

*La République Algérienne Démocratique et Publique*

*Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

*Université de Mohamed Seddik Ben Yahia*

*Jijel*

*Faculté des Sciences et de la technologie*

*Département d'Electrotechnique*



M2564



*Mémoire de Fin d'étude*

*En Vue de l'Obtention du Diplôme de Master en Electrotechnique*

*Option : Electrotechnique industrielle*

**Thème :**

**Modélisation des dispositifs à diélectriques**

*Encadré par :*

*Dr. IKHLEF Nabil*

*Réalisé par :*

*HAMDINI Badreddine*

*LADJEROUD mohammed Amine*

*Promotion: Juin 2016*

## **Remerciements :**

*Nous tenons d'abord à exprimer notre reconnaissance à N.Ikhlaf d'avoir accepté de diriger ce travail. Qu'il soit vivement remerciée pour la confiance qu'il nous a témoignée, en répondant favorablement et sans hésitation à notre sollicitation, pour sa modestie, son aide précieuse et les conseils qu'il nous a prodigués.*

*Nos remerciements s'adressent aussi aux membres de jury qui nous font l'honneur d'évaluer ce travail.*

*Nous exprimons aussi notre profonde gratitude et notre reconnaissance à nos familles et amis qui nous ont soutenus dans les bons moments aussi bien que les mauvais*

*À tous ceux qui se sont enquis de près ou de loin de l'avancée de ce travail.*

*AMINE .*

*Badreddine .*

## *Dédicace*

*A mes très chers parents qui ont sacrifié leur vie pour ma réussite,  
pour leurs encouragements. Que dieu les garde éternellement heureux  
à mes chers frères.*

*A toute la famille « Ladjeroud »*

*A tous mes amis et mes collègues, et à tous ceux qui*

*M'ont aidé pour réaliser ce mémoire.*

*AMINE*

*A mes très chers parents qui ont sacrifié leur vie pour ma réussite,  
pour leurs encouragements. Que dieu les garde éternellement heureux  
à mes chers frères.*

*A toute la famille « Hamdini »*

*A tous mes amis et mes collègues, et à tous ceux qui*

*M'ont aidé pour réaliser ce mémoire.*

*Badreddine*

## Sommaire

---

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

---

### Chapitre I

#### Généralités sur les diélectriques

---

Introduction.....	3
I.1. Définition des Diélectriques.....	4
I.1.1. Diélectriques gazeux.....	4
I.1.2. Diélectriques Liquides.....	5
I.1.3. Diélectriques solides.....	5
I.2. Caractéristiques d'un diélectrique.....	6
I.2.1. Les propriétés électriques.....	6
I.2.1.1. La permittivité ou la constante diélectrique.....	6
I.2.1.2. La rigidité diélectrique.....	6
I.2.1.3. La conductivité, La résistivité.....	7
I.2.1.4. Le gazage.....	7
I.2.2. Les propriétés physiques.....	7
I.2.2.1. La viscosité.....	7
I.2.2.2. Le point d'écoulement.....	8
I.2.2.3. Conductivité thermique.....	8
I.2.3. Les propriétés chimiques.....	8
I.2.3.1. L'acidité totale.....	8
I.2.3.2. Oxydation des huiles minérales isolantes.....	8
I.3. Rôle des diélectriques .....	9
I.3.1. Fonction diélectrique : isolation au sens électrique .....	9
I.3.2. Fonction isolation au sens strict.....	10
I.3.3. Fonction de résistance à l'incendie.....	10
I.4. Principaux types de diélectriques.....	10
I.4.1. Huiles minérales.....	11
I.4.2. Huiles synthétiques.....	11
I.4.3. Vernis.....	11

I.4.4. Diélectriques pour condensateurs.....	12
I.4.5. Diélectriques pour transformateurs.....	12
I.4.6. Diélectriques pour Appareillage de connexion.....	13
I.4.6.1. Les disjoncteurs.....	13
I.4.6.2. Les câbles d'énergie.....	13
I.4.6.3. Les traversées.....	13
I.5. Critère de choix d'un diélectrique liquide.....	14
I.5.1. La toxicité.....	14
I.5.2. L'embrassement.....	14
I.5.3. Le vieillissement.....	14
I.5.4. L'opacité des fumées.....	14
I.6. Influence des différents facteurs sur les caractéristiques des diélectriques liquides.....	14
I.6.1. Humidité.....	14
I.6.2. Distance entre les électrodes.....	14
I.6.3. Température.....	15
I.6.4. Durée d'application de la tension.....	15
I.6.5. Nombre de claquages.....	15
I.6.6. Influence des écrans.....	16
I.7. Claquage Electrique .....	16
I.7.1. Vue global.....	16
I.7.2. Cas des liquides.....	17
Conclusion.....	19

---

## Chapitre II

### *Modélisation des phénomènes multi-physiques*

---

Introduction.....	20
II.1. Modèles Electromagnétiques .....	21
II.1.1. Equations Electromagnétiques (Equations de Maxwell).....	21
II.1.2. Relations constitutives des Matériaux.....	24
II.1.2.1. Relation diélectrique.....	24

II.1.2.2. Relation magnétique.....	24
II.1.2.3. Lois d'Ohm généralisée.....	25
II.1.3. Conditions de passage.....	25
II.1.3.1. Conditions sur les composantes tangentielles.....	26
II.1.3.2. Conditions sur les composantes normales.....	27
II.1.4. Conditions aux limites naturelles.....	27
II.1.4.1. Condition de Neumann.....	27
II.1.4.2. Condition de Dirichlet.....	27
II.1.5. Conditions de Jauge.....	27
II.1.6. Différentes Formulations Electromagnétiques.....	28
II.1.6.1. Phénomène Electrostatique.....	29
II.1.6.2. Formulation du modèle magnétostatique.....	29
II.1.6.2.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique $A$ .....	29
II.1.6.2.2. Formulation en potentiel scalaire magnétique total $\Phi_t$ .....	30
II.1.6.3. Formulation du modèle magnétodynamique.....	31
II.1.6.3.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique $A$ associé au besoin en potentiel scalaire électrique $V$ .....	31
II.1.6.3.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique modifier $A^*$ .....	32
II.1.6.3.3. Formulation en potentiel vecteur électrique associe au potentiel scalaire magnétique $T\Omega$ .....	33
II.1.6.3.4. Formulation en champ magnétique $H$ .....	34
II.2. Modèle Thermique.....	34
II.2.1. Equations de Transfert de Chaleur.....	35
II.2.1.1. Conduction Thermique.....	35
II.2.1.2. Convection Thermique.....	36
II.2.1.3. Rayonnement Thermique.....	36
II.2.2. Couplage Electromagnétique et Thermique.....	37
II.3. Dynamique des fluides.....	
II.3.1. Equations de Navier stocks.....	38
II.3.1.1. Formulations vectorielles.....	38
II.3.1.1.1. Equations de conservation de la quantité de mouvement.....	38
II.3.1.1.2. Equation de conservation de la masse ou équation de continuité.....	38
II.3.1.2. Formulations en coordonnées cartésiennes bidimensionnelles.....	38
II.3.1.2.1. Equations de conservation de la quantité de mouvement.....	38
II.3.1.2.2. Equation de conservation de la masse.....	39

II .3.2. Les termes sources .....	39
II .3.3. Modèles mathématique pour les constantes physiques et électriques.....	39
II.3.3.1. La densité $\rho$ .....	39
II.3.3.2. La viscosité $\eta$ .....	40
II .4. Phénomènes mécaniques.....	40
II .4.1. L'équation d'équilibre.....	40
II .4.2. Relation déformation-déplacement.....	40
II .4.3 Relation contrainte-déformation.....	41
II .5. Méthode de résolution.....	42
II .5.1. Méthodes analytiques .....	42
II .5.2. Les méthodes semi-analytiques.....	42
II.5.2.1. Méthodes des intégrales de frontières.....	42
II.5.2.2. Méthodes des circuits électrique couplés (MCC) .....	42
II .5.3. Les méthodes numériques.....	43
II.5.3.1. Méthode des différences finies (MDF) .....	43
II.5.3.2. Méthode des volumes finis .....	43
II.5.3.3. Résolution par la Méthode des Eléments Finis (MEF).....	43
Conclusion.....	44

---

### Chapitre III

#### Applications : dispositifs à diélectriques

---

Introduction.....	45
Etapas de la méthode des éléments finis.....	45
III.1.Application N° 1 : Etude du comportement d'un diélectrique liquide (huile de transformateur) sous l'effet électrique.....	46
III.1.1.La géométrie pointe-plan.....	47
III.1.2.Phénomènes électriques.....	48
III.1.3.Phénomènes thermiques.....	51
III.2. Application N° 2 Etude de Refroidissement par l'Huile d'un Transformateur de Puissance	52
III.3.Application N° 3 : Mécanisme électrothermique d'un disjoncteur magnétothermique à coupure dans l'air.....	56
III.3.1 Modélisation du Déclencheur magnétique : Protection contre les courts-circuits .....	57

III.3.2 Modélisation du déclencheur thermique : Protection contre les surcharges .....	58
III.4. Application N° 4 : étude de la distribution de tension dans un isolateur .....	59
III.4.1 Géométrie de l'isolateur utilisé.....	60
III.4.2 Condition aux limites du potentiel électrique.....	60
Visualisation des résultats.....	62
Conclusion.....	63

---

Conclusion générale .....	64
---------------------------	----

---

Bibliographie.....	66
--------------------	----

# Introduction générale



## **INTRODUCTION GENERALE**

De nos jours, les diélectriques sont utilisés dans tous les domaines. Les isolants sont utilisés depuis longtemps dans l'industrie électrique, les évolutions technologiques et industrielles dans le génie électrique nécessitent l'amélioration des matériaux isolants pour obtenir une grande capacité d'isolation électrique. En effet les matériaux isolants trouvent une large application : transformateurs (de puissance ou de distribution...), réactances, condensateurs, câbles, traversées, disjoncteurs, isolateurs etc. Ils sont utilisés aussi comme imprégnant d'isolations cellulosiques et/ou comme produit de remplissage des matériels [1].

Dans les transformateurs, les huiles jouent deux rôles essentiels : celui d'assurer l'isolation électrique et celui d'évacuer la chaleur des enroulements et du noyau magnétique, par convection naturelle ou par écoulement forcé grâce à des pompes. Les liquides utilisés dans les équipements haute tension servent à la fois comme isolant et comme dissipateur de chaleur. Dans les câbles et les condensateurs, les huiles isolantes sont utilisées pour l'imprégnation des matériaux solides (papier, polymères), elles permettent d'éliminer les microcavités gazeuses ou interstices d'air, en les remplaçant par de l'huile, matériau de rigidité diélectrique plus élevée et de meilleur comportement vis à vis des décharges partielles que les gaz occlus. Les huiles peuvent être aussi utilisées pour leur pouvoir extincteur d'arc électrique (dans les chambres de coupure des commutateurs en charge et de certains disjoncteurs), en raison de leur pouvoir lubrifiant pour les matériels renfermant des pièces en mouvement (sélecteurs de prises, pompes immergées). Ce rôle est de plus en plus dédié à d'autres matériaux plus performants, que sont les gaz électronégatifs comme l'hexafluorure de soufre (SF<sub>6</sub>) ou le vide, l'utilisation de l'huile dans les disjoncteurs est de plus en plus rare de nos jours. Elles sont également utilisées dans certains cas (zone urbaine en particulier) pour améliorer la résistance au feu, comme c'est le cas dans les transformateurs de distribution proche de la population [1].

Comme pour les gaz, les liquides et les solides la rigidité diélectrique dépend d'un grand nombre de paramètres, comme la géométrie des systèmes ainsi que la tension appliquée. La fabrication de ces dispositifs haute tension ou moyenne tension ont les paramètres électriques (tension de service, la puissance assigné, constante de temps d'arc ...) nécessite des études qui décrivent les différents phénomènes intervenants.

Dans notre travail on s'intéresse à la modélisation des dispositifs à diélectriques tels que, les transformateurs, les disjoncteurs et les isolateurs.

La modélisation d'un problème physique dans un des dispositifs consiste à établir des formulations mathématiques. Par exemple, l'électromagnétique est régi par les équations de Maxwell, les équations de diffusion de chaleur pour la thermique, les équations de Navier-Stokes pour l'écoulement et les équations d'équilibre pour la mécanique, ces formulations sont résolues par plusieurs méthodes de type analytique, semi-analytique et numérique, grâce aux progrès considérable en informatique (stockage et logiciel) les méthodes numériques devient très efficaces et favorables. La méthode des éléments finis (MEF) en utilisant le logiciel Comsol Multiphysiques sera l'objet de notre étude.

Ce travail de master est organisé en trois chapitres et a pour objectif de développer des modèles numériques afin de prédire et quantifier le comportement des dispositifs industriels à diélectriques et aborde les points suivants:

Nous introduisons, tout d'abord dans un premier chapitre, un rappel initial sur l'état de l'art des différents diélectriques dans l'industrie et leurs caractéristiques ensuite, nous présentons le rôle, le choix des diélectriques et le phénomène de claquage dans ces derniers.

Le deuxième chapitre a pour objet la description des phénomènes multiphysiques, nous décrivons le développement mathématique qui traduit par un ensemble des équations régissant chacun des phénomènes physiques sous leurs formes différentielles et les méthodes de résolution.

Le troisième chapitre sera dédié au développement et la validation des modèles décrits dans le chapitre précédent sous le logiciel Comsol Multiphysiques qui est basé sur la méthode des éléments finis (MEF) pour différents dispositifs à diélectriques (bain de huile, transformateur de puissance, disjoncteur et isolateurs des ligne aérienne) et les résultats obtenus sont présentés et interprétés en détail.

Enfin nous terminons ce travail de master par une conclusion générale et quelques perspectives.

# Chapitre I

Généralités sur les diélectriques

## INTRODUCTION

Les diélectriques sont utilisés dans divers équipements électrotechniques : transformateurs, condensateurs, câbles, traversées, isolateurs (assiettes), disjoncteurs, etc. Le choix d'un diélectrique dépendant de plusieurs propriétés et selon l'application souhaitée. En général, il n'existe pas de diélectrique pouvant présenter l'ensemble des propriétés requises par l'application. Il faut toujours trouver un compromis entre les performances souhaitées et les propriétés réelles. Les principales propriétés demandées aux diélectriques utilisés en électrotechnique concernent :

- tout d'abord, leurs propriétés électriques et diélectriques (permittivité, résistivité, tenue au claquage, aux décharges partielles, à l'arc, etc.).
- leur comportement au vieillissement (stabilité thermique, à l'oxydation et à l'hydrolyse) ;
- leurs propriétés physico-chimiques et thermodynamiques (viscosité, capacité thermique, point d'écoulement, etc.) en cas de fluide (gaz ou liquide).
- le comportement du produit vis-à-vis du feu peut s'avérer un paramètre important dans quelques cas particuliers.
- leurs comportements toxicologiques et écologiques : biodégradabilité, toxicité, etc.

Le but de ce chapitre est de familiariser le lecteur avec le contenu de ce mémoire. Après une définition des diélectriques et une présentation des différents types des diélectriques dans l'industrie : gaz, solide et liquide ainsi que, leurs domaines d'application. Dans ce contexte on s'intéresse beaucoup plus sur les diélectriques liquides.

## I.1 Définition des Diélectriques

En électricité comme en électronique, un isolant, ou isolant électrique aussi appelé matériau diélectrique, est une partie d'un composant ou organe ayant pour fonction d'interdire le passage de tout courant électrique entre deux parties conductrices. Un isolant possède peu de charges libres, elles y sont piégées, contrairement à un matériau conducteur où les charges sont nombreuses et libres de se déplacer sous l'action d'un champ électromagnétique.

Les isolant sont des matériaux ayant une résistivité très élevée :  $10^8$  à  $10^{16} \Omega.m$ , car ils contiennent très peu d'électrons libre. Un isolant est caractérisé par ses propriétés électriques, mécaniques, chimiques, et thermiques. Un bon isolant ne devrait pas laisser passer de courant lorsqu'il est soumis à une tension continue [2].

Autrement dit, sa résistance en court circuit doit être infiniment grande. Cependant, en pratique, un courant de fuite très faible circule dans tous les matériaux isolants utilisés en haute tension (HT) continue. Le courant passant à travers un isolant en HT continue est également constant et est appelé courant résiduel. En HT alternative, n'importe quel matériau isolant laisserait passer un courant capacitif [2].

On distingue trois types des diélectriques :

### I.1.1. Diélectriques gazeux

- l'air sec, qui a l'avantage d'être abondant (utilisé dans les disjoncteurs)
- l'hexafluorure de soufre (SF<sub>6</sub>), qui sous pression a une meilleure rigidité diélectrique que l'air.
- le diazote, qui n'est pas aussi isolant que le SF<sub>6</sub> mais, étant présent dans l'air, n'a pas d'effet néfaste sur l'environnement en cas de fuite [3].



Figure I.1 gaz SF<sub>6</sub>

### I.1.2. Diélectriques Liquides

- Le **pyralène**, autrefois utilisé dans les transformateurs, mais qui tend à disparaître devant l'utilisation des huiles minérales.

- L'**huile minérale**, qui a remplacé le pyralène dans les transformateurs.

- L'**eau pure**, si l'eau usuelle est conductrice, une eau parfaitement pure est un très bon isolant. La difficulté de garder une eau très pure rend toute utilisation industrielle difficile.

- L'**huile végétale**, innovation récente dans l'isolation diélectrique dans les transformateurs électriques.

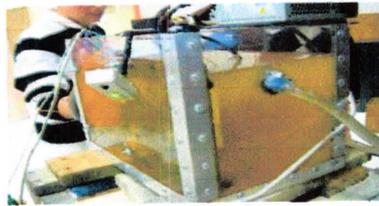


Figure I.2 Huile minérale

L'emploi d'une huile minérale en tant que moyen de refroidissement et d'isolement n'est pas nouveau. Aujourd'hui, l'huile minérale est toujours utilisée comme isolant parce qu'elle offre compatibilité avec les autres matériaux utilisés dans les transformateurs.

D'autres fluides bien plus coûteux, tels que les huiles silicones, certains types d'esters, etc..., sont réservés à des applications particulières pour lesquelles le prix élevé peut être justifié [3].

### I.1.3. Diélectriques solides

- Le **verre**, utilisé pour faire des isolateurs de lignes haute tension
- La **céramique**, très utilisée pour les matériels hautes tensions et basse tensions des postes électriques
- La **plupart des plastiques**
- Le **Polypropylène**, utilisé en particulier dans les condensateurs [3].



(a).verre



(b).céramique



(c).kapton

Figure I.3 exemples des diélectriques solides

## I.2. Caractéristiques d'un diélectrique

Le choix d'un isolant repose sur un nombre important de propriétés qu'on les classe en trois groupes :

- les propriétés électriques ;
- les propriétés physiques ;
- les propriétés chimiques ;

### I.2.1. Les propriétés électriques

#### I.2.1.1. La permittivité ou la constante diélectrique

C'est une caractéristique électrique liée à la formation du diélectrique. La permittivité absolue s'exprime en farad par mètre, elle définit la possibilité, sous l'action du champ électrique, à libérer des charges.

