faite. On a implanté l'optimisation par la méthode de mécanisme d'électromagnétisme (EM) standard et améliorée sous environnement Matlab. Un couplage de ce dernier avec le logiciel Comsol, dans le but de résoudre le problème électromagnétique, a été réalisé.

Les études présentés dans ce mémoire ont permis de voir des perspectives à moyen et long terme. Ainsi la poursuite des travaux de recherche pourrait se faire selon plusieurs axes tels que :

- Mathématique; optimisation ; améliorer l'algorithme proposé,
- Industriels ; miniaturisation ; exploiter cet algorithme et la mise en œuvre pour d'autres applications surtout pour les réacteurs à plasma qui sont des installations complexes et qui nécessitent un temps de calcul très important lors de l'implémentation d'un processus d'optimisation.



Références Bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] **Mr Mokrani LAKHDAR**, « Contribution à la CAO optimisée des machines électriques, application au moteur linéaire à induction » Thèse de doctorat d'état en électrotechnique, université de Batna, Décembre 2005.
- [2] **C. Espanet**, « Modélisation et Conception Optimale de Moteurs Sans Balais à Structure Inversée, Application au Moteur Roue » Thèse de Doctorat en Sciences de l'Ingénieur, Université de Franche-Comté, France, 1999.
- [3] **J. C. Sabonnadière**, « Conception Assistée par Ordinateur (CAO) en Génie Electrique » Techniques de l'Ingénieur, D 3 585, pp. 1-22.
- [4] **J. C. Sabonnadière et M. Juffer**, « Conception Assistée par Ordinateur (CAO) : Moteur Asynchrone » Techniques de l'Ingénieur, D 3 590, pp. 1-16.
- [5] **T. Lecomte**, « Conception Assistée par Ordinateur (CAO) : Moteur synchrone » Techniques de l'Ingénieur, D 3 595, pp. 1-22.
- [6] **J. C. Sabonnadière et J. L. Coulomb**, « CAO en Electrotechnique » HERMES Publishing, 1985.
- [7] **F. Wurtz**, « Une Nouvelle Approche pour la Conception Sous Contraintes de Machines Electriques » Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1996.
- [8] **C. Espanet**, « Modélisation et Conception Optimale de Moteurs Sans Balais A Structure Inversée Application au Moteur Roue » Thèse de Doctorat en Sciences de L'Ingénieur, Université de Franche-Comté, France, 1999.
- [9] **N. Takorabet**, « Optimisation de l'Alimentation des Convertisseurs Electromécaniques Linéaires à Induction » Thèse de Doctorat d'Etat En Génie Electrique de l'I.N.P.L., Lorraine, France, 1996.
- [10] **J. Andersson**, « On Engineering Systems Design, A Simulation and Optimization Approach » Science and Technology Thesis No. (765), Linköpings Universitet, SE-581 83 Linköping, Sweden, 1999.
- [11] **S. Palko**, « Structural Optimization of an Induction Motor Using a Genetic Algorithm and a Finite Element Method » Doctor Technology Thesis, Acta Polytechnica Scandinavica, Electrical Engineering (84), Helsinki 1996.
- [12] **Belatel MIMI**, « Étude des machines électriques par CAO » Thèse de doctorat en génie électrique, université Constantine, Juillet 2007.

- [13] **Omessaad HAJJI**, « Contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques. Application a la conception des dispositifs électrotechniques » Thèse de doctorat en génie électrique, université des sciences et technologies de Lille, Décembre 2003.
- [14] **F. Messine, B. Nogarède, J.L. Langounaelle**, « Optimale Design of Electro-Mechanical Actuators : A New Method Based on Globale Optimisation » IEEE Trans. Magn. Vol. 34, No. 1, pp. 299-308, 1998.
- [15] **S. J Louis, G. J. E. Rawlins** « Pareto Optimality, GA-easiness and Deception » Int. Conf. on genetic algorithms, 1992.
- [16] **J.D. Schaffer** « Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithm » 10th Int. Conf. on genetic algorithms, 1985.
- [17] **khadidja BOUALI** « Étude et conception de structures électromagnétiques utilisant des matériaux composites fer-résine » Mémoire de magistère en électrotechnique génie électrique, université de Batna.
- [18] **P. Siarry, G. Berthiau, F. Durbin et J. Haussy**, « Enhanced Simulated Annealing for Globally Minimizing Functions of Many-Continuous Variables » , Ecole Centrale de Paris, C.E.A. ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 23, N°2, June 1997, pp. 209–228.
- [19] **Stephane BRISSET**, « Démarches et Outils pour la Conception Optimale des Machines Electriques » habilitation a dirigé des recherches, université des Sciences et Technologies de Lille, Décembre 2007.
- [20] **Minoux M.**, « Programmation Mathématique, théorie et algorithmes, tome 1 », Dunod Edition, 1983.
- [21] **D. Hoang**, « Détermination Simultanée de la Résistivité et de l'Épaisseur des Tôles Métalliques et d'Alliages non Magnétiques par Méthode Electromagnétique Sans Contact » Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale Electronique, Electrotechnique, Automatique, Lyon, 2002.
- [22] **M. Caldora Costa**, « Optimisation de Dispositifs Electromagnétiques dans un Contexte d'Analyse par la Méthode des Eléments Finis », Thèse de Doctorat de L'INPG, en Génie Electrique, École Doctorale EEATS Grenoble, 28 Juin 2001.
- [23] **Jean-Louis COULOMB**, « Electromagnétisme et problèmes couplés », « Electromagnétisme et éléments finis 3 », EGEM, Hermes (2002) ,(version du 14/12/2002).
- [24] **CULIOLI J.C.**, « Introduction à l'optimisation » Ellipses, 1994.
- [25] **PRESS W.H.**, « Numerical Recipes in C : The Art of Scientific computing » Cambridge University Press, 1992.
- [26] **BRENT R.P.**, « Algorithms for minimization without derivatives » Prentice-Hall, 1973.

