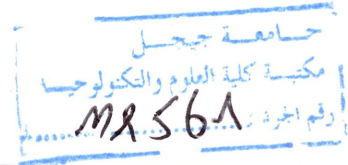


*République Algérienne démocratique et populaire  
Ministère de L'enseignement Supérieur  
Et de la Recherche Scientifique*



*Université de Mohamed Essedik Ben Yahya de Jijel  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département d'Electrotechnique*

# *Mémoire de fin d'études*

*Pour l'obtention du Diplôme de Master  
En Electrotechnique*

*Option : électrotechnique industrielle*

## *Thème*

*Etude de l'influence de l'emplacement des aimants  
dans le rotor sur le comportement vibratoire  
d'une MSAP à flux radial*

*Proposé par :*

*➤ Dr: N. Hacib née FERKHA*

*Réalisé par :*

*✧ Bourouaiah Soufyane  
✧ Hala Moussa*

*Promotion : Juin 2016*

## DÉDICACES

*Je dédie ce lapidaire travail*

- + A mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin, ma mère qui a été à mes côtés et ma soutenu durant toute ma vie, et mon père qui a sacrifié toute sa vie afin de me voir devenir ce que je suis, merci mes parents.*
- + A mes très chers frères*
- + A mes très chères Sœurs Surtout Sihame et ses fils : Mohamed, Ala, Wafa*
- + A toute ma famille sans exception.*
- + A tous mes amis surtout : Amine , fatouh ,Ali, Bakir .*
- + A mon binôme moussa*
- + A tout la promotion 2016 électrotechnique*

*Soufyane*

# Dédicaces

## *Je dédie ce travail*

*À mes chers parents que Dieu les protège, en leur disant merci infiniment... Celle qui m'a donné la vie, le symbole de tendresse, qui s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite, à ma mère, qui a été mon ombre durant toutes les années des études, et qui a veillé tout au long de ma vie. à me donner l'aide et à me protéger.*

*À tous mes frères et mes sœurs .*

*À toute mes amis surtout Tawati, Ali, Walid, Sifo, Ben 3amti.*

*Spéciale dédicace à mon frère à défunt Abd-elhadi rabi yarhmo.*

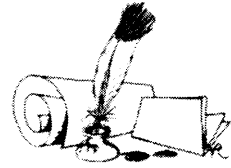
*À mon binôme Soufyane.*

*À tous ceux que j'aime surtout a ma chérie Rida ch.*

*À tous mes collègues de l'université de jijel.*

**Moussa**

# *Remerciements*



*Tout d'abord nous remercions Allah le tout puissant qui nous a éclairé le bon chemin.*

*Nous tenons à remercier très vivement Notre promotrice Madame Hacib qui est un potentiel infini pour les conseils avisés et l'encouragement constant.*

*Nos vifs remerciements s'adressent à toute la promotion de la 2<sup>ème</sup> année master électrotechnique.*

*Enfin Nous associons nos remerciements à toute personne d'étant montré coopérant de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire de fin d'étude surtout*

*Ainsi que tous les professeurs qui ont contribué à notre formation.*

*Sofien Et Moussa*

***SOMMAIRE***

## Sommaire

Introduction générale .....	1
<b>Chapitre I :</b>	
<b>Généralités sur les vibrations dans</b>	
<b>Les machines électriques</b>	
Introduction .....	3
I.1 Définition .....	3
I.2 Origine des vibrations dans les machines électriques .....	3
I. 2.1. Forces d'origine aérodynamique .....	4
I. 2.2. Forces d'origine mécanique .....	5
I. 2.3. Forces d'origine électromagnétique .....	5
I.2.3.1. Forces de Laplace .....	5
I.2.3.2. Forces magnétostrictives .....	5
I.2.3.3. Forces magnétiques .....	5
I.3. Caractéristiques des vibrations .....	6
I.3.1. Direction de la force .....	6
I.3.2. Amplitude .....	6
I. 3.3. Fréquence .....	6
I.4. Méthodes de contrôle des vibrations .....	6
I.4.1. Méthodes de contrôle passives .....	7
I.4.2. Méthodes de contrôle actives .....	7
I.5. Techniques de mesure des vibrations .....	7
I.5.1. Méthode de revêtement photo-élastique .....	8
I.5.2. Jauges de contraintes .....	8
I.5.3. Capteurs des vibrations .....	8
I.5.3.1. Proximètres .....	8
I.5.3.2. Vélocimètre .....	9
I.5.3.3. Accéléromètres .....	10
I.6. Effets négatifs des vibrations .....	10
I.7. Avantage des vibrations .....	11
Conclusion .....	12

## Chapitre II

### Machines électriques à aimants permanents

Introduction.....	13
II.1.Machines électriques à aimants permanents .....	13
II. 1.1.Machines à courant continu et aimants permanents (MCCAP).....	15
II.1.2.Machines à aimants permanents sans balais (MAPSB) .....	15
II. 1.3.Machines synchrones à aimants permanents (MSAP) .....	15
II.2.Différentes structures des machines synchrones à aimant permanent.....	16
II.2.1.Selon la répartition de flux .....	16
II.2.1.1.Structures à flux radial (RFPM) .....	16
II.2.1.2.Structures à flux axial (AFPM) .....	17
II.2.2.Selon la disposition des aimants.....	19
II.2.2.1.Structures à aimants déposés en surface.....	19
II.2.2.2.Structures à aimant encastrés.....	20
II. 2.2.3.Structures à aimants enterrés .....	20
II.3.Les avantages et les inconvénients de la MSAP .....	21
II.3.1.Avantages de la MSAP.....	21
II.3.2.Inconvénients de la MSAP .....	22
II.4. Domaine d'application de la MSAP.....	22
II.5.aimants permanents .....	24
II.5.1.Caractéristiques générales des aimants permanents .....	25
II.5.2. Différents familles d'aimants permanents.....	26
II.5.2.1. Al Nico .....	26
II.5.2.2. Ferrites .....	27
II.5.2.3. alliages métaux – terres rares .....	27
a. samarium-cobalt .....	27
b. aimants néodyme-fer-bore .....	28
Conclusion.....	29

## Chapitre III

### Calcul des vibrations d'origine magnétique

Introduction .....	30
III.1. Calcul du champ électromagnétique .....	30
III.1.1. Equations de Maxwell .....	31
III.1.2. Conditions de passage entre deux milieux différents .....	32
III.1.3. Formulations électromagnétiques .....	33
III.1.3.1. Formulation A-V .....	33
III.1.4. Conditions aux limites .....	34
III.1.4.1. Condition de Dirichlet .....	34
III.1.4.2. Condition de Neumann .....	34
III.1.5. Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles .....	35
III.1.5.1. Méthodes Analytiques .....	35
III.1.5.2. Méthodes semi-analytiques .....	35
a. Méthode des intégrales des frontières (MIF) .....	35
b. Méthode des circuits couplés (MCC) .....	35
III.1.5.3. Méthodes numériques .....	35
a. Méthode des différences finies (MDF) .....	36
b. Méthode des volumes finis (MVF) .....	36
d. Méthode des éléments finis (MEF) .....	36
III.2. Calcul des forces magnétiques .....	38
III.3. Calcul de la réponse dynamique : Résolution des équations de la dynamique .....	40
III.3.1. Analyse modale .....	43
III.3.1.1. Modes propres et fréquences propres : Définition .....	43
III.3.1.2. Recherche des fréquences et des modes propres .....	43
III.3.2. Réponse dynamique par superposition modale .....	44
III.3.2.1. Principe de la méthode de superposition modale .....	45
III.3.2.2. Réponse dynamique en régime harmonique .....	47
III.3.2.3. Réponse dynamique en régime transitoire .....	48
III.3.3. Cas à prendre en considération .....	49
III.3.3.1. Etat plan de contrainte .....	49
III.3.3.2. Etat plan de déformation .....	50
Conclusion .....	51



## Chapitre IV

### Application du modèle développé dans le cas d'une MSAP

Introduction .....	52
IV.1. objectif d'étude .....	52
IV.2. Définition du modèle Matlab .....	52
IV.3. Méthodologie .....	53
IV.3.1. Hypothèse .....	53
IV.3.2. Présentation générale de la procédure développée .....	53
IV.4. Présentation de la machine étudiée .....	55
IV.4.1. Caractéristique physiques de la machines étudiée .....	55
IV.5. Modélisation magnéto-mécanique .....	57
IV.5.1. Calcul de champ électromagnétique .....	57
IV.5.2. Calcul des forces magnétiques .....	59
IV.5.3. Calcul des vibrations : couplage magnéto-mécanique .....	61
IV.6. Influence de l'emplacement des aimants sur le comportement vibratoire de la machine .....	63
IV.6.1. Description de la deuxième machine à étudier .....	63
IV.7. Comparaison des résultats .....	68
Conclusion .....	70
Conclusion général .....	71

## Liste des figures

Figure I.1. Différentes sources de vibrations dans une machine électrique .....	4
Figure I.2. Proximètre placé sur un palier .....	9
Figure I.3. Schéma de principe d'un vélocimètre.....	9
Figure I.4. Structure d'un accéléromètre piézoélectrique.....	10
Figure II.1 : Structures des machines à aimants permanents .....	14
Figure II.2 : Schéma de principe d'une machine synchrone à aimant permanent.....	16
Figure II.3 : Exemple de structures à rotor interne et à rotor externe .....	17
Figure II.4 : Structure simple avec un seul rotor associé à un seul stator .....	18
Figure II.5 : Structure à aimantation axiale avec double stator et un rotor .....	18
Figure II.6 : Structure à aimantation axiale avec double stator et un rotor .....	18
Figure II.7 : Structure à aimants déposés en surface (Rotor interne).....	19
Figure II.8 : Structure à aimants encastrés .....	20
Figure II.9 : Structure à aimants enterrés : (a) avec concentration de flux, (b) structure classique .....	21
Figure II.10 : Principales applications des machines asynchrones à aimant permanent.....	23
Figure II.11 : Cycle d'hystérésis d'un matériau dur.....	24
Figure II.12 : Cycle d'hystérésis d'un matériau doux .....	25
Figure II.13 : Courbe de désaimantation d'un matériau pour aimant permanent.....	26
Figure II.14 : Tableau comparative des niveaux énergétiques des différents aimants.....	29
Figure III.1. Domaine d'étude avec deux milieux différents $M_1$ et $M_2$ .....	32
Figure III.2. Éléments classiques en une et deux dimensions .....	37
Figure III.3. Représentation des conditions aux limites.....	41
Figure III.4. Etat plan de contrainte .....	49
Figure III.6. Etat plan de déformation .....	50
Figure IV.1 : Différentes parties du modèle numérique développé.....	53
Figure IV.2: Organigramme du code de calcul développé: couplage unidirectionnel....	54
Figure IV.3: Géométrie de la machine étudiée.....	55
Figure IV.4: Maillage élément finis adoptée à cette étude .....	57
Figure IV.5: courant triphasé statorique .....	58
Figure IV.6: Distributions des lignes équipotentiels dans la machine.....	58
Figure IV.7: Répartition des forces magnétiques dans le stator .....	59
Figure IV.8 : Évolution de la force magnétique dans le stator .....	60

<b>Figure IV.9:</b> Contenu spectral de la force magnétique.....	.60
<b>Figure IV.10:</b> Déplacement de la carcasse pour le 1er harmonique.....	.62
<b>Figure IV.11:</b> Déplacement de la carcasse pour le 2ème harmonique.....	.62
<b>Figure IV.12:</b> Déplacement de la carcasse pour le 3ème harmonique.....	.63
<b>Figure VI.13:</b> Géométrie de la 2ème machine.....	.64
<b>Figure IV.14:</b> Maillage élément finis adoptée à cette étude.....	.64
<b>Figure IV.15:</b> Distributions des lignes équipotentiels dans la 2 <sup>ième</sup> machine.....	.64
<b>Figure IV.16:</b> Répartition des forces magnétiques dans le stator.....	.65
<b>Figure IV.17:</b> Évolution de la force globale dans le stator.....	.65
<b>Figure IV.18:</b> Contenu spectral de la force magnétique dans la 2 <sup>ième</sup> machine.....	.66
<b>Figure IV.19:</b> Déplacement de la surface externe de la carcasse pour le 1 <sup>ière</sup> harmonique..	.67
<b>Figure IV.20:</b> Déplacement de la surface externe de la carcasse pour la 2 <sup>ième</sup> harmonique.	.67
<b>Figure IV.21:</b> Déplacement de la surface externe de la carcasse pour la 3 <sup>ième</sup> harmonique.	.68
<b>Figure IV.22:</b> déplacement total résultant des 3 harmonique pour la 1 <sup>ière</sup> machine.....	.69
<b>Figure IV.23:</b> déplacement total résultant des 3 harmonique pour la 2 <sup>ième</sup> machine.....	.69

## Liste des tableaux

<b>Tableau IV.1:</b> Caractéristique de la machine étudiée .....	55
<b>Tableau IV.2:</b> Caractéristique des matériaux constituant le stator et la carcasse .....	56
<b>Tableau IV.3:</b> Fréquences propres de l'ensemble stator-carcasse de la MAS .....	61
<b>Tableau IV.4 :</b> Valeur de déplacement de la carcasse pour le 1 <sup>er</sup> harmonique .....	62
<b>Tableau IV.5:</b> Valeur de déplacement de la carcasse pour le 2 <sup>ème</sup> harmonique .....	62
<b>Tableau IV.6:</b> Valeur de déplacement de la carcasse pour le 3 <sup>ème</sup> harmonique .....	63
<b>Tableau IV.7:</b> Fréquences propres de l'ensemble stator-carcasse de la MAS .....	66
<b>Tableau IV.8:</b> Valeur de déplacement de la carcasse pour le 1 <sup>er</sup> harmonique .....	67
<b>Tableau IV.9:</b> Valeur de déplacement de la carcasse pour le 2 <sup>ème</sup> .....	68
<b>Tableau IV.10:</b> Valeur de déplacement de la carcasse pour le 3 <sup>ème</sup> harmonique .....	68

# **Introduction générale**

## Introduction générale

Les machines synchrones à aimants permanents sont utilisées pour leurs grandes performances qui sont entre autres, un fort rendement, une forte densité de puissance, une petite taille et une structure simple [1]. Toutefois, les vibrations et le bruit sont des aspects critiques pour leur intégration dans des environnements embarqués comme l'automobile.

Pour faire simple, les vibrations dans un équipement motorisé, sont l'oscillation ou le mouvement d'avant en arrière de machines et de composants, comme les moteurs d'entraînement, les appareils à entraînement (pompes, compresseurs, etc.), ainsi que les roulements, arbres, engrenages, courroies et autres éléments qui composent les systèmes mécaniques.

La plupart des appareils industriels sont conçus pour fonctionner sans problème et éviter les vibrations, et non les produire. Pour les machines électriques, les vibrations peuvent indiquer un dysfonctionnement ou une détérioration de l'équipement. Il est donc nécessaire de les étudier pour pouvoir ensuite les réduire [2].

Concernant ce thème de vibration dans les machines électriques, plusieurs travaux de recherche ont été réalisés. Ces travaux se basent sur différentes approches: analytiques numériques et expérimentales. Malgré ça beaucoup reste encore à faire, du fait de la complexité des mécanismes de génération des vibrations. Les principales difficultés résident dans le problème de la répartition des forces magnétique, le problème de calcul mécanique et le problème de mesure.

Dans cette étude, nous proposons une modélisation magnéto-mécanique du comportement vibratoire (vibrations d'origine magnétique) d'une machine synchrone à aimants permanents pour quelques configurations du rotor qui diffèrent selon l'emplacement des aimants permanents.

Les vibrations d'origine électromagnétique sont produites par les forces électromagnétiques exercées sur les différentes parties de la machine. Les trois principaux types de ces forces sont la force magnétique, la force de Laplace et la force de magnétostriction. Dans notre étude, on ne va s'intéresser qu'aux vibrations qui sont dû aux forces magnétiques [1]. Dans ce but, notre travail va être présenté en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, on va donner un aperçu sur le problème vibratoire dans les machines électriques. On va présenter les différentes sources de vibrations, qui prennent naissance dans une machine électrique, ainsi que les méthodes de contrôle et les techniques de mesure de ces vibrations.

Le deuxième chapitre va être consacré à une discussion des machines synchrones à aimants permanents (MSAP). Donc, on va donner un aperçu sur les aimants permanents utilisés dans les machines électriques en présentant leurs propriétés et leurs caractéristiques. De plus, on va présenter les différents types des MSAP ainsi que leurs différentes applications. On termine par donner un aperçu sur leurs avantages et inconvénients.

Un rappel sur les lois générales de l'électromagnétisme va faire l'objet du troisième chapitre. De plus, on va présenter les différentes méthodes de résolution d'un problème magnéto-mécanique en précisant celles choisies pour cette étude. Donc, on va donner un aperçu sur les forces magnétiques, sur la méthode qu'on va utiliser pour les calculer ainsi que sur la procédure suivie pour la détermination de la réponse dynamique.

Le quatrième chapitre, concerne l'application de l'ensemble de la modélisation magnétique et mécanique, à l'étude des vibrations d'origine magnétique d'une machine synchrone à aimants permanents en considérant différents emplacements des aimants.

Enfin, ce mémoire va être clôturé par une conclusion générale et des perspectives.



# **Chapitre I**

## **Généralités sur les vibrations**



## Chapitre I

# Généralités sur les vibrations dans les machines électriques



### Introduction

Comme tout objet solide, les machines électriques, si elles sont sollicitées, vibrent en mettant l'air en mouvement et créent ainsi des ondes sonores. La partie extérieure de la machine (souvent le stator) produit la grande majorité du bruit. En effet, la partie intérieure (souvent le rotor) est confinée et transmet difficilement ses ondes sonores vers l'extérieur. C'est pour cette raison, que la plupart des recherches s'orientent vers le comportement vibratoire du stator.

Dans ce chapitre, nous présentons un aperçu sur les différentes sources de vibrations dans une machine électrique. En plus, une analyse des vibrations d'origine magnétique est faite. Enfin, nous présentons les mesures permettant d'identifier l'origine du bruit sonore produit par la machine, et de déterminer ses caractéristiques vibratoires.

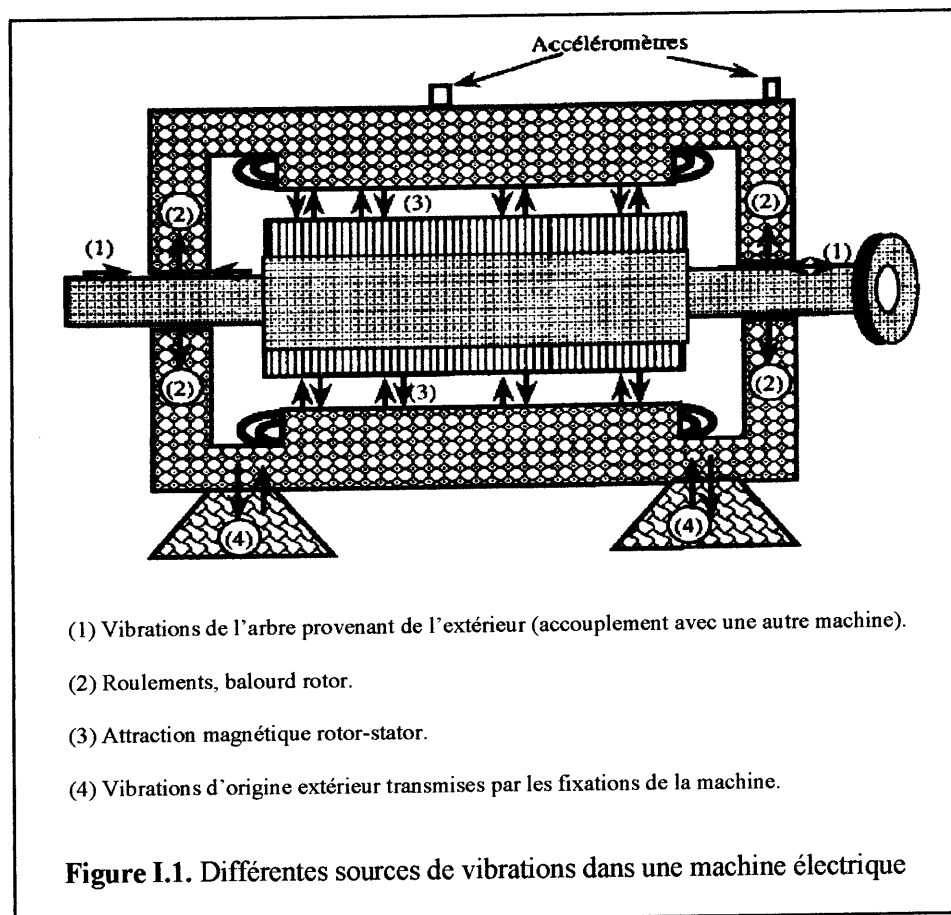
### I.1. Définition

Un système mécanique est dit en vibration lorsqu'il est animé d'un mouvement de va-et-vient autour d'une position moyenne, dite position d'équilibre. Si l'on observe le mouvement d'une masse suspendue à un ressort, on constate qu'il se traduit par [3] [4]:

- Un déplacement : la position de la masse varie de part et d'autre du point d'équilibre,
- Une vitesse de déplacement : variation du déplacement par rapport au temps,
- Une accélération : variation de la vitesse par rapport au temps.

### I.2. Origine des vibrations dans les machines électriques

Généralement, c'est la mesure des vibrations à l'aide d'un analyseur de signaux, qui permet de différencier les sources de vibrations dans une machine électrique qui sont multiples [5][6][7], comme le montre la figure I.1.



Les causes de vibrations et donc de bruit dans une machine électrique sont principalement au nombre de trois. Les forces excitatrices appliquées à une structure sont à l'origine de ses vibrations. Pour une machine tournante électrique, ces forces sont de trois natures différentes :

- Aérodynamique,
- Mécanique,
- Electromagnétique.

### I.2.1. Forces d'origine aérodynamique

Les forces d'origine aérodynamique proviennent de l'écoulement du fluide de refroidissement dans les différentes parties de la machine, comme l'entrefer. Cet écoulement provoque des variations aléatoires de pression dans la machine, ce qui engendre des forces ayant surtout un caractère large bande.

Elles peuvent donc exciter les résonances mécaniques de la machine, et génèrent des vibrations qui sont elles aussi aléatoires et à large bande. Toutefois, dans le cas d'une machine avec ventilateur de refroidissement, des vibrations sinusoïdales dont la fréquence est le produit du nombre d'ailettes du ventilateur par la fréquence de rotation, peuvent apparaître.

### **I.2.2. Forces d'origine mécanique**

Ces forces sont dues à des défauts de fabrication, de joint ou d'usure. On peut par exemple citer le phénomène de balourd dynamique provenant d'un mauvais équilibrage du rotor, ou l'usure de l'accouplement reliant deux machines différentes.

Ces phénomènes génèrent en général des forces périodiques, dont les fréquences sont liées à la fréquence de rotation de la machine. Les vibrations qu'elles engendrent seront donc elles aussi périodiques, et leur transformée de Fourier consistera en un ensemble de raies spectrales, de fréquences harmoniques ou sous harmoniques de la fréquence de rotation .

### **I.2.3. Forces d'origine électromagnétique**

On distingue trois types des forces d'origine électromagnétique : Les forces de Laplace, les forces magnétostrictives ainsi que les forces magnétiques [9] [8].