La constante diélectrique ( $\epsilon_r$ ) : est définie comme étant, le rapport de la capacité (C) d'une cellule remplie de liquide par exemple à la capacité ( $C_v$ ) de la même cellule ayant le vide comme diélectrique

$$\epsilon_r = C / C_v \quad (I.1)$$

#### I.2.1.2. La rigidité diélectrique

La rigidité diélectrique d'une huile est la valeur maximale du champ électrique que l'on peut lui appliquer sans décharge.

Dans l'industrie, elle est maximisée conventionnellement par la tension efficace nécessaire pour provoquer, dans des conditions normalisées, le claquage d'un volume de liquide compris entre deux électrodes dont la forme, distance et nature sont spécifiées, d'où son nom de « tension de claquage »[5].

La rigidité diélectrique n'est pas un critère de la qualité de fabrication des huiles isolantes, mais une grandeur conventionnelle destinée à déceler leur état plus ou moins grand de pollution physique par l'eau et d'autres matières en suspension et à conclure ou non de l'opportunité de faire un traitement de décharge et filtration avant introduction dans les appareils auxquels, elles sont destinées.

### I.2.1.3. La conductivité, La résistivité

Tout liquide isolant est caractérisé par sa faible conductivité. Cette dernière est due à la présence de charges libres positives et négatives (des ions) en quantités égales. Sous l'effet d'un champ électrique, ces ions se déplacent provoquant ainsi un courant de conduction[6].

La conductivité s'exprime en s/m (siemens par mètre).

La résistivité  $\rho$  est définie comme l'inverse de la conductivité  $\sigma$ , elle s'exprime en  $\Omega.m$  (ohmmètre).

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (I.2)$$

### I.2.1.4. Le gazage

Les décharges partielles provoquent l'apparition de gaz (par décomposition des molécules du liquide). Si des bulles de gaz subsistent, voire grossissent, à la tension nominale, les décharges vont s'étendre [4].

On appelle gazage G, la vitesse de variation du volume de gaz pendant 120 minutes d'application de la tension. Il s'exprime en  $mm^3/min$  [7].

## I.2.2. Les propriétés physiques

### I.2.2.1. La viscosité

La viscosité est le pouvoir caractéristique des fluides résisté au déplacement d'une partie de ce fluide par rapport à l'autre.

La viscosité, et sa variation avec la température, sont des paramètres de, première importance pour le transfert thermique. En effet, plus le liquide est visqueux, plus il est difficile de le faire circuler dans l'appareil pour refroidir les parties actives chaudes[4].

Le choix d'une huile dépend essentiellement de la valeur de la viscosité, c'est un critère particulièrement important pour apprécier la qualité de l'huile.

Elle s'exprime par la relation suivante :

$$ST = C_t - \frac{B}{t} \quad (I.3)$$

ST : Viscosité en centistokes.

Ct : Constante de viscosité.

t: durée de l'écoulement en secondes.

B : Coefficient du viscosimètre.

L'indice de viscosité est une caractéristique donnant la variation de la viscosité d'une huile en fonction de la température.

Une huile est d'autant meilleure que la variation de sa viscosité en fonction de la température est faible [8].

#### **I.2.2.2. Le point d'écoulement**

Le point d'écoulement, est défini comme la température la plus basse pour laquelle un liquide peut couler lorsqu'il est refroidi à des conditions fixées. Lorsqu'un liquide est refroidi, il acquiert une certaine consistance qui n'est pas la congélation, correspondant à l'état solide d'un corps pur à température fixe [8].

#### **I.2.2.3. Conductivité thermique**

La conductivité thermique ( $\lambda$ ), mesurée en watts par mètre. Kelvin [W/m. K] exprime le flux thermique s'écoulant, en régime permanent sous l'effet d'un gradient thermique entre deux isothermes du liquide. Elle décroît lorsque la température et la masse volumique augmentent [8].

### **I.2.3. Les propriétés chimiques**

#### **I.2.3.1. L'acidité totale**

L'acidité représente les dérivés acides formés au cours du vieillissement de l'huile. Sa détermination procure le moyen le plus direct pour apprécier et suivre l'altération de l'huile [4].

#### **I.2.3.2. Oxydation des huiles minérales isolantes**

On désigne par oxydation, un ensemble de réactions chimiques complexes et lentes au cours desquelles les hydrocarbures réagissent avec l'oxygène.

Il se produit tout d'abord des produits de décomposition solubles : aldéhydes, cétones, acides organiques, puis par condensation et polymérisation, des dépôts insolubles.

Les conséquences de l'oxydation de l'huile pour les isolants sont [4] :

- Une mauvaise évacuation de la chaleur par suite de l'accroissement de la viscosité et de la présence de dépôts.
- Une détérioration des propriétés électriques de l'huile ; sa conductivité et sa tangente de l'angle de pertes augmentent.

- Une augmentation des pertes dans les isolations imprégnées qui peut entraîner le claquage thermique.

### I.3. Rôle des diélectriques

Les diélectriques étant de bons isolants électriques, ils sont utilisés pour remplir les fonctions diélectriques et d'isolation de bon nombre de matériel tels que : les transformateurs de puissance, de four et de traction, les réactances, les réducteurs de mesure, les condensateurs, les câbles, les boîtes de traversées, les disjoncteurs, etc....

Ces dispositifs fonctionnent sous des tensions de quelques centaines de volts (V) à plusieurs centaines de kilovolts (KV) et leur puissance unitaire varie de quelques voltampères (VA) ou quelques voltampères réactifs (VAR) à des centaines de méga voltampères (MVA) ou quelques méga voltampères réactifs (MVAR). Cependant ils présentent des pertes d'énergie allant de 1‰ à 10‰ de la puissance nominale provoquant des élévations de température. Les volumes de diélectriques liquides employés varient de la fraction de litre pour les condensateurs individuels à plusieurs dizaines de milliers de litres pour les transformateurs de puissances [9].

Les diélectriques sont utilisés pour :

- Assure une séparation électrique entre des conducteurs portés à des potentiels afin de diriger l'écoulement du courant dans les conducteurs désirés (protection des personnes et des équipements) ;
- Supporter les éléments d'un réseau électrique et les isoler les uns par rapport aux autres et par rapport à la terre ;
- Remplir les fonctions de diélectrique d'un condensateur.

Il ressort par conséquent trois fonctions essentielles qu'il convient de souligner [9]:

#### I.3.1. Fonction diélectrique : isolation au sens électrique

Dans la partie active d'un transformateur, entre les éléments portés à des potentiels électriques différents, l'isolation est assurée :

- Soit par diélectrique liquide seul, lorsqu'il s'agit d'une isolation entre deux pièces métalliques nues : plots de commutateur par exemple.

- Soit par une couche solide (papier ou carton) imprégnée de diélectrique liquide : c'est le cas par exemple de l'isolation entre deux conducteurs voisins d'un même enroulement.
- Soit par une isolation mixte : combinaison de films de diélectrique liquide et de barrières d'isolants solides ; c'est le cas d'une isolation entre deux enroulements concentriques, de tensions différentes.

### I.3.2. Fonction isolation au sens strict

Elle permet tout simplement de ralentir l'oxydation directe des diélectriques solides.

A ces trois fonctions fondamentales, il y a lieu d'ajouter deux autres fonctions non moins négligeables :

### I.3.3. Fonction de résistance à l'incendie

La fonction de résistance à l'incendie est caractérisée en particulier par le pouvoir d'extinction des arcs électriques, dans les chambres de coupure des commutateurs en charge et des disjoncteurs.

## I.4. Principaux types de diélectriques liquides

En l'absence d'une classification normalisée, le tableau I.1 présente par catégories les types de diélectriques les plus couramment utilisés ainsi que leurs principaux domaines d'utilisation et leurs caractéristiques propres [9]:

Catégorie	Type	Applications	Caractéristiques Propose
Huiles minérales	Naphténique Paraffinique	Mtériels à haute tension, Transformateur de puissance	Bas point d'écoulement stabilité à l'oxydation ; bon indice de viscosité
Hydrocarbures de synthèse	Polybutènes  Alkylbenzènes  Hydrocarbures alcoylés à noyaux aromatiques condensés (DIPN)  Alkylbiphényles (MIPB)	Câbles  Traversées  Condensateurs  Condensateurs	Faibles pertes diélectriques;  viscosité ajustable, absorption gazeuse sous décharges partielles, bonne rigidité diélectrique au choc de foudre , biodé-

	Alkyldiarylalcanes (BT,DBT)	Condensateurs	gradabilité, absorption gazeuse sous décharges partielles.
Hydrocarbures halogènes	Askarels (PCB, TCB)	Transformateurs de distribution, condensateurs	Ininflammabilité
	Polychlorodiphénylméthanes (TCBT + TCB)	Transformateurs	Ininflammabilité et biodégradabilité
	Polychloroalcanes	Transformateurs	
Esters organiques	Huiles végétales	Condensateurs pour génératrice de choc	Faibles pertes diélectriques à $f > 1000$ Hz et $\epsilon_r > 5$ à 20 °C
	Esters simples (BNC,DOS,DOP)	Condensateurs au papier	
	Phtalates (DEHP)	Remplacement des PCB en mélange avec d'autres liquides	utilisés pour augmenter le point de feu des liquides
	Esters complexes, Esters du pentaérythrol	Transformateurs de distribution et de traction	point de feu supérieur à 300 °C

**Tableau L1** : Différents diélectriques liquides et leurs domaines d'application [10]

Les isolants présentent l'avantage de se régénérer après un claquage ; ils servent aussi au refroidissement par convection ou par évaporation (les isolants liquides ont généralement une bonne conductivité thermique). Ils sont utilisés seuls ou bien ils imbibent un isolant solide dont ils remplissent les vides [2].

#### I.4.1. Huiles minérales

Dérivés du pétrole, utilisées dans les transformateurs, les disjoncteurs, les condensateurs et les câbles. Sont propriétés est [2] :

- rigidité diélectrique :  $G \approx 9$  à 10 kV/mm
- facteur de dissipation :  $\tan\delta = 4.10^{-4}$ .
- permittivité relative :  $\epsilon_r = 4$  à 6.

#### I.4.2. Huiles synthétiques

- Huiles chlorées : ininflammables (pas de risque l'incendies), utilisées pour les transformateurs, les disjoncteurs, les condensateurs.
- Huiles silicones : résistent à des températures élevées, prix élevés.

- Huiles végétales (ricin) : plastifiant dans la fabrication des vernis et des résines [2].

#### I.4.3. Vernis

Ce sont des associations résine + solvant + siccatif. Utilisée pour l'imprégnation des bobinages [2].

#### I.4.4. Diélectriques pour condensateurs

La correction du facteur de puissance des condensateurs de forte capacité a conduit à l'utilisation des liquides de synthèse. Le passage des champs électriques moyens de 160kV/cm à 550 kV/cm a permis de prendre en compte la tenue aux décharges partielles. C'est ainsi que les hydrocarbures aromatiques de synthèse (Figure I.1) se sont révélés pour les condensateurs comme des liquides de choix du fait de leur fort pouvoir d'absorption gazeuse (gazabsorbent). Par conséquent les puissances massiques ont pu être divisées par deux [10].

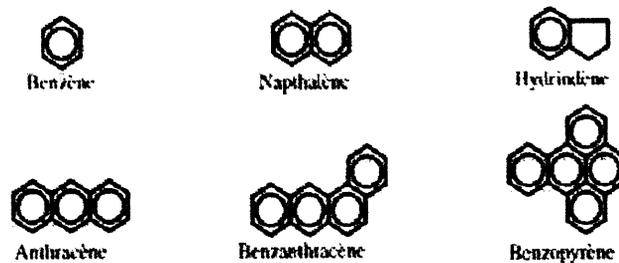


Figure I.4 : hydrocarbures aromatique

#### I.4.5. Diélectriques pour transformateurs [9]

Les diélectriques liquides chlorés, tels que les askarels (polychlorobiphényle = PCB) connus commercialement sous les noms de Pyralène, en France, et plus universellement, d'aroclor, sont des produits de synthèse qui ont été mis au point vers 1930. Ils résultent de la recherche de liquides ininflammables destinés à des applications diverses : transferts thermiques, application diélectriques pour condensateurs et transformateur, . . .

L'askarel est si stable (ininflammabilité) que l'essai de vieillissement accéléré (oxydation) appliqué aux huiles minérales ne lui est pas appliqué. Mais le point faible concernant l'askarel, est qu'il n'est pas biodégradable. Puisqu'on le retrouve, de façon importante, dans des organismes vivants. C'est pourquoi il est recommandé d'utiliser l'askarel pour toutes sortes d'appareils de petite et moyenne puissances, qui sont le plus souvent limités à des tensions nominales inférieures ou égales à 36 kV, installés dans des locaux où l'on désire minimiser les risques en cas d'incendie.

Depuis l'interdiction des askarels dans la Communauté Économique de l'Europe (CEE), ils sont remplacés par des liquides ininflammables mais plutôt biodégradables tels que les polychlorophénylméthanes (commerciallement appelé ugilec) et les polychloroalcanes.

Ils sont à leur tour fortement concurrencés par les esters organiques, produits biodégradables et non toxiques, et les huiles de silicones préconisés pour des matériels soumis à des variations thermiques importantes.

#### **I.4.6. Diélectriques pour appareillage de connexion**

##### **I.4.6.1. Les disjoncteurs**

Bien qu'en Haute Tension (HT) les huiles ont cédé, dans une large mesure, la place à l'hexafluorure de soufre (SF<sub>6</sub>) diélectrique gazeux ou au vide, les disjoncteurs à huile demeurent très présents dans les appareillages de petites et moyennes performances (appareils de 6 à 36 kV pour des pouvoirs de coupure de 10 à 80 kA) du fait de leur faible constante de temps d'arc à l'extinction [9].

Les disjoncteurs modernes utilisent de faible quantité d'huile pour couper l'arc en confinant les bulles de gaz générées, afin de réduire son volume, dans une chambre de coupure isolante qui résiste à des pressions élevées [11-12].

Cependant, différents types de chambre de soufflage ont été prévus pour évacuer l'hydrogène et divers gaz formés lors de la décomposition de l'huile après la coupure de l'arc [13].

##### **I.4.6.2. Les câbles d'énergie**

En dessous des tensions de service de 70 kV, les câbles à masse utilisent les isolants extrudés [14]. En revanche, au-dessus de cette valeur, les huiles minérales ou de synthèse à forte viscosité sont recommandées pour les câbles d'énergie à cause de leur propriété de mise en pression [9].

##### **I.4.6.3. Les traversées**

Les bornes de traversée permettent à un conducteur à haute tension de traverser un système mis à la terre ou isolé. De telles configurations sont rencontrées dans les sorties de postes de couplage intérieurs, les têtes de câbles, les transformateurs de puissance et de mesure, le passage d'une isolation interne, à une isolation externe, etc. [14].

Les traversées utilisent essentiellement en Haute Tension (500 kV) du papier imprégné à l'huile minérale. Mais la préférence est accordée aux hydrocarbures de synthèse (polybutènes, alkylbenzènes, . . .) à cause de leur bonne tenue aux décharges partielles et d'ionisation en champ électrique élevé [9].

### **I.5. Critère de choix d'un diélectrique liquide**

Le choix d'un diélectrique est subordonné à la prise en considération de certains facteurs :

**I.5.1. La toxicité du produit :** la toxicité du produit est à prendre en compte dans tous les cas d'éclatement de transformateur sans incendie.

**I.5.2. L'embrassement du diélectrique** dépend de son point d'ébullition et de la résistance mécanique du transformateur. Les huiles minérales isolantes remplissent ces conditions ; pour cela elles sont très utilisées.

**I.5.3. Le vieillissement :** le liquide a-t-il tendance à vieillir et s'altérer très vite en fonction du temps ?

**I.5.4. L'opacité des fumées :** de toute évidence, un diélectrique ne dégage de fumées qu'à partir du moment où il a pris feu ; l'opacité des fumées peut gêner gravement les secours.

Toutefois la fabrication de liquide isolant fini est orientée par les tendances des liquides de base ; le choix d'un ou plusieurs liquides de base est à déterminer en fonction des caractéristiques physiques et chimiques que l'on désire conférer au liquide fini comme la viscosité, la densité, [12].

### **I.6. Influence des différents facteurs sur les caractéristiques des diélectriques liquides**

Il existe plusieurs facteurs qui ont une influence sur la valeur du champ disruptif. Parmi ces facteurs, les plus importants sont l'humidité, les impuretés et les gaz dissous dans le liquide, la pression hydrostatique, la configuration des électrodes, la température, la durée d'application de la tension et l'état antérieur du liquide.

#### **I.6.1. Humidité**

La présence d'un peu d'humidité dans le liquide diminue considérablement la rigidité diélectrique de ce dernier [15].

### I.6.2. Distance entre les électrodes

En augmentant la distance entre les électrodes, la tension de claquage augmente mais la rigidité diélectrique du liquide diminue. Dans le cas de champ électrique non uniforme, lorsque la tension appliquée dépasse un certain seuil, l'effet couronne apparaît [11].

### I.6.3. Température

L'influence de la température est double. En augmentant la température, la concentration de gaz et de l'humidité diminue dans le liquide. Cependant, les conditions pour avoir un claquage thermoélectrique s'améliorent. Cette influence de double effet, fait apparaître un maximum local dans la caractéristique représentant la variation de la tension de claquage en fonction de la température [16].

### I.6.4. Durée d'application de la tension

La figure(I.2), représente la caractéristique  $U_c(t)$ , tension de claquage en fonction du temps, de l'huile de transformateur. Plus la durée d'application augmente, plus l'effet des différentes impuretés ne se fait ressentir et la tension de claquage diminue. Pour les temps inférieurs à  $10\mu s$ , le claquage à un caractère électrique et pour les longues durées, il a un caractère thermoélectrique [11] et la durée d'application de la tension à 50 Hz diminue la tension de claquage de l'huile.

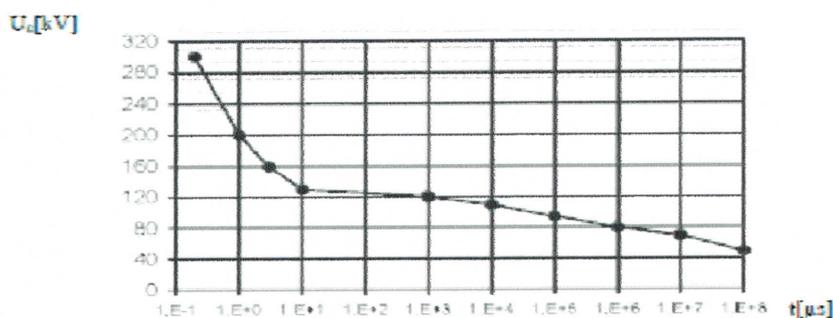


Figure I-5 : Durée d'application de la tension

### I.6.5. Nombre de claquages

Il a été observé par plusieurs chercheurs, que la tension de claquage de l'huile, dans un système de configuration donnée, augmentait en fonction du nombre d'essais, restait ensuite constante et puis diminuait[11].

Ceci peut être expliqué par l'élimination, des bulles de gaz et des gouttelettes d'eau suspendues, par les premiers claquages. Cependant des claquages répétés et nombreux détériorent le liquide.

### **I.6.6. Influence des écrans**

Pour améliorer la rigidité diélectrique d'un système d'isolation, soit qu'on recouvre les électrodes avec une couche mince isolante, soit qu'on introduit une barrière isolante entre les électrodes. Il existe une position optimale de la barrière dans l'intervalle, pour laquelle la rigidité du système est la plus élevée. Dans le cas du système pointe plan, l'augmentation est observée dans les cas de la pointe sous haute tension de polarité positive ou alternative 50Hz, lorsque la barrière est située à proximité de la pointe [11].