- [27] **FLETCHER R.**, « Practical methods of optimization » John Wiley & Sons, 1987.
- [28] **POWELL M.J.D.**, « An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivations » *Computer Journal*, vol. 7. pp. 155-162, 1965.
- [29] **J.A. Snyman**, « Practical Mathematical Optimization: An Introduction to Basic Optimization Theory and Classical and New Gradient-Based Algorithms » Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2004.
- [30] **M.H. Wright**, « The Interior-Point Revolution in Optimization: History, Recent Developments, and Lasting Consequences » *Bulletin of the American Mathematical Society*, Vol. 42, No. 1, pp. 39-56, September 21, 2004.
- [31] **R.A. Waltz**, « Algorithms for Large-Scale Nonlinear Optimization » PhD Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Northwestern's University, Evanston, Illinois, USA, 2002.
- [32] **M. Kocvara and M. Stingl**, « On the Solution of Large-Scale SDP Problems by the Modified Barrier Method Using Iterative Solvers » Research Report 304, Institute of Applied Mathematics, University of Erlangen, Germany, 2005.
- [33] **KIRKPATRICK S., GELATT C.D., VECCHI M.P.**, « Optimization by Simulated Annealing » *Science*, 220, pp 671-680, 1983.
- [34] **GLOVER F.**, « Tabu Search – Part I » *ORSA Journal on Computing*, vol. 1, no. 3, pp. 190-206, 1989.
- [35] **GLOVER F.**, « Tabu Search – Part II » *ORSA Journal on Computing*, vol. 2, no. 1, pp. 4-32, 1990.
- [36] **HU N.**, « Tabu Search Method with random moves for globally optimal design » *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 35. No. 5, pp. 1055-1070, 1992.
- [37] **HOLLAND J.H.**, « Adaptation in natural and artificial system » The University of Michigan Press, 1975.
- [38] **MICHALEWICZ Z.**, « Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs » Springer Verlag, 1994.
- [39] **PREIS K. ZIEGLER A.**, « Optimal design of electromagnetic devices with Evolution Strategies » *COMPEL*, Vol. 9, suppl. A, pp. 119-122, 1990.
- [40] **RECHENBERG I.**, « Evolution Strategy » , pp. 147-159, 1994.

- [41] **KASPER M., HAMEYER K., KOST A.**, « Automated optimal design of a permanent magnet DC motor using global evolution strategy and FEM » *Int. Journal of Applied Electromagnetics & Mechanics*, No. 6, pp. 367-376, 1995.
- [42] **FOGEL L.J.**, « Evolutionary programming in perspective : the top-down view » , pp. 135-146, 1994.
- [43] **KOZA J.R.**, « Genetic Programming » Cambridge, MA, MIT Press, 1992.
- [44] **MOHAMMED O.A., ULER F.G.**, « A hybrid technique for the optimal design of electromagnetic devices using direct search and genetic algorithm » *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 1931-1934, 1997.
- [45] **P. Siary, J. Claude Mipo et D. Schulte**, « Optimisation des Moteurs à Induction Comparaison entre la Méthode des Variables d'Etat et la Méthode du Recuit Simulé » Université de Paris XII, 26 Septembre 2001.
- [46] **J.M. Alliot**, « Techniques d'Optimisation Stochastique Appliquées aux Problèmes du Contrôle Aérien » Thèse d'Habilitation, Université de Toulouse Paul Sabatier, France, 1996.
- [47] **Q.F. Lu, Y. Chen and Y.Y. Ye**, « Genetic Simulated Annealing Algorithm in Optimization Design of Cylindrical Linear Induction Motor » In *Proceedings Of International Conference LDIA '03*, Birmingham, UK, MO-01, 2003.
- [48] **L. Jourdan**, « Métaheuristiques pour l'Extraction de Connaissances : Application à la Génomique » Thèse de Doctorat DE L'U.S.T.L., Université des Sciences et Technologies de Lille, Numéro d'Ordre : 3368, France, 2003.
- [49] **D. Beasley, D.R. Bull and R.R. Martin**, « An Overview of Genetic Algorithms: Part 2, Research Topics » *University Computing*, Vol. 15, No. 4, pp. 170-181, 1993.
- [50] **D. Whitley**, « A Genetic Algorithm Tutorial » Technical Report CS-93-103, Colorado State University, Department of Computer Science, USA, 1993.
- [51] **B.G.W. Craenen, A.E. Eiben and E. Marchiori**, « The Practical Handbook of Genetic Algorithms Applications » Chapter 10 : How to Handle Constraints with Evolutionary Algorithms, by B.G.W. Craenen, A.E. Eiben and E. Marchiori, Chapman & Hall/CRC Second Edition, 2001.
- [52] **Mehdi SOUIER**, « Métaheuristiques pour la manipulation de routages alternatifs en temps réel dans un Job Shop » Mémoire de magister en automatique, productique et informatique, université Abou Bakr Belkaid.
- [53] **Birbil S.I., and FANG S.**, (2003). « An Electromagnetism-like Mechanism for Global Optimization » *Journal of Global Optimization* vol 25: 263–282.