#### **I.2.3.1. Forces de Laplace**

Elles agissent sur un conducteur parcouru par un courant électrique et plongé dans un champ magnétique. Un bruit acoustique est produit par la transmission des vibrations des bobines aux parties ferromagnétiques.

#### **I.2.3.2. Forces magnétostrictives**

Produites dans les tôles ferromagnétiques. Elles sont liées au degré d'influence des grandeurs mécaniques (contraintes) sur les propriétés magnétiques (perméabilité). Sous un champ magnétique variable, les tôles ferromagnétiques subissent une modification de leurs dimensions. Celle-ci provoque à son tour une modification de la perméabilité du matériau. Dans les machines classiques, les tôles utilisées du type fer-silicium sont considérées faiblement magnétostrictives, donc on admet généralement que les vibrations correspondantes sont négligeables vis-à-vis des vibrations dues aux autres sources.

#### **I.2.3.3. Forces magnétiques**

Ce sont les forces qui s'exercent sur les parties ferromagnétiques placées dans un champ magnétique. Elles sont dues à la présence du gradient de perméabilité. Les vibrations induites sont liées à la variation périodique ou brutale de ces forces, engendrée par l'excitation électrique et les caractéristiques géométriques de la machine (encoches). A ces phénomènes, nous pouvons ajouter ce qu'on appelle le balourd magnétique (en analogie avec le balourd mécanique), qui traduit la présence du déséquilibre dans la répartition des efforts électromagnétiques dû à une

dissymétrie de l'excitation électrique, ou à une dissymétrie purement géométrique liée à la structure de la machine.

### **I.3. Caractéristiques des vibrations**

Pour comprendre comment les vibrations se manifestent, prenons l'exemple d'une simple machine tournante (moteur électrique). Le rotor et l'arbre tournent autour d'un axe, lequel est supporté par un roulement à chaque extrémité.

Les principaux éléments à prendre en compte lors de l'analyse des vibrations sont la direction de la force excitatrice, l'amplitude et la fréquence de la force (du signal vibratoire).

#### **I.3.1. Direction de la force**

Dans le moteur électrique, les vibrations peuvent apparaître comme une force appliquée dans une direction radiale (vers l'extérieur de l'arbre) ou dans une direction axiale (parallèle à l'arbre).

Un déséquilibre dans le moteur provoquerait par exemple une vibration radiale car le « point lourd » du moteur pivote, créant ainsi une force centrifuge qui entraîne le moteur vers l'extérieur lorsque l'arbre tourne à 360 degrés. Un mauvais alignement de l'arbre pourrait provoquer des vibrations dans une direction axiale (oscillation d'avant en arrière le long de l'axe de l'arbre), en raison du mauvais alignement dans un dispositif d'accouplement de l'arbre.

#### **I.3.2. Amplitude**

Plus le moteur est déséquilibré, plus l'amplitude des vibrations est importante. D'autres facteurs, comme la vitesse de rotation, peuvent également avoir un impact sur l'amplitude des vibrations. Lorsque la vitesse de rotation augmente, la force de déséquilibre croît de manière significative.

#### **I.3.3. Fréquence**

Elle correspond au taux d'oscillation des vibrations, c'est-à-dire la vitesse à laquelle la machine bouge d'avant en arrière sous la force des vibrations. La fréquence est communément exprimée en cycles par minute ou en Hertz. Un Hertz équivaut à un cycle par seconde [2].

### **I.4. Méthodes de contrôle des vibrations**

Les différentes méthodes de contrôle des vibrations, permettant de réaliser l'atténuation vibratoire globale ou l'isolation vibratoire d'un système donné, sont classées en deux catégories : méthodes de contrôle passives et méthodes de contrôle actives.

#### **I.4.1. Méthodes de contrôle passives**

Elles regroupent les méthodes consistant à modifier la structure du système par exemple, dans le cadre de l'isolation vibratoire, les fixations de la source vibratoire peuvent être constituées de matériaux absorbant les vibrations. La forme de la source vibratoire peut aussi être optimisée pour la rendre plus discrète et donc minimiser son niveau vibratoire global (ce principe a par exemple été employé sur une machine synchrone). Les méthodes utilisant ce principe ne nécessitent aucun apport supplémentaire d'énergie au système, d'où leur dénomination de « passives ».

Malheureusement, leur coût de mise en œuvre peut rapidement devenir prohibitif (par exemple, changer les matériaux constitutifs ou la forme d'une machine existante), de plus, elles sont peu efficaces sur les vibrations situées dans les basses fréquences (typiquement en dessous de 1 à 2 kHz).

#### **I.4.2. Méthodes de contrôle actives**

Elles regroupent les méthodes qui utilisent des actionneurs extérieurs au système comme moyens d'action sur les vibrations. Parmi les actionneurs les plus couramment utilisés on peut considérer les électroaimants, les vérins hydrauliques ou pneumatiques, les actionneurs piézoélectriques etc. Pour pouvoir être mis en œuvre, ils nécessitent un apport d'énergie extérieure, ce qui explique la dénomination de « méthodes actives ». La bande passante de ces actionneurs permet un contrôle efficace pour les basses fréquences où les méthodes passives n'ont que peu d'effet, et leur coût de revient est directement lié au type et au nombre d'actionneurs utilisés.

### **I.5. Techniques de mesure des vibrations**

Pour la mesure des vibrations, on cherche toujours à isoler le système à étudier de son environnement afin d'éviter les interférences des vibrations avec les objets extérieurs. Cette condition est indispensable, pour bien s'assurer que les vibrations mesurées sont bien celles du système étudié, et non pas celles transmises par un quelconque support [9].

La mesure du bruit acoustique utilise principalement, le microphone qui transforme une grandeur acoustique en une grandeur électrique. Mais lorsque le bruit est d'origine structurale, on a souvent intérêt à remonter du phénomène acoustique au phénomène mécanique qui le provoque, et à remplacer le microphone par un capteur de vibrations. Les techniques de mesure des vibrations les plus souvent utilisés sont :

### **I.5.1. Méthode de revêtement photo-élastique**

C'est une méthode optique, qui permet de visualiser et de mesurer des déformations sur une structure en sollicitation statique ou dynamique. Cette technique est très performante dans l'analyse des contraintes, mais elle est assez coûteuse.

### **I.5.2. Jauges de contraintes**

Elles permettent la mesure des déformations ou des contraintes, sur une structure donnée. Cette méthode n'est fiable qu'à basses fréquences.

### **I.5.3. Capteurs des vibrations**

Un capteur de vibrations est un transducteur capable de convertir en signal électrique le niveau de vibrations qu'il subit à un instant donné.

Un capteur de vibrations est défini par: la grandeur qu'il mesure (déplacement, vitesse ou accélération), le domaine de mesure exprimé en niveau absolu ou relatif, la précision requise et les conditions d'environnement.

D'après la définition ci-dessus, on retrouve parmi les capteurs les plus couramment utilisés le proximètre (mesure de déplacement), le vélocimètre (mesure de vitesse) et l'accéléromètre (mesure d'accélération).

#### **I.5.3.1. Proximètres**

Le proximètre, ou sonde de proximité, est un capteur de déplacement sans contact qui produit un signal électrique directement proportionnel au déplacement relatif de la vibration d'un arbre ou d'un rotor. Il est monté en permanence à l'intérieur du palier (figure I.2). Les mesures en déplacement ne sont pas quantifiables aux basses fréquences ( $< 100$  Hz) dans toutes les gammes de fréquence. Ces mesures seront limitées.

Le capteur de déplacement est utilisé pour toutes les applications où la surveillance des jeux entre les arbres et les paliers s'avère essentielle. C'est pour quoi l'on retrouve des capteurs de déplacement installés sur la plupart des turbines hydroélectriques et des turbomachines[9].

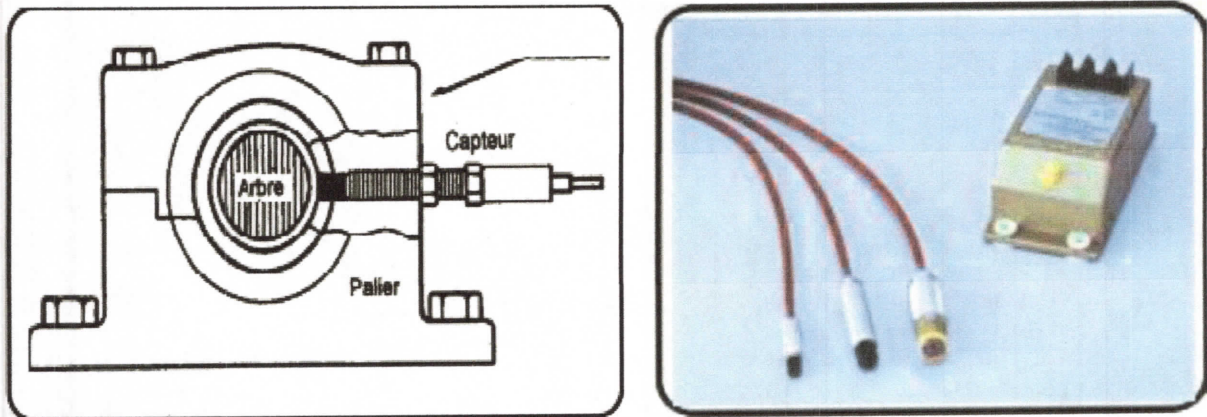


Figure I.2. Proximètre placé sur un palier

### I.5.3.2. Véllocimètre

Les capteurs de vitesse, ou vélocimètres, sont constitués d'une sonde à contact dite sonde sismique qui mesure le mouvement absolu de l'organe sur lequel elle est fixée.

Les vélocimètres les plus courants sont constitués d'une masse sismique reliée au boîtier par un ressort et solidaire d'une bobine qui se déplace dans un champ magnétique permanent créé par un barreau aimanté. La figure I.3 présente le schéma de principe d'un vélocimètre.

La vibration du palier sur lequel est fixé le capteur, génère une tension proportionnelle à la vitesse de mouvement de la bobine[9].

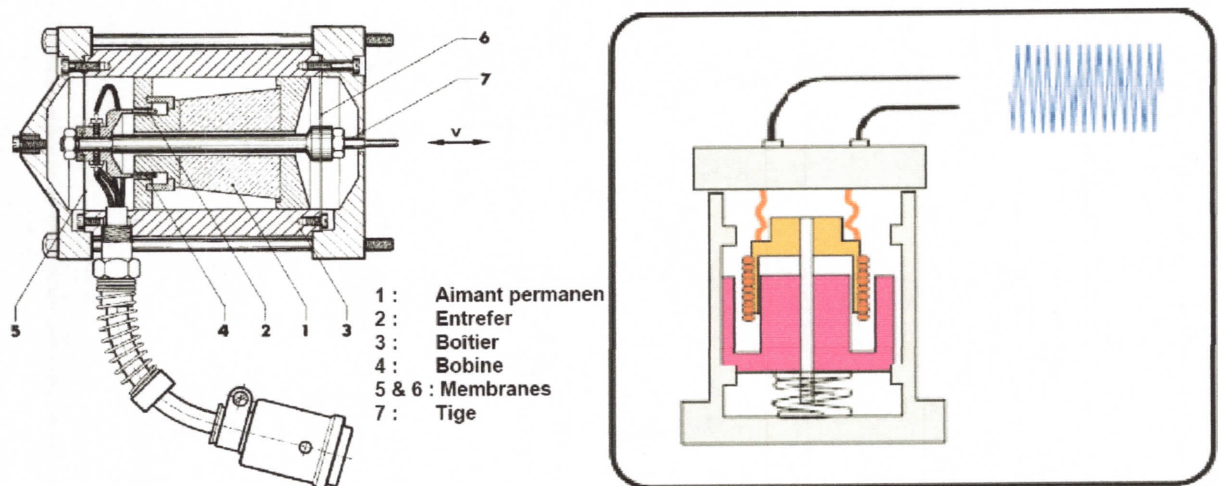


Figure I.3. Schéma de principe d'un vélocimètre

### I.5.3.3. Accéléromètres

Un accéléromètre piézoélectrique est composé d'un disque en matériau piézoélectrique (quartz), qui joue le rôle d'un ressort sur lequel repose une masse sismique précontrainte (figure I.4). Quand la masse se déplace sous l'effet d'une accélération, elle exerce sur le disque des contraintes, induisant à la surface de ce dernier une charge électrique proportionnelle à cette accélération.

Les accéléromètres piézoélectriques tendent à devenir les capteurs de vibration absolue les plus utilisés pour la surveillance. Ils possèdent les propriétés suivantes :

- ✓ Utilisables sur de très grandes gammes fréquentielles,
- ✓ Excellente linéarité sur une très grande gamme dynamique (typiquement 140 dB),
- ✓ Le signal d'accélération peut être intégré électroniquement pour donner le déplacement et la vitesse,
- ✓ Aucun élément mobile, donc extrêmement durable.

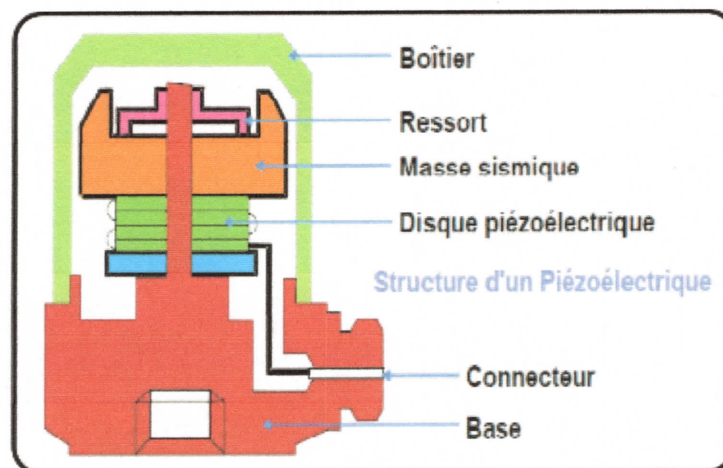


Figure I.4. Structure d'un accéléromètre piézoélectrique

## I.6. Effets négatifs des vibrations

Les vibrations peuvent avoir de graves conséquences. Les vibrations non contrôlées des machines électriques peuvent accélérer le taux d'usure (c'est-à-dire réduire la durée de vie du roulement) et endommager l'équipement.

Les équipements qui vibrent peuvent engendrer du bruit, provoquer des problèmes en matière de sécurité et dégrader les conditions de travail dans les usines. Les vibrations peuvent, considérablement, augmenter la consommation d'énergie de la machine et nuire à la qualité du produit. [2]



considérablement, augmenter la consommation d'énergie de la machine et nuire à la qualité du produit. [2]

Dans les cas les plus graves, les vibrations peuvent gravement endommager l'équipement, jusqu'à provoquer une panne et interrompre la production de l'usine.

### **I.7. Effets positifs des vibrations**

Les vibrations ne sont pas toujours synonymes de problèmes. Elles sont même indispensables à certaines tâches. Certaines machines, telles que les ponceuses vibrantes ou les tonneaux vibrants, utilisent les vibrations pour éliminer des matériaux et polir des surfaces. Les alimentateurs vibrants utilisent les vibrations pour déplacer des matériaux.

Dans le secteur de la construction, les vibrateurs sont utilisés pour donner au béton la forme souhaitée et compacter les matériaux de remblai. Les rouleaux vibrants permettent de compacter l'asphalte utilisé pour le revêtement des autoroutes. Notion sur le

D'autres cas, les vibrations sont inhérentes à la conception de la machine. Par exemple, certaines vibrations sont quasiment inévitables dans les pompes et compresseurs à piston, les moteurs à combustion interne et les entraînements par engrenages. Lorsqu'il s'agit d'une machine fiable et bien entretenue, ces vibrations ne doivent pas être source d'inquiétude [2].

Mesurées et analysées de manière appropriée, les vibrations peuvent être utilisées comme indicateur de l'état de la machine dans le cadre d'un programme de maintenance préventive. Elles peuvent ainsi aider le professionnel de l'entretien de l'usine à prendre des mesures en amont, avant même qu'une panne ne se produise.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur le problème vibratoire dans les machines électriques. Nous avons présenté les différentes sources de vibrations, qui prennent naissance dans une machine électrique, ainsi que les méthodes de contrôle et les techniques de mesure de ces vibrations. De plus, nous avons cité quelques avantages et inconvénients des vibrations.

Les vibrations d'origine magnétique sont celles qui nous intéressent. Elles sont générées par les ondulations du champ magnétique et donc des forces magnétiques. Ces ondulations dépendent de nombreux paramètres géométriques, électromagnétiques et mécaniques de la machine. Parmi les machines électriques tournantes, les machines synchrones à aimants permanents sont classées avec les machines les plus exposées au problème vibratoire à cause de leur configuration (présence des aimants)

Le chapitre qui suit sera consacré à la description des machines synchrones à aimants permanents.

**Chapitre II**  
**Machines électriques à aimants**  
**permanents**

## Chapitre II

# Machines électriques à aimants permanents

### Introduction

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés.

Historiquement, le moteur à courant continu (M.C.C) a constitué la seule source électromagnétique de vitesse variable en raison de son facilité de commande. Cependant, la fragilité du système balai collecteur a toujours été un inconvénient de la M.C.C, ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écartier cet inconvénient.

Parmi les moteurs à courant alternatif utilisés dans les entraînements à vitesse variable, le moteur synchrone à aimants permanents reste un bon candidat. Son choix devient attractif et concurrent de celui des moteurs asynchrones grâce à l'évolution des aimants permanents qu'ils soient à base d'alliage ou à terre rare. Cela leur a permis d'être utilisés comme inducteur dans les moteurs synchrones offrant ainsi, non seulement d'augmenter la densité d'énergie de ces machines, mais aussi de réduire leurs dimensions et leurs pertes par rapport aux autres types de moteurs. Alors beaucoup d'avantages, entre autres, une faible inertie et un couple massique élevé aussi.

Dans ce chapitre, nous présenterons les différents types d'aimants permanents ainsi que les principales structures des machines synchrones à aimants permanents et leurs domaines d'application.

### II.1. Machines électriques à aimants permanents

Avec l'avènement des matériaux à aimants permanents de haute énergie et les progrès réalisés dans le domaine de l'électronique de puissance, les moteurs à aimants permanents ont connu ces dernières années un grand essor. Ils ont été adoptés dans de nombreuses applications de hautes performances telles que la robotique, l'aérospatiale, les outils électriques, la

production des sources d'énergies renouvelables, les divers équipements médicaux, les véhicules électriques et hybrides, etc... [10].

Selon leurs principes de fonctionnement, les machines à aimants permanents peuvent être classées en trois types:

- Les machines à courant continu et aimants permanents (MCCAP).
- Les machines à aimants permanents sans balais (MAPSB).
- Les machines synchrones à aimants permanents (MSAP).

La figure II.1 montre les configurations de ces trois types.

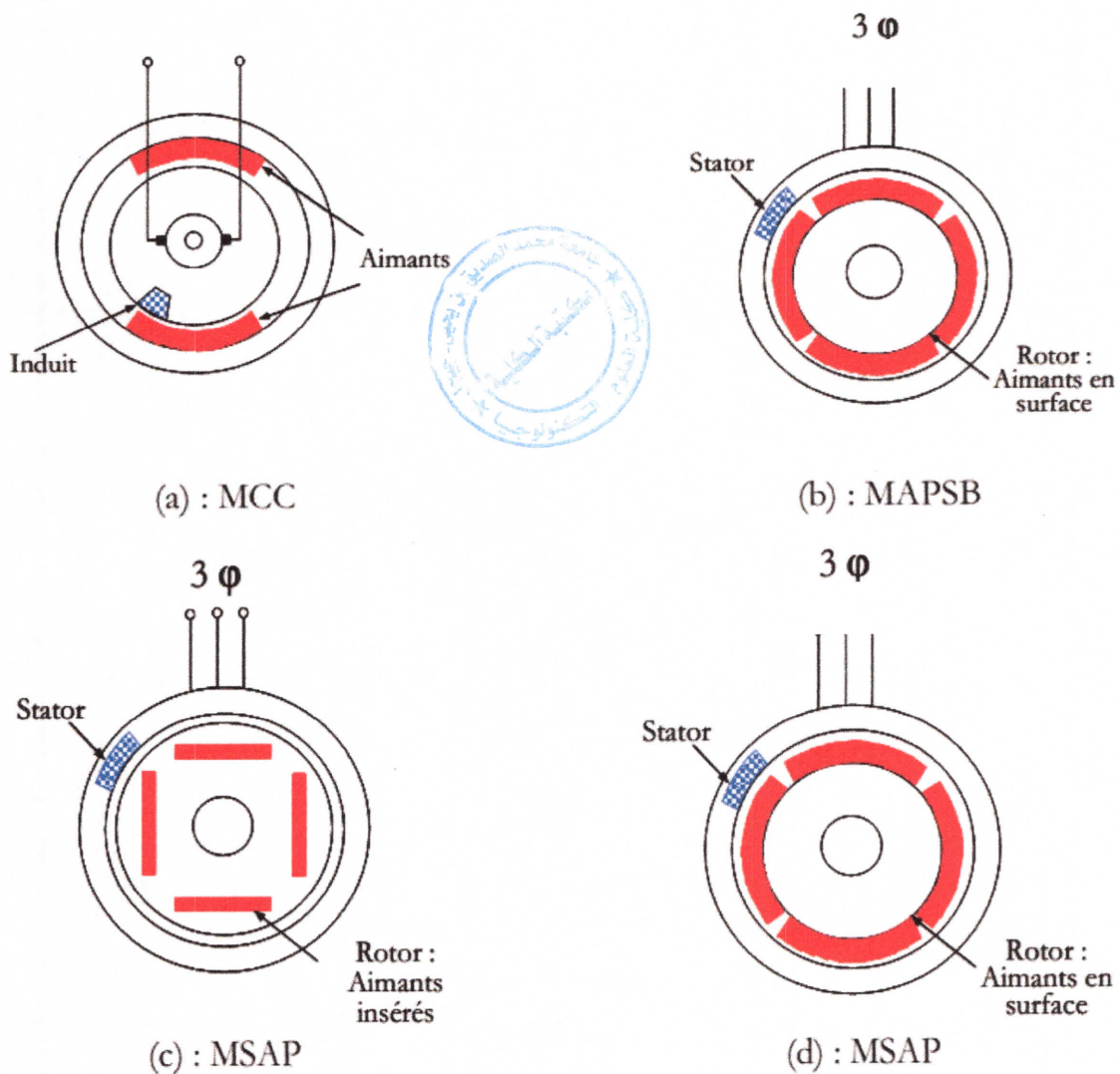


Figure II.1. Structures des machines à aimants permanents

### II.1.1. Machines à courant continu et aimants permanents (MCCAP)

Ce sont les machines à courant continu dans lesquelles le champ magnétique, créé par les électroaimants, est remplacé par celui des aimants permanents.

Le moteur à courant continu à aimants permanents se compose de trois éléments essentiels:

- Une partie fixe ou l'inducteur (stator) constituée des aimants permanents qui engendrent un champ magnétique dont le flux traverse le rotor,
- Une partie mobile ou l'induit (rotor), comportant une ou plusieurs bobines, tournant dans le champ magnétique créé par l'inducteur,
- Le collecteur qui associé aux balais, permet de relier les enroulements du rotor à l'extérieur du moteur.