### **I.7. Claquage Electrique**

En électronique ou électrotechnique, le claquage est un phénomène qui se produit dans un isolant quand le champ électrique est plus important que ce que peut supporter cet isolant. Il se forme alors un arc électrique [17].

#### **I.7.1. Vue global**

Les défaillances électriques du matériel électrique sont dues, dans une très large mesure, au claquage électrique des isolations. On désigne ainsi l'étape ultime d'une succession de processus irréversibles où tout milieu diélectrique (solide, fluide, gaz) est soudainement traversé par un arc électrique entre conducteurs soumis à une différence de potentiel [15].

La tension de claquage d'une isolation ne dépend pas uniquement des propriétés des matériaux mais d'un très grand nombre des facteurs (mise en œuvre, environnement, type de tension utilisée, etc...). Les conséquences d'un claquage sont plus ou moins catastrophiques, selon le milieu où il se produit : un milieu gazeux aisément renouvelé, peut être réutilisé après coupure de l'arc ; un liquide également, quoique les bulles de gaz produites, souvent en abondance puissent constituer ultérieurement un danger : un solide, imprégné ou non, sera très généralement dégradé de façon irrémédiable et incapable de soutenir à nouveau la tension.

La majorité des équipements haute tension renfermant une combinaison d'au moins deux des milieux génériques (solide, fluide), le claquage de la totalité de l'isolation résulte d'interactions complexes.

Actuellement, on considère qu'avant le claquage proprement dit, où se développe l'arc, il existe une période de pré claquage comprenant elle-même deux phases :

✓ Une phase de génération pendant laquelle se créent les circonstances favorables (injection et multiplication localisées de charges dans le liquide) à l'apparition de l'étape suivante, en règle générale, celle d'un « streamers » (canal conducteur lumineux et ramifié).

✓ Une phase de propagation de la perturbation précédemment créée (streamers).

Cette séparation en deux phases pourrait, aux très courtes distances entre les électrodes, se révéler arbitraire, le même phénomène se développe au cours du temps (avalanches électronique). En revanche, elle est tout à fait justifiée en ce qui concerne le mécanisme de Streamers [15].

### **I.7.2. Cas des liquides**

Les liquides isolants sont principalement utilisés en électrotechnique, presque toujours en association avec des solides isolants. Leur fonction électrique essentielle est d'éliminer les décharges partielles susceptibles de se produire dans des poches gazeuses, en remplissant les espaces entre solides isolants et conducteurs ainsi que les cavités au sein des solides eux-mêmes. Ces décharges, très agressives et destructrices pour les isolants solides, peuvent se déclencher à des tensions très basses (au-delà de la tension minimale de Paschen : environ 400 V dans l'air) [18].

Les décharges partielles sont des décharges électriques dont le trajet se développe sur une partie seulement de l'intervalle isolant séparant des conducteurs ; ces décharges peuvent être adjacentes ou non à un conducteur (on désigne ainsi le plus souvent les décharges produites dans une cavité gazeuse au sein d'un solide) [19].

Dans une large mesure, les efforts ont été concentrés sur quelques liquides simples, ainsi que sur l'huile minérale de transformateur qui fait l'objet de notre travail [20].

En ce qui concerne les liquides utilisés dans la pratique industrielle, la diversité des applications conduit à employer des produits très différents et à faire intervenir des considérations très variées (aptitude aux transferts thermiques, tenue thermique, inflammabilité, prix, toxicité). L'interdiction des Polychlorobiphényles (PCB) a conduit à élaborer des liquides de substitution. En peu de temps, de nouveaux liquides d'imprégnation sont apparus et les recherches dans ce domaine ont abouti à améliorer les connaissances sur les phénomènes pré disruptifs liés à la génération et à la disparition des gaz dans les liquides.

L'expérience a montré que la tension de claquage, pour une distance donnée, ne suffit pas pour évaluer la tenue diélectrique d'un liquide et que la rigidité diélectrique n'est pas une caractéristique intrinsèque du matériau, mais elle dépend d'autres paramètres [15] :

- Les conditions de mise en œuvre du liquide (pureté chimique, matériaux avec lesquels il entre en contact, etc. ...).
- Les conditions d'essai, telle que la forme de l'onde de tension, la forme des électrodes et la distance inter électrodes.

Bien que les liquides diélectriques aient été employés comme imprégnant depuis la fin du XXème siècle, les recherches sur le claquage de ces matériaux, tant sur le plan fondamental que sur celui des applications, ont pendant longtemps été peu développées. Cela est dû, d'une part, au nombre très restreint de travaux sur le sujet (les domaines d'application des liquides étant bien plus limités que ceux des gaz), d'autre part, à la méconnaissance des mécanismes de base sur la conduction dans l'état liquide. Aussi les connaissances sur le sujet demeurèrent-elles très fragmentaires, souvent contradictoires et largement empiriques jusqu'en 1950, alors que, pour les gaz et les solides ordonnés, avaient été établies des théories bien vérifiées par l'expérience [15].

Une approche plus systématique s'est développée par la suite, dans le souci :

- D'effectuer un contrôle strict visant à préciser le rôle d'agents étrangers aux liquides (particules, gaz dissous, etc....) qui affectent manifestement leur rigidité ;
- De faire porter les efforts sur des liquides de structure moléculaire simple ;
- De développer des techniques de mesure variées : visualisation ultrarapide des phénomènes, créneaux de tension de temps de montée ultracourt facilitant l'interprétation, analyse spectroscopique...

## CONCLUSION

Dans ce chapitre on a présenté des généralités sur les différents types des diélectriques utilisés dans l'industrie (disjoncteur, transformateur, etc. ...). Le choix, les propriétés des diélectriques et l'influence des différents facteurs sur les caractéristiques des diélectriques en particulierment liquides sont présentées en détail.

Dans toutes les installations, la contribution des diélectriques (gaz, liquide et solide) sont essentielle. Le claquage dans les isolantes est parmi les phénomènes les plus observés qui affecte l'état des appareils lors du fonctionnement (ouverture et fermeture des disjoncteurs, huiles dans les transformateurs, etc. Il n'est pas évident de comprendre ce qui se passe dans le diélectrique avant l'apparition de l'arc électrique caractérisant le claquage, pour une meilleure compréhension préalable, nous présentons dans les chapitres précédents la modélisation des phénomènes physiques dans certaines applications industrielles présentent des diélectriques tels que, les disjoncteurs, les transformateurs et les isolateurs.



# Chapitre II

Modélisation des phénomènes multi-physiques

## INTRODUCTION

Les équipements haute et moyenne tensions comportent le plus souvent des structures mixtes, combinant au moins deux phases : solide/liquide ou solide/gaz. Ce type d'isolation est présent dans des appareillages comme les transformateurs et condensateurs de puissance, les disjoncteurs et les câbles ainsi que dans les lignes aériennes (isolateurs de support et de traversée). Dans certaines applications comme les disjoncteurs par exemple, les isolants solides sont utilisés à la fois comme enveloppes et comme isolant, dans le cas des transformateurs de puissance, en plus de l'isolation des bobinages et des traversées, les solides servent comme panneaux (rôle mécanique) et comme barrière isolante en particulier dans les transformateurs cuirassés. Quant aux fluides, ils jouent également deux rôles: isolant et caloporteur.

Les principales propriétés qui permettent de juger de l'aptitude d'un diélectrique sa fonction isolante sont la rigidité diélectrique, la permittivité diélectrique et la résistivité. Ces caractéristiques sont essentielles pour le dimensionnement d'un dispositif électrique.

Ce chapitre a pour objet de traduire ces caractéristiques en terme mathématique appelés, modèles et leurs méthodes de résolution sont présentées notamment la méthode des éléments finis (MEF). D'une manière générale les modèles mathématiques constituent des outils de compréhension du fonctionnement des systèmes naturels, et de prédiction de leurs évolutions. On ne devra jamais perdre de vue le caractère explicatif et le pouvoir prédictif du modèle étudié [21].

L'étude est basée sur des phénomènes bien précis, électrique, électromagnétique, thermique, mécanique ...etc. Pour chaque cas, les systèmes d'équation sont tout d'abord présentés dans le domaine continu, puis les différentes formulations qui en découlent en champ ou en potentiel pour l'électromagnétisme, en température pour la thermique et en déplacement pour la mécanique sont développées.

Pour chacun de ces phénomènes les équations constituant le problème à résoudre respectivement les équations de Maxwell de diffusion de la chaleur et d'état d'équilibre seront présentées. Puis sur la base de ces équations les différentes formulations permettant la résolution des problèmes seront déduites.

## II.1 Modèles Electromagnétiques

Ces modèles décrivent les lois et le formalisme de l'interaction entre les ondes électromagnétiques et le matériau. Ce formalisme conduit souvent à des équations aux dérivées partielles nécessitant une méthode de résolution numérique [22].

Les variations temporelles et spatiales des ondes électromagnétiques sont régies par les équations de Maxwell [3]. Celles-ci s'appliquent sur les grandeurs électriques et magnétiques.

### II .1.1. Equations Electromagnétiques (Equations de Maxwell)

Les équations de Maxwell, aussi appelées équations de Maxwell-Lorentz, sont des lois fondamentales de la physique. Elles constituent les postulats de base de l'électromagnétisme, avec l'expression de la force électromagnétique de Lorentz. Ces équations traduisent sous forme locale différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) qui régissaient l'électromagnétisme avant que Maxwell ne les réunisse sous forme d'équations intégrales.

Nous présentons les équations de Maxwell permettant de formaliser les relations entre les différentes entités électrotechniques.

L'ensemble phénomènes électromagnétiques peut être décrit par six grandeurs qui dépendent du temps et l'espace et qui sont:

- $\vec{E}(x, t)$ : Champ électrique [ $V \cdot m^{-1}$ ]
- $\vec{B}(x, t)$ : Induction magnétique [T]
- $\vec{H}(x, t)$ : Champ magnétique [ $A \cdot m^{-1}$ ]
- $\vec{D}(x, t)$ : Induction électrique [ $C \cdot m^{-3}$ ].
- $\rho$ : Densité de charge volumique [ $C \cdot m^{-3}$ ].
- $\vec{j}(x, t)$ : Densité de courant [ $A \cdot m$ ].

Ces différentes grandeurs sont liées par les équations de Maxwell qui décrivent, de façon générale associés aux équations de constitutives des matériaux:

- ✓ La première équation de Maxwell permet d'explicitier le lien entre le champ électrique source et les charges électrostatiques (Equation de Maxwell-Gauss) :

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II-1})$$

Le flux  $\vec{D}$  à travers une surface fermée, est proportionnel à la charge électrique contenue.

- ✓ La deuxième équation est le lien entre le champ électrique et l'induction magnétique : (Equation de Maxwell-Faraday)

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-2})$$

Cette deuxième équation est connue également sous le nom de loi de Faraday-Lenz : la circulation du champ électrique le long d'un contour fermé est égale et opposée à la variation de flux de l'induction magnétique par rapport au temps.

- ✓ La troisième équation de Maxwell représente la loi de conservation de flux de l'induction magnétique :

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II-3})$$

- ✓ La dernière équation représente la conservation de la charge électrique pour un courant électrique (Equation de Maxwell-Ampère) :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II-4})$$

Le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  (courants de déplacement) uniquement dans les hautes fréquences.

#### Formes intégrées des équations de Maxwell :

Nous allons voir que, à partir de ces grandeurs locales, les phénomènes physiques font la plupart du temps intervenir des expressions intégrées des équations de la physique. De même, les grandeurs généralement mesurables sont elles-mêmes des grandeurs intégrées (force, puissance thermique, tension, courant. . .).

Ces équations montrent notamment qu'en régime stationnaire, les champs électrique et magnétique sont indépendants l'un de l'autre, alors qu'ils ne le sont pas en régime variable. Dans le cas le plus général, il faut parler du champ électromagnétique.

alors il est indispensable d'imposer des équations liées aux lois constitues des matériaux et cela pour déterminer les différentes variables  $\vec{E}$ ,  $\vec{J}$ ,  $\vec{H}$  et  $\vec{D}$  qui sont approximativement variable dans beaucoup des matériaux.

**Equations de maxwell sous la forme globale:****Equation de maxwell-Gauss :**

$$\oiint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\text{II-5})$$

$$Q = \iiint \rho \, dv$$

Ce résultat qui exprime que le flux du champ électrique à travers toute surface fermée est égal à la somme des charges intérieures sur  $\epsilon_0$  est connu sous le nom de théorème de Gauss. Il montre que le champ électrique peut lui diverger à partir de points où se trouvent des charges électriques. Le « théorème de Gauss » est donc vrai en régime variable.

**Equation de maxwell-faraday :**

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{II-6})$$

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

Cette équation décrit tous les phénomènes d'induction et montre qu'un champ magnétique variable peut créer un champ électrique à circulation non nulle.

**Loi de conservation de flux de l'induction magnétique :**

$$\oiint \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0 \quad (\text{II-7})$$

Précise sa signification : Le flux de  $\vec{B}$  travers toute surface fermée est nul. C'est une propriété intrinsèque de  $\vec{B}$  qui montre que le champ magnétique ne peut diverger à partir de points de l'espace, ou encore qu'il n'existe pas de charges magnétiques. Nous retrouvons là en fait la même équation qu'en régime stationnaire.

**Equation de maxwell-Ampère :**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \iint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{ds} \quad (\text{II-8})$$

$$I = \iint \vec{j} \cdot \vec{ds}$$

En régime stationnaire, nous retrouvons le théorème d'Ampère qui montre que le champ  $\vec{B}$  tourne autour des courants. Le terme supplémentaire en  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  indique qu'un champ électrique variable est source de champ magnétique.

- Les relations constitutives des matériaux et les conditions de passage complètent ces équations.

### II.1.2 Relations constitutives des Matériaux

Elles relient entre elles les champs, charges et courants introduits ci-dessus et sont habituellement dépendantes de la fréquence

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega, P, T) \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu(\omega, P, T) \vec{H}$$

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma(\omega, P, T) \vec{E}$$

Où les tenseurs  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  sont la permittivité, électrique, la perméabilité magnétique et la conductivité électrique respectivement et qui dépendent, entre autres, de la fréquence (ils peuvent aussi dépendre de la position, de la température, de la pression, etc.). Les éléments de ces tenseurs sont complexes, ce qui entraîne bien sûr un déphasage entre  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$ ,  $\vec{J}$  et  $\vec{E}$ . Ils peuvent aussi avoir un comportement non linéaire.

Cependant pour l'immense majorité des cas en exploration électromagnétique, les propriétés physiques tensorielles exprimées ci-haut peuvent être simplifiées moyennant ces hypothèses:

- ✓ tous les milieux sont linéaires, isotropes et homogènes et leurs propriétés physiques ne varient qu'avec la fréquence [24].

#### II.1.2.1. Relation diélectrique

La première équation constitutive introduit les propriétés diélectriques par l'intermédiaire de la permittivité électrique  $\varepsilon$  :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II-9})$$

#### II.1.2.2. Relation magnétique

Pour les matériaux diamagnétiques, la relation entre B et H est linéaire et de la forme :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{II-10})$$

$\mu_0$  : Perméabilité magnétique du vide égale à  $4.\pi.10^{-7}$  [H/m].

$\mu_r$  : Perméabilité relative du matériau considéré [H/m]

Pour les matériaux ferromagnétiques, si l'on néglige le phénomène d'hystérésis, il est possible d'exprimer 'B' par une fonction univoque de la forme :

$$\vec{B} = \mu(\vec{H}) \vec{H} \quad (\text{II-11})$$

$\mu$  : est une fonction du module de H [H/m].

Dans le cas de matériaux durs (aimants permanents), seule la partie utile du cycle d'hystérésis est considérée, celle-ci peut être modélisée par la relation :

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II-12})$$

$\mu_a$  : Perméabilité de l'aimant

$B_r$  : induction rémanent de l'aimant [T]

Dans le vide et même dans l'air l'induction et le champ magnétique, ainsi que l'induction et le champ électriques sont liée par :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{II-13})$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (\text{II-14})$$

$\epsilon_0$  : permittivité diélectrique à vide égale à  $10^{-9}/36 \pi$  [F/m].

### II.1.2.3. Lois d'Ohm généralisé :

Une troisième équation essentielle relie le champ électrique et la densité de courant par l'intermédiaire électrique  $\sigma$  :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II-15})$$

$\vec{v}$  : vitesse au point considéré [m/s].

$\sigma \vec{E}$  : Densité des courants induits des champs électriques E [A/m<sup>2</sup>].

$\sigma(\vec{v} \wedge \vec{B})$  : Densité des courants induits résultant au mouvement E [A/m<sup>2</sup>].

En repos, en absence de mouvement la loi d'ohm donne comme suit

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} \quad (\text{II-16})$$

Avec :

$\sigma$  : La conductivité électrique [ $\Omega/m$ ]

### II.1.3 Conditions de passage

Les grandeurs électromagnétiques pourraient être discontinues à l'interface entre deux milieux de propriétés différentes. Les conditions de passage (ou de transmission) permettent alors d'exprimer les relations entre deux grandeurs sur ces frontières.

L'étude d'une structure qui comporte plusieurs régions homogènes détermine d'abord les champs dans chaque région avec la forme locale des équations de Maxwell, puis applique les conditions aux limites fournies par la forme globale des équations.

On définit une surface ou un volume de part et d'autre de la surface de séparation et on applique les équations de Maxwell sous forme intégrale.

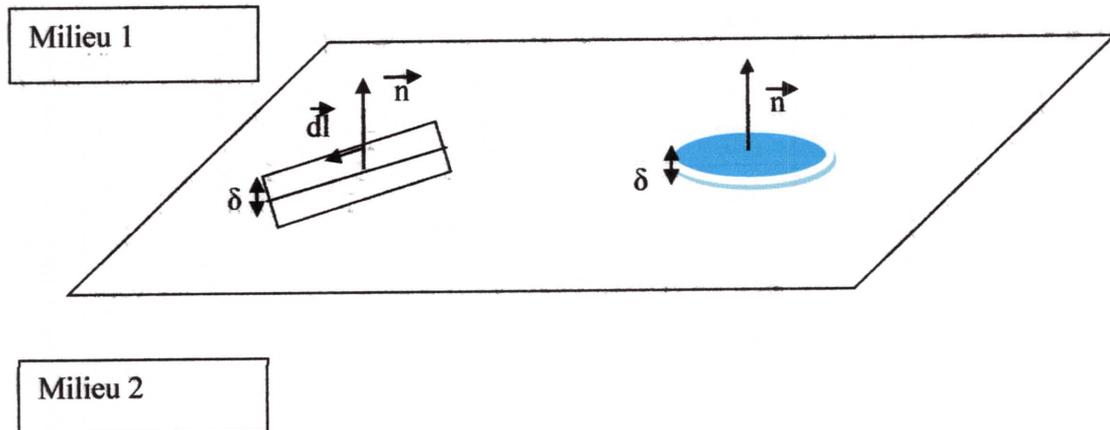


Figure II-1 : surface et volume d'intégration entre deux milieux.

On fait prendre  $\delta$  vers zéro et on prend la limite des intégrales. Ceci fournit des relations entre certaines composantes des champs de part et d'autre de l'interface.