- [54] Cuevas, E., Oliva, D., Zaldivar, D., Perez-Cisneros, M., Pajares, G. « Opposition-based electromagnetism-like for global optimization» *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 8 (12), (2012), pp. 8181-8198.
- [55] Tizhoosh H.R., Opposition-based learning: a new scheme for machine intelligence. In: *Proceedings of international conference on computational intelligence for modeling control and automation*, 2005, pp 695–701.
- [56] Tizhoosh HR., Opposition-based reinforcement learning. *J Adv Comput Intell Intell Inform* 2006; 10(3):578–85.
- [57] Shokri M, Tizhoosh HR, Kamel M., Opposition-based Q(k) algorithm. In: *Proc IEEE world congr comput intell*; 2006. p. 646–53.
- [58] S.Rahnamayn, H.R.Tizhoosh, M.Salama., A Novel Population Initialization Method for Accelerating Evolutionary Algorithms, *Computers and Mathematics with Applications*, Volume 53 , Issue 10 , pp.1605-1614, 2007.
- [59] Francesca RAPERTTI, « Etude et dimensionnement d'un guide d'onde en arête à base du matériau » Thèse doctorat université de Toulouse, 6 novembre 2008.
- [60] Khaled BENALIA, « étude des système de guidage magnétique a base de supraconducteur htc » These de doctorat université Mohamed Kheider Biskra, juillet 2013.
- [61] Zheng XING, « Influencing factors of levitation drift caused magnet vibration » *superconducteur* (2009).
- [62] david RUIZ-ALONSO, tim A. Coombs, and archie M. Campbell, « numerical analysis of high-temperature superconductors with the critical-state model », *IEEE Transactions On Applied Superconductivity*, vol. 14, no. 4, December 2004.
- [63] Sykulski, « 2D Modeling of field diffusion abd AC losses in high temperature superconducting tapes » *IEEE Trans on Magnetics*, vol. 36, no. 4, pp. 1178-1181, July. 2000.
- [64] M. Maslouh, F. Bouillault , « Numerical Modeling of superconductor materials using anisotropic kim law » *IEEE Trans on Magntetics*, vol. 34, no. 5, pp. 3064-3067, September. 1998.
- [65] Gabriel Carnier, Ingénieur automne 2010, université de Moncton.
- [66] H.Fujiwara spectroscopie, « ellipsométry » Japanese Edition, copyright 2003.
- [67] Faycel BOUBEKRI, « Etude et dimensionnement d'un guide d'onde en arête à base du matériau » Thèse doctorat université de Kasdi Merbah OUREGLA,juin 2009.
- [68] Mohamed BELARBI, « calculs du champ magnétique » These doctorat université de Annaba.

[69] **Cristian Golovanov**, « Développement de formulations éléments finis 3D en potentiel vecteur magnétique » thèse doctorat Institut National polytechnique de Grenoble.30 mars 1992.

[70] **N. Ikhlef O. Leroy M. R. Mékidèche P. Leprince**, « Simulation et validation d'Hétérogénéité Azimutale du Champ dans une Décharge Micro-onde grand diamètre » Laboratory of Modelling in Electrotechnics (L.A.M.E.L), BP 98 Ouled Aissa, Jijel University

[71] **Nabil IKHLEF**, « Modélisation numérique d'une installation convertisseur –plasma d'induction en vue d'une commande optimale » Thèse de doctorat en sciences, université de Batna, 15 Avril 2010.

[72] <http://www.radartutorial.eu/03.linetheory/tl10.fr.html>

[73] **C. Besse, P. Degond, M. H. Vignal**, « La modélisation mathématique des plasmas au service des technologies spatiales », MIP, UMR 5640 (CNRS-UPS-INSA), 6 Septembre 2001, Université Paul Sabatier.

[74] **M. Izri**, « Stratégie d'une conception optimale en électrotechnique basée sur les algorithmes d'optimisation stochastiques », mémoire de magister en électrotechnique, 17 Décembre 2014, université de Jijel.