En conséquence, les pertes joules liées aux bobinages de l'excitation sont éliminées, mais le champ de l'excitation n'est plus contrôlable. Ceci limite leur utilisation aux applications de faible puissance [10].

### II.1.2. Machines à aimants permanents sans balais (MAPSB)

Les progrès dans la technologie des semi-conducteurs ont conduit au développement d'autres types des machines à courant continu où la commutation avec le système balais collecteur est remplacé par la commutation électronique de commande qui doit assurer la commutation du courant dans les enroulements statoriques. Ce dispositif peut être, soit intégré au moteur pour les petites puissances, soit extérieur sous la forme d'un convertisseur de puissance (onduleur). Le rôle de l'ensemble capteur plus électronique de commande est d'assurer l'auto-pilotage du moteur, c'est-à-dire l'orthogonalité du flux magnétique rotorique par rapport au flux statorique.

Dans ces machines, les aimants permanents sont situés sur la partie tournante, vu de l'extérieur, il fonctionne en courant continu. Le stator est constitué de trois enroulements alimentés par les formes d'onde carrées fournies par un convertisseur.

Ce type de moteur électrique élimine tous les inconvénients du moteur à courant continu classique: problèmes de commutation au niveau du collecteur, inertie, refroidissement [11].

### II.1.3. Machines synchrones à aimants permanents (MSAP)

Le terme de la machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant.

Une MSAP triphasée est composée de deux parties principales :

- Une partie fixe qui s'appelle stator et qui est constituée d'un empilage de tôles magnétiques qui contient des encoches dans lesquelles sont logés trois enroulements identiques décalés entre eux de  $2\pi/3$ ,
- une partie tournante qui s'appelle rotor et qui est composée d'un empilage de tôles magnétiques qui contient des aimants permanents.

Les bobines (phases) du stator sont reliées à une source triphasée de tensions sinusoïdales (Figure II.2). La superposition des trois flux magnétiques créée par les trois bobines du stator produit un flux magnétique sinusoïdal tournant à la fréquence de la source de tension. Ce flux magnétique tournant interagit avec le flux de rotor dans l'entrefer qui sépare le stator du rotor et crée ainsi une force électromagnétique. Cette force se traduit par la rotation du rotor [12].

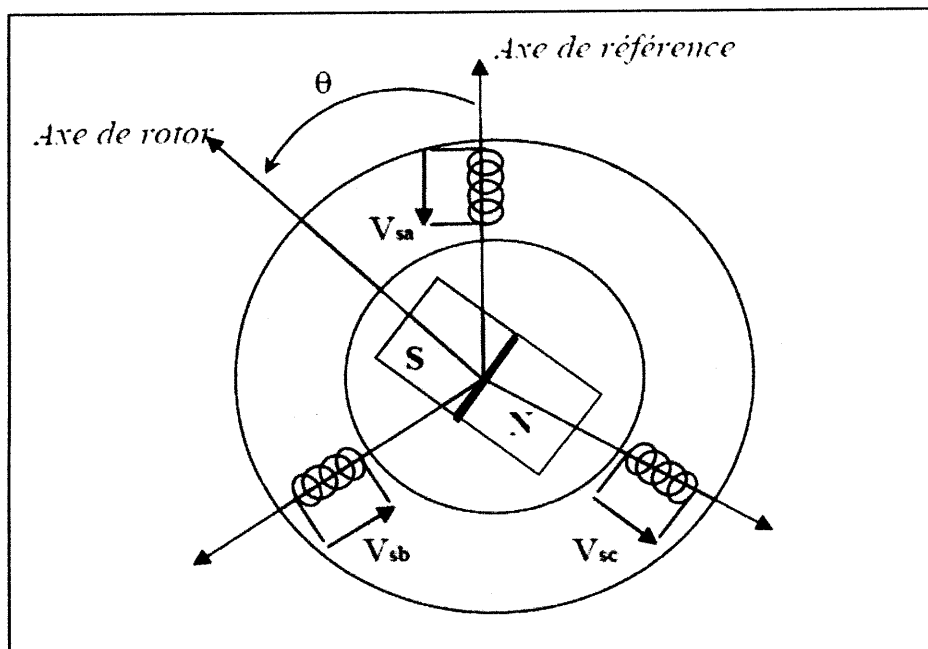


Figure II.2. Schéma de principe d'une machine synchrone à aimants permanents

## II.2. Différentes structures des machines synchrones à aimants permanents

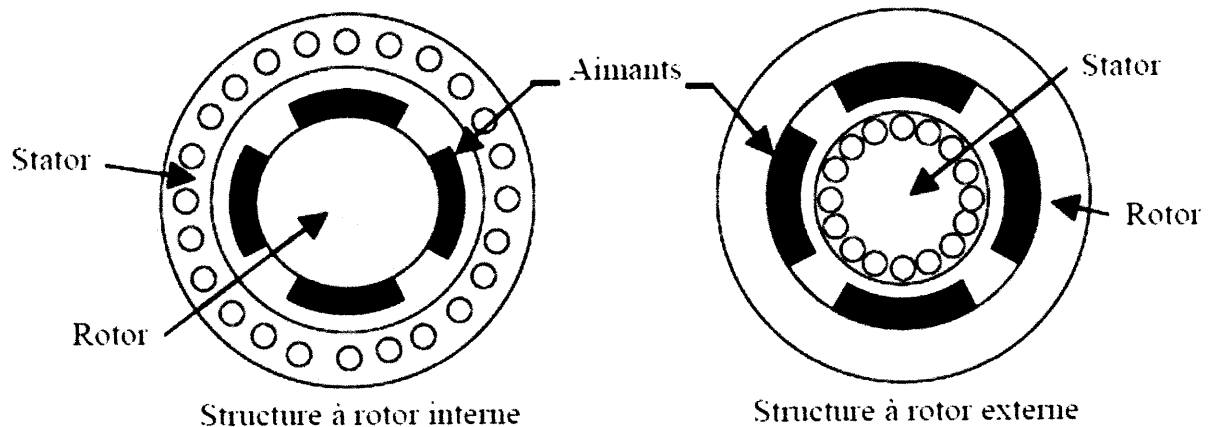
Plusieurs structures des MSAP peuvent être distinguées. On peut les classer soit selon la répartition du flux soit selon l'emplacement des aimants.

### II.2.1. Selon la répartition de flux

#### II.2.1.1. Structures à flux radial (RFPM)

La machine synchrone à flux radial (RFPM) est la machine à aimant la plus conventionnelle. Elle est employée couramment pour l'entraînement direct. Son stator est identique à celui d'une

machine synchrone classique. Ces structures peuvent se présenter, soit avec un rotor placé à l'intérieur ou à l'extérieur (Figure II.3). Les différents types de rotor de machines à flux radial sont munis d'aimants montés soit en surface, soit encastrés ou enterrés [13].



**Figure II.3.** Exemple de structures à rotor interne et à rotor externe

### II.2.1.2. Structures à flux axial (AFPM)

Ces machines dites « discoïdales » ou AFPM représentent une autre solution possible pour les entraînements directs à basse vitesse. Elles comportent un ou plusieurs disques fixes bobinés et un ou plusieurs disques mobiles supportant les aimants permanents. Leur principal avantage est l'optimisation de la surface utile de génération du couple, qui se traduit par une puissance volumique importante. Cependant, leur assemblage est très compliqué, à cause des contraintes mécaniques liées aux poussées axiales.

Comparées à la structure à flux radial, ces machines se caractérisent par un plus grand diamètre et une longueur axiale relativement plus courte. Le flux provenant des aimants est axial tandis que le courant est dans la direction radiale. Différentes configurations à flux axial existent: celle à structure simple avec un seul rotor associé à un seul stator (Figure II.4) et celles à double entrefer avec soit, un seul stator inséré entre deux rotors (Figure II.5) ou un seul rotor inséré entre deux stators (Figure II.6). L'exploitation de ces machines dans le domaine de traction (vélo électrique et voiture hybride) est très prometteuse [13].



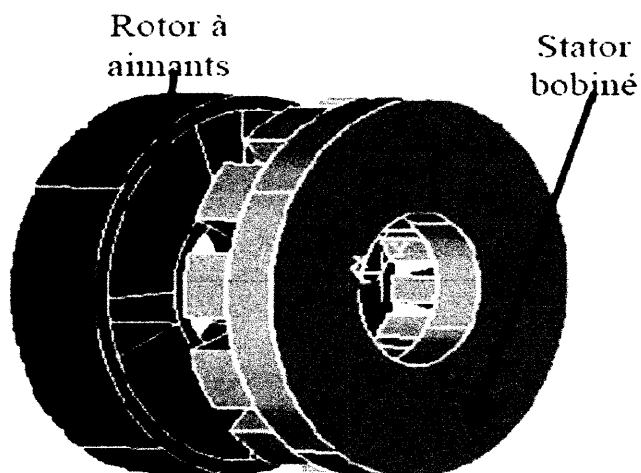


Figure II.4. Structure simple à aimantation axiale avec un seul rotor associé à un seul stator

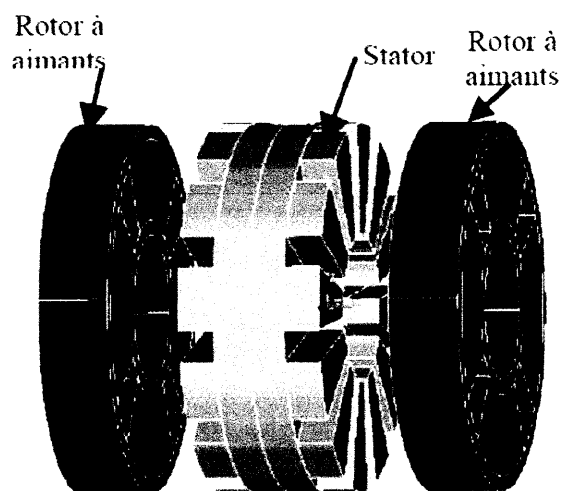


Figure II.5. Structure à aimantation axiale avec double rotor et un stator

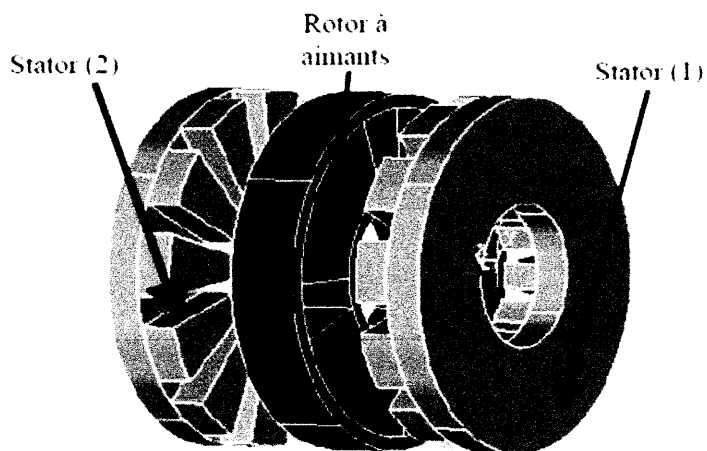


Figure II.6. Structure à aimantation axiale avec double stator et un rotor

## II.2.2. Selon la disposition des aimants

Les machines synchrones à aimants permanents peuvent être construites avec plusieurs configurations rotoriques. Leur classification globale en termes d'emplacement des aimants est comme suit:

### II.2.2.1. Structures à aimants déposés en surface

Elles sont appelées machines à inducteur lisse en raison de leurs aimants disposés au niveau de l'entrefer sur un noyau ferromagnétique lisse (Figure II.7). L'induction  $B_e$  dans l'entrefer est celle des aimants  $B_a$ . Leur aimantation peut être radiale, tangentielle ou combinée.

La topologie à rotor interne est généralement la plus utilisée en raison de sa simplicité et de son faible coût de réalisation. Cependant elle présente quelques inconvénients. En effet, les aimants permanents sont exposés aux champs de démagnétisation et sont sujets à des forces centrifuges pouvant causer leur détachement du rotor [13].

La topologie à rotor externe est moins utilisée car elle est plus difficile à réaliser et nécessite plus de volume d'aimant.

Ce type de machines à aimants présente les avantages suivants :

- Un diamètre du rotor, plus grand que pour les machines conventionnelles à flux radial, permettant d'avoir un nombre plus élevé de pôles et un couple plus grand,
- Une meilleure qualité de collage des aimants sur le rotor grâce à la force centrifuge qui pousse les aimants vers l'extérieur, rendant leur détachement presque impossible.

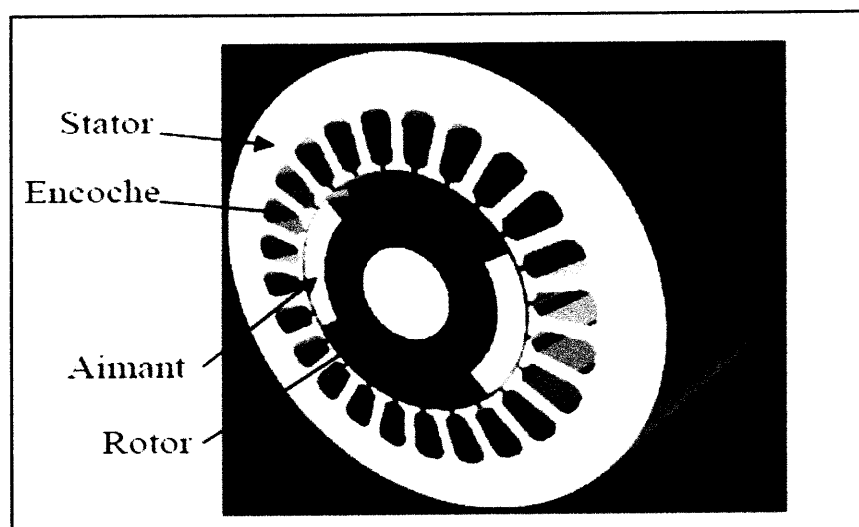


Figure II.7. Structure à aimants déposés en surface (Rotor interne)

### II.2.2.2. Structures à aimants encastrés

Des aimants de forme simple sont insérés à la surface du rotor, ce qui leur permet d'avoir une bonne tenue mécanique (figure II.8). L'espace entre les aimants est couvert par des dents rotoriques créant une saillance inversée ( $X_d < X_q$ ). Cette saillance produit un couple de réluctance aussi important que le couple d'interaction dû aux aimants permanents [13].

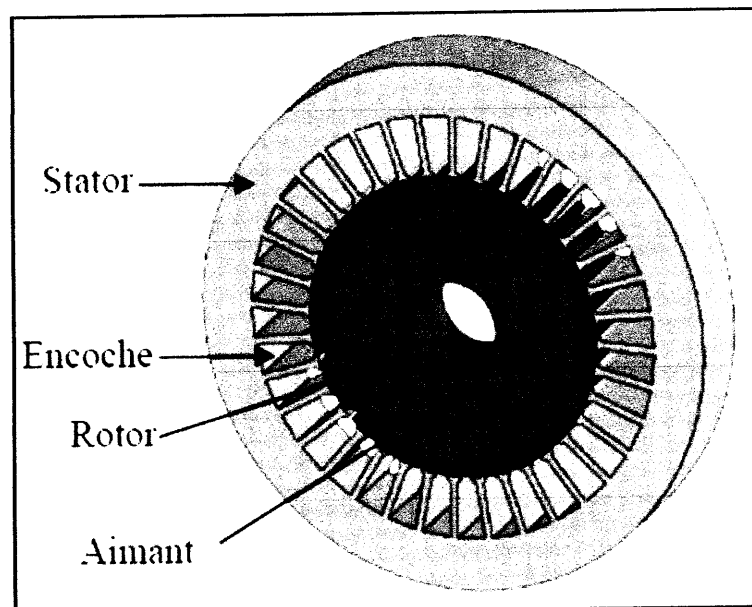
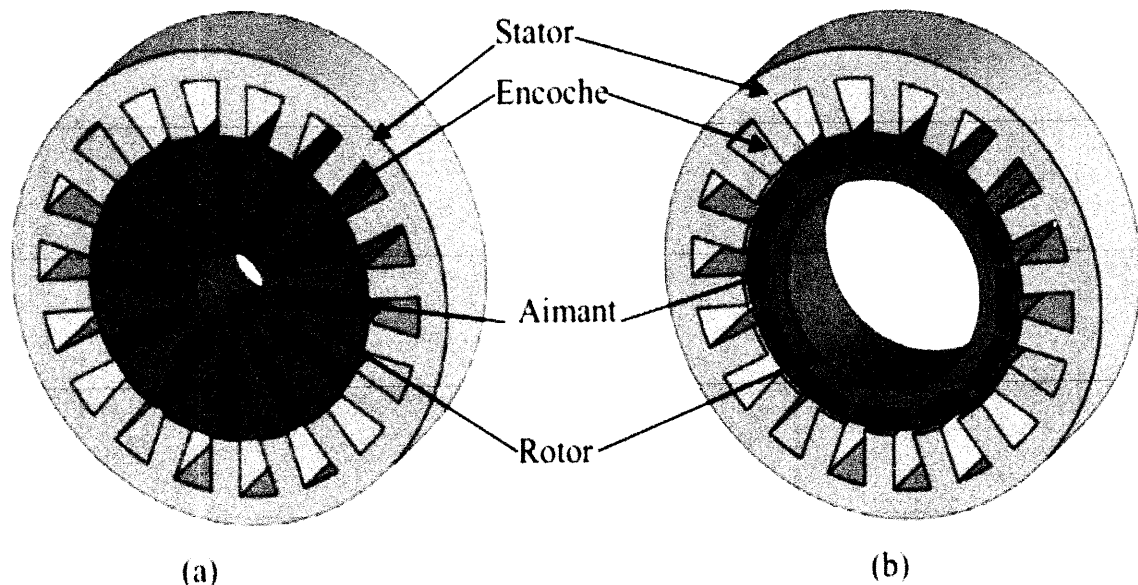


Figure II.8. Structure à aimants encastrés

### II.2.2.3. Structures à aimants enterrés

La structure des inducteurs de ce type de machines est à géométrie complexe. Les aimants sont enterrés à l'intérieur du rotor. La robustesse mécanique de ce type de rotor permet d'atteindre de très grandes vitesses pour des puissances importantes. Deux configurations du rotor peuvent être distinguées (Figure II.9), l'une est à concentration de flux et l'autre à structure classique. L'avantage de ces deux configurations réside dans la possibilité de concentrer le flux produit par ces aimants, permettant ainsi d'assurer des niveaux d'inductions élevées dans l'entrefer. De plus, les aimants enterrés sont bien protégés contre la démagnétisation [13].



**Figure.II.9.** Structures à aimants enterrés : (a) avec concentration de flux, (b) structure classique

### II.3. Avantages et Inconvénients de la MSAP

#### II.3.1. Avantages de la MSAP

Les machines synchrones à aimants permanents présentent plusieurs avantages par rapport aux autres types de machines [15][14]:

- Puissances massiques importantes et élevées,
- Absence de contacts glissants,
- Pas de pertes résistives au rotor, ce qui facilite l'évaluation de la chaleur due aux pertes dans la machine. Ainsi, il y a suppression d'équipement de refroidissement au rotor,
- Suppression des bagues et des ballait, ce qui réduit les problèmes de maintenance,
- Possibilité de supporter des surcharges transitoires importantes et un bon comportement dynamique en accélération et en freinage,
- Grande fiabilité,
- Construction et maintenance plus simple,
- Facteur de puissance et rendement élevé par rapport à ceux des moteurs asynchrones,
- Refroidissement facile,
- alimentation simple.

### II.3.2. Inconvénients de la MSAP

Comme inconvénients de la MSAP on peut citer [11] :

- Coût élevé des aimants,
- Interaction magnétique due au changement de structure,
- Fonctionnement en survitesse,
- Influence des vibrations et des chocs sur la structure de la machine,
- Diminution de l'aimantation selon une loi logarithmique en fonction du temps,
- Risque de démagnétisation irréversible des aimants par la réaction d'induit,
- Impossibilité de régler l'excitation,
- Pour atteindre des vitesses élevées, il est nécessaire d'augmenter le courant statorique afin de démagnétiser la machine. Ceci entraînera inévitablement une augmentation des pertes statoriques par effet Joule.

### II.4. Domaines d'application de la MSAP

Le moteur synchrone à aimants permanents est utilisé dans une large gamme de puissance, allant de centaines de Watts (servomoteur) à plusieurs Méga Watts.

Ces machines ont trouvé un vaste champ d'applications dans plusieurs domaines (équipements domestiques, lecteurs CD/DVD et disques durs d'ordinateur, voiture et vélo électriques, transport, aérospatial, machines-outils, servomoteurs, équipements médicaux et propulsion des navires) (Figure II.10).

Les MSAP sont utilisées pour :

- ✓ fonctionner comme compensateurs synchrones,
- ✓ les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges,
- ✓ grâce au développement de l'électronique de puissance, l'association machine à aimants convertisseur de puissance a trouvé de nombreuses applications dans les domaines très divers tels que la robotique, la technologie de synchronisation, l'entraînement à vitesse variable, et la traction [16] [13].



Figure II.10. Principales applications des machines synchrones à aimants permanents

## II.5. Aimants permanents

Les matériaux magnétiques sont utilisés pour leurs propriétés magnétiques et se classent en fonction de la largeur de leur cycle d'hystérésis. Ces matériaux forment deux grandes familles.

La première est celle des matériaux magnétiques durs à large cycle (figure II.11), appelés communément « aimants permanents » car leur aimantation ne varie pas sous l'effet d'un champ magnétique extérieur [13]. Les principales propriétés de ces matériaux sont [17] :

- ✓ Forte induction rémanente,
- ✓ Fort champs coercitif,
- ✓ Forte énergie de désaimantation,
- ✓ Forte température de Curie.

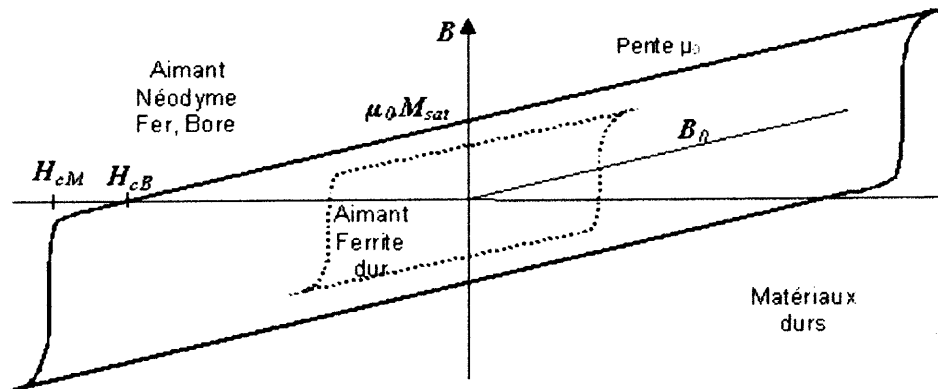


Figure II.11. cycle d'hystérésis d'un matériau dur

La seconde est celle des matériaux magnétiques dits « doux » à cycle étroit (figure II.12), qui ne manifestent de propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation externe. Les principales propriétés de ces matériaux sont [17] :

- ✓ Facilité d'aimantation,
- ✓ Forte induction de saturation,
- ✓ Forte perméabilité,
- ✓ Faibles pertes énergétiques (magnétiques, courant de Foucault),
- ✓ L'excitation coercitive ne dépasse pas  $100 \text{ A.m}^{-1}$ .