### II.1.3.1. Conditions sur les composantes tangentielles

On applique les relations intégrales à la surface de gauche dans la figure. Quand la hauteur du contour tend vers zéro, l'aire comprise à l'intérieur s'annule et il en va de même pour les flux des champs  $\vec{B}$  et  $\vec{D}$ . En revanche, la contribution de la densité de courant ne s'annule pas lorsque la limite du produit  $\vec{J} \delta$  donne le courant de surface  $\vec{J}_s$ . Comme la surface d'intégration a été choisie de façon arbitraire par rapport à la surface de séparation, la condition limite doit rester valable quelle que soit l'orientation, ce qui n'est possible que si

$$\vec{n}_{12} * (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \quad (\text{II-17})$$

$$\vec{n}_{12} * (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \quad (\text{II-18})$$

Où le vecteur  $n$  est perpendiculaire à la surface de séparation, allant du milieu 2 vers le milieu 1, et où  $\vec{J}_s$  est la densité de courant de surface, qu'il ne faut pas confondre avec la densité volumique de courant  $\vec{J}_{ex}$  qui apparaît dans les équations de Maxwell.

Les composantes du champ électrique tangentiel à la surface entre deux milieux sont toujours continues de part et d'autre de la surface. En revanche, les composantes tangentielles du champ magnétique sont discontinues lorsqu'une densité surfacique de courant  $\vec{J}_s$  circule sur la surface de séparation.

### II.1.3.2. Conditions sur les composantes normales

On intègre les équations sur la surface de droite de la figure et on fait tendre  $\delta$  vers zéro. Le volume et contributions des parois latérales s'annulent et la seule charge qui reste est la charge de surface. Comme les relations doivent être valables quel que soit le volume choisi, obtient les relations suivantes pour les composantes normales.

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \quad (\text{II-19})$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (\text{II-20})$$

Où  $\rho_s$  est la densité de charge de surface, la composante normale de  $\vec{B}$  est toujours continue, tandis que celle du champ de déplacement  $\vec{D}$  est discontinue lorsqu'il y a des charges de surface.

### II.1.4 Conditions aux limites naturelles

Les valeurs d'un champ  $X$  à la frontière du domaine satisfait principalement deux relations simples. Il peut être soit de valeur connue soit normal à la surface ce qui se traduit par :

#### Conditions aux limites spatiales et temporelles :

Les valeurs d'un champ  $U$  aux frontières peuvent satisfaire principalement deux conditions simples [25], Ainsi aux limites du domaine, ce champ peut être soit normal (domaine symétrique) (II-21), soit de valeur connue (II-22), ce qui se traduit par :

$$\text{II.1.4.1. Condition de Neumann} \quad \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (\text{II-21})$$

$$\text{II.1.4.2. Condition de Dirichlet} \quad U \cdot n = 0 \quad (\text{II-22})$$

Les conditions aux limites temporelles sont en général fixées à des valeurs nulles à l'instant initial.

### II.1.5 Conditions de Jauge

Les relations constitutives des matériaux, les conditions de passage, ainsi que les conditions aux limites ne suffisent pourtant pas à assurer l'unicité d'une solution et l'utilisation de jauges est nécessaire à la résolution des équations de Maxwell.

Les champs intervenant dans les équations de Maxwell ne sont définis qu'à un gradient (champ à rotationnel), ou un rotationnel près (champ à divergence).

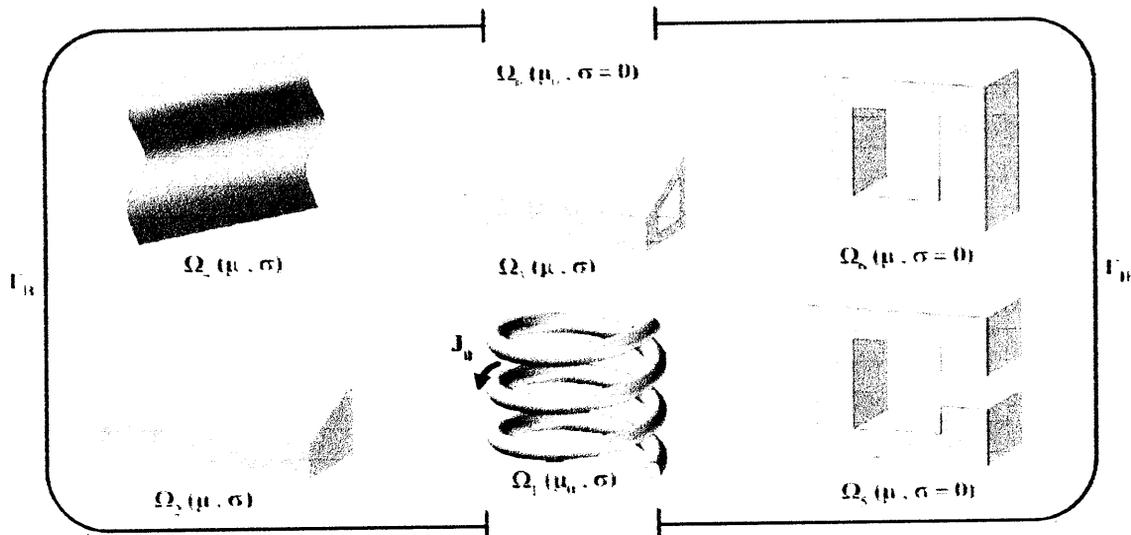
Selon la formulation retenue et le type d'éléments de discrétisation, certaines jauges sont alors préférables. Les principales jauges sont :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (\text{Jauge de Coulomb})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} + K * \frac{dU}{dt} = 0 \quad (\text{Jauge de Lorentz})$$

**II.1.6 Différentes Formulations Electromagnétiques**

Dans le cas général, le domaine de représentation d'un problème magnétodynamique est constitué (figure) : d'un inducteur  $\Omega_1$  parcouru par une densité de courant  $\mathbf{J}_0$ , de région conductrice simplement connexe  $\Omega_2$ , multiplement connexe  $\Omega_3$ , ou de type mince  $\Omega_4$  et siège de courants induits. Il comporte également des régions ferromagnétiques isolantes simplement connexes ( $\Omega_5$ ) ou multiplement connexes ( $\Omega_6$ )



**Figure II-2 : Domaine d'étude générique d'un problème magnétodynamique**

Le domaine d'étude  $\Omega$  englobe ces régions distinctes ainsi que celle du milieu environnant  $\Omega_0$ . Il est notamment limité par des frontières  $\Gamma_B$ ,  $\Gamma_H$ , sur lesquelles sont annulées respectivement la composante normale de l'induction magnétique et la composante tangentielle du champ magnétique.

La résolution du problème électromagnétique quasi stationnaire, dans le domaine  $\Omega$ , nécessite le choix d'une formulation basée sur une grandeur caractéristique et en association avec les relations constitutives, les relations de passage, les conditions aux limites et les conditions de jauge. On distingue deux catégories de formulations basées soit sur le champ électrique  $\mathbf{E}$ , soit sur le champ magnétique  $\mathbf{H}$ . La première catégorie inclut surtout la formulation en potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  et ses variantes. La deuxième catégorie comprend des formulations en  $\mathbf{H}$  ou la formulation en  $\mathbf{T}$ - $\Omega$ .

### II.1.6.1 Phénomène Electrostatique

La source du champ électrostatique est constituée par des charges fixes (C'est-à-dire que le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  est nul).

Le champ électrique:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \quad (\text{II-23})$$

Et l'équation (II-2) devient :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = 0 \quad (\text{II-24})$$

Dans le référentiel d'étude les équations correspondants sont (II-18), (II-1) et (II-9)

Le modèle se ramène alors à l'équation suivante :

$$\text{Div}(\epsilon \overrightarrow{\text{grad}}V) - \rho = 0 \quad (\text{II-25})$$

L'inconnue est une scalaire « V » ce qui impose donc une seule valeur à calculer en chaque point, lorsque les conditions aux limites du problème à étudier s'expriment en fonction de « V » ou de sa dernière normale, l'unicité de la solution est assuré.

### II.1.6.2 Formulation du modèle magnétostatique :

#### II.1.6.2.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique A

Comme le modèle précédent on suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps, le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  est nul et le champ électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{H}$  sont découplés par contre on désire de modéliser un objet parcourus par des courants non nuls, à partir des équations (II-3), (II-4) et (II-12).

L'équation (II-3) permet de définir une fonction vectorielle  $\vec{A}$  appelée potentiel vecteur magnétique telle que l'on a :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II-26})$$

Pour que  $\vec{A}$  soit totalement défini, on doit fixer sa divergence en utilisant la gauge de coulomb:

$$\text{Div} \vec{A} = 0 \quad (\text{II-27})$$

D'après ces équations on obtient :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \right) = \vec{J} + \overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\vec{B}_r}{\mu} \right) \quad (\text{II-28})$$

#### L'unicité de la solution :

Dans les problèmes bidimensionnels (système suffisamment long ou à symétrie axiale), le potentiel vecteur magnétique se réduit à une seule composante, ce qui rend ce modèle attrayant pour la résolution de tels problèmes.

Dans le cas tridimensionnelle (3D) la résolution de EDP donne une infinité de solution, pour assuré que la solution est unique on ajoute la condition de Jauge de Colomb comme terme pondérateur.

#### II.1.6.2.2. Formulation en potentiel scalaire magnétique total : $\Phi_t$

Lorsqu'il n'existe aucune source de courant dans une région, le rotationnel du champ magnétique est nul, et les champs ne dépendent pas du temps, ce qui signifie que le champ dérive d'un potentiel scalaire magnétique :

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II-3})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = 0 \quad (\text{II-29})$$

C'est le cas des dispositifs pour lesquels les champs sont créés par les forces magnétomotrices extérieures et indépendantes du dispositif étudié, ou bien par l'effet d'aimant permanent pour lesquels on a la loi :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II-10})$$

Cette relation implique qu'il existe une fonction  $\phi$  potentielle scalaire magnétique telle que :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}} \Phi_t \quad (\text{II-30})$$

On obtient alors :

$$\text{div}(\mu \vec{H}) = 0 \quad (\text{II-31})$$

$$\text{div}(\mu (\overrightarrow{\text{grad}} \Phi_t)) = 0 \quad (\text{II-32})$$

**Remarque:** l'inconnu  $\Phi_t$  un seul inconnu par point (réduire le cout de calcul).

Cette formulation présente l'inconvénient qu'elle est uniquement applicable dans les régions simplement connexes.

### II.1.6.3 Formulation du modèle magnétodynamique

Avec le modèle magnétodynamique les champs E et H sont liée par la loi d'induction. Alors les quatre équations de Maxwell interviennent pour la description des phénomènes électromagnétiques, des courants induits apparaissent dans les conducteurs suite au champ électromoteur E issue de la loi d'induction (équation de Maxwell-Faraday).

#### II.1.6.3.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique A associé au besoin en potentiel scalaire électrique V :

$$\overline{\text{Div}} \vec{B} = 0 \quad (\text{II-3})$$

L'équation de conservation du flux permet d'introduire le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  tel que :

$$\vec{B} = \overline{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II-33})$$

On a : quel que soit le scalaire V :

$$\overline{\text{Rot}}(\overline{\text{grad}}V) = 0 \quad (\text{II-34})$$

$$\overline{\text{Rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \overline{\text{Rot}}(\overline{\text{grad}}V) \quad (\text{II-35})$$

$$\overline{\text{Rot}} \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\text{rot}} \vec{A}) - \overline{\text{Rot}}(\overline{\text{grad}}V) \quad (\text{II-36})$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overline{\text{grad}}V \quad (\text{II-37})$$

D'après l'équation de Maxwell-Ampère (II-4) et l'équation (II-16):

$$\overline{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}}(\vec{A}) \right) \pm \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \pm \overline{\text{grad}}V \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II-38})$$

Équation différentielle avec deux inconnue le couple (A.V).

Il faut ajouter une deuxième équation, à partir de la conservation de la densité de courant induit dans un matériau conducteur :

$$\overline{\text{Div}} \vec{J}_{ind} = 0 \quad (\text{II-39})$$

On obtient la deuxième équation, d'où le système d'équation à résoudre

$$\overline{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}}(\vec{A}) \right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overline{\text{grad}}V \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II-38})$$

$$\overline{\text{Div}} \left[ \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overline{\text{grad}}V \right) \right] = 0 \quad (\text{II-39})$$

**L'unicité de la solution :**

Pour obtenir un couple unique (A-V) lors de la résolution du système précédent, On doit :

- Ajouter la condition de Jauge de Colomb comme terme pondérateur dans l'EDP, il est toutefois possible d'utiliser une autre Jauge qui est la Jauge de Lorentz.
- En plus de conditions de Jauge des conditions aux limites adéquates doivent être effectuées en frontière de domaine d'étude.

**II.1.6.3.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique modifier A\***

Elle ressemble à la formulation précédente avec la différence dans cette formulation on élimine le potentiel V dans le conducteur, elle consiste à inclure le potentiel scalaire V dans le potentiel vecteur A ce qui donne la formulation en A\*

$$\frac{\partial \vec{A}^*}{\partial t} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad}V \tag{II-40}$$

Le champ électrique E est donné alors comme suite :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}^*}{\partial t} \tag{II-41}$$

Les courants induits :

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \vec{E} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}^*}{\partial t} \tag{II-42}$$

On a:

$$\text{Rot} \vec{A}^* = \text{Rot} \vec{A} \tag{II-43}$$

De la même manière qui avec la formulation A-V on arrive à :

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{rot}(\vec{A}^*) \right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}^*}{\partial t} \right) = 0 \tag{II-44}$$

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{rot}(\vec{E}) \right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = 0 \tag{II-45}$$

**L'unicité de la solution :**

Généralement la solution unique est assurée par le choix adéquat des conditions aux limites de même que la formulation A-V la condition de Jauge –Colomb

$$\text{Div} \vec{A}^* = 0 \tag{II-46}$$

$$\overline{\text{Div}} \vec{E} = 0 \quad (\text{II-47})$$

### II.1.6.3.3. Formulation en potentiel vecteur électrique associé au potentiel scalaire magnétique T-Ω :

Elle procède de la même manière de la formulation A-V tout en portant de :

$$\overline{\text{Div}} \vec{J} = 0 \quad (\text{II-48})$$

On a :  $\vec{T}$  tel que :

$$\vec{J} = \overline{\text{rot}} \vec{T} \quad (\text{II-49})$$

$$\text{Puisque } \overline{\text{Div}} \overline{\text{rot}} \vec{T} = 0 \quad (\text{II-50})$$

$\vec{T}$  est le potentiel vecteur électrique, c'est une entité mathématique sans aucune signification physique.

Pour le champ magnétique H l'équation (II-4) devient:

$$\overline{\text{Rot}} \vec{H} = \overline{\text{Rot}} \vec{T} \quad (\text{II-51})$$

Sachant que le potentiel scalaire Ω :

$$\overline{\text{Rot}} \overline{\text{grad}} \Omega = 0 \quad (\text{II-52})$$

Ω : le potentiel scalaire magnétique.

L'équation (II-51) devient :

$$\overline{\text{Rot}} \vec{H} = \overline{\text{Rot}} \vec{T} + \overline{\text{Rot}}(-\overline{\text{grad}} \Omega) \quad (\text{II-53})$$

Ce qui donne :

$$\vec{H} = \vec{T} - \overline{\text{grad}} \Omega \quad (\text{II-54})$$

Pour obtenir la formulation du champ en terme T-Ω, on remplace dans l'équation de Maxwell-Faraday (II-2)

$$\vec{J} = \overline{\text{rot}} \vec{T} \quad (\text{II-49})$$

$$\vec{H} = \vec{T} - \overline{\text{grad}} \Omega \quad (\text{II-54})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II-55})$$

Ce qui donne :

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma} \vec{J} = \rho * \vec{J} \quad (\text{II-56})$$

On remplaçant les équations (II-10) et (II-56) dans l'équation (II-2)

$$\overline{\text{Rot}} (\rho * \vec{J}) = -\frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{II-57})$$

$$\overline{\text{Rot}} \rho \overline{\text{rot}} \vec{T} + \frac{\partial(\mu \vec{T} - \mu \text{grad} \Omega)}{\partial t} = 0 \quad (\text{II-58})$$

**L'unicité de la solution :**

Malgré la vérification des conditions de passage et les conditions aux limites on aura une infinité de couple (T-Ω), pour avoir la solution unique on doit ajouter une condition de Jauge de même que pour la formulation en A, on applique la condition de Jauge de coulomb à T, ajoutée comme un terme pondérateur du champ :

$$\text{div} \vec{T} = 0 \quad (\text{II-59})$$

#### II.1.6.3.4. Formulation en champ magnétique H :

On remplaçant l'équation (II-56) dans (II-2) :

$$\overline{\text{Rot}} \rho \vec{J} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-60})$$

On remplaçant les équations (II-4), (II-10) et (II-55) dans cette équation :

$$\overline{\text{Rot}} \rho \overline{\text{Rot}} \vec{J} + \frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (\text{II-61})$$

► **Equation de Maxwell et le mouvement :**

Les équations sont conservées (valables) lorsque on applique la transformation de Lorentz, pour un mouvement de translation uniforme de faible vitesse  $|\vec{v}| \ll c$ , la transformation de Lorentz prend la forme suivante (dans le repère mobile) :

$$\vec{E}' = \vec{E} + (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II-62})$$

$$\vec{B}' = \vec{B} \quad (\text{II-63})$$

$$\vec{H}' = \vec{H} \quad (\text{II-64})$$

$$\vec{J}' = \vec{J} \quad (\text{II-65})$$

## II.2 Modèle Thermique

Pour une classe d'isolation donnée, la température du point chaud limite la puissance du dispositif. Il est donc important d'évaluer cette température le plus précisément possible et donc pour cela d'étudier les modes de refroidissement intervenant [6].

Les différents échanges thermiques s'effectuent par conduction, convection ou rayonnement et diffèrent sensiblement selon la gamme et le type de dispositif.

Les échanges thermiques sont majoritairement dus aux phénomènes de conduction et de convection.

Le rayonnement n'est alors significatif que pour des points chauds mais intervient mathématiquement dans la formulation des conditions aux limites [27].

## II.2.1 Equations de Transfert de Chaleur

### II.2.1.1 Conduction Thermique

La conduction correspond à un transfert de chaleur à l'intérieur de corps solides, par un flux de puissance  $\phi$

On distingue :

D'une part les phénomènes de conduction simple pour lesquels le corps considéré n'est le siège d'aucun phénomène thermique ; par exemple : conduction à l'intérieur d'un mur. D'autre part les phénomènes de conduction vive où le corps étudié est le siège d'une création de chaleur ; par exemple : barre en cuivre parcourue par un courant électrique [28].

Les calculs concernant la transmission de la chaleur par conduction sont basés sur la loi de Fourier: la densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\Phi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} (T) \quad (\text{II-66})$$

Equation de la chaleur :

$$\Delta T - \frac{\delta}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p}{\lambda} = 0 \quad (\text{II-67})$$

Où

T : température en [K].

$\vec{\Phi}$ : le flux de chaleur transmis par conduction [ $\text{W.m}^{-2}$ ].

$\lambda$  : est la conductivité thermique du matériau en [ $\text{W.m}^{-1}.\text{k}^{-1}$ ]

P : sources volumique de chaleur [ $\text{W.m}^{-3}$ ]

Pour des géométries simples, se réduit à la relation :

$$\Phi_{ij} = \frac{\lambda S}{d} (T_i - T_j) \quad (\text{II-68})$$

$\Phi_{ij}$  : flux échangé entre deux points i et j en [W].