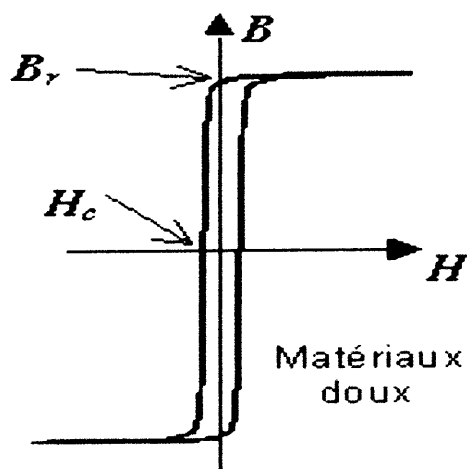


Figure II.12. Cycle d'hystérésis d'un matériau doux

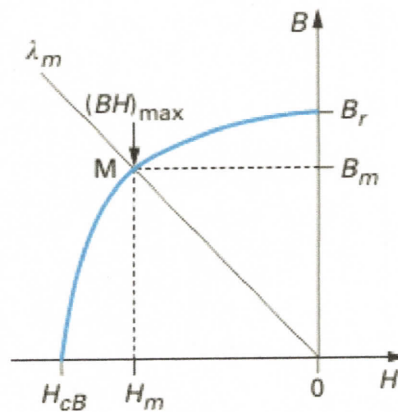
### II.5.1. Caractéristiques générales des aimants permanents

Les aimants permanents sont caractérisés par plusieurs paramètres qui sont déterminants pour les applications industrielles. Ils sont décrits par la courbe donnant la variation de l'induction magnétique 'B' en fonction du champ magnétique 'H' : courbe B(H). Ces paramètres sont [13] [18]:

- **L'induction rémanente 'Br'** : définie comme la valeur de l'induction magnétique conservée par celui-ci lorsque le champ magnétique 'H' est égal à zéro,
- **le champ coercitif  $H_c$**  : représentant le champ magnétisant capable d'annuler l'induction résiduelle et, dont la valeur est d'autant plus élevée que l'aimant est plus stable.
- **le produit d'énergie volumique BH** : qui définit la valeur énergétique de l'aimant par unité de volume, dont on tire la densité d'énergie volumique  $(BH)_{max}$ , valeur maximale du produit d'énergie volumique BH.  $(BH)_{max}$  correspond au point de fonctionnement optimal de l'aimant, associé aux valeurs  $B_m$  et  $H_m$ .

Tous les paramètres mentionnés ci-dessus sont définis dans le deuxième quadrant de la courbe B(H) que l'on appelle la courbe de désaimantation (Figure II.13). Les caractéristiques des divers aimants permanents sont normalement décrites par la seule courbe de désaimantation au lieu de la courbe B(H) totale.





$\lambda_m$  droite de travail (ou droite de charge)

**Figure II.13.** Courbe de désaimantation d'un matériau pour aimant permanent

Les autres paramètres importants de l'aimant sont les suivants [19] :

**T<sub>curie</sub> : Température de Curie** à laquelle l'aimant deviendra démagnétisé. Après les baisses de température au-dessous de cette valeur, il ne se comportera plus comme avant qu'il n'ait atteint cette température. Si l'aimant est chauffé entre  $T_{\max}$  et  $T_{\text{curie}}$ , il se remettra partiellement, mais non entièrement (non réversible).

**T<sub>max</sub> : Température maximale** de l'aimant à laquelle il fonctionnera. Après les baisses de température au-dessous de cette valeur, il se comportera toujours comme il a fait avant qu'il n'ait atteint cette température (réversible).

## II.5.2. Différentes familles d'aimants permanents

Selon les caractéristiques démagnétisantes, les aimants permanents peuvent être subdivisés en plusieurs groupes dont les trois principaux sont les Alnicos, les ferrites et Les alliages métaux-terres rares.

### II.5.2.1. Les Alnicos

L'acronyme Alnico désigne une famille d'alliages composés principalement d'aluminium (Al), de nickel (Ni) et de cobalt (Co), d'où il tire son nom. À ces éléments chimiques sont ajoutés du fer (Fe), du cuivre (Cu) et parfois du titane (Ti). Un Alnico contient typiquement de 8 à 12 % d'aluminium, de 15 à 26 % de nickel, de 5 à 24 % de cobalt, jusqu'à 6 % de cuivre et jusqu'à 1 % de titane, le reste étant du fer. Cet alliage est principalement utilisé pour ses propriétés magnétiques qui sont [20] ,

- ✓ Ils sont des matériaux mécaniquement durs,
- ✓ Présentent une aimantation permanente très élevée,

- ✓ Présentent un champ coercitif assez faible,
- ✓ Leur produit énergétique  $(BH)_{\max}$  est de l'ordre de  $40 \text{ kJ/m}^3$ ,
- ✓ Ils sont des matériaux relativement chers,
- ✓ Possèdent une température de Curie élevée  $860 \text{ }^\circ\text{C}$  pour certaines nuances qui permet des températures d'utilisation pouvant atteindre  $550 \text{ }^\circ\text{C}$ ,
- ✓ La variation des propriétés magnétiques avec la température est faible.

### II.5.2.2. Les Ferrites

La ferrite est une céramique ferromagnétique obtenue par moulage à forte pression et à haute température ( $>1000 \text{ }^\circ\text{C}$ ) à partir d'oxyde de fer  $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{XO}$  (où X : manganèse, zinc, cobalt, nickel, etc.). Ce matériau existe aussi à l'état naturel sous forme de ferrite de plomb  $\text{PbFe}_2\text{O}_9$ , appelé magnétoplombite. Elle est très utilisée en électronique et permet de mettre en œuvre des applications diverses et variées grâce à ses propriétés [20].

Elles sont caractérisées par une faible induction rémanente mais ont un champ coercitif élevé. Ils sont surtout intéressants pour leur bon rapport densité d'énergie/prix [13].

La ferrite est un matériau très dur, difficile à usiner et assez fragile, de couleur grise à noire. La température de Curie (propriété caractéristique des matériaux magnétiques) de ce matériau est généralement comprise entre  $125$  et  $350 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### II.5.2.3. Les alliages métaux-terres rares

L'apparition de ces alliages métalliques vers les années soixante représente un énorme progrès dans le domaine des aimants permanents grâce à leurs propriétés magnétiques. Ils présentent, en effet, par rapport aux autres aimants existants, une très haute énergie magnétique et une grande résistance à la désaimantation [21]. Cette famille d'alliages comprend les aimants samarium-cobalt et les aimants néodyme-fer-bore.

#### A. Les samarium-cobalt

Un aimant samarium-cobalt est un type d'aimants permanents fait d'un alliage de samarium et de cobalt. Les alliages samarium-cobalt (Sm-Co) font partie des grandes classes de matériaux pour aimants permanents aux côtés des alnicos, des ferrites durs et des Néodyme-Fer-Bore. Ces familles sont les plus couramment utilisées pour réaliser des aimants permanents. Ils ont néanmoins comme défauts majeurs des propriétés mécaniques médiocres : fragilité, dureté et caractère cassant.

Ce sont les propriétés intrinsèques de ces alliages qui déterminent leurs propriétés magnétiques[20].

Elles sont caractérisées par une induction rémanente et un champ coercitif élevés. A taille égale, la densité d'énergie emmagasinée dans l'aimant est trois fois plus grande que celle des Alnico et six fois plus que celle des ferrites [22].

Les alliages métalliques samarium-cobalt sont durs, cassants et conducteurs de l'électricité. Bien que leur température de Curie soit élevée, ils ne peuvent pas être utilisés au-delà de 250 °C, en raison de la grande activité chimique des composants [21].

### **B. Les aimants néodyme-fer-bore**

L'aimants néodyme-fer-bore est un aimant permanent composé d'un alliage de néodyme, de fer et de bore ( $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ ) permettant de former un système cristallin tétragonal.

Développé en 1982 par General Motors et Sumitomo Special Metals, les aimants au néodyme sont les aimants permanents les plus forts disponibles sur le marché ainsi que les aimants de terre rare les plus utilisés. Ils ont remplacé d'autres types d'aimants dans des produits nécessitant de forts aimants permanents, tels que les outils sans fil, les disques durs et les fermetures magnétiques [20].

Ces matériaux présentent un inconvénient d'avoir, un point de Curie relativement bas. Ils ne sont utilisables que jusqu'à 180° pour les aimants frittés. Leur sensibilité à la température est élevée et leur coût est plus réduit que celui des samarium-cobalt car, ils ne contiennent pas "ou peu" de cobalt, et le prix du néodyme est plus réduit que celui du samarium, étant beaucoup plus abondant [23].

La figure II.14 présente un tableau comparatif des niveaux énergétiques des différents aimants.

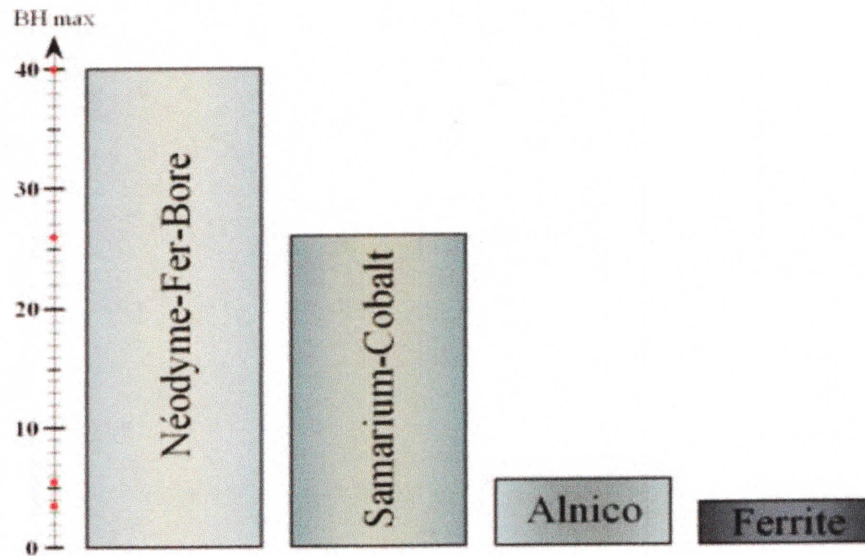



Figure II.14. Diagramme comparatif des niveaux énergétiques des différents aimants

## Conclusion

Ce chapitre a été consacré à une discussion des machines électriques à aimants permanents et plus précisément des machines synchrones à aimants permanents (MSAP). Donc, on a donné un aperçu sur les aimants utilisés dans ces machines. De plus, on a présenté les différents types des MSAP ainsi que leurs différentes applications.

Dans le chapitre qui suit, on va présenter la procédure suivie pour le calcul des vibrations d'origine magnétique dans les machines électriques (dans les MSAP).



**Chapitre III**  
**Calcul des vibrations d'origine  
magnétique**

## Chapitre III

### Calcul des vibrations d'origine magnétique

#### Introduction

Pour étudier les mécanismes de génération des vibrations propres aux différentes sources, deux calculs sont nécessaires [8][9]:

- détermination de l'évolution de toutes les forces s'exerçant sur la structure,
- détermination de la réponse vibratoire de la structure de la machine soumise à ces forces.

Les vibrations qui apparaissent dans une machine électrique, suite à une excitation électrique, ont pour origine principale les forces magnétiques locales réparties en tout point du circuit magnétique de cette machine. Ces forces jouent un rôle très important dans le fonctionnement de tout système électromécanique en termes de déplacement ou de déformation [14].

Dans notre travail, nous ne considérons que les vibrations d'origine magnétique qui sont dues aux variations des forces magnétiques. Pour les prédéterminer en fonction de la structure électromagnétique, de la structure mécanique et de l'alimentation électrique de la machine, la première étape importante est le calcul de ces forces magnétiques.

En fait, pour bien rendre compte du comportement vibratoire résultant, il faut calculer la répartition des forces magnétiques. Pour calculer ces forces, il faut d'abord calculer le champ électromagnétique à l'intérieur de la machine.

Dans ce chapitre, on va donner un aperçu sur la démarche suivie pour le calcul des vibrations d'origine magnétique dans une machine électrique.

#### III.1. Calcul du champ électromagnétique

L'étude de n'importe quel dispositif électromagnétique nécessite la connaissance de la distribution du champ électromagnétique dans ce dispositif et donc les valeurs du flux, des forces magnétiques, etc. Le calcul du champ électromagnétique nécessite une résolution des formulations électromagnétiques qui sont élaborées à partir des équations de Maxwell.

### III.1.1. Equations de Maxwell

Tous les phénomènes électromagnétiques, dont on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques classiques, sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell et par les trois relations du milieu considéré.

Les équations de Maxwell, qui régissent l'ensemble des phénomènes électromagnétiques, sont exprimées sous la forme différentielle suivante:

- Equation de Maxwell-Faraday

$$\text{Rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$



- Equation de conservation du flux magnétique

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad (\text{III.2})$$

- Equation de Maxwell-Ampère

$$\text{Rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{III.3})$$

Le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  représente le courant de déplacement. Il est généralement négligeable dans les cas quasi-stationnaire des dispositifs de l'électrotechnique.

- Equation de Maxwell- Gauss

$$\text{Div} \vec{D} = \rho \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$\vec{B}$  : Induction magnétique [T].

$\vec{H}$  : Champ magnétique [A/m].

$\vec{D}$  : Induction électrique [A.s/m<sup>2</sup>].

$\vec{E}$  : Champ électrique [V/m].

$\vec{J}$  : Densité de courant [A/m<sup>2</sup>].

$\rho$  : densité volumique de charge électrique [C/m<sup>3</sup>].

Aux équations de Maxwell, on associe les lois régissant les milieux qu'on appelle les relations constitutives des milieux [16].

- La loi d'Ohm

$$\vec{J}_{\text{induit}} = \sigma \vec{E} \quad (\text{III.5})$$

- Relation magnétique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{III.6})$$

- Relation diélectrique

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{III.7})$$

Avec :

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (\text{III.8})$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (\text{III.9})$$

$\mu_0$  : Perméabilité du vide égale à  $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  [H/m],

$\mu_r$  : Perméabilité relative,

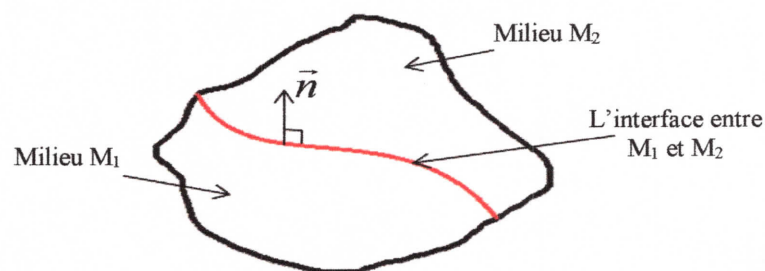
$\epsilon_0$  : Permittivité du vide, elle vaut  $10^{-9}/36 \cdot \pi$  [F/m],

$\epsilon_r$  : Permittivité relative,

$\sigma$  : Conductivité électriques.

### III.1.2. Conditions de passage entre deux milieux différents

Chaque deux milieux magnétiques, de propriétés physiques différentes, ont leurs conditions de passage d'un milieu à l'autre. La figure III.1 présente deux milieux différents  $M_1$  et  $M_2$  de propriétés physiques différentes.



**Figure III.1.** Domaine d'étude avec deux milieux différents  $M_1$  et  $M_2$

Les conditions de passage entre ces deux milieux sont traduites par les équations ci-dessous [15]:

- la conservation de la composante tangentielle du champ électrique  $\vec{E}$

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{III.10})$$



- la conservation de la composante normale de l'induction magnétique  $\vec{B}$

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{III.11})$$

- la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique  $\vec{H}$  due aux courants surfaciques  $\vec{J}_s$  s'ils existent

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{III.12})$$

- La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique  $\vec{D}$  due aux charges surfaciques  $\rho_s$  s'ils existent

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{III.13})$$

Avec :

$\vec{n}$  : Vecteur normal à la surface de séparation entre les deux milieux  $M_1$  et  $M_2$ .

### III.1.3. Formulations électromagnétiques

Les équations précédentes permettent théoriquement de décrire tous les systèmes quasi-stationnaires dans la plupart des dispositifs utilisés en électrotechnique. Elles sont souvent transformées avant tout traitement numérique pour être appliquées aux problèmes physiques à résoudre. Alors une mise en forme préliminaire s'impose afin de réduire le nombre d'inconnue et le nombre d'équations à résoudre. De nombreuses méthodes ont été proposées, utilisant des variables de type potentiel vecteur ou scalaire magnétique ou électrique ou de type champ.

D'après la littérature et dans le cas de l'étude de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP), les modèles magnétostatique et magnétodynamique sont tout à fait adéquat [16]. Dans notre étude, on va s'intéresser au model magnétodynamique.

#### III.1.3.1. Formulation A-V

On va s'intéresser à cette formulation puisque elle est la plus générale et elle s'adapte bien à la majorité des dispositifs électrotechniques.

A partir de l'équation de conservation du flux (III.2), on peut introduire un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  tel que:

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{III.14})$$

D'après l'équation (III.1), le champ électrique peut être écrit sous cette forme:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}V \quad (\text{III.15})$$

On a:

$$\vec{J} = \vec{J}_{\text{ext}} + \vec{J}_{\text{ind}} \quad (\text{III.16})$$

D'après l'équation de Maxwell-Ampère (III.3) et en remplaçant par les équations (III.5), (III.6) (III.14), (III.15) et (III.16) nous aboutissant à la formulation en A-V (en absence d'aimant permanent) qui s'exprime comme suit:

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{rot}(\vec{A}) \right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad}V \right) = \vec{J}_{\text{ext}} \quad (\text{III.17})$$

L'équation (III.17) est une équation différentielle avec deux inconnues: le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et le potentiel scalaire électrique V. Donc, il faut ajouter une deuxième équation, pour avoir un système à résoudre avec deux équations et deux inconnus. Cette équation est celle donnée par l'expression ci-dessous et qui exprime la conservation de la densité de courant induit dans un matériau conducteur.

$$\text{Div} \left[ \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad}V \right) \right] = 0 \quad (\text{III.18})$$

Pour pouvoir résoudre ces équations il faut prendre en compte les conditions aux frontières du domaine d'étude.

#### III.1.4. Conditions aux limites

##### III.1.4.1. Condition de Dirichlet

La valeur du potentiel vecteur est imposée à la surface s du domaine de résolution [16]:

$$A/s = A_0 \quad (\text{III.19})$$

A titre d'exemple lorsque le problème possède une géométrie symétrique et les sources sont disposées de manière antisymétrique, on a une condition naturelle de Dirichlet  $A = 0$  sur l'axe d'antisymétrie.

##### III.1.4.2. Condition de Neumann

Dans ce cas, la dérivée du potentiel vecteur par rapport à la normale à la surface (s) est imposée:

$$dA/s = 0 \quad (\text{III.20})$$

Cette condition est utilisée pour des problèmes qui possèdent une symétrie géométrique et physique.

Dans les dispositifs électromagnétiques présentant des symétries ou des conditions de fonctionnement périodiques ou anti-périodiques, une réduction du domaine d'étude peut être effectuée.

### III.1.5. Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles

Il existe plusieurs méthodes pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Ces méthodes peuvent être analytiques, numériques ou mixtes (semi-analytiques). Le choix d'une méthode dépend de la nature et de la géométrie du problème.

#### III.1.5.1. Méthodes Analytiques

Il existe plusieurs méthodes analytiques, parmi les quelles on peut citer la **méthode de séparation de variables**. C'est la méthode analytique la plus utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Le principe de cette méthode consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit de fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable [24].

Elle est d'un emploi restreint à des géométries simples dans une approche monodimensionnelle ou quelquefois dans des problèmes bidimensionnels ou tridimensionnels.

#### III.1.5.2. Méthodes semi-analytiques

Parmi les méthodes semi-analytiques, on peut citer la méthode des intégrales de frontières ainsi que la méthode des circuits couplés.

##### a. Méthode des intégrales des frontières (MIF)

Cette méthode est basée sur la discrétisation des frontières du domaine. Pour cela on utilise le théorème de GREEN. Elle est limitée à la résolution des systèmes linéaires.

##### b. Méthode des circuits couplés (MCC)

La MCC permet de fournir la solution d'une équation aux dérivées partielles (EDP) par une expression intégrale de type Biot et Savart, et elle est peut être couplée à une méthode numérique de discrétisation.

#### III.1.5.3. Méthodes numériques

Les méthodes numériques sont développées grâce au développement des outils informatiques. Ce sont des méthodes basées sur la discrétisation du domaine d'étude. Nous

distinguons trois méthodes principales pour la résolution des équations électromagnétiques: la méthode des différences finies, la méthode des volumes finies et la méthode des éléments finis.

#### **a. Méthode des différences finies (MDF)**

Elle est basée sur le développement de Taylor de la fonction inconnue, autour d'un point  $x_0$  et pour une fonction  $f(x)$  continue et  $n$  fois dérivable. Cette méthode consiste à avoir une géométrie simple et un seul milieu homogène.

#### **B. Méthode des volumes finis (MVF)**

La MVF se déduit à partir de la MDF. Le domaine d'étude est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (celui des différences finies).

La forme intégrale de l'EDP est discrétisée dans le domaine d'étude et intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, exponentielle) entre deux nœuds consécutifs.

Grâce à un libre choix de la fonction de liaison entre nœuds consécutifs, la procédure conduit à une solution plus précise que celle fournie par la MDF.

#### **d. Méthode des éléments finis (MEF)**

La méthode des éléments finis est bien adaptée à la résolution des équations aux dérivées partielles sur des domaines de géométrie complexe, linéaire et non linéaire.

Cette méthode consiste à subdiviser le domaine étudié en éléments finis, et approcher l'inconnu dans chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de premier ou deuxième degré. L'interpolation dans un élément est effectuée en fonction de ses valeurs nodales, ce qui impose la continuité de l'inconnu sur les interfaces des éléments.

Le principe de la méthode des éléments finis est la transformation de l'équation aux dérivées partielles (EDP) qui régit le problème traité à un système d'équations algébriques dont la résolution permet de définir l'inconnu à un ensemble de points (nœuds) de la discrétisation [25].

Selon que le domaine d'étude, soit à une, deux ou trois dimensions, on rencontre le plus souvent des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques (Figure III.2).

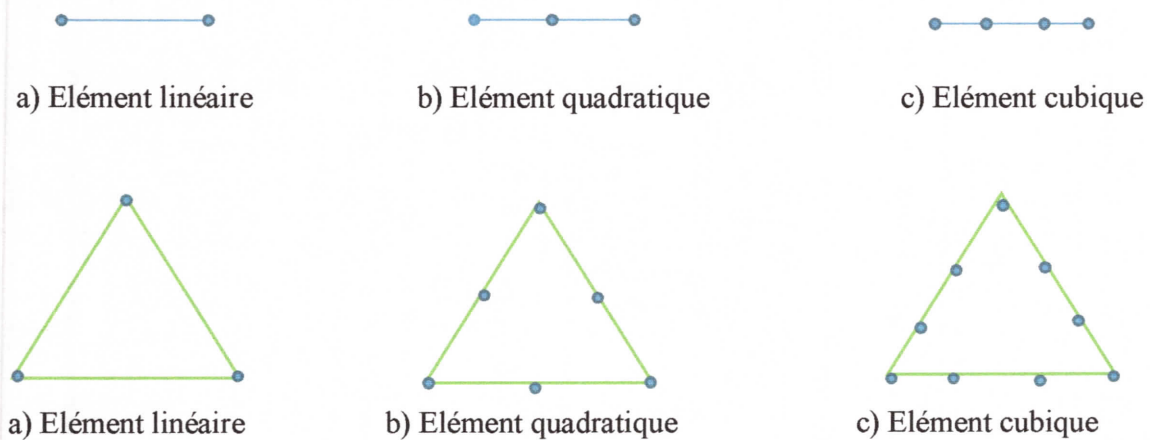


Figure III.2. Éléments classiques en une et deux dimensions

Dans la majorité des cas bidimensionnels, on préfère utiliser des éléments triangulaires du premier ordre. Pour aboutir à une meilleure exactitude de la solution, on procède à raffiner le Maillage.

#### - Fonction d'approximation

Le potentiel vecteur magnétique dans un élément peut être approché par des fonctions d'approximations (dites fonctions de formes) dont l'expression varie d'un type d'élément à un autre. Ces fonctions d'approximations doivent assurer la continuité du potentiel aux interfaces des éléments. Généralement on utilise des fonctions polynomiales.

Dans le domaine global contenant  $n_e$  éléments, le potentiel  $A(x,y)$  est la contribution des potentiels  $A_e(x,y)$  de tous les éléments du maillage. On écrit donc:

$$A_e = a + bx + cy = \sum_{i=1}^3 \alpha_i A_i \quad (\text{III.21})$$

Où :

$n_e$ : le nombre total des éléments du maillage.

Le potentiel  $A_e$  en tout point dans un élément ainsi que la densité de courant  $J_i$  sont parfaitement définis en fonction des valeurs de ses sommets. Donc, pour un élément triangulaire on peut écrire:

$$A_e = a + bx + cy = \sum_{i=1}^3 \alpha_i A_i \quad (\text{III.22})$$

$$J_i = a + bx + cy = \sum_{i=1}^3 \alpha_i J_i \quad (\text{III.23})$$

Où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des constantes à déterminer et les  $\alpha_i$  sont des fonctions d'interpolations, appelées aussi fonctions de formes. Ces fonctions de formes ont les propriétés suivantes:

$$\alpha_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \dots si \dots i = j \\ 0 & \dots si \dots i \neq j \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i(x, y) = 1 \quad (\text{III.25})$$

Pour un élément triangulaire de premier ordre on a :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2s} [(x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \quad (\text{III.26})$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2s} [(x_3 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \quad (\text{III.27})$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2s} [(x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \quad (\text{III.28})$$

$s$  : est la surface de l'élément triangulaire. Elle s'exprime comme suit:

$$s = \frac{1}{2} [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (\text{III.29})$$

### - Formulation intégrale

La formulation intégrale des équations différentielles, par la méthode des éléments finis, peut être obtenue par l'utilisation de l'une des méthodes: variationnelles ou résidus pondéré.

L'utilisation de la méthode variationnelle exige aux préalable la connaissance de la fonctionnel d'énergie du système à étudier, ce qui n'est pas toujours possible à réaliser.

La méthode des résidus pondérés ne nécessite pas la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système ce qui a rendu cette méthode plus générale et largement utilisée par rapport à la méthode variationnelle [26]

## III.2. Calcul des forces magnétiques

L'étude des vibrations d'origine magnétique nécessite la connaissance de la distribution des forces s'exerçant sur les différentes parties du dispositif considéré. Ces vibrations qui apparaissent suite à une excitation électrique, ont pour origine principal les forces magnétiques locales réparties en tout point des matériaux ferromagnétiques.

La détermination de ces forces locales est restée pour un long moment, un des problèmes les moins résolus dans l'électromagnétisme. La complexité de ce problème est strictement liée à la nature microscopique des phénomènes à l'origine des forces magnétiques globales (et éventuellement le couple électromagnétique) [27].

Il existe des modèles pour calculer la force magnétique globale, mais ils ne sont plus valables à l'échelle locale [9]. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode du tenseur de Maxwell et la méthode des sources équivalentes. Les modèles basés sur le principe de la variation de l'énergie, tel que la méthode des travaux virtuels, ne présentent pas cet inconvénient. C'est pour cela, que notre choix s'est porté sur ce type de méthodes.

Une nouvelle démarche pour l'application du principe des travaux virtuels a été proposée par A. Belahcen [28]. Cette démarche consiste à dériver une nouvelle expression de l'énergie. En utilisant cette méthode on ne doit pas passer par le calcul de la dérivée de la matrice Jacobienne et de son déterminant, ce qui rend facile la mise en œuvre de cette méthode [9].

L'énergie magnétostatique est donnée par l'expression suivante:

$$W = \int_0^B \mathbf{H} d\mathbf{B} = \int_0^A \mathbf{J} d\mathbf{A} \quad (\text{III.30})$$

où  $\mathbf{J}$  est le terme source dans le système matriciel:  $[\mathbf{M}][\mathbf{A}] = [\mathbf{J}]$ , qui est issu de la méthode des éléments finis.  $[\mathbf{M}]$  représente la matrice de rigidité magnétique et  $[\mathbf{A}]$  le vecteur du potentiel vecteur magnétique aux nœuds du maillage.

Dans ce cas, la force magnétique s'exprime comme suit:

$$\mathbf{F} = - \left. \frac{\partial W}{\partial \mathbf{s}} \right|_{\phi = \text{cste}} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}} \int_0^A \mathbf{J} d\mathbf{A} \quad (\text{III.31})$$

Cette expression de la force devient :

$$\mathbf{F} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}} \int_0^A [\mathbf{M}][\mathbf{A}] d\mathbf{A} \quad (\text{III.32})$$

$$\mathbf{F} = - \int_0^A [\mathbf{A}]^T \frac{\partial [\mathbf{M}]}{\partial \mathbf{s}} d\mathbf{A} \quad (\text{III.33})$$

La matrice élémentaire  $[\mathbf{M}^e]$  est donnée par l'expression ci-dessous:

$$[\mathbf{M}_{ij}^e] = \frac{V}{4\Delta} [b_i b_j + c_i c_j] \quad (\text{III.34})$$

Où :

$$b_i = y_j - y_k \quad (\text{III.35})$$

$$c_i = x_k - x_j \quad (\text{III.36})$$

$x_i, y_i$  : sont les coordonnées du nœud  $i$  de l'élément,  $i = 1, 2, 3$ .

$\Delta$ : Surface de l'élément considéré.

$\nu$ : Réductivité magnétique.

$s$ : déplacement virtuel.

### III.3. Calcul de la réponse dynamique : Résolution des équations de la dynamique

Pour le calcul de la réponse dynamique d'une structure on doit résoudre l'équation de la dynamique donnée, en utilisant la méthode des éléments finis, après l'opération d'assemblage par le système algébrique suivant:

$$[\mathbf{M}] [\ddot{\mathbf{d}}] + [\mathbf{C}] [\dot{\mathbf{d}}] + [\mathbf{K}] [\mathbf{d}] = [\mathbf{F}] \quad (\text{III.37})$$

où:

$[\mathbf{M}]$ : matrice masse globale de dimensions  $(NT \times NT)$ .

$[\mathbf{K}]$ : matrice de rigidité mécanique globale de dimensions  $(NT \times NT)$ .

$[\mathbf{C}]$ : matrice d'amortissement de dimensions  $(NT \times NT)$ .

$[\mathbf{F}]$ : vecteur de forces appliquées aux nœuds de longueur  $NT$ .

$[\mathbf{d}]$ : vecteur des déplacements aux nœuds de longueur  $NT$ .

$NT$ : nombre de degrés de liberté de toute la structure.

La résolution de cette équation nécessite la connaissance de loi de comportement de la structure et l'établissement des conditions aux limites adéquates sur la surface englobant le volume d'étude. Ce sont des conditions sur les contraintes (appelées conditions de type équilibre) ou sur les déplacements (appelées conditions cinématiques). Elles ne peuvent pas coexister sur la même partie du solide (figure III.3). Ces deux types de conditions se traduisent par les relations suivantes [29]:

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 \quad \forall M \in S_d \quad (\text{III.38})$$

$$\sigma_{ij} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_0 \quad \forall M \in S_\sigma \quad (\text{III.39})$$



où:

$\mathbf{n}$ : normale sur la surface  $S_\sigma$ ,

$i, j$ : représentent les coordonnées  $x, y, z$ .

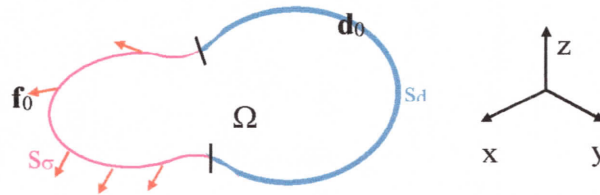


Figure III.3. Représentation des conditions aux limites

Si le domaine  $\Omega$  (toute la structure) est constitué de  $N_b$  nœuds, et si le nombre de degrés de liberté en chaque nœud est égal à 2 (en bidimensionnel et lorsque les rotations n'existent pas), il y'a en tout  $(2 \times N_b)$  degrés de liberté ou coordonnées généralisées. Ces dernières sont les inconnues à trouver [5].

En négligeant l'amortissement, l'équation du mouvement exprimée précédemment deviendra:

$$[\mathbf{M}] [\ddot{\mathbf{d}}] + [\mathbf{K}] [\mathbf{d}] = [\mathbf{F}] \quad (\text{III.40})$$

La phase d'assemblage consiste à construire les matrices  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{F}$  de la structure complète à partir des matrices élémentaires  $\mathbf{M}_e$ ,  $\mathbf{K}_e$  et  $\mathbf{F}_e$ . Pour un élément de volume  $v_e$  les matrices  $\mathbf{M}_e$  et  $\mathbf{K}_e$  s'expriment comme suit :

$$[\mathbf{M}]_e = \int_{V_e} \rho [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] dV_e \quad (\text{III.41})$$

$$[\mathbf{K}]_e = \int_{V_e} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{D}]^T [\mathbf{H}] [\mathbf{D}] [\mathbf{N}] dV_e \quad (\text{III.42})$$

Où:  $[\mathbf{M}]_e$ : matrice symétrique de dimensions  $((2 \times n) \times (2 \times n))$ , appelée matrice de masse élémentaire.

$[\mathbf{K}]_e$ : matrice symétrique de dimensions  $((2 \times n) \times (2 \times n))$ , appelée matrice de rigidité élémentaire.

$n$ : nombre de nœuds pour chaque élément.

$\rho$ : masse volumique de la structure.

$\mathbf{N}_i$ : fonctions d'approximation.

$[\mathbf{D}]$ : opérateur différentiel représenté comme suit:

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{III.43})$$

$[\mathbf{H}]$ : matrice d'élasticité dont ses composantes font intervenir les caractéristiques physiques du matériau [31] [30]. En état de contraintes planes elle est donnée sous la forme:

$$[\mathbf{H}] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.44})$$

et en état de déformations planes elle s'exprime comme suit:

$$[\mathbf{H}] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.45})$$

avec:  $E$  c'est le module d'Young, encore appelé module d'élasticité et  $\nu$  c'est le coefficient de Poisson.

On peut définir, pour chaque élément une relation matricielle permettant d'établir une correspondance entre les déplacements aux nœuds de l'élément et les déplacements aux nœuds de la structure [30], soit :

$$[\mathbf{d}]_e = [\boldsymbol{\beta}]_e [\mathbf{d}] \quad (\text{III.46})$$

avec:

$[\boldsymbol{\beta}]_e$ : matrice de localisation de l'élément  $e$ , appelée aussi matrice de connectivité géométrique, de dimensions  $(n_e \times NT)$ .

$[\mathbf{d}]_e$ : vecteur des déplacements aux nœuds de l'élément  $e$  de dimensions  $(n_e \times 1)$ .

$[\mathbf{d}]$ : vecteur des déplacements nodaux de la structure de dimensions  $(NT \times 1)$ .

$n_e$ : nombre de degrés de liberté (ddl) de chaque élément.

Chaque relation (III.46) permet de repérer ou de localiser les ddl de chaque élément dans l'ensemble des ddl de la structure. Les éléments de la matrice  $[\boldsymbol{\beta}]_e$  sont des zéros et des uns [30]. Les matrices globales  $[\mathbf{M}]$ ,  $[\mathbf{K}]$  et  $[\mathbf{F}]$  s'expriment alors comme suit :

Chaque relation (III.46) permet de repérer ou de localiser les ddl de chaque élément dans l'ensemble des ddl de la structure. Les éléments de la matrice  $[\beta]_e$  sont des zéros et des uns [30]. Les matrices globales  $[M]$ ,  $[K]$  et  $[F]$  s'expriment alors comme suit :

$$[K] = \sum_e [\beta]_e^T [K]_e [\beta]_e \quad (\text{III.47})$$

$$[M] = \sum_e [\beta]_e^T [M]_e [\beta]_e \quad (\text{III.48})$$

$$[F] = \sum_e [\beta]_e^T [F]_e \quad (\text{III.49})$$

Les problèmes de réponse dynamique des structures sont souvent résolus par superposition modale, que ce soit pour des analyses temporelles (réponses transitoires) ou fréquentielles (réponses harmoniques). Il est donc nécessaire, de disposer de la base modale pour le calcul de la réponse dynamique [6] [30] [31].

Le calcul de la base modale d'une structure est aujourd'hui, une étape importante de son dimensionnement. Du fait de l'excitation forcée à laquelle est soumise la structure en fonctionnement, pour éviter les problèmes d'amplification dynamique souvent synonymes d'inconfort voire de rupture, on peut souhaiter lors de la définition de cette structure qu'elle n'ait pas de fréquences propres dans une bande donnée. La base modale doit donc être calculée et la conception de la structure doit parfois être modifiée.

### III.3.1. Analyse modale

#### III.3.1.1. Modes propres et fréquences propres

Les modes propres de vibrations physiques sont des vecteurs complexes au sens algébrique et les fréquences propres associées sont des nombres complexes, ceci lorsque la structure est dissipative (prise en compte de l'amortissement). Dans le cas contraire où la structure est faiblement dissipative (amortissement très faible) les modes propres et les fréquences propres correspondantes sont des réels [31].

Pour un système comportant NT degrés de liberté indépendants, il existe NT vecteurs propres et donc NT fréquences propres. Des valeurs propres peuvent être éventuellement, confondues et sont rangées conventionnellement dans l'ordre croissant .

#### III.3.1.2. Recherche des fréquences et des modes propres

La recherche des fréquences et des modes propres constitue une phase très importante dans l'étude des bruits et des vibrations d'un système donné. En effet, la majeure partie du bruit

$$[d]=[X]\phi(t) \quad (\text{III.50})$$

où  $[X]$  est un vecteur de constantes donnant la forme propre du mode, et  $\phi(t)$  une fonction décrivant l'évolution temporelle de son amplitude.

En négligeant l'amortissement, et en tenant compte des équations (III.40) et (III.50), le calcul des modes et des fréquences propres d'une structure mécanique est régi par l'équation suivante :

$$[K][X]=\lambda [M][X] \quad (\text{III.51})$$

qui s'écrit sous une forme plus utilisée :

$$([K]-\omega^2 [M])[X]=0 \quad (\text{III.52})$$

Avec :

$$\lambda=\omega^2 \quad (\text{III.53})$$

Pour que l'équation (III.52) a une solution non nulle, il faut que le déterminant  $[K]-\omega^2 [M]$  soit nul. Les solutions de cette équation sont les valeurs propres du système. A chaque valeur propre  $\lambda_i=\omega_i^2$  correspond un mode propre réel, noté  $X_i$ , tel que:

$$([K]-\omega_i^2 [M])[X_i]=0 \quad (\text{III.54})$$

Dans la littérature, on rencontre une diversité de méthodes pour résoudre ce problème (Jacobi, Lanczo, Sous-espace, Ritz, QR, ...) [5] [30] [31] dont l'intérêt est lié à la taille du problème ou, en d'autres termes, au nombre de degrés de liberté (ddl) de toute la structure.

### III.3.2. Réponse dynamique par superposition modale

Il y'a deux stratégies fondamentales de résolution en dynamique : la méthode de superposition modale et la résolution directe. Le choix entre ces deux méthodes dépend de la nature du problème (linéaire ou non linéaire) et du contenu fréquentiel de l'excitation.

La méthode de résolution directe est utilisée pour les problèmes non linéaires, ou si le contenu fréquentiel de l'excitation est susceptible d'exciter un grand nombre de modes. L'analyse directe d'une structure en régime transitoire implique l'intégration pas à pas des équations du mouvement [30].

La méthode de résolution la plus couramment utilisée en dynamique est celle de la superposition modale, qui convient aux structures linéaires dont les premiers modes propres sont susceptibles d'être excités. C'est à ce type de méthodes que nous nous intéressons dans notre étude.

### III.3.2.1. Principe de la méthode de superposition modale

En utilisant cette méthode, le vecteur des déplacements est obtenu par une combinaison linéaire des vecteurs propres, qui s'exprime comme suit [6] [30]:

$$[d(t)] = \sum_{i=1}^{NT} \eta_i(t) X_i \quad (\text{III.55})$$

Où les  $\eta_i(t)$  sont les intensités des modes propres  $X_i$ , dépendant du temps, appelées intensités modales ou coordonnées modales.

Si on reste dans le domaine linéaire au cours de la réponse, seule change l'amplitude du mode au cours du temps. On peut donc écrire:

$$[\dot{d}(t)] = \sum_{i=1}^{NT} \dot{\eta}_i(t) X_i \quad (\text{III.56})$$

$$[\ddot{d}(t)] = \sum_{i=1}^{NT} \ddot{\eta}_i(t) X_i \quad (\text{III.57})$$

L'équation générale à résoudre s'écrit alors, en utilisant cette décomposition, et en prenant en compte l'amortissement comme suit:

$$\sum_{i=1}^{NT} [\ddot{\eta}_i(t) [M] X_i + \dot{\eta}_i(t) [C] X_i + \eta_i(t) [K] X_i] = [F] \quad (\text{III.58})$$

En pré-multipliant l'équation ci-dessus par  $X_j^T$  et en utilisant les relations d'orthogonalité entre modes, on obtient un ensemble d'équations dites équations normales qui sont en général couplées via l'amortissement (elles doivent toutes être résolues simultanément). Elles s'écrivent :

$$m_j \ddot{\eta}_j(t) + \sum_{i=1}^{NT} \dot{\eta}_i(t) X_j^T [C] X_i + \eta_j(t) k_j = X_j^T [F] \quad (\text{III.59})$$

Où  $X_j^T [F]$  est la coordonnée  $f_j(t)$  du vecteur  $[F]$  dans la base des vecteurs propres, et le produit  $X_j^T [C] X_i$  représente la composante  $c_{ji}$  de la matrice d'amortissement  $[C]$  dans la même base. Cette composante traduit le fait que la matrice d'amortissement couple les équations de la dynamique sur  $X_j$  et  $X_i$ .

En pratique, on néglige le couplage entre les équations modales du mouvement [30]. En fait, cette pratique usuelle est justifiée par l'hypothèse du découplage dynamique des équations

Cette composante traduit le fait que la matrice d'amortissement couple les équations de la dynamique sur  $X_j$  et  $X_i$ .

En pratique, on néglige le couplage entre les équations modales du mouvement [30]. En fait, cette pratique usuelle est justifiée par l'hypothèse du découplage dynamique des équations modales, même si la matrice d'amortissement modal est couplée. Donc, si les équations de mouvement sont découplées, on peut écrire:

$$X_j^T [C] X_i = c_j \delta_{ij} \quad (\text{III.60})$$

Avec :

$\delta_{ij}$ : symbole de Kronecker,

$c_j$ : composante de la matrice d'amortissement correspondante au mode  $j$ .

Et l'équation (III.59) va être écrite sous cette forme :

$$m_j \ddot{\eta}_j(t) + c_j \dot{\eta}_j(t) + k_j \eta_j(t) = f_j(t) \quad (\text{III.61})$$

Cette équation correspondante au  $j^{\text{ième}}$  mode, peut être écrite pour les NT modes de la structure. Le système des équations modales du mouvement se ramène à NT équations différentielles découplées, soit :

$$[m]\ddot{\eta} + [c]\dot{\eta} + [k]\eta = \varphi^T [F] = f(t) \quad (\text{III.62})$$

Avec :

$$\varphi = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ \dots \ X_{NT}] \quad (\text{III.63})$$

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \\ \eta_3(t) \\ \dots \\ \eta_{NT}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.64})$$

Où :

$\varphi$ : Matrice modale dont ses composantes sont les vecteurs propres du système.

$\eta$ : Vecteur des coordonnées modales.

$[m]$  : matrice diagonale (NT×NT) des masses généralisées.

$[c]$ : matrice diagonale (NT×NT) des amortissements généralisés.

$[k]$ : matrice diagonale (NT×NT) des rigidités généralisées.

$$[m]\ddot{\eta} + [k]\eta = f(t) \quad (\text{III.65})$$

La résolution des équations modales du mouvement peut être effectuée en régime temporel ou en régime harmonique.

### III.3.2.2. Réponse dynamique en régime harmonique

Lorsque les forces appliquées sur la structure sont périodiques, et en considérant le cas d'une force sinusoïdale donnée sous la forme :

$$F(t) = F_0 e^{j\omega t} \quad (\text{III.66})$$

la réponse dynamique du système est [5] [30] [32]:

- Dans l'espace des modes (solution de l'équation (III.61)):

$$\eta_j(t) = y_j e^{j\omega t} \quad (\text{III.67})$$

- Dans l'espace des coordonnées physiques:

$$d(t) = \varphi y e^{j\omega t} = X e^{j\omega t} \quad (\text{III.68})$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_{NT} \end{bmatrix} \quad (\text{III.69})$$

Avec  $\varphi$  c'est la matrice modale.

En régime harmonique, l'équation du mouvement correspondante au mode  $j$  (III.61) s'écrit :

$$-\omega^2 y_j + 2\xi_j \omega_j j \omega y_j + \omega_j^2 y_j = \frac{f_j}{m_j} \quad (\text{III.70})$$

Avec :

$$f_j = X_j^T F_0 e^{j\omega t} \quad (\text{III.71})$$

$$\xi_j = \frac{c_{jj}}{2m_j \omega_j} = \frac{a_0}{2\omega_j} + \frac{a_1 \omega_j}{2} \quad (\text{III.72})$$

Où :

$a_0$  et  $a_1$  étant deux constantes spécifiées de telle façon que:  $C = a_0 M + a_1 K$ .

$\xi_j$ : Facteur d'amortissement du  $j^{\text{ième}}$  mode.

Enfin, nous aboutissons à l'expression suivante:

$$y_j = \frac{\left( \frac{f_j}{m_j \omega_j^2} \right)}{\left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_j^2} \right) + 2j \xi_j \frac{\omega}{\omega_j}} \quad (\text{III.73})$$

Avec  $\omega$  et  $\omega_j$  sont respectivement, la pulsation de la force sinusoïdale et celle du mode propre  $j$ .