$\lambda$  : conductivité thermique en [ $\text{W.m}^{-1}.\text{k}^{-1}$ ]

S : surface d'échange en [ $\text{m}^2$ ].

$T_i, T_j$  : températures des deux points en [K].

$d$  : distance entre les deux points en [m].

$\lambda$  est caractéristique du milieu « conducteur ». Sa valeur est fonction de la température mais est le plus souvent considérée comme constante.

L'évolution vers l'équilibre thermique se fait par transfert de la chaleur des parties actives (appareils, conducteurs...) où elle est générée, aux parties en contact avec l'extérieur qui la transmettent, à leur tour, au milieu environnant.

**Exemple** : quelques valeurs de  $\lambda$  en W/m °C

Argent :  $\lambda = 420$

Cuivre :  $\lambda = 385$

Aluminium :  $\lambda = 203$

Acier :  $\lambda = 45$

Matériaux plastiques :  $\lambda = 0,2$

Laine de verre  $\lambda = 0,055$

Air (30 °C)  $\lambda = 0,026$

### II.2.1.2 Convection Thermique

Le transfert de chaleur par convection correspond à un transfert de chaleur entre un corps solide et un fluide en mouvement.

Selon l'origine du mouvement du fluide on distingue la convection naturelle et la convection forcée, Dans nos études thermiques, nous nous sommes limités à des dispositifs refroidis par une convection naturelle.

Ce transfert est caractérisé par des coefficients d'échange  $h_i$  :

$$\Phi_i = h_i S_i (T_f - T_i) \quad (\text{II-69})$$

Avec :

$\Phi_i$ : flux de chaleur échangé à la surface  $S_i$  en [W].

$S_i$  : surface de contact solide/liquide [ $\text{m}^2$ ].

$h_i$  : coefficient d'échange en [ $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ].

$T_i, T_f$ : températures du fluide et de la surface d'échange en [K].

### II.2.1.3 Rayonnement Thermique

Correspond au transfert de chaleur entre corps solides séparés par un milieu plus ou moins transparent

Ces échanges, qui s'établissent entre les surfaces de corps quelconques disposés en vis à vis, sont représentés par des relations assez complexes où interviennent :

- l'émission du solide qui, s'il est considéré comme un corps noir, n'est fonction que de sa température.
- les états de surface par l'intermédiaire du coefficient d'émissivité  $\epsilon$  qui caractérise l'écart des surfaces de ces corps à la référence que représente le corps noir.
- des phénomènes de réflexion et d'absorption.
- la disposition de ces surfaces les unes par rapport aux autres, par l'intermédiaire des facteurs de forme.

Et dans ce cas nous avons la relation :

$$\varphi = \sigma \epsilon_p S (T_p^4 - T_\infty^4) \quad (\text{II-70})$$

Avec :

$\varphi$  : flux de chaleur transféré à travers la surface S en [W]

$T_p$  :  $T_\infty$  : Température des surfaces en regard en [K]

$\sigma$  : constante de Stefan-Boltzmann ( $5,67032 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ )

$\epsilon_p$  : facteur d'émission de la surface S [ $\text{m}^{-2}$ ]

## II.2.2 Couplage Electromagnétique et Thermique

La résistivité  $\rho$  d'un matériau conducteur (cuivre ou aluminium) intervient dans le calcul des résistances et varie linéairement pour des températures faibles à modérées :

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha T) \quad (\text{II-71})$$

$\rho_0$  est la résistivité du matériau à  $0^\circ\text{C}$  et  $\alpha$  est le coefficient de température du matériau soit  $3.93 \times 10^{-3}$  pour le cuivre et  $4.03 \times 10^{-3}$  pour l'aluminium.

La source d'échauffement dans l'équation de la chaleur provient des pertes par effet de Joule dans le dispositif.

Les deux équations électromagnétique et thermique sont donc fortement couplées. Une méthode itérative est donc nécessaire pour le calcul de la distribution de température [29].

## II.3. Dynamique des Fluides

D'un point de vue physique, le problème d'échange de chaleur par convection est fortement lié à un problème de mécanique des fluides.

Cependant d'un point de vue pratique, il peut être abordé « simplement » par l'intermédiaire des coefficients d'échange dont l'expression fait intervenir :

- les paramètres décrivant la nature de l'écoulement du fluide (vitesse ...),
- les propriétés physiques du fluide (conductivité thermique, viscosité dynamique, capacité calorifique, masse volumique ...) associés le plus souvent sous forme de nombres sans dimension ou caractéristiques (nombres de Nusselt, Prandtl, Reynolds, Grasshof ...)

### II.3.1. Equations de Navier stocks

Les équations qui régissent le mouvement de tout fluide sont :

- L'équation de la conservation de la quantité de mouvement.
- L'équation de conservation de la masse.

#### II.3.1.1. Formulations vectorielles

##### II.3.1.1.1. Equations de conservation de la quantité de mouvement

En régime stationnaire, et dans le cas d'un fluide Newtonien (contrainte de cisaillement proportionnel au gradient de vitesse), incompressible (densité constante), l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho(\vec{V} \text{ grad})\vec{V} = \vec{F} - \text{grad}p + \eta\Delta\vec{V} + \frac{1}{3}\eta\text{grad}[\text{div}(\vec{V})] \quad (\text{II-72})$$

##### II.3.1.1.2. Equation de conservation de la masse ou équation de continuité

Dans le cas générale, cette équation s'écrit :

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div}(\rho.\vec{V}) \equiv 0 \quad (\text{II-73})$$

Dans le cas d'un fluide incompressible et en régime stationnaire elle réduite à :

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (\text{II-74})$$

Donc l'équation d'écoulement est représentée par le système :

$$\begin{cases} \text{div}\vec{V} = 0 \\ \rho(\vec{V} \text{ grad})\vec{V} - \eta\Delta\vec{V} + \text{grad}p = \vec{F} \end{cases} \quad (\text{II-75})$$

#### II .3.1.2. Formulations en coordonnées cartésiennes bidimensionnelles

##### II.3.1.2.1. Equations de conservation de la quantité de mouvement

En projetant la 2<sup>ème</sup> équation du système (II.70) en bidimensionnel, elle s'écrit :

$$\begin{cases} \rho \left[ V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} \right] - \eta \left[ \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial p}{\partial x} = F_x \\ \rho \left[ V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} \right] - \eta \left[ \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial p}{\partial y} = F_y \end{cases} \quad (II-76)$$

**II.3.1.2.2. Equation de conservation de la masse**

En bidimensionnel, elle s'écrit comme suite :

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad (II-77)$$

Dans le système devient :

$$\begin{cases} \rho \left[ V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} \right] - \eta \left[ \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial p}{\partial x} = F_x \\ \rho \left[ V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} \right] - \eta \left[ \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial p}{\partial y} = F_y \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (II-78)$$

C'est un système non linéaire à 3 inconnus : les 2 composantes de la vitesse  $V_x$ ,  $V_y$  et la pression  $p$ .

**II.3.2. Les termes sources**

D'après le système (II-78), les termes sources sont représentés par les densités de forces agissant sur le liquide dont il existe 2 types :

- Forces de gravité.
- Forces électriques.

Les forces électriques constituent les termes de couplage entre l'équation électrique et l'équation d'écoulement.

**II.3.3 Modèles mathématique pour les constantes physiques et électriques**

Tous les paramètres introduits dans la formulation de l'équation électrique et celle d'écoulement sont supposés constants.

**II.3.3.1. La densité  $\rho$**

Dans l'équation de Navier stocks, nous supposons que le liquide est le domaine d'étude.

### II.3.3.2. La viscosité $\eta$

Pour de nombreux diélectriques liquides, la viscosité dépend de la tension appliquée, mais sa variation n'est appréciable qu'à partir de très fortes tensions.

## II.4. Phénomènes Mécaniques

### II.4.1 L'équation d'équilibre

L'équation fondamentale régissant la déformation de tout matériau isotrope est donnée par l'équation d'équilibre appelée en 3D, la seconde loi de Newton :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \text{div}[\sigma] = \vec{F} \quad (\text{II-79})$$

Avec :

$\vec{u}$  : Le champ de déplacement (u,v,w)

$\sigma$  : Le tenseur de contraintes

$\vec{F}$  : Le vecteur de charge

### II.4.2 Relation déformation-déplacement

En tout point, la déformation  $\varepsilon$  est complètement définie par les composantes (u,v,w) et leurs dérivées. Elle est formée par 3 composantes :

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{th} + \varepsilon_p \quad (\text{II-80})$$

Avec :

$\varepsilon_{el}$  : La déformation élastique.

$\varepsilon_{th}$  : La déformation thermique donné par :  $\varepsilon_{th} = \alpha(T - T_{ref})$

$\alpha$  : Le coefficient d'expansion thermique

$\varepsilon_p$  : La déformation plastique.

T : Température.

$T_{ref}$  : Température de référence (ambiante).

Les composantes de la déformation sont :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{yz}$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xz}$$

### II.4.3 Relation contrainte-déformation

La contrainte dans un matériau est décrite par le tenseur symétrique :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{II-81})$$

Avec :

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Dans notre cas nous avons utilisés un comportement mécanique des matériaux isotrope.

la matrice D est :

$$\triangleright \quad D^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{II-82})$$

Et :

$$\triangleright \quad \sigma = D_d \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \varepsilon_{z0} \\ \varepsilon_{xy0} \\ \varepsilon_{yz0} \\ \varepsilon_{xz0} \end{bmatrix} + \sigma_0 \quad (\text{II-83})$$

➤ Avec:

$$D_d = G \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-84})$$

## II.5. Méthodes de Résolution

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre les équations aux dérivées partielles. Elles sont analytiques, numériques ou mixtes (semi-analytique).

### II.5.1. Méthodes analytiques :

C'est la première méthode utilisée, elles consistent à résoudre l'équation différentielle analytiquement avec la *technique de séparation des variables*. Elle est d'emploi restreint à des géométries simples dans une approche monodimensionnelle ou quelquefois dans des problèmes bidimensionnels et tridimensionnels.

### II.5.2. Les méthodes semi-analytiques :

Ce sont les méthodes semi-analytiques, on distingue la méthode des intégrales de frontières et la méthode des circuits couplés. Elles sont d'une mise en œuvre relativement simple et sont exploitées dans les problèmes de milieux linéaires.

#### II.5.2.1. Méthodes des intégrales de frontières :

Elle consiste à discrétiser la frontière du domaine en utilisant le théorème de Green. Elle est limitée à résolution des systèmes linéaires.

La limitation de la discrétisation aux frontières du domaine nous donne l'avantage de réduction de place mémoire, surtout pour les systèmes tridimensionnels ou l'air occupe une grande partie du domaine.

Cependant, elle a l'inconvénient de conduire à des systèmes qui possèdent des matrices pleines.

#### II.5.2.2. Méthodes des circuits électriques couplés (MCC) :

La MCC permet de fournir la solution d'une EDP par une expression intégrale de type déduite de la loi de BIOT et SAVART. Dans ce cas, on associe à la solution, une subdivision de l'inducteur en spires élémentaires.

En appliquant les lois de KIRCHOFF à ces circuits élémentaires, on aboutit à un système algébrique, dont la solution conduit à la distribution des densités de courants. La MCC peut être couplée à une méthode de discrétisation.

### **II.5.3. Les méthodes numériques :**

#### **II.5.3.1. Méthode des différences finies (MDF)**

C'est une méthode qui résout directement l'équation différentielle. Elle consiste à remplacer le milieu continu dans lequel l'équation est applicable, par un réseau de points auxquels s'applique l'équation discrétisée.

#### **II.5.3.2. Méthode des volumes finis**

Le domaine est divisé en un nombre finis d'élément de volume entourant un point  $p$ , l'équation est intégrée sur chaque élément. Dans cette méthode contrairement à la méthode des différences finies, la variation linéaire de l'inconnu peut être remplacé par sous domaine en fonction de la grandeur.

#### **II.5.3.3. Méthode des Eléments Finis (MEF)**

La résolution analytique des équations de Maxwell n'est possible que dans certaines configurations simples. Dans la majorité des cas, il convient de faire appel à des méthodes de résolutions numériques comme celle des éléments finis (MEF).

La méthode des éléments finis (MEF) est l'une des méthodes les plus employées aujourd'hui pour résoudre des équations aux dérivées partielles, notamment les équations de Maxwell qui régissent les phénomènes électromagnétiques. Elle a d'abord été utilisée pour résoudre des équations d'élasticité et de mécanique des structures et adaptée plus tard à l'électromagnétisme. Elle a fait son apparition dans les années 70, après la MDF. Néanmoins, son histoire remonte à l'année 1943. La MEF est une méthode générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique: problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. En plus, elle s'adapte bien aux milieux hétérogènes. Elle consiste à approcher les variables inconnues par un polynôme de degré fini aux nœuds du maillage. Les parties élémentaires sont des polygones. Les géométries conventionnelles sont mieux décrites par ce maillage aux éléments finis qu'aux différences finies. En effet, la variété des formes d'éléments finis (tétraèdres, hexaèdres, prismes, par exemple en 3D) permet de mailler les régions avec une densité variable. Les conditions aux limites sont prises en compte aisément. Enfin, la méthode est décrite par une théorie mathématique très riche, qui permet de conserver les propriétés des opérateurs mathématiques. Néanmoins, cette méthode exige un traitement particulier des

équations, qui sont transformées à l'aide d'une formulation intégrale, puis discrétisées pour aboutir à un système d'équations algébriques. La précision du calcul est liée à la finesse du maillage et au degré de ces polynômes. Leurs coefficients ne dépendent que de la géométrie et de sa discrétisation [30].

### CONCLUSION

L'étude du fonctionnement de certains systèmes électriques (à diélectriques) implique une analyse à la fois électromagnétique et les autres phénomènes générés tels que : la thermique, la mécanique...etc.

Nous avons détaillé dans ce chapitre à la fois les différents modèles de l'électromagnétisme, de Transfer de chaleur et l'équilibre mécanique et les différentes méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles de ces phénomènes, en tenant compte leurs couplages. La résolution de ces phénomènes est possible analytiquement pour des certains cas simples, mais ce n'est pas générale (complexité de la géométrie, couplage...). L'utilisation de la méthode des éléments finis (MEF) sera donc systématiquement employée est préférable dans notre travail (géométries et des phénomènes physiques assez complexe en fournissant des résultats de calcul EF avec une grande fiabilité). En effet, la modélisation par élément fins a beaucoup évaluée ces dernières années surtout grâce à l'application de nouvelles technologies de développement de logiciels tels que : Flux2D, Flux3D, Flux-Expert, Maxwell, COMSOL-Multiphysiques. La disponibilité de ce dernier, nous a favorisé de l'exploiter, dans lequel, on trouve les différents modules physiques (électrostatique, électromagnétique, thermique, écoulement et mécanique) pour modéliser les phénomènes multiphysiques pour nos différentes applications envisagées dans le prochain chapitre.

# Chapitre III

## Applications

## INTRODUCTION

Ce dernier chapitre nous le consacrons à quelques applications qui vont nous permettre de valider et implémenter les modèles mathématiques et numériques développés en éléments finis décrit dans le chapitre précédent.

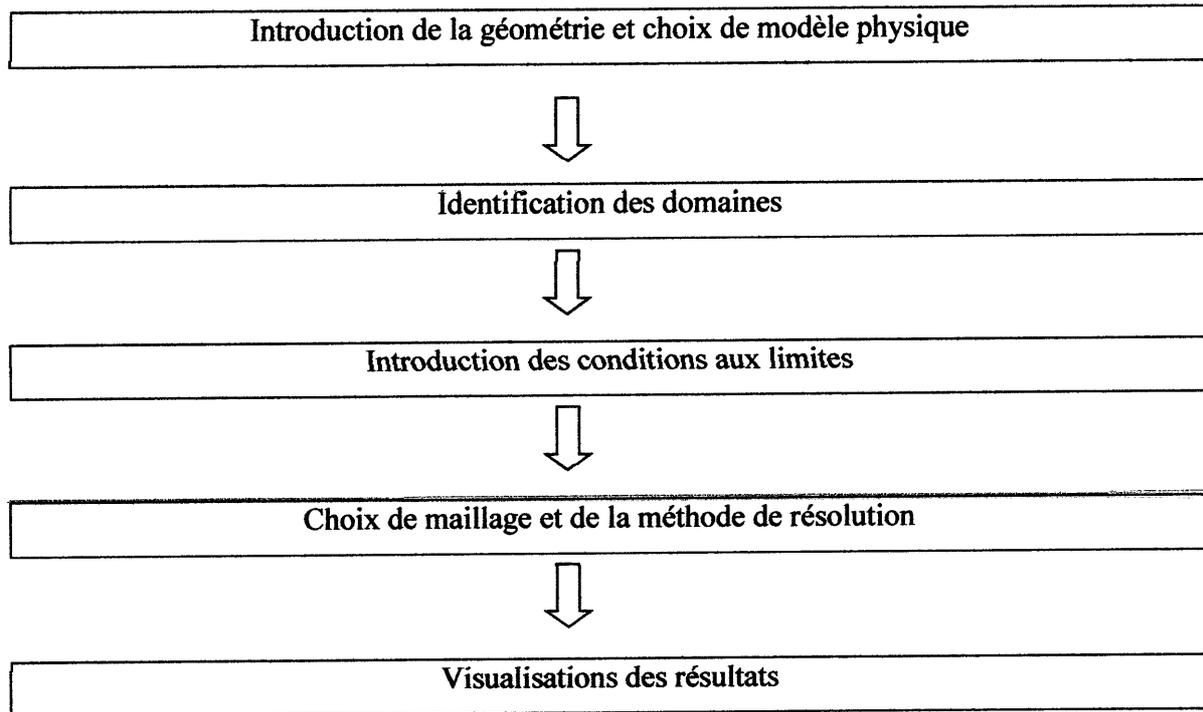
On a utilisé le logiciel Comsol Multiphysiques basé sur la méthode des éléments finis pour résoudre directement (couplage fort) les équations aux dérivées partielles (Maxwell, thermique et de la mécanique), modélisant les phénomènes multiphysiques aux seins de quelques dispositifs à des diélectriques.

### Etapes de la méthode des éléments finis

C'est la méthode le plus utilisé vu sa généralisation et sa capacité de résoudre les problèmes les plus complexes, le système d'équations algébriques est obtenue en Appliquant la méthode des résidus pondérés, ou la méthode vibrationnelle, la résolution du système permet d'obtenir la solution du problème original. La méthode des éléments finis peut être résumée dans les étapes suivantes :

- discrétisation du domaine;
- formulation intégrale des équations différentielles partielles;
- choix des fonctions d'interpolation;
- formation des matrices et vecteurs élémentaires;
- Assemblage;
- résolution du système algébrique globale.

Actuellement, il existe différents logiciels qui utilisent cette méthode comme le Femlab, Maxwell, Flux2D et FEMM. Dans la suite de ce travail, nous avons utilisé le logiciel COMSOL Multiphysics version 3.5. Les étapes de résolution peuvent être résumées selon l'organigramme montré dans la figure :



*Fig. III.1 Organigramme de différentes étapes de résolution dans Comsol*

### **III.1. Application N° 1 : Etude du comportement d'un diélectrique liquide (huile de transformateur) sous l'effet électrique**

Nous commençons en première lieu à étudier le comportement d'un diélectrique liquide sous l'effet électrique utilisé dans l'industrie tel que les transformateurs de puissance pour une configuration pointe-plan .