La réponse de la structure en termes de déplacements aux nœuds est alors :

$$d(t) = \varphi y e^{j\omega t} = \sum_{j=1}^{NT} y_j X_j e^{j\omega t} \quad (\text{III.74})$$

### III.3.2.3. Réponse dynamique en régime transitoire

Dans ce cas, le problème revient à résoudre NT équations découplées. Chacune de ces équations est donnée par la formule (III.61), qui peut être écrite encore sous la forme :

$$\ddot{\eta}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{\eta}_j(t) + \omega_j^2 \eta_j(t) = \frac{f_j(t)}{m_j} \quad (\text{III.75})$$

Où  $\xi_j$  est le facteur d'amortissement du mode  $j$ .

Ces équations, découplées du fait des hypothèses introduites sur l'amortissement, sont des équations différentielles du second ordre à coefficients constants. Elles peuvent être résolues soit en appliquant une des méthodes classiques d'intégration (Runge-Kutta, ou autres), soit la méthode de l'intégrale de Duhamel. On en connaît la solution analytique qui est, pour chaque intensité modale et en appliquant la transformée de Laplace [32] [31], donnée sous la forme:

$$\eta_j(t) = \frac{1}{m_j} \int_0^t h_j(t-\tau) f_j(\tau) d\tau + \eta_j(0) g_j(t) + \dot{\eta}_j(0) h_j(t) \quad (\text{III.76})$$

En supposant pour tous les modes un coefficient d'amortissement  $\xi_j$  inférieur à 1, on a :

$$h_j(t) = \frac{e^{-\xi_j \omega_j t} \sin \sqrt{1-\xi_j^2} \omega_j t}{\sqrt{1-\xi_j^2} \omega_j} \quad (\text{III.77})$$

$$g_j(t) = e^{-\xi_j \omega_j t} \left[ \cos \sqrt{1-\xi_j^2} \omega_j t + \frac{\xi_j}{\sqrt{1-\xi_j^2}} \sin \sqrt{1-\xi_j^2} \omega_j t \right] \quad (\text{III.78})$$

Avec  $\eta_j(0)$  et  $\dot{\eta}_j(0)$  sont données par les conditions initiales, et l'intégrale du produit de convolution étant évaluée analytiquement ou numériquement, selon le type de la fonction d'excitation  $f_j(t)$ .



La solution complète, dans l'espace des coordonnées physiques, est obtenue à chaque instant par la combinaison linéaire suivante:

$$d(t) = \sum_{j=1}^{NT} \eta_j(t) X_j \quad (\text{III.79})$$

### III.3.3. Cas à prendre en considération

Pour la résolution d'un problème d'élasticité, on doit prendre en considération les différents cas suivants [30]:

#### III.3.3.1. Etat plan de contrainte

Ce cas s'applique aux structures planes minces, qui ne sont sollicitées que dans leur plan par des efforts volumiques et surfaciques agissant dans ce plan.

Conventionnellement, le plan de la structure est  $xOy$ . L'épaisseur de cette structure, très petite par rapport à ses deux autres dimensions, est symétriquement répartie de part et d'autre du plan  $xOy$ , comme le montre la (figure III.4).

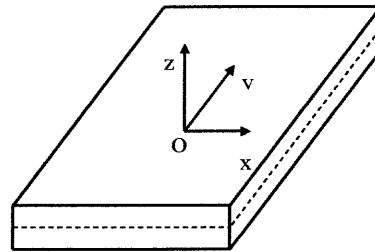


Figure III.4. Etat plan de contrainte

La loi de Hooke s'écrit dans ce cas:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{III.80})$$

avec:

$E$ : module d'Young, encore appelé module d'élasticité,

$\nu$ : coefficient de Poisson.

$[\epsilon]$ : tenseur de déformations.

$[\sigma]$ : tenseur de contraintes.

Une telle structure, plane et mince, soumise à des efforts dans son plan et ne subissant des déformations que dans ce plan, est appelée membrane caractérisée par de l'état plan de contrainte.

### III.3.3.2. Etat plan de déformation

Ce type de comportement mécanique s'applique à une structure de section quelconque, constante, infiniment longue, d'axe Oz, encastrée à ses deux extrémités, et soumise à des efforts orthogonaux à l'axe Oz, uniformément répartis sur toute sa longueur. Comme exemple, on peut prendre le cas d'un cylindre dont sa longueur est grande par rapport à son diamètre, et dont on peut résoudre le problème dans un plan de section quelconque. L'épaisseur de ce plan est conventionnellement prise égale à 1 (figure III.5).

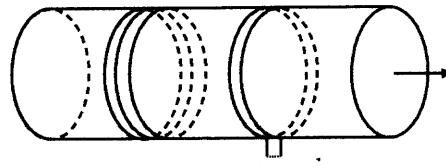


Figure III.5. Etat plan de déformation

La loi de Hooke en état plan de déformation s'écrit comme suit:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{III.81})$$

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a donné un rappelle sur les lois générales de l'électromagnétisme basé sur les équations de Maxwell et les relations des milieux. De plus, on a présenté les différentes méthodes de résolution d'un problème électromagnétique en précisant celle choisie pour cette étude. On a donné aussi, un aperçu sur les forces magnétiques ainsi que sur la méthode qu'on a choisi pour les calculer.

Un organigramme récapitulant la procédure suivie pour déterminer la distribution du champ magnétique ainsi que celle des forces magnétique dans chaque point du domaine d'étude a été présenté.

Enfin, on a donné un aperçu sur les différentes méthodes utilisées pour la détermination de la réponse dynamique d'une structure mécanique ainsi que sur les différents cas qui existent pour ce type d'étude.

En guise de conclusion, les modèles présentés dans ce chapitre seront notre base fondamentale pour l'étude des problèmes couplés magnéto-élastiques (couplage magnéto-mécanique dans une machine électrique).



# **Chapitre IV**

## **Applications et résultats**

## Chapitre IV

### Application du modèle développé dans le cas d'une MSAP

#### Introduction

Ce chapitre est consacré à la mise en œuvre, sous environnement Matlab, des modèles électromagnétique et vibratoire, formulés dans les chapitres précédents, pour prédire et analyser les vibrations d'origine magnétique dans les machines synchrones à aimants permanents.

Nous allons appliquer la méthode des éléments finis pour résoudre l'équation aux dérivées partielles (EDP), formulée en potentiel vecteur magnétique  $A$ , qui caractérise le comportement électromagnétique d'une machine synchrone à aimants permanents.

A partir de la connaissance des valeurs de ce potentiel aux nœuds du maillage, nous pouvons déduire les autres grandeurs électromagnétiques pour calculer les forces exercées sur le stator de la machine et ensuite déterminer sa réponse dynamique.

#### IV.1. Objectif de l'étude

Nous proposons de calculer les vibrations d'origine magnétique dans une machine synchrone à aimants permanents à flux radial, plus précisément nous visons à déterminer la répartition spatiale des forces magnétique agissant sur les différentes parties de la machine, pour but de quantifier l'influence du spectre fréquentiel de ces forces, sur la réponse vibratoire de cette machine lorsqu'on change l'emplacement des aimants.

Cette application va être réalisée pour but de connaître le comportement vibratoire d'une machine synchrone à aimant permanent pour différents emplacement des aimants au rotor.

#### IV.2. Définition du modèle Matlab

L'implémentation du modèle numérique multi-physique est réalisée sous l'environnement MATLAB. Les différentes étapes sont décrites dans la figure IV.1. L'intérêt de cet outil est de fournir des grandeurs électromagnétiques de sortie comme l'induction, les forces d'origine magnétique et leurs décompositions harmoniques ainsi que les spectres fréquentiels des forces magnétiques qui engendrent des vibrations.

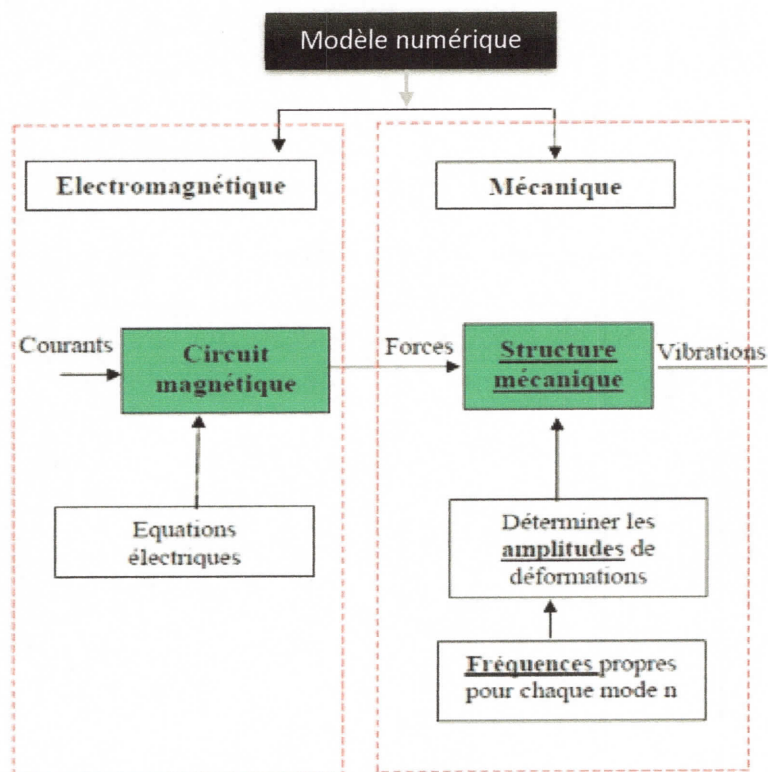


Figure IV.1. Différentes parties du modèle numérique développé

### IV.3. Méthodologie

#### IV.3.1. Hypothèses

Les principales hypothèses adoptées lors de cette étude sont :

- ✓ Les tôles de la machine sont faiblement magnétostrictive, dans le sens où la perméabilité magnétique est pratiquement invariante en fonction des contraintes.
- ✓ Le calcul du champ magnétique ainsi que des forces ne prend pas en compte le phénomène de saturation des tôles ferromagnétiques (cas linéaire).
- ✓ Les phénomènes thermiques ne sont pas pris en compte.
- ✓ Les déformations sont supposés élastiques, ce qui nous amène à utiliser le model de couplage unidirectionnel.
- ✓ Tous les modèles relatifs aux problèmes magnétique et mécanique sont développés dans le cas bidimensionnel.

#### IV.3.2. Présentation générale de la procédure développée

La détermination des vibrations d'origine magnétique dans les machines électriques, qui est basée sur l'application de la méthode des éléments finis, passe par plusieurs étapes successives:

- Calcul du potentiel vecteur magnétique dans chaque nœud du maillage,

- Calcul des forces magnétiques pour un instant bien déterminé,
- Décomposition en séries de Fourier de ces forces, qui représentent le plan d'excitation mécanique,
- Calcul des fréquences de résonance et des modes propres de la structure mécanique considérée (stator-carcasse),
- Transformation des données du maillage magnétique au maillage mécanique (couplage magnéto-mécanique),
- Résolution du problème mécanique dans le domaine fréquentiel.

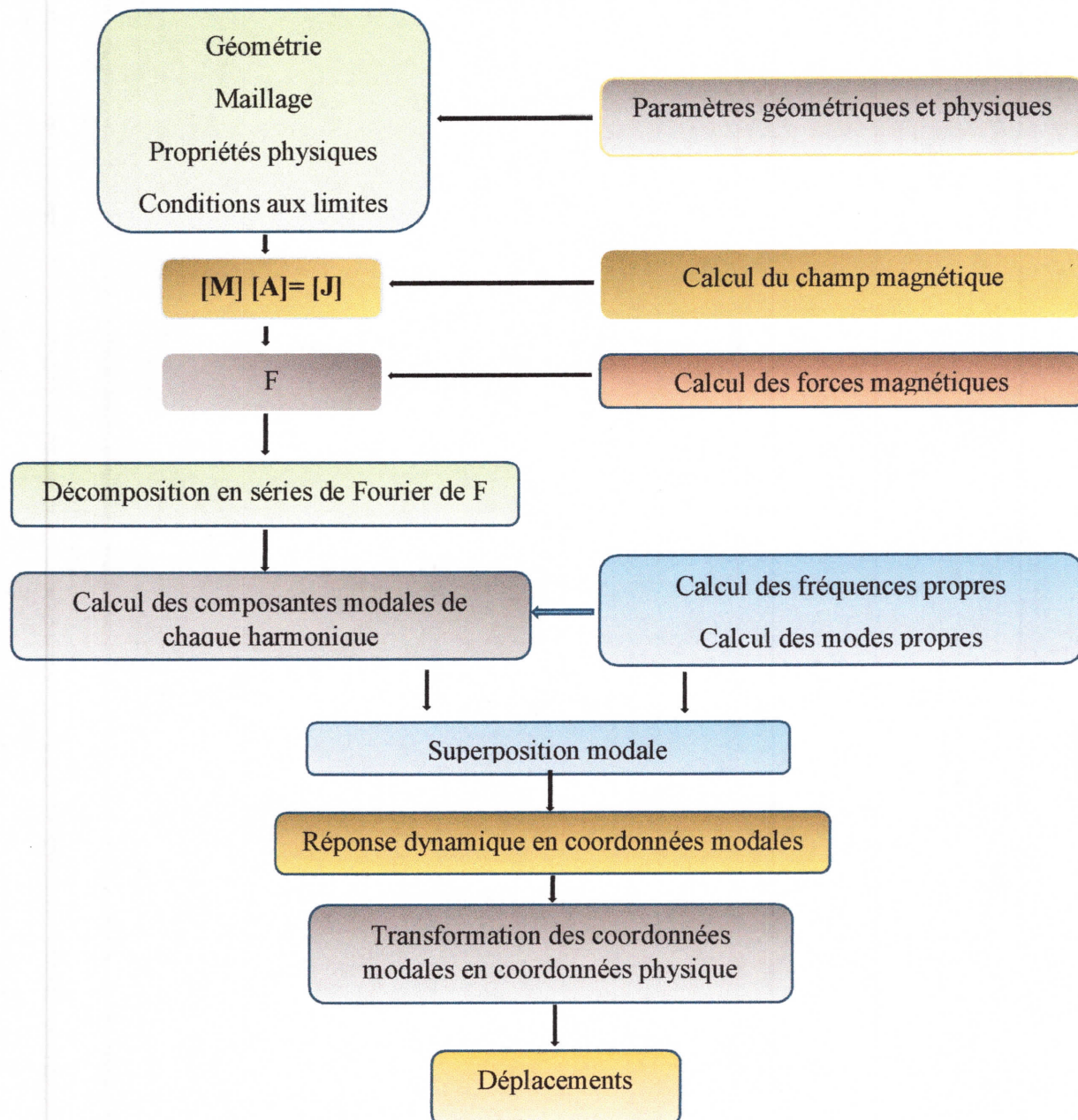


Figure IV.2. Organigramme du code de calcul développé

#### IV.4. Présentation de la machine étudiée

Nous avons choisi d'étudier une machine synchrone à aimants permanents, dont sa configuration géométrique est celle de la figure IV.3, et ses différentes caractéristiques sont données par le tableau IV.1.

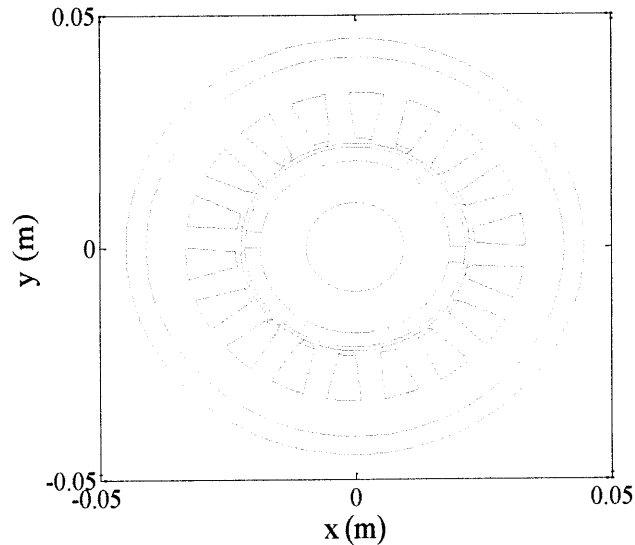


Figure IV.3: Géométrie de la machine étudiée

Tableau IV.1. Caractéristiques de la machine étudiée

Caractéristiques de la machine	valeur
Nombre de paires de pôles	3
Nombre de phases	3
Nombre d'encoches statoriques	18
Diamètre extérieur du stator (mm)	40.8
Diamètre intérieur du stator (mm)	22.35
Epaisseur de l'entrefer	0,8
Nombre des aimants	6
Longueur du fer (mm)	160
Fréquence de la source (Hz)	50
Type de couplage	Etoile

##### IV.4.1. Caractéristiques physiques de la machines étudiée

❖ **Partie rotorique:** cette partie est constituée de :

- ↳ Matériaux ferromagnétiques doux supposés linéaires et ayant une perméabilité relative  $\mu_r = 1000$ ,



- ✚ Aimants permanents, de type terres rares NDFeB caractérisé par :  
 $B_r = 1.1(T)$ , induction rémanente, avec une aimantation radiale,  
 $\mu_r = 1.06$ , perméabilité relative,

❖ **Partie statorique:** cette partie est constituée de :

- ✚ Matériaux ferromagnétiques doux supposés linéaires et ayant une perméabilité relative  $\mu_r = 1000$ ,
- ✚ Bobinage parcouru par une densité de courant supposée uniformément répartie dans la section des conducteurs.

Les caractéristiques physiques (mécaniques) des matériaux constituant le stator et la carcasse sont regroupées dans le tableau IV.2.

**Tableau IV.2.** Caractéristiques mécaniques des matériaux constituant le stator et la carcasse

	Matière	Masse volumique (Kg/m <sup>3</sup> )	Module d'Young (10 <sup>9</sup> N/m <sup>2</sup> )	Coefficient de Poisson
<b>Carcasse</b>	Aluminium	2700	67,5	0,34
<b>Stator</b>	Fer-Silicium	7650	190	0,3

Les caractéristiques mécaniques d'un matériau sont définies comme suit:

➤ **Module de Young:**

Le module de Young est la limite d'élasticité. C'est la caractéristique principale des matériaux de structures fonctionnant dans le domaine élastique (éléments de structures de bâtiment, bars de suspension, pôle d'hélicoptère, ailes d'avion, feuilles des machines électriques, etc.... Le dimensionnement des structures repose sur la vérification des conditions de:

- ✓ Rigidité : le changement de forme de la structure ne peut pas dépasser une certaine valeur seuil, fixée dans les cahiers de charges,
- ✓ Solidité : la contrainte imposée doit être inférieure à la limite d'élasticité du matériau,
- Coefficient de poisson  $\nu$ :

Il représente le rapport entre l'allongement transversal et longitudinal d'une structure lorsqu'elle est soumise à une force.

➤ **Masse volumique  $\rho$ :**

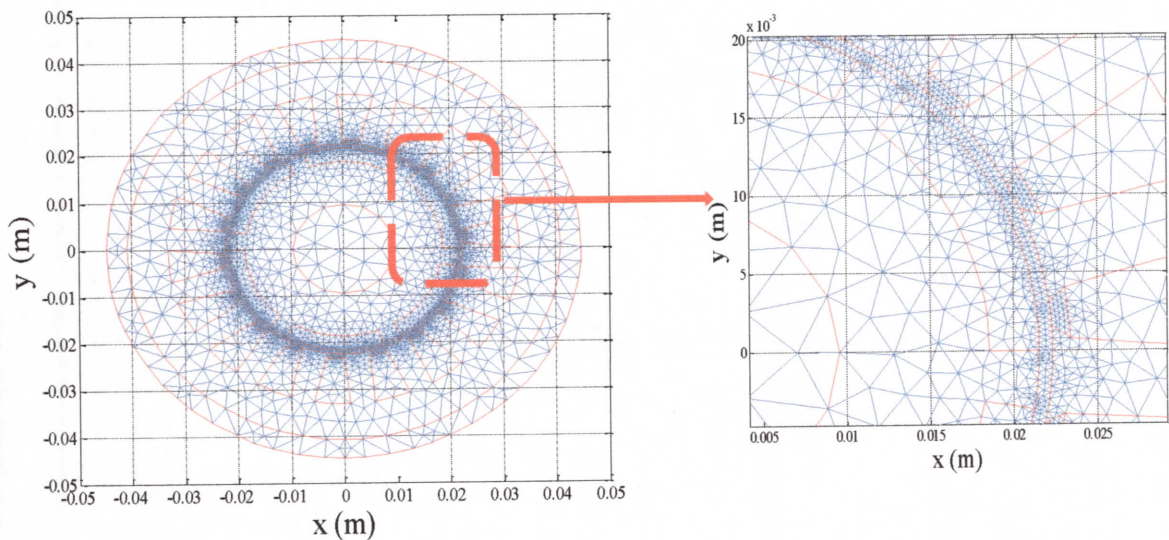
La masse volumique d'une structure représente le rapport entre sa masse et son volume.

## IV.5. Modélisation magnéto-mécanique

### IV.5.1. Calcul du champ électromagnétique

Ce calcul a été réalisé en bidimensionnel (en 2D). En supposant que la machine est suffisamment longue, l'étude peut être ramenée au plan xoy. Une valeur nulle du potentiel vecteur magnétique a été imposée sur les frontières du domaine de résolution (condition aux limite de type Dirichlet :  $A=0$  sur la surface externe de la machine).

La figure ci-dessous représente le maillage éléments finis adopté pour l'étude de la machine (Figure IV.4). Ce maillage est généré par le mailleur automatique du logiciel MATLAB.



**Figure IV.4.** Maillage éléments finis adopté à cette étude

Les éléments constituant ce maillage sont des éléments triangulaires du premier ordre. Ce maillage est constitué de  $N=4322$  nœuds et de  $NE= 8570$  éléments.

Les courants triphasés alimentant les trois phases de la machine sont présentés dans la Figure IV.5. On rappelle que lors de cette étude les courants d'alimentation sont parfaitement sinusoïdaux.

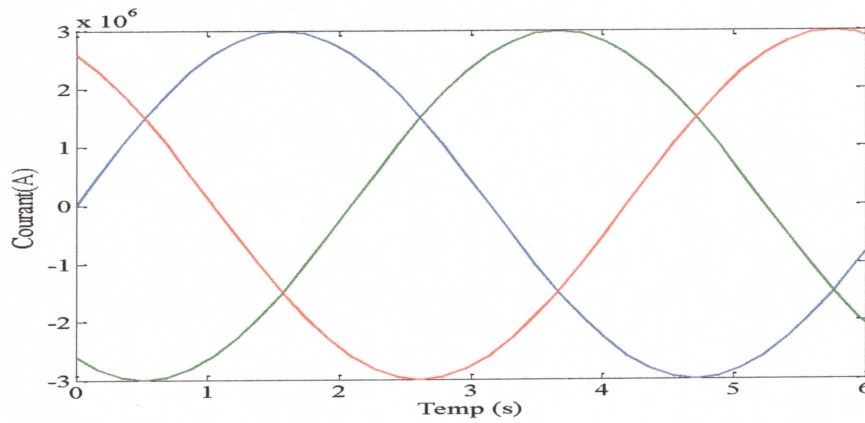


Figure IV.5. Courants triphasés statoriques

L'équation électromagnétique, en terme du potentiel vecteur magnétique à résoudre, peut être écrite en magnétodynamique comme suit (équation (III.17)):

$$\vec{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\vec{\text{rot}}(\vec{A})\right) + \sigma\left(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = \vec{j}_{\text{ext}} \quad (\text{IV.1})$$

Cette étude a été réalisée en régime harmonique (quasi statique), donc la détermination de la répartition des courants statoriques ainsi que la résolution des équations du champ sont à effectuer à un temps bien déterminé.

Lorsque la simulation est terminée, La solution en potentiel vecteur magnétique  $A$  est obtenue dans chaque nœud du maillage éléments finis du domaine d'étude. La figure. IV.6 représente la distribution obtenue des lignes équipotentielles.

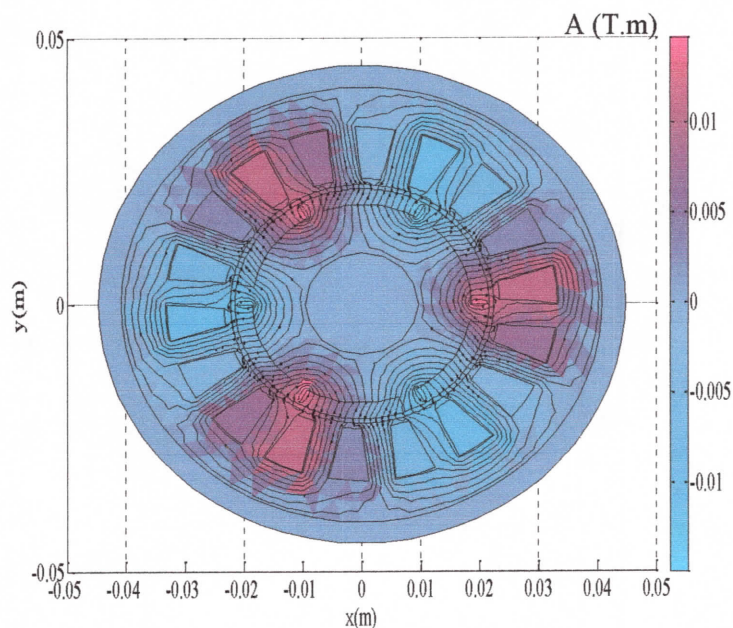


Figure IV.6. Distribution des lignes équipotentielles dans la machine

### IV.5.2. Calcul des forces magnétiques

Dans cette partie, nous étudions la distribution des forces magnétiques dans le stator de la machine. La méthode qui a été choisie pour le calcul de ces forces magnétiques est celle des travaux virtuels. Ce choix est pour des raisons du temps de calcul et de souplesse de mise en oeuvre, dont nous avons déjà parlé dans le troisième chapitre.

En appliquant le principe de cette méthode, nous avons pu déterminer la répartition spatiale des forces s'exerçant sur le stator. Il est bien évident que la simulation demande un nombre satisfaisant des mailles au niveau de l'entrefer, ce qui implique un temps machine considérable.

La figure ci-dessous présente la distribution des forces magnétiques dans le stator.

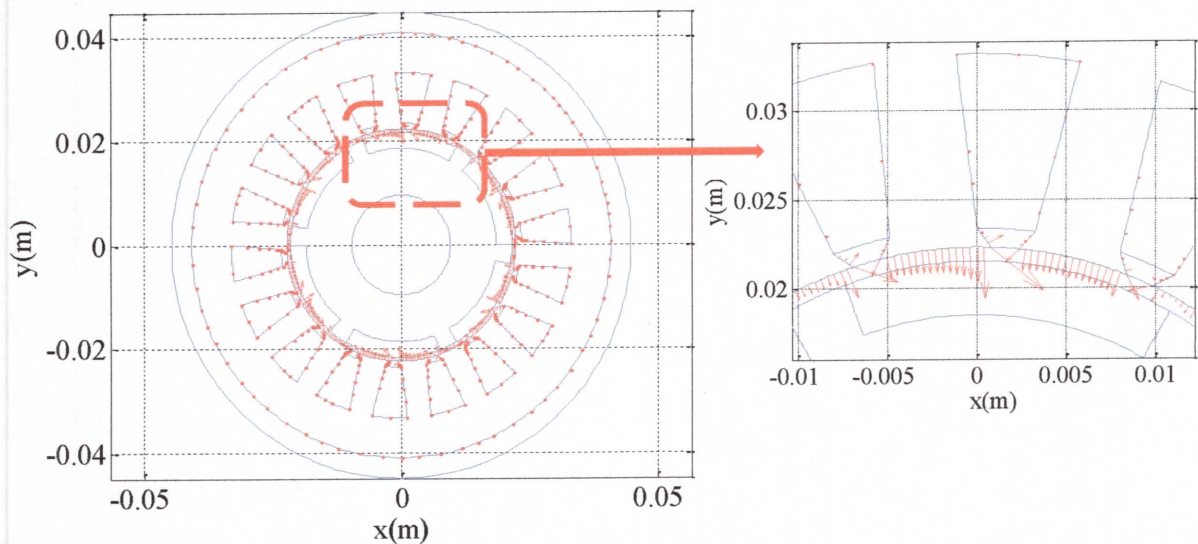


Figure IV.7. Répartition des forces magnétiques dans le stator

Comme nous le montre la figure IV.7, les forces magnétiques sont plus importantes aux endroits où les lignes du champ sont plus concentrées. Ces forces se dirigent toujours vers les milieux de plus faible perméabilité (elles se dirigent du stator vers l'entrefer).

L'évolution de la force magnétique sur un contour passant par les dents statoriques d'un pôle et celle du spectre fréquentiel correspondant sont présentées dans les figures IV.8 et IV.9 respectivement.

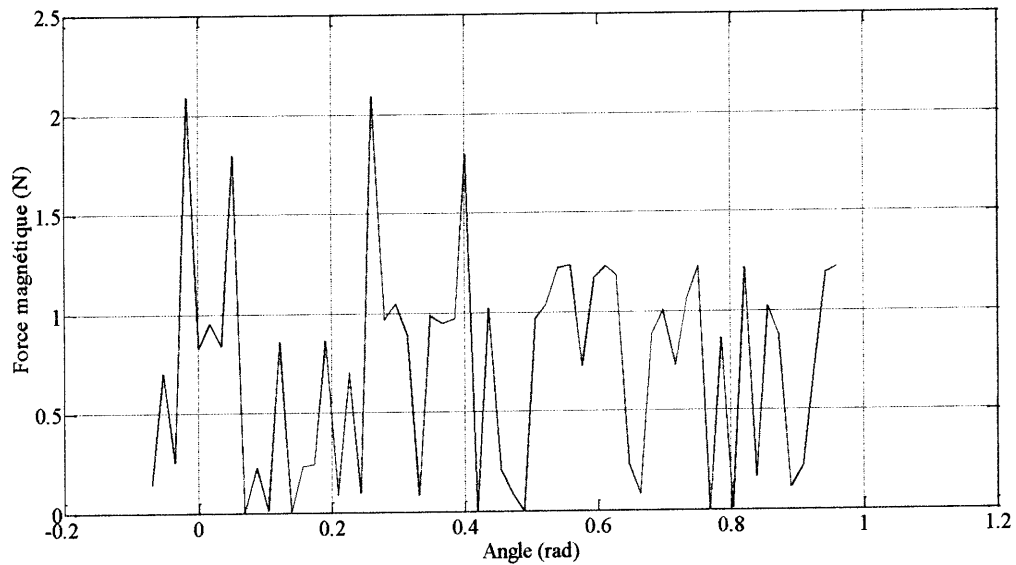


Figure IV.8. Évolution de la force magnétique dans le stator.

On remarque que la force magnétique a une distribution spatiale non uniforme, ceci mis en évidence qu'elle est riche en harmoniques (Figure IV.9).

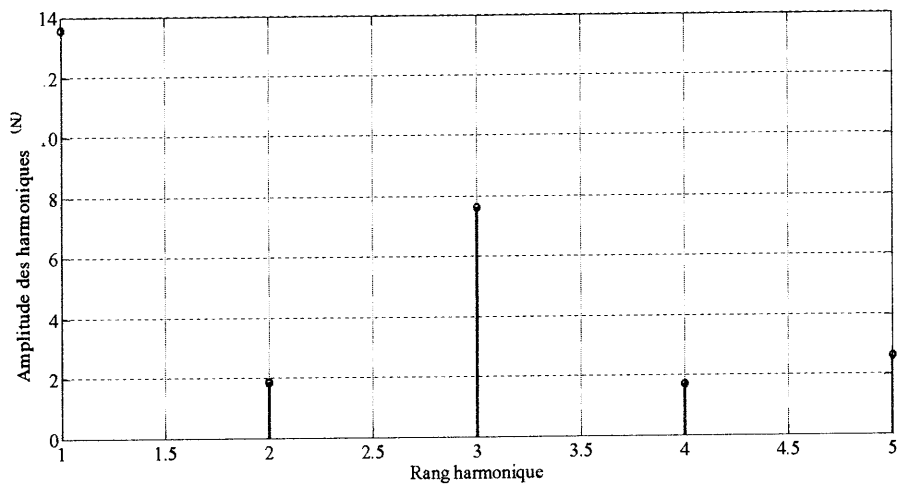


Figure IV.9. Contenu spectral de la force magnétique.

Ces harmoniques sont dues essentiellement, au fait que la perméance de l'entrefer n'est pas uniforme. Elle est modulée par la présence des encoches.

Ce contenu spectral de la force est la cause de la génération des vibrations d'origine magnétique dans la machine.

La détermination des forces magnétiques et de leur contenu spectral, ne suffit pas pour définir le comportement vibratoire du moteur. Donc il faut passer à une autre étape, qui est le calcul des vibrations générées par chaque harmonique de la force magnétique.

### IV.5.3. Calcul des vibrations: couplage magnéto-mécanique

Après détermination des harmoniques des forces s'exerçant sur le stator, il est possible de déterminer ses vibrations. Ceci en utilisant le code de calcul mécanique dont l'organigramme est présenté précédemment.

Pour calculer la réponse dynamique du stator aux sollicitations des forces magnétiques, il faut résoudre l'équation dynamique (équation III.37). Dans notre cas, l'amortissement est négligeable et l'équation à résoudre se simplifie à l'équation III.40.

Pour déterminer le vecteur des déplacements aux nœuds du stator, il faut tout d'abord déterminer sa matrice masse et sa matrice de rigidité. Ensuite ses fréquences propres et ses modes propres doivent être définis.

Les fréquences propres de l'ensemble stator-carcasse, correspondantes aux premiers modes, sont regroupées dans le tableau IV.3. Lorsque ces fréquences coïncident avec celles des harmoniques de la force, on risque d'avoir une résonance. Donc, on cherche toujours à faire augmenter les fréquences propres de la machine (stator) pour diminuer son comportement vibratoire

**Tableau IV.3.** Fréquences propres de l'ensemble stator-carcasse de la MSAP

Modes propres	Fréquences propres calculées avec le modèle développé (Hz) x10 <sup>4</sup>
1	2.2528
2	2.5971
3	3.2227
4	4.9497
5	6.3374
6	9.2476

Les déplacements obtenus aux points situés sur la surface externe de la carcasse sont représentés dans les figures IV.10, IV.11. et IV.12. Nous avons présenté les réponses dynamiques dues seulement aux trois premiers harmoniques de force.

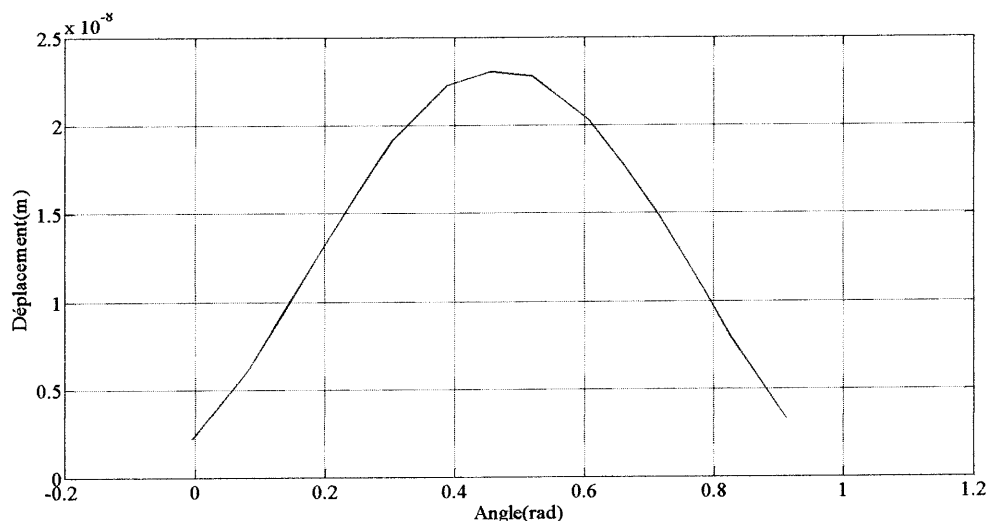


Figure IV.10. Déplacement de la carcasse pour le 1<sup>ier</sup> harmonique

Tableau IV. 4. Valeur du déplacement de la carcasse pour le 1<sup>ier</sup> harmonique

<b>Nœuds</b>	1	149	347	348	349	350
<b>Déplacement (m)</b>	2.1816e-9	6.0879e-9	9.4686e-9	1.2829e-9	1.6018e-8	1.9119e-8

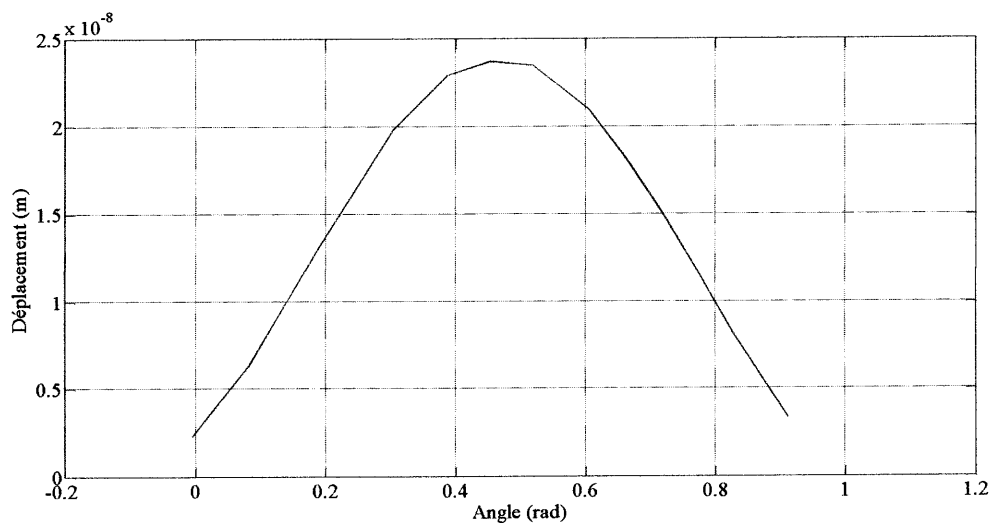
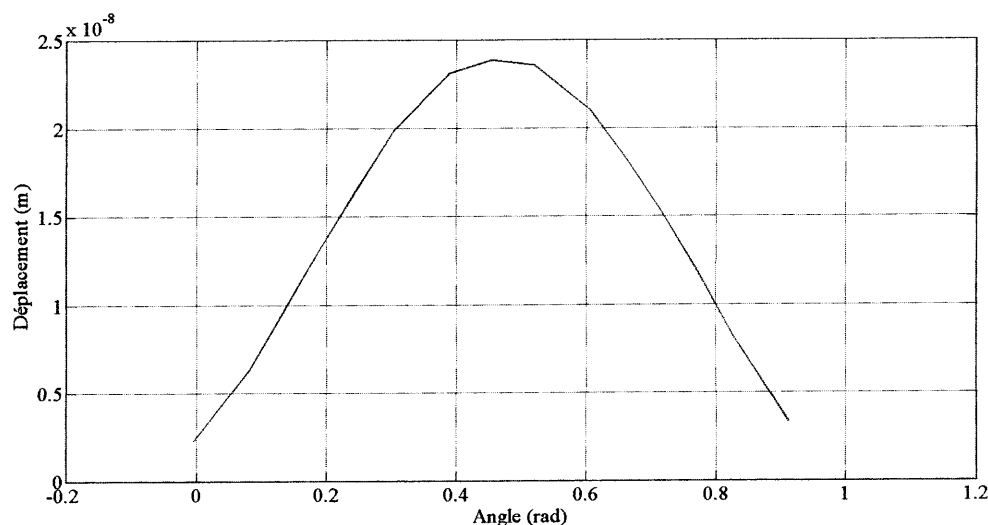


Figure IV.11. Déplacement de la carcasse pour le 2<sup>ième</sup> harmonique

Tableau IV.5. Valeurs du déplacement de la carcasse pour le 2<sup>ième</sup> harmonique

<b>Nœuds</b>	1	149	347	348	349	350
<b>Déplacement (m)</b>	2.2612e-9	6.2935e-9	9.7789e-9	1.3244e-8	1.6532e-8	1.9731e-8

Figure IV.12. Déplacement de la carcasse pour le 3<sup>ème</sup> harmoniqueTableau IV.6. Valeur de déplacement de la carcasse pour le 3<sup>ème</sup> harmonique

Nœuds	1	149	347	348	349	350
Déplacement (m)	2.2558e-9	6.2977e-9	9.8008e-9	1.3290e-8	1.6606e-8	1.9837e-8

A partir de l'ensemble des figures et des tableaux présentés précédemment, on peut constater que l'évolution du déplacement varie pour chaque harmonique de la force. Ceci a une relation avec l'amplitude et la fréquence de l'harmonique.

## IV.6. Influence de l'emplacement des aimants sur le comportement vibratoire de la machine

### IV.6.1. Description de la deuxième machine à étudier

Nous avons choisi une autre machine à étudier avec une disposition différente des aimants (les aimants sont montés en surface). Ceci dans le but de déterminer l'influence de l'emplacement des aimants sur la distribution des forces magnétiques et par conséquent sur la réponse dynamique du stator.

Les figures ci-dessous représentent respectivement la géométrie, le maillage éléments finis, la distribution des lignes équipotentiels et des forces magnétiques correspondants à la 2<sup>ème</sup> machine



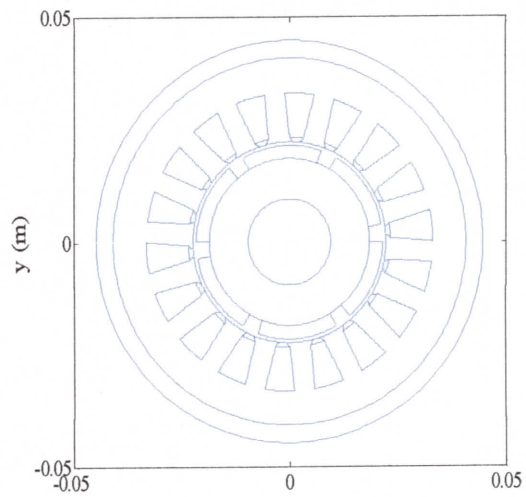


Figure VI.13. Géométrie de la 2<sup>ème</sup> machine

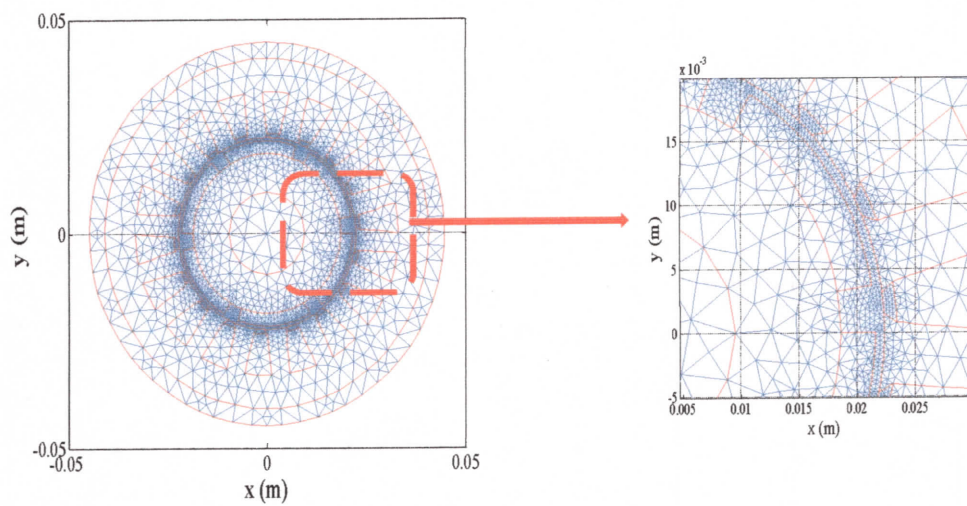


Figure IV.14. Maillage élément finis adoptée à cette étude

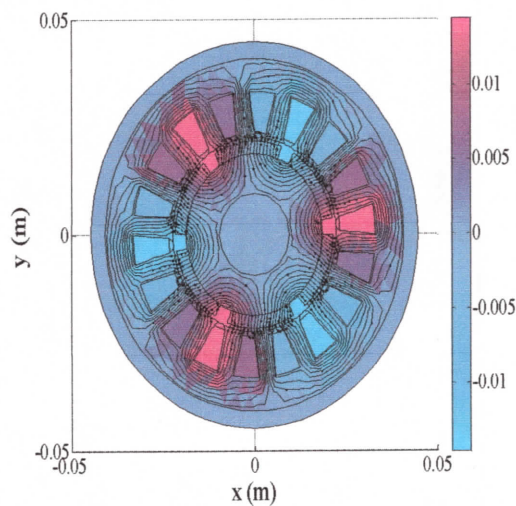


Figure IV.15. Distribution des lignes équipotentielles dans la 2<sup>ème</sup> machine