#### Présentation de l'huile utilisée

- L'huile minérale dénommée « Borack 22 » est de type naphénique. Celle-ci obéit à des conditions de stockage rigoureuses dans des fûts étanches, en vue de sa protection de la dégradation et de l'humidité environnante.

Les résultats numériques ci-dessous sont obtenus en utilisant une huile de transformateur dont les propriétés physiques sont données au tableau suivant :

Propriété en SI	valeur
Permittivité électrique [F/m]	$42.43 \cdot 10^{-12}$
Conductivité électrique [S/m]	$2.699 \cdot 10^{-8}$
Densité volumique [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	1459.0
Viscosité dynamique [Pa.s]	$4.087 \cdot 10^{-4}$
Mobilité [ $\text{m}^3/\text{V.s}$ ]	$4.894 \cdot 10^{-8}$
Concentration [C/m]	0.01
Conductivité thermique [W/(m.k)]	0.101
Capacité thermique massique [J/(kg.K)]	1684

Tableau III.1. Propriétés physiques du liquide utilisé

### Forme de l'électrode haute tension

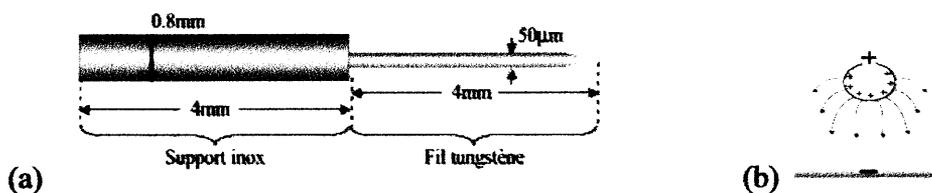


Figure III.2 Forme de la pointe et de son support d'une électrode

La forme réelle de la cellule est présentée sur la figure (III.2 .b) et la forme de la pointe et de son support sont montrée sur la figure (III.2 .a.) Dans notre étude, on considère la cellule d'essai contenant le système d'électrodes pointe-plan est remplie d'huile est alimenté en tension (1kV). Le calcul a été fait pour des modèles en deux dimensions et en régime stationnaire.

#### III.1.1. La géométrie pointe-plan

La cellule d'essais est une cuve de 50 cm de longueur, 50 cm de largeur, 70cm de hauteur. Ses parois sont en plexiglas d'épaisseur 1.5 cm. La cellule contient 175 L d'huile de transformateur et un système d'électrode pointe-plan, monté horizontalement dans la cuve. Cette dernière est posée sur une table en bois à 80.6 cm du sol.

Le système d'électrodes est constitué d'une pointe et d'un plan. Elle est montée sur une tige mobile en acier. L'électrode plane est un disque en acier de 35 cm de diamètre. La distance inter-électrodes est ajustable et peut varier. (Figure III.3)

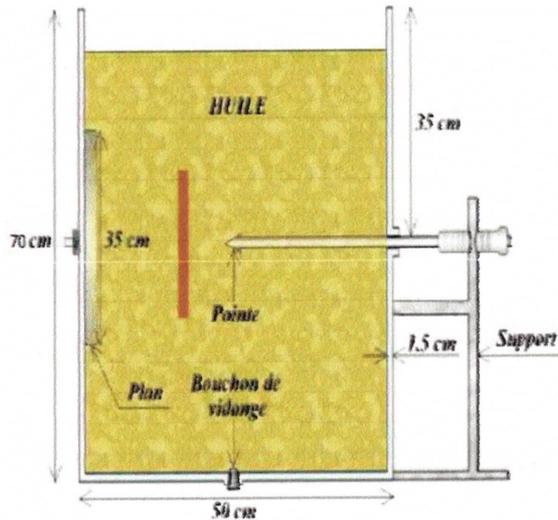


Figure III.3. Géométrie pointe-plan

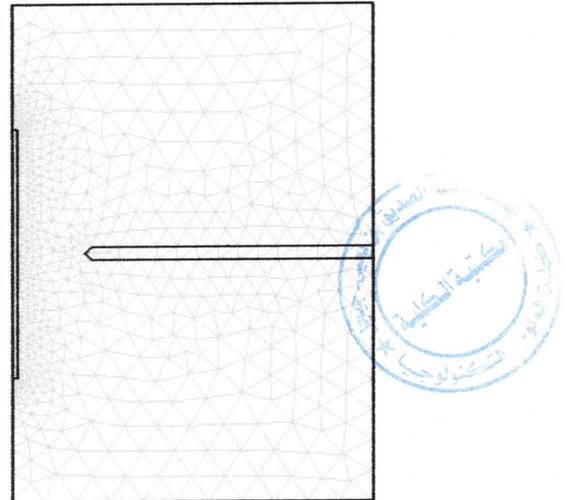


Figure III.4. Maillage de modèle utilisés

### III.1.2. Phénomènes électriques

Les différentes répartitions des grandeurs électriques dans la géométrie pointe-plan définie par les paramètres géométriques et physiques précédentes sont obtenues grâce à la formulation en potentiel scalaire électrique.

Pour une distance inter-électrodes  $d=30\text{cm}$  et un potentiel électrique de  $3\text{KV}$  appliqué à l'anode (l'électrode), la répartition du potentiel électrique obtenu par notre code éléments finis est représentée sur la figure (III.5), la distribution du gradient de potentiel électrique qui donne les lignes de champ est représentée sur la figure (III.6) celle-ci montre un champ fort au niveau des extrémités du disque (effet de bords), pour cela, en pratique, ces extrémités devraient être arrondies. De plus, le champ est maximal au niveau de la pointe (effet de pointe).

Pour ce qui est de la répartition du potentiel électrique, la figure (III.5) montre que les équipotentielles sont parallèles à l'électrode disque puis changent de forme en s'approchant de la pointe, cette répartition est bien confirmée théoriquement. Evidemment, la valeur du potentiel augmente en allant de la cathode (le disque) vers l'anode (la pointe).

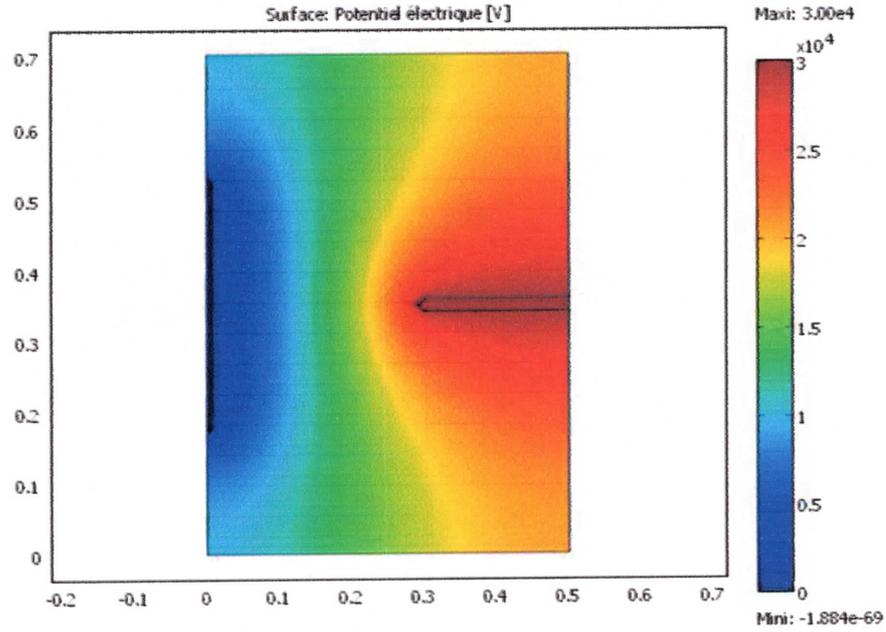


Figure III.5 Potentiel électrique [V] ( $d=30\text{cm}$ )

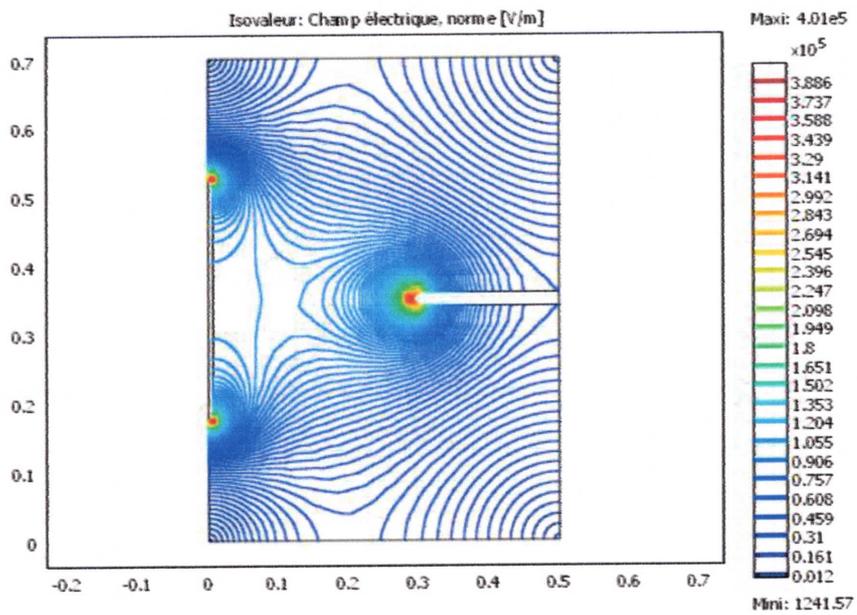


Figure III.6. Isovaleurs du champ électrique ( $d=30\text{cm}$ )

En outre, en faisant varier la distance inter-électrodes, les figures (III.7-8) pour  $d=10\text{cm}$  montrent que cette dernière possède une grande influence sur la forme des équipotentiels et des lignes de champs d'une part, et sur la valeur du champ maximal au niveau de la pointe, d'autre part.

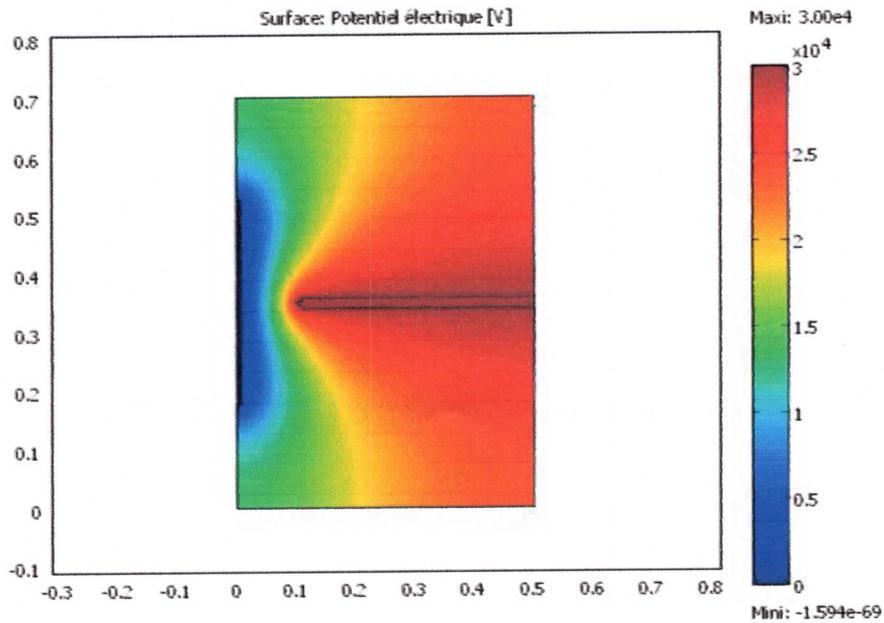


Figure III.7 Potentiel électrique [V] ( $d=10\text{cm}$ )

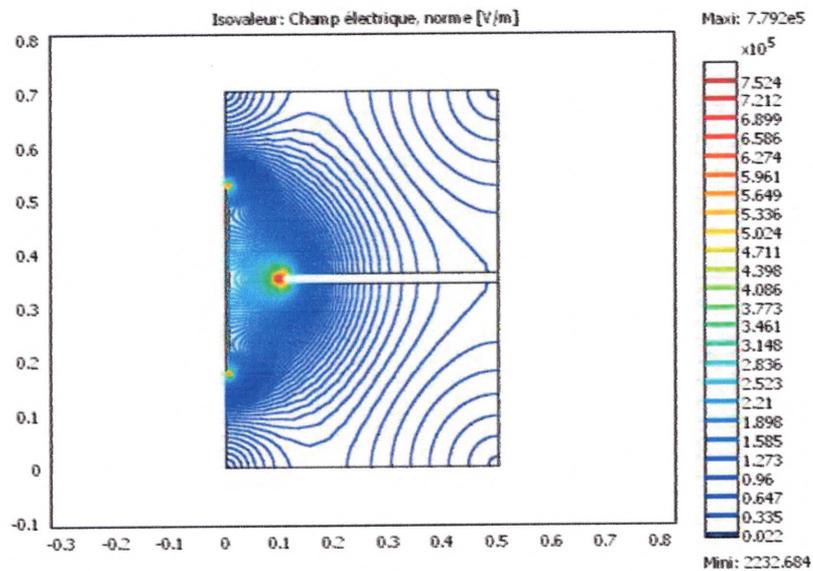


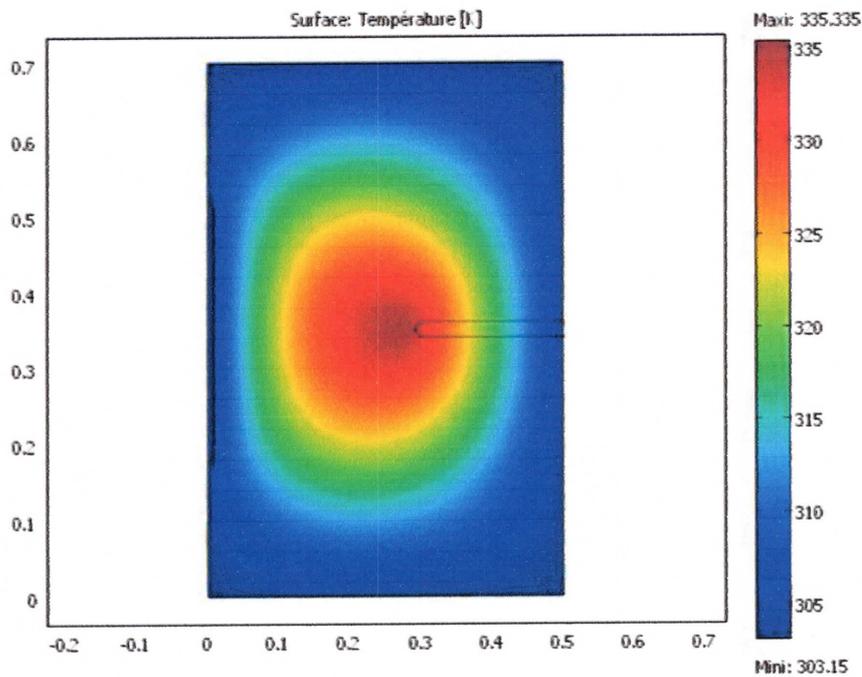
Figure III.8 Isovaleurs du champ électrique [V/M] ( $d=10\text{cm}$ )

D'après les figures (III.8 et III.6), le champ électrique atteint des valeurs très élevées à l'ordre de centaines de kV/m qui dépasse la rigidité diélectrique de la Borack 22 en effet, le phénomène de claquage apparaitre. Ainsi, le champ électrique est inversement proportionnel à la distance inter-électrodes.

### III.1.3. Phénomènes thermiques

La conduction électrique dans les diélectriques liquides est suivie d'une évaluation de la température du liquide. Cette augmentation est causée par une dissipation d'énergie (pertes par effet de joules). On utilise le couplage fort pour calculer la température en liquide, et le type de conditions aux limites sur la température ont été appliqués.

Les résultats obtenus sur les figures (III.9-10) pour les différentes configurations de la géométrie point-plane montrant des allures, pour les isovaleurs de la température rapprochées. Cependant le gradient de la température est différent. Il est d'autant plus grand que la distance inter-électrodes est plus petite, de plus la valeur maximale de température au niveau de la pointe est aussi d'autant plus grande.



**Figure III.9** Répartition surfacique de la température [K] ( $d=30\text{cm}$ )

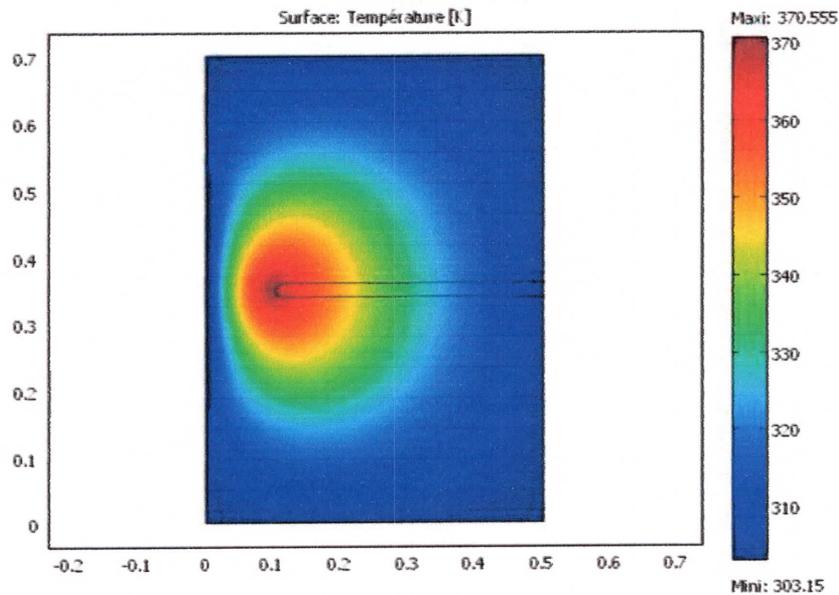


Figure III.10 Répartition surfacique de la température [K] ( $d=10\text{cm}$ )

### III.2. Application N° 2 Etude de Refroidissement par l’Huile d’un Transformateur de Puissance

Cette partie est consacrée à l’étude du refroidissement d’une phase d’un transformateur de puissance alimenté en courant électrique immergée dans un diélectrique (cuve d’huile) la Borack 22 au cours du remplissage de cette dernière avec une vitesse afin de refroidir le bobinage comme le montre la figure ci-dessous [31]:

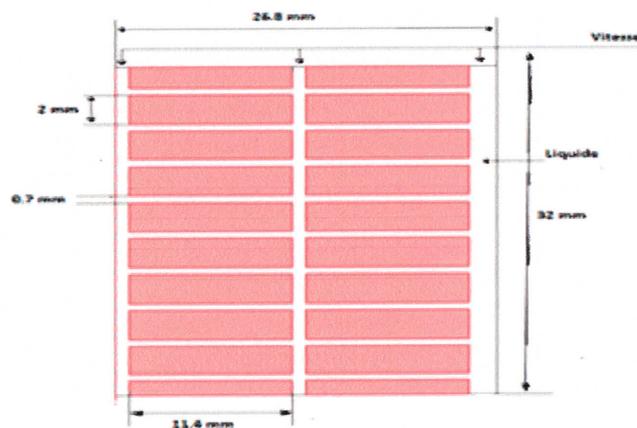


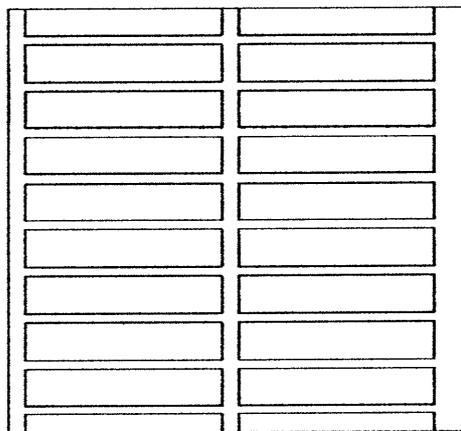
Figure III.11 Phase d’un transformateur immergée dans une cuve d’huile

Les propriétés physiques (thermiques et électriques) pour cette application sont remplies dans le tableau suivant :

Quantité	Valeur	Unités
Densité du courant surface	30000	A/m
Conductivité thermique (K) du fluide	0.125	W/(m.k)
Conductivité thermique (K) du solide	383	W/(m.k)
Conductivité électrique du solide	$5.9 \cdot 10^7$	S/m
Conductivité électrique du fluide	$2.699 \cdot 10^{-8}$	S/m
Capacité calorifique a pression constante (Cp)	385	J/(kg.k)
Densité ( $\rho$ ) du solide	8700	Kg/m <sup>3</sup>

**Tableau III.12** Propriétés thermiques et physiques pour l'application

Après introduction des données géométriques et physiques ainsi que les conditions aux limites et par exploitation d'un milieu automatique du Comsol, on a obtenu le maillage ci-dessous :



**Figure III.12** Maillage du modèle utilisé

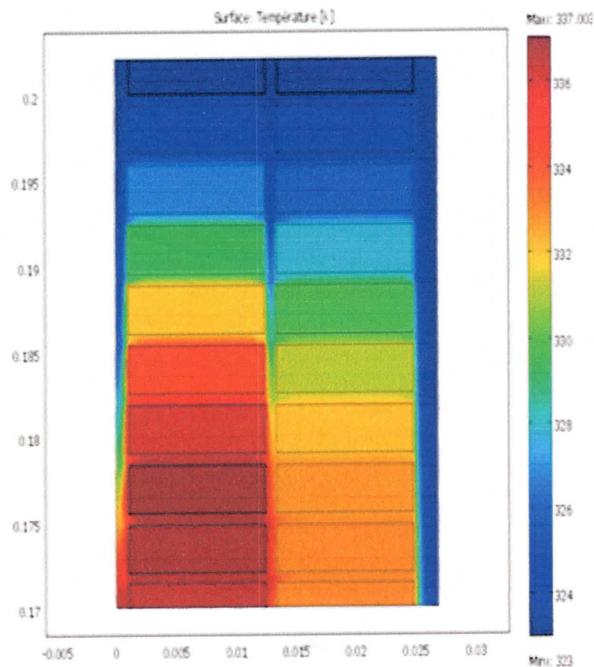


Figure III.13 Répartition du Température [°C]

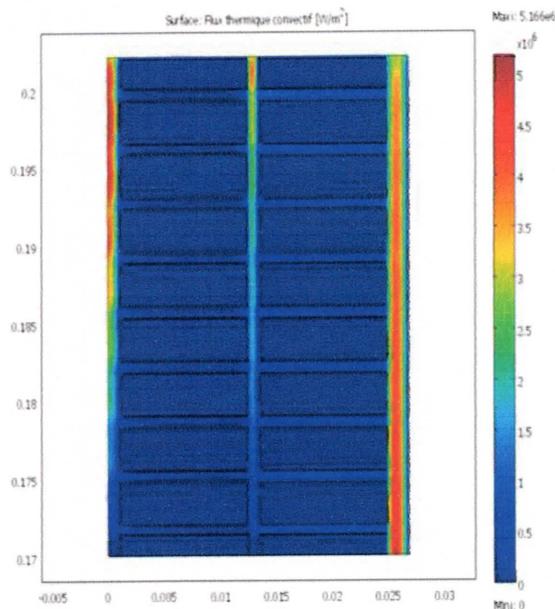


Figure III.14 Flux thermique convectif [W/m<sup>2</sup>]

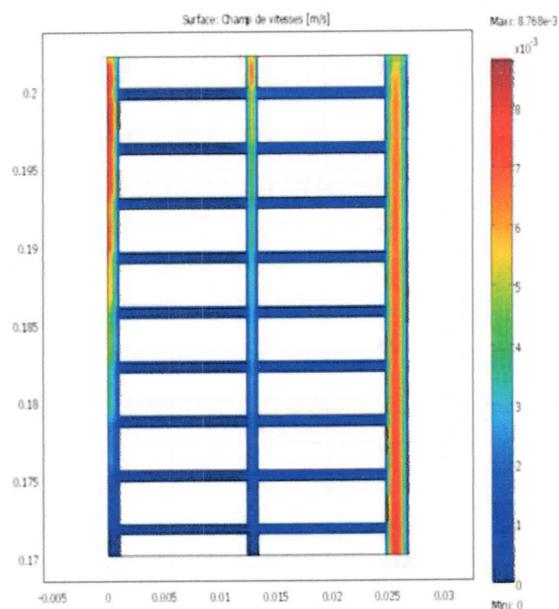


Figure III.15 Champ de Vitesse [m/s]

La figure III.13 représente la distribution de la température au sein de la phase du transformateur ne dépasse guère la température autorisé par les constructeur (auteur de 350°K) qui favorise l'utilisation de la Borack 22 dans cette technologie. On remarque aussi, que sa distribution est moins faible aux niveaux des premières galettes et de plus en plus

concentrée vers les dernières galettes par rapport aux entrées de diélectrique, cette croissance et due au flux thermique convectif représentée sur la figure III.14.

Ce flux est emporté par un champ de vitesse de l'entrée vers le bas et canalisé à la sortie de la vidange comme le montre la figure III.15. Cette figure montre aussi la répartition des vitesses d'écoulement entre les entrées d'huile de l'extrémité haute et ça sortie à l'extrémité basse.

Les figures (III.16-17) présentent l'effet de refroidissement de diélectrique (Borack22) en changeant la position de la sortie de vidange.

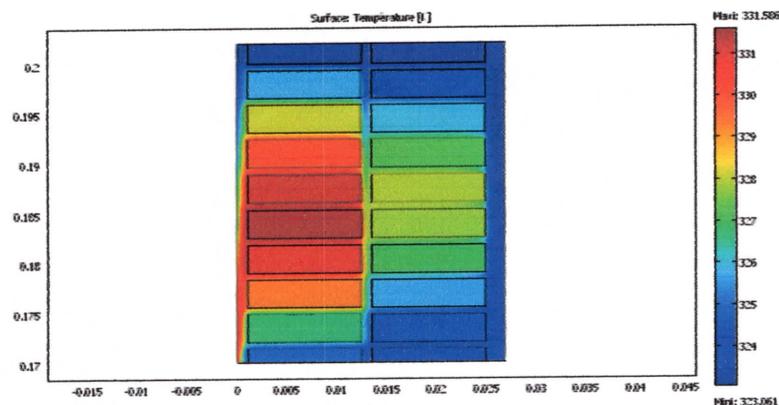


Figure III.16 Répartition du Température [°K] (vidange au centre)

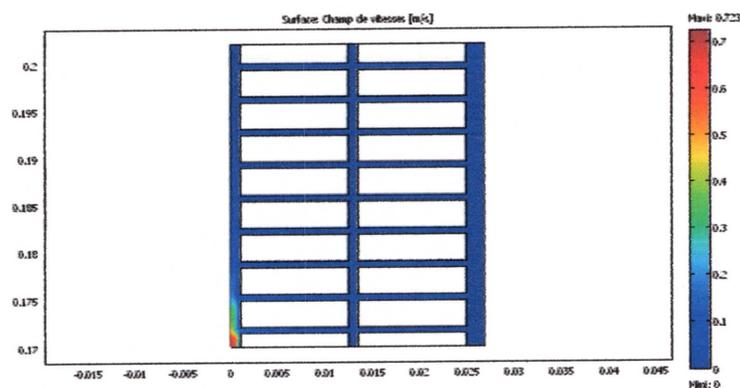


Figure III.17 Champ de Vitesse [m/s] (vidange au centre)

Par comparaison, en remarque que sa position est meilleure pour un bon refroidissement celle de centre (Température maximal 331 °K par contre la vidange à l'extrémité la température maximal 337 °K).

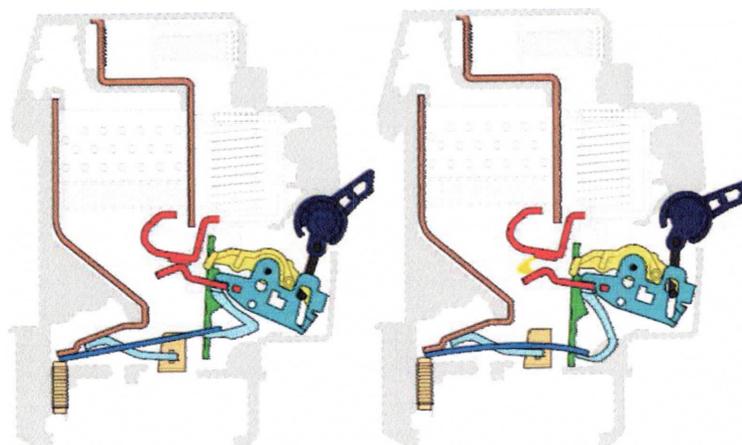
### III.3. Application N° 3 : Mécanisme d'un disjoncteur magnétothermique à coupure dans l'air

Un disjoncteur est un appareil de connexion électrique capable d'établir, de supporter et d'interrompre des courants dans les conditions normales du circuit, ainsi que d'établir, de supporter pendant une durée spécifiée et d'interrompre des courants dans des conditions anormales spécifiées telles que celles du court-circuit ou de la surcharge. Dès la séparation des contacts, l'arc est déplacé vers la chambre de coupure sous l'effet de la force dite de Laplace, induite par la géométrie des contacts fixe et mobile [32]. Au cours du trajet entre les contacts et la chambre, l'arc est canalisé entre deux joues qui permettent :

- d'augmenter sa vitesse de déplacement,
- de guider sa trajectoire,
- de l'allonger.

Le disjoncteur assure la protection selon deux principes magnétique et thermique [32].

Cette application concernant l'étude d'un couplage magnétothermique-mécanique au sein d'un disjoncteur magnétothermique a usage industrielle particulièrement sa chambre de coupure en air (diélectrique).



Circuit Fermé      Après déclenchement sur surcharge (Circuit ouvert)

**Figure III.18** Principe thermique d'un disjoncteur magnétothermique à coupure dans l'air

#### III.3.1 Modélisation du Déclencheur magnétique : Protection contre les courts-circuits

La figure (III.19) ci-dessous montre la géométrie axisymétrique du déclencheur magnétique et le maillage utilisé sur la figure (III.20) de la partie magnétique d'un disjoncteur afin d'étudier le mécanisme de déclencheur magnéto-mécanique en deux dimensions, qui comporte une bobine, un percuteur et un contact mobile l'ensemble dans une boîte d'air.

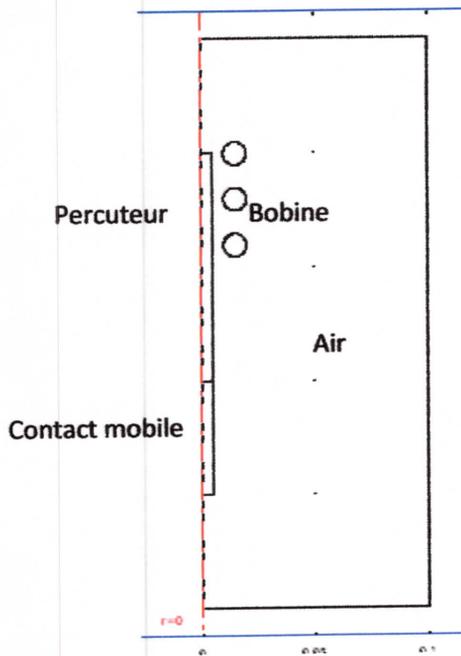


Figure III.19 Géométrie du déclencheur magnétique

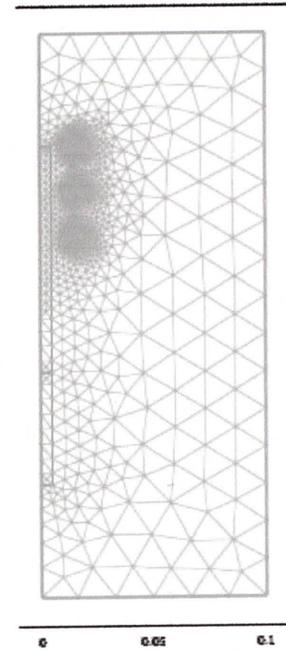


Figure III.20 Maillage utilisé

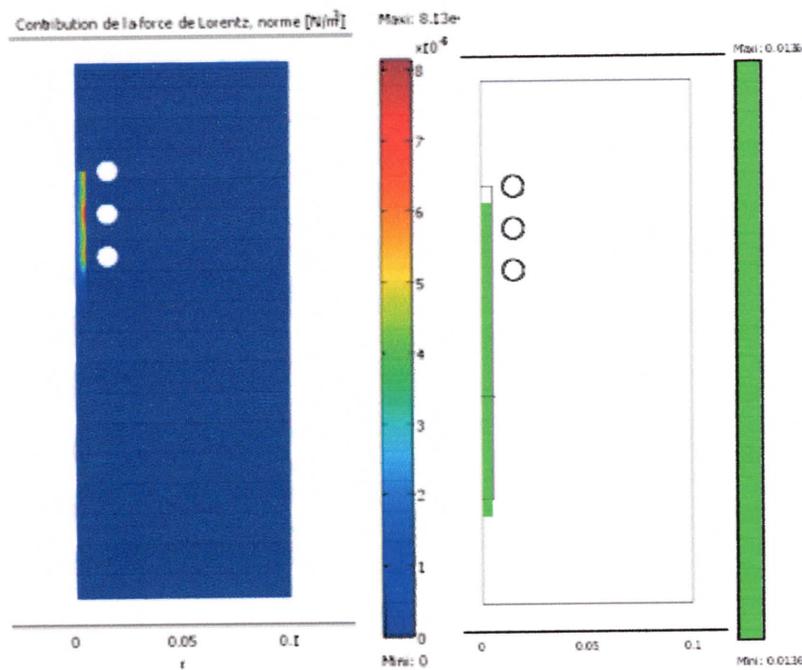


Figure III.21 Densité de forces magnétique et déplacement de percuteur

Le champ magnétique résultant du court-circuit provoque le noyau mobile (le déplacement du percuteur) dû aux forces d'origine électromagnétique qui actionne le contact mobile de son tour va tourner le déclencheur du disjoncteur.

### III.3.2 Modélisation du déclencheur thermique : Protection contre les surcharges

Dans cette application on va étudier et présenter les phénomènes couplés d'un couplage électrothermique-mécanique en cas d'une surcharge (courant est supérieur trois fois le courant nominal) dans la partie de détection thermique du disjoncteur à coupure dans l'air afin de montrer l'intérêt des diélectriques dans les installations électriques industrielles (disjoncteur à air). Ce domaine est constitué de quatre parties l'air et un bilame lié et fixé mécaniquement sur deux contacts [33]. Le déclencheur thermique utilise la propriété d'un bilame formé de deux lames minces de métaux ayant des coefficients de dilatation différents. Ils s'incurve lorsque sa température augmente. Pour ce bilame utilise généralement un alliage de ferro-nickel et de l'invar. Comme on le voit sur le schéma ci-après les deux lames sont intimement liées entre elles par soudage.

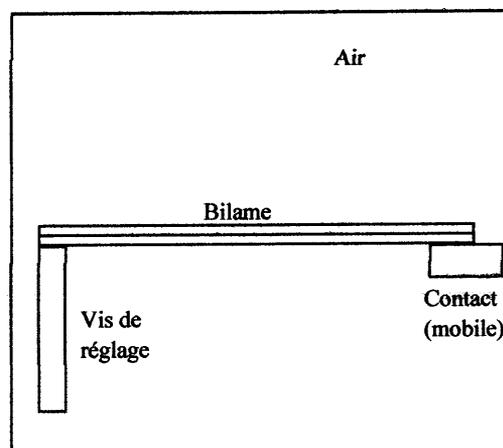


Figure III.22 Modèle géométrique de l'ensemble thermique d'un disjoncteur

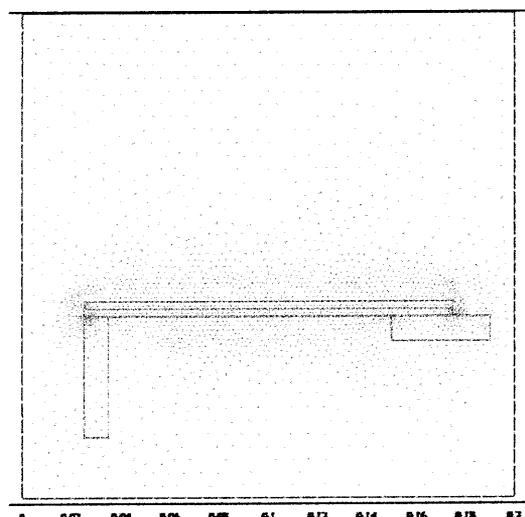
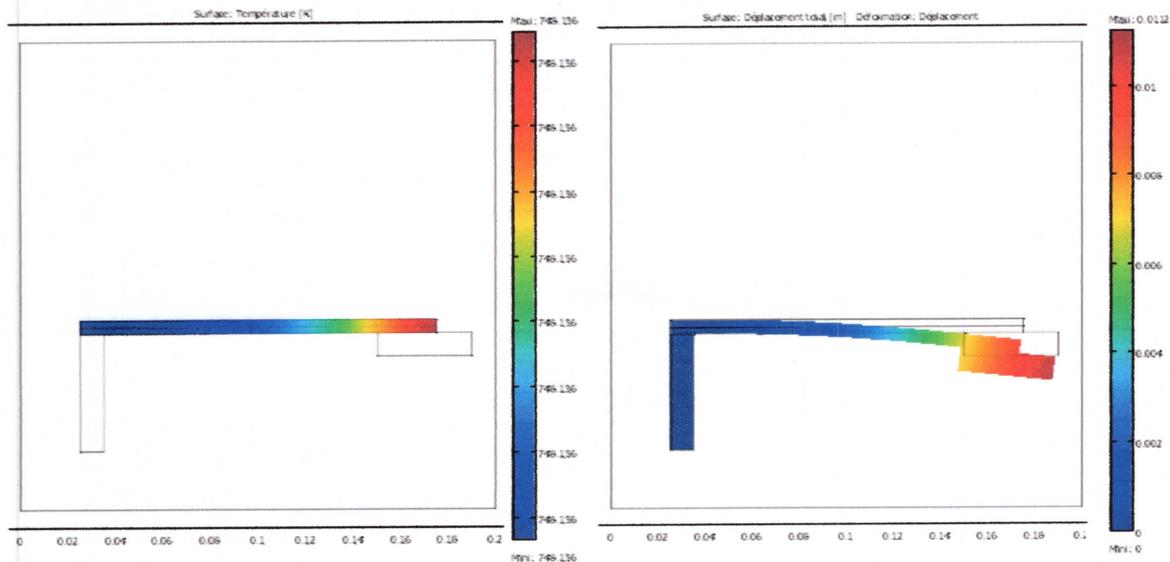


Figure III.23 Maillage de déclencheur thermique

La figure III.24 montre la température et la déformation (déplacement) du bilame dans le cas de surcharge : Le bilame déverrouille le mécanisme d'interruption. Une surintensité même légère, chauffe le bilame sous l'effet de électrique (effet de peau), après un moment en fonction de l'intensité du courant en cas de surcharge, le bilame s'incurve (quelques millimètres) qui déclenche mécaniquement le contact mobile, qui ouvre le circuit électrique protégé



**Figure III.24** Mécanisme du déclenchement thermique

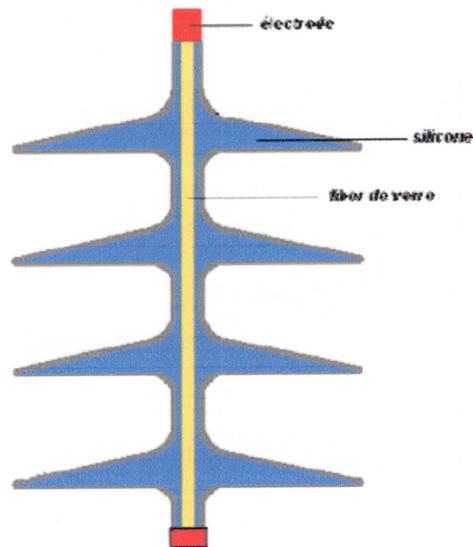
#### III.4. Application N° 4 : Etude électrique d'un isolateur

L'isolateur est utilisé comme son nom l'indique pour l'isolement entre deux corps ou deux pièces sous différentes tensions pour empêcher les courts circuits, les pertes de courant et les charges d'électrocution. L'isolateur est un matériau solide, liquide ou gaz qui a une très grande résistance au passage du courant et dont la conductibilité est pratiquement nulle.