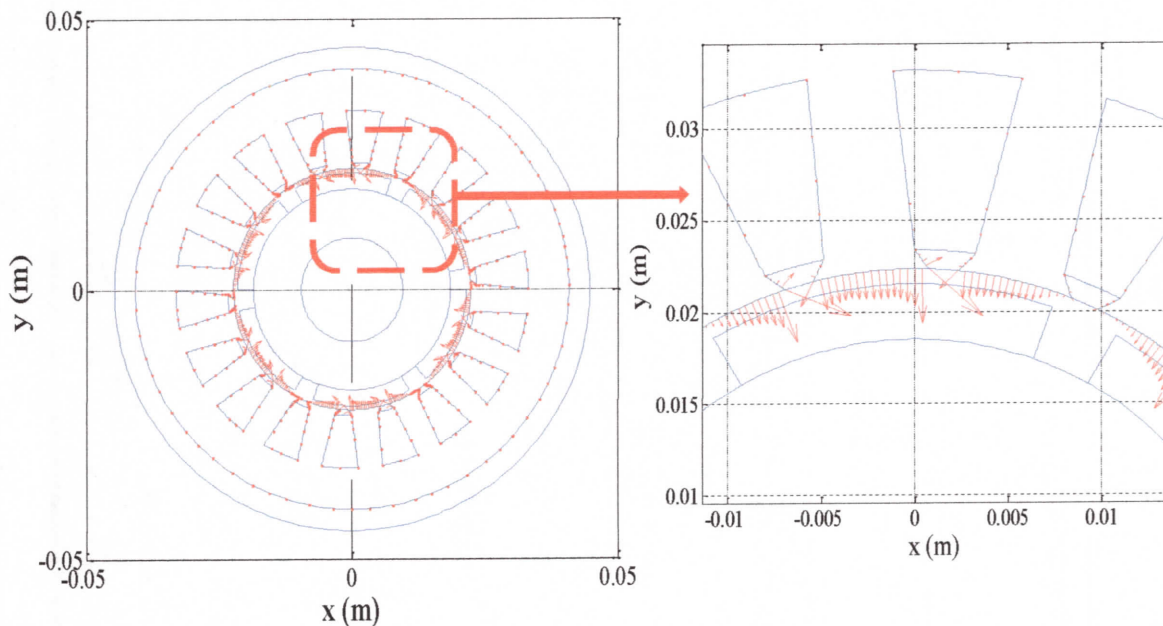


Figure IV.16. Répartition des forces magnétiques dans le stator

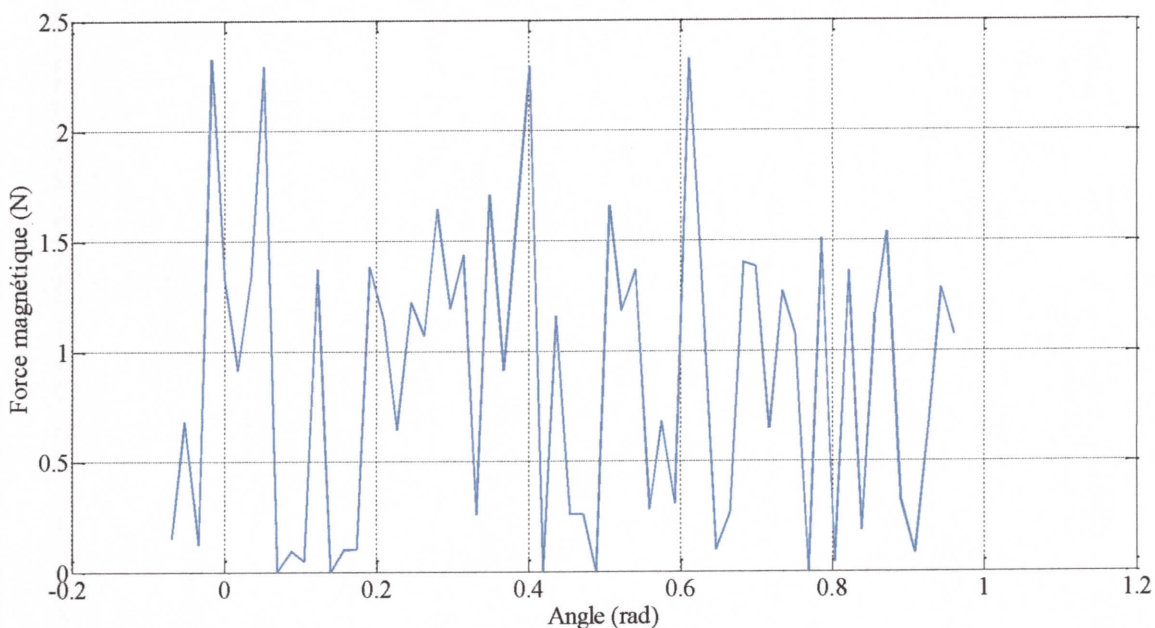


Figure IV.17. Évolution de la force magnétique sur les dents du stator

On remarque un changement dans l'évolution de la force magnétique sur les dents du stator (la distribution change et l'amplitude augmente). Donc, cette force va avoir un contenu fréquentiel différent de celui correspondant à la première machine (figure IV.18)

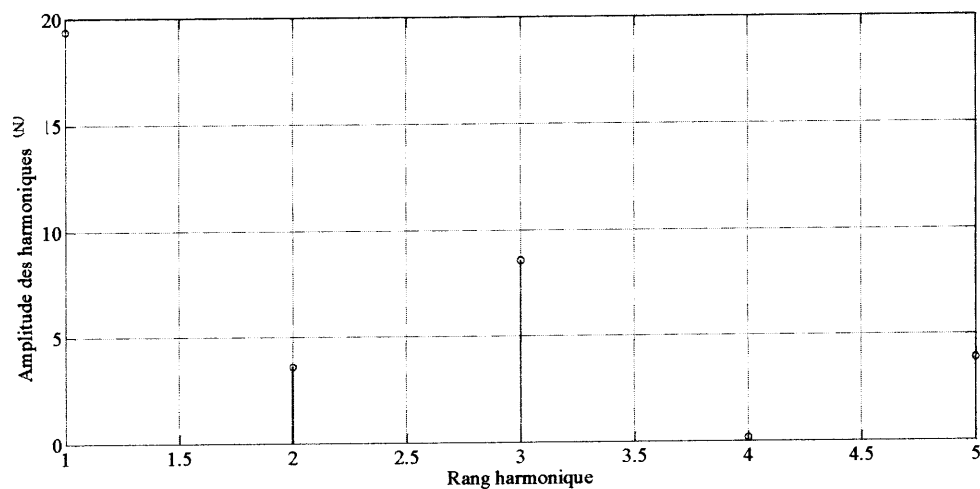


Figure IV.18. Contenu spectral de la force magnétique dans la 2<sup>ème</sup> machine

Les fréquences propres de l'ensemble stator-carresse, correspondantes aux premiers modes, de la deuxième machine sont regroupées dans le tableau IV. 8. Comme le stator n'a pas été modifié, ses fréquences propres gardes les mêmes valeurs que pour la première machine.

Tableau IV.7. Fréquences propres de l'ensemble stator-carresse de la 2<sup>ème</sup> machine

Modes propres	Fréquences propres calculées avec le modèle développé (Hz)x10 <sup>4</sup>
1	2.2530
2	2.5973
3	3.2238
4	4.9511
5	6.3379
6	9.2490

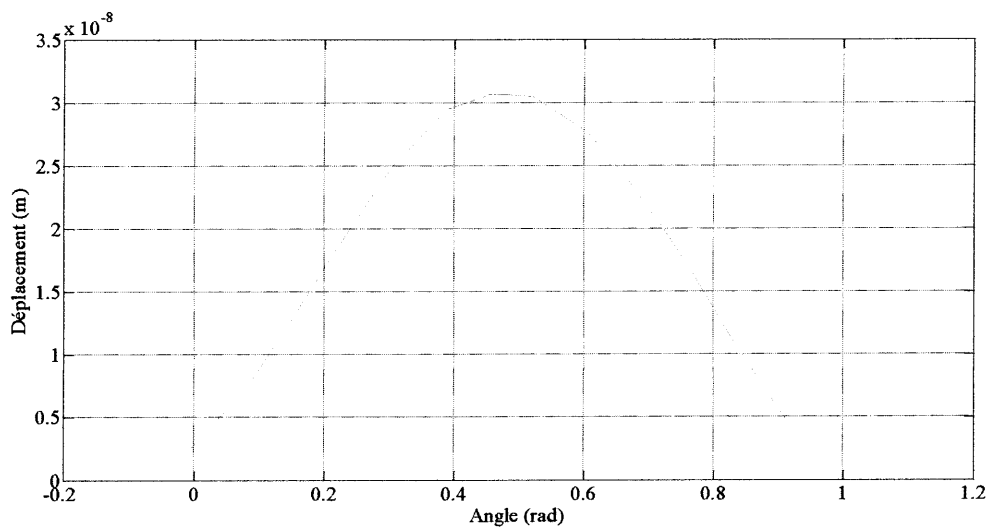


Figure IV.19. Déplacements de la surface externe de la carcasse pour le 1<sup>er</sup> harmonique

Tableau IV.8. Valeur du déplacement de la carcasse pour le 1<sup>er</sup> harmonique

Nœuds	1	149	347	348	349	350
Déplacement (m)	2.4888e-9	7.3472e-9	1.1748e-8	1.6242e-8	2.0616e-8	2.4949e-8

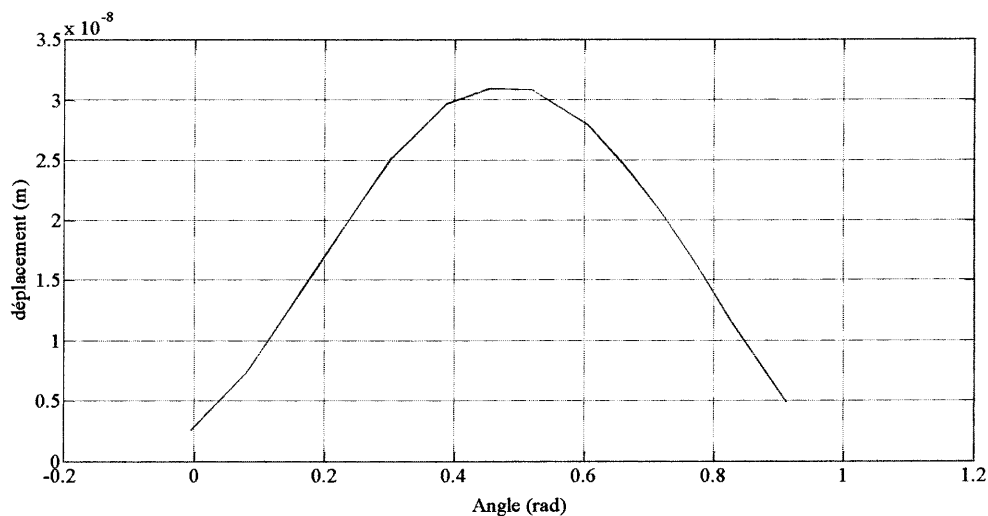
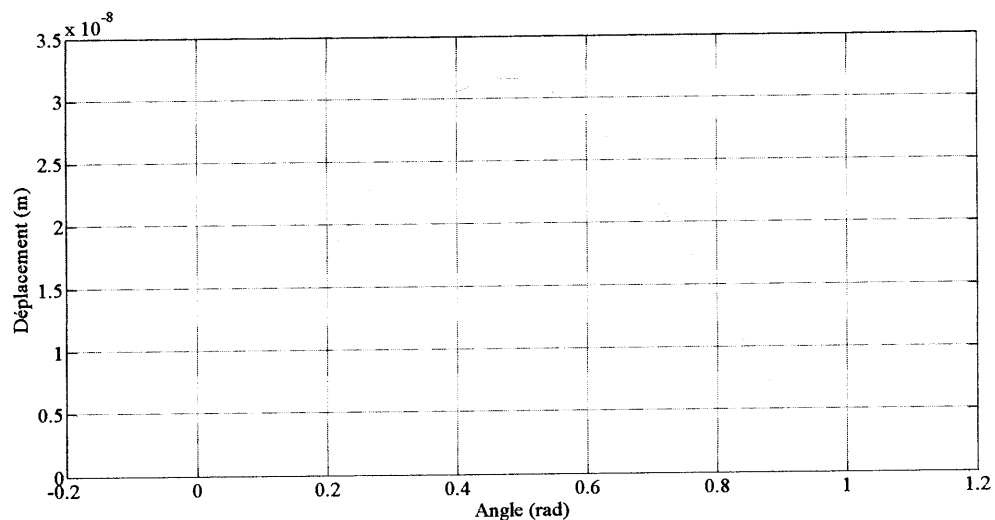


Figure IV.20. Déplacement de la surface externe de la carcasse pour le 2<sup>ème</sup> harmonique

**Tableau IV.9.** Valeurs de déplacement de la surface externe de la carcasse pour le 2<sup>ième</sup>

Nœuds	1	149	347	348	349	350
Déplacement (m)	2.519 e-9	7.4049e-9	1.1841-8	1.6383e-8	2.0809e-8	2.5715e-8

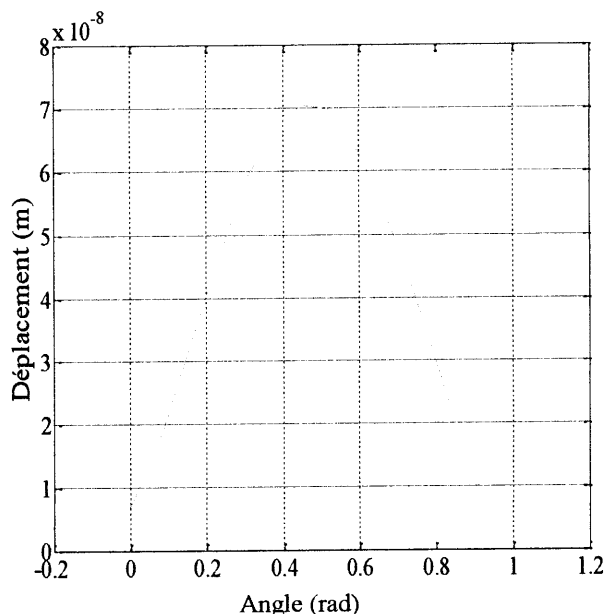
**Figure IV.21.** Déplacement de la surface externe de la carcasse pour le 3<sup>ième</sup> harmonique**Tableau IV.10.** Valeur du déplacement de la surface externe de la carcasse pour le 3<sup>ième</sup> harmonique

Nœuds	1	149	347	348	349	350
Déplacement (m)	2.5370 e-9	7.5090e-9	1.2033-9	1.6675e-9	2.1207e-9	2.5715e-8

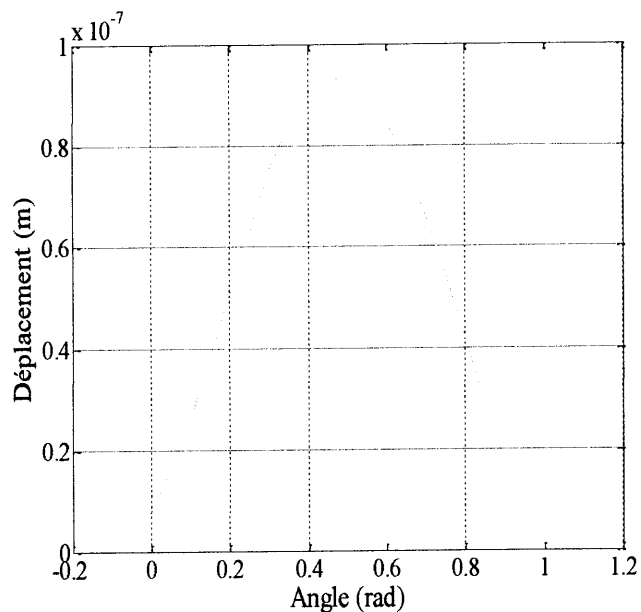
Mêmes constatations que précédemment. A partir de l'ensemble des figures et des tableaux présentés, on peut constater que l'évolution du déplacement varie pour chaque harmonique de la force. Ceci a une relation avec l'amplitude et la fréquence de l'harmonique.

### IV.7. Comparaison des résultats

Pour pouvoir faire une comparaison satisfaisante entre les réponses dynamiques obtenues, On peut constater clairement que le déplacement total est plus important dans la deuxième machine.



**Figure IV.22.** Déplacement total résultant des 3 harmoniques pour la 1<sup>ère</sup> machine.



**Figure IV.23.** Déplacement total résultant des 3 harmoniques pour la 2<sup>ème</sup> machine.

Donc, la machine à aimants montés en surface risque plus le problème vibratoire que la machine à aimants insérés. Ceci est du à la non uniformité de l'entrefer lorsque les aimants sont montés en surface. Dans ce cas, la distribution du champ va être influencée et par conséquence celle des forces magnétiques qui vont être plus riches en harmonique. Ceci va augmenter le nombre de modes qui vont être sollicités par la force et donc augmenter le niveau vibratoire de la machine.

## Conclusion

La prédiction des vibrations dans une machine électrique est une étape indispensable pour assurer son bon fonctionnement.

L'étude présentée dans ce chapitre apporte les résultats numériques permettant de prédire la réponse vibratoire d'une machine synchrone à aimants permanent.

Nous avons pu montrer, en étudiant deux machines synchrones à aimants permanent, l'une à aimants insérés et l'autre à aimants montés en surface, l'influence de l'emplacement des aimants sur la répartition et le contenu fréquentiel des forces magnétiques et par conséquent, sur le comportement vibratoire de la machine.

En conclusion, l'emplacement des aimants a un grand intérêt pour la détermination et la réduction du niveau vibratoire des MSAP.

## **Conclusion générale**



## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est une contribution à l'étude des vibrations d'origine magnétique dans les machines électriques à aimants permanents. Ce travail a visé plus particulièrement, l'étude numérique de ces vibrations.

La première étape dans la procédure de calcul des vibrations d'origine magnétique dans une machine synchrone à aimants permanents est celle du calcul des forces magnétique, qui sont le plan d'excitation mécanique. Ce calcul a été effectué à partir de code de calcul magnétique développé ou le module de calcul des forces implanté. Ce module est basé sur l'application locale du principe des travaux virtuels dans l'hypothèse bidimensionnelle. Le choix de cette méthode se justifie par sa souplesse de mise en œuvre, sa précision et sa généralité, elle permet notamment le calcul des forces surfacique dans les matériaux saturés.

La deuxième étape qu'il faut effectuer, pour prédire le comportement vibratoire de la machine étudiée, est celle de calculer les caractéristiques mécaniques de ce dernier. C'est dans ce but que nous avons développé un code de calcul mécanique basé sur l'utilisation conjointe de la méthode de superposition modal et celle des éléments finis. Ce code de calcul nous permis de mieux analyser les relations entre les caractéristiques mécaniques et celles magnétiques d'une machine électrique. Nous avons pu d'abord déterminer la fréquence propres du stator ainsi que les modes associés et par la suite, calculer sa réponse dynamique en fréquence (déplacement), aux sollicitations des forces magnétiques. Cette réponse a été déterminée pour les trois premiers harmoniques des forces.

Pour étudier l'influence de l'emplacement des aimants sur le comportement vibratoire de la machine, la procédure développée a été appliquée sur une seconde machine. Qui est dans ce cas une MSAP montés en surface.

A partir des résultats obtenus nous avons pu conclure qu'un changement d'emplacement des aimants engendre, un changement de la distribution des forces magnétiques et une variation de l'amplitude des harmoniques de ces forces. Donc un choix judicieux de la position des aimants, va nous permet de réduire les vibrations du stator.

Le résultat le plus important qu'on peut tirer de cette étude c'est que l'emplacement des aimants dans le stator influe sur la distribution des forces magnétiques et par conséquent influencé les vibrations de ce dernier.

Comme perspectives, on propose :

Considérer d'autre configuration du rotor avec d'autre emplacement des aimants (aimant enterré, à concentration de flux).

Etudier l'influence de la segmentation des aimants sur le comportement vibratoire d'un MSAP qui sera d'un grand intérêt.



## **Bibliographie**

## Bibliographie

- [1] « **machine synchrone à aimants permanents par un modèle issu de la résolution analytique des équations de Maxwell** » Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique du Havre
- [2] Documentation technique « **notion sur les vibrations documentation** » fluk 2010
- [3] stratégies de maintenance « **ANALYSE VIBRATOIR** » lycée Albert Einstein 2008
- [4] Landolsi Foued « **cours de technique de surveillance** » surveillance des machines par analyse vibratoire.
- [5] Y. Lefèvre, « **étude de la répartition de des efforts électromagnétique dans les machines à synchrone a aimant permanant et commutation électronique détermination des vibrations d'origine magnétique** » thèse de doctorat institut national polytechnique de Toulouse, juillet 1988
- [6] H.Javadi « **développement d'outil informatique pour aider à la conception des machine à fort discrétisation vibratoire** » thèse de doctorat institut national polytechnique de Toulouse, décembre1994
- [7] S.Clenet « **influence de l'alimentions électronique sur le couple et le comportement vibratoire des machine synchrone à aimant permanant** » thèse de doctorat, institut national polytechnique de Toulouse, octobre 1993
- [8] BADDI ALIMA « **contribution à l'étude des vibrations dans les machines électriques** » université de Annaba 2012
- [9] N.Hacib née Farkha « **modélisation dynamique et conception optimal d'une machine électrique en vue de la réduction des phénomènes vibratoire** » thèse de doctorat université de Jijel
- [10] J. Ahmed FAROOQ, « **Etude et Détection de la Désaimantation et des Court-circuit dans les Machines Synchrones à Aimants Permanents** », Thèse de Doctorat, UTBM 2008
- [11] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Moteur\\_sans\\_balais](http://fr.wikipedia.org/wiki/Moteur_sans_balais)
- [12] A.KAROUI, A.BRAHIMI, « **Détection De Défaut Statorique Par Suivi Paramétrique D'un Moteur Synchrone A Aimants Permanents** », Univ Ouargla, 2014.

- [13] Mr BOUKAIS Boussad « **contribution a la modélisation des système couples machines convertisseurs** » application aux machines a aimant permanents (BDCM-PMSM)
- [14] M. Merzoug, « **Etude comparative des performances d'un DTC et d'un FOC d'une Machine synchrone à aimants permanents (MSAP)** », Mémoire de Magistère, Univ d'Oum El Bouaghi, 2007.
- [15] A.AMEUR, « **Commande sans capteur de vitesse par DTC d'une machine synchrone à aimants permanents dotée d'un observateur d'ordre complet à modes glissants** », Thèse de d'Etat, Thèse de Magister, Univ de Batna, 2005
- [16] M.BARDADI BENDAHA, « **Identification des paramètres d'une machine synchrone à aimant permanent en vue d'une intégration dans des simulateurs en temps réel** », Mémoire de Magister, Univ d'Oran, 2015.
- [17] V. Ostovic, "**Dynamics of saturated electric machines**", Springer, ISBN-10- 0387970797, pp. 6– 136, 1989.
- [18] Rioters, "**Electromagnetic devices**", New-York, USA, John Wiley and sons, 1941.
- [19] <http://www.magnetosynergie.com/Pages-Fr/Aimants/FR-Aimants-06.htm>
- [20] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Aimants\\_alnico](http://fr.wikipedia.org/wiki/Aimants_alnico)
- [21] C. Delaforge-Delmotte, B. Lemaire-Semail, « **Modélisation d'une machine asynchrone par réseaux de perméances en vue de sa commande** », Journal de Physique III, pp.1785-1809, 1996.
- [22] jean Bornarel. « **Magnétisme** » Grenoble sciences.
- [23] N. Kemache " **Contribution à la modélisation par réseaux de perméances des machines à aimants**", Mémoire de Magister, Univ de Jijel, 2010.
- [24] Nehal Ouassilla « **Etude et modélisation des paliers planaires** » UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE 2009
- [25] Ryma DELIMI « **Méthodes comparées pour le calcul des forces d'origine électromagnétique. Application aux paliers magnétiques**». Université Mentouri Constantine

- [26] M.choiukha. N.Bensaci « **conception et modélisation des machine synchrone a aimant permanent a encoche ouvert**» mémoire de magister université de Jijel 2013/2014
- [28] M. Besbes, « **Contribution à la modélisation numérique des phénomènes couplés magnéto élastiques: Application à l'étude des vibrations d'origine magnétique dans les MRV** », Thèse de Doctorat, Université Paris 6, juin 1995
- [29] M. KOSTENKO, L. PIOTROVSKI, « **Machines électriques**», Tome I. Machines à courant continu. Transformateurs, Troisième Edition, 1979.
- [30] J. F. IMBERT, « **Analyse des structures par éléments finis** », Cepadues Editions, Septembre 1979.
- [31] CRAV 97] J. C. CRAVEUR, « **Modélisation des structures, calcul par éléments finis avec problèmes corrigés** », Masson, 2<sup>ème</sup> Edition, 1997.
- [32] S. S. RAO, « **The finite element method in engineering** », Second Edition, 1988