Les isolateurs des lignes aériennes ont deux fonctions principales. D'une part, ils permettent d'isoler électriquement les lignes de transport d'énergie électrique des pylônes mis à la terre, et d'autre part, ils ont un rôle mécanique qui consiste à soutenir ces mêmes lignes et donc résister aux différentes contraintes mécaniques dû surtout au poids de la ligne, son mouvement en présence de vent, etc. [1]

### III.4.1 Géométrie de l'isolateur utilisé

Dans ce travail, la taille totale de l'isolateur est de 32 cm environ, et le diamètre de la fibre en verre est environ 2,5 cm, Le diamètre des ailettes est de 16,6 cm. La géométrie de l'isolateur est illustrée dans la figure III.25.



*Figure III.25* Modèle géométrique de l'isolateur

### III.4.2 Condition aux limites du potentiel électrique

Pour le cas étudié, nous avons pris comme conditions aux limites pour l'électrode supérieur du isolateur (Figure III.26) un potentiel constant de valeur 40kV (haute tension) et celui de l'électrode inférieur un potentiel nul ou encore prendre la condition prédéfinie dans le logiciel 'terre'.

Le champ électrique est supposé nul (isolation électrique) suffisamment loin de l'isolateur.

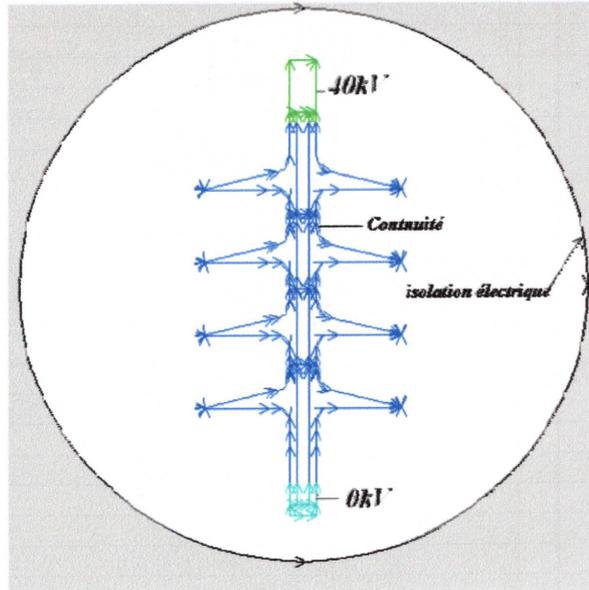


Figure III.26 Conditions aux limites appliquées

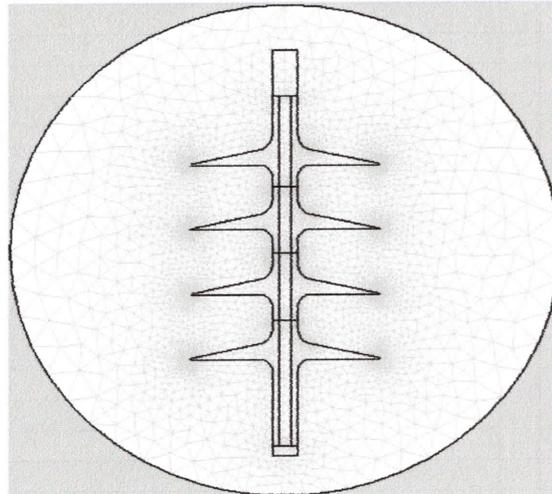


Figure III.27 Maillage de l'isolateur

Dans cette partie du travail, L'étude de la répartition de la tension et du champ électrique. Elle aura pour objectifs de voir l'effet des différentes conductivités sur la distribution de tension.

Domaine	Constant diélectrique relative $\epsilon_r$	Conductivité $\sigma$
Silicone	3,9	0,02
Air	1,0	1,0
Electrodes	1,0	1e12

Tableau III.3. Propriétés électriques pour les différents milieux

Visualisation des résultats

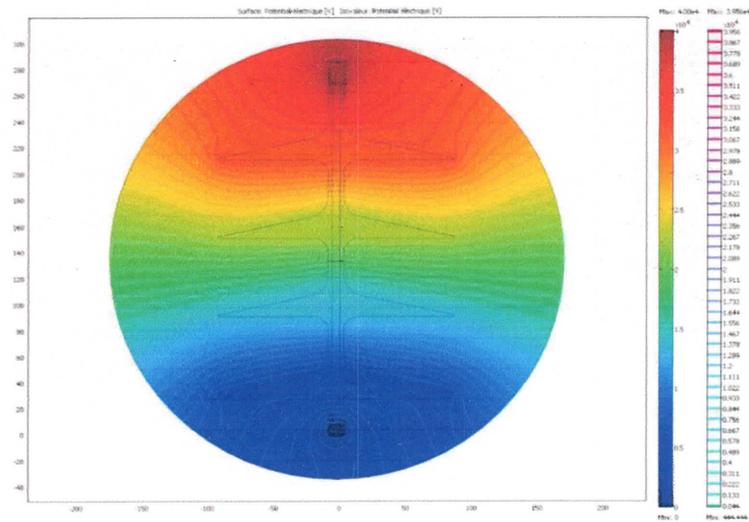


Figure III.28 Distribution des lignes équipotentielle électrique

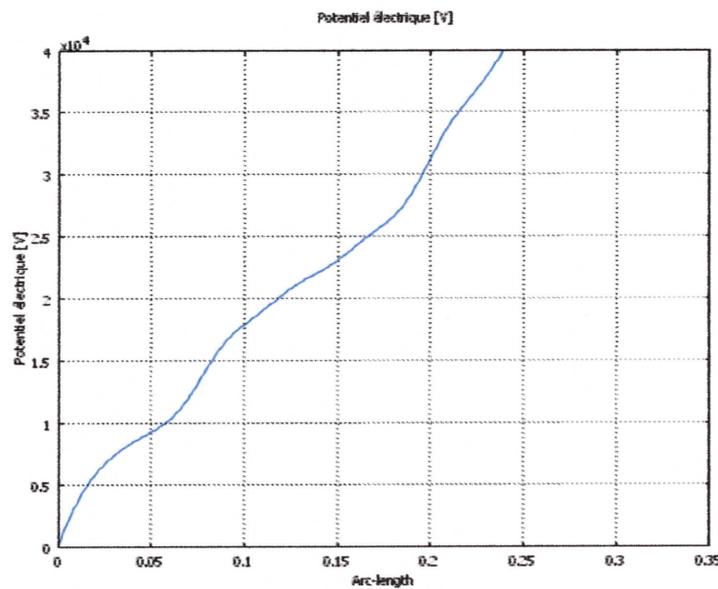


Figure III.29 Potentiel électrique selon l'axe vertical de l'isolateur

La figure III.28 représente les résultats de simulation pour les lignes équipotentielles pour un isolateur. De ces résultats figure (III.29) nous pouvons conclure que la répartition de la tension n'est pas uniforme et que la zone proche de l'électrode HT est la plus contraignante alors que celle près de l'électrode terre la tension est presque nulle.

## CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté les résultats des calculs concernant les grandeurs des phénomènes multiphysiques couplés expliquent le comportement de plusieurs dispositifs a des diélectriques (liquides, air et solides) tels que, les transformateurs de puissance, les disjoncteurs, et les isolateurs. Les formulations élément finie des couplages forts bidimensionnels sont utilisées. Ces modèles ont été qualifiés et validés sur leurs points essentiels (effet de point, DDP, effet thermique..., etc.) et globalement, les résultats obtenus des différentes applications sont satisfaisants.

# Conclusion générale

## **CONCLUSION GENERALE**

L'utilisation de matériaux diélectriques dans l'appareillage électrique, haute tension comme basse tension, a pour but de séparer entre elles les pièces métalliques portées à différents potentiels électriques comme par exemple la ligne de transport d'énergie, portée à une haute tension par rapport au neutre (isolateur), la cuve d'un transformateur et ses bobines. Évidemment, le matériau diélectrique, ne conduit pas ou très peu, est plutôt caractérisé d'un point de vue électrique par sa permittivité, en plus d'un rôle d'isolation électrique sert aussi de support mécanique aux pièces métalliques en plus de devoir dissiper la chaleur produite par le conducteur. Les propriétés électriques, mécaniques et thermiques de ces matériaux doivent donc être soigneusement étudiées lors que la conception d'un système d'isolation.

De nombreuses études ont porté sur la modélisation des diélectriques, notamment analytique. En revanche, les modèles numériques qui modélisent les phénomènes multiphysiques complexes sont moins bien compris. Le développement des outils de calcul et l'évolution succincte de l'informatique ont mis la modélisation numérique comme la stratégie la plus profitable à l'heure actuelle et d'avenir chez les technologues qui peut contribuer aux développements des procédés industriels. La modélisation numérique consiste à construire un ensemble de fonctions mathématiques décrivant les phénomènes. En modifiant les variables introduites, on peut ainsi prédire les modifications du système physique. La modélisation des phénomènes multiphysiques tels que, électromagnétique, thermique, mécanique et écoulement sont décrits souvent par des équations aux dérivées partielles, associés aux propriétés des milieux considérés. En effet, un ensemble d'équations couplées, généralement résolu simultanément ou alternativement par des méthodes, de type analytique ou semi-analytique soit numérique.

Dans ce contexte, nous avons commencé tout d'abord par un aperçu sur les concepts théoriques reliés à ces matériaux. Par la suite, nous avons présenté les modèles utilisés pour décrire certaines phénomènes physiques ainsi que quelques applications en électrotechnique ont été abordées et discutées tels que, l'étude du comportement d'un diélectrique liquide (huile de transformateur) sous l'effet électrique, étude de mécanisme de refroidissement par la Borack22 dans un transformateur de puissance, Mécanisme électrothermique d'un disjoncteur magnétothermique à coupure dans l'air et une 'étude électrique d'un isolateur (solide) d'une ligne de transport d'énergie.

Cette diversité d'applications nous a permis de donner des idées et des appréciations sur le comportement de quelques dispositifs à diélectriques.

La résolution des différents modèles sont développés dans le logiciel Comsol multiphysiques qui est basé sur la méthode des éléments finis. Les résultats obtenus pour différentes simulations sont présentés, interprétés et discutés en détail, quelques résultats sont validés par confrontation avec ceux obtenus par d'autres modèles trouvés dans la littérature. En outre, l'ensemble de nos résultats convaincant avec la physique et a un impact intéressant pour l'ingénierie tels que, interdépendances entre différents phénomènes, l'étude du comportement d'un diélectrique liquide, l'intérêt de refroidissement et l'huile utilisé (borak22),...etc.

Notre objectif initial de recherche de contribution à la modélisation des dispositifs à diélectriques est atteint et touche vraiment un domaine actuel d'électrotechnique. Les modèles développés permettent d'obtenir de très bonnes connaissances des phénomènes multiphysiques pour quelques exemples d'applications (transformateur, disjoncteur et isolateur). Cependant, la plupart des paramètres géométriques et physiques sont interdépendants et non-linéaires. Par exemple, la rigidité diélectrique dépend de beaucoup de facteurs comme la température, la présence d'humidité ou de contaminants, la géométrie, le volume d'isolant, etc. Le calcul de ces champs de rupture est d'une importance considérable pour l'ingénierie des équipements haute tension. Faisons un survol rapide du concept de rupture diélectrique pour les matériaux gazeux, liquides et solides. De ce fait, la connaissance de ces propriétés, électrique, magnétique, thermique et mécanique est indispensable pour bien situer les hypothèses de base de la modélisation. Néanmoins, ces modélisations sont imparfaites et présentent donc des limitations.

Ce travail de master ouvre diverses perspectives de poursuites de travaux dans de nombreux domaines de modélisation tels que, le génie électrique (claquage dans les diélectrique), le génie industriel (conception)... etc.

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] – **VIET HUNG DANG** « étude des phénomènes de préclaquage et de claquage des huiles végétales, minérales et synthétiques : caractérisation des décharges aux interfaces » l'école doctorale électrotechnique de LYON 2011.
- [2] - **AMAR TILMATINE** Matériaux diélectriques.
- [3] - <https://fr.wikipedia.org/wiki/Di%C3%A9lectrique>
- [4] - **KHELIL DJAZIA ZOUTAT** Etudes des phénomènes de décharges électriques dans la BORAK22 sous tension alternatives. PFE Ecole national Polytechnique 2006.
- [5] - **R.FOURNLE**, Les isolants en électrotechnique, Essais, mécanismes de dégradation applications industrielles, Edition Eyrolles, 1986.
- [6] - **S.ABDI, S.ZELMAT**, influence du vieillissement thermique sur les propriétés de l'huile de transformateur. Projet de fin d'étude. École Centrale de Lyon, 2007.
- [7] - **N. BERGER** liquide isolants en électrotechnique : caractéristiques des produits, technique de l'ingénieur.D2471.2002
- [8] - **BARKAT TOUFIK** « Intelligence en essaim, état de l'art et applications dans les matériaux diélectriques » Thèse de magistère de l'Université Batna.
- [9] - **N'GNUI THOMAS AKA**, contribution à l'étude des phénomènes de préclaquage dans les diélectriques liquides modèles de génération et de propagation des streamers, thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Grenoble, 21 JUIN 2000.
- [10] - **PAUL-JOSEPHVUARCHEX**, "huiles et liquides isolants " techniques de l'ingénieur, Génie électrique (D2 II), PP. D230-3, PP. D231-2,1995.
- [11] - **Yves PELENC**, "Appareillage électrique d'Interruption à Haute Tension", Techniques de l'Ingénieur, pp. D 4 703-3,1988
- [12] - **Michel AGUET et J-J MORF**. "Énergie Électrique". Éditions Georgi, Traité Diélectricité, EPFL, Volume XII, pp 255-257, 1987
- [13] - **Robert ARRIGHI**, "évolution des Disjoncteurs à Haute et Moyenne Tensions". Editions Eyrolles, Collection de la Direction des études et Recherches d'FDF,1983
- [14] - **M.AGUET et M.TANOZ**, "Haute Tension", édition Dunod, Traité di Electricité, pp.14-19, 1987
- [15] - **R.TOBAZEON** : préclaquage et claquage des liquides diélectriques, Technique de l'ingénieur, D2450, 1997.
- [16] - **PR A.BOUBAKEUR** "vieillissement de l'huile de transformateur", Institut National Polytechnique de Grenoble, 23 novembre 2001.
- [17] - [https://fr.wikipedia.org/wiki/Claquage\\_\(%C3%A9lectronique\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Claquage_(%C3%A9lectronique))

- [18] - **W.G.Cbadband** : On variations in the propagation of positive discharges between transformer oil and silicone fluids, J, phys, D.Appl phys, 13 ,1980 pp 1299-1307
- [19] - **E.Bitam** : études des mécanismes de préclaquage dans les diélectriques, liquides sous tension alternative, Thèse de Magister, Département de l'Electrotechnique, Université de M Mammeri .Tizi-Ouzou Juillet 1996.
- [20] - **A .ETSOURI, IBIRANE** : Etude des caractéristiques de l'huile de transformateur sous L'influence de vieillissement. Spécialité : Electronique & Génie Electrique, Université de Nantes. Project de fin d'études 2005.
- [21] - **A. Abakar**, "Modélisation Tridimensionnelle de Systèmes Electromagnétiques Comportant des Régions Filaires et des Régions Minces : Application en CEM 50Hz à des dispositifs EDF", Spécialité : Génie Electrique, Institut National Polytechnique de Grenoble, 27 Avril 2001.
- [22] - **C. W. Trowbridge, J. K. Sykulski**, "Some Key Developments in computational Electromagnetics and Their Attribution", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, n° 4, April 2006, p. 503-508.
- [23] - **G. Fournet**, "Electromagnétisme", Technique de l'ingénieur, vol. D 1 020, 2001, Traité Convertisseurs et Machines Electriques, 1993.
- [24] - **A. Rakotomalala**, "Contribution à la modélisation des transformateurs de puissance en régime hautes fréquences ", Spécialité: Génie Electrique, L'école doctorale électronique-électrotechnique-automatique de Lyon, 30 Mars 1992.
- [25] - **G. Bousaleh**, "Etude et Simulation du Comportement du Transformateur en Haute Fréquence", Spécialité : Electrotechnique, Ecole Centrale de Lyon, 17 Mai 1989.
- [26] - **A. LEFEVRE** – Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformateurs : Application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires, l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes.
- [27] - **P. Thureau**, "Introduction aux Transferts Thermiques", Technique de l'ingénieur, Traité Mesure et Contrôle, vol. R 2 831, 2001.
- [28] - Introduction à l'appareillage très haute tension, Schneider Electric, Cahier technique n° 127
- [29] - **A. LEFEVRE** – Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformateurs : Application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires, l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes.
- [30] - **Antoine A. Journaux** "Modélisation multi-physique en génie électrique-Application au couplage magnéto-thermo-mécanique" ÉCOLE DOCTORALE : STITS (ED 422)

*Bibliographie*

Laboratoire de Génie Électrique de Paris (LGEP) 2013.

[31] - [https://fr.wikipedia.org/wiki/Transformateur\\_de\\_puissance](https://fr.wikipedia.org/wiki/Transformateur_de_puissance)

[32] - **SERGE THEOLEYRE** "Cahier technique n° 193 Les techniques de coupure en MT", Schneider groupe

[33] - **C. LEROY**, Les propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions, paris: collection de la direction des études et recherches d'électricité de France, 1984.